

FRENTE: MATEMÁTICA IV

PROFESSOR(A): MARCELO MENDES

ASSUNTO: PRINCÍPIOS ADITIVO E MULTIPLICATIVO

## EAD – ITA

### AULA 18 E 19



### Resumo Teórico

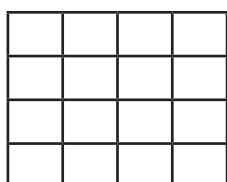
**Princípio Aditivo.** Suponha que existam  $k_1$  possibilidades de o evento  $E_1$  ocorrer e  $k_2$  possibilidades de o evento  $E_2$  ocorrer. Se todas essas formas são distintas 2 a 2, então o número de maneiras de ocorrer  $E_1$  ou  $E_2$  é  $k_1 + k_2$ . O resultado é análogo para mais eventos.

**Princípio Multiplicativo.** Suponha que o evento  $E$  possa ser dividido em 2 eventos  $E_1$  e  $E_2$  em estágios ordenados. Se houver  $k_1$  possibilidades de ocorrer  $E_1$  e  $k_2$  possibilidades de ocorrer  $E_2$ , então o número de possibilidades de  $E$  é  $k_1 \cdot k_2$ .

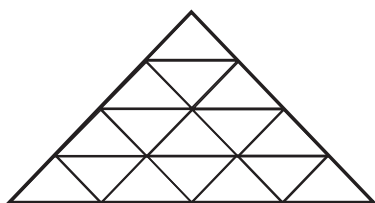


### Exercícios

01. Encontre o número de quadrados contidos no tabuleiro  $4 \times 4$  a seguir.



02. Encontre o número de triângulos contidos na configuração a seguir.



03. Mostre que a quantidade de divisores positivos de  $N = p_1^{e_1} \cdot p_2^{e_2} \cdot \dots \cdot p_k^{e_k}$  é  $d(N) = (e_1 + 1)(e_2 + 1) \dots (e_k + 1)$ .

04. Prove que o número de subconjuntos distintos do conjunto  $A = \{1, 2, \dots, n\}$ , incluindo o vazio e ele próprio, é  $2^n$ .

05. Seja  $A$  um conjunto com  $m$  elementos e  $B$ , um conjunto com  $n$  elementos. Quantas funções  $f: A \rightarrow B$  existem?

06. (ITA) Listando-se, em ordem crescente, todos os números de cinco algarismos distintos, formados com os elementos do conjunto  $\{1, 2, 4, 6, 7\}$ , o número 62417 ocupa o  $n$ -ésimo lugar. Então,  $n$  é igual a:

- A) 74  
B) 75  
C) 79  
D) 81  
E) 92

07. (ITA) Deseja-se trocar uma moeda de 25 centavos, usando-se apenas moedas de 1, 5 e 10 centavos. Então, o número de diferentes maneiras em que a moeda de 25 centavos poderá ser trocada é igual a:

- A) 6  
B) 8  
C) 10  
D) 12  
E) 14

08. Quantos divisores positivos possui o número 2025?

09.

- A) Determine a soma dos divisores positivos do número 2025.  
B) Determine a soma dos divisores do número 2025.

10. (AFA) Quantos números de 4 algarismos podem ser formados com os 10 algarismos  $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$  se forem permitidas as repetições?

- A) 4536  
B) 5454  
C) 8436  
D) 9000

11. (ITA) O número de divisores de 17640 que, por sua vez, são divisíveis por 3 é:

- A) 24  
B) 36  
C) 48  
D) 54  
E) 72

12. (IME) Calcule quantos números naturais de 3 algarismos distintos existem no sistema de base 7.

13. (IME) 5 rapazes e 5 moças devem posar para fotografia ocupando os 5 degraus de uma escada de modo que em cada degrau fique um rapaz e uma moça. De quantas maneiras diferentes podemos dispor esse grupo?

14. Thaís tem um conjunto de 96 blocos distintos. Cada bloco pode ser de um de: 2 materiais (plástico ou madeira), 3 tamanhos (pequeno, médio ou grande), 4 cores (azul, verde, vermelho ou amarelo), 4 formas (círculo, hexágono, quadrado, triângulo). Quantos blocos no conjunto são diferentes do tipo 'plástico, médio, vermelho, círculo' em exatamente duas características?

- A) 29  
B) 39  
C) 48  
D) 56  
E) 62

15. No final de um torneio de boliche profissional, os 5 melhores jogadores vão para um 'play-off'. O jogador nº 5 disputa com o nº 4. O perdedor recebe o 5º prêmio e o vencedor disputa com o participante nº 3 um outro jogo. O perdedor desse jogo recebe o 4º prêmio e o vencedor disputa com o jogador nº 2. O perdedor desse jogo recebe o 3º prêmio e o vencedor disputa com o nº 1. O vencedor desse combate recebe o 1º prêmio e o perdedor, o 2º prêmio. De quantas maneiras os jogadores nº 1 a nº 5 podem receber os prêmios?
- A) 10  
B) 16  
C) 24  
D) 120  
E) NDA

### EXERCÍCIOS EXTRAS

01. Fazer o mesmo que no fixação 1 para tabuleiros  $1 \times 1$ ,  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$  e  $5 \times 5$ . Observe o padrão do resultado e encontre uma fórmula geral para o número de quadrados contidos em um tabuleiro  $n \times n$ , sendo  $n \geq 2$ .
02. Mostre que a soma dos divisores positivos de  $N = p_1^{e_1} \cdot p_2^{e_2} \cdot \dots \cdot p_k^{e_k}$  é  $S(N) = \frac{p_1^{e_1+1} - 1}{p_1 - 1} \cdot \frac{p_2^{e_2+1} - 1}{p_2 - 1} \cdot \dots \cdot \frac{p_k^{e_k+1} - 1}{p_k - 1}$ .
03. (IME) Sejam A e B dois subconjuntos de N. Por definição, uma função  $f: A \rightarrow B$  é crescente se  $a_1 > a_2 \Rightarrow f_{(a_1)} \geq f_{(a_2)}$ , para quaisquer  $a_1, a_2 \in A$ .
- A) Para  $A = \{1, 2\}$  e  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ , quantas funções de A para B são crescentes?
- B) Para  $A = \{1, 2, 3\}$  e  $B = \{1, 2, \dots, n\}$ , quantas funções de A para B são crescentes, onde  $n$  é um número inteiro maior que zero?

GABARITO				
01	02	03	04	05
30	27	-	-	$n^m$
06	07	08	09	10
D	D	15	*	D
11	12	13	14	15
C	180	*	A	B

- \* 09. A) 3751  
B) 0  
13. 460800  
- Demonstração

EXERCÍCIOS EXTRAS		
01	02	03
-	-	*

- \* 03. A) 10  
B)  $\binom{n+2}{3}$   
- Demonstração



### Anotações