2. PROPRIEDADE

O determinante de uma matriz de Vandermonde é igual ao produto de todas as diferenças possíveis entre os elementos característicos, com a condição de que, nas diferenças, se subtraia o temo de maior índice pelo de menor índice.

Calcule os determinantes:

1. $$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \boxed{2 & 3 & 5 & 7} \\ 4 & 9 & 25 & 49 \\ 8 & 27 & 125 & 343 \end{vmatrix} =$$

← elementos característicos

$$\begin{array}{cccc} a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ (2, & 3, & 5, & 7) \end{array}$$

$(2, 3, 5, 7)$

$\det V = (7-5)\cdot(7-3)\cdot(7-2)\cdot(5-3)\cdot(5-2)\cdot(3-2)$

$\det V = 2\cdot 4\cdot 5\cdot 2\cdot 3\cdot 1$

$\boxed{\det V = 240}$

2. $$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 5 & 6 \\ 2^2 & 3^2 & 4^2 & 1 & 5^2 & 6^2 \\ 2^3 & 3^3 & 4^3 & 1 & 5^3 & 6^3 \\ 2^4 & 3^4 & 4^4 & 1 & 5^4 & 6^4 \\ 2^5 & 3^5 & 4^5 & 1 & 5^5 & 6^5 \end{vmatrix} =$$

2 3 4 1 5 6

$\det = (6-5)\cdot(6-1)\cdot(6-4)\cdot(6-3)\cdot(6-2)\cdot(5-1)\cdot(5-4)\cdot(5-3)\cdot(5-2)\cdot(1-4)$
$(1-3)\cdot(1-2)\cdot(4-3)\cdot(4-2)\cdot(3-2)$:

$\det = 1\cdot 5\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 4\cdot 1\cdot 2\cdot 3\cdot(-3)\cdot(-2)\cdot(-1)\cdot 1\cdot 2\cdot 1$

$\boxed{\det = -34560}$

3. $$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \log 7 & \log 70 & \log 700 & \log 7000 \\ (\log 7)^2 & (\log 70)^2 & (\log 700)^2 & (\log 7000)^2 \\ (\log 7)^3 & (\log 70)^3 & (\log 700)^3 & (\log 7000)^3 \end{vmatrix} = :$$

log 7 log 70 log 700 log 7000

$\log 7000 - \log 700$; $\log \frac{7000}{700}$; $\log 10 = 1$

$\log 7000 - \log 70$; $\log \frac{7000}{70}$; $\log 100 = 2$

$\log 7000 - \log 7$; $\log \frac{7000}{7}$; $\log 1000 = 3$

$\log 700 - \log 70$; $\log \frac{700}{70}$; $\log 10 = 1$

$\log 700 - \log 7$; $\log \frac{700}{7}$; $\log 100 = 2$

$\log 70 - \log 7$; $\log \frac{70}{7}$; $\log 10 = 1$

$\det = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 1\cdot 2\cdot 1$

$\boxed{\det = 12}$

4. Resolva a equação $$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & x & -5 \\ 1 & 4 & x^2 & 25 \\ 1 & 8 & x^3 & -125 \end{vmatrix} = 0$$

1 2 x −5

$(-5-x)\cdot(-5-2)\cdot(-5-1)\cdot(x-2)\cdot(x-1)\cdot(2-1) = 0$

$(-5-x)\cdot -7\cdot -6\cdot(x-2)\cdot(x-1)\cdot 1 = 0$

$\underbrace{(-210-42x)}_{1^{\circ}}\cdot\underbrace{(x^2-3x+2)}_{2^{\circ}} = 0$

Vamos igualar cada uma das partes à zero, para descobrirmos as raízes:

1º → $-210-42x=0$

$42x=-210 \rightarrow x=\frac{-210}{42} \rightarrow \boxed{x=-5}$

2º → $x^2-3x+2=0$

$\underline{1} + \underline{2} = -b/a = 3$

$\underline{1} \cdot \underline{2} = c/a = 2$

$\boxed{x'=1\ ;\ x''=2}$

$\boxed{S=\{-5, 1, 2\}}$