



## LENTE E INSTRUMENTOS ÓPTICOS

1. (UERJ 2016) A altura da imagem de um objeto, posicionado a uma distância  $P_1$  do orifício de uma câmara escura, corresponde a 5% da altura desse objeto. A altura da imagem desse mesmo objeto, posicionado a uma distância  $P_2$  do orifício da câmara escura, corresponde a 50% de sua altura.

Calcule  $P_2$  em função de  $P_1$ .

---

---

---

---

2. (USF 2016) Um microscópio composto é formado por duas lentes não justapostas que recebem, respectivamente, as denominações de lentes objetiva e ocular. A figura abaixo mostra uma imagem de raios X desse aparelho.



O objetivo de se usar duas lentes dispostas dessa maneira é que a lente ocular ampliará a imagem de um objeto que a lente objetiva já deixou maior, conseguindo, assim, aumentos bem significativos. Imagine uma estrutura vegetal esférica de diâmetro 4 mm sendo

colocada a 1cm da lente objetiva. A imagem final observada tem diâmetro 0,4 m e se encontra a 0,5 m da lente ocular. Sendo a distância entre as duas lentes 30 cm, determine a ampliação da imagem realizada apenas pela lente objetiva.

---

---

---

---

3. (UFG 2014) Em 2014, comemoraram-se os 450 anos do nascimento de Galileu Galilei. Entre as inúmeras contribuições científicas de Galileu, destaca-se a utilização do telescópio para observações astronômicas. Um dos primeiros telescópios empregados por Galileu, em 1609, era constituído por duas lentes esféricas delgadas convergentes, uma objetiva e uma ocular e, por meio desse instrumento, Galileu conseguiu observar as crateras da Lua. Considerando o exposto, determine:

a. a distância focal da objetiva, considerando que o valor absoluto do fator de ampliação angular desse telescópio era 15 e que a distância focal da ocular era 9 cm;

b. o tamanho angular, em graus, de uma cratera lunar vista por Galileu com o olho próximo da ocular, considerando que a distância entre a Terra e a Lua é de aproximadamente 384000 km e que o diâmetro da cratera é cerca de 2400 km. Utilize a aproximação  $\text{tg}\theta \approx \theta$  para ângulos pequenos (em radianos).



---

---

---

---

4. (UNIFESP 2013) Um telescópio refrator trabalha com a propriedade de refração da luz. Este instrumento possui uma lente objetiva, que capta a luz dos objetos e forma a imagem. Outra lente convergente, a ocular, funciona como uma lupa, aumentando o tamanho da imagem formada pela lente objetiva. O maior telescópio refrator do mundo em utilização, com 19,2m de comprimento, é o telescópio Yerkes, que teve sua construção finalizada em 1897 e localiza-se na Universidade de Chicago, nos EUA.



(www.cdcc.usp.br)

O telescópio Yerkes possui uma objetiva com 102cm de diâmetro e com razão focal (definida como a razão entre a distância focal e o diâmetro de abertura da lente) igual a 19,0.

- a. Qual a distância focal da objetiva do telescópio refrator descrito e quanto vale a soma das distâncias focais da objetiva e da ocular?
- b. Qual é o aumento visual (ampliação angular) do telescópio?

---

---

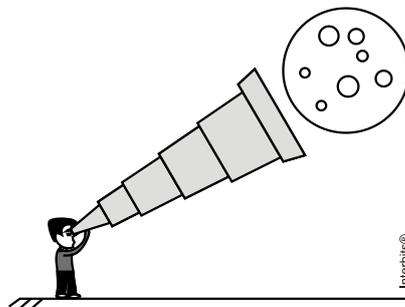
---

---

5. (UFSCAR 2010) Neste ano o mundo todo comemora os 400 anos das primeiras observações astronômicas realizadas por Galileu Galilei. Popularizam-se esquemas de montagens caseiras de lunetas utilizando materiais de baixo custo, tais como, por exemplo, tubos de PVC, uma lente convergente (objetiva) e uma lente divergente ou convergente (ocular).

Na escolha das lentes a serem utilizadas na montagem da luneta, geralmente, não são relevantes as suas distâncias focais,  $f_1$  e  $f_2$  (medidas em metros), mas sim as suas potências de refração (vergência), cuja unidade de medida é a dioptria ("grau"). A vergência  $V$  de uma lente convergente ou divergente é dada pelo inverso da distância focal.

Na montagem da luneta, a distância entre as duas lentes é igual à soma das distâncias focais dessas lentes e o aumento no tamanho da imagem observada com a luneta é dado pela razão entre as distâncias focais das lentes objetiva e ocular.



De posse dessas informações e desejando construir uma luneta, um estudante adquiriu tubos de PVC, uma lente objetiva convergente de 1,50 grau e uma lente ocular divergente com distância focal de 3 cm.

- a. Calcule a que distância máxima da lente objetiva ele deverá fixar a ocular. A imagem formada será direta ou invertida?



b. Empolgado com essa montagem, o estudante deseja construir uma luneta com o triplo da capacidade de ampliação da imagem. Mantendo-se fixa a objetiva em 1,50 grau, calcule qual será o valor da vergência da ocular e o tamanho máximo da luneta.

---

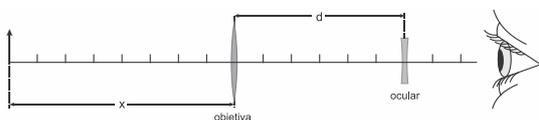
---

---

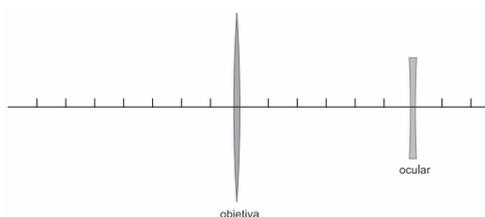
---

---

6. (UFF 2004) Uma pequena luneta consiste em uma lente objetiva convergente de distância focal  $f_0 = 35$  cm e de uma lente ocular divergente de distância focal  $f_1 = -5,0$  cm. As duas lentes estão separadas por uma distância  $d = 30$  cm, como ilustrado na a seguir. Um objeto é colocado sobre o eixo óptico da luneta, à esquerda da objetiva, distando  $x$  da mesma.



- a. Calcule a posição da imagem final desse objeto, medida em relação ao centro da lente ocular, quando  $x = 40$  cm.
- b. Considere um feixe de raios paralelos de luz incidente na objetiva. Complete o diagrama de raios abaixo, representando suas trajetórias no interior da luneta e indicando claramente a direção em que emergem da ocular (a figura foi ampliada na direção transversal ao eixo óptico da luneta para facilitar seu desenho).



---

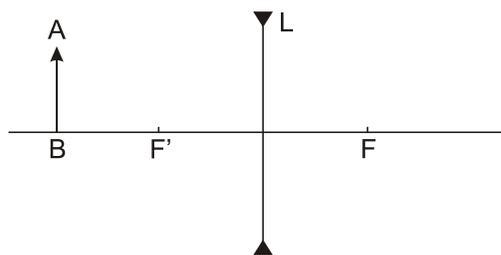
---

---

---

---

7. (UNESP 1995) A figura adiante mostra um objeto AB, uma lente divergente L e as posições de seus focos,  $F'$  e  $F$ .



- a. Copie esta figura. Em seguida, localize a imagem  $A'B'$  do objeto fornecida pela lente, traçando a trajetória de, pelo menos, dois raios incidentes, provenientes de A.
- b. A imagem obtida é real ou virtual? Justifique sua resposta.

---

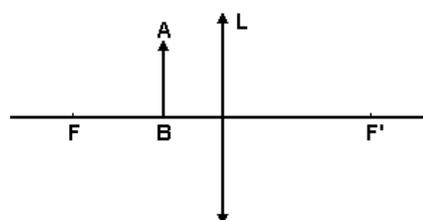
---

---

---

---

8. (UNESP 1995) A figura a seguir mostra um objeto AB, uma lente convergente L, sendo utilizada como lupa (lente de aumento), e as posições de seus focos  $F$  e  $F'$ .



- a. Copie esta figura. Em seguida, localize a imagem  $A'B'$  do objeto, fornecida pela lente, traçando a trajetória de,



peelo menos, dois raios incidentes, provenientes de A.

b. A imagem obtida é real ou virtual? Justifique sua resposta.

---

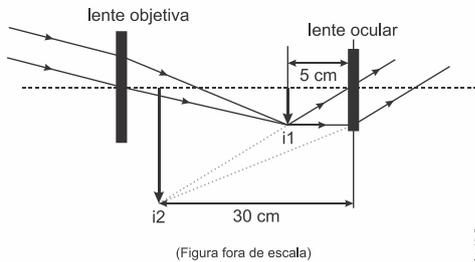
---

---

---

---

9. (UFU 2017) Uma luneta astronômica é um equipamento que emprega duas lentes dispostas num mesmo eixo de simetria, sendo uma objetiva e a outra ocular. A luz de um astro distante, quando atravessa a lente objetiva, produz uma imagem real ( $i_1$ ), que se comporta como objeto para a lente ocular, que produzirá uma imagem final virtual ( $i_2$ ), maior e invertida em relação ao objeto, conforme esquema a seguir.



a. Conforme características apontadas no esquema, qual o tipo de lente esférica usada como objetiva e como ocular, de acordo com seu comportamento óptico? Justifique sua resposta.

b. Considere uma luneta, cuja distância focal da objetiva é de 120 cm. Sabendo-se que a amplificação da referida luneta é dada pela razão entre a distância focal da objetiva e a distância focal da ocular, calcule a amplificação conseguida por um equipamento com as características das lentes descritas no esquema.

---

---

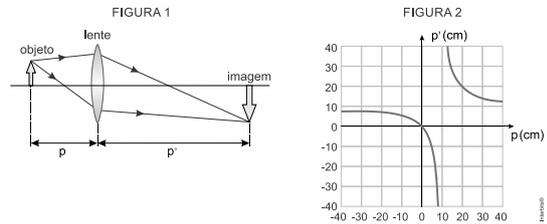
---

---

---

---

10. (UNESP 2016) Durante a análise de uma lente delgada para a fabricação de uma lupa, foi construído um gráfico que relaciona a coordenada de um objeto colocado diante da lente ( $p$ ) com a coordenada da imagem conjugada desse objeto por essa lente ( $p'$ ). A figura 1 representa a lente, o objeto e a imagem. A figura 2 apresenta parte do gráfico construído.



Considerando válidas as condições de nitidez de Gauss para essa lente, calcule a que distância se formará a imagem conjugada por ela, quando o objeto for colocado a 60 cm de seu centro óptico. Suponha que a lente seja utilizada como lupa para observar um pequeno objeto de 8mm de altura, colocado a 2 cm da lente. Com que altura será vista a imagem desse objeto?

---

---

---

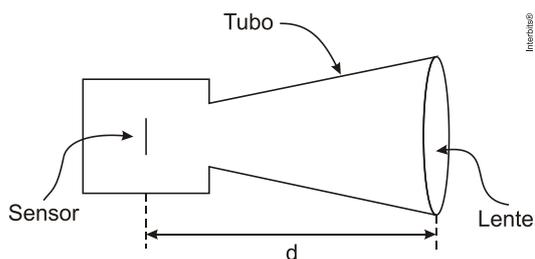
---

---

11. (FUVEST 2014) Um estudante construiu um microscópio ótico digital usando uma webcam, da qual ele removeu a lente original. Ele preparou um tubo adaptador e fixou uma lente convergente, de distância focal  $f = 50$  mm, a uma distância  $d = 175$  mm do sensor de



imagem da webcam, como visto na figura abaixo.



No manual da webcam, ele descobriu que seu sensor de imagem tem dimensão total útil de  $6 \times 6 \text{ mm}^2$ , com  $500 \times 500$  pixels. Com estas informações, determine

- a. as dimensões do espaço ocupado por cada pixel;
- b. a distância  $L$  entre a lente e um objeto, para que este fique focalizado no sensor;
- c. o diâmetro máximo  $D$  que uma pequena esfera pode ter, para que esteja integralmente dentro do campo visual do microscópio, quando focalizada.

Note e adote:  
 Pixel é a menor componente de uma imagem digital.  
 Para todos os cálculos, desconsidere a espessura da lente.

---

---

---

---

---

12. (UFF 2012) Uma das principais diferenças entre câmeras fotográficas digitais e analógicas é o tamanho do sistema que armazena a luz do objeto fotografado. Em uma câmera analógica, o sistema utilizado é um filme de 24mm de altura e 36mm de largura. Nas câmeras digitais, o sensor possui 16mm de altura por 24mm de largura, aproximadamente. Tanto o filme quanto o sensor são colocados no plano onde se forma a imagem.

Possuímos duas câmeras, uma analógica e uma digital. A distância focal da lente da câmera analógica é  $f_a = 50 \text{ mm}$ . Queremos fotografar um objeto de altura  $h = 480 \text{ mm}$ .

- a. Utilizando a câmera analógica, calcule a distância  $D$  entre a lente e o filme, e a distância  $L$  entre a lente e o objeto a ser fotografado, de forma que a imagem ocupe a altura máxima do filme e esteja em foco.
- b. Utilizando agora a câmera digital, calcule a distância  $D'$  entre a lente e o sensor e a distância focal da lente  $f_d$ , de forma que o mesmo objeto, situado à mesma distância  $L$  do caso analógico, esteja em foco e ocupe a altura máxima do sensor.

---

---

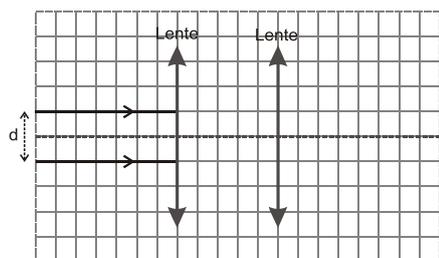
---

---

---

13. (UFMG 2011) Em um laboratório de óptica, Oscar precisa aumentar o diâmetro do feixe de luz de um laser. Para isso, ele prepara um arranjo experimental com duas lentes convergentes, que são dispostas de maneira que fiquem paralelas, com o eixo de uma coincidindo com o eixo da outra. Ao ligar-se o laser, o feixe de luz é alinhado ao eixo do arranjo.

Esse arranjo está representado neste diagrama:



Nesse diagrama, as duas linhas horizontais com setas representam dois raios de luz



do feixe. O diâmetro do feixe é indicado pela letra  $d$ . A linha tracejada horizontal representa o eixo das duas lentes.

O feixe de luz, que incide nesse arranjo, atravessa-o e sai dele alargado, na mesma direção de incidência.

Considerando essas informações,

1. Trace no diagrama, até a região à direita da segunda lente, a continuação dos dois raios de luz e indique a posição dos dois focos de cada uma das lentes.

2. Determine o diâmetro do feixe de luz à direita da segunda lente em função de  $d$  e das distâncias focais  $f_1$  e  $f_2$  das lentes.

---

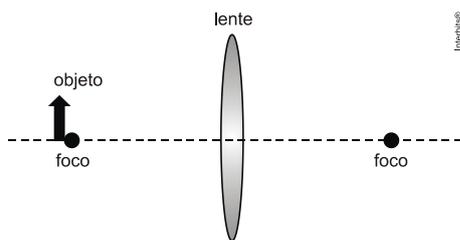
---

---

---

---

14. (UFPE 2011) A figura mostra uma montagem onde um objeto foi colocado sobre o eixo óptico distando 4,2 cm de uma lente convergente de distancia focal  $f = 4$  cm. Calcule o fator de ampliação, em modulo, para a montagem descrita.



---

---

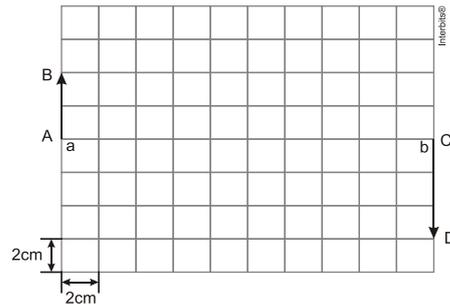
---

---

---

15. (UFU 2011) Na última copa do mundo, telões instalados em várias cidades transmitiram, ao vivo, os jogos da seleção brasileira. Para a transmissão, foram utilizados instrumentos ópticos chamados

de projetores, que são compostos de uma lente convergente que permite a formação de imagens reais e maiores que um objeto (slides, filmes, etc). A figura abaixo mostra, de maneira esquemática, a posição do objeto e da imagem ao longo do eixo ab de uma lente esférica delgada, tal como as usadas em projetores. AB é o objeto, e CD, a imagem de AB conjugada pela lente.



Responda:

- a. Qual a distância, ao longo do eixo ab, do centro óptico da lente à imagem CD?
- b. Qual a distância focal da lente?
- c. Qual a ampliação linear transversal?

---

---

---

---

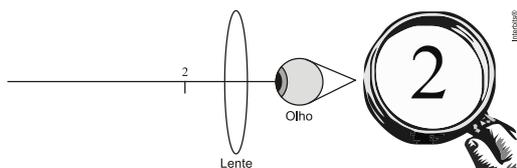
---

16. (UNIFESP 2011) Uma lente convergente pode servir para formar uma imagem virtual, direita, maior e mais afastada do que o próprio objeto. Uma lente empregada dessa maneira é chamada lupa, e é utilizada para observar, com mais detalhes, pequenos objetos ou superfícies.

Um perito criminal utiliza uma lupa de distância focal igual a 4,0 cm e fator de ampliação da imagem igual a 3,0 para analisar vestígios de adulteração de um dos números de série identificador, de



0,7 cm de altura, tipados em um motor de um automóvel.



a. A que distância do número tipado no motor o perito deve posicionar a lente para proceder sua análise nas condições descritas?

b. Em relação à lente, onde se forma a imagem do número analisado? Qual o tamanho da imagem obtida?

---

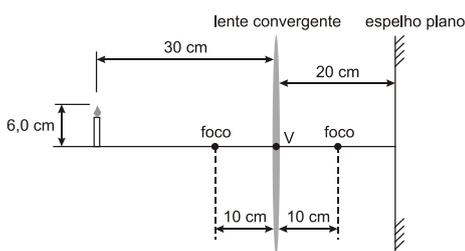
---

---

---

---

17. (UFRJ 2010) A figura a seguir mostra uma lente convergente de distância focal 10 cm frente a um espelho plano paralelo à lente. O espelho encontra-se a uma distância de 20 cm do vértice V da lente. Do outro lado da lente, uma vela de 6,0 cm de altura encontra-se a uma distância de 30 cm do vértice da lente.



a. Calcule a distância entre a vela e sua imagem formada pelo espelho plano.

b. Calcule a altura da imagem da vela formada pelo espelho plano.

---

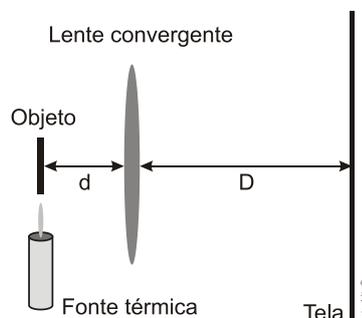
---

---

---

---

18. (UFG 2010) Para realizar a medida do coeficiente de dilatação linear de um objeto, cujo material é desconhecido, montou-se o arranjo experimental ilustrado na figura a seguir, na qual,  $d = 3,0\text{cm}$  e  $D = 150,0\text{ cm}$ .



O objeto tem um comprimento inicial de 4,0 cm. Após ser submetido a uma variação de temperatura de 250 °C, sua imagem projetada na tela aumentou 1,0 cm. Com base no exposto, calcule o valor do coeficiente de dilatação linear do objeto.

---

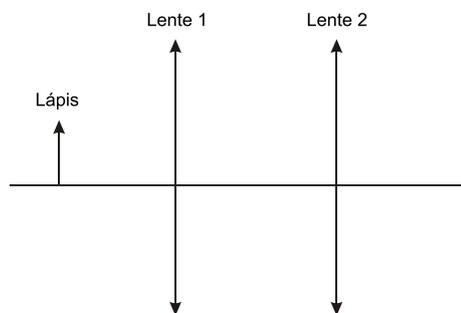
---

---

---

---

19. (UFPR 2010) A figura a seguir é a representação esquemática de um sistema óptico formado por duas lentes convergentes, separadas por 50 cm. As distâncias focais das lentes 1 e 2 são, respectivamente, 10 cm e 15 cm.

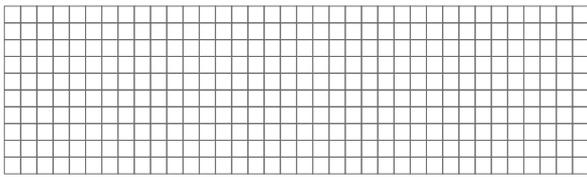


Utiliza-se um lápis com 4 cm de comprimento como objeto, o qual é posicionado a 15 cm da lente 1. Com base nesses dados:



Determine a posição da imagem formada pelo sistema de lentes.

Determine o tamanho da imagem formada pelo sistema. Ela é direita ou invertida, em relação ao objeto? Justifique sua resposta. Empregando a representação de raios, faça um desenho em escala, mostrando a localização e o tamanho da imagem formada pelo sistema. Utilize a escala 10 para 1, ou seja, cada 10 cm no sistema real correspondem a 1 cm no seu desenho. (Cada quadrícula tem 0,5 cm de lado.)



---

---

---

---

---

20. (UNESP 2009) O Landsat 7 é um satélite de sensoriamento remoto que orbita a 700 km da superfície da Terra. Suponha que a menor área da superfície que pode ser fotografada por esse satélite é de 30m.30m, correspondente a um pixel, elemento unitário da imagem conjugada no sensor óptico da sua câmara fotográfica. A lente dessa câmara tem distância focal  $f = 5,0$  cm. Supondo que os pixels sejam quadrados, qual o comprimento dos lados de cada quadrado?

---

---

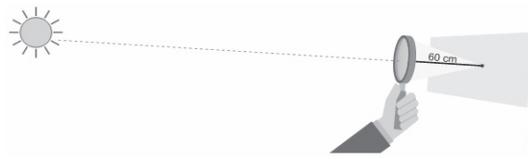
---

---

---

21. (UERJ 2018) Em função de suas características, uma lente convergente,

ao ser exposta à luz do Sol, gera uma concentração de luz a 60 cm do seu centro óptico, como ilustra a imagem.



- a. Considere que um objeto é colocado a 180 cm do centro óptico dessa lente para que sua imagem seja projetada com nitidez sobre uma tela.
- b. Calcule a distância, em centímetros, em que a tela deve ser colocada, a partir do centro óptico da lente, para obtenção dessa imagem.

---

---

---

---

---

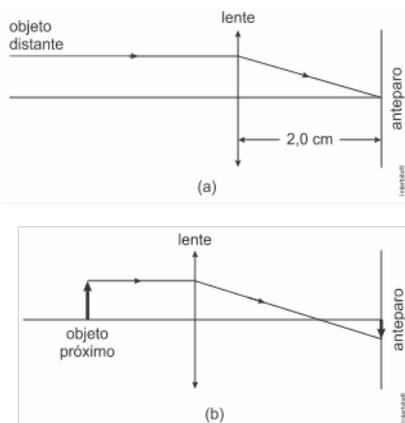
22. (UNICAMP 2018) A acomodação da visão consiste na mudança da distância focal do cristalino, que é uma lente convergente do olho, de modo que a imagem se forme exatamente na retina, tanto para objetos a grandes distâncias quanto para objetos próximos. A catarata é uma doença que torna o cristalino opaco. Seu tratamento consiste na substituição do cristalino doente por uma lente intraocular.

Neste caso, a acomodação visual pode ser obtida através do deslocamento da lente implantada, para frente e para trás, com o auxílio do músculo ciliar.

- a. Uma lente de distância focal fixa forma a imagem de um objeto localizado a uma grande distância em um anteparo, conforme mostra a figura (a). Qual é a distância focal da lente, e quanto ela deve ser afastada para



formar, no anteparo, a imagem de um objeto localizado a 50 cm da posição final da lente, conforme mostra a figura (b)?



b. Lasers que emitem pulsos de luz no infravermelho de duração de vários femtossegundos ( $1\text{fs} = 10^{-15}\text{ s}$ ) vêm sendo empregados nas cirurgias oculares. Considere que um laser emite radiação de comprimento de onda  $\lambda = 1.050\text{ nm}$ , e que cada um de seus pulsos dura  $\Delta t = 70\text{ fs}$ . Qual é o período da onda eletromagnética radiada e qual é o número de comprimentos de onda contidos em um pulso?

A velocidade da luz no vácuo é  $c = 3,0 \times 10^8\text{ m/s}$ .

---



---



---



---



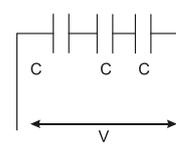
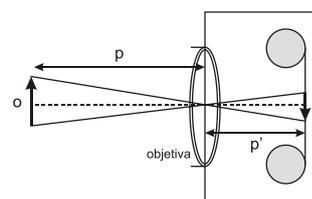
---

23. (UNICAMP 2014) O sistema de imagens street view disponível na internet permite a visualização de vários lugares do mundo através de fotografias de alta definição, tomadas em 360 graus, no nível da rua.

a. Em uma câmera fotográfica tradicional, como a representada na figura abaixo, a imagem é gravada em

um filme fotográfico para posterior revelação. A posição da lente é ajustada de modo a produzir a imagem no filme colocado na parte posterior da câmera. Considere uma câmera para a qual um objeto muito distante fornece uma imagem pontual no filme em uma posição  $p' = 5\text{ cm}$ . O objeto é então colocado mais perto da câmera, em uma posição  $p = 100\text{ cm}$ , e a distância entre a lente e o filme é ajustada até que uma imagem nítida real invertida se forme no filme, conforme mostra a figura. Obtenha a variação da posição da imagem  $p'$  decorrente da troca de posição do objeto.

b. Nas câmeras fotográficas modernas, a captação da imagem é feita normalmente por um sensor tipo CCD (Charge Couple Devide). Esse tipo de dispositivo possui trilhas de capacitores que acumulam cargas elétricas proporcionalmente à intensidade da luz incidente em cada parte da trilha. Considere um conjunto de 3 capacitores de mesma capacitância  $C = 0,6\text{ pF}$ , ligados em série conforme a figura ao lado. Se o conjunto de capacitores é submetido a uma diferença de potencial  $V = 5,0\text{ V}$ , qual é a carga elétrica total acumulada no conjunto?




---



---



---



---



# GABARITO

1: A equivalência entre altura e posição dos objetos e das imagens é dada por:

$$\frac{i}{o} = \frac{p'}{p}$$

Na primeira situação, a altura da imagem é 5% da altura do objeto. Logo, pode-se escrever:

$$\frac{0,05 \cdot o}{o} = \frac{p_1'}{p_1} \\ p_1' = 0,05 \cdot p_1$$

Na segunda situação, a altura da imagem é 50% da altura do objeto. Logo, pode-se escrever:

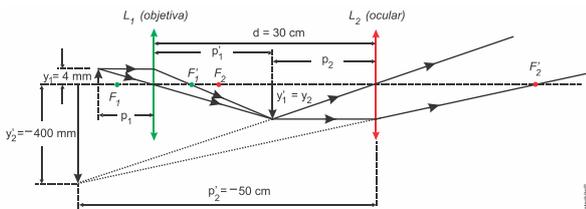
$$\frac{0,5 \cdot o}{o} = \frac{p_2'}{p_2} \\ p_2' = 0,5 \cdot p_2$$

Como trata-se de uma câmara escura, a distância das imagens até o orifício é a mesma, ou seja:  $p_1' = p_2'$ .

Assim, igualando as duas equações, tem-se:

$$0,05 \cdot p_1 = 0,5 \cdot p_2 \\ p_2 = 0,1 \cdot p_1$$

2: A figura ilustra a situação.



- $p_1 = 1 \text{ cm}$
- $p_1' = d - p_2 = 30 - p_2$
- $p_2' = -50 \text{ cm}$  (imagem virtual)
- $y_1 = 4 \text{ mm}$
- $y_2' = -400 \text{ mm}$  (imagem invertida)

Aumento linear transversal:

$$\text{Aumentos} \begin{cases} \text{Da ocular: } A_1 = \frac{y_1'}{y_1} \\ \text{Da objetiva: } A_2 = \frac{y_2'}{y_2} \\ \text{Do sistema: } A = A_1 \times A_2 = \frac{y_1'}{y_1} \times \frac{y_2'}{y_2} = \frac{y_2'}{y_1} = \frac{-400}{4} \Rightarrow \end{cases}$$

Mas:

$$A_1 = \frac{-p_1'}{p_1} = \frac{-(30 - p_2)}{p_1} = \frac{p_2 - 30}{1} \Rightarrow \underline{A_1 = p_2 - 30} \quad \text{(II)}$$

$$A_2 = \frac{-p_2'}{p_2} = \frac{-(-50)}{p_2} \Rightarrow \underline{A_2 = \frac{50}{p_2}} \quad \text{(III)}$$

Combinando (I), (II) e (III):

$$A = A_1 \times A_2 \Rightarrow -100 = (p_2 - 30) \left( \frac{50}{p_2} \right) \Rightarrow$$

$$-100p_2 = 50p_2 - 1500 \Rightarrow 150p_2 = 1500 \Rightarrow$$

$$p_2 = 10 \text{ cm.}$$

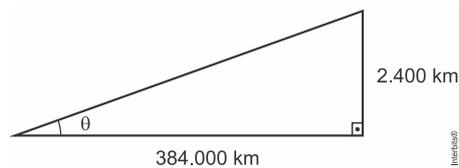
Voltando em (II):

$$A_2 = \frac{50}{p_2} = \frac{50}{10} \Rightarrow \underline{A_2 = 5.}$$

3: a) A ampliação é dada pela razão entre a distância focal de objetiva ( $f_{ob}$ ) e a distância focal da ocular ( $f_{oc}$ ).

$$A = \frac{f_{ob}}{f_{oc}} \Rightarrow 15 = \frac{f_{ob}}{9} \Rightarrow \underline{f_{ob} = 135 \text{ cm.}}$$

b) Na figura:



$$\theta_{\text{rad}} = \text{tg } \theta = \frac{2.400}{384.000} = \frac{24}{3840} \text{ rad} = \frac{24}{3840} \left( \frac{180^\circ}{\pi} \right) \Rightarrow \theta = 0,358^\circ.$$

Considerando a ampliação angular:

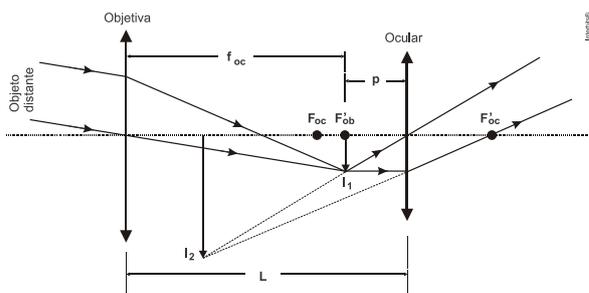
$$\theta_{\text{ang}} = A\theta = 15 \times 0,358 \rightarrow \theta_{\text{ang}} = 5,37^\circ$$

4: a) Dados:  $D = 102 \text{ cm}$ ; razão focal,  $r = 19$ ; comprimento do telescópio,  $L = 19,2 \text{ m}$ .

Do enunciado:

$$r = \frac{f_{ob}}{D} \Rightarrow 19 = \frac{f_{ob}}{102} \Rightarrow f_{ob} = 1938 \text{ cm.}$$

O esquema a seguir representa a imagem conjugada por um telescópio refrator.



Notemos que a imagem real de um objeto impróprio fornecida objetiva ( $I_1$ ) forma-se no foco imagem dessa lente ( $F'_{ob}$ ). Essa imagem deve estar à distância  $p$  da ocular, entre ela e seu foco objeto ( $F_{oc}$ ). A distância ( $L$ ) entre as duas lentes, que é o comprimento do tubo, deve ser:

$$L = f_{ob} + p$$

O caso limite, mínimo comprimento do tubo, ocorre quando os dois focos coincidem, ou seja,  $p = f_{oc}$ .

Nesse caso:

$$L = f_{ob} + f_{oc}$$

Porém, de acordo com o enunciado, o comprimento do tubo (19,2 m) é menor que a distância focal da objetiva (19,38 m), mostrando que os dados estão inconsistentes, tornando impossível a resolução final desse item.

b) O aumento visual (ampliação angular) ( $G$ ) é dado pela razão entre as distâncias focais da objetiva e da ocular, mas esse item também torna-se impossível de ser resolvido, uma vez que foi impossível determinar a distância focal da ocular. Caso fosse possível, a expressão é:

$$G = \frac{f_{ob}}{f_{oc}}$$

5: a) Dados:  $V_{ob} = 1,5$  di;  $f_{oc} = -3$  cm (lente divergente:  $f < 0$ ).

Calculando a distância focal da objetiva:

$$f_{ob} = 1/V_{ob} = 1/1,5 \text{ m} = 2/3 \text{ m} = 200/3 \text{ cm} \cong 67 \text{ cm.}$$

Então, do enunciado:

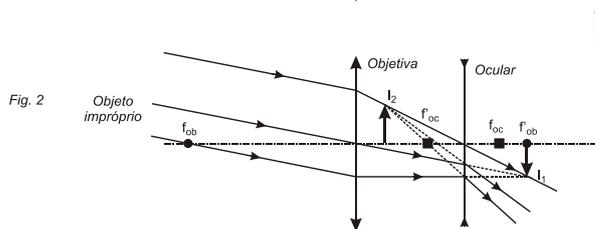
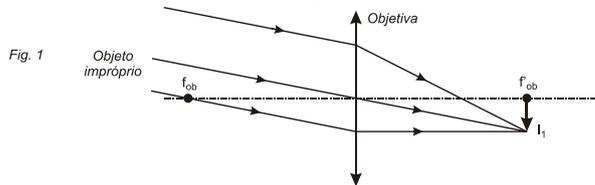
$$D_{m\acute{a}x} = f_{ob} + f_{oc} \Rightarrow D_{m\acute{a}x} = 67 - 3 = 64 \text{ cm.}$$

Esse tipo de arranjo das lentes é conhecido como "Luneta de Galileu". A imagem é direita, conforme mostram as figuras abaixo, fora de escala.

Na Fig 1, traçamos a imagem fornecida pela objetiva ( $I_1$ ). Como o objeto é um astro

(objeto impróprio) a imagem forma-se no foco imagem da objetiva ( $f'_{ob}$ ).

Na Fig 2, agora, a ocular. A imagem da objetiva comporta-se como objeto virtual para a ocular com a distância entre as lentes menor que a distância máxima. Como se pode notar, A imagem final ( $I_2$ ) é direita.



b) De acordo com o enunciado, o aumento é:

$$A = f_{ob}/|f_{oc}| \quad (I)$$

A lente objetiva é mantida. A nova ocular deve produzir um aumento 3 vezes maior (3 A). Seja, então,  $d$  a distância focal dessa nova lente ocular.

$$3A = f_{ob}/|d| \quad (II)$$

Dividindo (II) por (I), vem:

$$\frac{3A}{A} = \frac{f_{ob}}{|d|} \times \frac{f_{oc}}{f_{ob}} \Rightarrow 3|d| = f_{oc} \Rightarrow |d| = \frac{f_{oc}}{3} = \frac{3}{3} = 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m.}$$

Como a lente é divergente, retirando o módulo:  $d = -10^{-2} \text{ cm.}$

A vergência ( $V$ ) é o inverso da distância focal:  $V = 1/10^{-2} \Rightarrow V = -100 \text{ di.}$

O máximo tamanho da luneta é, então:

$$D'_{m\acute{a}x} = f_{ob} + d = 67 - 1$$

$$D'_{m\acute{a}x} = 66 \text{ cm.}$$

6: a) Para a 1ª lente:

$$\frac{1}{f_0} = \frac{1}{p_0} + \frac{1}{p'_0} \Rightarrow \frac{1}{35} = \frac{1}{40} + \frac{1}{p'_0} \Rightarrow p'_0 = 2,8 \times 10^2 \text{ cm}$$

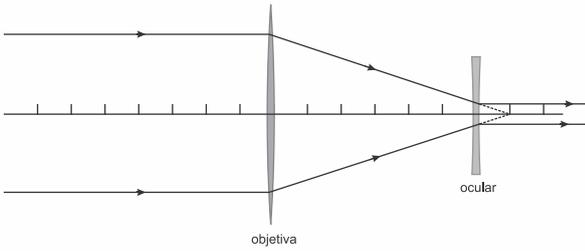
Para a 2ª lente:

$$|p_1| = |p'_0 - d| \Rightarrow |p_1| = 2,5 \times 10^2 \text{ cm.}$$

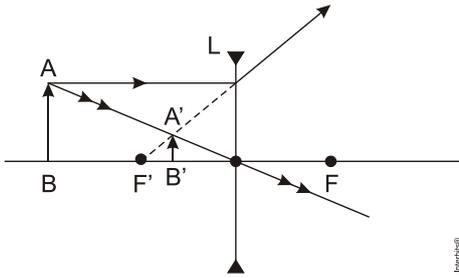
$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow \frac{1}{-5,0} = \frac{1}{-2,5 \times 10^2} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow p'_1 = -5,1 \text{ cm}$$



b) Os raios emergem paralelos ao eixo óptico.

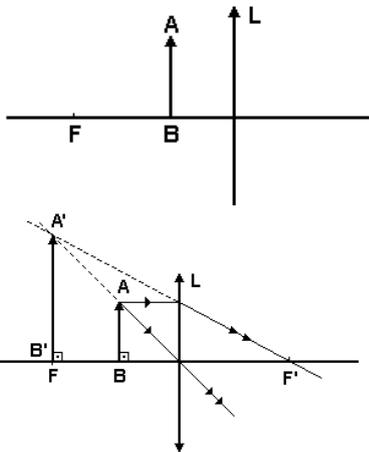


7: a) Observe a figura a seguir.



b) Virtual, pois é vértice de feixe emergente e divergente. Além disso, sabemos que imagem de objeto real em lente divergente é sempre: virtual, direita, menor, formada entre o foco imagem e o vértice.

8: a) Observe a figura a seguir.



b) Virtual, pois a imagem está do mesmo lado que o objeto em relação ao espelho.

9: a) Nota-se que tanto a imagem produzida pela lente objetiva quanto a imagem produzida pela lente ocular são reais, para tanto, há necessidade de lentes convergentes nos dois casos. As lentes divergentes possuem somente um tipo de imagem (virtual, direita e menor). Nota-se que a imagem (i1) é real, invertida e menor e a imagem (i2), virtual, direita e maior.

b) A ampliação é dada pela razão entre a distância focal da objetiva ( $f_{ob}$ ) e a distância focal da ocular ( $f_{oc}$ ). Utiliza-se a equação de Gauss para obter a distância focal da ocular ( $f_{oc}$ ).

$$\frac{1}{f_{oc}} = \frac{1}{d_{i1}} + \frac{1}{d_{i2}}$$

Do esquema dado:

$$d_{i1} = 5 \text{ cm}$$

$$d_{i2} = -30 \text{ cm (imagem virtual)}$$

Substituindo:

$$\frac{1}{f_{oc}} = \frac{1}{5 \text{ cm}} + \frac{1}{-30 \text{ cm}} = \frac{6-1}{30 \text{ cm}} \Rightarrow \frac{1}{f_{oc}} = \frac{5}{30 \text{ cm}} \therefore f_{oc} = 6 \text{ cm}$$

Então, podemos calcular a ampliação (A):

$$A = \frac{f_{ob}}{f_{oc}}$$

$$f_{ob} = 120 \text{ cm}$$

$$A = \frac{120 \text{ cm}}{6 \text{ cm}} \therefore A = 20$$

10: - Analisando o gráfico dado, nota-se que:  $p \rightarrow 10 \text{ cm} \rightarrow p' \rightarrow \infty \rightarrow 1/p' \rightarrow 0$ . Aplicando esses resultados na equação dos pontos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{10} + 0 \Rightarrow f = 10 \text{ cm.}$$

Para  $p = 60 \text{ cm}$ :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = \frac{pf}{p-f} = \frac{60 \times 10}{60-10} \Rightarrow p' = 12 \text{ cm.}$$

- Para  $p = 2 \text{ cm}$ :

$$p' = \frac{pf}{p-f} = \frac{2 \times 10}{2-10} \Rightarrow p' = -2,5 \text{ cm.}$$

Aplicando a equação do aumento linear transversal:

$$A = \frac{h'}{h} = \frac{-p'}{p} \Rightarrow \frac{h'}{8} = \frac{-(-2,5)}{2} \Rightarrow h' = \frac{20}{2} \Rightarrow h' = 10 \text{ mm.}$$

11: a) A área do sensor é  $A = 6 \times 6 = 36 \text{ mm}^2$ , e o número de pixels é  $N = 500 \times 500 = 25 \times 10^4$ .

Assim, a área ( $A_1$ ) de cada pixel é:

$$A_1 = \frac{A}{N} = \frac{36}{25 \times 10^4} \Rightarrow A_1 = 1,44 \times 10^{-4} \text{ mm}^2.$$

b) Dados:  $f = 50 \text{ mm}$ ;  $p' = d = 175 \text{ mm}$ .

Da equação dos pontos conjugados:



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p'} \Rightarrow p = \frac{p' f}{p' - f} \Rightarrow$$

$$L = \frac{d f}{d - f} = \frac{175 \cdot 50}{125} \Rightarrow \boxed{L = 70 \text{ mm.}}$$

c) Da equação do aumento linear transversal, em módulo:

$$\left| \frac{y'}{y} \right| = \left| \frac{p'}{p} \right| \Rightarrow \frac{D'}{D} = \frac{d}{L} \Rightarrow \frac{6}{D} = \frac{175}{70} \Rightarrow D = \frac{420}{175} \Rightarrow \boxed{D = 2,4 \text{ mm.}}$$

12: a) Dados:  $f_a = 50 \text{ mm}$ ;  $h = 480 \text{ mm}$ ;  $h'_a = -24 \text{ mm}$  (a imagem é invertida ( $h' < 0$ ), pois é uma imagem real de um objeto real).

Das equações do aumento linear transversal (A):

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \frac{i}{o} \Rightarrow A_a = \frac{h'_a}{h} \\ A = \frac{f}{f-p} \Rightarrow A_a = \frac{f_a}{f_a-L} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{h'_a}{h} = \frac{f_a}{f_a-L} \Rightarrow$$

$$\frac{-24}{480} = \frac{50}{50-L} \Rightarrow L = 1.050 \text{ mm} .$$

Usando a terceira equação do aumento linear transversal:

$$A = \frac{-p'}{p} \Rightarrow A = \frac{-D}{L} \Rightarrow \frac{-1}{20} = \frac{-D}{1.050} \Rightarrow D = \frac{1.050}{20} \Rightarrow$$

$$D = 52,5 \text{ mm.}$$

b) Dados:  $L = 1.050 \text{ mm}$ ;  $h = 480 \text{ mm}$ ;  $h'_d = -16 \text{ mm}$ .

Aproveitando a expressão do item anterior:

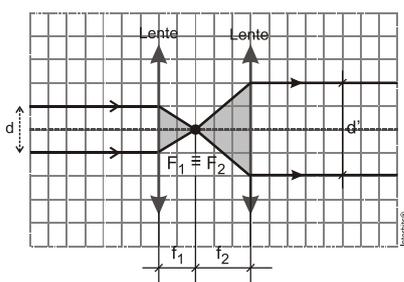
$$\frac{h'_d}{h} = \frac{f_d}{f_d-L} \Rightarrow \frac{-16}{480} = \frac{f_d}{f_d-L} \Rightarrow \frac{-1}{30} = \frac{f_d}{f_d-1.050} \Rightarrow$$

$$30 f_d = -f_d + 1.050 \Rightarrow$$

$$31 f_d = 1.050 \Rightarrow f_d = \frac{1.050}{31} \Rightarrow$$

$$f_d \cong 34 \text{ mm.}$$

13: 1.



2. Os triângulos sombreados são semelhantes, portanto:

$$\frac{d'}{d} = \frac{f_2}{f_1} \rightarrow d' = \frac{d \cdot f_2}{f_1}$$

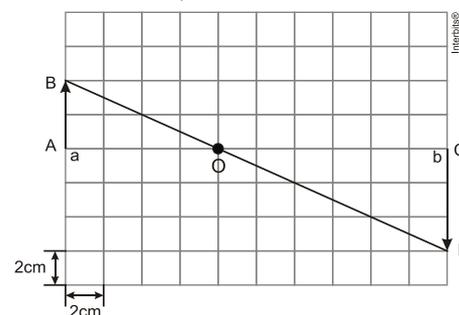
14: Dados:  $f = 4 \text{ cm}$ ;  $p = 4,2 \text{ cm}$ .

Da equação do aumento linear transversal:

$$|A| = \left| \frac{f}{f-p} \right| = \left| \frac{4}{4-4,2} \right| = \frac{4}{0,2} \Rightarrow$$

$$|A| = 20.$$

15: A figura mostra um raio luminoso atravessando a lente pelo centro óptico (não houve desvio).



a)  $OC = 6$  quadrículas =  $6 \times 2 = 12 \text{ cm}$

b) Observando a figura, vemos que:  $p = 8 \text{ cm}$  e  $p' = 12 \text{ cm}$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{8} + \frac{1}{12} = \frac{3+2}{24} \rightarrow f = \frac{24}{5} = 4,8 \text{ cm}$$

$$c) A = \left| \frac{p'}{p} \right| = \frac{12}{8} = 1,5$$

16: Dados:  $f = 4 \text{ cm}$ ;  $A = 3$ ;  $h = 0,7 \text{ cm}$ .

a) Calculando a distância ( $p$ ) do objeto à lente:

$$A = \frac{f}{f-p} \Rightarrow 3 = \frac{4}{4-p} \Rightarrow 3p = 8 \Rightarrow p = \frac{8}{3} \text{ m}$$

$$\Rightarrow p \cong 2,7 \text{ m.}$$

b) Calculando a distância ( $p'$ ) da imagem à lente:

$$p' = \frac{p f}{p - f} = \frac{\frac{8}{3} \times 4}{\frac{8}{3} - 4} = \frac{32}{3} \times \left( \frac{-3}{4} \right) \Rightarrow p' = -8 \text{ cm.}$$

A imagem obtida é virtual e se forma a  $8 \text{ cm}$  da lente, do mesmo lado do objeto.

O tamanho dessa imagem ( $h'$ ) é dado pela expressão do aumento linear transversal:

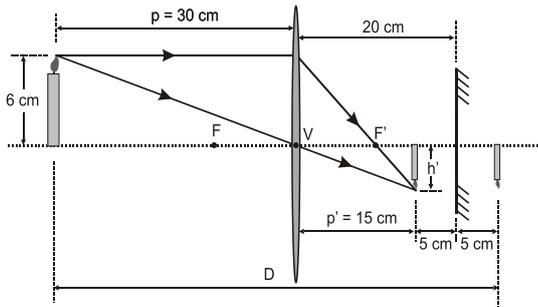
$$A = \frac{h'}{h} \Rightarrow 3 = \frac{h'}{0,7} \Rightarrow h' = 2,1 \text{ cm.}$$



17: Dados:  $p = 30 \text{ cm}$ ;  $f = 10 \text{ cm}$ ;  $h = 6 \text{ cm}$ .

a) Aplicando a equação de Gauss:  $1/f = 1/p + 1/p' \rightarrow p' = pf/p-f \rightarrow p' = 30(10)/30-10 = 300/20 \rightarrow p' = 15 \text{ cm}$ .

Essa imagem real ( $p' > 0$ ) da vela funciona como objeto real para o espelho plano, que fornece uma segunda imagem, virtual e simétrica. A figura a seguir ilustra essa situação, com as medidas envolvidas.



Analisando essa figura, vemos que a distância (D) da vela até sua imagem fornecida pelo espelho plano é:

$$D = 30 + 20 + 5 \Rightarrow D = 55 \text{ cm}.$$

b) A altura da imagem da vela fornecida pelo espelho plano é igual a altura da imagem fornecida pela lente, pois a imagem formada no espelho plano tem o mesmo tamanho que o objeto.

Pela equação do aumento linear transversal:

$$h'/h = -p'/p \rightarrow h'/6 = -15/30 \rightarrow h' = -3 \text{ cm}.$$

Ou seja, a imagem é invertida e tem altura  $h' = 3 \text{ cm}$ .

18: Dados:  $y = 4 \text{ cm}$ ; ( $y' = 1 \text{ cm}$ );  $p = d = 3 \text{ cm}$ ;  $p' = D = 150 \text{ cm}$ ; ( $T = 250 \text{ }^\circ\text{C}$ ).

Calculando o aumento linear transversal (em módulo), antes do aquecimento.

$$|A| = |y'/y| = |p'/p| = 150/3 \rightarrow |y'/4| = 50 \rightarrow |y'| = 200 \text{ cm}.$$

Depois do aquecimento, o aumento linear é o mesmo, pois não se alteram as posições do objeto e da imagem.

Os novos comprimentos da imagem e do objeto são, respectivamente: ( $y' + \Delta y'$ ) e ( $y + \Delta y$ ).

Aplicando novamente a equação do aumento:

$$A = y' + \Delta y' / y + \Delta y$$

Substituindo valores, vem:

$$50 = 200 + 1 / (4 + \Delta y) \Rightarrow 50y + 200 = 201 \Rightarrow y = 1/50 \text{ cm} = 2 \times 10^{-2} \text{ cm}.$$

Mas  $\Delta y$  é a dilatação sofrida pelo objeto. Então:

$$\Delta y = y \alpha \Delta T$$

$$\alpha = \frac{\Delta y}{y \Delta T}$$

$$\frac{2 \times 10^{-2}}{4 \times 250}$$

$$\alpha = 2 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

19: a) Dados:  $f_1 = 10 \text{ cm}$ ;  $f_2 = 15 \text{ cm}$ ;  $d = 50 \text{ cm}$  e  $p_1 = 15 \text{ cm}$ .

Calculando a distância ( $p'_1$ ) da primeira imagem à Lente 1:

$$p'_1 = \frac{p_1 f_1}{p_1 - f_1}$$

$$p'_1 = \frac{15(10)}{15 - 10}$$

$$p'_1 = +30 \text{ cm}.$$

A primeira imagem é real e forma-se 30 cm à direita da Lente 1. Essa primeira imagem funciona como objeto para a segunda lente. Sendo a distância entre as lentes é  $d = 50 \text{ cm}$ , a distância da primeira imagem à Lente 2 é:

$$p_2 = d - p'_1 = 50 - 30 \Rightarrow p_2 = 20 \text{ cm}.$$

Calculando a distância ( $p'_2$ ) da imagem final à Lente 2:

$$p'_2 = \frac{p_2 f_2}{p_2 - f_2}$$

$$p'_2 = \frac{20(15)}{20 - 15}$$

$$p'_2 = +60 \text{ cm}.$$

A imagem final é real e se forma 60 cm à direita da Lente 2 ou 110 cm à direita da Lente 1.

b) O aumento fornecido pelo sistema é o produto dos aumentos:

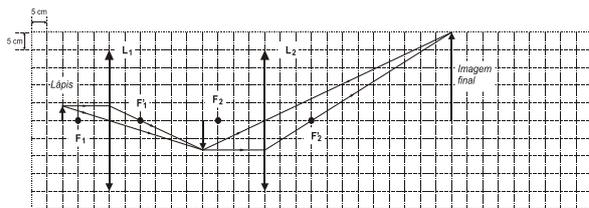
$$A = A_1 \times A_2 = -p'_1/p_1 \times -p'_2/p_2 = -30/15 \times -60/20 = (-2) \times (-3) \Rightarrow A = +6.$$

$$A = h'_2/h \Rightarrow 6 = h'_2/4 \Rightarrow h'_2 = 24 \text{ cm}.$$

A imagem final é real, tem comprimento 24 cm e é direita em relação ao objeto, pois o aumento linear transversal é positivo

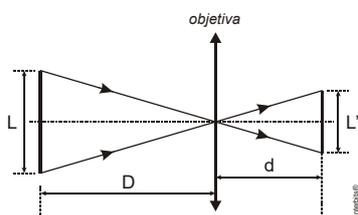
c) Escala dada  $\Rightarrow [10 \text{ cm} : 1 \text{ cm} : 2 \text{ quadrículas}] \Rightarrow [5 \text{ cm} : 1 \text{ cm} : 1 \text{ quadrícula}]$ .

Portanto, na figura abaixo, o lado de cada quadrícula representa 5 cm nas medidas dadas no enunciado.



**20:** Como o quadrado fotografado está muito distante da lente (objeto impróprio), a imagem forma-se no foco. Portanto a distância focal da lente objetiva é  $f = 5 \text{ cm}$ .

A imagem do lado desse quadrado é projetada num pixel. Calculemos o lado ( $L'$ ) de cada pixel. Dados:  $D = 700 \text{ km} = 7 \cdot 10^5 \text{ m}$ ;  $d = 4 \text{ cm} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ ;  $L = 30 \text{ m}$ .



Semelhança de Triângulos:

$$\frac{L'}{L} = \frac{d}{D} \Rightarrow \frac{L'}{30} = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{7 \cdot 10^5} \Rightarrow L' = 2,14 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

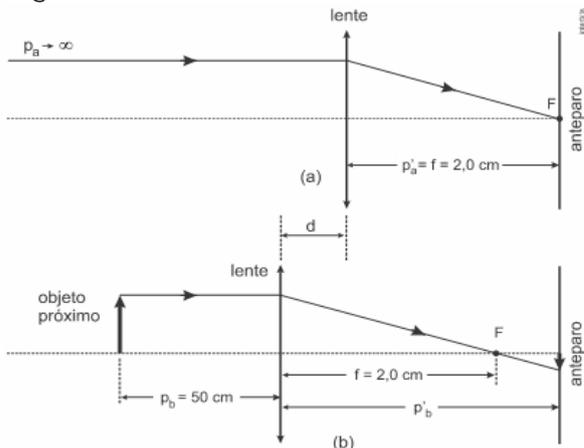
**21:** Como o Sol é um objeto impróprio para a lente, sua imagem forma-se no foco que, de acordo com a figura, está a 60 cm da lente. Assim,  $f = 60 \text{ cm}$ .

A distância da lente à tela é a distância da lente à imagem,  $p'$ .

Aplicando a equação de Gauss:

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} \Rightarrow p' = \frac{p f}{p - f} = \frac{180 \cdot 60}{120} \Rightarrow p' = 90 \text{ cm}$$

**22: a)** Analisando a figura (a) obtêm-se os seguintes dados:



$$p_a \rightarrow \infty; p' = 20 \text{ cm}$$

Aplicando a equação dos pontos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_a} + \frac{1}{p'_a} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{p'_a} \Rightarrow f = p'_a = 2,0 \text{ cm}$$

Da figura (b),  $p_b = 50 \text{ cm}$ .

Aplicando novamente a equação dos pontos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_b} + \frac{1}{p'_b} \Rightarrow p'_b = \frac{p_b f}{p_b - f} = \frac{50 \cdot 2}{50 - 2} = \frac{100}{48} \Rightarrow$$

$$p'_b = 2,083 \text{ cm}$$

Calculando o deslocamento sofrido pela lente:

$$d = p'_b - p'_a = 2,083 - 2,0 \Rightarrow d = 0,083 \text{ cm}$$

**b)** Dados:

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}; \lambda = 1.050 \text{ nm} = 1.050 \times 10^{-9} \text{ m}; \Delta t = 70 \text{ fs} = 70 \times 10^{-15} \text{ s}$$

Da equação fundamental da ondulatória obtém-se o período da onda.

$$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{1.050 \times 10^{-9}}{3 \times 10^8} \Rightarrow T = 3,5 \times 10^{-15} \text{ s} \Rightarrow T = 3,5 \text{ fs}$$

Calculando o comprimento do pulso emitido:

$$L = c \Delta t = 3 \times 10^8 \times 70 \times 10^{-15} \Rightarrow L = 210 \times 10^{-7} \text{ m}$$

O número de comprimentos de ondas contidos num pulso é:

$$n = \frac{L}{\lambda} = \frac{210 \times 10^{-7}}{1.050 \times 10^{-9}} \Rightarrow n = 20$$

**23: a)** Sendo a lente convergente e o objeto muito distante (impróprio), a imagem forma-se no foco imagem. Assim:  $f = p' = 5 \text{ cm}$ .

Para a nova situação, a imagem é  $p''$ . Aplicando a equação dos pontos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p''} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{1}{100} + \frac{1}{p''} \Rightarrow \frac{1}{p''} = \frac{20 - 1}{100} = \frac{19}{100}$$

$$\Rightarrow p'' = \frac{100}{19} \text{ cm}$$

A variação na posição da imagem é:

$$p'' - p' = \frac{100}{19} - 5 = \frac{100 - 95}{19} \Rightarrow p'' - p' = \frac{5}{19} \text{ cm}$$

