

EXTENSIVO 2023



RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS

ÓTICA III - avançado



Prof. João Maldonado

SUMÁRIO

| | |
|--|-----------|
| 1. LISTA DE QUESTÕES | 3 |
| 2. GABARITO SEM COMENTÁRIOS | 24 |
| 3. LISTA DE QUESTÕES COMENTADAS | 25 |

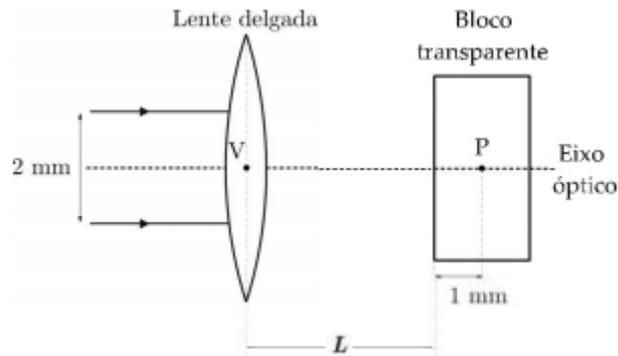




1. LISTA DE QUESTÕES

1. (ITA-2020 – 1ª Fase)

Dois raios luminosos paralelos e simétricos em relação ao eixo óptico, interdistantes de 2 mm, devem ser focados em um ponto P no interior de um bloco transparente, a 1 mm de sua superfície, conforme mostra a figura. Para tal, utiliza-se uma lente delgada convergente com distância focal de 1 mm. Considerando que o bloco tem índice de refração $n = \sqrt{2}$, a distância L entre o vértice V da lente e a superfície do bloco deve ser ajustada para



- 1 mm.
- $\sqrt{2}/2$ mm.
- $1 - \sqrt{2}/2$ mm.
- $\sqrt{3}/3$ mm.
- $1 - \sqrt{3}/3$ mm.

2. (ITA-2020 – 2ª Fase)

Um sinal luminoso propaga-se no interior de uma fibra óptica retilínea de comprimento $L = 3,00 \text{ km}$, feita de um material com índice de refração igual a 1,50. Considere que a luz no interior da fibra é guiada por meio de sucessivas reflexões internas totais. Sendo a velocidade da luz no vácuo igual a $3,00 \times 10^5 \text{ km/s}$, calcule o tempo de propagação do sinal de ponta a ponta

- se a fibra estiver envolta de ar;
- se o núcleo da fibra estiver envolvido por um revestimento feito de material com índice de refração de 1,45.



3. (ITA-1969)

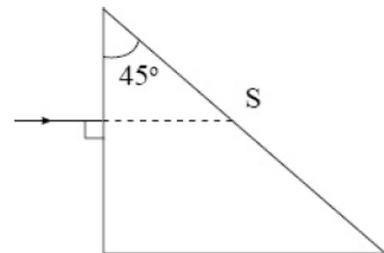
Uma fonte luminosa puntiforme está a uma profundidade h abaixo da superfície de um lago suficientemente grande em extensão e profundidade. Seja n o índice de refração da água. Da energia total emitida, f é a fração que escapa diretamente da superfície líquida, desprezando a absorção da luz na água e a reflexão que não for total. Nessas condições podemos afirmar que:

- a) f aumenta se h aumentar
- b) f diminui se h aumentar
- c) $f = \frac{1}{n}$
- d) $f = \frac{1}{2} - \frac{1}{2 \cdot n \cdot \sqrt{n^2 - 1}}$
- e) nenhuma das afirmações acima.

4. (ITA-1971)

No desenho qual deve ser o índice de refração do prisma para que o raio mostrado sofra reflexão total na face S? (Considere o índice de refração do ar igual a 1,00).

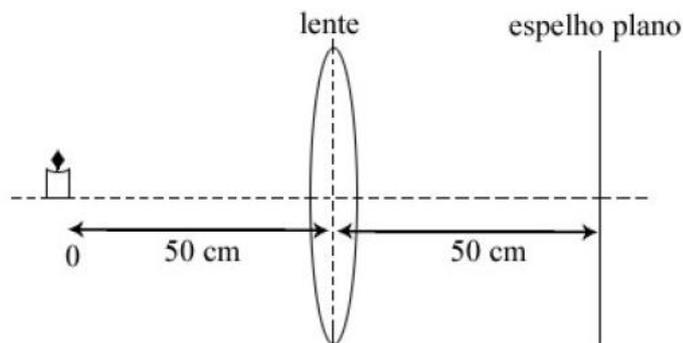
- a) $n > \sqrt{2}$
- b) $n < 1,5$
- c) $n > 1,16$
- d) $n < \sqrt{2}$
- e) nenhuma das respostas é correta.



5. (ITA-1975)

Consideremos o seguinte arranjo, em que a lente convergente tem distância focal de 30 cm.

A imagem do objeto O:

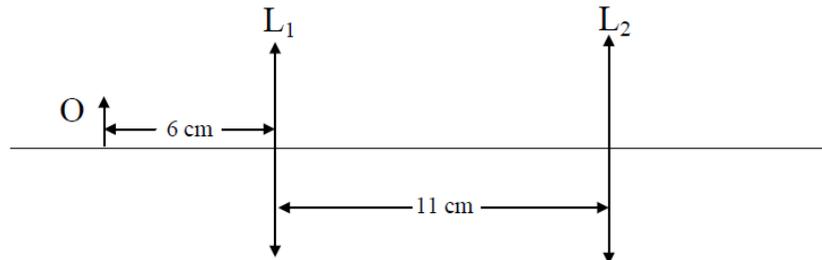


- a) será real e formar-se-á a 50 cm da lente.
- b) Será virtual a 25 cm atrás do espelho e real 25 cm na frente do mesmo.
- c) Será real e formar-se-á a 25 cm na frente do espelho.



- d) Será real e formar-se-á no foco da lente.
 e) N.d.a

6. (ITA-1976)



No sistema óptico esquematizado, O representa um objeto real e as lentes delgadas convergentes, L1 e L2, tem distância focais iguais a 2 cm e 4 cm, respectivamente. A imagem I deve estar a:

- a) 8 cm à direita de L2 e $\frac{I}{O} = \frac{1}{2}$
 b) 8 cm à esquerda de L2 e $\frac{I}{O} = \frac{1}{2}$
 c) 8 cm à direita de L2 e $\frac{I}{O} = 2$
 d) 8 cm à esquerda de L2 e $\frac{I}{O} = \frac{1}{2}$
 e) 12 cm à direita de L2 e $\frac{I}{O} = 2$

7. (ITA-1978)

Uma lente duplamente convexa tem raios de curvatura de 25 cm e índice de refração 1,50. Calcular a posição da imagem (I) de um objeto colocado sobre o eixo, a 60 cm da lente, 1º) quando a lente se acha no ar e 2º) quando imersa na água. São dados os índices de refração: $n_{ar} = 1,00$; $n_{água} = 1,33$.

| Ar | Água |
|-------------------------|--------------------------|
| $q = 25,00 \text{ cm}$ | $q = 73,52 \text{ cm}$ |
| $q = -42,86 \text{ cm}$ | $q = -155,25 \text{ cm}$ |
| $q = 42,86 \text{ cm}$ | $q = -155,25 \text{ cm}$ |
| $q = 12,25 \text{ cm}$ | $q = 0,01 \text{ cm}$ |

nenhuma das afirmações está correta.



8. (ITA-1979)

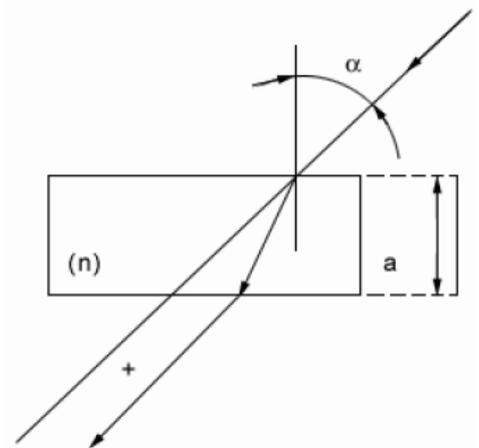
Um feixe de luz monocromática incide paralelamente ao eixo principal de uma lente convergente de distância focal A , num meio de índice de refração absoluto igual a 1 (um). O feixe é cilíndrico e tem diâmetro $2A$. Dispõe-se de uma lâmina de faces paralelas, espessura $E = \frac{A}{4}$ e índice de refração absoluto igual a 1,4 (um inteiro e quatro décimos). Nestas condições, pode-se afirmar que:

- a) se a lâmina for intercalada entre a fonte de luz e a lente ter-se-á que a distância focal do sistema, medida a partir do centro da lente, será: $f = A - \frac{E \cdot \text{sen } 15^\circ}{0,5}$
- b) se a lâmina for intercalada entre a lente e seu foco, então, a distância focal do sistema, medida a partir do centro da lente, será: $f = A + \frac{E \cdot \text{sen } 15^\circ}{0,5}$
- c) se a lâmina for intercalada entre o foco e a lente, então, a distância focal do sistema, medida a partir do centro da lente, será: $f = 1,2 A$
- d) se a lâmina for intercalada entre o foco e a lente, então a nova distância focal do sistema, medida a partir do centro da lente, será: $f = 4 A$
- e) qualquer que seja a posição da lâmina intercalada entre a fonte de luz e a lente, ela não alterará a distância focal do sistema, medida a partir do centro da lente.

9. (ITA-1980)

Um raio luminoso incide sobre uma lâmina transparente de faces paralelas, de espessura a e índice de refração n . Calcular o desvio sofrido pelo raio luminoso, ao atravessar a lâmina, supondo que o ângulo de incidência, α , seja pequeno. (Utilizar as aproximações: $\text{sen } \alpha = \alpha$ e $\text{cos } \alpha = 1$).

- a) $x \cong a \cdot \alpha \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)$
- b) $x \cong a \cdot \alpha \cdot (1 - n)$
- c) $x \cong a \cdot \alpha \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right)$
- d) $x \cong a \cdot \alpha \cdot (1 + n)$
- e) $x \cong a \cdot \alpha \cdot (n - 1)$



10. (ITA-1981)

Um sistema óptico é composto por duas lentes esféricas, convergentes $L1$ e $L2$, dispostas coaxialmente. As distâncias focais são, respectivamente, $f1$ e $f2$ e a distância entre elas é d . Um feixe de luz cilíndrico de 40 mm de diâmetro incide sobre $L1$, segundo o seu eixo, e emerge de $L2$ como um feixe também cilíndrico de 30 mm de diâmetro. Se $f1 = 60 \text{ mm}$, pode-se afirmar que a distância d será:

- a) 45 mm



- b) 8 mm
- c) 15 mm
- d) 105 mm
- e) qualquer valor, pois o fenômeno citado independe da distância em consideração.

11. (ITA-1982)

Considere um sistema composto por duas lentes circulares esféricas delgadas de 6,0 cm de diâmetro dispostas coaxialmente como indica a figura 7. L_1 é uma lente convergente de distância focal $f_1 = 5,0 \text{ cm}$ e L_2 é uma lente divergente de distância focal $f_2 = 4,0 \text{ cm}$. No ponto P_1 à esquerda do sistema é colocado um objeto luminoso puntiforme a 5,0 cm de L_1 . À direita de L_2 , a uma distância $d = 24 \text{ cm}$ é colocado um anteparo A, perpendicular ao eixo do sistema. Assim, temos que:

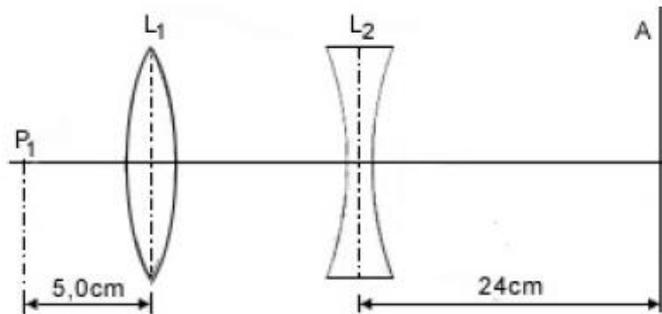
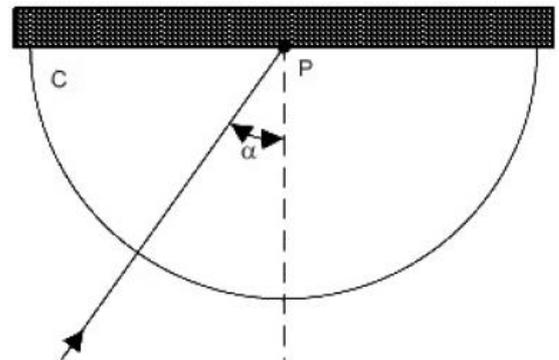


Fig. 7

- a) sobre o anteparo A forma-se uma imagem real puntiforme de P_1 ;
- b) sobre o anteparo A aparece uma região iluminada circular de diâmetro igual a 12 cm;
- c) sobre o anteparo aparece uma região iluminada circular de diâmetro igual a 6,0 cm;
- d) o anteparo fica iluminado uniformemente em uma região muito grande;
- e) sobre o anteparo aparece uma região iluminada circular de diâmetro 42 cm.

12. (ITA-1983)

Para a determinação do índice de refração (n_1) de uma lâmina fina de vidro (L) foi usado o dispositivo da figura, em que C representa a metade de um cilindro de vidro opticamente polido, de índice de refração $n_2 = 1,80$. Um feixe fino de luz monocromática é feito incidir no ponto P, sob um ângulo α , no plano do papel. Observa-se que, para $\alpha = 45^\circ$, o feixe é inteiramente refletido na lâmina. Qual é o valor de n_1 ?



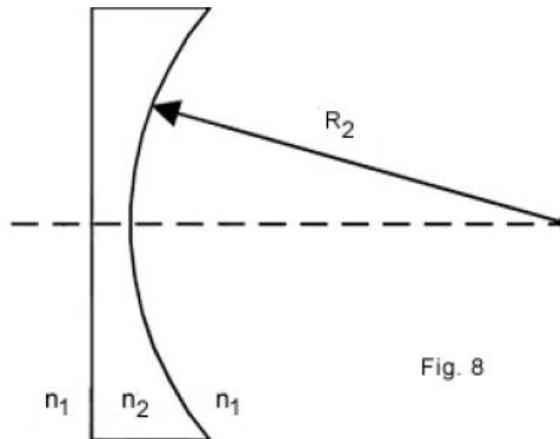
- a) 1,00
- b) 1,27
- c) 2,54



- d) 1,33
- e) 1,41

13. (ITA-1984)

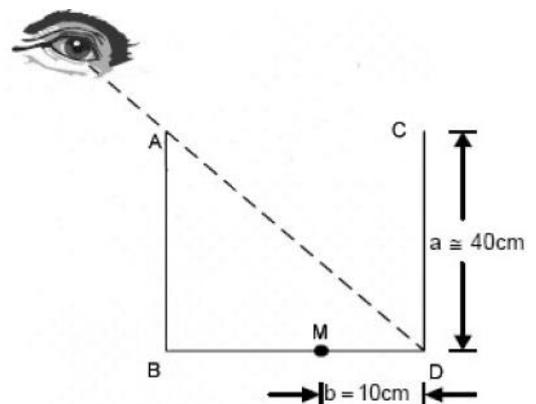
O índice de refração de uma lente plano-côncava é $n_2 \cong 1,5$ e o raio de curvatura é $R_2 \cong 30 \text{ cm}$. Quando imerso no ar ($n_1 = 1$) a lente comporta-se como uma lente divergente de distância focal $f = -60 \text{ cm}$. Ao se colocar esta mesma lente num meio de índice de refração 3 pode-se afirmar que:



- a) a lente continuará divergente de distância focal 60 cm.
- b) a lente se comportará como lente convergente de distância focal 60 cm.
- c) a lente se comportará como lente divergente de distância focal de valor diferente de 60 cm.
- d) a lente se comportará como lente convergente de distância focal de valor diferente de 60 cm.
- e) a lente se comportará como um espelho côncavo.

14. (ITA-1986)

Um reservatório cúbico de paredes opacas e arestas $a = 40 \text{ cm}$, acha-se disposto de tal maneira que o observador não vê o seu fundo (ver figura). A que nível mínimo devemos preencher este cubo com água, para que o observador possa ver uma mancha negra, pontual M, que se encontra no fundo do recipiente, a uma distância $b = 10 \text{ cm}$ do ponto D? Obs: índice de refração para a água, na região do visível, $n = 1,33$.



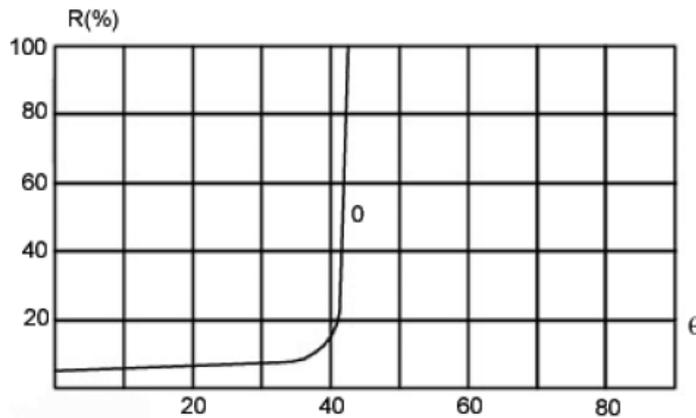
- a) 21 cm
- b) 27 cm
- c) 32 cm



- d) 18 cm
- e) nenhum dos valores acima.

15. (ITA-1987)

Numa experiência em que se mediu a razão R entre a energia luminosa refletida e a energia luminosa incidente na interface entre dois meios de índices de refração n_1 e n_2 em função do ângulo de incidência (vide figura), obteve-se o gráfico abaixo, onde R é dada em porcentagem.



Das afirmativas:

I – $n_2 < n_1$

II – $\frac{n_1}{n_2} > 1,4$

III – A razão entre a energia refletida e a refratada a 30° é maior que 0,2.

IV – Para $\theta > 42^\circ$ a Luz é completamente refratada.

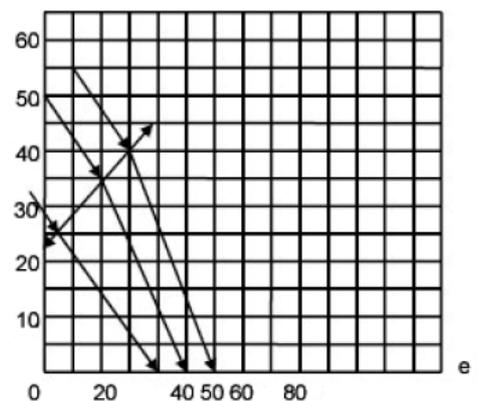
V – O raio refratado está mais afastado da normal do que o raio incidente.

Podemos dizer que:

- a) Apenas I e II estão corretas
- b) I, III e V estão corretas.
- c) Apenas III e V estão corretas.
- d) I, II e V estão corretas.
- e) II, IV e V estão corretas.

16. (ITA-1989)

Por uma questão de conveniência experimental, o ponto focal de uma lente delgada convergente teve de ser posicionado fora do eixo da lente por meio de um espelho plano, indicado em corte (e) na abcissa do gráfico anexo.



Complete o desenho e determine, aproximadamente, as coordenadas (x, y) do foco e distância focal da lente.

| | x (mm) | y (mm) | f (mm) |
|----|----------|----------|----------|
| a) | 60 | 10 | 65 |
| b) | 84 | 36 | 100 |
| c) | 80 | 30 | 95 |
| d) | 74 | 24 | 83 |
| e) | 103 | 54 | 125 |

17. (ITA-1990)

Uma pequena lâmpada é colocada a 1,0m de distância de uma parede. Pede-se a distância a partir da parede em que deve ser colocada uma lente de distância focal 22,0 cm para produzir na parede uma imagem nítida e ampliada da lâmpada.

- a) 14 cm.
- b) 26,2 cm.
- c) 67,3 cm.
- d) 32,7 cm.
- e) outro valor.

18. (ITA-1992)

Uma vela se encontra a uma distância de 30 cm de uma lente plano convexo que projeta uma imagem nítida de sua chama em uma parede a 1,2 m de distância da lente. Qual é o raio de curvatura da parte convexa da lente se o índice de refração da mesma é 1,5?

- a) 60 cm.
- b) 30 cm.
- c) 24 cm.
- d) 12 cm.
- e) Outro valor diferente dos anteriores.

19. (ITA-1993)

Um objeto em forma de um segmento de reta de comprimento l está situado ao longo do eixo óptico de uma lente convergente de distância focal f . O centro do segmento se encontra a



uma distância a da lente e, esta, produz uma imagem real convergente de todos os pontos do objeto. Quanto vale o aumento linear β do objeto?

a) $\beta = \frac{f^2}{a^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$

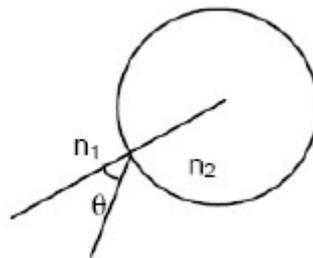
b) $\beta = \frac{f^2}{f^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$

c) $\beta = \frac{f^2}{(a-f)^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$

d) $\beta = \frac{f^2}{(a+f)^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$

e) $\beta = \frac{f^2}{(a+f)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}$

20. (ITA-1994)



A figura mostra a secção transversal de um cilindro feito de um material cujo índice de refração é n_2 imerso num meio de índice n_1 . Os valores dos índices são $\sqrt{2}$ e 1,0 não necessariamente nessa ordem. Para que um feixe de luz contido no plano seccionador e proveniente do meio de índice 1 penetre no cilindro consiga escapar, devemos satisfazer às seguintes condições:

- a) Impossível com os dados fornecidos.
- b) $n_1 = \sqrt{2}; n_2 = 1,0; 45^\circ < \theta < 90^\circ$
- c) $n_1 = 1,0; n_2 = \sqrt{2}; 45^\circ < \theta < 90^\circ$
- d) Nunca será possível.
- e) $n_1 = 1,0; n_2 = \sqrt{2}$

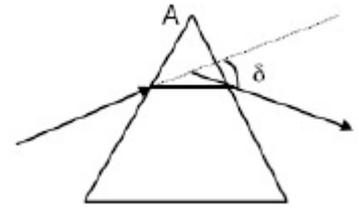
21. (ITA-1996)

O Método do Desvio Mínimo, para a medida do índice refração, n , de um material transparente, em relação ao ar, consiste em se medir o desvio mínimo de um feixe estreito de luz



que atravessa um prisma feito desse material. Para que esse método possa ser aplicado (isto é, para que se tenha um feixe emergente), o ângulo A do prisma deve ser menor que:

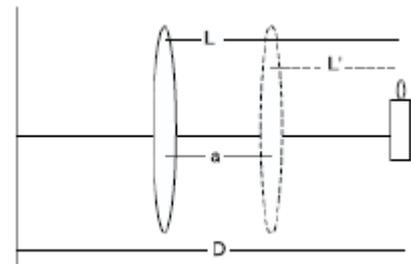
- a) $\arcsen(n)$
- b) $2 \arcsen(1/n)$
- c) $0,5 \arcsen(1/n)$
- d) $\arcsen(1/n)$
- e) Outra expressão.



22. (ITA-1998)

Uma vela está a uma distância D de um anteparo sobre o qual se projeta uma imagem com lente convergente. Observa-se que as duas distâncias L e L' entre a lente e a vela para as quais se obtém uma imagem nítida da vela no anteparo, distam uma da outra de uma distância a. O comprimento focal da lente é então:

- a) $\frac{D-a}{2}$
- b) $\frac{D^2-a^2}{4 \cdot D}$
- c) $\frac{D+a}{2}$
- d) $\frac{D^2+a^2}{4 \cdot D}$
- e) $2 \cdot a$



23. (ITA-1999)

No final de uma tarde de céu límpido, quando o sol está no horizonte sua cor parece avermelhada. A melhor explicação para esse belo fenômeno da natureza é que:

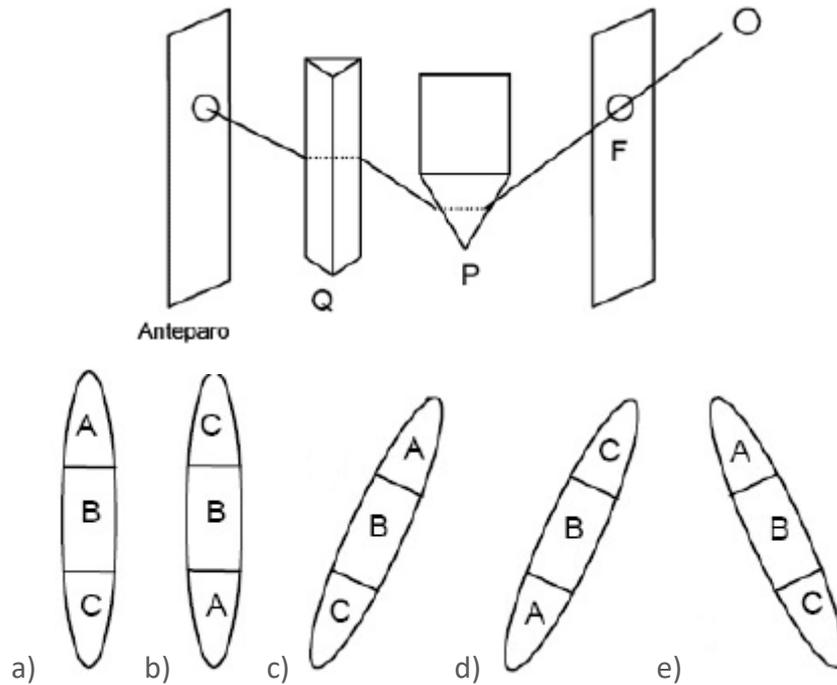
- a) o Sol está mais distante da Terra.
- b) a temperatura do Sol é menor no final da tarde.
- c) a atmosfera da Terra espalha comprimentos de ondas mais curtos, como por exemplo o da luz azul.
- d) a atmosfera da Terra absorve os comprimentos de onda azul e verde.
- e) a atmosfera da Terra difrata a luz emitida pelo sol.

24. (ITA-1999)

Isaac Newton, no início de 1666, realizou a seguinte experiência: Seja S o Sol e F um orifício feito na janela de um quarto escuro. Considere P e Q dois prismas de vidro colocados em posição cruzada um em relação ao outro, ou seja, com suas arestas perpendiculares entre si, conforme mostra a figura abaixo. Represente por A a cor violeta, por B a amarela e C a vermelha. Após a



passagem dos raios luminosos pelo orifício e pelos dois prismas, a forma da imagem e a disposição das cores formadas no anteparo são melhor representadas por:



25. (ITA-2000)

Duas fontes de luz S1 e S2, tem suas imagens formadas sobre um anteparo por uma lente convergente, como mostra a figura. Considere as seguintes proposições:

I - Se a lente for parcialmente revestida até da sua altura com uma película opaca (conforme a figura), as imagens (I1 de S1, I2 de S2) sobre o anteparo permanecem, mas tornam-se menos luminosas.

II - Se a lente for parcialmente revestida até da sua altura e as fontes forem distanciadas da lente, a imagem I1 desaparece.

III - Se as fontes S1 e S2 forem distanciadas da lente, então, para que as imagens não se alterem, o anteparo deve ser deslocado em direção à lente.

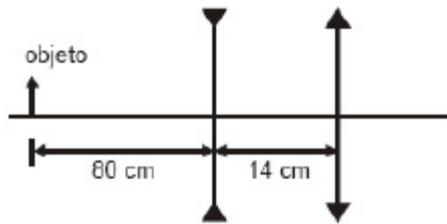
26. (ITA-2002)

Uma pequena pedra repousa no fundo de um tanque de x m de profundidade. Determine o menor raio de uma cobertura circular, plana, paralela à superfície da água que flutuando sobre a superfície da água diretamente acima da pedra, impeça completamente a visão desta por um observador ao lado do tanque, cuja vista se encontra no nível da água. Justifique.

Dado: índice de refração da água $n = \frac{4}{3}$

27. (ITA-2003)





A figura mostra um sistema óptico constituído de uma lente divergente, com distância focal $f_1 = -20\text{cm}$, distante 14 cm de uma lente convergente com distância focal $f_2 = 20\text{cm}$. Se um objeto linear é posicionado a 80cm à esquerda da lente divergente, pode-se afirmar que a imagem definitiva formada pelo sistema:

- a) é real e o fator de ampliação linear do sistema é $-0,4$.
- b) é virtual, menor e direita em relação ao objeto.
- c) é real, maior e invertida em relação ao objeto.
- d) é real e o fator de ampliação linear do sistema é $-0,2$.
- e) é virtual, maior e invertida em relação ao objeto.

28. (ITA-2005)

Situa-se um objeto a uma distância p' diante de uma lente convergente de distância focal f , de modo a obter uma imagem real a uma distância p da lente. Considerando a condição de mínima distância entre imagem e objeto, então é correto afirmar que:

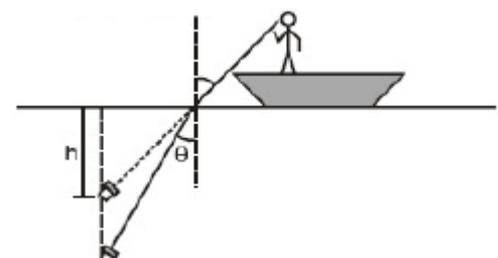
- a) $p^3 + f \cdot p \cdot p' + p'^3 = 5 \cdot f^3$
- b) $p^3 + f \cdot p \cdot p' + p'^3 = 10 \cdot f^3$
- c) $p^3 + f \cdot p \cdot p' + p'^3 = 20 \cdot f^3$
- d) $p^3 + f \cdot p \cdot p' + p'^3 = 25 \cdot f^3$
- e) $p^3 + f \cdot p \cdot p' + p'^3 = 30 \cdot f^3$

29. (ITA-2005)

Um pescador deixa cair uma lanterna acesa em um lago a 10,0m de profundidade. No fundo do lago, a lanterna emite um feixe luminoso formando um pequeno ângulo com a vertical (veja figura).

Considere: $\text{tg } \theta \cong \text{sen } \theta$ e o índice de refração da água $n = 1,33$. Então, a profundidade aparente h vista pelo pescador é igual a:

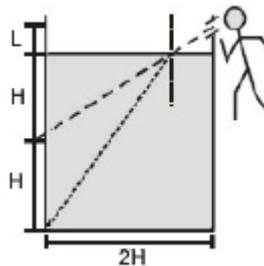
- a) 2,5 m
- b) 5,0 m



- c) 7,5 m
- d) 8,0 m
- e) 9,0 m

30. (ITA-2005)

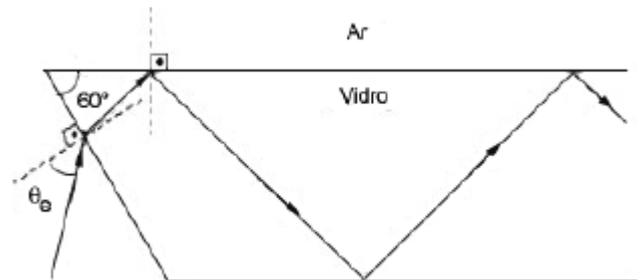
Através de um tubo fino, um observador enxerga o topo de uma barra vertical de altura H apoiada no fundo de um cilindro vazio de diâmetro $2H$. O tubo encontra-se a uma altura $2H + L$ e, para efeito de cálculo, é de comprimento desprezível. Quando o cilindro é preenchido com um líquido até uma altura $2H$ (veja figura), mantido o tubo na mesma posição, o observador passa a ver a extremidade inferior da barra. Determine literalmente o índice de refração desse líquido.



31. (ITA-2006)

A figura mostra uma placa de vidro com índice de refração $n_v = \sqrt{2}$ mergulhada no ar, cujo índice de refração é igual a 1,0. Para que um feixe de luz monocromática se propague pelo interior do vidro através de sucessivas reflexões totais, o seno do ângulo de entrada, $\text{sen } \theta_e$, deverá ser menor ou igual a:

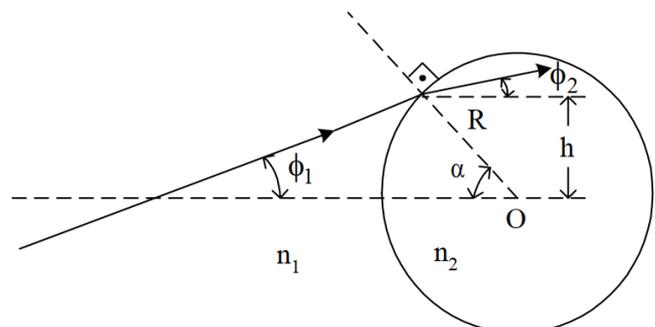
- a) 0,18
- b) 0,37
- c) 0,50
- d) 0,71
- e) 0,87



32. (ITA-2007)

A figura mostra um raio de luz propagando-se num meio de índice de refração n_1 e transmitido para uma esfera transparente de raio R e índice de refração n_2 . Considere os valores dos ângulos α , ϕ_1 e ϕ_2 muito pequenos, tal que cada ângulo seja respectivamente igual à sua tangente e ao seu seno. O valor aproximado de ϕ_2 é de:

- a) $\phi_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot (\phi_1 - \alpha)$
- b) $\phi_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot (\phi_1 + \alpha)$



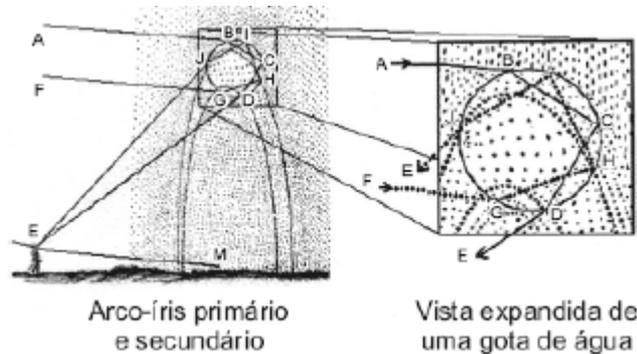
c) $\phi_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \phi_1 + \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) \cdot \alpha$

d) $\phi_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \phi_1$

e) $\phi_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \phi_1 + \left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right) \cdot \alpha$

33. (ITA-2008)

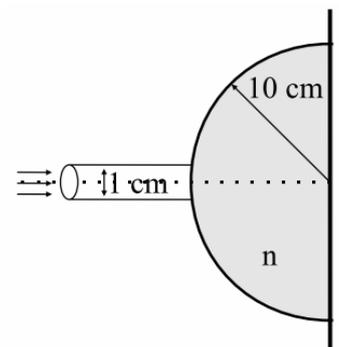
Foi René Descartes em 1637 o primeiro a discutir claramente a formação do arco-íris. Ele escreveu: *“Considerando que esse arco-íris aparece não apenas no céu, mas também no ar perto de nós, sempre que haja gotas de água iluminadas pelo sol, como podemos ver em certas fontes, eu imediatamente entendi que isso acontece devido apenas ao caminho que os raios de luz traçam nessas gotas e atingem nossos olhos. Ainda mais, sabendo que as gotas são redondas, como fora anteriormente provado e, mesmo que sejam grandes ou pequenas, a aparência do arco-íris não muda de forma nenhuma, tive a idéia de considerar uma bem grande, para que pudesse examinar melhor...”* Ele então apresentou a figura onde estão representadas as trajetórias para os arco-íris primário e secundário. Determinar o ângulo entre o raio incidente na gota, AB, e o incidente no olho do observador, DE, no caso do arco-íris primário, em termos do ângulo de incidência, e do índice de refração da água na. Considere o índice de refração do ar $n = 1$.



34. (ITA-2011)

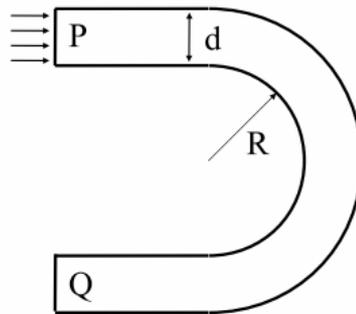
Um hemisfério de vidro maciço de raio de 10 cm e índice de refração $n = \frac{3}{2}$ tem sua face plana apoiada sobre uma parede, como ilustra a figura. Um feixe colimado de luz de 1 cm de diâmetro incide sobre a face esférica, centrado na direção do eixo de simetria do hemisfério. Valendo-se das aproximações de ângulos pequeno, $\text{sen } \theta \cong \theta$ e $\text{tg } \theta \cong \theta$, o diâmetro do círculo de luz que se forma sobre a superfície da parede é de:

- a) 1 cm.
- b) 2/3 cm
- c) 1/2 cm
- d) 1/3 cm
- e) 1/10 cm



35. (ITA-2011)

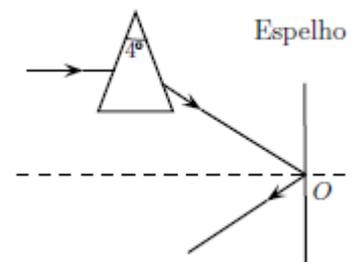
Um tarugo de vidro de índice de refração $n = \frac{3}{2}$ e seção transversal retangular é moldado na forma de uma ferradura, como ilustra a figura. Um feixe de luz incide perpendicularmente sobre a superfície plana P. Determine o valor mínimo da razão $\frac{R}{d}$ para o qual toda a luz que penetra pela superfície P emerge do vidro pela superfície Q.



36. (ITA-2013)

Um raio horizontal de luz monocromática atinge um espelho plano vertical após incidir num prisma com abertura de 4° e índice de refração $n = 1,5$. Considere o sistema imerso no ar e que tanto o raio emergente do prisma como o refletido pelo espelho estejam no plano do papel, perpendicular ao plano do espelho, como mostrado na figura. Assinale a alternativa que indica respectivamente o ângulo e o sentido em que deve ser girado o espelho em torno do eixo perpendicular ao plano do papel que passa pelo ponto O, de modo que o raio refletido retorne paralelamente ao raio incidente no prisma.

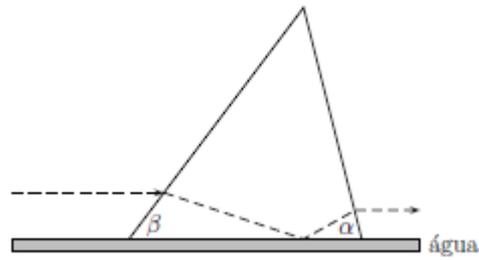
- a) 4° , sentido horário
- b) 2° , sentido horário
- c) 2° , sentido anti-horário
- d) 1° , sentido horário
- e) 1° , sentido anti-horário



37. (ITA-2015)

A base horizontal de um prisma de vidro encontra-se em contato com a superfície da água de um recipiente. A figura mostra a seção reta triangular deste prisma, com dois de seus ângulos, α e β . Um raio de luz propaga-se no ar paralelamente à superfície da água e perpendicular ao eixo do prisma, nele incidindo do lado do ângulo β , cujo valor é tal que o raio sofre reflexão total na interface da superfície vidro-água. Determine o ângulo α tal que o raio emergja horizontalmente do prisma. O índice de refração da água é $\frac{4}{3}$ e, o do vidro, $\frac{\sqrt{19}}{3}$.

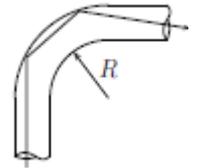




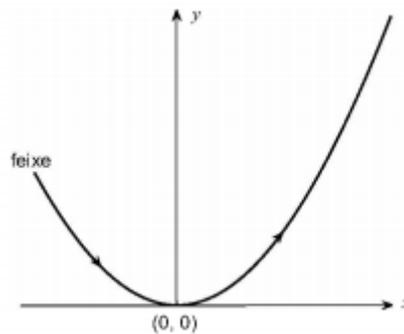
38. (ITA-2016)

Um tubo de fibra óptica é basicamente um cilindro longo e transparente, de diâmetro d e índice de refração n . Se o tubo é curvado, parte dos raios de luz pode escapar e não se refletir na superfície interna do tubo. Para que haja reflexão total de um feixe de luz inicialmente paralelo ao eixo do tubo, o menor raio de curvatura interno R (ver figura) deve ser igual a:

- a) $n \cdot d$
- b) $\frac{d}{n}$
- c) $\frac{d}{n-1}$
- d) $\frac{n \cdot d}{n-1}$
- e) $\frac{\sqrt{n} \cdot d}{\sqrt{n}-1}$



39. (IME-2020 – 1ª Fase)



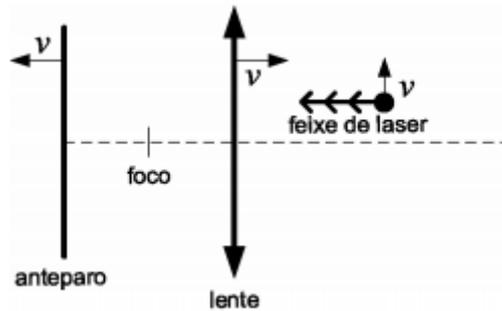
Um feixe de luz hipotético, mostrado na figura acima, propaga-se ao longo do plano xy em um meio não homogêneo, cujo índice de refração é função da coordenada y . Considerando que o feixe tangencia o eixo x no ponto $(0, 0)$, onde $n(0) = n_0$. Sabendo que a velocidade da luz no vácuo é c , o valor máximo absoluto possível da componente y para a velocidade do feixe passível de ser atingida é:

- a) $\frac{c}{2n_0^2}$
- b) $\frac{c}{2n_0}$
- c) $\frac{c}{4n_0^2}$



- d) $\frac{c}{n_0}$
 e) $\frac{c}{4n_0}$

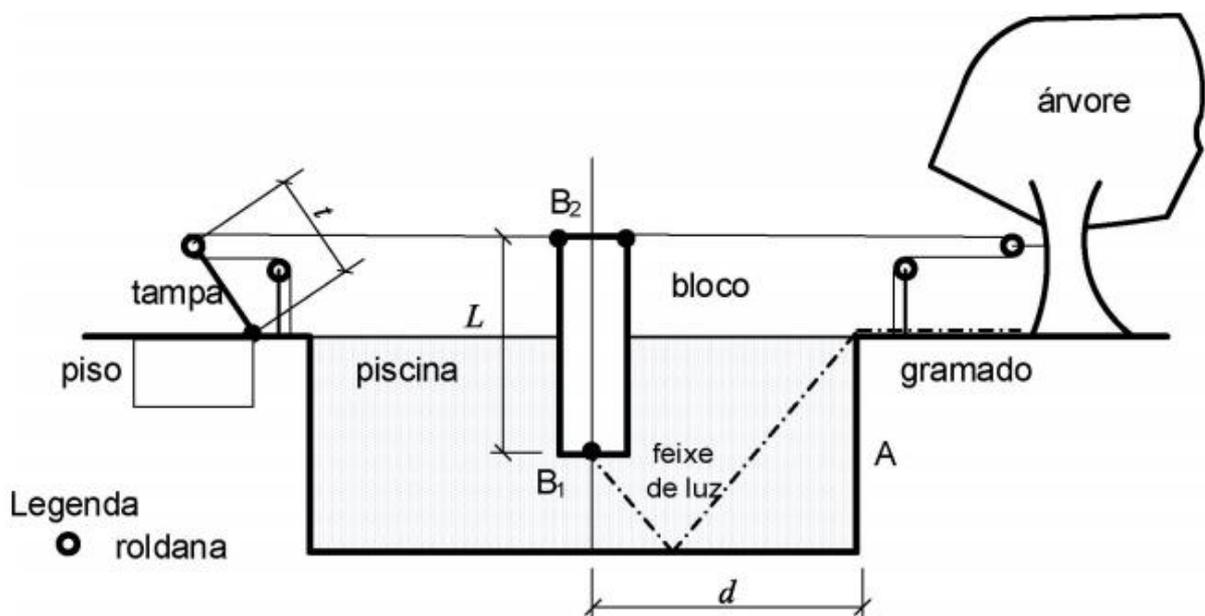
40. (IME-2020 – 1ª Fase)



Uma partícula emite um feixe laser horizontal de encontro a uma lente convergente de distância focal f . Após ser desviado, o feixe atinge um anteparo localizado depois do foco da lente. Sabendo que a partícula, a lente e o anteparo estão em movimento em velocidade escalar v nos respectivos sentidos indicados na figura, a aceleração do ponto de impacto do feixe, no referencial do anteparo, é:

- a) $v^2/4f$
 b) $v^2/3f$
 c) $v^2/2f$
 d) $2v^2/f$
 e) $4v^2/f$

41. (IME-2020 – 2ª Fase)



Um profissional de iluminação deseja projetar um sistema de feixe de luz capaz de iluminar o fundo reflexível de uma piscina e o gramado posicionado logo após o lado A. Sua ideia é submergir parcialmente um bloco maciço em formato de paralelepípedo reto, com uma fonte luminosa presa em sua base submersa B_1 , que emite um feixe de luz que percorre a trajetória mostrada na figura. O bloco é fixado por dois cabos horizontais presos a sua base não submersa B_2 e ortogonais ao lado A da piscina, sendo um deles amarrado, por meio de roldanas, na tampa articulada do compartimento onde é guardado o material de limpeza da piscina e o outro, na árvore. Considere que a piscina esteja completamente cheia com água e que a tração aplicada nos cabos seja metade do seu valor máximo para ruptura, especificado pelo fabricante. Calcule:

- a altura L do bloco;
- a distância d em que o bloco deve ser posicionado, em relação ao lado A da piscina.

Dados:

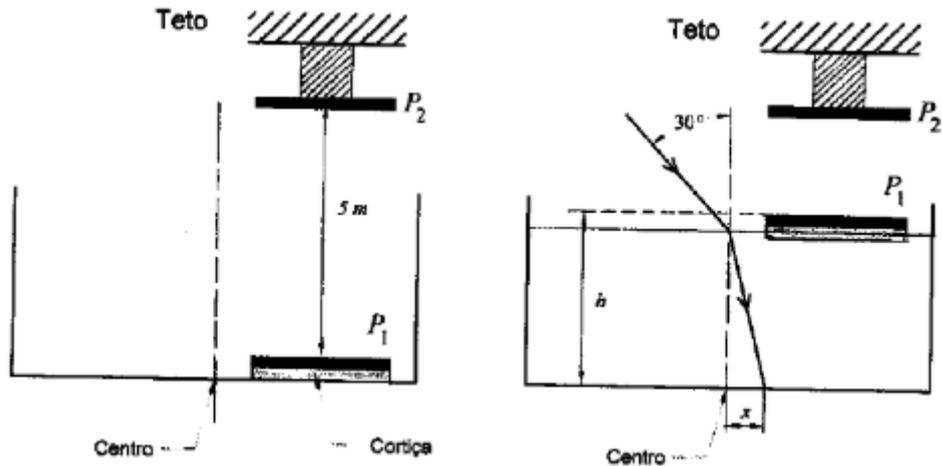
- profundidade da piscina: 3 m;
- índice de refração do ar: 1;
- índice de refração da água da piscina: $5/3$;
- massa específica da água: 1 g/cm^3 ;
- massa específica do material do bloco: $0,5 \text{ g/cm}^3$;
- comprimento t da tampa: 1 m;
- massa da tampa: 8 kg;
- tração máxima até a ruptura nos cabos: 30 N;
- aceleração da gravidade: $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Observações:

- despreze o atrito e as dimensões das quatro roldanas;
- considere a árvore uma estrutura rígida;
- as roldanas estão fixas.

42. (IME-2010)





Uma fina placa metálica P_1 , apoiada em um tablete de cortiça no fundo de um frasco cilíndrico, dista 5 metros de uma placa idêntica P_2 , fixa no teto, conforme a figura acima. As duas placas formam um capacitor carregado com Q coulombs.

Enche-se o referido frasco com um líquido de índice de refração $n = 2,5$, até que a superfície de P_1 atinja a altura de h metros. Em seguida, lança-se sobre o centro da superfície um raio de luz monocromática, sob um ângulo de 30° com a vertical.

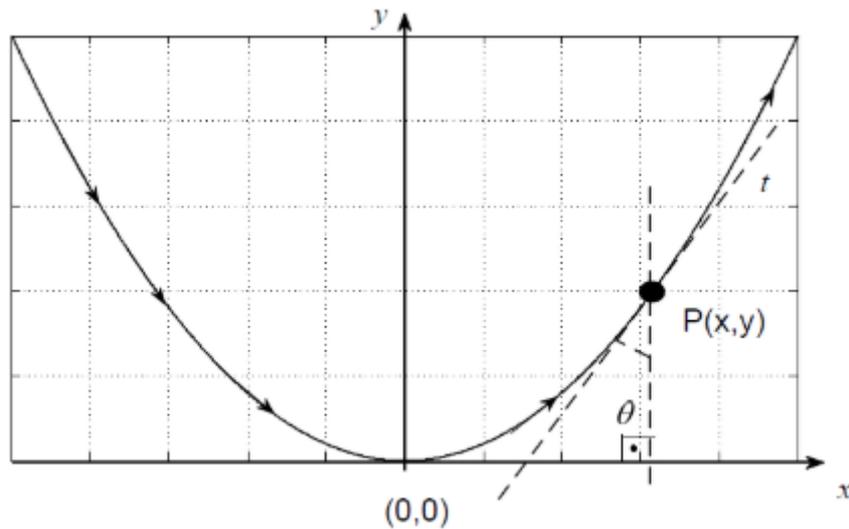
Sabendo que a energia armazenada no capacitor fica reduzida a 0,6 do valor inicial, que o raio refratado atinge um ponto situado x metros do centro do fundo do frasco e desprezando o efeito de borda do capacitor, podemos dizer que o valor aproximado de x é:

Observação:

- As espessuras da cortiça e da placa são desprezíveis em relação à altura h .
- a) 0,1
 - b) 0,2
 - c) 0,3
 - d) 0,4
 - e) 0,5

43. (IME-2012)





A figura acima mostra a trajetória parabólica de um raio luminoso em um meio não homogêneo. Determine o índice de refração n desse meio, que é uma função de y , sabendo que a trajetória do raio é descrita pela equação $y = a \cdot x^2$, onde $a > 0$.

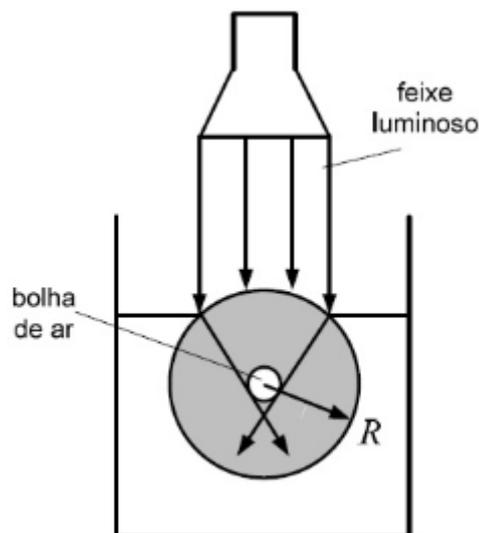
Dados:

- $\cotg \theta = 2 \cdot a \cdot x$
- $n(0) = n_0$

Observação:

- $P(x, y)$ é o ponto de tangência entre a reta t e a parábola.

44. (IME-2013)



Uma esfera de gelo de raio R flutua parcialmente imersa em um copo com água, como mostra a figura acima. Com a finalidade de iluminar uma bolha de ar, também esférica, localizada no centro da esfera de gelo, utilizou-se um feixe luminoso de seção reta circular de área $\frac{\pi \cdot R^2}{100} \text{ m}^2$ que incide verticalmente na esfera. Considerando que os raios mais externos do feixe refratado tangenciam a bolha, conforme a figura, determine a massa específica do gelo.



Dados:

- índice de refração do ar: 1,0
- índice de refração da água: 1,3
- Massa específica do ar: 1,0 kg/m³
- Massa específica da água: 103 kg/m³
- Volume da calota esférica: $v = 2 \cdot 10^{-2} \cdot \pi \cdot R^3$



GABARITO



2. GABARITO SEM COMENTÁRIOS

- | | |
|---|---|
| 1. E | 31. B |
| 2. A. 13,3us B. 152,7us | 32. E |
| 3. E | 33. $\delta = 4 \cdot \arcsen \left(\frac{\text{sen } i}{n_a} \right) - 2 \cdot i$ |
| 4. A | 34. B |
| 5. E | 35. $\frac{R}{d} = 2$ |
| 6. A | 36. D |
| 7. E | 37. $\alpha = 30^\circ$ |
| 8. E | 38. C |
| 9. C | 39. B |
| 10. D | 40. E |
| 11. E | 41. A. 1,6m B. 3,9 m |
| 12. B | 42. D |
| 13. B | 43. $n(y) = n_0 \cdot \sqrt{1 + 4 \cdot a \cdot y}$ |
| 14. B | 44. $d_{\text{gelo}} = 985 \text{ kg/m}^3$ |
| 15. D | |
| 16. D | |
| 17. C | |
| 18. D | |
| 19. C | |
| 20. D | |
| 21. B | |
| 22. B | |
| 23. C | |
| 24. C | |
| 25. C | |
| 26. $R = \frac{3\sqrt{7} \cdot x}{7}$ | |
| 27. A | |
| 28. C | |
| 29. C | |
| 30. $n = \frac{2 \cdot \sqrt{(H+L)^2 + H^2}}{\sqrt{(H+L)^2 + 4 \cdot H^2}}$ | |

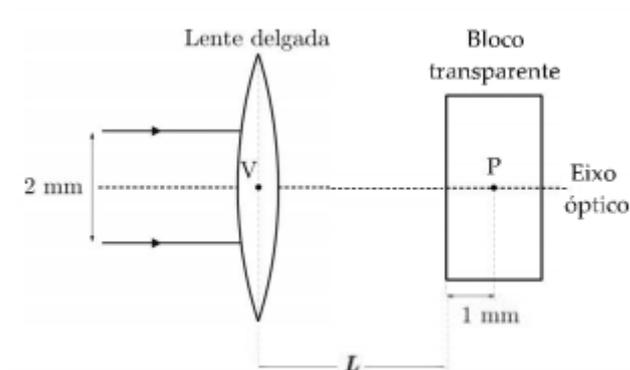
ESCLARECENDO!



3. LISTA DE QUESTÕES COMENTADAS

1. (ITA-2020 – 1ª Fase)

Dois raios luminosos paralelos e simétricos em relação ao eixo óptico, interdistantes de 2 mm, devem ser focados em um ponto P no interior de um bloco transparente, a 1 mm de sua superfície, conforme mostra a figura. Para tal, utiliza-se uma lente delgada convergente com distância focal de 1 mm. Considerando que o bloco tem índice de refração $n = \sqrt{2}$, a distância L entre o vértice V da lente e a superfície do bloco deve ser ajustada para



- 1 mm.
- $\sqrt{2}/2$ mm.
- $1 - \sqrt{2}/2$ mm.
- $\sqrt{3}/3$ mm.
- $1 - \sqrt{3}/3$ mm.

Comentários:

[IMAGEM]

$$\frac{h}{f} = \frac{d}{f-L} = \tan \theta = \frac{1}{1} = \frac{d}{1-L} \rightarrow L = 1 - d$$

$$\theta = 45^\circ$$

$$\sin \theta = n \sin \theta' \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \sin \theta' \rightarrow \theta' = 30^\circ$$

$$\tan \theta' = \frac{d}{x} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{d}{1} \rightarrow d = \frac{\sqrt{3}}{3} = 1 - L \rightarrow L = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ mm}$$

Gabarito: E

2. (ITA-2020 – 2ª Fase)

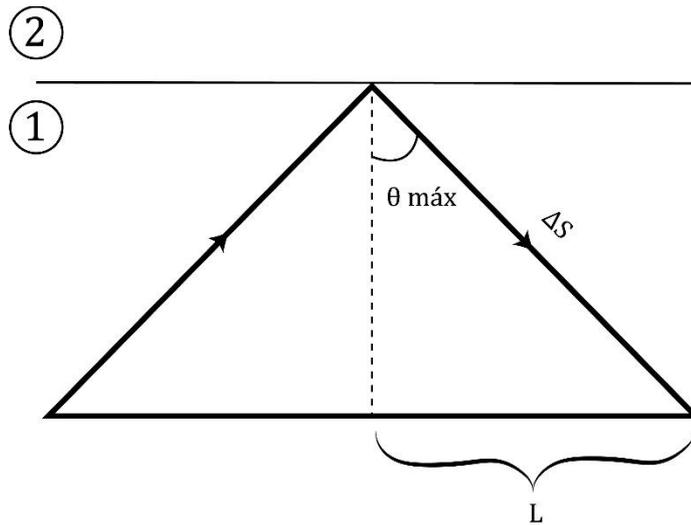


ESTRATÉGIA MILITARES – RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS

Um sinal luminoso propaga-se no interior de uma fibra óptica retilínea de comprimento $L = 3,00 \text{ km}$, feita de um material com índice de refração igual a 1,50. Considere que a luz no interior da fibra é guiada por meio de sucessivas reflexões internas totais. Sendo a velocidade da luz no vácuo igual a $3,00 \times 10^5 \text{ km/s}$, calcule o tempo de propagação do sinal de ponta a ponta

1. se a fibra estiver envolta de ar;
2. se o núcleo da fibra estiver envolvido por um revestimento feito de material com índice de refração de 1,45.

Comentários:



1.

$$\sin \theta_{\text{máx}} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3} \rightarrow \cos \theta_{\text{máx}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\Delta S = \frac{L}{\cos \theta_{\text{máx}}} = 4,0 \text{ km}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{c} = 13,3 \mu\text{s}$$

2.

$$\sin \theta_{\text{máx}} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1,45}{1,5} = \frac{29}{30} \rightarrow \cos \theta_{\text{máx}} =$$

$$\Delta S = \frac{L}{\cos \theta_{\text{máx}}} = 45,8 \text{ km}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{c} = 152,7 \mu\text{s}$$

Gabarito: A. 13,3us B. 152,7us

3. (ITA-1969)



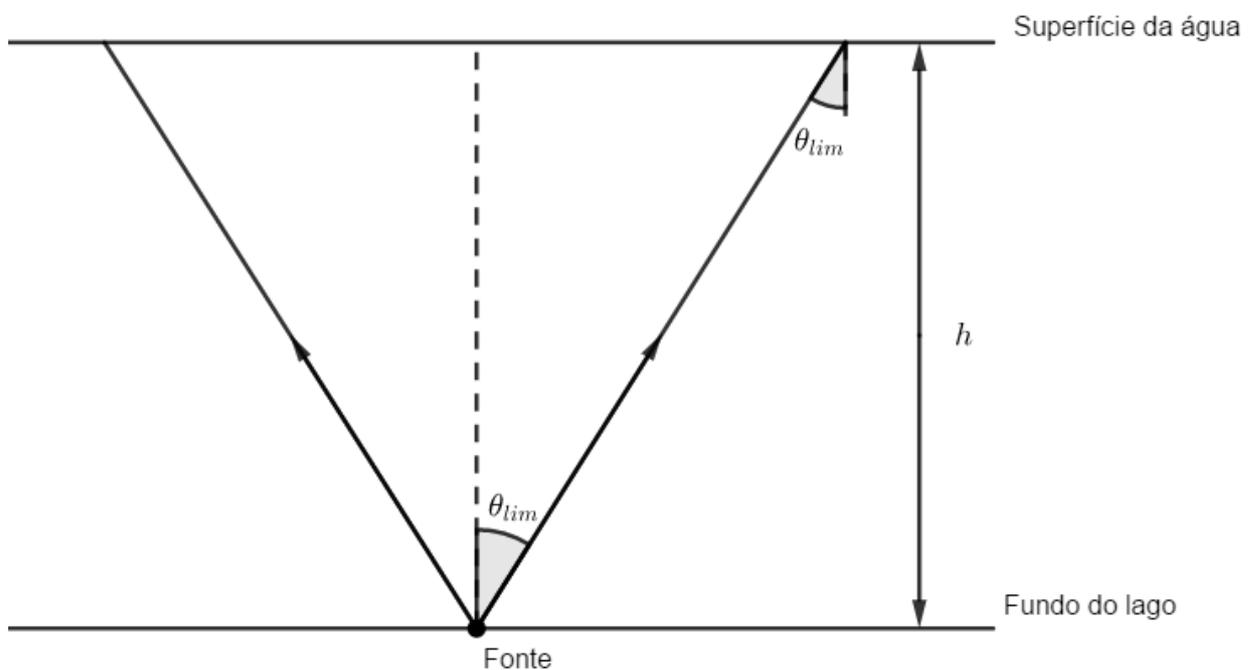
ESTRATÉGIA MILITARES – RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS

Uma fonte luminosa puntiforme está a uma profundidade h abaixo da superfície de um lago suficientemente grande em extensão e profundidade. Seja n o índice de refração da água. Da energia total emitida, f é a fração que escapa diretamente da superfície líquida, desprezando a absorção da luz na água e a reflexão que não for total. Nessas condições podemos afirmar que:

- a) f aumenta se h aumentar
- b) f diminui se h aumentar
- c) $f = \frac{1}{n}$
- d) $f = \frac{1}{2} - \frac{1}{2 \cdot n \cdot \sqrt{n^2 - 1}}$
- e) nenhuma das afirmações acima.

Comentários:

Pelas instruções do enunciado, considera-se energia que escapa da água como sendo a quantidade de luz refratada. Portanto, analisando a figura abaixo:



Considere que os raios representados são os raios no ângulo limite, ou seja, para ângulos maiores que esse a luz emitida não irá refratar e emergir da água. No entanto, a fonte é pontual, ou seja, a propagação da luz é uma esfera. Utilizar-se-á o conceito de ângulo sólido, onde:

$$\Omega = 2 \cdot \pi \cdot (1 - \cos \theta) \Rightarrow \Omega_{emerge} = 2 \cdot \pi \cdot (1 - \cos \theta_{lim})$$

$$\text{sen } \theta_{lim} = \frac{n_{ar}}{n_{\text{água}}} = \frac{1}{n}$$

Logo:

$$\cos \theta_{lim} = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n}$$

Portanto, o ângulo sólido que corresponde à luz que escapa é:



$$\Omega_{emerge} = 2 \cdot \pi \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n}\right)$$

Assim, a fração de luz que escapa é:

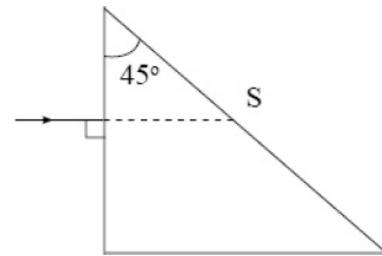
$$f = \frac{\Omega_{emerge}}{\Omega_{total}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{(n - \sqrt{n^2 - 1})}{n}}{4 \cdot \pi} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n}$$

Gabarito: E

4. (ITA-1971)

No desenho qual deve ser o índice de refração do prisma para que o raio mostrado sofra reflexão total na face S? (Considere o índice de refração do ar igual a 1,00).

- a) $n > \sqrt{2}$
- b) $n < 1,5$
- c) $n > 1,16$
- d) $n < \sqrt{2}$
- e) nenhuma das respostas é correta.



Comentários:

O ângulo de incidência deve ser maior ou igual ao ângulo limite para que ocorra reflexão total. Como o ângulo de incidência é menor ou igual a 90° , pode-se concluir que:

$$\text{sen } \theta_{lim} < \text{sen } \hat{i}$$

Mas:

$$\hat{i} = 45^\circ$$

E:

$$\text{sen } \theta_{lim} = \frac{1}{n}$$

Logo:

$$\frac{1}{n} < \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow n > \sqrt{2}$$

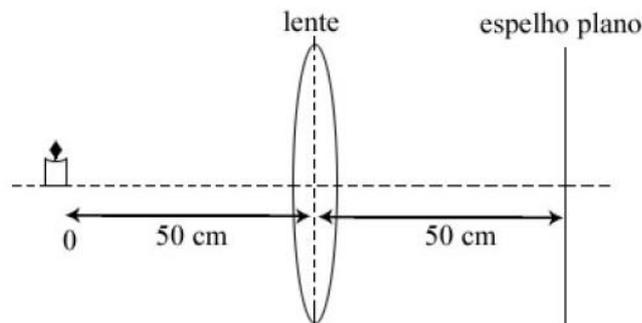
Gabarito: A

5. (ITA-1975)

Consideremos o seguinte arranjo, em que a lente convergente tem distância focal de 30 cm.

A imagem do objeto O:





- a) será real e formar-se-á a 50 cm da lente.
- b) Será virtual a 25 cm atrás do espelho e real 25 cm na frente do mesmo.
- c) Será real e formar-se-á a 25 cm na frente do espelho.
- d) Será real e formar-se-á no foco da lente.
- e) N.d.a

Comentários:

A primeira imagem formada na associação é por conta da lente. Pela equação das lentes delgadas:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow \frac{1}{0,3} = \frac{1}{0,5} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow p'_1 = \frac{3}{4}$$

Portanto a imagem formada é real e está 75 cm à direita da lente. Logo, esta imagem servirá de objeto para o espelho. Ela encontra-se:

$$p_2 = 0,75 - 0,5 = 0,25 \text{ m}$$

Esta distância é a distância que a primeira imagem, que servirá de objeto para o espelho, encontra-se à direita do espelho. Por ser um espelho plano, ele forma uma segunda imagem a 0,25 m à esquerda. Esta imagem servirá de objeto novamente para a lente. Portanto:

$$\frac{1}{0,3} = \frac{1}{0,25} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = -\frac{3}{2}$$

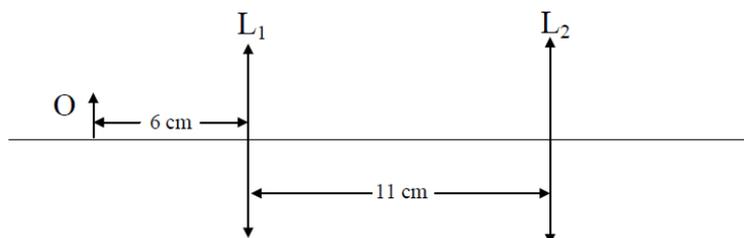
A imagem final fica, assim, à 150 cm à direita (ou para trás) da lente.

Gabarito: E

6. (ITA-1976)

No sistema óptico esquematizado, O representa um objeto real e as lentes delgadas convergentes, L₁ e L₂, tem distância focais iguais a 2 cm e 4 cm, respectivamente. A imagem I deve estar a:

- a) 8 cm à direita de L₂ e $\frac{I}{O} = \frac{1}{2}$
- b) 8 cm à esquerda de L₂ e $\frac{I}{O} = \frac{1}{2}$
- c) 8 cm à direita de L₂ e $\frac{I}{O} = 2$



ESTRATÉGIA MILITARES – RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS

d) 8 cm à esquerda de L2 e $\frac{I}{O} = \frac{1}{2}$

e) 12 cm à direita de L2 e $\frac{I}{O} = 2$

Comentários:

Pela equação das lentes delgadas para a lente 1:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = 3 \text{ cm}$$

E o aumento causado pela lente 1:

$$A_1 = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$

Esta imagem serve de objeto para a segunda lente. Aplicando-se a equação das lentes delgadas para a segunda lente:

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = 8 \text{ cm}$$

O aumento causado pela lente 2 é:

$$A_2 = -\frac{8}{8} = -1$$

Logo a posição final é 8 cm à direita da lente 2 e o aumento final é $A = A_1 \cdot A_2 = \frac{1}{2}$.

Gabarito: A

7. (ITA-1978)

Uma lente duplamente convexa tem raios de curvatura de 25 cm e índice de refração 1,50. Calcular a posição da imagem (I) de um objeto colocado sobre o eixo, a 60 cm da lente, 1º) quando a lente se acha no ar e 2º) quando imersa na água. São dados os índices de refração: $n_{ar} = 1,00$; $n_{água} = 1,33$.

| | Ar | Água |
|---|-------------------------|--------------------------|
|) | $q = 25,00 \text{ cm}$ | $q = 73,52 \text{ cm}$ |
|) | $q = -42,86 \text{ cm}$ | $q = -155,25 \text{ cm}$ |
|) | $q = 42,86 \text{ cm}$ | $q = -155,25 \text{ cm}$ |
|) | $q = 12,25 \text{ cm}$ | $q = 0,01 \text{ cm}$ |



e) nenhuma das afirmações está correta.

Comentários:

Pela equação dos fabricantes de lente para a lente no ar:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \cdot \left(\frac{n_{lente}}{n_{meio}} - 1 \right) = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4 \Rightarrow f = 0,25 \text{ m}$$

Para a lente na água:

$$\frac{1}{f} = 8 \cdot \left(\frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}} - 1 \right) = 8 \cdot \frac{1}{8} = 1 \Rightarrow f = 1 \text{ m}$$

Agora basta aplicar a equação das lentes delgadas para cada caso.

$$p' = \frac{p \cdot f}{p - f}$$

$$p'_1 = \frac{0,6 \cdot 0,25}{0,35} = \frac{0,15}{0,35} = 0,4286 \text{ m} \Rightarrow p'_2 = \frac{0,6}{-0,4} = -\frac{3}{2} = -1,5 \text{ m}$$

Portanto, nenhuma das afirmativas está correta.

Gabarito: E

8. (ITA-1979)

Um feixe de luz monocromática incide paralelamente ao eixo principal de uma lente convergente de distância focal A , num meio de índice de refração absoluto igual a 1 (um). O feixe é cilíndrico e tem diâmetro $2A$. Dispõe-se de uma lâmina de faces paralelas, espessura $E = \frac{A}{4}$ e índice de refração absoluto igual a 1,4 (um inteiro e quatro décimos). Nestas condições, pode-se afirmar que:

a) se a lâmina for intercalada entre a fonte de luz e a lente ter-se-á que a distância focal do sistema, medida a partir do centro da lente, será: $f = A - \frac{E \cdot \text{sen } 15^\circ}{0,5}$

b) se a lâmina for intercalada entre a lente e seu foco, então, a distância focal do sistema, medida a partir do centro da lente, será: $f = A + \frac{E \cdot \text{sen } 15^\circ}{0,5}$

c) se a lâmina for intercalada entre o foco e a lente, então, a distância focal do sistema, medida a partir do centro da lente, será: $f = 1,2A$

d) se a lâmina for intercalada entre o foco e a lente, então a nova distância focal do sistema, medida a partir do centro da lente, será: $f = 4A$

e) qualquer que seja a posição da lâmina intercalada entre a fonte de luz e a lente, ela não alterará a distância focal do sistema, medida a partir do centro da lente.

Comentários:



ESTRATÉGIA MILITARES – RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS

Uma lâmina de faces paralelas é capaz de desviar a luz no caso de incidência oblíqua à sua superfície e capaz de gerar uma posição aparente independente do ângulo de incidência. De qualquer forma, a lâmina de faces paralelas não é capaz de deformar a imagem em relação ao objeto, visto que:

$$\Delta p = e \cdot \frac{\text{sen}(i - r)}{\text{sen } i \cdot \cos r}$$

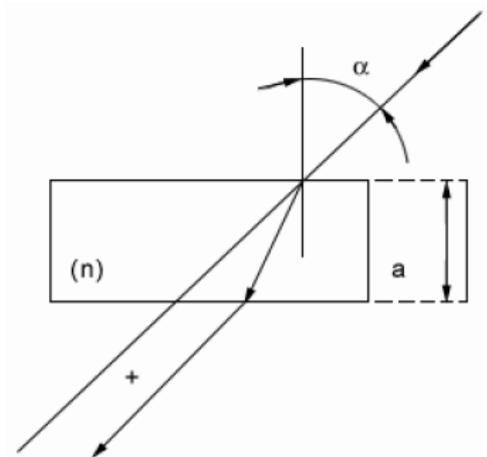
A posição aparente e o deslocamento serão o mesmo para todo o feixe contanto que a espessura e o ângulo de incidência sejam constantes em toda a extensão da trajetória do feixe, ou seja, incide um cilindro de diâmetro $2A$, emerge um cilindro de diâmetro $2A$ com mesma direção.

Gabarito: E

9. (ITA-1980)

Um raio luminoso incide sobre uma lâmina transparente de faces paralelas, de espessura a e índice de refração n . Calcular o desvio sofrido pelo raio luminoso, ao atravessar a lâmina, supondo que o ângulo de incidência, α , seja pequeno. (Utilizar as aproximações: $\text{sen } \alpha = \alpha$ e $\cos \alpha = 1$).

- a) $x \cong a \cdot \alpha \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)$
- b) $x \cong a \cdot \alpha \cdot (1 - n)$
- c) $x \cong a \cdot \alpha \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right)$
- d) $x \cong a \cdot \alpha \cdot (1 + n)$
- e) $x \cong a \cdot \alpha \cdot (n - 1)$



Comentários:

Utilizando a já conhecida fórmula de desvio para lâmina de faces paralelas:

$$d = a \cdot \alpha \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

Gabarito: C

10. (ITA-1981)

Um sistema óptico é composto por duas lentes esféricas, convergentes $L1$ e $L2$, dispostas coaxialmente. As distâncias focais são, respectivamente, $f1$ e $f2$ e a distância entre elas é d . Um feixe de luz cilíndrico de 40 mm de diâmetro incide sobre $L1$, segundo o seu eixo, e emerge de $L2$ como um feixe também cilíndrico de 30 mm de diâmetro. Se $f1 = 60 \text{ mm}$, pode-se afirmar que a distância d será:

- a) 45 mm
- b) 8 mm
- c) 15 mm



d) 105 mm

e) qualquer valor, pois o fenômeno citado independe da distância em consideração.

Comentários:

Inicialmente, aplica-se a equação das lentes delgadas para a primeira lente, sabendo-se que o objeto é impróprio.

$$\frac{1}{60} = \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = 60 \text{ mm}$$

Ou seja, a luz toda coincide no foco imagem. Após o foco imagem ela torna a se espalhar. Portanto, para a lente 2, é como se sobre o foco imagem da lente 1 houvesse uma fonte de luz pontual. Para que a luz emitida por uma fonte pontual passe por uma lente e saia paralelo, é necessário que esta fonte esteja sobre o foco da lente.

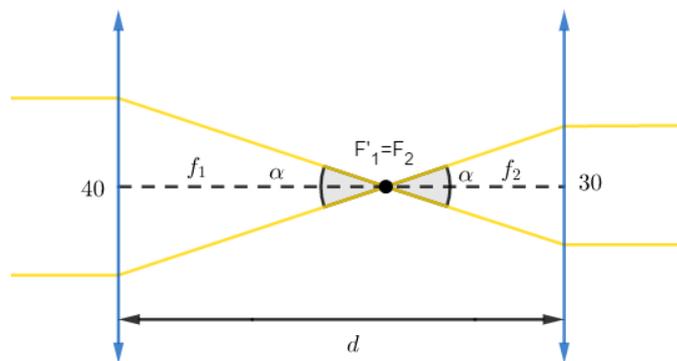
Assim, deduz-se que o foco imagem da lente 1 coincide com o foco objeto da lente 2. E, como o ângulo em relação ao eixo óptico da luz é o mesmo antes e depois de passar pelos focos, a relação entre os diâmetros será dado pelas distâncias.

$$\frac{30}{40} = \frac{x}{60} \Rightarrow x = 45 \text{ mm}$$

E:

$$d = x + 60 = 105 \text{ mm}$$

Visualmente:



Gabarito: D

11. (ITA-1982)

Considere um sistema composto por duas lentes circulares esféricas delgadas de 6,0 cm de diâmetro dispostas coaxialmente como indica a figura 7. L1 é uma lente convergente de distância focal $f_1 = 5,0 \text{ cm}$ e L2 é uma lente divergente de distância focal $f_2 = 4,0 \text{ cm}$. No ponto P1 à esquerda do sistema é colocado um objeto luminoso puntiforme a 5,0 cm de L1. À direita de L2, a uma distância $d = 24 \text{ cm}$ é colocado um anteparo A, perpendicular ao eixo do sistema. Assim, temos que:



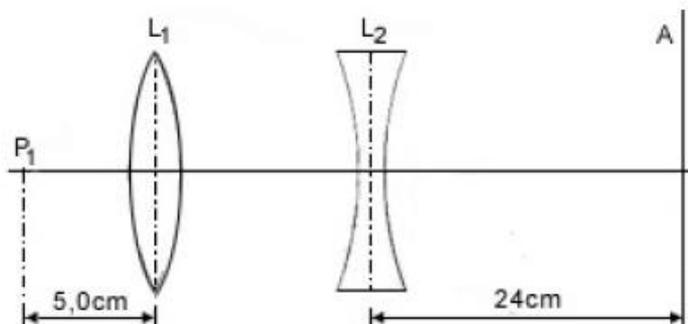


Fig. 7

- sobre o anteparo A forma-se uma imagem real puntiforme de P1;
- sobre o anteparo A aparece uma região iluminada circular de diâmetro igual a 12 cm;
- sobre o anteparo aparece uma região iluminada circular de diâmetro igual a 6,0 cm;
- o anteparo fica iluminado uniformemente em uma região muito grande;
- sobre o anteparo aparece uma região iluminada circular de diâmetro 42 cm.

Comentários:

Deve-se notar que a fonte de luz puntiforme está sobre o foco da lente 1. Dessa forma, todos os raios que dali saem e refratam na lente passam a se propagar como raios paralelos ao eixo óptico. Quando estes raios paralelos atingem a lente divergente, eles irão divergir como se houvesse uma carga puntiforme sobre o foco objeto. Dessa forma obtém-se a seguinte semelhança de triângulos:

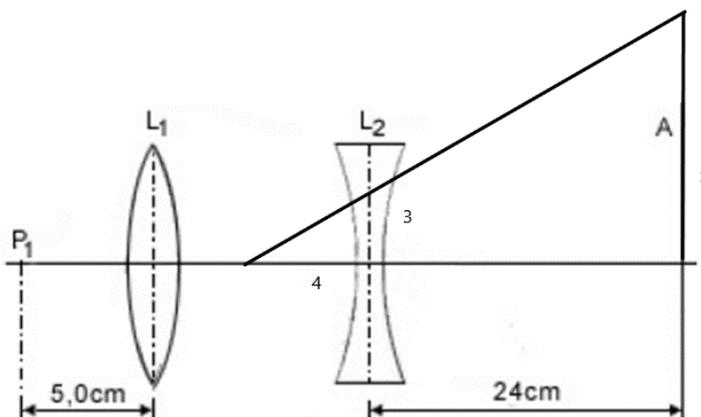


Fig. 7

Logo:

$$\frac{4}{3} = \frac{28}{x} \Rightarrow x = 21$$

O diâmetro da luz incidente sobre o anteparo é $2x$, logo, 42 cm.

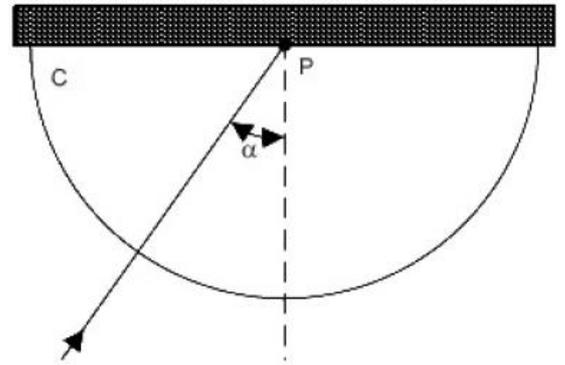
Gabarito: E

12. (ITA-1983)



ESTRATÉGIA MILITARES – RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS

Para a determinação do índice de refração (n_1) de uma lâmina fina de vidro (L) foi usado o dispositivo da figura, em que C representa a metade de um cilindro de vidro opticamente polido, de índice de refração $n_2 = 1,80$. Um feixe fino de luz monocromática é feito incidir no ponto P, sob um ângulo α , no plano do papel. Observa-se que, para $\alpha = 45^\circ$, o feixe é inteiramente refletido na lâmina. Qual é o valor de n_1 ?



- a) 1,00
- b) 1,27
- c) 2,54
- d) 1,33
- e) 1,41

Comentários:

É informado que o ângulo limite para essa interface é de 45° . Portanto:

$$\text{sen } \theta_{lim} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow n_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1,8 \cong 1,27$$

Gabarito: B

13. (ITA-1984)

O índice de refração de uma lente plano-côncava é $n_2 \cong 1,5$ e o raio de curvatura é $R_2 \cong 30 \text{ cm}$. Quando imerso no ar ($n_1 = 1$) a lente comporta-se como uma lente divergente de distância focal $f = -60 \text{ cm}$. Ao se colocar esta mesma lente num meio de índice de refração 3 pode-se afirmar que:

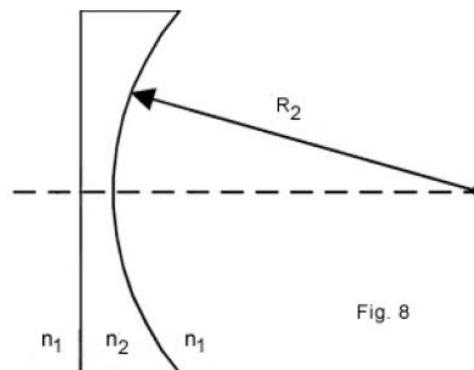


Fig. 8

- a) a lente continuará divergente de distância focal 60 cm.
- b) a lente se comportará como lente convergente de distância focal 60 cm.
- c) a lente se comportará como lente divergente de distância focal de valor diferente de 60 cm.
- d) a lente se comportará como lente convergente de distância focal de valor diferente de 60 cm.



e) a lente se comportará como um espelho côncavo.

Comentários:

Pela equação dos fabricantes de lente para a situação final:

$$\frac{1}{f} = \left(-\frac{1}{30}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{60}$$

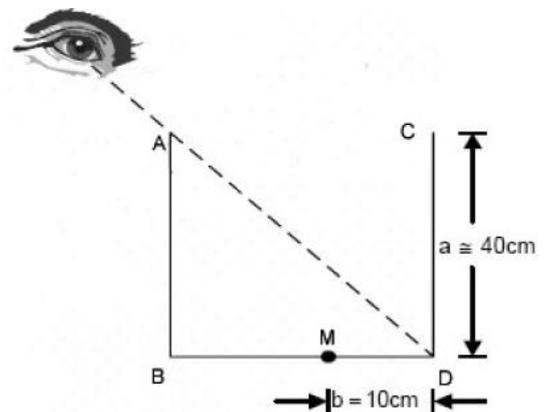
Como a distância focal é positiva, a lente é convergente.

Gabarito: B

14. (ITA-1986)

Um reservatório cúbico de paredes opacas e arestas $a = 40 \text{ cm}$, acha-se disposto de tal maneira que o observador não vê o seu fundo (ver figura). A que nível mínimo devemos preencher este cubo com água, para que o observador possa ver uma mancha negra, pontual M , que se encontra no fundo do recipiente, a uma distância $b = 10 \text{ cm}$ do ponto D ? Obs: índice de refração para a água, na região do visível, $n = 1,33$.

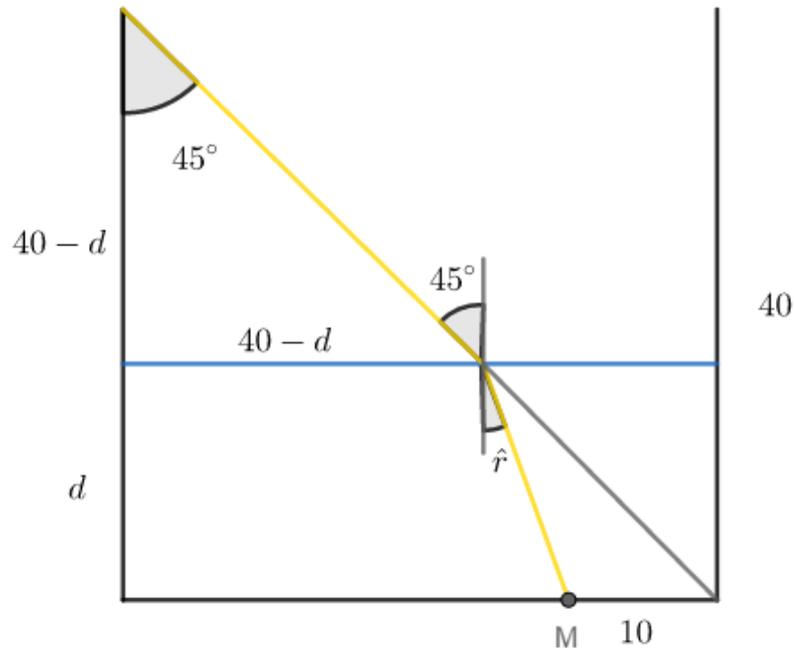
- a) 21 cm
- b) 27 cm
- c) 32 cm
- d) 18 cm
- e) nenhum dos valores acima.



Comentários:

A situação quando ele consegue visualizar o ponto M está representada a seguir:





Por Lei de Snell:

$$n_{ar} \cdot \text{sen } 45^\circ = n_{\text{agua}} \cdot \text{sen } \hat{r}$$

$$\text{sen } \hat{r} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3\sqrt{2}}{8}$$

Pela figura:

$$\text{sen } \hat{r} = \frac{d - 10}{\sqrt{(d - 10)^2 + d^2}}$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{8} = \frac{d - 10}{\sqrt{2 \cdot d^2 - 20 \cdot d + 100}}$$

Elevando ambos os lados ao quadrado:

$$18 \cdot d^2 - 180 \cdot d + 900 = 32 \cdot d^2 - 640 \cdot d + 3200$$

$$14 \cdot d^2 - 460 \cdot d + 2300 = 0$$

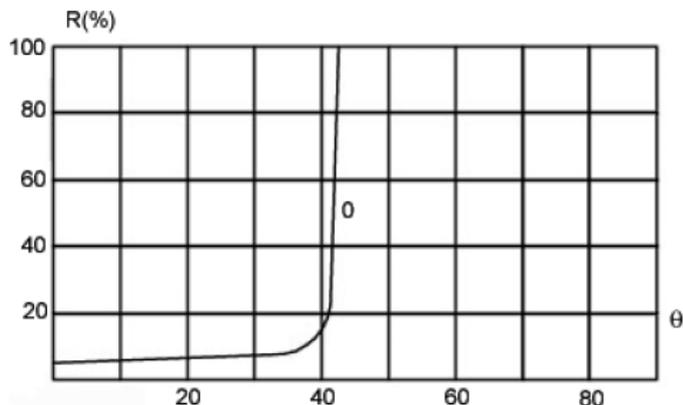
$$d \cong 27 \text{ cm}$$

Gabarito: B

15. (ITA-1987)

Numa experiência em que se mediu a razão R entre a energia luminosa refletida e a energia luminosa incidente na interface entre dois meios de índices de refração n_1 e n_2 em função do ângulo de incidência (vide figura), obteve-se o gráfico abaixo, onde R é dada em porcentagem.





Das afirmativas:

I – $n_2 < n_1$

II – $\frac{n_1}{n_2} > 1,4$

III – a razão entre a energia refletida e a refratada a 30° é maior que 0,2.

IV – para $\theta > 42^\circ$ a Luz é completamente refratada.

V – o raio refratado está mais afastado da normal do que o raio incidente.

Podemos dizer que:

- a) Apenas I e II estão corretas
- b) I, III e V estão corretas.
- c) Apenas III e V estão corretas.
- d) I, II e V estão corretas.
- e) II, IV e V estão corretas.

Comentários:

Pela análise do gráfico, nota-se que a partir de $\theta \cong 42^\circ$, a energia refletida é igual à incidente, ou seja, ocorre reflexão total. Sabendo que ocorre reflexão total, sabe-se também que o meio 1 deve ser mais refringente que o meio 2.

I. Verdadeiro.

II. Verdadeiro. Pela Lei de Snell no ângulo limite:

$$n_1 \cdot \text{sen } \theta_{lim} = n_2 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} \cdot \text{sen } \theta_{lim} = 1$$

Sabe-se que $\theta_{lim} \cong 42^\circ < 45^\circ$, portanto, $\text{sen } \theta_{lim} < \frac{\sqrt{2}}{2}$. Assim, $\frac{n_1}{n_2} > \sqrt{2}$.

III. Falso A razão R representa a razão entre energia refletida e incidente. Portanto, o restante da energia é dos raios refratados. Sendo assim, para $\theta = 30^\circ$:

$$R \cong 10\% \rightarrow \begin{cases} 10\% \text{ da energia incidente é refletida} \\ 90\% \text{ da energia incidente é refratada} \end{cases}$$

Logo, a relação entre a energia refletida e refratada é $\cong \frac{1}{9}$.



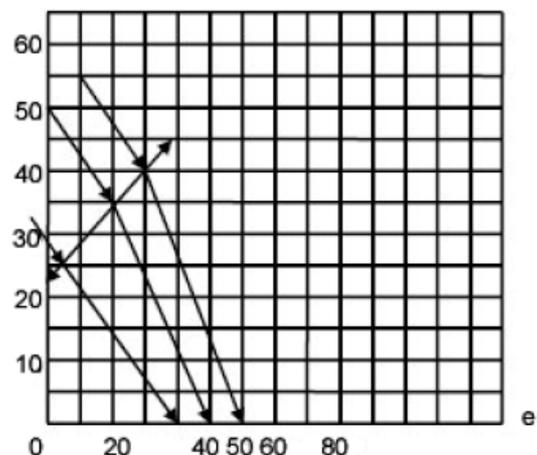
IV. Falso.

V. Verdadeiro. Sabe-se que o meio 2 é menos refringente, portanto, o raio afasta-se da normal.

Gabarito: D

16. (ITA-1989)

Por uma questão de conveniência experimental, o ponto focal de uma lente delgada convergente teve de ser posicionado fora do eixo da lente por meio de um espelho plano, indicado em corte (e) na abcissa do gráfico anexo. Complete o desenho e determine, aproximadamente, as coordenadas (x, y) do foco e distância focal da lente.

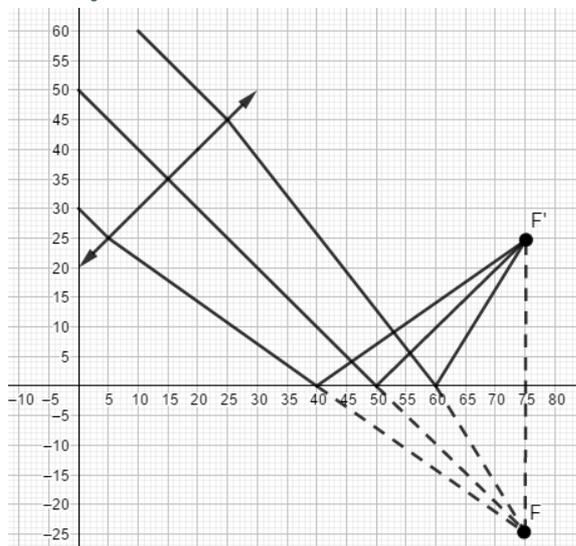


| | x (mm) | y (mm) | f (mm) |
|---|----------|----------|----------|
|) | 60 | 10 | 65 |
|) | 84 | 36 | 100 |
|) | 80 | 30 | 95 |
|) | 74 | 24 | 83 |
|) | 103 | 54 | 125 |

Comentários:

Completando a trajetória dos raios de luz traçados na figura:





Gabarito: D

17. (ITA-1990)

Uma pequena lâmpada é colocada a 1,0m de distância de uma parede. Pede-se a distância a partir da parede em que deve ser colocada uma lente de distância focal 22,0 cm para produzir na parede uma imagem nítida e ampliada da lâmpada.

- a) 14 cm.
- b) 26,2 cm.
- c) 67,3 cm.
- d) 32,7 cm.
- e) outro valor.

Comentários:

Pelo enunciado:

$$p + p' = 1 \Rightarrow f = 0,22$$

Sabe-se que a lente deve ser convergente ($f > 0$), pois, somente uma lente convergente pode projetar uma imagem.

Assim:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{0,22} = \frac{1}{p} + \frac{1}{1-p} \Rightarrow \frac{1}{0,22} = \frac{1}{p \cdot (1-p)}$$

$$p^2 - p + 0,22 = 0 \Rightarrow p = \frac{5 \pm \sqrt{3}}{10}$$

Como deseja-se uma imagem ampliada:

$$|A| = \frac{p'}{p} > 1 \Rightarrow p' > p$$

Logo, o valor de p é:



$$p = \frac{5 - \sqrt{3}}{10}$$

Assim:

$$p' = \frac{5 + \sqrt{3}}{10} \cong 67,3 \text{ cm}$$

Gabarito: C

18. (ITA-1992)

Uma vela se encontra a uma distância de 30 cm de uma lente plano convexo que projeta uma imagem nítida de sua chama em uma parede a 1,2 m de distância da lente. Qual é o raio de curvatura da parte convexa da lente se o índice de refração da mesma é 1,5?

- a) 60 cm.
- b) 30 cm.
- c) 24 cm.
- d) 12 cm.
- e) Outro valor diferente dos anteriores.

Comentários:

Pela equação das lentes delgadas:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{0,3} + \frac{1}{1,2} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1,5}{0,36} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \cdot \left(\frac{n_L}{n_m} - 1 \right)$$

Lembrando que:

$$R_2 \rightarrow \infty$$

Logo:

$$\frac{1,5}{0,36} = \frac{1}{R_1} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow R_1 = \frac{6}{50} = 12 \text{ cm}$$

Gabarito: D

19. (ITA-1993)

Um objeto em forma de um segmento de reta de comprimento l está situado ao longo do eixo óptico de uma lente convergente de distância focal f . O centro do segmento se encontra a uma distância a da lente e, esta, produz uma imagem real convergente de todos os pontos do objeto. Quanto vale o aumento linear β do objeto?

- a) $\beta = \frac{f^2}{a^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$
- b) $\beta = \frac{f^2}{f^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$



$$c) \beta = \frac{f^2}{(a-f)^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

$$d) \beta = \frac{f^2}{(a+f)^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

$$e) \beta = \frac{f^2}{(a+f)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

Comentários:

Aplicar-se-á a equação das lentes delgadas para os pontos extremos do objeto. Se o centro dista a da lente, os extremos distam, respectivamente, $a + l/2$ e $a - l/2$. Portanto, para cada caso:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = \frac{p \cdot f}{p - f}$$

Assim:

$$p'_1 = \frac{\left(a + \frac{l}{2}\right) \cdot f}{a + \frac{l}{2} - f} \Rightarrow p'_2 = \frac{\left(a - \frac{l}{2}\right) \cdot f}{a - \frac{l}{2} - f}$$

A distância entre as imagens fornece o comprimento da imagem do objeto:

$$|p'_1 - p'_2| = \left| \frac{\left(a + \frac{l}{2}\right) \cdot f \cdot \left[(a-f) - \frac{l}{2}\right] - \left(a - \frac{l}{2}\right) \cdot f \cdot \left[(a-f) + \frac{l}{2}\right]}{\left[(a-f) + \frac{l}{2}\right] \cdot \left[(a-f) - \frac{l}{2}\right]} \right|$$

$$|p'_1 - p'_2| = \left| \frac{f \cdot \left(a^2 - \frac{l^2}{4} - a \cdot f - \frac{l}{2} \cdot f\right) - f \cdot \left(a^2 - \frac{l^2}{4} - a \cdot f + \frac{l}{2} \cdot f\right)}{(a-f)^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} \right| = \frac{f^2 \cdot l}{(a-f)^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

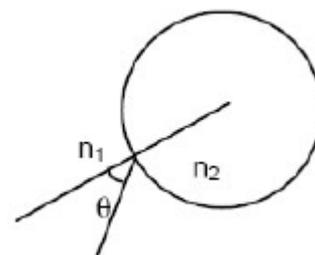
A ampliação é dada pelo comprimento final dividido pelo inicial:

$$A = \frac{|p'_1 - p'_2|}{l} = \frac{f^2}{(a-f)^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

Gabarito: C
20. (ITA-1994)

A figura mostra a secção transversal de um cilindro feito de um material cujo índice de refração é n_2 imerso num meio de índice n_1 . Os valores dos índices são $\sqrt{2}$ e 1,0 não necessariamente nessa ordem. Para que um feixe de luz contido no plano seccionador e proveniente do meio de índice 1 penetre no cilindro, mas não consiga escapar, devemos satisfazer às seguintes condições:

- Impossível com os dados fornecidos.
- $n_1 = \sqrt{2}; n_2 = 1,0; 45^\circ < \theta < 90^\circ$



ESTRATÉGIA MILITARES – RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS

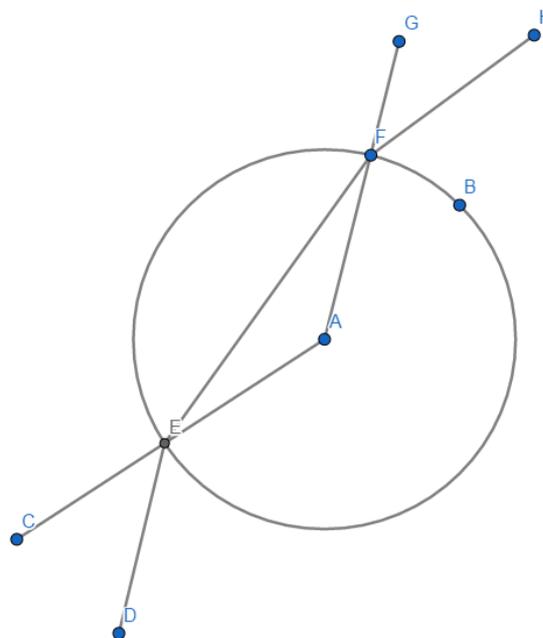
- c) $n_1 = 1,0; n_2 = \sqrt{2}; 45^\circ < \theta < 90^\circ$
- d) Nunca será possível.
- e) $n_1 = 1,0; n_2 = \sqrt{2}$

Comentários:

Caso o meio 1 seja mais refringente, há o risco de reflexão total ao entrar no meio 2. Se não ocorrer, o raio que entra com certeza irá emergir, pois, a seguinte transição de meios seria do menos refringente para o mais refringente. Para que não ocorra essa reflexão total:

$$\text{Se } n_1 > n_2 \Rightarrow \text{sen } \theta < \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Vê-se que esta possibilidade não foi contemplada em nenhuma alternativa. Portanto, adotar-se-á que o meio 1 é o menos refringente. Portanto:



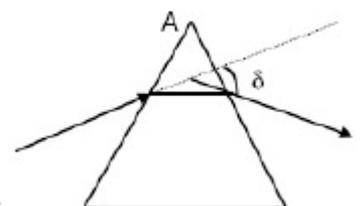
Como a entrada independe de θ , o que interessa será na saída do meio 2. Entretanto, nota-se que o triângulo AEF é isósceles. Portanto, o ângulo $E\hat{A}F$ é igual ao ângulo $E\hat{F}A$, como as refrações dos meios são iguais, conclui-se que a saída do raio será sempre possível contanto que ocorra a entrada.

Gabarito: D

21. (ITA-1996)

O Método do Desvio Mínimo, para a medida do índice refração, n , de um material transparente, em relação ao ar, consiste em se medir o desvio mínimo de um feixe estreito de luz que atravessa um prisma feito desse material. Para que esse método possa ser aplicado (isto é, para que se tenha um feixe emergente), o ângulo A do prisma deve ser menor que:

- a) $\arcsen(n)$



- b) $2 \operatorname{arcsen} (1/n)$
- c) $0,5 \operatorname{arcsen} (1/n)$
- d) $\operatorname{arcsen} (1/n)$
- e) Outra expressão.

Comentários:

Pela condição necessária de refração:

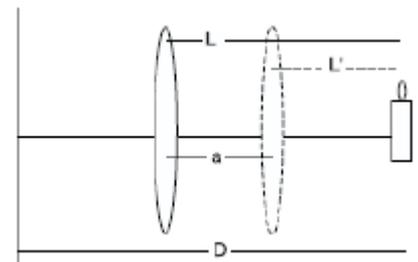
$$A \leq 2 \cdot \hat{L} \Rightarrow A \leq 2 \cdot \operatorname{arcsen} \left(\frac{1}{n} \right)$$

Gabarito: B

22. (ITA-1998)

Uma vela está a uma distância D de um anteparo sobre o qual se projeta uma imagem com lente convergente. Observa-se que as duas distâncias L e L' entre a lente e a vela para as quais se obtém uma imagem nítida da vela no anteparo, distam uma da outra de uma distância a . O comprimento focal da lente é então:

- a) $\frac{D-a}{2}$
- b) $\frac{D^2-a^2}{4 \cdot D}$
- c) $\frac{D+a}{2}$
- d) $\frac{D^2+a^2}{4 \cdot D}$
- e) $2 \cdot a$



Comentários:

$$p + p' = D \Rightarrow p' = D - p$$

Pela equação das lentes delgadas:

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{D-p} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{D}{p \cdot (D-p)} \\ D \cdot f &= p \cdot D - p^2 \Rightarrow p^2 - p \cdot D + D \cdot f = 0 \\ p &= \frac{D \pm \sqrt{D^2 - 4 \cdot D \cdot f}}{2} \end{aligned}$$

A diferença entre as posições é:

$$\begin{aligned} p_1 - p_2 &= \sqrt{D^2 - 4 \cdot D \cdot f} = a \\ a^2 &= D^2 - 4 \cdot D \cdot f \\ f &= \frac{D^2 - a^2}{4 \cdot D} \end{aligned}$$



23. (ITA-1999)

No final de uma tarde de céu límpido, quando o sol está no horizonte sua cor parece avermelhada. A melhor explicação para esse belo fenômeno da natureza é que:

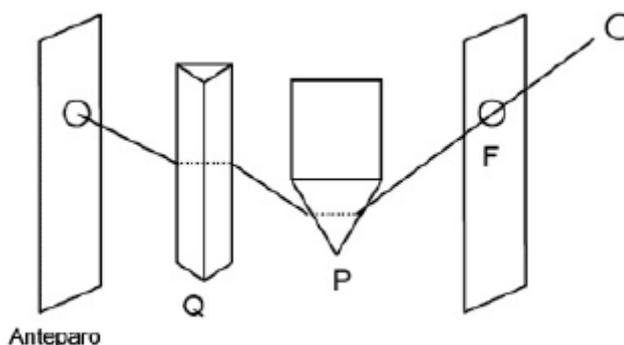
- a) o Sol está mais distante da Terra.
- b) a temperatura do Sol é menor no final da tarde.
- c) a atmosfera da Terra espalha comprimentos de ondas mais curtos, como por exemplo o da luz azul.
- d) a atmosfera da Terra absorve os comprimentos de onda azul e verde.
- e) a atmosfera da Terra difrata a luz emitida pelo sol.

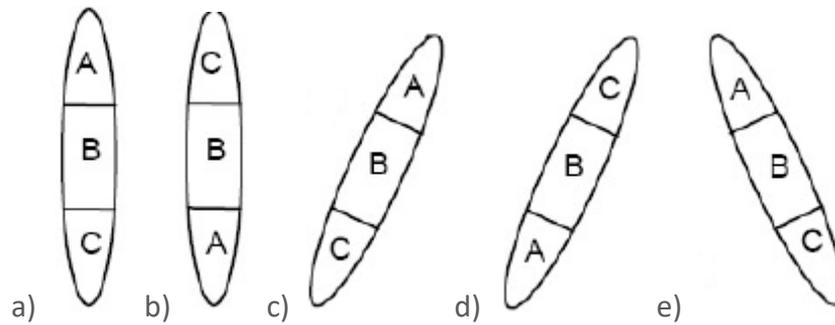
Comentários:

A luz azul apresenta comprimento de onda menor que a luz vermelha, portanto, aproxima-se mais rapidamente da normal. Este é o fenômeno comumente referido como “espalhamento” da luz azul. Por conta disso, a luz vermelha consegue chegar a distâncias maiores que a azul.

24. (ITA-1999)

Isaac Newton, no início de 1666, realizou a seguinte experiência: Seja S o Sol e F um orifício feito na janela de um quarto escuro. Considere P e Q dois prismas de vidro colocados em posição cruzada um em relação ao outro, ou seja, com suas arestas perpendiculares entre si, conforme mostra a figura abaixo. Represente por A a cor violeta, por B a amarela e C a vermelha. Após a passagem dos raios luminosos pelo orifício e pelos dois prismas, a forma da imagem e a disposição das cores formadas no anteparo são melhor representadas por:





Comentários:

É importante lembrar que o desvio é aproximado por:

$$\delta = \hat{A} \cdot \left(\frac{n_{prisma}}{n_{meio}} - 1 \right)$$

Ao passar pelo primeiro prisma, as diferentes cores irão se espalhar. As que sofrem o maior desvio são aquelas que tem maior índice de refração, no caso $n_{violeta} > n_{amarela} > n_{vermelha}$. Ao passar por P, as cores estão organizadas de acordo com a alternativa **a)**. Entretanto, elas irão passar por mais um prisma. Novamente, ao passar pelo segundo prisma, as cores com maior índice de refração irão sofrer maior desvio. Portanto, o violeta deve deslocar-se mais que o amarelo que, por sua vez, irá deslocar-se mais que o vermelho. Obtém-se assim a imagem representada na alternativa **c)**.

Gabarito: C

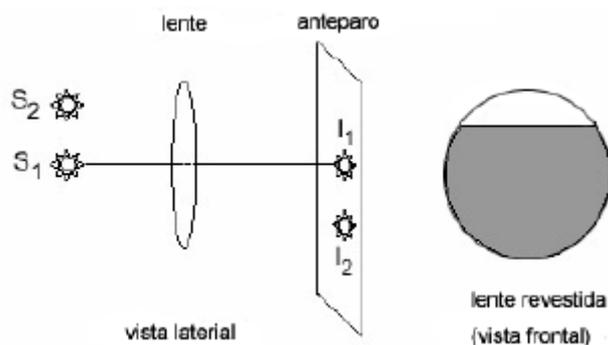
25. (ITA-2000)

Duas fontes de luz S1 e S2, tem suas imagens formadas sobre um anteparo por uma lente convergente, como mostra a figura. Considere as seguintes proposições:

I - Se a lente for parcialmente revestida até da sua altura com uma película opaca (conforme a figura), as imagens (I1 de S1, I2 de S2) sobre o anteparo permanecem, mas tornam-se menos luminosas.

II - Se a lente for parcialmente revestida até da sua altura e as fontes forem distanciadas da lente, a imagem I1 desaparece.

III - Se as fontes S1 e S2 forem distanciadas da lente, então, para que as imagens não se alterem, o anteparo deve ser deslocado em direção à lente.



Então, pode-se afirmar que:



ESTRATÉGIA MILITARES – RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS

- a) apenas a III é correta.
- b) somente I e III são corretas.
- c) todas são corretas.
- d) somente II e III são corretas.
- e) somente I e II são corretas.

Comentários:

I – Verdadeira. Ainda se forma imagem pois ainda existem raios luminosos que saem das fontes e chegam ao anteparo, entretanto, a quantidade de raios e, por conseguinte, a intensidade luminosa que chega ao anteparo é menor.

II – Verdadeira. Ao afastar-se as fontes da lente, varia-se a distância p , sem variar-se p' e f . Portanto, eventualmente ambas as imagens sumirão, embora a alternativa cite somente a I_1 .

III – Verdadeira. Já discutido na II.

Gabarito: C

26. (ITA-2002)

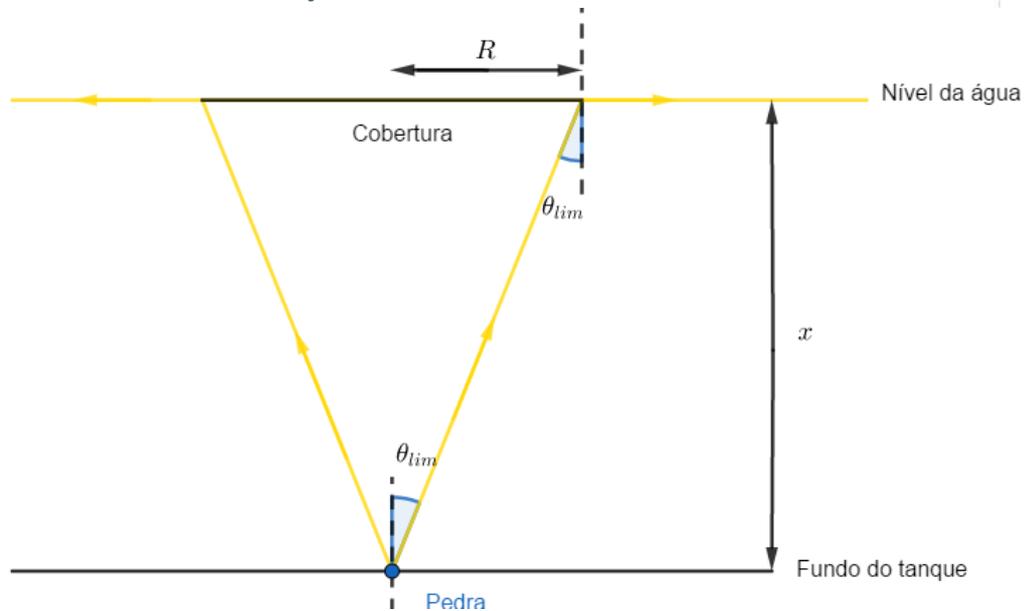
Uma pequena pedra repousa no fundo de um tanque de x m de profundidade. Determine o menor raio de uma cobertura circular, plana, paralela à superfície da água que flutuando sobre a superfície da água diretamente acima da pedra, impeça completamente a visão desta por um observador ao lado do tanque, cuja vista se encontra no nível da água. Justifique.

Dado: índice de refração da água $n = \frac{4}{3}$

Comentários:

A situação para que a pedra fique completamente “escondida” está representada a seguir.





Portanto:

$$\text{sen } \theta_{lim} = \frac{1}{\frac{4}{3}} \Rightarrow \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}} = \frac{3}{4} \Rightarrow 16 \cdot R^2 = 9 \cdot R^2 + 9 \cdot x^2$$

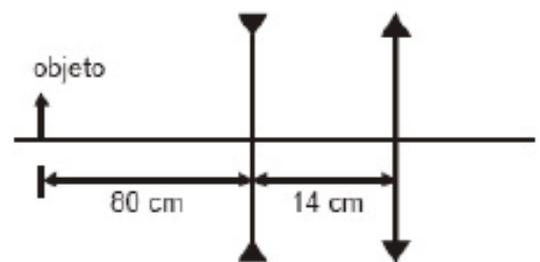
$$7 \cdot R^2 = 9 \cdot x^2 \Rightarrow R = \frac{3\sqrt{7} \cdot x}{7}$$

Gabarito: $R = \frac{3\sqrt{7} \cdot x}{7}$

27. (ITA-2003)

A figura mostra um sistema óptico constituído de uma lente divergente, com distância focal $f_1 = -20\text{cm}$, distante 14 cm de uma lente convergente com distância focal $f_2 = 20\text{cm}$. Se um objeto linear é posicionado a 80cm à esquerda da lente divergente, pode-se afirmar que a imagem definitiva formada pelo sistema:

- a) é real e o fator de ampliação linear do sistema é – 0,4.
- b) é virtual, menor e direita em relação ao objeto.
- c) é real, maior e invertida em relação ao objeto.
- d) é real e o fator de ampliação linear do sistema é – 0,2.
- e) é virtual, maior e invertida em relação ao objeto.



Comentários:

$$p' = \frac{p \cdot f}{p - f}$$



Para a lente divergente:

$$p' = \frac{80 \cdot (-20)}{100} = -16 \text{ cm}$$

Ou seja, a primeira imagem forma-se 16 cm a esquerda a lente divergente e é virtual. Ela serve de objeto para a segunda lente. $p = 30 \text{ cm}$.

$$p' = \frac{30 \cdot 20}{10} = 60$$

A imagem é real.

A ampliação total do sistema é o produto da ampliação de cada lente. Assim:

$$A = A_1 \cdot A_2 = \left(-\frac{(-16)}{80}\right) \cdot \left(-\frac{60}{30}\right)$$

$$A = \frac{1}{5} \cdot (-2) = -\frac{2}{5} = -0,4$$

A imagem é, portanto, invertida e menor.

Gabarito: A

28. (ITA-2005)

Situa-se um objeto a uma distância p' diante de uma lente convergente de distância focal f , de modo a obter uma imagem real a uma distância p da lente. Considerando a condição de mínima distância entre imagem e objeto, então é correto afirmar que:

- a) $p^3 + f \cdot p \cdot p' + p'^3 = 5 \cdot f^3$
- b) $p^3 + f \cdot p \cdot p' + p'^3 = 10 \cdot f^3$
- c) $p^3 + f \cdot p \cdot p' + p'^3 = 20 \cdot f^3$
- d) $p^3 + f \cdot p \cdot p' + p'^3 = 25 \cdot f^3$
- e) $p^3 + f \cdot p \cdot p' + p'^3 = 30 \cdot f^3$

Comentários:

A condição de mínima distância entre imagem e objeto é $p + p' = 4 \cdot f$ e $p = p'$, portanto $f = \frac{p}{2}$. Para o lado esquerdo das expressões:

$$p^3 + f \cdot p \cdot p' + p'^3 = 2 \cdot p^3 + \frac{p^3}{2} = 5 \cdot \frac{p^3}{2}$$

E:

$$f^3 = \frac{p^3}{8}$$

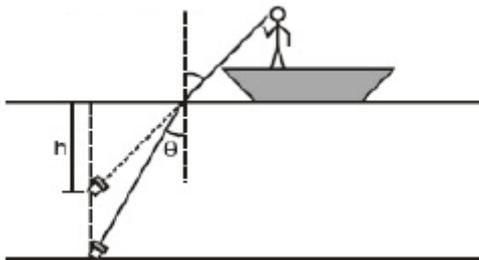
Portanto:

$$p^3 + f \cdot p \cdot p' + p'^3 = 20 \cdot f^3$$



29. (ITA-2005)

Um pescador deixa cair uma lanterna acesa em um lago a 10,0m de profundidade. No fundo do lago, a lanterna emite um feixe luminoso formando um pequeno ângulo com a vertical (veja figura).



Considere: $\operatorname{tg} \theta \cong \operatorname{sen} \theta$ e o índice de refração da água $n = 1,33$. Então, a profundidade aparente h vista pelo pescador é igual a:

- a) 2,5 m
- b) 5,0 m
- c) 7,5 m
- d) 8,0 m
- e) 9,0 m

Comentários:

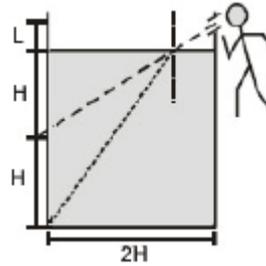
A posição aparente em um dióptro plano é dado por:

$$y_{ap} = y \cdot \frac{n_{observador}}{n_{objeto}} \Rightarrow y_{ap} = 10 \cdot \frac{1}{\frac{4}{3}} = 7,5 \text{ m}$$

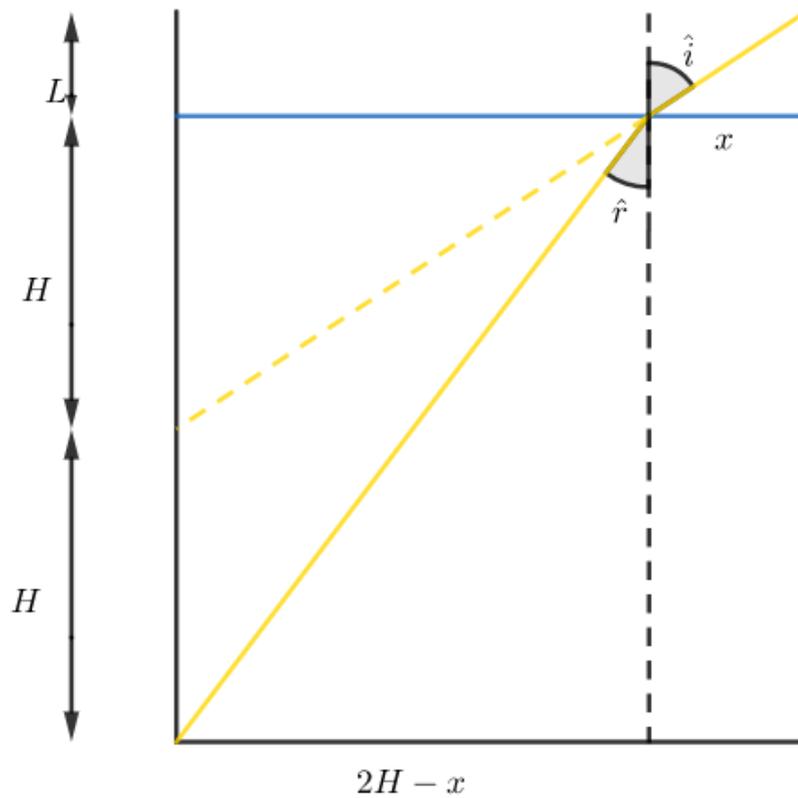
30. (ITA-2005)

Através de um tubo fino, um observador enxerga o topo de uma barra vertical de altura H apoiada no fundo de um cilindro vazio de diâmetro $2H$. O tubo encontra-se a uma altura $2H + L$ e, para efeito de cálculo, é de comprimento desprezível. Quando o cilindro é preenchido com um líquido até uma altura $2H$ (veja figura), mantido o tubo na mesma posição, o observador passa a ver a extremidade inferior da barra. Determine literalmente o índice de refração desse líquido.





Comentários:



Sabe-se que:

$$\frac{L}{x} = \frac{H+L}{2 \cdot H} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot H \cdot L}{H+L}$$

Portanto:

$$\text{sen } \hat{i} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + L^2}} = \frac{2 \cdot H \cdot L}{\sqrt{5 \cdot H^2 \cdot L^2 + 2 \cdot H \cdot L^3 + L^4}}$$

E:

$$\text{sen } \hat{r} = \frac{2 \cdot H - x}{\sqrt{(2 \cdot H - x)^2 + 4 \cdot H^2}} = \frac{2 \cdot H^2}{(H+L) \cdot \sqrt{\left(2 \cdot \frac{H^2}{H+L}\right)^2 + 4 \cdot H^2}}$$

$$\text{sen } \hat{r} = \frac{2 \cdot H^2}{\sqrt{4 \cdot H^4 + 4 \cdot H^2 \cdot (H^2 + 2 \cdot H \cdot L + L^2)}} = \frac{2 \cdot H^2}{\sqrt{8 \cdot H^4 + 8 \cdot H^3 \cdot L + 4 \cdot H^2 \cdot L^2}}$$



$$\text{sen } \hat{r} = \frac{2 \cdot H}{\sqrt{8 \cdot H^2 + 8 \cdot H \cdot L + 4 \cdot L^2}}$$

Aplicando Lei de Snell:

$$\text{sen } \hat{i} = n \cdot \text{sen } \hat{r}$$

$$\frac{2 \cdot H \cdot L}{\sqrt{5 \cdot H^2 \cdot L^2 + 2 \cdot H \cdot L^3 + L^4}} = n \cdot \frac{2 \cdot H}{\sqrt{8 \cdot H^2 + 8 \cdot H \cdot L + 4 \cdot L^2}}$$

$$n = \frac{L \cdot \sqrt{8 \cdot H^2 + 8 \cdot H \cdot L + 4 \cdot L^2}}{\sqrt{5 \cdot H^2 \cdot L^2 + 2 \cdot H \cdot L^3 + L^4}} = \frac{\sqrt{8 \cdot H^2 + 8 \cdot H \cdot L + 4 \cdot L^2}}{\sqrt{5 \cdot H^2 + 2 \cdot H \cdot L + L^2}}$$

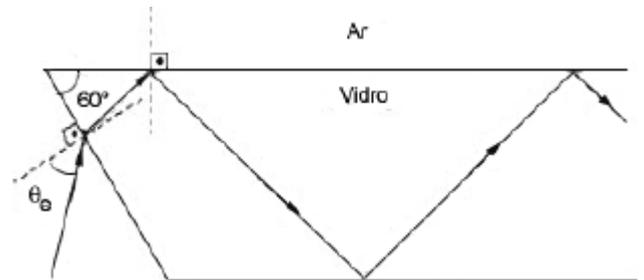
$$n = \frac{2 \cdot \sqrt{(H+L)^2 + H^2}}{\sqrt{(H+L)^2 + 4 \cdot H^2}}$$

Gabarito: $n = \frac{2 \cdot \sqrt{(H+L)^2 + H^2}}{\sqrt{(H+L)^2 + 4 \cdot H^2}}$

31. (ITA-2006)

A figura mostra uma placa de vidro com índice de refração $n_v = \sqrt{2}$ mergulhada no ar, cujo índice de refração é igual a 1,0. Para que um feixe de luz monocromática se propague pelo interior do vidro através de sucessivas reflexões totais, o seno do ângulo de entrada, $\text{sen } \theta_e$, deverá ser menor ou igual a:

- a) 0,18
- b) 0,37
- c) 0,50
- d) 0,71
- e) 0,87



Comentários:

Sabendo que houve reflexão total na interface “vidro-ar”, o ângulo de incidência ali (\hat{i}) deve ser maior que o ângulo limite. Portanto:

$$\hat{i} \geq 45^\circ$$

Mas, se $\hat{i} \geq 45^\circ$, o ângulo refratado na interface ar-vidro (\hat{r}) deve ser menor que 15° .

$$\hat{r} \leq 15^\circ$$

Assim:

$$1 \cdot \text{sen } (\theta_e) \leq \sqrt{2} \cdot \text{sen } (15^\circ) \cong 0,37$$

Gabarito: B

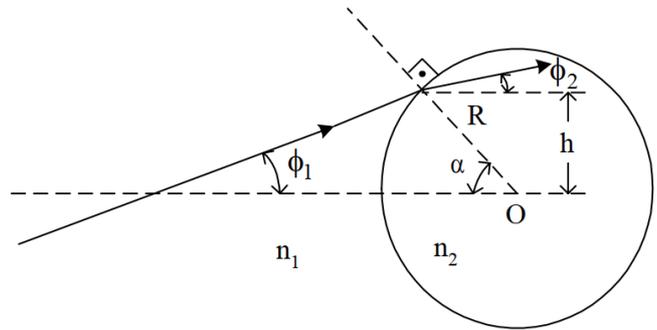
32. (ITA-2007)



ESTRATÉGIA MILITARES – RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS

A figura mostra um raio de luz propagando-se num meio de índice de refração n_1 e transmitido para uma esfera transparente de raio R e índice de refração n_2 . Considere os valores dos ângulos α , ϕ_1 e ϕ_2 muito pequenos, tal que cada ângulo seja respectivamente igual à sua tangente e ao seu seno. O valor aproximado de ϕ_2 é de:

- a) $\phi_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot (\phi_1 - \alpha)$
- b) $\phi_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot (\phi_1 + \alpha)$
- c) $\phi_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \phi_1 + \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) \cdot \alpha$
- d) $\phi_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \phi_1$
- e) $\phi_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \phi_1 + \left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right) \cdot \alpha$



Comentários:

Por Lei de Snell:

$$n_1 \cdot \text{sen}(\phi_1 + \alpha) = n_2 \cdot \text{sen}(\phi_2 + \alpha)$$

Pela aproximação de ângulos pequenos, tem-se:

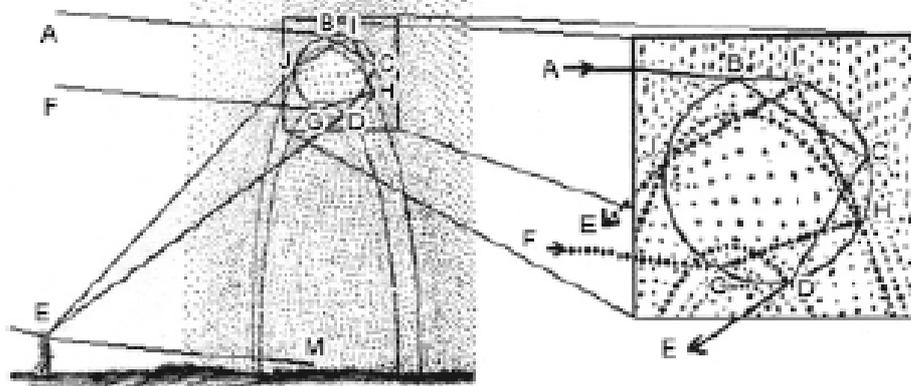
$$\frac{n_1}{n_2} \cdot (\phi_1 + \alpha) - \alpha = \phi_2 \Rightarrow \boxed{\phi_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \phi_1 + \left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right) \cdot \alpha}$$

Gabarito: E

33. (ITA-2008)

Foi René Descartes em 1637 o primeiro a discutir claramente a formação do arco-íris. Ele escreveu: *“Considerando que esse arco-íris aparece não apenas no céu, mas também no ar perto de nós, sempre que haja gotas de água iluminadas pelo sol, como podemos ver em certas fontes, eu imediatamente entendi que isso acontece devido apenas ao caminho que os raios de luz traçam nessas gotas e atingem nossos olhos. Ainda mais, sabendo que as gotas são redondas, como fora anteriormente provado e, mesmo que sejam grandes ou pequenas, a aparência do arco-íris não muda de forma nenhuma, tive a idéia de considerar uma bem grande, para que pudesse examinar melhor...”* Ele então apresentou a figura onde estão representadas as trajetórias para os arco-íris primário e secundário. Determinar o ângulo entre o raio incidente na gota, AB, e o incidente no olho do observador, DE, no caso do arco-íris primário, em termos do ângulo de incidência, e do índice de refração da água na. Considere o índice de refração do ar $n = 1$.



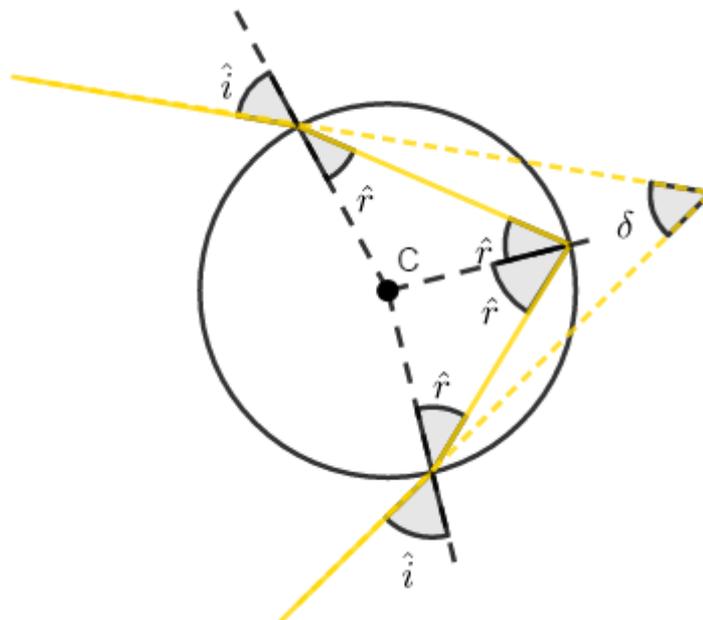


Arco-íris primário e secundário

Vista expandida de uma gota de água

Comentários:

A situação está representada na figura a seguir.



Onde, \hat{i} é o ângulo incidente, \hat{r} é o ângulo refratado e δ é o desvio da trajetória. Observa-se que há uma asa-delta na figura (entre as linhas amarelas tracejadas), portanto:

$$2 \cdot \hat{r} = \delta + 2 \cdot (\hat{i} - \hat{r})$$

$$\delta = 4 \cdot \hat{r} - 2 \cdot \hat{i}$$

Mas, pela Lei de Snell:

$$n_{ar} \cdot \text{sen } \hat{i} = n_a \cdot \text{sen } \hat{r} \Rightarrow \hat{r} = \arcsen \left(\frac{\text{sen } \hat{i}}{n_a} \right)$$

Portanto:

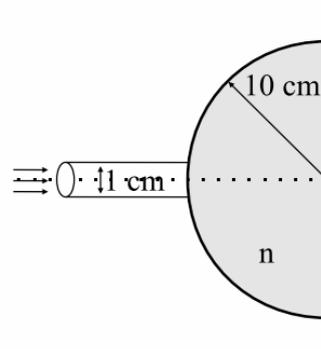
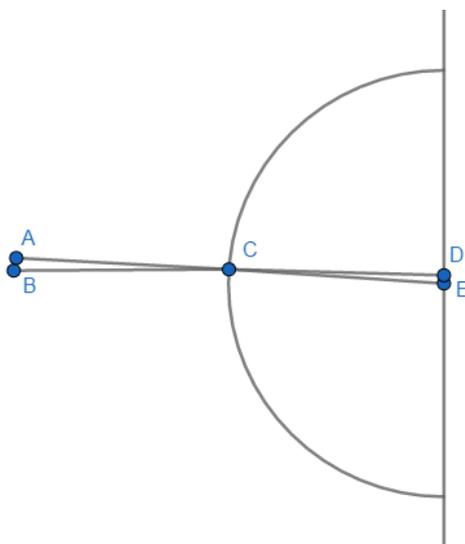
$$\delta = 4 \cdot \arcsen \left(\frac{\text{sen } \hat{i}}{n_a} \right) - 2 \cdot \hat{i}$$

$$\text{Gabarito: } \delta = 4 \cdot \arcsen \left(\frac{\text{sen } \hat{i}}{n_a} \right) - 2 \cdot \hat{i}$$

34. (ITA-2011)

Um hemisfério de vidro maciço de raio de 10 cm e índice de refração $n = \frac{3}{2}$ tem sua face plana apoiada sobre uma parede, como ilustra a figura. Um feixe colimado de luz de 1 cm de diâmetro incide sobre a face esférica, centrado na direção do eixo de simetria do hemisfério. Valendo-se das aproximações de ângulos pequeno, $\text{sen } \theta \cong \theta$ e $\text{tg } \theta \cong \theta$, o diâmetro do círculo de luz que se forma sobre a superfície da parede é de:

- a) 1 cm.
- b) $2/3$ cm
- c) $1/2$ cm
- d) $1/3$ cm
- e) $1/10$ cm


Comentários:


O ângulo $A\hat{C}B$ é incidente e o ângulo $D\hat{C}E$ é o refratado. Aproximando $A\hat{C}B$ a sua tangente:

$$A\hat{C}B \cong \frac{0,5}{10} = 0,05$$

Pela Lei de Snell:

$$1 \cdot 0,05 = 1,5 \cdot D\hat{C}E \Rightarrow D\hat{C}E = \frac{1}{30}$$

O desvio sofrido pelo raio, portanto, foi de:

$$A\hat{C}B - D\hat{C}E = \frac{1}{20} - \frac{1}{30}$$

Multiplicando o desvio pela distância percorrida pelo raio dentro da semiesfera ($\cong 10$ cm), tem-se quanto diminuiu o diâmetro. Assim:



$$\left(\frac{1}{20} - \frac{1}{30}\right) \cdot 10 = \Delta \Rightarrow \Delta = 0,166 \text{ cm}$$

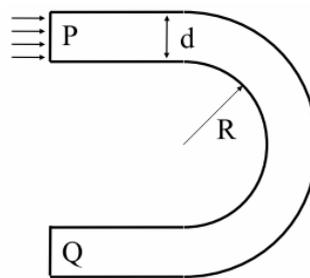
O diâmetro, portanto, é:

$$D = 2 \cdot (0,5 - 0,166) \cong 0,666 \cong \frac{2}{3}$$

Gabarito: B

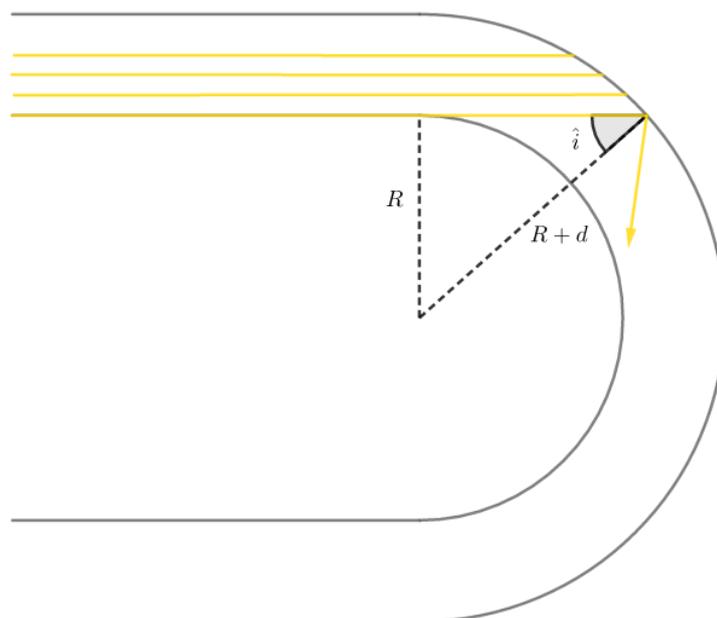
35. (ITA-2011)

Um tarugo de vidro de índice de refração $n = \frac{3}{2}$ e seção transversal retangular é moldado na forma de uma ferradura, como ilustra a figura. Um feixe de luz incide perpendicularmente sobre a superfície plana P. Determine o valor mínimo da razão $\frac{R}{d}$ para o qual toda a luz que penetra pela superfície P emerge do vidro pela superfície Q.



Comentários:

Dentre os raios incidentes, o que apresenta maior ângulo de incidência é o mais próximo do centro de curvatura. Observe:



No caso limite, \hat{i} é o ângulo limite:

$$\text{sen } \hat{i} = \frac{n_{ar}}{n_{vidro}}$$



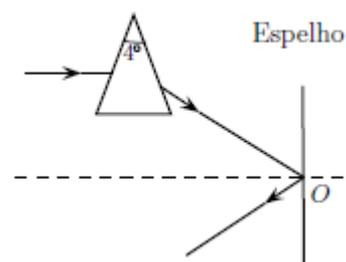
$$\frac{R}{R+d} = \frac{2}{3} \Rightarrow 1 + \frac{d}{R} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{d}{R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\frac{R}{d} = 2}$$

Gabarito:

36. (ITA-2013)

Um raio horizontal de luz monocromática atinge um espelho plano vertical após incidir num prisma com abertura de 4° e índice de refração $n = 1,5$. Considere o sistema imerso no ar e que tanto o raio emergente do prisma como o refletido pelo espelho estejam no plano do papel, perpendicular ao plano do espelho, como mostrado na figura. Assinale a alternativa que indica respectivamente o ângulo e o sentido em que deve ser girado o espelho em torno do eixo perpendicular ao plano do papel que passa pelo ponto O, de modo que o raio refletido retorne paralelamente ao raio incidente no prisma.

- a) 4° , sentido horário
- b) 2° , sentido horário
- c) 2° , sentido anti-horário
- d) 1° , sentido horário
- e) 1° , sentido anti-horário



Comentários:

Considerando-se que se trata somente de ângulos pequenos, pode-se aproximar o desvio causado pelo prisma por:

$$\hat{\delta} = \hat{i}_1 + \hat{i}_2 - \hat{A}$$

Considerando que o sentido horário é positivo, tem-se que:

$$\hat{i}_1 = 2^\circ + x$$

$$\hat{i}_2 = 2^\circ + x$$

Portanto, o desvio causado por deslocar-se em x o prisma no sentido horário é de $2x$. Agora, resta calcular o ângulo formado com a horizontal na posição inicial do prisma. Por Lei de Snell:

$$1 \cdot 2^\circ = 1,5 \cdot \hat{r}_1 \Rightarrow \hat{r}_1 = \frac{4^\circ}{3}$$

$$\hat{r}_2 = \hat{A} - \hat{r}_1 = \frac{8^\circ}{3} \Rightarrow 1,5 \cdot \frac{8^\circ}{3} = 1 \cdot \hat{i}_2 \Rightarrow \hat{i}_2 = 4^\circ$$

Mas, \hat{i}_2 é medido em relação à normal. A normal encontra-se inclinada em relação à horizontal de 2° . Portanto, a trajetória tem como ângulo de saída do prisma, inicialmente, 2° negativos ($2^\circ - 4^\circ$). Assim, de modo a ter um raio ejetado paralelo à horizontal, deve-se rotacionar em $x = 1^\circ$ no sentido horário.

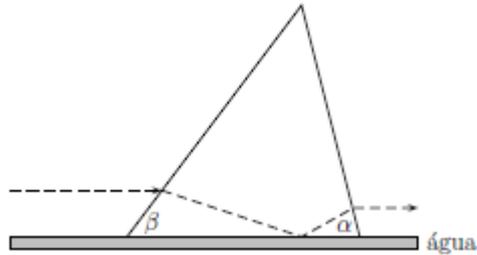
Gabarito: D

37. (ITA-2015)

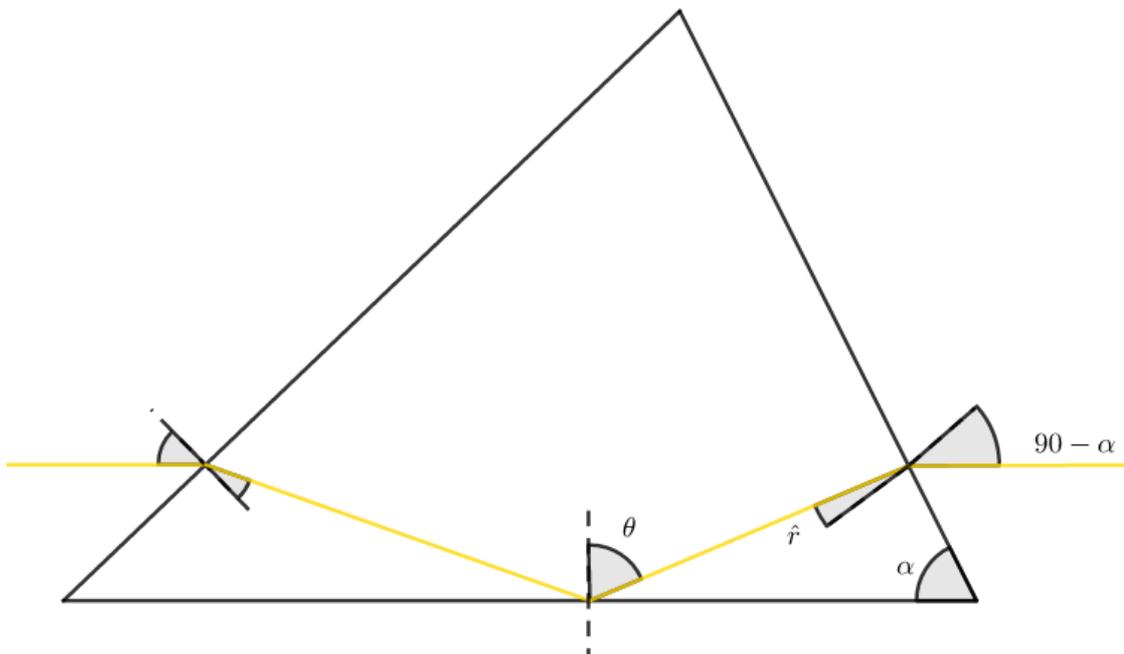


ESTRATÉGIA MILITARES – RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS

A base horizontal de um prisma de vidro encontra-se em contato com a superfície da água de um recipiente. A figura mostra a seção reta triangular deste prisma, com dois de seus ângulos, α e β . Um raio de luz propaga-se no ar paralelamente à superfície da água e perpendicular ao eixo do prisma, nele incidindo do lado do ângulo β , cujo valor é tal que o raio sofre reflexão total na interface da superfície vidro-água. Determine o ângulo α tal que o raio emergja horizontalmente do prisma. O índice de refração da água é $4/3$ e, o do vidro, $\sqrt{19}/3$.



Comentários:



Utilizando Lei de Snell na refração do lado direito:

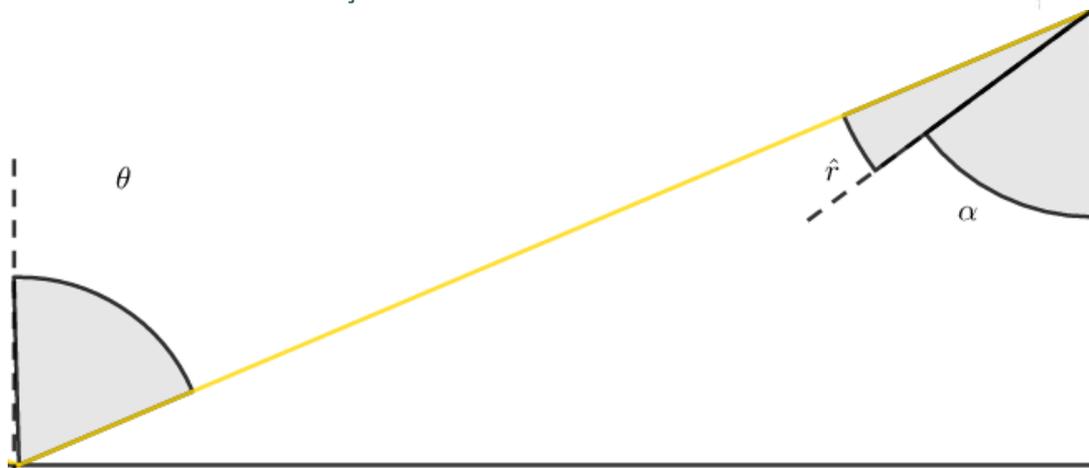
$$\text{sen}(90^\circ - \alpha) = \frac{\sqrt{19}}{3} \cdot \text{sen } \hat{r}$$

Na reflexão total da interface vidro-água:

$$\text{sen } \theta = \frac{4}{\sqrt{19}} \Rightarrow \cos \theta = \sqrt{\frac{3}{19}}$$

E:





$$\hat{\alpha} + \alpha = \theta$$

$$\hat{\alpha} = \theta - \alpha$$

$$\text{sen } \hat{\alpha} = \text{sen } (\theta - \alpha)$$

$$\frac{3}{\sqrt{19}} \cdot \cos \alpha = \frac{4}{\sqrt{19}} \cdot \cos \alpha - \text{sen } \alpha \cdot \sqrt{\frac{3}{19}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

Gabarito: 30°

38. (ITA-2016)

Um tubo de fibra óptica é basicamente um cilindro longo e transparente, de diâmetro d e índice de refração n . Se o tubo é curvado, parte dos raios de luz pode escapar e não se refletir na superfície interna do tubo. Para que haja reflexão total de um feixe de luz inicialmente paralelo ao eixo do tubo, o menor raio de curvatura interno R (ver figura) deve ser igual a:

- a) $n \cdot d$
- b) $\frac{d}{n}$
- c) $\frac{d}{n-1}$
- d) $\frac{n \cdot d}{n-1}$
- e) $\frac{\sqrt{n} \cdot d}{\sqrt{n}-1}$



Comentários:

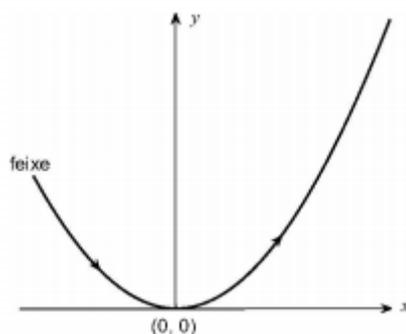
O raio com maior ângulo de incidência é o mais próximo do centro do arco de circunferência. Pelo mesmo raciocínio que o exercício 40:

$$\frac{R}{R+d} = \frac{1}{n} \Rightarrow R+d = R \cdot n \Rightarrow R(1-n) = -d \Rightarrow R = \frac{d}{n-1}$$

Gabarito: C



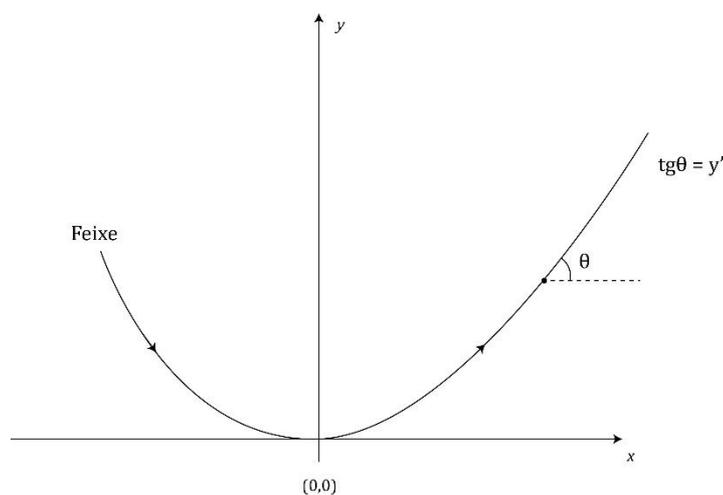
39. (IME-2020 – 1ª Fase)



Um feixe de luz hipotético, mostrado na figura acima, propaga-se ao longo do plano xy em um meio não homogêneo, cujo índice de refração é função da coordenada y . Considerando que o feixe tangencia o eixo x no ponto $(0, 0)$, onde $n(0) = n_0$. Sabendo que a velocidade da luz no vácuo é c , o valor máximo absoluto possível da componente y para a velocidade do feixe passível de ser atingida é:

- a) $\frac{c}{2n_0^2}$
- b) $\frac{c}{2n_0}$
- c) $\frac{c}{4n_0^2}$
- d) $\frac{c}{n_0}$
- e) $\frac{c}{4n_0}$

Comentários:



Pela lei de Snell:

$$n(y) \cdot \cos \arctan y' = n_0$$

A componente y para a velocidade do feixe é



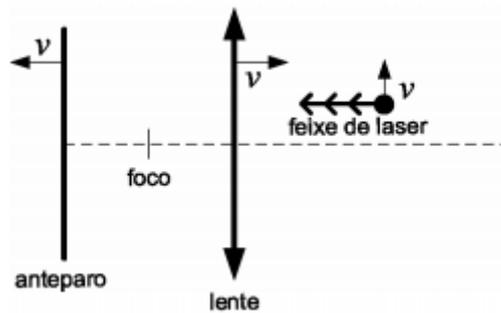
$$\frac{c}{n(y)} \sin \arctan y' = \frac{c}{2n_0} \sin(2 \arctan y')$$

Cujo valor máximo é

$$\frac{c}{2n_0}$$

Gabarito: B

40. (IME-2020 – 1ª Fase)



Uma partícula emite um feixe laser horizontal de encontro a uma lente convergente de distância focal f . Após ser desviado, o feixe atinge um anteparo localizado depois do foco da lente. Sabendo que a partícula, a lente e o anteparo estão em movimento em velocidade escalar v nos respectivos sentidos indicados na figura, a aceleração do ponto de impacto do feixe, no referencial do anteparo, é:

- a) $v^2/4f$
- b) $v^2/3f$
- c) $v^2/2f$
- d) $2v^2/f$
- e) $4v^2/f$

Comentários:

No referencial do anteparo a lente se distancia com velocidade $2v$ e o objeto sobe diagonalmente com $V_x = V_y = v$. A abscissa da lente é:

$$\begin{aligned} x_F &= x_L - F = x_{0L} + 2vt - f \\ x_L &= x_{0L} + 2vt \\ x_O &= x_{0O} + vt \\ y_O &= y_{0O} + vt \end{aligned}$$

A reta que une o ponto onde o raio de laser atinge a lente e o foco (que sabemos que ele passa) é:

$$y = y_F + \frac{y_O - y_F}{x_L - x_F} (x - x_F) = \frac{y_O}{x_L - x_F} (x - x_F)$$

Para $x=0$:



$$y = -\frac{y_0 x_F}{x_L - x_F} = -\frac{(y_{00} + vt)(x_{0L} + 2vt - f)}{f}$$

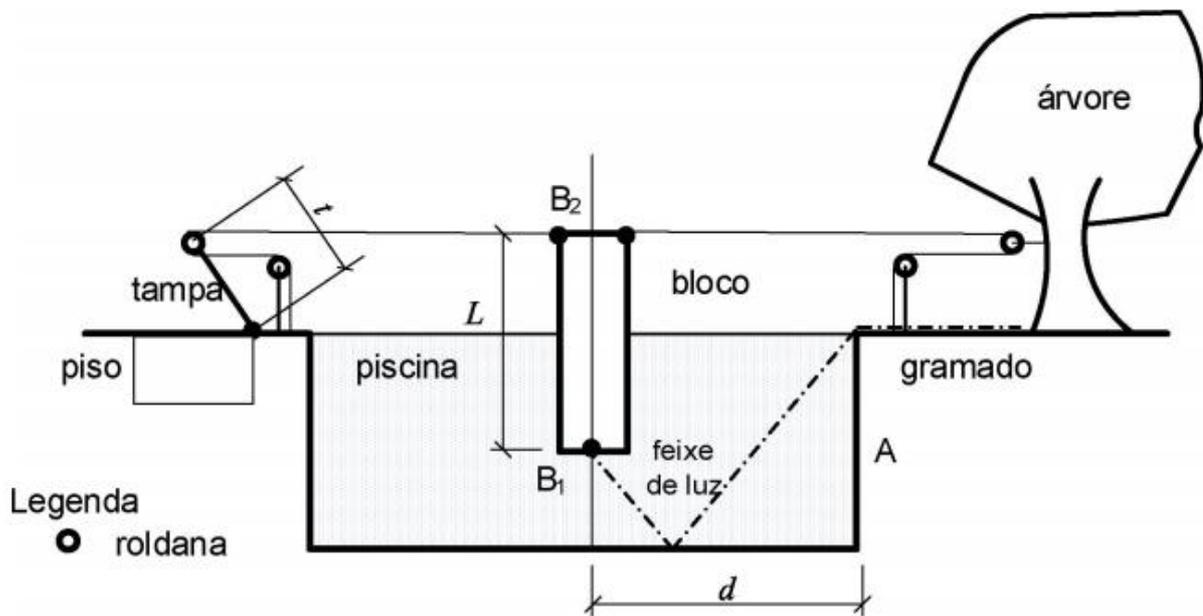
Cuja componente t^2 é:

$$-\frac{2v^2 t^2}{f} = \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$a_y = \frac{4v^2}{f}$$

Gabarito: E

41. (IME-2020 – 2ª Fase)



Legenda
 ● roldana

Um profissional de iluminação deseja projetar um sistema de feixe de luz capaz de iluminar o fundo reflexível de uma piscina e o gramado posicionado logo após o lado A. Sua ideia é submergir parcialmente um bloco maciço em formato de paralelepípedo reto, com uma fonte luminosa presa em sua base submersa B_1 , que emite um feixe de luz que percorre a trajetória mostrada na figura. O bloco é fixado por dois cabos horizontais presos a sua base não submersa B_2 e ortogonais ao lado A da piscina, sendo um deles amarrado, por meio de roldanas, na tampa articulada do compartimento onde é guardado o material de limpeza da piscina e o outro, na árvore. Considere que a piscina esteja completamente cheia com água e que a tração aplicada nos cabos seja metade do seu valor máximo para ruptura, especificado pelo fabricante. Calcule:

- a altura L do bloco;
- a distância d em que o bloco deve ser posicionado, em relação ao lado A da piscina.

Dados:

- profundidade da piscina: 3 m;
- índice de refração do ar: 1;
- índice de refração da água da piscina: 5/3;

ESTRATÉGIA MILITARES – RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS

- massa específica da água: 1 g/cm^3 ;
- massa específica do material do bloco: $0,5 \text{ g/cm}^3$;
- comprimento t da tampa: 1 m ;
- massa da tampa: 8 kg ;
- tração máxima até a ruptura nos cabos: 30 N ;
- aceleração da gravidade: $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Observações:

- despreze o atrito e as dimensões das quatro roldanas;
- considere a árvore uma estrutura rígida;
- as roldanas estão fixas.

Comentários:

A.

Sendo T a tração na corda da esquerda, h a altura da ponta superior da tampa, por equilíbrio de torque na tampa:

$$2Th = \frac{Pt \cos \theta}{2}$$

Além disso:

$$h = t \sin \theta$$

Logo:

$$\tan \theta = \frac{P}{4T} = \frac{80}{60} = \frac{4}{3} \rightarrow \sin \theta = \frac{4}{5}$$

Por equilíbrio de força no bloco:

$$P = F_e$$

$$LA\mu_{\text{bloco}}g = (L - h)A\mu_{\text{água}}g$$

$$\frac{1}{2}L = L - h \rightarrow L = 2h = \frac{8}{5} \text{ m}$$

B.

Além disso, sendo θ o ângulo vertical do raio de luz:

$$\frac{d}{p - (L - h) + p} = \tan \theta$$

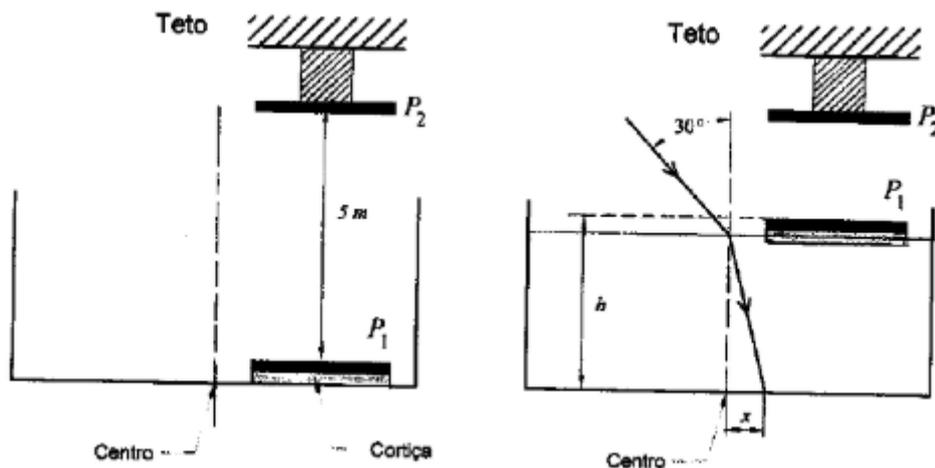
$$\sin \theta = \frac{1}{n} = \frac{3}{5} \rightarrow \tan \theta = \frac{3}{4}$$

$$d = \frac{3}{4}(2p - L + h) = 3,9 \text{ m}$$

Gabarito: A. 1,6m B. 3,9 m



42. (IME-2010)



Uma fina placa metálica P_1 , apoiada em um tablete de cortiça no fundo de um frasco cilíndrico, dista 5 metros de uma placa idêntica P_2 , fixa no teto, conforme a figura acima. As duas placas formam um capacitor carregado com Q coulombs.

Enche-se o referido frasco com um líquido de índice de refração $n = 2,5$, até que a superfície de P_1 atinja a altura de h metros. Em seguida, lança-se sobre o centro da superfície um raio de luz monocromática, sob um ângulo de 30° com a vertical.

Sabendo que a energia armazenada no capacitor fica reduzida a 0,6 do valor inicial, que o raio refratado atinge um ponto situado x metros do centro do fundo do frasco e desprezando o efeito de borda do capacitor, podemos dizer que o valor aproximado de x é:

Observação:

- As espessuras da cortiça e da placa são desprezíveis em relação à altura h .
- a) 0,1
 - b) 0,2
 - c) 0,3
 - d) 0,4
 - e) 0,5

Comentários:

A energia armazenada em um capacitor com carga fixada é:

$$E = \frac{Q^2}{2 \cdot C}$$

E:

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d}$$

Logo:



$$E = \frac{Q^2 \cdot d}{2 \cdot \epsilon_0 \cdot A}$$

E, pelo enunciado:

$$\frac{E_2}{E_1} = 0,6 \text{ e } \frac{d_2}{d_1} = 0,6$$

Mas:

$$d_2 = 5 - h \text{ e } d_1 = 5$$

$$\frac{5 - h}{5} = 0,6 \Rightarrow h = 2 \text{ m}$$

Agora, aplicando-se lei de Snell:

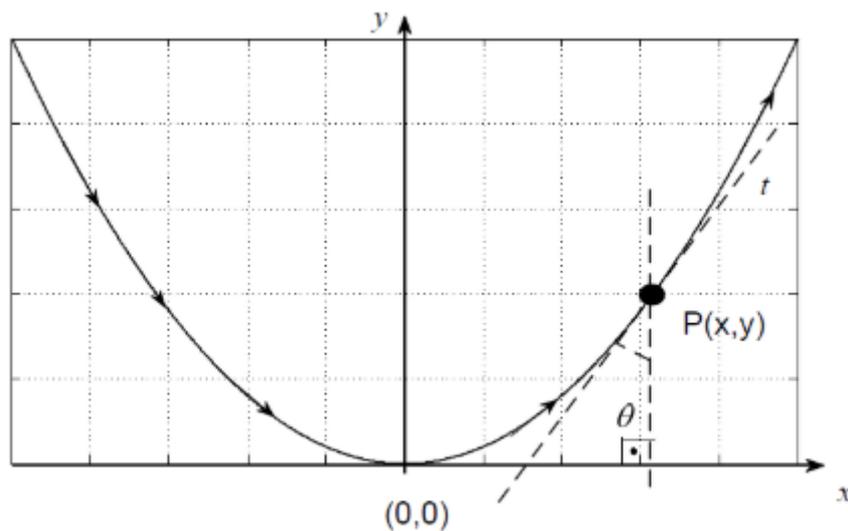
$$\text{sen } 30^\circ = 2,5 \cdot \text{sen } \hat{r} \Rightarrow \text{sen } \hat{r} = \frac{1}{5}$$

Aproximando-se $\text{sen } \hat{r} = \text{tg } \hat{r}$:

$$\frac{x}{h} = \frac{1}{5} \Rightarrow x = 0,4 \text{ m}$$

Gabarito: D

43. (IME-2012)



A figura acima mostra a trajetória parabólica de um raio luminoso em um meio não homogêneo. Determine o índice de refração n desse meio, que é uma função de y , sabendo que a trajetória do raio é descrita pela equação $y = a \cdot x^2$, onde $a > 0$.

Dados:

- $\text{cotg } \theta = 2 \cdot a \cdot x$
- $n(0) = n_0$

Observação:

$P(x, y)$ é o ponto de tangência entre a reta t e a parábola.



Comentários:

O problema apresentado é uma estratificação. Portanto, pode-se assumir que:

$$n_0 \cdot \text{sen } \theta_0 = n_1 \cdot \text{sen } \theta_1 = \dots = n_i \cdot \text{sen } \theta_i$$

Portanto, entre o ponto $(0,0)$ e o ponto $P(x,y)$, tem-se:

$$n_0 \cdot \text{sen } 90^\circ = n(y) \cdot \text{sen } \theta$$

Mas:

$$1 + \text{ctg}^2 \theta = \text{csc}^2 \theta$$

$$\frac{1}{\text{sen}^2 \theta} = 1 + \text{ctg}^2 \theta$$

$$\text{sen } \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \text{ctg}^2 \theta}}$$

Portanto:

$$\frac{n_0}{\text{sen } \theta} = n(y)$$

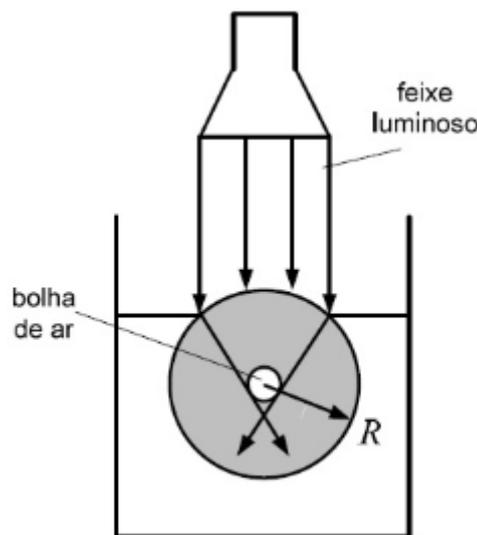
$$n(y) = n_0 \cdot \sqrt{1 + \text{ctg}^2 \theta}$$

$$n(y) = n_0 \cdot \sqrt{(1 + 4 \cdot a^2 \cdot x^2)}$$

$$n(y) = n_0 \cdot \sqrt{1 + 4 \cdot a \cdot y}$$

Gabarito: $n(y) = n_0 \cdot \sqrt{1 + 4 \cdot a \cdot y}$

44. (IME-2013)



Uma esfera de gelo de raio R flutua parcialmente imersa em um copo com água, como mostra a figura acima. Com a finalidade de iluminar uma bolha de ar, também esférica, localizada no centro da esfera de gelo, utilizou-se um feixe luminoso de seção reta circular de área $\frac{\pi \cdot R^2}{100} \text{ m}^2$ que incide verticalmente na esfera. Considerando que os raios mais externos do feixe refratado tangenciam a bolha, conforme a figura, determine a massa específica do gelo.

Dados:



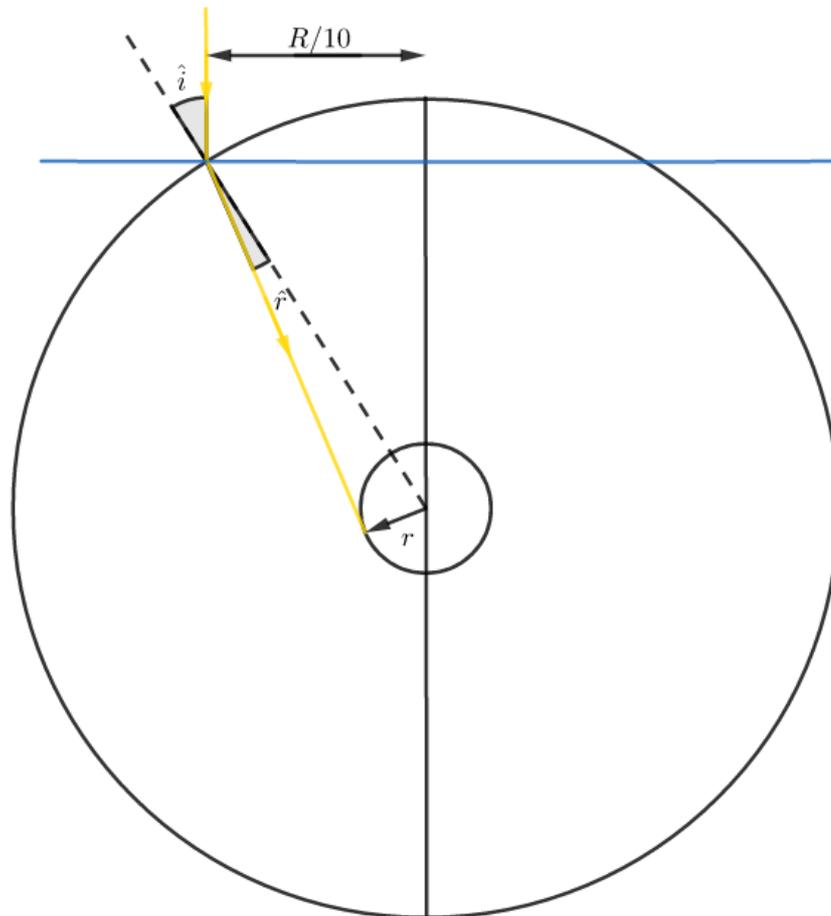
ESTRATÉGIA MILITARES – RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS

- índice de refração do ar: 1,0
- índice de refração da água: 1,3
- Massa específica do ar: 1,0 kg/m³
- Massa específica da água: 103 kg/m³
- Volume da calota esférica: $v = 2 \cdot 10^{-2} \cdot \pi \cdot R^3$

Comentários:

Sabendo-se a seção transversal do feixe, sabe-se qual o raio dele.

$$\pi \cdot r_{\text{feixe}}^2 = \pi \cdot \frac{R^2}{100} \Rightarrow r_{\text{feixe}} = \frac{R}{10}$$



Assim:

$$n_{\text{ar}} \cdot \text{sen } \hat{i} = n_{\text{gelo}} \cdot \text{sen } \hat{r} \Rightarrow \frac{1}{10} = 1,3 \cdot \text{sen } \hat{r} \Rightarrow \text{sen } \hat{r} = \frac{1}{13}$$

Mas:

$$\text{sen } \hat{r} = \frac{r}{R} \Rightarrow r = \frac{R}{13}$$

Pelo equilíbrio:

$$E = P$$



ESTRATÉGIA MILITARES – RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS
(Desconsidera-se a contribuição do ar para o peso).

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \cdot d_{\text{gelo}} \cdot g = \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 - 2 \cdot 10^{-2} \cdot \pi \cdot R^3 \right) \cdot d_{\text{água}} \cdot g$$

$$d_{\text{gelo}} = \left(1 - \frac{2 \cdot 10^{-2}}{4} \cdot 3 \right) \cdot d_{\text{água}}$$

$$d_{\text{gelo}} = 985 \text{ kg/m}^3$$

Gabarito: $d_{\text{gelo}} = 985 \text{ kg/m}^3$

ESCLARECENDO!



@prof.maldonado

