Aula 01

RAZÃO E PROPORÇÃO

EEAR – 2021.2

Prof. Ismael Santos

Sumário

1 - Introdução

Olá, querido aluno!

Como andam os estudos?? Força, Guerreiro! Você irá arrebentar na prova!

Preste bastante atenção nesta aula!

2 – Razão e Proporção

2.1 - Razão

É a comparação entre dois números ou duas grandezas. Essa comparação pode ser feita por subtração ou divisão.

- <u>As razões feitas por subtração, são ditas razões aritméticas, cujo resultado é uma diferença entre as grandezas.</u>
- <u>As razões feitas por divisão (quociente), são ditas razões geométricas, cujo resultado indica quantas vezes um número contém ou está contido em outro.</u>

Em nosso curso, utilizaremos a palavra Razão, nos referindo a Razão Geométrica. OK?

A Razão, em outras palavras, é o quociente entre o antecedente e o quociente, sendo este último, diferente de zero.

Quadro Resumo:

Razão

Aritmética: R = a – b

Geométrica: $R = \frac{a}{b}$ ***;*** $b \neq 0$

Assim, dado dois números **a** e **b** ($b \neq 0$), o quociente entre eles, nesta ordem, é a razão de **a** para **b.**

Vejamos algumas nomenclaturas:

a : b ⇒ Razão de a para b

$\frac{a}{b}$ ***⇒ a está para b***

a: chama-se antecedente

b: chama-se consequente

2.2 - Proporção

É a igualdade de duas ou mais razões. Sua forma mais característica é a igualdade entre duas razões.

Segue exemplo abaixo:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ***⇒ Proporção***

Vejamos algumas nomenclaturas:

a e c: antecedentes da proporção

b e d: consequentes da proporção

a e d: extremos

b e c: meios

Não fique preso aos diversos nomes que estou apresentando. O importante para sua prova, além de saber que existe, é saber usar os conceitos no momento certo, ok?

2.3 – Propriedades Fundamentais da Proporção

Veremos a partir de agora, algumas propriedades muito importantes para o prosseguimento da nossa aula. Ressalto que ao repassar a definição e o esquematizado de cada propriedade, irei demonstrar como se chega àquela determinada definição, passando um exemplo prático de sua aplicação. Isso ajudará sobremaneira no entendimento do conteúdo. Sem mais, vamos nessa!

1ª Propriedade:

Em toda proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow a.d=b.c$$

Verificação:

- ✓ Seja a proporção $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.
- ✓ Agora, vamos multiplicar os dois membros por pelo produto *b.d*.
- ✓ Após esta operação, simplifique os termos semelhantes.

$$\frac{a}{\cancel{b}}.\cancel{b}d=\frac{c}{\cancel{d}}.b\cancel{d}\Rightarrow a.d=c.b$$

Vejamos um exemplo bem prático do que acabamos de verificar!

Uma distribuidora de combustível mistura gasolina e álcool em quantidades proporcionais a 8 e 5. Em uma encomenda de um posto de combustível havia 4800l de gasolina. Quantos litros de álcool foram utilizados nessa encomenda?

Pelo enunciado do problema temos que $\frac{gasolina}{álcool}=\frac{8}{5}$ **que é a proporção da mistura.**

Para a quantidade de 4800l de gasolina vamos utilizar *x* l de álcool.

Ou seja: $\frac{4800}{x}=\frac{8}{5}$**, pela 1ª propriedade (propriedade fundamental das proporções), teremos:**

$$\frac{4800}{x}=\frac{8}{5}\Rightarrow 4800.5=8.x\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{4800.5}{8}\Rightarrow\frac{8.600.5}{8}=600.5=3000l$$

Portanto, foram utilizados 3000l de álcool nessa encomenda.

Essa primeira propriedade nos traz duas consequências, a saber:

a) Uma proporção não se altera quando permutamos meios ou extremos:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow\frac{d}{b}=\frac{c}{a}\Leftrightarrow\frac{a}{c}=\frac{b}{d}\Leftrightarrow\frac{d}{c}=\frac{b}{a}$$

b) Uma proporção não se altera quando invertemos as razões:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$$

2ª Propriedade:

Em toda proporção, a soma dos antecedentes está para a soma dos consequentes, assim como qualquer antecedente está para o seu consequente.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$$

Verificação:

- ✓ Sendo a proporção $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ (b, c ≠ 0), como as proporções são iguais entre si, decidi igualar cada uma delas a uma constante de proporcionalidade, veja: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k$ (constante de proporcionalidade).
- ✓ Podemos dizer que, isolando cada numerador, temos: $\begin{cases} a=kb \\ c=kd \end{cases}$
- ✓ Somando as equações, encontramos:

$$a+c=kb+kd\Rightarrow a+c=k.(b+d)$$

$$k=\frac{a+c}{b+d}$$

Portanto, $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$

Vejamos um exemplo bem prático do que acabamos de verificar!

Calcule x e y na proporção $\frac{x}{2}=\frac{y}{5}$, dado x + y = 14.

Utilizando a 2ª propriedade, podemos escrever:

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{5}=\frac{x+y}{2+5}$$

Como x + y = 14, teremos:

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{5}=\frac{14}{7}=2$$

Logo, x = 4 e y = 10

3ª Propriedade:

Em toda proporção, a diferença dos antecedentes está para a diferença dos consequentes, assim como qualquer antecedente está para o seu respectivo consequente.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a-c}{b-d}$$

Verificação:

- ✓ Sendo a proporção $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k$ (constante de proporcionalidade)
- ✓ Podemos dizer que: $\begin{cases} a=bk \\ c=dk \end{cases}$
- ✓ Subtraindo as equações, teremos:

$$a-c=bk-dk\Rightarrow a-c=k.(b-d)$$

$$k=\frac{a-c}{b-d}$$

Portanto, $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a-c}{b-d}$

Vejamos um exemplo bem prático do que acabamos de verificar!

Determine x e y, sendo $\frac{x}{5}=\frac{y}{2}$ **e** $x-y=12.$

Utilizando a 3ª propriedade, podemos escrever:

$$\frac{x}{5}=\frac{x}{2}=\frac{x-y}{5-2}$$

Como x – y = 12, teremos

$$\frac{x}{5}=\frac{y}{2}=\frac{12}{3}=4$$

Logo x = 20 e y = 8

4ª Propriedade:

Em toda proporção, o produto das duas razões sempre será igual a qualquer uma delas, porém, elevadas a segunda potência (ao quadrado).

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a.c}{b.d}=\frac{a^2}{b^2}=\frac{c^2}{d^2}=\frac{a.c}{b.d}$$

Verificação:

- ✓ Sendo a proporção $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k$ (b, d $\neq$ 0) podemos dizer que:

$$\begin{cases} a=kb \\ c=kd \end{cases}$$

- ✓ Multiplicando as equações, vem:

$$a.c=kb.kd\Rightarrow a.c=k^2.b.d$$

$$k^2=\frac{a.c}{b.d}$$

Portanto, $\left(\frac{a}{b}\right)^2=\left(\frac{c}{d}\right)^2=\frac{a.c}{b.d}\Leftrightarrow\frac{a^2}{b^2}=\frac{c^2}{d^2}=\frac{a.c}{b.d}$

Vejamos um exemplo bem prático do que acabamos de verificar!

Determine x e y, sendo $\frac{x}{5}=\frac{y}{2}$ e x . y = 160

Utilizando a 4ª propriedade podemos escrever:

$$\frac{x}{5}=\frac{y}{2}\Rightarrow\frac{x.y}{5.2}=\frac{x^2}{5^2}=\frac{y^2}{2^2}$$

$$\frac{x.y}{10}=\frac{x^2}{25}=\frac{y^2}{4}$$

Como x . y = 1600, teremos:

$$\frac{x^2}{25}=\frac{y^2}{4}=\frac{160}{10}=16$$

Logo,

$$x^2=16.25\therefore x=20$$
$$y^2=16.4\therefore y=8$$

5ª Propriedade:

Em toda proporção, a soma dos termos da primeira razão estará para seu antecedente ou consequente, assim como a soma dos termos da segunda razão estará para seu antecedente ou consequente.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a+b}{a}=\frac{c+d}{c}\,ou\,\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$$

Verificação:

- ✓ Seja a proporção $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k$ (b, d ≠ 0)

$$\begin{cases}a=kb(1)\\c=kd(2)\end{cases}$$

- ✓ Somando-se b aos dois membros (1), e somando-se d aos dois membros de equação (2), vem:

$$a+b=kb+b$$
$$a+b=b.(k+1)$$
$$k+1=\frac{a+b}{b}$$

e

$$c+d=kd+d$$
$$c+d=d.(k+1)$$
$$k+1=\frac{c+d}{d}$$

- ✓ Igualando-se, teremos $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$

Para demonstrarmos a 5ª propriedade, poderíamos fazer simplesmente:

Se $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, então $\frac{a}{b}+1=\frac{c}{d}+1 \Rightarrow \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$

6ª Propriedade:

Em toda proporção, a diferença dos termos da primeira razão estará para seu antecedente ou consequente, assim como a diferença dos termos da segunda razão estará para antecedente ou consequente.

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{a}=\frac{c-d}{d}$ ou $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$

A 6ª propriedade pode ser verificada por procedimento análogo ao da 5ª propriedade.

Exemplo. Se a razão entre os números a e b, nesta ordem, é 0,75, então a razão entre os números a + b e b é:

Vejamos que: $\frac{a}{b}=0,75 \Leftrightarrow \frac{a}{b}=\frac{75}{100} \Leftrightarrow \frac{a}{8}=\frac{3}{4}$

Pela 5ª propriedade, vem: $\frac{a}{b}=\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{a+b}{b}=\frac{3+4}{4}$

Logo, $\frac{a+b}{b}=\frac{7}{4}$

(Exercício Modelo)

1. Determine x e y, respectivamente, sendo $\begin{cases} \dfrac{x}{y} = \dfrac{5}{2} \\ x.y = 160 \end{cases}$

Comentário:

Permutando os meios da proporção, obtemos:

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{2}$$

Efetuando o produto das razões, encontramos:

$$\frac{x.y}{5.2} = \frac{160}{10} = 16$$

Sendo as razões iguais, o produto é igual ao quadrado de qualquer uma delas, logo:

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{2} = 4$$

$$\begin{cases} x = 4.5, x = 20 \\ y = 4.2, y = 8 \end{cases}$$

Gabarito: ***x = 20 e y = 8***

(Exercício Modelo)

2. Determine x e y, respectivamente, sendo $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{3}$ e $x^2 + y^2 = 52$

Comentário:

Quadrando os membros da proporção, obtemos:

$$\frac{x^2}{4}=\frac{y^2}{9}=\frac{x^2+y^2}{4+9}=\frac{52}{13}=4$$

Se $\frac{x^2}{4}=4,$ então $x^2=16, x=4$

Se $\frac{y^2}{9}=4,$ então $y^2=36,$ y = 6

Gabarito: ***x = 4 e y = 6***

(Exercício Modelo)

3. Sendo $\begin{cases}\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}\\ x.y.z=1920\end{cases}$, calcule os valores de x, y e z.

Comentário:

Efetuando o produto das razões, obtemos:

$$\frac{x.y.z}{30}=\frac{1920}{30}=64\ ,\quad \text{logo}\quad \frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}=\sqrt{\frac{x.y.z}{30}}=\sqrt[3]{64}=4$$

$$\begin{cases}x=2.4\to x=8\\ y=3.4\to y=12\\ z=5.4\to z=20\end{cases}$$

Gabarito: ***x = 8 ,y = 12 e z = 20***

(Exercício Modelo)

4. A diferença entre os consequentes de uma proporção é 2, e os antecedentes são 75 e 45. Ache os consequentes desta proporção.

Comentário:

Com os dados da questão, obtemos o sistema:

$$\begin{cases}\frac{75}{x}=15\therefore x=5\\ \frac{45}{y}=15\therefore y=3\end{cases}$$

Gabarito: ***x = 5 e y = 3***

Depois de praticar alguns exercícios de fixação, começaremos agora a estudar alguns nomes específicos e outras propriedades tão importantes quanto as vistas anteriormente. OK? Vamos nessa!

- **Proporção Contínua**

  É toda proporção cujos meios ou extremos são iguais.

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \quad \textit{\textbf{ou}} \quad a : b = b : c$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{b} \quad \textit{\textbf{ou}} \quad b : a = c : b$$

- **Terceira Proporcional**

  É o terceiro termo de uma proporção contínua.

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{x} \qquad x \rightarrow \textit{\textbf{3ª proporcional}}$$

$$a : b = b : x \therefore x = \frac{b^2}{a}$$

Vejamos um exemplo bem prático do que acabamos de verificar!

Calcule a 3ª proporcional entre 4 e 6.

Montando a proporção, teremos:

$$\frac{4}{6} = \frac{6}{x} \Rightarrow \frac{36}{4}, \quad x = 9$$

- **Média Proporcional**

  É o termo igual de uma proporção contínua.

Seja a proporção contínua entre os termos a, x e b:

$$\frac{a}{x}=\frac{x}{b}\Rightarrow x=\sqrt{a.b}\quad \text{(média proporcional)}$$

Assim,

A média proporcional é igual a raiz quadrada do produto obtido entre duas grandezas (*a e b*).

Vejamos um exemplo bem prático do que acabamos de verificar!

Calcule a média proporcional entre 9 e 16

$$x=\sqrt{9.16}\Rightarrow x=\sqrt{144}\therefore x=12$$

- **Quarta Proporcional**

  É o quarto termo de uma proporção não contínua.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{x}$$ $x\rightarrow$ ***4ª proporcional***

Vejamos um exemplo bem prático do que acabamos de verificar!

Determinar a 4ª proporcional dos números 9, 4 e 18.

$$\frac{9}{4}=\frac{18}{x}\Rightarrow 9.x=4.18\therefore x=8$$

Não irei aprofundar tanto neste tema Propriedades da Proporção, tendo em vista extrapolar o conteúdo do seu edital.

Hora de PRATICAR

---

5. (ESA 85) A idade de um pai somada com a de seu filho dá 45 anos. Sabendo-se que a idade do filho está para a idade do pai assim como 1 está para 4, podemos dizer que as idades são:

a) 9 e 36 anos

b) 8 e 32 anos

c) 8 e 37 anos

d) 6 e 39 anos

Comentário:

Vamos extrair alguns dados da questão!

- ✓ **Idade do Pai: P**
- ✓ **Idade do Filho: F**
- ✓ **P + F = 45**
- ✓ **P/F = 1/4**

Assim,

$$\frac{P}{F} = \frac{4x}{1x}$$

$$4x + 1x = 45$$

$$5x = 45 \therefore x = 9$$

Logo,

$$P = 4x = 4.9 = 36$$

$$F = 1x = 1.9 = 9$$

Gabarito: A

---

6. (ESA 87) Os preços de duas peças de fazenda estão entre si como 7 está para 8. Sabendo-se que o triplo do preço de uma menos o dobro do preço da outra vale R$ 50,00. Os preços dessas peças são:

a) R$ 60,00 e R$ 70,00

b) R$ 70,00 e R$ 80,00

c) R$ 30,00 e R$ 40,00

d) R$ 80,00 e R$ 90,00

e) R$ 50,00 e R$ 60,00

Comentário:

Vamos extrair alguns dados da questão!

- ✓ Peça: x
- ✓ Peça: y
- ✓ x/y: 7/8
- ✓ 3x – 2y = 50,00

Assim, temos que:

$$\frac{x}{y}=\frac{7k}{8k}$$
$$3x-2y=50$$
$$3.(7k)-2.(8k)=50$$
$$21k-16k=50$$
$$5k=50$$
$$k=10$$

Logo,

$$x=7k=7.(10)=70$$
$$y=8.k=8.(10)=80$$

Gabarito: B

---

7. (ESA 91) Um atirador acerta, no alvo, 3(três) de cada 5(cinco) disparos que faz. Tendo feito uma série de 30 tiros, ele errou:

(A) 28

(B) 15

(C) 12

(D) 25

(E) 24

Comentário:

Vamos extrair alguns dados da questão!

- ✓ A cada 5 tiros: 2 são certos e 3 errados.
- ✓ C/E = 3/2
- ✓ C + E = 30

Assim, temos que:

$$\frac{c}{e} = \frac{3k}{2k}$$
$$2k + 3k = 30$$
$$5k = 30$$
$$k = 6$$

Logo,

$$e = 2k$$
$$e = 2.(6)$$
$$e = 12$$

Gabarito: C

---

8. (ESA 91) Se a razão entre os números a e b, nesta ordem, é de 0,75; então a razão entre os números (a + b) e b é:

(A) 4/3

(B) 1/3

(C) 3/4

(D) 1,75

(E) 0,25

Comentário:

Vamos a conta!

$$\frac{a}{b} = 0,75$$
$$\frac{a}{b} = \frac{75}{100}$$
$$\frac{a}{b} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{3+4}{4} = \frac{7}{4}$$
$$\frac{a+b}{b} = \frac{7}{4} = 1,75$$

Gabarito: D

2.4 – Casos Especiais de Razão

Agora, veremos alguns casos bem especiais de Razão. Ressalto que são bem comuns nas resoluções de problemas. Vamos a eles!

Escala:

É a razão entre a mediana de comprimento do desenho e a medida real desse comprimento, representado na mesma unidade.

$$E = \frac{\text{medida de comprimento do desenho}}{\text{medida de comprimento real}}$$

Vejamos um exemplo bem prático do que acabamos de verificar!

A escala da planta de um terreno, na qual o comprimento de 60 metros foi representado por um segmento de 3 cm, é:

a) 1 : 10.000

b) 1 : 2.000

c) 1 : 3.000

d) 1 : 6.000

e) 1 : 4.000

Como 60 metros equivalem a 60.000 centímetros, temos que:

$$E = \frac{3}{6000} = \frac{1}{2.000}$$

Probabilidade:

São as "chances", "possibilidades" de ocorrer determinado evento.

Caso se queira encontrar a probabilidade de determinado evento ocorrer, basta calcular a razão entre o número de situações favoráveis para que o evento ocorra, é o número total de situações que podem ocorrer.

$$P = \frac{\text{Evento Favorável}}{\text{Total}}$$

Vejamos um exemplo bem prático do que acabamos de verificar!

Qual a probabilidade de sair o número 2 num lançamento de um dado não viciado com 6 faces?

Evento favorável: uma possibilidade (só o número 2)

Espaço amostral: seis possibilidades (1 a 6)

Assim, $P = \frac{1}{6}$

Densidade demográfica:

É a razão entre o número de habitantes de uma região e a área dessa região.

$$D = \frac{\text{número de habitantes}}{\text{área}}$$

Na cidade de Três Corações, o número de habitantes é 30.000. Sabendo-se que a área é de 100.000 m², podemos afirmar que a densidade desta cidade é?

$$D = \frac{30.000}{100.000} = \frac{3}{10} = 0{,}3 \text{ hab/m}^2$$

Velocidade Média:

É a razão entre a variação do espaço percorrido pela variação do tempo.

$$V_m = \frac{\Delta S}{\Delta T}$$

A velocidade constante para se percorrer 240 km em 3 horas é

$$v = \frac{240km}{3h} = 80km/h$$

Densidade:

É a razão entre uma certa quantidade de massa e o volume dessa quantidade de massa.

$$D = \frac{massa}{volume}$$

Qual é a densidade de um líquido sabendo que 100 litros do mesmo têm massa 60 kg?

$$d = \frac{60kg}{100\ell} = 0{,}6kg / \ell$$

4 – Regra de Três

A Regra de Três é um processo prático utilizado para resolver problemas que envolvem proporcionalidade entre duas ou mais grandezas.

O mecanismo de regra de três consiste basicamente em: reunir grandezas de mesma espécie fornecidas pelo problema em colunas paralelas; verificar se estas grandezas são direta ou inversamente proporcionais; e utilizar a proporção conveniente para determinar a solução do problema.

Nos problemas de regra de três a grandeza onde houver valor desconhecido é chamada relativa, e a(s) conhecida (s) é (são) chamada (s) principal (is).

4.1 – Regra de Três Simples

A Regra de Três é dita simples quando envolve apenas duas grandezas que podem ser direta ou inversamente proporcionais.

A solução de um problema de regra de três simples consiste em determinar o quarto termo de uma proporção, respeitando a relação entre as grandezas.

Vejamos um exemplo bem prático do que acabamos de verificar!

Em três minutos, uma torneira despeja 4l de água, num tanque. Se o tanque ficou cheio em 5 horas, qual é a capacidade do tanque?

As grandezas tempo e volume são diretamente proporcionais, pois quanto mais tempo se passa com a torneira aberta, mais volume de água é despejada.

Mantendo as grandezas de mesma espécie na mesma coluna, e não esquecendo que 5h = 5 . 60min = 300min, temos a seguinte tabela:

Tempo (min)	Capacidade (l)
3min	4 l
300min	x

A proporção correspondente é:

$$\frac{3}{300}=\frac{4}{x}$$

$$3x=4300 \therefore x=400l$$

Vejamos outro exemplo!

Um motociclista viaja da cidade de São Paulo à Ubatuba, uma cidade no litoral paulista, 4 horas, percorrendo, em média, 60km por hora, isto é, com velocidade média de 60km/h. Para fazer o mesmo percurso em 3 horas, qual deverá ser a nova velocidade média?

As grandezas tempo e velocidade são inversamente proporcionais, pois quanto menor for o tempo gasto ao se fazer o percurso, maior será a velocidade média do motociclista.

Mantendo a grandeza de mesma espécie na mesma coluna, temos a seguinte tabela:

Tempo (h)	Velocidade (km/h)
4	60
3	x

A proporção correspondente é:

$$*\frac{3}{4}=\frac{60}{x}$$

$$3x=4.60 \therefore x=80km/h.$$

A velocidade média deverá ser de 80km/h.

* Note que nesse caso invertemos uma das razões, lembrando que as grandezas são inversamente proporcionais

✓ **Como identificar duas grandezas direta ou inversamente proporcionais**

Duas grandezas são **diretamente proporcionais quando aumentando-se uma delas, a outra aumenta na mesma razão que a primeira.**

Exemplos.

- Números de operários trabalhando numa obra e metros de muro construído;
- Tempo de percurso e distância percorrida por um móvel à velocidade constante;
- Número de latas de tinta e total de m^2 de parede pintadas etc;

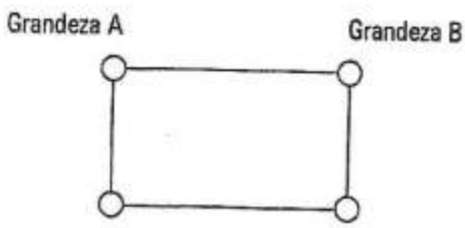
Duas grandezas são **inversamente proporcionais quando, aumentando-se uma delas, a outra diminui na mesma razão de aumento da primeira.**

Exemplos.

- Número de operários que trabalham numa construção e tempo gasto para construir. Note que, dobrando o número de operários que trabalham numa obra, fica reduzido a metade o tempo de duração da mesma;
- Velocidade e tempo de percurso.
- Horas diárias de trabalho e total de dias de conclusão da obra.

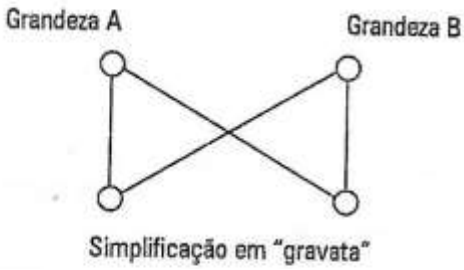
Esquema para simplificação da regra de três

Quando as grandezas forem diretamente proporcionais:



Simplificação em "quadrado"

Quando as grandezas forem inversamente proporcionais:



(Exercício Modelo)

16. Se um operário levou 9 dias para fazer um muro de 560 metros. Quantos dias o mesmo operário nas mesmas condições de trabalho levará para fazer outro muro de 364 metros?

Comentário:

As grandezas tempo (em dias) e muro (em metros) são diretamente proporcionais, pois se dobrarmos o número de dias de trabalho, o operário construirá o dobro do muro em metros.

Tempo (dias)	Muro (m)
9	$\cancel{56}$ 2
x	$\cancel{364}$ 13

Simplificando adequadamente, temos:

$$\frac{9}{x} = \frac{2}{13} \Rightarrow 2x = 117 \therefore x = \text{58,5h ou 58h30min}$$

Gabarito: 58,5h ou 58h30min

(Exercício Modelo)

17. As rodas dianteiras de um trator tem perímetro 1,80m e as traseiras 3m de perímetro. Enquanto a roda menor dá 90 voltas, quantas voltas dá a roda maior?

Comentário:

Podemos organizar a seguinte tabela:

Rodas (m)	Voltas
1,80	90
3	X

$$\frac{3}{1,80} = \frac{90}{x} \Rightarrow 3x = 162 \therefore x = 54 \text{ voltas}$$

Note que as grandezas perímetro da roda e número de voltas dadas nem determinado percurso são grandezas inversamente proporcionais, pois quanto maior a roda, menor será o número de voltas dadas, proporcionalmente.

Gabarito: 54 voltas

(Exercício Modelo)

18. Doze operários deviam construir uma estrada de rodagem em 20 dias. Cinco dias depois foram admitidos mais 6 operários. Em quanto tempo será construída a estrada?

Comentário:

Seriam 12 operários em 20 dias, mas 5 dias após, teremos:

Operários	Dias
+6 12	15 (20-5)
18	X

$$\frac{18}{12}=\frac{15}{x}\Rightarrow 18x=180 \therefore x=10$$

Gabarito: 10 dias

(Exercício Modelo)

19. As capacidades de duas destilarias de petróleo estão na razão de 3/5. Se a primeira destila 6000 barris diários, quanto destilará a segunda?

Comentário:

Neste caso a proporção já está pronta. Sendo as grandezas capacidades das destilarias e produção de barris diários de petróleo diretamente proporcionais, temos:

$$\frac{3}{5}=\frac{6000}{x}\Rightarrow 3x=30000 \therefore x=10.000$$

Gabarito: 10.000 barris

(Exercício Modelo)

20. Um fazendeiro tem milho para alimentar 15 galinhas durante 20 dias. No fim de 2 dias compra mais 3 galinhas; 4 dias depois desta compra, uma raposa mata várias galinhas e o fazendeiro pode alimentar as que restam durante 18 dias. Quantas galinhas a raposa matou?

Comentário:

Havia milho para 15 galinhas durante 20 dias. Após 2 dias havia milho para 15 galinhas durante 18 dias. Com a compra de 3 galinhas, teremos:

Galinhas	Dias
15	18
18	X

$$\frac{18}{15}=\frac{18}{x}\therefore x=15\,dias$$

18 galinhas, e milho para alimentá-las durante 15 dias. Considerando que a raposa matado x galinhas 4 dias depois. Serão 918 – x) galinhas restantes. Portanto, teremos:

Galinhas	Dias
18	11
18 - x	18

$$\frac{18}{18-x}=\frac{18}{11}\Rightarrow 19-x=11\therefore x=7\ galinhas$$

Gabarito: 7 galinhas

4.2 – Regra de Três Composta

A regra de três é dita composta quando envolve mais de duas grandezas, podendo ser, duas a duas, direta ou inversamente proporcionais

Vejamos um exemplo bem prático do que acabamos de verificar!

Trabalhando 9 horas por dia, 15 operários fazem 72m de muro em 32 dias. Quantos dias gastarão 18 operários para fazer 180m do mesmo muro, trabalhando 8h por dia?

Mantendo as grandezas de mesma espécie na mesma coluna, temos a seguinte tabela:

Horas / d	Operários	Muro (m)	Dias
9	15	72	32
8	18	180	x

Comparando cada uma das grandezas com aquela que contém a incógnita (relativa), verificando se a proporcionalidade é direta ou inversa, formamos a proporção igualando a razão que contém a incógnita com o produto das demais.

$$\frac{32}{x}=\frac{8}{9}.\frac{18}{15}.\frac{72}{180}$$

Simplificando adequadamente, obtemos:

$$\frac{32}{x}=\frac{32}{75}\therefore x=75$$

Serão gastos 75 dias.

A verificação se a grandeza é direta ou inversamente proporcional é feita ao se comparar com a grandeza que possui o termo desconhecido (grandeza relativa).

Vejamos um exemplo bem prático do que acabamos de verificar!

Dez máquinas iguais produziram 150 peças iguais em 4 dias. Em quanto tempo 8 máquinas iguais às primeiras produzirão 300 peças?

Dias	Máquinas	Peças
4	10	150
x	8	300

As grandezas dias e máquinas são inversamente proporcionais, e dias e peças são diretamente proporcionais, então a proporção correta é:

$$\frac{4}{x}=\frac{8}{10}\cdot\frac{150}{300}$$

$$\frac{4}{x}=\frac{8}{20}\therefore x=10$$

Portanto: 10 dias.

(Exercício Modelo)

21. Trinta e seis operários, trabalhando 8 horas por dia durante 12 dias, abrem uma estrada de 15km. Quantos dias de 6 horas gastarão 48 operários para abrir outra estrada de 20km, supondo-se que os operários da 2ª turma são duas vezes mais produtivos que os da 1ª turma, e que a dificuldade do 1º trabalho está para o 2º como 4 para 5?

Comentários:

Seja k a produtividade dos operários da 1ª turma e 2k da 2ª turma.

Operários	Horas/dia	Dias	Estrada (km)	Produtividade	Dificuldade
36	6	12	15	K	4
48	8	x	20	2k	5

$$\frac{12}{x}=\frac{48}{36}\cdot\frac{6}{8}\cdot\frac{15}{20}\cdot\frac{2k}{k}\cdot\frac{4}{5}$$

Simplificando o produto das frações, obtemos:

$$\frac{12}{x}=\frac{6}{5}\therefore x=10$$

Gabarito: 10

Antes de terminar nossa aula, irei abordar dois pontos fundamentais relacionados a este tópico: divisão proporcional. Espero que estejam gostando do conteúdo. Sem mais delongas, vamos ao qu interessa?

3- Máximo Divisor Comum (M.D.C)

1 - Conceito

O máximo divisor comum entre dois ou mais números é o maior número que os divide exatamente, ou seja, deixa resto zero.

Exemplo:

- ✓ O maior divisor comum de 12 e 18 é 6, pois, dentre os divisores comuns de 12 e 18: 1, 2, 3 e 6, este é o maior deles.

Fica simples encontrar o MDC de números relativamente pequenos, porém, quando são números maiores que o comum, o mais indicado é aplicar os procedimentos comuns para sua determinação.

2 - Processos para determinação do MDC

Veremos a seguir, as principais técnicas para a determinação MDC. Lembrando que MDC significa: MÁXIMO DIVISOR COMUM.

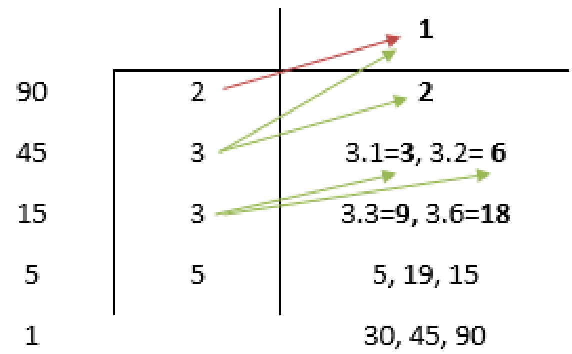
1º Processo: Pela interseção dos divisores comuns

Num primeiro momento, deve-se determinar os divisores de cada um dos números dos quais se deseja calcular o MDC, e verificar, num segundo momento, no conjunto formado pela interseção dos divisores, qual o maior deles.

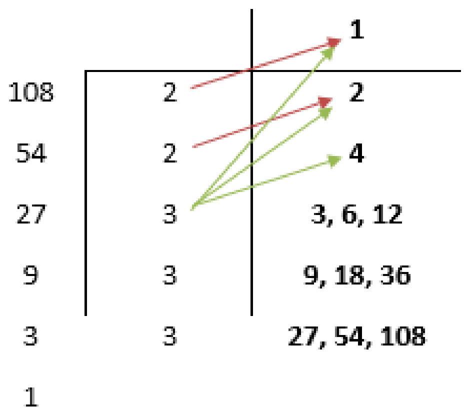
Lembro-vos que interseção nada mais é que os elementos em comum dos dois conjuntos formados pelos divisores dos números dados.

Exemplo: Encontrar o MDC dos números 90 e 108.

1º passo: Determinar os divisores de cada um dos números



As setas indicam um produto dos fatores primos da decomposição do número 90 (coluna central), com divisores (coluna da direita), encontrados um a um, a partir do 1, que é divisor de todos os números naturais. Ressalto que, sempre o fator abaixo será multiplicado pelos divisores acima dele.



As setas indicam um produto dos fatores primos da decomposição do número 90 (coluna central), com divisores (coluna da direita), encontrados um a um, a partir do 1, que é divisor de todos os números naturais. Ressalto que, sempre o fator abaixo ser multiplicado pelos divisores acima dele.

Desta forma, pode-se afirmar que:

- D(90) = {1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90}

- D(108) = {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27,36, 54, 108}

2º passo: Determinar os divisores comuns a 90 e 108 pela interseção entre os conjuntos dos divisores.

$$D(90) \cap D(108) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

3º passo: Verificar o maior divisor comum

MDC (90, 108) = 18

2º Processo: Pela decomposição em fatores primos de cada um dos números

Primeiramente, decompomos cada um dos números dados em fatores primos. A partir daí, o MDC será obtido multiplicando-se os fatores primos comuns elevados pelos seus menores expoentes obtidos na decomposição.

Isso mesmo: será o resultado do produto dos fatore comuns com os seus menores expoentes.

Exemplos:

1) Vamos determinar o MDC dos números 72 e 240

1º passo: decompomos os números dados.

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

240	2
120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$72 = 2^3.3^2$

$240 = 2^4.3.5$

2º passo: os fatores primos comuns são: 2 e 3. Perceba que o fator 5 não entra na conta, pois não aparece na decomposição do número 72. Elevando-os aos menores expoentes encontrados na decomposição, obtemos:

$$2^3 \text{ e } 3^1$$

Logo, o MDC (72, 240) = $2^3.3^1 = 24$

2) Sendo A = $2^3.3^4.5^2.7$, B = $2^4.3^2.7^2.11$ e C = $2^2.3^5.5.7^3$. Determine o MDC entre A, B e C.

Exemplo bastante interessante, que é pura aplicação do conceito. Vamos a sua resolução.

Como os números já estão na forma fatorada, basta verificar os fatores primos comuns com seus respectivos menores expoentes.

MDC (A, B, C) = $2^2.3^2.7 = 4.9.7 = 252$

Segue abaixo, algumas das principais Propriedades dentro do tema MDC

1ª) Caso não haja nenhum número que divide exatamente os números dados, além da unidade, isto é, MDC = 1, diz-se que os números dados são primos entre si.

Exemplos:

a) MDC (4, 15) = 1

b) MDC (50, 51) = 1

2ª) Caso o menor dos números dados seja divisor dos outros, o MDC será o menor dos números dados.

Exemplos:

a) MDC (8, 16, 24) = 8

b) MDC (12, 60, 84) = 12

3ª) Multiplicando-se ou dividindo-se dois ou mais números naturais por um outro número qualquer diferente de zero, o MDC deles ficará também multiplicado ou dividido por este número.

Exemplos:

a) MDC (12, 18) = 6

MDC (12.10, 18.10) = 6 . 10 $\Rightarrow$ logo, o MDC (120, 180) = 60

b) MDC (45, 60) = 15

MDC (45:3, 60:3) = 15 : 3 $\Rightarrow$ logo, o MDC (15, 20) = 5

4ª) Dividindo-se dois ou mais números naturais pelo MDC deles, encontraremos sempre quocientes primos entre si.

Demonstração: Sejam A, B, C, ... números dados e MDC (A, B, C,...) = d

Dividindo os números A, B, C ... pelo maior divisor comum deles d:

$$A|d = q_A, B|d = q_B, C|d = q_B, \ldots \text{e}$$
$$\text{MDC}(A|d, B|d, C|d, \ldots) = d|d = 1$$

Teremos MDC $(q_A, q_B, q_C, \ldots) = 1$ .Logo, os quocientes q_A, q_B, q_C são primos entre si.

Exemplo:

MDC (60, 36) = 12

Fazendo:

60 : 12 = 5

36 : 12 = 3

Teremos: MDC (5, 3) = 1, isto é, 5 e 3 são primos entre si.

3º Processo: Por divisões sucessivas

Este método também é conhecido como "Algoritmo de Euclides".

Para determinarmos o MDC de dois números **a** e **b** (a > b), devemos dividir o maior número (a) pelo menor (b), em seguida dividirmos **b** pelo resto da divisão R_1 (primeiro resto encontrado). Depois dividirmos R_1 pelo resto da última divisão, R_2 (resto da segunda divisão), e assim sucessivamente, até encontrarmos resto igual a zero. O último divisor é o MDC procurado.

Na prática, organizam as divisões sucessivas conforme o dispositivo ilustrado abaixo.

	q_1	q_2	q_3	...	q_n	q_{n+1}
a	b				R_{n-1}	$R_n = MDC$
R_1	R_2	R_3	R_4	...	0	

Exemplo: Vamos calcular o MDC dos números 198 e 54 com o emprego do dispositivo acima mencionado:

1º passo: Armamos uma grade, parecida com o famoso "Jogo da Velha" e posicionamos os números 198 e 54 conforme a figura:

198	54	

2º passo: Efetuamos a divisão, colocando o quociente acima do divisor (54) e o resto abaixo do dividendo (198). Caso a divisão não seja exata, o resto passa a ser o novo divisor (ao lado do 54). Repetimos o procedimento **até ocorrer resto zero**. **O MDC será o último divisor (penúltimo resto).**

	3	
198	54	
36		

	3	
198	54	36
36		

	3	1	
198	54	36	18
36	18		

	3	1	2
198	54	36	**18**
36	18	0	

MDC (198, 54) = 18

Os quocientes $q_1, q_2, q_3 ...$ e q_{n-1} encontrados nas divisões sucessivas são números maiores ou iguais a 1 ($\geq$ 1) e, q_n (último quociente encontrado) só poderá ser maior ou igual a 2 ($\geq$ 2).

Exemplo:

O MDC de dois números é 13 e os quatro quocientes encontrados na pesquisa pelo Algoritmo de Euclides são os menores possíveis. Determine os números em questão.

Comentário: Como os quatro quocientes são os menores possíveis, teremos:

	1	1	1	2
A	B	x	y	13
X	y	13	0	

A partir de agora, basta fazermos o caminho inverso de uma divisão. Sabemos que o dividendo será sempre igual ao divisor multiplicado pelo quociente, somado ao resto. Assim, observe o esquema abaixo:

$$y = 13.2 + 0 \Rightarrow y = 26$$
$$x = 26.1 + 13 \Rightarrow x = 39$$
$$B = 39.1 + 26 \Rightarrow B = 65$$
$$A = 65.1 + 39 \Rightarrow A = 104$$

Resposta: 104 e 65

4º Processo: Por decomposição simultânea (processo prático)

Consiste em determinar o MDC de dois ou mais números, efetuando a divisão simultânea deles pelos seus fatores primos comuns até encontrarmos quocientes primos entre si. Diferente da decomposição normal (simples), nesta do MDC, VOCÊ SÓ PODERÁ CONTINUAR A DIVISÃO SE O FATOR PRIMO FOR COMUM A TODOS OS NÚMEROS DADOS, ou seja, o fator deverá dividir todos os elementos em questão. Exemplo: Vamos determinar o MDC entre 90 e 108 pela decomposição simultânea.

108	90	2
54	45	3
18	115	3
6	5	
↑	↑	
Primos entre si		

Percebam que a divisão em fatores primos terminou quando chegamos aos elementos 6 – 5, pois são primo entre si, que significa não ter fatores primos em comum.

MDC (108, 90) = 2 . 3 . 3 = 18

Divisores e Quantidade de divisores comuns de dois ou mais números:

Os divisores comuns de dois ou mais números são obtidos determinando-se os divisores do MDC desses números.

Exemplos:

a) Quantos divisores apresentam os números 300 e 480?

Temos que: MDC (300, 480) = 60, e como $60 = 2^2.3.5$, a quantidade de divisores de 60 é:

Q_D(60)= (2+1) . (1+1). (1+1) = 12 divisores

Logo, 300 e 480 possuem 12 divisores comuns.

b) Determine os divisores comuns dos números 252 e 378

Encontramos o MDC, usando a fatoração simultânea e obtemos os divisores do MDC

			1
378	252	2	**2**
189	126	3	**3, 6**
63	42	3	**9, 18**
21	14	7	**7, 14, 21**
3	2		**42, 63, 126**

Assim, os divisores comuns dos números 252 e 378 são: {1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 18, 21, 42, 63, 126}

(Exercício Fixação)

05. Quais os três menores números pelos quais devem ser divididos os números 144, 192 e 272 para que os quocientes sejam iguais?

Comentário:

O MDC entre 144, 192 e 272, obtido pela decomposição simultânea é:

144	192	272	2
72	96	136	2
36	48	68	2
18	24	34	2
9	12	17	

MDC (144, 192 e 272) = $2^4 = 16$

Dividindo-se cada número dado pelo MDC, obtemos os números procurado: 9, 12 e 17 respectivamente.

Resposta: 9, 12 e 17

(Exercício Fixação)

06. O MDC entre dois números A e B (A > B) é 18. Os quocientes obtidos pelo algoritmo de Euclides (divisões sucessivas) foram 1, 2, 2 e 3. A soma A + B vale:

Comentário:

	1	2	2	3
A	B			18
			0	

O MDC(18) fixa embaixo do último quociente (3). O resto da última divisão é sempre zero. Efetuamos, em seguida, o produto do MDC (18) pelo quociente (3), e encontramos 54. Retornamos com o divisor (18) à posição resto.

	1	2	2	3
A **432**	**B** **306**	126	54	18
126	54	18	0	

Efetuando 2 . 54 + 18, obtemos 126. Retornamos 54 à posição resto e efetuando 2 . 26 + 54, obtemos o valor B = 306, e retornando 126 para a posição resto, encontramos A = 1 . 306 + 126 = 432. A soma A + B = 432 + 306 = 738

Resposta: 738

(Exercício Fixação)

07. O MDC entre A e B (A > B) é 24. Os quocientes encontrados pelo Algoritmo de Euclides são os menores possíveis. A diferença A – B vale:

Comentário:

Os 4 menores quocientes são, 1, 1, 1 e 2, logo:

	1	1	1	2
192	120	72	48	24
72	48	24	0	

A – B = 192 – 120 = 72

(Exercício Fixação)

08. Três turmas de uma escola apresentam 60, 72 e 84 alunos, respectivamente. Num dia de festa o diretor ordenou que formassem no pátio grupamentos de alunos da mesma turma e que cada grupamento tivesse o mesmo e o maior número possível de alunos. Quantos alunos deve ter cada grupamento e quantos são os grupamentos?

Comentário:

O MDC entre 60, 70 e 84 representa o número de alunos em cada grupamento.

60	72	84	2
30	35	42	2
15	18	21	3
5	6	7	

MDC = 2.2.3 = 12

Dividindo-se o número de alunos de cada turma pelo MDC, obtemos o número de grupamentos que formamos em cada turma. Total de grupamentos 5+6+7 = 18

Resposta: 12 alunos em cada grupamento e 18 grupamentos.

(Exercício Fixação)

09. Uma linha telefônica vai ser instalada entre duas cidades. A estrada por onde deve passar a linha é dividida em dois trechos, formando em L. Um trecho mede 832m e o outro 876m. Devem-se colocar postes ao longo da estrada, guardando entre si a mesma distância, que deve ser a maior

possível. Calcular o número de postes, sabendo-se que coloca um no ponto de encontro dos dois trechos da estrada e um em cada extremidade.

Comentário:

A distância entre dois postes consecutivos é dada pelo MDC (832, 676) = 52m

Note que, num trecho em L (aberto), o número de postes excede de uma unidade o número de divisões de todo o trecho, logo, dividindo-se o comprimento de todo o trecho pelo MDC e acrescentando uma unidade, obtemos o número de postes. [(832+676) : 52]+1 = 30

Resposta: 30 postes.

(Exercício Fixação)

10. Determinar A e B (A > B) sabendo-se que A + B = 360 e MDC (A,B) = 72

Comentário:

Imaginemos que MDC (A, B) = d, então A = d.q e B = d.q’, onde q e q’ são números primos entre si.

Somando-se as equações obtidas, temos: A + B = d.(q + q’)

Se A + B = d.(q + q’), substituindo os dados da questão, encontramos:

$360 = 72(q+q') \rightarrow (q+q') = 5,$ logo

$q = 3; q' = 2$ ou $q = 4; q' = 1$

Se $A = dq$ e $B = dq'$, temos

$A = 3.72 = 216; B = 2.72 = 144$ ou $A = 4.72 = 288; B = 1.72 = 72$

Resposta: A = 216 e B = 144 ou A = 288 e B = 72

(Exercício Fixação)

11. O MDC entre dois números é 123. O maior é 738. Calcular o menor.

Comentário

Sejam A e B os dois números e A > B, temos:

$$A = dq \rightarrow q = \frac{A}{d}$$

$$q = \frac{738}{123} = 6$$

q e q’ são primos entre si (q > q’), logo q’ = 5 ou q’ = 1

A = 5.124 = 615 ou B = 1.123 = 123

E aí, meu querido aluno!! Tudo bem até aqui??

Lembro-vos que estes tópicos não são comuns nem aparecem de forma explícita em sua prova, no entanto, serve como melhora de raciocínio e como ponte de resolução de possíveis problemas, como por exemplo de polinômios.

Sigamos firme!! Vamos estudar um pouco mais sobre o MMC.

4- Mínimo Múltiplo Comum – M.M.C

1 - Conceito

O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números naturais é o menor, excluindo o zero, que é múltiplo desses números.

Por exemplo, considere M(3) e M(4) os múltiplos naturais de 3 e 4, respectivamente.

M(3) = {0, 3, 6, 9, **12**, 15, 18, 21, **24**, 27, 30, 33, **36**, 39, ...}

M(4) = { 0, 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, **36**, 40, 44,...}

Podemos verificar que dentre os múltiplos comuns de 3 e 4, o menor, excluindo o zero, é 12. Logo, MMC (3, 4) = 12

2 - Métodos para obtenção do MMC

1º Método: Pela interseção dos múltiplos dos números dados

Devemos determinar os conjuntos dos múltiplos dos números dados, e verificar dentre os múltiplos comuns aos conjuntos o menor múltiplo não nulo.

Por exemplo, como determinar o MMC entre 12 e 18?

1º passo: Determinar os conjuntos dos não nulos de 12 e 18. Lembro-vos que conjunto não nulo, utiliza-se como simbologia o asterisco.

$$M^{*}(12) = \{12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, ...\}$$

$$M^{*}(18) = \{18, 36, 54, 72, 90, 108, ...\}$$

2º passo: Determinar a interseção entre os conjuntos

$$M^{*}(12) \cap M^{*}(18) = \{36, 72, 108, ...\}$$

3º passo: Basta verificar o menor elemento.

Dentre os múltiplos comuns, o menor é 36.

Logo MMC (12, 18) = 36

<u>2º Método</u>: Por decomposição em fatores primos separadamente

A partir da decomposição dos números em fatores primos, o MMC é calculado multiplicando-se os fatores primos comuns e não comuns, elevados aos maiores expoentes que apresentarem.

Exemplo: Determinar o MMC de 90 e 252

1º passo: Decompor os números 90 e 252 em fatores primos

90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$90 = 2.3^2.5$

252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

$252 = 2^2.3^2.7$

2º passo: Multiplicar os fatores primos comuns e não comuns de 90 e 252, tomando cada um deles com o maior expoente obtido.

MMC (90, 252) = $2^2.3^2.7$

MMC (90, 252) = 1260

<u>3º Método</u>: Por decomposição Simples (não simultânea)

O método consiste em fazer a decomposição completa dos números dados simultaneamente, e o MMC será obtido através do produto dos fatores primos obtidos.

Por exemplo, vamos calcular o MMC de 15, 20 e 30

1º passo: Escrevemos os números dados, separando-os por vírgula, e fazemos um traço vertical ao lado do último número.

$$\begin{array}{r|l} 15,20,30 & \\ & \\ & \\ & \end{array}$$

2º passo: No outro lado do traço colocamos o menor dos fatores primos comuns ou não dos números dados, e abaixo dos números que forem divisíveis pelo fator, colocamos o quociente da divisão. Já os que não forem divisíveis, repetimos.

$$\begin{array}{r|l} 15,20,30 & 2 \\ 15,10,15 & \\ & \\ & \end{array}$$

3º passo: Repetimos o procedimento até que todos os quocientes sejam iguais a 1

$$\begin{array}{c|l} 15,20,30 & 2 \\ 15,10,15 & 2 \\ 15,5,15 & 3 \\ 5,5,5 & 5 \\ 1,1,1 & \end{array}$$

4º passo: M MMC será o produto dos fatores primos escritos à direita do traço.

MMC (15,20,30) = $2^2.3.5 = 60$

- **Propriedades**

1ª) O MMC entre dois números primos entre si é igual ao produto deles.

Exemplos:

a) MMC (3,5) = 3 . 5 = 15

b) MMC (11,16) = 11 . 16 = 176

2ª) O MMC entre dois ou mais números naturais, onde o maior é múltiplo do(s) outro(s), é o maior.

Exemplos:

a) MMC (3,27) = 27

b) MMC (12,36) = 36

c) MMC (8,16,24) = 24

3ª) Qualquer múltiplo do MMC de dois ou mais números, também será múltiplo destes números.

Exemplos:

Seja MMC (12,18) = 36

Portanto, 36,72,108,144,... são múltiplos do MMC e são múltiplos de 12 e de 18

4ª) Relação entre o MMC e o MDC de dois ou mais números.

O produto de dois ou mais números naturais diferentes de zero é igual ao produto do MDC pelo MMC deles.

$a.b = mdc(a,b).mmc(a,b)$ ***; consequência da última propriedade.***

5ª) Dividindo-se o MMC de dois ou mais números naturais A, B, C,...,por cada um deles, encontramos sempre quocientes primos entre si.

Exemplo: Como MMC (12,18) = 36, temos que:

$$\frac{36}{12} = 3$$

onde 3 e 2 são primos entre si

$$\frac{36}{18} = 2$$

6ª) Multiplicando-se ou dividindo-se o MMC de dois ou mais números naturais por um número diferente de zero, o MMC deles também ficará multiplicado ou dividido por este número.

Exemplos:

a) MMC (12,18) = 36

MMC (12.10, 18.10) = 36.10 $\Rightarrow$ MMC (120,180) = 360

b) MMC (20,30,60)

MMC $\left({}^{20}\!/_{15}, {}^{30}\!/_{5}, {}^{60}\!/_{5}\right)$ = ${}^{60}\!/_{5} = 12$

Vamos partir para algumas aplicações das propriedades aprendidas sobre MMC?? Simbora!

(Exercício Fixação)

12. O menor número inteiro que dividido por 8, 15 e 18 deixa sempre resto 5 é:

Comentário

O MMC (8,15,18) é menor número que dividido por 8, 15 e 18 deixa sempre resto zero. Para restarem 5 unidades, somamos 5 unidades ao MMC, isto é:

MMC (8,15,18) + 5 = 360 + 5 = 365

Resposta: 365

(Exercício Fixação)

13. Uma pessoa possui mais de R$6.000,00 e menos de R$ 7.000,00. Contando essa quantia de R$ 100,00 em R$ 100,00, de R$ 150,00 em R$ 150,00 ou de R$ 250,00 em R$ 250,00, verificou-se que sempre sobravam R$ 60,00 Quanto possui esta pessoa?

Comentário

MMC (100, 150, 250) = 1500

O múltiplo de 1500 que acrescido de 60 situa-se entre 6000 e 7000 é:

$$1500.4 = 6000$$
$$6000 + 60 = 6060$$

Resposta: 6060

(Exercício Fixação)

14. De um aeroporto partem aviões para São Paulo, Belo Horizonte, Porto Alegre e Brasília, respectivamente de 10 em 10, 20 em 20, de 25 em 25 e de 45 em 45 minutos. Tendo em uma ocasião partido todos no mesmo instante, pergunta-se: No fim de quanto tempo voltarão a partir juntos?

Comentário:

MMC (10, 20, 25, 45) = 900

900 minutos = 15 horas

Resposta: 15 horas

(Exercício Fixação)

15. Duas rodas de engrenagem tem 48 e 54 dentes, respectivamente. Cada roda tem um dente estragado. Se num dado instante estão em contato os dentes estragados, esse encontro repetir-se-á novamente, quando a primeira roda que tem 48 dentes tiver dado x voltas. Qual o valor de x?

Comentário

Os dentes estragados se encontram novamente daqui a:

MMC (48, 54) = 432 engates

A roda menor terá dado: 432 : 48 = 9 voltas

Resposta: 9 voltas

(Exercício Modelo)

16. Determine o menor número dividido por 20 deixa resto 13, dividido por 24 deixa resto 17 e dividido por 30 deixa resto 23.

Comentário

Seja N o número procurado, então:

$$\begin{array}{r|l} N & 20 \\ \cline{2-2} 13 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} N & 24 \\ \cline{2-2} 17 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} N & 30 \\ \cline{2-2} 23 & \end{array}$$

Observe que a diferença entre o divisor e o resto é constante e igual a 7, isto é, N + 7 é múltiplo comum de 20, 24 e 30. Como o problema pede o menor número, igualamos N + 7 ao MMC (20, 24 e 30), logo:

N+7 = MMC(20, 24, 30)

N+7 = 120

N = 113

Resposta: 113

---

5 – Lista de Questões

35. (FN 2003) – A torneira X consegue encher uma piscina sozinha em 4 horas enquanto a torneira Y demora 6 horas. Em quanto tempo as torneiras X e Y conseguem encher juntas essa mesma piscina?

a) 2h 24min

b) 3h 40min

c) 5h

d) 10h

---

36. (FN 2005) – 60% de x é o mesmo que

a) 4 / 5 de x

b) 3 / 5 de x

c) 1 / 2 de x

d) 1 / 3 de x

e) 1 / 4 de x

---

37. (FN 2005) – Em um quartel, 7/9 dos militares são praças e existem 10 oficiais. Como o efetivo do quartel é composto de oficiais e praças, qual o número total de militares no quartel?

a) 45

b) 44

c) 36

d) 28

e) 21

---

38. (FN 2005) – Uma torneira enche um tanque sozinha em 2 horas enquanto outra torneira demora 4 horas. Em quanto tempo as duas torneiras juntas encherão esse mesmo tanque?

a) 1 h 10 min

b) 1 h 20 min

c) 1 h 30 min

d) 1 h 50 min

e) 2 h

---

39. (FN 2006) – Pelo regulamento da escola, João não pode faltar a mais de 25% das aulas de Educação Física. Ao todo, serão 96 aulas de Educação Física durante o ano e ele já faltou a 15 aulas. Qual o número máximo de faltas que ele ainda pode ter?

a) 9

b) 10

c) 12

d) 16

e) 24

---

40. (FN 2006) – $(10\%)^2$ é igual a:

a) 100%

b) 40%

c) 20%

d) 1%

e) 0,1%

---

41. (FN 2006) – Sabe-se que a razão ideal do número de habitantes de uma cidade, para cada metro quadrado de área verde, é de 2 para 5. Qual é o número máximo de habitantes que deveria ter uma cidade com 400.000 m² de área verde?

a) 16.000.

b) 80.000.

c) 160.000.

d) 200.000.

e) 220.000.

---

42. (FN 2006) – Um candidato tirou 6 em uma prova de concurso que valia 8 pontos. Qual seria a nota desse candidato se a prova valesse 100?

a) 65

b) 70

c) 75

d) 80

e) 95

---

43. (FN 2008) – Uma escola tem 25 professores, dos quais 24% ensinam Matemática. Qual a quantidade de professores que ensina Matemática nessa escola?

a) 5

b) 6

c) 7

d) 8

e) 9

---

44. (FN 2011) – Qual das afirmativas é verdadeira?

a) Dois descontos sucessivos de 10% correspondem a um desconto de 20%.

b) Dois aumentos sucessivos de 15% correspondem a um aumento de 30%.

c) Um desconto de 10% e depois um aumento de 20% correspondem a um aumento de 8%.

d) Um aumento de 20% e depois um desconto de 10% correspondem a um aumento de 10%.

e) Um aumento de 15% e depois um desconto de 25% correspondem a um desconto de 5%.

---

45. (FN 2011) – Trinta por cento da quarta parte de 6.400 é igual a

a) 480

b) 340

c) 240

d) 160

e) 120

---

46. (FN 2012) – Num colégio são distribuídos lanches de 200g para 270 alunos, durante 30 dias. Quantos alunos poderiam comer lanches de 120g durante 100 dias?

a) 1500

b) 540

c) 135

d) 115

e) 49

---

47. (FN 2013) – A razão $\frac{a}{b}$ é equivalente a 7 : 5. Determine a representação decimal da razão a : b.

a) 0,75

b) 0,81

c) 1,00

d) 1,40

e) 1,25

---

48. (FN 2013) – Um avião consome 400 ℓ de gasolina por hora. Calcule o consumo dessa aeronave em 3,5 horas de voo.

a) 999 ℓ

b) 1357 ℓ

c) 1399 ℓ

d) 1400 ℓ

e) 1401 ℓ

---

49. (FN 2013) – Quatro soldados, trabalhando 8 horas por dia, abrem uma trincheira de 30 metros de comprimento em 10 dias. Qual o comprimento da trincheira (com a mesma largura e altura que a anterior) que seis soldados abrirão em 8 dias, trabalhando 9 horas por dia?

a) 40,5 metros

b) 55,7 metros

c) 63,2 metros

d) 68,1 metros

e) 70,3 metros

---

50. (FN 2014) – Na casa de Pedro eram consumidos, em média, 960 quilowatts-hora de energia elétrica por mês. Por motivo de racionamento, esse consumo foi reduzido em 20%. Para atender a esse racionamento, qual o número máximo de quilowatts-hora que deverá ser consumido mensalmente na casa?

a) 960

b) 768

c) 520

d) 192

e) 96

---

51. (FN 2014) – Duas torneiras podem, juntas, encher um recipiente em 18 horas. Qual o tempo que cada uma, sozinha, leva para encher esse mesmo recipiente, se a primeira emprega nessa operação 27 horas a mais que a segunda?

a) 54 e 27

b) 57 e 30

c) 58 e 31

d) 59 e 32

e) 60 e 33

---

52. (FN 2014) – Com certa quantidade de ração é possível alimentar 40 coelhos durante 30 dias. Calcule os valores de A, B, C e D, de acordo com o quadro abaixo, considerando-se a mesma quantidade de ração?

n° de coelhos	n° de dias
40	30
120	A
B	60
C	15
60	D

a) 90, 80, 20, 60

b) 60, 20, 60, 30

c) 10, 20, 80, 20

d) 10, 40, 20, 15

e) 5, 80, 90, 60

---

53. (FN 2015) – Água e tinta estão misturadas na razão de 9 para 5. Sabendo-se que há 81 litros de água na mistura, o volume total em litros é de:

a) 36ℓ.

b) 121ℓ.

c) 126ℓ.

d) 231ℓ.

e)249ℓ.

---

54. (FN 2016) – Divida o número 600 em partes diretamente proporcionais a 2, 3 e 5.

a) 40; 120; 440

b) 90; 180; 230

c) 100; 200; 300

d) 120; 180; 300

e) 150; 200; 250

---

55. (FN 2017) – As alturas de dois postes estão entre si, assim como 3 está para 5. Sabendo que o menor deles mede 6 m, então o maior mede?

a) 18 m

b) 15 m

c) 12 m

d) 11 m

e) 10 m

---

56. (FN 2017) – Um funcionário de uma empresa recebeu R$ 315,00 a mais no seu salário, referente a um aumento de 12,5%. Sendo assim, qual o salário deste funcionário sem o aumento?

a) R$ 2.205,00

b) R$ 2.520,00

c) R$ 2.712,00

d) RS 2.835,00

e) R$ 2.913,00

---

57. (FN 2017) – Em um concurso participaram 2.400 candidatos para 120 vagas. A razão entre o número de vagas e o número de candidatos é de:

a) 2

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{20}$

d) $\frac{1}{200}$

e) $\frac{1}{2.000}$

---

58. (FN 2017) – Uma empresa possui 750 funcionários e comprou marmitas individuais congeladas suficientes para o almoço desses funcionários durante 25 dias. Se a empresa contratasse mais 500 funcionários, a quantidade de marmitas adquiridas seria suficiente para quantos dias?

a) 10 dias

b) 12 dias

c) 15 dias

d) 18 dias

e) 20 dias

---

59. (FN 2018) – A razão entre as idades de dois irmãos hoje é $\frac{5}{6}$ e a soma delas é 33 anos. Quantos anos tem o mais novo?

a) 10 anos.

b) 12 anos.

c) 15 anos.

d) 18 anos.

e) 20 anos.

---

60. (FN 2018) – Na figura abaixo, temos $AP = 3$ cm e $\frac{AP}{PB} = \frac{1}{5}$. Nessas condições, determine as medidas de $\overline{PB}$ e $\overline{AB}$, respectivamente.

a) 15 cm e 3 cm

b) 15 cm e 18 cm

c) 12 cm e 15 cm

d) 18 cm e 3 cm

e) 15 cm e 12 cm

---

61. (FN 2018) – Sobre o preço de um carro importado incide um imposto de 30%. Em função disso, o preço do carro para o importador é de R$ 19.500,00. Supondo que tal imposto passe de 30% para 60%, qual será, em reais, o novo preço do carro para o importador?

a) R$ 39.000,00

b) R$ 31.200,00

c) R$ 27.000,00

d) RS 25.350,00

e) R$ 24.000,00

---

62. (FN 2018) – Em um mapa cartográfico, 4 cm representam 12 km. Nesse mesmo mapa 10 cm representarão quantos quilômetros?

a) 20

b) 24

c) 30

d) 32

e) 40

---

63. (FN 2019) – Um produto foi vendido com 15% de acréscimo sobre o preço da tabela. Qual era o preço de tabela se o preço de venda foi de R$ 3.450,00?

a) R$ 3.300,00

b) R$ 3.150,00

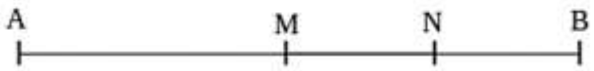
c) R$ 3.100,00

d) R$ 3.030,00

e) R$ 3.000,00

---

64. (FN 2019) – Na figura abaixo, M é o ponto médio do seguimento $\overline{AB}$ e N é o ponto médio do seguimento $\overline{MB}$. Sabendo que $\overline{AB} = 100$ cm, a razão entre os seguimentos $\overline{AN}$ e $\overline{NB}$ é:



a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

e) 6

---

65. (FN 2019) – Um relógio atrasa 3 minutos a cada 6 horas. Quanto tempo o relógio atrasa em 8 dias?

a) 1 hora e 36 minutos

b) 1 hora e 16 minutos

c) 1 hora e 6 minutos

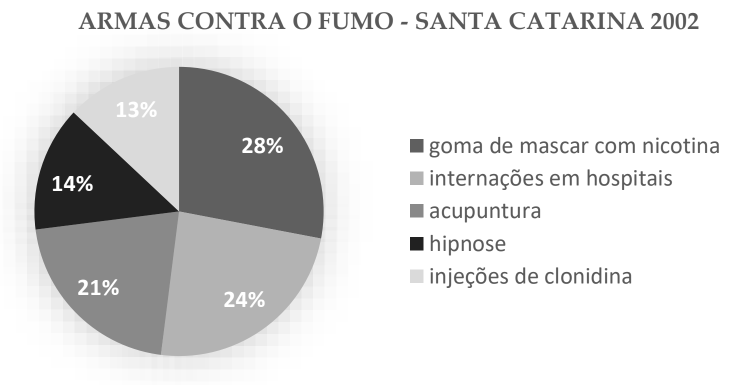
d) 1 hora e 36 segundos

e) 1 hora e 16 segundos

66. (EAM 2004) – Se uma torneira enche um reservatório de água de 5,4 m³ a uma razão de 15 litros por minuto, quanto tempo levará para encher completamente o reservatório?

a) quatro horas
b) cinco horas e meia
c) seis horas
d) seis horas e meia
e) sete horas

67. (EAM 2004) – Num trabalho de pesquisa feito com 10.000 fumantes, divididos em 5 grupos em que a cada grupo foi aplicada uma arma contra o fumo, conforme o gráfico abaixo. Sabe-se que 40% do grupo que utilizaram a acupuntura parou de fumar. O número de pessoas que participaram dessa pesquisa e que pararam de fumar através da acupuntura é:



a) 840
b) 860
c) 1020
d) 1400
e) 1480

68. (EAM 2004) – Um marinheiro ao viajar comprou U$$ 1000,00 a uma taxa de 2,9 Reais por Dólar. Não havendo usado este dinheiro na viagem, ele vendeu, na sua volta a uma taxa de 2,7 Reais por Dólar. Então:

a) O marinheiro lucrou R$ 180,00
b) O marinheiro lucrou R$ 190,00
c) O marinheiro lucrou R$ 200,00
d) O marinheiro perdeu R$ 100,00
e) O marinheiro perdeu R$ 200,00

69. (EAM 2005) – Numa competição de tiro-ao-alvo cada atirador deve efetuar 25 disparos. Qual a porcentagem de acertos no alvo de um jogador que obtém $+0,5$ pontos sabendo-se que cada tiro no alvo vale $+0,4$ e cada tiro fora do alvo vale $-0,1$?

a) 25
b) 24
c) 20
d) 16
e) 5

70. (EAM 2005) – Caso seja cobrado um imposto de 5% sobre o valor de qualquer saque efetuado em uma instituição financeira, qual será o saque máximo possível, em reais, a ser efetuado em uma conta cujo saldo é de 2.100,00 reais?

a) 1.995,00
b) 2.000,00
c) 2.050,00
d) 2.075,00
e) 2.095,00

71. (EAM 2005) – A maquete de um reservatório R, feita na escala 1 : 500, tem 8 mm de largura, 10 mm de comprimento e 8 mm de altura. Qual é a capacidade em litros do reservatório R?

a) 640
b) 800
c) 6400
d) 8000
e) 80000

72. (EAM 2006) – Um percurso de 40 km é feito em 8 horas numa velocidade constante de 5 km/h. Se for aumentado o percurso em 20% e a velocidade em 60%, quantas horas serão necessárias para fazer o novo percurso?

a) 3
b) 6
c) 8
d) 12
e) 15

73. (EAM 2006) – Dadas as proporções $\frac{2}{x+2}=\frac{3}{2x+4}$ e $\frac{y+16}{2y+2}=3$, calcule o valor de $x+y$ e assinale a opção correta.

a) −4
b) −2
c) 0
d) 4
e) 9

74. (EAM 2007) – Pedro possui R$ 260,00. Sabe-se que 40% do que ele tem corresponde a 25% da quantia que seu primo tem. Com base nos dados apresentados, é correto afirmar que a quantia, em reais, que o primo de Pedro possui é de:
a) 26
b) 65
c) 104
d) 260
e) 416

75. (EAM 2007) – Uma torneira com vazamento de 20 gotas por minuto, desperdiça, em 30 dias, 100 litros de água. A mesma torneira vazando 45 gotas por minuto, durante 20 dias, desperdiçará quantos litros de água?
a) 66
b) 120
c) 150
d) 180
e) 337

76. (EAM 2008) – Na compra de um ventilador que custa R$ 150,00, uma pessoa dá 8,5% de entrada e o restante vai pagar em cinco parcelas iguais. Qual o valor de cada parcela?
a) 27,45
b) 27,65
c) 28,35
d) 28,50
e) 29,25

77. (EAM 2009) – O valor dos juros simples produzidos por um capital de R$ 2.000,00 aplicados durante 1 ano e 8 meses à taxa de 1,5% a.m. é, em reais, igual a:
a) 400
b) 500
c) 600

d) 700
e) 800

78. (EAM 2010) – Sabendo que 1 grosa é equivalente a 12 dúzias, é correto afirmar que dez grosas são equivalentes a quantas unidades?
a) 1200
b) 1440
c) 1500
d) 1680
e) 2440

79. (EAM 2010) – Suponha que uma pessoa corra em uma esteira 4500 m em 900 minutos. Sabendo que a velocidade é a razão do espaço pelo tempo decorrido, determine a velocidade desenvolvida por essa pessoa, supondo que essa velocidade seja constante.
a) 5,0 km/h
b) 2,5 km/h
c) 1,5 km/h
d) 0,8 km/h
e) 0, 3 km/h

80. (EAM 2010) – Uma TV em cores de LCD custa, a prazo, R$ 2.300,00. Para pagamento à vista, seu valor é 20% mais barato em relação ao seu preço a prazo. Qual o preço à vista dessa TV?
a) R$ 4.000,00
b) R$ 2.100,00
c) R$ 2.040,00
d) R$ 1.900,00
e) R$ 1.840,00

81. (EAM 2010) – Uma copiadora XL2010 produz 12000 cópias em 12 horas. Quantas copiadoras XL2010 seriam necessárias para imprimir as 12000 cópias em 4 horas?
a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

82. (EAM 2012) – Se seis torneiras iguais enchem um tanque em 420 minutos, em quantos minutos dez torneiras iguais às anteriores enchem este tanque?

a) 240 m

b) 245 m

c) 250 m

d) 252 m

e) 260 m

83. (EAM 2012) – Os ângulos internos de um triângulo são diretamente proporcionais a 2, 7 e 9. Então o menor ângulo interno desse triângulo mede:

a) 90°

b) 80°

c) 70°

d) 40°

e) 20°

84. (EAM 2012) – Uma geladeira de R$ 1.250,00 passou a custar R$ 1.100,00 para pagamento à vista. O preço desta geladeira teve, portanto, um desconto de:

a) 14%

b) 13%

c) 12%

d) 11%

e) 10%

85. (EAM 2013) – Caso uma televisão de R$ 915,00 esteja sendo vendida com um desconto de 28%, quanto se pagará por ela?

a) R$ 256,20

b) R$ 649,80

c) R$ 658,80

d) R$ 769,80

e) R$ 889,80

86. (EAM 2013) – Sabendo que um determinado serviço é feito, por três marinheiros, em duas horas, em quantos minutos o mesmo serviço será feito por quatro marinheiros?

a) 90

b) 95

c) 100

d) 110

e) 120

87. (EAM 2014) – Uma câmera fotográfica digital custa R$ 500,00 à vista. Se for vendida à prazo, o valor passa a ser R$ 560,00. Qual o percentual de acréscimo na venda dessa câmera à prazo?
a) 5,6%
b) 10%
c) 12%
d) 20%
e) 56%

88. (EAM 2015) – Os investimentos a juros simples são diretamente proporcionais ao valor do capital inicialmente aplicado e também, à quantidade de tempo que o valor fica investido. Ou seja, a taxa de juros simples é sempre aplicada ao capital inicial. Sendo assim, um capital será triplicado ao ser aplicada uma taxa percentual de 5% ao mês depois de:
a) 4 meses
b) 30 meses
c) 3 anos e 4 meses
d) 4 anos
e) 5 anos

89. (EAM 2015) – Um ciclista faz um percurso em 4 horas a uma velocidade constante de 9 km por hora. Se o ciclista dobrar sua velocidade, qual será o tempo necessário para percorrer o mesmo trajeto?
a) 1 hora
b) 2 horas
c) 3 horas
d) 4 horas
e) 5 horas

90. (EAM 2016) – Uma bomba hidráulica consegue encher, em sua capacidade máxima, 2 caixas de água, de 500 litros cada, em 3 horas. Qual o tempo necessário para a mesma bomba, em sua capacidade máxima, encher uma caixa de água de 750 litros?
a) 2 h 15 min
b) 2 h 25 min
c) 3 h 25 min
d) 3 h 30 min

e) 4 h 45 min

91. (EAM 2016) – Uma tropa possui 7% de seus soldados nascidos no Norte do país, 15% na região Sudeste, 10% na região Sul, 3% na região Centro-oeste e o restante no Nordeste. Considerando que a tropa é composta por 140 soldados, determine quantos são do Nordeste e assinale a opção correta:

a) 83

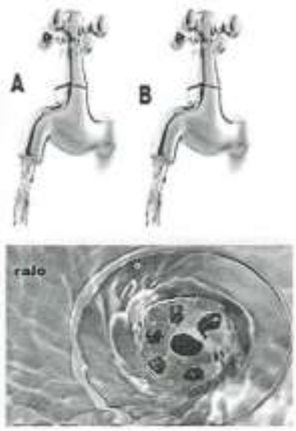
b) 87

c) 90

d) 91

e) 93

92. (EAM 2018) – Observe a figura abaixo.



Uma piscina se utiliza das duas torneiras e do ralo da figura acima para manutenção do seu nível de água. A torneira B, aberta sozinha, enche a piscina em 6 horas e a torneira A, também sozinha, enche a piscina em 4 horas. Caso a piscina esteja cheia, o ralo a esvaziará num tempo t. Num certo dia, o piscineiro, estando a piscina vazia, abriu as duas torneiras, porém esqueceu de fechar o ralo constatando posteriormente que a piscina ficou completamente cheia, nessas condições, em 12 horas. Sendo assim, é correto afirmar que essa piscina com as duas torneiras fechadas e o ralo aberto, estando totalmente cheia, necessitará de t horas para esvaziá-la, sendo t igual a:

a) 3

b) 5

c) 7

d) 9

e) 12

93. (EAM 2018) – Uma padaria produz 800 pães e, para essa produção, necessita de 12 litros de leite .Se a necessidade de leite é proporcional à produção, se o dono quer aumentar a produção de pães em 25% e se o litro de leite custa R$ 2,50, quanto o dono deverá gastar a mais com a compra de leite para atingir sua meta?

a) R$ 5,00
b) R$ 7,50
c) R$ 20,00
d) R$ 30,00
e) R$ 37,50

94. (EAM 2018) – Dentre os inscritos em um concurso público, 60% são homens e 40 % são mulheres. Sabe-se que já estão empregados 80% dos homens e 30% das mulheres. Qual a porcentagem dos candidatos que já têm emprego?
a) 60%
b) 40%
c) 30%
d) 24%
e) 12%

95. (EAM 2019) – Para vender seus produtos, um comerciante reduziu os preços dos brinquedos em 10%. Depois que houve uma recuperação nas vendas, decidiu restaurar o valor antigo. Sendo assim, o novo preço deve ser aumentado aproximadamente em
a) 9%
b) 11%
c) 13%
d) 15%
e) 17%

96. (EAM 2019) – Um produto custa à vista R$ 100,00 e pode ser vendido também em 2 parcelas, sendo a primeira no ato da compra, com valor de R$ 50,00, e a segunda, a vencer em 30 dias, com o valor de R$ 60,00. Sendo assim, calcule a taxa mensal de juros cobrado pelo vendedor e assinale a opção correta.
a) 20%
b) 10%
c) 8%
d) 6%
e) 5%

Hora de PRATICAR

35. (FN 2003) – A torneira X consegue encher uma piscina sozinha em 4 horas enquanto a torneira Y demora 6 horas. Em quanto tempo as torneiras X e Y conseguem encher juntas essa mesma piscina?

a) 2h 24min

b) 3h 40min

c) 5h

d) 10h

Comentário:

1º tanque – enche em 4h, logo: $V/4$ é sua capacidade de trabalho em 1 hora.

2º tanque – enche em 6h, logo: $V/6$ é sua capacidade de trabalho em 1 hora.

As duas juntas:

$\frac{V}{4_{/3}}+\frac{V}{6_{/2}}\Rightarrow\frac{3V+2V}{12}=\frac{5V}{12}$ em 1h.

Assim:

$$\begin{array}{lll} \frac{5V}{12} & — & 1h \\ V & — & x \end{array} \Rightarrow \frac{5\cancel{V}}{12}\cdot x=\cancel{V}\cdot 1$$

$\Rightarrow x=\frac{12h}{5}\Rightarrow$ 2h 24min.

Gabarito: A

36. (FN 2005) – 60% de x é o mesmo que

a) 4 / 5 de x

b) 3 / 5 de x

c) 1 / 2 de x

d) 1 / 3 de x

e) 1 / 4 de x

Comentário:

60% de x = $\frac{60}{100}\cdot x \Rightarrow 0,6\cdot x \Rightarrow \frac{6}{10}\cdot x \Rightarrow \frac{3}{5}\cdot x$

Assim: $\frac{3}{5}$ de x.

Gabarito: B

---

37. (FN 2005) – Em um quartel, 7/9 dos militares são praças e existem 10 oficiais. Como o efetivo do quartel é composto de oficiais e praças, qual o número total de militares no quartel?

a) 45

b) 44

c) 36

d) 28

e) 21

Comentário:

Total de militares $\rightarrow 9x$

Assim: $\frac{7}{\cancel{9}}\cdot \cancel{9}x \Rightarrow 7x$ são praças.

Logo: 2x são oficiais $\Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5$

Conclusão: $9x \Rightarrow 9\cdot 5 = 45$

Gabarito: A

---

38. (FN 2005) – Uma torneira enche um tanque sozinha em 2 horas enquanto outra torneira demora 4 horas. Em quanto tempo as duas torneiras juntas encherão esse mesmo tanque?

a) 1 h 10 min

b) 1 h 20 min

c) 1 h 30 min

d) 1 h 50 min

e) 2 h

Comentário:

1º tanque – enche em 2h, logo: $V/2$ é sua capacidade de trabalho em 1 hora.

2º tanque – enche em 4h, logo: $V/4$ é sua capacidade de trabalho em 1 hora.

As duas juntas:

$$\frac{V}{\cancel{2}_2}+\frac{V}{\cancel{4}_1}\Rightarrow\frac{3V}{4}$$ em 1h.

Assim:

$$\begin{array}{ccc} \frac{3V}{4} & — & 1h \\ V & — & x \end{array} \Rightarrow \frac{3\cancel{V}}{4}\cdot x=\cancel{V}\cdot 1$$

$\Rightarrow x=\frac{4h}{3}\Rightarrow$ 1h 20min.

Gabarito: B

---

39. (FN 2006) – Pelo regulamento da escola, João não pode faltar a mais de 25% das aulas de Educação Física. Ao todo, serão 96 aulas de Educação Física durante o ano e ele já faltou a 15 aulas. Qual o número máximo de faltas que ele ainda pode ter?

a) 9

b) 10

c) 12

d) 16

e) 24

Comentário:

O total de aulas é 96, sabemos que João pode faltar até 25% desse total.

Assim:

$\frac{25}{100}\cdot 96\Rightarrow\frac{1}{4}\cdot 96\Rightarrow 24$ faltas.

Como já faltou 15 aulas, pode ainda faltar $24-15=9$ aulas.

Gabarito: A

---

40. (FN 2006) $-(10\%)^2$ é igual a:

a) 100%

b) 40%

c) 20%

d) 1%

e) 0,1%

Comentário:

Sabemos que 10% é igual a $\frac{10}{100}$, assim:

$$\left(\frac{10}{100}\right)^2 \Rightarrow \frac{1\cancel{0}}{100}\cdot\frac{1\cancel{0}}{1\cancel{0}\cancel{0}} \Rightarrow \frac{1}{100} = 1\%$$

Gabarito: D

---

41. (FN 2006) – Sabe-se que a razão ideal do número de habitantes de uma cidade, para cada metro quadrado de área verde, é de 2 para 5. Qual é o número máximo de habitantes que deveria ter uma cidade com 400.000 m² de área verde?

a) 16.000.

b) 80.000.

c) 160.000.

d) 200.000.

e) 220.000.

Comentário:

O enunciado diz que: para cada 2 habitantes o ideal é ter 5 de área verde. Assim:

$$\begin{array}{lcl} \text{hab} & & \text{m}^2 \\ 2 & — & 5 \\ x & — & 400.000 \end{array} \Rightarrow 2\cdot 400.000 = 5x$$

$\Rightarrow x = \frac{2\cdot\cancel{5}\cdot 80.000}{\cancel{5}} \Rightarrow 160.000$ habitantes.

Gabarito: C

---

42. (FN 2006) – Um candidato tirou 6 em uma prova de concurso que valia 8 pontos. Qual seria a nota desse candidato se a prova valesse 100?

a) 65

b) 70

c) 75

d) 80

e) 95

Comentário:

$$\begin{array}{lcl} \text{nota} & & \text{pontos} \\ 6 & — & 8 \\ x & — & 100 \end{array} \Rightarrow 6 \cdot 100 = 8 \cdot x$$

$$\Rightarrow x = \frac{{}^{3}\cancel{6} \cdot \cancel{100}^{25}}{\cancel{8}_{2}} \Rightarrow x = 75 .$$

Gabarito: C

---

43. (FN 2008) – Uma escola tem 25 professores, dos quais 24% ensinam Matemática. Qual a quantidade de professores que ensina Matemática nessa escola?

a) 5

b) 6

c) 7

d) 8

e) 9

Comentário:

Total de professores = 25

Ensinam Matemática = 24% de 25, assim:

$\frac{24}{\cancel{100}_{4}} \cdot \cancel{25} = 6$ professores.

Gabarito: B

---

44. (FN 2011) – Qual das afirmativas é verdadeira?

a) Dois descontos sucessivos de 10% correspondem a um desconto de 20%.

b) Dois aumentos sucessivos de 15% correspondem a um aumento de 30%.

c) Um desconto de 10% e depois um aumento de 20% correspondem a um aumento de 8%.

d) Um aumento de 20% e depois um desconto de 10% correspondem a um aumento de 10%.

e) Um aumento de 15% e depois um desconto de 25% correspondem a um desconto de 5%.

Comentário:

Analisando as opções, a partir de um valor imaginário, temos que:

c)

$$-10\% \rightarrow 1000 - \frac{10}{1\cancel{0}\cancel{0}} \cdot 10\cancel{0}\cancel{0} \Rightarrow 1000 - 100 = 900,00$$

$$+20\% \rightarrow 900 + \frac{20}{1\cancel{0}\cancel{0}} \cdot 9\cancel{0}\cancel{0} \Rightarrow 900 + 180 = 1080,00$$

A alternativa está correta, pois:

$$\frac{8}{1\cancel{0}\cancel{0}} \cdot 10\cancel{0}\cancel{0} \Rightarrow 80 + 1000 = 1080,00\,.$$

Gabarito: C

---

45. (FN 2011) – Trinta por cento da quarta parte de 6.400 é igual a

a) 480

b) 340

c) 240

d) 160

e) 120

Comentário:

30% de $\frac{1}{4}$ de 6.400, assim:

$$\frac{30}{1\cancel{0}\cancel{0}} \cdot \frac{1}{\cancel{4}} \cdot \cancel{64}\cancel{0}\cancel{0} \Rightarrow 30 \cdot 16 \Rightarrow 480$$

Gabarito: A

---

46. (FN 2012) – Num colégio são distribuídos lanches de 200g para 270 alunos, durante 30 dias. Quantos alunos poderiam comer lanches de 120g durante 100 dias?

a) 1500

b) 540

c) 135

d) 115

e) 49

Comentário:

Total de alimento = 200 g $\times$ 270 alunos, assim: 54.000 g.

Montando a regra de três, temos:

Lanche	Aluno	Dias
200	270	30

120 x 100

$$\frac{270}{x}=\frac{12\cancel{0}}{2\cancel{0}\cancel{0}}\cdot\frac{1\cancel{0}\cancel{0}}{3\cancel{0}}\Rightarrow\frac{270}{x}=\frac{\cancel{12}}{\cancel{6}}$$

$\Rightarrow x=\frac{270}{2}\Rightarrow x=135$ alunos.

Gabarito: C

---

47. (FN 2013) – A razão $\frac{a}{b}$ é equivalente a 7 : 5. Determine a representação decimal da razão a : b.

a) 0,75

b) 0,81

c) 1,00

d) 1,40

e) 1,25

Comentário:

$$\frac{a}{b}=\frac{7}{5}\Rightarrow\frac{7}{5}=1,4$$

Gabarito: D

---

48. (FN 2013) – Um avião consome 400 ℓ de gasolina por hora. Calcule o consumo dessa aeronave em 3,5 horas de voo.

a) 999 ℓ

b) 1357 ℓ

c) 1399 ℓ

d) 1400 ℓ

e) 1401 ℓ

Comentário:

Consumo	Tempo
400 L	1h
X	3,5h

$$\frac{400}{x}=\frac{1}{3,5}\Rightarrow x=40\cancel{0}\cdot\frac{35}{1\cancel{0}}\Rightarrow x=1400\ell$$

Gabarito: D

---

49. (FN 2013) – Quatro soldados, trabalhando 8 horas por dia, abrem uma trincheira de 30 metros de comprimento em 10 dias. Qual o comprimento da trincheira (com a mesma largura e altura que a anterior) que seis soldados abrirão em 8 dias, trabalhando 9 horas por dia?

a) 40,5 metros

b) 55,7 metros

c) 63,2 metros

d) 68,1 metros

e) 70,3 metros

Comentário:

Montando a regra de três, temos:

soldado	Tempo	metros
4	80h	30
6	72h	x

$$\frac{30}{x}=\frac{4}{6}\cdot\frac{\cancel{80}^{10}}{\cancel{72}_{\cancel{9}}}\Rightarrow 4x=3\cdot 6\cdot 9$$

$$\Rightarrow x=\frac{3\cdot\cancel{2}\cdot 3\cdot 9}{\cancel{4}}\Rightarrow x=\frac{81}{2}=40,5$$

Gabarito: A

---

50. (FN 2014) – Na casa de Pedro eram consumidos, em média, 960 quilowatts-hora de energia elétrica por mês. Por motivo de racionamento, esse consumo foi reduzido em 20%. Para atender a esse racionamento, qual o número máximo de quilowatts-hora que deverá ser consumido mensalmente na casa?

a) 960

b) 768

c) 520

d) 192

e) 96

Comentário:

Consumo médio: 960

Redução de 20%:

$$960-\frac{2\cancel{0}}{1\cancel{0}\cancel{0}}-96\cancel{0}\Rightarrow 960-192$$

$\Rightarrow 768$ quilowatts/hora

Gabarito: B

---

51. (FN 2014) – Duas torneiras podem, juntas, encher um recipiente em 18 horas. Qual o tempo que cada uma, sozinha, leva para encher esse mesmo recipiente, se a primeira emprega nessa operação 27 horas a mais que a segunda?

a) 54 e 27

b) 57 e 30

c) 58 e 31

d) 59 e 32

e) 60 e 33

Comentário:

1º tanque – enche em x horas, logo: V/x é sua capacidade em 1 hora.

2º tanque – enche em $x+27$ horas, logo: $V/x+27$ é sua capacidade em 1 hora.

Assim:

$$\frac{V}{x/x+27}+\frac{V}{x+27/x}\Rightarrow\frac{V}{18}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{\cancel{V}\cdot(x+27)+\cancel{V}\cdot x}{(x+27)\cdot x}=\frac{\cancel{V}}{18}\;..$$

$$\frac{2x+27}{x(x+27)}\cdot\frac{1}{18}\Rightarrow 18(2x+27)=x^2+27$$

$$\Rightarrow x^2+27x=36x+18\cdot 27$$
$$\Rightarrow x^2+27x-36x-486=0$$
$$\Rightarrow x^2-9x-486=0$$

$$\frac{9\pm\sqrt{81-4\cdot 1(-486)}}{2}\Rightarrow\frac{9\pm\sqrt{2025}}{2}$$

$$\frac{9\pm 45}{2}\Rightarrow\frac{9+45}{2}\Rightarrow\frac{54}{2}\Rightarrow 27 \text{ horas}$$

Logo:

$$x=27h$$
$$x+27=54h$$

Gabarito: A

---

52. (FN 2014) – Com certa quantidade de ração é possível alimentar 40 coelhos durante 30 dias. Calcule os valores de A, B, C e D, de acordo com o quadro abaixo, considerando-se a mesma quantidade de ração?

n° de coelhos	n° de dias
40	30
120	A
B	60
C	15
60	D

a) 90, 80, 20, 60

b) 60, 20, 60, 30

c) 10, 20, 80, 20

d) 10, 40, 20, 15

e) 5, 80, 90, 60

Comentário:

$$\begin{array}{llcc}
 & & \text{coelhos} & \text{dias} \\
1^{\text{a}}) & \text{(I)} & 40 & 30 \\
 & & 120 & \text{A}
\end{array}
\quad \Rightarrow \frac{\cancel{3}\cancel{0}}{A} = \frac{\cancel{12}^{4}\cancel{0}}{40} \Rightarrow A = 10 \text{ dias}$$

$$\begin{array}{llcc}
2^{\text{a}}) & \text{(I)} & 40 & 30 \\
 & & \text{B} & 60
\end{array}
\quad \Rightarrow \frac{40}{B} = \frac{\cancel{60}^{2}}{\cancel{30}} \Rightarrow B = 20 \text{ coelhos}$$

$$\begin{array}{llcc}
3^{\text{a}}) & \text{(I)} & 40 & 30 \\
 & & \text{C} & 15
\end{array}
\quad \Rightarrow \frac{40}{C} = \frac{\cancel{15}}{\cancel{30}} \Rightarrow C = 80 \text{ coelhos}$$

$$\begin{array}{llcc}
4^{\text{a}}) & \text{(I)} & 40 & 30
\end{array}
\quad \Rightarrow \frac{{}^{5}\cancel{30}}{D} = \frac{\cancel{6}\cancel{0}}{4\cancel{0}} \Rightarrow D = 20 \text{ dias}$$

Gabarito: C

---

53. (FN 2015) – Água e tinta estão misturadas na razão de 9 para 5. Sabendo-se que há 81 litros de água na mistura, o volume total em litros é de:

a) 36ℓ.

b) 121ℓ.

c) 126ℓ.

d) 231ℓ.

e)249ℓ.

Comentário:

$\frac{\text{água}}{\text{tinta}} = \frac{9x}{5x} \Rightarrow$ total de 81 litros, logo:

$9x + 5x = 81$

$\frac{\text{água}}{\text{tinta}} = \frac{9x}{5x} \Rightarrow$, $9x = 81 \therefore x = 9$

Assim:

Tinta $5x = 5 \cdot 9 = 45\ell$

O volume total é $9x + 5x = 14x$

Logo $14 \cdot 9 = 126\ell$

Gabarito: C

---

54. (FN 2016) – Divida o número 600 em partes diretamente proporcionais a 2, 3 e 5.

a) 40; 120; 440

b) 90; 180; 230

c) 100; 200; 300

d) 120; 180; 300

e) 150; 200; 250

Comentário:

$$600\begin{cases} 2k \\ 3k \\ 5k \end{cases} \Rightarrow 2k + 3k + 5k = 600$$

$10k = 600 \Rightarrow k = 60$

$$\begin{aligned} 2k &\rightarrow 2 \cdot 60 = 120 \\ 3k &\rightarrow 3 \cdot 60 = 180 \\ 5k &\rightarrow 5 \cdot 60 = 300 \end{aligned}$$

Gabarito: D

---

55. (FN 2017) – As alturas de dois postes estão entre si, assim como 3 está para 5. Sabendo que o menor deles mede 6 m, então o maior mede?

a) 18 m

b) 15 m

c) 12 m

d) 11 m

e) 10 m

Comentário:

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{3x}{5x}$, o menor é 3x, logo:

$3x = 6 \Rightarrow x = 2$

Assim:

$P_2 \Rightarrow 5x \therefore 5 \cdot 2 = 10$ m.

Gabarito: E

---

56. (FN 2017) – Um funcionário de uma empresa recebeu R$ 315,00 a mais no seu salário, referente a um aumento de 12,5%. Sendo assim, qual o salário deste funcionário sem o aumento?

a) R$ 2.205,00

b) R$ 2.520,00

c) R$ 2.712,00

d) RS 2.835,00

e) R$ 2.913,00

Comentário:

12,5% de x = 315,00, assim:

$$\frac{12,5}{100} \cdot x = 3,5 \Rightarrow x = \frac{315 \cdot 100}{12,5} \Rightarrow x = 2.520$$

Gabarito: B

---

57. (FN 2017) – Em um concurso participaram 2.400 candidatos para 120 vagas. A razão entre o número de vagas e o número de candidatos é de:

a) 2

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{20}$

d) $\frac{1}{200}$

e) $\frac{1}{2.000}$

Comentário:

$$\frac{\text{vagas}}{\text{candidatos}} = \frac{\cancel{12}\cancel{0}}{\cancel{240}\cancel{0}} = \frac{1}{20} \;..$$

Gabarito: C

---

58. (FN 2017) – Uma empresa possui 750 funcionários e comprou marmitas individuais congeladas suficientes para o almoço desses funcionários durante 25 dias. Se a empresa contratasse mais 500 funcionários, a quantidade de marmitas adquiridas seria suficiente para quantos dias?

a) 10 dias

b) 12 dias

c) 15 dias

d) 18 dias

e) 20 dias

Comentário:

	funcionários	dias
(I)	750	25
	1250	x

Assim:

$$\frac{25}{x} = \frac{125\cancel{0}}{75\cancel{0}} \Rightarrow x = \frac{25 \cdot 75}{125} \Rightarrow x = 15 \text{ dias}$$

Gabarito: C

---

59. (FN 2018) – A razão entre as idades de dois irmãos hoje é $\frac{5}{6}$ e a soma delas é 33 anos. Quantos anos tem o mais novo?

a) 10 anos.

b) 12 anos.

c) 15 anos.

d) 18 anos.

e) 20 anos.

Comentário:

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{5x}{6x}\Rightarrow 5x+6x=33\Rightarrow 11x=33$$

$$\Rightarrow x=\frac{33}{11}\therefore x=3$$

Logo, o mais novo tem:

$I_1=5x\Rightarrow 5\cdot 3=15$ anos.

Gabarito: C

---

60. (FN 2018) – Na figura abaixo, temos $AP=3$ cm e $\frac{AP}{PB}=\frac{1}{5}$. Nessas condições, determine as medidas de $\overline{PB}$ e $\overline{AB}$, respectivamente.

a) 15 cm e 3 cm

b) 15 cm e 18 cm

c) 12 cm e 15 cm

d) 18 cm e 3 cm

e) 15 cm e 12 cm

Comentário:

Sabemos que:

$\frac{AP}{PB}=\frac{1}{5}$ e AP = 3, logo:

$\frac{3}{PB}=\frac{1}{5}\Rightarrow PB=15$ cm.

Gabarito: A

---

61. (FN 2018) – Sobre o preço de um carro importado incide um imposto de 30%. Em função disso, o preço do carro para o importador é de R$ 19.500,00. Supondo que tal imposto passe de 30% para 60%, qual será, em reais, o novo preço do carro para o importador?

a) R$ 39.000,00

b) R$ 31.200,00

c) R$ 27.000,00

d) RS 25.350,00

e) R$ 24.000,00

Comentário:

Preço do carro: x

Preço com imposto: 1,3x

Logo:

$$1,3x = 19.500,00$$

$$x = \frac{19.500}{1,3} \Rightarrow x = 15.000$$

Caso o imposto fosse de 60%, então:

Preço novo:

$$15.000 + \frac{60}{1\cancel{0}\cancel{0}} \cdot 15.0\cancel{0}\cancel{0}$$

Preço novo:

$$15.000 + 9.000 \Rightarrow 24.000$$

Gabarito: E

---

62. (FN 2018) – Em um mapa cartográfico, 4 cm representam 12 km. Nesse mesmo mapa 10 cm representarão quantos quilômetros?

a) 20

b) 24

c) 30

d) 32

e) 40

Comentário:

mapa	Real
4	12
10	X

$$\frac{12}{x}=\frac{4}{10}\Rightarrow 4x=12\cdot 10\Rightarrow x=30$$

Gabarito: C

---

63. (FN 2019) – Um produto foi vendido com 15% de acréscimo sobre o preço da tabela. Qual era o preço de tabela se o preço de venda foi de R$ 3.450,00?

a) R$ 3.300,00

b) R$ 3.150,00

c) R$ 3.100,00

d) R$ 3.030,00

e) R$ 3.000,00

Comentário:

Preço do produto: x

Preço com acréscimo: 1,15x

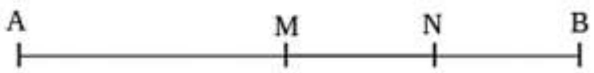
Assim:

$$1,15x=3450=\frac{3450}{1,15}\Rightarrow x=3000$$

Gabarito: E

---

64. (FN 2019) – Na figura abaixo, M é o ponto médio do seguimento $\overline{AB}$ e N é o ponto médio do seguimento $\overline{MB}$. Sabendo que $\overline{AB}=100$ cm, a razão entre os seguimentos $\overline{AN}$ e $\overline{NB}$ é:



a) 2

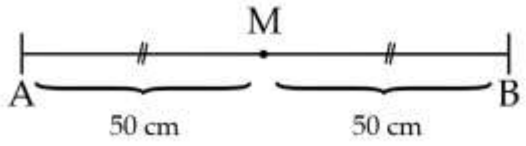
b) 3

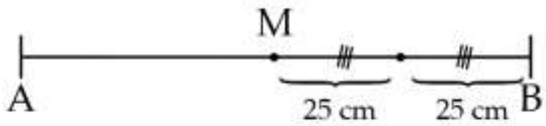
c) 4

d) 5

e) 6

Comentário:





Assim:

$\overline{AN} = 50 + 25 = 75$ cm

$\overline{NB} = 25$ cm

Logo:

$$\frac{\overline{AN}}{\overline{NB}} = \frac{75}{25} = 3$$

Gabarito: B

---

65. (FN 2019) – Um relógio atrasa 3 minutos a cada 6 horas. Quanto tempo o relógio atrasa em 8 dias?

a) 1 hora e 36 minutos

b) 1 hora e 16 minutos

c) 1 hora e 6 minutos

d) 1 hora e 36 segundos

e) 1 hora e 16 segundos

Comentário:

Atraso	horas
3	6
X	192

$$\frac{\cancel{3}}{x} = \frac{\cancel{6}}{192} \Rightarrow x = \frac{192}{2} \Rightarrow x = 96 \text{ min}$$

Gabarito: A

66. (EAM 2004) – Se uma torneira enche um reservatório de água de 5,4 m³ a uma razão de 15 litros por minuto, quanto tempo levará para encher completamente o reservatório?

a) quatro horas

b) cinco horas e meia

c) seis horas

d) seis horas e meia

e) sete horas

Comentário:

É sabido que $1dm^3 = 1L$. Assim:

$$5,4\,m^3 \xrightarrow{\times 10^3} 5400\,dm^3 \rightarrow 5400\,L$$

Desta forma:

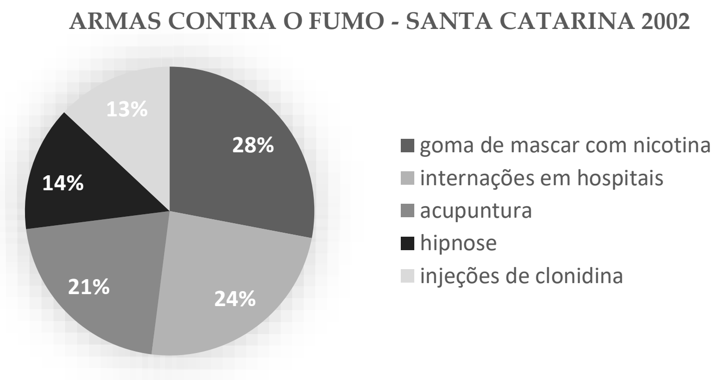
volume	tempo
15	1 min
5400	x

$$\frac{1}{x} = \frac{15}{5400} \Rightarrow x = \frac{5400}{15} \Rightarrow x = 360 \text{ min}$$

Logo: $\frac{360}{60}\,\text{min} = 6\,\text{horas}$.

Gabarito: C

67. (EAM 2004) – Num trabalho de pesquisa feito com 10.000 fumantes, divididos em 5 grupos em que a cada grupo foi aplicada uma arma contra o fumo, conforme o gráfico abaixo. Sabe-se que 40% do grupo que utilizaram a acupuntura parou de fumar. O número de pessoas que participaram dessa pesquisa e que pararam de fumar através da acupuntura é:



a) 840
b) 860
c) 1020
d) 1400
e) 1480

Comentário:

A questão menciona que 40% do grupo que utilizaram acupuntura parou de fumar, então, num primeiro momento temos que encontrar a quantidade de pessoas que utilizaram acupuntura.

Pelo gráfico, temos:

21% de 10.000: acupuntura.

$\frac{21}{1\cancel{0}\cancel{0}} \cdot 10.0\cancel{0}\cancel{0} = 2.100$ pessoas.

Dessas, 40% pararam de fumar, logo:

$\frac{40}{1\cancel{0}\cancel{0}} \cdot 2.1\cancel{0}\cancel{0} = 840$ pessoas.

Gabarito: A

---

68. (EAM 2004) – Um marinheiro ao viajar comprou U$$ 1000,00 a uma taxa de 2,9 Reais por Dólar. Não havendo usado este dinheiro na viagem, ele vendeu, na sua volta a uma taxa de 2,7 Reais por Dólar. Então:
a) O marinheiro lucrou R$ 180,00
b) O marinheiro lucrou R$ 190,00
c) O marinheiro lucrou R$ 200,00
d) O marinheiro perdeu R$ 100,00
e) O marinheiro perdeu R$ 200,00

Comentário:

Sabemos que, na compra:

dólar	real
1	2,9
1000	x

Assim:

$$\frac{2{,}9}{x} = \frac{1}{1000} \Rightarrow x = 2.900$$

Sabemos que, na venda:

dólar	real
1	2,7
1000	x

Prejuízo: compra – venda

Prejuízo: 2.900 – 2.700 = 200,00

Gabarito: E

---

69. (EAM 2005) – Numa competição de tiro-ao-alvo cada atirador deve efetuar 25 disparos. Qual a porcentagem de acertos no alvo de um jogador que obtém $+0{,}5$ pontos sabendo-se que cada tiro no alvo vale $+0{,}4$ e cada tiro fora do alvo vale $-0{,}1$?

a) 25
b) 24
c) 20
d) 16
e) 5

Comentário:

Vamos estipular algumas incógnitas:

$$\left.\begin{array}{l} x \to \text{tiros certos} \\ y \to \text{tiros errados} \end{array}\right\} x + y = 25$$

Assim:

$$\begin{cases} x+y=25 & \ldots(I) \\ 0,4x-0,1y=0,5 & \ldots(II) \end{cases}$$

Multiplicando-se a equação II por 10, temos:

$$4x+y=5 \Rightarrow 4x-5=y$$

$$5x=30 \therefore x=6$$

Se $x=6$, então $y=19$. Com isso, o percentual de acertos foi: $\frac{6}{25}=\frac{24}{100} \therefore 24\%$.

Gabarito: B

---

70. (EAM 2005) – Caso seja cobrado um imposto de 5% sobre o valor de qualquer saque efetuado em uma instituição financeira, qual será o saque máximo possível, em reais, a ser efetuado em uma conta cujo saldo é de 2.100,00 reais?

a) 1.995,00
b) 2.000,00
c) 2.050,00
d) 2.075,00
e) 2.095,00

Comentário:

Valor do saque: x

Valor em conta: 2.100

Sabemos que o valor em conta já está incluso os 5% sobre o valor do saque, assim:

$$x=2.100-5\%\cdot x$$
$$x=2.100-0,05\cdot x$$

$$1,05x=2.100 \Rightarrow x=\frac{2.100}{1,05}$$
$$\Rightarrow x=\frac{2.100}{105}\cdot 100 \Rightarrow x=2.000$$

Gabarito: B

---

71. (EAM 2005) – A maquete de um reservatório R, feita na escala 1 : 500, tem 8 mm de largura, 10 mm de comprimento e 8 mm de altura. Qual é a capacidade em litros do reservatório R?

a) 640
b) 800
c) 6400
d) 8000
e) 80000

Comentário:

O volume de um reservatório é dado pelo produto das três arestas, assim:

- Largura: 8 mm x 500 = 4 m (tamanho real)
- Comprimento: 10 mm x 500 = 5 m (tamanho real)
- Altura: 8 mm x 500 = 4 m (tamanho real)

Logo: $V = 4 \cdot 5 \cdot 4 = 80\,m^3$

Fazendo a transformação, temos:

$$80\,m^3 \to 80.000\,dm^3 \to 80.000\,L$$
$$\underline{\times 10^3}$$

Gabarito: E

---

72. (EAM 2006) – Um percurso de 40 km é feito em 8 horas numa velocidade constante de 5 km/h. Se for aumentado o percurso em 20% e a velocidade em 60%, quantas horas serão necessárias para fazer o novo percurso?
a) 3
b) 6
c) 8
d) 12
e) 15

Comentário:

$$\begin{cases} V_1 \to 5\,km/h \\ V_2 \to 5\,km/h + \dfrac{60}{100} \cdot 5\,km/h = 8\,km/h \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_1 \rightarrow 40\,\text{km/h} \\ S_2 \rightarrow 40\,\text{km/h} + \dfrac{20}{100} \cdot 40\,\text{km/h} = 48\,\text{km/h} \end{cases}$$

Assim:

	percurso	tempo	velocidade	
(D)	40	8	5	(D)
	48	x	8	

$$\frac{8}{x} = \frac{40}{48} \cdot \frac{8}{5} \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 48 \cdot 5}{40 \cdot 8} \Rightarrow x = 6\,\text{h}$$

Gabarito: B

---

73. (EAM 2006) – Dadas as proporções $\dfrac{2}{x+2} = \dfrac{3}{2x+4}$ e $\dfrac{y+16}{2y+2} = 3$, calcule o valor de $x+y$ e assinale a opção correta.

a) −4
b) −2
c) 0
d) 4
e) 9

Comentário:

$$\frac{2}{x+2} = \frac{3}{2x+4}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot (2x+4) = 3 \cdot (x+2)$$

$$\Rightarrow 4x + 8 = 3x + 6 \Rightarrow x = -2$$

$$\frac{y+16}{2y+2} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow y = 16 = 3 \cdot (2y+2)$$

$$\Rightarrow y + 16 = 6y + 6 \Rightarrow 5y = 10 \Rightarrow y = 2$$

Assim:

$$x + y = -2 + 2 = 0$$

Gabarito: C

74. (EAM 2007) – Pedro possui R$ 260,00. Sabe-se que 40% do que ele tem corresponde a 25% da quantia que seu primo tem. Com base nos dados apresentados, é correto afirmar que a quantia, em reais, que o primo de Pedro possui é de:

a) 26
b) 65
c) 104
d) 260
e) 416

Comentário:

Pelo enunciado temos:

40% de Pedro = 25% do Primo

40% de 260 = 25% de x.

$$\frac{4\cancel{0}}{1\cancel{0}\cancel{0}}\cdot 26\cancel{0} = \frac{25}{100}\cdot x$$

$$4\cdot 26 = \frac{25x}{100} \Rightarrow x = 4\cdot 24\cdot 4 \Rightarrow 416{,}00$$

Gabarito: E

75. (EAM 2007) – Uma torneira com vazamento de 20 gotas por minuto, desperdiça, em 30 dias, 100 litros de água. A mesma torneira vazando 45 gotas por minuto, durante 20 dias, desperdiçará quantos litros de água?

a) 66
b) 120
c) 150
d) 180
e) 337

Comentário:

Pelo enunciado temos:

	vazão		tempo	litro
(D)	20	(D)	30	100

45 20 x

$$\frac{100}{x} = \frac{\cancel{20}}{45} \cdot \frac{30}{\cancel{20}} \Rightarrow x = \frac{45 \cdot 10\cancel{0}}{3\cancel{0}} \Rightarrow x = 150\,L$$

Gabarito: C

76. (EAM 2008) – Na compra de um ventilador que custa R$ 150,00, uma pessoa dá 8,5% de entrada e o restante vai pagar em cinco parcelas iguais. Qual o valor de cada parcela?
a) 27,45
b) 27,65
c) 28,35
d) 28,50
e) 29,25

Comentário:

Pelo enunciado, temos:

- Entrada = 8,5% de 150,00

Assim:

$$\frac{8,5}{100} \cdot 150 \Rightarrow \frac{85}{1000} \cdot 150 = 12,75 .$$

Com essa entrada de 12,75 o restante é parcelado em 5 vezes, logo:

$$150,00 - 12,75 = 137,25$$

$$\frac{137,25}{5} = 27,45\,(\text{cada parcela})$$

Gabarito: A

77. (EAM 2009) – O valor dos juros simples produzidos por um capital de R$ 2.000,00 aplicados durante 1 ano e 8 meses à taxa de 1,5% a.m. é, em reais, igual a:
a) 400
b) 500
c) 600
d) 700
e) 800

Comentário:

Sabemos que: $J = \frac{c \cdot i \cdot t}{100}$

Assim: $\begin{cases} \text{1 ano 8 meses = 20 meses} \\ \text{1,5\% ao mês} \end{cases}$

Logo:

$$J = \frac{20\cancel{0}\cancel{0} \cdot 1,5 \cdot 20}{1\cancel{0}\cancel{0}}$$

$$J = 600,00$$

Gabarito: C

---

78. (EAM 2010) – Sabendo que 1 grosa é equivalente a 12 dúzias, é correto afirmar que dez grosas são equivalentes a quantas unidades?

a) 1200
b) 1440
c) 1500
d) 1680
e) 2440

Comentário:

Pelo enunciado, temos:

grosa	dúzia
1	12
10	x

$$\frac{12}{x} = \frac{1}{10} \therefore x = 12 \cdot 10 \Rightarrow x = 120 \text{ dúzias}$$

Logo: $120 \times 12 = 1440$

Gabarito: B

---

79. (EAM 2010) – Suponha que uma pessoa corra em uma esteira 4500 m em 900 minutos. Sabendo que a velocidade é a razão do espaço pelo tempo decorrido, determine a velocidade desenvolvida por essa pessoa, supondo que essa velocidade seja constante.

a) 5,0 km/h
b) 2,5 km/h
c) 1,5 km/h
d) 0,8 km/h
e) 0, 3 km/h

Comentário:

Pelo enunciado, temos:

$$V = \frac{S}{t} \Rightarrow V = \frac{4500}{900\,\text{min}}$$

$$V = \frac{4,5\,\text{km}}{\frac{900}{60}\text{h}} \Rightarrow V\frac{4,5}{15} \Rightarrow 0,3\,\text{km/h}$$

Gabarito: E

80. (EAM 2010) – Uma TV em cores de LCD custa, a prazo, R$ 2.300,00. Para pagamento à vista, seu valor é 20% mais barato em relação ao seu preço a prazo. Qual o preço à vista dessa TV?

a) R$ 4.000,00
b) R$ 2.100,00
c) R$ 2.040,00
d) R$ 1.900,00
e) R$ 1.840,00

Comentário:

Valor a prazo = 2.300,00

À vista = $2.300 - \frac{20}{100} \cdot 2.300$

$\Rightarrow 2.300 - 460$
$\Rightarrow 1.840,00$

Gabarito: E

81. (EAM 2010) – Uma copiadora XL2010 produz 12000 cópias em 12 horas. Quantas copiadoras XL2010 seriam necessárias para imprimir as 12000 cópias em 4 horas?

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

Comentário:

Pelo enunciado, temos:

copiadora	cópias		horas	
1	12.000	(D)	12	(I)
x	12.000		4	

$$\frac{1}{x}=\frac{12.000}{12.000}\cdot\frac{4}{12}\Rightarrow x=\frac{12}{4}\Rightarrow x=3h$$

Gabarito: B

---

82. (EAM 2012) – Se seis torneiras iguais enchem um tanque em 420 minutos, em quantos minutos dez torneiras iguais às anteriores enchem este tanque?

a) 240 m
b) 245 m
c) 250 m
d) 252 m
e) 260 m

Comentário:

	vazão	tempo
(I)	6	420
	10	x

$$\frac{42\cancel{0}}{x}=\frac{1\cancel{0}}{6}\Rightarrow x=252\,\text{min}$$

Gabarito: D

---

83. (EAM 2012) – Os ângulos internos de um triângulo são diretamente proporcionais a 2, 7 e 9. Então o menor ângulo interno desse triângulo mede:

a) 90°

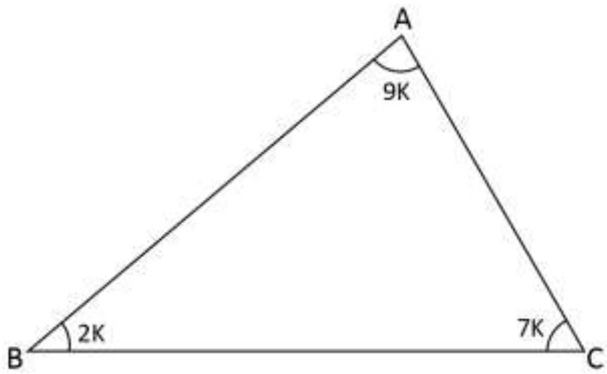
b) 80°

c) 70°

d) 40°

e) 20°

Comentário:



Soma dos ângulos internos de um triângulo $\Rightarrow S_i = 180°$

$$2k + 7k + 9k = 180$$
$$18k = 180$$
$$k = 10°$$

Assim, o menor ângulo vale $2k = 20°$.

Gabarito: E

84. (EAM 2012) – Uma geladeira de R$ 1.250,00 passou a custar R$ 1.100,00 para pagamento à vista. O preço desta geladeira teve, portanto, um desconto de:

a) 14%

b) 13%

c) 12%

d) 11%

e) 10%

Comentário:

Sabemos que o percentual de aumento é dado pelo quociente entre a diferença do maior valor com o menor valor e o valor inicial, veja :

$$D = \frac{V_i - V_f}{V_i} \Rightarrow \frac{1250 - 1100}{1250} \Rightarrow \frac{150}{1250} = 12\%$$

Gabarito: C

85. (EAM 2013) – Caso uma televisão de R$ 915,00 esteja sendo vendida com um desconto de 28%, quanto se pagará por ela?

a) R$ 256,20

b) R$ 649,80

c) R$ 658,80

d) R$ 769,80

e) R$ 889,80

Comentário:

Imaginemos a seguinte equação:

$$V_f = V_i - V_i \cdot d$$
$$V_f = 915 - 915 \cdot 28\%$$
$$V_f = 915 - 915 \cdot \frac{28}{100}$$
$$V_f = 915 - \frac{25 \cdot 620}{100}$$
$$V_f = 658{,}8$$

Gabarito: C

86. (EAM 2013) – Sabendo que um determinado serviço é feito, por três marinheiros, em duas horas, em quantos minutos o mesmo serviço será feito por quatro marinheiros?

a) 90

b) 95

c) 100

d) 110

e) 120

Comentário:

	marinheiro	tempo
(I)	3	2
	4	x

$$\frac{2}{x}=\frac{4}{3}\Rightarrow x=\frac{2\cdot 3}{4}\Rightarrow x=\frac{6h}{4}\Rightarrow \frac{6\cdot 60}{4}\min$$

$$\Rightarrow x=90\min$$

Gabarito: A

---

87. (EAM 2014) – Uma câmera fotográfica digital custa R$ 500,00 à vista. Se for vendida à prazo, o valor passa a ser R$ 560,00. Qual o percentual de acréscimo na venda dessa câmera à prazo?

a) 5,6%

b) 10%

c) 12%

d) 20%

e) 56%

Comentário:

Preço de venda – 500,00 (à vista)

A prazo, temos que: $P_v = 560,00$

Assim:

$$P=\frac{P_f-P_i}{P_i}\Rightarrow P=\frac{560-500}{500}\Rightarrow \frac{6\cancel{0}}{50\cancel{0}}=\frac{6}{50}=\frac{12}{100}=12\%$$

Gabarito: C

---

88. (EAM 2015) – Os investimentos a juros simples são diretamente proporcionais ao valor do capital inicialmente aplicado e também, à quantidade de tempo que o valor fica investido. Ou seja, a taxa de juros simples é sempre aplicada ao capital inicial. Sendo assim, um capital será triplicado ao ser aplicada uma taxa percentual de 5% ao mês depois de:

a) 4 meses

b) 30 meses

c) 3 anos e 4 meses

d) 4 anos

e) 5 anos

Comentário:

É importante ressaltar que o juros da questão é igual a duas vezes o capital. Sabemos ainda que o Montante é igual ao Juros adicionado ao capital ,assim:

$J = 2C$, pois: $M = J + C \Rightarrow M = 2C + C = 3C$

Sabemos ainda que juros é capital multiplicado pela taxa e pelo tempo, então:

$$2C = C \cdot it \Rightarrow 2C = C \cdot 5\% \cdot t$$

$\Rightarrow 2 = \frac{5}{100} \cdot t = t = \frac{200}{2} = 40$ meses

Ou seja, 40 meses = 3 anos e 4 meses.

Gabarito: C

---

89. (EAM 2015) – Um ciclista faz um percurso em 4 horas a uma velocidade constante de 9 km por hora. Se o ciclista dobrar sua velocidade, qual será o tempo necessário para percorrer o mesmo trajeto?

a) 1 hora
b) 2 horas
c) 3 horas
d) 4 horas
e) 5 horas

Comentário:

tempo	velocidade	
4h	9km/h	(I)
x	18km/h	

$\frac{4}{x} = \frac{18}{9} \Rightarrow \frac{4}{x} = 2 \therefore x = 2h$

Gabarito: B

---

90. (EAM 2016) – Uma bomba hidráulica consegue encher, em sua capacidade máxima, 2 caixas de água, de 500 litros cada, em 3 horas. Qual o tempo necessário para a mesma bomba, em sua capacidade máxima, encher uma caixa de água de 750 litros?

a) 2 h 15 min
b) 2 h 25 min
c) 3 h 25 min
d) 3 h 30 min
e) 4 h 45 min

Comentário:

	tempo	velocidade
(D)	1000L	3h
	750L	x

$$\frac{3}{x}=\frac{100\cancel{0}}{75\cancel{0}}\Rightarrow\frac{3}{x}=\frac{\cancel{25}\cdot 4}{\cancel{25}\cdot 3}\Rightarrow x=\frac{9}{4}h$$

Assim:

$$\frac{9h}{4}=\frac{8h+1h}{4}\Rightarrow 2h+\frac{1h}{4}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2h+\frac{60min}{4}\Rightarrow 2h\,15min$$

Gabarito: A

---

91. (EAM 2016) – Uma tropa possui 7% de seus soldados nascidos no Norte do país, 15% na região Sudeste, 10% na região Sul, 3% na região Centro-oeste e o restante no Nordeste. Considerando que a tropa é composta por 140 soldados, determine quantos são do Nordeste e assinale a opção correta:

a) 83
b) 87
c) 90
d) 91
e) 93

Comentário:

Sabendo que a tropa é composta por 140 soldados, então:

100% – (7% + 15% + 10% + 3%) = Nordeste

100% – 35% = Nordeste = 65%

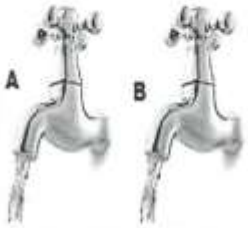
Assim:

65% de 140 = Nordeste

$\frac{65}{100} \cdot 140 \Rightarrow \frac{91\cancel{0}\cancel{0}}{1\cancel{0}\cancel{0}} \Rightarrow 91$ soldados.

Gabarito: D

92. (EAM 2018) – Observe a figura abaixo.



Uma piscina se utiliza das duas torneiras e do ralo da figura acima para manutenção do seu nível de água. A torneira B, aberta sozinha, enche a piscina em 6 horas e a torneira A, também sozinha, enche a piscina em 4 horas. Caso a piscina esteja cheia, o ralo a esvaziará num tempo t. Num certo dia, o piscineiro, estando a piscina vazia, abriu as duas torneiras, porém esqueceu de fechar o ralo constatando posteriormente que a piscina ficou completamente cheia, nessas condições, em 12 horas. Sendo assim, é correto afirmar que essa piscina com as duas torneiras fechadas e o ralo aberto, estando totalmente cheia, necessitará de t horas para esvaziá-la, sendo t igual a:

a) 3
b) 5
c) 7
d) 9
e) 12

Comentário:

Já sabemos que para esse tipo de questão temos que trabalhar com capacidade de trabalho, certo? Então vamos lá!

- $B \rightarrow 6h \Rightarrow \frac{V}{6} \rightarrow$ sua capacidade de trabalho.
- $A \rightarrow 4h \Rightarrow \frac{V}{4} \rightarrow$ sua capacidade de trabalho.
- Ralo $\rightarrow \frac{V}{t}$ (esvazia)

Assim:

$$\frac{V}{6}+\frac{V}{4}-\frac{V}{t}=\frac{V}{12}$$

$$\frac{V}{t}=\frac{V}{\cancel{6}_2}+\frac{V}{\cancel{4}_3}-\frac{V}{\cancel{12}_1}$$

$$\frac{V}{t}=\frac{2V+3V-V}{12}\Rightarrow\frac{V}{t}=\frac{4V}{12}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{t}=\frac{4}{12}\Rightarrow t=3h$$

Gabarito: A

---

93. (EAM 2018) – Uma padaria produz 800 pães e, para essa produção, necessita de 12 litros de leite .Se a necessidade de leite é proporcional à produção, se o dono quer aumentar a produção de pães em 25% e se o litro de leite custa R$ 2,50, quanto o dono deverá gastar a mais com a compra de leite para atingir sua meta?
a) R$ 5,00
b) R$ 7,50
c) R$ 20,00
d) R$ 30,00
e) R$ 37,50

Comentário:

Sabemos que:

800 pães $\rightarrow$ 12L, assim:

$\frac{25}{1\cancel{0}\cancel{0}}:8\cancel{0}\cancel{0}\Rightarrow 200$ pães a mais.

Assim:

$$\begin{array}{ccc} 800 & — & 12L \\ 200 & — & xL \end{array}$$

$$\frac{12}{x}=\frac{8\cancel{0}\cancel{0}}{2\cancel{0}\cancel{0}}\Rightarrow\frac{12}{x}=4\therefore x=3L$$

Como o leite custa 2,50 o litro, então:

$3 \times 2,50 \Rightarrow 7,50$.

Gabarito: B

94. (EAM 2018) – Dentre os inscritos em um concurso público, 60% são homens e 40 % são mulheres. Sabe-se que já estão empregados 80% dos homens e 30% das mulheres. Qual a porcentagem dos candidatos que já têm emprego?

a) 60%
b) 40%
c) 30%
d) 24%
e) 12%

Comentário:

Imaginemos 1000x o total de inscritos, assim:

$$1000x \begin{cases} \rightarrow 60\%\, H = 600x \\ \rightarrow 40\%\, M = 400x \end{cases}$$

Sabemos que:

$$\frac{80}{1\cancel{0}\cancel{0}} \cdot 6\cancel{0}\cancel{0}x \rightarrow$$ homens empregados

$480x \rightarrow$ homens empregados

$$\frac{30}{1\cancel{0}\cancel{0}} \cdot 4\cancel{0}\cancel{0}x \rightarrow$$ mulheres empregadas

$120x \rightarrow$ mulheres empregadas

Logo:

$$480x + 120x = 600x$$

$$\frac{6\cancel{0}\cancel{0}x}{10\cancel{0}\cancel{0}x} \Rightarrow 60\%$$

Gabarito: A

95. (EAM 2019) – Para vender seus produtos, um comerciante reduziu os preços dos brinquedos em 10%. Depois que houve uma recuperação nas vendas, decidiu restaurar o valor antigo. Sendo assim, o novo preço deve ser aumentado aproximadamente em

a) 9%
b) 11%
c) 13%
d) 15%
e) 17%

Comentário:

Imaginemos o preço no valor de 100,00.

Assim, com um desconto de 10%, temos que:

$$100-\frac{10}{1\cancel{0}\cancel{0}}\cdot 1\cancel{0}\cancel{0}\Rightarrow 100-10=90,00\,.$$

Para restaurar o preço antigo de 100,00, temos que:

$$100=90+90\cdot\frac{x}{100}$$

$$10.000=9.000+90x$$

$$90x=1000$$

$$x=\frac{100\cancel{0}}{9\cancel{0}}\Rightarrow x=\frac{100}{9}\cong 11\%$$

Gabarito: B

---

96. (EAM 2019) – Um produto custa à vista R$ 100,00 e pode ser vendido também em 2 parcelas, sendo a primeira no ato da compra, com valor de R$ 50,00, e a segunda, a vencer em 30 dias, com o valor de R$ 60,00. Sendo assim, calcule a taxa mensal de juros cobrado pelo vendedor e assinale a opção correta.
a) 20%
b) 10%
c) 8%
d) 6%
e) 5%

Comentário:

- Preço à vista $\rightarrow$ 100,00
- Preço a prazo $\rightarrow$ 110,00

Assim:

$110-50=60$ para pagar em 1 mês.

Logo: $10=50\cdot i\cdot 1$

$\frac{10}{50}=i\Rightarrow i=\frac{20}{100}\Rightarrow 20\%$

Gabarito: A

É isso, meu querido! Finalizamos a nossa Aula 01. Espero que tenham gostado!

Restando qualquer dúvida, estou à disposição no fórum de dúvidas. Pode usar sem moderação!!

Mantenham a pegada, a sua aprovação está mais perto que imagina!

Qualquer crítica, sugestão ou elogio, só entrar em contato pelas redes sociais abaixo:

Fale comigo!

@profismael_santos	*Ismael Santos*	*@IsmaelSantos*

Vamos que vamos! Fé na missão, FUTURO ESPECIALISTA!