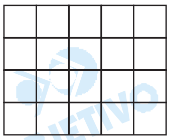
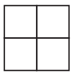
MATEMÁTICA

1

Considere o tabuleiro da figura.

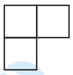


a) Considere uma peça com 4 casas:



De quantas maneiras diferentes pode-se colocá-la no tabuleiro, sem girá-la e mantendo-se sempre a mesma face voltada para cima, de forma a cobrir 4 casas por completo?

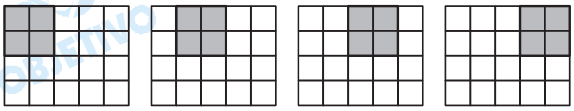
b) Considere, agora, a peça com 3 casas:



Imaginando todas as posições possíveis para a mesma, e mantendo-se sempre a mesma face voltada para cima, de quantas maneiras diferentes pode-se colocá-la no tabuleiro de modo que cubra 3 casas por completo?

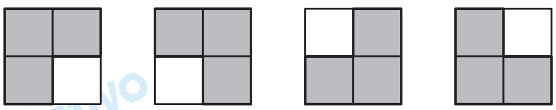
Resolução

a) *Considerando duas linhas consecutivas do tabuleiro, a peça considerada pode ser colocada em 4 posições diferentes, como se vê na seqüência de figuras:*



Como existem 3 formas de se escolher duas linhas consecutivas (1ª linha e 2ª linha; 2ª linha e 3ª linha; 3ª linha e 4ª linha), no total existem 4 x 3 = 12 maneiras diferentes de colocar a peça no tabuleiro.

b) *Para cada quadrado 2 x 2, existem 4 posições possíveis para a peça*  *, como mostra a seqüência de figuras seguinte:*



Como, pelo exposto no item a, existem 12 ma-

neiras diferentes de posicionar o quadrado 2 x 2, existem 12 x 4 = 48 formas de posicionar a peça considerada.

Respostas: *a) 12 maneiras*
b) 48 maneiras

2

Um grande arranjo de flores deve ser formado com 800 rosas, 750 hortências e 600 cravos, sendo composto de ramos, todos os ramos com o mesmo número de rosas, o mesmo número de hortências e o mesmo número de cravos. Nestas condições,

a) qual o maior número de ramos que pode ser formado?

b) quantas flores de cada qualidade tem cada ramo?

Resolução

*a) A quantidade **n** de ramos é divisor natural de 800, 750 e 600 e o maior possível. Desta forma $n = \text{mdc}(800, 750, 600) = 50$*

b) Cada ramo deverá conter $\dfrac{800}{50} = 16$ rosas,

$$\frac{750}{50} = 15 \text{ hortências e } \frac{600}{50} = 12 \text{ cravos}$$

Respostas: *a) 50 ramos*
b) 16 rosas, 15 hortências e 12 cravos

3

Seja a seguinte expressão algébrica:

$\dfrac{x^3 - y^3}{x - y} - \dfrac{x^3 + y^3}{x + y}$, na qual x e y são números reais com $x \neq y$ e $x \neq -y$.

a) Encontre o valor de x para que a expressão resulte em 5 para y = 3.

b) Simplifique a expressão algébrica dada.

Resolução

Supondo $x \neq y$ e $x \neq -y$, temos:

1) $$\frac{x^3 - y^3}{x - y} - \frac{x^3 + y^3}{x + y} =$$

$$= \frac{(x - y)(x^2 + xy + y^2)}{x - y} - \frac{(x + y)(x^2 - xy + y^2)}{x + y} =$$

$$= (x^2 + xy + y^2) - (x^2 - xy + y^2) = 2xy$$

2) $$2xy = 5 \text{ e } y = 3 \Rightarrow 2 \,.\, x \,.\, 3 = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{6}$$

Respostas: *a) $x = \dfrac{5}{6}$*

b) 2xy

4

Considere as circunferências z_1 e z_2 de equações

z_1: $(y - 2)^2 + (x + 1)^2 = 5$ e z_2: $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$

a) Verifique se o ponto P = (2, 2) pertence ao interior da circunferência z_2.

b) Determine os pontos de interseção das circunferências z_1 e z_2.

Resolução

a) *A equação $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$ é de uma circunferência de centro $O_2(1; -1)$ e raio $R_2 = \sqrt{2}$*

Como

$d_{PO_2} = \sqrt{(2-1)^2 + (2-(-1))^2} = \sqrt{10} > \sqrt{2} = R_2$, *o ponto P não pertence ao interior da circunferência z_2.*

b) *Os pontos de intersecção das circunferências z_1 e z_2 são as soluções do sistema.*

$$\begin{cases} (y-2)^2 + (x+1)^2 = 5 \\ x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0 \\ y = \dfrac{2x}{3} \end{cases}$$

Assim, $x^2 + \left(\dfrac{2x}{3}\right)^2 + 2x - 4 \cdot \left(\dfrac{2x}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 13x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ *ou* $x = \dfrac{6}{13}$. *Como, para*

$x = 0$ *tem-se* $y = 0$ *e, para* $x = \dfrac{6}{13}$ *tem-se* $y = \dfrac{4}{13}$,

os pontos de intersecção das circunferências são

$I_1(0,0)$ e $I_2\left(\dfrac{6}{13}, \dfrac{4}{13}\right)$.

Respostas: *a) P é externo ao círculo z_2*

b) (0;0) e $\left(\dfrac{6}{13}; \dfrac{4}{13}\right)$

5

Seja f uma função de 1º grau que passa pelos pontos (– 1, – 1) e (2, 0). Determine:
a) a taxa de variação entre $x_1 = -1$ e $x_2 = 2$;
b) a equação da função f.

Resolução

*a) Admitindo que "a taxa de variação entre $x_1 = -1$ e $x_2 = 2$" seja o coeficiente angular **m** da reta determinada pelos pontos (–1; –1) e (2; 0), temos:*

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - (-1)}{2 - (-1)} = \frac{1}{3}$$

*b) A equação da função **f** que passa pelo ponto (2; 0) e tem coeficiente angular $\frac{1}{3}$ é*

$$y - 0 = \frac{1}{3}(x - 2) \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$$

***Respostas**: a) $\frac{1}{3}$*

b) $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$

6

Considere a seguinte equação:

$4\cos^2 x - 2(\sqrt{3} - 1)\cos x - \sqrt{3} = 0$

a) Encontre os valores de x que satisfaçam essa equação.

b) Verifique se o valor $\dfrac{7\pi}{6}$ satisfaz a equação.

Resolução

a) $4\cos^2 x - 2(\sqrt{3} - 1)\cos x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4\cos^2 x - 2\sqrt{3}\cos x + 2\cos x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2\cos x(2\cos x - \sqrt{3}) + 1 \,.\, (2\cos x - \sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (2\cos x - \sqrt{3})(2\cos x + 1) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2\cos x - \sqrt{3} = 0$ ou $2\cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ou $\cos x = -\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \pm\dfrac{\pi}{6} + n \,.\, 2\pi$ ou $x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + n \,.\, 2\pi$

b) $\cos\dfrac{7\pi}{6} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, *portanto,* $\dfrac{7\pi}{6}$ ***não satisfaz*** *a equação dada, já que as únicas soluções são* $\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ *ou* $\cos x = -\dfrac{1}{2}$.

7

Dadas as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} \log_2 x & \log_2 2x \\ y & \dfrac{y}{2} \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ e } C = \begin{pmatrix} 28 \\ 10 \end{pmatrix}$$

a) Efetue o produto AB.
b) Determine os valores de x e y para que AB = C.

Resolução

a) $$A = \begin{pmatrix} \log_2 x & \log_2 2x \\ y & \dfrac{y}{2} \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 4 \log_2 x + 4 \log_2 2x \\ 4y + 2y \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \log_2(16\,x^8) \\ 6y \end{pmatrix}$$

b) $$AB = C,\ AB = \begin{pmatrix} \log_2(16\,x^8) \\ 6y \end{pmatrix} \text{ e } C = \begin{pmatrix} 28 \\ 10 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \log_2(16\,x^8) \\ 6y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 \\ 10 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(16\,x^8) = 28 \\ 6y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16x^8 = 2^{28} \\ y = \dfrac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^8 = 2^{24} \\ y = \dfrac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^3 \\ y = \dfrac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = \dfrac{5}{3} \end{cases}$$

Respostas: *a)* $AB = \begin{pmatrix} \log_2(16\,x^8) \\ 6y \end{pmatrix}$

b) $x = 8 \text{ e } y = \dfrac{5}{3}$

8

Em relação à desigualdade: $3^{x^2 - 5x + 7} < 3$,

a) encontre os valores de x, no conjunto dos reais, que satisfaçam essa desigualdade;

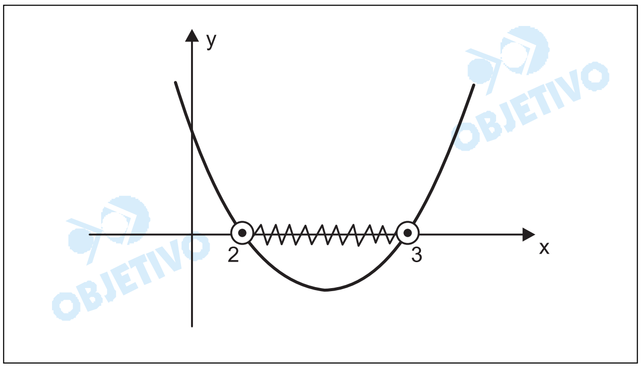
b) encontre a solução da desigualdade para valores de x no conjunto dos inteiros.

Resolução

$3^{x^2 - 5x + 7} < 3^1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 7 < 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 < 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2 < x < 3$, pois o gráfico da função

$f(x) = x^2 - 5x + 6$ é do tipo:



No intervalo]2; 3[não existe nenhum número inteiro.

Respostas: *a)]2; 3[*

b) Ø

9

Um colégio possui duas salas, A e B, de determinada série. Na sala A, estudam 20 alunos e na B, 30 alunos. Dois amigos, Pedro e João, estudam na sala A. Um aluno é sorteado da sala A e transferido para a B. Posteriormente, um aluno é sorteado e transferido da sala B para a sala A.

a) No primeiro sorteio, qual a probabilidade de qualquer um dos dois amigos ser transferido da sala A para a B?

b) Qual a probabilidade, no final das transferências, de os amigos ficarem na mesma sala?

Resolução

a) *A sala A possui Pedro, João e mais 18 alunos.*
A probabilidade de, no primeiro sorteio, ser transferido qualquer um dos dois amigos é

$$\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

b) *Transferido um aluno da sala A para B e posteriormente um aluno de B para A, os dois amigos terminarão na mesma sala se, nenhum dos dois for transferido no primeiro sorteio* ***ou*** *se o mesmo amigo for transferido nos dois sorteios. A probabilidade de que isto ocorra é*

$$\frac{18}{20} + \frac{2}{20} \cdot \frac{1}{31} = \frac{9}{10} + \frac{1}{310} = \frac{280}{310} = \frac{28}{31}$$

Respostas: *a)* $\frac{1}{10}$ *b)* $\frac{28}{31}$

10

Em relação ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 2x + my = 10 \end{cases}$$

a) resolva o sistema para m = 4;

b) encontre o conjunto de valores de m, em relação aos reais, para que o sistema seja possível e determinado.

Resolução

a) *Para m = 4 temos:*

$$\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 2x + 4y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 4x = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{13}{4} \\ 3x - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{13}{4} \\ y = \dfrac{7}{8} \end{cases}$$

b) *O sistema* $\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 2x + my = 10 \end{cases}$, *nas incógnitas x e y, é possível e determinado se, e somente se:*

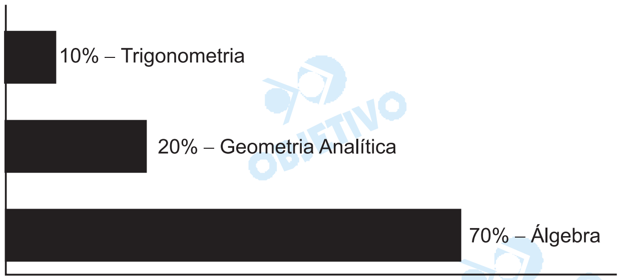
$$\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & m \end{vmatrix} \neq 0 \Leftrightarrow 3m + 4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -\frac{4}{3}$$

Respostas: *a)* $\left\{\left(\dfrac{13}{4}; \dfrac{7}{8}\right)\right\}$

b) $m \neq -\dfrac{4}{3}$

Comentário

As dez questões foram bem enunciadas e a prova foi bem equilibrada quanto à dificuldade e aos assuntos exigidos. Lamentamos, apenas, a falta de questões de Geometria.



FÍSICA

11

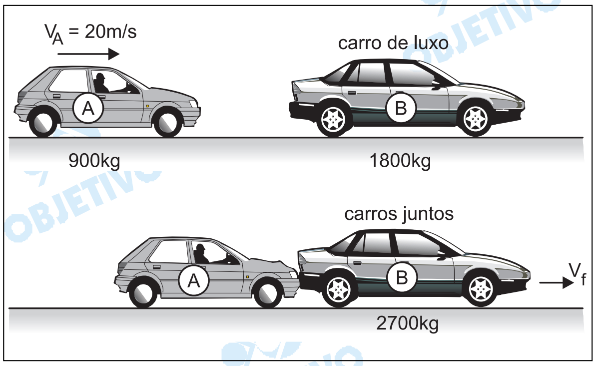
Um carro de luxo, com massa de 1 800 kg, parado no farol, sofre uma batida na traseira, causada por um carro pequeno, de 900 kg. Os dois carros ficam enroscados um no outro, como resultado da colisão.

a) Assumindo que houve conservação de momento linear e que o carro pequeno tinha uma velocidade de 20 m/s antes da colisão, calcule a velocidade dos dois carros juntos após a colisão.

b) Calcule a energia cinética perdida na colisão.

Resolução

a)



$$Q_{após} = Q_{antes}$$

$$(m_A + m_B)\,V_f = m_A V_A + m_B V_B$$

$$2700\,V_f = 900\,.\,20$$

$$\boxed{V_f = \frac{20}{3}\,m/s \cong 6{,}7m/s}$$

b) *A energia cinética dissipada na colisão é dada por:*

$$E_d = \frac{m_A\,V_A^2}{2} - \frac{(m_A + m_B)\,V_f^2}{2}$$

$$E_d = \frac{900}{2}(20)^2 - \frac{2700}{2}\left(\frac{20}{3}\right)^2 \;(J)$$

$$E_d = 1{,}8\,.\,10^5 - 0{,}6\,.\,10^5\;(J)$$

$$\boxed{E_d = 1{,}2\,.\,10^5\,J}$$

Respostas: *a)* $\frac{20}{3}\,m/s \cong 6{,}7m/s$

b) $1{,}2\,.\,10^5\,J$

12

Um veículo de corrida parte do repouso e, mantendo aceleração constante, percorre 400 m em linha reta num tempo de 5 s. Determine:

a) a velocidade ao final dos 400 m;

b) o tempo que o carro levou para percorrer os primeiros 200 m.

Resolução

a) *Usando-se a equação da velocidade escalar média, vem:*

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{V_0 + V}{2} \quad (MUV)$$

$$\frac{400}{5} = \frac{0 + V}{2} \Rightarrow \boxed{V = 160 m/s}$$

b) *1) Cálculo da aceleração escalar:*

$$V = V_0 + \gamma\, t \; (MUV)$$

$$160 = 0 + \gamma \,.\, 5 \Rightarrow \boxed{\gamma = 32 m/s^2}$$

2) Cálculo do tempo:

$$\Delta s = V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2 \; (MUV)$$

$$200 = 0 + \frac{32}{2} T^2$$

$$T^2 = \frac{400}{32} = \frac{400}{16 \,.\, 2}$$

$$T = \frac{20}{4\sqrt{2}} \; (s) = \frac{5}{\sqrt{2}} \; s \Rightarrow \boxed{T = \frac{5\sqrt{2}}{2} s}$$

Respostas: *a) 160 m/s*

b) $\frac{5\sqrt{2}}{2} s \cong 3{,}5 s$

13

Em um levantador de carros, utilizado em postos de gasolina, o ar comprimido exerce uma força sobre um pequeno pistão cilíndrico circular de raio 5 cm. Essa pressão é transmitida a um segundo pistão de mesmo formato, mas de raio 15 cm, que levanta o carro. Dado $\pi = 3,14$, calcule:

a) a pressão de ar capaz de produzir a força mínima suficiente para elevar um carro com peso de 13 300N;

b) a intensidade mínima da força aplicada no primeiro pistão para elevar o carro citado no item a.

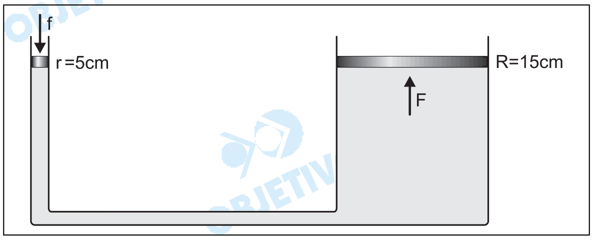
Resolução

a) *A pressão transmitida ao êmbolo maior é dada por:*

$$p = \frac{F}{A} = \frac{P}{\pi R^2}$$

$$p = \frac{13300}{3,14 \cdot (0,15)^2} \ (Pa)$$

$$\boxed{p \cong 1,9 \cdot 10^5 \ Pa}$$



b) *De acordo com a Lei de Pascal, temos:*

$$\frac{f}{\pi \, r^2} = \frac{F}{\pi \, R^2}$$

$$f = F \left(\frac{r}{R}\right)^2$$

$$f = 13300 \left(\frac{5}{15}\right)^2 \ (N)$$

$$\boxed{f \cong 1478N}$$

Respostas: *a) ≅ 1,9 . 10⁵ Pa*

b) ≅ 1478N

14

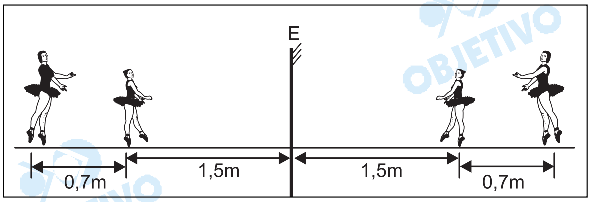
Em uma aula de dança, uma bailarina está de frente para um espelho plano, a uma distância de 1,5 m deste, e a professora, mais alta que a aluna, encontra-se atrás da aluna, a uma distância de 0,7 m desta.

a) Determine a distância da professora à imagem da aluna.

b) Construa uma figura, indicando o traçado dos raios de luz que, partindo da bailarina, refletem no espelho e incidem nos olhos da professora, e dê as características da imagem da bailarina.

Resolução

a) Usando-se a propriedade fundamental dos espelhos planos (a simetria), temos:

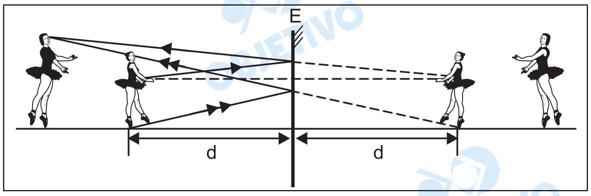


A distância da professora à imagem da aluna vale:

$d = (0{,}7 + 1{,}5 + 1{,}5)m$

$\boxed{d = 3{,}7m}$

b)



A imagem da bailarina é virtual, direita em relação ao objeto (a bailarina) e do mesmo tamanho da bailarina.

Respostas: *a) 3,7m*

b) figura, virtual, direita e do mesmo tamanho que o objeto.

15

Duas partículas de cargas Q_1 e Q_2 estão separadas por uma distância d e se atraem com força de intensidade F = 0,2 N.

Dado: $k = 9 \times 10^9$ $N.m^2/C^2$.

a) Determine a intensidade da força entre as cargas, se a carga Q_2 tiver o seu valor dobrado e a distância entre as cargas for duplicada.

b) Considerando $Q_1 = 4 \times 10^{-8}$ C e d = 40 cm, calcule o potencial devido à carga Q_1 no ponto médio entre Q_1 e Q_2.

Resolução

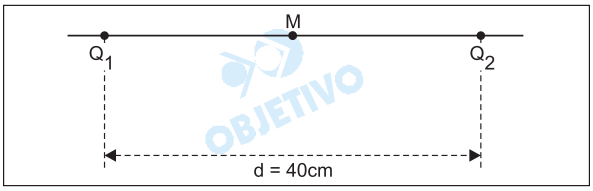
a) *De acordo com a Lei de Coulomb, temos:*

$$F = k \frac{|Q_1|\,|Q_2|}{d^2}$$

$$F' = k \frac{|Q_1|\;2\,|Q_2|}{(2d)^2} = \frac{1}{2}\;\frac{k\,|Q_1|\,|Q_2|}{d^2}$$

$$F' = \frac{F}{2} \Rightarrow \boxed{F' = 0,1N}$$

b)



$$V_M = k \frac{Q_1}{d_M}$$

$$V_M = 9 \,.\, 10^9 \,.\, \frac{4 \,.\, 10^{-8}}{0,2} \;(V)$$

$$\boxed{V_M = 1,8 \,.\, 10^3 V}$$

Respostas: *a) 0,1N*
b) 1,8kV

16

Uma quantidade de vapor de água, inicialmente a 130°C, é necessária para aquecer 200 g de água de 20°C a 50°C, contida em um recipiente de vidro de 100g. Considerando o calor específico do vapor $c_v = 2{,}01 \times 10^3$ J/(kg.°C), o calor latente de vaporização $L = 2{,}26 \times 10^6$ J/kg, o calor específico da água $c_a = 4{,}19 \times 10^3$ J/(kg.°C), o calor específico do vidro $c_{vi} = 837$ J/(kg.°C), e considerando o sistema termicamente isolado e em equilíbrio térmico após o aquecimento da água, determine:

a) a quantidade total de calor Q cedida durante os estágios necessários para aquecer a água, em função da massa do vapor m_x;

b) a massa m_x do vapor.

Resolução

a) *A energia térmica utilizada no aquecimento da água e do recipiente de vidro sai do vapor d'água durante o seu resfriamento de 130°C a 50°C (temperatura final de equilíbrio), liquefazendo-se na temperatura de 100°C.*

Assim:

$$Q_T = (mc\Delta\theta)_{vapor} + (mL)_{vapor} + (mc\Delta\theta)_{água}$$

$$Q_T = m_x \,.\, 2{,}01 \,.\, 10^3 \,.\, 30 + m_x \,.\, 2{,}26 \,.\, 10^6 +$$

$$+ m_x \,.\, 4{,}19 \,.\, 10^3 \,.\, 50$$

$$Q_T = 60{,}3 \,.\, 10^3\, m_x + 2260 \,.\, 10^3 m_x + 209{,}5 \,.\, 10^3 m_x$$

$$Q_T = 2529{,}8 \,.\, 10^3\, m_x \text{ (J)}$$

$$\boxed{Q_T \cong 2{,}53 \,.\, 10^6\, m_x \text{ (J)}}$$

b) *Equacionando-se o aquecimento da água e do recipiente de vidro, temos:*

$$Q_T = (mc\Delta\theta)_{água} + (mc\Delta\theta)_{vidro}$$

$$2529{,}8 \,.\, 10^3\, m_x = 0{,}200 \,.\, 4{,}19 \,.\, 10^3 \,.\, (50 - 20) +$$

$$+ 0{,}100 \,.\, 837 \,.\, (50 - 20)$$

$$2529{,}8 \,.\, 10^3\, m_x = 25{,}14 \,.\, 10^3 + 2{,}51 \,.\, 10^3$$

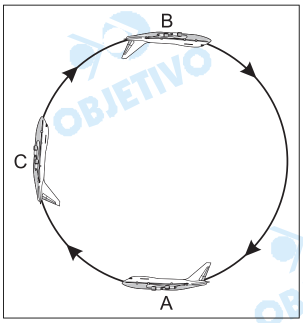
$$2529{,}8\, m_x = 27{,}65$$

$$\boxed{m_x \cong 1{,}09 \,.\, 10^{-2}\text{kg}}$$

Respostas: *a)* $Q_T = 2{,}53 \,.\, 10^6\, m_x$ *(J) (para* m_x *em kg)*

b) $1{,}09 \,.\, 10^{-2}$*kg*

17



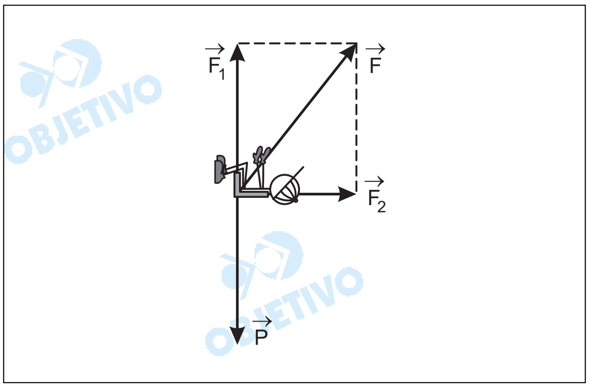
Um piloto de massa 60kg executa a manobra mostrada na figura. Na manobra apresentada, o jato se move em uma circunferência vertical de raio 3km, a uma velocidade com intensidade constante de 200m/s. Admitindo-se g = 10 m/s², determine:

a) o módulo, a direção e o sentido da força que o assento exerce sobre o piloto, quando o jato está em C;

b) a razão entre as forças do assento sobre o piloto, quando o jato está na posição A e na posição B.

Resolução

a)



$\vec{F}$: força total que a cadeira exerce sobre o piloto.

$\vec{P}$: força de gravidade que o planeta Terra exerce sobre o piloto.

A força $\vec{F}$ admite uma componente vertical $\vec{F}_1$, aplicada pelo encosto da cadeira, e uma força horizontal $\vec{F}_2$, aplicada pelo assento da cadeira.

A componente $\vec{F}_1$ vai equilibrar o peso e a componente $\vec{F}_2$ faz o papel de resultante centrípeta.

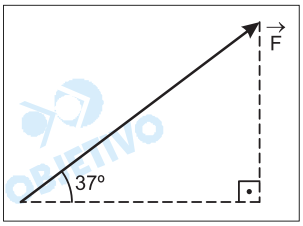
$|\vec{F}_1| = |\vec{P}| = m\,g = 600N$

$$|\vec{F}_2| = F_{cp} = \frac{m\,V^2}{R} = \frac{60\,.\,(200)^2}{3000}\ (N) = 800N$$

A força aplicada apenas pelo assento, $\vec{F}_2$, será horizontal, orientada para a direita e com módulo 800N.

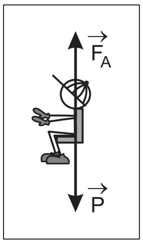
Contudo, a força total aplicada pela cadeira do piloto será dada por:

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 \Rightarrow \boxed{F = 1000N}$$



A força $\vec{F}$ é inclinada de 37° em relação à horizontal e tem o sentido indicado na figura.

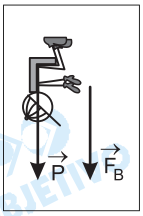
b)



Na posição A:

$$F_A - P = F_{cp}$$

$$F_A - 600 = 800 \Rightarrow \boxed{F_A = 1400N}$$



Na posição B:

$$F_B + P = F_{cp}$$

$$F_B + 600 = 800 \Rightarrow \boxed{F_B = 200N}$$

$$x = \frac{F_A}{F_B} = \frac{1400}{200} \Rightarrow \boxed{x = 7}$$

18

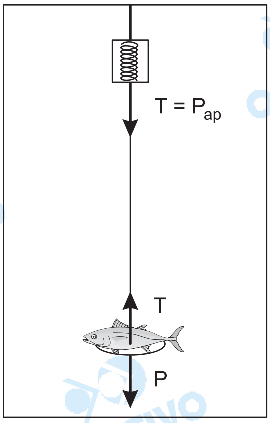
Uma pessoa pesa um peixe em uma balança presa no teto de um elevador. As forças externas atuando sobre o peixe são seu peso P e a força T exercida pela balança.

a) Fazendo o balanço de forças, verifique em qual das situações o peso aparente do peixe é maior que seu peso real: quando o elevador está acelerando com aceleração para baixo ou para cima?

b) Qual o peso aparente do peixe se o cabo que sustenta o elevador se romper?

Resolução

a)



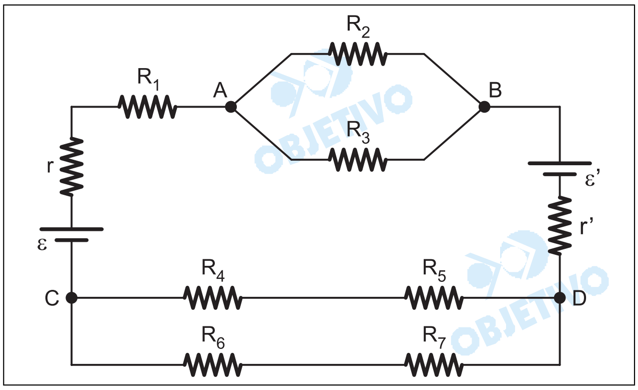
*Se $T > P$ (peso aparente maior que o peso real), a força resultante no peixe é dirigida para cima e portanto a **aceleração do elevador é dirigida para cima**.*

*b) Se o cabo de sustentação arrebentar-se, o elevador entra em queda livre e, nesse caso, a única força atuante no peixe será o seu peso real P, isto é, o **peso aparente do peixe será nulo**.*

Respostas: *a) aceleração do elevador dirigida para cima.*
b) o peso aparente é nulo.

19

Um circuito elétrico de corrente contínua é representado na figura. Neste circuito, tem-se que $R_1 = 6\ \Omega$, $R_2 = 6\ \Omega$, $R_3 = 12\ \Omega$, $R_4 = 3\ \Omega$, $R_5 = 3\ \Omega$, $R_6 = 6\ \Omega$, $R_7 = 6\ \Omega$, $\varepsilon = 6$ V, $\varepsilon' = 2$ V, $r = 2\ \Omega$ e $r' = 1\ \Omega$.



Determine:

a) a intensidade da corrente elétrica que passa pelo resistor R_1;

b) a diferença de potencial entre os pontos C e B.

Resolução

a) Associando-se os resistores, temos:

$R_{6,7} = R_6 + R_7 = (6 + 6)\Omega$ (série)

$R_{6,7} = 12\Omega$

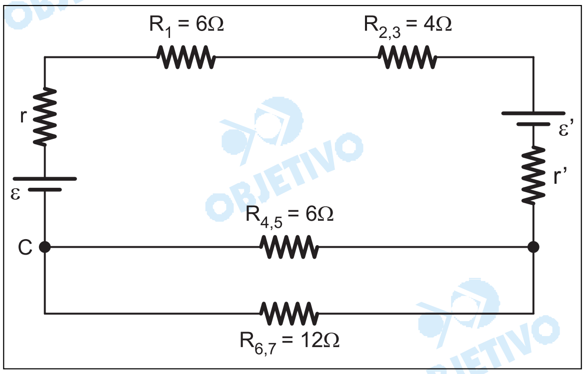
$R_{4,5} = R_4 + R_5 = (3 + 3)\Omega$ (série)

$R_{4,5} = 6\Omega$

$$R_{2,3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \text{ (paralelo)}$$

$$R_{2,3} = \frac{6 \cdot 12}{6 + 12} (\Omega) \Rightarrow R_{2,3} = 4\Omega$$

O circuito, com a primeira simplificação, fica:



Associando $R_{4,5}$ com $R_{6,7}$ (em paralelo), temos:

$$R = \frac{R_{4,5} \cdot R_{6,7}}{R_{4,5} + R_{6,7}} = \frac{6 \cdot 12}{6 + 12} (\Omega) \Leftrightarrow R = 4\Omega$$

Para R_1 e $R_{2,3}$ (em série), vem:

$R_{1,2,3} = (6 + 4)\Omega$

$R_{1,2,3} = 10\Omega$

A corrente elétrica que passa pelo resistor R_1 é a corrente total do circuito, que podemos calcular usando-se a Lei de Pouillet:

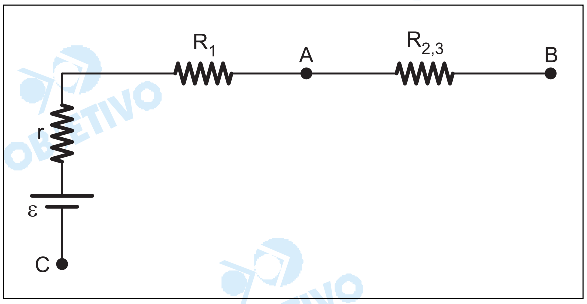
$$i = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}'}{(r + r') + R_{ext}}$$

Observemos que $\mathcal{E}$ é o gerador e $\mathcal{E}'$, o receptor.

$$i = \frac{6 - 2}{(2 + 1) + 10 + 4} \text{ (A)} \Leftrightarrow i = \frac{4}{17} \text{ (A)}$$

$$\boxed{i \cong 0{,}24A}$$

b) *Entre os pontos C e B do circuito, temos:*



$$U_{CB} = -\mathcal{E} + r \,.\, i + R_1 \,.\, i + R_{2,3} \,.\, i = -\mathcal{E} + (r + R_1 + R_{2,3})i$$

$$U_{CB} = -6 + (2 + 6 + 4) \,.\, \frac{4}{17} \text{ (V)}$$

$$U_{CB} = -6 + 2{,}8 \text{ (V)}$$

$$\boxed{U_{CB} \cong -3{,}2V}$$

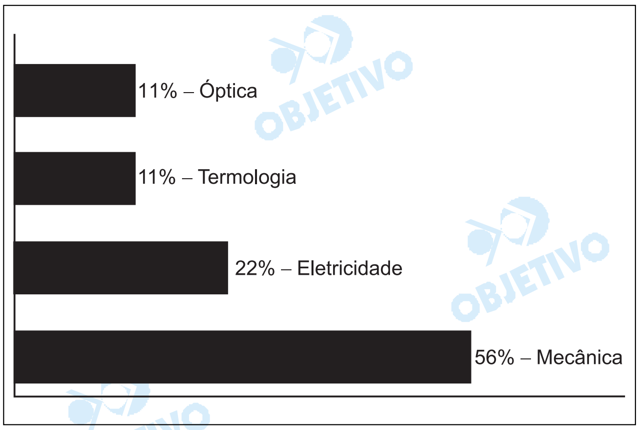
Respostas: a) $\frac{4}{17}$ A $\cong 0{,}24A$

b) $\cong -3{,}2V$

Comentário de Física

Uma prova muito trabalhosa, com cálculos numéricos envolvendo raízes não-exatas, exigindo do candidato um tempo demasiadamente longo para a sua resolução.

Uma prova de bom nível, com algumas questões inéditas que valorizaram o seu conteúdo.



20

O lançamento descontrolado de dióxido de enxofre ($SO_2(g)$) na atmosfera é uma das principais causas da acidez da água da chuva nos grandes centros urbanos. Esse gás, na presença de O_2 e água da chuva, produz $H_2SO_4(aq)$. Um dos efeitos causados pelo $H_2SO_4(aq)$ é a transformação do mármore, $CaCO_3(s)$, em gesso, $CaSO_4(s)$.

a) Escreva as equações químicas das reações que ocorrem com o $SO_2(g)$ na atmosfera formando $H_2SO_4(aq)$.

b) Considerando as massas molares do H_2SO_4 = 98 g/mol e do $CaSO_4$ = 136 g/mol, calcule a quantidade máxima de $CaSO_4$ que pode ser formada a partir de 245kg de H_2SO_4 puro.

Resolução

a) $2\ SO_2(g) + 1\ O_2(g) \longrightarrow 2\ SO_3(g)$

$SO_3(g) + H_2O(l) \longrightarrow H_2SO_4(aq)$

b) $CaCO_3(s) + H_2SO_4(l) \rightarrow CaSO_4(s) + H_2O(l) + CO_2(g)$

$$\begin{array}{ccc} 1 \text{ mol de } H_2SO_4 & \text{———} & 1 \text{ mol de } CaSO_4 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 98g & \text{———} & 136g \\ 245kg & \text{———} & x \end{array}$$

$x = 340kg \text{ de } CaSO_4$

21

Para neutralizar 100 mL de solução 1,60 mol/L de ácido sulfúrico (H_2SO_4), um laboratorista adicionou 400 mL de solução 1,00 mol/L de hidróxido de sódio (NaOH). Considerando o volume da solução final igual a 500 mL, determine:

a) utilizando cálculos, se a solução final será ácida, básica ou neutra;

b) a concentração em quantidade de matéria (mol/L) do sal formado na solução final.

Resolução

a) *Cálculo da quantidade de matéria do H_2SO_4 na solução:*

1L ———— 1,60 mol
0,1L ———— x
x = 0,160 mol

Cálculo da quantidade de matéria do NaOH na solução:

1L ———— 1,00 mol
0,4L ———— y
y = 0,400 mol

A equação química do processo:

$$H_2SO_4 + 2NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + 2H_2O$$

1 mol   2 mol   1 mol
0,160 mol   0,320 mol   0,160 mol

Excesso de NaOH:
0,400 mol – 0,320 mol = 0,08 mol

A solução é básica.

b) $[Na_2SO_4] = \dfrac{0,160\ mol}{0,500L}$

$[Na_2SO_4] = 0,320\ mol/L$

22

O leite de magnésia, utilizado para combater a acidez estomacal, é uma suspensão de hidróxido de magnésio ($Mg(OH)_2$) em água. O hidróxido de magnésio é um composto pouco solúvel em água, que apresenta a constante do Produto de Solubilidade (K_{PS}), a 25°C, igual a $3,2 \times 10^{-11}$.

a) Calcule a solubilidade do $Mg(OH)_2$ em água pura, expressa em mol/L. Considere desprezível a concentração de íons OH^- proveniente da dissociação da água e $K_{PS} = [Mg^{2+}] \times [OH^-]^2$.

b) Explique, utilizando cálculos, o que acontece com a solubilidade do $Mg(OH)_2$ em solução que apresente pH = 12. Admita que a concentração de íons OH^- da dissociação do $Mg(OH)_2$ seja desprezível nesse valor de pH.

Resolução

a) $$\begin{array}{lcll} Mg(OH)_2(s) & \rightleftarrows & Mg^{2+}(aq) & + \ 2OH^-(aq) \\ x \text{ mol/L} & & x \text{ mol/L} & \ \ 2x \text{ mol/L} \end{array}$$

$$K_{PS} = [Mg^{2+}] \,.\, [OH^-]^2 = x \,.\, (2x)^2 = 4x^3$$

$$4x^3 = 3,2 \,.\, 10^{-11}$$

$$4x^3 = 32 \,.\, 10^{-12}$$

$$x^3 = 8 \,.\, 10^{-12}$$

$$x = \sqrt[3]{8 \,.\, 10^{-12}} = 2 \,.\, 10^{-4}$$

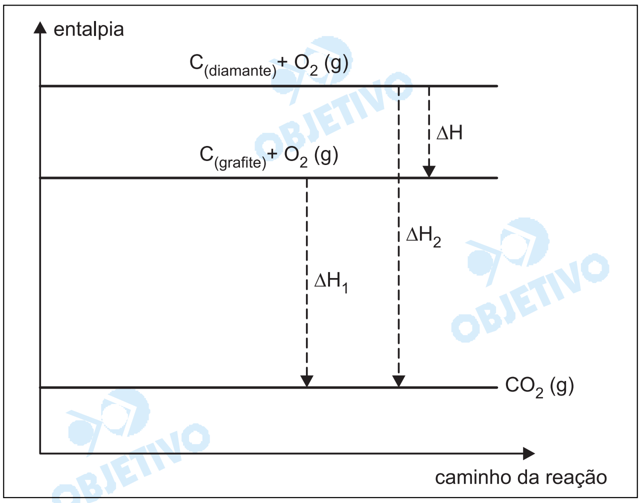
A solubilidade do $Mg(OH)_2$ em água pura é $2 \,.\, 10^{-4}$ mol/L

b) *Em uma solução de pH = 12, o meio é fortemente básico. De acordo com o Princípio de Le Chatelier, o aumento da concentração de OH^- desloca o equilíbrio "para a esquerda", isto é, a solubilidade diminui.*

$$Mg(OH)_2(s) \rightleftarrows Mg^{2+}(aq) + \overset{\leftarrow\,\uparrow}{2OH^-}(aq)$$

23

Entre as formas alotrópicas de um mesmo elemento, há aquela mais estável e, portanto, menos energética, e também a menos estável, ou mais energética. O gráfico, de escala arbitrária, representa as entalpias (ΔH) do diamante e grafite sólidos, e do CO_2 e O_2 gasosos.



a) Sabendo-se que os valores de ΔH_1 e ΔH_2 são iguais a – 393 e – 395 kJ, respectivamente, calcule a entalpia (ΔH) da reação: C(grafite) $\rightarrow$ C(diamante). Indique se a reação é exotérmica ou endotérmica.

b) Considerando-se a massa molar do C = 12 g/mol, calcule a quantidade de energia, em kJ, necessária para transformar 240g de C(grafite) em C(diamante).

Resolução

a) *Utilizando o gráfico fornecido, temos:*

$\Delta H_2 = \Delta H_1 + \Delta H$

$-395kJ = -393kJ + \Delta H$

$\Delta H = -2kJ$

C(diamante) $\rightarrow$ C(grafite) $\quad \Delta H = -2kJ$

C(grafite) $\rightarrow$ C(diamante) $\quad \Delta H = +2kJ$

Portanto, a transformação do grafite em diamante é endotérmica.

b) C(grafite) $\rightarrow$ C(diamante) $\quad \Delta H = +2kJ$

$12g \xrightarrow{\text{absorvem}} 2kJ$

$240g \longrightarrow x$

$x = 40kJ$

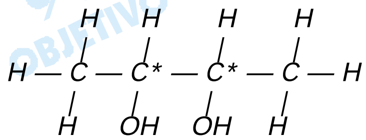
24

O composto orgânico 2,3-butanodiol apresenta dois carbonos assimétricos, cada um deles tendo substituintes exatamente iguais. Cada um desses carbonos assimétricos pode provocar o desvio da luz polarizada de um ângulo α para a direita (composto dextrógiro) ou para a esquerda (composto levógiro). Uma outra possibilidade é que um dos carbonos assimétricos desvie a luz polarizada de um ângulo α para a direita, enquanto o outro desvie do mesmo ângulo α para a esquerda. Nesse caso, o desvio final será nulo e o composto opticamente inativo (meso). Considerando as informações fornecidas no texto, escreva:

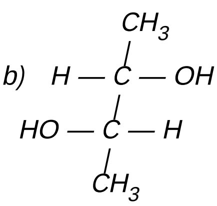
a) a fórmula estrutural do 2,3-butanodiol e indique os dois carbonos assimétricos que apresentam substituintes iguais na estrutura desse composto;

b) a fórmula estrutural dos três isômeros ópticos do 2,3-butanodiol (dextrógiro, levógiro e meso).

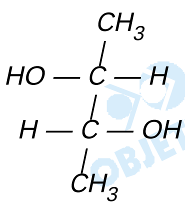
Resolução

a) 

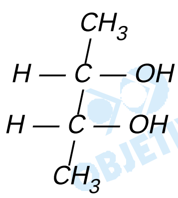
C: carbono assimétrico*

b) 

dextrogiro ou levogiro



levogiro ou dextrogiro



meso (molécula simétrica)

25

Cetonas são compostos orgânicos que possuem grupo carbonila ligado a outros dois grupos orgânicos. A cetona mais comum é a dimetil-cetona (nome usual) ou acetona (nome comercial), que é um líquido incolor, inflamável e de cheiro agradável. Antigamente, a dimetil-cetona era preparada industrialmente, por hidratação do propino na presença de ácido sulfúrico (H_2SO_4) e sulfato de mercúrio (II) ($HgSO_4$). A dimetil-cetona, atualmente, é produzida industrialmente a partir da oxidação do cumeno (isopropilbenzeno), processo industrial moderno, que produz também fenol, composto orgânico de grande importância industrial.

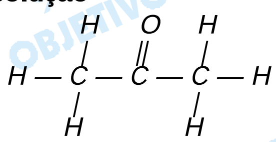
Com base nas informações do texto, escreva:

a) o nome oficial da dimetil-cetona (IUPAC) e sua fórmula estrutural;

b) a equação química da reação de obtenção da dimetilcetona, a partir da oxidação do cumeno (isopropilbenzeno) pelo oxigênio do ar.

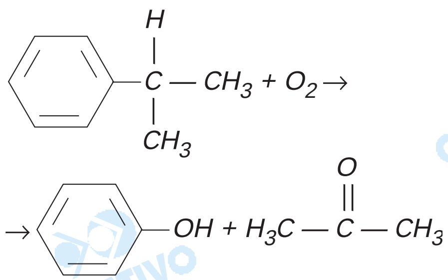
Resolução

a)



nome oficial: propanona

b) A equação química do processo:



Comentário

Podemos classificar a prova de Química com um grau de dificuldade médio para difícil. As questões foram bem elaboradas e não apresentaram falta de rigor e clareza.