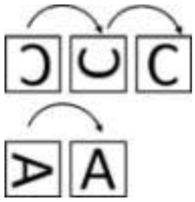
Canguru Brasil 2014 – Nível B - Soluções

3 pontos

1. Eva alinhou oito cartões formando a palavra CANGURUS. Sua irmãzinha girou alguns cartões e a palavra ficou como na figura acima. Para consertar a palavra, Eva faz rotações de 90 graus nos cartões. Por exemplo, faz duas para acertar a letra C e uma para acertar a letra A, conforme mostrado à esquerda. No mínimo, quantas dessas rotações ela deve fazer para acertar a palavra?



(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

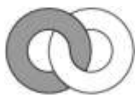
1. Alternativa C
No mínimo, ela faz duas rotações para acertar o C, uma para acertar o A, uma para o N, duas para o U, totalizando 6 rotações.

2. Um bolo pesa 900 g. Paulo o corta em quatro pedaços, de modo que o maior pesa tanto quanto os outros três juntos. Qual é o peso do pedaço mais pesado?

(A) 250 g (B) 300 g (C) 400 g (D) 450 g (E) 600 g

2. Alternativa D
O peso do pedaço maior é igual à soma dos pesos dos demais. Então o pedaço maior pesa a metade do peso do bolo, isto é, $\frac{900}{2} = 450$ g.

3. Dois anéis, um branco e um cinza, interligados, aparecem ao lado, quando vistos de frente por Gina. Se ela der a volta e olhar por detrás, como ela verá esses anéis?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

3. Alternativa D
Gina verá o anel cinza à esquerda, passando sobre o anel branco acima do ponto em que passa sob o anel branco.

4. Na adição ao lado, alguns algarismos foram substituídos pelo símbolo $*$.
Qual é a soma dos algarismos substituídos?

$$\begin{array}{r} 1{*}2 \\ +\ 1{*}3 \\ 1{*}4 \\ \hline 309 \end{array}$$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 10

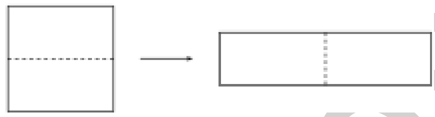
4. Alternativa A
Se os algarismos cobertos somassem 10, o resultado da conta seria 409. Logo, a soma só pode ser zero (todos os algarismos são o zero).

5. Qual é a diferença entre o menor número de cinco algarismos e o maior número de quatro algarismos?

(A) 1 (B) 10 (C) 1111 (D) 9000 (E) 9900

5. Alternativa A
O menor número de cinco algarismos é o 10000 e o maior número de quatro algarismos é o 9999. A diferença entre eles é $10000-9999=1$.
Alternativamente: o sucessor do maior número de quatro algarismos é o primeiro número de cinco algarismos, logo a diferença entre eles é 1.

6. Um quadrado de perímetro 48 cm é cortado em 2 pedaços para formar um retângulo, como na figura. Qual é o perímetro desse retângulo?



(A) 24 cm (B) 30 cm (C) 48 cm (D) 60 cm (E) 72 cm

6. Alternativa D
O novo retângulo tem perímetro igual a quatro lados do quadrado mais duas metades do lado do quadrado, ou seja, cinco lados do quadrado. O lado do quadrado mede $\frac{48}{4}=12\text{cm}$, logo o perímetro do retângulo é $5\times12=60\text{ cm}$.

7. Catarina tem 38 palitos de fósforo. Ela constrói um triângulo e um quadrado, usando todos os palitos. Cada lado do triângulo tem seis palitos. Quantos palitos tem cada lado do quadrado?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

7. Alternativa B
Para montar o triângulo, Catarina usou $3\times6=18$ palitos, restando $38-18=20$ palitos para fazer o quadrado. Cada lado deste quadrado tem $\frac{20}{4}=5$ palitos.

8. O colar abaixo tem contas brancas e contas cinza-escuro. Ana quer separar cinco dessas contas escuras do colar tirando-as pelas extremidades do fio. Qual é o menor número de contas brancas que ela será obrigada a tirar também?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

8. Alternativa B
Se Ana tirar as cinco contas escuras a partir da ponta esquerda, será obrigada a retirar quatro contas brancas. Se tirar as cinco contas escuras a partir da direita, será obrigada a tirar cinco contas brancas. Então ela deve alternar as pontas, tirando duas escuras e uma branca à esquerda e três escuras e duas brancas à direita. Desta forma, ela retira todas as escuras que queria e somente três brancas, que é o mínimo que será obrigada a tirar.

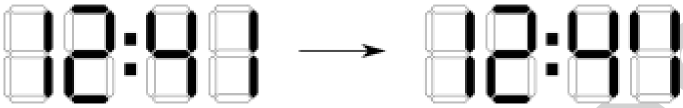
9. Ralim participou de uma corrida de karts de cinco voltas. Os instantes em que Ralim voltou ao ponto de partida estão assinalados na tabela ao lado. Qual das voltas teve o menor tempo?

	Time
início	09:55
fim da 1ª volta	10:26
fim da 2ª volta	10:54
fim da 3ª volta	11:28
fim da 4ª volta	12:03
fim da 5ª volta	12:32

(A) A primeira (B) A segunda (C) A terceira
(D) A quarta (E) A quinta

9. Alternativa B
A primeira volta durou 5 + 26 = 31 minutos, a segunda durou 54 – 26 = 28 minutos, a terceira durou 6 + 28 = 34 minutos, a quarta durou 60 – 28 + 3 = 35 minutos e a quinta durou 32 – 3 = 29 minutos. A volta mais rápida foi a segunda.

10. O relógio digital de Belinha está com defeito. Os três traços horizontais no último digito à direita não aparecem. Belinha estava consultando o relógio, quando o mostrador passou da posição à esquerda para a posição à direita, conforme figura. Nesse segundo instante, qual era o horário?

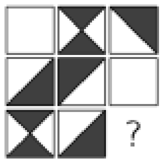


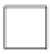
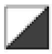
(A) 12:40 (B) 12:42 (C) 12:44 (D) 12:47 (E) 12:49

10. Alternativa C
O último dígito no primeiro instante só pode ser 1 ou 3. No segundo instante só pode ser 4 ou 9. Portanto, o primeiro momento instante é 12:43 e o segundo instante é 12:44.

4 pontos

11. Qual dos ladrilhos deve ser escolhido para ser colocado no lugar indicado da figura ao lado, de modo que a área total das partes pretas seja igual à área total das partes brancas?



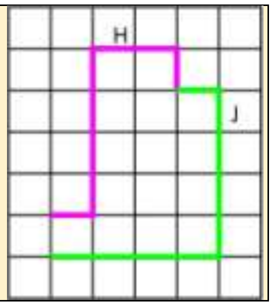
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) Impossível

11. Alternativa E
Nos ladrilhos com parte branca e parte preta, as áreas dessas partes já são iguais. Restam dois ladrilhos inteiramente brancos. Nem mesmo um ladrilho completamente preto terá a mesma área que os dois brancos. Portanto, é impossível que a área das partes pretas seja igual à área das partes brancas.

12. Henrique e João partiram de um mesmo lugar para uma caminhada: Henrique andou 1 km para o norte, depois 2 km para oeste, 4 km para o sul e finalmente 1 km para oeste; João andou 1 km para o leste, 4 km para o sul e 4 km para o oeste. Qual deve ser o percurso final de João para chegar ao mesmo lugar em que Henrique parou?

(A) Nenhum, pois já chegou lá. (B) 1 km norte. (C) 1 km noroeste.
(D) Mais de 1 km noroeste. (E) 1 km oeste.

12. Alternativa B
João deve caminhar um quilômetro para o norte, conforme mostrado na figura ao lado.



13. Num acampamento de verão, 7 crianças tomam sorvete todos os dias, 9 crianças tomam sorvete a cada dois dias e o resto das crianças não toma sorvete. Ontem, 13 crianças tomaram sorvete. Quantas crianças irão tomar sorvete hoje?

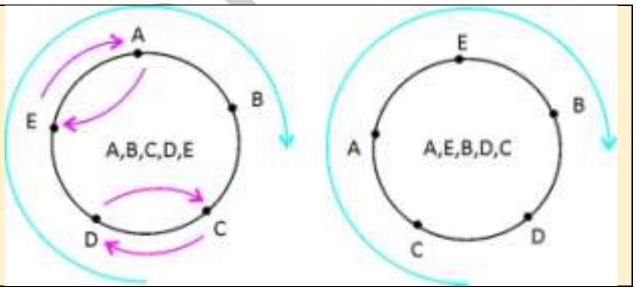
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

13. Alternativa E
Das 13 crianças que tomaram sorvete ontem, estão 7 crianças que tomam todos os dias. As restantes 13 – 7 = 6 crianças tomam sorvete somente de dois em dois dias. Logo, há 9 – 6 = 3 crianças que tomam sorvete a cada dois dias, que não tomaram sorvete ontem e irão fazê-lo hoje. Logo, hoje irão tomar sorvete 7 + 3 = 10 crianças.

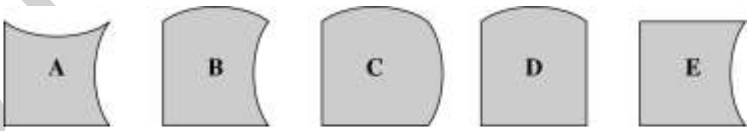
14. Os cangurus A, B, C, D e E estão sentados, nessa ordem e no sentido dos ponteiros do relógio, em volta de uma mesa circular. No exato momento em que tocou um sino, todos eles, exceto um, trocou de posição com um vizinho. As novas posições dos cangurus, nas mesmas condições, são A, E, B, D e C. Qual dos cangurus não se moveu?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

14. Alternativa B
Após a troca, A passa a ficar antes de E, logo eles permutam suas posições. O mesmo ocorre com C e D. Logo, B não troca de posição com ninguém, conforme mostrado na figura.

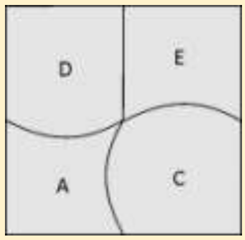


15. Um quadrado pode ser formado juntando-se quatro dentre as cinco peças ao lado. Qual delas não será usada?



(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

15. Alternativa B
Nas cinco peças apresentadas, há um total de quatro lados convexos e quatro lados côncavos. Cada lado côncavo deve encaixar num lado convexo. Retirando-se uma das peças, o número de lados convexos deve continuar igual ao número de lados côncavos. Com exceção da peça B, se separamos uma peça, o número de lados convexos e o número de lados côncavos restantes serão diferentes. Por exemplo, se separarmos a peça A, que tem dois lados côncavos, sobrarão quatro lados côncavos e apenas dois convexos entre os lados restantes. Então a peça B, com a mesma quantidade de lados côncavos e convexos, é a peça que deve ficar separada. Na figura ao lado, vemos o quadrado formado com as peças A, C, D e E.



16. Um número natural tem três algarismos. Quando multiplicamos esses algarismos obtemos 135. Qual resultado nós obtemos ao somar esses algarismos?

(A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 18

16. Alternativa D
Decompondo o número em fatores primos, obtemos $135 = 3 \times 3 \times 3 \times 5$. A única forma de expressar esse produto como o produto de três números menores do que 10 é usando os fatores 3, 5 e 9, cuja soma é 3 + 5 + 9 = 17.

17. Num restaurante há 16 mesas e em cada uma delas pode haver três, quatro ou seis cadeiras. Juntas, as mesas com três ou quatro cadeiras podem acomodar 36 pessoas. Se o restaurante pode acomodar 72 pessoas, quantas mesas têm exatamente três cadeiras?

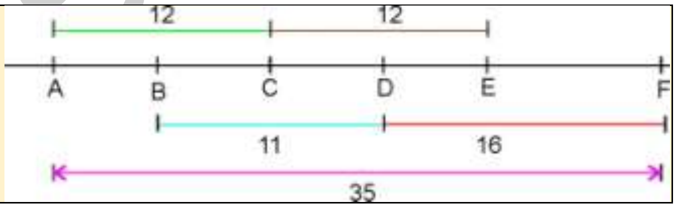
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

17. Alternativa A
Se *x* é o número de mesas com 3 cadeiras e *y*, o número de mesas com 4 cadeiras, temos $3x + 4y = 36$.
O número de mesas com 6 cadeiras é $16 - (x+y)$, logo:
$6(16-(x+y)) = 72-36 \Leftrightarrow 96-6(x+y) = 36 \Leftrightarrow 6(x+y) = 60 \Leftrightarrow x+y = 10 \Leftrightarrow y = 10-x$. Substituindo y na equação acima, temos: $3x + 4(10-x) = 36 \Leftrightarrow 3x-4x = 36-40 \Leftrightarrow x = 4$.

18. Os pontos A, B, C, D, E, F localizam-se em uma reta, nessa ordem. Se *AF* = 35, *AC* = 12, *BD* = 11, *CE* = 12 e *DF* = 16, qual é a distância *BE*?

(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17

18. Alternativa D
Temos $AE = AC + CE = 12 + 12 = 24$, logo:
$EF = AF - AE = 35 - 24 = 11$. Temos também
$BF = BD + DF = 11 + 16 = 27$, logo:
$BE = BF - EF = 27 - 11 = 16$.



19. Priscila quer arrumar suas pedras decorativas em sua mesa. Se ela as agrupa de três em três, sobram duas pedras e se ela as agrupa de cinco em cinco, sobram novamente duas pedras. Pelo menos de quantas pedras mais ela precisa para não sobrar pedras em nenhum desses dois agrupamentos?

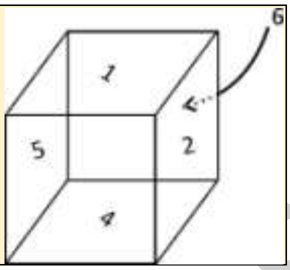
(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 10 (E) 13

19. Alternativa E
O menor número inteiro positivo divisível por 3 e 5 é 15. Então Priscila tem 15k + 2 pedras, pois ao dividir 15k + 2 por 3 e por 5 ela obtém resto 2 (sobram duas pedras). Se ela juntar mais pedras, para não haver sobras, o número total de pedras pode ser o próximo múltiplo de 3 e 5, que é o número $15(k+1) = 15k + 15$. Neste caso, ela vai precisar de mais $15k + 15 - (15k+2) = 13$ pedras. Claro que ela pode juntar mais pedras para obter outros múltiplos de 15, mas o problema pede o menor número delas.

20. As faces de um cubo foram numeradas de 1 a 6. As faces 1 e 6 têm uma aresta comum. O mesmo acontece com as faces 1 e 5, as faces 1 e 2, as faces 6 e 5, as faces 6 e 4 e as faces 6 e 2. Qual é o número da face oposta à face de número 4?

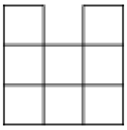
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 6

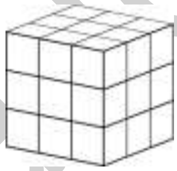
20. Alternativa A
As faces de números 1, 2, 4 e 5 são as quatro faces vizinhas da face de número 6. Dentre essas faces, cada uma é vizinha a duas delas e oposta a uma delas. A face 1 é vizinha à face 2 e vizinha à face 5, logo não é vizinha da face 4, ou seja, a face oposta à face de número 4 é a face de número 1.



5 pontos

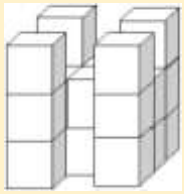
21. O cubo à direita é composto de 27 cubinhos. Quantos desses cubinhos devem ser retirados, de modo que o sólido resultante, ao ser visto da direita, de frente e de topo apresente o aspecto à esquerda?





(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 9

21. Alternativa D
Olhando-se para as três faces mencionadas, vê-se um buraco quadrado, correspondente a uma fila de 3 cubinhos. Para as vistas de frente e lateral, basta tirar duas carreiras do meio da camada superior, num total de 5 cubinhos. Para a vista de cima, basta tirar uma carreira vertical, com 2 cubinhos, pois um cubinho já foi retirado. Logo, basta retirar 5 + 2 = 7 cubinhos.



22. Marcelo criou uma lista de cinco músicas A, B, C, D e E, que duram, respectivamente, 3 min, 2min 30s, 2min, 1min 30s e 4min. As cinco músicas tocam nessa ordem, sem interrupção. Quando Marcelo saiu de casa, a música C estava tocando. Ao retornar, exatamente uma hora depois, que música estava tocando?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

22. Alternativa A
A sequência ABCDE dura 3 min + 2 min 30s + 2 min + 1 min 30s + 4 min = 13 min. Quando Marcelo saiu, tocava a música C. A sequência CDE, com C tendo começado e não acabado, dura menos do que 7min 30s e mais do que 5min e 30s, já que C dura 2 min. Então o tempo total para a sequência CDE mais quatro sequências completas ABCDE (4 x 13 = 52) varia entre 57min 30s e 59min 30s. Depois de tudo isto, recomeça a música A, cuja duração é de 3 minutos, maior do que o intervalo de tempo em que termina o conjunto de sequência de músicas tocado na ausência de Marcelo. Logo, era esta a música que estava tocando quando Marcelo retornou.

23. Nice escreveu os números de 1 a 9 nas casas de um tabuleiro 3×3, sendo que quatro deles estão mostrados na figura. Ela notou que, para o número 5, a soma dos números vizinhos é 9. Dois números são vizinhos quando estão em duas casas com um lado comum. Qual é a soma dos números vizinhos ao número 6?

1		3
2		4

(A) 14 (B) 15 (C) 17 (D) 28 (E) 29

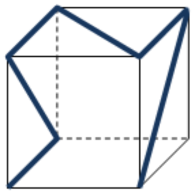
23. Alternativa E
Se colocarmos o número 5 no centro, a soma dos vizinhos é 6 + 7 + 8 + 9, logo não está no centro. Nas bordas, só pode ficar entre o 1 e o 2, pois em outros lugares, para que a soma dos vizinhos seja 9, haverá repetição de algarismos. Como 1 e 2 são vizinhos de 5, o outro vizinho será 9 – 1 – 2 = 6, localizado no centro do quadrado. Então os vizinhos de 6 serão 5, 7, 8 e 9, cuja soma é 5 + 7 + 8 + 9 = 29.

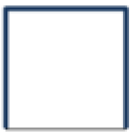
24. De um único lado de uma avenida, foram plantadas 60 árvores. Ao longo da fila, cada segunda árvore é uma seringueira e cada terceira árvore é uma paineira ou uma seringueira. As árvores restantes são todas acácias. Quantas acácias foram plantadas?

(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 24 (E) 30

24. Alternativa C
As seringueiras S aparecem nas posições pares, as paineiras P aparecem nas posições ímpares que são múltiplos de três e as acácias A aparecem nas demais posições. A sequência das árvores, desde a primeira, é A S P S A S A S P S A S... . Vemos que se repete o bloco de seis árvores A S P S A S. Como há 60 árvores, o padrão se repetirá $\frac{60}{6}=10$ vezes. Em cada um, há duas acácias. Portanto, foram plantadas $10\times 2=20$ acácias.

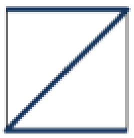
25. Uma estreita fita colorida foi colada num cubo transparente de plástico, conforme mostrado na figura. De todas as figuras abaixo, apenas uma não pode ser vista para quem olha este cubo de frente para qualquer uma das faces. Qual é essa figura?

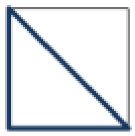


(A)


(B)


(C)


(D)


(E)


25. Alternativa E
Olhando de frente para a face frontal, vê-se também a face do fundo e se compõe a figura (A). Olhando de frente para a face da direita, vê-se também a da esquerda e se forma a figura (B). Olhando de frente a face de cima, vê-se a de baixo, e ambas as figuras, (C) e (D), podem ser vistas, dependendo da posição do observador. Logo, a figura (E) não pode ser vista.

26. O rei e seus mensageiros estão viajando do castelo para o palácio de verão a uma velocidade de cinco quilômetros por hora. A cada hora o rei manda um mensageiro de volta para o castelo, que viaja a uma velocidade de dez quilômetros por hora. Qual é o intervalo de tempo em que dois mensageiros chegam consecutivamente no castelo?

(A) 30 min (B) 60 min (C) 75 min (D) 90 min (E) 120 min

26. Alternativa D
Depois de andar 5 km, uma hora depois da partida, o rei manda o mensageiro, que leva meia hora para percorrer o caminho, chegando 1h 30min depois da partida do rei. Na segunda hora, depois de andar 10 km, o rei manda um mensageiro que chega uma hora depois, na 3ª hora. O intervalo de tempo entre o primeiro mensageiro e o segundo é de 3 h – 1h 30min = 1h 30min. Este intervalo é constante, porque as velocidades com que o rei e os mensageiros se deslocam também são constantes. Logo, a cada 90 minutos chega um mensageiro.

27. A soma de três números de um algarismo cada é 15. Ao substituir um desses três números pelo número 3, verificamos que o produto dos três números é 36. Qual foi o número substituído?

(A) 6 ou 7 (B) 7 ou 8 (C) somente o 6 (D) somente o 7 (E) somente o 8

27. Alternativa B
Sejam *a,b,c* os números, positivos e menores do que 10. Temos $a+b+c=15$. Supondo que o número substituído seja *a*, temos $3bc=36 \Leftrightarrow bc=12$. Então $(b=2 \text{ e } c=6) \text{ ou } (b=3 \text{ e } c=4)$. Logo, $b+c=8 \text{ ou } b+c=7$ e, assim, $a=7$ ou $a=8$.

28. O coelhinho Vivaldo adora repolhos e cenouras. Ele come por dia 9 cenouras ou então 2 repolhos ou ainda 4 cenouras e 1 repolho. Mas em alguns dias, ele come somente grama. Nos últimos 10 dias, Vivaldo comeu um total de 30 cenouras e 9 repolhos. Neste período, em quantos dias ele comeu somente grama?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

28. Alternativa C
Vivaldo comeu 9 cenouras em *x* dias e 4 cenouras em *y* dias diferentes, de modo que $9x+4y=30$. Como *x* e *y* são inteiros não negativos, temos necessariamente que $y=3 \text{ e } x=2$. Sendo *z* o número de dias em que só comeu repolho, temos $2z+y=9$, logo $z=3$. O número de dias em que Vivaldo não comeu repolho ou cenoura é igual a $10-(x+y+z)=10-8=2$.

29. Na Fabulândia, todo dia ensolarado tem a véspera e a antevéspera chuvosas. Além disso, o quinto dia depois de um dia chuvoso também é chuvoso. Hoje, em Fabulândia, o dia é de sol. No máximo, com quantos dias de antecedência podemos prever o tempo com certeza?

(A) 1 dia (B) 2 dias (C) 4 dias (D) Nem um dia sequer
(E) A partir de hoje, podemos prever o tempo para qualquer dia

29. Alternativa C
Entre dois dias ensolarados, há pelo menos dois dias de chuva. Se hoje faz sol, amanhã choverá e depois de amanhã também choverá. Ocorre que, antes de hoje, dia de sol, houve dois dias chuvosos. Então, cinco dias depois desses dois dias também choverá. Logo, os dois dias seguintes ao dia depois de amanhã também serão chuvosos. Depois do último dia desta sequência, não saberemos se choverá ou fará sol. Portanto, o tempo pode ser previsto com 4 dias de antecedência.

30. Dona Júlia tem 10 netos, sendo Alice a mais velha. Outro dia Dona Júlia notou que as idades de seus netos são todas diferentes. Se a soma dessas idades é 180, no mínimo quantos anos tem Alice?

(A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) 23

30. Alternativa E

A idade de Alice será tanto menor quanto menor forem as diferenças de idade entre os irmãos. Para idades consecutivas $x, x+1, x+2, \ldots, x+9$ temos a soma igual a $10x+(1+2+\ldots+9)=10x+45$. Mas $10x+45=180 \Leftrightarrow x=13,5$. As idades devem ser números inteiros e somar 180. Se fizermos *x* = 14, a soma será 185. Fazendo *x* = 13, a soma é 175. Aumentando de 1 ano as cinco maiores idades, obtemos soma 180. Então, as idades são 13, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22 e 23. Logo, a menor idade possível para Alice é 23 anos.