CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

ÍNDICE

Números complexos

Plano de Argand Gauss

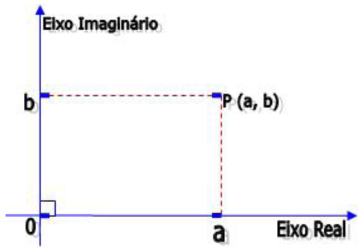
O conjunto C também pode ser representado pelos pontos do **Plano Cartesiano** ou **Plano de Argand Gauss.**

Considere um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais **xOy** e um ponto **P** de coordenadas **(a, b)** num Plano Cartesiano ou Plano de Argand Gauss. Sabendo que **z = (a, b) = a + bi**, chegamos à conclusão de que há uma relação biunívoca entre os **pontos do plano** e os **números complexos.**

<u>Ponto P</u>: imagem geométrica de z ou o afixo de z.

<u>Eixo das abscissas Ox</u>: eixo real, uma vez que seus pontos são os afixos dos números reais.

<u>Eixo das ordenadas Oy</u>: eixo imaginário, uma vez que seus pontos são os afixos dos números imaginários puros.



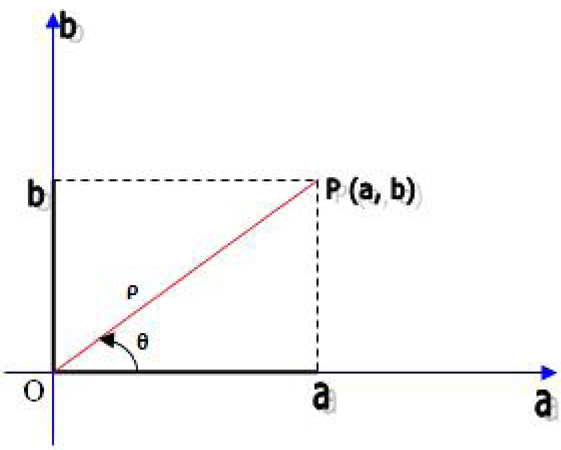
Interpretação geométrica

1) O módulo ρ simboliza a distância entre os pontos **P** e **O**, pois conforme o Teorema de Pitágoras, temos:

$$d_{OP}^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow d_{OP} = \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow d_{OP} = \rho = |z|$$

2) O argumento θ simboliza a medida do ângulo constituído por , que é determinado no sentido anti-horário partindo do semieixo . Sendo assim, da trigonometria, temos:

$$\cos\theta = \frac{a}{\rho} \ e \ \sin\theta = \frac{b}{\rho}$$



3) Representando o complexo z na forma algébrica, fazemos uma referência ao ponto P dado pelas suas coordenadas polares.

$$z = a + bi \Leftrightarrow P(a, b)$$

4) Representando o complexo z na forma trigonométrica, fazemos uma referência ao ponto **P** dado pelas coordenadas polares.

$$z = \rho(cos\theta + isen\theta) \Leftrightarrow P(\rho, \theta)$$

- **Operações na forma trigonométrica**

  - **Multiplicação e divisão**

Considere os números complexos z_1 e z_2, não nulos, na forma trigonométrica:

$$z_1 = \rho_1(cos\theta_1 + isen\theta_1) e\ z_2 = \rho_2(cos\theta_2 + isen\theta_2)$$

Vamos obter o produto $z_1 z_2$:

$$\begin{aligned} z_1 z_2 &= [\rho_1(cos\theta_1 + isen\theta_1)].[\rho_2(cos\theta_2 + isen\theta_2)] \\ &= \rho_1\rho_2(cos\theta_1 + isen\theta_1)(cos\theta_2 + isen\theta_2) \\ &= \rho_1\rho_2(cos\theta_1 cos\theta_2 + icos\theta_1 sen\theta_2 + isen\theta_1 cos\theta_2 + i^2 sen\theta_1 sen\theta_2) \\ &= \rho_1\rho_2[(cos\theta_1.cos\theta_2 - sen\theta_1.sen\theta_2) + i(cos\theta_1.sen\theta_2 + sen\theta_1.cos\theta_2)] \\ &= \rho_1\rho_2[\cos(\theta_1 + \theta_2) + isen(\theta_1 + \theta_2)] \end{aligned}$$

Vamos obter o quociente $\frac{z_1}{z_2}$:

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{z_2} &= \frac{\rho_1(cos\theta_1 + isen\theta_1)}{\rho_2(cos\theta_2 + isen\theta_2)} = \frac{\rho_1(cos\theta_1 + isen\theta_1)(cos\theta_2 - isen\theta_2)}{\rho_2(cos\theta_2 + isen\theta_2)(cos\theta_2 - isen\theta_2)} \\ &= \frac{\rho_1}{\rho_2}.\frac{cos\theta_1 cos\theta_2 - icos\theta_1 sen\theta_2 + isen\theta_1 cos\theta_2 - i^2 sen\theta_1 sen\theta_2}{cos^2\theta_2 + sen^2\theta_2} \\ &= \frac{\rho_1}{\rho_2}.\frac{(cos\theta_1 cos\theta_2 + sen\theta_1 sen\theta_2) + i(sen\theta_1 cos\theta_2 - sen\theta_2.cos\theta_1}{1} \\ &= \frac{\rho_1}{\rho_2}.[\cos(\theta_1 - \theta_2) + isen(\theta_1 - \theta_2)] \end{aligned}$$

EXERCÍCIO

01. Dados os complexos $z_1 = 3\left(cos\frac{\pi}{2} + isen\frac{\pi}{2}\right)$ e $z_2 = 4\left(cos\frac{\pi}{4} + isen\frac{\pi}{4}\right)$, calcule:

a) $\frac{z_1}{z_2}$

b) $z_1.\overline{z_1}$

GABARITO

1. a) $3(cos\frac{\pi}{4} + isen\frac{\pi}{4})$

b) $3(cos\frac{3\pi}{4} + isen\frac{3\pi}{4})$