

FRENTE: FÍSICA II

PROFESSOR(A): CARLOS EDUARDO

ASSUNTO: REFRAÇÃO

EAD – ITA/IME

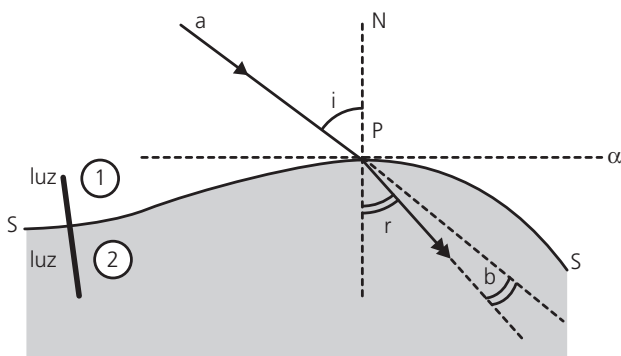
AULAS 07 A 10



Resumo Teórico

Refração

Já observou uma colher dentro de um copo com água? Certamente você achou estranha a imagem observada, pois a colher pareceu estar quebrada. Existe um desvio dos raios luminosos. Iremos estudar como ocorre tal desvio. A refração acontece quando a luz passa de um meio para outro. Na figura abaixo, quando a luz passa do ar para a água, é observado um desvio na direção do raio de luz. Este fenômeno é conhecido como refração da luz.



Em que:

- ① e ②: meios refringentes diferentes;
- S: fronteira, superfície refringente ou superfície dióptrica;
- ① + S + ②: dioptra;
- P: ponto de incidência;
- α : plano tangente a S em P;
- α : normal α em P;
- a: raio incidente;
- i: ângulo de incidência;
- b: raio refrato ou raio refratado;
- r: ângulo de refração;
- plano (a, N): plano de incidência.

O raio de luz encontra uma maior dificuldade de se propagar na água, esta dificuldade faz com que a velocidade da luz diminua e mude a direção do raio de luz. A refração da luz acontece sempre que a luz muda de um meio para outro, por exemplo, quando os raios de luz provenientes do Sol entram na atmosfera terrestre. É importante lembrar que quando uma onda muda de meio, a frequência permanece a mesma, porém sua velocidade e seu comprimento de onda são alterados.

Índice de refração

A dificuldade que a luz sofre ao percorrer um meio é indicada pelo índice de refração do meio. Este índice de refração é um número adimensional que é definido pela razão entre a velocidade da luz no vácuo e a velocidade da luz no meio.

$$n = \frac{c}{v}$$

Podemos também ter índices de refração relativos (de um meio em relação a outro):

$$n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

Isto é, $n_{2,1}$ é o índice de refração do meio 2 em relação ao meio 1.

Dizemos que um meio é mais refringente que outro quando o seu índice de refração é maior que o do outro. Por exemplo, a água possui índice de refração igual a 1,33, aproximadamente. O ar, por sua vez, possui um índice de refração igual a 1 (ótima aproximação). Dizemos, então, que a água é mais refringente que o ar. É importante observar que o índice de refração absoluto nunca pode ser menor do que 1, já que a maior velocidade possível em um meio é c , se o meio considerado for o próprio vácuo.

Material	n
Ar seco (0 °C, 1 atm)	≈ 1 (1,000292)
Gás carbônico (0 °C, 1 atm)	≈ 1 (1,00045)
Gelo (- 8 °C)	1,310
Água (20 °C)	1,333
Etanol (20 °C)	1,362
Tetracloro de carbono	1,466
Glicerina	1,470
Monoclorobenzeno	1,527
Vidros	de 1,4 a 1,7
Diamante	2,417
Sulfeto de antimônio	2,7

Leis da Refração

Primeira Lei da Refração

A Primeira Lei da Refração diz que o raio incidente (raio 1), o raio refratado (raio 2) e a reta normal ao ponto de incidência (reta tracejada) estão contidos no mesmo plano que, no caso do desenho anterior, é o plano da tela.



Segunda Lei da Refração – Lei de Snell

A equação que relaciona o ângulo de refração (θ_2) com o ângulo de incidência (θ_1) em função dos índices de refração é encontrada da seguinte maneira:

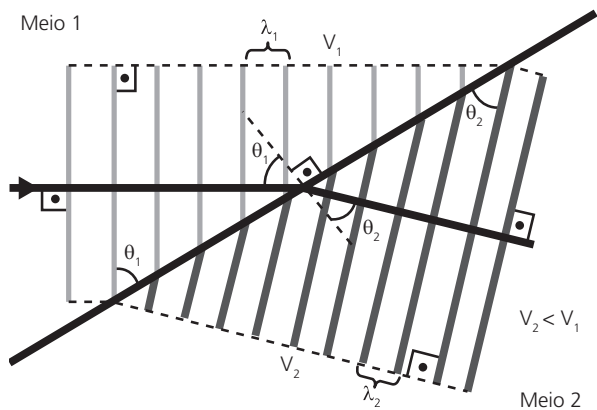


Figura 2

O intervalo entre dois pulsos quaisquer deve ser igual nos dois meios:

$$\frac{m \cdot \lambda_1}{v_1} = \frac{m \cdot \lambda_2}{v_2}$$

$$\frac{d \sin \theta_1}{v_1} = \frac{d \sin \theta_2}{v_2}$$

Portanto:

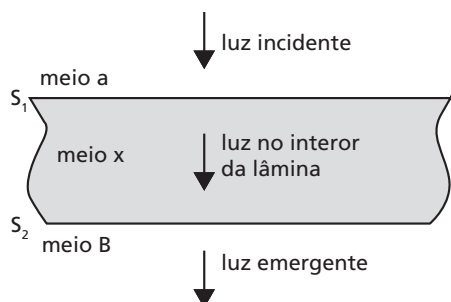
$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$$

Esta equação é conhecida como Lei de Snell.

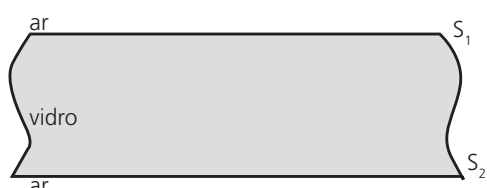
Lâminas de faces paralelas

É um sistema formado por um meio refringente **x**, delimitado por duas superfícies planas e paralelas, banhadas por dois meios refringentes A e B.

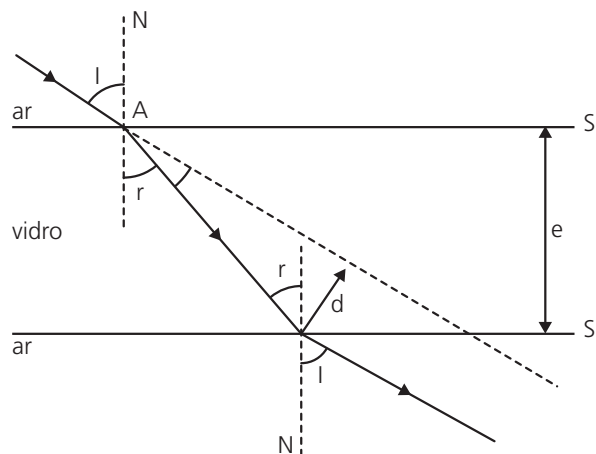
- Esquema geral:



- Caso particular mais usual:



Caminho de um raio de luz



Quando a lâmina é banhada por um único meio refringente, os ângulos de incidência e de emergência são iguais e os raios incidente e emergente são paralelos.

O espaçamento entre os raios incidente e emergente é chamado deslocamento lateral **d**.

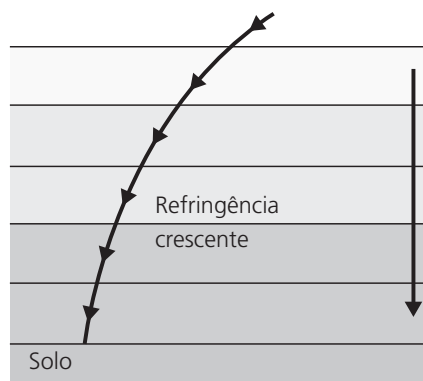
$$d = \frac{e \cdot \sin(i - r)}{\cos r}$$

Para uma lâmina mergulhada em um único meio (por exemplo: ar), o deslocamento lateral depende do ângulo de incidência, do índice de refração da lâmina, em relação ao meio envolvente, e é diretamente proporcional à espessura **e** da lâmina.

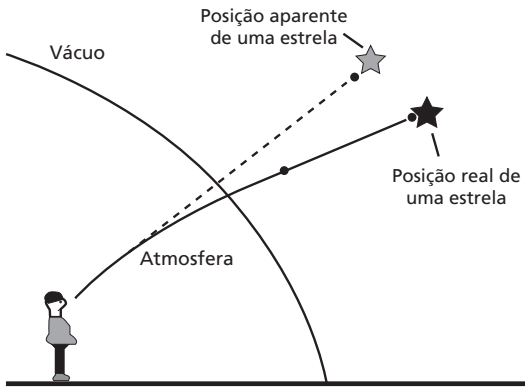
Reflexão total

A luz se propaga em linha reta em um meio transparente e homogêneo; contudo, se o meio não for homogêneo, ela não se propaga em linha reta. A propagação da luz na atmosfera é, muitas vezes, um caso de propagação da luz em um meio não homogêneo.

O índice de refração do ar depende da densidade do ar. Como a densidade do ar varia com a altitude, temos, em grandes altitudes, um índice de refração do ar menor que seu índice de refração em baixas altitudes.

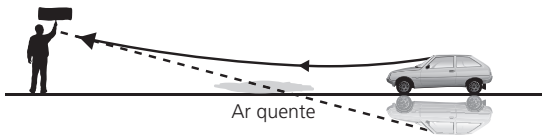


Assim, um raio de luz incidente na atmosfera não se propaga em linha reta. Isso faz com que seja distinta a posição em que um astro é visto no céu: a posição aparente e a posição real do astro.

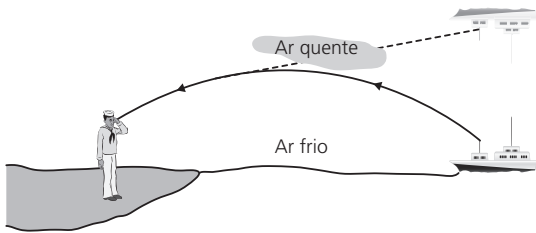


Miragens

O fenômeno das miragens também é explicado pela reflexão total. Junto à superfície quente do asfalto ou das areias do deserto, o ar torna-se muito quente e, portanto, pouco refringente.



Se a luz se propaga de uma região de ar frio para uma região de ar mais quente, então a luz se propaga de um meio mais refringente para um meio menos refringente, podendo ocorrer a reflexão total da luz.



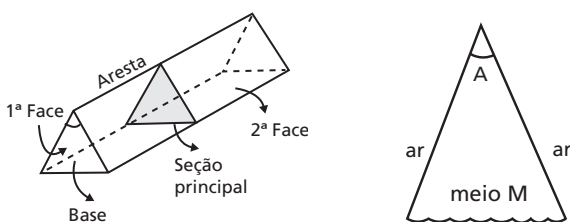
Prismas

Quando a luz branca incide sobre a superfície do prisma, sua velocidade é alterada, como cada cor da luz branca tem um índice de refração diferente e, logo, ângulos de refração diferentes, chega à outra extremidade do prisma separada.

Tipos de prismas

- Prismas dispersivos: são usados para separar a luz em suas cores de espectro;
- Prismas refletivos: são usados para refletir a luz;
- Prismas polarizados: podem dividir o feixe de luz em componentes de variadas polaridades.

Refração da luz no prisma óptico – equações do prisma



Consideremos um prisma de vidro colocado no ar e um raio de luz monocromática que o atravessa. No triângulo II'D, temos:

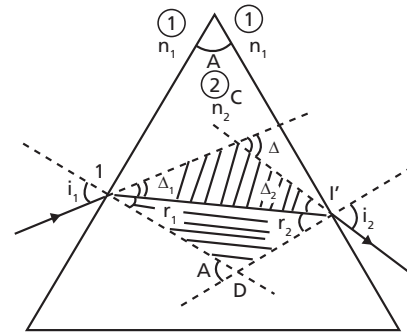


Figura 3

$$A = r_1 + r_2 \quad (1)$$

No triângulo II'C, temos:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 \text{ ou } \Delta = (i_2 - r_2) + (i_1 - r_1) = \Delta = i_1 - r_1 + i_2 - r_2$$

ou

$$\Delta = i_1 + i_2 - (r_1 + r_2)$$

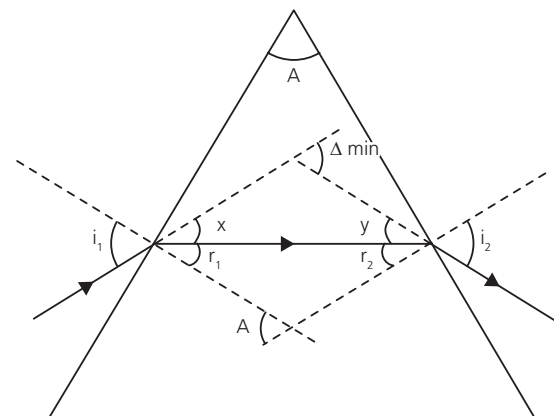
$$\Delta = i_1 + i_2 \quad (2)$$

Assim, podemos dizer que temos as equações do prisma óptico.

- (1) $A = r_1 + r_2$
- (2) $\Delta = i_1 + i_2 - A$ (Desvio)
- (3) $n_1 \text{ sen } i_1 = n_2 \text{ sen } r_1$
- (4) $n_1 \text{ sen } i_2 = n_2 \text{ sen } r_2$

Exemplo: Um prisma fornece o menor desvio quando um ângulo de incidência i_0 é igual ao ângulo de incidência i_2 . Mostrar que, quando isso acontece, o índice de refração do prisma é dado por:

$$n = \frac{\text{sen}\left(\frac{\Delta_{\text{min}} + A}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{A}{2}\right)}$$



Aplicando as equações do prisma:

$$\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = n = \frac{\sin i_2}{\sin r_2}$$

Como $i_1 = i_2$, temos: $r_1 = r_2$

Como $A = r_1 + r_2$, vem $A = 2r_1$:

$$r_1 = \frac{A}{2}$$

A min = x + y = $i_1 + i_2 = A = 2i - A$

$$i = \frac{(\Delta_{\min} + A)}{2}$$

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin\left(\frac{\Delta_{\min} + A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

Dispersão da luz

Quando um feixe de luz branca atravessa um prisma, ele emerge decomposto em sete cores diferentes. É a dispersão da luz.

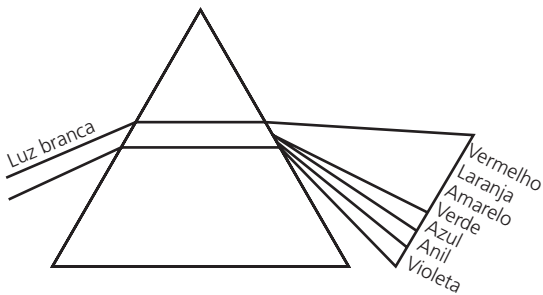


Figura 4

A figura 5 é verdadeira apenas para o caso do raio incidente monocromático, isto é, de uma única das cores do espectro da figura 4. O ângulo Δ não é o mesmo para cores diferentes; logo, o índice de refração do prisma não é o mesmo para cores diferentes.

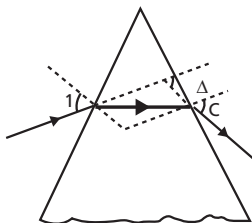


Figura 5

Vejamos por que a separação das cores ocorre. Todas as radiações eletromagnéticas no vácuo e no ar possuem mesma velocidade de propagação (300.000 km por segundo).

As cores componentes da luz branca se propagam segundo a mesma direção e com a mesma velocidade, incapazes, portanto, de se separar.

Quando a luz branca passa do ar para outro meio qualquer (água, por exemplo), as suas cores componentes de menor velocidade ficam mais próximas da normal e as de maior velocidade afastam-se da normal.

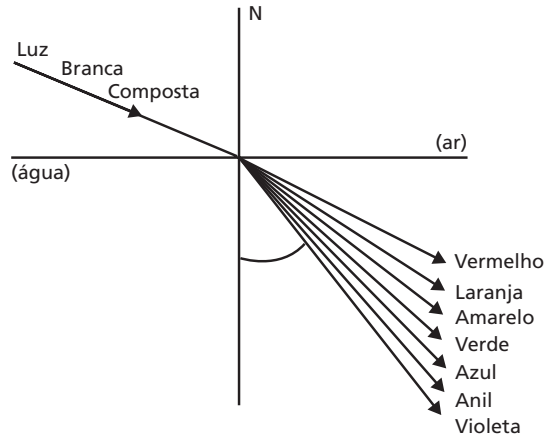


Figura 6 – Espectro da luz

Já vimos que a velocidade de propagação de uma onda, que passa de um meio para outro, é proporcional ao comprimento de onda. Pela figura 6, vemos que o maior comprimento de onda pertence à cor vermelha e o menor, à violeta ($\lambda_{\text{ver}} > \lambda_{\text{vio}}$) – maior afastamento da normal \rightarrow maior comprimento de onda.

Quando ocorre separação das cores da luz branca, dizemos que houve dispersão.

Quando nos referimos a comprimento de onda da luz, usamos, normalmente, a unidade angstrom (Å), que corresponde a 10^{-10} metros.

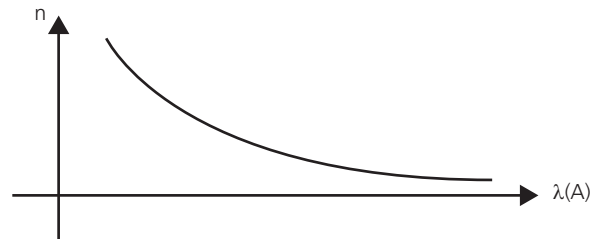


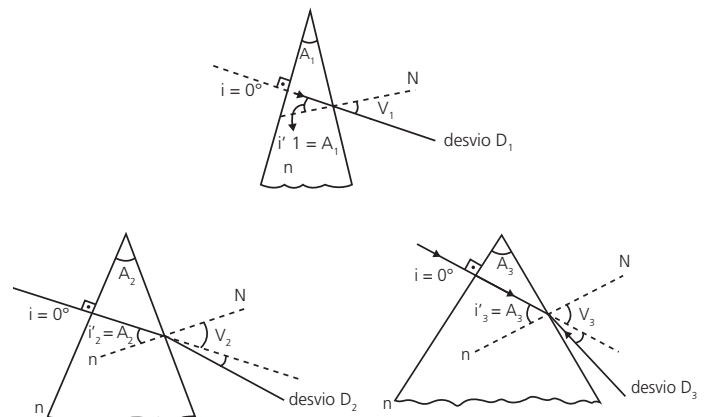
Figura 7

As cores componentes da luz branca estão no intervalo 3000 Å (violeta) a 7000 Å (vermelho). Se colocarmos em um gráfico o índice de refração em função do comprimento de onda, teremos uma curva como a da figura 7, uma vez que o índice de refração é inversamente proporcional à velocidade e ao comprimento de onda.

No arco-íris, ocorre a dispersão da luz branca do Sol nas gotas de chuva, seguidas de reflexão total.

Desvio no prisma óptico

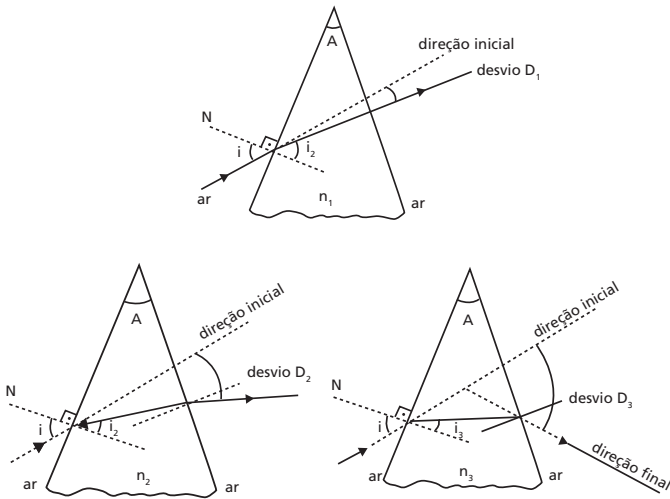
a) Análise do desvio em função da abertura



$$\begin{matrix} A_1 < A_2 < A_3 \\ D_1 < D_2 < D_3 \end{matrix}$$

O desvio é tanto maior quanto maior a abertura do prisma, desde que sejam mantidos o índice de refração e o ângulo de incidência.

b) Análise do desvio em função do índice de refração

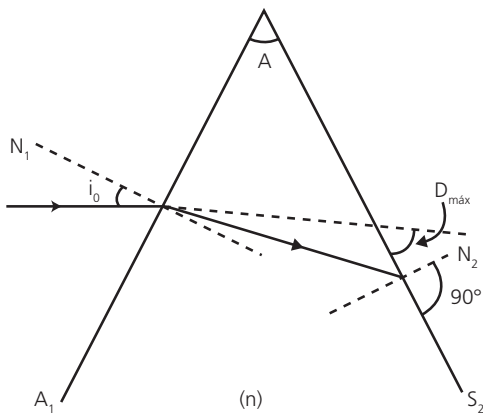


O desvio é tanto maior quanto maior o índice de refração, desde que sejam mantidos o ângulo de incidência e a abertura.

$$\begin{matrix} n_1 < n_2 < n_3 \\ D_1 < D_2 < D_3 \end{matrix}$$

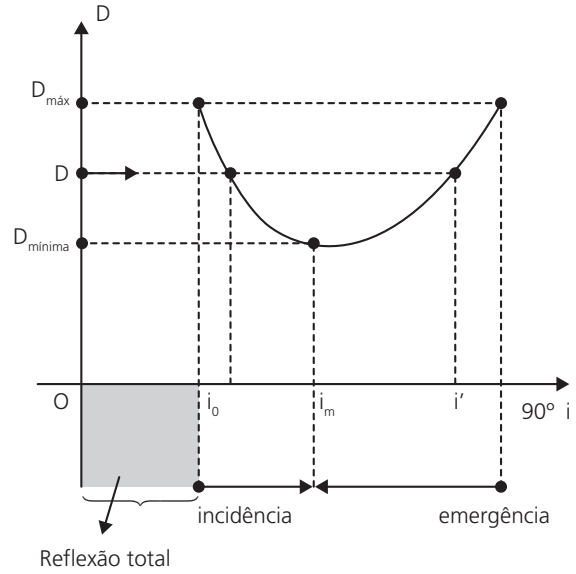
c) Análise do desvio em função do ângulo de incidência

- Quando a luz incide sob o ângulo i , emerge sob o ângulo i' e sofre o desvio D .
Para incidência i' , a emergência é i e o desvio é D (Princípio da Reversibilidade);
- Quando a luz incide sob o ângulo i_0 , emerge sob o ângulo de 90° (emergência rasante) e sofre desvio máximo.
Para incidência rasante (90°), a emergência é i_0 e o desvio é máximo.



Desvio x Incidência: Desvio Mínimo.

Condição para desvio mínimo
 ângulo de incidência = ângulo de emergência



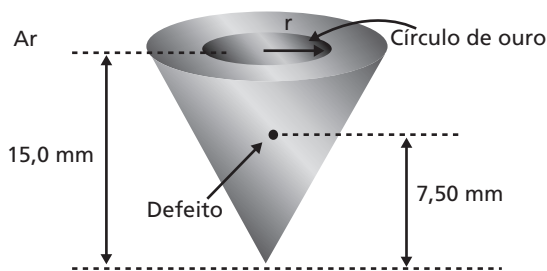
Desvio mínimo:

- $i = i' = i_m$
- $r = r' = \frac{A}{2} \Leftrightarrow A = 2r$
- $D_m = i + i' - A = 2i_m - A$
 $D_m = 2i_m - A$

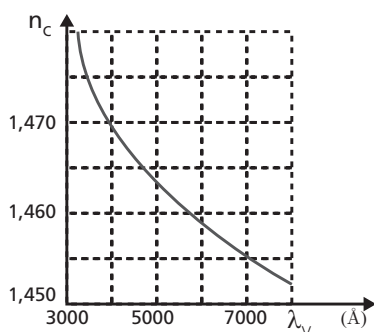


Exercícios

- Considere dois blocos, um de vidro e outro de diamante, de mesmo formato e igualmente lapidados, imersos no ar. Sabe-se que o índice de refração do diamante é maior que o do vidro. Sendo igualmente iluminados:
 - o diamante brilha mais, porque o ângulo limite na fronteira diamante-ar é menor que na fronteira vidro-ar, o que favorece a reflexão da luz, internamente, no diamante.
 - o diamante brilha mais, porque o ângulo limite na fronteira diamante-ar é maior que na fronteira vidro-ar.
 - o diamante brilha mais, porque a luz se propaga em seu interior com velocidade maior que no interior do vidro.
 - o vidro brilha mais, porque ele é mais refringente que o diamante.
 - o vidro e o diamante brilham igualmente.
- Uma pedra preciosa cônica (de 15,0 mm de altura e índice de refração igual a 1,25) possui um pequeno ponto defeituoso sobre o eixo do cone a 7,50 mm de sua base. Para esconder este ponto de quem olha de cima, um ourives deposita um pequeno círculo de ouro na superfície. A pedra preciosa está incrustada em uma joia de forma que sua área lateral não está visível. Qual deve ser o menor raio r , em mm, do círculo de ouro depositado pelo ourives?



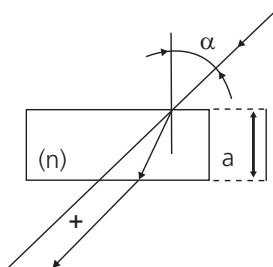
03. O gráfico abaixo fornece o índice de refração n_c de um cristal em função do comprimento de onda da luz λ_v medido no vácuo. Considere $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s a velocidade de propagação da luz no vácuo.



- A) Com que velocidade v_c a luz de comprimento de onda $\lambda_v = 4000$ Å se propaga no cristal?
- B) Determine o comprimento de onda λ_c da luz quando se propaga no cristal.
- C) Um estreito feixe cilíndrico de luz, propagando-se no vácuo, incide na face plana de um bloco desse cristal, com ângulo de incidência $\theta_v = 30^\circ$. Determine o ângulo de refração correspondente θ_c .

04. Um raio luminoso incide sobre uma lâmina transparente de faces paralelas, de espessura a e índice de refração n . Calcular o desvio sofrido pelo raio luminoso ao atravessar a lâmina, supondo que o ângulo de incidência α seja pequeno. Utilizar as aproximações: $\sin \alpha \cong \alpha$ e $\cos \alpha \cong 1$.

- A) $x \cong a \left(1 + \frac{1}{n}\right)$
- B) $x \cong a \alpha(1 - n)$
- C) $x \cong a \alpha \left(1 - \frac{1}{n}\right)$
- D) $x \cong a \alpha(1 + n)$
- E) $x \cong a \alpha(n - 1)$

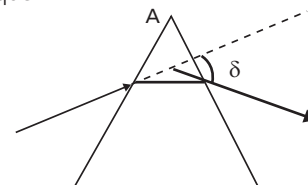


05. Uma fonte luminosa puntiforme está a uma profundidade h abaixo da superfície de um lago suficientemente grande em extensão e profundidade. Seja n o índice de refração da água. Da energia total emitida, f é a fração que escapa diretamente da superfície líquida, desprezando a absorção da luz na água e a reflexão que não for total.

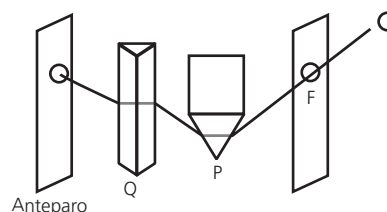
- Nessas condições, podemos afirmar que
- A) f aumenta se h aumentar.
 - B) f diminui se h aumentar.
 - C) $f = 1/n$
 - D) $f = \frac{1}{2} - \frac{1}{2n} \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}}$
 - E) nenhuma das afirmações acima.

06. O Método do Desvio Mínimo para a medida do índice de refração n de um material transparente, em relação ao ar, consiste em se medir o desvio mínimo de um feixe estreito de luz que atravessa um prisma feito desse material. Para que esse método possa ser aplicado (isto é, para que se tenha um feixe emergente), o ângulo A do prisma deve ser menor que

- A) $\arcsen(n)$.
- B) $2 \arcsen(1/n)$.
- C) $0,5 \arcsen(1/n)$.
- D) $\arcsen(1/n)$.
- E) outra expressão.



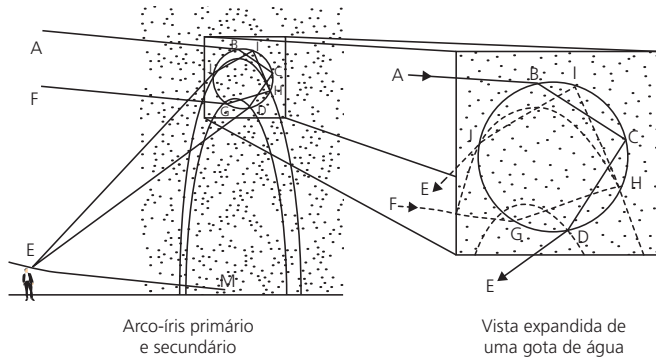
07. Isaac Newton, no início de 1666, realizou a seguinte experiência: seja S o Sol e F um orifício feito na janela de um quarto escuro. Considere P e Q dois prismas de vidro colocados em posição cruzada um em relação ao outro, ou seja, com suas arestas perpendiculares entre si, conforme mostra a figura a seguir. Represente por A a cor violeta, por B a amarela e C a cor vermelha. Após a passagem dos raios luminosos pelo orifício e pelos dois prismas, a forma da imagem e a disposição das cores formadas no anteparo são melhor representadas por



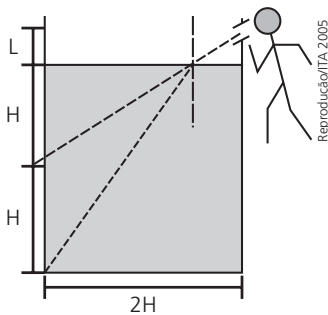
- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

08. (ITA/2008) Foi René Descartes, em 1637, o primeiro a discutir claramente a formação do arco-íris. Ele escreveu: "Considerando que esse arco-íris aparece não apenas no céu, mas também no ar perto de nós, sempre que haja gotas de água iluminadas pelo sol, como podemos ver em certas fontes, eu imediatamente entendi que isso acontece devido apenas ao caminho que os raios de luz traçam nessas gotas e atingem nossos olhos. Ainda mais, sabendo que as gotas são redondas, como fora anteriormente provado e, mesmo que sejam grandes ou pequenas, a aparência do arco-íris não muda de forma nenhuma, tive a ideia de considerar uma bem grande, para que pudesse examinar melhor..."

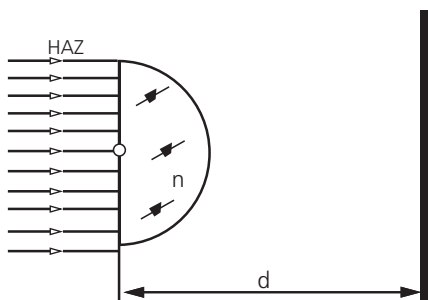
Ele, então, apresentou a figura na qual estão representadas as trajetórias para os arco-íris primário e secundário. Determinar o ângulo entre o raio incidente na gota, AB, e o incidente no olho do observador, DE, no caso do arco-íris primário, em termos do ângulo de incidência, e do índice de refração da água n_a . Considere o índice de refração do ar $n = 1$.



09. (ITA/2005) Através de um tubo fino, um observador enxerga o topo de uma barra vertical de altura H apoiada no fundo de um cilindro vazio de diâmetro $2H$. O tubo encontra-se a uma altura $2H + L$ e, para efeito de cálculo, é de comprimento desprezível. Quando o cilindro é preenchido com um líquido até uma altura $2H$ (veja a figura abaixo), mantido o tubo na mesma posição, o observador passa a ver a extremidade inferior da barra. Determine, literalmente, o índice de refração desse líquido.



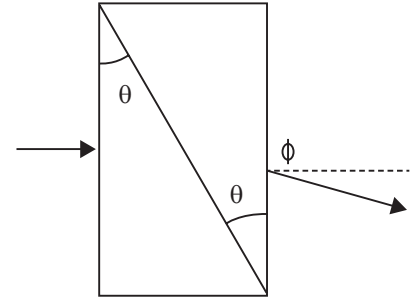
10. Sobre a metade de uma esfera (raio 3 cm) feita de vidro (índice de refração $n = 5/4$), incide um feixe de raios paralelos como indicado na figura a seguir. Determine o raio do círculo luminoso que será formado sobre o anteparo que se encontra à distância $d = 13$ cm do centro da esfera.



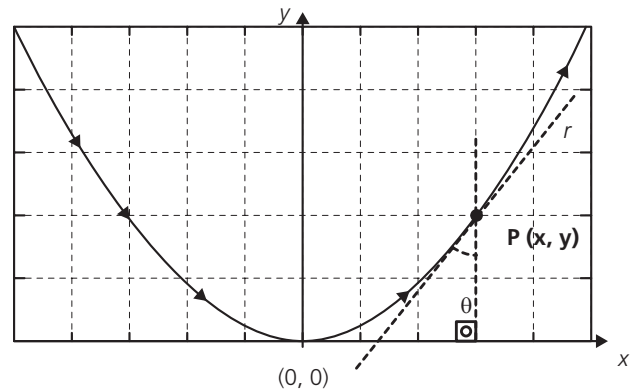
- A) $R = 10$ cm
- B) $R = 6$ cm
- C) $R = 4$ cm
- D) $R = 8$ cm
- E) $R = 20$ cm

11. Dois prismas (com ângulo de abertura muito pequeno e diferentes índices de refração) estão justapostos, como mostra a figura a seguir. O ângulo θ é muito pequeno. Quando um raio laser incide perpendicularmente sobre a superfície, emerge formando um pequeno ângulo ϕ . A alternativa que representa, aproximadamente, a diferença entre os índices de refração é

- A) ϕ/θ
- B) θ/ϕ
- C) $\phi + \theta$
- D) $\phi - \theta$
- E) n.d.a.



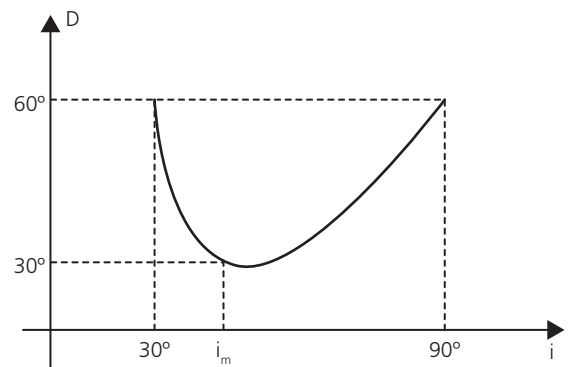
12. A figura abaixo mostra a trajetória parabólica de um raio luminoso em um meio não homogêneo. Determine o índice de refração n desse meio, que é uma função de y , sabendo que a trajetória do raio é descrita pela equação $y = ax^2$, em que $a > 0$.



Dados: $\cotg \theta = 2nx$; $n(0) = n_0$.

Observação: $P(x, y)$ é o ponto de tangência entre a reta t e a parábola.

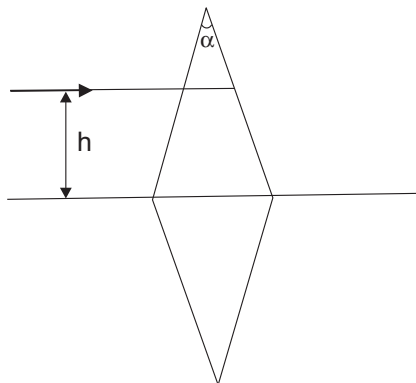
13. Um raio de luz monocromática atravessa um prisma de vidro de abertura A , índice de refração n , mergulhado no ar. Variando-se o ângulo de incidência, verifica-se que o desvio varia conforme o diagrama a seguir.



Determine
 A) a abertura do prisma;
 B) o valor de i_m ;
 C) o índice de refração do prisma.

14. (Índia) Dois prismas idênticos, de ângulo de refração α muito pequeno e índice de refração n em relação ao ar, são colocados de forma que suas bases se toquem, como mostrado na figura a seguir. Um raio de luz incide no prisma a uma pequena altura h . Determine o comprimento focal desta rudimentar lente convergente.

- A) $f = \frac{h\alpha}{n}$
 B) $f = \frac{h\alpha}{n-1}$
 C) $f = \frac{h}{\alpha n}$
 D) $f = \frac{h}{\alpha(n-1)}$
 E) n.d.a.

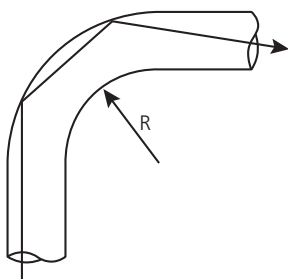


15. (ITA) A figura a seguir mostra uma lente semiesférica no ar de raio $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$ m com índice de refração $n = \sqrt{3}$. Um feixe de luz paralelo incide na superfície plana, formando um ângulo de 60° em relação a x .

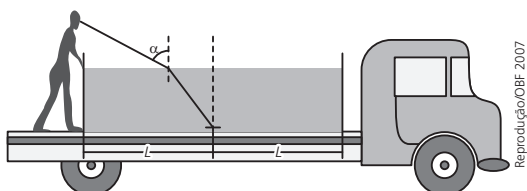
- A) Indique se há raio refratado saindo da lente paralelamente aos incidentes.
 B) Se houver, ele incide a que distância do centro da lente?
 C) Para quais ângulos θ será iluminado o anteparo esférico de raio $2R$ de mesmo centro da lente?

16. (ITA) Um tubo de fibra óptica é basicamente um cilindro longo e transparente, de diâmetro d e índice de refração n . Se o tubo é curvado, parte dos raios de luz pode escapar e não se refletir na superfície interna do tubo. Para que haja reflexão total de um feixe de luz, inicialmente paralelo ao eixo do tubo, o menor raio de curvatura interno R (ver figura a seguir) deve ser igual a

- A) nd
 B) $\frac{d}{n}$
 C) $\frac{d}{n-1}$
 D) $\frac{nd}{n-1}$
 E) $\frac{\sqrt{nd}}{\sqrt{n}-1}$

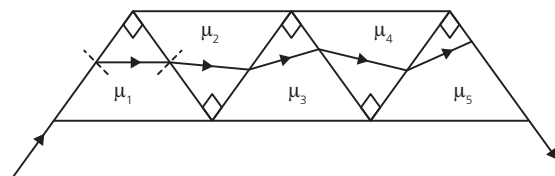


17. (OBF) Uma moeda se encontra exatamente na parte central do fundo de um tanque de água montado sobre a carroceria de um caminhão. Um rapaz que observa a moeda, segundo um ângulo α em relação à normal à superfície do líquido, mede uma profundidade aparente de 50 cm. Em certo instante, o caminhão se move para frente com aceleração constante e o rapaz, observando a moeda com o mesmo ângulo normal à superfície do líquido (que agora está inclinada), atribui uma profundidade aparente de $25\sqrt{3}$ cm. Determine a aceleração do caminhão.



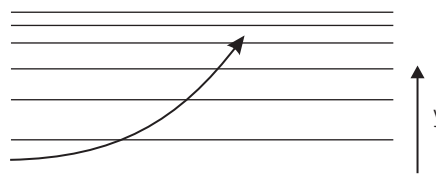
Reprodução/OBF 2007

18. Um raio de luz penetra rasante à superfície de um dos prismas, isósceles, que se encontra justaposto a outros quatro semelhantes em sequência, conforme mostra a figura abaixo. Sabendo que os índices de refração são, respectivamente, iguais a $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ e μ_5 , a condição para que o raio de luz possa emergir rasante na face oposta do último será dada pela seguinte expressão



- A) $\mu_1^2 + \mu_3^2 + \mu_5^2 = 1 + \mu_2^2 + \mu_4^2$
 B) $\mu_1^2 + \mu_3^2 + \mu_5^2 = 2 + \mu_2^2 + \mu_4^2$
 C) $\mu_1^2 + \mu_3^2 + \mu_5^2 = \mu_2^2 + \mu_4^2$
 D) $\mu_1^2 + \mu_3^2 - \mu_5^2 = 1 + \mu_2^2 + \mu_4^2$
 E) $\mu_1^2 - \mu_3^2 + \mu_5^2 = 1 + \mu_2^2 + \mu_4^2$

19. O índice de refração de um meio varia com a altura y (n_y). Um raio de luz, que incide perpendicularmente no meio, traça uma trajetória circular de raio R . Quando o valor do índice de refração é de 2,5, determine a altura y que o raio se encontra. Admita que fora deste meio é vácuo $n_0=1$.



- A) $y = \frac{2}{3}R$
 B) $y = \frac{2}{7}R$
 C) $y = \frac{5}{3}R$
 D) $y = \frac{2}{5}R$
 E) $y = \frac{3}{5}R$

20. Uma gaivota pousada na superfície da água, cujo índice de refração em relação ao ar é $n = 1,3$, observa um peixinho que está exatamente abaixo dela, a uma profundidade de 1,0 m. Que distância, em linha reta, deverá nadar o peixinho para sair do campo visual da gaivota?

- A) 0,84 m
 B) 1,2 m
 C) 1,6 m
 D) 1,4 m
 E) O peixinho não conseguirá fugir do campo visual da gaivota.

Gabarito

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
A	-	-	C	E	B	C	-	-	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	-	-	D	-	C	-	B	E	E



Anotações