Estratégia Militares

CURSO EXTENSIVO

ITA

2023

ELETROMAGNETISMO

AULA 06
ELETRODINÂMICA III

Prof. João Maldonado

www.estrategiamilitares.com.br

Sumário

Introdução

Nessa aula daremos continuidade ao estudo de Eletrodinâmica para AFA, dirigindo os nossos trabalhos para os geradores, receptores, e para a resolução de circuitos elétricos e capacitores em regime de circuito transitório.

Além disso, apresentaremos técnicas avançadas para resolução de circuitos. Essas técnicas são muito legais para simplificação do circuito e te dar um poder de resolução muito grande. Entretanto, não são técnicas 100% essenciais para a resolução de questões, portanto não gaste muito tempo nesses tópicos. No capítulo de capacitor em regime transitório, teremos algumas demonstrações usando Cálculo, mas peço para se atentar ao bizu para a prova.

Caso tenha alguma dúvida entre em contato conosco através do fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:

@prof.maldonado

1. Geradores e receptores

1.1. Gerador elétrico – fontes de DDP

Como vimos na primeira aula de Eletrodinâmica é necessária uma **fonte de DDP** para manter o circuito operando. Existem 5 tipos de fontes de DDP:

1. Células galvânicas
2. Geradores
3. Termoeletricidade
4. Piezoeletricidade
5. Fotoeletricidade

A função desses dispositivos é gerar uma diferença de potencial entre os terminais. Por isso, todos estes elementos são denominados de fonte de **força eletromotriz.**

Tome cuidado: a força eletromotriz não é uma força propriamente dita, mas uma diferença de potencial! Podemos dizer que a força eletromotriz (fem) é o trabalho por unidade de carga que as forças externas realizam para transladar as partículas carregadas. Esquematicamente, temos:

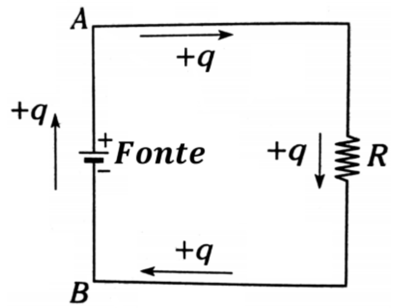


Figura 1: Representação de uma fonte.

Pela definição de corrente elétrica, os portadores de carga eletrizados positivamente ($+q$) se movem por ação do campo elétrico de A para B (do maior para menor potencial elétrico). Entretanto, dentro do gerador, elas devem migrar de B para A ou começariam a se acumular nos terminais AB, cessando a corrente. Para que as partículas saiam do polo negativo e cheguem no polo positivo, isto é, se desloquem contra o potencial, é necessário que as forças externas da fonte realizem trabalho sobre as cargas, levando-as de B para A. A diferença de potencial (força eletromotriz) vale:

$$\mathcal{E} = \frac{\tau_{B\to A}^{F_{ext}}}{q}$$

A unidade de força eletromotriz é o V (volt):

$$J/C = V$$

Podem existir dois tipos de geradores:

- **Gerador ideal:** Possui resistência interna nula ($r_{int} = 0$). Não ocorre nem dissipação de energia e nem de ddo. Ele entrega para o circuito externo toda fem $\mathcal{E}$ da fonte. Esquematicamente:

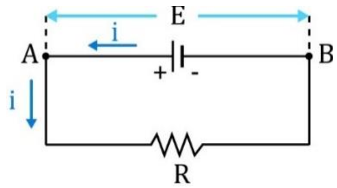


Figura 2: Representação de um gerador ideal.

- **Gerador real:** Possui resistência interna não nula ($r_{int} \neq 0$). Na prática, é impossível existir um gerador sem resistência interna. Existe dissipação de energia e dessa forma a ddp que um gerador real entrega ao circuito externo é menor que a sua fem, pois há uma queda de tensão igual a $r_{int} \cdot i$ dentro do próprio gerador.

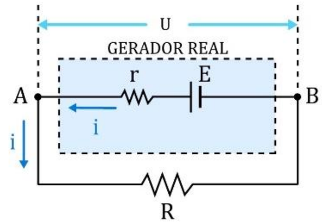


Figura 3: Representação de um gerador real onde a resistência interna é não nula.

1.1.1. A equação do gerador

Considere uma pilha ligada a uma pequena lâmpada com a seguinte representação esquemática:

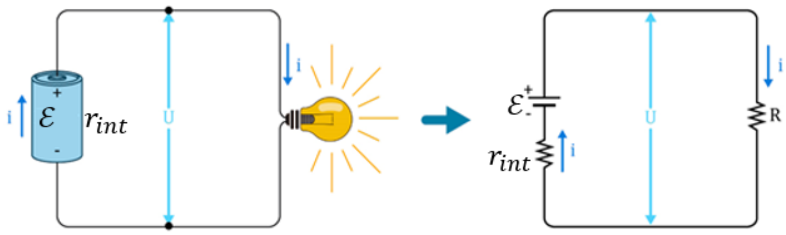


Figura 4: Gerador real ligado a uma lâmpada.

Para determinar a diferença de potencial que a fonte entrega ao circuito externo, iremos analisar a queda de tensão do ponto B até o ponto A. Adotando como nulo o potencial de B, $V_B = 0$, quando a corrente passa pela resistência interna do gerador há uma queda de tensão nela dada pela primeira lei de Ohm ($r_{int} \cdot i$). Logo:

$$V_B - V_C = r_{int} \cdot i$$

Em seguida, há uma elevação do potencial elétrico de C para A, promovido pela força eletromotriz:

$$V_A - V_C = \mathcal{E}$$

Portanto:

$$U = V_A - V_B = (V_A - V_C) - (V_B - V_C) = \mathcal{E} - r_{int} \cdot i$$

Assim, chegamos à equação característica de um gerador:

$$\boxed{U = \mathcal{E} - r_{int} \cdot i}$$

O sentido da corrente elétrica dentro do gerador sempre será do **polo negativo para o polo positivo.**

Podemos construir um gráfico do potencial elétrico em função da posição:

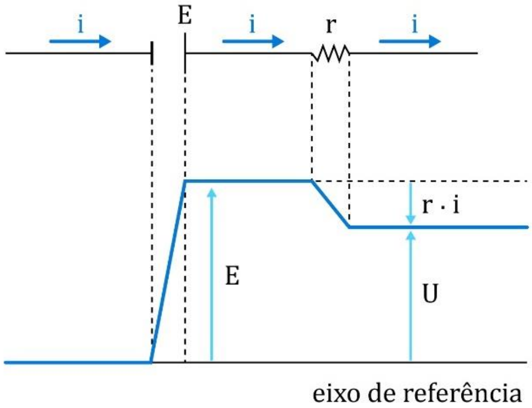


Figura 5:Diagrama representativo das variações de potencial no interior de um gerador elétrico. Note que ele ganhou $\mathcal{E}$, perdeu $r \cdot i$ e o saldo foi U.

1.1.2. Gerador em aberto

Quando um gerador está em aberto (não há nada conectado a ele), não há corrente elétrica passando por ele ($i = 0$). Pela equação característica do gerador, vemos que:

$$U = \mathcal{E} - r_{int} \cdot i \Rightarrow U = \mathcal{E} - r_{int} \cdot 0 \Rightarrow \boxed{U = \mathcal{E}}$$

Dessa forma, a força eletromotriz é denominada de **tensão em aberto** do gerador.

Uma forma de medir a fem de um gerador é conectá-lo a um voltímetro de boa qualidade ($R_V \to \infty$). Nesse caso, como a resistência do voltímetro tenderá ao infinito, a corrente no circuito tenderá a zero e é como se o gerador estivesse em aberto. A medida do voltímetro será muito próxima da força eletromotriz.

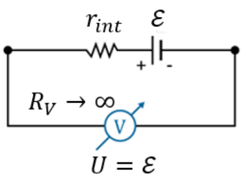


Figura 6: Gerador em aberto. Um voltímetro de resistência interna muito alta é capaz de medir com boa aproximação o valor da fem $\mathcal{E}$.

1.1.3. Gerador em curto-circuito

Um gerador está em curto-circuito quando seus terminais estão ligados por um fio de resistência elétrica desprezível, como na figura abaixo:

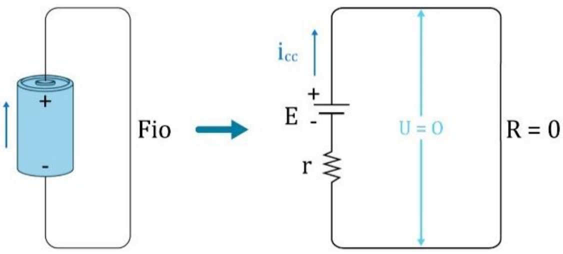


Figura 7: Representação de uma pilha em curto-circuito.

Nessa situação física, a ddp U entre os terminais do gerador é nula, ou seja, toda a força eletromotriz ($\mathcal{E}$) que ele produz está aplicada em sua resistência interna (r_{int}). Aplicando a equação característica do gerador, podemos encontrar a corrente elétrica nessa ocasião:

$$U = \mathcal{E} - r_{int} \cdot i \Rightarrow 0 = \mathcal{E} - r_{int} \cdot i_{cc} \therefore \boxed{i_{cc} = \frac{\mathcal{E}}{r_{int}}}$$

Em que i_{cc} é denominada corrente de **curto-circuito**.

1.1.4. Curva característica de um gerador

A partir da equação característica do gerador, podemos determinar a sua representação gráfica:

$$U = \epsilon - ri$$

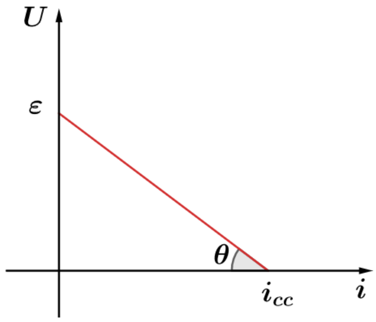


Figura 8:Curva característica de um gerador elétrico.

Da análise matemática, temos:

$$tg\ \theta \overset{N}{=} \frac{\mathcal{E}}{i_{cc}} = \frac{\mathcal{E}}{\frac{\mathcal{E}}{r_{int}}} \Rightarrow \boxed{tg\ \theta \overset{N}{=} r_{int}}$$

Para o gerador ideal ($r_{int} = 0$), temos a seguinte equação característica:

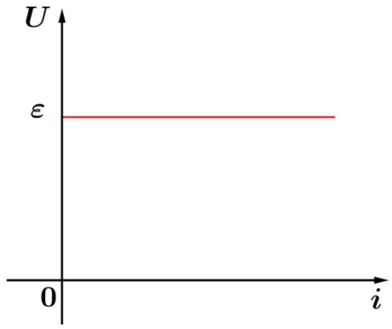


Figura 9: Curva caraterística de um gerador ideal.

1.1.5. Lei de Pouillet

Considere um gerador elétrico de $fem\ \mathcal{E}$ e resistência interna r_{int}, conectado a um único resistor de resistência elétrica R, como na figura abaixo:

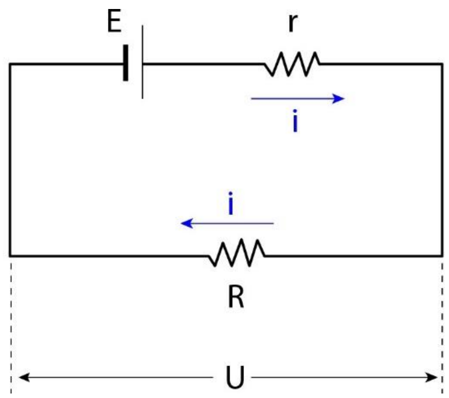


Figura 10: Circuito gerador e um único resistor.

A ddp U entre os terminais do resistor é dada pela primeira lei:

$$U = R \cdot i$$

Por outro lado, sabemos que a ddp entregue pelo gerador é dada pela equação característica:

$$U = \mathcal{E} - r_{int} \cdot i$$

Igualando as duas equações, temos:

$$R \cdot i = \mathcal{E} - r_{int} \cdot i \Rightarrow \boxed{i = \frac{\mathcal{E}}{r_{int} + R}}$$

A Lei de Pouillet fornece a intensidade da corrente elétrica em um circuito simples do tipo gerador-resistor. Para circuitos de uma malha e mais resistores devemos achar a resistência equivalente e para circuitos com mais de uma malha devemos utilizar as Leis de Kirchhoff.

1.2. Potências elétricas no gerador

Considere uma lâmpada ligada a uma pilha conforme mostra a figura abaixo:

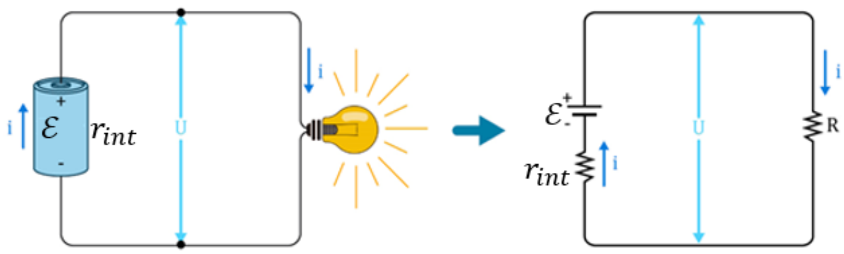


Figura 11: Circuito simples de um gerador alimentando uma lâmpada.

A potência elétrica que a bateria entrega à lâmpada é definida como a potência útil (Pot_u) do gerador. Essa potência pode ser calculada da seguinte forma:

$$\boxed{Pot_u = U \cdot i}$$

A potência dissipada pela resistência interna da pilha geralmente não tem serventia alguma e, por isso, ela é desperdiçada. Essa potência pode ser calculada por:

$$Pot_d = r_{int} \cdot i^2$$

Somando a potência útil com a dissipada (desperdiçada no nosso caso), encontramos a potência elétrica total produzida pelo gerador (Pot_t):

$$Pot_t = Pot_u + Pot_d \Rightarrow Pot_t = U \cdot i + r_{int} \cdot i^2$$

Como $U = \mathcal{E} - r_{int} \cdot i$, temos que:

$$Pot_t = (\mathcal{E} - r_{int} \cdot i)i + r_{int} \cdot i^2 = \mathcal{E} \cdot i$$

$$\therefore \boxed{Pot_t = \mathcal{E} \cdot i}$$

1.2.1. Rendimento elétrico do gerador

O rendimento elétrico de um gerador é definido como a razão entre a parcela útil e o total:

$$\boxed{\eta = \frac{Pot_u}{Pot_t}}$$

Como $Pot_u = U \cdot i$ e $Pot_t = \mathcal{E} \cdot i$, podemos reescrever o rendimento elétrico em função da ddp fornecida pela fonte e sua fem:

$$\eta = \frac{U \cdot i}{\mathcal{E} \cdot i} \Rightarrow \boxed{\eta = \frac{U}{\mathcal{E}}}$$

Observe que como a potência útil é sempre menor que a potência total, o rendimento elétrico é sempre um número entre 0 e 1.

$0 \leq \eta \leq 1$ ou $0 \leq \eta \leq 100\%$ (em porcentagem)

1.2.3. Potência máxima fornecida por um gerador

Considere um circuito simples que consiste em um gerador alimentando um reostato (resistor de resistência variável).

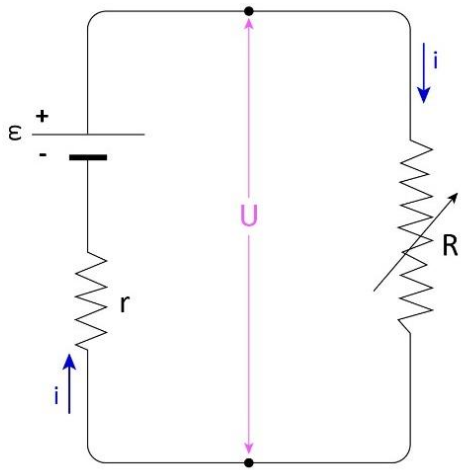


Figura 12: Gerador elétrico alimentando o reostato.

Vimos que a potência útil entregue pelo gerador é dada por:

$$Pot_u = U \cdot i$$

Pela equação característica do gerador, podemos reescrever a Pot_u como:

$$Pot_u = (\mathcal{E} - r_{int} \cdot i) \cdot i \Rightarrow \boxed{Pot_u = \mathcal{E} \cdot i - r_{int} \cdot i^2}$$

Observe que a Pot_u é uma função do segundo grau em i. Como o coeficiente na frente de i^2 é negativo, então a curva que representa a potência útil em função da corrente é um arco de parábola com concavidade para baixo.

Note ainda que se $i = 0$, a potência útil fornecida pelo gerador é nula ($Pot_u = 0$). Além disso, quando o gerador for curto-circuitado, teremos $i_{cc} = \frac{\mathcal{E}}{r_{int}}$, então:

$$Pot_u(i_{cc}) = \mathcal{E} \cdot i_{cc} - r_{int} \cdot i_{cc}^2 = \mathcal{E} \cdot \frac{\mathcal{E}}{r_{int}} - r_{int} \cdot \left(\frac{\mathcal{E}}{r_{int}}\right)^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{r_{int}} - \frac{\mathcal{E}^2}{r_{int}} = 0$$

Podemos concluir que a potência útil será nula quando o circuito estiver aberto e quando o gerador estiver em curto-circuito.

Assim, podemos traçar a curva da potência útil em função da corrente:

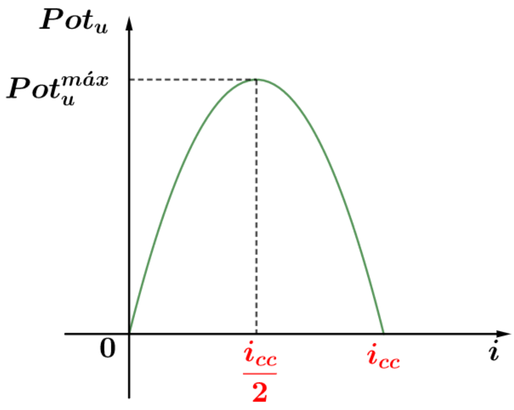


Figura 13: Gráfico da potência útil em função da corrente.

Como a parábola possui simetria, já sabemos que o x_v (ponto que leva ao seu valor máximo) é o ponto médio da corrente de curto e a origem do gráfico:

$$x_v = \frac{i_{cc}}{2} = \frac{\mathcal{E}}{2r_{int}}$$

Portanto, a tensão fornecida pelo gerador é de:

$$U' = \mathcal{E} - r_{int} \cdot i = \mathcal{E} - r_{int} \cdot \frac{i_{cc}}{2} \Rightarrow U' = \mathcal{E} - r_{int} \cdot \frac{\mathcal{E}}{2r_{int}} \Rightarrow \boxed{U' = \frac{\mathcal{E}}{2}}$$

Lembrando que o reostato possui essa ddp U' entre os seus terminais, então:

$$U' = R \cdot \frac{i_{cc}}{2} \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{2} = R \cdot \frac{\mathcal{E}}{2r_{int}} \Rightarrow \boxed{R = r_{int}}$$

Este resultado mostra que para a máxima transferência de potência ao reostato, a resistência do reostato deve ser igual a resistência interna do gerador. Quando isto ocorre, dizemos que o gerador e o circuito externo estão "casados".

Além disso, podemos calcular o rendimento elétrico do gerador nesta condição:

$$\eta = \frac{Pot_u^{máx}}{Pot_t} = \frac{U'}{\mathcal{E}} = \frac{\frac{\mathcal{E}}{2}}{\mathcal{E}} \Rightarrow \eta = 0{,}5 \; ou \; \eta = 50\%$$

Note que para a condição de máxima transferência de potência o rendimento possui um valor razoável. Assim, tal condição raramente é imposta aos sistemas de grande potência, já que as perdas também são muito elevadas (perde-se uma quantidade igual à que é transferida para o circuito externo).

ATENÇÃO
DECORE!

1.

Com o objetivo de aquecer um recipiente no menor tempo possível, conecta-se um gerador de $fem\ \mathcal{E} = 60\ V$ e resistência interna $r_{int} = 3{,}0\ \Omega$ e dispõe-se de dois resistores, um de $9{,}0\ \Omega$ e outro dois de $6,0\ \Omega$.

a) qual deve ser a melhor maneira de se utilizar os resistores para se conseguir o propósito desejado?

b) se a quantidade de calor necessária para ferver a água é de $2{,}4 \cdot 10^5\ cal$, determine o intervalo de tempo mínimo necessário. Adote $1{,}0\ cal = 4{,}0\ J$ e que as perdas calor do recipiente para o ambiente seja nula.

Comentários:

a)

Para que a água possa ferver no menor tempo possível, o gerador deve fornecer a máxima potência ao resistor. Nessas condições, a resistência externa ao gerador deve ser igual à resistência interna da fonte. Portanto, a resistência do circuito externo deve ser igual a $3{,}0\ \Omega$. Como não está disponível um resistor com esse valor de resistência, a melhor solução seria colocar dois resistores de $6{,}0\ \Omega$ em paralelo, pois teríamos uma resistência equivalente igual a $3{,}0\ \Omega$.

b)

A potência elétrica é igual ao calor trocado pelo tempo. Então:

$$P_{máx} = \frac{Q}{\Delta t_{mín}} \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{2} \cdot \frac{i_{cc}}{2} = \frac{Q}{\Delta t_{mín}} \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{2} \cdot \frac{\mathcal{E}}{2r_{int}} = \frac{Q}{\Delta t_{mín}} \Rightarrow \frac{60}{2} \cdot \frac{60}{2 \cdot 3} = \frac{2{,}4 \cdot 10^5 \cdot 4{,}0}{\Delta t_{mín}}$$

$$\Rightarrow \Delta t_{mín} = 3{,}2 \cdot 10^3 s$$

2. (ITA – 1985)

No circuito mostrado na figura, a força eletromotriz e sua resistência interna são respectivamente E e r. R_1 e R_2 são duas resistências fixas. Quando o cursor móvel da resistência R se move para A, a corrente i_1 em R_1 e a corrente i_2 em R_2 variam da seguinte forma:

	i_1	i_2
a)	Cresce	Decresce
b)	Cresce	Cresce
c)	Decresce	Cresce
d)	Decresce	Decresce
e)	Não varia	Decresce

Comentários:

Quando o cursor está o mais afastado de A, R_2 e R estão em série e a resistência neste ramo é a maior possível. Portanto, a resistência do circuito externo ao gerador é a maior possível. Logo, a corrente que chega ao circuito é a menor possível e ao dividir em i_1 e i_2, vemos que i_2 e a menor possível, pois no seu ramo temos a condição de máxima resistência.

À medida que o cursor vai se deslocando para o ponto A, a resistência no ramo de R e R_2 vai diminuindo, pois o cursor é condutor e, assim, R está diminuindo. Dessa forma, a resistência elétrica do circuito equivalente está diminuindo. Consequentemente, a corrente elétrica do circuito está aumentando. Ao dividir em i_1 e em i_2, como a resistência no ramo de R e R_2 está diminuindo, a corrente nesse ramo irá aumentar.

Portanto, a corrente i_1 decresce quando o cursor móvel se desloca para A.

Gabarito: C.

1.3. Receptores elétricos

Chamamos de receptores elétricos dispositivos que recebem energia elétrica de um gerador e convertem uma parte dela em energia não-térmica.

Por exemplo, o motor elétrico é um excelente receptor. Esse dispositivo recebe energia elétrica de um gerador ao qual está conectado e transforma parte dessa energia em energia mecânica. Obviamente, uma parte da energia é desperdiçada termicamente por efeito Joule nos enrolamentos e nos contatos do motor.

Em alguns casos, é possível um gerador trabalhar como receptor e vice-versa. Um exemplo clássico disso são as baterias de automóveis. Quando elas estão alimentando as lâmpadas do carro, elas funcionam um gerador elétrico que está transformando energia química em energia elétrica.

Entretanto, quando elas estão recarregando por um dínamo, a bateria funciona como um receptor, recebendo energia elétrica e acumulando-a em energia química.

Basicamente, um receptor é caracterizado por extrair uma parte da ddp U entre seus terminais e convertendo-a para fins não-térmicos, como nos motores elétricos para produzir energia mecânica.

Essa parte útil da ddp U é chamada de força contraeletromotriz ($fcem$) do receptor, e simbolizamos por $\mathcal{E}'$. A outra parte da ddp U é desperdiçada pelo receptor, pois existe uma resistência interna no receptor que simbolizamos por r'. Em motores elétricos, essa resistência interna é devido aos enrolamentos e aos contatos elétricos.

Podemos representar um receptor nos circuitos elétricos de forma análoga aos geradores:

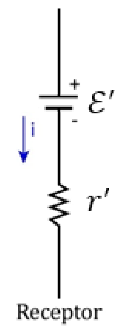


Figura 14: Símbolo de um receptor de $fcem$ $\mathcal{E}'$ e resistência interna r'.

1.3.1. Equação do receptor

Assim como foi feito para o gerador, vamos determinar a equação característica de um receptor. Para isso, considere uma pilha (gerador) alimentando um motor elétrico (receptor) conforme a figura abaixo:

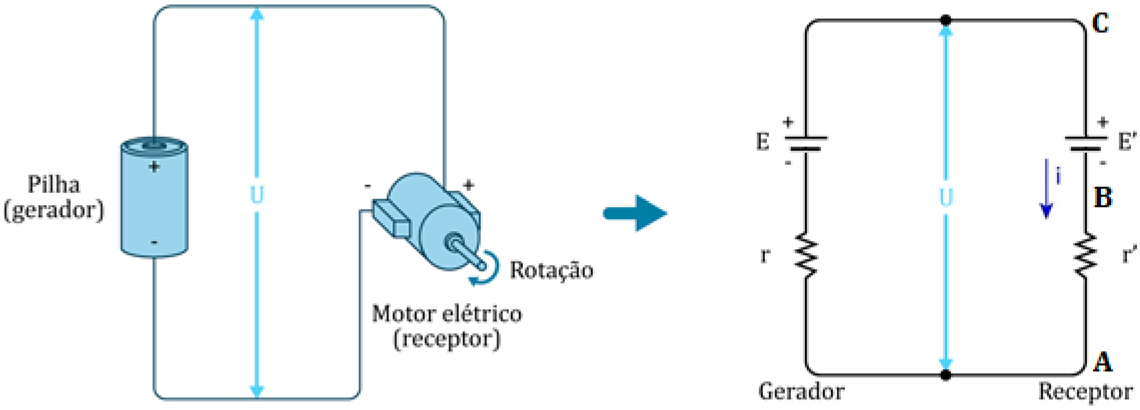


Figura 15: Esquema representativo de um receptor ligado a um gerador.

Observação: o motor não tem polos positivo e negativo próprios. A representação dos sinais (+) e (-) apenas indicam quais terminais foram conectados nos polos positivo negativo da pilha.

Quando o resistor r' é percorrido pela corrente i, a ddp é dada por $V_B - V_A = r' \cdot i$. Entre B e C há um ganho de potencial elétrico igual a $V_C - V_B = \mathcal{E}'$. Portanto, $V_C - V_A = U$ é dado por:

$$U = V_C - V_A \Rightarrow U = (V_C - V_B) + (V_B - V_A)$$

$$\Rightarrow \boxed{U = \mathcal{E}' + r' \cdot i}$$

Pela equação característica do receptor podemos visualizar as quedas de potencial fazendo o seguinte diagrama:

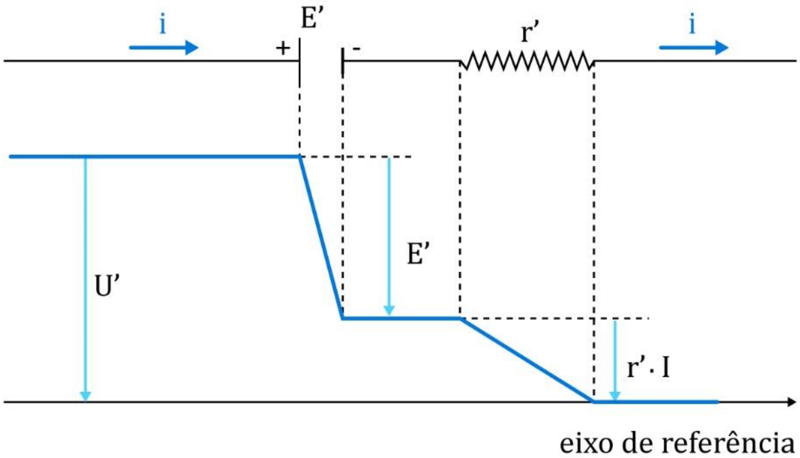


Figura 16: Diagrama representativo das quedas de potencial no receptor.

1.3.2. Curva característica de alguns receptores

De acordo com a equação característica do receptor, vemos que a ddp U entre os terminais do receptor é uma função do primeiro grau em i crescente, como na figura abaixo:

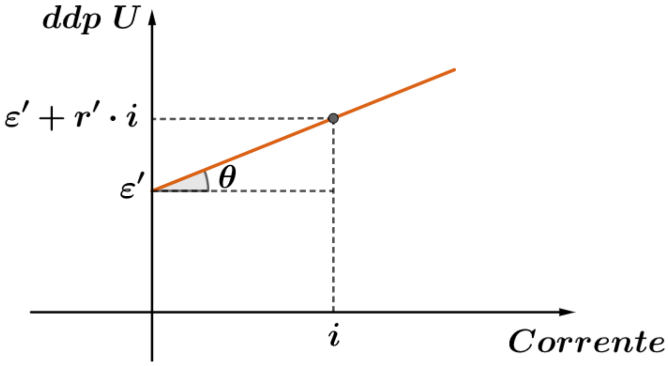


Figura 17: Curva característica de um receptor.

Note que o coeficiente angular da reta é dado por:

$$tg\ \theta = \frac{\mathcal{E}' + r' \cdot i - \mathcal{E}'}{i} \Rightarrow \boxed{tg\ \theta = r'}$$

Além disso, o coeficiente linear corresponde a força contraeletromotriz do receptor:

$$coef.linear = U(i = 0) = \mathcal{E}'$$

1.3.3. Potências elétricas no receptor

Considere um gerador alimentando um receptor, como na figura abaixo:

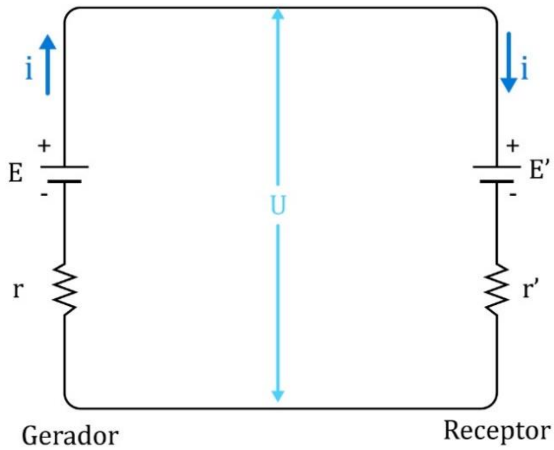


Figura 18: Receptor sendo alimentado por um gerador.

O gerador fornece ao receptor uma potência dada por:

$$Pot_t = U \cdot i$$

Note que para o receptor Pot_t representa a potência total que chega ao receptor. Uma parte dessa potência total é desperdiçada na resistência interna do receptor, na forma $r' \cdot i^2$. Portanto:

$$Pot_t = U \cdot i \text{ e } Pot_d = r' \cdot i^2$$

Fazendo o balanço de potências, podemos determinar a potência útil do receptor:

$$Pot_t = Pot_u + Pot_d \Rightarrow U \cdot i = Pot_u + r' \cdot i^2$$

$$\Rightarrow Pot_u = U \cdot i - r' \cdot i^2 \Rightarrow Pot_u = (U - r' \cdot i) \cdot i$$

$$\Rightarrow \boxed{Pot_u = \mathcal{E}' \cdot i}$$

1.3.4. Rendimento elétrico do receptor

Por definição, o rendimento elétrico é dado por:

$$\eta = \frac{Pot_u}{Pot_t}$$

Substituindo os valores encontrados, temos:

$$\eta = \frac{\mathcal{E}' \cdot i}{U \cdot i} \Rightarrow \boxed{\eta = \frac{\mathcal{E}'}{U}}$$

Como $U = \mathcal{E}' + r' \cdot i$, então $0 \leq \eta \leq 1$ ou $0 \leq \eta \leq 100\%$.

Podemos resumir as potências e os rendimentos no gerador e no receptor no seguinte esquema:

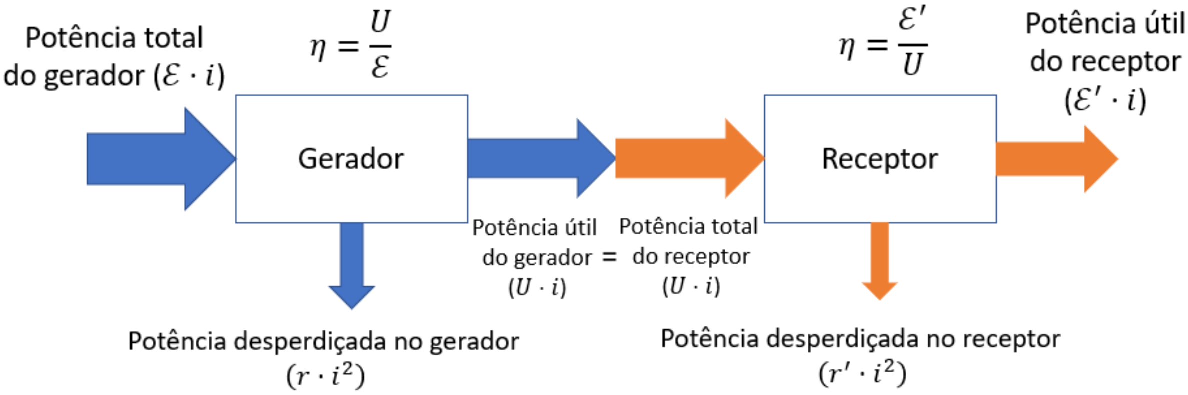


Figura 19: Esquema representativo das potências transferidas no circuito gerador-receptor.

1.3.5. Circuito gerador-receptor

Considere um circuito elétrico formado por um gerador elétrico de fem igual a $\mathcal{E}$ e de resistência interna r, conectado a um receptor elétrico de $fcem$ igual a $\mathcal{E}'$ e de resistência interna r'. Para esse circuito, admita que $\mathcal{E} > \mathcal{E}'$.

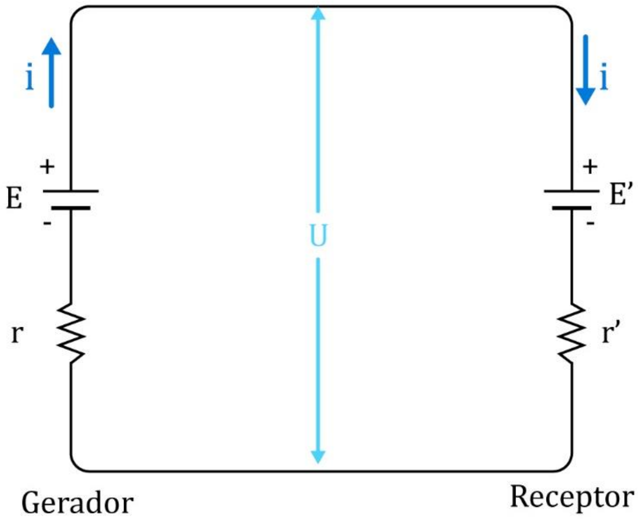


Figura 20: Circuito gerador-receptor.

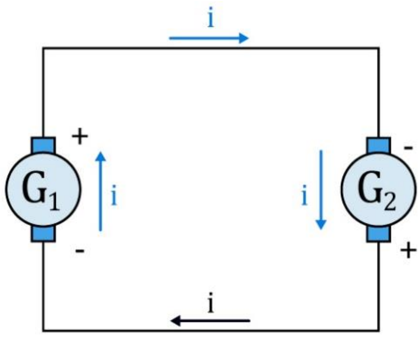
Pelas equações características do gerador e do receptor, temos:

$$U_{receptor} = U_{gerador} \Rightarrow \mathcal{E} - r \cdot i = \mathcal{E}' + r' \cdot i \Rightarrow \boxed{i = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}'}{r + r'}}$$

Essa equação é chamada de Lei de Pouillet para o circuito gerador-receptor. Futuramente, estudaremos as Leis de Kirchhoff e veremos que ela é bem mais forte que a lei de Pouillet e permite resolver circuitos bem mais complexos, envolvendo diversas fontes. Entretanto, estudar esses circuitos simples é fundamental para o entendimento de circuitos mais rebuscados.

1.3.6. Gerador em oposição

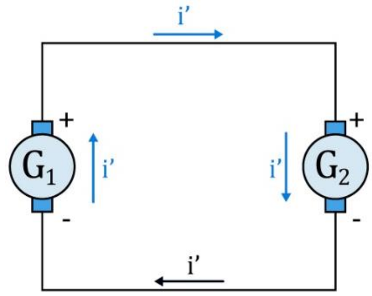
Considere um circuito elétrico formado por dois geradores G_1 e G_2, com a corrente elétrica circulando no sentido horário, conforme figura abaixo:



$$i = \frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2}$$

Figura 21: G_1 e G_2 atuam como dois geradores em série.

Vamos considerar que G_1 tem fem maior que G_2 ($\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}'$). Se invertermos a polaridade de G_2 e colocá-lo em oposição a G_1, como na figura abaixo.



$$i' = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2}$$

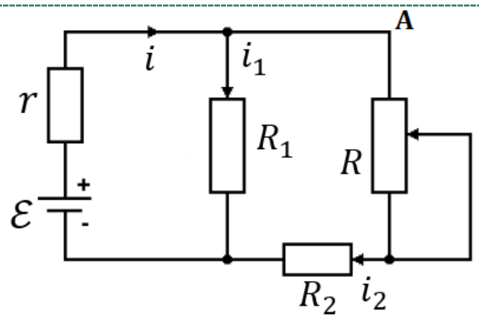
Figura 22: G_2 está em oposição a G_1.

Pela configuração do novo circuito da figura 22, vemos que G_2 agora se torna um receptor. Assim, podemos dizer que um gerador (G_1) está em oposição a outro (G_2), quando a corrente elétrica entra pelo polo positivo de G_2 e sai pelo seu polo negativo.

ATENÇÃO
DECORE!

3. (ITA – SP)

A diferença de potencial entre os terminais de uma bateria é de 8,5 V, quando há uma corrente que a percorre, internamente, do terminal negativo para o positivo, de 3,0 A. Por outro lado, quando a corrente que a percorre internamente for de 2,0 A, indo do terminal positivo para o negativo, a diferença de potencial entre seus terminais é de 11 V. Nestas condições, a resistência interna da bateria, expressa em ohms, e a sua força eletromotriz, expressa em volts, são, respectivamente:



a) 2,0 e 100

b) 0,50 e 10

c) 0,50 e 12

d) 1,50 e 10

e) 5,0 e 10

Comentários:

Inicialmente, a pilha funciona como um gerador e sua equação caraterística pode ser escrita como:

$$U = \mathcal{E} - r \cdot i \Rightarrow 8{,}5 = \mathcal{E} - r \cdot 3 \ (eq. 1)$$

No segundo momento, a pilha funciona como um receptor, já que a corrente percorre do terminal positivo para o negativo. A equação característica para este receptor é dada por:

$$U' = \mathcal{E} + r \cdot i' \Rightarrow 11 = \mathcal{E} + r \cdot 2 \ (eq. 2)$$

Fazendo $(2) - (1)$, temos:

$$11 - 8{,}5 = (\mathcal{E} + r \cdot 2\ ) - (\mathcal{E} - r \cdot 3) \Rightarrow 2{,}5 = 5 \cdot r \Rightarrow \boxed{r = 0{,}5\ A}$$

Substituindo o valor da resistência interna em qualquer uma das equações, encontramos que:

$$11 = \mathcal{E} + 0{,}5 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = 10\ V}$$

1.4. Associação de geradores

Podemos associar dois ou mais geradores em série, em paralelo ou de forma mista. É muito comum em lanternas, rádios e outros aparelhos elétricos, combinar pilhas para atingir uma determinada ddp, conforme a especificação do aparelho.

A seguir, vamos estudar como associar geradores em série e em paralelo, para chegarmos a um único gerador equivalente capaz de, quando percorrido por uma corrente de intensidade igual à da que percorre a associação, mantém entre seus terminais a mesma ddp entre os terminais da associação. Dessa forma, diante de uma associação de geradores, devemos determinar os valores da $fem\ \mathcal{E}$ e a resistência interna r que definem as características do gerador equivalente.

1.4.1. Associação de geradores em série

Dizemos que dois geradores estão associados em série quando são ligados em sequência, de tal forma que cada polo de um gerador está conectado ao polo de sinal oposto do próximo gerador ou do anterior. A figura abaixo ilustra uma associação em série.

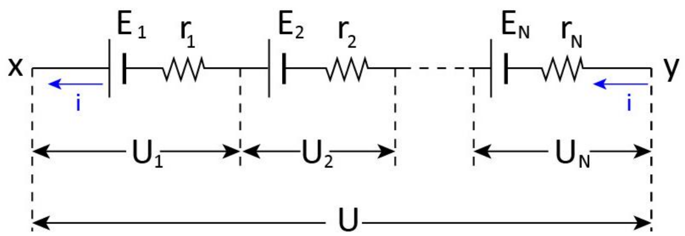


Figura 23: Associação de N geradores em série. Note que todos são percorridos pela mesma corrente elétrica.

Dessa forma, podemos determinar um gerador equivalente que é percorrido pela mesma corrente i que a da associação e mantém a mesma ddp entre os seus terminais.

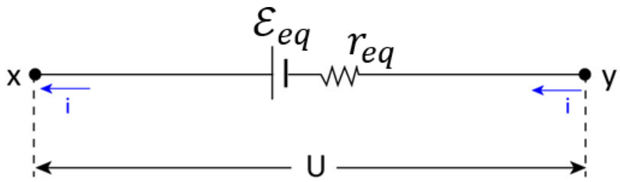


Figura 24: Representação do gerador equivalente.

A propriedade fundamental da associação em série é o fato de a intensidade da corrente elétrica ser a mesma em todos os geradores conectados.

Na associação de N geradores da figura 23, vemos que a ddp entre os terminais x e y é a soma das ddp de cada gerador da associação:

$$U = U_1 + U_2 + \cdots + U_N$$

$$\mathcal{E}_{eq} - r_{eq} \cdot i = \mathcal{E}_1 - r_1 \cdot i + \mathcal{E}_2 - r_2 \cdot i + \cdots + \mathcal{E}_N - r_N \cdot i$$

$$\mathcal{E}_{eq} - r_{eq} \cdot i = (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \cdots + \mathcal{E}_N) - (r_1 + r_2 + \cdots + r_N) \cdot i$$

Para que o gerador seja equivalente à associação, devemos ter que:

$$\mathcal{E}_{eq} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \cdots + \mathcal{E}_N \text{ e } r_{eq} = r_1 + r_2 + \cdots + r_N$$

Diante desse resultado, vemos que ao associar geradores em série, aumentamos a fem e a resistência interna.

Caso os geradores associados sejam iguais, então:

$$\mathcal{E}_{eq} = n \cdot \mathcal{E} \text{ e } r_{eq} = n \cdot r$$

1.4.2. Associação em paralelo de geradores iguais

Neste tipo de conexão, todos os polos positivos dos geradores são ligados entre si e todos os polos negativos também, como na figura abaixo:

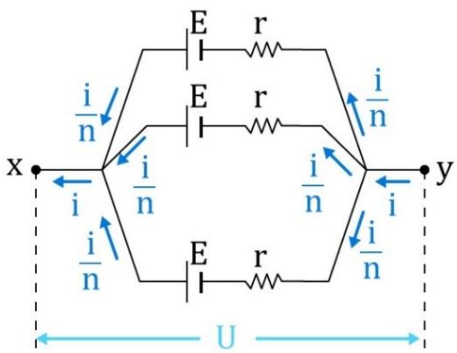


Figura 25: Conexão de n geradores idênticos em paralelo.

Como os n geradores são idênticos, a corrente que atravessa a associação se divide em n partes iguais, isto é, i/n. Além disso, os geradores associados mantêm a ddp U entre os terminais x e y. Portanto, o gerador equivalente é dado por:

$$U = \mathcal{E}_{eq} - r_{eq} \cdot i$$

Para cada gerador associado, temos:

$$U = \mathcal{E} - r \cdot \frac{i}{n}$$

Então:

$$\mathcal{E}_{eq} - r_{eq} \cdot i = \mathcal{E} - \frac{r}{n} \cdot i$$

Para os fins desejados, devemos ter que:

$$\mathcal{E}_{Eq} = \mathcal{E} \text{ e } r_{eq} = \frac{r}{n}$$

Representativamente:

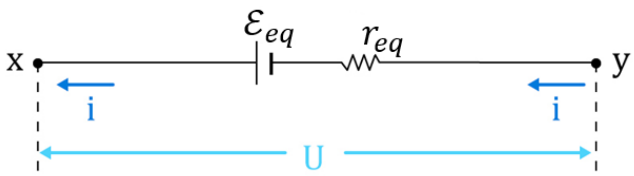


Figura 26: Representação do gerador equivalente para uma associação em paralelo.

Diante desse resultado, podemos concluir que na associação de geradores iguais em paralelo, a fem se mantém e há apenas uma diminuição na resistência interna.

2. As leis de Kirchhoff

Utilizamos as leis de Kirchhoff para a resolução de circuitos com duas ou mais malhas.

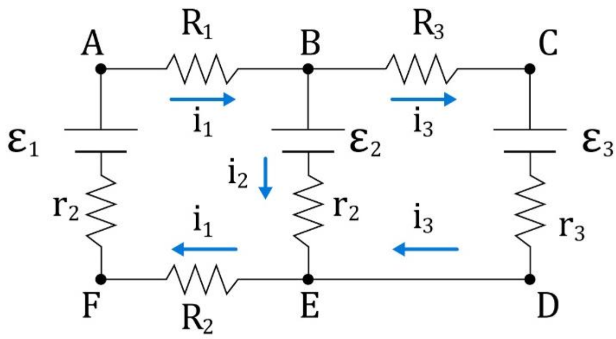
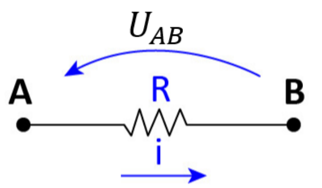
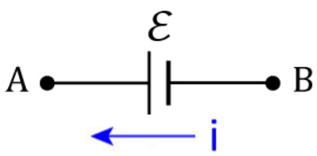
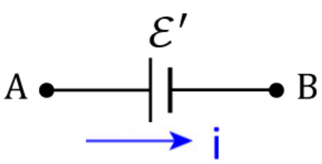
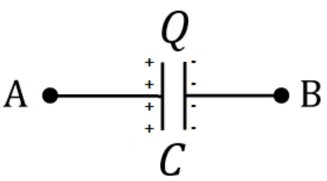


Figura 27: Para resolver o circuito em questão, devemos aplicar as leis de Kirchhoff.

Antes de mostrar as leis de Kirchhoff propriamente ditas, vamos fazer algumas considerações utilizando a tabela de ddp para alguns bipolos elétricos, supondo que o valor do potencial de A é x:

Elemento	V_A	V_B	U_{AB}
	x	$x - R \cdot i$	$R \cdot i$
	x	$x - \mathcal{E}$	$\mathcal{E}$
	x	$x - \mathcal{E}'$	$\mathcal{E}'$
	x	$x - Q/C$	Q/C

Agora, vamos fazer algumas definições, utilizando nosso circuito da figura 28.

1. Nó: ponto do circuito onde a corrente se divide. No nosso exemplo isso ocorre em B e C.
2. Ramo: trecho do circuito percorrido pela mesma corrente. No nosso caso: AB, EF, BE e $BCDE$.
3. Malha: conjunto de ramos que formam um percurso fechado. No nosso exemplo: $ABEFA$, $BCDEB$ e $ABCDEFA$.

Diante dessas definições, podemos enunciar as leis de Kirchhoff:

1) Lei de Kirchhoff das correntes (LKC) ou Lei dos Nós:

O somatório das correntes que entram em um nó é igual ao somatório das correntes que saem do nó. Matematicamente:

$$\left(\sum \boldsymbol{i_{entram}}\right)_{\boldsymbol{nó\ X}} = \left(\sum \boldsymbol{i_{saem}}\right)_{\boldsymbol{nó\ X}}$$

2) Lei de Kirchhoff das tensões (LKT) ou Lei das Malhas:

O somatório das tensões ao longo de uma malha é nulo.

Sempre que resolvermos circuitos elétricos utilizando as Leis de Kirchhoff, adotaremos o seguinte procedimento:

1) Adotamos para cada ramo um sentido da corrente elétrica.
2) Aplicamos a LKC no circuito com o objetivo de diminuir a ordem do sistema de equação a ser obtido. Por exemplo:

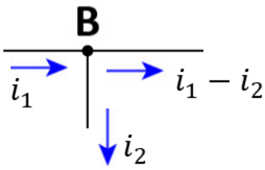


Figura 28: Aplicação da LKC no nó B.

3) Em cada malha, arbitraremos um sentido de percurso e aplicaremos a LKT, obtendo o sistema de equações:

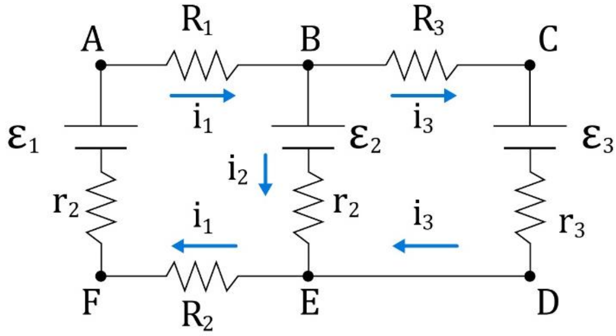


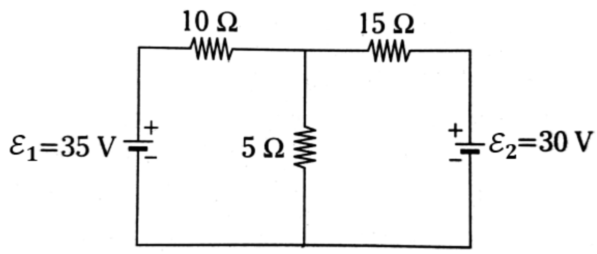
Figura 29: Aplicação de LKT em cada malha.

Rodando a malha $FABEF$ e a malha $EBCDE$, temos as seguintes equações:

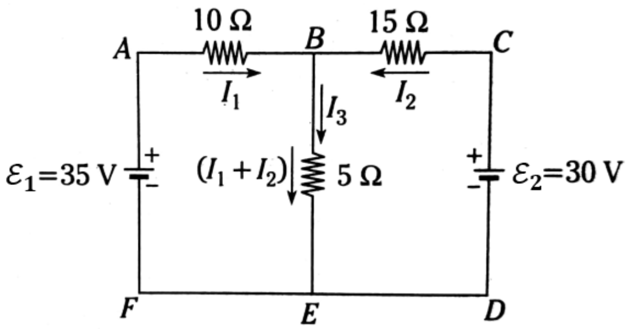
$$\begin{cases} -r_1 \cdot i_1 + \mathcal{E}_1 - R_1 \cdot i_1 - \mathcal{E}_2 - r_2 \cdot i_2 - R_2 \cdot i_1 = 0 \\ +r_2 \cdot i_2 + \mathcal{E}_2 - R_3 \cdot (i_1 - i_2) - \mathcal{E}_3 - r_3 \cdot i_3 = 0 \end{cases}$$

4) Resolvemos o sistema de equações. Por fim, as correntes com sinal negativo deverão ter seus sentidos invertidos.

Vamos resolver um circuito como exemplo. Considere o circuito da figura abaixo:



Inicialmente, arbitramos para ramo um sentido de corrente elétrica.



No segundo passo, aplicamos a LKC no circuito para diminuir a ordem do sistema de equações que será obtido. Por isso, ao invés de escrever i_3, nós substituiremos no circuito i_3 por $i_1 + i_2$. No terceiro passo, aplicamos a LKT para cada malha fechada, obtendo as equações algébricas:

- Malha $FABEF$:

$$35 - 10 \cdot i_1 - 5 \cdot (i_1 + i_2) = 0$$
$$15i_1 + 5i_2 = 35 \ (eq. 1)$$

- Malha $DCBED$:

$$30 - 15 \cdot i_2 - 5 \cdot (i_1 + i_2) = 0$$
$$5i_1 + 20i_2 = 30 \ (eq. 2)$$

Último passo, resolvemos as equações algébricas. Para isso, basta fazer $4 \cdot (eq. 1) - (eq. 2)$:

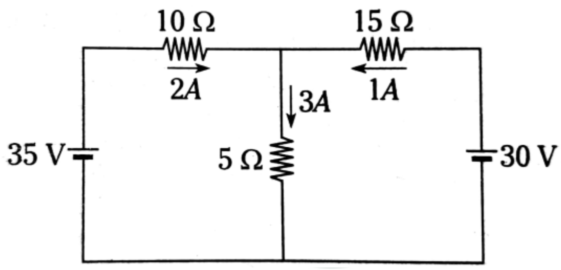
$$4 \cdot (15i_1 + 5i_2) - (5i_1 + 20i_2) = 4 \cdot 35 - 30$$

$$55i_1 = 110 \Rightarrow \boxed{i_1 = 2\ A}$$

Portanto:

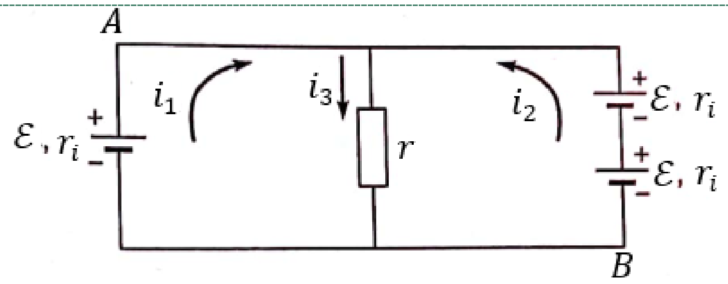
$$15 \cdot 2 + 5i_2 = 35 \Rightarrow \boxed{i_2 = 1\ A}$$

Finalmente, temos:



4. (ITA – SP)

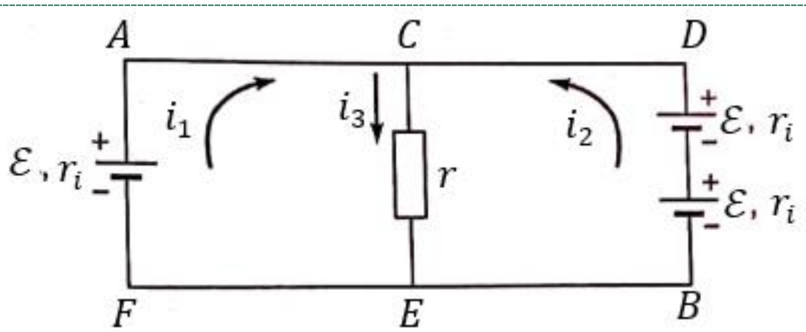
Baseado no esquema abaixo, onde $\mathcal{E} = 2{,}0\ V$, $r_i = 1{,}0\ \Omega$ e $r = 10\ \Omega$ e as correntes estão indicadas, podemos concluir que os valores de i_1, i_2, i_3 e $V_B - V_A$ são:



	i_1	i_2	i_3	$V_B - V_A$
a)	$0{,}20\ A$	$-0{,}40\ A$	$0{,}20\ A$	$2{,}0\ V$
b)	$-0{,}18\ A$	$0{,}33\ A$	$0{,}15\ A$	$-1{,}5\ V$
c)	$0{,}20\ A$	$0{,}40\ A$	$0{,}60\ A$	$6{,}0\ V$
d)	$-0{,}50\ A$	$0{,}75\ A$	$0{,}25\ A$	$-2{,}5\ V$
e)	$0{,}18\ A$	$0{,}33\ A$	$0{,}51\ A$	$5{,}1\ V$

Comentários:

A questão já determinou o sentido da corrente elétricas nas malhas. Então, partiremos para o segundo passo, escrevendo $i_3 = i_1 + i_2$, conforme a LKC no nó C. Portanto, aplicando a LKT em cada malha temos:



Malha $FACEF$:

$$-r_i \cdot i_1 + \mathcal{E} - r \cdot (i_1 + i_2) = 0$$
$$-i_1 + 2 - 10(i_1 + i_2) = 0\ (eq.1)$$

Malha $BDCEB$:

$$-r_i \cdot i_2 + \mathcal{E} - r_i \cdot i_2 + \mathcal{E} - r \cdot (i_1 + i_2) = 0$$

$$-i_2 + 2 - i_2 + 2 - 10 \cdot (i_1 + i_2) = 0 \ (eq.2)$$

Fazendo $(eq.2) - (eq.1)$, temos:

$$-i_2 + 2 - i_2 + 2 - 10 \cdot (i_1 + i_2) - [-i_1 + 2 - 10(i_1 + i_2)] = 0$$

$$i_1 = 2i_2 - 2 \ (eq.3)$$

Substituindo 3 em 1, temos:

$$-(2i_2 - 2) + 2 - 10(2i_2 - 2 + i_2) = 0$$

$$-2i_2 + 2 + 2 - 20i_2 + 20 - 10i_2 = 0$$

$$32i_2 = 24 \Rightarrow i_2 = 0{,}75\ A$$

Substituindo o valor de i_2 na equação 3, temos:

$$i_1 = 2 \cdot 0{,}75 - 2 \Rightarrow \boxed{i_1 = -0{,}5\ A}$$

Logo, i_3 é igual a:

$$i_3 = i_1 + i_2 = 0{,}75 + (-0{,}5) \Rightarrow \boxed{i_3 = 0{,}25\ A}$$

Para determinar a diferença de potencial $V_B - V_A$ basta ver que $V_B = V_E = V_F$. Assim, basta determinar $V_F - V_A$:

$$V_A - V_F = -r_i \cdot i_1 + \mathcal{E} = -1 \cdot (-0{,}5) + 2 = 2{,}5\ V$$

$$\therefore \boxed{V_B - V_A = -2{,}5\ V}$$

Gabarito: D.

3. Instrumentos de medida elétrica

Na aula anterior, mencionamos como funciona um amperímetro ideal, um voltímetro ideal e um galvanômetro. Neste capítulo iremos trabalhar com estes instrumentos fora da idealidade. Existem outros instrumentos de medida elétrica, mas nos ocuparemos apenas naqueles mais básicos.

3.1. Amperímetro

Este instrumento é projetado para medir a corrente elétrica em um ramo do circuito. Como já vimos, sabemos determinar as correntes em cada ramo de um circuito utilizando as Leis de Kirchhoff, mas na prática quando confeccionamos um circuito surge a necessidade de medir a intensidade da corrente de forma experimental e para isso que usamos o amperímetro.

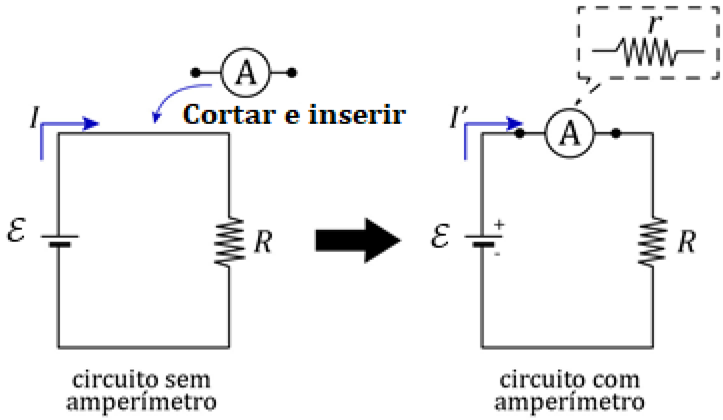


Figura 30: Aplicação de um amperímetro na medida da intensidade de corrente elétrica em um circuito simples.

Quando inserimos um instrumento de medição, em serie ou em paralelo, a resistência total equivalente do circuito se altera, consequentemente, modifica a corrente que a fonte entrega e, respectivamente, sua distribuição.

$$\mathcal{E}$$

Dessa forma, ao introduzir um instrumento de medida no circuito, nós alteramos o valor que desejávamos medir, já que alteramos a resistência total do circuito.

Para adicionar o amperímetro, devemos abrir o circuito no ramo onde deseja-se medir a corrente e o instrumento é acoplado **em série** com os elementos (resistores ou fonte).

Vamos dizer que a resistência interna do amperímetro é r. A partir da figura 29, podemos ver que:

- Quando o circuito está sem o amperímetro:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

- Quando o circuito está com o amperímetro:

$$I' = \frac{\mathcal{E}}{r+R}$$

Ao analisar as duas equações, vemos que $r + R > R$, então $I' < I$. Dessa forma, para que a leitura do amperímetro (I') se aproxime do valor teórico desejado medir, devemos ter que a resistência interna do amperímetro seja muito pequena.

Geralmente, quando se projeta um amperímetro, o valor da resistência interna do amperímetro deve ser da ordem de $m\Omega$ e, para casos de maior precisão, da ordem de $\mu\Omega$. Dessa forma, o valor experimental se aproxima do valor teórico calculado pelas Leis de Kirchhoff.

Sempre que o amperímetro for real, devemos levar em conta sua resistência interna.

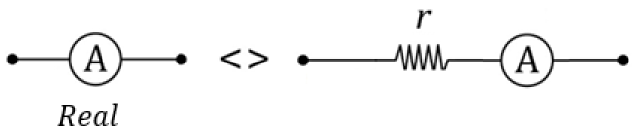


Figura 31: Ao inserir um amperímetro real no circuito, você deve levar em conta sua resistência interna.

Por outro lado, se o amperímetro for considerado ideal, não é necessário considerar sua resistência interna nos cálculos.

Figura 32: Amperímetro ideal sendo inerido no circuito.

3.2. Voltímetro

Assim como medir a intensidade da corrente elétrica é muito importante, também devemos ter um instrumento capaz de medir a ddp entre dois terminais quaisquer de um circuito.

Para isso, utilizamos um aparelho chamado voltímetro que é conectado em paralelo aos terminais onde se deseja medir a ddp, como ilustra a figura abaixo:

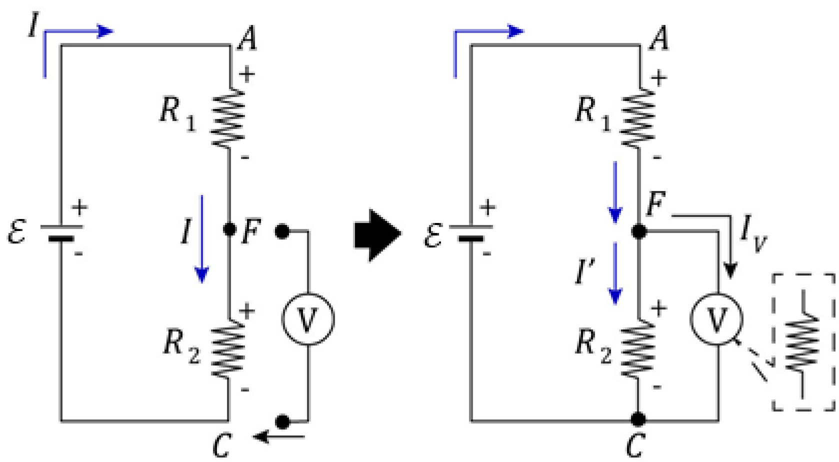


Figura 33: Voltímetro real em um circuito. Deve-se levar em conta a resistência interna do instrumento.

Quando colocamos um voltímetro real no circuito também alteramos a resistência total do circuito e, assim, modificamos a ddp nos pontos onde desejamos medi-la. De acordo com a figura acima, temos que:

- Sem o voltímetro:

$$U_2 = V_F - V_C = R_2 \cdot I$$

- Com o voltímetro:

$$U_2' = V_F - V_C = R_2 \cdot I' = R_V \cdot I_V$$

Em que $I_2 = I' + I_V$.

Podemos ver também que $U_2' < U_2$, já que $I' < I$. Isso decorre do fato da corrente se dividir em F quando adicionamos o voltímetro. Por isso, a leitura do voltímetro é sempre menor que o valor teórico.

Para que a leitura do voltímetro se aproxime muito do valor calculado teoricamente, a corrente que passa por R_2 não deve sofrer alteração considerável. Isto significa que a corrente que passa pelo voltímetro deve ser muito pequena. Para isso, a resistência do voltímetro deve ser muito alta. Geralmente, voltímetros de qualidade possuem resistência interna da ordem de $k\Omega$ e, dependendo da ocasião, da ordem de $M\Omega$.

Quando o voltímetro não é ideal, ao conectá-lo em um circuito, devemos levar em conta sua resistência interna.

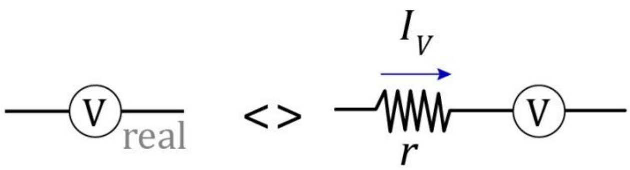


Figura 34: Quando o voltímetro é real, devemos considerar sua resistência interna no circuito.

Caso o voltímetro seja ideal, nos desprezamos a resistência interna.

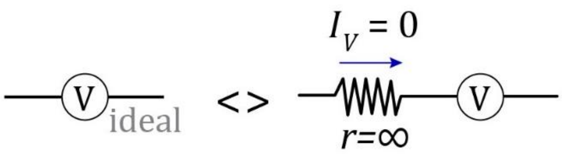


Figura 35: Quando o voltímetro é ideal, consideramos que a corrente não passa por ele.

Como a corrente elétrica no voltímetro ideal é nula, é comum representá-lo por um aberto no circuito:

Figura 36: O voltímetro ideal pode ser considerado um aberto.

3.3. Galvanômetro

O sistema composto por uma bobina de arame condutor que está alojado em um núcleo cilíndrico de ferro e se fixa a um eixo que gira em um campo magnético estabelecido por imãs.

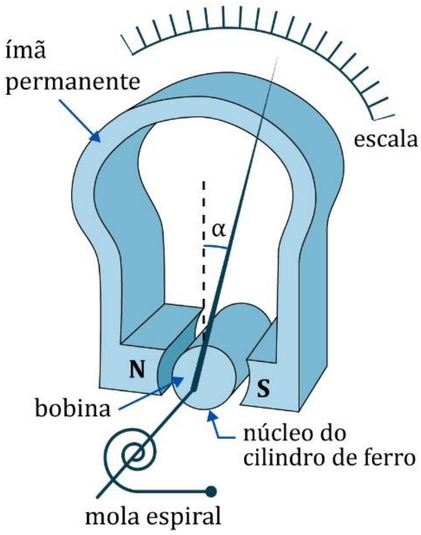


Figura 37: Esquema representativo de um galvanômetro.

O galvanômetro é uma parte essencial dos instrumentos analógicos que existem. Estes instrumentos são obtidos colocando sobre o galvanômetro uma agulha indicadora, que é associada a uma escala bem determinada.

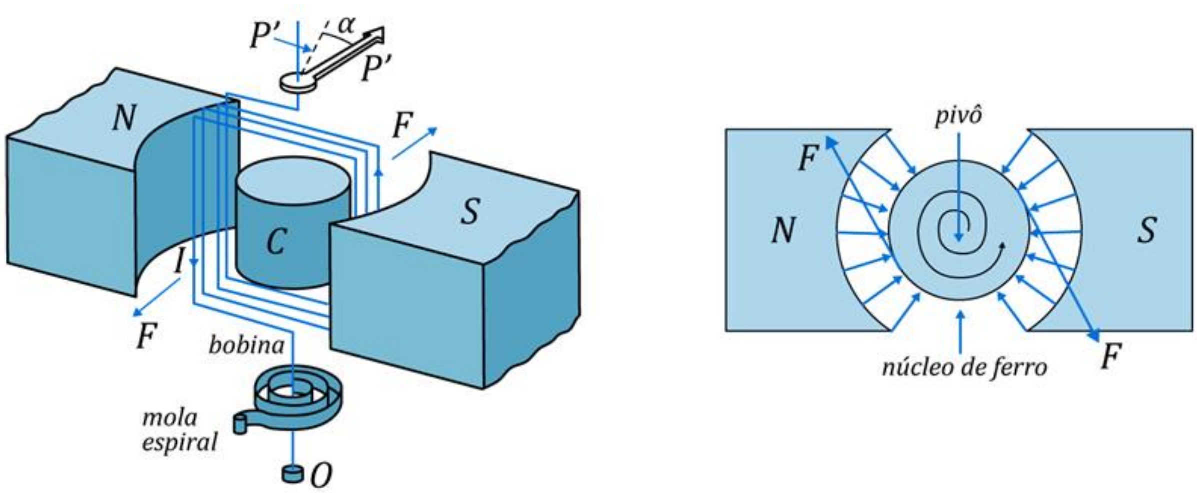


Figura 38: Representação das interações magnéticas no interior de um galvanômetro.

A representação do galvanômetro é:

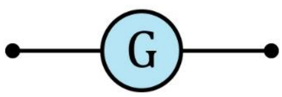


Figura 39: Representação de um galvanômetro em um circuito.

O galvanômetro é constituído por uma bobina móvel que tem uma resistência elétrica fixa e, por isso, seu esquema elétrico é:

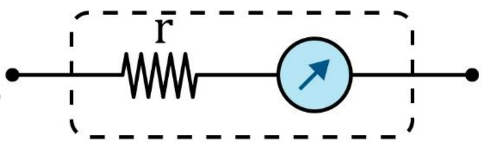


Figura 40: Ao inserir o galvanômetro no seu circuito, você deve levar em conta sua resistência interna.

Em que r é a resistência interna do galvanômetro.

Observações:

1) Como o valor de r é fixa, existirá uma corrente elétrica máxima que poderá circular através da bobina sem danificá-la. Tal corrente levará a agulha ao extremo da escala e, por isso, ela se chama corrente elétrica de fundo de escala ou de plena escala.
2) Um galvanômetro também pode ser empregado para medir voltagem se levarmos em conta que a corrente que passa pela bobina multiplicada pela resistência interna origina a queda de tensão. Assim, basta apenas adaptar uma escala que converte para tensão, de acordo com a primeira lei de Ohm.
3) O galvanômetro é um instrumento muito sensível e, pelo fato de a corrente através do aparelho ser limitada, isto permite que ele meça pequenas intensidades de corrente e de voltagem. Por isso, ele é muito utilizado em laboratórios.
4) Para que o galvanômetro opere como um amperímetro, devemos conectar em paralelo uma resistência elétrica R_S denominado shunt (em inglês: desvio). O shunt tem a dupla função de diminuir a resistência elétrica do aparelho e, como ele desvia parte da corrente, ele permite medir correntes de maiores intensidades, sem danificar o instrumento.

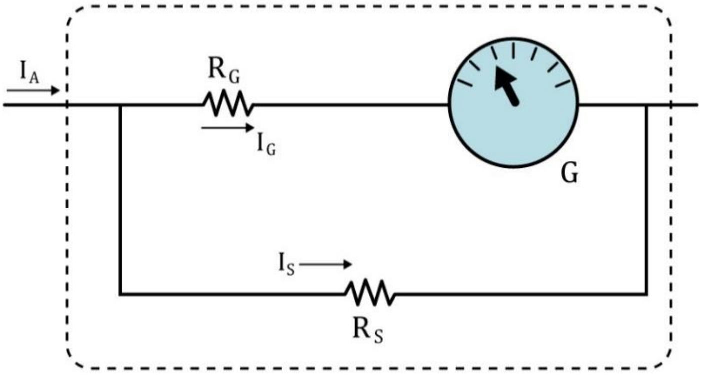


Figura 41: Desvio da corrente ao inserir o resistor shunt.

Dessa forma, o amperímetro obtido terá uma corrente de fundo de escala I_A de valor maior que a corrente de escala do galvanômetro (I_G). Podemos relacionar as duas correntes, de acordo com os valores de r_G e de R_S.

Note que o galvanômetro se comporta como um resistor em paralelo ao resistor *shunt*. Portanto:

$$U_G = U_S \Rightarrow r_G \cdot I_G = R_S \cdot i_S \Rightarrow i_S = \frac{r_G}{R_S} \cdot I_G$$

Mas, pela LKC no ponto de divisão das correntes, temos:

$$I_A = I_G + i_S \Rightarrow I_A = I_G + \frac{r_G}{R_S} \cdot i_S$$

$$\boxed{I_A = I_G \cdot \left(1 + \frac{r_G}{R_S}\right)}$$

Nesta equação, $\left(1 + \frac{r_G}{R_S}\right)$ é chamado fator multiplicador do aparelho, já que ele representa o valor pela qual deve ser multiplicado o fundo de escala do galvanômetro para chegarmos ao fundo de escala do amperímetro.

Como exemplo, considere um amperímetro *shunt* com $R_G = 10^2\ \Omega, R_S = 10^{-2}\ \Omega, I_G = 10\ mA$. O fator de multiplicador do aparelho é de:

$$\left(1 + \frac{R_G}{R_S}\right) = \left(1 + \frac{10^2}{10 \cdot 10^{-3}}\right) \cong 10^4$$

Portanto, a corrente de fundo de escala do amperímetro é 10^4 vezes maior que a do galvanômetro, isto é:

$$I_A = 10^4 \cdot I_G \Rightarrow I_A = 10^4 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \boxed{I_A = 100\ A}$$

Se calcularmos a resistência equivalente desse amperímetro, encontramos que:

$$R_A = \frac{R_G \cdot R_S}{R_G + R_S} = \frac{10^2 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{10^2 + 10 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{10^2 + 10^{-2}} \cong 10^{-2}\ \Omega$$

Note que a resistência do amperímetro é muito pequena compara a R_G e bem próxima do valor de R_S. Com isso, vemos que o shunt deve ter resistência R_S muito menor que R_G.

Observe ainda que a resistência elétrica do amperímetro é muito pequena, mas não-nula e próximo de R_S. Além disso, perceba que quanto menor R_S maior será I_A, já que o fator multiplicador é dado por $\left(1 + \frac{R_G}{R_S}\right)$. Para se obter um amperímetro com vários fundos de escalas, basta adicionar vários resistores *shunt* em paralelo como na figura abaixo:

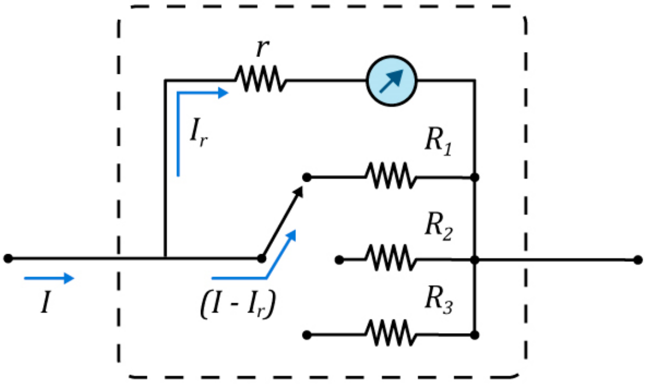


Figura 42: Esquema representativo para um amperímetro com vários fundos de escala.

5) Um voltímetro de boa qualidade é construído a partir de um galvanômetro, combinando-se em série a ele um resistor de grande resistência elétrica R_M, chamado multiplicador. Novamente, o multiplicador tem dupla função: aumentar a resistência elétrica do instrumento e permitir que ele possa medir valores maiores de ddp sem danificar o instrumento.

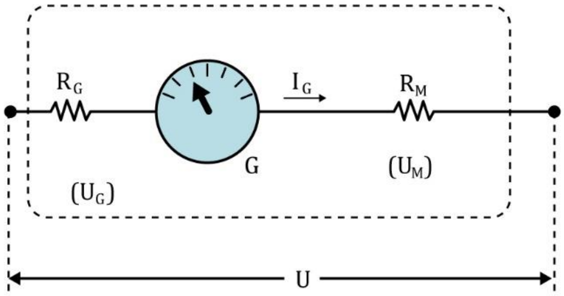


Figura 43: Voltímetro com resistor multiplicador.

Se definirmos U_G como a máxima ddp (fundo de escala) que o galvanômetro pode suportar. Quando adicionamos o multiplicador de resistência R_M em série, o voltímetro resultante pode medir ddp até um novo valor máximo (fundo de escala) U. Considerando R_G a resistência do galvanômetro e U_M a ddp nos terminais do multiplicador, podemos relacionar o novo fundo de escala U com resistência elétrica do multiplicador. Note que o galvanômetro e o multiplicador são percorridos pela mesma corrente, já que estão conectados em série:

$$i_G = \frac{U_G}{R_G} = \frac{U_M}{R_M} \Rightarrow U_M = U_G \cdot \frac{R_M}{R_G}$$

Mas $U = U_G + U_M$, então:

$$U = U_G + U_G \cdot \frac{R_M}{R_G} \Rightarrow U = U_G \cdot \left(1 + \frac{R_M}{R_G}\right)$$

Agora, o fator multiplicador do aparelho é dado por $\left(1+\frac{R_M}{R_G}\right)$. Assim, quanto maior o resistor multiplicador, maior será o fundo de escala obtido para o voltímetro. Além disso, a resistência equivalente do voltímetro é praticamente a resistência R_M, já que R_M costuma ser bem maior que R_G. Caso você queira mais de um fundo de escala, basta associar vários resistores multiplicadores em paralelos, utilizando uma chave de conexão:

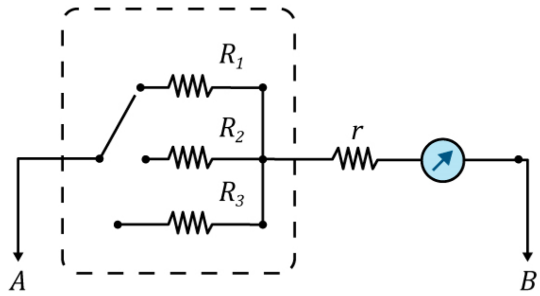


Figura 44: Representação de um voltímetro com vários fundos de escala.

3.4. Potenciômetro de Poggendorff

Este instrumento é empregado para a medição de força eletromotriz desconhecida. Ele é constituído de um fio homogêneo de secção reta constante, uma bateria padrão cuja força eletromotriz é muito bem conhecida $(\mathcal{E}_p, r_p)$, um gerador para manter a corrente em AB $(\mathcal{E}, r)$ e o gerador de força eletromotriz desconhecida $(\mathcal{E}_x, r_x)$.

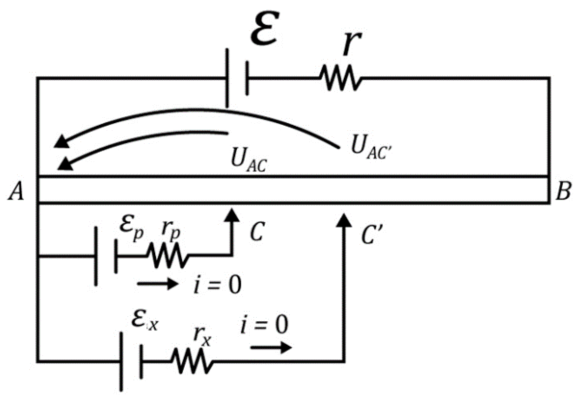


Figura 45: Esquema representativo para um potenciômetro de Poggendorff.

Nesse circuito, acopla-se ótimos amperímetros nos ramos dos geradores e movimenta-se os cursores em C e em C' até que as correntes observadas nos amperímetros sejam nulas. Quando os amperímetros indicarem correntes nulas, a corrente no fio AB não será nula (por isso a utilização do terceiro gerador $(\mathcal{E}, r)$).

Nessa condição, podemos dizer que:

$$U_{AC} = R_{AC} \cdot i = \mathcal{E}_p \text{ e } U_{AC'} = R_{AC'} \cdot i = \mathcal{E}_x$$

Portanto:

$$\frac{R_{AC}}{R_{AC'}} = \frac{\mathcal{E}_p}{\mathcal{E}_x} \Rightarrow \mathcal{E}_x = \mathcal{E}_p \cdot \frac{R_{AC}}{R_{AC'}}$$

Pela segunda lei de Ohm, vem:

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_p \cdot \frac{\rho \cdot \frac{AC}{A}}{\rho \cdot \frac{AC'}{A}} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_p \cdot \frac{AC}{AC'}}$$

INDO MAIS FUNDO!

4. Capacitor em regime transitório

Vamos analisar o comportamento do capacitor em regime transitório. Vimos na aula de capacitância o capacitor descarregado ou já previamente carregado. Agora, vamos analisar como o capacitor se comporta ao longo do seu carregamento com o tempo.

4.1. Circuito RC série

Considere o circuito RC série, em que a carga inicial do capacitor é nula e a tensão no capacitor também é nula:

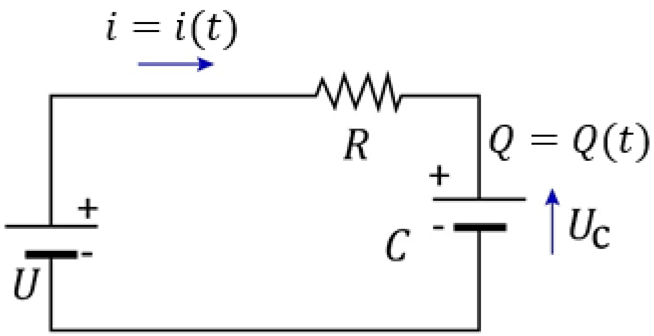


Figura 46: Circuito RC série.

Inicialmente:

$$U_C(t=0) = 0 \text{ e } Q(t=0) = 0$$

Pela LKT na única malha do circuito, temos:

$$U - R \cdot i - \frac{Q}{C} = 0 \Rightarrow i + \frac{Q}{RC} = \frac{U}{R}$$

A corrente no circuito pode ser escrita a partir da taxa da carga no capacitor:

$$i = \frac{dQ}{dt}$$

Portanto:

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{RC} = \frac{U}{R} \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = \frac{C \cdot U - Q}{RC} \Rightarrow \frac{dQ}{C \cdot U - Q} = \frac{1}{RC} dt$$

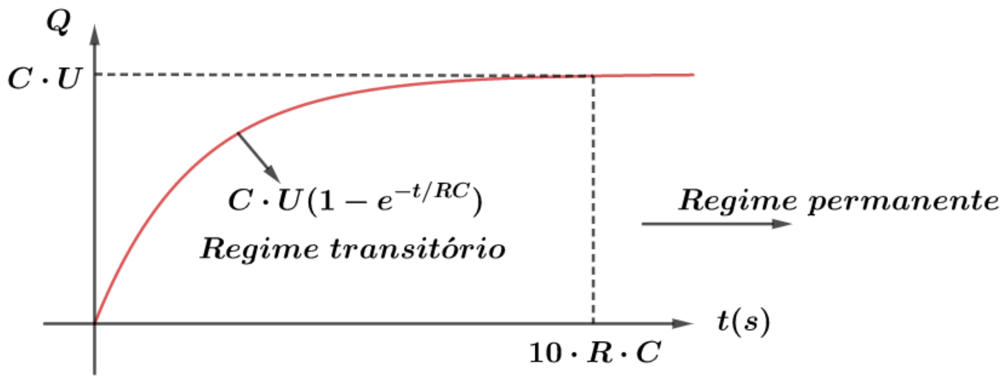
$$\int_0^Q \frac{dQ}{C \cdot U - Q} = \int_0^t \frac{1}{RC} dt$$

$$[-\ln(C \cdot U - Q)]_0^Q = \left[\frac{t}{RC}\right]_0^t$$

$$\ln\left(\frac{C \cdot U - Q}{C \cdot U}\right) = -\frac{t}{RC} \Rightarrow C \cdot U - Q = C \cdot U \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = C \cdot U\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)}$$

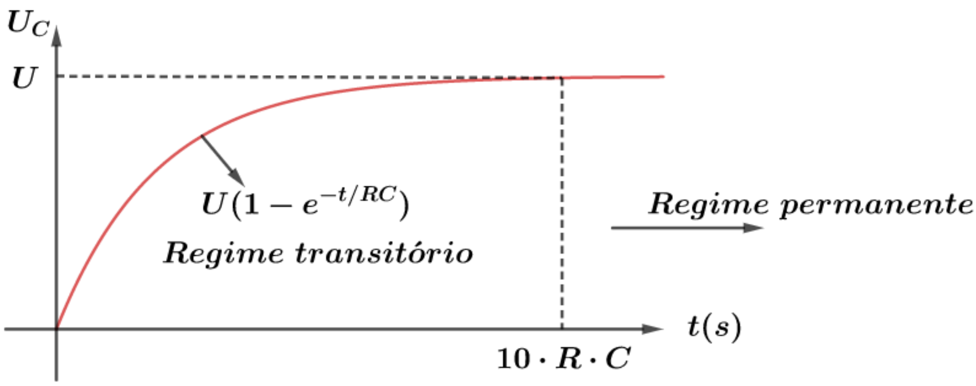
Assim, a carga inicial é nula e aumenta exponencialmente até o valor $C \cdot U$. Graficamente:



Dessa forma, a tensão no capacitor irá variar da seguinte forma:

$$Q = C \cdot U_C \Rightarrow U_C = \frac{Q}{C} \Rightarrow \boxed{U_C = U\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)}$$

Podemos notar que no início, $t = 0$, o capacitor se comporta como um curto (um fio), já que a tensão em seus terminais é nula. À medida que o tempo avança, a ddp em seus terminais aumenta até que no tempo próximo a $10RC$, a ddp entre os seus terminais é praticamente a tensão da fonte. Assim, temos o seguinte gráfico para a tensão no capacitor:



Pela LKT, podemos determinar a corrente no circuito:

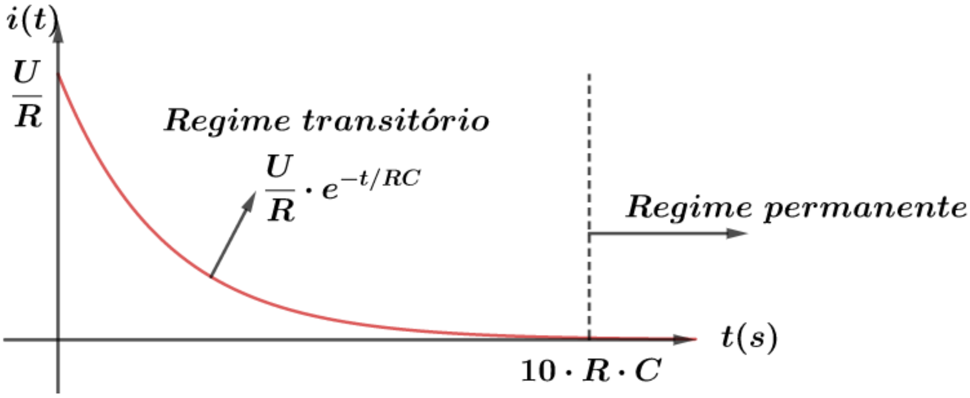
$$U_{Resistor} = U - U_C = U - U\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \Rightarrow \boxed{U_{resistor} = U \cdot e^{-\frac{t}{RC}}}$$

Portanto, pela primeira Lei de Ohm aplicada no resistor, temos que:

$$U_{resistor} = R \cdot i \Rightarrow i = \frac{U_{resistor}}{R}$$

$$\boxed{i = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}}$$

A partir desse resultado, vemos que a corrente é máxima em $t = 0$ e vale $i(t = 0) = \frac{U}{R}$. Com o decorrer do tempo, a corrente vai diminuindo de intensidade, chegando à praticamente zero para um tempo próximo de $10RC$. Vale lembrar que neste tempo o capacitor comporta-se praticamente como um aberto. Graficamente:



A energia no capacitor é igual a:

$$E_C = \frac{Q \cdot U}{2}$$

Sendo que a energia na fonte expressa por:

$$E_{fonte} = Q \cdot U$$

Então, a energia dissipada no resistor é dada por:

$$E_{fonte} = E_C + E_d \Rightarrow \boxed{E_d = \frac{Q \cdot U}{2}}$$

Bizu para a prova. Qualquer tensão ou corrente em um circuito linear de primeira ordem com fontes constantes (circuito como RC em série ou em paralelo) será da forma:

$$x(t) = x(\infty) + \big(x(0) - x(\infty)\big)^{\lambda t}$$

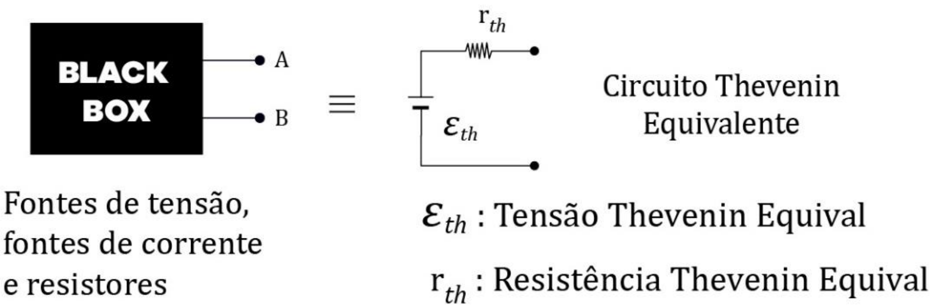
Em que $x(0)$ representa o valor inicial da tensão ou da corrente e $x(\infty)$ seu valor de regime permanente. Pode ocorrer do capacitor estar previamente carregado, mas a equação acima continuará valendo, basta adaptar as condições iniciais do problema. Além disso, $\lambda = -\frac{1}{RC}$, em que R é a resistência vista pelo capacitor quando todas as fontes independentes são anuladas.

Este bizu é muito forte para a prova, principalmente para o IME.

5. Técnicas avançadas para resolução de circuitos

5.1. Teorema de Thévenin

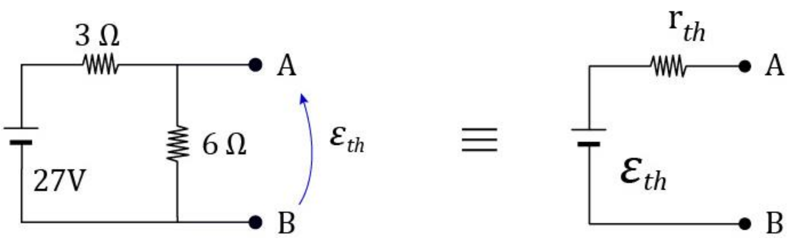
O método de Thévenin consiste em encontrar uma única tensão e uma única resistência que substituam uma rede. Representativamente:



Assim, devemos determinar a tensão Thévenin e a resistência utilizando os seguintes passos:

1) **Tensão Thévenin ($\mathcal{E}_{th}$):** é a tensão em aberto entre os terminais AB do circuito o qual se deseja determinar o circuito Thévenin equivalente.
2) **Resistência Thévenin (r_{th}):** é a resistência equivalente entre os terminais A e B, obtida curto-circuitando as fontes de tensão e abrindo as fontes de corrente.

Por exemplo:



$$\mathcal{E}_{th} = 6 \cdot i = 6 \cdot \frac{27}{6+9} = 18\ V$$

$$r_{th} = 6//3 = 2\ \Omega$$

TOME
NOTA!

5.2. Teorema da superposição

Para mostrar o teorema da superposição, vamos utilizar o seguinte exemplo:

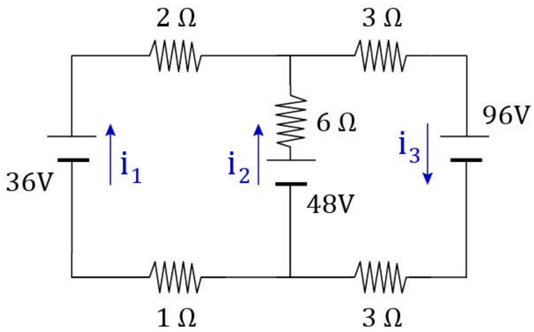


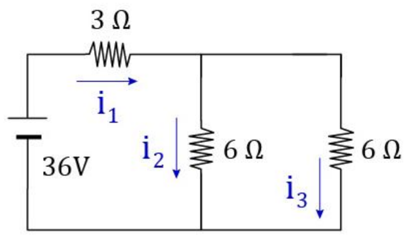
Figura 47: Circuito exemplo para a aplicação do teorema da superposição.

Basicamente, o teorema da superposição diz que as correntes que circulam no circuito são iguais à superposição das correntes gerados pelas fontes individualmente.

Sempre que aplicarmos o teorema da superposição, utilizaremos o seguinte procedimento:

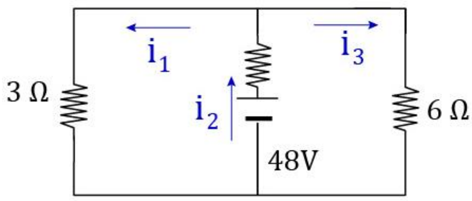
1) Analise as correntes produzidas pelas fontes equivalentes de cada um dos ramos (coloca-se as demais fontes de corrente em curto e as fontes de corrente em aberto). O processo é repetido para todos as fontes.
2) Superpõe-se (soma algébrica) as correntes de cada uma das fontes, resolvendo o circuito.

Para a fonte de $36\ V$, temos:



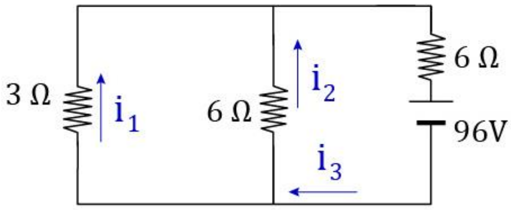
$$i_1' = 6\ A; i_2' = -3\ A; i_3' = 3\ A$$

Para a fonte de $48\ V$, vem:



$$i_1'' = -4\ A; i_2'' = 6\ A;\ i_3'' = 2\ A$$

Por fim, temos para a fonte de $96\ V$:



$$i_1''' = 8\ A; i_2''' = 4\ A; i_3''' = 12\ A$$

Superpondo as correntes, vem:

$$i_1 = i_1' + i_1'' + i_1''' = 6 + (-4) + 8 = 10\ A$$
$$i_2 = i_2' + i_2'' + i_2''' = (-3) + 6 + 4 = 7\ A$$
$$i_3 = i_3' + i_3'' + i_3''' = 3 + 2 + 12 = 17\ A$$

NOVIDADE!

5.3. Teorema de Norton

Antes de mostrar o teorema de Norton, iremos definir o que uma fonte de corrente.

Chamamos de fonte de corrente o bipolo elétrico que mantem entre os seus terminais uma corrente constante. Representamos uma fonte de corrente pelo seguinte símbolo:

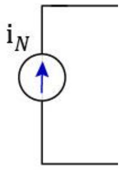
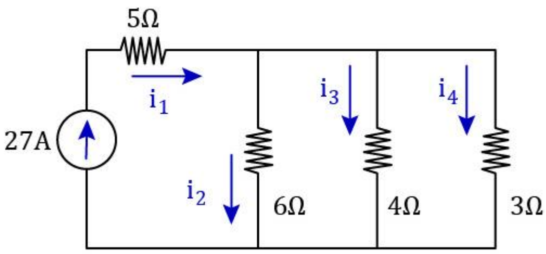


Figura 48: Representação de uma fonte de corrente em um circuito.

Por exemplo:



A corrente i_1 já corresponde ao valor da corrente fornecida pela fonte de corrente. Para determinar as demais, basta utilizar a primeira lei de Ohm. Portanto:

$$i_1 = 27\ A, i_2 = 6\ A, i_3 = 9\ A \text{ e } i_4 = 12\ A$$

Diante disso, podemos enunciar o teorema de Norton. Assim, como fizemos para o teorema de Thévenin, o método de Norton consiste em encontrar uma única fonte de corrente e uma única resistência que substituíam uma rede. Esquematicamente:

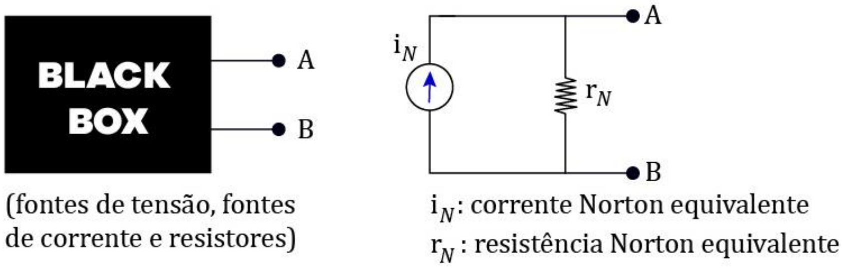


Figura 49: Representação do método de Norton.

Para encontrar a fonte de corrente e a resistência Norton devemos observar os seguintes passos:

1) Corrente Norton equivalente (i_N):
   É a corrente que circula pelos terminais AB quando estes são colocados em curto.
2) Resistência Norton equivalente (r_N):
   É idêntica à resistência Thévenin equivalente.

Podemos fazer a relação Norton-Thévenin da seguinte forma:

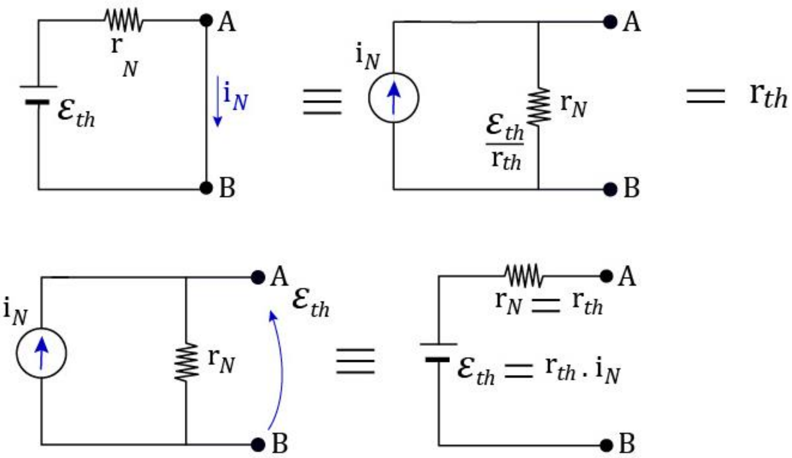


Figura 50: Comparação entre Norton e Thévenin.

Um exemplo de aplicação do teorema de Norton é a determinação do gerador equivalente em uma associação em paralelo de geradores distintos, como na figura abaixo:

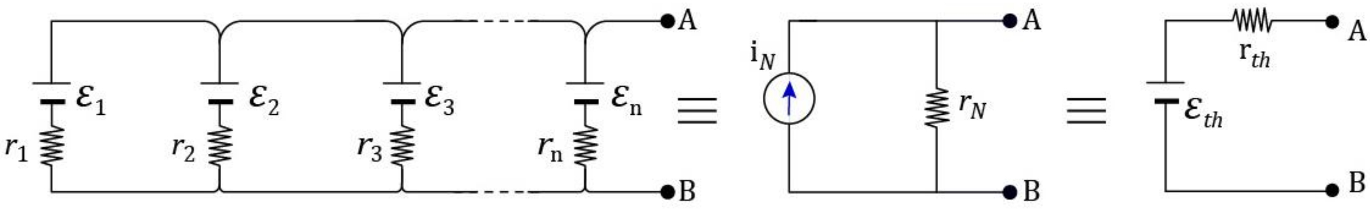


Figura 51: Utilização do método de Norton para determinação de gerador equivalente para uma associação em paralelo de geradores distintos.

6. Considerações finais

Chegamos ao final da nossa aula. Relembre os conceitos estudado nessa aula e revise com calma os tópicos relacionados às técnicas de resolução de circuito.

Tenha em mente as curvas características de geradores e de receptores, pois são muito importantes e, normalmente, a partir dela tiramos as equações características.

Quando estudar o capacitor em regime transitório, fique tranquilo se você não é familiarizado com integrais. Eu acho melhor você decorar a equação bizu e saber aplicar ela na hora da prova.

As Leis de Kirchhoff também são muito importantes. Elas são as bases para resolver circuitos elétricos, portanto, trabalhe bem as duas leis. Para fechar eletricidade, estudaremos ainda Magnetismo.

Conte comigo nessa jornada. Quaisquer dúvidas, críticas ou sugestões entre em contato pelo fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:

@prof.maldonado

7. Referências bibliográficas

[1] Calçada, Caio Sérgio. Física Clássica volume 5. 2. Ed. Saraiva Didáticos, 2012. 576p.

[2] Bukhovtsev, B.B. Krivtchenkov, V.D. Miakishev, G.Ya. Saraeva, I. M. Problemas Selecionados de Física Elementar. 1 ed. MIR, 1977.518p.

[3] Newton, Gualter, Helou. Tópicos de Física volume 3. 11ª ed. Saraiva, 1993. 303p.

[4] Toledo, Nicolau, Ramalho. Os Fundamentos da Física volume 3. 9ª ed. Moderna. 490p.

[5] Resnick, Halliday, Jearl Walker. Fundamentos de Física volume 3. 10ª ed. LTC. 365p.

[6] Associación Fondo de Investigadores y Editores. Una visión analítica del movimento volume II. 11ª ed. Lumbreras editores. 989 p.