COMPLEXOS

FORMA ALGÉBRICA

$$\boxed{z = x + y.i}$$

$$x \text{ e } y \in \Re \begin{cases} x: \text{parte real}\left[\operatorname{Re}(z)\right] \\ y: \text{parte imaginária}\left[\operatorname{Im}(z)\right] \end{cases}$$

$i = \sqrt{-1}$: unidade imaginária

Notas:

- Número complexo:

✓ real ☞ $\operatorname{Im}(z) = 0$

✓ imaginário puro ☞ $\begin{matrix} \operatorname{Re}(z) = 0 \\ \operatorname{Im}(z) \neq 0 \end{matrix}$

✓ imaginário ☞ $\begin{matrix} \operatorname{Re}(z) \neq 0 \\ \operatorname{Im}(z) \neq 0 \end{matrix}$

POTÊNCIAS DE i

$i^0 = 1$

$i^1 = i$

$i^2 = -1$

$i^3 = -i$

$i^4 = 1$

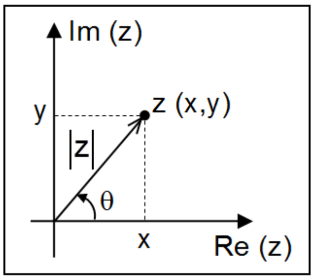
$$\boxed{i^n = i^r}$$

Onde r é o resto da divisão de n por 4

IDENTIDADE

$$\left.\begin{matrix} z_1 = x_1 + y_1.i \\ z_2 = x_2 + y_2.i \end{matrix}\right] \Rightarrow z_1 = z_2 \Rightarrow \left[\begin{matrix} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \end{matrix}\right.$$

PLANO DE ARGAND-GAUSS



θ: argumento principal

MÓDULO DE Z

$$\boxed{|z| = \sqrt{x^2 + y^2}}$$

FORMA TRIGONOMÉTRICA

$$\boxed{z = |z|(\cos\theta + i.\text{sen}\theta)}$$

ou

$$\boxed{z = |z|\text{cis}\theta}$$

FORMA EXPONENCIAL

$$\boxed{z = |z|e^{i\theta}}$$

CONJUGADO DE UM COMPLEXO

$$z = x + y.i \quad ☞ \quad \boxed{\overline{z} = x - y.i}$$

PROPRIDADES DE MÓDULO

- $|\overline{z}| = |z|$
- $|z^n| = |z|^n$
- $|z.w| = |z|.|w|$
- $|z| + |w| \geq |z + w|$
- $\left|\dfrac{z}{w}\right| = \dfrac{|z|}{|w|}$

PROPRIDADES DE CONJUGADO

- $z + \overline{z} = 2\text{Re}(z)$
- $z.\overline{z} = |z|^2$
- $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$
- $\overline{z_1 - z_2} = \overline{z}_1 - \overline{z}_2$
- $\overline{\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)} = \dfrac{\overline{z}_1}{\overline{z}_2}$
- $\overline{z_1.z_2} = \overline{z}_1.\overline{z}_2$
- $\overline{z^n} = (\overline{z})^n$

POTENCIAÇÃO DE COMPLEXOS

$$\boxed{z^n = |z|^n \text{cis}n\theta} \quad n \in \mathbb{Z}$$

RADICIAÇÃO DE COMPLEXOS

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|}\text{cis}\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) \; k \in \mathbb{Z}_+$$

Nota:

Os n afixos da $\sqrt[n]{z}$ pertencem a uma mesma circunferência de centro (0,0) e raio R = $\sqrt[n]{|z|}$. Sendo que para n > 2 os afixos correspondem aos vértices de um polígono regular inscrito nessa circunferência.

Testes de fixação

01. (EFOMM) Sabendo-se que a raiz quadrada do número complexo $-16+30i$ é $(a+bi)$ ou $(c+di)$, pode-se afirmar que o valor de $a+d$ é:

a) $+2$
b) $+1$
c) 0
d) -1
e) -2

02. (EFOMM) Se os números reais x e y são soluções da equação $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2+\frac{1}{x+iy}=1+i$, então $5x+15y$ é igual a:

a) 0
b) -1
c) 1
d) $\sqrt{2}$
e) $-\sqrt{2}$

03. (EFOMM) A solução da equação $|z|+z=1+3i$ é um número complexo de módulo:

a) $5/4$
b) 5
c) $\sqrt{5}$
d) $\sqrt{5}/2$
e) $5/2$

04. (EFOMM) Sejam os números complexos z tais que $\frac{1}{3}|z|=|\overline{z+1}|$. O lugar geométrico das imagens desses números complexos é uma

a) parábola
b) reta
c) circunferência de raio 3/8
d) circunferência de raio 3/2
e) hipérbole

05. (EFOMM) Considere o conjunto dos números complexos z com a propriedade $|z+169i|\le 65$, admitindo que i é a unidade imaginária. O elemento desse conjunto que possui o maior argumento θ, $0\le\theta<2\pi$, é igual a

a) $60-144i$
b) $65-169i$
c) $-104i$
d) $-65-169i$
e) $65-156i$

06. (EFOMM) Qual o menor valor do número natural positivo n para que $\left(\sqrt{3}+i\right)^n$, onde i é a unidade imaginária, seja um número real?
a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

07. (EFOMM) É bem conhecida a relação $\cos\theta = \dfrac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}$, onde θ é um ângulo em radiano e $i=\sqrt{-1}$. Dada a relação podemos concluir que se θ é um imaginário puro da forma bi onde $b \in \Re$, $\cos\theta$ é um número
a) entre -1 e 1
b) maior que -1 e menor que 0
c) maior que 1
d) igual a 1
e) imaginário puro

08. (EFOMM) O argumento do número complexo $-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$ é
a) 45^o
b) 60^o
c) 90^o
d) 135^o
e) 225^o

09. (EFOMM) O inverso do complexo 2i é
a) $\frac{1}{2}-i$
b) $\frac{1}{2}+i$
c) i/2
d) – i/2
e) – 2

10. (EFOMM) Qual o valor de e, que é um escalar real, em que a parte imaginária no número $\frac{2+i}{e+2i}$ é nula?
a) -4
b) -2
c) 1
d) 2
e) 4

11. (EFOMM) Determine o valor de x para que o produto $(12-2i)\left[18+(x-2)i\right]$ seja um número real.
a) 4
b) 5
c) 6
d) 7
e) 7

12. (EFOMM) Dado o número complexo z = 1 - i e considerando ser ele uma das raízes da equação $x^{10} - p = 0$, o valor de p é:

a) 8i
b) – 4i
c) – 8i
d) – 16i
e) – 32i

13. (EFOMM) O quociente de $\frac{i^{31} - i^{110}}{i^{13}}$ é:

a) -1 - i
b) 1 - i
c) -1 + i
d)
e) i

14. (EFOMM) Sabendo-se que $z_1 = (1-2i)^4$ e $z_2 = (2+2i)^3$, o resultado $z_1 - z_2$ é:

a) 5 + 22i
b) 15 + 22i
c) 3 + 24i
d) 13 - 24i
e) 9 + 8i

15. (EFOMM) O quociente de A por B, sendo $A = 2 - \sqrt{3}i$ e $B = 2\left[\cos(2\pi/3) + i\,\text{sen}(2\pi/3)\right]$ é:

a) 4 - 2i
b) $\frac{3}{2} - \frac{4}{5}i$
c) $5 + \sqrt{3}i$
d) $-\frac{1}{4} + \frac{5\sqrt{3}}{4}i$
e) $-\frac{5}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$

16. (EFOMM) O valor de $\left(\sqrt{3} + i\right)^7$ é igual a:

a) $-64\sqrt{3} - 64i$
b) $128 - 64i$
c) $64\sqrt{3} + 64i$
d) $-8\sqrt{3} - 8i$
e) $-128\sqrt{3} - 128i$

17. (EFOMM) Sabendo-se que $z = \frac{i^{26} - 3i^{14} + 5i^{23}}{4i^{15} + i^4 - i^{124}}$, então, podemos afirmar que o dobro de $\frac{z}{1-i}$ vale:

a) $\frac{3}{4} + \frac{7}{4}i$
b) $\frac{1}{4} + \frac{3}{4}i$
c) $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}i$
d) $\frac{3}{8} + \frac{7}{8}i$
e) $1 - \frac{7}{4}i$

18. (EFOMM) Escrevendo-se na forma trigonométrica o complexo $z=\frac{3-\sqrt{3}i}{2i}$, encontra-se:

a) $\cos(7\pi/6)+i\,\text{sen}(7\pi/6)$

b) $\sqrt{3}\left[\cos(7\pi/6)+i\,\text{sen}(7\pi/6)\right]$

c) $\cos(\pi/6)+i\,\text{sen}(\pi/6)$

d) $\sqrt{3}\left[\cos(\pi/6)+i\,\text{sen}(\pi/6)\right]$

e) $\sqrt{3}\left[\cos(4\pi/3)+i\,\text{sen}(4\pi/3)\right]$

19. (EFOMM) A solução da equação $z^2=-8+8\sqrt{3}i$ são:

a) $2+2\sqrt{3}i$ e $2-2\sqrt{3}i$

b) $-2+2\sqrt{3}i$ e $-2-2\sqrt{3}i$

c) $2+\sqrt{3}i$ e $-2-\sqrt{3}i$

d) $2+2\sqrt{3}i$ e $-2-2\sqrt{3}i$

e) $2+\sqrt{3}i$ e $-2+\sqrt{3}i$

20. (EFOMM) O módulo do número complexo z, tal que $iz-2\bar{z}+3-i=0$ é:

a) $\sqrt{\frac{26}{3}}$

b) $2\sqrt{\frac{13}{3}}$

c) $\frac{2\sqrt{13}}{9}$

d) $\frac{\sqrt{13}}{3}$

e) $\frac{\sqrt{26}}{3}$

21. (EFOMM) Reduzindo o complexo $z=\frac{\sqrt{1+m}+i\sqrt{1-m}}{\sqrt{1+m}-i\sqrt{1-m}}-\frac{\sqrt{1-m}+i\sqrt{1+m}}{\sqrt{1-m}-i\sqrt{1+m}}$ a uma forma simples teremos:

a) $z=i$

b) $z=1+mi$

c) $z=2m$

d) $z=1-mi$

e) $z=-2mi$

22. (EFOMM) O valor da equação $i^{-11}+i^{-12}+i^{-13}+i^{-101}+i^{-103}$ é:

a) 1

b) $-\frac{1}{i}$

c) $-i$

d) $-2i$

e) $2i$

23. (EFOMM) Sendo $z=\cos\theta+i\,\text{sen}\theta$, a expressão que melhor representa z^n-z^{-n} é:

a) $\cos(n\theta)$

b) $2i\,\text{sen}(n\theta)$

c) $-2i\,\text{sen}(n\theta)$

d) $2\cos(n\theta)$

e) $2\text{sen}(n\theta)$

24. (EFOMM) Considere o número complexo $z_1 \neq 1$, tal que z_1 seja solução da equação $z^6 = 1$, com menor argumento positivo. A solução z_2 da mesma equação, cujo argumento é o triplo do argumento de z_1, é igual a:

a) $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) -1

d) $-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

e) $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

25. (EFOMM) O número complexo, $z = |z|(\cos\theta + i\,\text{sen}\,\theta)$, sendo i a unidade imaginária e $0 \leq \theta \leq 2\pi$, que satisfaz a inequação $|z + 3i| \leq 2$ e que possui o menor argumento θ, é:

a) $z = -\frac{5}{3} - \frac{2\sqrt{5}}{3}i$

b) $z = -\frac{5}{3} + \frac{2\sqrt{5}}{3}i$

c) $z = -\frac{2\sqrt{5}}{3} - \frac{5}{3}i$

d) $z = -\frac{2\sqrt{5}}{3} + \frac{5}{3}i$

e) $z = -2\sqrt{5} + 5i$

26. (EFOMM) Seja o número complexo $z = -1 - \sqrt{3}i$, onde i é a unidade imaginária. O valor de z^8 é:

a) $z = 256\left(\cos\frac{4\pi}{3} + i\,\text{sen}\frac{4\pi}{3}\right)$

b) $z = 256\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\,\text{sen}\frac{\pi}{3}\right)$

c) $z = 256\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\,\text{sen}\frac{5\pi}{3}\right)$

d) $z = 256\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\,\text{sen}\frac{2\pi}{3}\right)$

e) $z = 256(\cos 2\pi + i\,\text{sen}\,2\pi)$

GABARITO

01. a/e	02. b	03. b	04. c	05. a	06. e	07. c	08. e	09. d	10. e	11. b	12. e
13. a	14. e	15. e	16. a	17. a	18. e	19. d	20. e	21. c	22. a	23. b	24. c
25. c	26. d										