Conjuntos Numéricos

AULAS 9 e 10

Competência(s): 5

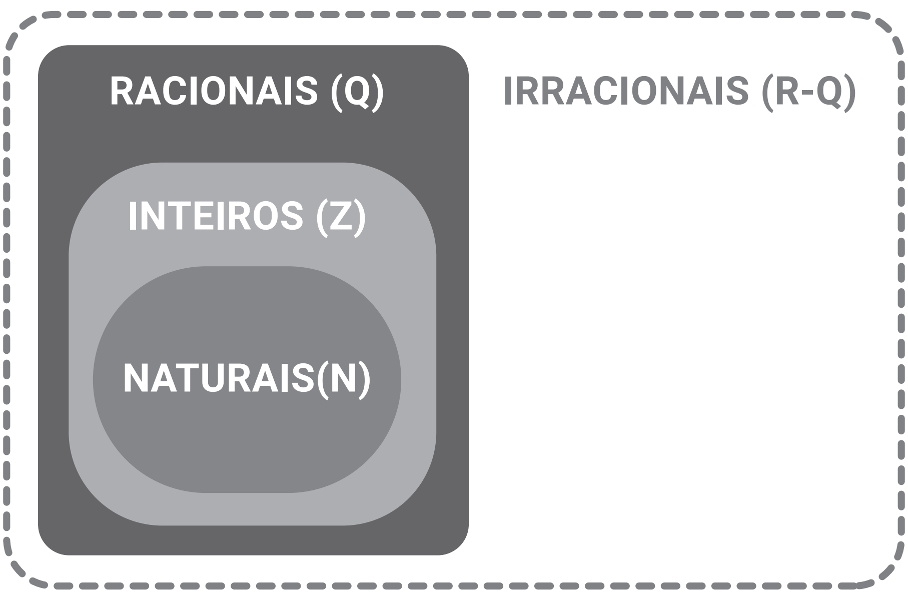
Habilidade(s): 1, 3, 4 e 5

Você deve saber!

- Conjuntos numéricos infinitos
- Conjunto dos números naturais
- Conjunto dos números inteiros
- Divisibilidade
- Conjunto dos números racionais
- Dízima periódica e fração geratriz
- Conjunto dos números irracionais
- Conjunto dos números reais

Mapeando o saber

REAIS (R)



ANOTAÇÕES

Exercícios de sala

1. (EPCAR (AFA)) Considere os seguintes conjuntos numéricos $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$, $I = \mathbb{I}\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ e considere também os seguintes conjuntos:

$A = (\mathbb{N} \cup \mathbb{I}) - (\mathbb{R} \cap \mathbb{Z})$
$B = \mathbb{Q} - \mathbb{Z} - \mathbb{N})$
$D = (\mathbb{N} \cup \mathbb{I}) \cup (\mathbb{Q} - \mathbb{N})$

Das alternativas abaixo, a que apresenta elementos que pertencem aos conjuntos A, B e D, nesta ordem, é

a) -3; $0{,}5$ e $\frac{5}{2}$

b) $\sqrt{20}$; $\sqrt{10}$ e $\sqrt{5}$

c) $-\sqrt{10}$; -5 e 2

d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 3 e $2{,}\overline{31}$

2. (FUVEST) Se x e y são dois números inteiros, estritamente positivos e consecutivos, qual dos números abaixo é necessariamente um inteiro ímpar?
a) $2x + 3y$
b) $3x + 2y$
c) $xy + 1$
d) $2xy + 2$
e) $x + y + 1$

3. (FUVEST)

O quadrinho aborda o tema de números primos, sobre os quais é correto afirmar:
a) Todos os números primos são ímpares.
b) Existem, no máximo, 7 trilhões de números primos.
c) Todo número da forma $2^n + 1$, $n \in \mathbb{N}$, é primo.
d) Entre 24 e 36, existem somente 2 números primos.
e) O número do quadrinho, 143, é um número primo.

4. (G1) (FATEC)
Sejam a e b números irracionais.
Dada as afirmações:
I) a . b é um número irracional.
II) a + b é um número irracional.
III) a - b pode ser um número racional.

Podemos concluir que:
a) as três são falsas.
b) as três são verdadeiras.
c) somente I e III são verdadeiras.
d) somente I é verdadeira.
e) somente I e II são falsas.

5. (ENEM PPL) Um estudante se cadastrou numa rede social na internet que exibe o índice de popularidade do usuário. Esse índice é a razão entre o número de admiradores do usuário e o número de pessoas que visitam seu perfil na rede.
Ao acessar seu perfil hoje, o estudante descobriu que seu índice de popularidade é 0,3121212... O índice revela que as quantidades relativas de admiradores do estudante e pessoas que visitam seu perfil são
a) 103 em cada 330.
b) 104 em cada 333.
c) 104 em casa 3.333.
d) 139 em cada 330.
e) 1.039 em cada 3.330.

6. (UNIFESP) Um número inteiro n, quando dividido por 7, deixa resto 5. Qual será o resto na divisão de $n^2 + n$ por 7?
a) 5.
b) 4.
c) 3.
d) 2.
e) 1.

ESTUDO INDIVIDUALIZADO (E.I.)

1. (PUCRS) Em nossos trabalhos com matemática, mantemos um contato permanente com o conjunto $\mathbb{R}$ dos números reais, que possui, como subconjuntos, o conjunto $\mathbb{N}$ dos números naturais, o conjunto $\mathbb{Z}$ dos números inteiros, o $\mathbb{Q}$ dos números racionais e o dos números irracionais I. O conjunto dos números reais também pode ser identificado por

a) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}$
b) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Q}$
c) $\mathbb{Z} \cup \mathbb{Q}$
d) $\mathbb{Z} \cup I$
e) $\mathbb{Q} \cup I$

2. (UNIFOR - MEDICINA)

Disponível em: <www.somatematica.com.br>. Acesso em 10 out. 2021

A temática da tirinha são os números racionais e os números irracionais, sobre os quais podemos afirmar que

a) existem números que são racionais e irracionais ao mesmo tempo, chamados números perfeitos.
b) tanto dízimas periódicas quanto dízimas não periódicas podem ser representadas na forma de fração.
c) somente os números racionais podem ser escritos na forma de fração ou de dízimas periódicas.
d) a soma de dois números irracionais é sempre um número irracional.
e) os números irracionais não fazem parte do conjunto dos números reais.

3. (G1 - IFAL) De acordo com os conjuntos numéricos, analise as afirmativas abaixo:

I. Todo número natural é inteiro.
II. A soma de dois números irracionais é sempre irracional.
III. Todo número real é complexo.
IV. Todo número racional é inteiro.

São verdadeiras as afirmativas

a) I e II.
b) I e III.
c) I e IV.
d) II e III.
e) III e IV.

4. **(G1 - UTFPR)** Indique qual dos conjuntos abaixo é constituído somente de números racionais.

a) $\{-1{,}2, \sqrt{2}, \pi\}$.

b) $\{-5{,}0, \frac{1}{2}, \sqrt{9}\}$.

c) $\{-2{,}0, \pi, \frac{2}{3}\}$.

d) $\{\sqrt{3}, \sqrt{64}, \pi, \sqrt{2}\}$.

e) $\{-1, 0, \sqrt{3}, \frac{1}{3}\}$.

5. **(G1 - CFTMG)** Considere os conjuntos X e Y definidos por $X = \{x \in \mathbb{N} \mid x$ é múltiplo de 3$\}$ e $Y = \{y \in \mathbb{Z} \mid y$ é divisor de 84$\}$.

Sobre o conjunto $A = X \cap Y$, é correto afirmar que

a) se $n \in A$ então $(-n) \in A$.
b) o conjunto A possui 4 elementos.
c) o menor elemento do conjunto A é o zero.
d) o maior elemento do conjunto A é divisível por 7.

6. **(UECE)** Se x e y sao números reais que satisfazem, respectivamente, às desigualdades $2 \leq x \leq 15$ e $3 \leq y \leq 18$, então todos os números da forma x/y possíveis, pertencem ao intervalo

a) [5, 9]
b) [2/3 , 5/6]
c) [3/2 , 6]
d) [1/9 , 5]

7. **(PUCRJ)** O número π é irracional e aproximadamente igual a 3,1415926535. Como para qualquer número irracional, existem boas aproximações racionais de π.
Dentre os racionais abaixo, assinale o que estiver mais próximo de π, ou seja, aquele para o qual a distância for mínima.

a) 3
b) 31/10
c) 25/8
d) 22/7

8. **(UECE)** A quantidade de números inteiros positivos n, que satisfazem a desigualdade: $\frac{3}{7} < \frac{n}{14} < \frac{2}{3}$ é

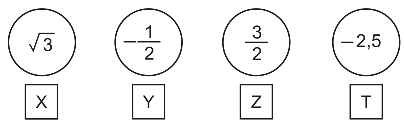
a) 2.
b) 3.
c) 4.
d) 5.

9. **(Uerj)** O segmento XY, indicado na reta numérica abaixo, está dividido em dez segmentos congruentes pelos pontos A, B, C, D, E, F, G, H e I.

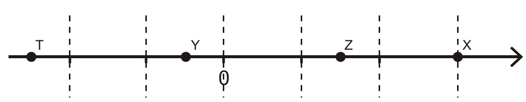
Admita que X e Y representem, respectivamente, os números $\frac{1}{6}$ e $\frac{3}{2}$.
O ponto D representa o seguinte número:

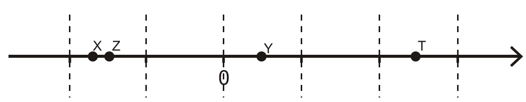
a) $\frac{1}{5}$
b) $\frac{8}{15}$
c) $\frac{17}{30}$
d) $\frac{7}{10}$

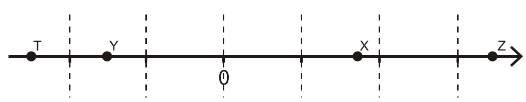
10. **(ENEM PPL)** Em um jogo educativo, o tabuleiro é uma representação da reta numérica e o jogador deve posicionar as fichas contendo números reais corretamente no tabuleiro, cujas linhas pontilhadas equivalem a 1 (uma) unidade de medida. Cada acerto vale 10 pontos.
Na sua vez de jogar, Clara recebe as seguintes fichas:



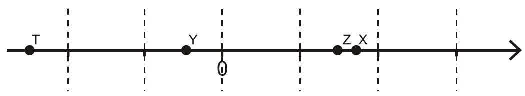
Para que Clara atinja 40 pontos nessa rodada, a figura que representa seu jogo, após a colocação das fichas no tabuleiro, é:

a)


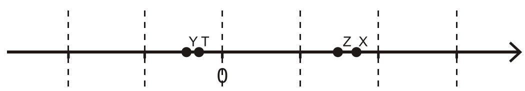
b)


c)


d)



e)



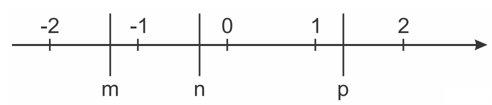
11. (FUVEST) O número real x, que satisfaz $3 < x < 4$, tem uma expansão decimal na qual os 999.999 primeiros dígitos à direita da vírgula são iguais a 3. Os 1.000.001 dígitos seguintes são iguais a 2 e os restantes são iguais a zero.
Considere as seguintes afirmações:

I. x é irracional.
II. $x \geq \frac{10}{3}$
III. $x \cdot 10^{2.000.000}$ é um inteiro par.

Então,

a) nenhuma das três afirmações é verdadeira.
b) apenas as afirmações I e II são verdadeiras.
c) apenas a afirmação I é verdadeira.
d) apenas a afirmação II é verdadeira.
e) apenas a afirmação III é verdadeira.

12. (EPCAR (AFA)) Na reta dos números reais abaixo, estão representados os números m, n e p.



Analise as proposições a seguir e classifique-as em V (VERDADEIRA) ou F (FALSA).

( ) $\sqrt{\frac{m-n}{p}}$ não é um número real.
( ) $(p + m)$ pode ser um número inteiro.
( ) $\frac{p}{n}$ é, necessariamente, um número racional.

A sequência correta é

a) V – V – F
b) F – V – V
c) F – F – F
d) V – F – V

13. (UFRGS) Considere as seguintes afirmações sobre números racionais.

I. Se $0 < \frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, então $(\frac{a}{b})^2 < (\frac{c}{d})^2$.
II. Se $\frac{a}{b} < 0 < \frac{c}{d}$ então $\frac{c}{d} + \frac{a}{b} > 0$.
III. Toda fração da forma $\frac{a}{b}$ é irredutível.

Quais estão corretas?

a) Apenas I.
b) Apenas II.
c) Apenas III.
d) Apenas II e III.
e) I, II e III.

14. (UFRGS) Sendo a e b números reais quaisquer, considere as seguintes afirmações.

I. $(a - b)^2 \geq 0$.
II. Se $a > b$ então $a^3 > b^3$.
III. Se $a > b > 1$ então $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > 1$.

Quais afirmações estão corretas?

a) Apenas I.
b) Apenas II.
c) Apenas III.
d) Apenas I e II.
e) I, II e III.

15. (UFRGS) Sendo a e b números reais, considere as afirmações a seguir.

I. Se $a < b$ então $-a > -b$.
II. Se $a > b$ então $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.
III. Se $a < b$ então $a^2 < b^2$.

Quais estão corretas?

a) Apenas I.
b) Apenas II.
c) Apenas III.
d) Apenas I e II.
e) I, II e III.

16. (G1) Complete com os símbolos $\subset$, $\not\subset$, $\in$, $\notin$ de modo a tornar verdadeira cada uma das sentenças a seguir:

a) 7,33__________$\mathbb{Q}$
b) $\mathbb{N}$____________$\mathbb{Q}$
c) 0,7____________$\mathbb{Z}$
d) $\frac{7}{5}$____________$\mathbb{N}$
e) $\mathbb{N}$____________$\mathbb{Z}$
f) $\mathbb{Q}$____________$\mathbb{Z}$
g) $2,\overline{48}$__________$\mathbb{Q}$
h) $\frac{-4}{2}$____________$\mathbb{N}$

17. (G1) Obtenha as geratrizes das seguintes dízimas periódicas. Use o dispositivo prático.

a) -2,0313131....
b) 5,121212....

18. (UERJ) O proprietário de uma lanchonete vai ao supermercado comprar sardinha e atum enlatados. Cada lata de sardinha pesa 400 g; e cada lata de atum, 300 g. Como sua bolsa de compras suporta até 6,5 kg, ele decide comprar exatamente 6 kg dessas latas. Sabe-se que foi comprada pelo menos uma lata de cada pescado.

Determine o maior número possível de latas que o proprietário da lanchonete poderá comprar.

19. (G1 - CP2) Considere um número natural N e multiplique seus algarismos. Repita o processo até que o resultado seja um único algarismo. Chame esse algarismo de "resíduo" do número N.
Por exemplo, o "resíduo" de 714 é 6, porque 7.1.4 = 28 → 2.8 = 16 → 1.6 = 6

a) Qual é o resíduo de 7381?

b) Analise cada afirmação a seguir, classificando-a como verdadeira (V) ou falsa (F):
(   ) Em um número de dois algarismos cujo algarismo da unidade é 1, o resíduo é o algarismo de sua dezena.
(   ) O resíduo de um número par é sempre par.
(   ) Os resíduos de números formados apenas pelo algarismo 3 são sempre ímpares.

c) Qual é o maior número formado por quatro algarismos diferentes cujo resíduo é ímpar? Justifique sua resposta.

20. (FUVEST) Um número inteiro positivo n de 4 algarismos decimais satisfaz às seguintes condições:

I) a soma dos quadrados dos 1º. e 4º. algarismos é 58;
II) a soma dos quadrados dos 2º. e 3º. algarismos é 52;
III) se deste número n subtrairmos o número 3816, obteremos um número formado pelos mesmos algarismos do número n, mas na ordem contrária.

Qual é esse número?

Gabarito

1. E	**2.** C	**3.** B	**4.** B	**5.** D
6. D	**7.** D	**8.** B	**9.** D	**10.** D
11. E	**12.** A	**13.** A	**14.** D	**15.** A

16.
a) ∈
b) ⊂
c) ∉
d) ∉
e) ⊂
f) ⊄
g) ∈
h) ∉

17.
a) -2011/990
b) 5116/999

18.
Sejam s e a, respectivamente, o número de latas de sardinha e o número de latas de atum, com s ≥ 1, a ≥ 1 e Logo, vem 300s + 400a = 6000 ⇔ a = $\frac{60-3s}{4}$.

Para que o total de latas seja máximo, o número de latas de atum deve ser mínimo e o de sardinhas deve ser máximo. Assim, vem s = 16 e a = 3. Em consequência, a resposta é s + a = 19.

19.
a) 6
b) V - V - F
c) 9751. Para que o resíduo seja ímpar, os algarismos do número deverão ser todos ímpares, caso contrário o resíduo será par (um número par multplicado por qualquer número tem como produto um número par). Logo, por inspeção, temos que:

9753 tem resíduo par, pois 9 · 7 · 5 · 3 = 945 e pelo exposto acima, 945 tem resíduo par.

9751 tem resíduo ímpar, pois 9 · 7 · 5 · 1 = 315 = > 3 · 1 · 5 = 15 => 1 · 5 = 5.

20.
7463