

Aula 04

Noções Introdutórias à Função

EsPCEEx - 2020

Prof. Ismael Santos

Sumário

1 - Introdução	3
2 – Par Ordenado	3
1 - Introdução	3
2 – Representação Gráfica de Par Ordenado.....	5
3 – Quadrantes do Sistema Cartesiano	8
4 – Casos Especiais de Pares Ordenados	10
5 – Representação do Par Ordenado por Diagrama	11
3 – Produto Cartesiano.....	12
4 – Relações.....	14
1 – Domínio, Contradomínio e Conjunto Imagem.....	15
5 –Noções Introdutórias à Função	16
1 – Introdução.....	16
2 – Conceito de Função	17
3 – Funções no Gráfico.....	21
4 – Classificações das funções	22
5 – Principais Funções Reais	25
6 –Função Afim	28
1 – Introdução.....	28
2 – Coeficientes da Função Afim.....	29
3 – Raiz da Função Afim	32
4 – Raiz da Função Afim	34
5 – Gráfico da Função Afim	36
6 – Sinal da Função Polinomial do 1º Grau.....	38
7 – Lista de Questões	42
8 – Questões Comentadas	58



1 - Introdução

Olá, meu querido aluno!! Tudo bem?? Como andam os estudos?

Na aula de hoje, entraremos num dos tópicos mais importantes e, talvez, no mais temidos pelos alunos: **FUNÇÃO!** Na sua prova do CN, este tema é **NÃO É** muito abordado, porém, nos últimos 2 anos cai pelo menos uma, dividida em Função Polinomial do 1º grau e do 2º grau, e nos demais tipos de função.

Já adianto, que não temos uma quantidade razoável de questões do seu concurso sobre este tema, porém serão abordadas mais à frente, quando estiverem com o tópico função mais dominado!

Funções é um tema bastante extenso e, para que eu consiga passar os detalhes, a aula precisa ficar maior ainda...rsrsrs. Por isso, **decidi dividir esta primeira aula em duas partes (talvez em 3).**

Estudem com bastante afinco. Qualquer dúvida, só mandar mensagem no fórum, ok??

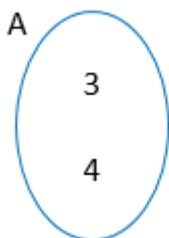
Sem mais, vamos à luta!

2 – Par Ordenado

1 - Introdução

Par é todo conjunto de dois elementos. Veja, abaixo, um exemplo:

$$A = \{3; 4\} \Rightarrow$$



Cabe ressaltar que, em um conjunto, a ordem dos elementos não importa, bem como a quantidade de vezes que um determinado elemento repetir.

Note o exemplo abaixo:

$$A = \{1, 2, 3\}$$
$$B = \{1, 2, 2, 3, 3, 3\}$$

Logo: $A = B$

- **Par Ordenado:** É todo conjunto de dois elementos onde a ordem importa, ou seja, ao permutar os elementos, estaremos diante de outro par ordenado.

Para ilustrar, observe:

$$A = (1; 2)$$
$$B = (2; 1)$$

Logo: $A \neq B$

Cabe ressaltar que o par ordenado, em regra, é representado da forma $(x; y)$, onde x é a abcissa e y é a ordenada do par ordenado.

Assim:

$$P = (x; y)$$

$P \rightarrow$ par ordenado

$x \rightarrow$ abcissa de P

$y \rightarrow$ ordenada de P

Não podemos esquecer que, se $x \neq y$, teremos:

$$P(x; y) \neq P(y; x)$$

Desta forma:

$$P_1 = (3; 2)$$
$$P_2 = (2; 3)$$
$$\Rightarrow P_1 \neq P_2$$



No entanto, se $x = y$, então:

$$P(x; y) = P(y; x)$$

Assim, para que os pares abaixo sejam iguais, os elementos devem ser iguais independentemente da ordem. Veja:

$$P_1 = (2; k)$$

$$\Rightarrow P_1 = P_2 \Rightarrow k = 2$$

$$P_2 = (k; 2)$$

TOME NOTA!



Quando se fala em abcissa é necessário sempre ter em mente duas correlações importantes, quais sejam: **eixo x e domínio**.

No que tange à ordenada, faz-se necessário a seguinte: **eixo y e imagem**.

Guarde isso em mente, repita infinitas vezes, pois ajudará lá na frente, ok?

2 – Representação Gráfica de Par Ordenado

Até aqui, estudamos a representação algébrica de um par ordenado, porém, é possível apresentar cada par ordenado por meio de um gráfico, postado em um sistema cartesiano.

O gráfico é formado por dois eixos, são eles: x e y. O eixo x é chamado de abcissa, enquanto o eixo y é chamado de ordenada. Uma característica deste gráfico é que os eixos x e y formam um ângulo reto, ou seja, 90° .

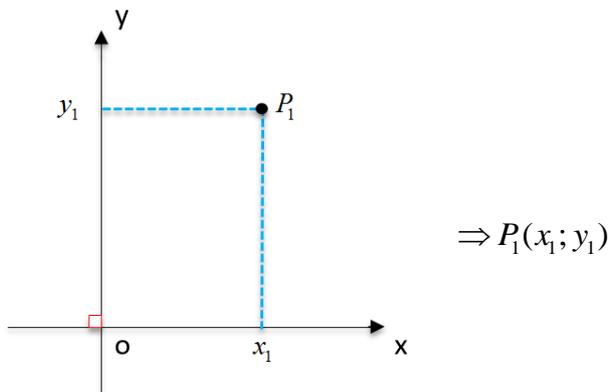
Podemos destacar outras características importantes, quais sejam:

- Eixo x: abcissa (ou domínio)

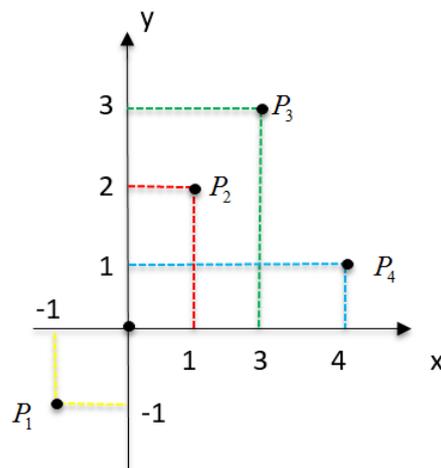


- Eixo y: ordenada (ou imagem)
- O: origem
- $x \perp y$: formam 90°
- Abcissa e Ordenada: são retas reais
- XOY: plano cartesiano formado pelos eixos

Assim, observe o plano XOY abaixo:



Uma conclusão imediata é que: Ao se escolher um número real x_1 e um número real y_1 , as retas perpendiculares que passam por eles, encontram-se em um ponto: P_1 (par ordenado).



Assim:



$$P_1 = (-1; -1)$$

$$P_2 = (1; 2)$$

$$P_3 = (3; 3)$$

$$P_4 = (4; 1)$$

TOME NOTA!

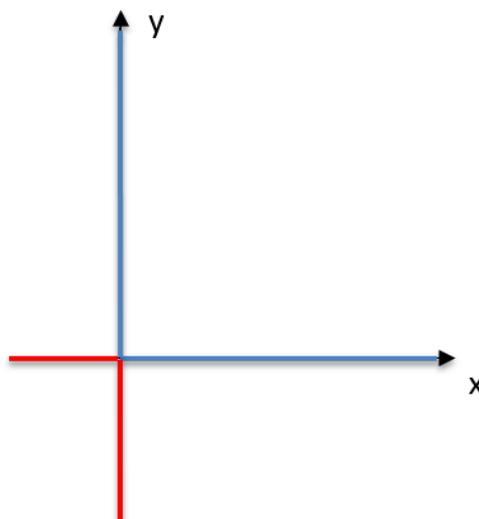


Sempre, na escrita e na representação de um par ordenado, a ordem é a seguinte: o elemento da abcissa por primeiro e, por segundo, o elemento da ordenada.

Assim, temos que:

- ✓ $P_1 \Rightarrow$ Abcissa -1 e Ordenada -1
- ✓ $P_2 \Rightarrow$ Abcissa 1 e Ordenada 2
- ✓ $P_3 \Rightarrow$ Abcissa 3 e Ordenada 3
- ✓ $P_4 \Rightarrow$ Abcissa 4 e Ordenada 1

Preciso destacar o seguinte:

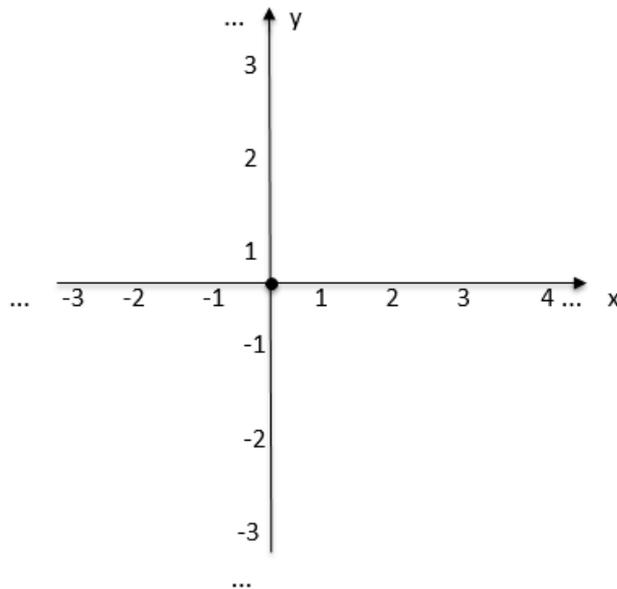


— Elementos reais positivos



— Elementos reais negativos

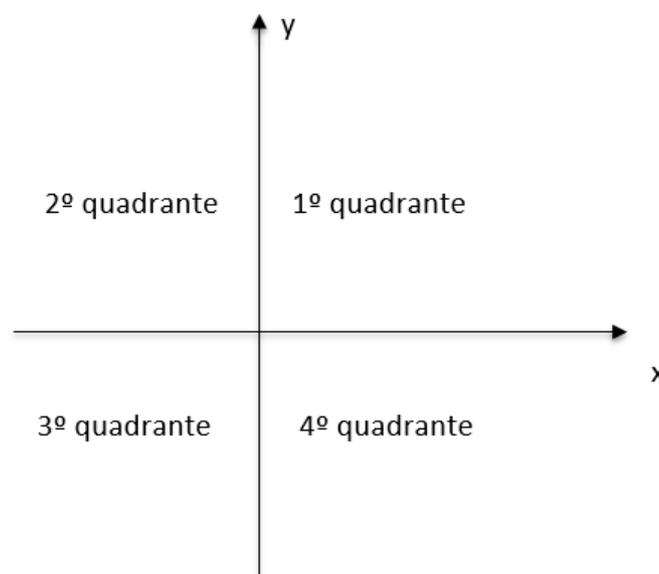
Assim:



Perceba que elementos acima e à direita da origem são positivos, enquanto, elementos abaixo e à esquerda são negativos.

3 – Quadrantes do Sistema Cartesiano

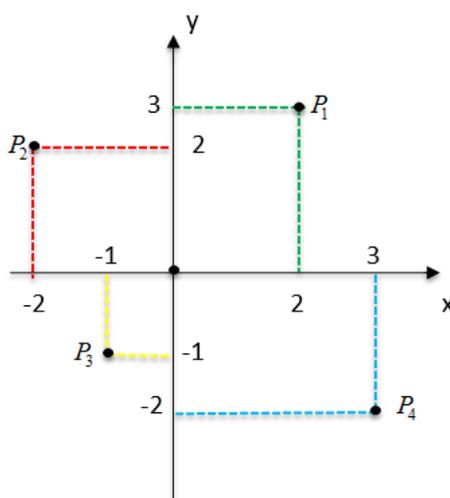
É fácil notar que o sistema cartesiano XOY divide o plano em quatro partes. Estas partes são chamadas de quadrantes. Note a representação abaixo:



Podemos afirmar que o 1º quadrante possui pares ordenados com elementos positivos. O 2º quadrante possui pares com elementos negativos e positivos, respectivamente. Já o 3º quadrante, ambos os elementos dos pares ordenados são negativos. E, por fim, o 4º quadrante, que possui pares com elementos positivos e negativos. Para ilustrar, segue um quadro sinóptico:

Quadrante	Pares Ordenados
1º	(+; +)
2º	(-; +)
3º	(-; -)
4º	(+; -)

Exemplo: Imagine os pares ordenados abaixo (P_1 , P_2 , P_3 e P_4), situados no sistema cartesiano.



$P_1 \rightarrow$ 1º quadrante (2;3)

$P_2 \rightarrow$ 2º quadrante (-2,2)

$P_3 \rightarrow$ 3º quadrante (-1;-1)

$P_4 \rightarrow$ 4º quadrante (3;-2)

Fique
ATENTO!

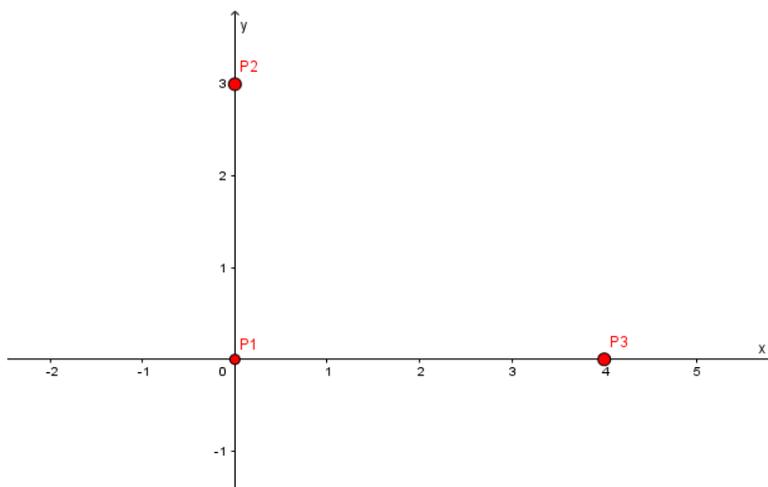


A leitura do par ordenado no gráfico sempre deve obedecer a ordem x e y .

4 – Casos Especiais de Pares Ordenados

Há casos em que os pares ordenados não ficam em determinado quadrante, ou seja, ele na verdade está situado em cima do eixo x ou do eixo y .

Podemos ter também a situação do par ordenado estar sobre a origem do sistema XOY. Assim:

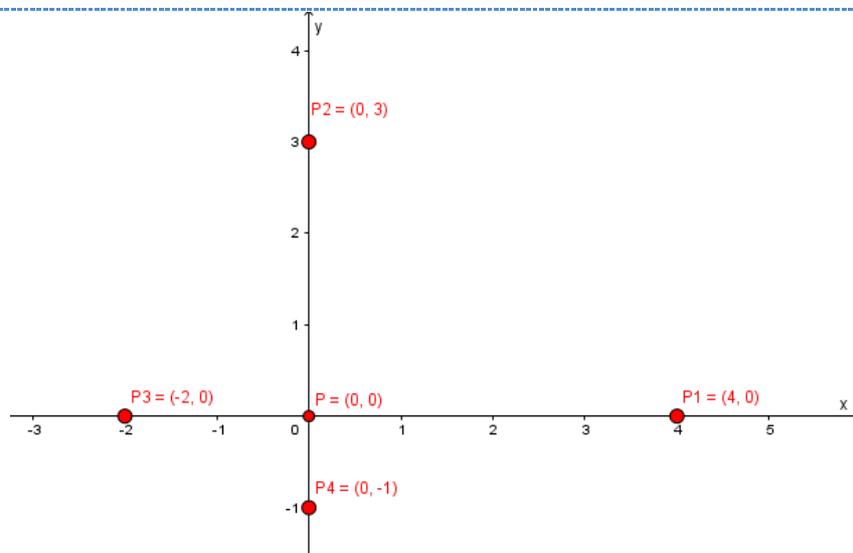


Note que os pares P_1, P_2 e P_3 estão sobre os eixos que formam o sistema cartesiano. Toda vez que isso acontecer, podemos concluir que:

- Ponto no eixo x , possui ordenada **NULA**.
- Ponto no eixo y , possui abscissa **NULA**.
- Ponto na origem, possui abscissa e ordenada **NULA**.

Veja o exemplo abaixo:





$P_1 \rightarrow (4; 0) \rightarrow$ No eixo x, pois a ordenada é ZERO.

$P_2 \rightarrow (0; 3) \rightarrow$ No eixo y, pois a abcissa é ZERO.

$P_3 \rightarrow (-2; 0) \rightarrow$ No eixo x, pois a ordenada é ZERO.

$P_4 \rightarrow (0; -1) \rightarrow$ No eixo y, pois a abcissa é ZERO.

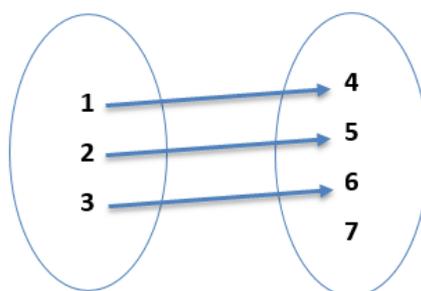
$P_0 \rightarrow (0; 0) \rightarrow$ Na origem, pois a abcissa é ZERO, bem como a ordenada.

5 – Representação do Par Ordenado por Diagrama

Lembra da aula de conjuntos? Pois é! Lá aprendemos como representar um dado conjunto por meio de diagramas, que são linhas poligonais fechadas.

Aqui, no tema par ordenado, também podemos representar geometricamente por meio de diagramas.

Veja a seguir:



Conjunto $A = \{1; 2; 3\}$

Conjunto $B = \{4; 5; 6; 7\}$

Pares ordenados de A em B $\Rightarrow \{(1; 4)(2; 5)(3; 6)\}$

Resumindo: cada seta que sai do primeiro conjunto em direção ao segundo, forma um par ordenado!

3 – Produto Cartesiano

Chegamos a um ponto que ajuda na construção do conceito de função. Produto Cartesiano nada mais é que o conjunto formado por todos os pares da forma $(x; y)$, tal que x pertença ao primeiro conjunto do produto cartesiano, e y ao segundo conjunto.

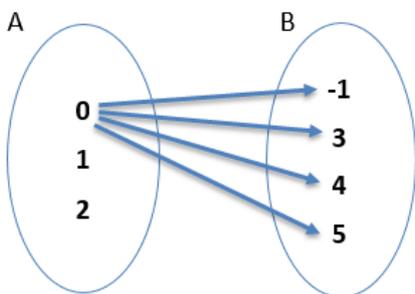
Lendo o conceito, parece ser difícil, para isso, vamos analisar o diagrama de um produto cartesiano.

Imagine dois conjuntos A e B, não vazios, tais que:

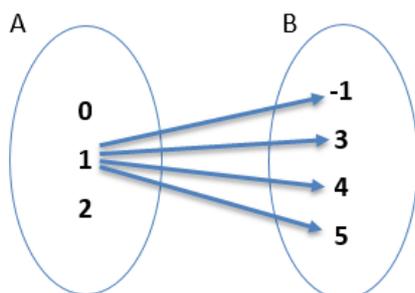
$$A = \{0; 1; 2\}$$

$$B = \{-1; 3; 4; 5\}$$

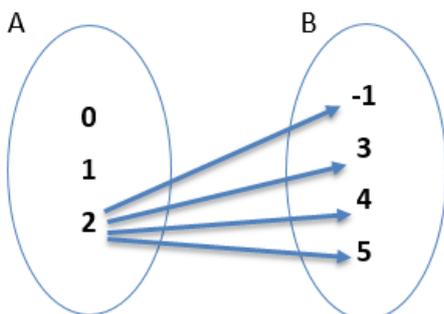
Assim:



$$\Rightarrow (0; -1)(0; 3)(0; 4)(0; 5)$$



$$\Rightarrow (1; -1)(1; 3)(1; 4)(1; 5)$$



$$\Rightarrow (2; -1)(2; 3)(2; 4)(2; 5)$$

Concluimos que:

$$A \times B = \{(0; -1)(0; 3)(0; 4)(0; 5)(1; -1)(1; 3)(1; 4)(1; 5)(2; -1)(2; 3)(2; 4)(2; 5)\}$$

TOME NOTA!



AXB → Significa produto cartesiano de A em B, ou ainda, A cartesiano B

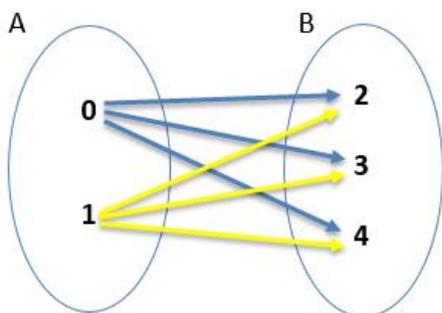
Fique ATENTO!



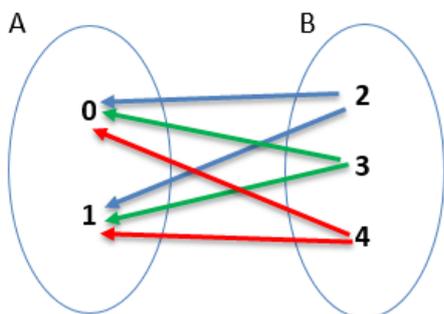
Na formação do produto cartesiano AXB , os elementos de A sempre virão por primeiro no par ordenado, enquanto os elementos de B, virão por segundo, formando assim todos os pares ordenados possíveis.

Podemos destacar que, AXB é diferente de BXA , caso os conjuntos sejam diferentes. Observe:

Imaginemos dois conjuntos A e B, tais que:



AXB → As “setas” saem do conjunto A.



$BXA \rightarrow$ As “setas” saem do conjunto B.

Assim:

$$AXB = \{(0;2)(0;3)(0;4)(1;2)(1;3)(1;4)\}$$

$$BXA = \{(2;0)(2;1)(3;0)(3;1)(4;0)(4;1)\}$$

**Indo mais
FUNDO**

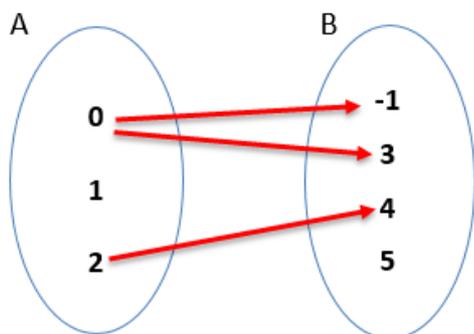


A notação A^2 significa AXA , ou seja, produto cartesiano de A em A.

4 – Relações

Conceitualmente, relação é um subconjunto de um produto cartesiano. Ou seja, relação é uma parte, um pedaço de todos os pares ordenados de A cartesiano B, por exemplo.

Graficamente, podemos dizer que:



$$R_1 = A \rightarrow B = \{(0; -1)(0; 3)(2; 4)\}$$



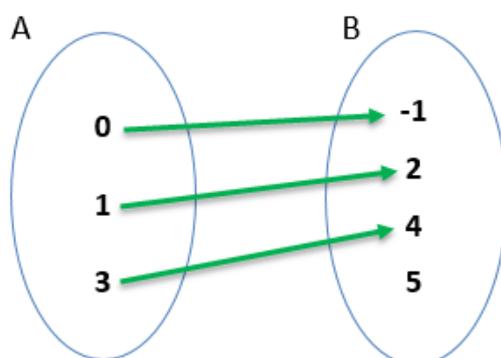
Temos no exemplo acima, R_1 como relação de A em B, pois representamos alguns pares ordenados de todos os possíveis de $A \times B$.

Em outras palavras, relação é o conjunto de algumas setas do diagrama.

1 – Domínio, Contradomínio e Conjunto Imagem

Este tema é de suma importância. Não pule nenhum detalhe. Este ponto será visto com mais detalhe nas funções em espécie. Vamos nessa?

Imaginemos dois conjuntos A e B, não vazios, e R sendo uma relação de A em B. Temos que:



- **Domínio:** Conjunto A, ou seja, de onde saem as setas.
- **Contradomínio:** Conjunto B, ou seja, conjunto onde chegam as setas.
- **Conjunto Imagem:** É formado pelos elementos que recebem, de fato, as setas.

Conclusão:

Domínio: $A = \{0; 1; 3\}$

Contradomínio: $B = \{-1; 2; 4; 5\}$

Conjunto Imagem: $Im = \{-1; 2; 4\}$

TOME NOTA!



Lembre-se que domínio é sempre o primeiro elemento do par ordenado. Por sua vez, Imagem é sempre o segundo elemento do par ordenado.

**Indo mais
FUNDO**



Domínio: Ligado ao eixo x . Ou seja, todo domínio estará sobre o eixo X .

Imagem: Ligado ao eixo y . Ou seja, toda ordenada estará sobre o eixo Y .

Por fim, podemos destacar que o conjunto imagem será sempre um subconjunto do contradomínio.

Ufa! Quanta teoria, né? Pois é!

Neste primeiro momento, faz-se necessário.

Mantenha-se firme!!

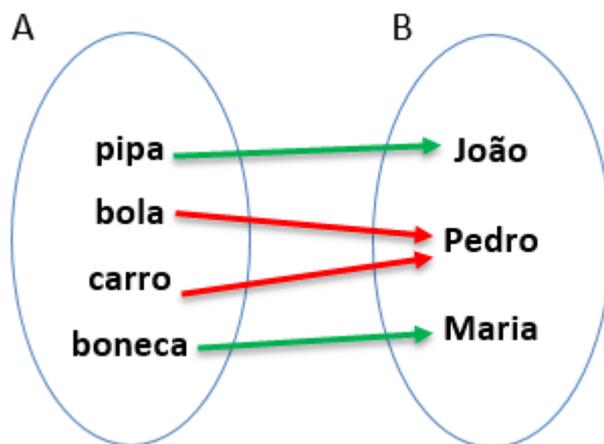
Vamos partir para mais conteúdo!

5 – Noções Introdutórias à Função

1 – Introdução

De forma bem lúdica, podemos construir o conceito de função com uma simples distribuição de brinquedos (conjunto A) para um grupo de crianças (conjunto B). Assim, temos:





Fica fácil observar que todo brinquedo tem um dono. Essa palavra “um” deve ser entendido como um único. Assim:

- João é dono único da pipa.
- Pedro é dono único da bola.
- Pedro é dono único do carro.
- Maria é dona única da boneca.

Note que, obviamente, não existe dois ou mais donos para um mesmo brinquedo.

TOME NOTA!



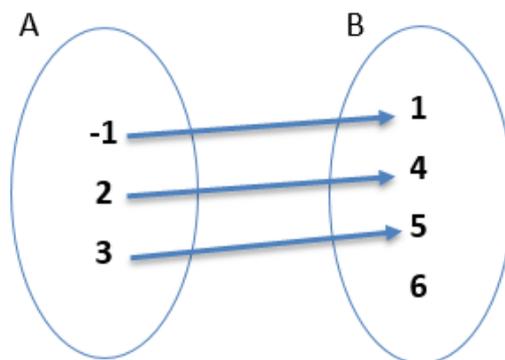
Qualquer que seja o elemento de um conjunto A, iremos associá-lo a um único elemento de um conjunto B.

2 – Conceito de Função

Agora, partindo para o conceito matemático, função de A em B nada mais é que uma relação de A em B, quando ela associa todo ou qualquer elemento pertencente a A, a um único elemento pertencente a B.

Assim, imaginemos dois conjuntos A e B não vazios, tais que:





$R_1 : A \rightarrow B \Rightarrow$ É função

Perceba que todo elemento de A está conectado a um único elemento de B. Quando isso acontece dizemos que:

R_1 é função de A em B ou $R_1 \Rightarrow f : A \rightarrow B$

Pensando em domínio, contradomínio e imagem, no exemplo acima, podemos afirmar que:

- Domínio: $A = \{-1; 2; 3\}$
- Contradomínio: $B = \{1; 4; 5; 6\}$
- Imagem: $C = \{1; 4; 5\}$

TOME NOTA!



Sempre quando estivermos falando de função, temos que pensar no seguinte:

→ para cada x, teremos um único y.

Há casos em que a relação não será considerada função. Estes casos podem ser resumidos em duas situações, quais sejam:

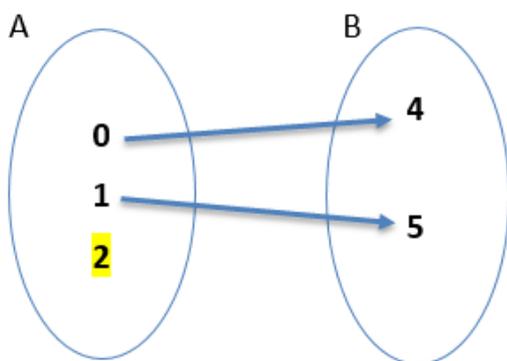
1º) Sobrar elemento em A

2º) De um mesmo elemento de A, sair duas ou mais setas.

Vamos observar, no diagrama, as situações acima:

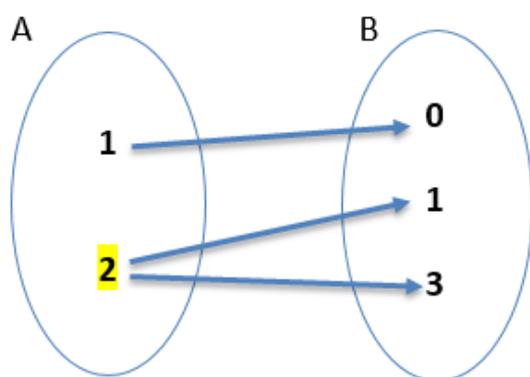


1º)



Não é Função.

2º)



Não é Função.

TOME NOTA!



Em uma função de A em B, ou $A \rightarrow B$, o conjunto A é o domínio (conjunto que não pode sobrar elemento). Por outro lado, B é o contradomínio (conjunto que pode sobrar elemento).

**Indo mais
FUNDO**



Quando no conjunto B, contradomínio, não sobra elemento, dizemos que B também é imagem.

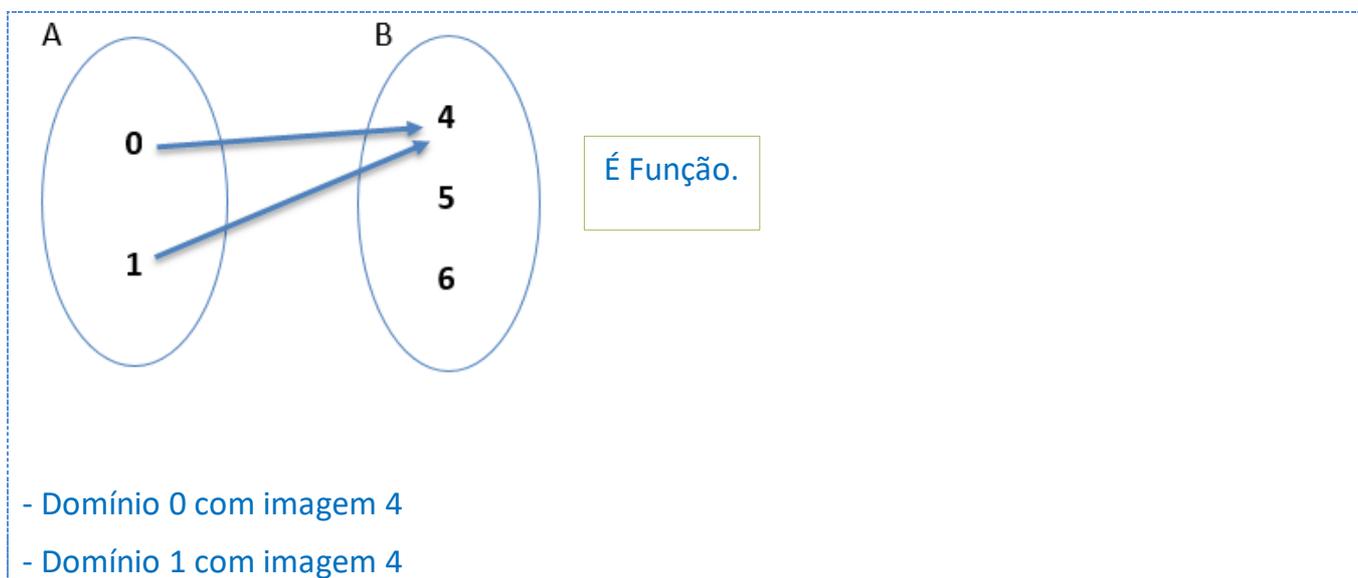
**Preste mais
ATENÇÃO!**

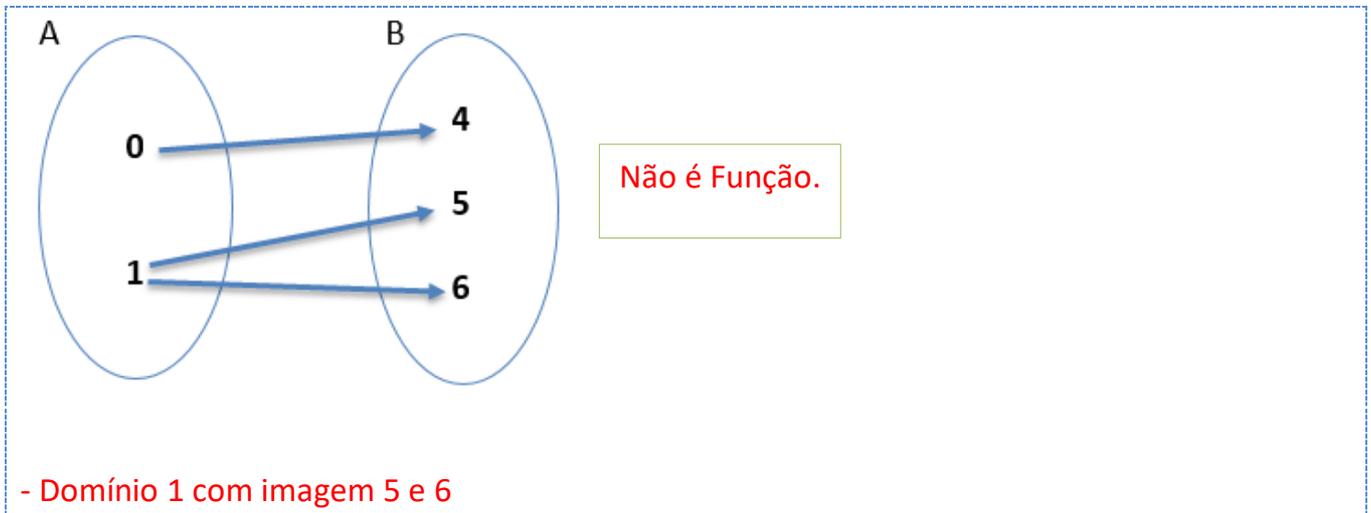


Pode acontecer de dois ou mais elementos do domínio possuírem a mesma imagem (que é única), mesmo assim será função.

Não confunda a situação acima com um mesmo domínio com diferentes imagens. Isto nunca será função.

Da observação acima, podemos desenhar:



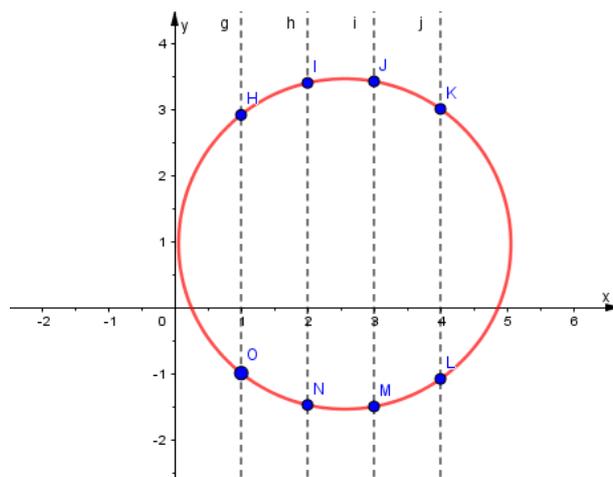


3 – Funções no Gráfico

Existe a possibilidade de analisar um gráfico no plano cartesiano e verificar se ele é ou não função. A técnica utilizada é simples: basta traçar retas paralelas ao eixo y , ou seja, retas perpendiculares ao eixo x . No caso da reta cortar, em no máximo, um ponto o gráfico, estaremos, assim, diante de uma função.

Vamos ver com exemplos? Simbora!

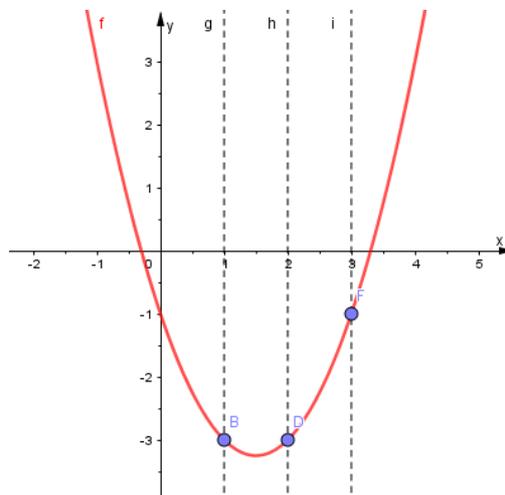
a)



Veja, no exemplo acima, que o gráfico é cortado por três retas (g, h, i) perpendiculares ao eixo x . Perceba que cada reta corta o gráfico em dois pontos, mostrando que o gráfico do círculo acima não pode ser considerado uma função.

b)





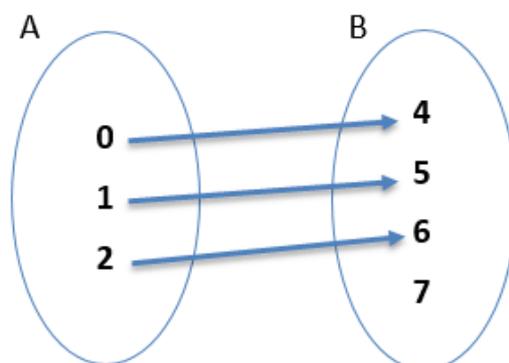
Veja, no exemplo acima, que o gráfico é cortado por três retas (g, h, i) perpendiculares ao eixo x. Perceba que cada reta corta o gráfico em apenas um ponto, mostrando que o gráfico da parábola acima pode ser considerada uma função.

4 – Classificações das funções

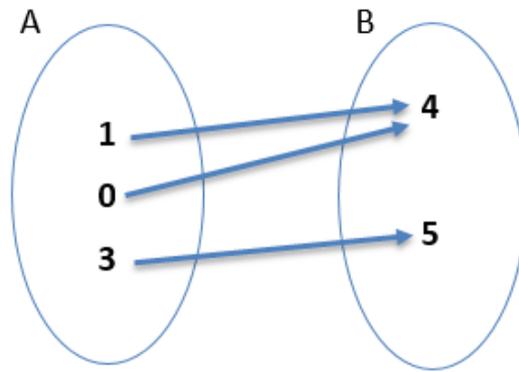
As diversas funções podem possuir algumas das seguintes classificações: **injetora**, **sobrejetora** e **injetora**.

Para explicar este ponto recorrerei aos diagramas. Vamos a eles!

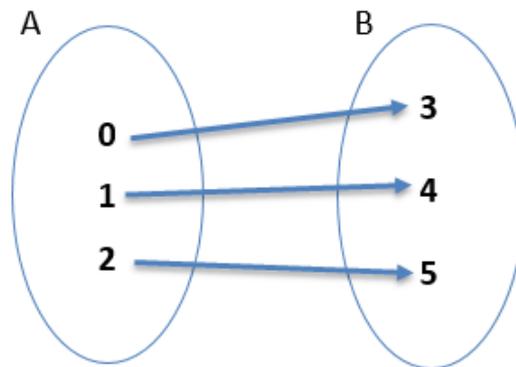
- ✓ **Função Injetora:** uma função é dita Injetora, ou Injetiva, quando, para domínios diferentes, temos também imagens diferentes.



- ✓ **Função Sobrejetora:** uma função é Sobrejetora, ou Sobrejetiva, quando o conjunto da imagem for igual ao contradomínio.

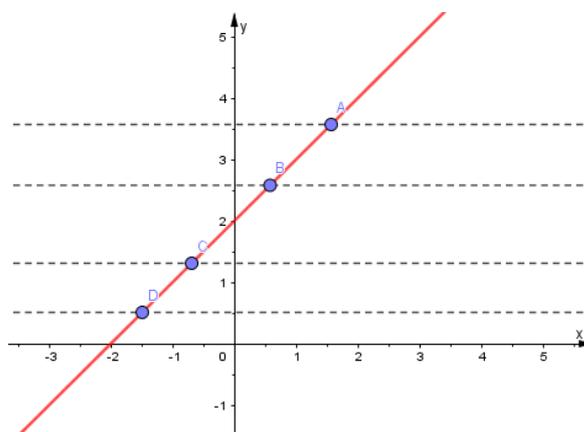


✓ **Função Bijetora:** uma função será dita Bijetora, ou Bijetiva, quando for, ao mesmo tempo, injetiva e sobrejetiva.



Podemos ainda, verificar se uma função é bijetora, injetora ou sobrejetora por meio do gráfico. Preste bastante atenção, não é tão difícil.

l) **Função Injetora:** o gráfico de uma função terá característica de injetora, se toda e qualquer reta horizontal interceptá-lo no máximo em um ponto. Isso se faz verdade, pois em caso contrário haveria um valor de y associado a mais de um x .



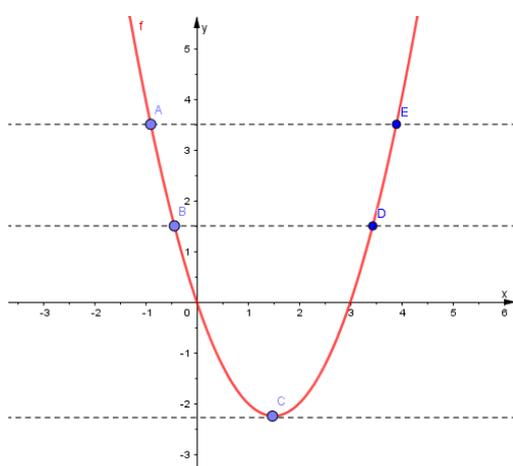
$$r_a // r_b // r_c // r_d // x$$

TOME NOTA!



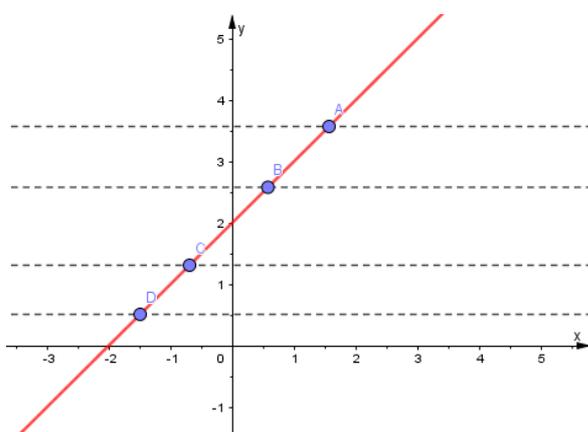
Toda função afim, ou até mesmo a linear, é classificada como função injetora.

II) **Função Sobrejetora**: o gráfico de uma função terá características de sobrejetora, toda vez que retas paralelas a eixo x cortarem em um ou mais pontos o gráfico de uma função.



$r_a // r_b // r_c // r_d // x$

III) **Função Bijetora**: o gráfico de uma função terá características de bijetora, toda vez que retas paralelas ao eixo x cortarem em um único ponto.



$r_a // r_b // r_c // r_d // x$



5 – Principais Funções Reais

Como já é sabido, há diversas funções reais. Passarei, a seguir, as mais comuns.

1) **Função Constante:** É toda função que associa a todo número real da abscissa, um outro real constante, situado na ordenada.

Em outras palavras, é toda função que apresenta a seguinte lei de formação.

$$f(x) = c \text{ ou } y = c; c \in \mathbb{R}$$

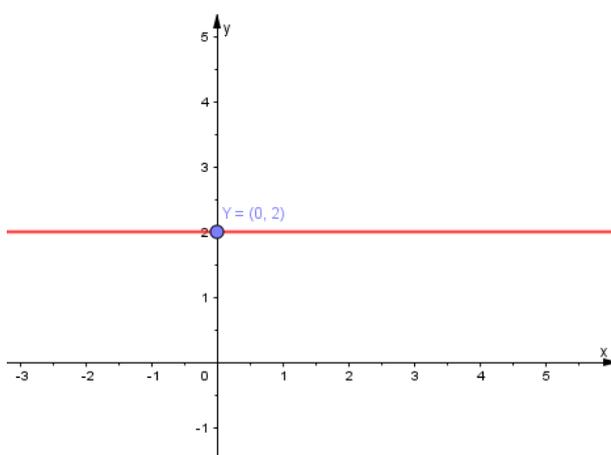
Exemplo:

$$y = f(x) = 2$$

Vejam no quadro de valor numérico de função, qual o comportamento da função quando se atribuir valores para a variável x .

x	$y = f(x)$
-2	$f(-2) = 2$
1	$f(1) = 2$
0	$f(0) = 2$
2	$f(2) = 2$

Observe, agora, no gráfico:



É fácil notar que, por mais que o valor do domínio mude, a função permanece constante, cujo valor é 2.



TOME NOTA!



Toda função constante possui como gráfico uma reta paralela ao eixo x . Por este motivo, a função constante nunca será uma função injetora nem bijetora.

II) **Função Linear:** É toda função da forma:

$$f(x) = ax \text{ ou } y = ax; a \in \mathbb{R}^*$$

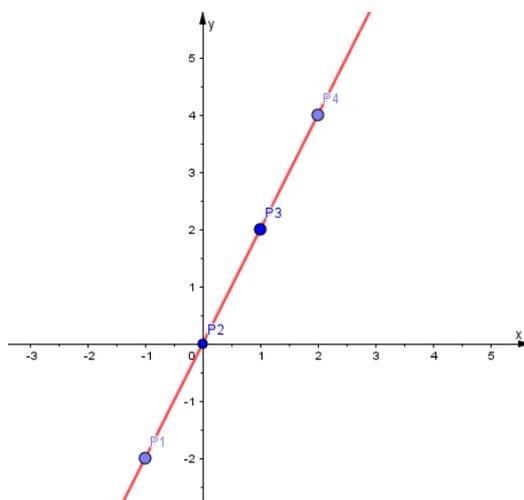
Exemplo:

$$y = f(x) = 2x$$

Vejamos no quadro do valor numérico o comportamento do gráfico quando se atribui valores para a variável x .

x	$y = f(x) = 2x$
-1	$f(-1) = 2(-1) = -2$
0	$f(0) = 2(0) = 0$
1	$f(1) = 2(1) = 2$
2	$f(2) = 2(2) = 4$

Observe, agora, no gráfico:



É fácil notar que a reta da função é descrita pelos infinitos pares ordenados correspondentes à sua lei de formação. Note ainda que alguns deles ($P_1; P_2; P_3; P_4$) estão destacados no gráfico. Assim:

$$P_1 = (-1; -2) \in y$$

$$P_2 = (0; 0) \in y$$

$$P_3 = (1; 2) \in y$$

$$P_4 = (2; 4) \in y$$

III) **Função Identidade:** É toda função linear, na qual o coeficiente angular “a” é igual a 1. Ou seja, é toda função da forma:

$$y = x \text{ ou } f(x) = x$$

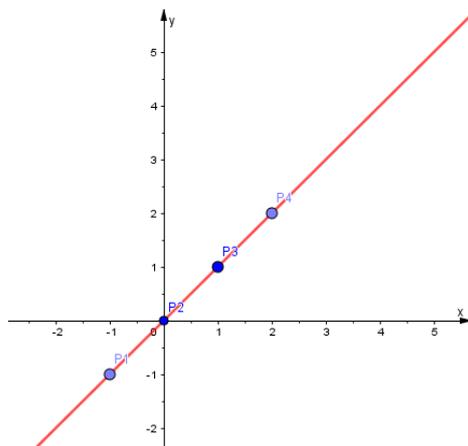
Exemplo:

$$f(x) = x$$

Observe no quadro:

x	$f(x) = x$
-1	$f(-1) = -1$
0	$f(0) = 0$
1	$f(1) = 1$
2	$f(2) = 2$

Analisando o gráfico a partir dos pares ordenados obtidos, temos:



Note que o gráfico é o conjunto dos infinitos pares ordenados. Alguns destes, destaco abaixo:



$$P_1 = (-1; -1) \in y$$

$$P_2 = (0; 0) \in y$$

$$P_3 = (1; 1) \in y$$

$$P_4 = (2; 2) \in y$$

TOME NOTA!



Nas Funções Identidade, os pares ordenados possuem abscissas e ordenadas com os mesmos valores.

Além destes três tipos apresentados, temos ainda mais duas. Função Afim e Função Quadrática, que serão estudadas em capítulo próprio. Vamos a eles?

6 – Função Afim

1 – Introdução

Conceito: É toda função da forma:

$$f(x) = ax + b$$

Onde:

a → Coeficiente angular

b → Coeficiente linear

x → Variável real

$f(x)$ → Imagem da função

Cabe destacar que função afim é também conhecida por função polinomial do 1º grau.



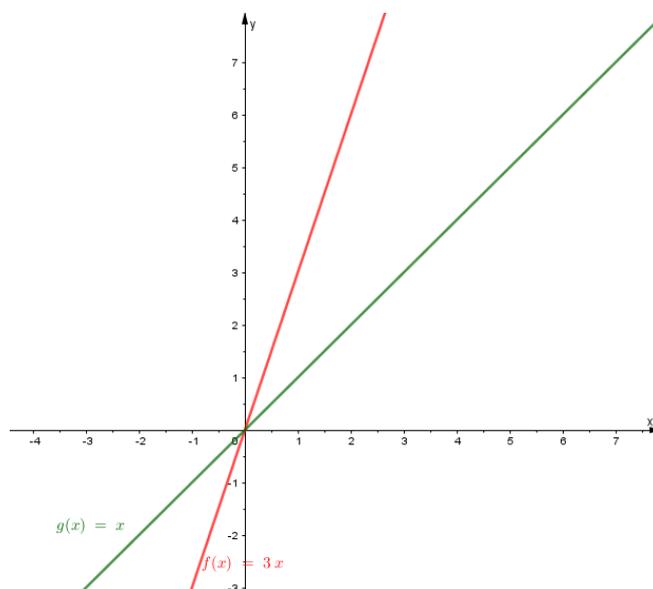
2 – Coeficientes da Função Afim

Os coeficientes da função polinomial do 1º grau são determinantes para a devida construção do gráfico. É sempre bom ter em mente que, em uma função da forma $f(x) = ax + b$, temos que:

- $a \rightarrow$ Coeficiente angular. É responsável pela inclinação da reta, ou seja:

$a > 0$	Quanto maior o a , mais inclinada
	Quanto menor o a , menos inclinada
$a < 0$	Quanto menor o a , mais inclinada
	Quanto maior o a , menos inclinada

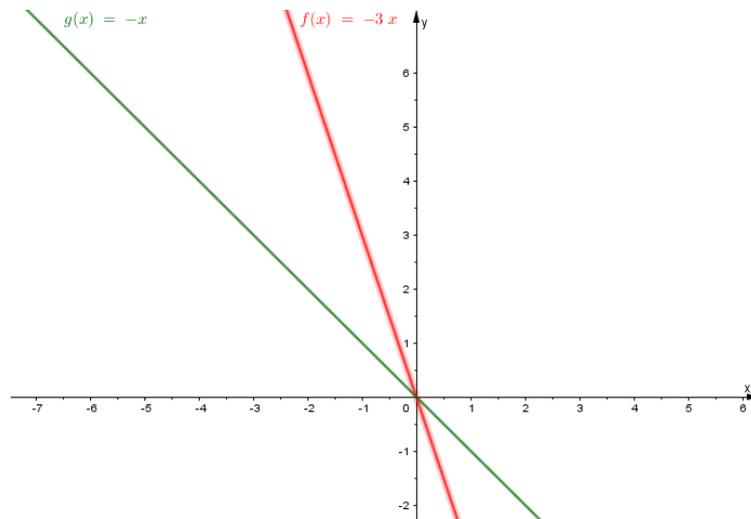
Observe no gráfico:



Observe que o coeficiente angular de $f(x)$ é maior que o da $g(x)$, por este motivo a inclinação da reta vermelha é maior.

Note que as retas estão inclinadas para a direita, logo, neste exemplo, o coeficiente angular é positivo nas duas funções.

Por outro lado:



Veja que neste exemplo, que as retas estão inclinadas para a esquerda, logo, o coeficiente angular é negativo. Por este motivo, a função em vermelho (que possui o menor coeficiente angular) está mais inclinada que a função em verde.

TOME NOTA!



Se o coeficiente angular for ZERO, a reta não terá inclinação, ou seja, será paralela ao eixo x. Um exemplo é a função constante.

Indo mais FUNDO



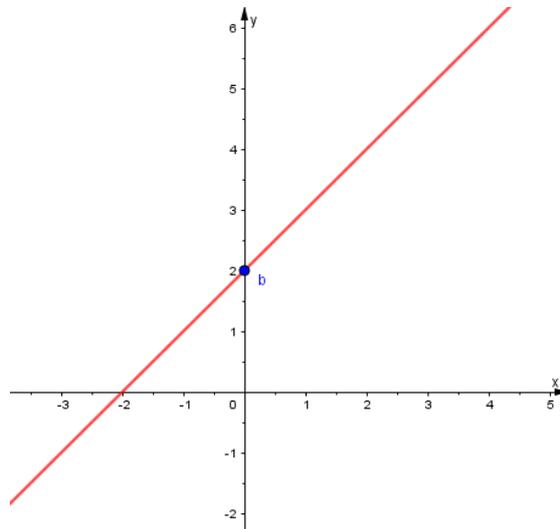
Outro ponto importante, no que tange ao coeficiente angular é que ele é encontrado calculando a tangente do menor ângulo formado pela reta da função e o eixo x, ou seja:

$$|a| = |\operatorname{tg}\theta|$$

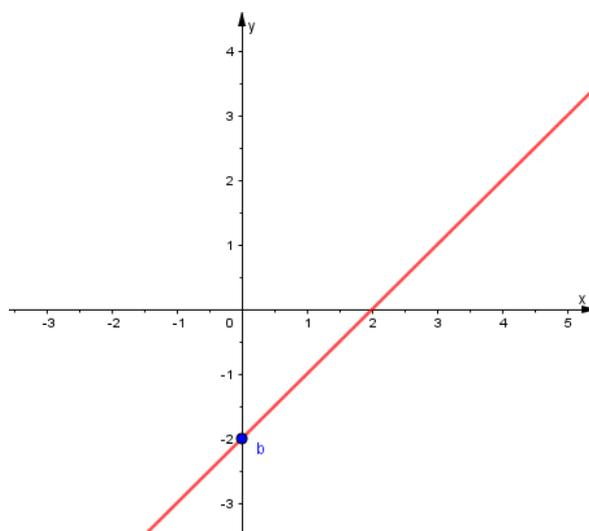
Vamos analisar, agora, o outro coeficiente presente na lei de formação de uma função afim.

- $b \rightarrow$ Coeficiente linear. É representado no gráfico sempre pelo ponto de intercessão da reta da função com o eixo y . Ou seja, coeficiente linear está diretamente ligado com a ordenada. Veja o exemplo abaixo:

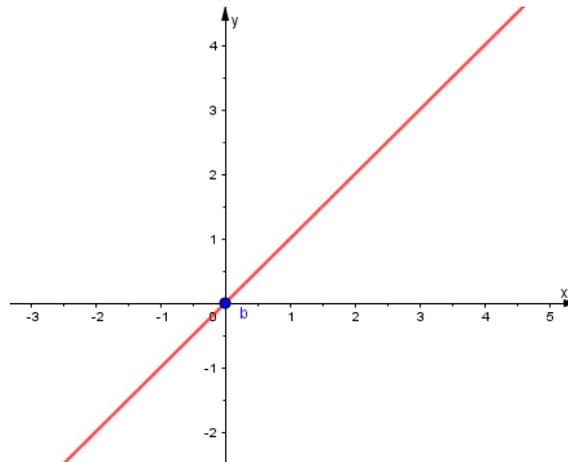
a) $f(x) = x + 2$, ou seja, com $b > 0$



b) $f(x) = x - 2$, ou seja, com $b < 0$



c) $f(x) = x$, ou seja, com $b = 0$



TOME NOTA!



Sempre que o coeficiente linear for ZERO, a reta da função passará pela origem do sistema cartesiano.

3 – Raiz da Função Afim

Quando se fala em raiz ou zero da função, estamos nos referindo ao valor real do domínio (eixo x) que, ao substituir a variável da função, retorna ZERO.

Em outras palavras:

$$f(x) = ax + b$$

$$f(x) = ax + b = 0$$

$$ax + b = 0$$

$$ax = -b$$

$$x = \frac{-b}{a}$$



Logo, quando $x = \frac{-b}{a}$, a nossa função $f(x)$ assume ZERO como valor numérico.

Exemplo:

Encontre a raiz da função: $f(x) = 2x - 1$

Comentário:

$$f(x) = 2x - 1 = 0$$

$$2x - 1 = 0$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow \text{Raiz da função}$$

Podemos fazer a prova real. Veja:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) - 1$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1$$

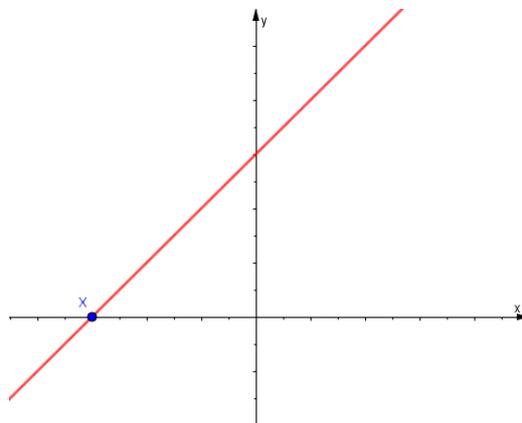
$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 - 1$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

Logo:

$$\frac{1}{2} \text{ é raiz}$$

Em termos de análise de gráfico, podemos afirmar que a raiz da função é o ponto de intercessão da reta de $f(x)$ com o eixo x. Veja:

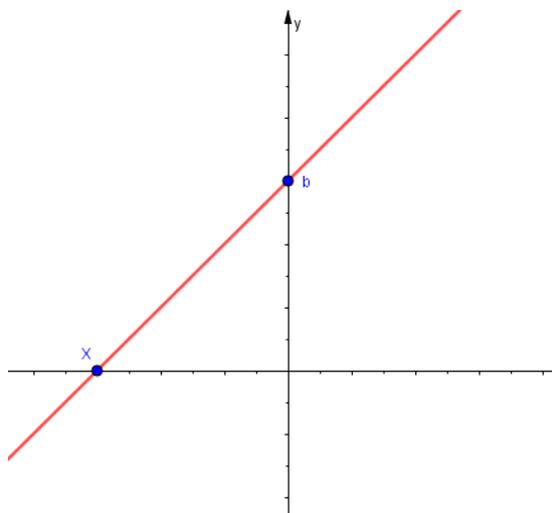


Sendo $x = \frac{-b}{a}$.

Fique
ATENTO!



Observe no gráfico, os pontos notáveis:



4 – Raiz da Função Afim

Uma função polinomial do 1º grau será dita crescente quando: à medida que “x” cresce, “y” também cresce, ou seja, à medida que “x” diminui, “y” também diminui.

Por outro lado, dada função será decrescente quando: à medida que “x” cresce, “y” diminui, ou seja, à medida que “x” diminui, “y” cresce.

Podemos esquematizar da seguinte forma:

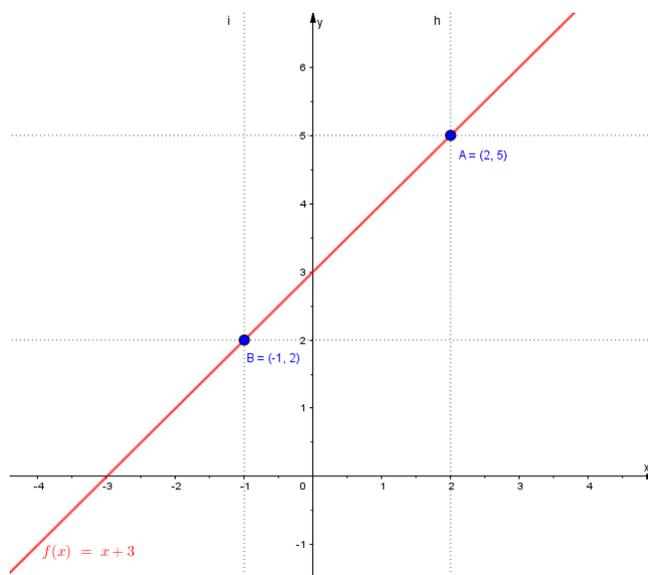
$a > 0 \rightarrow$ Função **crescente** (reta inclinada para a direita)

$a < 0 \rightarrow$ Função **decrescente** (reta inclinada para a esquerda)

Veja nos exemplos abaixo:

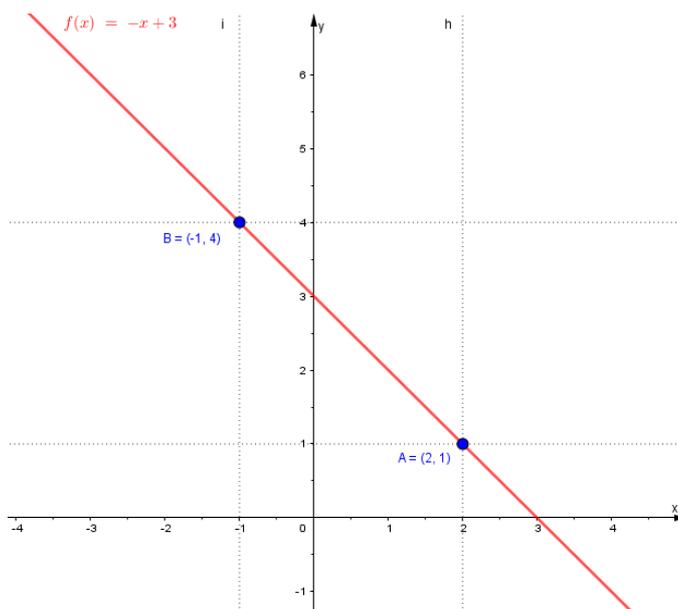


a) Função crescente: $f(x)=x+3$



Note que, ao colocar o domínio -1, obtemos como imagem a ordenada 2. Por sua vez, ao aumentar o valor do domínio para 2, a sua respectiva imagem também aumenta, ou seja, vai para o ponto de ordenada 5.

b) Função decrescente: $f(x)=-x+3$



Note que, ao colocar o domínio -1, obtemos como imagem a ordenada 4. Por sua vez, ao aumentar o valor do domínio para 2, a sua respectiva imagem diminui, ou seja, vai para o ponto de ordenada 1.

5 – Gráfico da Função Afim

Já é sabido que o gráfico de uma função é uma reta. Sabemos ainda, que para construir ou desenhar uma reta é necessário, ao menos, dois pontos. Estes pontos são, geralmente, os mais fáceis de se achar, quais sejam: **a raiz e o coeficiente linear**. Veja o exemplo abaixo:

$$f(x) = x + 3$$

Podemos observar que o coeficiente linear é 3. Assim, falta só mais um ponto para traçar a reta da função. Este ponto é a raiz da função. Logo:

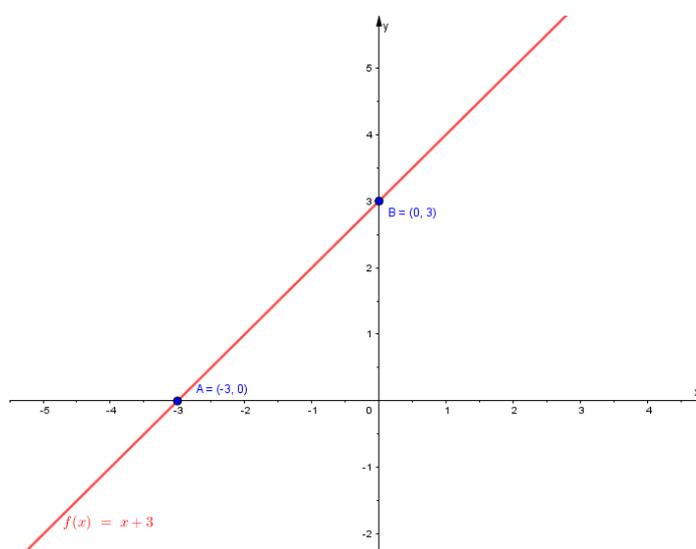
$$f(x) = 0$$

$$x + 3 = 0$$

$$x = -3$$

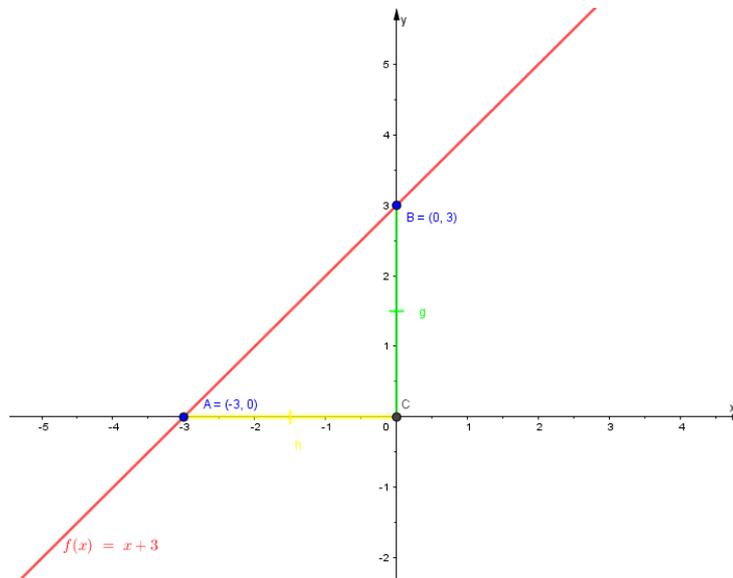
Isso significa que a reta passa pela abscissa -3 (raiz) e pela ordenada 3 (coeficiente linear).

Observe no gráfico:



Podemos ainda, tirar a prova real do coeficiente angular, que é tangente do ângulo formado pela reta e o eixo x. Veja:



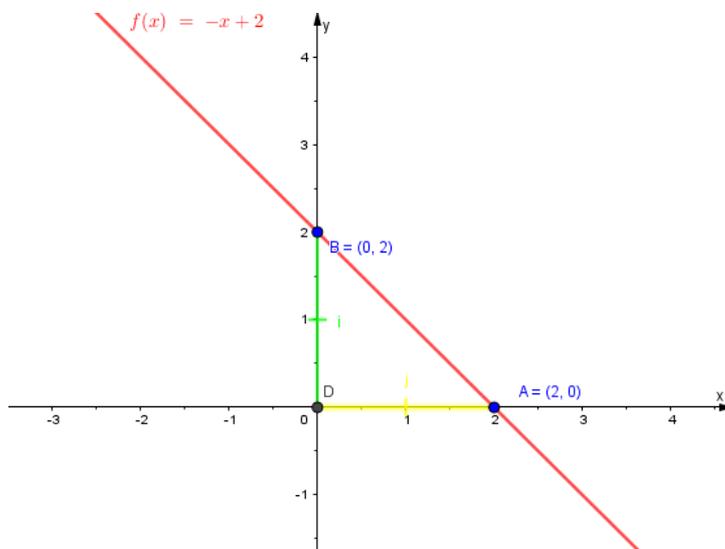


TOME NOTA!



Fique atento ao seguinte: ao se calcular a tangente, teremos sempre como resultado um valor positivo, pois o resultado dá em módulo. Assim, para sabermos se o coeficiente angular é positivo ou negativo, teremos que olhar para a inclinação da reta.

Observe, no exemplo, o que acabamos de dizer:



Porém a inclinação está para a esquerda, logo: $a = -1$

6 – Sinal da Função Polinomial do 1º Grau

A depender da questão, pode ser objeto de pergunta o sinal da função para um determinado valor do domínio. A partir deste ponto, faz-se necessário conhecer o método para descobrir a variação de sinal da função.

A grosso modo, temos duas situações: uma com coeficiente positivo, outra com coeficiente negativo. Vamos estudar cada caso:

1º caso: $a > 0$ e $x_0 = \frac{-b}{a}$

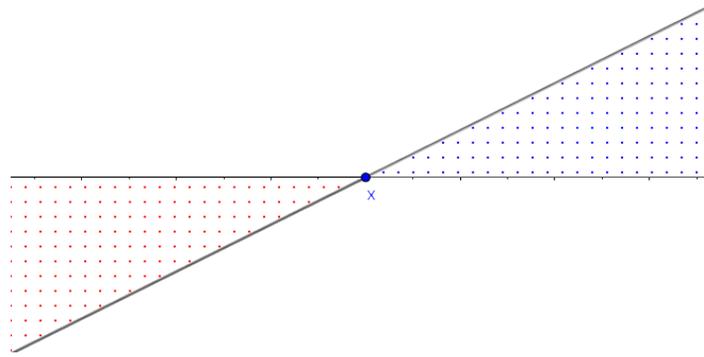
$$f(x) = ax + b > 0 \rightarrow x > \frac{-b}{a}$$

$$f(x) = ax + b = 0 \rightarrow x = \frac{-b}{a}$$

$$f(x) = ax + b < 0 \rightarrow x < \frac{-b}{a}$$

Ou seja:





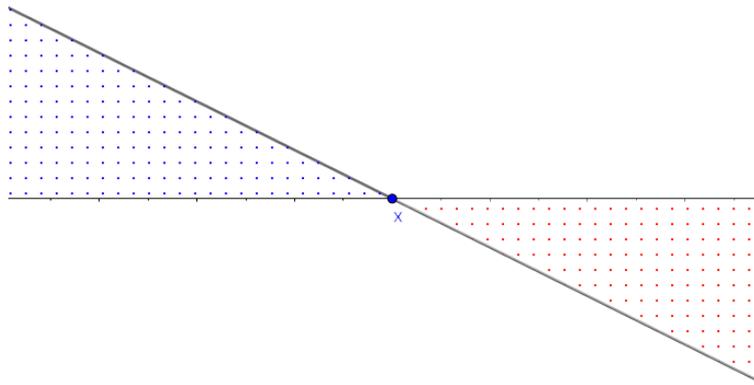
2º caso: $a < 0$ e $x_0 = \frac{-b}{a}$

$$f(x) = ax + b > 0 \rightarrow x < \frac{-b}{a}$$

$$f(x) = ax + b = 0 \rightarrow x = \frac{-b}{a}$$

$$f(x) = ax + b < 0 \rightarrow x > \frac{-b}{a}$$

Ou seja:



Depois de passarmos pela teoria, vamos a alguns exemplos práticos:

a) Estude o sinal de $f(x) = x + 3$

Comentário:

$$f(x) = 0 \Rightarrow x + 3 = 0$$

$$x_0 = -3$$

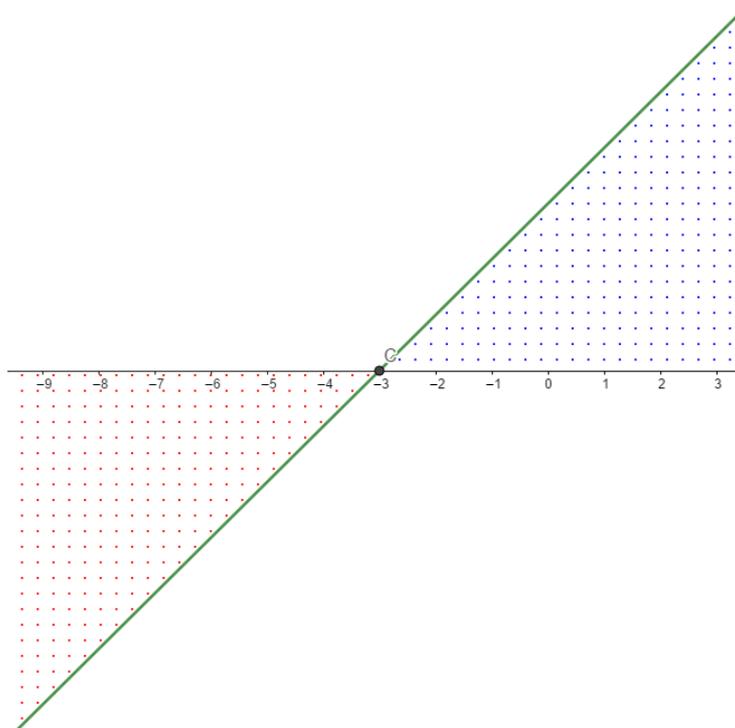
Assim:

$$x_0 = -3$$

$$a = 1$$



Logo:



Conclusão:

- Para qualquer valor maior que a raiz -3, $f(x)$ terá valor **positivo** (mesmo sinal de a).
- Para valor de x igual a -3, $f(x)$ será **NULA**.
- Para valor de x menor que -3, $f(x)$ terá valor **negativo** (sinal contrário de a).

b) Estude o sinal de $f(x) = -x + 1$

Comentário:

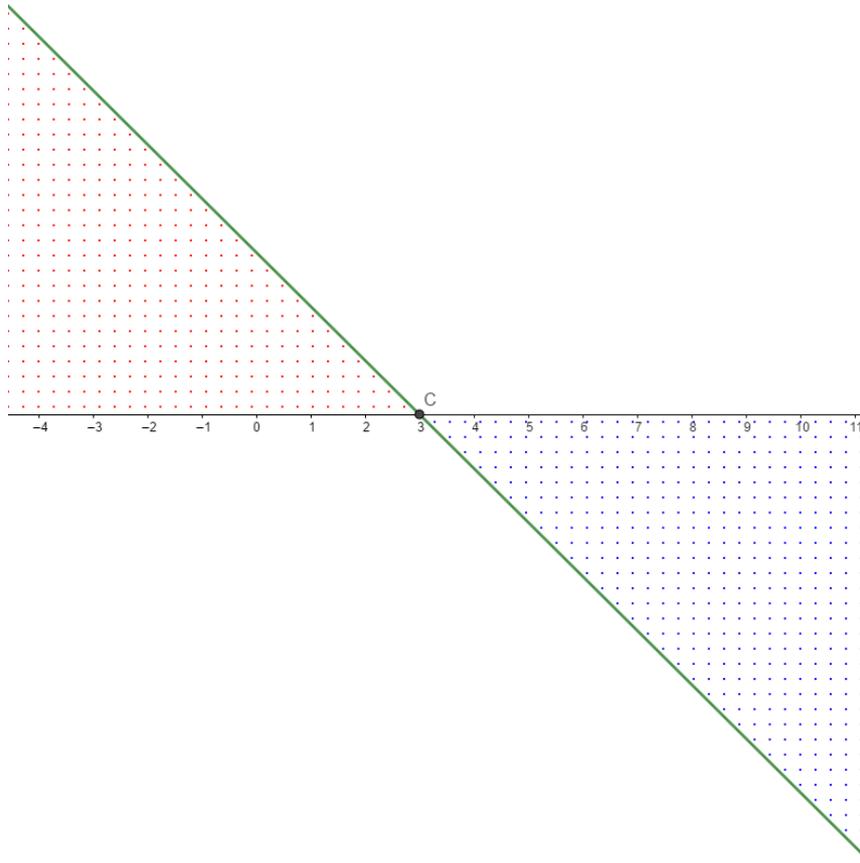
$$f(x) = 0 \Rightarrow -x + 1 = 0$$
$$x_0 = 1$$

Assim:

$$x_0 = 1$$
$$a = -1$$

Logo:





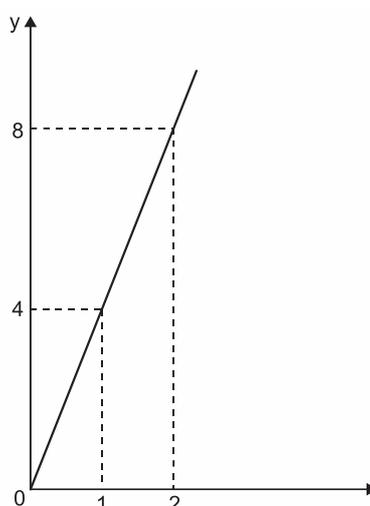
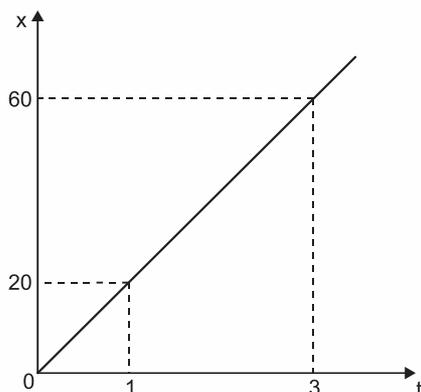
Conclusão:

- Para qualquer valor maior que a raiz 1, $f(x)$ terá valor **negativo** (mesmo sinal de a).
- Para valor de igual a 1, $f(x)$ será **NULO**.
- Para qualquer valor menor que 1, $f(x)$ terá valor **positivo** (sinal contrário de a).



7 – Lista de Questões

1. (Enem PPL 2018) A quantidade x de peças, em milhar, produzidas e o faturamento y , em milhar de real, de uma empresa estão representados nos gráficos, ambos em função do número t de horas trabalhadas por seus funcionários.

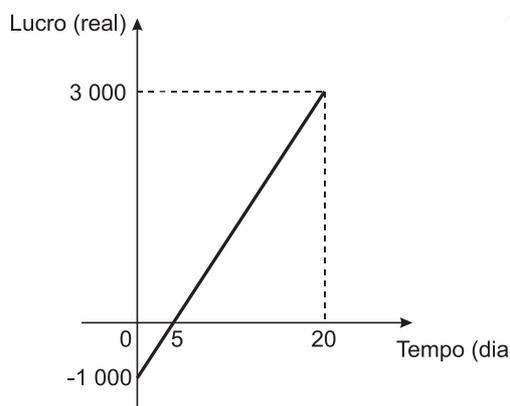


O número de peças que devem ser produzidas para se obter um faturamento de R\$ 10.000,00 é

- a) 2.000.
- b) 2.500.
- c) 40.000.
- d) 50.000.
- e) 200.000.

2. (Enem PPL 2017) Em um mês, uma loja de eletrônicos começa a obter lucro já na primeira semana. O gráfico representa o lucro (L) dessa loja desde o início do mês até o dia 20. Mas esse comportamento se estende até o último dia, o dia 30.





A representação algébrica do lucro (L) em função do tempo (t) é

- a) $L(t) = 20t + 3.000$
- b) $L(t) = 20t + 4.000$
- c) $L(t) = 200t$
- d) $L(t) = 200t - 1.000$
- e) $L(t) = 200t + 3.000$

3. (Fmp 2017) Considere as seguintes cinco retas do plano cartesiano, definidas pelas equações:

$$r_1 : 2x + 3y = 5;$$

$$r_2 : -x + \frac{1}{3}y = 2;$$

$$r_3 : y = x;$$

$$r_4 : 2x = 5;$$

$$r_5 : x - y = 0.$$

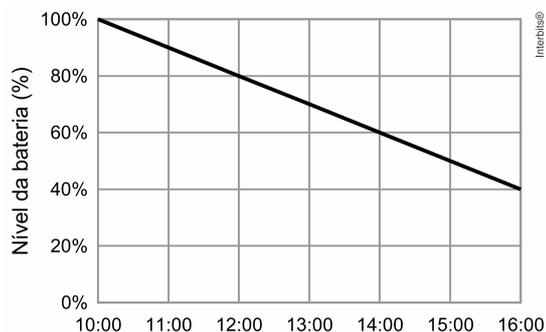
Apenas uma das retas definidas acima **NÃO** é gráfico de uma função polinomial de grau 1, $y = f(x)$.

Essa reta é a

- a) r_1
- b) r_2
- c) r_3
- d) r_4
- e) r_5

4. (Ufpr 2017) O gráfico abaixo representa o consumo de bateria de um celular entre as 10h e as 16h de um determinado dia.





Supondo que o consumo manteve o mesmo padrão até a bateria se esgotar, a que horas o nível da bateria atingiu 10%?

- a) 18 h.
- b) 19 h.
- c) 20 h.
- d) 21 h.
- e) 22 h.

5. (Upe-ssa 2 2016) Everton criou uma escala E de temperatura, com base na temperatura máxima e mínima de sua cidade durante determinado período. A correspondência entre a escala E e a escala Celsius (C) é a seguinte:

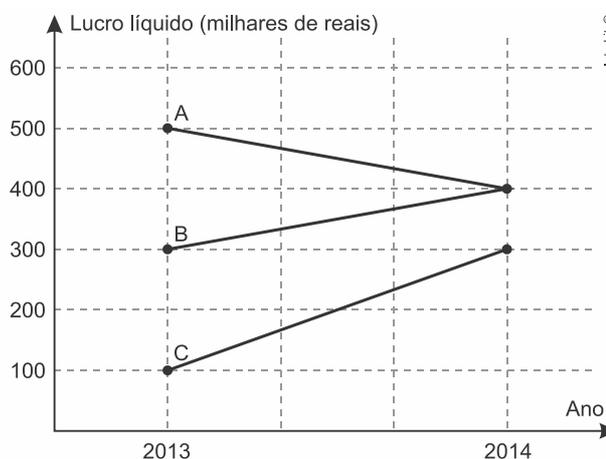
°E	°C
0	16
80	41

Em que temperatura, aproximadamente, ocorre a solidificação da água na escala E?

- a) -16° E
- b) -32° E
- c) -38° E
- d) -51° E
- e) -58° E

6. (Unicamp 2016) O gráfico abaixo exhibe o lucro líquido (em milhares de reais) de três pequenas empresas A, B e C, nos anos de 2013 e 2014.



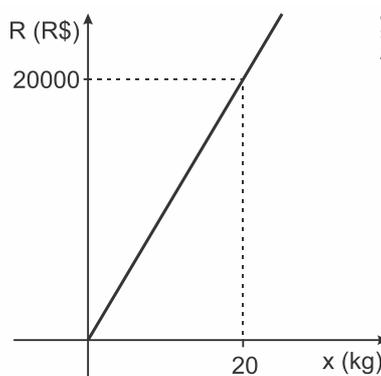


Com relação ao lucro líquido, podemos afirmar que

- a) A teve um crescimento maior do que C.
- b) C teve um crescimento maior do que B.
- c) B teve um crescimento igual a A.
- d) C teve um crescimento menor do que B.

7. (Ucs 2016) O custo total C , em reais, de produção de x kg de certo produto é dado pela expressão $C(x) = 900x + 50$.

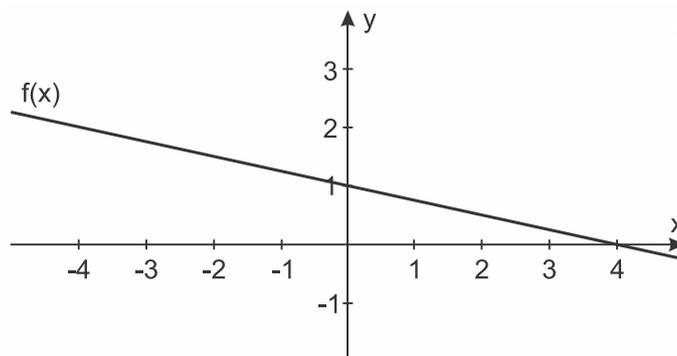
O gráfico abaixo é o da receita R , em reais, obtida pelo fabricante, com a venda de x kg desse produto.



Qual porcentagem da receita obtida com a venda de 1kg do produto é lucro?

- a) 5%
- b) 10%
- c) 12,5%
- d) 25%
- e) 50%

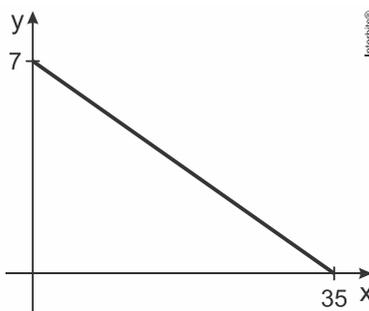
8. (Ueg 2015) Considere o gráfico a seguir de uma função real afim $f(x)$.



A função afim $f(x)$ é dada por

- a) $f(x) = -4x + 1$
- b) $f(x) = -0,25x + 1$
- c) $f(x) = -4x + 4$
- d) $f(x) = -0,25x - 3$

9. (Ucs 2015) No gráfico abaixo, está representada a relação que estabelece qual deve ser o preço y , em reais, para que sejam vendidas x unidades de determinado produto por dia.



Qual deve ser o preço, em reais, para que sejam vendidas 28 unidades por dia?

- a) 2,40
- b) 2,00
- c) 1,80
- d) 1,60
- e) 1,40

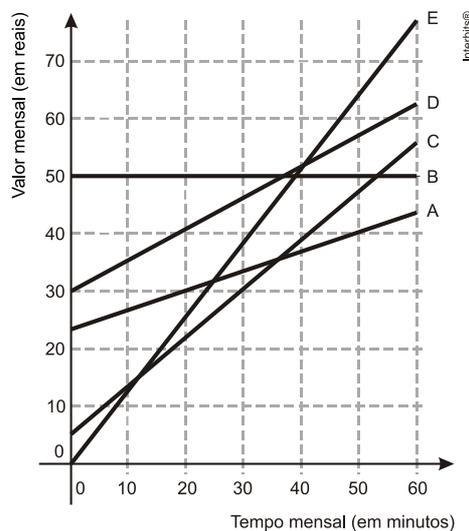
10. (Fgv 2014) Um restaurante francês oferece um prato sofisticado ao preço de p reais por unidade. A quantidade mensal x de pratos que é vendida relaciona-se com o preço cobrado através da função $p = -0,4x + 200$.



Sejam k_1 e k_2 os números de pratos vendidos mensalmente, para os quais a receita é igual a R\$21.000,00. O valor de $k_1 + k_2$ é:

- a) 450
- b) 500
- c) 550
- d) 600
- e) 650

11. (Enem 2014) No Brasil há várias operadoras e planos de telefonia celular. Uma pessoa recebeu 5 propostas (A, B, C, D e E) de planos telefônicos. O valor mensal de cada plano está em função do tempo mensal das chamadas, conforme o gráfico.



Essa pessoa pretende gastar exatamente R\$30,00 por mês com telefone.

Dos planos telefônicos apresentados, qual é o mais vantajoso, em tempo de chamada, para o gasto previsto para essa pessoa?

- a) A
- b) B
- c) C
- d) D
- e) E

12. (Ucs 2014) O salário mensal de um vendedor é de R\$ 750,00 fixos mais 2,5% sobre o valor total, em reais, das vendas que ele efetuar durante o mês.

Em um mês em que suas vendas totalizarem x reais, o salário do vendedor será dado pela expressão

- a) $750 + 2,5x$.



- b) $750 + 0,25x$.
- c) $750,25x$.
- d) $750 \cdot (0,25x)$.
- e) $750 + 0,025x$.

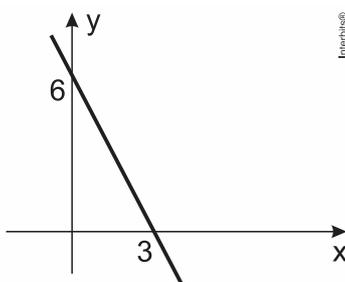
13. (Uepb 2013) Os conjuntos A e B têm, respectivamente, $5-x$ e $3x$ elementos e $A \times B$ tem $8x+2$ elementos. Então, se pode admitir como verdadeiro que:

- a) A tem cinco elementos
- b) B tem quatro elementos
- c) B tem seis elementos
- d) A tem mais de seis elementos
- e) B tem menos de três elementos

14. (Uepb 2013) Uma função f definida de \mathbb{R} em \mathbb{R} satisfaz à condição $f(5x) = 5f(x)$ para todo x real. Se $f(25) = 125$, $f(1)$ é:

- a) 6
- b) 1
- c) 25
- d) 5
- e) 4

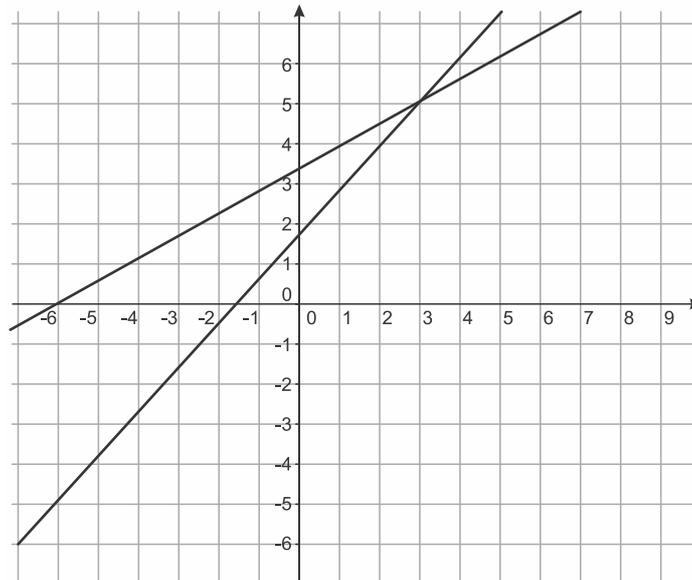
15. (Eear 2019) A função que corresponde ao gráfico a seguir é $f(x) = ax + b$, em que o valor de a é



- a) 3
- b) 2
- c) -2
- d) -1



16. (cmrj 2018) A figura abaixo ilustra o gráfico de duas funções reais $g(x) = Mx + 2P$ e $h(x) = 2Mx + P$, com $x \in \mathbb{R}$.



Se o ponto de interseção tem coordenadas $(3, 5)$, então

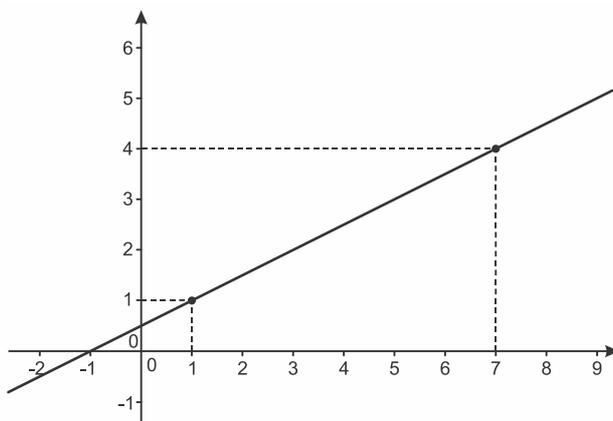
- a) $P = M$.
- b) $P = 2M$.
- c) $P = 3M$.
- d) $P + M = 0$.
- e) $P + M = 1$.

17. (Pucrj 2017) Considere a função real da forma $f(x) = ax + b$.

Sabendo que $f(1) = -1$ e $f(0) = 2$, qual é o valor do produto $a \cdot b$?

- a) 1
- b) 6
- c) -3
- d) -4
- e) -6

18. (Ifsul 2017) Uma função do 1º grau $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ possui o gráfico abaixo.



A lei da função f é

- a) $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{3}{2}$
- b) $f(x) = x + 1$
- c) $f(x) = 2x + \frac{1}{2}$
- d) $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$

19. (Eear 2016) Na função $f(x) = mx - 2(m - n)$, m e $n \in \mathbb{R}$. Sabendo que $f(3) = 4$ e $f(2) = -2$, os valores de m e n são, respectivamente

- a) 1 e -1
- b) -2 e 3
- c) 6 e -1
- d) 6 e 3

20. (Upe-ssa 1 2016) Na fabricação de 25 mesas, um empresário verificou que o custo total de material foi obtido por meio de uma taxa fixa de R\$ 2.000,00, adicionada ao custo de produção que é de R\$ 60,00 por unidade. Qual é o custo para fabricação dessas mesas?

- a) R\$ 1.500,00
- b) R\$ 2.900,00



- c) R\$ 3.500,00
- d) R\$ 4.200,00
- e) R\$ 4.550,00

21. (Ipsul 2016) Considere o intervalo real $[-5, 5]$, multiplique-o por 3 e some-o a -5 .

Qual é a razão entre o menor e o maior número desse intervalo?

- a) -3
- b) -2
- c) -1
- d) 0

22. (Pucpr 2015) Seja f uma função afim $f(x)$, cuja forma é $f(x) = ax + b$, com a e b números reais. Se $f(-3) = 3$ e $f(3) = -1$, os valores de a e b , são respectivamente:

- a) 2 e 9
- b) 1 e -4
- c) $\frac{1}{3}$ e $\frac{3}{5}$
- d) 2 e -7
- e) $-\frac{2}{3}$ e 1

23. (cftmg 2015) Um economista observa os lucros das empresas A e B do primeiro ao quarto mês de atividades e chega à conclusão que, para este período, as equações que relacionam o lucro, em reais, e o tempo, em meses, são $L_A(t) = 3t - 1$ e $L_B(t) = 2t + 9$. Considerando-se que essas equações também são válidas para o período do quinto ao vigésimo quarto mês de atividades, o mês em que as empresas terão o mesmo lucro será o

- a) vigésimo.
- b) décimo sétimo.
- c) décimo terceiro.



d) décimo.

24. (Pucmg 2015) A função linear $R(t) = at + b$ expressa o rendimento R , em milhares de reais, de certa aplicação. O tempo t é contado em meses, $R(1) = -1$ e $R(2) = 1$. Nessas condições, o rendimento obtido nessa aplicação, em quatro meses, é:

- a) R\$ 3.500,00
- b) R\$ 4.500,00
- c) R\$ 5.000,00
- d) R\$ 5.500,00

25. (cftmg 2015) Um motorista de táxi cobra, para cada corrida, uma taxa fixa de R\$5,00 e mais R\$2,00 por quilômetro rodado. O valor total arrecadado (R) num dia é função da quantidade total (x) de quilômetros percorridos e calculado por meio da função $R(x) = ax + b$, em que a é o preço cobrado por quilômetro e b , a soma de todas as taxas fixas recebidas no dia. Se, em um dia, o taxista realizou 10 corridas e arrecadou R\$410,00, então a média de quilômetros rodados por corrida, foi de

- a) 14
- b) 16
- c) 18
- d) 20

26. (Uece 2014) Em uma corrida de táxi, é cobrado um valor inicial fixo, chamado de bandeirada, mais uma quantia proporcional aos quilômetros percorridos. Se por uma corrida de 8 km paga-se R\$ 28,50 e por uma corrida de 5 km paga-se R\$ 19,50, então o valor da bandeirada é

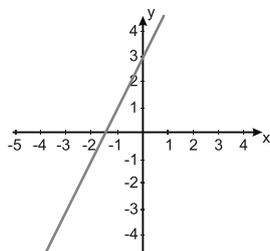
- a) R\$ 7,50.
- b) R\$ 6,50.
- c) R\$ 5,50.
- d) R\$ 4,50.



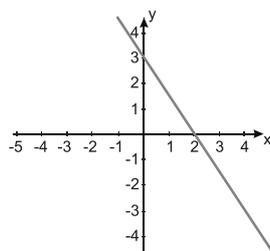
27. (Unicamp 2012) Em uma determinada região do planeta, a temperatura média anual subiu de $13,35\text{ }^{\circ}\text{C}$ em 1995 para $13,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ em 2010. Seguindo a tendência de aumento linear observada entre 1995 e 2010, a temperatura média em 2012 deverá ser de

- a) $13,83\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- b) $13,86\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- c) $13,92\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- d) $13,89\text{ }^{\circ}\text{C}$.

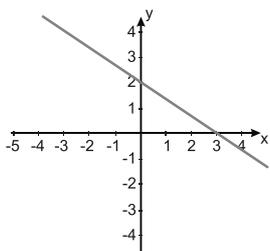
28. (Unisinos 2012) Qual dos gráficos abaixo representa a reta de equação $y = 2x + 3$?



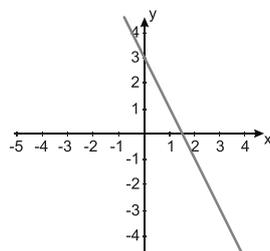
a)



b)

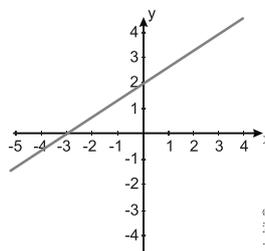


c)



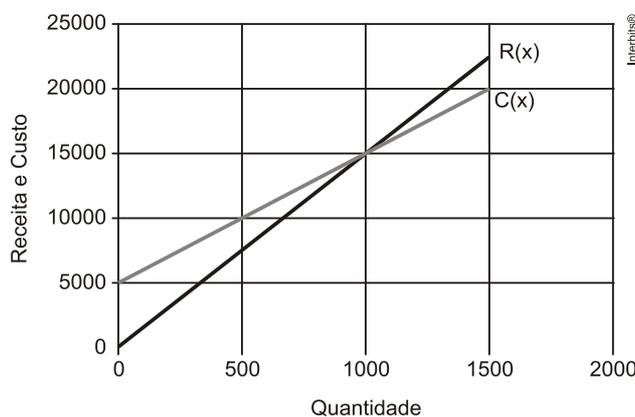
d)





e)

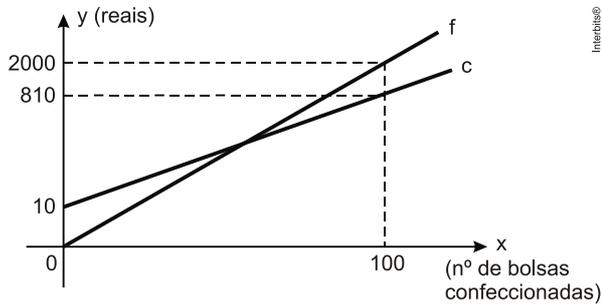
29. (Fgv 2012) Os gráficos abaixo representam as funções receita mensal $R(x)$ e custo mensal $C(x)$ de um produto fabricado por uma empresa, em que x é a quantidade produzida e vendida. Qual o lucro obtido ao se produzir e vender 1350 unidades por mês?



- a) 1740
- b) 1750
- c) 1760
- d) 1770
- e) 1780

30. (Epcar (Afa) 2011) Luiza possui uma pequena confecção artesanal de bolsas. No gráfico abaixo, a reta c representa o custo total mensal com a confecção de x bolsas e a reta f representa o faturamento mensal de Luiza com a confecção de x bolsas.

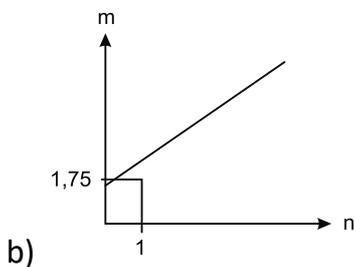
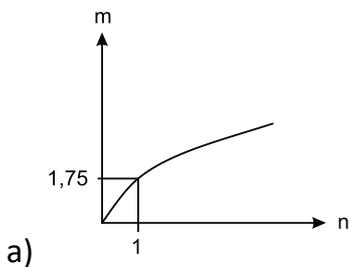


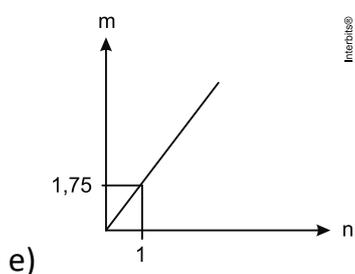
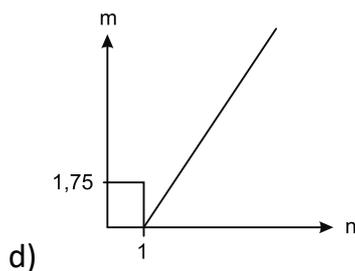
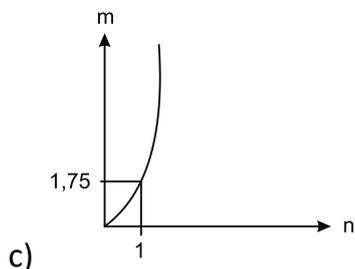


Com base nos dados acima, é correto afirmar que Luiza obtém lucro se, e somente se, vender

- a) no mínimo 2 bolsas.
- b) pelo menos 1 bolsa.
- c) exatamente 3 bolsas.
- d) no mínimo 4 bolsas.

31. (Enem 2011) As frutas que antes se compravam por dúzias, hoje em dia, podem ser compradas por quilogramas, existindo também a variação dos preços de acordo com a época de produção. Considere que, independente da época ou variação de preço, certa fruta custa R\$ 1,75 o quilograma. Dos gráficos a seguir, o que representa o preço m pago em reais pela compra de n quilogramas desse produto é





32. (Ufpb 2010) O reservatório de água que abastece certa cidade está com $6.000m^3$ de água e, durante os próximos 40 dias, receberá $25m^3$ de água por hora. Durante esse período, o reservatório perde diariamente $720m^3$ de água.

Com base nessas informações, é correto afirmar que o volume de água do reservatório se reduzirá a $3.000m^3$ em:

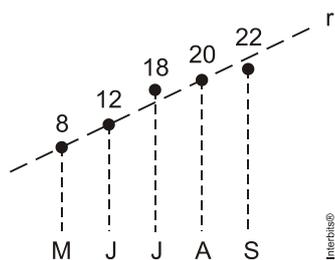
- a) 20 dias
- b) 24 dias
- c) 25 dias
- d) 28 dias
- e) 30 dias

33. (Espm 2010) O gráfico abaixo mostra o número de pessoas comprovadamente infectadas pelo vírus H1N1 numa certa cidade do Brasil, entre os meses de maio e setembro de 2009. Na hipótese



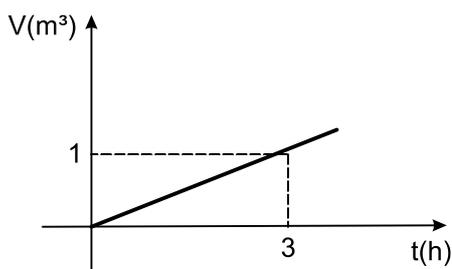
de um crescimento linear desse surto, representado pela reta r , pode-se prever que o número de pessoas infectadas em dezembro de 2009 será igual a:

Pessoas infectadas pelo H1N1



- a) 30
- b) 36
- c) 40
- d) 44
- e) 48

34. (Cftsc 2010) O volume de água de um reservatório aumenta em função do tempo, de acordo com o gráfico abaixo:

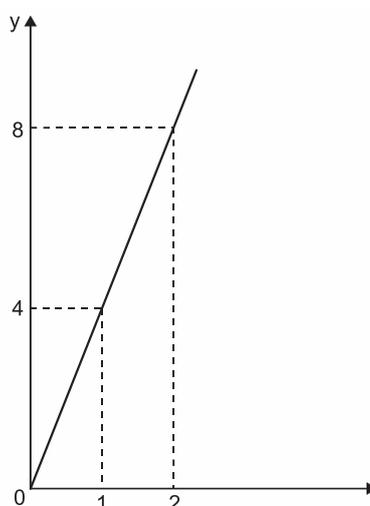
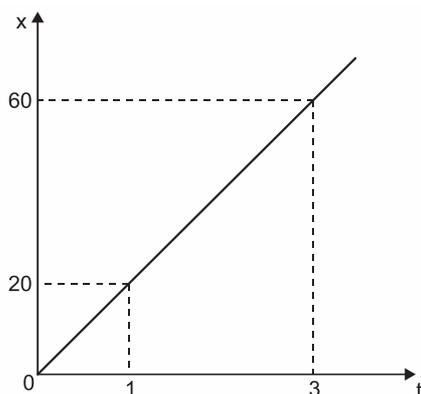


Para encher este reservatório de água com 2.500 litros, uma torneira é aberta. Qual o tempo necessário para que o reservatório fique completamente cheio?

- a) 7 h
- b) 6 h 50 min
- c) 6 h 30 min
- d) 7 h 30 min
- e) 7 h 50 min

8 – Questões Comentadas

1. (Enem PPL 2018) A quantidade x de peças, em milhar, produzidas e o faturamento y , em milhar de real, de uma empresa estão representados nos gráficos, ambos em função do número t de horas trabalhadas por seus funcionários.



O número de peças que devem ser produzidas para se obter um faturamento de R\$10.000,00 é

- a) 2.000.
- b) 2.500.
- c) 40.000.
- d) 50.000.
- e) 200.000.

Comentário:



Tem-se que $y = \frac{8}{2}t = 4t$ e $x = \frac{60}{3}t = 20t$. Logo, se $y = 10$ milhares de reais, então

$$10 = 4t \Leftrightarrow t = \frac{5}{2} \text{ h.}$$

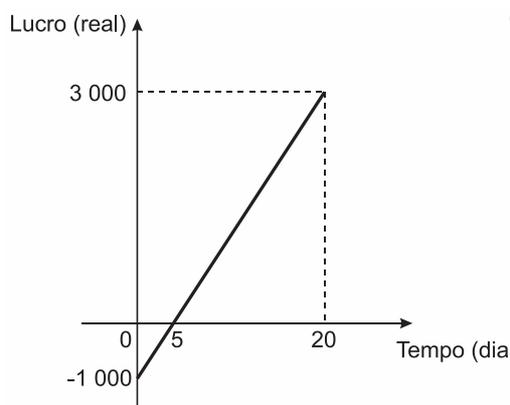
Portanto, segue que

$$x = 20 \cdot \frac{5}{2} = 50.$$

A resposta é 50000 peças.

Gabarito: D

2. (Enem PPL 2017) Em um mês, uma loja de eletrônicos começa a obter lucro já na primeira semana. O gráfico representa o lucro (L) dessa loja desde o início do mês até o dia 20. Mas esse comportamento se estende até o último dia, o dia 30.



A representação algébrica do lucro (L) em função do tempo (t) é

- a) $L(t) = 20t + 3.000$
- b) $L(t) = 20t + 4.000$
- c) $L(t) = 200t$
- d) $L(t) = 200t - 1.000$
- e) $L(t) = 200t + 3.000$

Comentário:

Sendo -1000 o valor inicial e $\frac{3000 - 0}{20 - 5} = 200$ a taxa de variação da função L, podemos concluir que

$$L(t) = 200t - 1000.$$

Gabarito: D



3. (Fmp 2017) Considere as seguintes cinco retas do plano cartesiano, definidas pelas equações:

$$r_1 : 2x + 3y = 5;$$

$$r_2 : -x + \frac{1}{3}y = 2;$$

$$r_3 : y = x;$$

$$r_4 : 2x = 5;$$

$$r_5 : x - y = 0.$$

Apenas uma das retas definidas acima **NÃO** é gráfico de uma função polinomial de grau 1, $y = f(x)$.

Essa reta é a

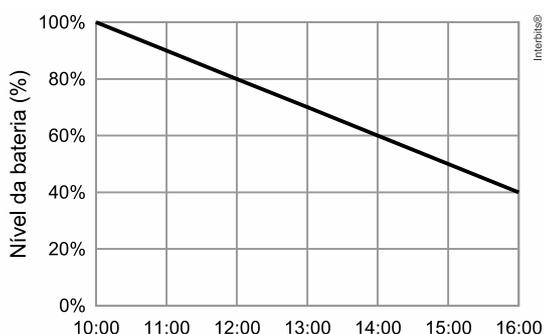
- a) r_1
- b) r_2
- c) r_3
- d) r_4
- e) r_5

Comentário:

É imediato que $x = \frac{5}{2}$ não representa uma função afim.

Gabarito: D

4. (Ufpr 2017) O gráfico abaixo representa o consumo de bateria de um celular entre as 10h e as 16h de um determinado dia.



Supondo que o consumo manteve o mesmo padrão até a bateria se esgotar, a que horas o nível da bateria atingiu 10%?

- a) 18 h.
- b) 19 h.
- c) 20 h.
- d) 21 h.



e) 22 h.

Comentário:

A taxa de variação do nível da bateria é igual a $\frac{40 - 100}{16 - 10} = -10$. Desse modo, o nível da bateria atinge 10% após $\frac{90}{10} = 9$ horas de uso, ou seja, às 19 h.

Gabarito: B

5. (Upe-ssa 2 2016) Everton criou uma escala E de temperatura, com base na temperatura máxima e mínima de sua cidade durante determinado período. A correspondência entre a escala E e a escala Celsius (C) é a seguinte:

°E	°C
0	16
80	41

Em que temperatura, aproximadamente, ocorre a solidificação da água na escala E?

- a) -16°E
- b) -32°E
- c) -38°E
- d) -51°E
- e) -58°E

Comentário:

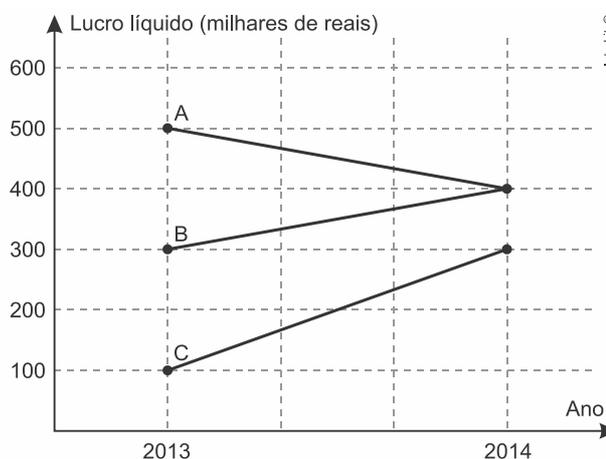
Chamemos de e o resultado procurado. Sabendo que a temperatura de solidificação da água na escala Celsius é igual a 0°C , vem

$$\frac{e - 0}{0 - 80} = \frac{0 - 16}{16 - 41} \Leftrightarrow e \cong -51^\circ \text{E}.$$

Gabarito: D

6. (Unicamp 2016) O gráfico abaixo exhibe o lucro líquido (em milhares de reais) de três pequenas empresas A, B e C, nos anos de 2013 e 2014.





Com relação ao lucro líquido, podemos afirmar que

- a) A teve um crescimento maior do que C.
- b) C teve um crescimento maior do que B.
- c) B teve um crescimento igual a A.
- d) C teve um crescimento menor do que B.

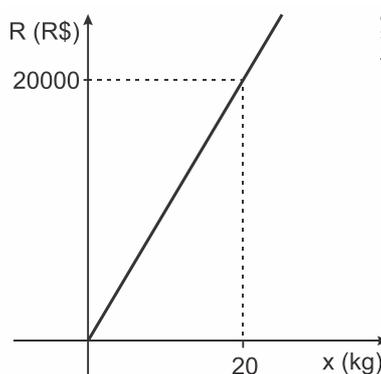
Comentário:

É fácil ver que A teve um decréscimo, enquanto que B e C tiveram um crescimento. Além disso, o crescimento de B foi de 100 milhares de reais e o crescimento de C foi de 200 milhares de reais. Portanto, C teve um crescimento maior do que o de B.

Gabarito: B

7. (Ucs 2016) O custo total C , em reais, de produção de x kg de certo produto é dado pela expressão $C(x) = 900x + 50$.

O gráfico abaixo é o da receita R , em reais, obtida pelo fabricante, com a venda de x kg desse produto.



Qual porcentagem da receita obtida com a venda de 1kg do produto é lucro?

- a) 5%

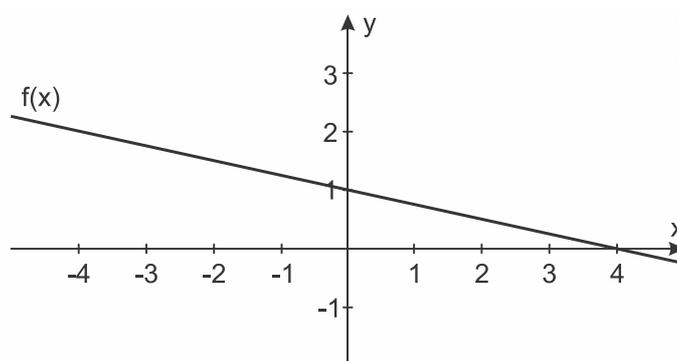
- b) 10%
- c) 12,5%
- d) 25%
- e) 50%

Comentário:

Seja a lei da função R dada por $R(x) = 1000x$, tem-se que o lucro obtido com a venda de 1kg do produto é igual a $1000 - 950 = R\$ 50,00$. Portanto, como R\$ 50,00 corresponde a 5% de R\$ 1.000,00, segue o resultado.

Gabarito: A

8. (Ueg 2015) Considere o gráfico a seguir de uma função real afim $f(x)$.



A função afim $f(x)$ é dada por

- a) $f(x) = -4x + 1$
- b) $f(x) = -0,25x + 1$
- c) $f(x) = -4x + 4$
- d) $f(x) = -0,25x - 3$

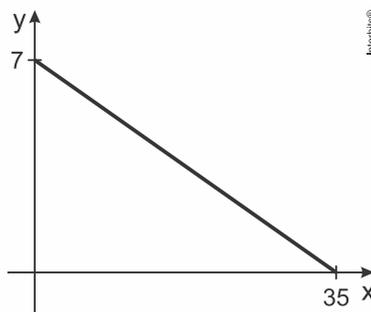
Comentário:

Seja $f(x) = ax + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$ a lei de f . Do gráfico, é imediato que $b = 1$. Ademais, sendo $x = 4$ o zero de f , temos $0 = a \cdot 4 + 1$, o que implica em $a = -0,25$. Portanto, a lei de f é $f(x) = -0,25x + 1$.

Gabarito: B

9. (Ucs 2015) No gráfico abaixo, está representada a relação que estabelece qual deve ser o preço y , em reais, para que sejam vendidas x unidades de determinado produto por dia.





Qual deve ser o preço, em reais, para que sejam vendidas 28 unidades por dia?

- a) 2,40
- b) 2,00
- c) 1,80
- d) 1,60
- e) 1,40

Comentário:

Considere a função $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = ax + b$, tal que $f(x)$ é o preço para que sejam vendidas x unidades por dia. Logo, como $f(0) = 7$, temos $b = 7$. Ademais, sendo $f(35) = 0$, vem

$$0 = 35a + 7 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{5}.$$

Portanto, a resposta é

$$f(28) = -\frac{1}{5} \cdot 28 + 7 = \text{R\$ } 1,40.$$

Gabarito: E

10. (Fgv 2014) Um restaurante francês oferece um prato sofisticado ao preço de p reais por unidade. A quantidade mensal x de pratos que é vendida relaciona-se com o preço cobrado através da função $p = -0,4x + 200$.

Sejam k_1 e k_2 os números de pratos vendidos mensalmente, para os quais a receita é igual a R\$21.000,00. O valor de $k_1 + k_2$ é:

- a) 450
- b) 500
- c) 550
- d) 600
- e) 650

Comentário:



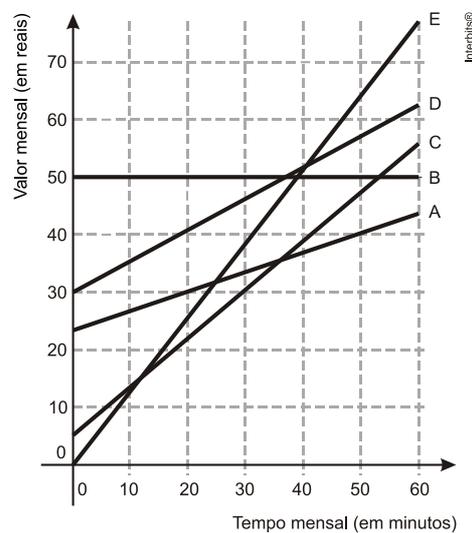
Desde que $p = -0,4x + 200$, temos

$$p \cdot x = 21000 \Leftrightarrow (-0,4x + 200) \cdot x = 21000 \\ \Leftrightarrow x^2 - 500x + 52500 = 0.$$

Portanto, pelas Relações de Girard (SOMA DA SRAÍZES $-B/A$), segue-se que $k_1 + k_2 = 500$.

Gabarito: B

11. (Enem 2014) No Brasil há várias operadoras e planos de telefonia celular. Uma pessoa recebeu 5 propostas (A, B, C, D e E) de planos telefônicos. O valor mensal de cada plano está em função do tempo mensal das chamadas, conforme o gráfico.



Essa pessoa pretende gastar exatamente R\$30,00 por mês com telefone.

Dos planos telefônicos apresentados, qual é o mais vantajoso, em tempo de chamada, para o gasto previsto para essa pessoa?

- a) A
- b) B
- c) C
- d) D
- e) E

Comentário:

O plano mais vantajoso é aquele que permite o maior tempo mensal de chamada pelo valor de R\$30,00. Portanto, do gráfico, é imediato que a resposta é a proposta C.

Gabarito: C



12. (Ucs 2014) O salário mensal de um vendedor é de R\$ 750,00 fixos mais 2,5% sobre o valor total, em reais, das vendas que ele efetuar durante o mês.

Em um mês em que suas vendas totalizarem x reais, o salário do vendedor será dado pela expressão

- a) $750 + 2,5x$.
- b) $750 + 0,25x$.
- c) $750,25x$.
- d) $750 \cdot (0,25x)$.
- e) $750 + 0,025x$.

Comentário:

Desde que $2,5\% = 0,025$, segue-se que o resultado é $750 + 0,025x$.

Gabarito: E

13. (Uepb 2013) Os conjuntos A e B têm, respectivamente, $5 - x$ e $3x$ elementos e $A \times B$ tem $8x + 2$ elementos. Então, se pode admitir como verdadeiro que:

- a) A tem cinco elementos
- b) B tem quatro elementos
- c) B tem seis elementos
- d) A tem mais de seis elementos
- e) B tem menos de três elementos

Comentário:

Sendo $x \in \mathbb{N}$, e sabendo que $n(A \times B) = n(A) \cdot n(B)$, vem

$$8x + 2 = (5 - x) \cdot 3x \Leftrightarrow 3x^2 - 7x + 2 = 0 \\ \Rightarrow x = 2.$$

Portanto, segue que $n(B) = 3 \cdot 2 = 6$.

Gabarito: C

14. (Uepb 2013) Uma função f definida de \mathbb{R} em \mathbb{R} satisfaz à condição $f(5x) = 5f(x)$ para todo x real.

Se $f(25) = 125$, $f(1)$ é:

- a) 6
- b) 1
- c) 25



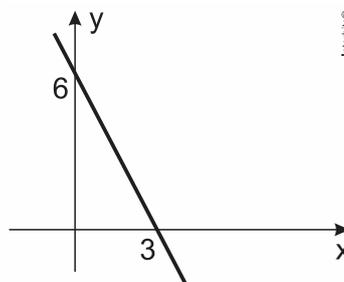
- d) 5
- e) 4

Comentário:

Como $f(5x) = 5f(x)$, para todo x real, segue-se que f é linear, com $f(x) = 5x$. Portanto, $f(1) = 5 \cdot 1 = 5$.

Gabarito: D

15. (Eear 2019) A função que corresponde ao gráfico a seguir é $f(x) = ax + b$, em que o valor de a é



- a) 3
- b) 2
- c) -2
- d) -1

Comentário:

Do gráfico, $b = 6$ e $f(3) = 0$.

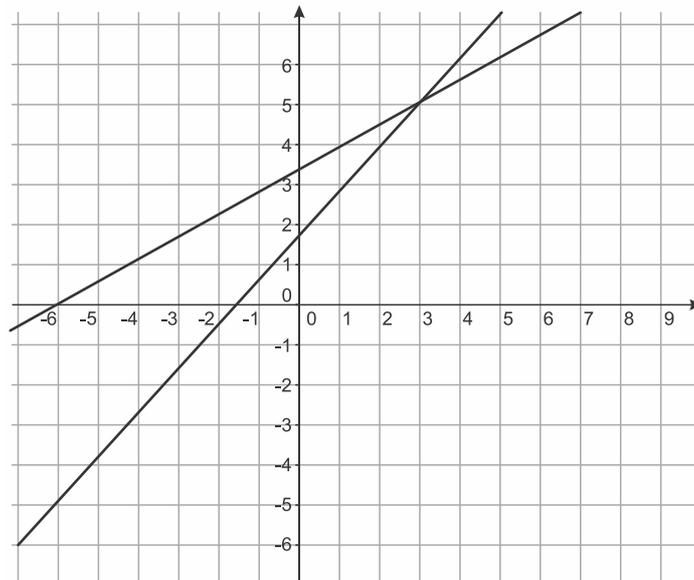
Daí,

$$\begin{aligned} 0 &= a \cdot 3 + 6 \\ 3a &= -6 \\ a &= -2 \end{aligned}$$

Gabarito: C

16. (cmrj 2018) A figura abaixo ilustra o gráfico de duas funções reais $g(x) = Mx + 2P$ e $h(x) = 2Mx + P$, com $x \in \mathbb{R}$.





Se o ponto de interseção tem coordenadas $(3, 5)$, então

- a) $P = M$.
- b) $P = 2M$.
- c) $P = 3M$.
- d) $P + M = 0$.
- e) $P + M = 1$.

Comentário:

Note que $2P > P$, pois P é positivo, daí, do enunciado e do gráfico, temos:

$$\begin{aligned} g(-6) &= 0, \\ 0 &= -6M + 2P \\ P &= 3M \end{aligned}$$

Gabarito: C

17. (Pucrj 2017) Considere a função real da forma $f(x) = ax + b$.

Sabendo que $f(1) = -1$ e $f(0) = 2$, qual é o valor do produto $a \cdot b$?

- a) 1
- b) 6



- c) -3
- d) -4
- e) -6

Comentário:

De $f(x) = ax + b$, $f(1) = -1$ e $f(0) = 2$, temos: $a \cdot 0 + b = 2 \therefore b = 2$ e $a + b = -1$

Como $b = 2$ e $a + b = -1$, então:

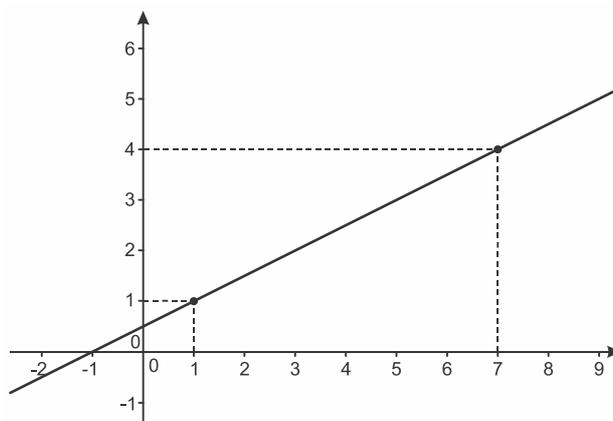
$$\begin{aligned} a + 2 &= -1 \\ a &= -3 \end{aligned}$$

Assim,

$$\begin{aligned} a \cdot b &= -3 \cdot 2 \\ a \cdot b &= -6 \end{aligned}$$

Gabarito: E

18. (Ifsul 2017) Uma função do 1º grau $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ possui o gráfico abaixo.



A lei da função f é

- a) $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{3}{2}$
- b) $f(x) = x + 1$
- c) $f(x) = 2x + \frac{1}{2}$
- d) $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$



Comentário:

Para determinar a equação da reta, devemos obter o coeficiente angular m e escolher dois pontos.

Tomando os pontos $(1, 1)$ e $(7, 4)$ temos:

$$m = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} = \frac{4 - 1}{7 - 1} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Aplicando o coeficiente angular na equação da reta $(y - y_0) = m \cdot (x - x_0)$ e tomando o ponto $(1, 1)$:

$$(y - 1) = \frac{1}{2} \cdot (x - 1) \Rightarrow y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$$

Gabarito: D

19. (Eear 2016) Na função $f(x) = mx - 2(m - n)$, m e $n \in \mathbb{R}$. Sabendo que $f(3) = 4$ e $f(2) = -2$, os valores de m e n são, respectivamente

- a) 1 e -1
- b) -2 e 3
- c) 6 e -1
- d) 6 e 3

Comentário:

$$\begin{aligned} f(3) = 4 &\Rightarrow 3m - 2m + 2n = 4 \Rightarrow m + 2n = 4 \\ f(2) = -2 &\Rightarrow 2m - 2m + 2n = -2 \Rightarrow 2n = -2 \end{aligned}$$

Resolvendo, agora, um sistema com as equações:

$$\begin{cases} m + 2n = 4 \\ 2n = -2 \end{cases}$$
$$m = 6 \text{ e } n = -1$$

Gabarito: C

20. (Upe-ssa 1 2016) Na fabricação de 25 mesas, um empresário verificou que o custo total de material foi obtido por meio de uma taxa fixa de R\$ 2.000,00, adicionada ao custo de produção que é de R\$ 60,00 por unidade. Qual é o custo para fabricação dessas mesas?

- a) R\$ 1.500,00



- b) R\$ 2.900,00
- c) R\$ 3.500,00
- d) R\$ 4.200,00
- e) R\$ 4.550,00

Comentário:

Calculando o custo total:

$$2.000 + (25 \cdot 60) = 2.000 + 1.500 = \text{R\$}3.500,00.$$

Gabarito: C

21. (Ifsul 2016) Considere o intervalo real $[-5, 5]$, multiplique-o por 3 e some-o a -5 .

Qual é a razão entre o menor e o maior número desse intervalo?

- a) -3
- b) -2
- c) -1
- d) 0

Comentário:

Realizando as operações temos:

$$1) [-5, 5] \times 3 = [-15, 15]$$

$$2) [-15, 15] - 5 = [-20, 10]$$

$$3) \frac{-20}{10} = -2$$

Gabarito: B



22. (Pucpr 2015) Seja f uma função afim $f(x)$, cuja forma é $f(x) = ax + b$, com a e b números reais. Se $f(-3) = 3$ e $f(3) = -1$, os valores de a e b , são respectivamente:

- a) 2 e 9
- b) 1 e -4
- c) $\frac{1}{3}$ e $\frac{3}{5}$
- d) 2 e -7
- e) $-\frac{2}{3}$ e 1

Comentário:

$$\begin{cases} f(-3) = 3 \\ f(3) = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3 \cdot a + b = 3 \\ 3 \cdot a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \text{ e } b = 1$$

Gabarito: E

23. (cftmg 2015) Um economista observa os lucros das empresas A e B do primeiro ao quarto mês de atividades e chega à conclusão que, para este período, as equações que relacionam o lucro, em reais, e o tempo, em meses, são $L_A(t) = 3t - 1$ e $L_B(t) = 2t + 9$. Considerando-se que essas equações também são válidas para o período do quinto ao vigésimo quarto mês de atividades, o mês em que as empresas terão o mesmo lucro será o

- a) vigésimo.
- b) décimo sétimo.
- c) décimo terceiro.
- d) décimo.

Comentário:

$$\begin{aligned} L_A(t) &= L_B(t) \\ 3t - 1 &= 2t + 9 \Rightarrow t = 10. \end{aligned}$$



Portanto, no décimo mês as empresas A e B terão o mesmo lucro.

Gabarito: D

24. (Pucmg 2015) A função linear $R(t) = at + b$ expressa o rendimento R , em milhares de reais, de certa aplicação. O tempo t é contado em meses, $R(1) = -1$ e $R(2) = 1$. Nessas condições, o rendimento obtido nessa aplicação, em quatro meses, é:

- a) R\$ 3.500,00
- b) R\$ 4.500,00
- c) R\$ 5.000,00
- d) R\$ 5.500,00

Comentário:

$$\begin{aligned} R(1) = -1 &\Rightarrow a + b = -1 \\ R(2) = 1 &\Rightarrow 2a + b = 1 \end{aligned}$$

Resolvendo o sistema $\begin{cases} a + b = -1 \\ 2a + b = 1 \end{cases}$ temos, $a = 2$ e $b = -3$ e $R(t) = 2t - 3$;

Em quatro meses temos, $R(4) = 2 \cdot 4 - 3 = 5$.

Resposta: R\$ 5.000,00.

Gabarito: C

25. (cftmg 2015) Um motorista de táxi cobra, para cada corrida, uma taxa fixa de R\$5,00 e mais R\$2,00 por quilômetro rodado. O valor total arrecadado (R) num dia é função da quantidade total (x) de quilômetros percorridos e calculado por meio da função $R(x) = ax + b$, em que a é o preço cobrado por quilômetro e b , a soma de todas as taxas fixas recebidas no dia. Se, em um dia, o taxista realizou 10 corridas e arrecadou R\$410,00, então a média de quilômetros rodados por corrida, foi de



- a) 14
- b) 16
- c) 18
- d) 20

Comentário:

Se em 10 corridas ele arrecadou R\$410,00, em média ele arrecadou 41 reais por corrida.

Daí, temos $41 = 5 + 2x$, onde x é a quantidade de quilômetros rodados, em média, por corrida.

Resolvendo a equação $2x + 5 = 41$, temos $x = 18\text{km}$.

Gabarito: C

26. (Uece 2014) Em uma corrida de táxi, é cobrado um valor inicial fixo, chamado de bandeirada, mais uma quantia proporcional aos quilômetros percorridos. Se por uma corrida de 8 km paga-se R\$ 28,50 e por uma corrida de 5 km paga-se R\$ 19,50, então o valor da bandeirada é

- a) R\$ 7,50.
- b) R\$ 6,50.
- c) R\$ 5,50.
- d) R\$ 4,50.

Comentário:

Considerando x o total de quilômetros rodados e y o valor da corrida, que poderá ser expresso através da função do afim $y = ax + b$, onde a é o preço da corrida e b o valor fixo da bandeirada.

De acordo com as informações do problema, temos o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} 8 \cdot a + b = 28,50 \\ 5 \cdot a + b = 19,50 \end{cases}$$



Onde, $a = 3$ e $b = 4,50$

Portanto, o valor da bandeirada será de R\$4,50.

Gabarito: D

27. (Unicamp 2012) Em uma determinada região do planeta, a temperatura média anual subiu de $13,35\text{ }^{\circ}\text{C}$ em 1995 para $13,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ em 2010. Seguindo a tendência de aumento linear observada entre 1995 e 2010, a temperatura média em 2012 deverá ser de

- a) $13,83\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- b) $13,86\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- c) $13,92\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- d) $13,89\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Comentário:

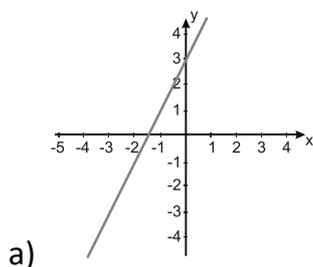
Ano:	1995	2010	2012
Tempera.($^{\circ}\text{C}$):	13,35	13,80	x

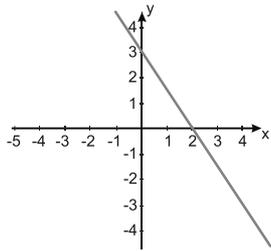
$$\text{Temperatura anual média} = \frac{13,8 - 13,35}{2010 - 1995} = \frac{0,45}{15} = 0,03$$

Em 2012, a temperatura será $x = 13,80 + 2 \cdot 0,03 = 13,86^{\circ}\text{C}$.

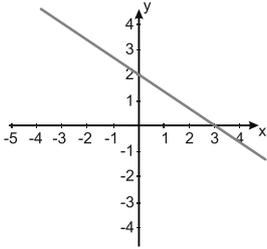
Gabarito: B

28. (Unisinos 2012) Qual dos gráficos abaixo representa a reta de equação $y = 2x + 3$?

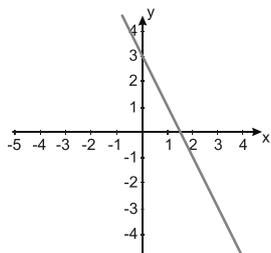




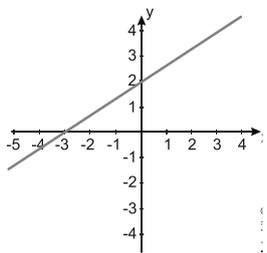
b)



c)



d)

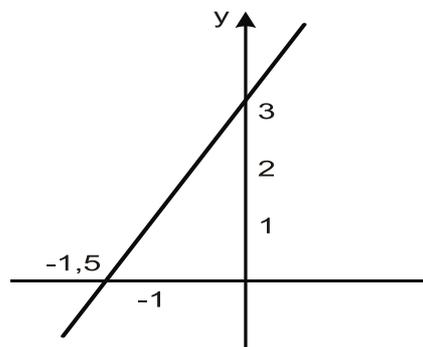


e)

Comentário:

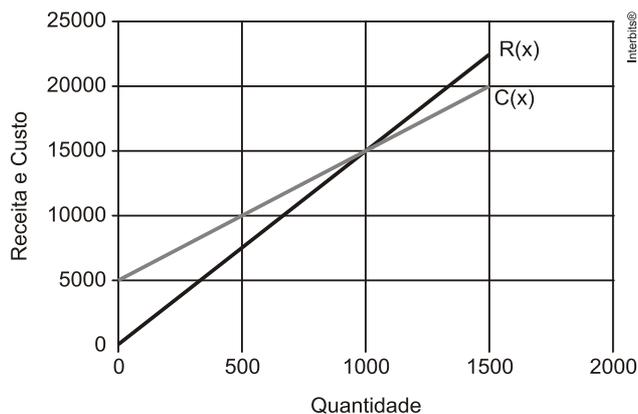
$$x=0 \Rightarrow y=3 \quad \text{e} \quad y=0 \Rightarrow x=-1,5$$

Considerando os pontos $(0,3)$ e $(-1,5; 0)$, temos o gráfico:



Gabarito: A

29. (Fgv 2012) Os gráficos abaixo representam as funções receita mensal $R(x)$ e custo mensal $C(x)$ de um produto fabricado por uma empresa, em que x é a quantidade produzida e vendida. Qual o lucro obtido ao se produzir e vender 1350 unidades por mês?



- a) 1740
- b) 1750
- c) 1760
- d) 1770
- e) 1780

Comentário:

Custo: $C(x) = \frac{15000 - 5000}{1000} \cdot x + 5000 = 10x + 5000$

Receita: $R(x) = \frac{15000 - 0}{1000} \cdot x = 15x$

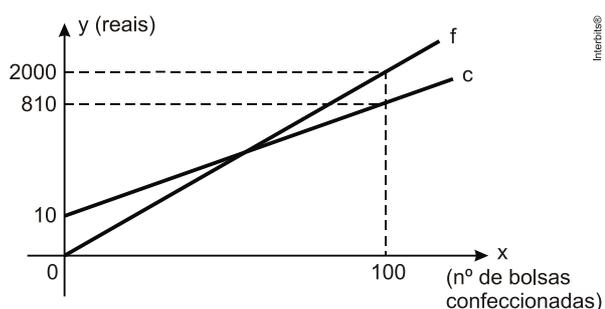
Lucro:

$$\begin{aligned} L(x) &= R(x) - C(x) \\ L(x) &= 15x - (10x + 5000) \\ L(x) &= 5x - 5000 \\ L(1350) &= 5 \cdot (1350) - 5000 \\ L(1350) &= 1750 \end{aligned}$$



Gabarito: B

30. (Epcar (Afa) 2011) Luiza possui uma pequena confecção artesanal de bolsas. No gráfico abaixo, a reta c representa o custo total mensal com a confecção de x bolsas e a reta f representa o faturamento mensal de Luiza com a confecção de x bolsas.



Com base nos dados acima, é correto afirmar que Luiza obtém lucro se, e somente se, vender

- a) no mínimo 2 bolsas.
- b) pelo menos 1 bolsa.
- c) exatamente 3 bolsas.
- d) no mínimo 4 bolsas.

Comentário:

$$c(x) = 10 + 8x \text{ e } f(x) = 20x.$$

Fazendo $f(x) > c(x)$, temos:

$$20x > 10 + 8x$$

$$12x > 10$$

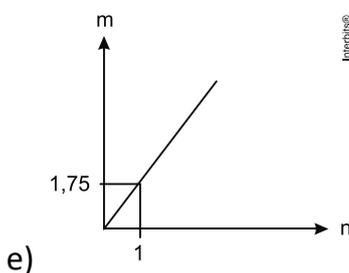
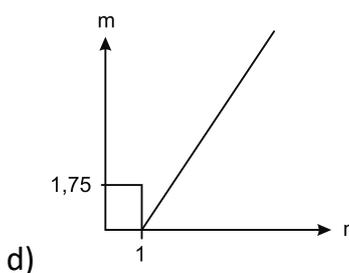
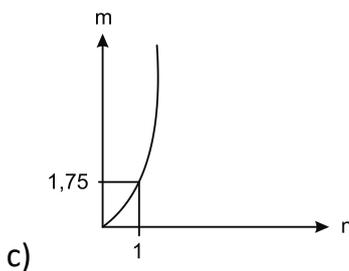
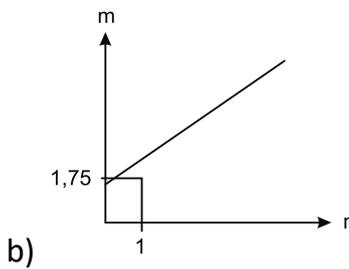
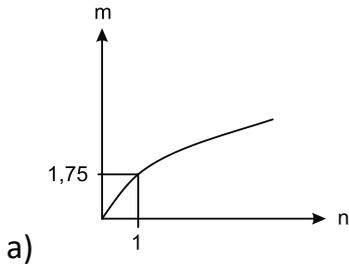
$$x > 10/12$$

Logo, deverá ser vendida pelo menos uma bolsa.



Gabarito: B

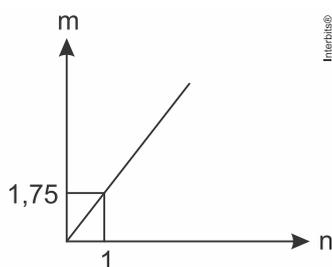
31. (Enem 2011) As frutas que antes se compravam por dúzias, hoje em dia, podem ser compradas por quilogramas, existindo também a variação dos preços de acordo com a época de produção. Considere que, independente da época ou variação de preço, certa fruta custa R\$ 1,75 o quilograma. Dos gráficos a seguir, o que representa o preço m pago em reais pela compra de n quilogramas desse produto é



Comentário:

O gráfico deverá representar a função $m = f(n) = 1,75 \cdot n$, onde n é o número de quilogramas comprados.

O gráfico correto é:



Gabarito: E

32. (Ufpb 2010) O reservatório de água que abastece certa cidade está com $6.000m^3$ de água e, durante os próximos 40 dias, receberá $25m^3$ de água por hora. Durante esse período, o reservatório perde diariamente $720m^3$ de água.

Com base nessas informações, é correto afirmar que o volume de água do reservatório se reduzirá a $3.000m^3$ em:

- a) 20 dias
- b) 24 dias
- c) 25 dias
- d) 28 dias
- e) 30 dias

Comentário:

Seja $x =$ número de dias e $f(x)$ o volume do reservatório em x dias sendo $x \leq 40$, temos:

$$f(x) = 6000 + x \cdot 24 \cdot 25 - 720 \cdot x$$

$$f(x) = 6000 - 120x$$

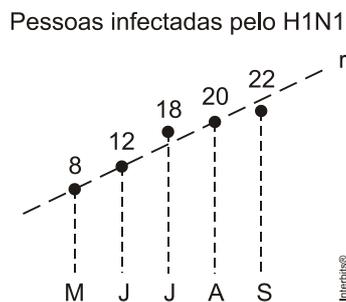


Fazendo $f(x) = 3000$, temos: $3000 = 6000 - 120x$

Logo, $x = 25$ dias.

Gabarito: C

33. (Espm 2010) O gráfico abaixo mostra o número de pessoas comprovadamente infectadas pelo vírus H1N1 numa certa cidade do Brasil, entre os meses de maio e setembro de 2009. Na hipótese de um crescimento linear desse surto, representado pela reta r , pode-se prever que o número de pessoas infectadas em dezembro de 2009 será igual a:



- a) 30
- b) 36
- c) 40
- d) 44
- e) 48

Comentário:

Maio: $x = 5$ e $y = 8$

Junho: $x = 6$ e $y = 12$

Como a função é linear, temos: $y = ax + b$

$$a = \frac{12 - 8}{6 - 5} = 4$$



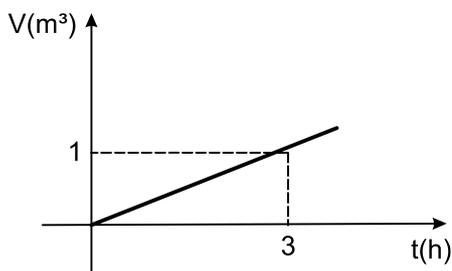
$$y = 4x + b$$
$$12 = 4 \cdot 6 + b$$
$$b = -12$$

Logo, $y = 4x - 12$

No mês de dezembro, temos: $y = 4 \cdot 12 - 12 = 36$

Gabarito: B

34. (Cftsc 2010) O volume de água de um reservatório aumenta em função do tempo, de acordo com o gráfico abaixo:



Para encher este reservatório de água com 2.500 litros, uma torneira é aberta. Qual o tempo necessário para que o reservatório fique completamente cheio?

- a) 7 h
- b) 6 h 50 min
- c) 6 h 30 min
- d) 7 h 30 min
- e) 7 h 50 min

Comentário:

Temos o gráfico de uma função linear do tipo $V = k \cdot t$

Fazendo $t = 3$ temos $V = 1$



$$1 = k \cdot 3 \Leftrightarrow k = \frac{1}{3} \text{ logo } V = \frac{1}{3} \cdot k$$

Se $V = 2.500 \text{ L} = 2,5 \text{ m}^3$ temos:

$$2,5 = \frac{1}{3} \cdot t \Leftrightarrow t = 7,5 \text{ h, ou seja, 7 horas e 30 minutos.}$$

Gabarito: D

É isso, meu querido! Finalizamos a nossa Aula 03. Espero que tenham gostado!

Restando qualquer dúvida, estou à disposição no fórum de dúvidas. Pode usar sem moderação!!

Mantenham a pegada, a sua aprovação está mais perto que imagina!

Irei publicar uma aula extra com questões da sua banca, para que possa ter uma ideia de como essa parte é cobrada!!!

Qualquer crítica, sugestão ou elogio, só entrar em contato pelas redes sociais abaixo:

Fale comigo!		
		
@profismael_santos	Ismael Santos	@IsmaelSantos

Vamos que vamos! Fé na missão, CADETE!