Análise Combinatória

1) FATORIAL

Se n é um número natural $(n \geq 2)$, chamamos fatorial de n (símbolo: n!) o produto de todos os números naturais consecutivos, tomados de n até 1.

$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

Exemplos: $\begin{cases} 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \\ 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \\ 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 \end{cases}$

OBS: $0! = 1$ e $1! = 1$

2) PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM (PFC)

Se uma decisão d_1 pode ser tomada de x maneiras e se, uma vez tomada à decisão d_1, a decisão d_2 puder ser tomada de y maneiras então o número de maneiras de se tomarem as decisões d_1 e d_2 é $x \cdot y$.

3) ARRANJO SIMPLES: Dado um conjunto A, com n elementos distintos, chama-se arranjo simples dos n elementos, tomados p a p (com $p \leq n$), cada um dos agrupamentos ordenados que possam ser formados contendo, sem repetição, p elementos de A.

De modo geral, o número de arranjos simples de n elementos, tomados p a p, pode ser representado por $A_{n,p}$ ou A_n^p, cuja fórmula é dada por: $A_n^p = \dfrac{n!}{(n-p)!}$.

4) PERMUTAÇÕES SIMPLES: Dado um conjunto A com n elementos distintos, chama-se permutação simples dos n elementos cada um dos agrupamentos ordenados que podem ser formados contendo, sem repetição, todos os n elementos de A.

De modo geral, o número de permutações simples de n elementos é representado por P_n.

$$P_n = A_{n,n} = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = n!$$

5) COMBINAÇÕES SIMPLES: Dado um conjunto A, com n elementos distintos, chama-se combinação simples dos n elementos, tomados p a p (com $p \leq n$), cada um dos agrupamentos não ordenados que possam ser formados contendo, sem repetição, p elementos de A.

De modo geral, o número de combinações simples de n elementos, tomados p a p, pode ser indicado por $C_{n,p}$ ou C_n^p, cuja fórmula é dada por: $C_{n,p} = \dfrac{n!}{(n-p)! \cdot p!}$.

6) PERMUTAÇÃO COM REPETIÇÃO: Considere um conjunto com n símbolos onde um determinado símbolo repete a vezes, outro b vezes, outro c vezes, e assim por diante, com $a+b+c+\cdots=n$, então teremos que $P_n^{a,b,c,\ldots}=\dfrac{n!}{a!\cdot b!\cdot c!\cdot\ldots}$.

7) PERMUTAÇÃO CIRCULAR: Considere n objetos distintos ao redor de uma mesa circular, ou em forma de uma roda de ciranda, por exemplo, então o número de permutações circulares desses n objetos
é igual a $PC_n=\dfrac{n!}{n}=(n-1)!$.

OBS:

$$\text{Tipos de Agrupamentos}\Rightarrow\begin{cases}\text{Ordem dos objetos importa}\Rightarrow\begin{cases}\text{PFC}\\ \text{Arranjo}\\ \text{Permutação Simples}\\ \text{Permutação com repetição}\\ \text{Permutação Circular}\end{cases}\\ \text{Ordem dos objetos não importa}\Rightarrow\{\text{Combinação}\end{cases}$$