



Estratégia
Militares

EXTENSIVO 2022



RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS

ÓTICA I - NÍVEL 3



Prof. João Maldonado

10 DE NOVEMBRO DE 2020

WWW.STRATEGIAMILITARES.COM.BR

SUMÁRIO

1. LISTA DE EXERCÍCIOS	3
2. GABARITO SEM COMENTÁRIOS	13
3. LISTA DE EXERCÍCIOS COMENTADA	13

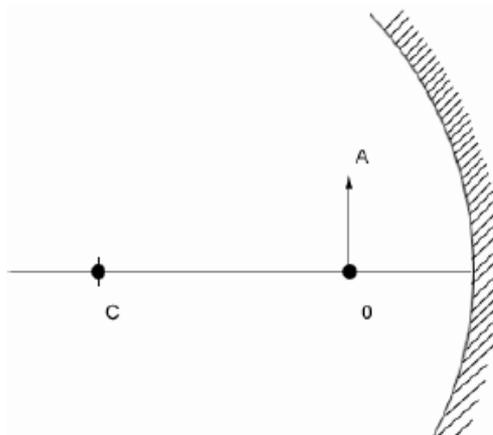




1. LISTA DE EXERCÍCIOS

1. (ITA – 1980)

Determinar graficamente a imagem de um objeto AO colocado diante de um espelho côncavo, esférico, de raio R . A distância do centro de curvatura C ao objeto é igual a $2R/3$. A imagem é:



- a) virtual, direta e menor que o objeto.
- b) real, invertida e maior que o objeto.
- c) real, invertida e menor que o objeto.
- d) real, direta e maior que o objeto.
- e) virtual, direta e maior que o objeto.

2. (ITA - 1991)

Seja E um espelho côncavo cujo raio de curvatura é $60,0$ cm. Qual tipo de imagem obteremos se colocarmos um objeto real de $7,50$ cm de altura, verticalmente, a $20,0$ cm do vértice de E?

- a) virtual e reduzida a $1/3$ do tamanho do objeto.
- b) real e colocada a $60,0$ cm da frente do espelho.
- c) virtual e três vezes mais alta que o objeto.
- d) real, invertida e de tamanho igual ao do objeto.
- e) nenhuma das anteriores.



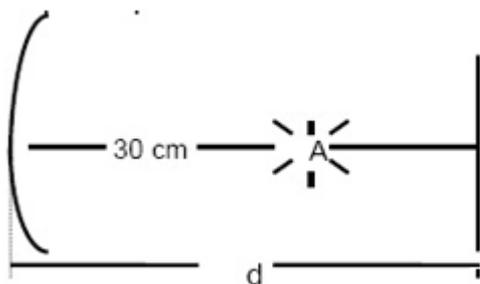
3. (ITA - 1992)

Um jovem estudante para fazer a barba mais eficientemente, resolve comprar um espelho esférico que aumenta duas vezes a imagem do seu rosto quando ele se coloca a 50 cm dele. Que tipo de espelho ele deve usar e qual o raio de curvatura?

- a) Convexo com $r = 50$ cm.
- b) Côncavo com $r = 200$ cm.
- c) Côncavo com $r = 33,3$ cm.
- d) Convexo com $r = 67$ cm.
- e) Um espelho diferente dos mencionados.

4. (ITA - 1997)

Um espelho plano está colocado em frente de um espelho côncavo, perpendicularmente ao eixo principal. Uma fonte luminosa A, centrada no eixo principal entre os dois espelhos, emite raios que se refletem sucessivamente sobre os dois espelhos e formam sobre a própria fonte A, uma imagem real da mesma. O raio de curvatura do espelho é 40 cm e a distância do centro da fonte A até o centro do espelho esférico é de 30 cm. A distância d do espelho plano até o centro do espelho côncavo é, então:



- a) 20 cm
- b) 30 cm
- c) 40 cm
- d) 45 cm
- e) 50 cm

5. (ITA - 1999)

Um excitador pulsado que gera faíscas a uma frequência de 106 Hz está localizado no centro de curvatura C de um espelho côncavo de 1 m de raio de curvatura. Considere que o tempo de duração de cada faísca seja desprezível em relação ao intervalo de tempo entre duas consecutivas. A 2m do centro de curvatura do espelho está situada um anteparo normal aos raios



refletidos. O espelho gira em torno de C com uma frequência de 500 rotações por segundo, formando faixas luminosas equidistantes no anteparo. O comprimento do intervalo entre duas faixas luminosas formadas pelos raios refletidos no anteparo é de, aproximadamente:

- a) 3,1 mm
- b) 6,3 mm
- c) 12,6 m
- d) 1 m
- e) 9,4 mm

6. (ITA - 2001)

Considere as seguintes afirmações:

I) Se um espelho plano transladar de uma distância d ao longo da direção perpendicular a seu plano, a imagem real de um objeto fixo transladará $2d$.

II) Se um espelho plano girar de um ângulo α em torno de um eixo perpendicular à direção de incidência da luz, o raio refletido girará de um ângulo 2α .

III) Para que uma pessoa de altura h possa observar seu corpo inteiro em um espelho plano, a altura deste deve ser de no mínimo $2h/3$.

Então podemos dizer que:

- a) apenas I e II são verdadeiras
- b) apenas I e III são verdadeiras
- c) apenas II e III são verdadeiras
- d) todas são verdadeiras
- e) todas são falsas

7. (ITA - 2001)

Um objeto linear de altura h está assentado perpendicularmente no eixo principal de um espelho esférico, a 15 cm de seu vértice. A imagem produzida é direita e tem altura de $h/5$. Este espelho é:

- a) côncavo, de raio 15 cm
- b) côncavo, de raio 7,5 cm
- c) convexo, de raio 7,5 cm
- d) convexo, de raio 15 cm
- e) convexo, de raio 10 cm

8. (ITA 2004)



Ao olhar-se num espelho plano, retangular, fixado no plano de uma parede vertical, um homem observa a imagem de sua face tangenciando as quatro bordas do espelho, isto é, a imagem de sua face encontra-se ajustada ao tamanho do espelho. A seguir, o homem afasta-se, perpendicularmente à parede, numa certa velocidade em relação ao espelho, continuando a observar sua imagem. Nestas condições, pode-se afirmar que essa imagem:

- a) torna-se menor que o tamanho do espelho tal como visto pelo homem.
- b) torna-se maior que o tamanho do espelho tal como visto pelo homem.
- c) continua ajustada ao tamanho do espelho tal como visto pelo homem.
- d) desloca-se com o dobro da velocidade do homem.
- e) desloca-se com metade da velocidade do homem.

9. (ITA - 2009)

Um espelho esférico convexo reflete uma imagem equivalente a $3/4$ da altura de um objeto dele situado a uma distância p_1 . Então, para que essa imagem seja refletida com apenas $1/4$ da sua altura, o objeto deverá se situar a uma distância p_2 do espelho, dada por:

- a) $p_2 = 9p_1$.
- b) $p_2 = 9p_1/4$.
- c) $p_2 = 9p_1/7$.
- d) $p_2 = 15p_1/7$.
- e) $p_2 = -15p_1/7$.

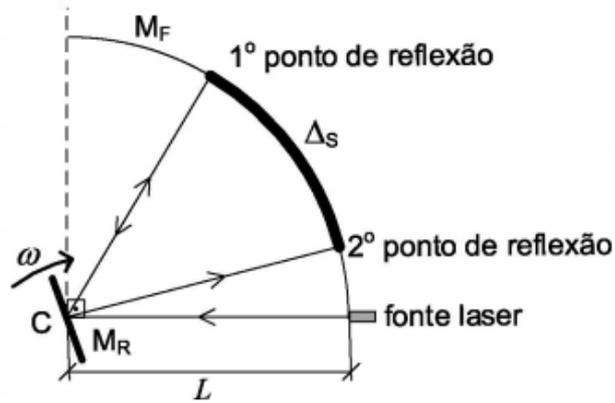
10. (ITA – 2019)

A imagem de um objeto formada por um espelho côncavo mede metade do tamanho do objeto. Se este é deslocado de uma distância de 15 cm em direção ao espelho, o tamanho da imagem terá o dobro do tamanho do objeto. Estime a distância focal do espelho e assinale a alternativa correspondente.

- a) 40 cm
- b) 30 cm
- c) 20 cm
- d) 10 cm
- e) 5 cm

11. (IME – 2020 – 1ª Fase)





Em um experimento, uma fonte laser emite um pulso luminoso instantâneo, que é refletido por um espelho plano (M_R), girando em velocidade angular constante ω . Um outro espelho fixo, côncavo e circular (M_F), encontra-se acima da fonte laser, ambos localizados a uma distância $L = 3 \text{ km}$ de M_R , conforme mostra a figura. O centro de curvatura (C) de M_F localiza-se no ponto onde a luz do laser encontra M_R e coincide com seu centro de rotação.

Dados:

- velocidade da luz: $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

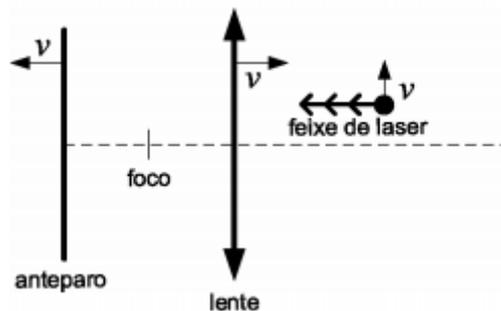
Observações:

- a posição de M_R e M_F são tais que o feixe consegue chegar a M_F , pelo menos, duas vezes; e
- despreze o comprimento da fonte laser.

Para que o pulso luminoso seja refletido em M_F pela 2ª vez, a um comprimento de arco $\Delta_s = 30 \text{ cm}$ do 1º ponto de reflexão, o valor de ω , em rad/s, é:

- 1,25
- 2,50
- 3,33
- 5,00
- 10,00

12. (IME – 2020 – 1ª Fase)

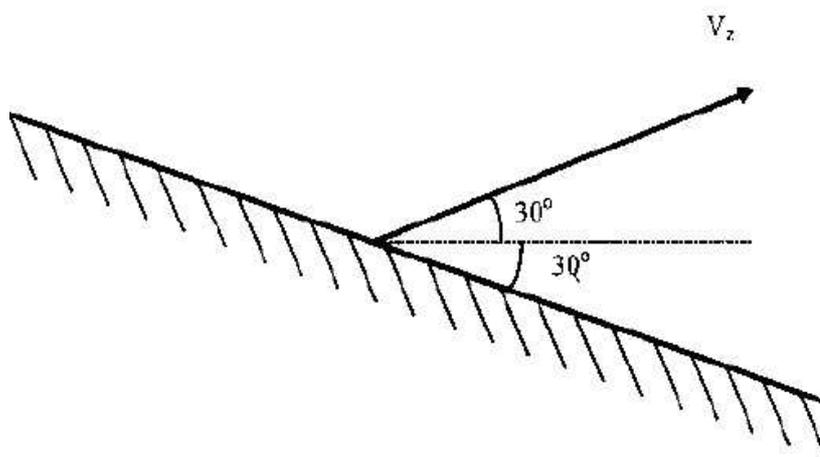


Uma partícula emite um feixe laser horizontal de encontro a uma lente convergente de distância focal f . Após ser desviado, o feixe atinge um anteparo localizado depois do foco da lente. Sabendo que a partícula, a lente e o anteparo estão em movimento em velocidade escalar v nos respectivos sentidos indicados na figura, a aceleração do ponto de impacto do feixe, no referencial do anteparo, é:

- a) $v^2/4f$
- b) $v^2/3f$
- c) $v^2/2f$
- d) $2v^2/f$
- e) $4v^2/f$

13. (IME – 1998)

Um objeto é lançado da superfície de um espelho, segundo um ângulo de 30° com a horizontal, com velocidade inicial V_2 . Sabendo que o espelho está inclinado de 30° , conforme a figura, determine:



- a) O tempo gasto para que o objeto atinja o espelho.
- b) as componentes vertical e horizontal, em função do tempo, do vetor velocidade da imagem do objeto lançado.

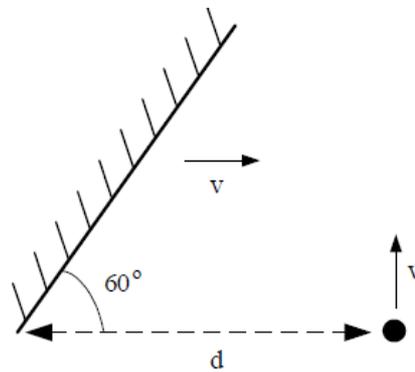
Dado:

A aceleração da gravidade vale g .

14. (IME – 2003)

Um espelho plano, se superfície infinita, desloca-se na horizontal com velocidade constante v . Um objeto puntiforme se desloca na vertical também com velocidade constante v e, no instante $t = 0$ segundos, as posições do espelho e do objeto estão em conformidade com a figura. Considerando que no instante $t = \alpha$ ocorre o choque do objeto com o espelho, determine:

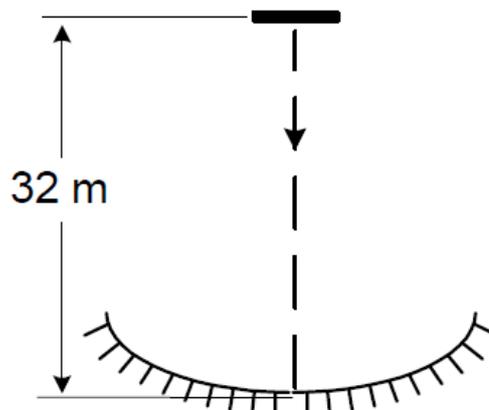




- a) as componentes vertical e horizontal da velocidade da imagem do objeto refletida no espelho.
 b) o instante α em que o objeto e o espelho se chocam.

15. (IME – 2008)

Uma pequena barra metálica é solta no instante $t = 0$ s do topo de um prédio de 32 m de altura. A aceleração da gravidade local é 10 m/s^2 . A barra cai na direção de um espelho côncavo colocado no solo, conforme indicado na figura ao lado. Em certo instante, a imagem da barra fica invertida, 30 cm acima da barra e quatro vezes maior que ela. O instante que isso ocorre é, aproximadamente,



- a) 2,1 s
 b) 2,2 s
 c) 2,3 s
 d) 2,4 s
 e) 2,5 s

16. (IME – 2010)

A figura mostra o perfil de um par de espelhos planos articulado no ponto O e, inicialmente, na vertical. Ao centro do espelho OB é colocado um pequeno corpo, cuja massa é muito maior que a do espelho. O espelho AO encontra-se fixo e, frente ao mesmo, é colocado um



objeto P. Em um dado instante, é aplicado um impulso no espelho OB, conferindo a extremidade B uma velocidade inicial v_0 , sentido de fechar os espelhos face contra face. Tomando como referência o eixo x, determine:

a) a altura máxima atingida pela extremidade B.

b) os módulos dos vetores velocidade da extremidade B, para cada instante em que uma imagem adicional do objeto P é formada, até que atinja sua altura máxima.

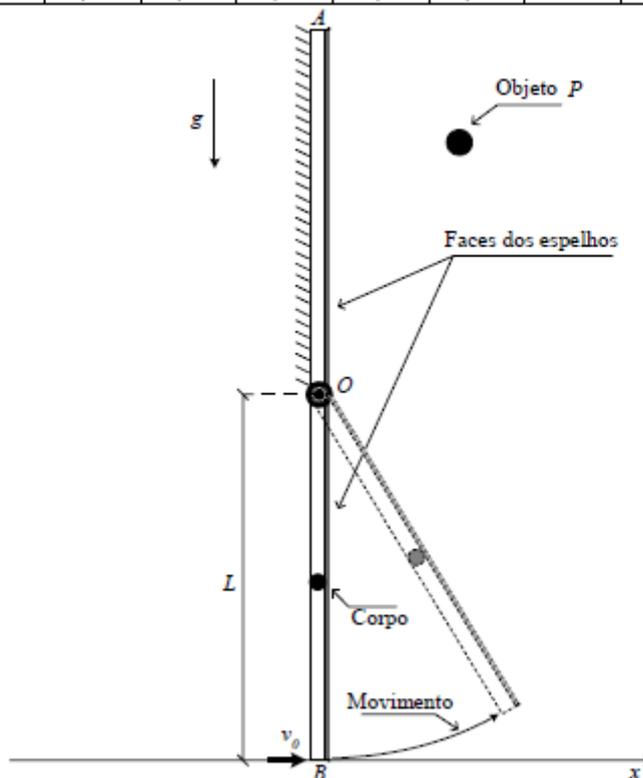
Dados:

$$L = 90 \text{ cm}$$

$$v_0 = 7 \text{ m/s}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

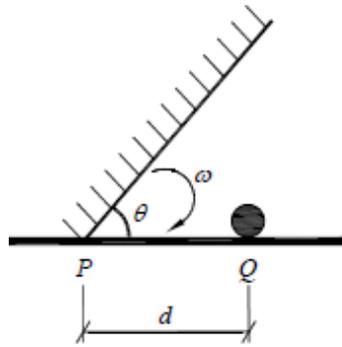
α	36°	40°	45°	$51,4^\circ$	60°	72°	90°	120°	180°
$\cos \alpha$	0,81	0,77	0,71	0,62	0,5	0,31	0	-0,5	-1



17. (IME – 2012)

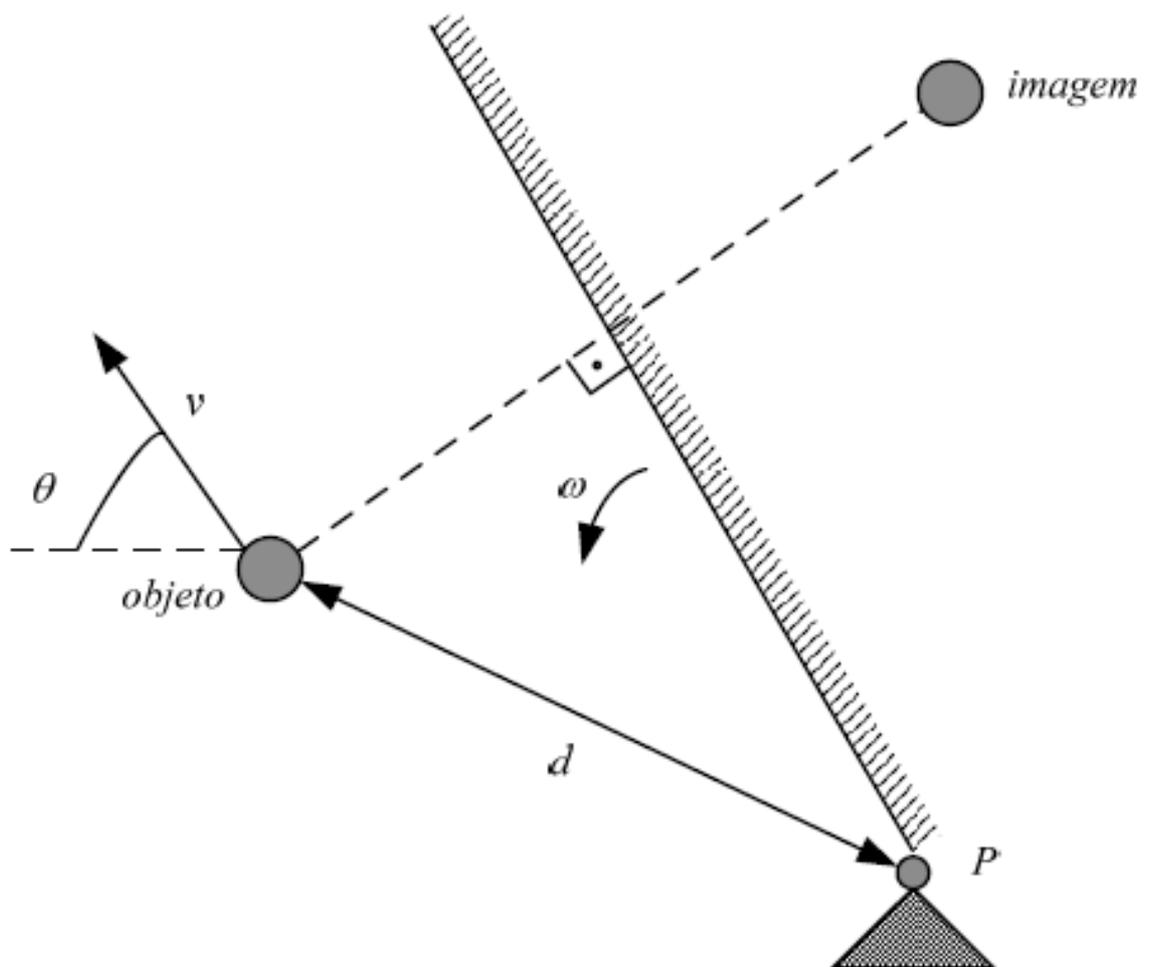
Num instante inicial, um espelho começa a girar em uma de suas extremidades, apoiada em P, com aceleração angular constante e valor inicial de $\theta = \pi/2$. A trajetória que a imagem do objeto puntiforme parado em Q percorre até que a outra extremidade do espelho atinja o solo é um(a):





- a) semicircunferência
- b) arco de parábola
- c) arco de senóide
- d) arco de espiral
- e) arco de elipse, sem se constituir em uma circunferência

18. (IME – 2014)



Um espelho plano gira na velocidade angular constante ω em torno de um ponto fixo P, enquanto um objeto se move na velocidade v , de módulo constante, por uma trajetória não retilínea. Em um determinado instante, a uma distância d do ponto P, o objeto pode tomar um movimento qualquer, direção e sentido conforme a figura acima, sempre mantendo constante a velocidade escalar v . A máxima e a mínima velocidade escalar da imagem do objeto gerado pelo espelho são, respectivamente:

- a) $\omega d + v$ e $|\omega d - v|$
- b) $\omega d + v$ e $\sqrt{(\omega d)^2 + v^2}$
- c) $\sqrt{(\omega d)^2 + v^2}$ e $|\omega d - v|$
- d) $2\omega d + v$ e $|2\omega d - v|$
- e) $2\omega d + v$ e $\sqrt{(2\omega d)^2 + v^2}$



GABARITO



2. GABARITO SEM COMENTÁRIOS

1) E

2) C

3) B

4) D

5) B

6) E

7) C

8) C

9) A

10) D

11) E

12) E

13) a) $\frac{2v_2}{g}$ b) $\frac{g}{2} \cdot t$ e $-|v_2| + \frac{g\sqrt{3}}{2} \cdot t$

14) a) $\vec{v}_{I,S} = \frac{v}{2} ((3 + \sqrt{3})\hat{x} - (\sqrt{3} - 1)\hat{y})$

b) $\frac{d}{v} \cdot \frac{(3-\sqrt{3})}{2}$

15) E

16) a) 1,225 m b) $\sqrt{31}$ m/s, $\sqrt{13}$ m/s e

$\sqrt{1,84}$ m/s

17) A

18) D

ESCLARECENDO!

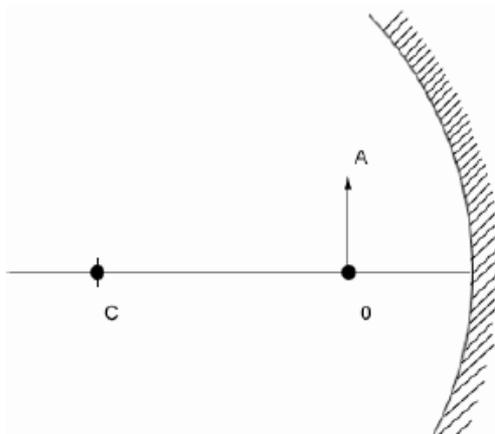


3. LISTA DE EXERCÍCIOS COMENTADA

1. (ITA – 1980)



Determinar graficamente a imagem de um objeto AO colocado diante de um espelho côncavo, esférico, de raio R. A distância do centro de curvatura C ao objeto é igual a $2R/3$. A imagem é:



- a) virtual, direta e menor que o objeto. b) real, invertida e maior que o objeto.
 c) real, invertida e menor que o objeto. d) real, direta e maior que o objeto.
 e) virtual, direta e maior que o objeto.

Comentários:

Podemos usar a Equação de Gauss, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Como o espelho é côncavo de raio R, temos que $f = \frac{R}{2}$. Substituindo $p = \frac{R}{3}$, temos:

$$\frac{2}{R} = \frac{3}{R} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = -R$$

O que nos leva a concluir que a imagem é virtual. Pela fórmula do aumento, vem:

$$A = \frac{-p'}{p} = 3$$

Portanto, a imagem é virtual, direita e maior.

Gabarito: E

2. (ITA - 1991)

Seja E um espelho côncavo cujo raio de curvatura é 60,0 cm. Qual tipo de imagem obteremos se colocarmos um objeto real de 7,50 cm de altura, verticalmente, a 20,0 cm do vértice de E?

- a) virtual e reduzida a 1/3 do tamanho do objeto.
 b) real e colocada a 60,0 cm da frente do espelho.



- c) virtual e três vezes mais alta que o objeto.
- d) real, invertida e de tamanho igual ao do objeto.
- e) nenhuma das anteriores.

Comentários:

Aplicando a equação dos espelhos conjugados de Gauss para um espelho é côncavo de raio 60 cm, ou seja, $f = 30 \text{ cm}$, com $p = 20 \text{ cm}$, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{30} = \frac{1}{20} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = -60 \text{ cm}$$

O que nos leva a concluir que a imagem é virtual. Pela fórmula do Aumento, vem:

$$A = \frac{-p'}{p} = 3$$

Portanto, a imagem é virtual e três vezes mais alta que o objeto.

Gabarito: C**3. (ITA - 1992)**

Um jovem estudante para fazer a barba mais eficientemente, resolve comprar um espelho esférico que aumenta duas vezes a imagem do seu rosto quando ele se coloca a 50 cm dele. Que tipo de espelho ele deve usar e qual o raio de curvatura?

- a) Convexo com $r = 50 \text{ cm}$.
- b) Côncavo com $r = 200 \text{ cm}$.
- c) Côncavo com $r = 33,3 \text{ cm}$.
- d) Convexo com $r = 67 \text{ cm}$.
- e) Um espelho diferente dos mencionados.

Comentários:

Pela fórmula do Aumento, temos:

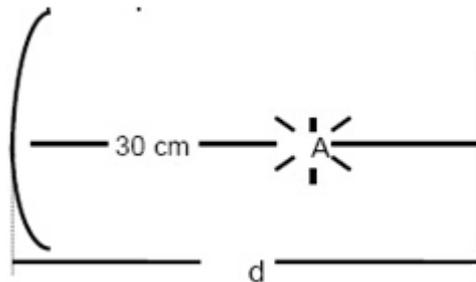
$$A = \frac{f}{f - p} \Rightarrow 2 = \frac{f}{f - 50} \Rightarrow f = 100 \text{ cm}$$

Como $f > 0$, o espelho deve ser côncavo e com $r = 2f = 200 \text{ cm}$.

Gabarito: B

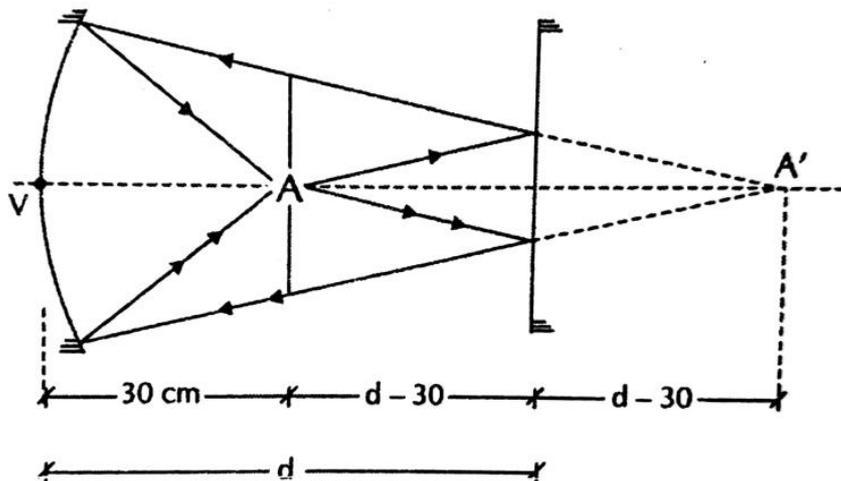
4. (ITA - 1997)

Um espelho plano está colocado em frente de um espelho côncavo, perpendicularmente ao eixo principal. Uma fonte luminosa A , centrada no eixo principal entre os dois espelhos, emite raios que se refletem sucessivamente sobre os dois espelhos e formam sobre a própria fonte A , uma imagem real da mesma. O raio de curvatura do espelho é 40 cm e a distância do centro da fonte A até o centro do espelho esférico é de 30 cm . A distância d do espelho plano até o centro do espelho côncavo é, então:



- a) 20 cm
- b) 30 cm
- c) 40 cm
- d) 45 cm
- e) 50 cm

Comentários:



O objeto está inicialmente a uma distância $d - 30$ do espelho plano. A sua primeira imagem, formada pelo espelho plano, está, portanto, a uma distância $2d - 30$ do espelho esférico. Sabemos disso porque a imagem de um espelho plano é sempre simétrica.

Sabemos ainda que $f = \frac{r}{2} = 20\text{ cm}$ e que a imagem final se forma em cima do objeto. Então, $p' = 30\text{ cm}$.

Assim, podemos escrever que:



$$\frac{1}{20} = \frac{1}{2d - 30} + \frac{1}{30} \Rightarrow d = 45 \text{ cm}$$

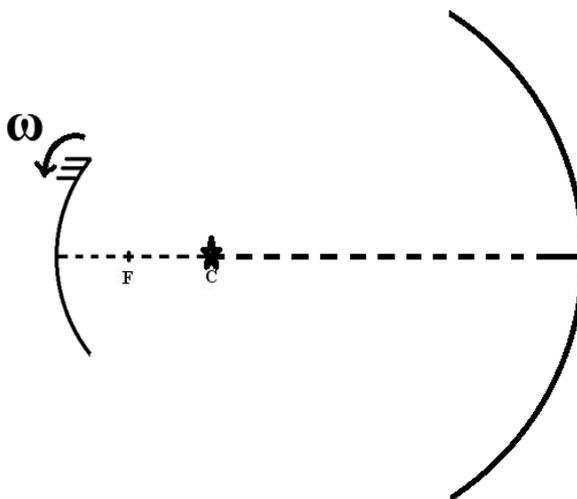
Gabarito: D

5. (ITA - 1999)

Um excitador pulsado que gera faíscas a uma frequência de 106 Hz está localizado no centro de curvatura C de um espelho côncavo de 1 m de raio de curvatura. Considere que o tempo de duração de cada faísca seja desprezível em relação ao intervalo de tempo entre duas consecutivas. A 2m do centro de curvatura do espelho está situada um anteparo normal aos raios refletidos. O espelho gira em torno de C com uma frequência de 500 rotações por segundo, formando faixas luminosas equidistantes no anteparo. O comprimento do intervalo entre duas faixas luminosas formadas pelos raios refletidos no anteparo é de, aproximadamente:

- a) 3,1 mm
- b) 6,3 mm
- c) 12,6 m
- d) 1 m
- e) 9,4 mm

Comentários:



$$\omega_{\text{espelho}} = 500 \text{ rps} = 1000\pi \text{ rad/s}$$

$$f_{\text{faíscas}} = 10^6 \text{ Hz}$$

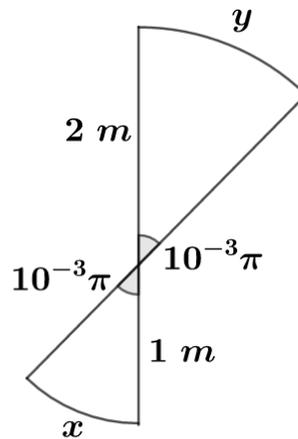
Tempo entre duas faíscas consecutivas:

$$T = \frac{1}{f_{\text{faíscas}}} = \frac{1}{10^6} = 10^{-6} \text{ s}$$

Calculando o ângulo que o espelho rotaciona num período T , temos:

$$\theta = \omega_{\text{espelho}} \cdot T = 10^{-3}\pi \text{ rad}$$





A rotação do espelho num período T , então, leva à formação de faixas luminosas cujo espaçamento é y . Pela definição de radiano como $\frac{\text{arco}}{\text{raio}}$, vem:

$$\theta = 10^{-3}\pi = \frac{y}{2} \Rightarrow y = 2 \cdot 10^{-3}\pi \cong 6,3 \text{ mm}$$

Gabarito: B

6. (ITA - 2001)

Considere as seguintes afirmações:

I) Se um espelho plano transladar de uma distância d ao longo da direção perpendicular a seu plano, a imagem real de um objeto fixo transladará $2d$.

II) Se um espelho plano girar de um ângulo α em torno de um eixo perpendicular à direção de incidência da luz, o raio refletido girará de um ângulo 2α .

III) Para que uma pessoa de altura h possa observar seu corpo inteiro em um espelho plano, a altura deste deve ser de no mínimo $2h/3$.

Então podemos dizer que:

- a) apenas I e II são verdadeiras
- b) apenas I e III são verdadeiras
- c) apenas II e III são verdadeiras
- d) todas são verdadeiras
- e) todas são falsas

Comentários:

I) INCORRETA. Não foi definido em qual referencial foi feita a translação da imagem.

II) INCORRETA. Não existe um único eixo fixo perpendicular à direção de incidência da luz.

III) INCORRETA. Não foi definido o plano que contém o espelho.



Gabarito: E**7. (ITA - 2001)**

Um objeto linear de altura h está assentado perpendicularmente no eixo principal de um espelho esférico, a 15 cm de seu vértice. A imagem produzida é direita e tem altura de $h/5$. Este espelho é:

- a) côncavo, de raio 15 cm
- b) côncavo, de raio 7,5 cm
- c) convexo, de raio 7,5 cm
- d) convexo, de raio 15 cm
- e) convexo, de raio 10 cm

Comentários:

Pela fórmula do Aumento, temos:

$$A = \frac{f}{f - p} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{f}{f - 15} \Rightarrow f = -\frac{15}{4} \text{ cm}$$

Como $f < 0$, temos que o espelho deve ser convexo e com $r = 2|f| = 7,5 \text{ cm}$.

Gabarito: C**8. (ITA 2004)**

Ao olhar-se num espelho plano, retangular, fixado no plano de uma parede vertical, um homem observa a imagem de sua face tangenciando as quatro bordas do espelho, isto é, a imagem de sua face encontra-se ajustada ao tamanho do espelho. A seguir, o homem afasta-se, perpendicularmente à parede, numa certa velocidade em relação ao espelho, continuando a observar sua imagem. Nestas condições, pode-se afirmar que essa imagem:

- a) torna-se menor que o tamanho do espelho tal como visto pelo homem.
- b) torna-se maior que o tamanho do espelho tal como visto pelo homem.
- c) continua ajustada ao tamanho do espelho tal como visto pelo homem.
- d) desloca-se com o dobro da velocidade do homem.
- e) desloca-se com metade da velocidade do homem.

Comentários:

O tamanho da imagem num espelho plano não sofre influência da distância do objeto até o espelho. Por isso, permanece inalterada. Além disso, a velocidade da imagem seria, em módulo, igual a velocidade do objeto.



Gabarito: C

9. (ITA - 2009)

Um espelho esférico convexo reflete uma imagem equivalente a $3/4$ da altura de um objeto dele situado a uma distância p_1 . Então, para que essa imagem seja refletida com apenas $1/4$ da sua altura, o objeto deverá se situar a uma distância p_2 do espelho, dada por:

- a) $p_2 = 9p_1$.
- b) $p_2 = 9p_1/4$.
- c) $p_2 = 9p_1/7$.
- d) $p_2 = 15p_1/7$.
- e) $p_2 = -15p_1/7$.

Comentários:

De acordo com a equação do aumento linear, temos:

$$\frac{3}{4} = \frac{f}{f - p_1} \quad e \quad \frac{1}{4} = \frac{f}{f - p_2}$$

Com $f < 0$, já que é um espelho convexo. Portanto, encontramos $p_2 = 9p_1$.

Gabarito: A

10. (ITA – 2019)

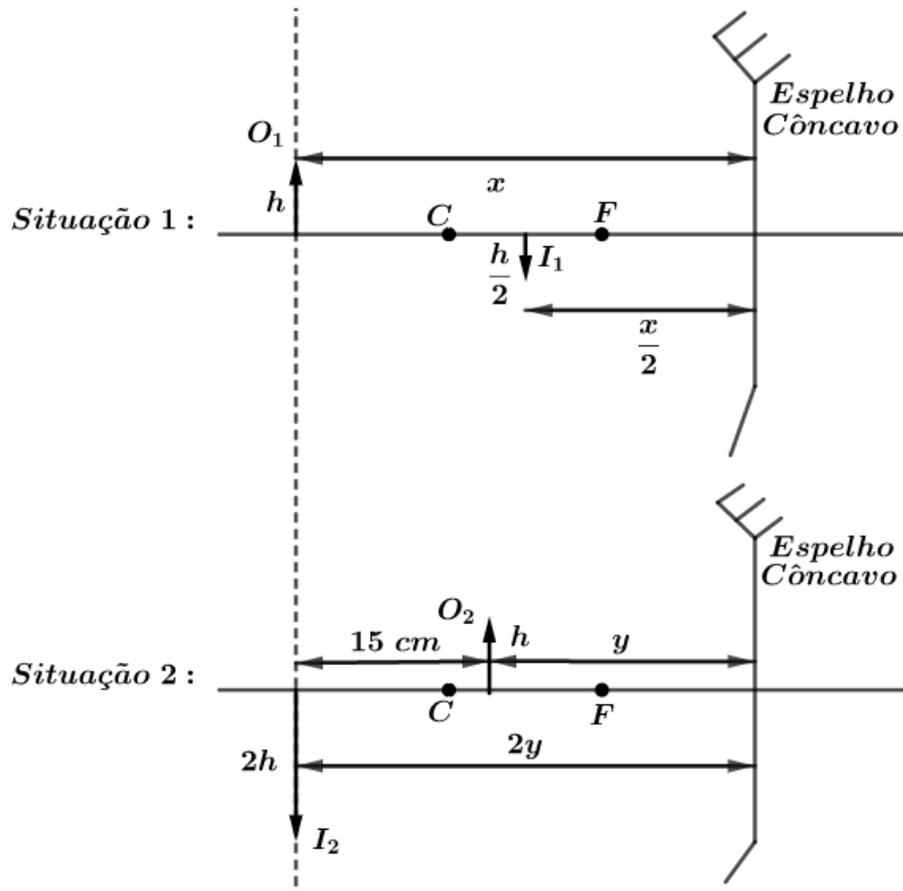
A imagem de um objeto formada por um espelho côncavo mede metade do tamanho do objeto. Se este é deslocado de uma distância de 15 cm em direção ao espelho, o tamanho da imagem terá o dobro do tamanho do objeto. Estime a distância focal do espelho e assinale a alternativa correspondente.

- a) 40 cm
- b) 30 cm
- c) 20 cm
- d) 10 cm
- e) 5 cm

Comentários:

Diante das duas situações propostas pelo enunciado, temos a seguinte configuração:





Dessa forma, vamos escrever a equação dos pontos conjugados de Gauss para cada uma das situações:

- Situação 1:

$$A = -\frac{p'}{p} = -\frac{1}{2} \Rightarrow p' = p/2$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x/2} \Rightarrow \boxed{x = 3f}$$

- Situação 2:

$$A = -\frac{p'}{p} = -2 \Rightarrow p' = 2p$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{y} + \frac{1}{2y} \Rightarrow \boxed{y = \frac{3}{2}f}$$

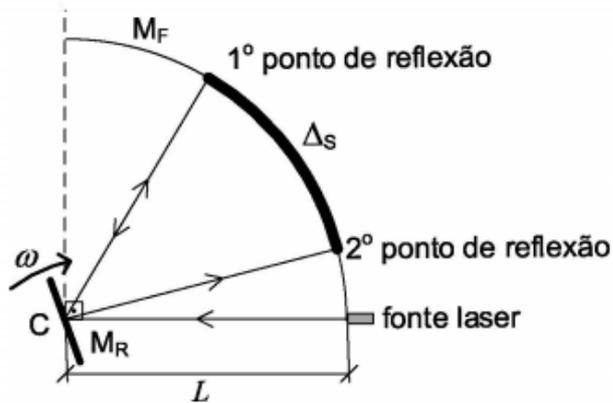
Quando o objeto é deslocado, temos a seguinte condição:

$$x = 15 + y \Rightarrow 3f = 15 + \frac{3}{2}f \Rightarrow \boxed{f = 10\text{ cm}}$$

Gabarito: D

11. (IME – 2020 – 1ª Fase)





Em um experimento, uma fonte laser emite um pulso luminoso instantâneo, que é refletido por um espelho plano (M_R), girando em velocidade angular constante ω . Um outro espelho fixo, côncavo e circular (M_F), encontra-se acima da fonte laser, ambos localizados a uma distância $L = 3 \text{ km}$ de M_R , conforme mostra a figura. O centro de curvatura (C) de M_F localiza-se no ponto onde a luz do laser encontra M_R e coincide com seu centro de rotação.

Dados:

- velocidade da luz: $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

Observações:

- a posição de M_R e M_F são tais que o feixe consegue chegar a M_F , pelo menos, duas vezes; e
- despreze o comprimento da fonte laser.

Para que o pulso luminoso seja refletido em M_F pela 2ª vez, a um comprimento de arco $\Delta_s = 30 \text{ cm}$ do 1º ponto de reflexão, o valor de ω , em rad/s, é:

- 1,25
- 2,50
- 3,33
- 5,00
- 10,00

Comentários:

O ângulo formado entre os dois feixes vale:

$$\theta = \omega t$$

Logo:

$$\omega t R = \Delta s$$

Além disso:

$$t = \frac{R}{c}$$

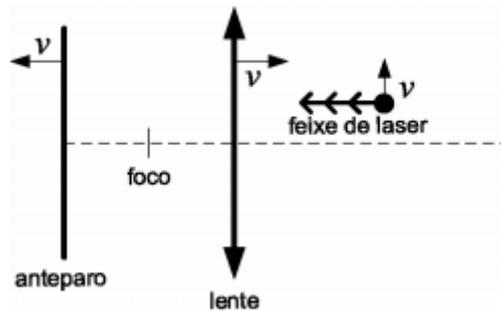


Logo:

$$\frac{wR^2}{c} = \Delta s \rightarrow w = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Gabarito: E

12. (IME – 2020 – 1ª Fase)



Uma partícula emite um feixe laser horizontal de encontro a uma lente convergente de distância focal f . Após ser desviado, o feixe atinge um anteparo localizado depois do foco da lente. Sabendo que a partícula, a lente e o anteparo estão em movimento em velocidade escalar v nos respectivos sentidos indicados na figura, a aceleração do ponto de impacto do feixe, no referencial do anteparo, é:

- a) $v^2/4f$
- b) $v^2/3f$
- c) $v^2/2f$
- d) $2v^2/f$
- e) $4v^2/f$

Comentários:

No referencial do anteparo a lente se distancia com velocidade $2v$ e o objeto sobe diagonalmente com $V_x = V_y = v$. A abscissa da lente é:

$$x_F = x_L - f = x_{0L} + 2vt - f$$

$$x_L = x_{0L} + 2vt$$

$$x_O = x_{0O} + vt$$

$$y_O = y_{0O} + vt$$

A reta que une o ponto onde o raio de laser atinge a lente e o foco (que sabemos que ele passa) é:

$$y = y_F + \frac{y_O - y_F}{x_L - x_F} (x - x_F) = \frac{y_O}{x_L - x_F} (x - x_F)$$

Para $x=0$:



$$y = -\frac{y_O x_F}{x_L - x_F} = -\frac{(y_{00} + vt)(x_{0L} + 2vt - f)}{f}$$

Cuja componente t^2 é:

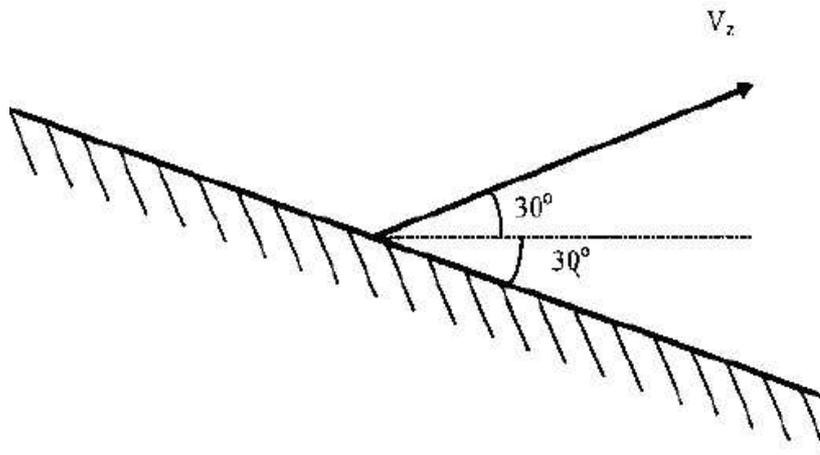
$$-\frac{2v^2 t^2}{f} = \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$a_y = \frac{4v^2}{f}$$

Gabarito: E

13. (IME – 1998)

Um objeto é lançado da superfície de um espelho, segundo um ângulo de 30° com a horizontal, com velocidade inicial V_2 . Sabendo que o espelho está inclinado de 30° , conforme a figura, determine:



- a) O tempo gasto para que o objeto atinja o espelho.
- b) as componentes vertical e horizontal, em função do tempo, do vetor velocidade da imagem do objeto lançado.

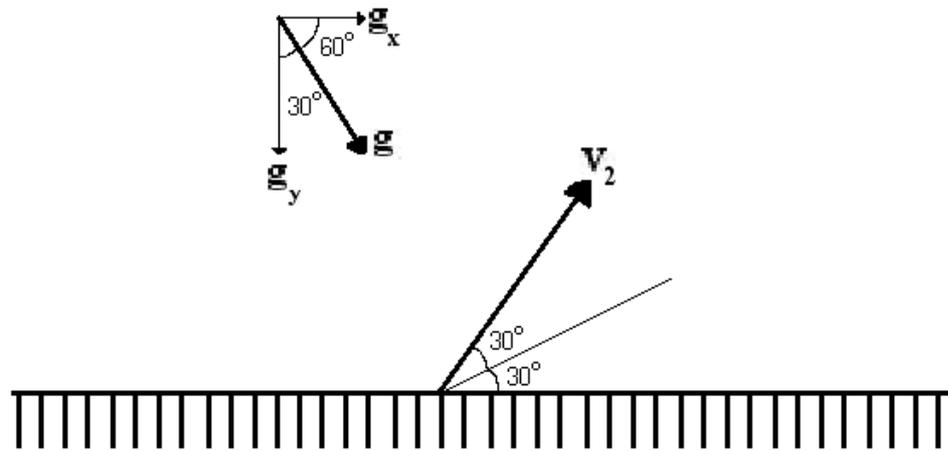
Dado:

A aceleração da gravidade vale g .

Comentários:

Dividindo a gravidade nas componentes normal e tangencial ao espelho:





a)

$$g_y = g \cdot \cos 30^\circ \text{ e } g_x = g \cdot \cos 60^\circ$$

Para que o objeto atinja o espelho, vamos utilizar a função horária da velocidade do objeto na direção normal ao espelho:

$$v_{2n} = (v_{2n})_{inicial} - g_y \cdot t$$

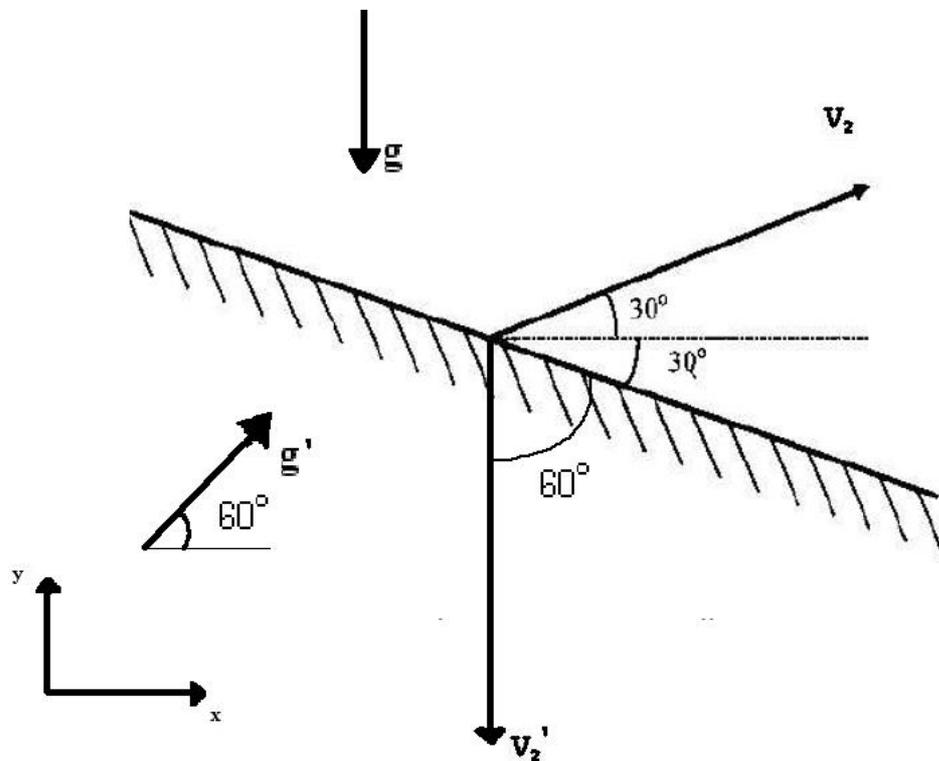
Se analisarmos o lançamento com os eixos normal e tangencial no ponto onde o objeto foi lançado, então para atingir o ponto máximo do lançamento oblíquo o objeto gastará metade do tempo até chegar ao espelho novamente. Então:

$$v_{2n} = 0 \Rightarrow 0 = V_2 \cdot \sin 60^\circ - g \cdot \cos 30^\circ \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{V_2}{g}$$

$$t_{voo} = 2 \cdot \Delta t \Rightarrow t_{voo} = \frac{2V_2}{g}$$

b)





Espelha-se o vetor da gravidade, buscando entender sua influência no movimento da imagem.

Ao espelhar o vetor velocidade v_2 , tem-se um v_2' tal que ele é totalmente vertical no início (faz 90° com a horizontal) e $|v_2'| = |v_2|$.

Desse modo, a velocidade da imagem v_i em função do tempo é de:

- No eixo x :

$$v'_{2x}(t) = v'_{2x} + g'_x \cdot t \Rightarrow v'_{2x}(t) = 0 + g \cdot \cos 60^\circ \cdot t \Rightarrow v'_{2x}(t) = \frac{g}{2} \cdot t$$

- No eixo y :

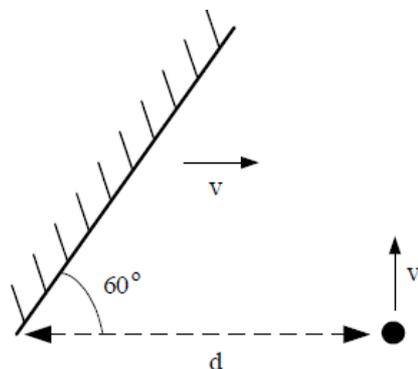
$$v'_{2y}(t) = v'_{2y} + g'_y \cdot t \Rightarrow v'_{2y}(t) = -|v_2| + g \cdot \sin 60^\circ \cdot t \Rightarrow v'_{2y}(t) = -|v_2| + \frac{g\sqrt{3}}{2} \cdot t$$

Gabarito: a) $\frac{2v_2}{g}$ b) $\frac{g}{2} \cdot t$ e $-|v_2| + \frac{g\sqrt{3}}{2} \cdot t$

14. (IME – 2003)

Um espelho plano, se superfície infinita, desloca-se na horizontal com velocidade constante v . Um objeto puntiforme se desloca na vertical também com velocidade constante v e, no instante $t = 0$ segundos, as posições do espelho e do objeto estão em conformidade com a figura. Considerando que no instante $t = \alpha$ ocorre o choque do objeto com o espelho, determine:





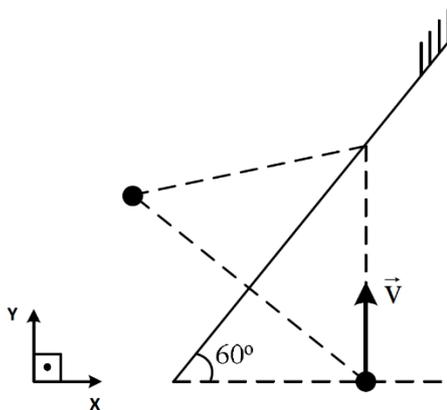
a) as componentes vertical e horizontal da velocidade da imagem do objeto refletida no espelho.

b) o instante α em que o objeto e o espelho se chocam.

Comentários:

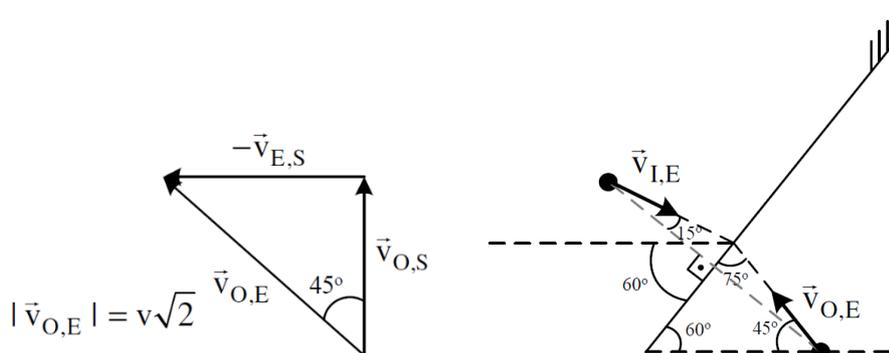
a)

Por simetria é possível construir a imagem:



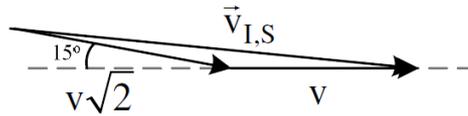
Temos que $\vec{v}_{O,S} = \vec{v}_{O,E} + \vec{v}_{E,S}$, sendo que:

- $\vec{v}_{O,S}$: velocidade do objeto em relação ao solo.
- $\vec{v}_{O,E}$: velocidade do objeto em relação ao espelho.
- $\vec{v}_{E,S}$: velocidade do espelho em relação ao solo.



Seja $\vec{v}_{I,E}$: velocidade da imagem em relação ao espelho, $\vec{v}_{O,E}$ e $\vec{v}_{I,S}$ são simétricos em relação ao espelho. Assim:

$$\vec{v}_{I,S} = \vec{v}_{I,E} + \vec{v}_{I,S}$$



$$\vec{v}_{I,S} = (v\sqrt{2} \cdot \cos 15^\circ + v)\hat{x} - v\sqrt{2} \cdot \sin 15^\circ\hat{y}$$

$$\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \sin 30^\circ \cos 45^\circ$$

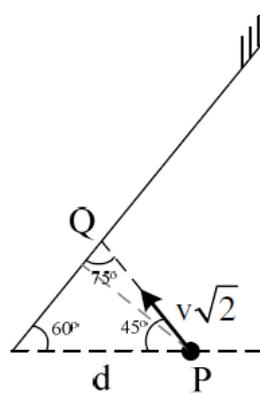
$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

Obtemos, assim:

$$\vec{v}_{I,S} = (v\sqrt{2} \cdot (\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4})) \hat{x} - v\sqrt{2} \cdot (\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4})\hat{y}$$

$$\vec{v}_{I,S} = \frac{v}{2} ((3 + \sqrt{3})\hat{x} - (\sqrt{3} - 1)\hat{y})$$

a)



Com $\vec{v}_{O,E}$ obtido em a) e as condições do problema, temos pela lei dos senos:

$$\frac{\sin 75^\circ}{d} = \frac{\sin 60^\circ}{PQ}$$

$$\sin 75^\circ = \cos 15^\circ \text{ e } \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow PQ = \frac{d\sqrt{3}}{2 \cos 15^\circ}$$

$$\Delta t = \alpha = \frac{\Delta s}{v} = \frac{PQ}{|\vec{v}_{O,E}|} \Rightarrow \alpha = \frac{d\sqrt{3}}{2v\sqrt{2} \cos 15^\circ} = \frac{d\sqrt{3} \cdot 4}{2v\sqrt{2}(\sqrt{6} + \sqrt{2})}$$

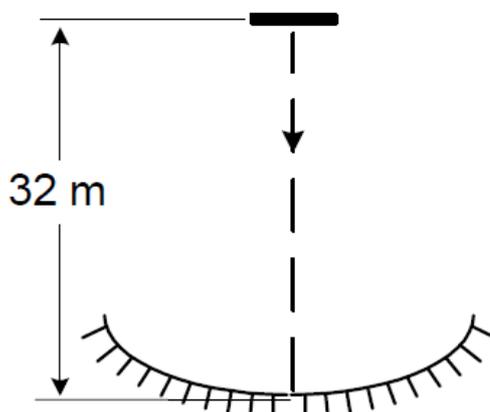


$$\alpha = \frac{d}{v} \cdot \frac{(3 - \sqrt{3})}{2}$$

Gabarito: a) $\vec{v}_{I,S} = \frac{v}{2} ((3 + \sqrt{3})\hat{x} - (\sqrt{3} - 1)\hat{y})$ b) $\frac{d}{v} \cdot \frac{(3 - \sqrt{3})}{2}$

15. (IME – 2008)

Uma pequena barra metálica é solta no instante $t = 0$ s do topo de um prédio de 32 m de altura. A aceleração da gravidade local é 10 m/s^2 . A barra cai na direção de um espelho côncavo colocado no solo, conforme indicado na figura ao lado. Em certo instante, a imagem da barra fica invertida, 30 cm acima da barra e quatro vezes maior que ela. O instante que isso ocorre é, aproximadamente,



- a) 2,1 s
- b) 2,2 s
- c) 2,3 s
- d) 2,4 s
- e) 2,5 s

Comentários:

Pela fórmula do aumento, vem:

$$A = \frac{-p'}{p} - 4 = \frac{-(p + 30)}{p} \Rightarrow p = 10 \text{ cm}$$

Usando as equações do movimento, temos:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow 0,1 = 32 + 0 - 5t^2 \Rightarrow t \cong 2,5 \text{ s}$$

Gabarito: E



16. (IME – 2010)

A figura mostra o perfil de um par de espelhos planos articulado no ponto O e, inicialmente, na vertical. Ao centro do espelho OB é colocado um pequeno corpo, cuja massa é muito maior que a do espelho. O espelho AO encontra-se fixo e, frente ao mesmo, é colocado um objeto P. Em um dado instante, é aplicado um impulso no espelho OB, conferindo a extremidade B uma velocidade inicial v_0 , sentido de fechar os espelhos face contra face. Tomando como referência o eixo x, determine:

- a altura máxima atingida pela extremidade B.
- os módulos dos vetores velocidade da extremidade B, para cada instante em que uma imagem adicional do objeto P é formada, até que atinja sua altura máxima.

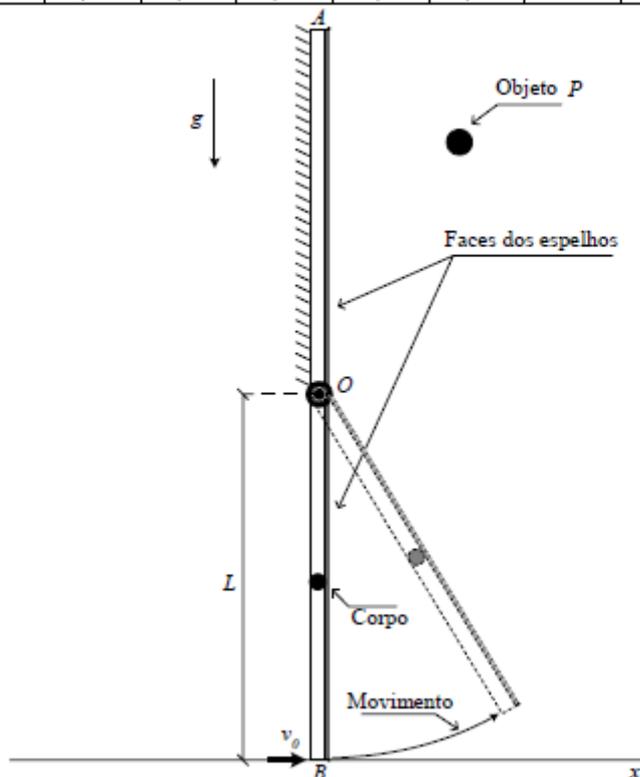
Dados:

$$L = 90 \text{ cm}$$

$$v_0 = 7 \text{ m/s}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

α	36°	40°	45°	$51,4^\circ$	60°	72°	90°	120°	180°
$\cos \alpha$	0,81	0,77	0,71	0,62	0,5	0,31	0	-0,5	-1



Comentários:

Para qualquer instante de tempo, o corpo possui metade da velocidade do ponto B. Isso porque possuem o mesmo ω e o corpo está na metade da distância até o eixo.



Vamos adotar o referencial no ponto O e escrever as expressões da energia para o corpo no momento inicial e para um ângulo α :

$$E_i = E_f \Rightarrow -m \cdot g \cdot \frac{L}{2} + \frac{1}{2}m \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = m \cdot g \cdot \frac{L}{2} \cdot \cos\alpha + \frac{1}{2}mv_c^2$$

$$\therefore v_c = \sqrt{\frac{v_0^2}{4} - gL(1 + \cos\alpha)}$$

$$\therefore v_B = \sqrt{v_0^2 - 4gL(1 + \cos\alpha)}$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{13 - 36 \cos\alpha}$$

a)

Altura máxima:

$$v_B = 0 \Rightarrow \cos\alpha = 0,36 \Rightarrow h_{m\acute{a}x} = L(1 + \cos\alpha) = 1,225 \text{ m}$$

b)

O número de imagens é dado por:

$$n = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

Assim,

$$n = 2 \therefore \alpha = 120^\circ \Rightarrow \cos\alpha = -0,5 \Rightarrow v_B = \sqrt{13 - 36 \cdot (-0,5)} = \sqrt{31} \text{ m/s}$$

$$n = 3 \therefore \alpha = 90^\circ \Rightarrow \cos\alpha = 0 \Rightarrow v_B = \sqrt{13 - 36 \cdot (0)} = \sqrt{13} \text{ m/s}$$

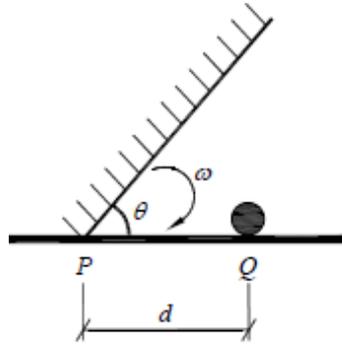
$$n = 4 \therefore \alpha = 72^\circ \Rightarrow \cos\alpha = 0,31 \Rightarrow v_B = \sqrt{13 - 36 \cdot (0,31)} = \sqrt{1,84} \text{ m/s}$$

Gabarito: a) 1,225 m b) $\sqrt{31} \text{ m/s}$, $\sqrt{13} \text{ m/s}$ e $\sqrt{1,84} \text{ m/s}$

17. (IME – 2012)

Num instante inicial, um espelho começa a girar em uma de suas extremidades, apoiada em P, com aceleração angular constante e valor inicial de $\theta = \pi/2$. A trajetória que a imagem do objeto puntiforme parado em Q percorre até que a outra extremidade do espelho atinja o solo é um(a):





- a) semicircunferência
- b) arco de parábola
- c) arco de senóide
- d) arco de espiral
- e) arco de elipse, sem se constituir em uma circunferência

Comentários:

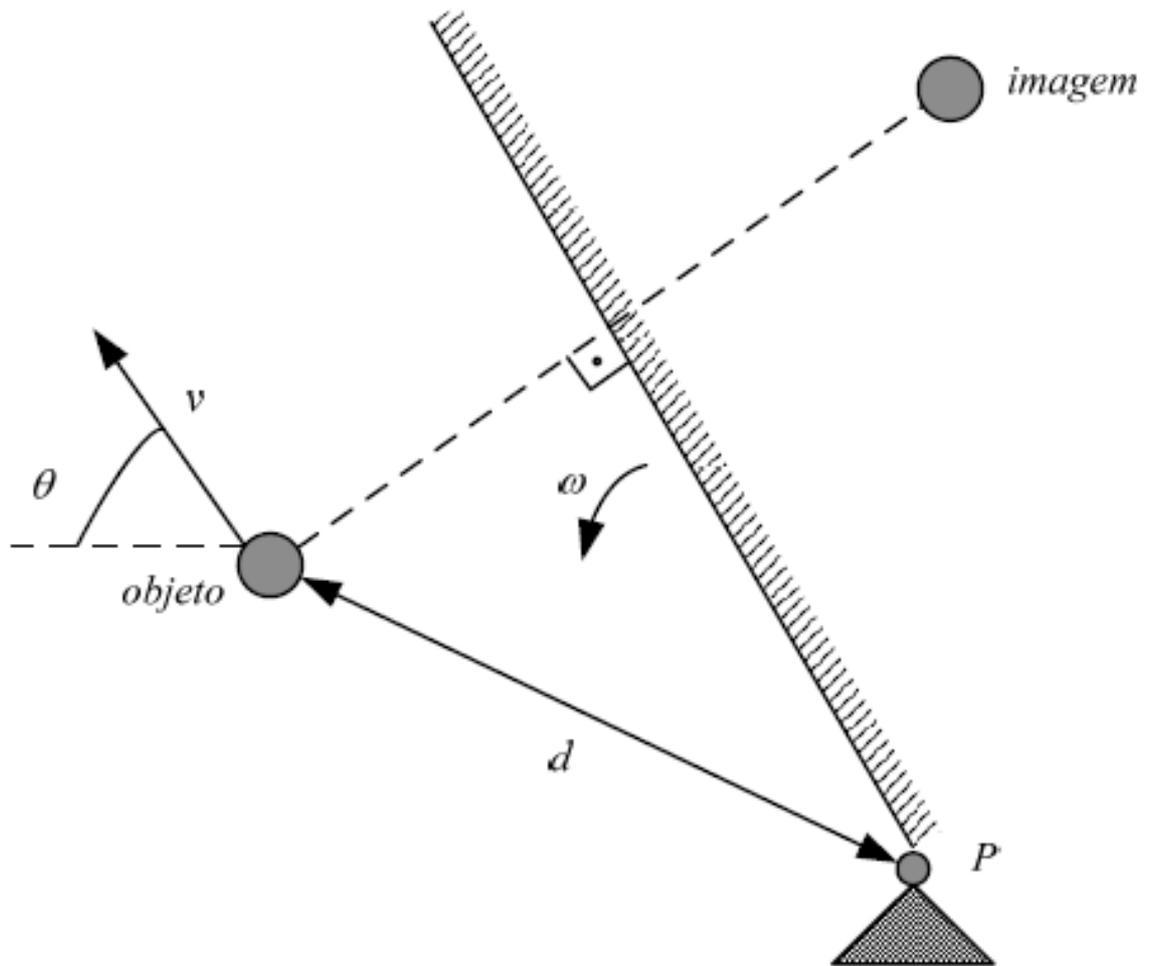
A imagem gerada por um espelho plano, é sempre simétrica ao objeto em relação ao plano do espelho. Portanto, a imagem e o objeto estão sempre a mesma distância do espelho e, assim, a imagem está sempre a mesma distância do ponto P para qualquer instante de tempo.

Dessa forma, pela própria definição de circunferência, a trajetória da imagem é uma semicircunferência.

Gabarito: A

18. (IME – 2014)





Um espelho plano gira na velocidade angular constante ω em torno de um ponto fixo P, enquanto um objeto se move na velocidade v , de módulo constante, por uma trajetória não retilínea. Em um determinado instante, a uma distância d do ponto P, o objeto pode tomar um movimento qualquer, direção e sentido conforme a figura acima, sempre mantendo constante a velocidade escalar v . A máxima e a mínima velocidade escalar da imagem do objeto gerado pelo espelho são, respectivamente:

- a) $\omega d + v$ e $|\omega d - v|$
- b) $\omega d + v$ e $\sqrt{(\omega d)^2 + v^2}$
- c) $\sqrt{(\omega d)^2 + v^2}$ e $|\omega d - v|$
- d) $2\omega d + v$ e $|2\omega d - v|$
- e) $2\omega d + v$ e $\sqrt{(2\omega d)^2 + v^2}$

Comentários:

A velocidade da imagem é influenciada pela velocidade do objeto e pela velocidade do espelho. Tal influência é dada pela equação $v_i = 2\vec{v}_e - \vec{v}$.



Assim, para a velocidade máxima, o objeto se aproxima do espelho:

$$v_{m\acute{a}x} = 2v_e + v$$

Para a velocidade mínima, o objeto se afasta do espelho:

$$v_{m\acute{i}n} = |2v_e - v|$$

Agora devemos encontrar a velocidade escalar do espelho:

$$v_e = \omega \cdot R$$

Onde R é a distância de P à mediatriz da linha que une o objeto e a imagem. Mas para encontrarmos solução, vamos considerar o objeto muito próximo do espelho, de modo que $d \cong R$

Assim,

$$v_{m\acute{a}x} = 2\omega \cdot d + v \text{ e } v_{m\acute{i}n} = |2\omega \cdot d - v|$$

Gabarito: D

ESCLARECENDO!



 @prof.maldonado