Exercícios de Matemática
Binômio de Newton

1) (ESPM-1995) Uma lanchonete especializada em hot dogs oferece ao freguês 10 tipos diferentes de molhos como tempero adicional, que podem ser usados à vontade. O tipos de hot dogs diferentes que podem ser feitos na lanchonete serão:

a) 100
b) 10!
c) $10.C_{10,2}$
d) $10.A_{10,2}$
e) 2^{10}

2) (UFBA-1998) Sendo $P_n = 12P_{n-1}$ e $P_n = n!$, pode-se afirmar:

01. Se $C_{n,2(x+2)} = C_{n,3x-2}$, então x = 6.
02. Um polígono regular convexo de n lados tem 54 diagonais.
04. O coeficiente do termo de grau 7 do desenvolvimento $(2x-3x^2)^{\frac{n-2}{2}}$ é 720.
08. Com n músicos que tocam bateria, guitarra e contrabaixo indistintamente, podem-se formar 440 conjuntos musicais, cada um com 3 componentes.
16. Ligando-se quatro a quatro os 5 pontos de uma reta aos n pontos de uma outra reta na paralela à primeira, podem-se obter 60 quadriláteros.

Marque como resposta a soma dos itens corretos.

3) (Unitau-1995) Sendo n ≠ 0, o(s) valor(es) de n tal que $\frac{(n+1)!-n!}{(n-1)!} = 7n$ são:

a) 7.
b) 0 e 7.
c) 0 e 10.
d) 1.
e) 0 e 2.

4) (UEL-1994) Se um dos termos do desenvolvimento do binômio $(x + a)^5$, com $a \in$ IR, é $80x^2$, então o valor de a é:
a) 6
b) 5
c) 4
d) 3
e) 2

5) (UECE-1996) Se m e q são, respectivamente, os coeficientes de x^5 e x^7 no desenvolvimento de $\left(x+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^9$, então m + q é igual é igual a:
a) 23
b) 24
c) 25
d) 26

6) (UEL-1995) Se a soma dos coeficientes do desenvolvimento do binômio $(2x + y)^n$ é igual a 243, então o número n é:
a) 12
b) 10
c) 8
d) 5
e) 3

7) (Unaerp-1996) Se $\frac{x!.(x+1)!}{(x-1)!.x!} = 20$, então x vale:
a) -6
b) -5
c) 4
d) 5
e) 6

8) (FEI-1996) Se (n+4)! + (n+3)! = 15(n+2)!, então:
a) n = 4
b) n = 3
c) n = 2
d) n = 1
e) n = 0

9) (Mack-0) Se $\binom{n}{2} = 28$ então n vale:
a) 7
b) 8
c) 14
d) 26
e) 56

10) (PUC-RJ-2002) Se $\frac{n!}{(n+2)!+(n+1)!} = \frac{1}{48}$ então

a) n = 2.
b) n = 12.
c) n = 5.
d) n = 7.
e) n = 10.

11) (FGV-2003) Sabendo que:

• x e y são números positivos
• x - y = 1 e
• $x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4 = 16$
podemos concluir que:
a) $x = \frac{7}{6}$
b) $x = \frac{6}{5}$
c) $x = \frac{5}{4}$
d) $x = \frac{4}{3}$
e) $x = \frac{3}{2}$

12) (FGV-1980) Sabendo que $\binom{m}{p} = x$ e $\binom{m+1}{p+1} = y$, então $\binom{m}{p+1}$ é igual a:
a) x + y
b) x - y
c) y - x
d) x - p
e) y - p

13) (Mack-1981) Para todo n e p $\in$ N*, o valor de $\sum_{n=1}^{p} \binom{n}{n-1}$ é sempre
a) 2^p
b) $\frac{p(p+1)}{2}$
c) $\binom{p+1}{p}$
d) $\binom{p+2}{p-1}$
e) $\binom{n+2}{n+1}$

14) (Faap-0) Os valores de x que satisfazem a igualdade $\binom{12}{3x-1} = \binom{12}{x+1}$ são:

a) 1 e 4
b) 1 e 3
c) 3 e 4
d) 2 e 3

15) (Unicamp-1997) Os símbolo $C_{n,p}$ é definido por $\frac{n!}{p!(n-p)!}$ para $n \geq p$ com $0! = 1$. Esses números $C_{n,p}$ são inteiros e aparecem como coeficientes no desenvolvimento de $(a+b)^n$.
a) Mostre que $C_{n,p-1} + C_{n,p} = C_{n+1,p}$
b) Seja $S = C_{n,0} + C_{n,1} + ...+ C_{n,n}$. Calcule $\log_2 S$

16) (ITA-1998) O valor de $tg^{10}x - 5tg^8x.sec^2x + 10tg^6x.\ sec^4x -10tg^4x.\ sec^6x + 5tg^2x.\ sec^8x - sec^{10} x$, para todo $x \in [0, \pi/2[$, é:
a) 1
b) $\frac{-secx}{1+sen^2x}$
c) -secx+tgx
d) -1
e) zero

17) (UFPR-0) O valor de n de modo que $\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+...+\binom{n}{n}=1024$ é:
a) 5
b) 8
c) 10
d) 11
e) 12

18) (Fuvest-0) O valor de m que satisfaz a sentença $\sum_{k=0}^{m} \binom{m}{k} = 512$ é
a) 5
b) 6
c) 7
d) 8
e) 9

19) (AFA-1999) O valor de <u>m</u> que satisfaz a expressão $\sum_{k=0}^{m} 3^k \binom{m}{k} = 1024$ é

a) 2.
b) 3.
c) 4.
d) 5.

20) (Unifesp-2004) O valor de $\log_2 \left(\frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot ... \cdot 2n}{n!}\right)$ é:

a) n^2

b) 2n
c) n
d) $2\log_2 n$
e) $\log_2 n$

21) (Unitau-1995) O termo independente de x no desenvolvimento de $(x+1/x)^6$ é:
a) 10.
b) 30.
c) 40.
d) 16.
e) 20.

22) (UFPB-1973) O número de zeros em que termina o número 1000! é:
a) 200
b) 249
c) 300
d) 1431
e) 349

23) (UFPB-1973) O maior inteiro positivo para o qual $\frac{100!}{3^n}$ é inteiro, é:
a) 4
b) 48
c) 33
d) 100
e) 54

24) (UFC-2003) O coeficiente de x^3 no polinômio $p(x) = (x - 1)\cdot(x + 3)^5$ é:
a) 30
b) 50
c) 100
d) 120
e) 180

25) (Mack-2008) O "Triângulo Aritmético de Pascal" é uma tabela, onde estão dispostos, ordenadamente, os coeficientes binomiais $\binom{n}{p}$, conforme representado abaixo.

Linha 1 $\binom{0}{0}$

Linha 2 $\binom{1}{0}$ $\binom{1}{1}$

Linha 3 $\binom{2}{0}$ $\binom{2}{0}$ $\binom{2}{2}$

Linha 4 $\binom{3}{0}$ $\binom{3}{1}$ $\binom{3}{2}$ $\binom{3}{3}$

Sendo Si a soma dos elementos de uma linha i qualquer, consideradas n linhas, a soma $S_1 + S_2 + \ldots + S_n$ é igual a
a) 2^{n-1}
b) $2^n - 1$
c) 2^n
d) $2^n + 1$
e) 2^{n+1}

26) (FAZU-2002) No desenvolvimento do binômio $\left(x + \frac{b}{x}\right)^6$, o coeficiente do termo em x^4 é 30. O valor de b é:
a) 5
b) 4
c) 3
d) 2
e) 1

27) (FATEC-2006) No desenvolvimento de binômio $(X-1)^{100}$ segundo as potencias decrescentes de x, a soma dos coeficientes do segundo e do quarto termos é
a) - 323 500
b) - 171 700
c) - 161 800
d) 3 926 175
e) 23 563 300

28) (Unirio-1995) No desenvolvimento de $(x+y)^n$, a diferença entre os coeficientes do 3º e do 2º termos é igual a 54. Podemos afirmar que o termo médio é o:
a) 3º
b) 4º
c) 5º
d) 6º
e) 7º

29) (AFA-1999) No desenvolvimento de $(x + 2)^n x^3$, o coeficiente de x^{n+1} é

a) $\frac{n(n+1)}{2}$.
b) $\frac{n(n-1)}{4}$.
c) 2n(n - 1).
d) 4n(n - 1).

30) (Mack-1997) No desenvolvimento $(x^2 + \frac{3}{x})^t$, $t \in$ IN, os coeficientes binominais do quarto e do décimo-terceiro termos são iguais. Então o termo independente de x é o:
a) décimo.
b) décimo-primeiro.

c) nono.
d) décimo-segundo.
e) oitavo.

31) (FEI-0) No cálculo da somatória S = $\sum_{n=2}^{10}\binom{n}{2}$ obtém-se:
a) 512
b) 508
c) 462
d) 165
e) 120

32) (Fuvest-1995) Lembrando que $\binom{n}{p}=\frac{n!}{p!(n-p)!}$
a) calcule $\binom{6}{2}$
b) Simplifique a fração $\frac{\binom{12}{4}}{\binom{12}{5}}$
c) determine os inteiros **n** e **p** de modo que
$\frac{\binom{n}{p}}{1}=\frac{\binom{n}{p+1}}{2}=\frac{\binom{n}{p+2}}{3}$

33) (Mack-1996) Lembrando o desenvolvimento do binômio de Newton, o valor da expressão mostrado a seguir, é:
$$2+\left(\frac{1}{5}\right)^n+\sum_{k=1}^{n}\binom{n}{k}\left(\frac{1}{5}\right)^{n-k}\left(\frac{4}{5}\right)^k$$
a) 8
b) 6
c) 3
d) 5
e) 2

34) (UFC-2006) Dentre os cinco números inteiros listados abaixo, aquele que representa a melhor aproximação para a expressão: 2 · 2!+3 · 3!+4 · 4!+5 · 5!+6 · 6! é:
a) 5030
b) 5042
c) 5050
d) 5058
e) 5070

35) (Vunesp-2003) Dados os números n e m $\in$ N,
a) calcule o valor de n de modo a satisfazer $\frac{(n+1)!}{n!}$ = 9.
b) Sabendo-se que $b_m=\frac{(m+1)!}{(m+2)!}(m^2-4)$, calcule b_{137}.

36) (UNIUBE-2001) Considere os seguintes números naturais pares 4, 6, 8, ... ,100. Efetuando-se a soma 4!+6!+8!+...+100!, o algarismo que ocupa a ordem das unidades dessa soma é igual a

a) 4
b) 2
c) 6
d) 8

37) (Olimpíada de Matemática Argentina-1989) Como se deve escolher um número n para que 10^n - 1 seja divisível por 11?

38) (Itajubá-0) Calcular o valor de m de modo que
$$\frac{(2m)!}{2^m.m!.1.3.5.\cdots.(2m+1)}=\frac{1}{9}$$

39) (FGV-2002) A soma dos coeficientes do desenvolvimento de $(2x + y)^5$ é igual a:

a) 81
b) 128
c) 243
d) 512
e) 729

40) (FEI-1994) A soma de todos os coeficientes do desenvolvimento de $(14x - 13y)^{237}$ é:
a) 0
b) 1
c) -1
d) 331.237
e) 1.973.747

41) (FEI-1996) A expressão $\frac{n!.3^{n+1}}{3^{n-2}.(n+2)!}$ é equivalente a:
a) $\frac{27}{n^2+3n+2}$
b) $\frac{n-1}{9n+18}$
c) n + 1
d) $27n^2 + 81n + 54$
e) 27n + 54

Gabarito

1) Alternativa: E

2) F V V F F
soma = 02 + 04 = 06

3) Alternativa: A
resol: $\frac{(n+1)!-n!}{(n-1)!} = \frac{(n+1)n(n-1)!-n(n-1)!}{(n-1)!}$ = (n+1)n - n = n^2
então, $n^2 = 7n$ → **n = 7** pois n = 0 não é permitido pelo enunciado.

4) Alternativa: E

5) Alternativa: D

6) Alternativa: D

7) Alternativa: C
$\frac{x!.(x+1)!}{(x-1)!.x!} = \frac{(x+1)!}{(x-1)!} = \frac{(x+1)x(x-1)!}{(x-1)!}$ = (x+1)x = 20 → **x = 4** ou x = -5 (não convém)

8) Alternativa: E
Se (n+4)! + (n+3)! = 15(n+2)! → (n+4)(n+3)(n+2)! + (n+3)(n+2)! = 15(n+2)! → (n+4)(n+3) + (n+3) = 15 → n^2+8n+15 = 15 → **n = 0** ou n = -8 (não convém)

9) Alternativa: B
resolução:
$\binom{n}{2} = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{2.1.(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2} = 28$ → n(n-1) = 56 → n^2 - n - 56 = 0. Resolvendo a equação quadrática, encontra-se n = 8 e n = -7, portanto n = 8.

10) Alternativa: C
resolução:
$\frac{n!}{(n+2)!+(n+1)!} = \frac{n!}{(n+2)(n+1)n!+(n+1)n!} = \frac{1}{(n+2)(n+1)+(n+1)} = \frac{1}{(n^2+4n+3)} = \frac{1}{48}$
então, n^2 + 4n + 3 = 48 → n^2 + 4n - 45 = 0 → n = -9 (não convém) ou n = 5.

11) Alternativa: E

12) Alternativa: C

13) Alternativa: B

14) Alternativa: B
resolução: Se $\binom{12}{3x-1} = \binom{12}{x+1}$ então $\begin{cases} 3x-1 = x+1 \\ \text{ou} \\ 3x-1+x+1 = 12 \end{cases}$
→ $\begin{cases} x = 1 \\ \text{ou} \\ x = 3 \end{cases}$

15) a) $C_{n,p-1} + C_{n,p} = \frac{n!}{(p-1)!(n-(p-1))!} + \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{n!p+n!(n-(p-1))}{(p)!(n-(p-1))!} = \frac{n!(p+n-p+1)}{(p)!(n-(p-1))!} = \frac{n!(n+1)}{(p)!(n-p+1)!} = \frac{(n+1)!}{(p)!(n+1-p)!} = C_{n+1,p}$
b) $C_{n,0} + C_{n,1} + ...+ C_{n,n}$ é a soma da linha do n no triângulo de de Pascal, logo, S = 2^n. Assim, $\log_2 S = n$

16) Alternativa: D

17) Alternativa: C

18) Alternativa: E

19) Alternativa: D

20) Alternativa: C

21) Alternativa: E

22) Alternativa: B

23) Alternativa: B

24) Alternativa: E
$(x+3)^5 = x^5 + 5.x^4.3 + 10.x^3.3^2 + 10.x^2.3^3 + 5.x.3^4 + 3^5 = x^5 + 15.x^4 + 90.x^3. + 270.x^2 + 405x. + 243$. Daí o termo de grau 3 em $(x-1)(x+3)^5$ será $270x^3 - 90x^3 = 180x^3$. Portanto, o coeficiente do termo de grau 3 deste polinômio é 180.

25) Alternativa: B

26) Alternativa: A

27) Alternativa: C

28) Alternativa: E

29) Alternativa: C

30) Alternativa: B

31) Alternativa: D
OBS: Este exercício pode ser resolvido pela propriedade das colunas do triângulo de Pascal.

32) a) 15
b) 5/8
c) n = 14 e p = 4

33) Alternativa: C

34) Alternativa: B

35) a) n = 8
b) $b_{137} = 135$

36) Alternativa: A
resolução:
4! = 24
6! = 720
8! = 8.7.6! = 8.7.720
10! = 10.9.8.7.6! = 10.9.8.7.720
...
a partir de 6! todos os valores serão múltiplos de 10, pois podem ser escritos em função de 6! que é múltiplo de 10. Assim, a única parcela da soma pedida que influencia na unidade é o 4!, portanto a unidade é 4.

37) Ora, 10 = 11 - 1, assim $10^n - 1 = (11 - 1)^n - 1$, mas $(11 - 1)^n$ é um múltiplo de n mais ou menos 1, dependendo da paridade de n (basta olhar para a decomposição do binômio). Mas então para que $10^n - 1$ seja múltiplo de 11, 10^n tem que ser um sucessor de um múltiplo de 11, o que ocorre para todo n par.

38) m = 4
Resolução:
Oberve que:
» (2m)! contém os 2m fatores de 1 a 2m multiplicados;
» m! contém os m fatores de 1 a m multiplicados;
» 2^m contém os m “2” multplicados

Então, 2^m.m! equivale a duplicar cada fator de m!, de modo que:

» 2^m.m! contém os m fatores <u>pares</u> de (2m)!
» 1.3.5.7....(2m-1) são os m fatores ímpares de (2m)!

então 2^m.m! .1.3.5.7....(2m-1) = (2m)!
Assim,

$$\frac{(2m)!}{2^m.m!.1.3.5.\cdots.(2m+1)} = \frac{(2m)!}{(2m)!(2m+1)} = \frac{1}{(2m+1)} = \frac{1}{9} \rightarrow m = 4$$

39) Alternativa: C
c) (basta fazer x=1 e y=1 e substituir)

40) Alternativa: B

41) Alternativa: A