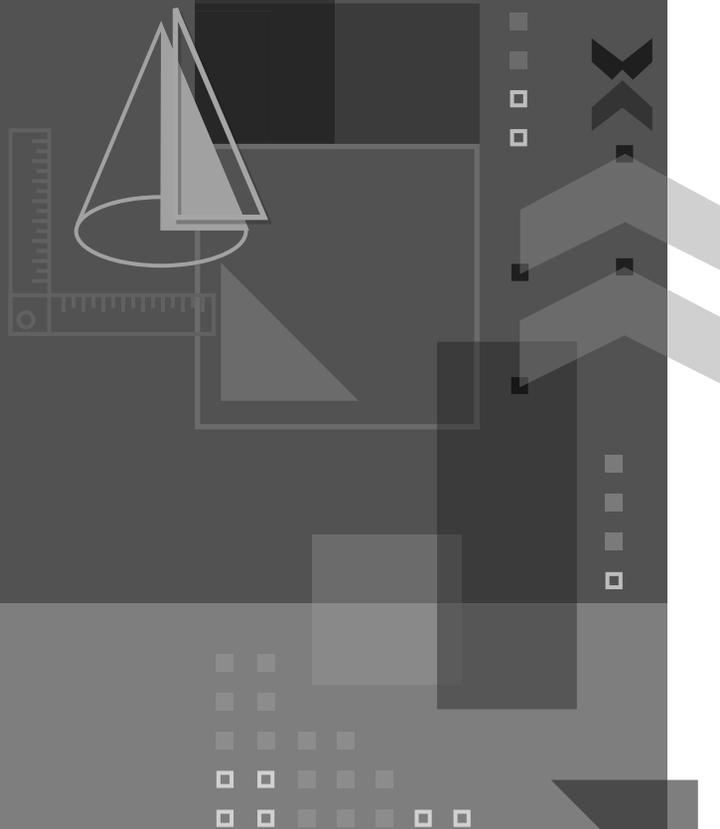


MATEMÁTICA



Sumário - Matemática

Questões Seleccionadas

Matemática Básica	3
Geometria Analítica.....	7
Geometria Plana	9
Geometria Espacial	11
Funções.....	13
Trigonometria	17
Progressões.....	18
Análise Combinatória.....	19
Probabilidades	19
Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares.....	21
Polinômios e Equações Polinomiais	21
Gabarito.....	22

14. (Unesp-2020) De acordo com levantamento realizado de janeiro a outubro de 2018, o Brasil apareceu em primeiro lugar como o país em que cada habitante mais recebeu chamadas telefônicas *spam*, que incluem ligações indesejadas de *telemarketing*, trotes e golpes. A tabela mostra o número médio de chamadas *spam* recebidas mensalmente por usuário no Brasil e em outros países.

Colocação	País	N. médio de ligações <i>spam</i> mensal por usuário
1º	Brasil	37,5
2º	Índia	22,3
3º	Chile	21,9
4º	África do Sul	21,0
5º	México	20,9
6º	Peru	19,8
7º	Costa Rica	18,6
8º	Estados Unidos	16,9
9º	Grécia	13,1
10º	Espanha	12,5

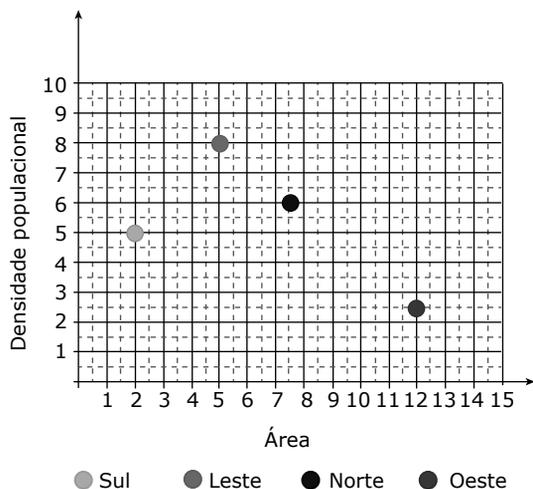
ALVIM, Mariana. *Quem me liga?* Como ligações telefônicas de robôs se tornaram um problema mundial. Disponível em: www.bbc.com. Acesso em: 13 abr. 2019 (Adaptação).

A diferença entre o número médio de chamadas *spam* recebidas mensalmente por usuário no Brasil e a média aritmética do número médio de chamadas *spam* recebidas mensalmente por usuário nos demais países da América Latina apresentados na tabela é igual a

- A) 17,2. C) 16,7. E) 17,9.
 B) 17,4. D) 16,6.

15. (Unesp-2020) Uma cidade tem sua área territorial dividida em quatro regiões.

O esquema apresenta, de modo simplificado, a área territorial e a densidade populacional dessas quatro regiões:



A participação das populações dessas regiões na população total da cidade é:

A)

B)

C)

D)

E)

16. (Unesp-2019) Um banco estabelece os preços dos seguros de vida de seus clientes com base no índice de risco do evento assegurado. A tabela mostra o cálculo do índice de risco de cinco eventos diferentes.

Evento (E)	Risco de morte (1 em n mortes)	log n	Índice de risco de E (10 - log n)
Atingido por relâmpago	1 em 2 000 000	6,3	3,7
Afogamento	1 em 30 000	4,5	5,5
Homicídio	1 em 15 000	4,2	5,8
Acidente de motocicleta	1 em 8 000	3,9	6,1
Doenças provocadas pelo cigarro	1 em 800	2,9	7,1

Sabe-se que, nesse banco, o índice de risco de morte pela prática do evento *BASE jumping* é igual a 8.

Praticante de BASE jumping

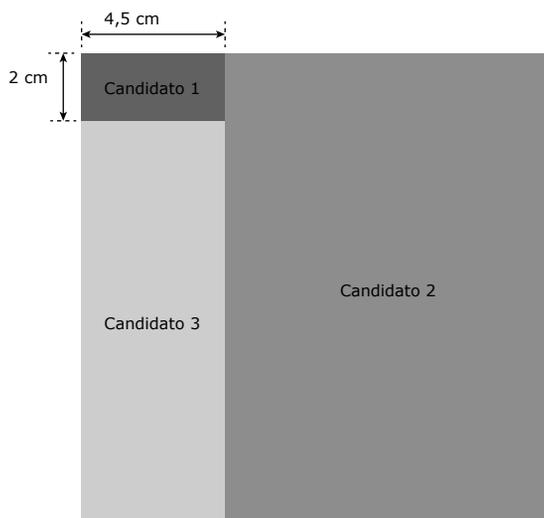


Disponível em: <https://pt.wikipedia.org>.

O risco de morte para praticantes desse esporte, segundo a avaliação do banco, é de

- A) 2,5%. C) 1%. E) 0,5%.
 B) 2%. D) 1,5%.

- 17.** (Unesp) Os estudantes 1, 2 e 3 concorreram a um mesmo cargo da diretoria do grêmio de uma faculdade da UNESP, sendo que 1 obteve 6,25% do total de votos que os três receberam para esse cargo. Na figura, a área de cada um dos três retângulos representa a porcentagem de votos obtidos pelo candidato correspondente. Juntos, os retângulos compõem um quadrado cuja área representa o total dos votos recebidos pelos três candidatos.



Do total de votos recebidos pelos três candidatos, o candidato 2 obteve

- A) 61,75%. C) 62,50%. E) 62,25%.
 B) 62,75%. D) 62,22%.

- 18.** (Unesp) O ibuprofeno é uma medicação prescrita para dor e febre, com meia-vida de aproximadamente 2 horas. Isso significa que, por exemplo, depois de 2 horas da ingestão de 200 mg de ibuprofeno, permanecerão na corrente sanguínea do paciente apenas 100 mg da medicação. Após mais 2 horas (4 horas no total), apenas 50 mg permanecerão na corrente sanguínea e, assim, sucessivamente.

Se um paciente recebe 800 mg de ibuprofeno a cada 6 horas, a quantidade dessa medicação que permanecerá na corrente sanguínea na 14ª hora após a ingestão da primeira dose será

- A) 12,50 mg. D) 6,25 mg.
 B) 456,25 mg. E) 537,50 mg.
 C) 114,28 mg.

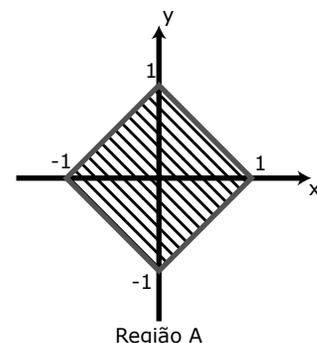
- 19.** (Unesp) Um grupo de estudantes fará uma excursão e alugará ônibus para transportá-lo. A transportadora dispõe de ônibus em dois tamanhos, pequeno e grande. O pequeno tem capacidade para 24 pessoas, ao custo total de R\$ 500,00. O grande tem capacidade para 40 pessoas, ao custo total de R\$ 800,00. Sabe-se que pelo menos 120 estudantes participarão da excursão e que o grupo não quer gastar mais do que R\$ 4 000,00 com o aluguel dos ônibus.

Sendo x o número de ônibus pequenos e y o número de ônibus grandes que serão alugados, o par ordenado (x, y) terá de pertencer, necessariamente, ao conjunto solução do sistema de inequações:

- A) $\begin{cases} 24x + 40y \geq 120 \\ 500x + 800y \leq 4000 \end{cases}$
 B) $\begin{cases} 24x + 40y \leq 4000 \\ 500x + 800y \geq 120 \end{cases}$
 C) $\begin{cases} 24x + 40y \geq 120 \\ 500x + 800y \geq 4000 \end{cases}$
 D) $\begin{cases} 24x + 40y \leq 4000 \\ 500x + 800y \leq 120 \end{cases}$
 E) $\begin{cases} 24x + 40y \leq 120 \\ 500x + 800y \leq 4000 \end{cases}$

GEOMETRIA ANALÍTICA

- 01.** (FUVEST-SP-2023) Considere a região do plano cartesiano $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$ esboçada na figura.

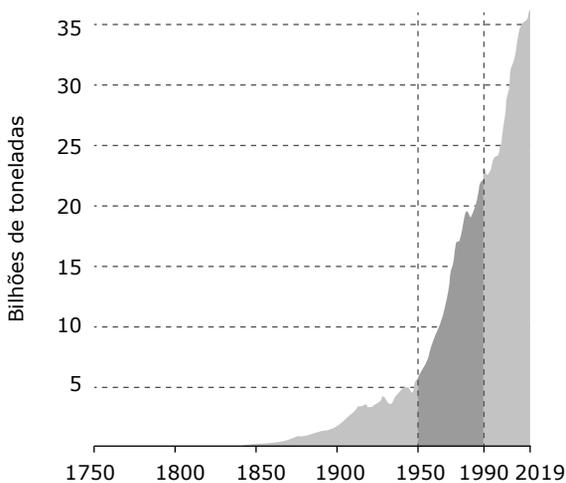


Dado $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x + 1)^2 + y^2 \geq 1\}$, a área da região $A \cap B$ é:

- A) $2 - \frac{\pi}{4}$
- B) $2 - \frac{\pi}{2}$
- C) $4 + \frac{\pi}{2}$
- D) $4 - \frac{\pi}{4}$
- E) $2 - \frac{\pi}{2}$

02. (FUVEST-SP-2023) O gráfico mostra a quantidade de emissão de CO_2 (em bilhões de toneladas) em função do ano.

Emissão total de CO_2 por ano

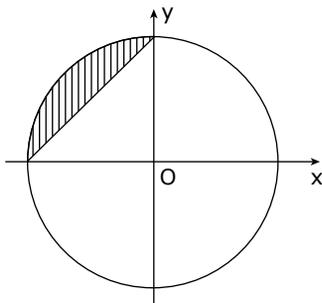


Disponível em: <https://www.bbc.com/> (Adaptação).

O total de emissão de CO_2 , em bilhões de toneladas, entre os anos de 1950 e 1990, está entre

- A) 1 e 5.
- B) 5 e 100.
- C) 100 e 300.
- D) 300 e 800.
- E) 800 e 1 000.

03. (FUVEST-SP-2021)



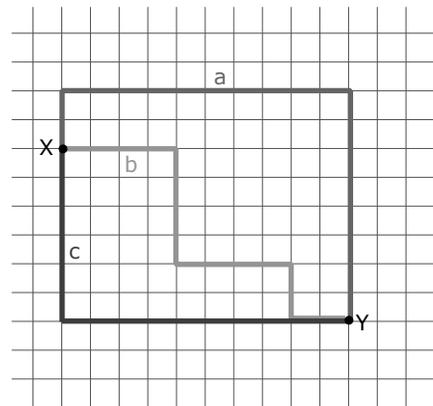
A região hachurada do plano cartesiano xOy contida no círculo de centro na origem O e raio 1, mostrada na figura, pode ser descrita por:

Note e adote:

O círculo de centro O e raio 1 é o conjunto de todos os pontos do plano que estão a uma distância de O menor do que ou igual a 1.

- A) $\{(x, y); x^2 + y^2 \leq 1 \text{ e } y - x \leq 1\}$
- B) $\{(x, y); x^2 + y^2 \geq 1 \text{ e } y + x \geq 1\}$
- C) $\{(x, y); x^2 + y^2 \leq 1 \text{ e } y - x \geq 1\}$
- D) $\{(x, y); x^2 + y^2 \leq 1 \text{ e } y + x \geq 1\}$
- E) $\{(x, y); x^2 + y^2 \geq 1 \text{ e } y + x \leq 1\}$

04. (FUVEST-SP-2021)



A figura ilustra graficamente uma região de um bairro, com ruas ortogonais entre si. O ponto X indica um condomínio residencial, e o ponto Y indica a entrada de um parque. Três moradores realizam caminhos diferentes para chegar ao ponto Y , partindo do ponto X , ilustrados em tons diferentes. Se a , b e c representam as distâncias percorridas por esses moradores nesses caminhos, é correto afirmar que:

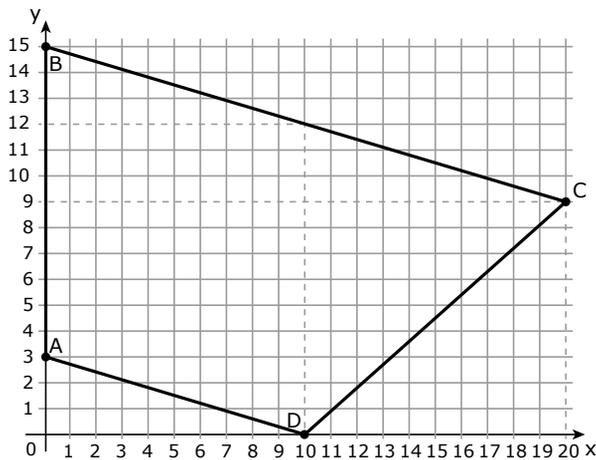
- A) $a = b = c$
- B) $b = c < a$
- C) $c < b < a$
- D) $b < c = a$
- E) $c < a = b$

05. (FUVEST-SP-2021) Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ são funções dadas por $f(x) = c + x^2$, em que $c \in \mathbb{R}$, e $g(x) = x$, seus gráficos se intersectam quando, e somente quando,

- A) $c \leq \frac{1}{4}$
- B) $c \geq \frac{1}{4}$
- C) $c \leq \frac{1}{2}$
- D) $c \geq \frac{1}{2}$
- E) $c \leq 1$

- 06.** (FUVEST-SP-2020) Um ponto (x, y) do plano cartesiano pertence ao conjunto **F** se é equidistante dos eixos OX e OY e pertence ao círculo de equação $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 2 = 0$. É correto afirmar que **F**
- A) é um conjunto vazio.
 - B) tem exatamente 2 pontos, um no primeiro quadrante e outro no segundo quadrante.
 - C) tem exatamente 2 pontos, ambos no primeiro quadrante.
 - D) tem exatamente 3 pontos, sendo dois no primeiro quadrante e outro no segundo quadrante.
 - E) tem exatamente 4 pontos, sendo dois no primeiro quadrante e dois no segundo quadrante.

- 07.** (Unesp) A figura indica um trapézio $ABCD$ no plano cartesiano.

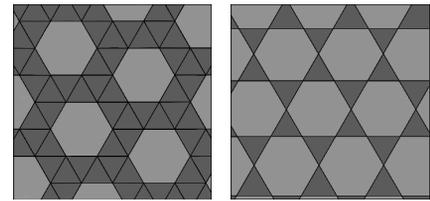


A área desse trapézio, na unidade quadrada definida pelos eixos coordenados, é igual a

- A) 160.
- B) 175.
- C) 180.
- D) 170.
- E) 155.

GEOMETRIA PLANA

- 01.** (FUVEST-SP-2023) Um ladrilhamento é chamado de uniforme se é composto por polígonos regulares que preenchem todo o plano sem sobreposição e, além disso, o padrão é o mesmo em cada vértice. Para classificá-los, utilizamos uma notação dada por uma sequência de números que é definida desta forma: escolhemos um vértice qualquer e indicamos o número de lados de cada polígono que contém este vértice, seguindo o sentido anti-horário, iniciando com os polígonos de menos lados, conforme os exemplos:



(3.3.3.3.6)

(3.6.3.6)

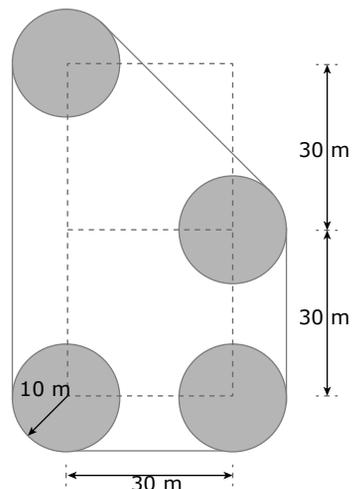
A foto mostra o piso de um museu em Sevilha.



A notação que representa o padrão do ladrilhamento do piso é:

- A) (3 . 3 . 3 . 4)
- B) (3 . 3 . 4 . 6)
- C) (3 . 4 . 4 . 4)
- D) (3 . 4 . 4 . 6)
- E) (3 . 4 . 6 . 4)

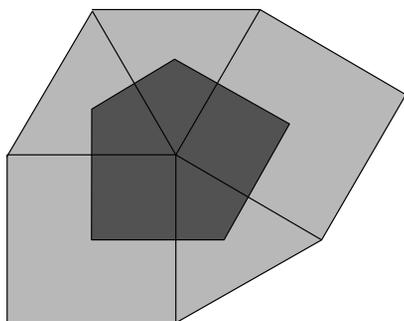
- 02.** (FUVEST-SP-2022) Quatro tanques cilíndricos são vistos de cima (em planta baixa) conforme a figura. Todos têm 10 m de raio e seus centros se posicionam em vértices dos dois quadrados tracejados adjacentes, ambos com 30 m de lado. Uma fita de isolamento, esticada e paralela ao solo, envolve os 4 tanques, dando uma volta completa.



O comprimento da fita, em metros, é:

- A) $20\pi + 30(3 + \sqrt{2})$
- B) $20\pi + 30(4 + \sqrt{2})$
- C) $25\pi + 15(4 + \sqrt{2})$
- D) $25\pi + 30(4 + \sqrt{2})$
- E) $25\pi + 30(4 + 2\sqrt{2})$

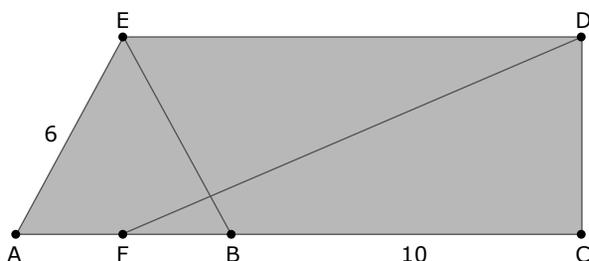
03. (FUVEST-SP-2021)



Três triângulos equiláteros e dois quadrados formam uma figura plana, como ilustrado. Seus centros são os vértices de um pentágono irregular, que está destacado na figura. Se T é a área de cada um dos triângulos e Q a área de cada um dos quadrados, a área do pentágono é:

- A) $T + Q$
- B) $\frac{1}{2}T + \frac{1}{2}Q$
- C) $T + \frac{1}{2}Q$
- D) $\frac{1}{3}T + \frac{1}{4}Q$
- E) $\frac{1}{3}T + \frac{1}{2}Q$

04. (FUVEST-SP-2021)



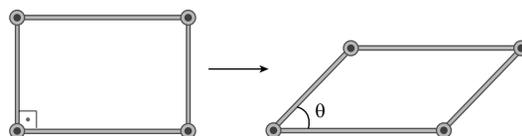
Na figura, os segmentos AC e DE são paralelos entre si e perpendiculares ao segmento CD; o ponto B pertence ao segmento AC; F é o ponto médio do segmento AB; e ABE é um triângulo equilátero. Além disso, o segmento BC mede 10 unidades de comprimento e o segmento AE mede 6 unidades de comprimento. A medida do segmento DF, em unidades de comprimento, é igual a

- A) 14.
- B) 15.
- C) 16.
- D) 17.
- E) 18.

05. (FUVEST-SP-2021) Um marceneiro possui um pedaço de madeira no formato de um triângulo retângulo cujos catetos medem 12 cm e 35 cm. A partir dessa peça, ele precisa extrair o maior quadrado possível, de tal forma que um dos ângulos retos do quadrado coincida com o ângulo reto do triângulo. A medida do lado do quadrado desejado pelo marceneiro está mais próxima de

- A) 8,0 cm.
- B) 8,5 cm.
- C) 9,0 cm.
- D) 9,5 cm.
- E) 10,0 cm.

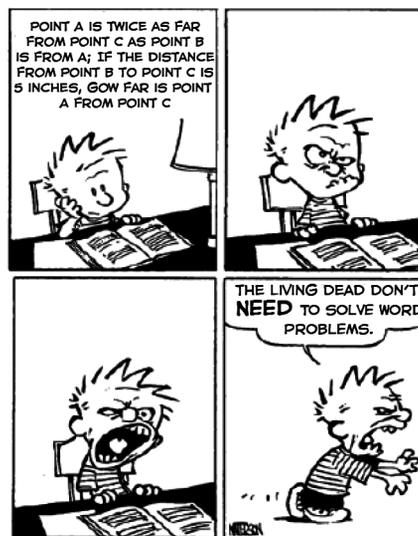
06. (FUVEST-SP-2020) Um objeto é formado por 4 hastes rígidas conectadas em seus extremos por articulações cujos centros são os vértices de um paralelogramo. As hastes movimentam-se de tal forma que o paralelogramo permanece sempre no mesmo plano. A cada configuração desse objeto, associa-se θ , a medida do menor ângulo interno do paralelogramo. A área da região delimitada pelo paralelogramo quando $\theta = 90^\circ$ é A .



Para que a área da região delimitada pelo paralelogramo seja $\frac{A}{2}$, o valor de θ é, necessariamente, igual a

- A) 15° .
- B) $22,5^\circ$.
- C) 30° .
- D) 45° .
- E) 60° .

07. (FUVEST-SP-2020)

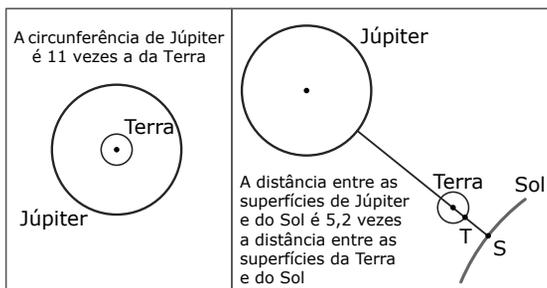


WATTERSON, Bill. *Calvin and Hobbes*. Disponível em: <https://www.gocomics.com/>.

As possíveis soluções, em polegadas (*inches*, em inglês), para o problema matemático proposto no quadrinho, no caso em que os pontos **A**, **B** e **C** estão em uma mesma reta, são:

- A) $\frac{10}{3}$ e 10
- B) $\frac{10}{3}$, 5 e 10
- C) $\frac{5}{3}$, $\frac{10}{3}$ e 10
- D) $\frac{5}{3}$ e 10
- E) $\frac{10}{3}$ e 5

- 08.** (Unesp–2023) Examine os dados comparativos simplificados entre Júpiter, Terra e Sol, considerando-se modelos esféricos e movimentos circulares dos planetas em torno do Sol.

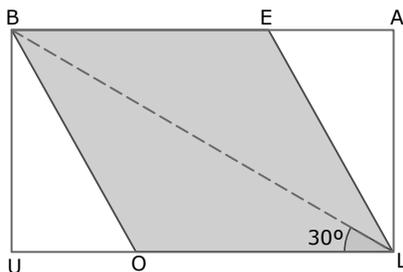


fora de escala

Se as medidas do raio da Terra e de TS são, respectivamente, iguais a **x** e **y** quilômetros, a menor distância, em quilômetros, entre os centros de Júpiter e da Terra será igual a:

- A) $12x + 4,2y$
- B) $12x + 6,2y$
- C) $12x + 5,2y$
- D) $9x + 6,2y$
- E) $10x + 4,2y$

- 09.** (Unesp–2023) Na figura, BELO é um losango com vértices E e O nos lados \overline{BA} e \overline{LU} , respectivamente, do retângulo BALU. A diagonal \overline{BL} de BALU forma um ângulo de 30° com o lado \overline{LU} , como mostra a figura.

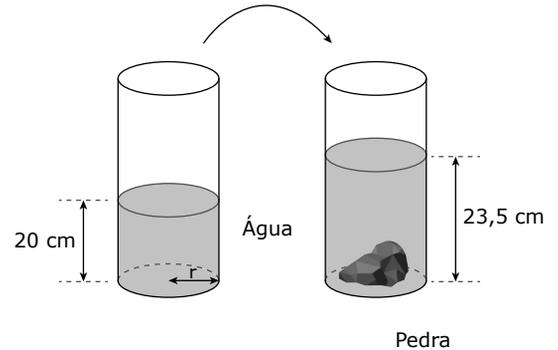


Se a medida do lado do losango BELO é igual a 2 cm, a área do retângulo BALU será igual a:

- A) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm²
- B) $3\sqrt{3}$ cm²
- C) $5\sqrt{3}$ cm²
- D) $\frac{7\sqrt{3}}{2}$ cm²
- E) $2\sqrt{3}$ cm²

GEOMETRIA ESPACIAL

- 01.** (FUVEST-SP–2023) Para medir o volume de uma pedra com formato irregular, Ana utilizou um recipiente cilíndrico de raio $r = 8$ cm e com água até a altura de 20 cm. Após colocar a pedra no recipiente, a altura da água subiu para 23,5 cm.



O volume da pedra é:

- A) 128π cm
- B) 224π cm
- C) 240π cm
- D) 282π cm
- E) 320π cm

- 02.** (FUVEST-SP–2022) Um deltaedro é um poliedro cujas faces são todas triângulos equiláteros. Se um deltaedro convexo possui 8 vértices, então o número de faces desse deltaedro é:

Note e adote:

Em poliedros convexos, vale a relação de Euler $F - A + V = 2$, em que **F** é o número de faces, **A** é o número de arestas e **V** é o número de vértices do poliedro.

- A) 4
- B) 6
- C) 8
- D) 10
- E) 12

- 03.** (FUVEST-SP–2021) Alice quer construir um paralelepípedo reto-retângulo de medidas 60 cm \times 24 cm \times 18 cm, com a menor quantidade possível de cubos idênticos cujas medidas das arestas são números naturais. Quantos cubos serão necessários para construir esse paralelepípedo?

- A) 60
- B) 72
- C) 80
- D) 96
- E) 120

- 04.** (FUVEST-SP–2021) Suponha, para simplificar, que a Terra é perfeitamente esférica e que a linha do Equador mede 40 000 km. O trajeto que sai do polo norte segue até a linha do Equador pelo Meridiano de Greenwich, depois se desloca ao longo da linha do Equador até o meridiano 45° L e então retorna ao polo norte por esse meridiano tem comprimento total de

- A) 15 000 km.
- B) 20 000 km.
- C) 25 000 km.
- D) 30 000 km.
- E) 35 000 km.

O cone retorna à posição inicial após o círculo da sua base ter efetuado duas voltas completas de giro. Considerando que o volume de um cone é calculado pela fórmula $\frac{\pi r^2 h}{3}$, o volume do cone da figura, em cm^3 , é igual a:

- A) $72\sqrt{3}\cdot\pi$ C) $36\sqrt{3}\cdot\pi$ E) $12\sqrt{3}\cdot\pi$
 B) $48\sqrt{3}\cdot\pi$ D) $18\sqrt{3}\cdot\pi$

FUNÇÕES

- 01.** (FUVEST-SP-2023) No plano cartesiano, os pontos (3, 2) e (5, 4) pertencem ao gráfico da função dada por:

$$y = \log(ax + b)$$

O valor de $a + b$ é:

- A) - 8 C) 0 E) 8
 B) - 6 D) 4

- 02.** (FUVEST-SP-2023) A FIFA (Federação Internacional de Futebol) implementou, em 2018, a versão mais recente do *ranking* das seleções. Suponha que as seleções **A** e **B**, com pontuações P_A e P_B , respectivamente, disputarão uma final de Copa do Mundo. A pontuação atualizada da seleção A após a partida será dada por

$$P'_A = P_A + 60(V_A - E_A),$$

em que:

$$E_A = \frac{10 \frac{P_A - P_B}{600}}{1 + 10 \frac{P_A - P_B}{600}}$$

e o valor de **V** depende do resultado da partida de acordo com a tabela:

Resultado da partida	Valor de V_A
Vitória de A	1
Empate	0,5
Derrota de A	0

Sabendo que $P_A - P_B = 360$, se a seleção A vencer a partida, sua pontuação aumentará em

- A) 6 pontos. D) 15 pontos.
 B) 10 pontos. E) 20 pontos.
 C) 12 pontos.

Note e adote:

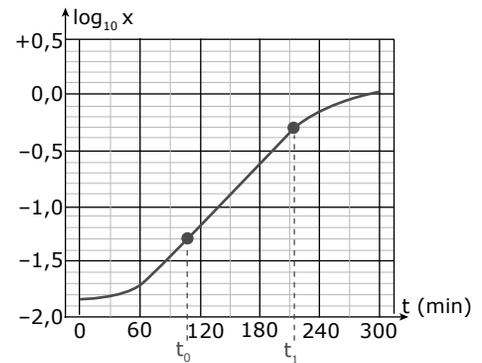
$$\log_{10} 2 = 0,3$$

- 03.** (FUVEST-SP-2022) Os funcionários de um salão de beleza compraram um presente no valor de R\$ 200,00 para a recepcionista do estabelecimento. No momento da divisão igualitária do valor, dois deles desistiram de participar e, por causa disso, cada pessoa que ficou no grupo precisou pagar R\$ 5,00 a mais que a quantia originalmente prevista.

O valor pago por pessoa que permaneceu na divisão do custo do presente foi:

- A) R\$ 10,00 D) R\$ 25,00
 B) R\$ 15,00 E) R\$ 40,00
 C) R\$ 20,00

- 04.** (FUVEST-SP-2022) A quantidade de bactérias em um líquido é diretamente proporcional à medida da turbidez desse líquido. O gráfico mostra, em escala logarítmica, o crescimento da turbidez x de um líquido ao longo do tempo t (medido em minutos), isto é, mostra $\log_{10} x$ em função de t . Os dados foram coletados de 30 em 30 minutos, e uma curva de interpolação foi obtida para inferir valores intermediários.



Disponível em: <https://fankhauserblog.wordpress.com/>.

Com base no gráfico, em quantas vezes a população de bactérias aumentou, do instante t_0 para o instante t_1 ?

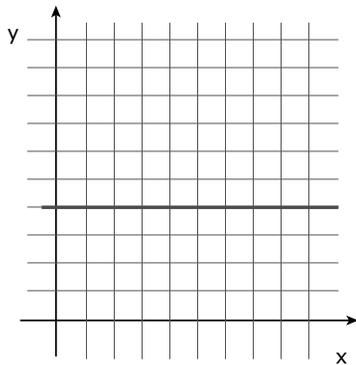
- A) 2 D) 10
 B) 4 E) 100
 C) 5

- 05.** (FUVEST-SP-2021) Um comerciante adotou como forma de pagamento uma máquina de cartões cuja operadora cobra uma taxa de 6% em cada venda. Para continuar recebendo exatamente o mesmo valor por cada produto, ele resolveu aplicar um reajuste nos preços de todos os produtos da loja. Se **P** era o valor de uma mercadoria antes da adoção da máquina, o novo valor **V** deve ser calculado por:

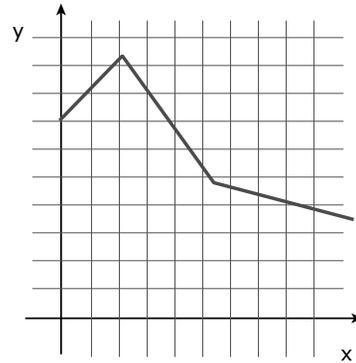
- A) $V = P + 0,06$
 B) $V = 0,94 \cdot 1,06 \cdot P$
 C) $V = 1,6 \cdot P$
 D) $V = \frac{P}{0,94}$
 E) $V = 0,94 \cdot P$

06. (FUVEST-SP-2021) Qual dos gráficos representa uma relação entre as grandezas x e y em que y sempre diminui na medida em que x aumenta?

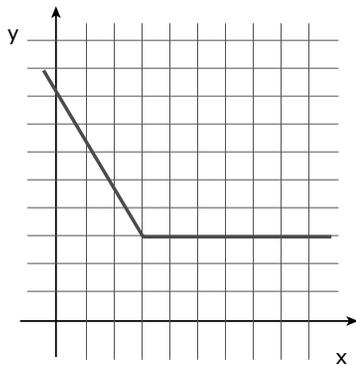
A)



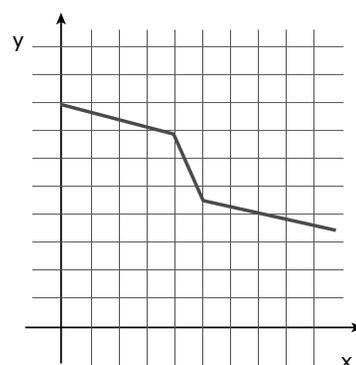
D)



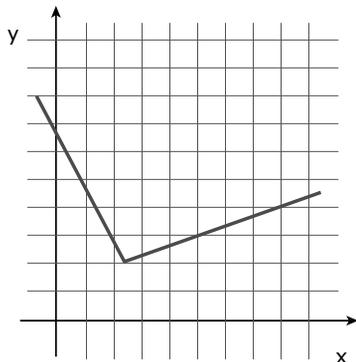
B)



E)



C)



07. (FUVEST-SP-2019) Se a função $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ é definida por $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ e a função $g: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ é definida por $g(x) = f(f(x))$, então $g(x)$ é igual a:

- A) $\frac{x}{2}$ B) x^2 C) $2x$ D) $2x + 3$ E) x

08. (FUVEST-SP-2019) Considere a função polinomial $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

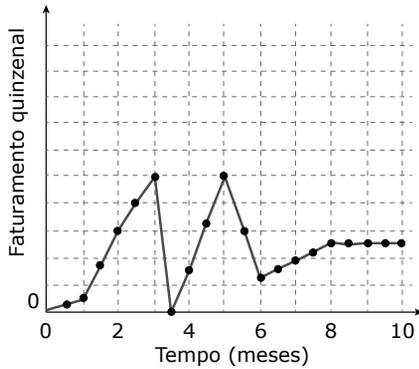
$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

em que $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$. No plano cartesiano xy , a única intersecção da reta $y = 2$ com o gráfico de f é o ponto $(2, 2)$, e a intersecção da reta $x = 0$ com o gráfico de f é o ponto $(0, -6)$. O valor de $a + b + c$ é:

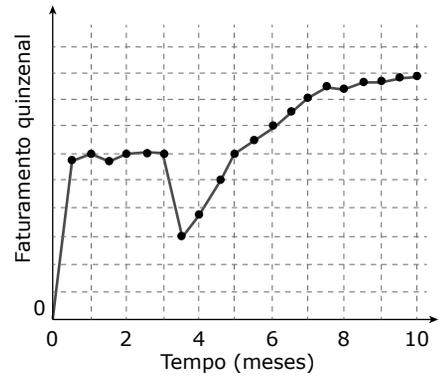
- A) -2 C) 2 E) 6
 B) 0 D) 4

09. (FUVEST-SP-2019) Um dono de restaurante assim descreveu a evolução do faturamento quinzenal de seu negócio, ao longo dos dez primeiros meses após a inauguração: "Até o final dos três primeiros meses, tivemos uma velocidade de crescimento mais ou menos constante, quando então sofremos uma queda abrupta, com o faturamento caindo à metade do que tinha sido atingido. Em seguida, voltamos a crescer, igualando, um mês e meio depois dessa queda, o faturamento obtido ao final do terceiro mês. Agora, ao final do décimo mês, estamos estabilizando o faturamento em um patamar 50% acima do faturamento obtido ao final do terceiro mês". Considerando que, na ordenada, o faturamento quinzenal está representado em unidades desconhecidas, porém uniformemente espaçadas, qual dos gráficos é compatível com a descrição do comerciante?

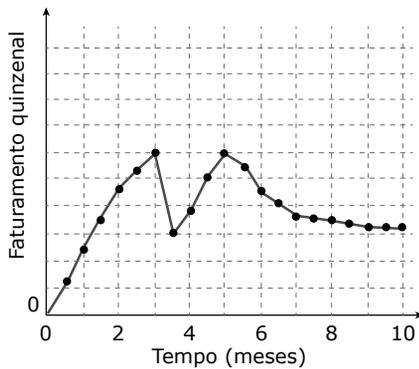
A)



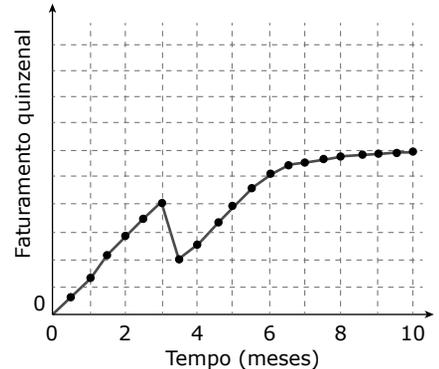
D)



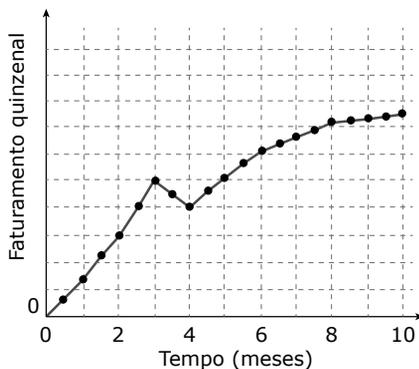
B)



E)

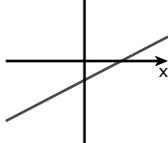


C)

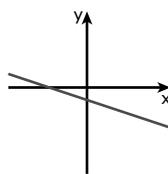


10. (FUVEST-SP) Sejam $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = \frac{1}{2}5^x$ e $g(x) = \log_{10} x$, respectivamente. O gráfico da função composta $g \circ f$ é:

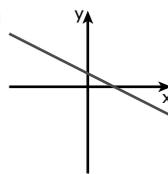
A)



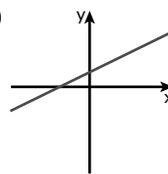
B)



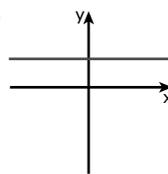
C)



D)



E)

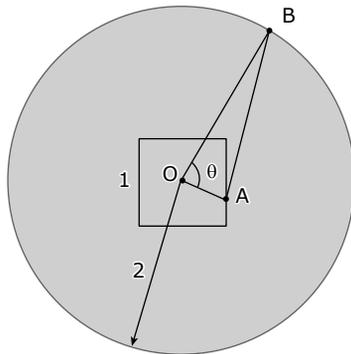


Esse potencial produtor pensou inicialmente em investir em um maquinário simples para a realização da torra, o empacotamento e o encapsulamento do café. Com essa estrutura, três quintos do café colhido e seco seriam destinados para a venda em sacas, e o restante torrado, do qual parte seria encapsulada. Dessa forma, estima-se que o preço médio de venda do quilo de café de sua colheita atingiria R\$ 16,70, quase o dobro do valor se todo o café colhido e seco fosse vendido unicamente em sacas. Se, ao torrar 1 kg de café seco, esse produtor obter 800 g de café torrado, qual a fração do café torrado que deverá ser destinada à venda no formato de cápsulas para atingir o valor estimado de R\$ 16,70?

- A) $\frac{1}{8}$
- B) $\frac{1}{20}$
- C) $\frac{1}{3}$
- D) $\frac{1}{50}$
- E) $\frac{3}{10}$

TRIGONOMETRIA

- 01.** (FUVEST-SP-2022) A figura mostra um quadrado e um círculo, ambos com centro no ponto **O**. O quadrado tem lado medindo 1 unidade de medida (u.m.) e o círculo tem raio igual a 2 u.m. O ponto **A** está sobre o contorno do quadrado, o ponto **B** está sobre o contorno do círculo, e o segmento **AB** tem tamanho 2 u.m.

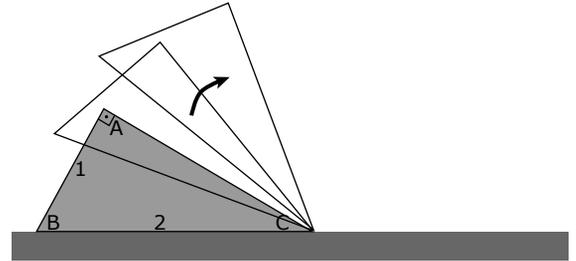


Quando o ângulo $\theta = \text{A}\hat{\text{O}}\text{B}$ for máximo, seu cosseno será:

- A) $\frac{1}{8}$
- B) $\frac{1}{4}$
- C) $\frac{1}{2}$
- D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

- 02.** (FUVEST-SP-2019) Um triângulo retângulo com vértices denominados **A**, **B** e **C** apoia-se sobre uma linha horizontal, que corresponde ao solo, e gira sem escorregar no sentido horário.

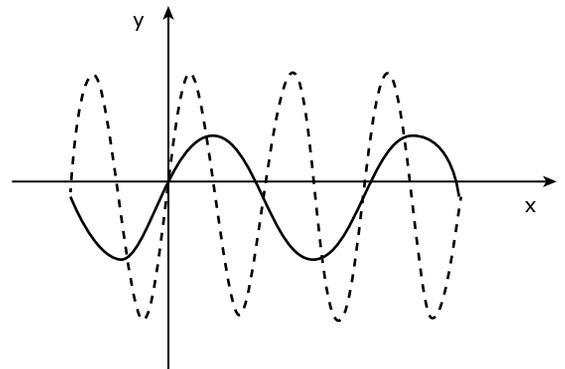
Isto é, se a posição inicial é aquela mostrada na figura, o movimento começa com uma rotação em torno do vértice **C** até o vértice **A** tocar o solo, após o que passa a ser uma rotação em torno de **A**, até o vértice **B** tocar o solo, e assim por diante.



Usando as dimensões indicadas na figura ($AB = 1$ e $BC = 2$), qual é o comprimento da trajetória percorrida pelo vértice **B**, desde a posição mostrada, até a aresta **BC** apoiar-se no solo novamente?

- A) $\frac{3}{2}\pi$
- B) $\frac{3 + \sqrt{3}}{3}\pi$
- C) $\frac{13}{6}\pi$
- D) $\frac{3 + \sqrt{3}}{2}\pi$
- E) $\frac{8 + 2\sqrt{3}}{3}\pi$

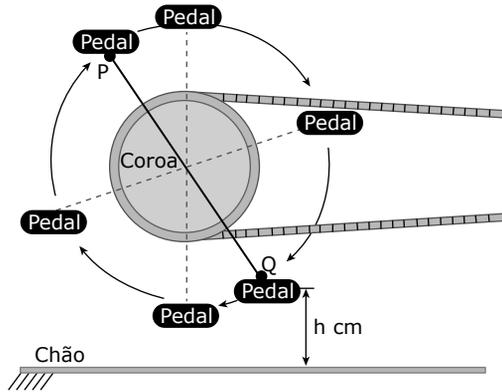
- 03.** (FUVEST-SP)



Admitindo que a linha pontilhada represente o gráfico da função $f(x) = \text{sen}(x)$ e que a linha contínua represente o gráfico da função $g(x) = \alpha \cdot \text{sen}(\beta x)$, segue que:

- A) $0 < \alpha < 1$ e $0 < \beta < 1$
- B) $\alpha > 1$ e $0 < \beta < 1$
- C) $\alpha = 1$ e $\beta > 1$
- D) $0 < \alpha < 1$ e $\beta > 1$
- E) $0 < \alpha < 1$ e $\beta = 1$

- 04.** (Unesp-2022) Na figura, \overline{PQ} representa o eixo dos pedais de uma bicicleta. A altura do ponto **Q** ao chão, em centímetros, é $h = 20 + 10\cos(\pi t)$, em que **t** é o tempo, em segundos, contado a partir do momento que o ponto **Q** está no ponto mais distante do chão.



O comprimento do eixo \overline{PQ} é de

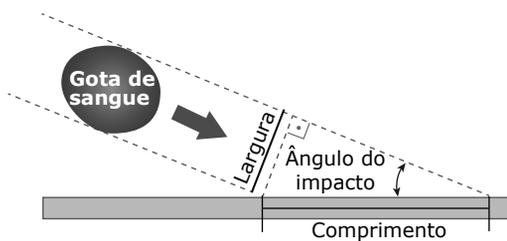
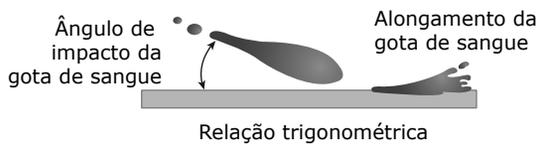
- A) 21 cm.
- B) 18 cm.
- C) 20 cm.
- D) 15 cm.
- E) 12 cm.

05. (Unesp–2020) Uma das finalidades da Ciência Forense é auxiliar nas investigações relativas à justiça civil ou criminal. Observe uma ideia que pode ser empregada na análise de uma cena de crime.

Uma gota de sangue que cai perfeitamente na vertical, formando um ângulo de 90° com a horizontal, deixa uma mancha redonda. À medida que o ângulo de impacto com a horizontal diminui, a mancha fica cada vez mais longa.

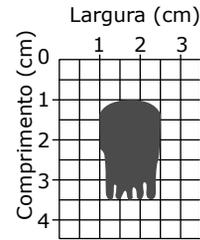
As ilustrações mostram o alongamento da gota de sangue e a relação trigonométrica envolvendo o ângulo de impacto e suas dimensões.

Alongamento da gota de sangue



SEBASTIANY, A. P. et al. A utilização da Ciência Forense e da Investigação Criminal como estratégia didática na compreensão de conceitos científicos. *Didáctica de la Química*. 2013 (Adaptação).

Considere a coleta de uma amostra de gota de sangue e a tabela trigonométrica apresentadas a seguir.



α	$\text{sen } \alpha$	$\text{cos } \alpha$	$\text{tg } \alpha$
31°	0,51	0,85	0,60
37°	0,60	0,80	0,75
53°	0,80	0,60	1,32
59°	0,85	0,51	1,66
74°	0,96	0,28	3,50

De acordo com as informações, o ângulo de impacto da gota de sangue coletada na amostra foi de:

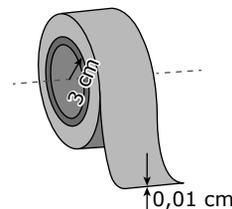
- A) 37°
- B) 74°
- C) 59°
- D) 53°
- E) 31°

PROGRESSÕES

01. (FUVEST-SP–2022) Uma empresa construiu um poço para armazenar água de reúso. O custo para construir o primeiro metro foi de R\$ 1 000,00, e cada novo metro custou R\$ 200,00 a mais do que o imediatamente anterior. Se o custo total da construção foi de R\$ 48 600,00, a profundidade do poço é:

- A) 15 m
- B) 18 m
- C) 21 m
- D) 24 m
- E) 27 m

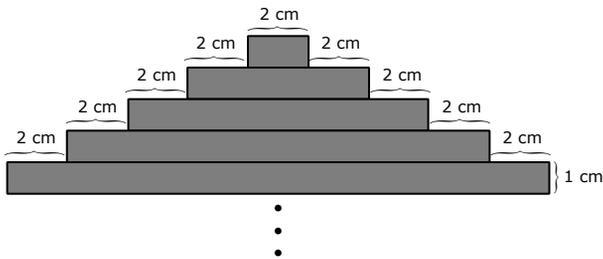
02. (FUVEST-SP–2020) O cilindro de papelão central de uma fita crepe tem raio externo de 3 cm. A fita tem espessura de 0,01 cm e dá 100 voltas completas. Considerando que, a cada volta, o raio externo do rolo é aumentado no valor da espessura da fita, o comprimento total da fita é de, aproximadamente,



Note e adote: $\pi \cong 3,14$.

- A) 9,4 m.
- B) 11,0 m.
- C) 18,8 m.
- D) 22,0 m.
- E) 25,1 m.

03. (Unesp) A figura mostra cinco retângulos justapostos de uma sequência. Todos os retângulos possuem mesma altura, igual a 1 cm.



Sabendo que 1 m² equivale a 10 000 cm² e que a sequência é constituída por 100 retângulos, a figura formada tem área igual a

- A) 2,5 m².
- B) 4 m².
- C) 5 m².
- D) 2 m².
- E) 4,5 m².

ANÁLISE COMBINATÓRIA

01. (FUVEST-SP-2023) Um professor precisa elaborar uma prova multidisciplinar que consta de duas questões de Matemática e seis de Física. Ele deve escolher questões de um banco de dados que contém três questões de Matemática e oito de Física. O número de provas distintas possível, sem levar em conta a ordem em que as questões aparecem, é:

- A) 42
- B) 54
- C) 62
- D) 72
- E) 84

PROBABILIDADES

01. (FUVEST-SP-2021) Um aplicativo de videoconferências estabelece, para cada reunião, um código de 10 letras, usando um alfabeto completo de 26 letras. A quantidade de códigos distintos possíveis está entre

- A) 10 bilhões e 100 bilhões.
- B) 100 bilhões e 1 trilhão.
- C) 1 trilhão e 10 trilhões.
- D) 10 trilhões e 100 trilhões.
- E) 100 trilhões e 1 quatrilhão.

02. (FUVEST-SP-2020) Para exemplificar probabilidade, um grupo de estudantes fez uma atividade envolvendo química, conforme o procedimento descrito.

Cada estudante recebeu um recipiente contendo 800 mL de água destilada com algumas gotas do indicador de pH alaranjado de metila e soluções de HCl e NaOH em diversas concentrações.

Cada estudante deveria jogar apenas uma vez dois dados, um amarelo e um vermelho, ambos contendo os números de 1 a 6.

- Ao jogar o dado vermelho, o estudante deveria adicionar ao recipiente 100 mL de solução do ácido clorídrico na concentração 10⁻ⁿ mol/L, sendo **n** o número marcado no dado (por exemplo, se saísse o número 1 no dado, a solução seria de 10⁻¹ mol/L; se saísse 6, a solução seria de 10⁻⁶ mol/L).
- Ao jogar o dado amarelo, o estudante deveria executar o mesmo procedimento, mas substituindo o ácido por NaOH, totalizando assim 1,0 L de solução.
- O estudante deveria observar a cor da solução ao final do experimento.

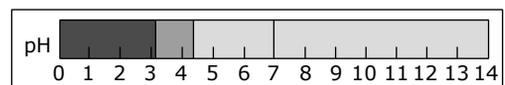
A professora mostrou a tabela com alguns valores de pH resultantes conforme os números tirados nos dados. Ela pediu, então, aos estudantes que utilizassem seus conhecimentos e a tabela para prever em quais combinações de dados a cor final do indicador seria vermelha.

Número tirado nos dados	Dado amarelo (adição de base)					
	1	2	3	4	5	6
Dado vermelho (adição de ácido)	1	7,0	2,1			2,0
	2			3,1		
	3			7,0		4,1
	4				7,0	
	5	11,9			8,9	
	6					7,9

A probabilidade de, após realizar o procedimento descrito, a solução final preparada por um estudante ser vermelha é de:

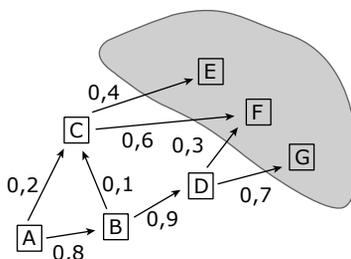
Note e adote: Considere a seguinte relação entre pH do meio e coloração do indicador alaranjado de metila:

Menor que 3,3	3,3 a 4,4	Maior que 4,4
Vermelho	Laranja	Amarelo



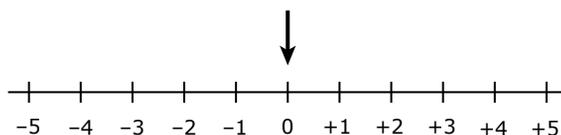
- A) $\frac{1}{12}$
- B) $\frac{1}{6}$
- C) $\frac{1}{4}$
- D) $\frac{11}{36}$
- E) $\frac{5}{12}$

03. (FUVEST-SP-2020) Carros que saem da cidade **A** rumo a alguma das cidades turísticas **E**, **F** e **G** fazem caminhos diversos, passando por pelo menos uma das cidades **B**, **C** e **D**, apenas no sentido indicado pelas setas, como mostra a figura. Os números indicados nas setas são as probabilidades, dentre esses carros, de se ir de uma cidade a outra.



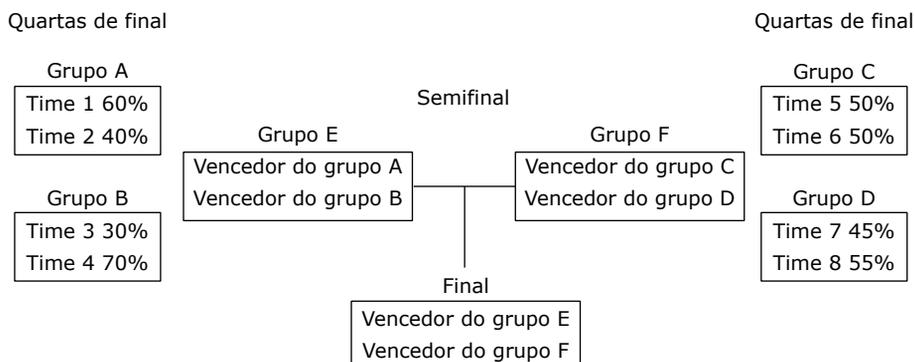
Nesse cenário, a probabilidade de um carro ir de **A** a **F** é

- A) 0,120. B) 0,216. C) 0,264. D) 0,336. E) 0,384.
04. (FUVEST-SP-2019) Uma seta aponta para a posição zero no instante inicial. A cada rodada, ela poderá ficar no mesmo lugar ou mover-se uma unidade para a direita ou mover-se uma unidade para a esquerda, cada uma dessas três possibilidades com igual probabilidade.



Qual é a probabilidade de que, após 5 rodadas, a seta volte à posição inicial?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{17}{81}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{51}{125}$ E) $\frac{125}{243}$
05. (FUVEST-SP) Em uma urna, há bolas amarelas, brancas e vermelhas. Sabe-se que:
- I. A probabilidade de retirar uma bola vermelha dessa urna é o dobro da probabilidade de retirar uma bola amarela.
 - II. Se forem retiradas 4 bolas amarelas dessa urna, a probabilidade de retirar uma bola vermelha passa a ser $\frac{1}{2}$.
 - III. Se forem retiradas 12 bolas vermelhas dessa urna, a probabilidade de retirar uma bola branca passa a ser $\frac{1}{2}$.
- A quantidade de bolas brancas na urna é
- A) 8. B) 10. C) 12. D) 14. E) 16.
06. (FUVEST-SP) Cláudia, Paulo, Rodrigo e Ana brincam entre si de amigo-secreto (ou amigo-oculto). Cada nome é escrito em um pedaço de papel, que é colocado em uma urna, e cada participante retira um deles ao acaso. A probabilidade de que nenhum participante retire seu próprio nome é:
- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{7}{24}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{5}{12}$
07. (Unesp-2023) A tabela indica o chaveamento de 8 times que chegaram às quartas de final de um torneio de futebol. Nos jogos de quartas de final, as porcentagens ao lado de cada time indicam sua probabilidade de seguir adiante no torneio. Nos jogos da semifinal, as probabilidades de cada time dos grupos E e F são iguais a 50%.



Qual é a probabilidade de o time 1 disputar a final desse torneio contra os times 5 ou 7?

- A) 16,25% C) 15,75% E) 12,50%
 B) 14,25% D) 15,50%

- 08.** (Unesp–2022) Em um jogo, com dois jogadores (**A** e **B**) e a banca, gira-se a roda indicada na figura, até que ela pare aleatoriamente em um dos 100 números naturais positivos e consecutivos, que são equiprováveis.



Disponível em: <https://spintthewheel.app>. (Adaptação).

As regras do jogo são:

- 1) se sair um múltiplo de 3, o jogador **A** ganha o prêmio;
- 2) se sair um múltiplo de 4 ou 6, o jogador **B** ganha o prêmio;
- 3) se sair um número que implique na vitória de ambos os jogadores pelos critérios anteriores, **A** e **B** repartem o prêmio;
- 4) se sair um número que implique em derrota de ambos os jogadores pelos critérios anteriores, a banca ganha o prêmio.

Em cada rodada, a probabilidade da banca do jogo ganhar o prêmio é de

- A) 50%. C) 56%. E) 66%.
 B) 42%. D) 58%.

MATRIZES, DETERMINANTES E SISTEMAS LINEARES

- 01.** (FUVEST-SP–2021) Uma treinadora de basquete aplica o seguinte sistema de pontuação em seus treinos de arremesso à cesta: cada jogadora recebe 5 pontos por arremesso acertado e perde 2 pontos por arremesso errado. Ao fim de 50 arremessos, uma das jogadoras contabilizou 124 pontos.

Qual é a diferença entre as quantidades de arremessos acertados e errados dessa jogadora?

- A) 12 D) 18
 B) 14 E) 20
 C) 16

POLINÔMIOS E EQUAÇÕES POLINOMIAIS

- 01.** (FUVEST-SP–2022) Suponha que o polinômio $p(x) = x^3 + mx - 2$, em que **m** é um número real, tenha uma raiz real dupla **a** e uma raiz real simples **b**. O valor da soma de **m** com **a** é:

- A) 0
 B) -1
 C) -2
 D) -3
 E) -4

- 02.** (FUVEST-SP–2020) Se $3x^2 - 9x + 7 = (x - a)^3 - (x - b)^3$, para todo número real **x**, o valor de **a + b** é

- A) 3.
 B) 5.
 C) 6.
 D) 9.
 E) 12.

- 03.** (FUVEST-SP) Considere o polinômio

$$P(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$$

em que $a_0, \dots, a_{n-1} \in \mathbb{R}$. Sabe-se que as suas **n** raízes estão sobre a circunferência unitária e que $a_0 < 0$.

O produto das **n** raízes de $P(x)$, para qualquer inteiro $n \geq 1$, é:

- A) -1
 B) i^n
 C) i^{n+1}
 D) $(-1)^n$
 E) $(-1)^{n+1}$

- 04.** (Unesp–2020) Considere os polinômios $p(x) = \begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ 2 & x & -1 \\ m & x & x \end{vmatrix}$

$$\text{e } q(x) = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & x \end{vmatrix}.$$

Para que $p(x)$ seja divisível por $q(x)$, é necessário que **m** seja igual a

- A) 30.
 B) 12.
 C) -12.
 D) -3.
 E) -30.

GABARITO

Matemática Básica

- | | |
|-------|-------|
| 01. B | 11. D |
| 02. C | 12. D |
| 03. C | 13. C |
| 04. A | 14. A |
| 05. C | 15. D |
| 06. D | 16. C |
| 07. C | 17. C |
| 08. D | 18. B |
| 09. B | 19. A |
| 10. C | |

Geometria Analítica

- | | |
|-------|-------|
| 01. A | 05. A |
| 02. D | 06. D |
| 03. C | 07. C |
| 04. B | |

Geometria Plana

- 01. E
- 02. B
- 03. C
- 04. A
- 05. C
- 06. C
- 07. A
- 08. E
- 09. B

Geometria Espacial

- 01. B
- 02. E
- 03. E
- 04. C
- 05. A
- 06. A
- 07. A
- 08. B
- 09. A

Funções

- | | |
|-------|-------|
| 01. A | 08. B |
| 02. C | 09. E |
| 03. D | 10. A |
| 04. D | 11. D |
| 05. D | 12. B |
| 06. E | 13. B |
| 07. E | 14. A |

Trigonometria

- | | |
|-------|-------|
| 01. A | 04. C |
| 02. C | 05. A |
| 03. A | |

Progressões

- 01. B
- 02. D
- 03. D

Análise Combinatória

- 01. E

Probabilidades

- | | |
|-------|-------|
| 01. E | 05. C |
| 02. C | 06. D |
| 03. E | 07. B |
| 04. B | 08. A |

Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares

- 01. B

Polinômios e Equações Polinomiais

- 01. E
- 02. A
- 03. E
- 04. A