

Divisibilidade, MDC e MMC

DIVISÃO EUCLIDIANA

O algoritmo da divisão de dois números inteiros **D** e **d**, com $d \neq 0$, é representado da seguinte forma:

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ r & q \end{array}$$

Temos que $0 \leq r < |d|$ e $D = qd + r$.

Portanto, **q** é o quociente, **r** é o resto da divisão de **D** por **d**, e denotamos **D** por dividendo e **d** por divisor.

OBSERVAÇÃO

Quando temos o caso em que $r = 0$, então $D = q \cdot d$ e, assim, dizemos que **D** é um múltiplo de **d** ou que **d** é um divisor de **D**.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

- 01.** Considerar todas as divisões entre números naturais tais que o divisor é 13 e o resto é o triplo do quociente. Determinar a soma dos possíveis quocientes dessas divisões.

Resolução:

Sejam **D** o dividendo e **q** o quociente na situação descrita. Como o resto é o triplo do quociente, escrevemos:

$$\begin{array}{r|l} D & 13 \\ 3q & q \end{array}$$

Sabemos que o resto deve ser menor do que o divisor. Portanto, devemos encontrar todos os valores de **q** para os quais $3q < 13$. Assim, temos:

$$\text{Para } q = 0 \Rightarrow 3q = 0 < 13$$

$$\text{Para } q = 1 \Rightarrow 3q = 3 < 13$$

$$\text{Para } q = 2 \Rightarrow 3q = 6 < 13$$

$$\text{Para } q = 3 \Rightarrow 3q = 9 < 13$$

$$\text{Para } q = 4 \Rightarrow 3q = 12 < 13$$

$$\text{Para } q = 5 \Rightarrow 3q = 15 > 13 \text{ (não convém)}$$

Portanto, os possíveis valores de **q** são 0, 1, 2, 3 e 4. A sua soma é igual a 10.

MÚLTIPLOS E DIVISORES DE UM NÚMERO NATURAL

Sejam dois números inteiros **a** e **b**, em que $b \neq 0$. O número **a** será múltiplo de **b** se existir um número inteiro **m** tal que:

$$a = m \cdot b$$

Daí, dizemos que:

- i) **a** é múltiplo de **b**, ou
- ii) **a** é divisível por **b**, ou
- iii) **b** é divisor de **a**, ou
- iv) **b** divide **a**.

Número par

É todo número inteiro divisível por 2, ou seja, que pode ser escrito na forma $2n$, com $n \in \mathbb{Z}$.

Número ímpar

É todo número inteiro que não é divisível por 2, ou seja, que pode ser escrito na forma $2n + 1$, em que $n \in \mathbb{Z}$.

CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

Divisibilidade por 2: Um número é divisível por 2 quando seu último algarismo é par.

Divisibilidade por 3: Um número é divisível por 3 quando a soma de seus algarismos é divisível por 3.

Divisibilidade por 4: Um número é divisível por 4 quando o número formado pelos dois últimos algarismos é divisível por 4.

Divisibilidade por 5: Um número é divisível por 5 quando o último algarismo é 0 ou 5.

Divisibilidade por 6: Um número é divisível por 6 quando é divisível por 2 e por 3.

Divisibilidade por 8: Um número é divisível por 8 quando o número formado pelos 3 últimos algarismos é divisível por 8.

Divisibilidade por 9: Um número é divisível por 9 quando a soma de seus algarismos é divisível por 9.

Divisibilidade por 10: Um número é divisível por 10 quando o seu último algarismo é 0.

Divisibilidade por 11: Um número é divisível por 11 quando a soma dos algarismos de ordem ímpar menos a soma dos algarismos de ordem par é um número divisível por 11.

Divisibilidade por 12: Um número é divisível por 12 quando é divisível por 3 e por 4.

OBSERVAÇÕES

- i) Se um número natural não nulo possui mais de dois divisores positivos, ele é chamado de composto.
- ii) O número 1 não é primo nem composto.

Reconhecimento de um número primo

Seja **n** um número inteiro positivo. Para verificarmos se **n** é primo, podemos proceder da seguinte forma:

- i) Calculamos o valor de \sqrt{n} .
- ii) Verificamos se **n** é divisível por cada um dos números primos menores do que \sqrt{n} .
- iii) Se **n** não é divisível por nenhum desses números primos, então **n** é primo. Caso contrário, **n** é composto.

Exemplo:

Verificar se 97 é primo.

$$\sqrt{97} = 9,85 \text{ (aproximadamente)}$$

Os primos menores do que $\sqrt{97}$ são 2, 3, 5 e 7.

Observe que 97 não é divisível por nenhum desses números, ou seja, 97 é primo.

DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS

Todo número natural maior do que 1 ou é primo ou pode ser escrito como um produto de fatores primos. Esse produto é obtido pela chamada decomposição em fatores primos ou, simplesmente, fatoraçoão do número.

Exemplo:

Decompor em fatores primos o número 840.

840	2
420	2
210	2
105	3
35	5
7	7
1	840 = 2 ³ · 3 · 5 · 7

EXERCÍCIO RESOLVIDO

02. (EPCAR-MG) Considere o número $m = 488a9b$, em que **b** é o algarismo das unidades e **a** é o algarismo das centenas. Sabendo-se que **m** é divisível por 45, o valor da soma $a + b$ é:

- A) 7
- C) 16
- B) 9
- D) 18

Resolução:

Um número é divisível por 45 se esse número é divisível por 9 e por 5. Para que **m** seja divisível por 5, temos de considerar duas possibilidades: $b = 0$ ou $b = 5$.

1) Para $b = 0$, temos $m = 488a90$. Porém, **m** é divisível também por 9, ou seja, a soma

$$4 + 8 + 8 + a + 9 + 0 = 29 + a$$

deve ser divisível por 9. O múltiplo de 9 mais próximo de 29 é o número 36. Para que a soma seja igual a esse número, temos $a = 7$.

2) Para $b = 5$, temos $m = 488a95$. Porém, **m** é divisível também por 9, ou seja, a soma

$$4 + 8 + 8 + a + 9 + 5 = 34 + a$$

deve ser divisível por 9. Como no caso anterior, a soma deve ser igual a 36. Portanto, $a = 2$.

Em ambos os casos, temos $a + b = 7$.

NÚMEROS PRIMOS

Um número inteiro positivo é dito primo quando admite exatamente dois divisores positivos: o número 1 e ele mesmo.

Sendo **P** o conjunto dos números primos positivos, temos:

$$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, \dots\}$$

CÁLCULO DA QUANTIDADE DE DIVISORES DE UM NÚMERO NATURAL



- i) Decompõe-se o número em fatores primos.
- ii) Tomam-se os expoentes de cada fator primo, e soma-se 1 a cada um deles.
- iii) Multiplicam-se os resultados anteriores. O produto é a quantidade de divisores positivos do número.

Exemplo

Vamos determinar a quantidade de divisores positivos de 360.

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1$

Assim, a quantidade de divisores positivos é:
 $(3 + 1)(2 + 1)(1 + 1) = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

OBSERVAÇÃO

Para calcular o número de divisores positivos e negativos do número, devemos multiplicar o valor encontrado por 2, ou seja, o número de divisores será o dobro da quantidade de divisores positivos, pois, para cada divisor y positivo, deverá existir um divisor negativo $-y$.

MÁXIMO DIVISOR COMUM (MDC)



O máximo divisor comum de dois ou mais números naturais é o maior número que é divisor de todos esses números. Para se obter o MDC entre dois ou mais números, deve-se:

- i) Decompô-los em fatores primos.
- ii) Tomar os fatores primos comuns com seus menores expoentes.
- iii) Efetuar o produto desses fatores.

Exemplo:

Vamos calcular o máximo divisor comum dos números 90, 96 e 54.

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \quad 96 = 2^5 \cdot 3 \quad 54 = 2 \cdot 3^3$$

Daí, temos que $MDC(90, 96, 54) = 2 \cdot 3 = 6$.

OBSERVAÇÃO

Dois números são ditos primos entre si quando o MDC entre eles é igual a 1.

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (MMC)



O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números naturais é o menor número natural, excluindo o zero, que é múltiplo desses números.

Assim, para se obter o MMC entre dois ou mais números naturais, deve-se:

- i) Decompô-los em fatores primos.
- ii) Tomar todos os fatores primos comuns e não comuns com seus maiores expoentes.
- iii) Efetuar o produto desses fatores.

Exemplo:

Podemos calcular o mínimo múltiplo comum dos números 90, 96 e 54 da seguinte forma:

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \quad 96 = 2^5 \cdot 3 \quad 54 = 2 \cdot 3^3$$

Daí, temos que o $MMC(90, 96, 54) = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5 = 4\,320$.

OBSERVAÇÃO

Podemos também calcular o MMC de dois ou mais números por meio da chamada decomposição simultânea.

Refazendo o exemplo anterior, temos:

90, 96, 54	2
45, 48, 27	2
45, 24, 27	2
45, 12, 27	2
45, 6, 27	2
45, 3, 27	3
15, 1, 9	3
5, 1, 3	3
5, 1, 1	5
1, 1, 1	$MMC(90, 96, 54) = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5 = 4\,320$

RELAÇÃO ENTRE O MMC E O MDC



Sendo a e b dois números naturais, temos:

$$[MMC(a, b)] \cdot [MDC(a, b)] = a \cdot b$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

- 03.** Determinar a soma dos algarismos do menor número natural que, quando dividido por 2, 3, 5 ou 9, deixa sempre resto 1.

Resolução:

Seja x o número procurado. Logo, temos:

$$\begin{array}{l} x \begin{array}{|l} 2 \\ \hline 1 \quad q_1 \end{array} \quad x \begin{array}{|l} 3 \\ \hline 1 \quad q_2 \end{array} \quad x \begin{array}{|l} 5 \\ \hline 1 \quad q_3 \end{array} \quad x \begin{array}{|l} 9 \\ \hline 1 \quad q_4 \end{array}, \end{array}$$

em que q_1, q_2, q_3 e q_4 são os quocientes de cada uma dessas divisões. Podemos escrevê-las da seguinte forma:

$$x = 2q_1 + 1 \Rightarrow x - 1 = 2q_1 \Rightarrow x - 1 \text{ é múltiplo de } 2$$

$$x = 3q_2 + 1 \Rightarrow x - 1 = 3q_2 \Rightarrow x - 1 \text{ é múltiplo de } 3$$

$$x = 5q_3 + 1 \Rightarrow x - 1 = 5q_3 \Rightarrow x - 1 \text{ é múltiplo de } 5$$

$$x = 9q_4 + 1 \Rightarrow x - 1 = 9q_4 \Rightarrow x - 1 \text{ é múltiplo de } 9$$

Portanto, $x - 1$ é um múltiplo comum de 2, 3, 5 e 9. Como queremos o menor número x que satisfaz essas condições, temos:

$$x - 1 = \text{MMC}(2, 3, 5, 9) = 90 \Rightarrow x - 1 = 90 \Rightarrow x = 91$$

A soma dos algarismos de x é 10.

- 04.** Determinar o menor número natural que deixa restos 3, 5 e 6 quando dividido por 5, 7 e 8, respectivamente.

Resolução:

Seja x o número procurado. Daí, temos:

$$\begin{array}{l} x \begin{array}{|l} 5 \\ \hline 3 \quad q_1 \end{array} \quad x \begin{array}{|l} 7 \\ \hline 5 \quad q_2 \end{array} \quad x \begin{array}{|l} 8 \\ \hline 6 \quad q_3 \end{array}, \end{array}$$

em que q_1, q_2, q_3 são os quocientes de cada uma dessas divisões. Logo:

$$x = 5q_1 + 3 \Rightarrow$$

$$x + 2 = 5q_1 + 3 + 2 \Rightarrow$$

$$x + 2 = 5q_1 + 5 \Rightarrow$$

$$x + 2 = 5(q_1 + 1)$$

$$x + 2 \text{ é múltiplo de } 5.$$

$$x = 7q_2 + 5 \Rightarrow$$

$$x + 2 = 7q_2 + 5 + 2 \Rightarrow$$

$$x + 2 = 7q_2 + 7 \Rightarrow$$

$$x + 2 = 7(q_2 + 1)$$

$$x + 2 \text{ é múltiplo de } 7.$$

$$x = 8q_3 + 6 \Rightarrow$$

$$x + 2 = 8q_3 + 6 + 2 \Rightarrow$$

$$x + 2 = 8q_3 + 8 \Rightarrow$$

$$x + 2 = 8(q_3 + 1)$$

$$x + 2 \text{ é múltiplo de } 8.$$

Como queremos o menor número x que satisfaz essas condições, temos:

$$x + 2 = \text{MMC}(5, 7, 8) = 280 \Rightarrow x = 278$$

- 05.** Em um terminal rodoviário, sabe-se que:

- a cada 50 minutos parte um ônibus da linha Amarela;
- a cada 30 minutos parte um ônibus da linha Verde;
- a cada 40 minutos parte um ônibus da linha Branca.

Considerando-se que, às 8h, houve uma partida simultânea de um ônibus de cada uma das três linhas e que o quadro de horários não sofrerá alterações, determinar a hora exata em que a próxima partida simultânea ocorrerá.

Resolução:

O tempo da próxima partida simultânea deve ser igual ao mínimo múltiplo comum dos tempos de partida de cada uma das linhas. Assim, temos que $\text{MMC}(50, 30, 40) = 600$ minutos = 10 horas. Portanto, a próxima partida simultânea ocorrerá às $8h + 10h = 18$ horas.

- 06.** Uma sala retangular de dimensões 36 m e 40 m deverá ter o seu piso preenchido com placas idênticas, de formato quadrado e dimensões inteiras. Qual é o menor número de placas quadradas necessário para se revestir esse piso, nas condições dadas, de maneira que não haja cortes ou sobras de material?

Resolução:

Seja x a medida do lado de cada placa quadrada. Observe que, para que não haja sobra de material, a medida x deve ser um divisor de 36 e de 40. Para que tenhamos o menor número de placas, é necessário que a medida x seja a maior possível. Portanto, $x = \text{MDC}(36, 40) = 4$ m. O número de placas é obtido dividindo-se a área total da sala pela área de uma das placas quadradas.

$$\text{Logo: } \frac{36 \cdot 40}{4 \cdot 4} = 90 \text{ placas.}$$

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM



01. (EBMSP–2019) O mel tem sido empregado como remédio, através dos tempos, pelas suas propriedades antibacteriana, anti-inflamatória e nutritiva, entre outras.

Na produção do mel, a abelha operária extrai o néctar das flores, armazena no estômago e, ao voltar para a colmeia, regurgita o néctar com enzimas e passa para outras abelhas operárias. Essas abelhas, com o bater das suas asas, criam uma forte corrente de ar que ventila este néctar, fazendo com que a maioria da água evapore.

Admitindo-se que abelhas de uma colmeia tenham se dividido em dois grupos compostos, respectivamente, por 528 e 240 abelhas operárias, para coleta de néctar, e que cada grupo deve ser subdividido em grupos menores compostos por um mesmo número de abelhas, sendo esse número o maior possível, pode-se afirmar que serão formados, no total

- A) 8 grupos de 96 abelhas. C) 12 grupos de 64 abelhas. E) 24 grupos de 32 abelhas.
 B) 11 grupos de 61 abelhas. D) 16 grupos de 48 abelhas.



02. (UECE–2018) O número de divisores inteiros e positivos do número $2\ 018^2 - 2\ 017^2$ é:

- A) 8 B) 14 C) 10 D) 12

03.
N2WW



(Fatec-SP–2017) Os números naturais de 0 a 3 000 foram dispostos, consecutivamente, conforme a figura, que mostra o começo do processo.

5ª linha				4						12					20				
4ª linha			3	5					11	13					19	21			
3ª linha		2			6			10			14			18			22		
2ª linha		1				7	9					15	17					...	
1ª linha	0						8						16						...

Nessas condições, o número 2 017 está na

- A) 1ª linha. C) 3ª linha. E) 5ª linha.
 B) 2ª linha. D) 4ª linha.

04. (UFC-CE) O expoente do número 3 na decomposição por fatores primos positivos do número natural $10^{63} - 10^{61}$ é igual a:

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

05.
4FTL



(CEFET-RJ) João faz caminhada a cada 4 dias. Pedro, vizinho de João, faz caminhada no mesmo local, a cada 6 dias. Considerando que Pedro e João se encontraram hoje fazendo caminhada, eles se encontrarão novamente daqui a **n** dias. Qual das alternativas a seguir indica um valor possível para **n**?

- A) 30 B) 32 C) 36 D) 42

06. (UEPB) Com relação ao movimento dos cometas no universo, sabemos que muitos deles passam pelo planeta Terra em períodos de anos definidos. Os cometas **A** e **B** passam de 20 em 20 anos e 35 em 35 anos respectivamente, e suas últimas aparições na Terra ocorreram em 1930. A próxima passagem dos dois pela Terra ocorrerá no ano de:

- A) 2072 B) 2060 C) 2075 D) 2070 E) 2065

07.
D9A8



(UEFS-BA) Uma equipe de professores corrigiu, em três dias de correção de um vestibular, números de redações iguais a 702, 728 e 585. Em cada dia, as redações foram igualmente divididas entre os professores.

O número de professores na equipe é um divisor de:

- A) 52 B) 54 C) 60 D) 68 E) 77

08.
01E2



(UFJF-MG) Em uma rodovia, a partir do quilômetro 40, a cada 3 km há postos de telefones SOS. Ocorreu um acidente no quilômetro 750 dessa rodovia. A distância do telefone SOS mais próximo do local do acidente é

- A) 0,6 km. B) 0,8 km. C) 1 km. D) 1,2 km. E) 1,4 km.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS



- 01.** (Cesgranrio) Certo botânico desenvolveu em laboratório 3 variedades de uma mesma planta, V_1 , V_2 e V_3 , que se desenvolvem cada uma a seu tempo, de acordo com a tabela a seguir. Plantando-se as 3 variedades no mesmo dia, confiando-se na exatidão da tabela, não ocorrendo nenhum fato que modifique os critérios da experiência tabulada e levando-se em conta que, a cada dia de colheita, outra semente da mesma variedade será plantada, o número mínimo de semanas necessário para que a colheita das três variedades ocorra simultaneamente será:

Variedade	Tempo de germinação (em semanas, após o plantio)	Tempo de floração (em semanas, após a germinação)	Tempo para única colheita (em semanas, após a floração)
V_1	4	3	1
V_2	2	3	1
V_3	1	2	1

- A) 24 C) 16 E) 8
B) 18 D) 12
- 02.** (UPE-2019) Se dividirmos 2018 por todos os números naturais de 1 a 1 000, qual o maior resto obtido?
A) 336 C) 1 009 E) 2 017
B) 672 D) 1 018
- 03.** (UERJ) O ano bissexto possui 366 dias e sempre é múltiplo de 4. O ano de 2012 foi o último bissexto. Porém, há casos especiais de anos que, apesar de múltiplos de 4 não são bissextos: são aqueles que também são múltiplos de 100 e não são múltiplos de 400. O ano de 1900 foi o último caso especial.
A soma dos algarismos do próximo ano que será um caso especial é:
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6
- 04.** (ESPM-SP) As moedas de 10 e 25 centavos de real tem, praticamente, a mesma espessura. 162 moedas de 10 centavos e 90 moedas de 25 centavos serão empilhadas de modo que, em cada pilha, as moedas sejam do mesmo tipo e todas as pilhas tenham a mesma altura. O menor número possível de pilhas é:
A) 12 C) 14 E) 16
B) 13 D) 15
- 05.** (IFSC-SC) Em uma loja existem três relógios cucos desregulados. O primeiro toca o cuco a cada 12 min., o segundo a cada 22 min. e o terceiro a cada 39 min. Se os três cucos tocaram juntos às quinze horas da tarde, é correto afirmar que eles tocarão juntos novamente
A) às 19 horas e 32 minutos do mesmo dia.
B) somente às 4 horas e 28 minutos do dia seguinte.

- C) às 16 horas e 32 minutos do mesmo dia.
D) somente às 2 horas e 44 minutos do dia seguinte.
E) somente às 19h e 36 minutos do dia seguinte.

- 06.** (UDESC) A quantidade de números naturais que são divisores do mínimo múltiplo comum entre os números $a = 540$, $b = 720$, $c = 1\ 800$ é igual a:
A) 75 C) 30 E) 60
B) 18 D) 24
- 07.** (ACAFE-SC) Um feirante deseja distribuir 576 goiabas, 432 laranjas e 504 maçãs entre várias famílias de um bairro carente. A exigência do feirante é que a distribuição seja feita de modo que cada família receba o mesmo e o menor número possível de frutas de uma mesma espécie. A quantidade total de frutas recebida por cada família representa um número
A) divisível por 9. C) múltiplo de 12.
B) múltiplo de 7. D) entre 40 e 50.
- 08.** (IFPE) Na Escola Pierre de Fermat, foi realizada uma gincana com o objetivo de arrecadar alimentos para a montagem e doação de cestas básicas. Ao fim da gincana, foram arrecadados 144 pacotes de feijão, 96 pacotes de açúcar, 192 pacotes de arroz e 240 pacotes de fubá. Na montagem das cestas, a diretora exigiu que fosse montado o maior número de cestas possível, de forma que não sobrasse nenhum pacote de alimento e nenhum pacote fosse partido. Seguindo a exigência da diretora, quantos pacotes de feijão teremos em cada cesta?
A) 1 C) 3 E) 5
B) 2 D) 4
- 09.** (ACAFE-SC) Um grupo de 216 mulheres e 180 homens inscreveram-se como voluntários para visitar pessoas doentes em hospitais de uma cidade. Todas as pessoas inscritas serão divididas em grupos segundo o seguinte critério: todos os grupos deverão ter a mesma quantidade de pessoas, e em cada grupo só haverá pessoas do mesmo sexo. Nessas condições, se grupos distintos deverão visitar hospitais distintos, o menor número de hospitais a serem visitados é um número
A) par. C) quadrado perfeito.
B) divisível por 6. D) primo.
- 10.** (UTFPR) Gabriela ficou doente. Sua mãe a levou ao médico que receitou alguns remédios dentre eles um antibiótico. O primeiro deve ser tomado a cada uma hora e trinta minutos e o segundo a cada duas horas e trinta minutos. Sabendo que Gabriela iniciou seu tratamento às 6h da manhã, tomando os dois medicamentos ao mesmo tempo, assinale a que horas da noite ela tomará os dois medicamentos juntos novamente.
A) 19h30min. D) 21h.
B) 20h. E) 21h30min.
C) 20h30min.

- 11.** (PUCPR) Um estagiário recebeu a tarefa de organizar documentos em três arquivos. No primeiro arquivo, havia apenas 42 contratos de locação; no segundo arquivo, apenas 30 contratos de compra e venda; no terceiro arquivo, apenas 18 laudos de avaliação de imóveis. Ele foi orientado a colocar os documentos em pastas, de modo que todas as pastas devem conter a mesma quantidade de documentos. Além de não poder mudar algum documento do seu arquivo original, deveria colocar na menor quantidade possível de pastas. O número mínimo de pastas que ele pode usar é:
- A) 13 C) 26 E) 30
B) 15 D) 28
- 12.** (Mackenzie-SP) Se m , n e p são inteiros positivos, tais que $m = \frac{3p}{7}$ e $n = 48 - 3p$, então, para o menor valor possível de p , a soma $m + n$ é igual a:
- A) 30 C) 38 E) 42
B) 35 D) 40
- 13.** (PUC RS) Paulo, aluno do curso de Medicina, necessitando aprofundar seus estudos em Anatomia, retirou da biblioteca um livro com 675 páginas. Ele pretende estudar diariamente 25 páginas desse livro. Seu colega José também retirou um livro de Anatomia, este com 615 páginas, e pretende estudar 15 páginas em cada dia. Iniciando a leitura no mesmo dia, em um determinado dia x de leitura eles terão a mesma quantidade de páginas ainda por ler. Este número x é:
- A) 12 C) 8 E) 4
B) 10 D) 6
- 14.** (CEFET-CE) O algarismo que se deve intercalar entre os algarismos do número 76 de modo que o numeral obtido seja divisível por 4 e 9, simultaneamente, é:
- A) 1 B) 7 C) 5 D) 6
- 15.** (Unigranrio-RJ-2017) Uma mulher tem três filhas matriculadas regularmente no Ensino Fundamental. O produto da sua idade com as idades de suas filhas é 37 037. Desta forma, pode-se afirmar que a diferença entre as idades de sua filha mais velha e sua filha mais nova é:
- A) 4 C) 6 E) 8
B) 5 D) 7
- 16.** (UFU-MG) Se o máximo divisor comum entre os números 144 e 30^p é 36, em que p é um inteiro positivo, então o expoente p é igual a:
- A) 1 B) 3 C) 4 D) 2
- 17.** (UECE-2019) Seja U o conjunto de todos os números inteiros positivos menores do que 200. Se $X_2 = \{n \in U \text{ tal que } n \text{ é múltiplo de } 2\}$, $X_3 = \{n \in U \text{ tal que } n \text{ é múltiplo de } 3\}$ e $X_5 = \{n \in U \text{ tal que } n \text{ é múltiplo de } 5\}$, então, o número de elementos de $X_2 \cup X_3 \cup X_5$ é
- A) 140.
B) 135.
C) 150.
D) 145.
- 18.** (Mackenzie-SP) A soma dos naturais positivos que, divididos por 37, dão resto igual ao cubo do quociente é:
- A) 258 D) 320
B) 290 E) 348
C) 301
- 19.** (UECE) O número de degraus de uma escada é um múltiplo de sete, compreendido entre 40 e 100. Se ao subirmos essa escada, de dois em dois degraus, falta um degrau para atingir o topo da escada e ao subirmos de três em três degraus faltam dois degraus, podemos afirmar corretamente que o número de degraus da escada é:
- A) 49 C) 77
B) 63 D) 91
- 20.** (FUVEST-SP) Maria quer cobrir o piso de sua sala com lajotas quadradas, todas com lado de mesma medida inteira, em centímetros. A sala é retangular, de lados 2 m e 5 m. Os lados das lajotas devem ser paralelos aos lados da sala, devendo ser utilizadas somente lajotas inteiras. Quais são os possíveis valores do lado das lajotas?
- 21.** (Unicamp-SP) Sejam a e b dois números inteiros positivos tais que $\text{MDC}(a, b) = 5$ e $\text{MMC}(a, b) = 105$.
- A) Qual é o valor de b , se $a = 35$?
B) Encontre todos os valores possíveis para (a, b) .
- 22.** (ESPM-SP-2017) Dividindo-se o número natural N por 13, obtém-se quociente Q e resto R . Aumentando-se 2 unidades no dividendo e mantendo-se o divisor, o quociente aumenta de 1 unidade e a divisão é exata. Sabendo-se que $Q + R = 16$, podemos afirmar que os divisores primos de N são:
- A) 2 e 19 D) 3, 5 e 7
B) 2, 3 e 13 E) 5 e 11
C) 3 e 17
- 23.** (UECE) Ao fatorarmos o número inteiro positivo n , obtemos a expressão $n = 2^x \cdot 5^y$ onde x e y são números inteiros positivos. Se n admite exatamente 12 divisores positivos e é menor do que o número 199, então, a soma $x + y$ é igual a:
- A) 5 C) 7
B) 6 D) 8
- 24.** (UFMG) No sítio de Paulo, a colheita de laranjas ficou entre 500 e 1 500 unidades. Se essas laranjas fossem colocadas em sacos com 50 unidades cada um, sobriariam 12 laranjas e, se fossem colocadas em sacos com 36 unidades cada um, também sobriariam 12 laranjas. Assim sendo, quantas laranjas sobriariam se elas fossem colocadas em sacos com 35 unidades cada um?
- A) 4
B) 6
C) 7
D) 2

SEÇÃO ENEM

- 01.** (Enem–2019) Após o Fórum Nacional Contra a Pirataria (FNCP) incluir a linha de autopeças em campanha veiculada contra a falsificação, as agências fiscalizadoras divulgaram que os cinco principais produtos de autopeças falsificados são: rolamento, pastilha de freio, caixa de direção, catalisador e amortecedor.

Disponível em: <www.oficinabrasil.com.br>. Acesso em: 25 ago. 2014 (Adaptação).

Após uma grande apreensão, as peças falsas foram cadastradas utilizando-se a codificação:

1: rolamento, 2: pastilha de freio, 3: caixa de direção, 4: catalisador e 5: amortecedor.

Ao final, obteve-se a sequência: 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, ... que apresenta um padrão de formação que consiste na repetição de um bloco de números. Essa sequência descreve a ordem em que os produtos apreendidos foram cadastrados.

O 2 015º item cadastrado foi um(a)

- A) rolamento. D) partilha de freio.
B) catalisador. E) caixa de direção.
C) amortecedor.

- 02.** (Enem) Um arquiteto está reformando uma casa. De modo a contribuir com o meio ambiente, decide reaproveitar tábuas de madeira retiradas da casa. Ele dispõe de 40 tábuas de 540 cm, 30 de 810 cm e 10 de 1 080 cm, todas de mesma largura e espessura. Ele pediu a um carpinteiro que cortasse as tábuas em pedaços de mesmo comprimento, sem deixar sobras, e de modo que as novas peças ficassem com o maior tamanho possível, mas de comprimento menor que 2 m.

Atendendo ao pedido do arquiteto, o carpinteiro deverá produzir

- A) 105 peças. D) 243 peças.
B) 120 peças. E) 420 peças.
C) 210 peças.

- 03.** (Enem) O gerente de um cinema fornece anualmente ingressos gratuitos para escolas. Este ano serão distribuídos 400 ingressos para uma sessão vespertina e 320 ingressos para uma sessão noturna de um mesmo filme. Várias escolas podem ser escolhidas para receberem ingressos. Há alguns critérios para a distribuição dos ingressos:

- 1) Cada escola deverá receber ingressos para uma única sessão;
- 2) Todas as escolas contempladas deverão receber o mesmo número de ingressos;
- 3) Não haverá sobra de ingressos (ou seja, todos os ingressos serão distribuídos).

O número mínimo de escolas que podem ser escolhidas para obter ingressos, segundo os critérios estabelecidos, é:

- A) 2 C) 9 E) 80
B) 4 D) 40

- 04.** (Enem) Durante a Segunda Guerra Mundial, para decifrar as mensagens secretas, foi utilizada a técnica de decomposição em fatores primos. Um número **N** é dado pela expressão $2^x \cdot 5^y \cdot 7^z$, na qual **x**, **y** e **z** são números inteiros não negativos. Sabe-se que **N** é múltiplo de 10 e não é múltiplo de 7.

O número de divisores de **N**, diferentes de **N**, é:

- A) $x \cdot y \cdot z$
B) $(x + 1) \cdot (y + 1)$
C) $x \cdot y \cdot z - 1$
D) $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot z$
E) $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot (z + 1) - 1$

- 05.** (Enem) Em uma plantação de eucaliptos, um fazendeiro aplicará um fertilizante a cada 40 dias, um inseticida para combater as formigas a cada 32 dias e um pesticida a cada 28 dias. Ele iniciou aplicando os três produtos em um mesmo dia.

De acordo com essas informações, depois de quantos dias, após a primeira aplicação, os três produtos serão aplicados novamente no mesmo dia?

- A) 100 C) 400 E) 35 840
B) 140 D) 1 120

SEÇÃO FUVEST / UNICAMP / UNESP



GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei _____ Errei _____

01. D 03. B 05. C 07. A
 02. A 04. E 06. D 08. C

Propostos

Acertei _____ Errei _____

01. A 06. E 11. B 16. D
 02. B 07. B 12. A 17. D
 03. A 08. C 13. D 18. A
 04. C 09. D 14. C 19. C
 05. E 10. D 15. C
 20. 1 cm, 2 cm, 4 cm, 5 cm, 10 cm, 20 cm, 25 cm, 50 cm, 100 cm.
21.
 A) 15
 B) (15, 35); (35, 15); (5, 105); (105, 5)
 22. A 23. B 24. D

Seção Enem

Acertei _____ Errei _____

01. E 03. C 05. D
 02. E 04. E



Total dos meus acertos: _____ de _____ . _____ %