

Exercícios de Matemática

Matrizes

1) (Unicamp-1999) Considere as matrizes:

$$M = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sen\theta & 0 \\ -\sen\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \text{ e } Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcule o determinante de M e a matriz inversa de M.
- Resolva o sistema $MX = Y$.

2) (ITA-2006) Sejam as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & -1 \\ -2 & 5 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ -5 & 1 & \frac{3}{2} & 0 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 1 & -2 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & -1 & \frac{1}{2} & 5 \end{bmatrix}$$

Determine o elemento c_{34} da matriz $C = (A + B)^{-1}$.

3) (ESPM-2006) A toda matriz não nula $[x \ y]$, corresponde um ponto $P(x; y)$ no plano cartesiano, diferente da origem. Ao se

multiplicar essa matriz pela matriz $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, o ponto P:

- Sofre uma rotação anti-horária de 90° em torno da origem.
- É projetado ortogonalmente no eixo das abscissas.
- Sofre uma reflexão em torno do eixo das abscissas.
- Sofre uma reflexão em torno do eixo das ordenadas.
- Sofre uma rotação horária de 90° em torno da origem.

4) (IBMEC-2005) Uma matriz quadrada M é chamada de idempotente se $M^2 = M$. $M = M$.

a) Determine $\theta \in [-\pi, \pi]$ para que a matriz,

$$\begin{bmatrix} \sen(\theta) & \cos(\theta) \\ \cos(\theta) & \sen(\theta) \end{bmatrix} \text{ seja idempotente.}$$

b) Determine $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ e $\beta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ para que a matriz

$$\begin{bmatrix} \sen(\alpha) & \sen(\beta) \\ \cos(\beta) & \sen(\alpha) \end{bmatrix} \text{ seja idempotente.}$$

5) (UFC-2005)

Se $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ e satisfaz a identidade matricial

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sen \alpha \\ \sen \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}^5 = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}, \text{ então, o valor}$$

correto de $\text{tg } \alpha$ é igual a :

- 0
- $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 1
- $\sqrt{3}$

6) (ITA-2005) Sejam A e B matrizes 2×2 tais que $AB = BA$ e que satisfazem à equação matricial

$A^2 + 2AB - B = 0$. Se B é inversível, mostre que:

- $AB^{-1} = B^{-1}A$ e que
- A é inversível.

7) (FGV-2005) O montante aplicado de R\$50.000,00 foi dividido em duas partes, x e y, uma tendo rendido 1% em um mês, e a outra 10% no mesmo período. O total dos rendimentos dessa aplicação foi de R\$4.000,00. Sendo M, P

e Q as matrizes $M = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $P = \begin{bmatrix} 50 \\ 4 \end{bmatrix}$ e $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0,01 \\ 1 & 0,1 \end{bmatrix}$, a matriz M pode ser obtida pelo produto

- $1000 \cdot (P^t \cdot Q)^{-1}$
- $P^t \cdot Q \cdot 1000$
- $Q^{-1} \cdot P \cdot 1000$
- $1000 \cdot (Q^t)^{-1} \cdot P$
- $(Q^{-1})^t \cdot P \cdot 1000$

8) (UFC-2004) A matriz quadrada M, de ordem $n > 1$, satisfaz a equação $M^2 = M - I$, onde I é a matriz identidade de ordem $n > 1$. Determine, em termos de M e I, a matriz M^{2003} .

9) (FGV-2004) Uma matriz X tem elementos cuja soma vale 1. Seja X^t a transposta da matriz X. Sabendo que

$X \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot X^t = [1]$, podemos afirmar que o produto dos elementos de X vale:

- 0
- 0,25

- c) 0,16
- d) -2
- e) -6

10) (Vunesp-1996) Considere as matrizes reais 2×2 do tipo

$$A(x) = \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$$

- a) Calcule o produto $A(x) \cdot A(x)$.
- b) Determine todos os valores de $x \in [0, 2\pi]$ para os quais $A(x) \cdot A(x) = A(x)$.

11) (ITA-1995) Dizemos que duas matrizes $n \times n$ A e B são semelhantes se existe uma matriz $n \times n$ inversível P tal que $B = P^{-1}AP$. Se A e B são matrizes semelhantes quaisquer, então:

- a) B é sempre inversível.
- b) se A é simétrica, então B também é simétrica.
- c) B^2 é semelhante a A.
- d) se C é semelhante a A, então BC é semelhante a A^2 .
- e) $\det(\lambda I - B) = \det(\lambda I - A)$, onde λ é um real qualquer.

12) (UFSCar-2000) Seja $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ uma matriz 2×2 cujos coeficientes são números reais. Vamos chamar de

transposta de A à matriz $A^t = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$. Dizemos que uma matriz A é simétrica se $A = A^t$ e dizemos que A é anti-simétrica se $A = -A^t$.

a) Dada uma matriz A qualquer, verifique que $B = \frac{1}{2}(A + A^t)$ é uma matriz simétrica e que $C = \frac{1}{2}(A - A^t)$ é uma matriz anti-simétrica.

b) Mostre que toda matriz 2×2 é a soma de uma matriz simétrica com uma matriz anti-simétrica.

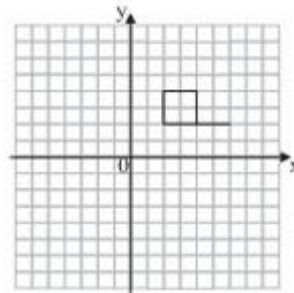
13) (Fuvest-1994) a) Dada a matriz A, calcule a sua inversa A^{-1} .

b) A relação especial que você deve ter observado entre A e A^{-1} , seria também encontrada se calculássemos as matrizes inversas de B, C e D. Generalize e demonstre o resultado observado.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

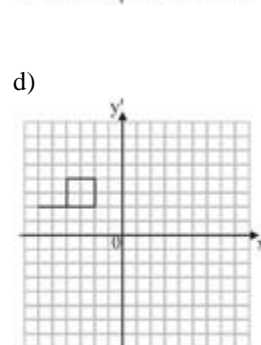
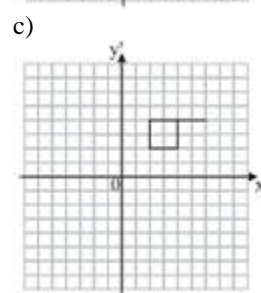
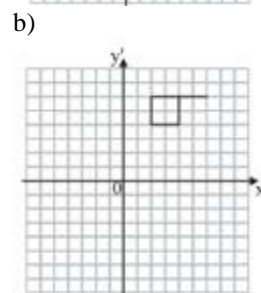
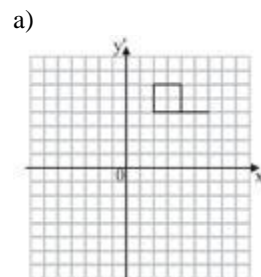
$$B = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

14) (UFSCar-2009) Considere a transformação de coordenadas cartesianas (x, y), dos pontos que compõem a figura a seguir, em coordenadas (x', y'), através da operação matricial indicada ao lado da figura.

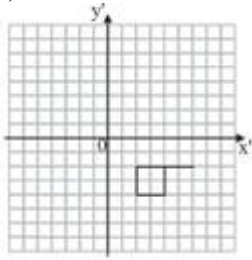


$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{6}{x} & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Com essa transformação, a figura que se obtém no plano (x', y') é



e)



15) (Mack-2007) Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ e uma matriz $B = [b_{ij}]$. Se $A \cdot B \cdot A = A$, então, é correto afirmar que, na matriz B,

- a) $b_{21} = 2b_{11}$
- b) $b_{21} = -1 + 2b_{11}$
- c) $b_{12} = 1 + 2b_{11}$
- d) $b_{11} = 1 + 2b_{12}$
- e) $b_{21} = b_{11}$

16) (Mack-2008) A tabela 1 mostra as quantidades de grãos dos tipos G1 e G2 produzidos, em milhões de toneladas por ano, pelas regiões agrícolas A e B. A tabela 2 indica o preço de venda desses grãos.

tabela 1
tabela 2

	Região A	Região B
G1	4	5
G2	3	6

Seja x o total arrecadado com a venda dos grãos produzidos pela região A e y pela região B, a matriz

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \text{ é}$$

- a) $10^4 \begin{bmatrix} 1000 \\ 1600 \end{bmatrix}$
- b) $10^6 \begin{bmatrix} 1020 \\ 1680 \end{bmatrix}$
- c) $10^4 \begin{bmatrix} 1200 \\ 1800 \end{bmatrix}$
- d) $10^6 \begin{bmatrix} 980 \\ 1400 \end{bmatrix}$
- e) $10^6 \begin{bmatrix} 1000 \\ 1580 \end{bmatrix}$

17) (UFSCar-2008) Admita que a matriz cuja inversa seja formada apenas por elementos inteiros pares receba o nome de EVEN.

Seja M uma matriz 2×2 , com elementos reais, tal que $M =$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3x \\ x+1 & x \end{bmatrix}$$

Admita que M seja EVEN, e que sua inversa tenha o elemento da primeira linha e primeira coluna igual a 2.

- a) Determine o valor de x nas condições dadas.
- b) Determine a inversa de M nas condições dadas.

18) (VUNESP-2007) Uma fábrica produz dois tipos de peças, P1 e P2. Essas peças são vendidas a duas empresas, E1 e E2. O lucro obtido pela fábrica com a venda de cada peça P1 é R\$3,00 e de cada peça P2 é R\$2,00. A matriz abaixo fornece a quantidade de peças P1 e P2 vendidas a cada uma das empresas E1 e E2 no mês de novembro.

$$\begin{matrix} & P1 & P2 \\ E1 & \begin{bmatrix} 20 & 8 \end{bmatrix} \\ E2 & \begin{bmatrix} 15 & 12 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

A matriz $\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}$, onde x e y representam os lucros, em reais,

	Preço por tonelada
G1	120
G2	180

obtidos pela fábrica, no referido mês, com a venda das peças às empresas E1 e E2, respectivamente, é:

a) $\begin{bmatrix} 35 \\ 20 \end{bmatrix}$

- b) $\begin{bmatrix} 90 \\ 48 \end{bmatrix}$
- c) $\begin{bmatrix} 76 \\ 69 \end{bmatrix}$
- d) $\begin{bmatrix} 84 \\ 61 \end{bmatrix}$
- e) $\begin{bmatrix} 28 \\ 27 \end{bmatrix}$

19) (UERJ-2006) Três barracas de frutas, B_1 , B_2 e B_3 , são propriedade de uma mesma empresa. Suas vendas são controladas por meio de uma matriz, na qual cada elemento b_{ij} representa a soma dos valores arrecadados pelas barracas B_i e B_j , em milhares de reais, ao final de um determinado dia de feira.

$$B = \begin{bmatrix} x & 1,8 & 3,0 \\ a & y & 2,0 \\ d & c & z \end{bmatrix}$$

Calcule, para esse dia, o valor, em reais:

- a) arrecadado a mais pela barraca B_3 em relação à barraca B_2
 b) arrecadado em conjunto pelas três barracas.

20) (UFC-2006) As matrizes A e B são quadradas de ordem

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

4 e tais que $AB = BA$. Determine a matriz BA .

21) (Vunesp-2006) Sejam $A = \begin{bmatrix} x-2y & 1 \\ 3x+y & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ matrizes reais.

- a) Calcule o determinante de A , $\det(A)$, em função de x e y , e represente no plano cartesiano os pares ordenados (x, y) que satisfazem a inequação $\det(A) \leq \det(B)$.
 b) Determine x e y reais, de modo que $A + 2B = C$.

22) (Mack-2006) Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} x & 2 \\ y & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, se $A \cdot B = B \cdot A$, então

- a) $x \cdot y = 10$
 b) $\frac{x}{y} = 3$
 c) $\log_y x = 2$
 d) $x + y = 8$
 e) $x = \frac{1}{2}y$

23) (Mack-2004) Se o produto de matrizes $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$

é a matriz nula, $x + y$ é igual a:

a) 0
 b) 1
 c) -1
 d) 2
 e) -2

24) (UFV-2005) Sejam as matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ e $M =$

$\begin{pmatrix} x & -1 \\ -1 & y \end{pmatrix}$, onde x e y são números reais e M é a matriz inversa de A . Então o produto $x \cdot y$ é:

- a) $\frac{3}{2}$
 b) $\frac{2}{3}$
 c) $\frac{1}{2}$
 d) $\frac{3}{4}$
 e) $\frac{1}{4}$

25) (Vunesp-2006) Numa pequena cidade realizou-se uma pesquisa com certo número de indivíduos do sexo masculino, na qual procurou-se obter uma correlação entre a estatura de pais e filhos. Classificaram-se as estaturas em 3 grupos: alta (A), média (M) e baixa (B). Os dados obtidos na pesquisa foram sintetizados, em termos de probabilidades, na matriz

		Filho		
		A	M	B
Pai	A	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
	M	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$
	B	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$

O elemento da primeira linha e segunda coluna da matriz, que é $\frac{1}{4}$, significa que a probabilidade de um filho de pai

alto ter estatura média é $\frac{1}{4}$. Os demais elementos interpretam-se similarmente. Admitindo-se que essas probabilidades continuem válidas por algumas gerações, a probabilidade de um neto de um homem com estatura média ter estatura alta é:

- a) $\frac{13}{32}$

- 9
 b) $\frac{64}{3}$
 c) $\frac{4}{25}$
 d) $\frac{64}{13}$
 e) 16

26) (IBMEC-2005) Uma agência de propaganda utiliza nas campanhas publicitárias que elabora para seus clientes três tipos de material para divulgação em papel:

- impresso tipo PB, em preto e branco no papel simples,
- impresso tipo CK, colorido no papel simples,
- impresso tipo CKX, colorido no papel mais grosso.

Para fazer este tipo de trabalho, a agência contrata normalmente três gráficas, que cobram preços unitários diferentes para cada tipo de impressão conforme tabela abaixo.

Tabela 1

Tipo	PB	CK	CKX
Gráfica A	R\$2,00	R\$3,00	R\$4,00
Gráfica B	R\$3,00	R\$3,00	R\$4,00
Gráfica C	R\$1,00	R\$2,00	R\$6,00

- a) Determine a gráfica que, para fazer 300 impressões do tipo PB, 150 do tipo CK e 200 do tipo CKX apresentaria o menor custo.
 b) No último ano, a agência fez 25% dos seus impressos com a gráfica A, 45% com a gráfica B e o restante com a gráfica C. Supondo que, em cada campanha deste último ano, a agência sempre fez os três tipos de impressão com a mesma gráfica e que os preços unitários foram os valores dados na Tabela 1, determine o custo unitário médio que a agência teve com cada tipo de impressão.

27) (Vunesp-2005) Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & x \\ y & z \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 36 & 45 \end{bmatrix}$, com x, y, z números reais.

Se $A \cdot B = C$, a soma dos elementos da matriz A é:

- a) 9.
 b) 40.
 c) 41.
 d) 50.
 e) 81.

28) (FMTM-2005) A matriz $A = (a_{ij})_{20 \times 20}$ indica a pontuação das 20 equipes que disputaram um torneio de futebol por

cada um dos jogos. Em relação às regras do torneio e à matriz A, sabe-se que:

- as equipes jogaram entre si uma única vez no torneio;
 - em cada jogo, cada equipe ganhou 3 pontos por vitória, 1 por empate ou 0 por derrota;
 - foi considerada campeã a equipe que totalizou o maior número de pontos;
 - as equipes foram numeradas de 1 a 20;
 - a_{ij} representa os pontos ganhos pela equipe i no jogo contra a equipe j , sendo que para $i = j$ adota-se $a_{ij} = 0$;
 - cada uma das 20 equipes empatou ao menos um jogo.
- Sabendo-se que a equipe número 5 foi a campeã do torneio,

com um total de 48 pontos, é correto afirmar que $\sum_{i=1}^{20} a_{i5}$ é igual a

- a) 6.
 b) 9.
 c) 10.
 d) 12.
 e) 15.

29) (Santa Casa-1980) Se uma matriz quadrada A é tal que $A^t = -A$, ela é chamada matriz anti-simétrica. Sabe-se que M é anti-simétrica e

$$M = \begin{bmatrix} 4+a & \dots & \dots \\ a & b+2 & \dots \\ b & c & 2c-8 \end{bmatrix}$$

Obs. M: Matriz quadrada

de ordem 3.

Os termos a_{12} , a_{13} e a_{23} da matriz M valem, respectivamente:

- a) -4, -2 e 4
 b) 4, 2 e -4
 c) 4, -2 e -4
 d) 2, -4 e 2
 e) n.d.a.

30) (Santana-1983) Se a matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & y \\ x & 1 & 0 \\ x+1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ é simétrica, então x^{-y} é igual a:

- a) $\frac{1}{9}$
 b) $\frac{1}{8}$
 c) 1
 d) 8
 e) 9

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & y \\ x & 4 & 5 \\ 3 & z & 6 \end{pmatrix}$$

31) (UFRS-1981) Se a matriz for simétrica, então $x + y + z$ é:

- a) 7
- b) 9
- c) 10
- d) 11
- e) 12

32) (Mack-1996) Sejam as matrizes a seguir

$$\begin{cases} A = (a_{ij})_{4 \times 3}, a_{ij} = i^j \\ B = (b_{ij})_{3 \times 4}, b_{ij} = j^i \end{cases}$$

Se $C = A \cdot B$, então c_{33} vale:

- a) 3
- b) 14
- c) 39
- d) 84
- e) 25

33) (FEI-1996) Considere as matrizes A e B a seguir :

$$A = \begin{bmatrix} a & 2a \\ 0 & 2a \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 2b & -2b \\ 0 & b \end{bmatrix}$$

Se a inversa da matriz A é a matriz B então:

- a) $a = 0$ ou $b = 0$
- b) $ab = 1$
- c) $ab = \frac{1}{2}$
- d) $a = 0$ e $b = 0$
- e) $a + b = \frac{1}{2}$

34) (FEI-1994) Se as matrizes $A = (a_{ij})$ e $B = (b_{ij})$ estão assim definidas:

$$\begin{cases} a_{ij} = 1 & \text{se } i = j \\ a_{ij} = 0 & \text{se } i \neq j \\ b_{ij} = 1 & \text{se } i + j = 4 \\ b_{ij} = 0 & \text{se } i + j \neq 4 \end{cases}$$

onde $1 \leq i, j \leq 3$, então a matriz $A + B$ é:

- a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- b) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

35) (Mack-2005) Considere as matrizes A e B, tais que $A =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \text{ e } A \cdot B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 8 \\ 11 & 3 & 21 \end{pmatrix}$$

. A soma dos elementos da primeira coluna da matriz B é igual a:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

36) (UFC-2004) O valor de a para que a igualdade matricial

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

seja verdadeira é:

- a) 1
- b) 2
- c) 0
- d) -2
- e) -1

37) (FGV-2004) É dada a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 \\ -1 & 4 & -3 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}$

a) Se $B = A^t - \frac{3}{2}A$, onde A^t a matriz transposta de A e $B =$

$$\begin{bmatrix} \frac{y}{x} & -10 & 5x + 7y \\ \frac{15}{2} & \frac{x}{y} & \frac{7}{2} \\ 2 & \frac{3y}{x} & 3x + 7y \end{bmatrix}$$

determine o número real w , tal que $w = |x \cdot y|$

b) Considere a matriz C, tal que $C = -\frac{3}{2}A^t$. Encontre o valor do número real p , sendo p o determinante da matriz $C \cdot A^{-1}$, isto é, $p = \det(C \cdot A^{-1})$ e A^{-1} matriz inversa da matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, a$$

38) (FGV-2004) Com relação à matriz opção correta é:

- a) $A^{24} = I_2$, sendo I_2 a matriz identidade de ordem 2.
- b) $A^{22} = I_2$, sendo I_2 a matriz identidade de ordem 2.
- c) $A^{21} = A$
- d) $A^{21} = A^2$
- e) $A^{22} = A^2$

39) (FGV-2004) Seja a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. A soma dos elementos da matriz A^{100} é

- a) 102.
- b) 118.
- c) 150.
- d) 175.
- e) 300.

40) (UFSCar-2004) A matriz $M = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ está sendo usada para representar as coordenadas dos vértices $A(0, 0)$, $B(2, 0)$ e $C(4, 3)$ de um triângulo ABC. Multiplicando-se M por uma constante $k > 0$, a matriz resultante da operação indicará os vértices do triângulo $A'B'C'$, de acordo com o mesmo padrão anterior de representação. Em tais condições, a área do triângulo $A'B'C'$ será igual a

- a) $3k$
- b) $6k$
- c) k^2
- d) $3k^2$
- e) $6k^2$

41) (Fatec-2003) Seja a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & b \\ a & 1 \end{bmatrix}$ tal que

$$A^2 = \begin{bmatrix} -19 & -8 \\ 10 & -19 \end{bmatrix}$$

É verdade que $a + b$ é igual a

- a) 0
- b) 1
- c) 9
- d) -1
- e) -9

42) (FGV-2003) a) Discuta, em função de m, o sistema nas incógnitas x e y:

$$\begin{cases} mx + y = 4 \\ x + my = 6 \end{cases}$$

b) Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} k & 0 \\ m & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ para que valores de k e m, a matriz A é a inversa de B?

43) (UFPR-1995) Considere a matriz $A[a_{ij}]$, de ordem 4×4 , cujos elementos são mostrados a seguir.

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \neq j \\ 0, & \text{se } i = j \end{cases}$$

É correto afirmar que:

- 01. Na matriz A, o elemento a_{23} é igual ao elemento a_{32} .
- 02. Os elementos da diagonal principal da matriz A são todos nulos.
- 04. O determinante da matriz A é igual a -4.
- 08. Se a matriz B é $[1 \ -1 \ 1 \ -1]$, então o produto B.A é a matriz -B.
- 16. Sendo I a matriz identidade de ordem 4, a matriz $A+I$ possui todos os elementos iguais a 1.

Marque como resposta a soma dos itens corretos.

44) (UEL-2003) Uma nutricionista recomendou aos atletas de um time de futebol a ingestão de uma quantidade mínima de certos alimentos (fruta, leite e cereais) necessária para uma alimentação sadia. A matriz D fornece a quantidade diária mínima (em gramas) daqueles alimentos. A matriz M fornece a quantidade (em gramas) de proteínas, gorduras e carboidratos fornecida por cada grama ingerida dos alimentos citados.

$$D = \begin{bmatrix} 200 \\ 300 \\ 600 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{fruta} \\ \text{leite} \\ \text{cereais} \end{matrix}$$

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{fruta} & \text{leite} & \text{cereais} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{proteínas} \\ \text{gorduras} \\ \text{carboidratos} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,006 & 0,033 & 0,108 \\ 0,001 & 0,035 & 0,018 \\ 0,084 & 0,052 & 0,631 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

A matriz que mostra a quantidade diária mínima (em gramas) de proteínas, gorduras e carboidratos fornecida pela ingestão daqueles alimentos é:

- a) $\begin{bmatrix} 18,20 \\ 36,30 \\ 454,20 \end{bmatrix}$
- b) $\begin{bmatrix} 29,70 \\ 16,20 \\ 460,20 \end{bmatrix}$
- c) $\begin{bmatrix} 48,30 \\ 36,00 \\ 432,40 \end{bmatrix}$
- d) $\begin{bmatrix} 51,90 \\ 48,30 \\ 405,60 \end{bmatrix}$
- e) $\begin{bmatrix} 75,90 \\ 21,50 \\ 411,00 \end{bmatrix}$

45) (UFSCar-2003) Sejam as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ \log 0,1 & 5 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} \log 0,01 & 0 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$$

Calcule:

- a) o determinante da matriz (B - A).
b) a matriz inversa da matriz (B - A).

46) (Mauá-2002) Para acessar suas contas correntes via Internet, os clientes de um banco devem informar x: número do banco; y: número da agência; r: número da conta corrente; s: senha de acesso. Para garantir a segurança desses dados, que trafegam pela Internet, a matriz de

informação $I = \begin{pmatrix} x & y \\ r & s \end{pmatrix}$ é pré-multiplicada por $A =$

$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$. Assim, a informação que trafega pela rede é I.A. Se um cliente digitar x=1; y=57; r=819 e s=1346, qual será a informação que trafegará pela Internet?

47) (ESPM-1995) Considere as matrizes:

- I. $A = (a_{ij})$, 3x6, definida por $a_{ij} = i-j$
II. $B = (b_{ij})$, 6x8, definida por $b_{ij} = i$
III. $C = (c_{ij})$, $C = A.B$

O elemento c_{43} é:

- a) -64
b) -12
c) -9
d) 12
e) Não existe

48) (AFA-1999) Se os elementos da matriz $A_{3 \times 4}$ são definidos por $a_{ij} = 2i - j$, então, o elemento b_{23} da matriz $B = 2^{-1}A.A^t$ é

- a) 1.
b) 7.
c) 10.
d) 13.

49) (UFRN-2002) Dada a matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ podemos afirmar que:

a) $M^{50} = M.M.M....M = M$
50 vezes

b) $\text{DET}(M) = \frac{1}{2}$

c) $M.X = 0 \Leftrightarrow M = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

d) $M^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$

$$\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

50) (Vunesp-1999) Seja $A =$

a) Justifique, através do cálculo do determinante, que A é inversível.

b) Mostre que $A^{-1} = A^t$

51) (FGV-1998) Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$. Obtenha as matrizes:

a) $A^2 + A^3$

b) $\sum_{l=1}^{10} A^l$

52) (Vunesp-1994) Determine os valores de x, y e z na igualdade a seguir, envolvendo matrizes reais 2x2:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & x \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-y & 0 \\ x & z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z-4 & 0 \\ y-z & 0 \end{bmatrix}$$

53) (UFPR-1995) Considere a matriz $A[a_{ij}]$, de ordem 4x4, cujos elementos são mostrados a seguir.

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \neq j \\ 0, & \text{se } i = j \end{cases}$$

É correto afirmar que:

01. Na matriz A, o elemento a_{23} é igual ao elemento a_{32} .
02. Os elementos da diagonal principal da matriz A são todos nulos.
04. O determinante da matriz A é igual a -4.
08. Se a matriz B é $[1 \ -1 \ 1 \ -1]$, então o produto B.A é a matriz -B.
16. Sendo I a matriz identidade de ordem 4, a matriz $A+I$ possui todos os elementos iguais a 1.

Marque como resposta a soma dos itens corretos.

54) (UECE-1996) Sejam as matrizes M_1 e M_2 a seguir e considere a operação entre estas matrizes:

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, M_2 = \begin{pmatrix} p & q \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } M_2 \cdot M_1 - M_1 \cdot M_2 = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

Nessas condições $p + q$ é igual a:

- 5
- 6
- 7
- 8.

55) (UECE-2002) A solução da equação matricial

$$\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

é:

a) $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

56) (UFSCar-2002) Seja a matriz $M = (m_{ij})_{2 \times 3}$, tal que $m_{ij} = j^2 - i^2$.

- Escreva M na forma matricial.
- Seja M^t a matriz transposta de M , calcule o produto $M \cdot M^t$.

57) (UFPR-2002) Para cada número x , considere as

matrizes: $A = \begin{pmatrix} x-1 & 1 \\ -1 & x-1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} x+1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Então, é correto afirmar:

- Se $x = 0$, então $A + B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- Se $x = 1$, então $AB = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.
- Existe número real x tal que $\det A = \det B$.
- Existe número real x tal que A é inversa de B .
- O número complexo $1+i$ é raiz da equação $\det A = 0$.
- $(\det A)(\det B)$ é um polinômio cujas raízes têm soma igual a 3.

58) (Vunesp-2002) Considere três lojas, L_1, L_2 e L_3 , e três tipos de produtos, P_1, P_2 e P_3 . A matriz a seguir descreve a quantidade de cada produto vendido por cada loja na primeira semana de dezembro. Cada elemento a_{ij} da matriz indica a quantidade do produto P_i vendido pela loja L_j , $i, j = 1, 2, 3$.

$$\begin{matrix} & L_1 & L_2 & L_3 \\ P_1 & 30 & 19 & 20 \\ P_2 & 15 & 10 & 8 \\ P_3 & 12 & 16 & 11 \end{matrix}$$

- Analisando a matriz, podemos afirmar que
- a quantidade de produtos do tipo P_2 vendidos pela loja L_2 é 11.
 - a quantidade de produtos do tipo P_1 vendidos pela loja L_3 é 30.
 - a soma das quantidades de produtos do tipo P_3 vendidos pelas três lojas é 40.
 - a soma das quantidades de produtos do tipo P_1 vendidos pelas lojas L_i , $i = 1, 2, 3$, é 52.
 - a soma das quantidades dos produtos dos tipos P_1 e P_2 vendidos pela loja L_1 é 45.

59) (Fuvest-1999) Se as matrizes $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ são tais que $AB = BA$, pode-se afirmar que

- A é inversível
- $\det A = 0$
- $b = 0$
- $c = 0$
- $a = d = 1$

60) (Fuvest-2004) Uma matriz real A é ortogonal se $A \cdot A^t = I$, onde I indica a matriz identidade e A^t indica a transposta

de A . Se $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & x \\ y & z \end{bmatrix}$ é ortogonal, então $x^2 + y^2$ é igual a:

- $\frac{1}{4}$
- $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\frac{3}{2}$

61) (Unifesp-2003) Uma indústria farmacêutica produz, diariamente, p unidades do medicamento X e q unidades do medicamento Y , ao custo unitário de r e s reais, respectivamente. Considere as matrizes M , 1×2 , e N , 2×1 :

$$M = [2p \quad q] \text{ e } N = \begin{bmatrix} r \\ 2s \end{bmatrix}$$

A matriz produto $M \cdot N$ representa o custo da produção de

- 1 dia.
- 2 dias.

- c) 3 dias.
d) 4 dias.
e) 5 dias.

62) (Mack-2005) O traço de uma matriz quadrada é a soma dos elementos de sua diagonal principal. O traço da matriz $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$, tal que $a_{ij} = i^j$, é:

- a) 3^3 .
b) 2^5 .
c) 5^2 .
d) 4^3 .
e) 2^6 .

63) (ESPM-2005) Uma matriz quadrada de ordem 3 é tal que o elemento situado na linha x e coluna y vale $3x - 2y$. Com relação à inversa dessa matriz, pode-se afirmar que:

- a) O elemento situado na linha x e coluna y vale $2x - 3y$
b) O elemento situado na linha x e coluna y vale $2x + 3y$
c) O elemento situado na linha x e coluna y vale $2y - 3x$
d) O elemento situado na linha x e coluna y vale $3y - 2x$
e) Essa matriz não tem inversa

64) (UFRS-1984) A matriz $A = (a_{ij})$, de segunda ordem, é definida por $a_{ij} = 2i - j$. Então, $A - A^t$ é:

- a) $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$
b) $\begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$
c) $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$
d) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$
e) $\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

65) (UFSE-1984) São dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $B =$

$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$. A matriz $X = A^t + 2B$, onde A^t é a matriz transposta de A , é igual a:

- a) $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$
b) $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$
c) $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

- d) $\begin{bmatrix} 4 & -4 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$
e) $\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

66) (Vunesp-2003) Sejam A e B duas matrizes quadradas de mesma ordem. Em que condição pode-se afirmar que $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$?

- a) Sempre, pois é uma expansão binomial.
b) Se e somente se uma delas for a matriz identidade.
c) Sempre, pois o produto de matrizes é associativo.
d) Quando o produto AB for comutativo com BA .
e) Se e somente se $A = B$.

67) (FGV-2003) Sejam A , B e C matrizes quadradas de ordem 3 e 0 a matriz nula também de ordem 3. Assinale a alternativa correta:

- a) Se $AB = 0$ então $A = 0$ ou $B = 0$
b) $\det(2A) = 2 \det(A)$
c) Se $AB = AC$ então $B = C$
d) $A(BC) = (AB)C$
e) $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$

68) (UEL-2002) Sendo A uma matriz $m \times n$ e B uma matriz $p \times q$, é correto afirmar que

- a) $(A^t)^t = A$ e $(B^t)^t = B$
b) Sempre é possível efetuar $(A + B)$
c) Se $n = p$, então $A \cdot B = B \cdot A$
d) Sempre é possível efetuar o produto $A \cdot B$
e) Se $n = p$, então $A \cdot B^t = B^t \cdot A$

69) (FGV-2003) A , B e C são matrizes quadradas de ordem 3, e I é a matriz identidade de mesma ordem. Assinale a alternativa correta:

- a) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
b) $B \cdot C = C \cdot B$
c) $(A + B) \cdot (A - B) = A^2 - B^2$
d) $C \cdot I = C$
e) $I \cdot A = I$

70) (FAZU-2001) Se a matriz $\begin{bmatrix} 2x+5 & -x \\ -x & -5 \end{bmatrix}$ não é invertível, então o valor de x é:

- a) 5
b) 10
c) -5
d) -10
e) 0

71) (Vunesp-1999) Se A , B e C forem matrizes quadradas quaisquer de ordem n , assinale a única alternativa verdadeira:

- a) $AB = BA$.
b) Se $AB = AC$, então $B = C$.
c) Se $A^2 = O_n$ (matriz nula), então $A = O_n$.
d) $(AB)C = A(BC)$.
e) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

72) (UFRJ-1999) Antônio, Bernardo e Cláudio saíram para tomar chope, de bar em bar, tanto no sábado quanto no domingo. As matrizes a seguir resumem quantos chopos cada um consumiu e como a despesa foi dividida:

$$S = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

S refere-se às despesas de sábado e D às de domingo. Cada elemento a_{ij} nos dá o número de chopos que i pagou para j , sendo Antônio o número 1, Bernardo o número 2 e Cláudio o número 3 (a_{ij} representa o elemento da linha i , coluna j de cada matriz).

Assim, no sábado Antônio pagou 4 chopos que ele próprio bebeu, 1 chope de Bernardo e 4 de Cláudio (primeira linha da matriz S).

- a) Quem bebeu mais chope no fim de semana?
b) Quantos chopos Cláudio ficou devendo para Antônio?

73) (UniAra-2001) Sobre as sentenças:

- I. O produto de matrizes $A_{4 \times 3} \cdot B_{3 \times 2}$ é uma matriz 4×3
II. A soma de matrizes $A_{2 \times 3} + B_{2 \times 3}$ é uma matriz 2×3
III. A soma de matrizes $A_{2 \times 3} + B_{3 \times 2}$ é uma matriz 2×2

É verdade que:

- a) somente a II é falsa
b) somente a I é falsa
c) I, II e III, são falsas
d) I e III são falsas
e) somente a III é falsa

74) (UEL-1995) Sejam as matrizes A e B, respectivamente, 3×4 e $p \times q$. Se a matriz $A \cdot B$ é 3×5 , então é verdade que:

- a) $p = 5$ e $q = 5$
b) $p = 4$ e $q = 5$
c) $p = 3$ e $q = 5$
d) $p = 3$ e $q = 4$
e) $p = 3$ e $q = 3$

Gabarito

$$1) \text{ a) } \det M = 1 \text{ e } M^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta & 0 \\ \text{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \text{sen}\theta \\ 3 \end{bmatrix} \rightarrow x = \cos\theta; y = \text{sen}\theta \text{ e } z=3.$$

$$2) \text{ Resposta : } \frac{-2}{11}$$

Para obter um elemento específico da matriz inversa, o ideal é usar o método de obter a matriz inversa via matriz adjunta.

3) Alternativa: A

$$4) \text{ a) } \theta = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{b) } \alpha = \frac{\pi}{6}, \beta = \frac{\pi}{12} \text{ ou } \beta = \frac{5\pi}{12}$$

5) Alternativa: B

6) Resposta

a) Se $AB = BA$, então $B^{-1}AB = B^{-1}BA = B^{-1}AB B^{-1} = B^{-1}BA$
 $B^{-1} = B^{-1}A.I = I.A.B^{-1} = B^{-1}A = A.B^{-1}$, ou seja, $AB^{-1} = B^{-1}A$

$$\text{b) } A^2 + 2AB - B = 0$$

$$(A^2 + 2AB - B).B^{-1} = 0.B^{-1}$$

$$A.(AB^{-1}) + 2A - I = 0$$

$$A.[AB^{-1} + 2I] = I$$

$$\text{Assim, } \det(A.[AB^{-1} + 2I]) = \det I$$

$$\det A . \det(AB^{-1} + 2I) = 1$$

Assim, concluímos que $\det A \neq 0$, portanto A é inversível.

7) Alternativa: D e E

Ambas representam a mesma matriz, pois $1000.(Q^t)^{-1}.P = (Q^{-1})^t.P.1000$

$$8) M^{2003} = I - M$$

(obtenha as potências de M e perceba que elas formam uma seqüência de período 6, portanto $M^{2003} = M^5$)

9) Alternativa: A

Dica: perceba que a matriz X precisa ser do tipo (1x2).

$$10) \text{ a) } A(x).A(x) = \begin{bmatrix} 1 & \text{sen}2x \\ \text{sen}2x & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{b) } x \in \{0, 2\pi\}$$

11) Alternativa: E

$$12) \text{ a) } \text{Seja } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ e } A^t = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{ temos } B = \frac{1}{2}(A +$$

$$A^t) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2a & b+c \\ b+c & 2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & \frac{b+c}{2} \\ \frac{b+c}{2} & d \end{bmatrix}$$

$$\text{Como } B^t = \begin{bmatrix} a & \frac{b+c}{2} \\ \frac{b+c}{2} & d \end{bmatrix} = B \text{ então B é matriz simétrica.}$$

$$\text{Seja } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ e } A^t = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{ temos } C = \frac{1}{2}(A - A^t) =$$

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & b-c \\ c-b & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{b-c}{2} \\ \frac{c-b}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Como } C^t = \begin{bmatrix} 0 & \frac{c-b}{2} \\ \frac{b-c}{2} & 0 \end{bmatrix} = -C \text{ então C é matriz anti-simétrica.}$$

b) Se A, B e C são matrizes 2x2, B é matriz simétrica dada por $B = \frac{1}{2}(A + A^t)$ e C é anti-simétrica dada por $C = \frac{1}{2}(A - A^t)$ temos que $B + C = \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}A^t + \frac{1}{2}A - \frac{1}{2}A^t = \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}A = A$.

Logo, podemos dizer que qualquer matriz A do tipo 2x2 é a soma uma matriz simétrica com uma anti-simétrica devidamente escolhidas.

$$13) \text{ a) } A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

b) Isso acontece com matrizes do tipo $\begin{bmatrix} -a & b \\ c & a \end{bmatrix}$ com determinante -1, pois:

$$\text{Se } A = A^{-1} = \begin{bmatrix} -a & b \\ c & a \end{bmatrix} \text{ e } A . A^{-1} = I, \text{ então } \begin{bmatrix} -a & b \\ c & a \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -a & b \\ c & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^2+bc & 0 \\ 0 & a^2+bc \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow a^2+bc = 1 \Leftrightarrow -a^2-bc = -1 \Leftrightarrow \det = -1$$

14) Alternativa: C

15) Alternativa: B

16) Alternativa: B

17) a) $x = -\frac{1}{2}$

b) $\begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 2 & -8 \end{bmatrix}$

18) Alternativa: C

19) a) $\begin{cases} b_1 + b_2 = 1,8 \\ b_1 + b_3 = 3,0 \end{cases}$

$(b_1 + b_3) - (b_1 + b_2) = b_3 - b_2 = 3,0 - 1,8 = 1,2$ milhares de reais = **1.200 reais**

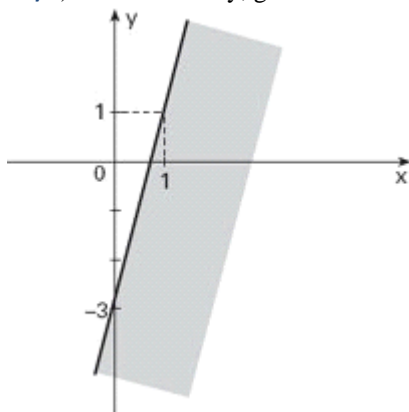
b) $\begin{cases} b_1 + b_2 = 1,8 \\ b_1 + b_3 = 3,0 \\ b_2 + b_3 = 2,0 \end{cases}$

$(b_1 + b_2) + (b_1 + b_3) + (b_2 + b_3) = 1,8 + 3,0 + 2,0$

$2b_1 + 2b_2 + 2b_3 = 6,8 \Rightarrow b_1 + b_2 + b_3 = 3,4$ milhares de reais = **3.400 reais**

20) $B.A = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$

21) a) $\det A = -4x + y$; gráfico.



b) $x = 1$ e $y = 2$.

22) Alternativa: C

23) Alternativa: C

24) Alternativa: A

25) Alternativa: A

26) a) Resposta: Gráfica C

b) Resposta: Os custos unitários médios, em reais, são 2,15, 2,70 e 4,60, respectivamente, para os tipos de impressão PB, CK e CKX.

27) Alternativa: B

28) Alternativa: A

29) Alternativa: B

30) Alternativa: B

31) Alternativa: C

32) Alternativa: D

33) Alternativa: C

34) Alternativa: D

35) Alternativa: C

36) Alternativa: B

37) a) 2

b) $p = -\frac{27}{8}$

38) Alternativa: A

39) Alternativa: A

40) Alternativa: D

41) Alternativa: B

42) a) SPD: $m \neq \pm 1$
SI: $m = \pm 1$

b) $k = \frac{1}{2}$ e $m = -\frac{1}{6}$

43) $V V F V V = 1 + 2 + 8 + 16 = 27$

44) Alternativa: E

45) $B-A = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 5 & -8 \end{bmatrix}$

a) $\det(B-A) = 40 + 10 = 50$

b) $(B-A)^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{4}{25} & \frac{1}{25} \\ -\frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \end{bmatrix}$

46) Resposta: trafegará a matriz $IA = \begin{pmatrix} 2 & 282 \\ 1638 & 4273 \end{pmatrix}$

47) Alternativa: E

48) Alternativa: D

49) Alternativa: A

50) a) Aplicando a regra de Sarrus, obtemos o determinante da matriz como sendo $\det A = 1$. Assim, a matriz é inversível, pois $\det A \neq 0$.

b) Se mostrarmos que $A \cdot A^t = I$ (identidade) então estaremos mostrando que $A^t = A^{-1}$ (pela definição de Matriz Inversa). De fato, multiplicando a matriz A pela sua transposta obtemos a identidade de ordem 3.

51) a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 5 & 10 \\ \frac{5}{2} & 5 \end{bmatrix}$

52) $x = 2, y = 2, z = 4$.

53) $V V F V V = 1+2+8+16 = 27$

54) Alternativa: C

55) Alternativa: B

56) a) $M = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$

b) $M \cdot M^t = \begin{bmatrix} 73 & 40 \\ 40 & 34 \end{bmatrix}$

57) $V - F - V - F - V - F$

58) Alternativa: E

59) Alternativa: D

60) e) Multiplique a matriz A pela sua transposta e iguale à identidade. Resolva o sistema mantendo as incógnitas x, y e z ao quadrado.

61) Alternativa: B

62) Alternativa: B

63) Alternativa: E

64) Alternativa: B

65) Alternativa: D

66) Alternativa: D

67) Alternativa: D

68) Alternativa: A

69) Alternativa: D
as alternativas **A**, **B** e **C** são falsas pois a multiplicação de matrizes não possui a propriedade comutativa. E como a matriz identidade é o elemento neutro da multiplicação, $C \cdot I = C$.

70) Alternativa: C

71) Alternativa: D

72) a) Cláudio bebeu mais (15 chopes)
b) 2 chopes.

73) Alternativa: D

74) Alternativa: B