

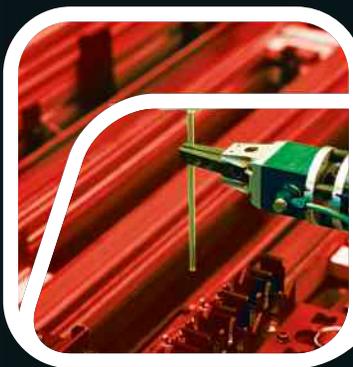
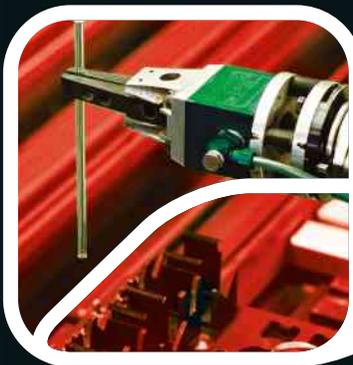
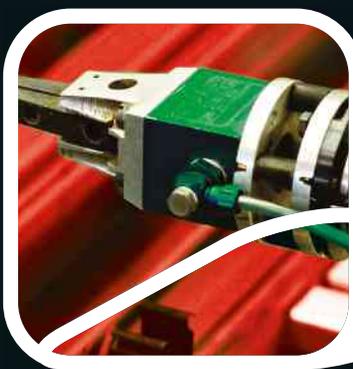
Caio Sérgio Calçada • José Luiz Sampaio

FÍSICA

CLÁSSICA

3

ELETRICIDADE
E FÍSICA
MODERNA



Caio Sérgio Calçada • José Luiz Sampaio

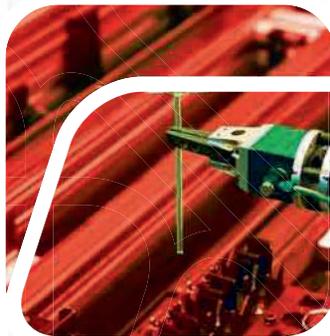
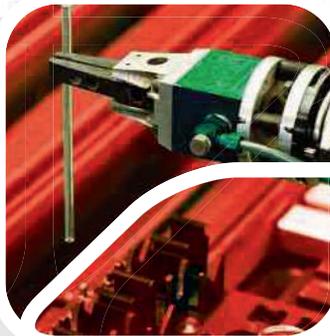
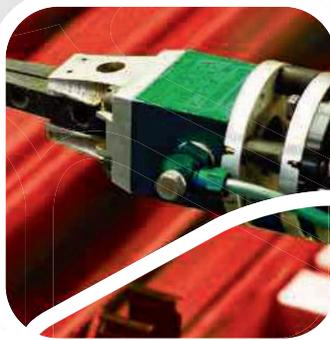
FÍSICA

CLÁSSICA

3

ELETRICIDADE
E FÍSICA
MODERNA

1ª edição



 **Atual**
Editora

© Caio Sérgio Calçada
José Luiz Sampaio

Copyright desta edição:
SARAIVA S.A. Livreros Editores, São Paulo, 2012
Rua Henrique Schaumann, 270 – Pinheiros
05413-010 – São Paulo-SP
Fone: (0xx11) 3611-3308 – Fax vendas: (0xx11) 3611-3268
www.editorasaraiva.com.br
Todos os direitos reservados.

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)**

Calçada, Caio Sérgio

Física clássica, 3: eletricidade e física moderna/Caio Sérgio Calçada, José Luiz Sampaio. — 1. ed. — São Paulo: Atual, 2012.

Suplementado pelo manual do professor.

Bibliografia.

ISBN 978-85-357-1556-9 (aluno)

ISBN 978-85-357-1557-6 (professor)

1. Física (Ensino médio) I. Sampaio, José Luiz. II. Título.

12-10622

CDD-530.07

Índice para catálogo sistemático:

1. Física : Ensino médio 530.07

Gerente editorial: Lauri Cericato

Editor: José Luiz Carvalho da Cruz

Editores-assistentes: Tomas Masatsugui Hirayama/Solange Martins/

Alexandre Sanchez/Cátia Akisino

Preparação de texto: Solange Martins

Auxiliares de serviços editoriais: Rafael Rabaçallo Ramos/Eduardo Oliveira Guaitoli/

Guilherme Gaspar

Digitação e cotejo de originais: Elgo W. P. de Mello/Rosana de Angelo/Vania Maria Biasi/

Guilherme Gaspar/Eliana Akisino/Elillyane Kaori Kamimura/Kendy Baglioni Haibara

Coordenadora de iconografia: Cristina Akisino

Pesquisa iconográfica: Enio Lopes

Revisão: Pedro Cunha Jr. e Lilian Semenichin (coords.)/Albertina Piva/Aline Araújo/Eduardo Sigrist/Elza Gasparotto/Gabriela Moraes/Luciana Azevedo/Maura Loria/Patricia Cordeiro/Rhennan Santos

Gerente de arte: Nair de Medeiros Barbosa

Assessoria de arte: Maria Paula Santo Siqueira

Assistente de produção e arte: Grace Alves

Projeto gráfico e capa: Ulhôa Cintra Comunicação Visual

Ilustrações: Luiz Augusto Ribeiro/Zapt

Diagramação: Zapt Editora Ltda.

Coordenação de editoração eletrônica: Silvia Regina E. Almeida

Visite nosso site: www.atualeditora.com.br
Central de atendimento ao professor: (0xx11) 3613-3030

O material de publicidade e propaganda reproduzido nesta obra está sendo utilizado para fins didáticos, não representando qualquer tipo de recomendação de produtos ou empresas por parte dos autores e da editora.

Apresentação

Apresentamos a **nova edição** da obra **Física Clássica**, destinada a alunos do ensino médio. Em relação às edições anteriores, esta apresenta algumas alterações.

Em primeiro lugar, os cinco volumes da coleção foram totalmente revisados e redimensionados para esta NOVA VERSÃO em **três volumes**, respondendo a um pedido dos professores adotantes. Com isso pretende-se acompanhar a seriação habitual do ensino médio de três anos, facilitando o trabalho cotidiano de alunos e professores. Para evitar que assuntos e exercícios importantes fossem excluídos, cada volume é acompanhado de um CD-ROM contendo *complementos de teoria, leituras e exercícios complementares*.

Em segundo lugar, foi acrescentado o assunto **Física Moderna**, que está sendo exigido em vários vestibulares de todo o país.

Em terceiro lugar, o assunto **Análise Dimensional** foi dividido ao longo dos três volumes, já a partir do capítulo 1 do volume 1. No segundo volume, há um apêndice mostrando como a Análise Dimensional pode ser usada para prever fórmulas.

Em quarto lugar, foram acrescentados vários itens e leituras sobre:

- aplicações tecnológicas;
- análise de fenômenos naturais;
- descrições de experimentos fundamentais;
- história da Física.

Finalmente, quase todos os capítulos foram reformulados, muitos tipos de exercício foram acrescentados, os exercícios de vestibulares foram atualizados, e questões do Enem (Exame Nacional do Ensino Médio) foram incluídas.

As características básicas da obra **Física Clássica** foram mantidas, entre as quais podemos citar:

- a obra é completa e abrange todo o conteúdo do ensino médio;
- a teoria é bastante detalhada e aprofundada;
- a linguagem é simples, sem perder o rigor;
- há um grande número de exercícios resolvidos e propostos que se dividem em: *exercícios de aplicação, exercícios de reforço e exercícios de aprofundamento*;
- em cada capítulo há várias séries de exercícios de aplicação e de reforço; todavia, os exercícios de aprofundamento formam uma série que é apresentada no final do capítulo;
- em cada volume, além do sumário geral, organizamos um **índice remissivo** ao final.

A distribuição dos assuntos pelos **três volumes** (incluindo os CDs) é a seguinte:

- Volume 1: Mecânica (incluindo Fluidomecânica e Gravitação);
- Volume 2: Termologia, Óptica e Ondas;
- Volume 3: Eletricidade e Física Moderna.

Sugestões e críticas a respeito desta obra serão bem-vindas e podem ser enviadas diretamente à Editora.

Conheça sua obra

Antes de começar o estudo, vamos apresentar a coleção a você. Ela compreende três volumes, sendo a estrutura de cada livro composta por: partes, capítulos, exemplos e exercícios.

Sumário

PARTE 1 ELETRICIDADE

CAPÍTULO 1 A carga elétrica

1. Um pouco de história da eletricidade 12

2. O próton, o elétron e a carga elétrica 13

Quantidade de eletricidade ou carga elétrica 15

A carga elétrica elementar 15

A massa de elétrons e de prótons 15

CAPÍTULO 2 A corrente elétrica

1. Corrente elétrica 19

Condutância e isolantes 19

Oscilação e movimento de elétrons livres 19

O sentido da corrente elétrica 19

2. Intensidade da corrente elétrica 20

Unidades de intensidade de corrente elétrica 20

Submúltiplos do ampère 21

Corrente contínua (CC) e corrente alternada (CA) 21

Determinação gráfica da carga elétrica 22

Gráfico de corrente 22

Amperímetro 22

3. Tensão elétrica 23

Unidade da tensão elétrica ou V 23

A força eletromotriz de um gerador 23

Voltagem 23

4. Resistividade 26

CAPÍTULO 3 Resistência elétrica – resistores

1. Efeito Joule. Resistor 32

2. Resistência elétrica. Lei de Ohm 32

Resistividade elétrica 32

Lei de Ohm 32

Equação dimensional da resistência elétrica 33

Resistores binários 34

Resistores não binários 34

3. O circuito elétrico 34

4. Resistividade 34

CAPÍTULO 4 Circuitos elétricos

1. Circuitos elétricos 66

O princípio da Conservação da Energia aplicado aos circuitos elétricos 67

2. Disjuntores e fusíveis 72

Os fusíveis 72

Os disjuntores 72

3. Circuitos elétricos resistivos 74

Resistores em série – grandes viagens 77

4. Ponte de Wheatstone 81

Equilíbrio da ponte 81

Resistência entre os quatro resistores da ponte 82

Condições de equilíbrio 82

A ponte de fio 83

CAPÍTULO 5 Geradores elétricos

1. Conservação energia 88

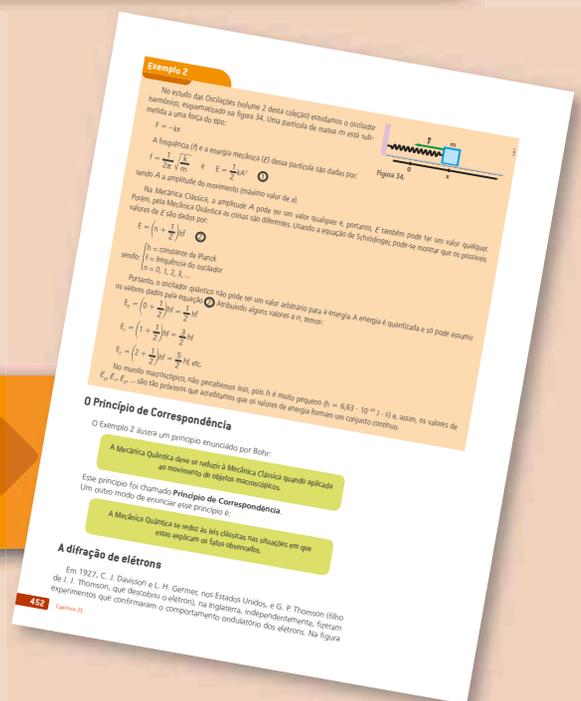
A pilha comum ou pilha seca 88

2. O gerador real 89



A abertura sinaliza, por meio do título em destaque, o assunto tratado no capítulo. À direita, um pequeno SUMÁRIO apresenta os tópicos abordados no capítulo.

O texto procura elucidar todos os pontos conceituais com clareza e profundidade. A linguagem rigorosa do ponto de vista físico utiliza inúmeros EXEMPLOS, visando facilitar a compreensão do aluno.



O boxe OBSERVAÇÃO orienta e traz dicas. Nos espaços laterais destacam-se elementos GRÁFICOS e variadas ILUSTRAÇÕES cuja principal função é enriquecer, explicar e contextualizar conceitos e fenômenos descritos pelos autores.

Unidade da tensão elétrica no SI

No SI a unidade de tensão elétrica (ou ddp) é o volt (V). Como sabemos, a energia elétrica é medida em joule (J), e a carga elétrica é medida em coulomb (C). Então a relação entre estas três grandezas define o volt.

$$\text{volt} = \frac{\text{joule}}{\text{coulomb}} \Rightarrow 1 \text{ V} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ C}}$$

Exemplo 5

Suponhamos que tivéssemos calculado os potenciais elétricos dos dois polos de uma bateria e obtivéssemos os valores: $V_A = 8,0 \text{ V}$ e $V_B = 5,0 \text{ V}$. Então a tensão elétrica (ou ddp) entre os dois polos é:

$$U = V_A - V_B \Rightarrow U = 8,0 - 5,0 \Rightarrow U = 3,0 \text{ V}$$

Quando um portador de carga elétrica atravessa essa bateria receberá dela uma quantidade de energia elétrica $\Delta E = e \cdot U$.

$$\Delta E = (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}) \cdot (3,0 \text{ V}) \Rightarrow \Delta E = 4,8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Isso justifica por que a bateria de um celular se descarrega. Os elétrons que a atravessam vão consumindo sua energia química.

OBSERVAÇÃO

O nome da unidade do potencial elétrico, volt, é uma homenagem ao físico italiano Alessandro Volta (1745-1827), criador da pilha, elemento da pilha.

A força eletromotriz de um gerador

A ddp entre os polos de um gerador é denominada **força eletromotriz (fem)**. No Exemplo 5, a fem do gerador é 3,0 V.

O gerador tem fem constante, portanto é possível com a corrente elétrica. A fem de uma bateria é um dos seus parâmetros. Por isso costumamos representá-la entre dois pontos figurados de um gerador. Na figura 18 temos alguns exemplos de geradores eletroquímicos que vamos usar daqui em diante.

No interior do gerador, embora os processos sejam mais complexos, podemos pensar o seguinte modo: as cargas elementares, positivas, que constituem a corrente elétrica são "forçadas" a se deslocar do polo negativo para o polo positivo do gerador. Usamos o termo "forçadas" porque elas são deslocadas do polo de menor potencial (usamos o termo "forçadas" porque elas são deslocadas do polo de menor potencial para o de maior potencial, o que não é um movimento espontâneo).

Podemos até fazer uma analogia com uma bolinha de borracha e uma meta: colocamos a bolinha de borracha na meta ao chão, mas espontaneamente ela sobe de sua posição. Um agente externo é obrigado a pegá-la e colocá-la de volta à meta. A bolinha é a carga elementar, e o agente externo é o gerador. Ele usa sua força e sua bolinha é a carga elementar, e o agente externo é o gerador. Ele usa sua força e sua energia para reposicionar a bolinha de volta à meta. De igual modo, uma força interna do próprio gerador empurra as cargas elementares para o polo positivo.

Como se manter o potencial elétrico constante? Não caso de uma pilha, há uma conversão de energia química em elétrica, o que mantém o acionamento desta fonte e principalmente da energia interna. Na realidade, o processo é bem mais complexo do que se descreveu, simplificando-o para facilitar a sua compreensão.

A fem corresponde ao trabalho por unidade de carga, para transportar as partículas portadoras de carga elétrica desde o polo negativo até o polo positivo.



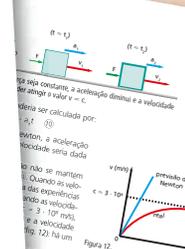
(a) Pilha de lanterna.



(b) Bateria de carro.



(c) Geradores e sua fem.



Exercícios de Reforço

61. Uma esfera metálica de raio $R = 1,0$ cm está em um ponto exterior P a um potencial elétrico igual a $5,4 \cdot 10^4$ V e a um campo elétrico de intensidade $E = 5,4 \cdot 10^6$ V/m. O eixo OP é o eixo x . Adote a convenção de eletrostática usual $k_e = 9,0 \cdot 10^9$ N·m²/C². Determine:

- a) a carga elétrica em excesso da esfera;
- a) a diferença de P ao centro da esfera;
- a) a carga elétrica em excesso da esfera.

62. (U. E. Santa Cruz-BA) Uma esfera metálica, oca, de raio 10 cm, está eletrizada com carga positiva de $2,0$ nC. Um ponto interno A está a 5 cm do centro da esfera e o ponto B , externo, está a 20 cm do mesmo centro.

- a) diferença de potencial elétrico entre os pontos A e B , em volts; $\text{V} = \dots$
- a) $9,0 \cdot 10^3$
- a) $2,7 \cdot 10^3$
- a) $9,0 \cdot 10^4$
- a) $2,7 \cdot 10^4$

Exercícios de Aplicação

58. Uma esfera metálica, oca, de raio 50 cm, eletrizada com carga elétrica $+1,0$ nC, é imersa em um campo elétrico. Calcule o potencial elétrico de um ponto P situado a 50 cm do centro. Use $k_e = 9,0 \cdot 10^9$ N·m²/C².

Resolução:
Damos o mesmo procedimento do Exemplo 11: devemos observar a posição do ponto P .

O ponto P se encontra no exterior da esfera, pois $d = 50$ cm $<$ $R = 50$ cm.

O seu potencial se calcula por: $V_P = V_{\infty} + k_e \cdot \frac{Q}{d}$

$V_{\infty} = V_{\infty} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{1,0 \cdot 10^{-9}}{0,50}$

$\Rightarrow V_P = V_{\infty} = 18 \text{ V}$

Exercícios de Aprofundamento

65. Uma partícula de carga elétrica q e cujo sinal é desconhecido, se deslocando do ponto A para o ponto B , de uma linha de força de um campo elétrico uniforme da figura, sob o efeito do trabalho realizado pela força elétrica. A partícula chega ao ponto B com velocidade v .

- a) P para A , ganhando energia potencial elétrica e cinética no ponto P , onde estava parada.
- a) P para A , perdendo energia potencial elétrica e cinética no ponto P , onde estava parada.
- a) P para A , ganhando energia potencial elétrica e cinética no ponto P , onde estava parada.
- a) P para B , perdendo energia potencial elétrica e cinética no ponto P , onde estava parada.

Resolução:

- a) $V_{\infty} = V_{\infty} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-9}}{0,80}$
- a) $V_A = V_{\infty} + k_e \cdot \frac{Q}{d} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-9}}{0,80} + 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-9}}{0,40}$
- a) $V_B = V_{\infty} + k_e \cdot \frac{Q}{d} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-9}}{0,80} + 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-9}}{0,40}$
- a) $V_{\infty} = V_{\infty} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-9}}{0,80}$

Movimento circular e uniforme

Num movimento circular e uniforme, a aceleração é centrípeta, cujo módulo é dado por $a = \frac{v^2}{R}$ (Fig. 13). Para este caso, a relação $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ ou $\vec{F} = m \cdot \frac{v^2}{R}$.

Figura 13.

Movimento curvo qualquer

Consideremos agora um movimento curvo qualquer. Como sabemos, a força \vec{F} pode ser decomposta em uma componente F_r , tangente à trajetória, e outra F_n , normal à trajetória (Fig. 14). A aceleração \vec{a} também pode ser decomposta nas componentes a_t e a_n .

Figura 14.

A obra é rica em qualidade e quantidade de EXERCÍCIOS, divididos em três grupos: **Aplicação, Reforço e Aprofundamento**. Para cada grupo de exercícios propostos há pelo menos um exercício resolvido.

O boxe LEITURA traz detalhes sobre inovação tecnológica, biografia de personalidades e história da física.

Além, o gráfico de E_{cin} em função da frequência f é uma semelhança de coeficiente angular A , como mostra a Figura 7, em que o símbolo A significa "numéricamente igual a". Lembrando que h é uma constante universal, se usarmos o mesmo par de eixos para como exemplificado na Figura 8, para três substâncias, obtemos semelhanças paralelas.



Figura 7. $E_{cin} = hf$

Figura 8.

A energia cinética máxima pode ser obtida por meio do potencial de corte (U_c):

$$E_{cin} = eU_c$$

sendo e a carga elétrica elementar ($1,6 \cdot 10^{-19} C$).

Em 1926, por sugestão do químico americano G. N. Lewis (1875-1946), bastante conhecido por seu trabalho sobre valência, o quantum passou a ser chamado de **fóton**.

Leitura

Aplicações do efeito fotoelétrico

Uma das aplicações do efeito fotoelétrico é o **visor noturno** (Fig. 9). Esse aparelho usa a radiação infravermelha emitida pelos objetos para formar imagens deles. A radiação passa por um conjunto de lentes e atinge uma placa de vidro revestida com um material de pequena função trabalho. Os elétrons emitidos pelo material passam por uma diferença de potencial e atingem o canal filiforme de um tubo de vácuo, que emite luz ao ser atingido pelos elétrons.

Uma outra aplicação é no funcionamento de alarmes e na abertura automática de portas. Quando um obstáculo interrompe um feixe de radiação infravermelha (Fig. 10), a corrente eletrônica em uma célula fotoelétrica é interrompida, o que faz acionar um dispositivo eletrônico que dispara o alarme ou abre uma porta.



Figura 9. Soldado usando óculos infravermelhos.

Figura 10.

Módulo quântico 431



O boxe PROCURE NO CD orienta para a leitura de novos textos e a proposta de exercícios complementares selecionados especialmente para alunos que já adquiriram alguma autonomia no estudo da Física e que desejam novos desafios.

Na figura 22b, apresentamos o espectro do gás mercúrio (Fig. 2) e na figura 22c apresentamos o espectro do gás hidrogênio (Fig. 2). Percebemos que cada elemento químico tem um espectro diferente. É como se o espectro fosse a "impressão digital" do elemento. Desde muito podemos saber, por exemplo, quais são os elementos químicos presentes no Sol ou em outras estrelas. Se precisarmos no antigo um filme fotocoloarmos no antigo um filme fotocoloarmos, podemos detectar também as ondas não visíveis emitidas pelo gás. Além do espectro de emissão podemos obter o **espectro de absorção** usando a luz da lâmpada de gás branco (Fig. 22a) e uma lâmina de vidro com uma fenda e uma placa fotográfica (Fig. 22b). A luz branca incide no gás, que absorve algumas radiações deixando passar outras. Na placa fotográfica teremos um fundo brilhante sobre o qual aparecem algumas linhas escuras, correspondentes às radiações que foram absorvidas pelo gás. Na figura 22d, apresentamos o espectro de absorção do hidrogênio. Comparando com o espectro de emissão do hidrogênio (Fig. 22c), podemos observar que as linhas escuras (Fig. 22d) estão na mesma posição das linhas claras (Fig. 22c).

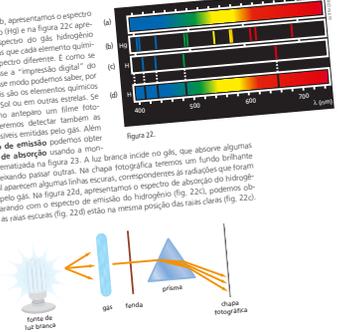


Figura 22.

Figura 23.

Mas por que o espectro é separado em linhas? Os físicos não sabiam explicar. Em 1885, o físico suíço Jakob Balmer, empiricamente, achou uma fórmula que dava os comprimentos de onda λ das linhas visíveis do espectro do hidrogênio. Para o n , medido em nanômetros ($10^{-9} m$), a fórmula era:

$$\lambda_n = 656,3 \frac{n^2}{n^2 - 4} \text{ nm} \quad n = 3, 4, 5, 6, \dots$$

Em 1890, J. R. Rydberg descobriu fórmulas parecidas para os metais alcalinos (Li, Na, K, Cs). Rydberg também sugeriu que a fórmula de Balmer fosse escrita de outro modo:

$$\lambda_n = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, 5, 6, \dots$$

em que a constante R é atualmente chamada **constante de Rydberg** e vale:

$$R = 1,097373 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

Mais tarde foram descobertas outras séries de linhas do hidrogênio, fora da região do visível (Fig. 24). A série de Lyman está na região do infravermelho e a de Paschen e a de Brackett (que não aparece na figura) estão na região do ultravioleta. As fórmulas dessas séries foram obtidas experimentalmente.

Procure no CD

No CD, realizamos uma pesquisa da equação 34 (fórmula de Balmer) para a equação 35 (fórmula de Rydberg).



Em certos momentos você encontrará um boxe com **SUGESTÕES DE LEITURA**. Caso você tenha interesse em se aprofundar no tema, procure uma biblioteca ou livraria e aproveite as indicações.



Exercícios de Reforço

62. (ITA-SP) Num experimento, foi de $5,0 \cdot 10^4 m/s$ a velocidade de um elétron, medida com a precisão de 0,007%. Calcule a incerteza na determinação da posição do elétron, sendo conhecidos: massa do elétron $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} kg$ e a constante de Planck reduzida $\hbar = 1,1 \cdot 10^{-34} J \cdot s$.

63. (UP-RJ) Amanda, apaixonada por história da física, ficou surpresa ao ouvir de um colega de turma o seguinte relato: "J. Thomson recebeu o prêmio Nobel de Física, em 1906, pela descoberta da partícula elétrica. Conseqüentemente, seu filho, G. em 1937, por seu importante trabalho experimental, enquanto um verídico aspecto de partícula ondulatória do elétron."

Meio relato, de conteúdo lacunoso para a maioria das pessoas, Amanda teve a ideia de perceber que o aspecto ondulatório do elétron tem uma comprovação experimental da teoria das ondas de matéria, proposta por Louis de Broglie, entre outras, mas não foi bem estabelecido em Física, que é o seguinte:

a) O Princípio da Superposição, bastante usado em toda a Física, diz que aspectos de onda e partícula se complementam em um outro e podem se superpor num mesmo experimento.

b) O Princípio da Incerteza de Heisenberg afirma que uma entidade física existe no mesmo tempo nas características de onda e de partícula.

c) A Teoria da Relatividade de Einstein afirma que tudo relativo: assim, dependendo da situação, características de onda e de partícula podem ocorrer simultaneamente.

d) Aspectos de onda e de partícula se complementam em um outro, mas não podem ocorrer simultaneamente num mesmo experimento.

64. (ITA-SP) Considere as seguintes afirmações:

I. No efeito fotoelétrico, quando um metal é iluminado por um feixe de luz monocromática, a quantidade de elétrons emitidos pelo metal é diretamente proporcional à intensidade da luz incidente, independentemente da frequência da luz.

II. As órbitas permitidas ao elétron em um átomo são aquelas em que o momento angular orbital é nh , sendo $n = 1, 2, 3, \dots$

III. Os aspectos ondulatório e particulatório são necessários para a descrição completa de um sistema quântico.

IV. A natureza complementar do mundo quântico é expressa no formalismo da Mecânica Quântica, pelo Princípio da Incerteza de Heisenberg.

Quais estão corretas?

a) I e II
b) I e III
c) I e IV
d) II e III
e) III e IV

SUGESTÕES DE LEITURA

BRENDAN, Richard. *Quântico do Físico*. São Paulo: Zahar, 1998.
• No capítulo 1, há uma apresentação da vida e do trabalho de Max Planck.

ARFEX, Marc. *Quântico, além do espectro do átomo*. São Paulo: Olympos, 2002.
• Com uma linguagem simples, é apresentada a vida e a obra de Bohr.

PIZZI, Arnaldo F. B. de Toledo, Schilling, A. e Rosenberg, P. *Física além do ponto comum*. São Paulo: Olympos, 2003.
• Por caminhos diferentes, Schilling e Rosenberg apresentam a Mecânica Quântica. Esse livro mostra quatro casos clássicos.

FEINBERG, Arnold. *A nova revolução da natureza*. São Paulo: Glauco, 2005.
• Nesta obra há uma boa apresentação do estado atual da Mecânica Quântica e de sua interpretação.

FETTERMAN, Richard P. *Quântico em ação*. São Paulo: Edipro, 1999.
• No capítulo 6, há uma excelente descrição de um experimento de interferência de elétrons.

Módulo quântico 452

Sumário

PARTE 1 ELETRICIDADE

CAPÍTULO 1 A carga elétrica

| | |
|--|----|
| 1. Um pouco de história da eletricidade | 12 |
| 2. O próton, o elétron e a carga elétrica | 13 |
| Quantidade de eletricidade ou carga elétrica | 15 |
| A carga elétrica elementar | 15 |
| A massa do elétron e do próton | 15 |

CAPÍTULO 2 A corrente elétrica

| | |
|--|----|
| 1. Corrente elétrica | 19 |
| Condutores e isolantes | 19 |
| Ordenando o movimento de elétrons livres | 19 |
| O sentido da corrente elétrica | 20 |
| 2. Intensidade da corrente elétrica | 20 |
| Unidade de intensidade de corrente elétrica | 21 |
| Submúltiplos do ampère | 21 |
| Corrente contínua (CC) e corrente alternada (CA) | 21 |
| Determinação gráfica da carga elétrica | 22 |
| Grandeza escalar | 22 |
| Amperímetro | 23 |
| 3. Tensão elétrica | 26 |
| Unidade da tensão elétrica no SI | 27 |
| A força eletromotriz de um gerador | 27 |
| Voltímetro | 28 |

CAPÍTULO 3 Resistência elétrica – resistores

| | |
|---|----|
| 1. Efeito Joule. Resistor | 32 |
| 2. Resistência elétrica. Lei de Ohm | 32 |
| Resistência elétrica | 32 |
| Lei de Ohm | 33 |
| Equação dimensional da resistência elétrica | 33 |
| Resistores ôhmicos | 34 |
| Resistores não ôhmicos | 34 |
| 3. O circuito elétrico | 34 |
| 4. Resistividade | 38 |

| | |
|---|----|
| Variação da resistividade com a temperatura | 39 |
| Variação da resistência com a temperatura | 40 |

| | |
|---|----|
| 5. Reostato | 41 |
| 6. Associação de resistores | 45 |
| Resistência equivalente | 45 |
| Associação de resistores em série | 45 |
| Propriedades da associação em série | 45 |
| Resistores iguais em série | 46 |
| Associação de resistores em paralelo | 47 |
| Propriedades da associação em paralelo | 47 |
| Resistores iguais em paralelo | 49 |
| Dois resistores quaisquer em paralelo | 49 |
| Reostato de ponto | 50 |
| Valores nominais associados a uma lâmpada | 50 |
| Associação mista de resistores | 55 |
| 7. Curto-circuito de um resistor | 60 |

CAPÍTULO 4 Circuitos elétricos

| | |
|--|----|
| 1. Circuitos elétricos | 66 |
| O Princípio da Conservação da Energia aplicado aos circuitos elétricos | 67 |
| 2. Disjuntores e fusíveis | 72 |
| Os fusíveis | 72 |
| Os disjuntores | 73 |
| Chaves paralelas | 74 |
| 3. Circuitos elétricos residenciais | 77 |
| Pequenos circuitos – grandes vantagens | 77 |
| 4. A ponte de Wheatstone | 81 |
| Equilíbrio da ponte | 81 |
| Relação entre as quatro resistências da ponte | 82 |
| Conclusões e estratégias | 82 |
| A ponte de fio | 83 |

CAPÍTULO 5 Geradores elétricos

| | |
|-----------------------------------|----|
| 1. Convertendo energia | 88 |
| A pilha comum ou pilha seca | 88 |
| 2. O gerador real | 89 |

| | |
|---|----|
| Equação da tensão do gerador real | 89 |
| Gerador real em aberto ou em vazio | 90 |
| Gerador em curto-circuito | 90 |
| Análise gráfica da equação do gerador | 90 |
| 3. O gerador real no circuito elétrico | 91 |
| 4. Associação de geradores | 98 |
| Associação em série | 98 |
| Associação de geradores idênticos em paralelo | 99 |

CAPÍTULO 6 Receptores elétricos e regras de Kirchhoff

| | |
|--|-----|
| 1. Receptor elétrico. Força contraeletromotriz | 104 |
| 2. Curva característica do receptor elétrico | 105 |
| 3. Circuito gerador e receptor | 107 |
| 4. Circuito gerador-resistor-receptor | 108 |
| Geradores reversíveis | 109 |
| 5. Regras de Kirchhoff | 113 |
| Cálculo da ddp entre dois pontos | 113 |
| As regras de Kirchhoff | 114 |
| Primeira regra de Kirchhoff – Regra dos Nós | 114 |
| Segunda regra de Kirchhoff – Regra das Malhas | 114 |

CAPÍTULO 7 Energia e potência elétrica

| | |
|--|-----|
| 1. Energia elétrica | 120 |
| Quantidade de energia convertida | 121 |
| 2. Potência elétrica | 122 |
| Unidades | 122 |
| 3. Relação fundamental | 122 |
| Potência elétrica de alguns aparelhos eletrodomésticos | 123 |
| 4. Potência elétrica no resistor | 128 |
| 5. O resistor usado como elemento aquecedor de água | 131 |
| 6. O brilho das lâmpadas incandescentes | 135 |
| Equacionando a potência da lâmpada incandescente | 135 |
| 7. Potência elétrica no gerador | 140 |
| Rendimento elétrico do gerador | 140 |
| A máxima potência elétrica fornecida pelo gerador | 141 |
| 8. Potência elétrica no receptor | 146 |
| Rendimento elétrico do receptor | 146 |

CAPÍTULO 8 Medidores elétricos

| | |
|---|-----|
| 1. O galvanômetro | 151 |
| 2. Amperímetro real. <i>Shunt</i> | 152 |
| 3. Voltímetro real. Multiplicador | 154 |
| O multímetro | 155 |

CAPÍTULO 9 Eletrização

| | |
|--|-----|
| 1. Introdução | 160 |
| Sistema eletricamente isolado | 160 |
| 2. Princípios da Eletrostática | 160 |
| Princípio da Atração e Repulsão | 161 |
| Princípio da Conservação das Cargas Elétricas | 161 |
| 3. Distribuição das cargas elétricas nos corpos condutores | 161 |
| Eletrização dos não condutores | 162 |
| 4. Eletrização por atrito | 162 |
| Série triboelétrica | 163 |
| 5. Eletrização por contato | 163 |
| Contato entre esferas condutoras do mesmo tamanho | 164 |
| 6. Eletrização por indução | 169 |
| Eletrização do induzido | 169 |
| A força de atração entre o indutor e o induzido | 170 |
| Descrição das forças | 170 |
| 7. Polarização de substâncias isolantes | 170 |
| 8. Eletroscópios | 171 |
| Eletroscópio de folhas | 171 |
| O pêndulo eletrostático | 172 |

CAPÍTULO 10 Força elétrica – Lei de Coulomb

| | |
|---|-----|
| 1. O experimento de Coulomb | 178 |
| 2. A Lei de Coulomb | 179 |
| O valor da constante eletrostática em outros meios | 180 |
| Unidades das grandezas envolvidas na fórmula de Coulomb | 180 |
| 3. Análise gráfica da Lei de Coulomb | 181 |
| 4. Força entre três ou mais partículas eletrizadas | 184 |
| 5. A permissividade elétrica de um meio | 187 |

CAPÍTULO 11 Campo elétrico

| | |
|--|-----|
| 1. O campo elétrico | 190 |
| Definindo o campo elétrico | 191 |
| A direção e o sentido do campo elétrico | 191 |
| O módulo ou intensidade do campo elétrico | 191 |
| Unidade do campo elétrico | 192 |
| Independência entre o campo elétrico e a carga de prova | 192 |
| 2. Linhas de campo elétrico | 193 |
| Uma propriedade do espectro de linhas de um campo elétrico | 194 |
| Campo elétrico de duas cargas elétricas puntiformes | 194 |
| 3. Campo elétrico de uma carga elétrica puntiforme | 196 |
| A direção e o sentido do campo elétrico | 196 |

| | |
|---|-----|
| Intensidade do campo elétrico gerado pela carga puntiforme | 197 |
| Gráfico da intensidade do campo elétrico \times distância | 198 |

| | |
|---|-----|
| 4. Campo elétrico gerado por diversas cargas elétricas puntiformes | 200 |
| Caso particular | 200 |
| 5. Campo elétrico gerado por uma esfera condutora eletrizada | 203 |
| O campo elétrico no interior da esfera | 203 |
| Campo elétrico em pontos externos à esfera | 204 |
| Campo elétrico num ponto P , infinitamente próximo da superfície | 204 |
| A direção e o sentido — linhas de campo | 204 |
| Gráfico da intensidade do campo elétrico em função da distância ao centro | 205 |
| Esfera maciça e casca esférica | 205 |

CAPÍTULO 12 **Potencial elétrico**

| | |
|---|-----|
| 1. Trabalho no campo elétrico uniforme | 209 |
| Campo de forças conservativo | 210 |
| 2. Energia potencial elétrica | 210 |
| A energia potencial elétrica | 210 |
| Potencial elétrico | 211 |
| Unidades de potencial e de energia potencial | 211 |
| 3. Trabalho num campo elétrico qualquer | 212 |
| Cálculo do trabalho em função da ddp entre os pontos A e B | 212 |
| O elétron-volt | 213 |
| Observações finais | 214 |
| 4. Energia potencial elétrica de um par de cargas puntiformes | 216 |
| 5. Energia potencial de um sistema formado por três ou mais cargas elétricas | 217 |
| 6. Potencial elétrico de uma carga puntiforme | 217 |
| Propriedades do potencial elétrico | 218 |
| Gráfico do potencial em função da distância | 218 |
| 7. Potencial elétrico gerado por diversas cargas puntiformes | 222 |
| 8. Superfícies equipotenciais | 226 |
| Propriedades das superfícies equipotenciais | 226 |
| 9. Potencial de um condutor esférico | 229 |
| Potencial na superfície da esfera | 229 |
| Potencial no interior da esfera | 230 |
| Uma estratégia interessante para o cálculo de potencial | 230 |
| Gráfico do potencial elétrico da esfera | 231 |

CAPÍTULO 13 **Condutores em equilíbrio eletrostático**

| | |
|--|-----|
| 1. Equilíbrio eletrostático | 234 |
| 2. Distribuição das cargas elétricas | 234 |
| O experimento de Benjamin Franklin | 234 |
| O experimento de Faraday | 235 |
| O experimento de Cavendish | 235 |
| 3. O campo elétrico no interior do condutor | 235 |
| 4. O campo elétrico na superfície do condutor e suas proximidades | 236 |
| 5. O potencial elétrico no condutor | 236 |
| 6. Blindagem eletrostática | 237 |
| 7. Densidade superficial de cargas no condutor | 238 |
| Distribuição das cargas elétricas nos condutores | 239 |
| 8. Campo elétrico nas vizinhanças do condutor | 239 |
| O poder das pontas | 239 |
| 9. O potencial elétrico da Terra | 245 |
| 10. Equilíbrio eletrostático entre condutores | 245 |

CAPÍTULO 14 **Campo elétrico uniforme**

| | |
|--|-----|
| 1. Formação de um campo elétrico uniforme | 252 |
| Placa plana limitada | 252 |
| 2. Intensidade do campo elétrico de uma placa condutora | 253 |
| 3. Campo elétrico gerado por duas placas paralelas | 253 |
| Determinação da intensidade do campo entre as superfícies | 254 |
| 4. O capacitor plano | 255 |
| 5. Diferença de potencial no campo elétrico uniforme | 261 |
| O trabalho do operador | 262 |

CAPÍTULO 15 **Capacitores**

| | |
|--|-----|
| 1. Indução total | 271 |
| 2. Condensação de cargas | 272 |
| 3. O capacitor | 272 |
| Símbolo do capacitor | 273 |
| Carga do capacitor | 273 |
| Tensão elétrica no capacitor | 273 |
| O dielétrico | 273 |
| 4. Capacitância | 273 |
| Unidade de capacitância | 274 |
| Limite para a tensão elétrica no capacitor | 274 |
| 5. Energia elétrica armazenada no capacitor | 274 |
| 6. Associação de capacitores | 277 |

| | |
|--|-----|
| 7. Associação de capacitores em paralelo | 277 |
| Capacitância equivalente | 278 |
| Capacitores iguais em paralelo | 278 |
| 8. Associação de capacitores em série | 279 |
| Capacitância equivalente | 279 |
| Capacitores iguais em série..... | 280 |
| 9. Capacitor plano | 285 |
| Campo elétrico entre as placas | 285 |
| Capacitância do capacitor plano | 286 |
| 10. O capacitor esférico | 289 |
| Campo elétrico entre as duas cascas..... | 289 |
| Tensão elétrica entre as duas armaduras | 290 |
| Capacitância do capacitor esférico | 290 |
| 11. Dielétricos..... | 291 |
| 12. Carga e descarga do capacitor | 293 |
| Carregando o capacitor..... | 293 |
| A constante de tempo | 294 |
| Descarregando um capacitor..... | 294 |
| O capacitor num circuito elétrico qualquer | 295 |
| Circuito RC paralelo | 295 |

CAPÍTULO 16 O campo magnético

| | |
|--|-----|
| 1. Algumas propriedades dos ímãs | 302 |
| Forças entre ímãs | 304 |
| Inseparabilidade dos polos | 304 |
| 2. O campo magnético de um ímã..... | 305 |
| Direção e sentido do campo magnético | 305 |
| Ímã atraindo corpo de ferro | 306 |
| Duplicidade de nomes | 307 |
| 3. O campo magnético da Terra | 307 |
| Inclinação e declinação magnética | 308 |
| Navegação magnética | 308 |

CAPÍTULO 17 A força magnética

| | |
|---|-----|
| 1. Força magnética sobre cargas elétricas | 316 |
| O campo magnético da Terra | 318 |
| Seletor de velocidades | 319 |
| A descoberta do elétron..... | 320 |
| O efeito Hall | 321 |
| 2. Movimento de uma carga elétrica sob a ação de um campo magnético uniforme | 326 |
| 1º caso: $\theta = 0^\circ$ ou $\theta = 180^\circ$ | 326 |
| 2º caso: $\theta = 90^\circ$ | 326 |
| 3º caso: $\theta \neq 0^\circ$, $\theta \neq 90^\circ$ e $\theta \neq 180^\circ$ | 327 |
| Espectrômetro de massa | 328 |
| Auroras | 328 |
| 3. Força em fio com corrente e sob a ação de campo magnético uniforme..... | 333 |

| | |
|--|-----|
| Força sobre fio não retilíneo contido num único plano..... | 333 |
| 4. Torque em uma espira sob campo magnético uniforme | 337 |
| Cálculo do torque | 338 |
| Motor elétrico de corrente contínua..... | 339 |
| Galvanômetro..... | 339 |

CAPÍTULO 18 Fontes de campo magnético

| | |
|---|-----|
| 1. O experimento de Oersted | 344 |
| 2. A Lei de Biot-Savart | 345 |
| Permeabilidade magnética..... | 346 |
| 3. O campo magnético de um fio reto e longo | 347 |
| 4. Forças entre fios retos e paralelos..... | 352 |
| 5. Definição do ampère | 353 |
| A exatidão do valor de μ_0 | 353 |
| 6. O campo magnético de uma espira circular | 355 |
| Intensidade do campo no centro da espira | 357 |
| Bobina chata | 357 |
| 7. O campo magnético de um solenoide | 360 |
| 8. Eletroímã | 361 |
| 9. Magnetismo na matéria | 363 |
| 10. O fechamento das linhas de campo | 364 |

CAPÍTULO 19 Indução eletromagnética

| | |
|--|-----|
| 1. De Oersted a Faraday | 367 |
| 2. Fluxo do campo magnético | 367 |
| 3. Indução eletromagnética | 369 |
| 4. Lei de Lenz | 371 |
| 5. Lei de Faraday | 376 |
| 6. Indução eletromagnética em circuitos abertos | 377 |
| 7. Condutor retilíneo movendo-se em campo magnético uniforme | 380 |
| Mas a força magnética realiza trabalho?..... | 382 |
| 8. Campos elétricos induzidos..... | 386 |
| 9. Autoindução..... | 386 |
| Indutância..... | 388 |
| 10. Correntes de Foucault | 388 |
| 11. Supercondutores e magnetismo | 390 |
| Levitação magnética | 390 |
| Efeito Meissner | 390 |
| 12. Corrente alternada..... | 392 |
| Valor eficaz | 393 |
| Amperímetro-licate | 393 |

| | |
|---|-----|
| 13. O transformador | 397 |
| 14. Ondas eletromagnéticas | 399 |
| O espectro eletromagnético | 402 |
| 15. As forças de campo e o Princípio da Ação e Reação | 402 |
| A questão da reta suporte | 403 |

PARTE 2 FÍSICA MODERNA

CAPÍTULO 20 Teoria da Relatividade

| | |
|--|-----|
| 1. Problemas do Eletromagnetismo | 406 |
| 2. Postulados da Teoria da Relatividade Especial | 408 |
| 3. Relatividade do tempo | 409 |
| O paradoxo dos gêmeos | 411 |
| Cálculo aproximado de γ | 412 |
| 4. A relatividade do comprimento | 413 |
| 5. Composição de velocidades | 414 |
| 6. O campo elétrico e o campo magnético | 414 |
| 7. O efeito Doppler | 415 |
| 8. Massa e quantidade de movimento | 416 |
| A solução de Einstein | 416 |
| Movimento retilíneo | 416 |
| Movimento circular e uniforme | 417 |
| Movimento curvo qualquer | 417 |
| Quantidade de movimento | 418 |
| 9. Massa e energia | 419 |
| Conversão ou variações proporcionais? | 420 |
| 10. Matéria e radiação | 420 |
| 11. A equação $E = m \cdot c^2$ | 421 |
| Energia cinética | 421 |
| Relação entre energia e quantidade de movimento | 422 |
| Unidades de massa e energia | 422 |
| 12. A polêmica da massa | 423 |
| 13. Teoria da Relatividade Geral | 423 |

CAPÍTULO 21 Mecânica Quântica

| | |
|--|-----|
| 1. A radiação do corpo negro | 426 |
| 2. O efeito fotoelétrico | 428 |
| O experimento de Lenard | 428 |
| O trabalho de Einstein | 430 |
| 3. O fóton | 434 |
| O efeito Compton | 435 |
| Espalhamento Thomson | 436 |
| Produção de pares | 436 |
| Interação do fóton com a matéria | 437 |
| A natureza dual da luz | 437 |
| O fóton e a gravidade | 437 |

| | |
|---|-----|
| 4. Espectros atômicos | 441 |
| 5. O Átomo de Bohr | 443 |
| Primeiro Postulado de Bohr | 444 |
| Segundo Postulado de Bohr | 444 |
| As séries espectrais | 446 |
| 6. Propriedades ondulatórias das partículas | 450 |
| O Princípio de Correspondência | 452 |
| A difração de elétrons | 452 |
| 7. O Princípio da Incerteza | 455 |

CAPÍTULO 22 Partículas Elementares e Física Nuclear

| | |
|---|-----|
| 1. Partículas elementares | 458 |
| Decaimento | 459 |
| Colisões | 459 |
| Antipartículas | 460 |
| Conservação da carga e da energia | 460 |
| 2. Aceleradores e raios cósmicos | 461 |
| Aceleradores de partículas | 461 |
| Raios cósmicos | 462 |
| 3. Quarks | 462 |
| 4. Classificação das partículas | 464 |
| Neutrino e antineutrino | 465 |
| 5. Interações | 465 |
| Partículas transmissoras | 465 |
| 6. Radioatividade | 467 |
| Decaimento alfa | 467 |
| Decaimento beta | 468 |
| Decaimento gama | 468 |
| 7. Equações dos decaimentos | 468 |
| Atividade | 470 |
| Unidades de atividade | 470 |
| Vida média e meia-vida | 471 |
| Outras formas das equações | 472 |
| 8. Fusão nuclear | 475 |
| 9. Fissão nuclear | 477 |
| Alguns equívocos sobre a fissão | 479 |
| 10. O Big Bang | 480 |

Apêndice

Respostas

Bibliografia

Significado das siglas de vestibulares e olimpíadas

Índice remissivo

A carga elétrica

A Eletricidade é uma das partes da Física que mais nos fascina e nos atrai para o seu estudo. Em nosso dia a dia nos deparamos a todo momento com aparelhos cujo funcionamento depende da eletricidade: lâmpada, geladeira, televisor, liquidificador, chuveiro elétrico, etc. A natureza também nos empolga com os seus fenômenos elétricos: raios e relâmpagos. Tudo isso sem entrar nos detalhes de estrutura da matéria. O desenvolvimento tecnológico depende do avanço do conhecimento sobre a Eletricidade.

A simples curiosidade de “saber como funciona” qualquer um desses eletrodomésticos já seria suficiente para mergulharmos nos estudos da Eletricidade. Mas a curiosidade do homem vai muito além e chega ao campo investigativo das pesquisas científicas. Eis que, lá no fundo desse baú, lhe aguarda a **carga elétrica**, a grande protagonista dos nossos estudos da eletricidade.

1. Um pouco de história da eletricidade

2. O próton, o elétron e a carga elétrica

1. Um pouco de história da eletricidade

A eletricidade foi descoberta na Grécia antiga (séc. VI a.C.). Conta-nos a história que o filósofo Tales de Mileto observou o seguinte fenômeno: ao atritar uma pedra de âmbar (fig. 1) na pele de um animal, provavelmente uma ovelha, e depois aproximá-la de objetos leves, tais como pena de passarinho e pedacinhos de palha, estes eram atraídos pelo âmbar. Tales descobriu a eletricidade estática.



Figura 1. O âmbar, um material resinoso, era usado antigamente para fabricar vários objetos.

A história também nos conta que os gregos já haviam observado um fenômeno magnético: uma pedra de magnetita (um ímã natural) era capaz de atrair pedacinhos de ferro.

No entanto, apesar de as duas descobertas terem ocorrido num passado tão longínquo, seus estudos pouco avançaram durante muitos séculos. Embora os chineses tenham construído a bússola no século I a.C., não a usaram para quase nada, pois as grandes navegações ocorreram somente no final do século XV.

No século XVI, um médico inglês, Willian Gilbert, fez alguns estudos sobre o magnetismo e a eletricidade e concluiu que:

- as atrações de um ímã e de uma pedra de âmbar são de naturezas distintas;
- não somente o âmbar, mas diversas substâncias se eletrizavam ao serem friccionadas: o vidro, a lã, a ebonite, o couro, etc. Esses materiais foram chamados materiais elétricos, uma menção à pedra de âmbar, que em grego se diz *elektron*;
- uma bússola se orienta devido ao magnetismo da Terra.

O francês Charles Du Fay, por volta de 1700, descobriu experimentalmente que corpos friccionados (eletrizados) podem atrair ou também **repelir** outros corpos eletrizados. Du Fay realizou os seguintes experimentos:

1. Friccionou dois pedaços de vidro com seda, eletrizando-os. A seguir, aproximou um do outro e estes se repeliram (fig. 2).
2. Friccionou dois corpos de âmbar com lã, eletrizando-os. A seguir, aproximou-os e verificou que eles se repeliram (fig. 3).
3. Finalmente aproximou um pedaço de vidro eletrizado do âmbar, também eletrizado; verificou que estes se atraíram (fig. 4).

A conclusão foi a seguinte: há dois tipos de eletricidade; uma delas é inerente ao vidro, e a outra é inerente ao âmbar, pois esses dois materiais se atraíram. Du Fay denominou as cargas elétricas do vidro de **eletricidade vítrea** e as cargas elétricas do âmbar e outras resinas de **eletricidade resinosa**.

Mais tarde Benjamin Franklin simplificou a nomenclatura e chamou a eletricidade vítrea de **positiva** e a resinosa de **negativa**. Desde então se estabeleceu um dos princípios fundamentais da eletricidade:

- Corpos eletrizados com cargas positivas se repelem.
- Corpos eletrizados com cargas negativas se repelem.
- Corpos eletrizados com cargas de sinais contrários se atraem.

No entanto, as experiências com a eletricidade estática não tiveram nenhuma aplicação prática fora dos laboratórios científicos do século XVIII. O grande impulso da Eletricidade surgiu no final desse século, em 1800, com a invenção da pilha (fig. 5) por Alessandro Volta, um pesquisador italiano. Conta a história que ele teria tido a ideia da pilha ao colocar um disco de zinco sobre a própria língua e outro de cobre embaixo dela. Com um fio uniu os dois discos e sentiu um formigamento na língua.

Alessandro Volta verificou que dois metais diferentes separados por salmoura (água salgada) tinham o mesmo efeito que a sua saliva. Ele empilhou discos alternados de zinco e cobre, separados por papel embebido em salmoura, adicionou aos terminais de sua pilha dois fios e percebeu que, ao encostar as duas pontinhas, saía uma faísca. Concluiu então que a eletricidade corria nos fios e chamou o fenômeno de **corrente elétrica**.

2. O próton, o elétron e a carga elétrica

A matéria é constituída por átomos, e estes, por sua vez, são constituídos por três outros tipos de partículas: os elétrons, os prótons e os nêutrons.

O modelo de átomo atual é constituído por um **núcleo** compacto, onde estão os prótons e os nêutrons, e uma região externa envolvente, a **eletrosfera**, onde se movem os elétrons (fig. 6). Não sabemos exatamente como é o movimento de um elétron; a figura 6 é apenas ilustrativa. Sabemos também que alguns elétrons estão mais próximos do núcleo e que outros estão mais afastados. No modelo de Bohr, do átomo de hidrogênio, o elétron tem órbita circular.

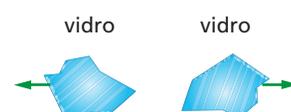


Figura 2. Vidros friccionados com seda.



Figura 3. Âmbar friccionados com lã.

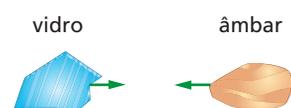


Figura 4. Vidro e âmbar eletrizados.



Figura 5. Modelo da pilha de Alessandro Volta.

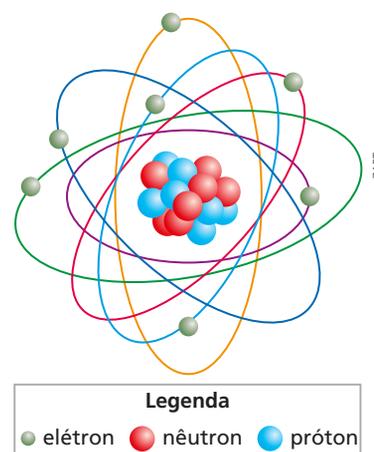


Figura 6. Modelo de um átomo.

Sabe-se atualmente que a quantidade de elétrons da eletrosfera é igual à quantidade de prótons no núcleo, também chamada **número atômico**.

O átomo de uma substância *X* é diferente do átomo de outra substância *Y*, sendo que cada um deles tem o seu próprio número atômico. Assim, pelo número atômico reconhecemos a substância. Observe o exemplo a seguir:

Exemplo

Um átomo de sódio possui 11 elétrons na eletrosfera e 11 prótons no seu núcleo (fig. 7). O número atômico do elemento químico sódio é 11.

O átomo de magnésio possui 12 prótons e 12 elétrons; seu número atômico é 12 (fig. 8).

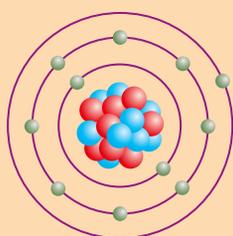


Figura 7. Átomo de sódio: número atômico 11.

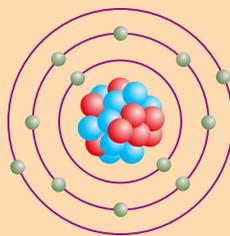


Figura 8. Átomo de magnésio: número atômico 12.

Legenda
● elétron
● nêutron
● próton

Nesse modelo atômico, chama-nos a atenção o elétron orbitando em torno do núcleo. Evidentemente há uma força centrípeta mantendo o elétron em órbita. A origem dessa força não poderia ser gravitacional, pois as massas dessas partículas são muito pequenas; a massa do próton é da ordem de 10^{-27} kg e a do elétron 10^{-30} kg. Se aplicássemos a Lei da Gravitação Universal de Newton, obteríamos um valor incompatível com o da força centrípeta necessária para manter o elétron em órbita.

Assim, resta uma segunda hipótese: a força que mantém o elétron em órbita tem outra natureza, é uma força elétrica. Experimentos mostraram que a força elétrica se manifesta entre prótons e elétrons (fig. 9), mas não entre os nêutrons:

- Prótons se repelem.
- Elétrons se repelem.
- Próton e elétron se atraem.

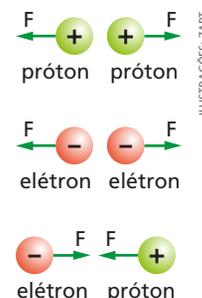


Figura 9.

Dizemos, então, que prótons e elétrons são partículas dotadas de **carga elétrica**. Suas cargas têm sinais contrários e, por mera convenção, estabeleceu-se que a carga do próton seria a positiva e a do elétron, a negativa.

Sabemos usar a carga elétrica, sabemos onde encontrá-la, mas não sabemos ainda o que é a carga elétrica. Aceitamos o seguinte: o próton e o elétron possuem massa e carga elétrica; usamos frases redundantes como: "se existe uma força elétrica entre dois corpos, é porque eles possuem carga elétrica", ou então, "entre dois corpos que possuem carga elétrica, há uma força elétrica". Essa linguagem é aceita pelos físicos, pois é a que temos até o momento.

Veremos durante o curso que o entendimento de um fenômeno elétrico vai muito além da noção exata do conceito de carga elétrica.

Quantidade de eletricidade ou carga elétrica

Diversos experimentos mostram que o próton e o elétron possuem a mesma quantidade de eletricidade. Essa quantidade é denominada **carga elementar** e se indica por e .

De modo geral, as quantidades de eletricidade são indicadas pelas letras Q ou q . Assim, temos:

$$\begin{aligned} \text{Carga do próton: } q_p &= +e \\ \text{Carga do elétron: } q_e &= -e \end{aligned}$$

Qualquer quantidade de eletricidade será sempre um múltiplo da carga elementar:

$$Q = \pm n \cdot e$$

sendo n um número natural.

Podemos ter:

$$Q = +2e \quad \text{ou} \quad Q = -5e \quad \text{ou} \quad Q = 3,0 \cdot 10^{12}e$$

e nunca teremos:

$$Q = -1,78e \quad \text{ou} \quad Q = +2,3e$$

Essa propriedade do número inteiro mostra que a carga elétrica é uma **grandeza quantizada**.

O nêutron não possui carga elétrica. Assim ele não exerce força elétrica sobre o próton nem sobre o elétron.

A carga elétrica elementar

No Sistema Internacional de Unidades (SI), a **unidade de carga elétrica** é o **coulomb**, cujo símbolo é C (maiúsculo). Trata-se de uma homenagem ao físico Charles Augustin de Coulomb (1736-1806). A unidade de carga elétrica não é uma unidade de base do SI; ela é derivada de outra unidade, como estudaremos no capítulo 2.

Através de experimentos foi possível determinar o valor da carga elementar:

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Consequentemente:

$$\begin{aligned} \text{Carga elétrica do próton: } q_p &= +e = +1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ \text{Carga elétrica do elétron: } q_e &= -e = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \end{aligned}$$

Observação: é muito comum, na resolução de exercícios, trabalhar-se com apenas dois algarismos significativos e escrever-se apenas: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

A massa do elétron e do próton

Tanto o próton como o elétron possuem massa. Observe, na tabela 1, que a massa do próton é quase 2000 vezes maior que a do elétron.

| | |
|------------------|-----------------------------------|
| Massa do próton | $1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ |
| Massa do elétron | $9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ |

Tabela 1.

OBSERVAÇÃO

Os termos **quantidade de eletricidade** e **carga elétrica** são sinônimos. Não se deve usar o termo **quantidade de carga elétrica**.

OBSERVAÇÃO

Em 1923, o cientista Robert Millikan recebeu o prêmio Nobel de Física por determinar experimentalmente que a carga elétrica era sempre um múltiplo de um determinado valor $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Mais tarde, esse valor veio a ser chamado **carga elementar**. O experimento de Millikan será visto no capítulo 14.

Exercícios de Aplicação

1. Dispomos de três corpos carregados com cargas elétricas: A , B e C . Sabemos que no corpo A a carga elétrica é positiva. Experimentos sucessivos nos levaram a observar que: A repele B ; B atrai C .

- Qual é o sinal da carga elétrica de B ?
- Qual é o sinal da carga elétrica de C ?
- Se A e C forem colocados próximos um do outro, a força elétrica será de atração ou de repulsão?

Resolução:

- a) Como A repele B , concluímos que suas cargas elétricas possuem o mesmo sinal. Tendo o corpo A carga elétrica positiva, concluímos que B também terá carga elétrica positiva (fig. a).

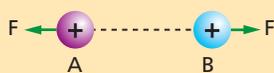


Figura a.

- b) O corpo B atraiu o corpo C . Logo, suas cargas elétricas têm sinais opostos. Como a carga elétrica de B é positiva, concluímos que a carga elétrica de C é negativa (fig. b).



Figura b.

- c) Se colocarmos o corpo A próximo do corpo C , a força elétrica será de atração, pois eles têm cargas elétricas opostas (fig. c).

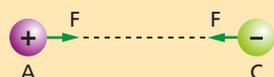
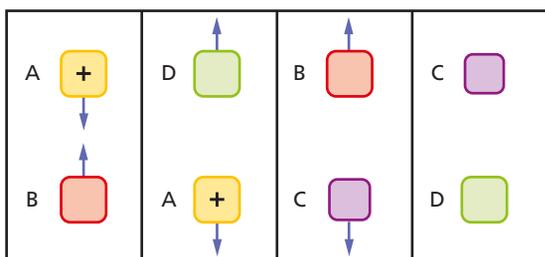


Figura c.

2. Nas figuras que se seguem, os corpos estão carregados com cargas elétricas. Alguns têm carga positiva, e outros, carga negativa. As setas indicam o sentido da força elétrica sobre cada um dos outros corpos. Conhecido o sinal da carga elétrica de A , identifique o sinal da carga elétrica de cada um dos outros corpos, analisando quadro a quadro. Indique também o sentido da força elétrica entre C e D , desenhando uma seta.



3. Analise cada proposição a seguir e verifique se é verdadeira ou falsa.

- Se duas cargas elétricas se repelem, elas são positivas.
- Se duas cargas elétricas se atraem, elas têm sinais opostos.
- O módulo da carga elétrica do elétron é igual ao da carga do próton.

É verdadeiro apenas o que se disse em:

- II
- II e III
- I e II
- I e III
- I, II e III

4. Quantos elétrons são necessários para se obter uma quantidade de eletricidade igual a $-1,0$ C? É dada a carga elétrica elementar: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Resolução:

Como estudamos na teoria, as quantidades de eletricidade são sempre um múltiplo inteiro do valor da carga elementar:

$$Q = -n \cdot e$$

$$-1,0 = -n \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})$$

$$n = \frac{1,0}{1,6 \cdot 10^{-19}} = \frac{1,0 \cdot 10^{19}}{1,6} = \frac{10 \cdot 10^{18}}{1,6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n \cong 6,3 \cdot 10^{18}$$

Conclusão: para se obter uma carga elétrica de $-1,0$ C são necessários 6,3 quintilhões de elétrons.

O resultado do exercício nos mostra que a quantidade de eletricidade de $-1,0$ C é muito grande. Isso é uma consequência da definição do **coulomb**, feita indiretamente através da corrente elétrica, como estudaremos no próximo capítulo.

5. Num experimento de laboratório, um físico estimou que a quantidade de eletricidade depositada num corpo foi de $-3,2 \cdot 10^{-13}$ C durante um intervalo de tempo de 1,0 minuto. Estime a ordem de grandeza da quantidade de elétrons que serão depositados nesse corpo se o processo continuar nas mesmas condições por 10 minutos. É dada a carga elementar: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

6. Sendo a carga elementar $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, determine o número de elétrons recebidos por um corpo carregado com a carga $Q = -64$ mC.

Resolução:

A carga elétrica do corpo é $Q = -64 \text{ mC} = -64 \cdot 10^{-3} \text{ C}$ e pode ser escrita na forma $Q = -n \cdot e$. Sendo $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, temos:

$$-64 \cdot 10^{-3} = n \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19})$$

$$n = \frac{64 \cdot 10^{-3}}{1,6 \cdot 10^{-19}}$$

$$n = 40 \cdot 10^{16} \Rightarrow n = 4,0 \cdot 10^{17} \text{ elétrons}$$

- Determine o número de elétrons que devem ser retirados de um corpo neutro para que adquira uma carga elétrica $Q = 1,28 \cdot 10^{-6} \text{ C}$. É dada a carga elementar $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.
- Um condutor metálico neutro recebe $2 \cdot 10^{16}$ elétrons. Sendo a carga elementar $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, determine a carga elétrica total adquirida pelo condutor.

Exercícios de Reforço

9. Num experimento em que foram usadas quatro partículas: A , B , C e D , todas eletrizadas, verificou-se que:

- a força elétrica entre A e B era de repulsão;
- a força elétrica entre C e D era de repulsão;
- a força elétrica entre A e C era de atração.

A respeito do sinal das cargas elétricas dessas quatro partículas, podemos afirmar que:

- todas elas têm o mesmo sinal;
- todas elas são negativas;
- A e B têm o mesmo sinal, C e D têm o mesmo sinal, B e D têm sinais contrários;
- C tem carga elétrica positiva e A tem carga elétrica negativa;
- A e B têm cargas elétricas positivas e C e D têm cargas elétricas negativas.

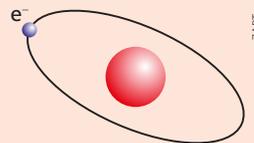
10. Segundo a teoria atômica atual, o átomo possui número de prótons igual ao número de elétrons. No entanto, átomos de elementos distintos têm números atômicos diferentes. Os elementos químicos X e Y têm respectivamente número atômico n e m . Se uma molécula for constituída por um átomo do elemento X e outro do Y , então:

- a molécula terá $(m + n)$ elétrons e $(m + n)$ prótons e sua carga elétrica será nula.
- a molécula terá $(m - n)$ elétrons e $(m - n)$ prótons e sua carga elétrica será nula.
- os átomos X e Y têm carga elétrica nula, mas a molécula formada necessariamente terá carga elétrica positiva.

d) a molécula terá $(m + n)$ elétrons e $(m + n)$ prótons e sua carga elétrica será igual a $(m + n) \cdot e$, sendo, portanto, diferente de zero.

e) a molécula terá $(m - n)$ elétrons e $(m + n)$ prótons e sua carga elétrica será igual a $2m \cdot e$, sendo, portanto, positiva.

11. Na figura se representa o átomo de hidrogênio com apenas um elétron girando em torno do núcleo. Segundo o modelo de Bohr, a órbita deste elétron é circular. Seu núcleo não possui nêutron.



Analise as afirmativas e verifique se são corretas ou incorretas.

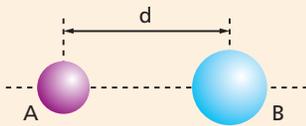
- O núcleo é constituído apenas por um próton.
- A carga elétrica total do átomo de hidrogênio é nula.
- Entre o núcleo e o elétron há uma força elétrica de atração que mantém o elétron em órbita.

São corretas apenas as afirmativas:

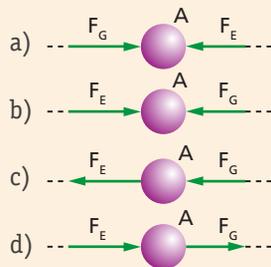
- I e II
- I, II e III
- II e III
- II
- III

Exercícios de Aprofundamento

12. (U. E. Maringá-PR) No diagrama abaixo, duas esferas carregadas positivamente, A e B , de massas M_A e M_B , estão alinhadas de tal maneira que a distância entre os dois centros de massa é d .



Assinale a alternativa cujo diagrama melhor representa a direção e o sentido da força gravitacional F_G e da força elétrica F_E sobre a esfera A , devido à massa e à carga elétrica de B .



13. Medidas elétricas indicam que a superfície da Terra tem uma carga elétrica total de $-6,4 \cdot 10^5$ C. Em uma tempestade, um raio hipotético despejou uma quantidade de $1,0 \cdot 10^{24}$ cargas elementares positivas. Que fração da carga elétrica total da Terra restou após essa descarga positiva?

É dada a carga elementar $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

- a) $\frac{5}{4}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{2}{5}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{4}$

14. Num experimento realizado num laboratório de Física, um cientista calculou a carga elétrica em diversas gotículas de óleo e descobriu os valores indicados na tabela.

| | |
|-------------------|------------------------|
| Gotícula 1 | $3,2 \cdot 10^{-18}$ C |
| Gotícula 2 | $6,4 \cdot 10^{-19}$ C |
| Gotícula 3 | $3,2 \cdot 10^{-19}$ C |
| Gotícula 4 | $8,0 \cdot 10^{-18}$ C |
| Gotícula 5 | $1,6 \cdot 10^{-17}$ C |

Sabemos que a carga elétrica pode ser quantizada; portanto, podemos escrever o valor de carga elétrica no formato: $Q = N \cdot q$, sendo N um número inteiro e q um divisor comum de todas as cargas elétricas da amostra. Para a amostra dada: (É dada a carga elementar $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.)

- a) encontre um valor para q e, a seguir, compare-o com o valor de e , a carga elétrica elementar. Justifique sua resposta;
- b) escreva cada uma das quantidades em função da carga elementar e , ou seja, na forma quantizada: $Q = n \cdot e$.

ILUSTRAÇÕES: ZAPT

A corrente elétrica

1. Corrente elétrica

Quando acendemos uma lâmpada ou ligamos um chuveiro, estamos usando uma corrente elétrica. A energia elétrica que chega até nossas residências vem através de uma corrente elétrica que percorre os fios. Em geral, esses fios são de cobre ou de alumínio, por razões que estudaremos neste curso.

A **corrente elétrica** é um movimento ordenado de partículas portadoras de carga elétrica. No caso dos fios metálicos, essas partículas são os elétrons. Numa solução de água e sal é possível estabelecer uma corrente elétrica, e os portadores de cargas serão cátions e ânions.

Condutores e isolantes

Os materiais podem ser classificados de acordo com a facilidade com que permitem o movimento da carga elétrica em seu interior. Os materiais através dos quais pode fluir uma corrente elétrica com facilidade são denominados **condutores**; por exemplo: o cobre, o alumínio, o ouro, a platina, o mercúrio, a salmoura, o corpo humano, etc.

Quando um meio não permite o movimento da carga elétrica com facilidade, ele é denominado **isolante**; por exemplo: a borracha, o plástico, a madeira, o ar, a porcelana, o vidro, etc.

Por que os metais são bons condutores de eletricidade? A explicação é a seguinte: nos metais há geralmente uma grande quantidade de elétrons livres (elétrons da última camada orbital). Por exemplo, no cobre, em 1 cm^3 a ordem de grandeza da quantidade de elétrons livres é 10^{22} . São eles que vão formar a corrente elétrica no fio.

Ordenando o movimento de elétrons livres

Normalmente, o movimento de elétrons livres no interior de um condutor metálico é caótico e sem nenhuma orientação (fig. 1). Podemos ordenar esse movimento usando um gerador elétrico nos terminais do condutor (fig. 2).

Vamos supor que o nosso condutor seja um fio de cobre e que o gerador seja uma pilha comum de lanterna. Ela possui dois polos de cargas elétricas: um positivo e um negativo. No polo negativo há uma concentração de cargas elétricas negativas, e no polo positivo, uma concentração de cargas elétricas positivas.

1. Corrente elétrica
2. Intensidade da corrente elétrica
3. Tensão elétrica

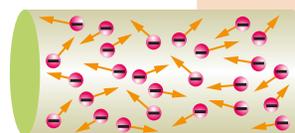


Figura 1. Elétrons livres em movimento caótico.

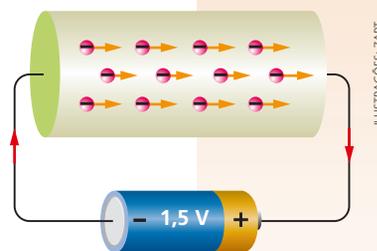


Figura 2. Representação simbólica de um condutor ligado aos terminais de uma pilha, mostrando o movimento ordenado dos elétrons.

O sentido da corrente elétrica

Na figura 2, desenhamos os elétrons “saindo” do polo negativo da pilha, atravessando todo o condutor e retornando ao polo positivo da pilha. Este é o sentido real da corrente elétrica. No entanto, se os portadores fossem cargas elétricas positivas, sairiam do polo positivo da pilha e voltariam a ela pelo polo negativo.

Por razões históricas, usa-se a seguinte convenção para o sentido da corrente elétrica:

A seta da corrente é desenhada sempre no sentido em que se movimentariam as partículas positivamente carregadas, mesmo que estes portadores sejam negativos, como os elétrons.

Exemplo 1

Na figura 3, mostramos um condutor onde as partículas portadoras da carga elétrica são positivas; portanto, a corrente é indicada no mesmo sentido desse movimento. Na figura 4, o condutor é um fio de cobre, e os portadores são elétrons; portanto, indicamos a seta da corrente elétrica em sentido oposto ao do seu movimento.

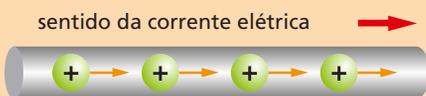


Figura 3. Sentido da corrente elétrica para cargas positivas.

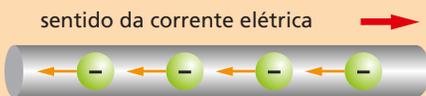


Figura 4. O sentido da corrente elétrica – sentido oposto ao movimento dos elétrons.

Exemplo 2

Na figura 5 temos esquematizado um circuito elétrico, constituído por uma bateria de carro, uma lâmpada e dois fios condutores. As setas indicam o sentido da corrente elétrica, “saindo” do polo positivo da bateria e “voltando” pelo polo negativo.

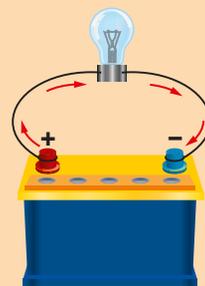


Figura 5. Sentido da corrente elétrica em relação aos polos da bateria.

2. Intensidade da corrente elétrica

Num fio condutor de metal foi estabelecida uma corrente elétrica. Seja S uma secção transversal desse condutor (fig. 6). Num intervalo de tempo Δt passam pela secção S uma quantidade n de partículas portadoras de carga elétrica. Sendo Q a quantidade de electricidade transportada pelas n partículas, define-se intensidade média da corrente elétrica (i_m) pelo quociente:

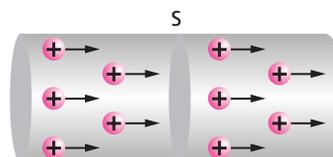
$$i_m = \frac{Q}{\Delta t}$$

A intensidade da corrente elétrica instantânea é dada pelo limite do quociente $\frac{Q}{\Delta t}$, fazendo-se Δt tender a zero.

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{Q}{\Delta t}$$

Se a corrente elétrica no fio tiver intensidade constante, isto é, não variar com o tempo, então o valor instantâneo e o valor médio serão iguais.

Figura 6. Pela secção S do condutor estão atravessando portadores de cargas elétricas.



OBSERVAÇÃO

É muito comum nos textos se chamar a partícula portadora de carga elétrica simplesmente de **carga elétrica**. Isso simplifica a linguagem.

Unidade de intensidade de corrente elétrica

A unidade da grandeza física **intensidade de corrente elétrica**, no SI, é o **ampère** (símbolo **A**), uma homenagem a André-Marie Ampère (1775-1836), que realizou importantes trabalhos em Eletricidade, como veremos nos demais capítulos.

A unidade de base do SI é o ampère.

A sua definição será dada no capítulo 19 – Indução eletromagnética.

O **coulomb** é uma unidade derivada do ampère.

Assim, a definição do ampère precede à do coulomb no SI.

Usando a equação anteriormente definida, verificamos a relação entre o ampère e o coulomb:

$$i = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = i \cdot \Delta t \Rightarrow \text{coulomb} = \text{ampère} \times \text{segundo}$$

$[Q] = [i] \times [\Delta t]$

Define-se:

Um **coulomb** é a carga elétrica que atravessa, **por segundo**, a seção transversal do condutor quando nele circula a corrente elétrica de intensidade um **ampère**.

Por exemplo, se a intensidade de corrente elétrica num fio é de 5 A, então, num intervalo de tempo correspondente a 1 segundo, passa por uma seção reta desse condutor a carga de 5 C.

Submúltiplos do ampère

Frequentemente são usados os seguintes submúltiplos para o ampère:

- **miliampère**: $1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A}$
- **microampère**: $1 \mu\text{A} = 10^{-6} \text{ A}$

Corrente contínua (CC) e corrente alternada (CA)

Quando a corrente elétrica mantém o sentido invariável, ela é chamada **corrente contínua** (fig. 7). Se além de invariável a corrente elétrica mantiver a intensidade constante, ela será chamada **corrente contínua constante** (fig. 8). As correntes elétricas provenientes de pilhas e baterias, em geral, são correntes contínuas constantes.

Se a corrente elétrica mudar o sentido periodicamente, ela será chamada de **corrente alternada** (fig. 9). A notação usual para corrente alternada é CA ou AC (do inglês: *alternating current*).

Nesta primeira unidade da Eletricidade, nossos geradores sempre nos darão corrente contínua constante. A corrente alternada será vista no final do tema Eletricidade.

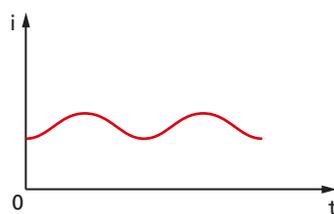


Figura 7. Corrente contínua (CC).

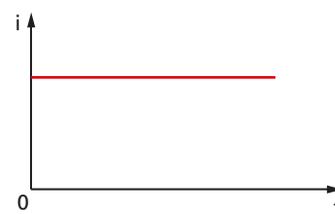


Figura 8. Corrente contínua constante.

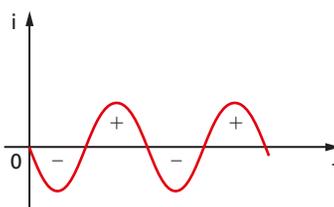


Figura 9. Corrente alternada (CA).

Determinação gráfica da carga elétrica

Se a corrente elétrica no fio não tiver intensidade constante, então a equação $Q = i \cdot \Delta t$ não poderá ser usada para calcular a carga elétrica, pois o valor instantâneo não é fixo. Precisaremos usar, então, o cálculo integral ou o gráfico da intensidade da corrente \times tempo.

Na figura 10 a corrente elétrica tem intensidade constante e a carga elétrica Q , no intervalo de tempo $(t_1; t_2)$, pode ser calculada pela equação:

$$Q = i \cdot \Delta t \quad \textcircled{1}$$

No entanto, observemos a área sombreada sob o gráfico, correspondente a esse mesmo intervalo de tempo:

$$\text{área} = (\text{altura}) \times (\text{base}) \Rightarrow \text{área} = i \cdot \Delta t \quad \textcircled{2}$$

Comparando o lado direito das duas equações, notamos que são iguais. Logo, podemos escrever que a área sombreada sob o gráfico é numericamente igual à quantidade de eletricidade:

$$Q \stackrel{N}{=} \text{área da figura sob o gráfico}$$

Embora esse resultado tenha sido deduzido para uma corrente elétrica contínua e constante, podemos estendê-lo para qualquer outro caso.

No gráfico da figura 11 a área A da figura sombreada sob o gráfico é também numericamente igual à carga elétrica:

$$Q \stackrel{N}{=} \text{área (A) da figura sob o gráfico}$$

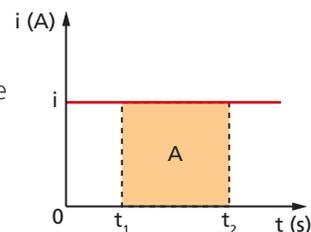


Figura 10. Corrente elétrica contínua e constante.

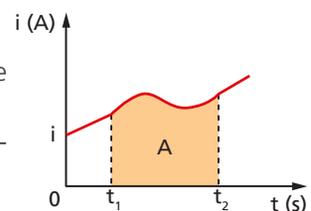


Figura 11. Corrente elétrica de intensidade variável.

Exemplo 3

No gráfico da figura 12 a intensidade de corrente é variável e a carga elétrica transportada pela corrente durante os 6,0 s iniciais é dada pela área do triângulo sombreado.

$$Q \stackrel{N}{=} \text{área do triângulo}$$

$$Q \stackrel{N}{=} \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow Q = \frac{8,0 \cdot 6,0}{2} \Rightarrow Q = 24 \text{ C}$$

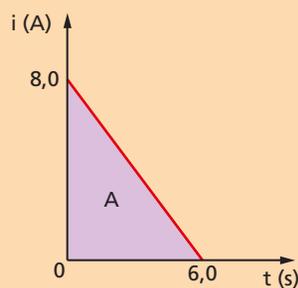


Figura 12.

Grandeza escalar

A intensidade de corrente elétrica é uma grandeza física escalar, apesar de ter uma orientação. Podemos, portanto, somar algebricamente intensidades de corrente elétrica. Observemos o exemplo a seguir.

Exemplo 4

Dois fios condutores são conectados a um terceiro fio. O ponto comum da conexão é denominado nó. Em cada um dos fios temos uma intensidade de corrente elétrica e o respectivo sentido. A figura 13 é autoexplicativa para se tirar uma conclusão.

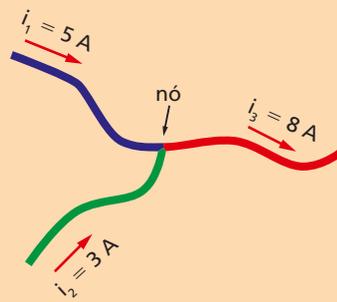


Figura 13.

ILUSTRAÇÕES: ZAPFI

Amperímetro

Para medirmos a intensidade de corrente que passa num fio, usamos um aparelho denominado **amperímetro** (fig. 14). Nos laboratórios de eletricidade encontramos amperímetros analógicos e digitais. O consumo de energia elétrica por esse aparelho é muito pequeno. Quando o amperímetro tiver consumo de energia igual a zero, será chamado **amperímetro ideal**. É claro que um amperímetro ideal é apenas hipotético.

Nos diagramas de circuitos elétricos o amperímetro será inserido no fio e representado por um círculo e uma letra A (fig. 15).



Figura 15. Símbolo do amperímetro.

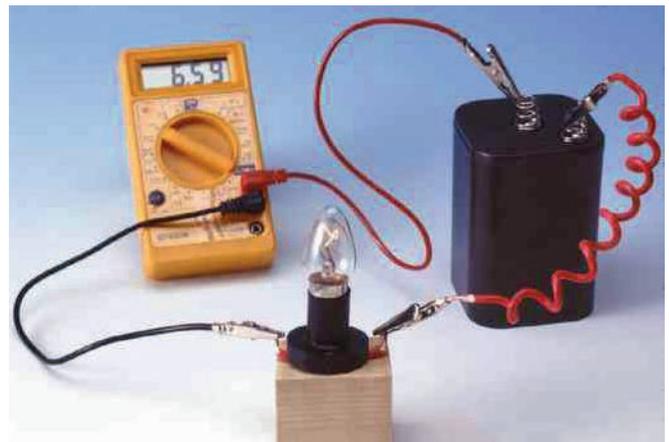


Figura 14. O amperímetro no circuito elétrico do laboratório.

CRISTINA XAVIER

Exercícios de Aplicação

1. Um condutor metálico é percorrido por uma corrente elétrica contínua e constante. A cada 10 s passa por uma seção do condutor uma carga elétrica de 30 C. Calcule a intensidade da corrente elétrica.

Resolução:

Sendo a corrente contínua e constante, sua intensidade média coincide com sua intensidade em qualquer instante:

$$i = i_m \quad \text{e} \quad i = \frac{Q}{\Delta t}$$

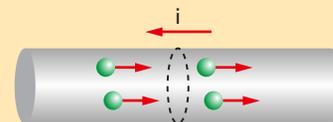
Mas $Q = 30 \text{ C}$ e $\Delta t = 10 \text{ s}$. Logo:

$$i = \frac{30}{10} \Rightarrow i = 3,0 \text{ A}$$

2. A intensidade da corrente elétrica que atravessa um condutor metálico é constante e igual a 5,0 A. Determine a carga elétrica que atravessa uma seção do condutor em 20 s.

3. Qual a intensidade da corrente que passa por um condutor cilíndrico, se por uma seção transversal dele passam $2 \cdot 10^{14}$ elétrons em 5 segundos? Carga elementar: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Resolução:



A carga que atravessa uma secção transversal do condutor em $\Delta t = 5 \text{ s}$ é:

$$Q = n \cdot e$$

Sendo $n = 2 \cdot 10^{14}$ elétrons, vem:

$$Q = 2 \cdot 10^{14} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$$

$$Q = 3,2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

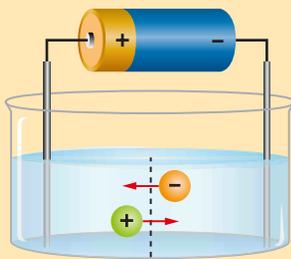
Pela definição da intensidade de corrente elétrica:

$$i = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow i = \frac{3,2 \cdot 10^{-5}}{5} \Rightarrow i = 0,64 \cdot 10^{-5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i = 6,4 \cdot 10^{-6} \Rightarrow i = 6,4 \mu\text{A}$$

4. Determine a intensidade da corrente que circula por um condutor cuja secção transversal é atravessada por $5,0 \cdot 10^{16}$ elétrons em cada segundo. É dada a carga elementar $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.
5. Uma corrente elétrica de intensidade $12,8 \mu\text{A}$ percorre um condutor metálico. Determine o número de elétrons que atravessa a secção transversal desse condutor por segundo. É dada a carga elementar $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

6. Por uma secção transversal de um condutor iônico passam, num intervalo de tempo de 20 s , cátions num sentido e ânions no outro. A carga elétrica transportada pelos cátions é de $+8,0 \text{ C}$, e pelos ânions, $-8,0 \text{ C}$. Qual é a intensidade da corrente elétrica nesse condutor?



Resolução:

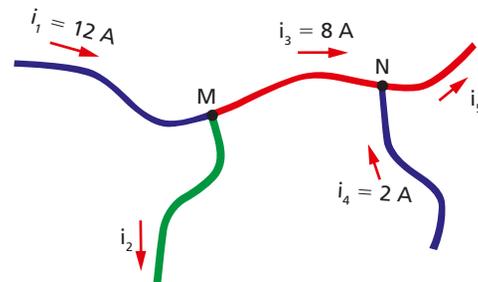
Para o cálculo da carga elétrica que atravessa a secção do condutor devemos considerar as cargas positivas e negativas, somando seus valores absolutos:

$$Q = |8,0 \text{ C}| + |-8,0 \text{ C}| = 16 \text{ C}$$

De $i = \frac{Q}{\Delta t}$, vem:

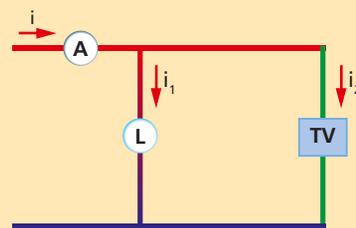
$$i = \frac{16}{20} \Rightarrow i = 0,80 \text{ A}$$

7. Uma corrente elétrica de intensidade 10 A circula por um condutor iônico. Em 10 s , qual é a soma dos valores absolutos das cargas que atravessam uma secção desse condutor? Qual é o valor da carga elétrica transportada pelos cátions? E pelos ânions?
8. Em um condutor metálico os portadores de carga elétrica são:
- prótons, e suas cargas elétricas são positivas.
 - elétrons, e suas cargas elétricas são negativas.
 - elétrons e prótons, deslocando-se no mesmo sentido.
 - elétrons e prótons, deslocando-se em sentidos contrários.
 - elétrons e prótons, sendo estes no sentido indicado da corrente.
9. Na figura temos alguns fios conectados uns aos outros por dois nós. Algumas correntes têm sua intensidade grafada na figura.



As intensidades i_2 e i_5 valem, respectivamente:

- 4 A e 10 A
 - 4 A e 6 A
 - 20 A e 10 A
 - 20 A e 6 A
 - 4 A e 22 A
10. No circuito elétrico desenhado na figura temos os seguintes aparelhos elétricos: um amperímetro ideal (A), uma lâmpada (L) e um televisor (TV). Pela lâmpada atravessa uma corrente elétrica de intensidade $1,5 \text{ A}$ e, pelo televisor, uma de intensidade $1,8 \text{ A}$. Determine a intensidade de corrente elétrica que é indicada pelo amperímetro.



ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Resolução:

A corrente elétrica que passa pelo amperímetro tem intensidade i ; ela é distribuída entre os aparelhos TV e lâmpada. Então:

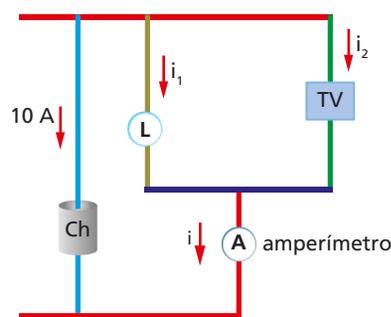
$$i = i_1 + i_2$$

Sendo: $i_1 = 1,5 \text{ A}$ e $i_2 = 1,8 \text{ A}$, temos:

$$i = 1,5 + 1,8 \Rightarrow i = 3,3 \text{ A}$$

11. No diagrama elétrico de uma residência estão representados um chuveiro elétrico (Ch), um televisor (TV), uma lâmpada L e um amperímetro ideal (A). A intensidade de corrente no chuveiro está indicada no próprio diagrama. A intensidade de corrente da lâmpada é $i_1 = 1,2 \text{ A}$ e a do televisor é $i_2 = 2,4 \text{ A}$. Um amperímetro ideal foi

inserido no circuito com a finalidade de medir a intensidade da corrente elétrica i .



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

Determine:

- a intensidade de corrente indicada pelo amperímetro quando o chuveiro estiver desligado, mas o televisor e a lâmpada ligados;
- a intensidade de corrente indicada pelo amperímetro quando o chuveiro e a lâmpada estiverem ligados, mas o televisor desligado.

Exercícios de Reforço

12. (U. E. Londrina-PR) Pela seção reta de um condutor de eletricidade, passam 12 C a cada minuto. Nesse condutor, a intensidade da corrente elétrica, em ampères, é igual a:

- 0,08
- 0,20
- 5,0
- 7,2
- 12

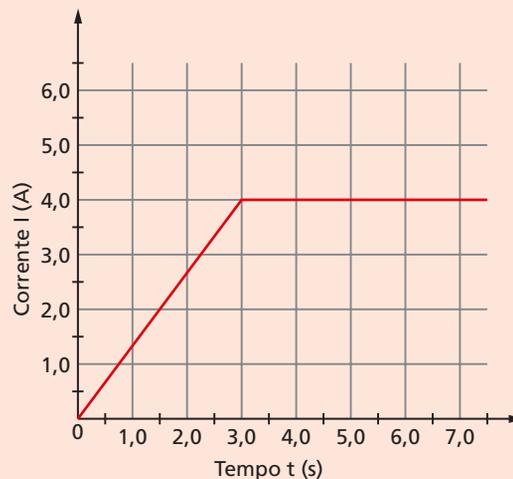
13. (U. F. Santa Maria-RS) Uma lâmpada permanece acesa durante 5 minutos por efeito de uma corrente de 2 A, fornecida por uma bateria. Nesse intervalo de tempo, a carga total (em C) que atravessou o seu filamento é:

- 0,40
- 2,5
- 10
- 150
- 600

14. (Efomm-RJ) Suponha que o *flash* de uma câmera digital somente possa ser disparado quando o capacitor em paralelo com sua microlâmpada de xenônio acumula 20 quatrilhões de elétrons. Sabendo-se que sua descarga dura 1 décimo de segundo, a intensidade da corrente de descarga (em ampères) é de, aproximadamente: (Dado: carga elétrica elementar $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.)

- 0,032
- 0,038
- 0,047
- 0,058
- 0,066

15. (UF-PE) O gráfico mostra a variação da corrente elétrica I , em ampères, num fio em função do tempo t , em segundos.



A carga elétrica, em coulombs, que passa por uma seção transversal do condutor nos primeiros 4,0 segundos é:

- 2,0
- 4,0
- 6,0
- 8,0
- 10

3. Tensão elétrica

A função do gerador no circuito elétrico é fornecer energia elétrica aos seus elementos. Vamos retomar um caso muito simples: uma lâmpada está ligada aos polos de uma bateria elétrica através de dois pequenos fios de cobre (fig. 5, página 20). O gerador fornece energia elétrica a cada uma das partículas que constituem a corrente elétrica, ou seja, aos elétrons. Estes transportam essa energia até o filamento da lâmpada, e esta se acende.

Estão envolvidas aí algumas transformações da energia, mas vamos focar apenas o filamento: ele recebe a energia elétrica, converte-a em outra forma de energia, a térmica, se aquece até uma determinada temperatura e passa a emitir energia radiante e calor para o ambiente. Todas essas transformações devem obedecer ao Princípio da Conservação da Energia.

A partícula portadora de energia ao atravessar o filamento da lâmpada perde energia, mas a sua carga elétrica não se altera; continua a ser igual à carga elementar $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Por esse motivo, a intensidade de corrente elétrica na entrada da lâmpada é a mesma na saída (fig. 16).

Vamos agora mostrar o que se passa na entrada e na saída do gerador (fig. 17). Simbolicamente, as partículas positivas saem do polo positivo e retornam ao polo negativo. Queremos equacionar esse transporte de energia elétrica. Seja E a quantidade de energia elétrica de cada partícula cuja carga elementar vale e . O quociente entre a energia e a carga elementar $\left(\frac{E}{e}\right)$ é definido como o **potencial elétrico** daquela posição em que se encontra a partícula. Indicaremos o potencial pela letra V e escrevemos:

$$V = \frac{E}{e}$$

O potencial elétrico pode ser calculado em qualquer ponto do circuito; no entanto, é de particular importância o seu cálculo junto aos polos A e B do gerador (fig. 17).

Sendo E_A a energia elétrica de cada partícula ao sair do polo positivo, o potencial elétrico nesse polo vale:

$$V_A = \frac{E_A}{e}$$

Do mesmo modo, sendo E_B a energia elétrica de cada partícula ao entrar no polo negativo, o seu potencial elétrico nesse polo vale:

$$V_B = \frac{E_B}{e}$$

Evidentemente, as partículas possuem maior quantidade de energia na saída do gerador do que no seu retorno:

$$E_A > E_B \Rightarrow V_A > V_B$$

Definimos:

Tensão elétrica entre os polos do gerador é a diferença de potencial existente entre os polos. Essa tensão elétrica (ddp) será indicada por U :

$$U = V_A - V_B$$

Nos circuitos elétricos não nos interessamos pelo valor do potencial de seus pontos, mas sim pela ddp entre eles. Podemos calcular a tensão elétrica entre dois pontos quaisquer do circuito, por exemplo entre os terminais de uma lâmpada.



Figura 16. A intensidade da corrente da entrada é igual à da saída.

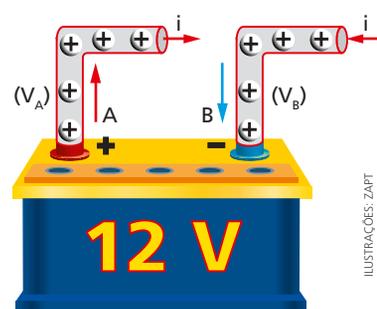


Figura 17. Corrente elétrica saindo do polo positivo e voltando pelo polo negativo.

Unidade da tensão elétrica no SI

No SI a unidade de tensão elétrica (ou ddp) é o **volt (V)**.

Como sabemos, a energia elétrica é medida em joule (J), e a carga elétrica é medida em coulomb (C). Então a relação entre essas três grandezas definem o volt.

Da definição de potencial, temos:

$$\text{volt} = \frac{\text{joule}}{\text{coulomb}} \Rightarrow 1 \text{ V} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ C}}$$

Exemplo 5

Suponhamos que tivéssemos calculado os potenciais elétricos dos dois polos de uma bateria e obtido os valores: $V_A = 8,0 \text{ V}$ e $V_B = 5,0 \text{ V}$. Então a tensão elétrica (ou ddp) entre os seus polos é:

$$U = V_A - V_B \Rightarrow U = 8,0 - 5,0 \Rightarrow U = 3,0 \text{ V}$$

Quando um portador de carga elétrica atravessar essa bateria receberá dela uma quantidade de energia elétrica $\Delta E = e \cdot U$:

$$\Delta E = (1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot (3,0) \Rightarrow \Delta E = 4,8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Isso justifica por que a bateria de um celular se descarrega. Os elétrons que a atravessam vão consumindo sua energia química.

OBSERVAÇÃO

O nome da unidade do potencial elétrico, **volt**, é uma homenagem ao físico italiano Alessandro Volta (1745-1827), inventor da pilha.

A força eletromotriz de um gerador

A ddp entre os polos de um gerador é denominada **força eletromotriz (fem)**. No Exemplo 5, a fem do gerador é 3,0 V.

O gerador tem fem constante, invariável com a corrente elétrica. A fem de uma bateria é um dos seus parâmetros. Por isso costumamos representar esse valor nas figuras de um gerador. Na figura 18 temos alguns exemplos de geradores eletroquímicos que vamos usar daqui em diante.

No interior do gerador, embora os processos sejam mais complexos, podemos pensar do seguinte modo: as cargas elementares, positivas, que constituem a corrente elétrica são “forçadas” a se deslocar do polo negativo para o polo positivo do gerador. Usamos o termo “forçadas” porque elas são deslocadas do polo de menor potencial para o de maior potencial, o que não é um movimento espontâneo.

Poderíamos até fazer uma analogia com uma bolinha de borracha e uma mesa: naturalmente, a bolinha cairia da mesa ao chão, mas espontaneamente não subiria de volta à mesa. Um agente externo é obrigado a pegá-la e colocá-la de volta à mesa. A bolinha é a carga elementar, e o agente externo é o gerador. Ele usou sua força e sua energia para reposicionar a bolinha de volta à mesa. De igual modo uma força interna do próprio gerador empurra as cargas elementares para o polo positivo.

De onde vem a energia para fazer esse transporte? No caso de uma pilha, há uma conversão de energia química em elétrica, o que justifica o aparecimento dessa força e principalmente da energia interna. Na realidade, o processo é bem mais complexo do que se descreveu; simplificamo-lo para facilitar a sua compreensão.

A **fem** corresponde ao trabalho, por unidade de carga, para transportar as partículas portadoras de carga elétrica desde o polo negativo até o polo positivo.



(a) Pilha de lanterna.



(b) Bateria de carro.



(c) Bateria de celular.

Figura 18. Geradores e sua fem.

Observemos, finalmente, que a expressão **força eletromotriz** pode nos dar a falsa impressão de que se trata da força elétrica que empurrou as partículas dentro da bateria. Não! A fem é apenas uma tensão elétrica. Observemos a sua unidade:

$$fem = \frac{\mathcal{E}}{q}$$

$$unid(fem) = \frac{unid(\mathcal{E})}{unid(q)} \Rightarrow unid(fem) = \frac{J}{C} = V \text{ (volt)}$$

Voltímetro

Para medir a tensão elétrica entre dois pontos quaisquer de um circuito elétrico usamos um aparelho denominado **voltímetro**. Os voltímetros encontrados nos laboratórios de eletricidade praticamente não permitem a passagem da corrente elétrica pelo seu interior. Desse modo ele não deve ser inserido “em série” com uma lâmpada, para não bloquear a corrente que por ela passa. Teoricamente, um voltímetro ideal é aquele que não permite de modo algum que uma corrente passe pelo seu interior.

Nos diagramas de circuito elétrico, o voltímetro será representado por um círculo com a letra *V* em seu interior, como mostra a figura 19.

Nos Exemplos 6 e 7 mostramos, em um diagrama elétrico, o voltímetro corretamente ligado “em paralelo” com algum aparelho.



Figura 19. Símbolo do voltímetro.

Exemplo 6

No diagrama elétrico da figura 20 o voltímetro foi ligado aos polos de um gerador de fem 12 V e, portanto, em seu mostrador a leitura é 12 V.

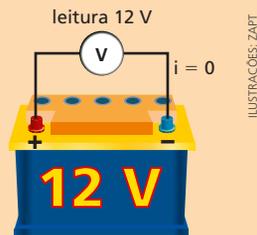


Figura 20. O voltímetro registra a fem do gerador.

Exemplo 7

No diagrama elétrico da figura 21 o voltímetro ideal foi ligado aos terminais de uma lâmpada. Seu mostrador indica 3,6 V; portanto, a tensão elétrica na lâmpada é 3,6 V. Vamos nos familiarizar com esse tipo de ligação, estando o voltímetro sempre em paralelo ao aparelho do qual se vai medir a tensão elétrica.

Observemos também que a corrente elétrica não passou pelo voltímetro ($i = 0$), mas sim pela lâmpada, a qual está acesa.

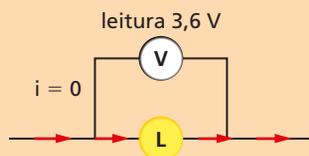


Figura 21. O voltímetro deve ser ligado em paralelo com a lâmpada.

Exercícios de Aplicação

16. Um gerador hipotético apresentou os seguintes valores de potencial em seus polos: no polo positivo, $+6,0\text{ V}$ e, no polo negativo, $-6,0\text{ V}$. Determine a sua fem, indicando-a por \mathcal{E} .

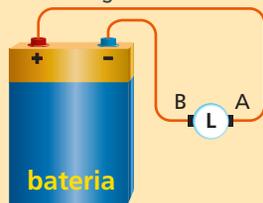
Resolução:

Usando a definição de fem, basta calcular a ddp entre os dois polos:

$$\mathcal{E} = (+6,0\text{ V}) - (-6,0\text{ V})$$

$$\mathcal{E} = +6,0\text{ V} + 6,0\text{ V} \Rightarrow \mathcal{E} = 12\text{ V}$$

17. Um gerador apresentou em seus polos os seguintes valores de potencial: no polo positivo, $+5,0\text{ V}$ e, no polo negativo, $-4,0\text{ V}$. Esse gerador está conectado a uma lâmpada L , como nos mostra a figura, sendo que a perda de energia elétrica nos fios condutores é desprezível (fios ideais). Determine a tensão elétrica (ddp) nos terminais da lâmpada.



Resolução:

Como não existe perda de energia elétrica nos fios condutores, podemos dizer que:

- o potencial do terminal A da lâmpada é igual ao potencial do polo positivo da bateria: $+5,0\text{ V}$.
- o potencial do terminal B da lâmpada é igual ao potencial do polo negativo da bateria: $-4,0\text{ V}$.

Desse modo, a ddp nos terminais da lâmpada será:

$$U = (+5,0\text{ V}) - (-4,0\text{ V})$$

$$U = +5,0\text{ V} + 4,0\text{ V} \Rightarrow U = +9,0\text{ V}$$

Observemos nesta questão que a ddp nos terminais da lâmpada é igual à ddp nos terminais da bateria, ou seja, é igual à sua fem.

18. No esquema, temos uma bateria de fem 12 V , uma lâmpada L_1 e outra L_2 . Os fios condutores que fazem as conexões das lâmpadas à bateria são ideais. Assinale a alternativa correta:

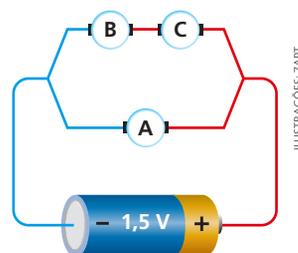


- a) Ambas as lâmpadas estão acesas, e a ddp é de 12 V em cada uma.
- b) Ambas estão acesas, mas a ddp na L_2 é zero.
- c) Somente a lâmpada L_1 está acesa e em seus terminais a ddp é 12 V ; na lâmpada L_2 a ddp é nula e ela está apagada.
- d) A lâmpada L_2 está apagada, mas o potencial elétrico no terminal C é $-6,0\text{ V}$.
- e) A lâmpada L_2 está acesa, passa uma corrente elétrica de C para D , e a ddp é 12 V .

19. Retomando a figura do exercício 18, podemos afirmar que:

- a) Na lâmpada L_1 a corrente elétrica tem o sentido de A para B , e as partículas portadoras de cargas elétricas, supostamente positivas, têm mais energia elétrica no terminal A do que no B .
- b) Na lâmpada L_1 a corrente elétrica tem o sentido de B para A , e as partículas portadoras de cargas elétricas, supostamente positivas, têm mais energia elétrica no terminal A do que no B .
- c) Na lâmpada L_1 a corrente elétrica tem o sentido de A para B , e as partículas portadoras de cargas elétricas, supostamente positivas, têm mais energia elétrica no terminal B do que em A .
- d) No circuito elétrico formado pela lâmpada L_1 , bateria e fios condutores, o sentido da corrente é anti-horário.
- e) A bateria reparte a sua fem de 12 V com as lâmpadas L_1 e L_2 , dando $6,0\text{ V}$ para cada uma delas.

20. Na figura temos um circuito elétrico formado por três lâmpadas (A , B , C) e uma pilha de lanterna.



- a) Faça a distribuição da corrente elétrica, desde a saída do gerador. Indique também a passagem de corrente por cada lâmpada.
- b) Quanto vale a ddp nos terminais da lâmpada A ?

Exercícios de Reforço

21. Considere as seguintes afirmativas a respeito da corrente elétrica num aparelho elétrico AB e do gerador que a produz:

I. A corrente elétrica real é um fluxo de elétrons que passa no condutor AB, embora o sentido convencional seja o oposto ao sentido desse movimento.

II. O sentido convencional da corrente elétrica é aquele que teriam os portadores de cargas elétricas positivas, se estes constituíssem a corrente elétrica.

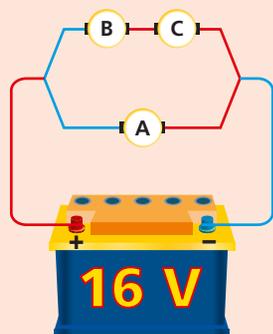
III. A corrente elétrica convencional sai do gerador pelo polo positivo e retorna a ele pelo polo negativo.

IV. Há uma ddp entre os extremos A e B do aparelho elétrico considerado.

Do que se afirmou, são verdadeiras:

- a) apenas I e II. d) apenas II, III e IV.
 b) apenas III e IV. e) todas.
 c) apenas I, II e III.

22. Considere o circuito elétrico abaixo no qual as três lâmpadas (A, B, C) são absolutamente idênticas e, portanto, consomem a mesma quantidade de energia elétrica por segundo. Os fios condutores são ideais, ou seja, não consomem energia. A fem da bateria vale $\mathcal{E} = 16 \text{ V}$.



- a) Indique o sentido da corrente elétrica nos fios condutores que ligam as lâmpadas.
 b) Qual a tensão elétrica (ddp) nos terminais da bateria?
 c) Determine a ddp (tensão elétrica) em cada lâmpada.

23. A fem de uma pilha é 2,0 V. Determine a quantidade de energia elétrica que ela fornece às partículas elementares de carga elétrica e que a atravessam. Carga elementar: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

24. Nas figuras que se seguem um estudante propôs quatro tipos de ligação para uma lâmpada ser acesa por uma pilha.



Figura 1.



Figura 2.



Figura 3.



Figura 4.

ILUSTRAÇÕES: ZAPT

A lâmpada está corretamente ligada, ou seja, vai acender apenas nas ligações das figuras:

- a) 1 e 2
 b) 1, 2 e 3
 c) 1, 2, 3 e 4
 d) 2 e 3
 e) 2, 3 e 4

25. Você dispõe de um fio flexível, de uma lâmpada e de uma pilha de lanterna. Sem cortar o fio em duas partes, monte um pequeno circuito elétrico para acender a lâmpada.



lâmpada



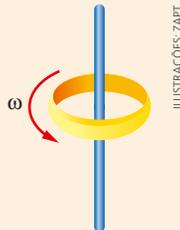
pilha



fio condutor flexível

Exercícios de Aprofundamento

26. Um anel de ouro, de raio R , contém N cargas elétricas elementares, positivas, distribuídas uniformemente pela sua superfície. Esse anel é posto em rotação, em torno de um eixo central, perpendicular ao anel, com velocidade angular ω , como mostra a figura.



A intensidade da corrente elétrica gerada pelas cargas em movimento é:

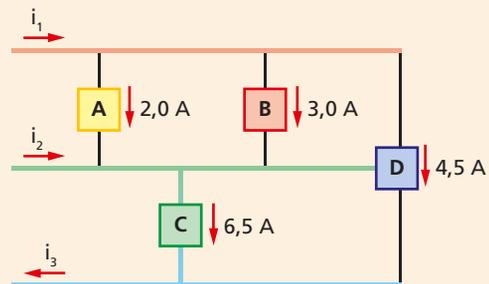
- a) $i = \frac{N \cdot e \cdot \omega}{2\pi}$
 b) $i = \frac{2\pi \cdot N}{e \cdot \omega}$
 c) $i = \frac{N \cdot e}{2\pi \cdot \omega}$
 d) $i = \frac{2N \cdot e \cdot \omega}{\pi}$
 e) $i = \frac{N \cdot e \cdot \omega}{2\pi \cdot R}$
27. O Grande Colisor de Hádrons, mais conhecido por LHC (*Large Hadron Collider*), é um túnel circular horizontal de 27 km de extensão e fica a 175 m de profundidade, por medida de segurança. Em 2010, num experimento coroado de sucesso, um feixe de prótons foi acelerado no interior do grande anel e atingiu uma velocidade equivalente a 0,90c, ou seja, 90% da velocidade da luz no vácuo. Qual a intensidade da corrente gerada por um bilhão de prótons desse feixe em uma volta completa? É dada a velocidade da luz no vácuo: $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s. Carga elementar: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

28. (UE-CE) Uma corrente elétrica é estabelecida num tubo de descargas a gás quando uma diferença de potencial, suficientemente alta, é aplicada entre os eletrodos do tubo. O gás se ioniza gerando elétrons livres e íons positivos. Os elétrons se movem na direção do terminal positivo e os íons positivos na direção do terminal negativo. A corrente elétrica, em Ampère, no tubo, quando $4,5 \times 10^{18}$ elétrons e $3,5 \times 10^{18}$ íons positivos atravessam a seção transversal do tubo, por segundo, é aproximadamente:

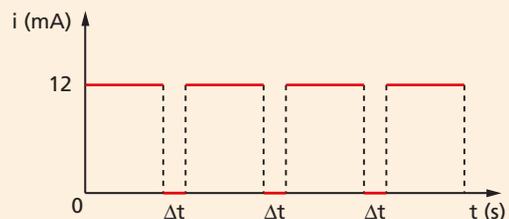
(Observação: Considere que o módulo da carga de cada elétron bem como do íon positivo é $1,6 \times 10^{-19}$ C e que o gás no tubo está rarefeito.)

- a) $3,5 \times 10^{18}$
 b) $12,8 \times 10^{-1}$
 c) $1,6 \times 10^{-19}$
 d) $5,60 \times 10^{-1}$

29. Na figura estão esquematizados três fios condutores elétricos com as respectivas correntes elétricas indicadas pelas setas. Os elementos A, B, C e D são quatro aparelhos elétricos, percorridos também por correntes elétricas, cuja intensidade e sentido estão na própria figura. Calcule as intensidades de corrente elétrica de cada fio: i_1 , i_2 e i_3 .



30. Um determinado aparelho elétrico foi projetado para operar na rede elétrica de 127 V, no entanto, ele pode operar também na rede de 220 V, desde que seja implantado nele um sistema liga-desliga intermitente, ou seja, operando em ciclos sucessivos, como mostra o gráfico.



Nesse caso, em cada ciclo, o aparelho ficará ligado por 0,5 s e desligado durante um intervalo de tempo Δt , para que a intensidade média da corrente elétrica, ao final do ciclo, seja igual a 10 mA. O intervalo de tempo Δt em que ele ficará desligado deverá ser de:

- a) 0,1 s
 b) 0,2 s
 c) 0,3 s
 d) 0,4 s
 e) 0,5 s

Resistância elétrica – resistores

1. Efeito Joule. Resistor

Ao atravessar um condutor, a energia das cargas elétricas elementares que constituem a corrente elétrica se converte em energia térmica, em virtude da interação com os átomos e moléculas que constituem o condutor. Essa conversão de energia recebe o nome de **Efeito Joule** e é responsável pelo aquecimento do condutor ao ser atravessado pela corrente elétrica.

Resistor é todo elemento de circuito cuja função exclusiva é transformar energia elétrica em energia térmica. É o caso do filamento de tungstênio das lâmpadas elétricas. De modo geral, os resistores são os elementos de aquecimento dos aparelhos conhecidos como aquecedores elétricos. Citamos como exemplos: o ferro elétrico de passar roupas, a torneira elétrica, o chuveiro elétrico, os aquecedores elétricos de ambiente, etc.

Nos circuitos elétricos o resistor é representado esquematicamente, como se indica na figura 1.



Figura 1. Representação simbólica do resistor.

1. Efeito Joule. Resistor
2. Resistência elétrica. Lei de Ohm
3. O circuito elétrico
4. Resistividade
5. Reostato
6. Associação de resistores
7. Curto-circuito de um resistor

2. Resistência elétrica. Lei de Ohm

Verifica-se na prática que a intensidade i da corrente elétrica que atravessa um resistor depende da tensão elétrica U (ddp) a que está submetido (fig. 2).

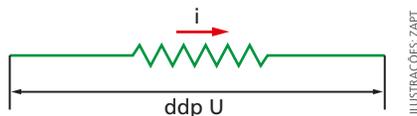


Figura 2. A corrente elétrica atravessando o resistor.

Resistância elétrica

Define-se **resistência elétrica** (R) de um resistor como sendo o quociente entre a ddp U e a intensidade de corrente elétrica i que o atravessa:

$$R = \frac{U}{i}$$

A unidade de resistência elétrica no Sistema Internacional é o **ohm**, cujo símbolo é a letra grega Ω (ômega maiúsculo). De acordo com a definição:

$$\text{ohm} = \frac{\text{volt}}{\text{ampère}} \Rightarrow \Omega = \frac{\text{V}}{\text{A}}$$

OBSERVAÇÃO

A unidade **ohm**, adotada para a resistência elétrica no SI, é uma homenagem ao físico alemão **Georg Simon Ohm** (1787-1854), o primeiro a fazer um estudo sistemático da resistência elétrica.

Desse modo, se aos terminais de um resistor for aplicada uma ddp de 1 V e a intensidade de corrente elétrica produzida for 1 A, então a resistência elétrica vale 1 Ω .

Exemplo 1

Aos terminais de uma lâmpada aplicou-se uma tensão elétrica de 120 V e no seu filamento, que é um resistor, passou uma corrente elétrica de intensidade 2 A. Dessa forma, a resistência elétrica desse filamento é:

$$R = \frac{U}{i} \Rightarrow R = \frac{120 \text{ V}}{2 \text{ A}} \Rightarrow R = 60 \Omega \text{ (Leia-se: 60 ohms.)}$$

Lei de Ohm

Georg Simon Ohm descobriu, experimentalmente, que para alguns materiais, incluindo-se os metais, a resistência elétrica permanece constante, dentro de certas condições: a temperatura do resistor não pode variar demasiadamente e há um limite para a faixa de tensão elétrica a ser aplicada. O resultado de Ohm não é uma lei geral da natureza, mas apenas um resultado empírico, restrito para alguns materiais nas condições descritas anteriormente.

Enuncia-se a Lei de Ohm do seguinte modo:

Para alguns materiais, mantidos a uma temperatura constante, a sua resistência elétrica é constante.

$$\frac{U}{i} = R \text{ (constante)}$$

Decorre imediatamente que:

$$U = R \cdot i \Leftrightarrow i = \frac{U}{R}$$

A tensão elétrica e a intensidade da corrente elétrica são diretamente proporcionais.

Equação dimensional da resistência elétrica

Lembrando que U é uma razão entre a energia e a carga elétrica que um condutor possui, a sua equação dimensional definida na Mecânica é:

$$[U] = \frac{[E]}{[Q]} \Rightarrow [U] = \frac{M \cdot L^2 \cdot T^{-2}}{I \cdot T} \Rightarrow [U] = M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot I^{-1} \quad \textcircled{1}$$

Usando a definição de resistência elétrica:

$$[R] = \frac{[U]}{[i]} \quad \textcircled{2}$$

Substituindo $\textcircled{1}$ em $\textcircled{2}$, vem:

$$[R] = \frac{M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot I^{-1}}{I} \Rightarrow [R] = M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot I^{-2}$$

Resistores ôhmicos

Todo resistor que obedece à Lei de Ohm é denominado **resistor ôhmico**.

Graficamente, a proporcionalidade entre a ddp U e a intensidade de corrente elétrica i é representada por uma reta que passa pela origem de um sistema de dois eixos cartesianos, onde se representa U em ordenadas e i em abscissas (fig. 3). O gráfico de U em função de i é chamado de curva característica. Nesse gráfico, a tangente do ângulo θ de inclinação da reta mede numericamente a resistência elétrica do condutor.

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} \stackrel{N}{=} \frac{U}{I} \Rightarrow \operatorname{tg} \theta \stackrel{N}{=} R$$

Nos resistores ôhmicos, alterando-se a ddp U , modifica-se a intensidade de corrente elétrica i , mas a resistência elétrica ($R = \frac{U}{i}$) permanece constante.

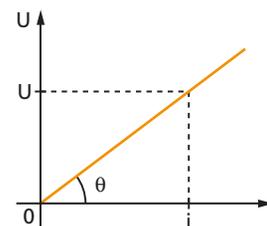


Figura 3. Curva característica de um resistor ôhmico.

Exemplo 2

Um resistor ôhmico foi submetido a diversas tensões elétricas e mediu-se a intensidade da corrente elétrica em cada caso. A tabela nos mostra o resultado:

| | | | | | |
|-------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| U (volt) | 3,0 | 6,0 | 9,0 | 12 | 15 |
| I (ampère) | 1,0 | 2,0 | 3,0 | 4,0 | 5,0 |

Observemos que tanto a tensão quanto a intensidade da corrente crescem em PA, ou seja, o quociente $\frac{U}{i}$ é sempre igual:

$$\frac{U}{i} = \frac{3,0 \text{ V}}{1,0 \text{ A}} = \frac{6,0 \text{ V}}{2,0 \text{ A}} = \frac{9,0 \text{ V}}{3,0 \text{ A}} = \frac{12 \text{ V}}{4,0 \text{ A}} = \frac{15 \text{ V}}{5,0 \text{ A}} = 3,0 \Omega$$

Resistores não ôhmicos

Há resistores em que, alterando-se a ddp U em suas extremidades, altera-se a intensidade de corrente elétrica i , mas as duas grandezas não variam proporcionalmente. Tais resistores não obedecem à Lei de Ohm, sendo denominados **resistores não ôhmicos**. Se representarmos, num sistema de dois eixos cartesianos, U em ordenadas e i em abscissas, não obteremos uma reta, mas sim uma curva, como no exemplo representado na figura 4.

A resistência elétrica é o quociente entre a tensão e a intensidade da corrente elétrica. Verificamos, neste caso, que ela não se mantém constante. O seu valor vai depender do ponto escolhido no gráfico da figura 4.

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} \quad \text{e} \quad R_2 = \frac{U_2}{I_2}, \quad \text{com } R_1 \neq R_2$$

De agora em diante, quando falarmos simplesmente em **resistor**, estaremos nos referindo ao resistor ôhmico.

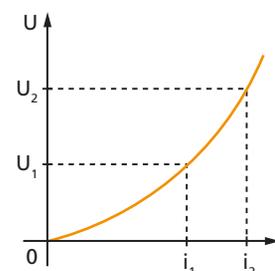


Figura 4. Exemplo de curva característica de um resistor não ôhmico.

3. O circuito elétrico

Chamamos **circuito elétrico** a um caminho fechado para a corrente elétrica. Por exemplo, ao ligarmos uma lâmpada aos polos de um gerador, estabelecemos um caminho fechado para a corrente elétrica, a qual se põe a circular.

Costuma-se representar os elementos de um circuito elétrico através de seus símbolos, evitando-se assim que se tenha que desenhar uma figura mais elaborada do circuito elétrico.

Vamos estabelecer um símbolo para o gerador: serão duas barrinhas paralelas, de tamanhos diferentes, em que a maior representa o polo positivo, e a menor, o polo negativo (fig. 5).



Figura 5. Representação simbólica do gerador.

Exemplo 3

Na montagem da figura 6 temos um resistor R , cilíndrico, e uma bateria conectados por fios ideais (resistência nula), fechando um caminho por onde circula a corrente elétrica. A montagem é um circuito elétrico simples.

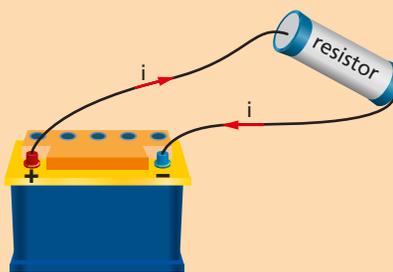
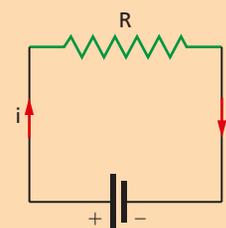


Figura 6. O circuito elétrico simples.

Na figura 7 temos esquematizado um circuito elétrico simples, utilizando o símbolo do gerador e do resistor. Observemos que a corrente elétrica sai pelo polo positivo do gerador e retorna ao polo negativo. A intensidade de corrente elétrica é a mesma em todo o circuito.



ILUSTRAÇÕES: ZAPIT

Figura 7. O circuito elétrico simples esquematizado por símbolos.

Exemplo 4

No circuito elétrico do Exemplo 3 o gerador fornece uma ddp de 32 V, e o resistor tem resistência elétrica $R = 4,0 \Omega$. A intensidade da corrente elétrica que circula é calculada pela Lei de Ohm:

$$U = R \cdot i$$

$$32 = 4,0 \cdot i \Rightarrow i = \frac{32 \text{ V}}{4,0 \Omega} \Rightarrow i = 8,0 \text{ A}$$

Exemplo 5

Uma pilha e uma lâmpada estão conectadas como mostra a figura 8. Fechou-se um circuito elétrico, e a lâmpada acendeu.

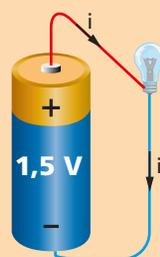


Figura 8. O circuito elétrico composto por lâmpada e pilha.

Na figura 9 temos o esquema desse circuito. Como a lâmpada tem um filamento que é um resistor, vamos representá-la por esse símbolo.

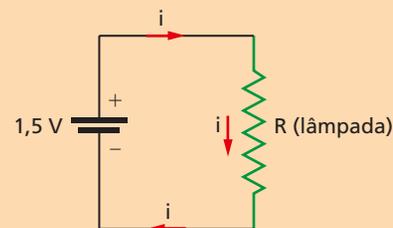


Figura 9. O circuito esquematizado.

Exemplo 6

No circuito elétrico do Exemplo 5, a intensidade da corrente elétrica que circula é de 500 mA. Com essa informação podemos determinar a resistência elétrica do filamento da lâmpada usando a Lei de Ohm:

$$U = R \cdot i$$

Sendo $i = 500 \text{ mA} = 500 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 0,5 \text{ A}$ e $U = 1,5 \text{ V}$, temos:

$$1,5 = R \cdot 0,5 \Rightarrow R = 3,0 \Omega$$

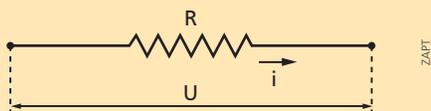
Exercícios de Aplicação

1. Um resistor ôhmico é percorrido por uma corrente elétrica de intensidade 5,0 A, quando submetido a uma ddp de 100 V. Determine:

- a resistância elétrica do resistor;
- a intensidade de corrente que percorre o resistor quando submetido a uma ddp de 250 V;
- a ddp a que deve ser submetido o resistor para que a corrente que o percorre tenha intensidade 2,0 A.

Resolução:

a) Como se trata de um resistor ôhmico, podemos calcular sua resistância elétrica aplicando a Lei de Ohm:



$$U = R \cdot i \Rightarrow R = \frac{U}{i}$$

Sendo $U = 100 \text{ V}$ e $i = 5,0 \text{ A}$, vem:

$$R = \frac{100}{5,0} \Rightarrow R = 20 \Omega$$

b) A resistância elétrica de um resistor ôhmico é constante, admitindo-se ser desprezível a variação com a temperatura. Assim a ddp e a intensidade de corrente são diretamente proporcionais (Lei de Ohm):

$U = R \cdot i$, sendo $U = 250 \text{ V}$ e $R = 20 \Omega$

$$i = \frac{U}{R}$$

$$i = \frac{250}{20} \Rightarrow i = 12,5 \text{ A}$$

c) Sendo $i = 2,0 \text{ A}$, a ddp U será dada por:

$$U = R \cdot i$$

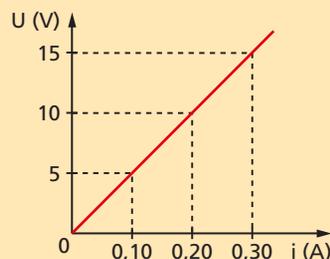
$$U = 20 \cdot 2,0$$

$$U = 40 \text{ V}$$

2. Determine a resistância elétrica de um resistor ôhmico que é percorrido por uma corrente elétrica de intensidade 0,50 A ao se estabelecer nos seus terminais uma tensão igual a 55 V.

3. Um resistor ôhmico de resistância elétrica 10 ohms é submetido a uma ddp de 100 V. Determine a intensidade da corrente elétrica que o percorre.

4. Variando-se a ddp U nos terminais de um resistor ôhmico, a intensidade da corrente i que o percorre varia de acordo com o gráfico da figura.

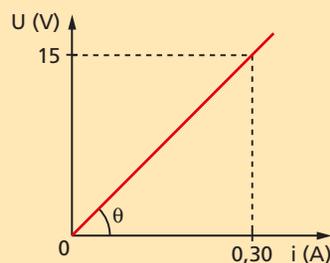


Determine:

- a resistância elétrica do resistor;
- a intensidade de corrente elétrica que atravessa esse resistor quando a ddp em seus terminais for 100 V;
- a ddp que deve ser estabelecida nos terminais desse resistor para que ele seja percorrido por corrente elétrica de intensidade 6,0 A.

Resolução:

a) No gráfico, a tangente do ângulo θ fornece numericamente o valor do resistor. Assim:



$$\text{tg } \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{15}{0,30} = 50$$

Logo: $R = 50 \Omega$

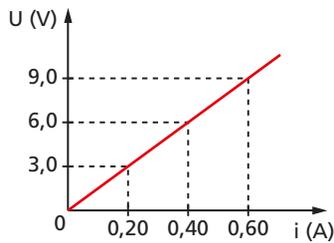
b) Sendo $U = 100 \text{ V}$, aplicando a Lei de Ohm obtemos a correspondente intensidade de corrente:

$$U = R \cdot i \Rightarrow i = \frac{U}{R} \Rightarrow i = \frac{100}{50} \Rightarrow i = 2,0 \text{ A}$$

c) Para $i = 6,0 \text{ A}$, a aplicação da Lei de Ohm permite calcular a ddp:

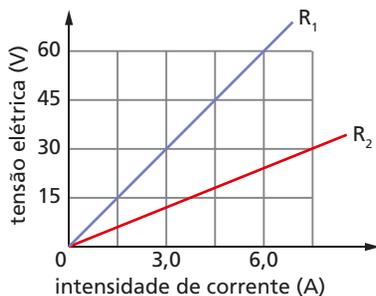
$$U = R \cdot i \Rightarrow U = 50 \cdot 6,0 \Rightarrow U = 300 \text{ V}$$

5. O gráfico da figura mostra como varia a ddp U nos terminais de um resistor ôhmico em função da intensidade de corrente que o atravessa.



Determine:

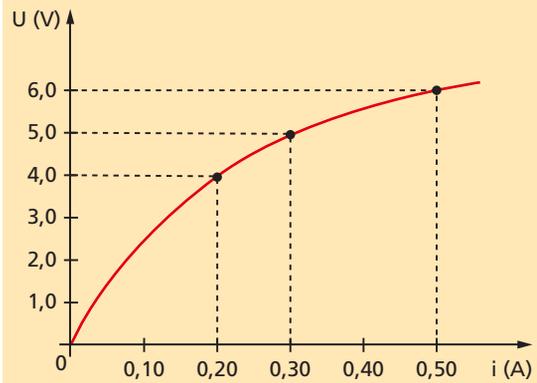
- a resistência elétrica do resistor;
 - a intensidade de corrente elétrica quando a tensão em seus terminais for 4,5 V;
 - a tensão em seus terminais para que ele seja percorrido por uma corrente elétrica de intensidade 2,0 A.
6. No diagrama de tensão por corrente elétrica estão representados os comportamentos de dois resistores, R_1 e R_2 .



Determine:

- as resistências elétricas de R_1 e R_2 ;
 - a intensidade de corrente elétrica em R_1 quando a tensão aplicada aos seus terminais for igual a 45 V;
 - a tensão em R_2 quando a intensidade de corrente elétrica que nele circular for igual a 4,0 A.
7. Construa o gráfico da ddp em função da intensidade de corrente num resistor ôhmico de resistência elétrica igual a 5,0 ohms, no intervalo compreendido entre 0 V e 20 V.

8. O gráfico da figura mostra como varia a ddp U nos terminais de um resistor não ôhmico em função da intensidade de corrente elétrica que o atravessa.



Determine:

- a resistência elétrica desse resistor quando a corrente que o percorre tem intensidade 0,50 A;
- a resistência elétrica desse resistor quando a ddp nos seus terminais vale 4,0 V.

Resolução:

- a) A resistência elétrica de um resistor não ôhmico não é constante. Para cada ponto da curva, a resistência é dada por $R = \frac{U}{i}$.

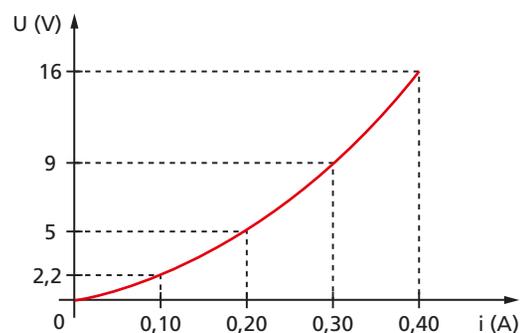
Sendo $i = 0,50$ A, temos $U = 6,0$ V e, portanto:

$$R = \frac{6,0}{0,50} \Rightarrow R = 12 \Omega$$

- b) Para $U = 4,0$ V, temos $i = 0,20$ A. Logo:

$$R = \frac{4,0}{0,20} \Rightarrow R = 20 \Omega$$

9. O gráfico a seguir representa a curva característica para um resistor não ôhmico.



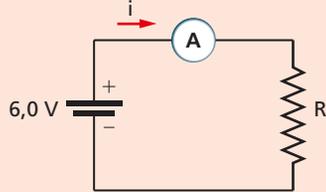
Determine a resistência elétrica desse resistor quando:

- submetido à ddp de 16 V;
- percorrido por corrente de intensidade 0,30 A.

Exercícios de Reforço

10. No circuito esquematizado na figura temos um gerador ideal de fem igual a 6,0 V, um resistor ôhmico R e um amperímetro ideal. A leitura no amperímetro é 200 mA. O valor da resistência R é:

- 0,30 Ω
- 3,0 Ω
- 30 Ω
- 3,0 m Ω
- 3,0 k Ω



11. Uma lâmpada está ligada a uma rede elétrica de 220 V e, pelo seu filamento, passa uma corrente elétrica de intensidade 2,0 A. Determine:

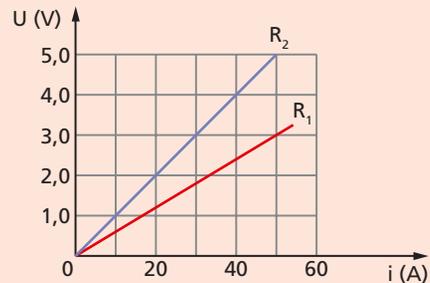
- a resistência elétrica de seu filamento;
- a nova intensidade de corrente elétrica se a lâmpada for ligada a uma rede elétrica de 165 V.

12. Um chuveiro elétrico possui dois resistores elétricos que funcionam separadamente: um deles com a chave comutadora na posição **inverno** e o outro para a posição **verão**. As suas resistências elétricas são $R_1 = 22 \Omega$ e $R_2 = 10 \Omega$. Admita que o aquecimento da água do chuveiro seja função direta da intensidade de corrente elétrica no resistor. Sendo a tensão elétrica de 220 V:

- qual dos dois resistores corresponde à posição “**inverno**”? Justifique a sua resposta.
- calcule a intensidade de corrente elétrica com a chave na posição inverno;
- calcule a intensidade de corrente elétrica com a chave na posição verão.

13. No diagrama de tensão \times intensidade da corrente elétrica da figura, temos os gráficos de dois

resistores, R_1 e R_2 . Analise as proposições que se seguem.



- $R_1 = 2R_2$
- Se aplicarmos uma mesma tensão elétrica $U = 3,0$ V nos dois resistores, então as intensidades das correntes elétricas que os percorrem serão $I_1 = 50$ A e $I_2 = 30$ A, respectivamente em R_1 e R_2 .
- Se eles forem percorridos por uma mesma corrente elétrica de intensidade $I = 40$ A, então as tensões elétricas serão $U_1 = 1,8$ V e $U_2 = 4,0$ V, respectivamente em R_1 e R_2 .

Do que se afirmou, está(ão) correta(s), apenas:

- I
- II
- III
- II e III
- I e III

14. Numa residência, as lâmpadas estão ligadas na rede elétrica de 120 V, e o chuveiro elétrico, na rede de 220 V. Sabe-se que a resistência elétrica do chuveiro é de 11 Ω e que a intensidade da corrente elétrica em cada lâmpada é $\frac{1}{10}$ da intensidade da corrente do chuveiro. Determine:

- as intensidades de corrente elétrica no chuveiro (I_{ch}) e numa lâmpada (I_L);
- a resistência elétrica dos filamentos das lâmpadas.

4. Resistividade

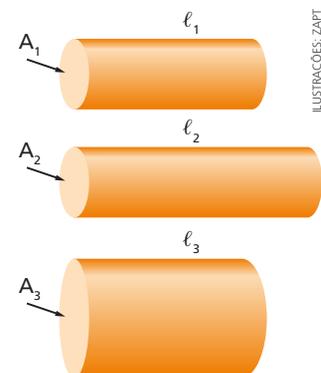
Consideremos condutores feitos do mesmo material, mas que diferem pelos comprimentos e pelas áreas das secções transversais, conforme indicado na figura 10: o primeiro e o segundo condutor diferem pelo comprimento ($\ell_2 > \ell_1$; $A_2 = A_1$); o primeiro e o terceiro diferem pela área da secção transversal ($A_3 > A_1$; $\ell_3 = \ell_1$).

Verifica-se experimentalmente que, tendo a mesma secção transversal, apresenta maior resistência elétrica o fio de maior comprimento:

$$\ell_2 > \ell_1 \Rightarrow R_2 > R_1$$

Por outro lado, para condutores de mesmo comprimento, tem maior resistência elétrica o fio de menor área de secção transversal:

$$A_3 > A_1 \Rightarrow R_3 < R_1$$



ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Figura 10. Fios condutores $\ell_1 = \ell_3$ e também $A_1 = A_2$.

É possível estabelecer uma lei segundo a qual a resistência elétrica R de fios condutores de dado material é diretamente proporcional ao seu comprimento ℓ e inversamente proporcional à sua área A de secção transversal:

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

A constante de proporcionalidade ρ é denominada **resistividade elétrica** do material de que é feito o fio.

No Sistema Internacional de Unidades (SI), a unidade de resistividade é **ohm · metro** ($\Omega \cdot \text{m}$). Realmente, da equação anterior, obtemos:

$$\rho \cdot \ell = R \cdot A \Rightarrow \rho = \frac{R \cdot A}{\ell}$$

$$\text{unidade } (\rho) = \frac{\Omega \cdot \text{m}^2}{\text{m}} = \Omega \cdot \text{m}$$

Observemos que, se tivermos um fio de comprimento $\ell = 1 \text{ m}$ e secção transversal de área $A = 1 \text{ m}^2$, a resistividade ρ será numericamente igual à resistência elétrica. Por isso, podemos dizer que a medida da resistividade equivale numericamente à resistência elétrica por unidade de comprimento e por unidade de área de secção transversal.

Outras unidades, não pertencentes ao SI, também costumam ser usadas. As mais comuns são:

$$\frac{\text{ohm} \cdot \text{milímetro quadrado}}{\text{metro}} \left(\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \right)$$

e

$$\text{ohm} \cdot \text{centímetro } (\Omega \cdot \text{cm})$$

Quanto melhor condutor for o material do fio, tanto menor será sua resistividade. Por isso, os metais são, de um modo geral, as substâncias com menores resistividades.

Define-se a grandeza **condutividade elétrica** σ do material como sendo o inverso da resistividade. Indicando a condutividade por σ (sigma), temos:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

Quanto melhor condutor for o material, maior a sua condutividade elétrica.

Variação da resistividade com a temperatura

Verifica-se experimentalmente que a resistividade de um material varia com a temperatura. Fazem exceção à regra algumas ligas metálicas especiais, como, por exemplo, o constantan. Na maioria dos casos a resistividade aumenta com a temperatura, como se observa em vários metais. No gráfico da resistividade $\rho \times$ temperatura θ de um metal normal, como o cobre (fig. 11), verificamos que a partir de uma certa temperatura a resistividade é praticamente proporcional à temperatura.

Experimentalmente, é possível verificar que a resistividade de um dado material varia com a temperatura obedecendo à equação:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha \Delta\theta)$$

em que ρ_0 é a resistividade na temperatura inicial θ_0 e ρ é a resistividade na temperatura final θ ; a constante de proporcionalidade α é denominada coeficiente de temperatura da substância, tendo por unidade o **grau Celsius recíproco** ($^{\circ}\text{C}^{-1}$).

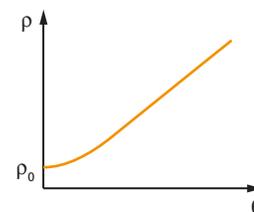


Figura 11. Variação da resistividade (ρ) com a temperatura (θ) para o cobre.

Variação da resistência com a temperatura

Assim como a resistividade varia com a temperatura, a resistência elétrica de um condutor também varia com a temperatura, obedecendo a uma equação muito semelhante à da resistividade. Se desprezarmos os efeitos da dilatação térmica, tanto a linear como a superficial, poderemos escrever:

$$\rho = \frac{A \cdot R}{\ell} \quad \text{e também:} \quad \rho_0 = \frac{A \cdot R_0}{\ell}$$

Sendo $\rho = \rho_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\theta)$, vem:

$$\frac{A \cdot R}{\ell} = \frac{A \cdot R_0}{\ell} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\theta)$$

$$R = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\theta)$$

Nessa equação, R_0 é a resistência elétrica do fio na temperatura inicial θ_0 e R a resistência elétrica do fio na temperatura final θ .

Para os metais puros, verifica-se que a resistividade aumenta com o aumento da temperatura. Esses materiais apresentam coeficiente de temperatura α positivo:

$$\rho > \rho_0 \Rightarrow \alpha > 0$$

Há materiais, como a grafite, em que a resistividade diminui quando a temperatura aumenta, tendo, pois, coeficiente de temperatura α negativo:

$$\rho < \rho_0 \Rightarrow \alpha < 0$$

Fisicamente, explica-se o aumento da resistividade e da resistência elétrica dos metais com a temperatura pelo aumento da agitação térmica dos átomos que constituem o metal, acarretando um aumento no número de choques entre as cargas em movimento e as outras partículas constituintes do fio condutor. Na grafite, o aumento da agitação existe, mas é compensado e superado pelo aumento da quantidade de elétrons livres, o que acarreta uma diminuição na resistividade e na resistência elétrica.

Em certas ligas metálicas, como o constantan, a manganina e o nicromo, esses dois efeitos praticamente se equilibram e, como resultado, a resistividade do material não varia com a temperatura: seu coeficiente de temperatura é praticamente nulo. Tais materiais, por essa sua característica, costumam ser usados como padrões de resistência elétrica:

$$\rho \cong \rho_0 \Rightarrow \alpha \cong 0$$

A tabela ao lado fornece, para algumas substâncias, valores da resistividade a 20 °C e o respectivo coeficiente de temperatura.

| Material | Resistividade a 20 °C ($\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$) | Coeficiente de temperatura (°C ⁻¹) |
|------------|--|--|
| Prata | 0,0159 | 0,0040 |
| Cobre | 0,0170 | 0,0040 |
| Alumínio | 0,0270 | 0,0036 |
| Ferro | 0,0970 | 0,0050 |
| Platina | 0,0980 | 0,0039 |
| Chumbo | 0,2100 | 0,0042 |
| Tungstênio | 0,0550 | 0,0048 |
| Mercúrio | 0,9500 | 0,0009 |
| Constantan | 0,49 | menor que 10 ⁻⁵ |
| Manganina | 0,48 | menor que 10 ⁻⁵ |
| Nicromo | 1,12 | 0,00017 |
| Grafite | 0,4 a 0,7 | -2 · 10 ⁻⁴ a -8 · 10 ⁻⁴ |

Supercondutividade

Para todos os metais a resistividade diminui com a diminuição da temperatura, ou seja: a condutividade aumenta com a diminuição da temperatura.

Em 1911 o físico holandês Heike Kamerlingh Onnes, trabalhando com mercúrio em baixas temperaturas, descobriu que a sua resistividade desaparecia totalmente para temperatura abaixo de 4,2 K, denominada **temperatura crítica** (T_c). Na realidade ela caía repentinamente a zero quando a temperatura se aproximava de 4,2 K, como mostra o gráfico ao lado. Esse fenômeno é denominado **supercondutividade**.

Uma característica importante do supercondutor é a seguinte: se fizermos um anel de material supercondutor, criamos nele uma corrente elétrica e, a seguir, retirarmos a fonte, a corrente elétrica continuará a circular. Não haverá perda de energia elétrica na forma de calor; ou seja, a corrente continuará a circular por tempo indefinido.

As aplicações tecnológicas da supercondutividade logo após a sua descoberta eram poucas, pois o custo operacional para trazer o metal até a temperatura crítica era muito alto. Atualmente, novas e recentes descobertas foram feitas e já são conhecidas muitas substâncias supercondutoras. Por exemplo: alumínio, titânio, vanádio, zinco, estanho, etc. são supercondutores para a temperatura abaixo de T_c . A cerâmica é supercondutora, e a sua temperatura crítica é bem mais alta que a do alumínio. Os físicos continuam buscando uma substância que apresente a supercondutividade a uma temperatura mais próxima da temperatura ambiente.

Alguns metais não apresentam a propriedade da supercondutividade, mesmo com temperaturas muito baixas. É o caso da prata, do cobre e do ouro.

No estudo do Magnetismo, veremos algumas aplicações tecnológicas da supercondutividade.



5. Reostato

O reostato é um dispositivo cuja resistência elétrica pode ser variada externamente por um operador, girando um botão ou mesmo deslizando um cursor. Quando aumentamos ou diminuímos o “volume” do rádio manualmente, estamos alterando a resistência de um reostato.

Um tipo comum de reostato é o denominado **reostato de cursor** (fig. 12), no qual a variação da resistência elétrica ocorre continuamente pela variação do comprimento de um fio condutor, basendo-se no fato de que a resistência elétrica de um fio condutor de seção constante é diretamente proporcional ao seu comprimento:

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

Se o cursor for deslizado até o ponto B, a corrente elétrica deverá percorrer todo o reostato, isto é, a resistência elétrica será máxima. Se porventura o cursor for deslizado até o ponto médio, a corrente elétrica passará apenas pela metade do reostato, ou seja, a resistência elétrica será metade do valor máximo anterior.

Nos esquemas dos circuitos elétricos, o reostato é representado de duas maneiras diferentes, como se mostra na figura 13.

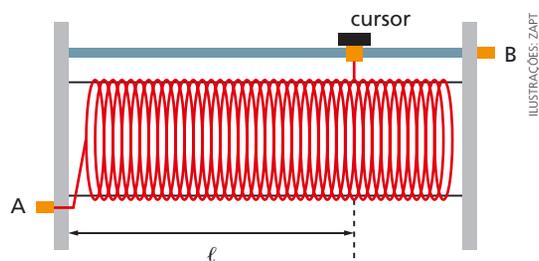


Figura 12. Reostato de cursor.

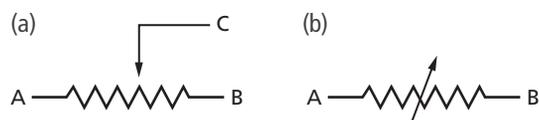


Figura 13. Símbolos usuais do reostato.

Exemplo 7

Um reostato apresenta uma resistência elétrica que poderá ser variada de zero a 10Ω . Posicionamos o seu cursor no ponto médio. A sua resistência elétrica será $5,0 \Omega$. Se uma tensão elétrica de 50 V for aplicada aos seus terminais, a intensidade de corrente elétrica será calculada por:

$$i = \frac{U}{R} \Rightarrow i = \frac{50 \text{ V}}{5,0 \Omega} \Rightarrow i = 10 \text{ A}$$

Exercícios de Aplicação

15. Um condutor metálico, cilíndrico, de comprimento 50 m , possui uma área de secção transversal igual a $2,0 \text{ mm}^2$. Esse metal tem resistividade $1,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$.

- Determine a resistência elétrica do condutor.
- Qual é a resistência elétrica de $1,0 \text{ km}$ desse mesmo fio?

Resolução:

A área deve ser convertida para m^2 , devido à unidade da resistividade:

$$A = 2,0 \text{ mm}^2 = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

- a) A resistência elétrica do fio é dada por:

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

$$\text{Temos: } \rho = 1,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} \text{ e } \ell = 50 \text{ m}$$

$$R = 1,6 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{50}{2,0 \cdot 10^{-6}}$$

$$R = 40 \cdot 10^{-2} \Omega \Rightarrow R = 0,40 \Omega$$

Observemos que o valor obtido é muito pequeno, apesar de termos 50 m de fio.

- b) O comprimento de $1,0 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ representa um fio 20 vezes maior que o primeiro. Sua resistência elétrica vale:

$$R = 20 \cdot 0,40 \Omega \Rightarrow R = 8 \Omega$$

16. Um fio metálico é feito de um material cuja resistividade é $0,20 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ e tem secção transversal de área $0,10 \text{ mm}^2$. Determine a resistência elétrica desse fio por metro de comprimento.

Resolução:

São dados $\rho = 0,20 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$; $A = 0,10 \text{ mm}^2$; $\ell = 1,0 \text{ m}$. A resistência elétrica será dada por:

$$R = \rho \frac{\ell}{A} \Rightarrow R = 0,20 \cdot \frac{1,0}{0,10} \Rightarrow R = 2,0 \Omega$$

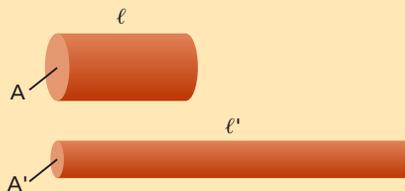
17. Determine a resistência elétrica de um condutor filiforme com 20 m de comprimento e $0,50 \text{ mm}^2$ de área da secção transversal. A resistividade do material que constitui o fio vale $1,6 \cdot 10^{-2} \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$.

18. Qual a resistividade do metal de que é feito um fio de comprimento 10 m e secção transversal 40 mm^2 , que apresenta uma resistência elétrica igual a 20Ω ? Dê a resposta em $\Omega \cdot \text{m}$.

19. Um fio metálico é esticado de modo que seu comprimento triplique. O seu volume não varia no processo. Como se modifica a resistência elétrica do fio?

Resolução:

Os volumes dos fios antes e depois do processo serão dados por:



$$V = \ell \cdot A$$

$$V' = \ell' \cdot A'$$

Mas o volume se mantém, isto é:

$$V = V' \Rightarrow \ell \cdot A = \ell' \cdot A'$$

ILUSTRAÇÕES: ZAP!

Como $\ell' = 3\ell$, vem:

$$\ell \cdot A = 3\ell \cdot A', \text{ e daí: } A' = \frac{A}{3}$$

A resistência elétrica antes de o fio ser esticado pode ser escrita:

$$R = \rho \frac{\ell}{A} \quad (1)$$

Após o processo, a resistência elétrica do fio passa a ser dada por:

$$R' = \rho \frac{\ell'}{A'}$$

Substituindo os valores de ℓ' e A' , temos:

$$R' = \rho \frac{3\ell}{\frac{A}{3}} \Rightarrow R' = 9\rho \frac{\ell}{A} \Rightarrow R' = 9R$$

Conclusão: a resistência elétrica ficou multiplicada por 9.

20. Um fio condutor metálico possui um comprimento L , área de seção transversal A e sua resistência elétrica é R . Um segundo fio, do mesmo material, tem comprimento $2L$ e área de seção transversal $\frac{A}{2}$. Sua resistência elétrica vale:

- a) $4R$ b) $2R$ c) R d) $\frac{R}{2}$ e) $\frac{R}{4}$

21. Se reduzirmos à quarta parte o comprimento de um fio cilíndrico condutor e dobrarmos o seu diâmetro, a sua resistência elétrica:

- a) continuará a mesma.
 b) ficará reduzida à metade do valor inicial.
 c) ficará reduzida à quarta parte do valor inicial.
 d) ficará reduzida à oitava parte do valor inicial.
 e) ficará reduzida a $\frac{1}{16}$ do valor inicial.

22. O coeficiente de temperatura do cobre é $4,0 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. Determine a resistência elétrica de um resistor de cobre a $50 \text{ } ^\circ\text{C}$, sabendo que a $0 \text{ } ^\circ\text{C}$ seu valor era $20 \text{ } \Omega$.

Resolução:

Temos: $R_0 = 20 \text{ } \Omega$; $\Delta\theta = 50 \text{ } ^\circ\text{C} - 0 \text{ } ^\circ\text{C} = 50 \text{ } ^\circ\text{C}$;

$$\alpha = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}.$$

A resistência do resistor a $50 \text{ } ^\circ\text{C}$ é dada por:

$$R = R_0(1 + \alpha\Delta\theta)$$

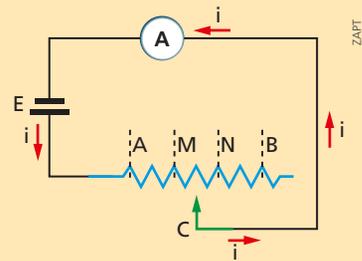
$$R = 20(1 + 4,0 \cdot 10^{-3} \cdot 50)$$

$$R = 24 \text{ } \Omega$$

23. O mercúrio apresenta resistividade igual a $0,95 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ a $20 \text{ } ^\circ\text{C}$ e tem coeficiente de temperatura igual a $9 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. Determine, a $120 \text{ } ^\circ\text{C}$:

- a) a resistividade do mercúrio;
 b) a resistência elétrica de uma coluna de mercúrio de 76 cm de altura e $2,0 \text{ cm}^2$ de área de seção transversal.

24. No circuito elétrico da figura, o gerador é ideal e sua força eletromotriz mede 75 V , o amperímetro é ideal e o reostato tem máxima resistência elétrica de $15 \text{ } \Omega$ (posição B). No corpo do reostato há duas posições intermediárias assinaladas, M e N , que o dividem em três partes iguais. Determine a indicação do amperímetro com o cursor posicionado:



- a) na extremidade B ;
 b) em M ;
 c) em N .

Resolução:

- a) A indicação do amperímetro é igual à intensidade da corrente elétrica circulante:

Usando a Lei de Ohm:

$$U = R_{AB} \cdot i$$

$$75 = 15 \cdot i \Rightarrow i = 5,0 \text{ A}$$

- b) O trecho AM tem resistência igual a $\frac{1}{3}$ da resistência máxima:

$$R_{AM} = \frac{15 \text{ } \Omega}{3} = 5,0 \text{ } \Omega$$

Usando a Lei de Ohm:

$$i = \frac{U}{R_{AM}} \Rightarrow i = \frac{75}{5,0} \Rightarrow i = 15 \text{ A}$$

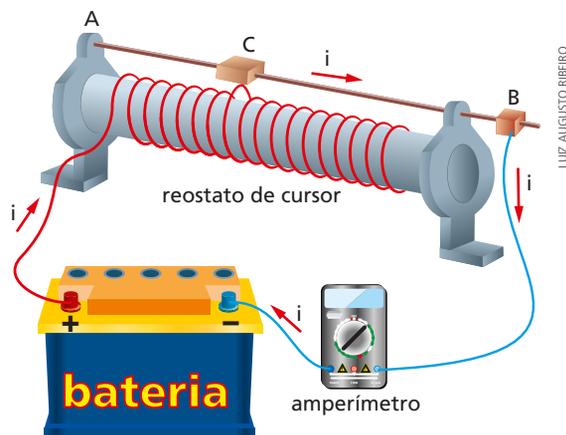
- c) O trecho AN tem resistência igual a $\frac{2}{3}$ da resistência máxima:

$$R_{AN} = \frac{2 \cdot 15 \text{ } \Omega}{3} = 10 \text{ } \Omega$$

Usando a lei de Ohm:

$$i = \frac{U}{R_{AN}} \Rightarrow i = \frac{75 \text{ V}}{10 \text{ } \Omega} \Rightarrow i = 7,5 \text{ A}$$

25. No circuito elétrico montado num laboratório de Física usou-se um reostato de cursor, um amperímetro e uma bateria. O circuito foi montado como se mostra na figura.



LUÍZ AUGUSTO RIBEIRO

Um técnico de laboratório vai operar o reostato deslizando o cursor C , e o professor vai anotar as leituras feitas no amperímetro. Após alguns eventos, verificou-se que:

- enquanto o cursor era deslizado de A para B , as leituras no amperímetro eram crescentes;
- enquanto o cursor era deslizado de B para A , as leituras no amperímetro eram decrescentes;
- enquanto o cursor era deslizado de B para A , as leituras no amperímetro eram crescentes;
- o amperímetro sempre forneceu a mesma leitura, enquanto se deslizava o cursor de B para A , até a metade do reostato;
- o amperímetro sempre forneceu a mesma leitura, independentemente do sentido em que se deslizava o cursor.

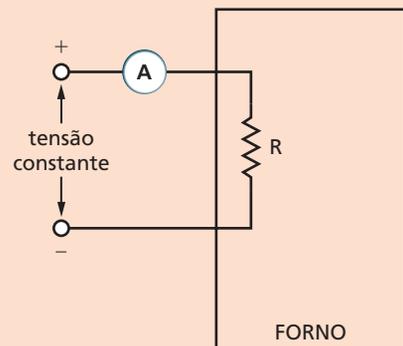
Exercícios de Reforço

26. (UC-PR) Aumentando-se o comprimento de um condutor e mantendo-se constante a área da sua secção reta, pode-se afirmar que a resistividade do material:
- aumenta.
 - diminui.
 - permanece constante.
 - depende da ddp aplicada.
 - nada se pode afirmar com segurança.
27. (Unicamp-SP) Sabe-se que a resistência elétrica de um fio cilíndrico é diretamente proporcional ao seu comprimento e inversamente proporcional à área de sua secção reta.
- O que acontece com a resistência do fio quando triplicamos o seu comprimento, mantendo constante a área de sua secção transversal?
 - O que acontece com a resistência do fio quando duplicamos o seu raio, mantendo constante o seu comprimento?
28. Os fios condutores F_1 e F_2 são constituídos de materiais diferentes e suas resistividades são, respectivamente, ρ_1 e ρ_2 . O primeiro tem comprimento L , e o segundo, $3L$. O primeiro tem área transversal $2S$, e o segundo, $3S$. No entanto, F_1 e F_2 têm a mesma resistência elétrica. Determine a razão entre as duas resistividades $\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)$.

29. No sistema de aquecimento de uma torneira elétrica de cozinha foram encontrados dois resistores conectados entre si e que possibilitavam à torneira fornecer água morna e água quente, mediante um botão comutador. Os resistores possuíam o mesmo diâmetro e eram feitos do mesmo material. Esticaram-se os dois resistores para medir-lhes o comprimento: $2,0$ m para o primeiro e $3,5$ m para o segundo. O resistor menor possuía uma resistência elétrica igual a $8,0 \Omega$. Podemos concluir que a resistência elétrica do segundo era:
- 28Ω
 - 21Ω
 - 14Ω
 - $7,0 \Omega$
 - $3,5 \Omega$

30. (Mackenzie-SP) A temperatura de um forno é calculada através da corrente elétrica indicada pelo amperímetro, como mostra a figura. O resistor R é feito de material cuja resistividade tem coeficiente de temperatura igual a $5,0 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Estando o forno a $20 \text{ }^\circ\text{C}$, o amperímetro indica $2,0$ A. Quando o amperímetro indicar $1,6$ A, a temperatura do forno será:

- $24 \text{ }^\circ\text{C}$
- $25 \text{ }^\circ\text{C}$
- $50 \text{ }^\circ\text{C}$
- $55 \text{ }^\circ\text{C}$
- $70 \text{ }^\circ\text{C}$



ZAPT

6. Associação de resistores

Estudamos até aqui circuitos elétricos simples, constituídos apenas por um gerador e um único resistor. No entanto, é muito comum depararmos com circuitos constituídos por diversos resistores, como o da figura 14. Temos aí um circuito com uma pilha (gerador) e quatro resistores conectados.

Existem diversas maneiras de se combinar os resistores, sendo que as duas mais simples são em **série** e em **paralelo**, como estudaremos a seguir. Pode-se ainda fazer uma combinação mista das duas, como é o caso da figura 14.

Resistência equivalente

A corrente elétrica total fornecida pelo gerador tem intensidade i , e este fornece ainda uma tensão elétrica total U ao circuito externo formado por resistores. Define-se **resistência equivalente** (R_{eq}) da associação de resistores como o quociente entre a tensão U e a intensidade de corrente elétrica i :

$$R_{eq} = \frac{U}{i}$$

Exemplo 8

Num circuito elétrico temos uma bateria ideal de 12 V e quatro resistores conectados entre si. Seus terminais são os pontos A e B, os quais estão ligados aos polos do gerador, fechando o circuito. Imagine a conexão dos quatro resistores da maneira como você preferir, podendo ser até a da figura 14. A corrente elétrica total no gerador tem intensidade $i = 4,0$ A. Podemos calcular a resistência equivalente desses quatro resistores, independentemente do modo como estão conectados, fazendo simplesmente:

$$R_{eq} = \frac{U}{i} \Rightarrow R_{eq} = \frac{12}{4,0} \Rightarrow R_{eq} = 3,0 \Omega$$

Associação de resistores em série

Dois ou mais resistores estão **ligados em série** quando estiverem conectados como se mostra nas figuras 15, 16 e 17. Observe-mos que cada resistor está ligado ao seu antecessor por um único ponto de contato. Uma corrente elétrica que entre na associação pelo terminal A terá um só caminho até sua saída pelo terminal B.

Consideremos o circuito elétrico da figura 18, em que o gerador fornece entre os terminais A e B da associação em série de resistores uma diferença de potencial U . Observemos que a corrente elétrica que percorre o circuito é única, isto é, tem a mesma intensidade nos três resistores e no gerador. Vamos supor que os fios condutores usados para interligar o gerador com os resistores sejam sempre ideais.

Propriedades da associação em série

1ª) Em cada resistor tem-se uma tensão elétrica parcial, a qual é proporcional à sua resistência elétrica.

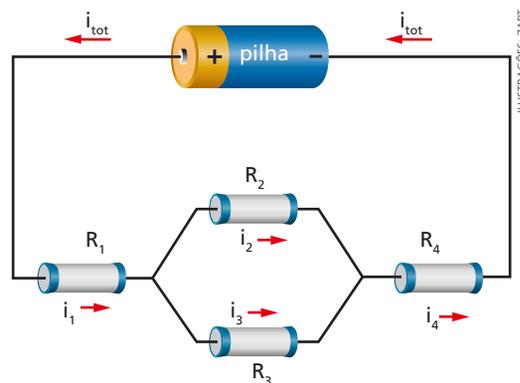


Figura 14. Gerador conectado a uma associação mista de resistores.



Figura 15.

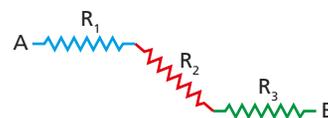


Figura 16.

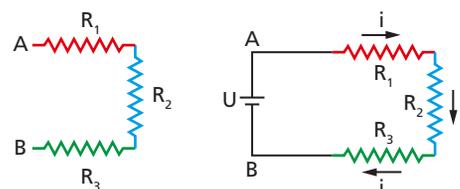


Figura 17.

Figura 18.

Sendo U_1 , U_2 e U_3 as tensões elétricas parciais, respectivamente, nos resistores R_1 , R_2 e R_3 , podemos escrever:

$$U_1 = R_1 \cdot i$$

$$U_2 = R_2 \cdot i$$

$$U_3 = R_3 \cdot i$$

2ª) A tensão elétrica total U da associação é igual à soma das tensões parciais.

Esta propriedade é uma decorrência do Princípio da Conservação da Energia: a tensão em cada resistor é o quociente entre a energia elétrica que ele dissipa e a carga elementar que o atravessa. O gerador fornece uma quantidade de energia a cada carga elétrica elementar, e esta, ao percorrer o circuito elétrico, vai perdendo, em cada resistor, uma parcela desta energia por Efeito Joule. É evidente, então, que a energia recebida pela carga elétrica é igual à soma de todas as parcelas dissipadas, o que demonstra a propriedade.

O gerador fornece uma tensão total U à associação e esta se divide entre os resistores associados em série.

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

3ª) A resistência equivalente da associação é igual à soma das resistências parciais da associação.

Das equações anteriores, podemos escrever:

$$U = R_1 \cdot i + R_2 \cdot i + R_3 \cdot i$$

$$U = i \cdot (R_1 + R_2 + R_3) \quad \textcircled{1}$$

Da definição de resistência equivalente:

$$U = i \cdot R_{\text{eq}} \quad \textcircled{2}$$

Igualando-se as equações $\textcircled{1}$ e $\textcircled{2}$:

$$i \cdot R_{\text{eq}} = U = i \cdot (R_1 + R_2 + R_3)$$

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

Enunciamos as propriedades anteriores para três resistores apenas, a fim de facilitar o entendimento dos conceitos. No entanto, elas podem ser estendidas para n resistores em série.

De modo generalizado:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

Resistores iguais em série

Quando associamos n resistores iguais em série, a intensidade da corrente elétrica é a mesma em todos eles e a resistência equivalente da associação é dada por:

$$R_{\text{eq}} = n \cdot R$$

Exemplo 9

Na associação em série dos resistores da figura 19, a intensidade de corrente elétrica que a percorre é 2,0 A. A resistência equivalente é igual ao somatório das resistências associadas:

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$R_{eq} = 3,5 + 1,5 \Rightarrow R_{eq} = 5,0 \Omega$$

As tensões parciais em R_1 e R_2 são:

$$U_1 = R_1 \cdot i = 3,5 \cdot 2,0 \Rightarrow U_1 = 7,0 \text{ V}$$

$$U_2 = R_2 \cdot i = 1,5 \cdot 2,0 \Rightarrow U_2 = 3,0 \text{ V}$$

A ddp total entre os dois terminais, A e B , da associação é a soma das duas tensões parciais:

$$U = U_1 + U_2 \Rightarrow U = 7,0 + 3,0 \Rightarrow U = 10,0 \text{ V}$$

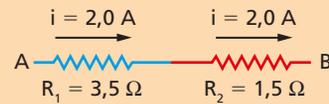


Figura 19. Resistores associados em série.

Exemplo 10

Na associação de resistores da figura 20a, temos quatro resistores em zigue-zague, mas que na realidade estão associados em série.

A corrente elétrica de entrada tem intensidade de 4,8 A, significando que, por cada resistor, passa também 4,8 A. Portanto, a corrente elétrica que atravessa o resistor equivalente também será 4,8 A.



Figura 20a. Resistores associados em série.

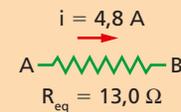


Figura 20b.

$$R_{eq} = 2,0 + 2,5 + 4,5 + 4,0 \Rightarrow R_{eq} = 13,0 \Omega$$

Para calcular a ddp entre os terminais A e B , usamos a resistência equivalente e a Lei de Ohm:

$$U = R_{eq} \cdot i \Rightarrow U = 13,0 \cdot 4,8 \Rightarrow U = 62,4 \text{ V}$$

Associação de resistores em paralelo

Resistores estão associados **em paralelo** quando os terminais de entrada da corrente de todos eles estiverem conectados entre si por um mesmo fio, bem como quando os terminais de saída de todos eles também estiverem conectados entre si por um segundo fio (fig. 21). Observemos que a corrente total de entrada i possui três caminhos para atingir o terminal de saída. Em cada um dos caminhos passará um resistor diferente da associação.

Propriedades da associação em paralelo

1ª) A intensidade total da corrente elétrica é igual à soma das intensidades das correntes parciais.

Assim:

$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

①

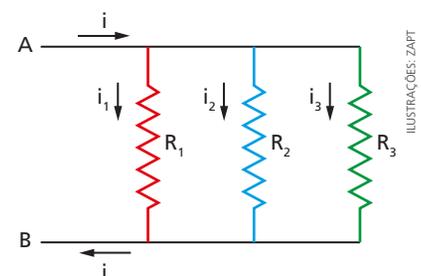


Figura 21.

2ª) Em paralelo, todos os resistores ficam sob a mesma diferença de potencial.

Seja U a diferença de potencial entre os terminais A e B , fornecida por uma fonte (gerador). Os resistores R_1 , R_2 e R_3 possuem um terminal ligado no fio de entrada, A . Também têm o segundo terminal ligado ao fio de saída, B . Assim sendo, a ddp em cada resistor é igual à ddp entre os fios A e B , ou seja, U .

3ª) O inverso da resistência equivalente é igual à soma dos inversos das resistências parciais.

Em cada resistor, temos:

$$i_1 = \frac{U}{R_1} \quad i_2 = \frac{U}{R_2} \quad i_3 = \frac{U}{R_3} \quad \textcircled{2}$$

Observemos que a intensidade de corrente elétrica é inversamente proporcional ao valor da resistência.

Da definição de resistência equivalente, escrevemos:

$$i = \frac{U}{R_{eq}} \quad \textcircled{3}$$

Substituindo as equações $\textcircled{2}$ e $\textcircled{3}$ em $\textcircled{1}$, obtemos:

$$\frac{U}{R_{eq}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Para simplificar o entendimento do conceito, particularizamos as figuras e as demonstrações para três resistores. No entanto, os resultados obtidos podem ser estendidos para n resistores em paralelo. Assim:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_n$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Exemplo 11

Nas figuras 22 e 23 temos três resistores cujas resistências são: $R_1 = 6 \Omega$, $R_2 = 12 \Omega$ e $R_3 = 4 \Omega$. Eles estão montados de duas maneiras distintas, mas em ambos os casos estão associados em paralelo. Observe a divisão de corrente, possibilitando três caminhos distintos (setas pretas).

Para calcular a resistência equivalente, usamos:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{2}{12} + \frac{1}{12} + \frac{3}{12} = \frac{6}{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_{eq} = 2 \Omega$$

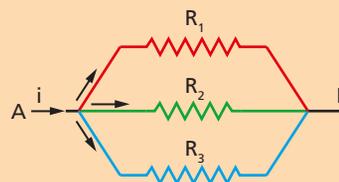


Figura 22. Resistores associados em paralelo.

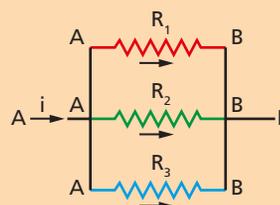


Figura 23. Resistores associados em paralelo.

ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Exemplo 12

Na figura 22 (Exemplo 11) a ddp entre os pontos A e B vale 120 V. Estando os três resistores em paralelo, em cada um deles a ddp também vale 120 V (observe a figura 23). As intensidades de corrente elétrica que os percorrem valem, respectivamente:

$$i_1 = \frac{U}{R_1}; i_2 = \frac{U}{R_2}; i_3 = \frac{U}{R_3}$$

Assim:

$$i_1 = \frac{120}{6} = 20 \text{ A}; i_2 = \frac{120}{12} = 10 \text{ A}; i_3 = \frac{120}{4} = 30 \text{ A}$$

A intensidade total da corrente elétrica que atravessa a associação é:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = 20 + 10 + 30 \Rightarrow i = 60 \text{ A}$$

Estratégia: vamos aplicar a Lei de Ohm na resistência equivalente:

$$U = R_{\text{eq}} \cdot i$$

$$U = (2) \cdot (60) \Rightarrow U = 120 \text{ V}$$

Observemos que o valor encontrado é exatamente a tensão entre os dois terminais, A e B . Esse é um modo de verificar se os nossos cálculos estão corretos.

Resistores iguais em paralelo

Na figura 24, temos N resistores idênticos em paralelo. Cada um deles possui uma resistência elétrica R .

A sua resistência equivalente é dada por:

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \dots + \frac{1}{R}$$

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{N}{R} \Rightarrow R_{\text{eq}} = \frac{R}{N}$$

Todos os resistores da associação serão percorridos por correntes elétricas iguais, de intensidade i . Chamando de i_{tot} a intensidade total da corrente elétrica que atravessa a associação de A para B , temos:

$$i = \frac{i_{\text{tot}}}{N}$$

Dois resistores quaisquer em paralelo

O cálculo da resistência equivalente para dois e apenas dois resistores em paralelo pode ser simplificado. Vejamos:

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$
$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{R_2}{R_1 \cdot R_2} + \frac{R_1}{R_1 \cdot R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$$

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

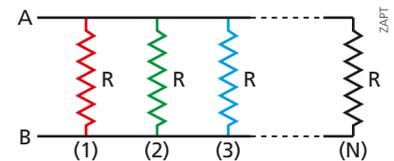


Figura 24.

Exemplo 13

Se associarmos em paralelo quatro resistores idênticos de resistência R , a resistência equivalente será igual ao valor de uma resistência dividido por quatro:

$$R_{\text{eq}} = \frac{R}{4}$$

OBSERVAÇÃO

Não se pode generalizar o resultado obtido, produto pela soma das resistências. A equação é um resultado particular deduzido apenas para duas resistências elétricas em paralelo.

Exemplo 14

Tomemos dois resistores em paralelo, cujas resistências elétricas valem: $6,0 \Omega$ e $3,0 \Omega$. Vamos calcular a resistência equivalente usando o produto dividido pela soma das duas resistências elétricas dadas:

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_{\text{eq}} = \frac{6,0 \cdot 3,0}{6,0 + 3,0} = \frac{18}{9,0} \Rightarrow R_{\text{eq}} = 2,0 \Omega$$

Observemos a seguinte propriedade: a resistência equivalente (R_p) de uma associação em paralelo é sempre menor que qualquer uma das resistências dessa associação. Isso se justifica do seguinte modo:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Portanto:

$$\frac{1}{R_p} > \frac{1}{R_1} \text{ e ainda } \frac{1}{R_p} > \frac{1}{R_2}$$

Logo: $R_p < R_1$ e também $R_p < R_2$.

Embora na demonstração tivéssemos usado apenas duas resistências, ela é geral, pois partimos da equação dos inversos, e não de um caso particular. Nos Exemplos 11 e 13 fica evidente a propriedade.

Reostato de ponto

Como exemplo de associação de resistores iguais ligados em série, temos um outro tipo de reostato, denominado **reostato de pontos**. Nele a resistência elétrica varia descontinuamente, pela variação do número de resistores associados, conforme se muda a posição da chave Ch (fig. 25).

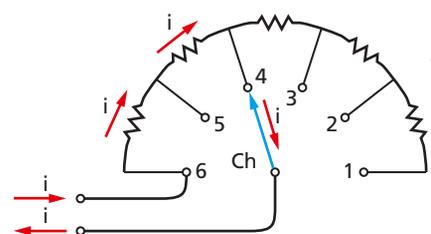


Figura 25. Reostato de pontos.

Valores nominais associados a uma lâmpada

Quando o fabricante da lâmpada a projeta, ele o faz para que ela funcione a uma determinada ddp, a qual se denomina **tensão nominal** da lâmpada. Do mesmo modo se definem a **corrente nominal** e a **resistência nominal**. Em resumo: valores nominais são aqueles que saem de fábrica.

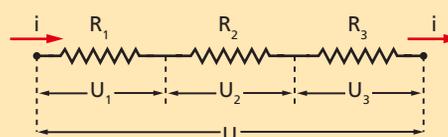
Exercícios de Aplicação

31. Tem-se três resistores de resistências elétricas $R_1 = 6,0 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$ e $R_3 = 20 \Omega$. Esses resistores são associados em série e a associação é submetida à ddp $U = 180 \text{ V}$. Determine:

- a resistência elétrica do resistor equivalente à associação;
- a intensidade de corrente elétrica que atravessa a associação;
- a ddp em cada um dos resistores associados.

Resolução:

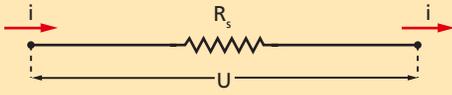
a) A resistência elétrica do resistor equivalente (R_s) é dada por:



$$R_s = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R_s = 6,0 + 10 + 20 \Rightarrow R_s = 36 \Omega$$

- b) A intensidade da corrente elétrica que atravessa a associação é igual à da que atravessa o resistor equivalente quando submetido à mesma ddp. Aplicando a Lei de Ohm, temos:



$$U = R_s \cdot i \Rightarrow i = \frac{U}{R_s} = \frac{180}{36} \Rightarrow i = 5,0 \text{ A}$$

- c) Aplicando novamente a Lei de Ohm a cada resistor associado, obtemos as respectivas ddp:

$$U_1 = R_1 \cdot i \Rightarrow U_1 = 6,0 \cdot 5,0 \Rightarrow U_1 = 30 \text{ V}$$

$$U_2 = R_2 \cdot i \Rightarrow U_2 = 10 \cdot 5,0 \Rightarrow U_2 = 50 \text{ V}$$

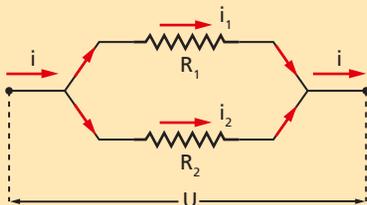
$$U_3 = R_3 \cdot i \Rightarrow U_3 = 20 \cdot 5,0 \Rightarrow U_3 = 100 \text{ V}$$

- 32.** Associam-se em série três resistores de resistências elétricas $R_1 = 80 \Omega$, $R_2 = 12 \Omega$ e $R_3 = 20 \Omega$. Determine:

- a resistência elétrica do resistor equivalente à associação;
- a ddp que deve ser estabelecida nos terminais da associação para que a intensidade de corrente em cada resistor seja igual a $7,0 \text{ A}$;
- nas condições do item *b*, a ddp em cada resistor associado.

- 33.** Três resistores idênticos, de resistência elétrica R , estão associados em série e conectados aos terminais de um gerador que lhes fornece uma tensão elétrica de 66 V . Qual é a tensão elétrica em cada resistor?

- 34.** São associados em paralelo dois resistores de resistência elétrica $R_1 = 6,0 \Omega$ e $R_2 = 12 \Omega$. A associação é submetida à ddp $U = 48 \text{ V}$.



Determine:

- a resistência elétrica do resistor equivalente à associação;
- a intensidade da corrente elétrica que percorre o resistor equivalente;
- a intensidade da corrente elétrica que percorre cada um dos resistores associados.

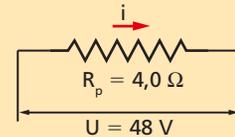
Resolução:

- a) Como são dois resistores associados em paralelo, a resistência do resistor equivalente pode ser calculada pela razão entre o produto e a soma das resistências dos resistores associados:

$$R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_p = \frac{6,0 \cdot 12}{6,0 + 12} = \frac{72}{18}$$

$$R_p = 4,0 \Omega$$

- b) Aplicando a Lei de Ohm para o resistor equivalente, sendo $U = 48 \text{ V}$, temos:



$$U = R_p \cdot i$$

$$i = \frac{U}{R_p} \Rightarrow i = \frac{48}{4,0} \Rightarrow i = 12 \text{ A}$$

- c) A aplicação da Lei de Ohm a cada um dos resistores associados fornece:

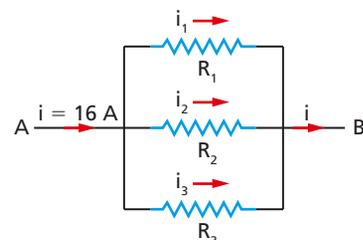
$$i_1 = \frac{U}{R_1} \Rightarrow i_1 = \frac{48}{6,0} \Rightarrow i_1 = 8,0 \text{ A}$$

$$i_2 = \frac{U}{R_2} \Rightarrow i_2 = \frac{48}{12} \Rightarrow i_2 = 4,0 \text{ A}$$

- 35.** Dois resistores, de resistências elétricas $R_1 = 15 \Omega$ e $R_2 = 10 \Omega$, são associados em paralelo e submetem-se a associação à ddp $U = 60 \text{ V}$. Determine:

- a resistência elétrica do resistor equivalente à associação;
- a intensidade da corrente elétrica que percorre o resistor equivalente;
- a intensidade da corrente elétrica que percorre cada um dos resistores associados.

- 36.** Três resistores, de resistências elétricas $R_1 = 6,0 \Omega$, $R_2 = 8,0 \Omega$ e $R_3 = 24 \Omega$, estão associados em paralelo como mostra a figura.



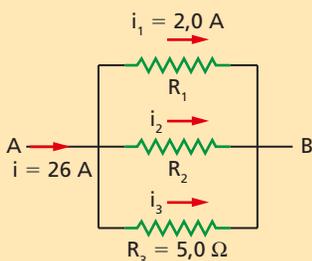
ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Determine:

- a resistência equivalente da associação;
- a tensão elétrica entre *A* e *B*;
- a intensidade de corrente elétrica em cada resistor.

37. Três resistores estão associados em paralelo. A tensão elétrica entre os terminais A e B da associação é igual a 100 V, e a intensidade total da corrente elétrica, 26 A. No primeiro resistor a corrente elétrica parcial tem intensidade 2,0 A. Determine:

- a) as intensidade de corrente i_2 e i_3 ;
b) o valor da resistência R_2 .



Resolução:

Estando os resistores em paralelo, a tensão elétrica é a mesma nos três e igual à ddp entre os terminais da associação: $U = 100$ V.

A intensidade total de corrente elétrica (i) é igual à soma das três intensidades parciais (i_1, i_2, i_3).

- a) Para o resistor de resistência elétrica $R_3 = 5,0 \Omega$, tem-se $U = 100$ V. A aplicação da Lei de Ohm fornece:

$$U = R_3 \cdot i_3$$

$$i_3 = \frac{U}{R_3} \Rightarrow i_3 = \frac{100}{5,0} \Rightarrow i_3 = 20 \text{ A}$$

Na associação em paralelo dos três resistores, tem-se $i = i_1 + i_2 + i_3$. Como $i = 26$ A e considerando-se os valores de $i_3 = 20$ A e $i_1 = 2,0$ A, vem:

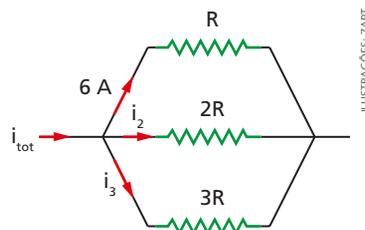
$$26 = 2,0 + i_2 + 20 \Rightarrow i_2 = 4,0 \text{ A}$$

- b) Aplicando a Lei de Ohm ao resistor de resistência elétrica R_2 , sendo $U = 100$ V, vem:

$$U = R_2 \cdot i_2$$

$$R_2 = \frac{U}{i_2} \Rightarrow R_2 = \frac{100}{4,0} \Rightarrow R_2 = 25 \Omega$$

38. Na figura temos três resistores conectados por fios ideais, formando a figura de um hexágono regular. Conhece-se a intensidade da corrente elétrica no primeiro resistor de resistência R , que é de 6 A.

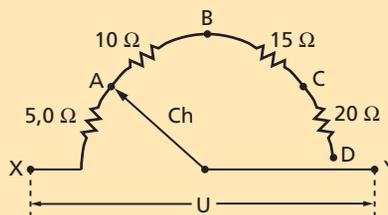


ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Determine:

- a) as intensidades das correntes elétricas i_2 e i_3 ;
b) a intensidade total da corrente elétrica;
c) a resistência elétrica equivalente em função de R .

39. A figura representa um reostato de pontos, no qual a resistência varia descontinuamente quando a chave Ch é colocada nos pontos A, B, C e D. Se a ddp nos terminais da associação vale 210 V, qual a intensidade da corrente elétrica que percorre o reostato para cada uma das posições da chave?



Resolução:

Estando a chave Ch no ponto A, a resistência do reostato vale $R_1 = 5,0 \Omega$. Sendo $U = 210$ V, a aplicação da Lei de Ohm fornece:

$$U = R_1 \cdot i_1$$

$$i_1 = \frac{U}{R_1} \Rightarrow i_1 = \frac{210}{5,0} \Rightarrow i_1 = 42 \text{ A}$$

Na posição B, ficam associados em série os resistores de resistências $5,0 \Omega$ e 10Ω . Assim, a resistência do reostato passa a ser $R_2 = (5,0 + 10) \Omega = 15 \Omega$. Aplicando a Lei de Ohm, vem:

$$U = R_2 \cdot i_2$$

$$i_2 = \frac{U}{R_2} \Rightarrow i_2 = \frac{210}{15} \Rightarrow i_2 = 14 \text{ A}$$

Quando a chave é colocada em C, a resistência elétrica do reostato passa a valer $R_3 = (5,0 + 10 + 15) \Omega = 30 \Omega$. A Lei de Ohm aplicada ao circuito fornece:

$$U = R_3 \cdot i_3$$

$$i_3 = \frac{U}{R_3} \Rightarrow i_3 = \frac{210}{30} \Rightarrow i_3 = 7,0 \text{ A}$$

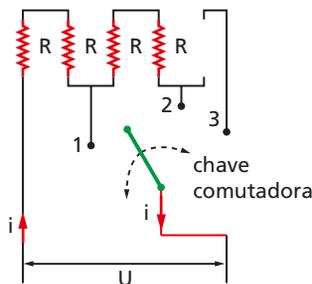
Para a posição *D* da chave, os quatro resistores do reostato ficam associados em série, de modo que a resistência total passa a ser $R_4 = (5,0 + 10 + 15 + 20) \Omega = 50 \Omega$.

Aplicando a Lei de Ohm, temos:

$$U = R_4 \cdot i_4$$

$$i_4 = \frac{U}{R_4} \Rightarrow i_4 = \frac{210}{50} \Rightarrow i_4 = 4,2 \text{ A}$$

40. No esquema temos uma versão diferente do reostato de pontos. Girando-se a chave comutadora, variamos a resistência equivalente. Essa versão é bastante usada em chuveiros elétricos para se ter água fria, morna e quente. Nesse caso, a tensão é mantida constante e igual a $U = 220 \text{ V}$.



Analise as proposições a seguir e assinale verdadeira ou falsa para cada uma delas:

- I. Para que se tenha água fria no chuveiro, a chave comutadora deve ser posicionada em 3.
- II. Na posição 1, a resistência equivalente vale $\frac{R}{2}$.
- III. Na posição 2, a resistência equivalente vale $4R$.
- IV. Água quente se obtém com a chave comutadora em 1.

É(são) verdadeira(s):

- a) apenas I.
- b) apenas II e III.
- c) apenas I, III e IV.
- d) apenas III e IV.
- e) todas elas.

41. Determine a resistência equivalente entre os terminais *A* e *B* da conexão da figura *a*. Os condutores que interligam os resistores têm resistência elétrica nula, ou seja, são ideais.

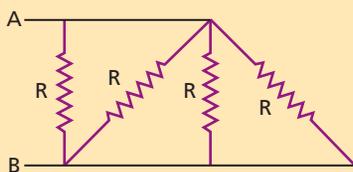


Figura *a*.

Resolução:

Como os condutores têm resistência elétrica nula, então o potencial elétrico é o mesmo ao longo desse condutor.

Regra da letra:

Se temos um mesmo potencial, podemos usar uma mesma letra ao longo do condutor, como na fig. *b*.

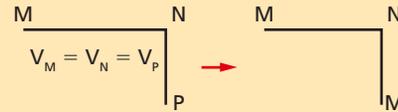


Figura *b*.

Aplicando a regra da letra, o nosso circuito elétrico ficará assim:

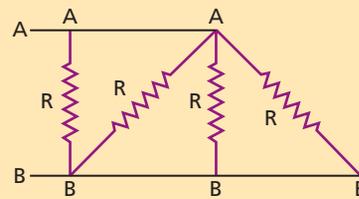


Figura *c*.

Observemos que todos os quatro resistores estão conectados entre os pontos *A* e *B*. Logo, trata-se de uma associação de resistores em paralelo.

Podemos, então, fazer uma nova figura equivalente, como se segue:

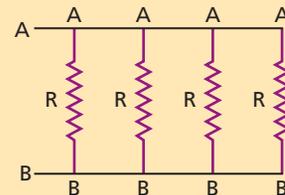
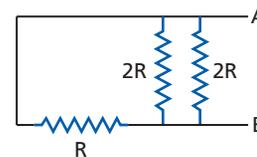


Figura *d*.

Facilmente se reconhece que temos quatro resistências elétricas iguais em paralelo:

$$R_{eq} = \frac{R}{4}$$

42. Considere a associação entre os terminais *A* e *B*, constituída por três resistores.



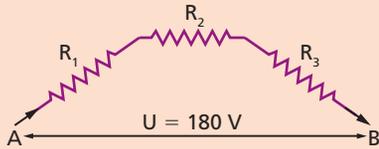
ILUSTRAÇÕES: ZAPET

A resistência equivalente entre os seus terminais é:

- a) $\frac{R}{3}$
- b) $\frac{R}{2}$
- c) R
- d) $2R$
- e) $3R$

Exercícios de Reforço

43. Entre os pontos A e B da associação foi aplicada uma tensão de 180 V . São dadas as três resistências elétricas: $R_1 = 24\ \Omega$; $R_2 = 13\ \Omega$ e $R_3 = 8,0\ \Omega$.



Determine:

- a intensidade da corrente elétrica que percorre os resistores;
 - a ddp em cada um dos resistores.
44. Nas figuras são apresentadas três associações de resistores. Determine a resistência equivalente entre os terminais A e B , em cada caso.

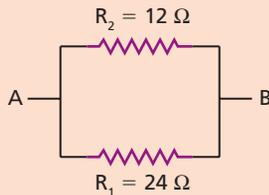


Figura a.

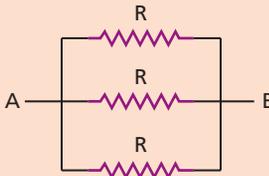


Figura b.

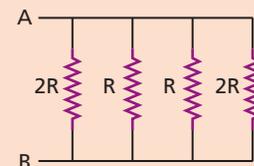
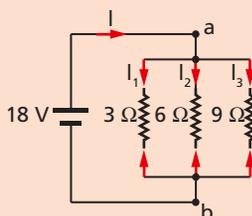


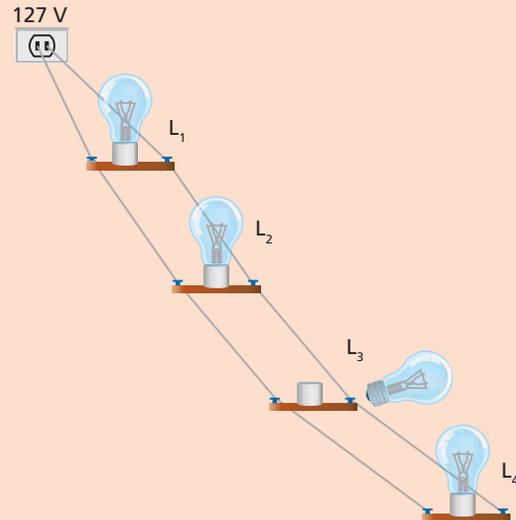
Figura c.

45. (Unesp-SP) As instalações elétricas em nossas casas são projetadas de forma que os aparelhos sejam sempre conectados em paralelo. Dessa maneira, cada aparelho opera de forma independente. A figura mostra três resistores conectados em paralelo.

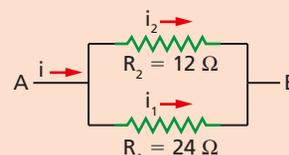


Desprezando-se as resistências dos fios de ligação, o valor da corrente em cada resistor é:

- $I_1 = 3\text{ A}$, $I_2 = 6\text{ A}$ e $I_3 = 9\text{ A}$
 - $I_1 = 6\text{ A}$, $I_2 = 3\text{ A}$ e $I_3 = 2\text{ A}$
 - $I_1 = 6\text{ A}$, $I_2 = 6\text{ A}$ e $I_3 = 6\text{ A}$
 - $I_1 = 9\text{ A}$, $I_2 = 6\text{ A}$ e $I_3 = 3\text{ A}$
 - $I_1 = 15\text{ A}$, $I_2 = 12\text{ A}$ e $I_3 = 9\text{ A}$
46. No circuito montado e esquematizado na figura, as quatro lâmpadas são idênticas, e sua tensão nominal é de 127 V . Elas estavam enroscadas nos seus soquetes (bocal) quando os dois fios foram ligados a uma tomada de 127 V . Inicialmente as quatro lâmpadas acenderam. Desenroscamos a lâmpada L_3 do seu bocal. O que ocorreu?

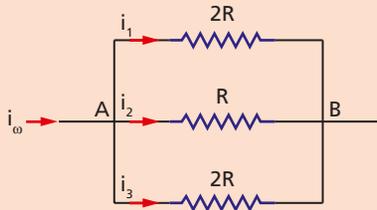


- As outras três lâmpadas permaneceram acesas.
 - As outras três lâmpadas se apagaram.
 - Apenas L_4 se apagou.
 - Apenas L_1 e L_2 se apagaram.
 - Apenas L_2 e L_4 se apagaram.
47. Temos uma associação em paralelo constituída de dois resistores cujas resistências elétricas estão dadas na própria figura. A intensidade total da corrente elétrica que circula de A para B é $i = 6,0\text{ A}$. Determine as intensidades parciais de corrente em R_1 e em R_2 .

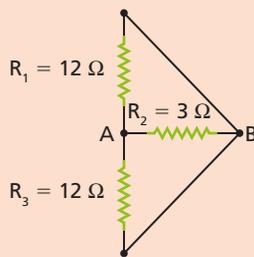


ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

48. Três resistores estão associados em paralelo. A intensidade total da corrente elétrica que circula de A para B vale 16 A , e as resistências elétricas são $2R$, R e $2R$, como mostra a figura. Determine as intensidades de corrente parciais: i_1 , i_2 e i_3 .



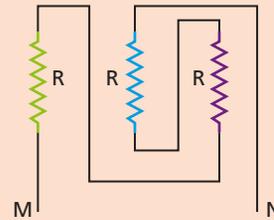
49. No esquema estão associados três resistores, cujas resistências estão indicadas na própria figura.



A resistência equivalente entre os terminais A e B vale:

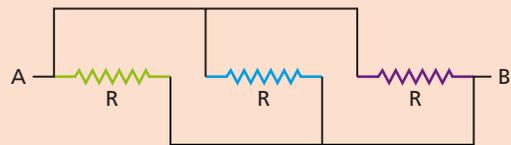
- a) zero c) $18\ \Omega$ e) $27\ \Omega$
 b) $2\ \Omega$ d) $24\ \Omega$

50. No vidro traseiro de um carro está impresso um circuito elétrico cuja finalidade é o aquecimento em dias de neblina. Esse circuito pode ser simplificado e esquematizado como mostra a figura. Os fios resistivos estão simbolizados por resistores, e os demais condutores são ideais. A resistência equivalente entre os terminais A e B vale:



- a) $\frac{R}{3}$ b) $\frac{2R}{3}$ c) $\frac{3R}{2}$ d) $\frac{4R}{3}$ e) $3R$

51. Considere a associação de três resistores idênticos, de resistência R , como mostra a figura.



A resistência equivalente entre os seus terminais vale:

- a) zero b) $\frac{R}{3}$ c) R d) $\frac{2R}{3}$ e) $3R$

Associação mista de resistores

Há casos em que não se tem uma associação de resistores em série, nem em paralelo, mas um combinado dessas duas. Muitas vezes o cálculo da resistência equivalente pode se tornar bastante difícil e há necessidade de se usar algumas estratégias.

Inicialmente vamos mostrar um exemplo básico de associação, a qual denominamos **associação paralelo-série**.

Exemplo 15

Temos na figura 26 três resistores associados. Observemos que R_1 não está em série com R_2 , tampouco com R_3 ; no entanto, R_2 está em paralelo com R_3 .

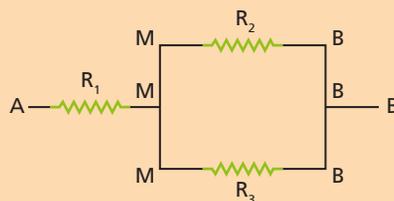


Figura 26.

ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Assim, para calcular a resistência equivalente, devemos inicialmente calcular a resistência R_p equivalente da associação em paralelo de R_2 com R_3 , fazer uma nova figura e inserir entre M e B o resistor R_p (fig. 27).

Vamos supor que fossem dados os seguintes valores: $R_1 = 5 \Omega$; $R_2 = 6 \Omega$ e $R_3 = 3 \Omega$.

Calculemos a resistência equivalente R_p entre R_2 e R_3 em paralelo:

$$R_p = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = \frac{18}{9} \Rightarrow R_p = 2 \Omega$$

Finalmente, fazemos:

$$R_{eq} = 5 \Omega + 2 \Omega \Rightarrow R_{eq} = 7 \Omega$$

Não existe uma regra prática, mas sim estratégias que servem para aquela associação. A única recomendação é uma análise prévia do circuito para se descobrir o ponto de entrada.

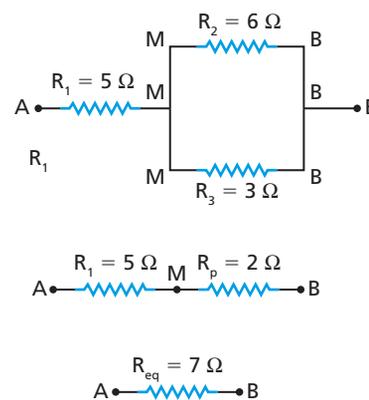


Figura 27.

Exercícios de Aplicação

52. No circuito da figura *a*, temos quatro resistores conectados formando uma associação mista. Determine a resistência equivalente da associação.

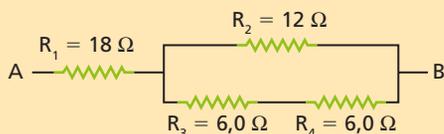


Figura *a*.

Resolução:

Inicialmente, vamos observar que R_2 não está em paralelo com R_3 , tampouco com R_4 , pois não existe entre dois deles uma conexão dupla de terminais. No entanto, R_3 está **em série** com R_4 , pois entre eles existe uma única conexão de terminais. Vamos acompanhar cada uma das passagens pelas figuras *b*, *c* e *d*.

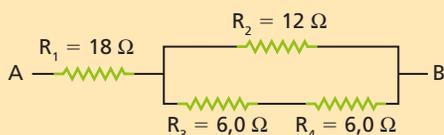


Figura *b*.

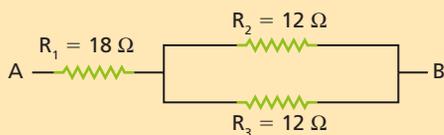


Figura *c*.

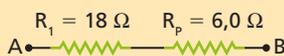


Figura *d*.

Na figura *b*:

$$R_s = R_3 + R_4$$

$$R_s = 6,0 \Omega + 6,0 \Omega \Rightarrow R_s = 12 \Omega$$

Na figura *c*, verificamos a existência de um paralelismo entre R_2 e R_s :

$$R_p = \frac{12 \Omega}{2} \Rightarrow R_p = 6,0 \Omega$$

Na figura *d* temos, então, dois resistores em série e vamos determinar, finalmente, a resistência equivalente:

$$R_{eq} = R_1 + R_p$$

$$R_{eq} = 18 \Omega + 6,0 \Omega \Rightarrow R_{eq} = 24 \Omega$$

53. Nas figuras *a*, *b* e *c*, determine as resistências equivalentes entre os terminais A e B .

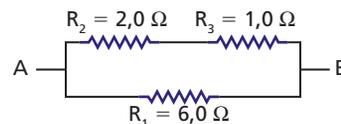


Figura *a*.

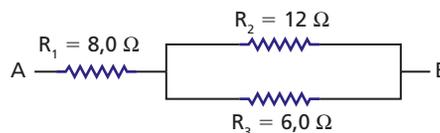


Figura *b*.

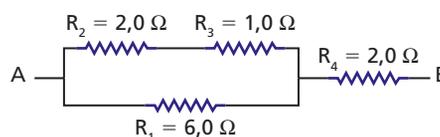
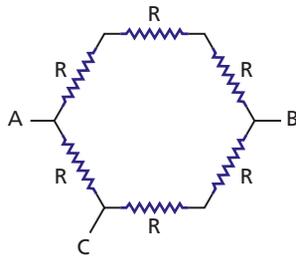


Figura *c*.

54. Na associação abaixo temos um hexágono regular em cujos lados estão conectados seis resistores idênticos de resistência R . Os fios de conexão são ideais.



Determine a resistência equivalente entre os terminais:

- a) A e B b) A e C c) B e C

55. Determine a resistência equivalente do quadrado de resistores da figura a. Os terminais são os pontos M e N .

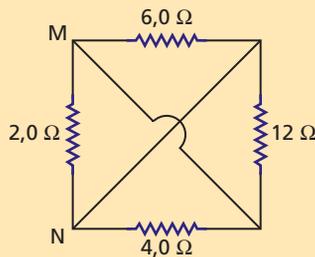


Figura a.

Resolução:

Inicialmente vamos entender como se interpreta o cruzamento dos dois fios das diagonais:

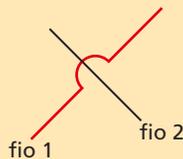


Figura b. Esta representação significa que o fio 1 passa por baixo do fio 2, sem que se toquem.

Agora vamos colocar uma letra em cada vértice do quadrado, lembrando que em um condutor ideal todos os pontos têm o mesmo potencial e, portanto, usa-se uma mesma letra em seus pontos. A nossa figura fica como mostrado na figura c.

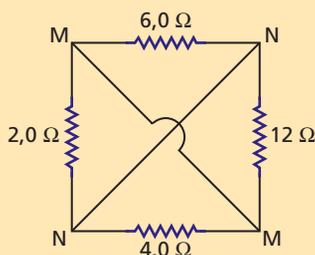


Figura c.

Observemos que o nosso circuito tem apenas dois nós diferentes: o M e o N . Isso demonstra que os resistores estão em paralelo, como desenhamos na figura d.

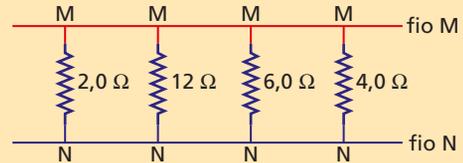


Figura d.

Assim, a resistência equivalente é dada por:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{2,0} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6,0} + \frac{1}{4,0}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{6}{12} + \frac{1}{12} + \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{12}{12}$$

$$R_{eq} = 1,0 \Omega$$

56. Determine a resistência equivalente das associações dadas nas figuras a e b a seguir.

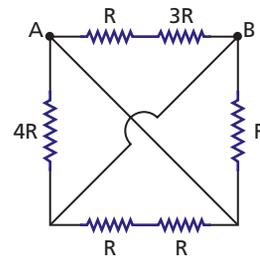


Figura a.

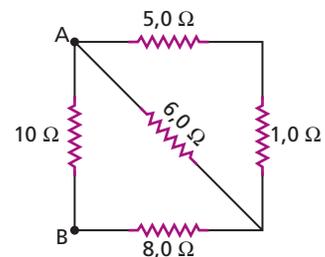
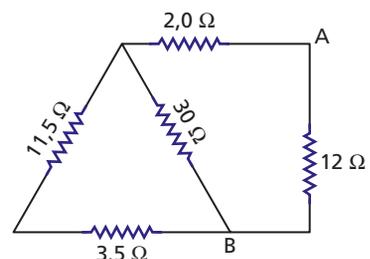


Figura b.

57. A resistência equivalente da associação, vista pelos seus terminais A e B , vale:

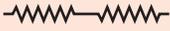


ILUSTRAÇÕES: ZAPT

- a) 6,0 Ω c) 14,5 Ω e) 18 Ω
b) 12 Ω d) 15 Ω

Exercícios de Reforço

58. Um jovem estudante universitário, ao constatar que o chuveiro da sua república havia queimado, resolveu usar seus conhecimentos de Física para consertá-lo. Como não encontrou resistor igual na loja de ferragens, mas apenas resistores com o dobro da resistência original da de seu chuveiro, o estudante teve que improvisar, fazendo associação de resistores. Qual das alternativas mostra a associação correta para que o jovem obtenha resistência igual à de seu chuveiro?

- a)  d) 
 b)  e) 
 c) 

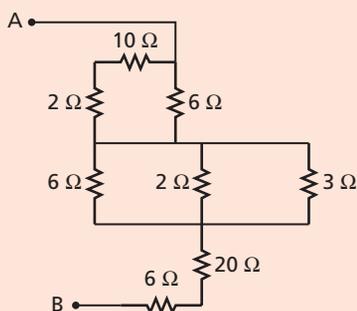
59. (Cefet-MG) Dois resistores de $2,0 \Omega$ e $4,0 \Omega$ são ligados em série e, em seguida, o conjunto é conectado em paralelo a um resistor de 12Ω . A resistência equivalente dessa associação, em Ω , é:

- a) 2,0 c) 8,0 e) 16
 b) 4,0 d) 12

60. (ESCSCM-ES) Dois resistores R_1 e R_2 , quando associados em série, produzem uma resistência equivalente a 10Ω e, quando associados em paralelo, produzem uma resistência equivalente de $2,5 \Omega$. Os valores de R_1 e R_2 são, respectivamente:

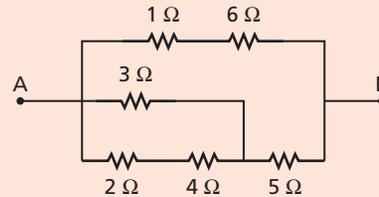
- a) 7Ω e 3Ω
 b) $6,5 \Omega$ e $3,5 \Omega$
 c) 6Ω e 4Ω
 d) $5,5 \Omega$ e $4,5 \Omega$
 e) 5Ω e 5Ω

61. (UF-SC) Qual é o valor, em ohms, da resistência equivalente R_{AB} da associação de resistores representada?

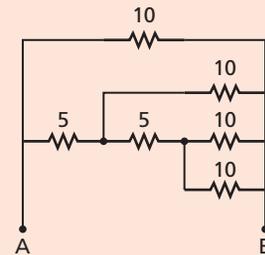


62. (AFA-SP) A resistência equivalente da associação de resistores é:

- a) $1,4 \Omega$ c) $3,5 \Omega$
 b) $2,5 \Omega$ d) $4,2 \Omega$



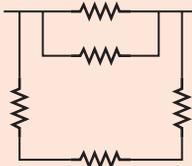
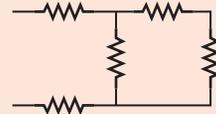
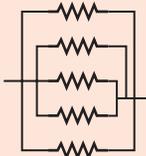
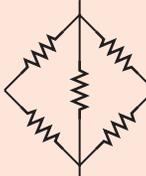
63. No circuito elétrico esquematizado, os valores das resistências estão dados em ohms. Calcule a resistência equivalente entre os pontos A e B, em ohms.



Enunciado para as questões 64 e 65:

Num laboratório, dispõe-se apenas de resistores de 1000Ω , de corrente nominal $0,10 \text{ A}$. Deseja-se um resistor de 200Ω , para utilização num determinado circuito.

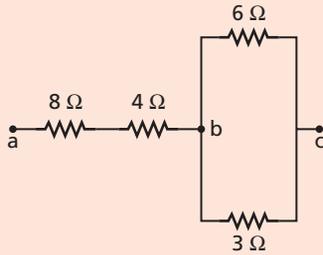
64. (UF-BA) Uma maneira adequada de associar os resistores disponíveis é:

- a)  d) 
 b)  e) 
 c) 

65. (UF-BA) A corrente total máxima permitida no circuito do teste anterior é igual a:

- a) 0,10 A d) 0,40 A
 b) 0,20 A e) 0,50 A
 c) 0,30 A

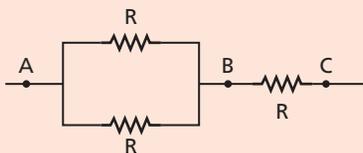
66. (Unesp-SP) Quatro resistores, de resistência 8Ω , 4Ω , 6Ω e 3Ω , estão conectados como mostra a figura.



Sabendo-se que a diferença de potencial entre os pontos a e c é de 42 V , as correntes que passam nos resistores de 4Ω , 6Ω e 3Ω são, respectivamente:

- a) 1 A, 2 A e 3 A d) 3 A, 1 A e 2 A
 b) 2 A, 3 A e 2 A e) 3 A, 2 A e 1 A
 c) 2 A, 1 A e 3 A

67. (Unesp-SP) A figura representa uma associação de três resistores, todos de mesma resistência R .



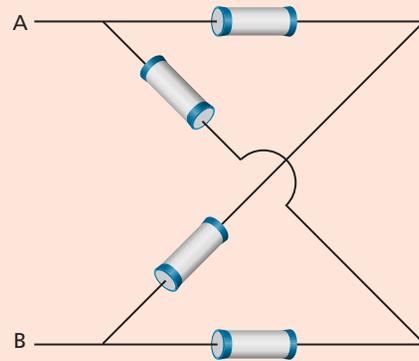
Se aplicarmos uma tensão de 6 volts entre os pontos A e C , a tensão a que ficará submetido o resistor ligado entre B e C será igual a:

- a) 1 volt d) 4 volts
 b) 2 volts e) 5 volts
 c) 3 volts

68. (UF-AM) Conectando-se em série dez resistores iguais sob uma tensão de 120 V , observa-se que a corrente que flui no circuito é de $0,2 \text{ A}$. Se estes mesmos resistores forem conectados em paralelo com a mesma tensão de 120 V , podemos afirmar que a corrente total neste circuito vale:

- a) 36 A d) 12 A
 b) 24 A e) 20 A
 c) 15 A

69. (F. M. Triângulo Mineiro-MG) É comum, em circuitos elétricos, que um fio passe sobre o outro sem que haja contato elétrico, sendo a indicação dessa situação, no esquema elétrico do circuito, dada por um pequeno arco no ponto em que haverá sobreposição. Utilizando resistores de 100Ω , o professor desejava que seus alunos montassem o circuito indicado a seguir e posteriormente medissem, com seus ohmímetros, o valor da resistência equivalente entre os pontos A e B .

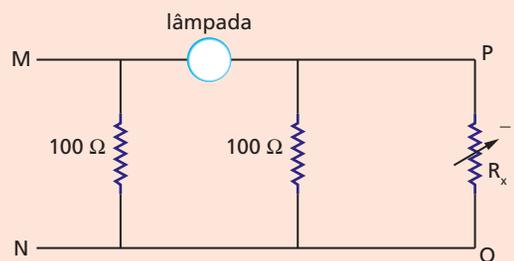


Circuito proposto aos alunos.

Um aluno desatento, interpretando erradamente o salto de um fio sobre o outro, montou seu circuito unindo os dois fios em um ponto comum. Como consequência, a resistência equivalente de seu circuito, em Ω , resultou:

- a) 25 d) 200
 b) 50 e) 500
 c) 100

70. Num experimento de laboratório, o professor montou o circuito elétrico da figura e o objetivo seria o de obter uma resistência elétrica equivalente a 50Ω entre os dois terminais M e N . A lâmpada inserida no circuito tem resistência de 20Ω . Como só havia resistores de 100Ω disponíveis, o professor colocou um reostato em paralelo com o último resistor de 100Ω . Determine o valor R_x que se deve obter no reostato para que o experimento tenha sucesso.



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

7. Curto-circuito de um resistor

Se, num circuito elétrico, os terminais de um resistor forem ligados por um fio condutor de resistência elétrica desprezível, a ddp nos terminais desse resistor torna-se nula.

Na figura 28 temos: $V_A = V_B$. Nesse caso, dizemos que o resistor em questão está em **curto-circuito**, não sendo atravessado por corrente elétrica:

$$U = R \cdot i \Rightarrow U = 0 \Rightarrow i = 0$$

Havendo curto-circuito, toda a corrente elétrica do circuito se desvia pelo condutor de resistência nula (fig. 28). Para todos os efeitos práticos, é como se o resistor não estivesse associado no circuito. Num novo esquema do circuito, podemos considerar os pontos ligados pelo condutor (A e B na fig. 29) como coincidentes, deixando de representar o resistor.

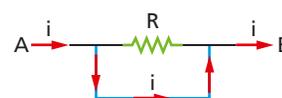


Figura 28. Resistor em curto-circuito.

ILUSTRAÇÕES: ZAPET

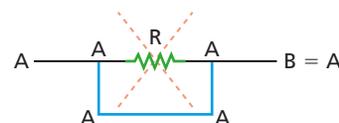


Figura 29.

Exemplo 16

Entre os terminais A e B da figura 30 temos três resistores. Vamos calcular a resistência equivalente entre os dois terminais A e B . Observemos que o resistor R_2 está em curto-circuito. Observe que os seus dois terminais são um mesmo ponto: C .

Assim, eliminamos R_2 e ficamos apenas com R_1 em série com R_3 .

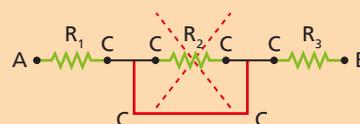


Figura 30.

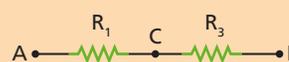
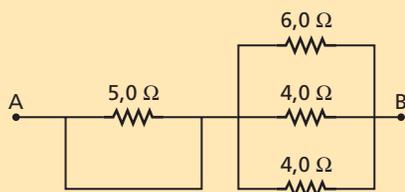


Figura 31.

Exercícios de Aplicação

71. A associação de resistores esquematizada é submetida, entre seus extremos A e B , a uma ddp igual a 30 V.



Determine:

- a resistência do resistor equivalente à associação;
- a intensidade da corrente em cada resistor.

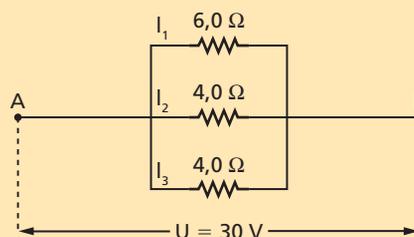
Resolução:

- O resistor de resistência $5,0 \Omega$ está em curto-circuito e, portanto, pode ser eliminado da associação. Teremos, então, apenas os outros três resistores associados em paralelo:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{6,0} + \frac{1}{4,0} + \frac{1}{4,0} = \frac{2 + 3 + 3}{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{8}{12} \Rightarrow R = \frac{12}{8} \Rightarrow R = 1,5 \Omega$$

- A Lei de Ohm aplicada a cada um dos resistores associados fornece:



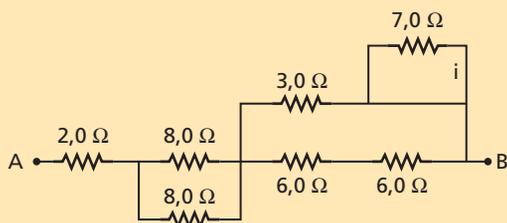
$$U = R_1 \cdot i_1 \Rightarrow i_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{30}{6,0} \Rightarrow i_1 = 5,0 \text{ A}$$

$$U = R_2 \cdot i_2 \Rightarrow i_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{30}{4,0} \Rightarrow i_2 = 7,5 \text{ A}$$

$$\text{Como } R_3 = R_2 = 4 \Omega, i_3 = i_2 \Rightarrow i_3 = 7,5 \text{ A}$$

O resistor de $5,0 \Omega$, estando em curto-circuito, não é percorrido por corrente.

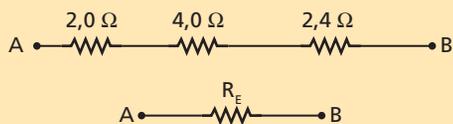
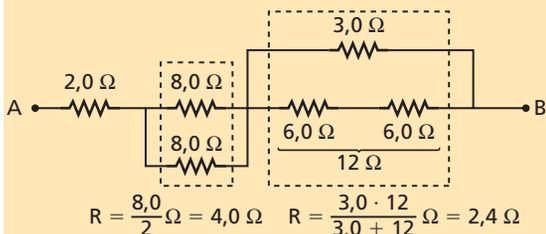
72. Considere a associação de resistores esquematizada:



- Determine a resistência do resistor equivalente.
- Se for estabelecida uma ddp de 168 V nos terminais A e B, qual a intensidade da corrente que passa em cada um dos resistores associados?

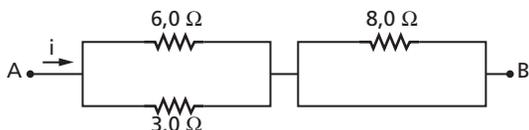
Resolução:

O resistor de $7,0 \Omega$ está em curto-circuito e deve ser eliminado do circuito. Desenhemos então um novo esquema:

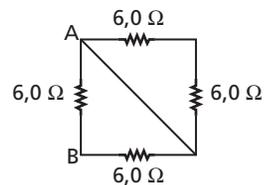


$$R_E = 2,0 + 4,0 + 2,4 \Rightarrow R_E = 8,4 \Omega$$

73. No circuito, há três resistores, sendo que um deles está em curto-circuito. Determine a resistência equivalente e esquematize o caminho da corrente elétrica.

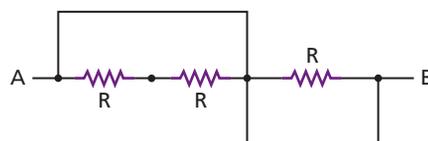


74. No circuito da figura, os terminais da associação são os pontos A e B. A resistência equivalente da associação vale:



- 24Ω
- 18Ω
- 12Ω
- $6,0 \Omega$
- $3,0 \Omega$

75. Considere o circuito da figura formado por três resistores idênticos. Os fios que fazem as conexões são fios ideais.



A resistência equivalente entre os terminais A e B vale:

- zero
- $\frac{R}{3}$
- $2R$
- R
- $3R$

76. Na associação da figura a, os três resistores têm uma resistência R. Aplicou-se uma ddp entre A e B de 60 V. Estando a chave aberta (desligada), a intensidade da corrente que atravessou o circuito foi 2,0 mA.

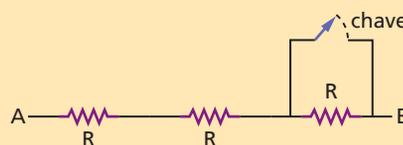


Figura a.

Determine:

- a resistência R de cada resistor;
- mantida a mesma ddp, a intensidade da nova corrente fechando-se a chave.

Resolução:

- a) Com a chave desligada, os três resistores ficam em série, e a resistência equivalente valerá $3R$.

Usando a Lei de Ohm:

$$U = 3R \cdot i$$

$$60 = 3R \cdot 2,0 \cdot 10^{-3} \Rightarrow R = 1,0 \cdot 10^4 \Omega$$

- b) Ligando-se a chave, o terceiro resistor fica em curto-circuito, e por ele não passa corrente.

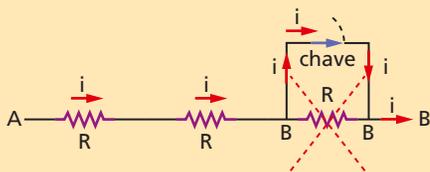


Figura b.

A resistência equivalente é dada por:

$$R_{eq} = 2R = 2 \cdot 1,0 \cdot 10^4 \Omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{eq} = 2,0 \cdot 10^4 \Omega$$

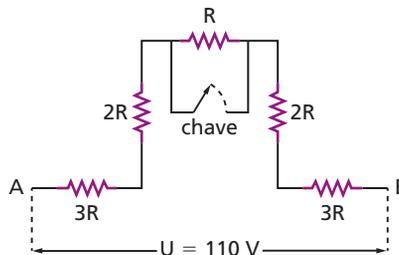
Usando a Lei de Ohm:

$$U = R_{eq} \cdot i$$

$$60 = 2,0 \cdot 10^4 \cdot i \Rightarrow i = 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i = 3,0 \text{ mA}$$

77. No circuito, com a chave desligada, a intensidade de corrente elétrica é 10 A. A chave é fechada, e circula de A para B uma nova corrente de intensidade I_2 , mantendo-se em ambos os casos uma ddp de 110 V.



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

Determine:

- o valor R ;
- a nova intensidade de corrente I_2 .

Exercícios de Reforço

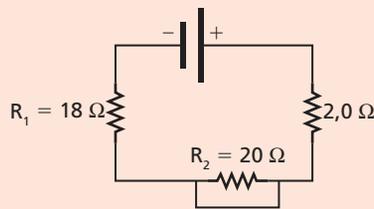
78. (Unifoa-RJ) Em cada uma das associações, temos três resistores iguais de resistência 11 Ω . Uma fonte mantém entre A e B uma ddp de 330 V. A intensidade de corrente em cada associação vale, respectivamente,



- 10 A, 20 A e 30 A
- 30 A, 20 A e 10 A
- 10 A, 15 A e 20 A

- 30 A, 15 A e 10 A
- 10 A, 15 A e 30 A

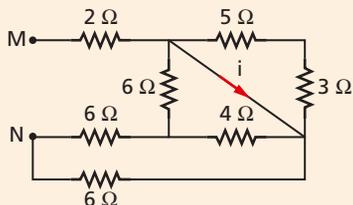
79. Considere o circuito elétrico desenhado na figura. O gerador tem uma fem igual a 40 V. Determine as intensidades das correntes elétricas que passam nos resistores R_1 e R_2 .



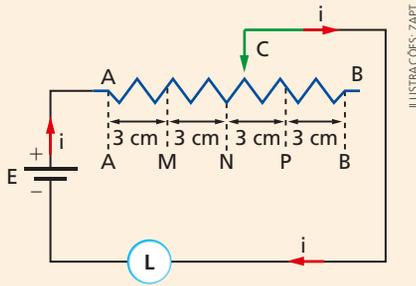
Exercícios de Aprofundamento

80. Na associação de resistores da figura, a tensão elétrica entre os pontos M e N vale 15 V, e os fios que fazem as conexões entre os resistores são ideais. A intensidade i da corrente elétrica indicada vale:

- zero
- 2 A
- 3 A
- 4 A
- 5 A



81. No esquema a seguir temos um gerador ideal de força eletromotriz igual a 60 V, um reostato e uma lâmpada cuja resistência é $R = 12 \Omega$. Para essa lâmpada, o seu fabricante recomenda uma intensidade de corrente máxima 2,0 A (para não queimar o filamento) e mínima de 1,0 A (para acender). Sabe-se que o reostato tem a sua resistência variável desde zero até 24 Ω , quando o seu cursor é deslizado do ponto A até o ponto B. Para acender a lâmpada, sem, contudo, queimá-la, o cursor do reostato deve se posicionar apenas entre os pontos:



ILUSTRAÇÕES: ZAPET

- a) A e B
b) M e N
c) B e M
d) B e P
e) A e P

82. Construiu-se um cone de PVC (material isolante) e inseriu-se na sua base um anel de cobre (fig. a). A seguir foram penduradas no cone n lâmpadas coloridas, conectadas no vértice V e no anel da base, representadas, na figura b, por n resistores de resistência R . Alimentou-se o circuito elétrico pelo vértice V pelo terminal B , conectado à sua base. A resistência equivalente entre o vértice V e o terminal B vale:

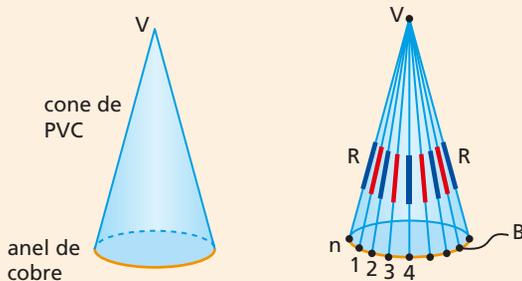
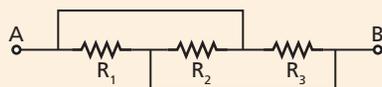


Figura a.

Figura b.

- a) nR
b) $(n - 1) \cdot R$
c) $\frac{R}{(n - 1)}$
d) $\frac{R}{(n + 1)}$
e) $\frac{R}{n}$
83. (ITA-SP) Determine a intensidade da corrente que atravessa o resistor R_2 da figura, quando a tensão entre os pontos A e B for igual a V e as resistências R_1 , R_2 e R_3 forem iguais a R .



- a) $\frac{V}{R}$
b) $\frac{V}{(3R)}$
c) $\frac{3V}{R}$
d) $\frac{2V}{(3R)}$
e) $\frac{9V}{R}$

84. (ITA-SP) As relações entre a intensidade de corrente i e a diferença de potencial U para dois elementos de circuito são representadas pelos gráficos a seguir.

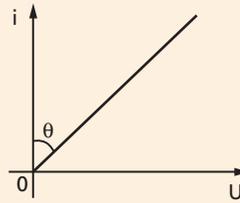


Figura 1.

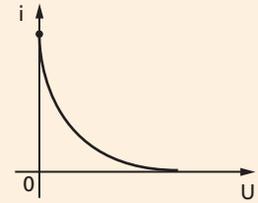


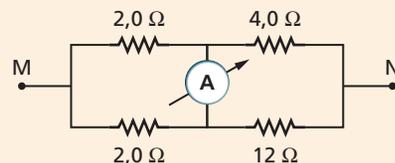
Figura 2.

Podemos afirmar que:

- a) ambos obedecem à Lei de Ohm.
b) a resistividade para ambos os elementos é constante.
c) quanto maior o ângulo θ , menor é a resistência do elemento linear.
d) nenhum dos elementos de circuito é considerado estritamente linear.
e) a resistência R do elemento de circuito linear é proporcional à tangente do ângulo θ .
85. (ITA-SP) Pretende-se determinar a resistência elétrica de uma lâmpada, cuja tensão nominal é de 120 V, com um circuito no qual se pode medir simultaneamente a tensão aplicada à lâmpada e a intensidade da corrente elétrica que a percorre. Foram feitas duas medições: primeiro a 120 V e depois a 40 V. Calculou-se a resistência da lâmpada aplicando-se a Lei de Ohm e obteve-se resistência sensivelmente maior a 120 V. Pode-se afirmar que:

- a) houve um erro na medida, pois os resultados deveriam ser iguais.
b) houve um curto-circuito no filamento da lâmpada, diminuindo a resistência na 2ª medida.
c) a diferença decorre da desigualdade de temperatura do filamento nas duas tensões.
d) o processo não serve para medir resistência.
e) nenhuma das afirmações é verdadeira.

86. Na associação de resistores da figura, a tensão entre os terminais M e N vale 16 V, e o amperímetro é ideal. Determine a intensidade de corrente lida no amperímetro.



87. Nas duas associações das figuras a seguir temos os mesmos resistores; no entanto, na associação da figura *a* foi inserido um amperímetro ideal ($R_A = 0$) e na associação da figura *b* foi inserido um voltímetro ideal ($R_V \rightarrow \infty$). A tensão entre *M* e *N* é $U = 18\text{ V}$.

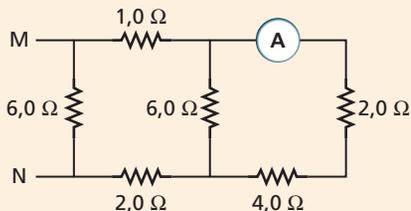


Figura *a*.

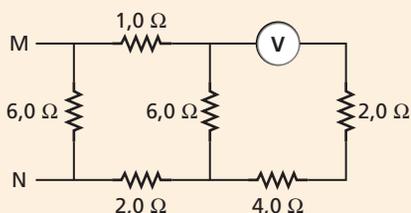
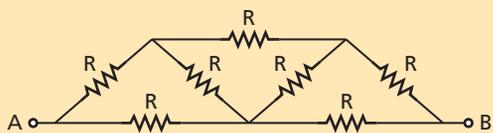


Figura *b*.

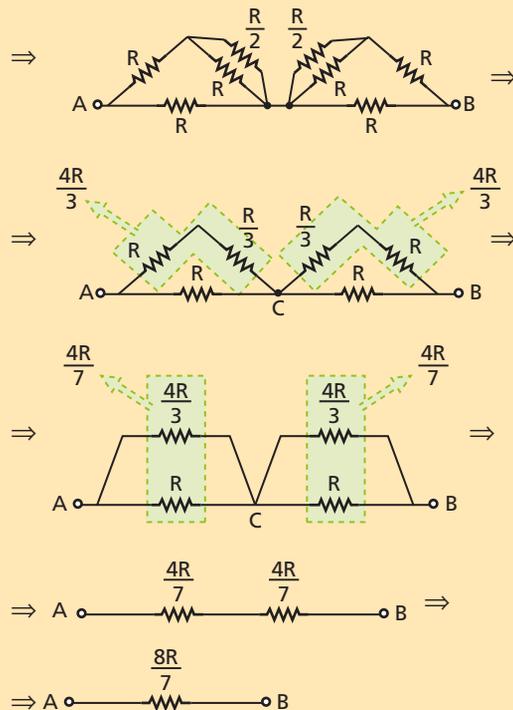
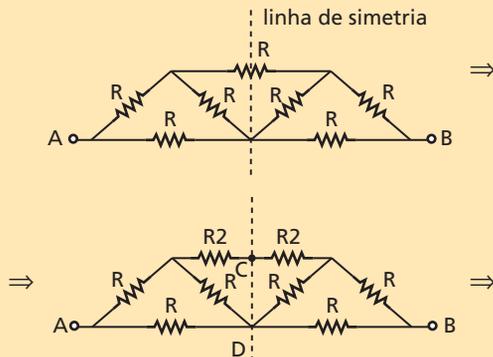
Determine:

- a leitura no amperímetro;
 - a leitura no voltímetro.
88. Determine a resistência equivalente da associação de resistores, cujos extremos são *A* e *B*.



Resolução:

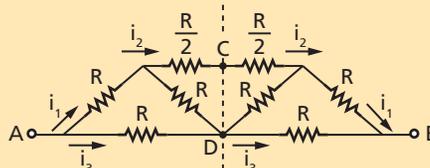
Neste tipo de exercício devemos utilizar a simetria do circuito. A linha tracejada é de simetria, e os pontos do circuito pertencentes a essa linha têm o mesmo potencial elétrico (ver **Justificativa** a seguir); por isso, são considerados coincidentes:



$$R_{eq} = \frac{8R}{7}$$

Justificativa:

Devido à simetria do circuito, concluímos que as tensões elétricas entre os pontos *A* e *C* e *C* e *B* são iguais, bem como entre *A* e *D* e *D* e *B*:



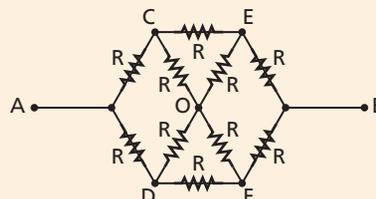
$$U_{AC} = U_{CB} \Rightarrow V_A - V_C = V_C - V_B \quad (1)$$

$$U_{AD} = U_{DB} \Rightarrow V_A - V_D = V_D - V_B \quad (2)$$

Subtraindo membro a membro as igualdades (1) e (2), vem:

$$-V_C + V_D = V_C - V_D \Rightarrow V_C = V_D$$

89. Determine a resistência equivalente, entre os terminais *A* e *B*, do circuito a seguir. Todos os resistores têm resistências iguais a *R*.



90. Nas duas associações de resistores temos a figura de um tetraedro. Na figura *a* as resistências estão indicadas na própria figura, sendo que o fio condutor BC é ideal e seus terminais são A e D. Na figura *b* os seis resistores têm a mesma resistência *R* e seus terminais também são A e D.

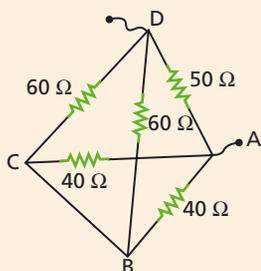


Figura *a*.

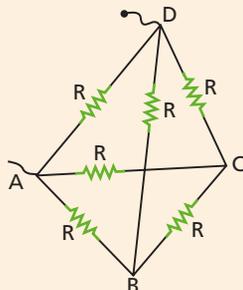


Figura *b*.

- a) Determine a resistência equivalente na figura *a*.
b) Determine a resistência equivalente na figura *b*.

91. Nas associações das figuras temos dois cubos idênticos, sendo que as suas doze arestas **não** são condutores ideais, mas apresentam uma resistência *R*. Na figura *a* os terminais da associação são A e G, enquanto, na figura *b*, são A e E.

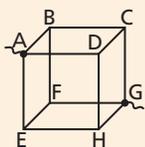


Figura *a*.

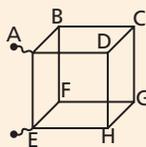
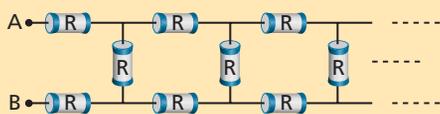


Figura *b*.

Determine a resistência equivalente:

- a) na figura *a*; b) na figura *b*.

92. (ITA-SP) Um circuito elétrico é constituído por um número infinito de resistores idênticos, conforme a figura. A resistência de cada elemento é igual a *R*.

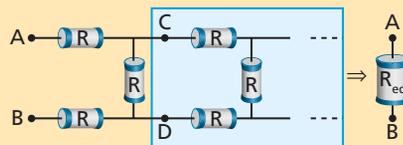


A resistência equivalente entre os pontos A e B é:

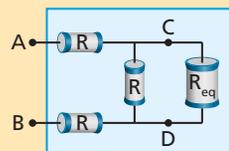
- a) infinita c) $R\sqrt{3}$ e) $R(1 + \sqrt{3})$
b) $R(\sqrt{3} - 1)$ d) $R\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

Resolução:

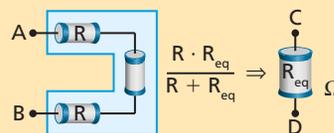
Como o circuito é constituído por um número infinito de resistores idênticos, concluímos que a resistência equivalente do circuito entre os extremos A e B é igual à resistência equivalente, considerando os extremos C e D. Assim, temos:



No lugar dos infinitos resistores de terminais CD, associamos apenas um resistor de resistência igual à R_{eq} , em paralelo com *R*.



O circuito se reduz a três resistores em série:



$$2R + \frac{R \cdot R_{eq}}{R + R_{eq}} = R_{eq}$$

$$2R^2 + 2RR_{eq} + RR_{eq} = RR_{eq} + R_{eq}^2$$

$$R_{eq}^2 - 2RR_{eq} - 2R^2 = 0$$

$$R_{eq} = \frac{2R \pm \sqrt{4R^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2R^2)}}{2}$$

$$R_{eq} = \frac{2R \pm \sqrt{12R^2}}{2}$$

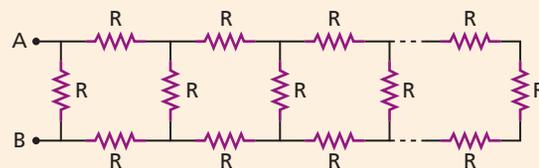
$$R_{eq} = \frac{2R \pm 2R\sqrt{3}}{2}$$

$$R_{eq} = R \pm R\sqrt{3}$$

$$R_{eq} = R(1 + \sqrt{3})$$

A outra solução levaria a $R_{eq} < 0$.

93. O circuito elétrico da figura é constituído por um número infinito de resistores idênticos, e a resistência de cada elemento vale *R*.



Determine a resistência equivalente entre os terminais A e B.

- a) $R(\sqrt{3} + 1)$ c) $\frac{R(\sqrt{3} + 1)}{2 - \sqrt{3}}$ e) $R(2\sqrt{3} - 1)$
b) $R(\sqrt{3} - 1)$ d) $\frac{R\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$

Circuitos elétricos

1. Circuitos elétricos

No capítulo anterior tomamos um primeiro contato com os circuitos elétricos simples, isto é, constituídos por um gerador e um resistor. Neste capítulo vamos nos aprofundar no estudo dos circuitos mais complexos dotados de um gerador e uma associação de resistores. Calcularemos a intensidade de corrente que circula em cada um de seus elementos, bem como a tensão elétrica. Usaremos o disjuntor protegendo fios e aparelhagem. Amperímetros e voltmíetros serão inseridos nos circuitos.

Neste item não vamos aprender nenhum conceito novo, mas tomar conhecimento de diversas estratégias para resolução de um circuito. Para melhor ilustrar, vamos dar alguns exemplos iniciais.

Resolver um circuito elétrico significa calcular as diversas intensidades de corrente e as tensões elétricas em seus elementos.

Exemplo 1

Temos, na figura 1, um circuito elétrico em que um gerador está alimentando quatro resistores conectados entre si e formando uma associação mista. O gerador é ideal e possui fem $\mathcal{E} = 36 \text{ V}$. O objetivo deste exemplo é mostrar uma estratégia para determinar a intensidade de corrente que circula pelo gerador.

1º) Vamos calcular a resistência equivalente dos resistores em paralelo entre C e D:

$$R_p = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} \Rightarrow R_p = 2 \Omega$$

2º) Redesenhando a associação de resistores:

$$R_{eq} = 7 \Omega + 2 \Omega + 3 \Omega$$

$$R_{eq} = 12 \Omega$$

3º) Vamos calcular a intensidade total da corrente que circula, aplicando a Lei de Ohm no resistor equivalente:

$$U_{AB} = R_{eq} \cdot i$$

Como o gerador é ideal, a tensão é a própria fem: $U_{AB} = \mathcal{E} = 36 \text{ V}$.

Substituindo na equação acima:

$$36 = 12 \cdot i \Rightarrow i = \frac{36}{12} \Rightarrow i = 3 \text{ A}$$

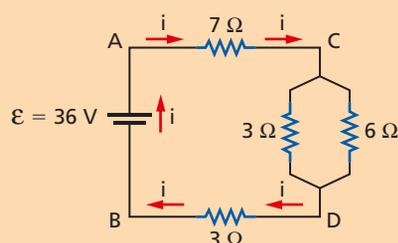


Figura 1.

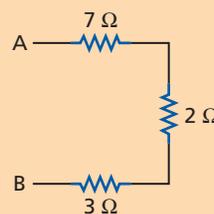


Figura 2.

ILUSTRAÇÕES: ZAPT

1. Circuitos elétricos
2. Disjuntores e fusíveis
3. Circuitos elétricos residenciais
4. A ponte de Wheatstone

No próximo exemplo vamos inserir, no mesmo circuito elétrico do Exemplo 1, três amperímetros e um voltímetro, todos ideais e corretamente conectados. Caso você tenha dificuldade para entender o exemplo, dê uma espiada no Capítulo 3, exercício 31 – em que aprendemos o divisor de tensão em resistores em série –, e no exercício 37 – em que vimos o divisor de corrente em resistores paralelos.

Exemplo 2

Inserimos, no circuito do Exemplo 1, três amperímetros e um voltímetro, todos ideais. Vamos determinar a leitura de cada aparelho. Acompanhemos pela figura 3.

1º) Começando pelo amperímetro A1: ele lê a intensidade da corrente elétrica total que circula no ramo AC, ou seja: 3 A.

2º) Para determinar a leitura nos amperímetros A2 e A3, vamos dividir a corrente elétrica total, fazendo:

$$i_2 + i_3 = i = 3 \text{ A} \dots \textcircled{1}$$

$$3 \cdot i_2 = 6 \cdot i_3 \dots \textcircled{2}$$

Resolvendo as duas equações, chegamos a:

$$i_2 = 2 \text{ A} \quad \text{e} \quad i_3 = 1 \text{ A}$$

Temos então as leituras nos amperímetros:

- em A2, leitura: 2 A
- em A3, leitura: 1 A

3º) O voltímetro lê a ddp entre os terminais C e D. Basta aplicar a Lei de Ohm ao resistor equivalente entre C e D:

$$U_{CD} = R_{CD} \cdot i$$

$$U_{CD} = 2 \cdot 3 \Rightarrow U_{CD} = 6 \text{ V}$$

Temos, então, a leitura no voltímetro: 6 V.

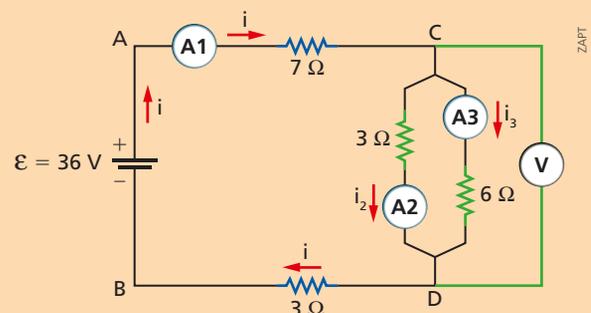


Figura 3.

Os Exemplos 1 e 2 nos mostram que, estando os aparelhos corretamente conectados aos resistores, ou seja, voltímetro em paralelo e amperímetro em série, e sendo estes medidores ideais, eles não interferem na resolução do circuito elétrico. Uma estratégia é retirá-los do circuito, resolvê-los, calculando-se a intensidade das correntes, e a seguir reincluí-los e “ler” as suas indicações.

O Princípio da Conservação da Energia aplicado aos circuitos elétricos

Na resolução de um circuito elétrico também se aplica o Princípio da Conservação da Energia:

A energia elétrica fornecida pelo gerador é igual à soma das energias absorvidas pelos seus componentes.

Como não estudamos ainda o cálculo da energia elétrica, vamos mostrar uma aplicação do princípio usando um exemplo bastante simples: um circuito-série, constituído por um gerador ideal e vários resistores associados em série (fig. 4).

Nesse caso a intensidade da corrente elétrica é a mesma em todos os aparelhos; portanto, a carga elétrica que atravessa seus componentes, num dado intervalo de tempo, é a mesma. Consequentemente, a energia elétrica em cada componente é proporcional à tensão elétrica entre seus extremos. Concluindo, para um circuito-série, podemos escrever:

A tensão elétrica do gerador (fem) é igual à soma das tensões parciais nos resistores.

Exemplo 3

No circuito da figura 4 o gerador ideal tem fem igual a 36 V, a intensidade de corrente que circula nos aparelhos é 3 A e a ddp em cada elemento está indicada na própria figura.

Vamos somar as tensões parciais e comparar com a fem:

$$\sum U = 21 \text{ V} + 6 \text{ V} + 9 \text{ V} \Rightarrow \sum U = 36 \text{ V} = \mathcal{E}$$

Isso verifica o Princípio da Conservação da Energia.

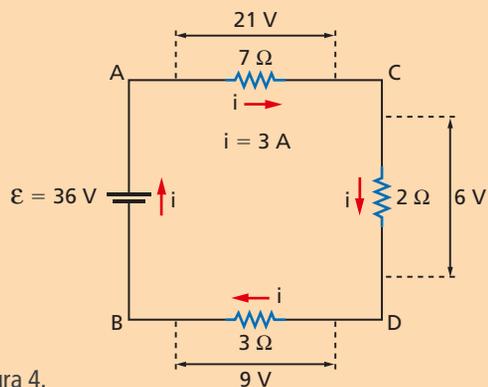
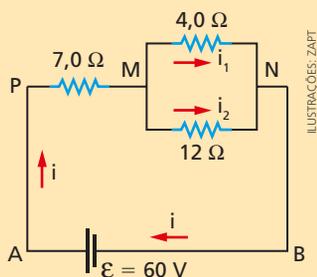


Figura 4.

Exercícios de Aplicação

- No circuito da figura, determine:
 - a intensidade da corrente i que atravessa o gerador;
 - a ddp entre M e N ;
 - a ddp entre P e M ;
 - as intensidades i_1 e i_2 que atravessam os resistores em paralelo.



Resolução:

- Calcula-se em primeiro lugar a resistência equivalente entre M e N :

$$R_p = \frac{4,0 \cdot 12}{4,0 + 12} \Rightarrow R_p = 3,0 \Omega$$

A resistência equivalente entre P e N fica:

$$R_{eq} = 7,0 \Omega + 3,0 \Omega \Rightarrow R_{eq} = 10 \Omega$$

Usando a Lei de Ohm:

$$\mathcal{E} = R_{eq} \cdot i$$

$$60 = 10 \cdot i \Rightarrow i = 6,0 \text{ A}$$

- A ddp entre M e N é dada pela Lei de Ohm aplicada à resistência R_p .

$$U_{MN} = R_p \cdot i$$

$$U_{MN} = 3,0 \cdot 6,0 \Rightarrow U_{MN} = 18 \text{ V}$$

- A ddp entre P e M é:

$$U_{PM} = 7,0 \cdot i$$

$$U_{PM} = 7,0 \cdot 6,0 \Rightarrow U_{PM} = 42 \text{ V}$$

Vamos verificar a Conservação de Energia:

$$U_{MN} + U_{PM} = 18 \text{ V} + 42 \text{ V} = 60 \text{ V}$$

Logo:

$$U_{MN} + U_{PM} = \mathcal{E}$$

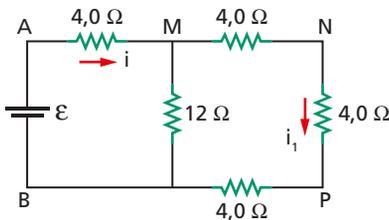
d) A ddp entre M e N é 18 V e esta é a ddp em cada resistor:

$$i = \frac{U_{MN}}{R}$$

$$i_1 = \frac{18\text{ V}}{4,0\ \Omega} \Rightarrow i_1 = 4,5\text{ A}$$

$$i_2 = \frac{18\text{ V}}{12\ \Omega} \Rightarrow i_2 = 1,5\text{ A}$$

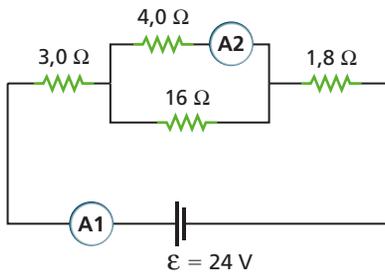
2. Considere o circuito a seguir, em que o gerador é ideal e tem fem $\mathcal{E} = 32\text{ V}$.



Determine as intensidades de corrente:

- i , do gerador;
- i_1 , do ramo NP .

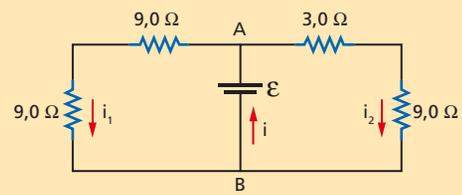
3. No circuito da figura os dois amperímetros são ideais, e o gerador que alimenta o circuito também é ideal. Este tem fem igual a 24 V .



As intensidades de corrente lidas nos amperímetros A_1 e A_2 , respectivamente, são:

- $3,0\text{ A}$ e $0,6\text{ A}$
- $3,0\text{ A}$ e $2,4\text{ A}$
- $2,4\text{ A}$ e $0,6\text{ A}$
- $8,0\text{ A}$ e $6,4\text{ A}$
- $3,0\text{ A}$ e $1,8\text{ A}$

4. O gerador inserido no ramo AB é ideal. Ele alimenta os demais resistores do circuito, cujas correntes elétricas têm intensidades i_1 e i_2 , como mostra a figura. A fem do gerador vale 36 V . Determine as intensidades de corrente: i , i_1 e i_2 .

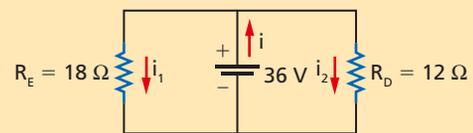


Resolução:

Observemos que em cada lado do circuito temos dois resistores em série:

- lado esquerdo: $R_e = 9,0\ \Omega + 9,0\ \Omega = 18\ \Omega$
- lado direito: $R_d = 3,0\ \Omega + 9,0\ \Omega = 12\ \Omega$

O circuito fica assim:



Usa-se a Lei de Ohm em cada lado:

$$U = \mathcal{E} = R_e \cdot i_1$$

$$36 = 18 \cdot i_1 \Rightarrow i_1 = 2,0\text{ A}$$

$$U = \mathcal{E} = R_d \cdot i_2$$

$$36 = 12 \cdot i_2 \Rightarrow i_2 = 3,0\text{ A}$$

A corrente no gerador é a soma de ambas:

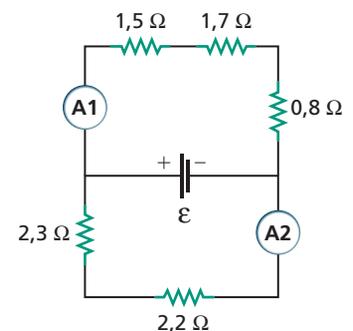
$$i = i_1 + i_2$$

$$i = 2,0\text{ A} + 3,0\text{ A}$$

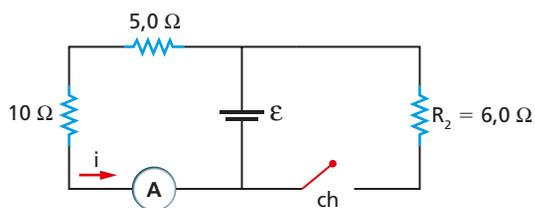
$$i = 5,0\text{ A}$$

5. No circuito temos $\mathcal{E} = 18\text{ V}$. A leitura nos amperímetros ideais A_1 e A_2 é, respectivamente:

- $4,0\text{ A}$ e $4,5\text{ A}$
- $2,0\text{ A}$ e $9,0\text{ A}$
- $4,25\text{ A}$ e $4,25\text{ A}$
- $4,5\text{ A}$ e $4,0\text{ A}$
- $8,5\text{ A}$ e $2,1\text{ A}$



6. No circuito, o gerador ideal tem fem \mathcal{E} . Com a chave (ch) aberta, o amperímetro ideal indica uma corrente de intensidade $i = 600\text{ mA}$. Fechando-se a chave, a intensidade de corrente no amperímetro é i_1 e no resistor R_2 é i_2 .



Podemos afirmar que:

- $i_1 = 900 \text{ mA}; i_2 = 1,5 \text{ mA}$
- $i_1 = 300 \text{ mA}; i_2 = 1,5 \text{ A}$
- $i_1 = 600 \text{ mA}; i_2 = 1,5 \text{ A}$
- $i_1 = 600 \text{ mA}; i_2 = 1,5 \text{ mA}$
- $i_1 = 600 \text{ mA}; i_2 = 900 \text{ mA}$

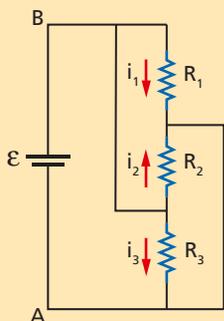
7. Dispomos de cinco lâmpadas com os seguintes valores nominais:

| | L_1 | L_2 | L_3 | L_4 | L_5 |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| U (volt) | 110 | 110 | 110 | 110 | 110 |
| R (ohm) | 100 | 100 | 50 | 50 | 50 |

Fez-se o seguinte arranjo: ligou-se L_1 em paralelo com L_2 , com terminais A e B; ligaram-se em série L_3, L_4 e L_5 , com terminais B e C, ou seja, os dois conjuntos ficaram em série. A seguir os terminais A e C foram ligados a um gerador de tensão constante igual a 440 V.

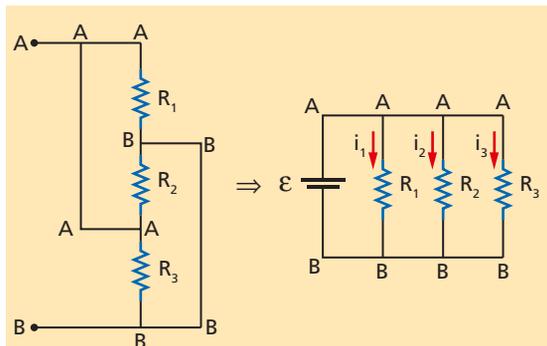
- Faça um esquema de montagem.
- Determine as intensidades de corrente na lâmpada L_1 , na lâmpada L_2 e na lâmpada L_5 .
Admita que as lâmpadas se comportem como um resistor ôhmico.

8. No circuito da figura o gerador é ideal e temos: $R_1 = 6,0 \Omega$; $R_2 = 12 \Omega$; $R_3 = 18 \Omega$ e a fem $\mathcal{E} = 72 \text{ V}$. Determine as intensidades de corrente i_1, i_2 e i_3 , que circulam em R_1, R_2 e R_3 , respectivamente, bem como a intensidade de corrente no gerador.



Resolução:

Vamos redesenhar a associação de resistores A e B para que se tenha uma visualização melhor do circuito.



Basta aplicar a Lei de Ohm a cada resistor:

$$U = R \cdot i \Rightarrow i = \frac{U}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$i_1 = \frac{72 \text{ V}}{6,0 \Omega} \Rightarrow i_1 = 12 \text{ A}$$

$$i_2 = \frac{72 \text{ V}}{12 \Omega} \Rightarrow i_2 = 6,0 \text{ A}$$

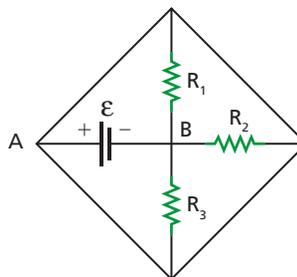
$$i_3 = \frac{72 \text{ V}}{18 \Omega} \Rightarrow i_3 = 4,0 \text{ A}$$

Observação: a intensidade total da corrente no gerador é:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 \Rightarrow i = 12 \text{ A} + 6,0 \text{ A} + 4,0 \text{ A}$$

$$i = 22 \text{ A}$$

9. No quadrado foram inseridos um gerador ideal e três resistores. São dados: a fem $\mathcal{E} = 45 \text{ V}$, as resistências $R_1 = 22,5 \Omega$, $R_2 = 15 \Omega$ e $R_3 = 90 \Omega$.

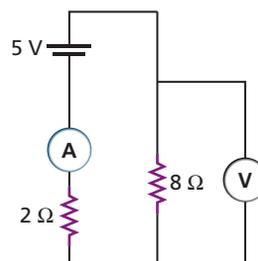


Determine as intensidades de corrente que passam:

- em cada um dos resistores;
- no gerador inserido entre A e B.

10. O circuito elétrico da figura é alimentado por um gerador ideal de fem 5 V. Os dois aparelhos de medida elétrica são ideais. Determine:

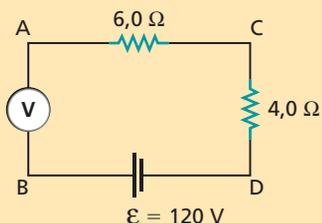
- a intensidade da corrente lida no amperímetro;
- a ddp lida no volímetro.



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

11. No circuito da figura o voltímetro é ideal (R_V infinita). A leitura neste aparelho é:

- a) 120 V
- b) zero
- c) 60 V
- d) 72 V
- e) 48 V

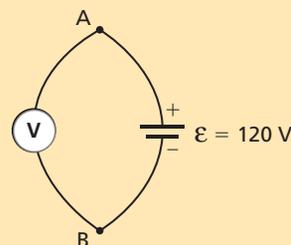


Resolução:

Como a resistência do voltímetro é infinita e ele foi inserido em série com os resistores, não passa corrente. É nula a ddp entre A e C; portanto, $V_A = V_C$. Também é nula entre C e D, logo: $V_C = V_D$.

Resumindo: $V_A = V_C = V_D$

Podemos repensar uma nova figura interligando diretamente o gerador aos terminais do voltímetro, como mostra a figura a seguir.



Portanto, o voltímetro lê o valor da fem do gerador.

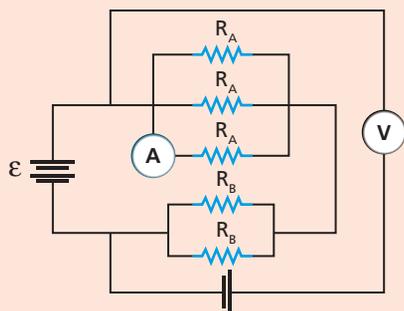
Leitura do voltímetro: $U_{VOLT} = \mathcal{E} = 120 \text{ V}$

Exercícios de Reforço

12. Um gerador ideal de força eletromotriz $\mathcal{E} = 48 \text{ V}$ alimenta um circuito elétrico com uma corrente elétrica de intensidade 8,0 A. Esse circuito é constituído por cinco resistores formando uma associação mista. A resistência equivalente do circuito:

- a) vale 6,0 Ω .
- b) está indeterminada somente porque não conhecemos a disposição dos cinco resistores.
- c) está indeterminada porque não conhecemos os valores das resistências associadas, nem tampouco a sua disposição.
- d) será maior que 24 Ω se os cinco resistores forem iguais e estiverem em série.
- e) vale 24 Ω , independentemente dos valores das resistências e do tipo de associação.

13. (U. F. Uberlândia-MG) É dado um circuito elétrico contendo cinco resistores de dois tipos diferentes R_A e R_B . O circuito é alimentado por uma fonte ideal com uma fem (\mathcal{E}) igual a 24 V. Um amperímetro A e um voltímetro V encontram-se ligados ao circuito, conforme esquema.



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

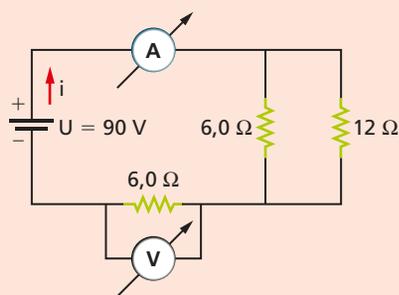
São dados os valores de resistência $R_A = 12 \Omega$ e $R_B = 8,0 \Omega$ e sabe-se que os dois aparelhos de medidas elétricas são ideais. Determine:

- a) a leitura no voltímetro;
- b) a leitura no amperímetro.

14. Numa rede elétrica de 110 V, diversas lâmpadas idênticas de resistência R foram ligadas em paralelo. A corrente elétrica total da associação é de 22 A.

- a) Determine a resistência equivalente do circuito.
- b) Sendo $R = 100 \Omega$, quantas lâmpadas foram ligadas?

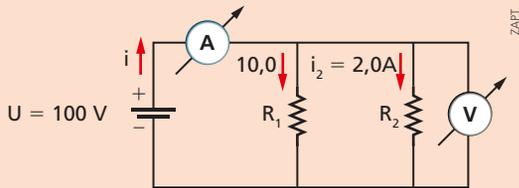
15. (Udesc-SC) No circuito representado pelo esquema, o amperímetro e o voltímetro são ideais.



As leituras do amperímetro e do voltímetro são, respectivamente:

- a) 37,5 A e 52,5 V
- b) 15 A e 90 V
- c) 9,0 A e 54 V
- d) 7,5 A e 45 V
- e) 3,75 A e 22,5 V

16. (Unicamp-SP) No circuito da figura, A é um amperímetro de resistência nula e V é um voltímetro de resistência infinita.



- Qual a intensidade da corrente medida pelo amperímetro?
- Qual a tensão elétrica medida pelo voltímetro?
- Quais os valores das resistências R_1 e R_2 ?

2. Disjuntores e fusíveis

Numa rede elétrica, os fios condutores são adequados à passagem de uma determinada intensidade máxima de corrente e não se pode ultrapassá-la, para não superaquecê-los, pois isso teria consequências desastrosas. A primeira seria o derretimento da capa protetora isolante, provocando um curto-circuito. Em seguida poderia iniciar-se um incêndio. Em alguns casos os condutores chegam mesmo a se fundir.

Disjuntores e fusíveis são dois elementos usados nos circuitos elétricos para proteger os fios e os aparelhos contra uma possível sobrecarga de corrente elétrica, desligando a rede.

Os disjuntores e os fusíveis funcionam basicamente do mesmo modo: eles interrompem a passagem da corrente elétrica assim que esta assuma um valor superior a uma determinada intensidade máxima denominada **corrente nominal de pico**. Essa corrente é preestabelecida de fábrica e por esse motivo usa-se o adjetivo "nominal". Cada disjuntor ou fusível tem a sua própria corrente nominal de pico. Um disjuntor de 20 A (corrente nominal de pico) permite a passagem de corrente de intensidade menor ou igual a 20 A, mas interrompe a corrente de intensidade maior que 20 A.

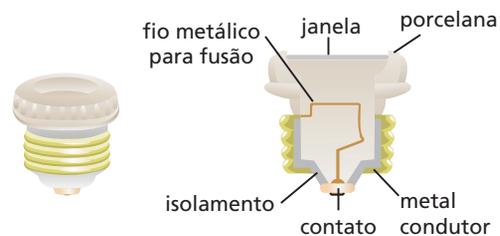
Os fusíveis

Os fusíveis se fundem quando a corrente elétrica circulante ultrapassa o valor de sua corrente nominal de pico. Assim, eles interrompem a corrente elétrica que circula naquele fio.

Exemplo 4

Um aparelho de TV possui um fusível protetor de 5 A; este é o valor de sua corrente nominal de pico. Se este aparelho receber uma sobrecarga de corrente de intensidade 5,1 A, o fusível vai fundir e interromper a corrente, protegendo assim o televisor.

Uma vez solucionado o problema que causou o excesso de corrente, o fusível deve ser necessariamente substituído por outro, pois ele fundiu e ficou inutilizado.



LUÍZ AUGUSTO RIBEIRO

Figura 5. Antigo fusível de rosca e seus elementos internos. É usado em circuitos residenciais.



EDUARDO SANTALIESTRA

Figura 6. Fusível usado em equipamentos eletrônicos como protetor de aparelhos.



EDUARDO SANTALIESTRA

Figura 7. Fusível de cartucho, usado nas chaves de entrada de energia elétrica em residências.

Os fusíveis tanto são usados para proteger um aparelho como para proteger os fios de uma instalação elétrica. Os aparelhos eletrônicos geralmente têm um fusível protetor embutido. Na prática de distribuição de energia elétrica residencial, os fusíveis são usados para proteger os fios elétricos contra uma sobrecarga de corrente.

Os disjuntores

Os disjuntores são muito usados nas redes elétricas residenciais ou industriais com a finalidade de proteger a fiação elétrica (os fios condutores). Eles vêm substituindo os fusíveis antigos já há algum tempo.

Trata-se de uma peça cujo princípio de funcionamento é magnético ou termomagnético; não há, portanto, nenhum elemento a fundir. Quando a intensidade de corrente circulante ultrapassa o valor nominal de pico do disjuntor, ele apenas desarma e interrompe a corrente. Para fazê-lo funcionar novamente, basta religar a sua chave, não havendo necessidade de trocá-lo, como acontece com o fusível.

Na prática, ao se projetar um disjuntor, ou mesmo um fusível para proteção dos fios condutores, damos sempre uma pequena margem de segurança para baixo, garantindo assim a proteção do sistema. Veja o Exemplo 5.

No jargão da eletricidade, a expressão “desarmar o disjuntor” significa: desligar.

Exemplo 5

Num circuito elétrico há necessidade de se proteger os fios condutores contra um excesso de corrente elétrica superior a 28 A. Devemos então usar um disjuntor de apenas 25 A (fig. 8). Assim, o limite da intensidade da corrente passou a ser de 25 A, o que protegerá satisfatoriamente a sua fiação. Nesse caso, a margem de segurança foi de 3 A.

Uma corrente de intensidade 26 A ou mais vai desarmar o disjuntor. Os fios estão protegidos.



EDUARDO SANTAILESTRA

Figura 8. Disjuntor de 25 A.



FERNANDO FAVORETTO/
CRIAR IMAGEM



SFU/LATINSTOCK

Figura 9. Diversos tipos de disjuntores.

Os aparelhos a serem instalados numa rede elétrica devem respeitar os limites máximos de intensidade de corrente dos seus condutores, para não provocar problemas maiores. É comum haver queda de energia numa rede elétrica residencial, desarmando os disjuntores, quando se ligam simultaneamente dois chuveiros elétricos. Na realidade, os disjuntores estão cumprindo o seu papel, protegendo o sistema. O que ocorre é que essa rede não foi projetada para os dois chuveiros funcionarem simultaneamente. A seguir, mostraremos um exemplo bem simples.



THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Figura 10. Caixa de disjuntores para distribuição de corrente elétrica de uma residência.

Exemplo 6

No circuito da figura 11 os fios condutores foram dimensionados para suportar uma corrente elétrica de intensidade até 19 A. Usou-se, corretamente, para proteção da fiação um disjuntor cuja corrente nominal de pico é 15 A. Três aparelhos foram então ligados à rede elétrica, sendo que as suas correntes têm intensidades indicadas na própria figura. Vamos analisar o circuito e verificar se os três aparelhos podem ser ligados simultaneamente.

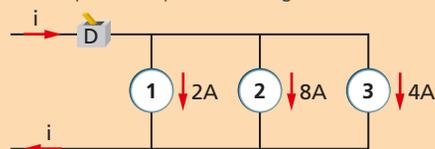


Figura 11.

A intensidade total de corrente, com os três aparelhos em funcionamento simultâneo, é:

$$i = 2\text{ A} + 8\text{ A} + 4\text{ A} \Rightarrow i = 14\text{ A}$$

Como o disjuntor suporta uma corrente de intensidade até 15 A, ele não vai desarmar, pois o circuito suportará a corrente. Os três aparelhos poderão funcionar simultaneamente.

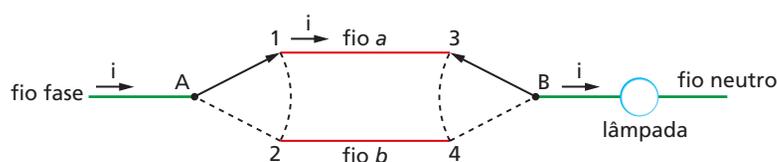
Na prática os disjuntores de classe baixa (0 a 30 A) têm corrente nominal de pico múltipla de 5 A, ou seja: 5 A, 10 A, 15 A, 20 A, etc.

Chaves paralelas

É muito comum termos uma mesma lâmpada controlada em dois pontos distintos. Por exemplo, num corredor é bastante cômodo ter-se uma lâmpada central e dois interruptores: um no começo do corredor e outro no final dele.

Como se faz isso?

Não bastam dois interruptores comuns. São necessários interruptores especiais denominados **tripolares** ou **paralelos**. No esquema da figura 12 temos um conjunto de dois deles em funcionamento. O interruptor A possui uma chave que liga o fio fase ora em 1, ora em 2. Do mesmo modo a chave do interruptor B liga o fio da lâmpada (retorno) ora em 3, ora em 4.



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Figura 12. Interruptores paralelos ligando e desligando uma lâmpada.

A lâmpada está permanentemente ligada ao fio neutro e precisa receber a corrente do fio fase. Essa entrada de corrente pode ser feita através do fio a ou do fio b. Na figura 12 a corrente está vindo pelo fio a, pois as chaves assim a conduziram.

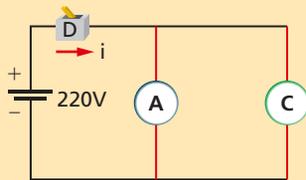
- Se mudarmos a posição da chave A de 1 para 2, a lâmpada vai se apagar.
- Se mudarmos a posição da chave B de 3 para 4, a lâmpada também vai se apagar.

Assim, uma pessoa que percorrer o corredor poderá apagar a lâmpada em qualquer um dos extremos.

Se a lâmpada estiver apagada e quisermos acendê-la, basta acionar qualquer um dos dois interruptores.

Exercícios de Aplicação

17. A figura representa o esquema de um circuito residencial, área dormitório-banheiro, no qual deverão funcionar, simultaneamente, o chuveiro (C) e o aquecedor (A). Sabemos que os aparelhos têm resistência elétrica $R_C = 10 \Omega$ e $R_A = 20 \Omega$, respectivamente. D é um disjuntor. Para essa classe de corrente elétrica os disjuntores apresentam corrente nominal de pico múltipla de 10 A, ou seja: 10 A, 20 A, 30 A, etc. Qual é o disjuntor de menor corrente nominal de pico a ser inserido em D ?



Resolução:

Intensidade de corrente em cada aparelho:

$$U = R \cdot i \Rightarrow i = \frac{U}{R}$$

$$i_A = \frac{220 \text{ V}}{20 \Omega} \Rightarrow i_A = 11 \text{ A}$$

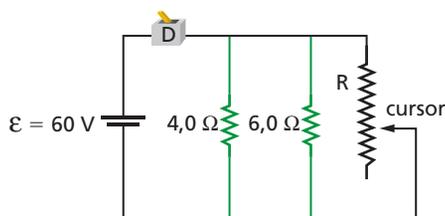
$$i_C = \frac{220 \text{ V}}{10 \Omega} \Rightarrow i_C = 22 \text{ A}$$

Corrente no disjuntor:

$$i = i_A + i_C \Rightarrow i = 11 \text{ A} + 22 \text{ A} = 33 \text{ A}$$

O disjuntor deverá permitir a passagem de 33 A, e escolheremos, então, o disjuntor de 40 A.

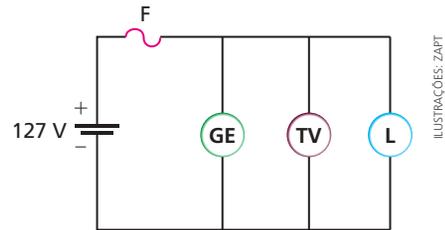
18. No circuito temos dois resistores fixos conhecidos, um reostato de resistência variável no intervalo (0; 12 Ω), um disjuntor de 30 A (corrente nominal de pico) e um gerador ideal de fem $\mathcal{E} = 60 \text{ V}$.



Deslizando-se o cursor, varia a sua resistência R . Para que o disjuntor não desarme, devemos ter:

- a) $R = 12 \Omega$ d) $2 \Omega \leq R \leq 10 \Omega$
 b) $R < 12 \Omega$ e) $R \leq 2,0 \Omega$
 c) $R \geq 12 \Omega$

19. Temos um circuito elétrico da cozinha de uma residência. Nele estão instalados: uma lâmpada (L), cuja resistência elétrica é $R_L = 50 \Omega$, uma geladeira (GE), cuja intensidade de corrente é 2,5 A, e um televisor (TV), cuja corrente tem intensidade de 1,3 A. Sabe-se que a máxima intensidade de corrente suportada pelo fusível é 15 A.



Podemos concluir, então, que:

- a) o excesso de corrente no fusível certamente queimará os aparelhos.
 b) os três aparelhos não poderão ser ligados ao mesmo tempo, pois o fusível queimará.
 c) se a geladeira for ligada, deve-se desligar a televisão para não queimar o fusível.
 d) o fusível suportará, com sobra, a corrente dos três aparelhos.
 e) o fusível está mal dimensionado, pois deveria ter corrente nominal de pico inferior a 6,34 A.
20. Num mesmo circuito elétrico de um galpão industrial ligaram-se os aparelhos da tabela. Os fios suportam até 70 A.

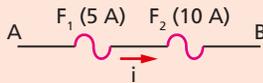
| Aparelho | Tensão (V) | Intensidade de corrente (A) |
|--------------------|------------|-----------------------------|
| furadeira | 220 | 10 A |
| serra elétrica | 220 | 15 A |
| lixadeira elétrica | 220 | 10 A |
| lâmpadas | 220 | 10 A |

Um disjuntor único foi usado para proteger a fiação (fios da rede). Admitindo que todos esses aparelhos possam ser ligados ao mesmo tempo, das alternativas a seguir, qual deverá ser a corrente máxima admissível pelo disjuntor?

- a) 40 A
 b) 50 A
 c) 35 A
 d) 75 A
 e) 80 A

Exercícios de Reforço

21. Um fusível de 5 A é aquele que permite a passagem de uma intensidade de corrente máxima de 5 A. Um electricista, que desconhecia as leis da eletricidade, precisava inserir um fusível de 15 A num ramo de circuito. Como não o possuía, usou dois fusíveis, um de 5 A e outro de 10 A, e os ligou em série, como mostra a figura.

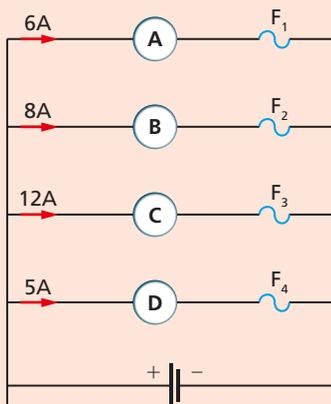


A máxima intensidade de corrente que atravessa o trecho AB é:

- a) 5 A
b) 7,5 A
c) 10 A
- d) 15 A
e) zero
22. Em alguns aparelhos eletrônicos há um fusível de proteção contra uma sobrecarga de corrente. Na tabela temos uma relação entre aparelho e fusível protetor:

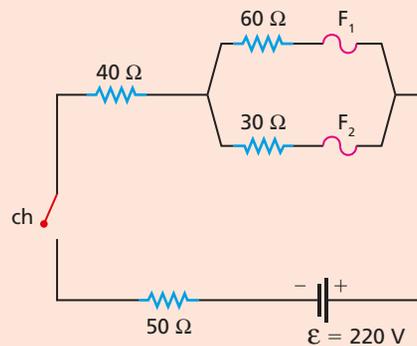
| aparelho | A | B | C | D |
|----------|-------|-------|-------|-------|
| fusível | 5 A | 10 A | 8 A | 6 A |
| protetor | F_1 | F_2 | F_3 | F_4 |

Os quatro aparelhos foram ligados no circuito da figura e, devido a uma diferença entre a tensão nominal do aparelho e a tensão da rede elétrica, as intensidades de corrente não foram as esperadas.



Podemos afirmar que funcionarão adequadamente os aparelhos:

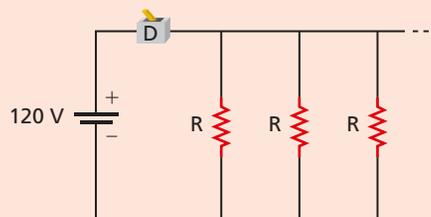
- a) A, B e C.
b) A, C e D.
c) B, C e D.
d) apenas B e D.
e) apenas B e C.
23. Os fusíveis F_1 e F_2 do circuito suportam uma intensidade máxima de corrente 1,0 A cada um. A chave ch estava inicialmente aberta.



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Ao ser ligada:

- a) nenhum fusível fundiu-se.
b) ambos os fusíveis fundiram-se simultaneamente.
c) apenas o fusível F_2 fundiu-se.
d) o fusível F_2 fundiu-se e, a seguir, F_1 .
e) o fusível F_1 fundiu-se e, a seguir, F_2 .
24. A intensidade de corrente nominal de pico do disjuntor D é 100 A. No circuito da figura, o gerador é ideal, e os n resistores associados em paralelo são idênticos e têm resistência $R = 16 \Omega$. Determine o máximo valor de n para não desarmar o disjuntor D.



3. Circuitos elétricos residenciais

Uma aplicação do estudo dos circuitos elétricos é a distribuição de energia elétrica em uma residência.

Vamos exemplificar mostrando a distribuição de energia elétrica de uma cidade em que a sua rede ofereça duas classes de tensão: 110 V e 220 V. Essa distribuição é feita através de três fios, como ilustra a figura 13. Os fios *a* e *b* são denominados **fios fase**, e o fio *n*, **fio neutro**. No fio *a* o potencial elétrico é de +110 V; no fio *b*, -110 V; e no fio neutro, 0 V (ele é aterrado).

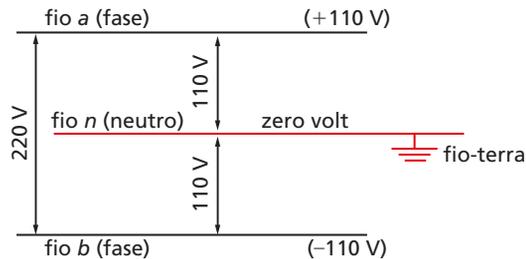


Figura 13.

Em várias cidades o padrão de 110 V tem sido substituído por 120 V. Essa substituição se justifica pelo modo escolhido para a transmissão de corrente trifásica: triângulo ou estrela. O estudo deste assunto compete à Engenharia Elétrica.

O termo **fio fase** é proveniente do estudo da corrente alternada e significa que a tensão elétrica nos fios *a* e *b* é alternante, o que não ocorre no fio neutro.

Em nosso cotidiano, estamos acostumados ao termo “voltagem” em lugar de “tensão”. Assim, é comum a pergunta: esse aparelho funciona com que voltagem: 110 V ou 220 V? As lâmpadas têm “voltagem” de 110 V; o chuveiro, 220 V; o ferro elétrico, 110 V, etc. Isso justifica o esquema da figura 13, que oferece as duas tensões elétricas. Os valores 110 V e 220 V são padrões de tensão usados em diversos países.

PROCURE NO CD

Consulte, no CD, o conteúdo relativo ao fio terra.

Pequenos circuitos – grandes vantagens

Hoje em dia, há geralmente muitos aparelhos elétricos localizados nos cômodos da casa e, por isso, projetam-se diversos circuitos independentes, como mostra o esquema da figura 14. O circuito 1 pode ser o circuito da sala (110 V); o circuito 2, o do escritório (110 V); os circuitos 3 e 4, os do banheiro (220 V); os circuitos 5 e 6, os da cozinha (220 V), e assim por diante. Todos esses circuitos saem de uma central de distribuição. (Veja também a figura do exercício 25, adiante.)

Vamos examinar o circuito 3 e 4, do banheiro. Ali encontramos as lâmpadas (110 V), algumas tomadas (110 V) e um chuveiro (220 V). Esse circuito necessariamente é constituído por um fio neutro e dois fios fase. A figura 15 mostra como se ligam os aparelhos mencionados.

Observemos que existem dois disjuntores de proteção à fiação, um para cada fase. Esses disjuntores ficam no quadro elétrico geral de distribuição. Mais uma vez ressaltamos: o fio neutro não pode ter um disjuntor.

central de distribuição

| | | | |
|--------------|---|----|--------------|
| sala | 1 | 2 | escritório |
| banheiro | 3 | 4 | banheiro |
| cozinha | 5 | 6 | cozinha |
| dormitório 1 | 7 | 8 | dormitório 2 |
| externo 1 | 9 | 10 | externo 2 |

Figura 14.

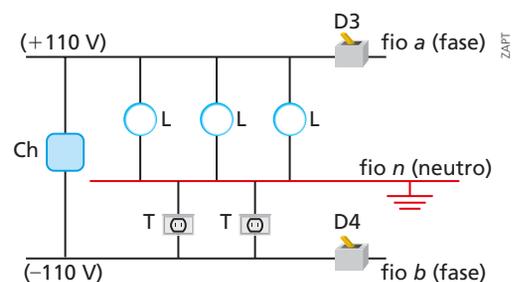


Figura 15. Circuito de um banheiro: L = lâmpada; T = tomada; Ch = chuveiro; D = disjuntor.

Exercícios de Aplicação

25. Em um circuito residencial há cinco pequenos circuitos independentes para distribuir a energia elétrica pelos seus cômodos. Na tabela estão as intensidades máximas de corrente elétrica em cada fase por circuito.

| | Circuito | | | | |
|--------|----------|------|------|------|------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Fase A | 20 A | 0 | 17 A | 25 A | 0 |
| Fase B | 15 A | 22 A | 0 | 15 A | 10 A |

- Determine a máxima intensidade de corrente total em cada fase e verifique se elas estão equilibradas.
- Na entrada de corrente que alimenta esses cinco circuitos existe um disjuntor em cada fase. Sabendo que para essa classe de corrente (acima de 50 A) os disjuntores têm corrente nominal de pico que é sempre múltipla de 10 A, determine o disjuntor correto.

Resolução:

- Basta somar as intensidades de corrente de cada fase:

$$i_A = 20 \text{ A} + 0 + 17 \text{ A} + 25 \text{ A} + 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_A = 62 \text{ A}$$

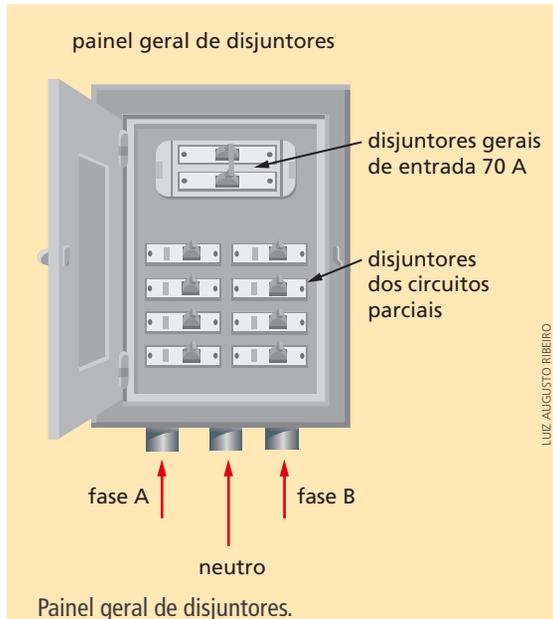
$$i_B = 15 \text{ A} + 22 \text{ A} + 0 + 15 \text{ A} + 10 \text{ A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_B = 62 \text{ A}$$

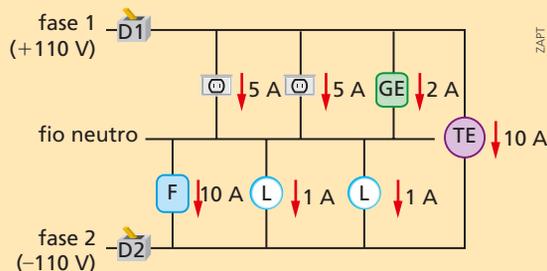
Como as duas fases estão “puxando” uma mesma intensidade total de corrente da rede externa, dizemos que elas estão equilibradas. Na prática, cabe ao engenheiro eletricista projetar o circuito para que resulte sempre esse equilíbrio de fases.

- O disjuntor de cada fase deverá permitir a passagem da corrente elétrica de 62 A sem desarmar. Para intensidades de corrente dessa ordem, os disjuntores disponíveis são de: 50 A, 60 A, 70 A, etc.

Não se deve colocar o disjuntor de 60 A, pois ele vai desarmar. Acima deste, o mais próximo é o de 70 A. Este será o adequado.



26. Num dos circuitos elétricos de uma residência estão instalados os seguintes aparelhos: uma torneira elétrica (220 V), duas lâmpadas (110 V), duas tomadas (110 V) avulsas, um forno de micro-ondas (110 V) e uma geladeira (110 V). Nas tomadas a previsão é de uma corrente de intensidade máxima 5 A cada uma. A figura ilustra o esquema do circuito.



L = lâmpada; F = forno de micro-ondas; TE = torneira elétrica; T = tomada avulsa; GE = geladeira; D = disjuntor

Considere que aparelhos elétricos sejam ligados nas duas tomadas e “puxem” a máxima intensidade de corrente admissível.

- Determine a máxima intensidade de corrente elétrica em cada fase, supondo que todos os aparelhos estão em funcionamento.
- Determine a intensidade de corrente no fio neutro.
- Dimensione os disjuntores D1 e D2 inseridos em cada fase. Use disjuntor de corrente nominal de pico que seja um múltiplo de 5 A.

Resolução:

- a) A intensidade de corrente nas fases 1 e 2 é igual ao somatório das respectivas intensidades parciais das correntes elétricas de seus ramos, levando-se em conta também a torneira elétrica, alimentada pelas duas fases.

$$\text{Fase 1: } i_1 = 5 \text{ A} + 5 \text{ A} + 2 \text{ A} + 10 \text{ A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_1 = 22 \text{ A}$$

$$\text{Fase 2: } i_2 = 10 \text{ A} + 1 \text{ A} + 1 \text{ A} + 10 \text{ A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_2 = 22 \text{ A}$$

- b) A fase 1 “despeja” as correntes de seus três ramos no fio neutro:

$$5 \text{ A} + 5 \text{ A} + 2 \text{ A} = 12 \text{ A}$$

A fase 2 “retira” as correntes de seus três ramos do fio neutro:

$$10 \text{ A} + 1 \text{ A} + 1 \text{ A} = 12 \text{ A}$$

A diferença das duas dá a intensidade da corrente elétrica que entra ou que sai no fio neutro:

$$i_N = 12 \text{ A} - 12 \text{ A} \Rightarrow i_N = 0$$

Como as duas fases estão equilibradas para a máxima corrente, nada resultou no fio neutro. No entanto, pense na seguinte hipótese: desliga-se o aparelho de uma das tomadas avulsas. Recalcule as duas intensidades de corrente nas fases. Você encontrará uma diferença de corrente Δi que equivalerá à intensidade da corrente (i_N) no fio neutro.

- c) Devemos dimensionar os disjuntores levando-se em conta o seguinte:

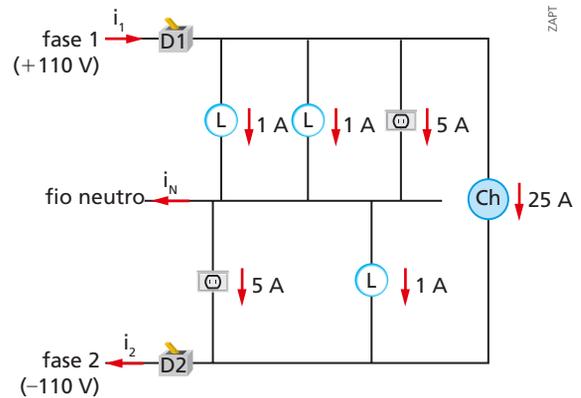
- Eles não podem desarmar (desligar) no caso de o circuito estar com plena carga.
- Somente poderemos usar disjuntores de corrente nominal: 15 A, 20 A, 25 A, etc.

Temos em cada fase 22 A e não podemos usar um disjuntor com corrente nominal 20 A, pois ele desarmará. Acima deste, o próximo da lista é o de 25 A.

Conclusão: os disjuntores D1 e D2 deverão ter corrente nominal de pico igual a 25 A.

Enunciado para as questões 27 a 29:

Considere o circuito elétrico de um banheiro, no qual estão instalados: um chuveiro elétrico, três lâmpadas idênticas e duas tomadas avulsas que suportam até 5 A.



L = lâmpada; ⊗ = tomada avulsa; Ch = chuveiro elétrico; D = disjuntor

27. A tensão elétrica no chuveiro, nas lâmpadas e nas tomadas é, respectivamente:

- a) 220 V, 110 V e 110 V
- b) 220 V, 220 V e 110 V
- c) 110 V, 110 V e 110 V
- d) 110 V, 220 V e 110 V
- e) 220 V, 110 V e 220 V

28. Se estiverem ligados o chuveiro elétrico e as três lâmpadas, porém sem nenhum aparelho plugado nas tomadas avulsas, a intensidade da corrente elétrica no fio neutro (i_N) é igual a:

- a) 5 A
- b) 4 A
- c) 3 A
- d) 2 A
- e) 1 A

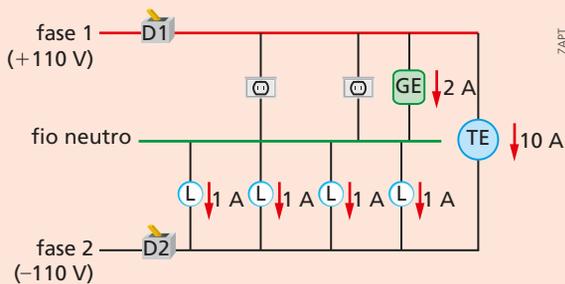
29. Os disjuntores devem ser projetados para não desarmar quando o circuito elétrico estiver com plena carga. Usando-se disjuntores idênticos, de corrente nominal que seja um múltiplo de 5 A, estes deverão ter valor nominal de pico, no mínimo de:

- a) 10 A
- b) 25 A
- c) 30 A
- d) 35 A
- e) 45 A

Exercícios de Reforço

Enunciado para as questões 30 e 31:

Considere o circuito elétrico de uma cozinha no qual estão instalados: uma torneira elétrica, quatro lâmpadas idênticas, duas tomadas avulsas que suportam até 3 A e uma geladeira. A intensidade de corrente que circula em cada um dos aparelhos ligados está indicada na própria figura.



D1 e D2 = disjuntores; GE = geladeira; TE = torneira elétrica; L = lâmpada; = tomada avulsa

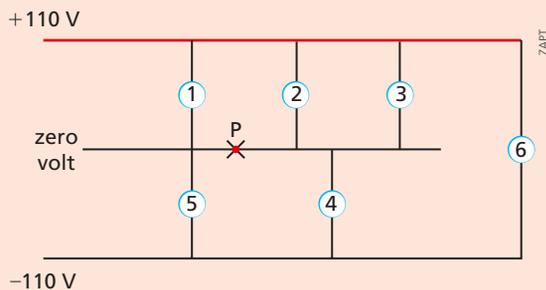
30. Se estiverem ligados a torneira elétrica, a geladeira, três lâmpadas e um liquidificador plugado numa das tomadas avulsas, puxando 2 A de corrente, podemos afirmar que a intensidade da corrente elétrica no fio neutro (I_N) é igual a:

- a) 5 A b) 4 A c) 3 A d) 2 A e) 1 A

31. Os disjuntores devem ser projetados para não desarmar quando o circuito elétrico estiver com plena carga, incluindo-se as correntes das duas tomadas avulsas. Usando-se disjuntores idênticos, de intensidade de corrente que seja um múltiplo de 5 A, estes deverão ter valor nominal de pico, no mínimo de:

- a) 10 A b) 15 A c) 20 A d) 25 A e) 30 A

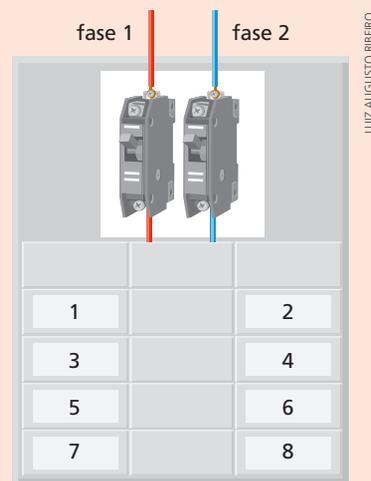
32. Na figura temos um circuito elétrico residencial onde estão instaladas seis lâmpadas. Todas têm a mesma resistência R e comportam-se como resistores ôhmicos. Ocorreu, no entanto, um acidente: rompeu-se o fio neutro no ponto P . No momento estavam ligadas as seis lâmpadas mostradas na figura.



- a) Determine a tensão elétrica em cada lâmpada antes de ocorrer o acidente.
b) Determine a tensão elétrica em cada lâmpada após o rompimento do fio neutro.
c) Descreva o que aconteceu com cada uma das lâmpadas após o rompimento do fio neutro.

Enunciado para as questões 33 a 35:

Considere a figura na qual se esquematizou um quadro de distribuição de corrente de uma residência. Os disjuntores dos circuitos parciais estão numerados de 1 a 8, sendo que os ímpares são alimentados pela fase 1 e os pares, pela fase 2. Todos os oito disjuntores têm a mesma corrente nominal de pico 20 A, e cada um deles protege um único circuito parcial.



33. Os disjuntores de entrada de cada fase devem ser projetados para suportar uma corrente com uma folga de 10% além da intensidade da corrente total. Eles devem ter corrente nominal de pico igual a:

- a) 20 A d) 90 A
b) 40 A e) 160 A
c) 80 A

34. Estando desligados os disjuntores 1, 4 e 6, a máxima intensidade de corrente que passa nos disjuntores de entrada 1 e 2 é, respectivamente:

- a) 60 A e 40 A d) 20 A e 40 A
b) 40 A e 60 A e) 80 A e 80 A
c) 60 A e 20 A

35. Se o disjuntor 3 desarmar devido a um pequeno excesso de corrente, então:

- a) também desarmarão em sequência os disjuntores 1, 5 e 7.
- b) também desarmarão em sequência os disjuntores 5 e 7, devendo ficar armado o disjuntor 1.

c) todos os outros sete disjuntores de circuitos vão desarmar, porém os dois de entrada não desarmarão.

d) todos os demais disjuntores desarmarão, inclusive os dois principais de entrada.

e) nenhum outro disjuntor vai desarmar.

4. A ponte de Wheatstone

A **ponte de Wheatstone** é um circuito elétrico especial montado como sugere a figura 16. Seus elementos são: quatro resistores R_1 , R_2 , R_3 e R_4 , dispostos em forma de um losango, um amperímetro em série com um resistor R e um gerador de fem \mathcal{E} .

Inicialmente vamos equacionar as intensidades de corrente nos três nós: A, C e D:

Em A:

$$i_{\text{tot}} = i_1 + i_2 \quad \textcircled{1}$$

Em C:

$$i_1 = i_A + i_4 \quad \textcircled{2}$$

Em D:

$$i_2 = i_A + i_3 \quad \textcircled{3}$$

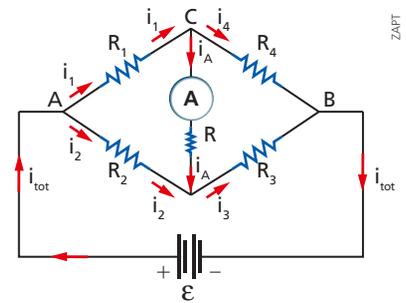


Figura 16. Ponte de Wheatstone.

Equilíbrio da ponte

A ponte de Wheatstone está em equilíbrio quando os potenciais elétricos dos pontos simétricos C e D forem iguais: $V_C = V_D$.

Sendo iguais os potenciais entre C e D, a ddp entre eles é nula e, conseqüentemente, não passa corrente no ramo CD em que estão o resistor R e o amperímetro. Assim, é nula a indicação no amperímetro.

$$U_{CD} = 0 \Rightarrow i_A = 0$$

Observemos que:

$$U_{CD} = (R + R_A) \cdot i_A$$

Se não houvesse um resistor R em série com o amperímetro e se este fosse ideal ($R_A = 0$), não poderíamos ter concluído que a leitura nele seria zero, pois i_A poderia ter assumido qualquer valor.

Se a ponte estiver em equilíbrio, as equações ② e ③ nos permitem concluir que:

$$i_A = 0 \Rightarrow i_1 = i_4 \quad \textcircled{4}$$

$$i_A = 0 \Rightarrow i_2 = i_3 \quad \textcircled{5}$$

Relação entre as quatro resistências da ponte

Nos ramos do triângulo A , C e D , podemos escrever:

$$U_{AC} = V_A - V_C \quad (6)$$

$$U_{AD} = V_A - V_D \quad (7)$$

Estando a ponte em equilíbrio: $V_C = V_D$, as equações (6) e (7) podem ser igualadas:

$$U_{AC} = U_{AD}$$

Analogamente se conclui que:

$$U_{CB} = U_{DB}$$

Dividindo-se membro a membro as duas equações, obtemos:

$$\frac{U_{AC}}{U_{CB}} = \frac{U_{AD}}{U_{DB}} \quad (8)$$

Temos, na figura 17, a ponte em equilíbrio, onde a corrente em R_4 é a mesma que passou em R_1 , bem como a corrente em R_3 também é a mesma que passou em R_2 .

Uma vez determinado o equilíbrio de uma ponte, o resistor R e o amperímetro ficam sem nenhuma função e podem ser retirados do circuito sem nenhum prejuízo para o seu funcionamento.

Vamos aplicar a Lei de Ohm aos quatro ramos do losango:

$$U_{AC} = R_1 \cdot i_1$$

$$U_{AD} = R_2 \cdot i_2$$

$$U_{CD} = R_4 \cdot i_1$$

$$U_{DB} = R_3 \cdot i_2$$

Vamos substituir os resultados acima na equação (8):

$$\frac{R_1 \cdot i_1}{R_4 \cdot i_1} = \frac{R_2 \cdot i_2}{R_3 \cdot i_2} \Rightarrow \frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_3}$$

Podemos efetuar o produto e escrever:

$$R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4 \quad (\text{produto cruzado})$$

Conclusões e estratégias

1. Estando a ponte de Wheatstone em equilíbrio, podemos concluir que são iguais os dois produtos entre resistências situadas em lados opostos do losango. A recíproca também é verdadeira, isto é, se o produto cruzado for verificado, então será nula a indicação de corrente no amperímetro.

$$i_A = 0 \Leftrightarrow R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4$$

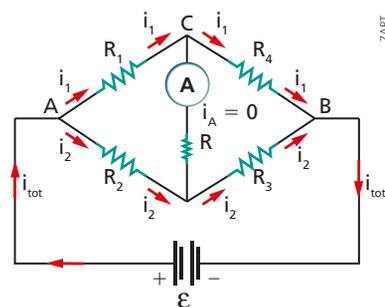


Figura 17. Ponte de Wheatstone em equilíbrio.

- Uma vez determinado o equilíbrio da ponte, devemos retirar os elementos situados na diagonal CD, pois eles não terão mais nenhuma função.
- Na diagonal CD, se em vez de um amperímetro houvesse um voltímetro, o equilíbrio da ponte estaria determinado quando a leitura no voltímetro fosse nula: $U_{DC} = 0$.
- Na diagonal CD, se houvesse apenas uma lâmpada, o equilíbrio da ponte estaria determinado no instante em que esta lâmpada se apagasse.

Exemplo 7

Na ponte de Wheatstone em equilíbrio da figura 18 usamos uma lâmpada de baixa resistência elétrica, em vez de um amperímetro. Deslizando-se o cursor do reostato encontramos uma determinada posição em que a lâmpada se apagou. Nessa posição temos o equilíbrio da ponte e podemos fazer o produto cruzado entre as resistências opostas:

$$R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_x$$

$$12 \cdot 6,0 = 8,0 \cdot R_x$$

$$R_x = \frac{72}{8,0} \Rightarrow R_x = 9,0 \Omega$$

Nessa posição de equilíbrio valem as seguintes igualdades entre as intensidades de corrente:

$$i_4 = i_1 \text{ e ainda } i_2 = i_3$$

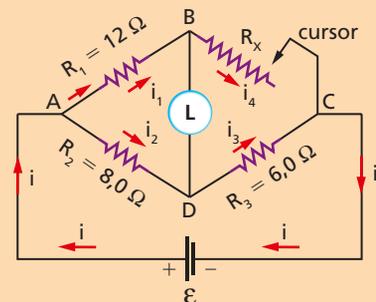


Figura 18.

A ponte de fio

Uma adaptação prática da Ponte de Wheatstone é a denominada **ponte de fio**, na qual o reostato é substituído por um resistor de resistência elétrica e os resistores de resistências R_1 e R_2 são substituídos por um fio de níquel-cromo de secção transversal constante montado sobre uma régua graduada. Esse fio é dividido em duas partes de comprimentos L_1 e L_2 , graças a um cursor D que está ligado ao galvanômetro (fig. 19).

Sendo R_1 e R_2 as resistências elétricas dos trechos AD e DB do fio, respectivamente, no equilíbrio da ponte ($i_G = 0$), podemos escrever:

$$R_x \cdot R_2 = R \cdot R_1 \text{ e, portanto, } R_x = R \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

Mas $\frac{R_1}{R_2} = \frac{L_1}{L_2}$, pois a resistência elétrica de um fio, como já foi visto, é diretamente proporcional ao seu comprimento. Assim:

$$R_x = R \cdot \frac{L_1}{L_2}$$

Os comprimentos L_1 e L_2 são lidos diretamente na régua graduada sobre a qual o fio de níquel-cromo é montado.

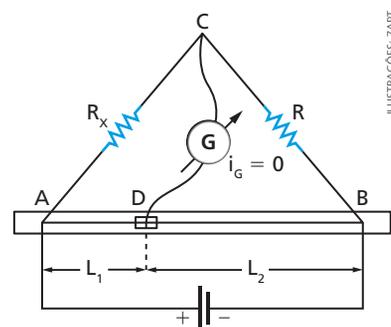
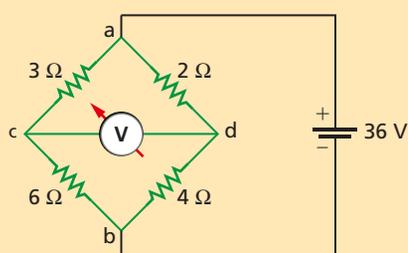


Figura 19. Ponte de fio.

ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Exercícios de Aplicação

36. Considere a ponte de Wheatstone da figura.



- Verifique se ela está em equilíbrio e determine a leitura no voltímetro entre c e d .
- Determine a resistência equivalente entre a e b .
- Determine a intensidade de corrente i que atravessa o gerador.

Resolução:

- Verificamos facilmente que os produtos das resistências opostas são iguais:

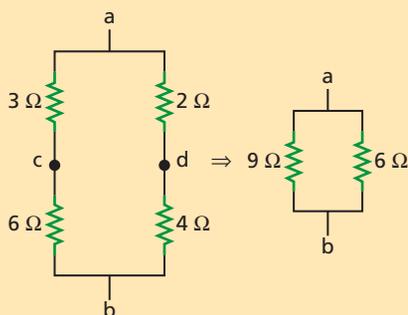
$$(3 \Omega) \cdot (4 \Omega) = (6 \Omega) \cdot (2 \Omega)$$

Conclusão: a ponte está em equilíbrio e os pontos c e d têm o mesmo potencial.

A leitura no voltímetro é **zero** volt.

- Podemos eliminar o voltímetro e substituí-lo por um curto-circuito ($V_c = V_d$) ou optar por deixar um buraco aberto. Vamos calcular a R_{eq} dos dois modos e comparar os resultados.

1º modo: Buraco aberto



$$R_{eq} = \frac{9 \cdot 6}{9 + 6} = \frac{54}{15}$$

$$R_{eq} = 3,6 \Omega$$

2º modo: Fazendo-se um curto-circuito entre c e d

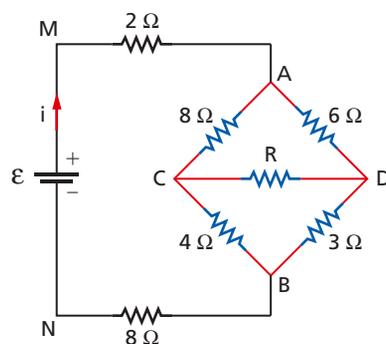
$$R_{eq} = \frac{6}{5} + \frac{24}{10} = \frac{6}{5} + \frac{12}{5} = \frac{18}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{eq} = 3,6 \Omega$$

O resultado evidentemente é o mesmo.

- A intensidade da corrente no gerador se calcula pela Lei de Ohm:
 $U = R_{eq} \cdot i$, mas $U = \mathcal{E} = 36 \text{ V}$
 $\mathcal{E} = R_{eq} \cdot i$
 $36 = 3,6 \cdot i \Rightarrow i = 10 \text{ A}$

37. No circuito da figura a fem do gerador é $\mathcal{E} = 50 \text{ V}$ e a intensidade da corrente que nele percorre é $i = 2 \text{ A}$.



Analise cada uma das afirmativas abaixo e responda se está correta ou errada.

- A resistência equivalente entre M e N vale 25Ω .
- O losango $ABCD$ é uma ponte de Wheatstone em equilíbrio e não passa corrente no ramo CD .
- A ddp entre os terminais A e B da ponte de Wheatstone vale 30 V .
- A ponte de Wheatstone não está em equilíbrio, mas a resistência equivalente entre A e B é $12,5 \Omega$.

Estão corretas:

- a) apenas I e II.
- b) apenas II e IV.
- c) apenas II, III e IV.
- d) apenas I, II e III.
- e) todas.

38. Determine a resistência equivalente entre os terminais x e y das figuras a , b e c . Suponha que cada resistência tenha valor $R = 40 \Omega$.

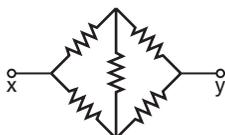


Figura a .

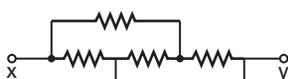


Figura c .

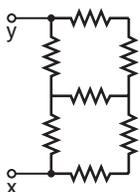
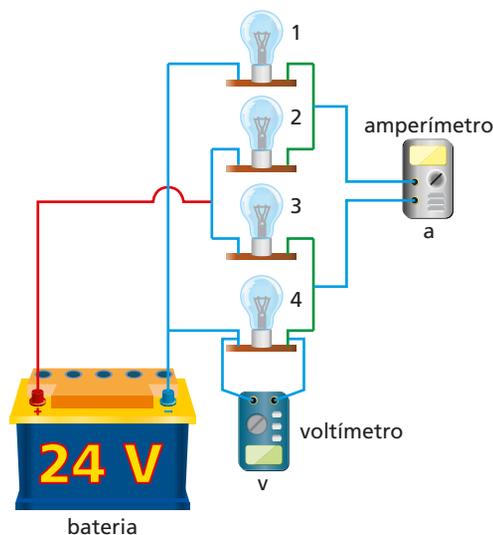


Figura b .

39. O circuito elétrico esquematizado na figura foi montado por um técnico de laboratório e cabia aos alunos identificar o seu modo de funcionamento.

As quatro lâmpadas são idênticas, de resistência $R = 20 \Omega$ cada uma, e comportam-se como se fossem resistores ôhmicos. Os dois aparelhos de medidas são ideais e o amperímetro está indicando **zero**. A bateria de $24,0 \text{ V}$ também é ideal.

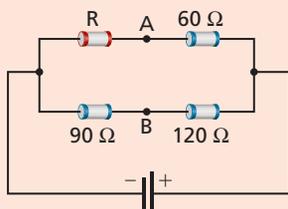


ILUSTRAÇÕES: ZAPT

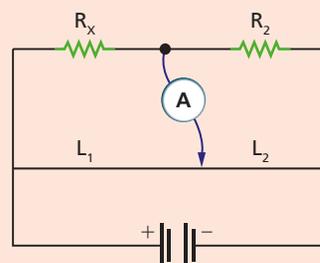
- a) Determine a indicação do voltímetro, paralelo com a lâmpada 4.
- b) Determine a intensidade de corrente elétrica em cada lâmpada.
- c) Se trocássemos o amperímetro por um segundo voltímetro ideal, qual seria a sua indicação?

Exercícios de Reforço

40. (Unesp-SP) Um circuito contendo quatro resistores é alimentado por uma fonte de tensão, conforme mostra a figura. Calcule o valor da resistência R , sabendo-se que o potencial elétrico em A é igual ao potencial elétrico em B .



41. No circuito da figura temos uma ponte de fio, sendo L_1 e L_2 partes do mesmo fio homogêneo, constituído de um material metálico resistivo, cilíndrico e de seção transversal uniforme. Sabe-se que $R_2 = 400 \Omega$ e que a condição para que não passe corrente no amperímetro é que $L_1 = L_2$.



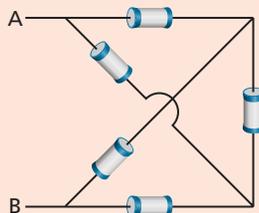
Quando não passar corrente no amperímetro A , o valor da resistência R_x será:

- a) 1200Ω
- b) 900Ω
- c) 800Ω
- d) 400Ω
- e) 200Ω

42. (F. M. Triângulo Mineiro-MG) É comum, em circuitos elétricos, que um fio passe sobre o outro, sem que haja contato elétrico, devido ao isolante, sendo a indicação dessa situação dada no esquema elétrico do circuito dada por um pequeno arco em que haverá a sobreposição. Utilizando resistores de 100Ω , o professor

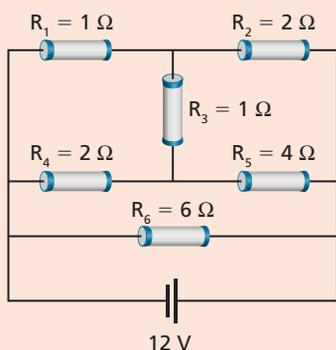
desejava que seus alunos montassem o circuito indicado e, posteriormente, medissem a resistência equivalente entre os pontos A e B . A resistência equivalente encontrada em ohms (Ω) foi:

- a) 25
- b) 50
- c) 100
- d) 200
- e) 500



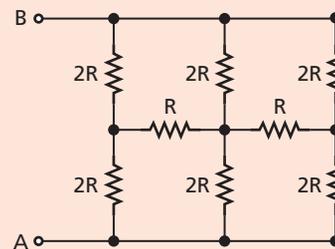
43. (U. F. Viçosa-MG) A figura ilustra um circuito composto de seis resistores alimentados por uma bateria ideal de 12 V. A intensidade de corrente elétrica que passa pelo resistor R_2 é igual a:

- a) 1 A
- b) 2 A
- c) 3 A
- d) 4 A
- e) 5 A

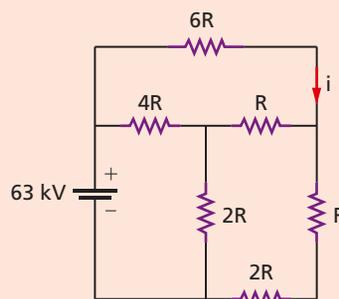


44. (IME-RJ) A resistência equivalente entre os terminais A e B da figura é:

- a) $\left(\frac{1}{3}\right)R$
- b) $\left(\frac{1}{2}\right)R$
- c) $\left(\frac{2}{3}\right)R$
- d) $\left(\frac{4}{3}\right)R$
- e) $2R$



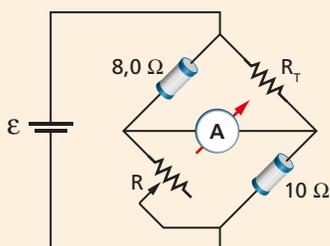
45. Determine a intensidade i da corrente elétrica que se mostra no circuito. O gerador que alimenta os resistores é ideal. Sabe-se que $R = 10 \text{ k}\Omega$.



Exercícios de Aprofundamento

46. (ITA-SP) O circuito da figura a seguir, conhecido como ponte de Wheatstone, está sendo utilizado para determinar a temperatura do óleo em um reservatório, no qual está inserido um resistor de fio de tungstênio R_T . O resistor variável R é ajustado automaticamente de modo a manter a ponte sempre em equilíbrio passando de $4,00 \Omega$ para $2,00 \Omega$. Sabendo que a resistência varia linearmente com a temperatura e que o coeficiente linear de temperatura para o tungstênio vale $\alpha = 4,00 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, a variação da temperatura do óleo deve ser de:

- a) $-125 \text{ }^\circ\text{C}$
- b) $-35,7 \text{ }^\circ\text{C}$
- c) $25,0 \text{ }^\circ\text{C}$
- d) $41,7 \text{ }^\circ\text{C}$
- e) $250 \text{ }^\circ\text{C}$



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

47. No circuito elétrico da figura a , os resistores R têm valor constante $R = 1,6 \Omega$, e o gerador ideal tem fem \mathcal{E} . A intensidade da corrente elétrica que atravessa o amperímetro pode ser alterada conforme se varia a resistência R_x do reostato. O gráfico da figura b mostra a indicação do amperímetro em função de R_x . Determine a fem \mathcal{E} do gerador.

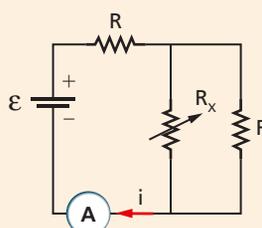


Figura a .

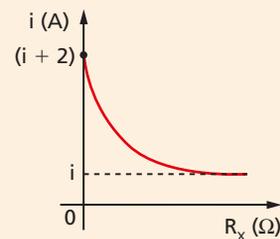
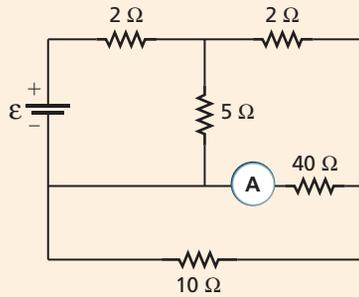


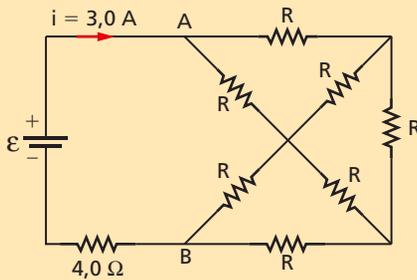
Figura b .

48. O amperímetro ideal da figura indica 500 mA. Sabendo-se que o gerador é ideal, então a sua fem \mathcal{E} vale:

- a) 1,9 V
b) 21 V
c) 25 V
d) 30,4 V
e) 40 V



49. O gerador ideal da figura tem fem igual a $\mathcal{E} = 30$ V e alimenta o circuito com uma corrente elétrica de intensidade $i = 3,0$ A. Determine a resistência equivalente do circuito.



Resolução:

O circuito pode ser redesenhado como representado ao lado.

Temos então:

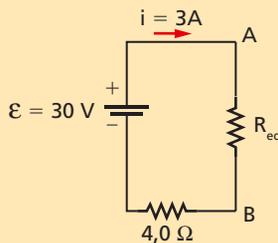
$$\mathcal{E} = (R_{eq} + 4,0) \cdot i$$

$$30 = (R_{eq} + 4,0) \cdot 3,0$$

$$R_{eq} + 4,0 = \frac{30}{3,0} = 10$$

$$R_{eq} + 4,0 = 10 \Rightarrow R_{eq} = 6,0 \Omega$$

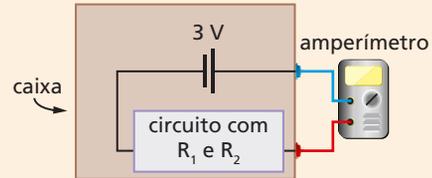
Observemos que foi calculada a resistência equivalente entre A e B sem que se conhecesse o valor de R e sem que desmontássemos o circuito dos resistores R .



50. (Fuvest-SP) Em uma aula de física, os estudantes receberam duas caixas lacradas, C e C' , cada uma delas contendo um circuito genérico, formado por dois resistores (R_1 e R_2) ligado a uma bateria de 3 V de tensão, conforme o esquema da figura. Das instruções recebidas, esses estudantes souberam que os dois resistores eram percorridos por correntes elétricas não nulas e que o valor de R_1 era o mesmo nas duas caixas, bem como o de R_2 . O objetivo do experimento era descobrir como as resistências estavam associadas e determinar

seus valores. Os alunos mediram as correntes elétricas que percorriam os circuitos das duas caixas, C e C' , e obtiveram valores $i = 0,06$ A e $i' = 0,25$ A, respectivamente.

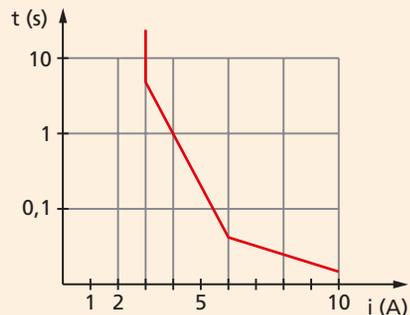
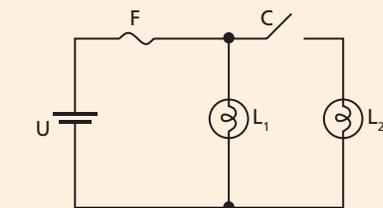
(Note e adote: Desconsidere a resistência interna do amperímetro.)



- a) Desenhe, para cada caixa, um esquema com a associação dos resistores R_1 e R_2 .
b) Determine os valores R_1 e R_2 .

51. (Unicamp-SP) A figura mostra o circuito elétrico simplificado de um automóvel, composto por uma bateria de 12 V e duas lâmpadas L_1 e L_2 cujas resistências são de $6,0 \Omega$ cada uma. Completam o circuito uma chave liga-desliga (C) e um fusível de proteção (F).

A curva **tempo \times corrente** do fusível também é apresentada na figura adiante. Através desta curva pode-se determinar o tempo necessário para o fusível derreter e desligar o circuito em função da corrente que passa por ele.



- a) Calcule a corrente fornecida pela bateria com a chave aberta.
b) Determine por quanto tempo o circuito irá funcionar a partir do momento em que a chave é fechada.
c) Determine o mínimo valor da resistência de uma lâmpada a ser colocada no lugar de L_2 de forma que o circuito possa operar indefinidamente sem que o fusível de proteção derreta.

ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Geradores elétricos

1. Convertendo energia

Como vimos anteriormente, os geradores elétricos são dispositivos que fornecem energia às cargas elétricas para que essas se mantenham circulando. Consequentemente, a energia elétrica vai sendo distribuída aos componentes do circuito elétrico.

O gerador elétrico não fabrica a energia elétrica; ele a obtém de uma outra fonte de energia não elétrica e a converte em elétrica. Desse modo, podemos definir:

Gerador elétrico é um dispositivo que converte em energia elétrica outras formas de energia não elétricas.

Há vários tipos de geradores, classificados conforme o tipo de energia não elétrica que é convertida em elétrica:

- **Geradores químicos:** transformam a energia química em elétrica. As pilhas e as baterias de carro e de celulares são exemplos.
- **Geradores mecânicos:** também conhecidos como **eletrodinâmicos**, convertem a energia mecânica de uma queda-d'água em energia elétrica. São usados nas usinas hidroelétricas, bem como nas termoelétricas e nas nucleares.

A pilha comum ou pilha seca

Basicamente, uma pilha seca é constituída de três partes: o cilindro de carvão, a mistura química e um invólucro de zinco (fig. 1).

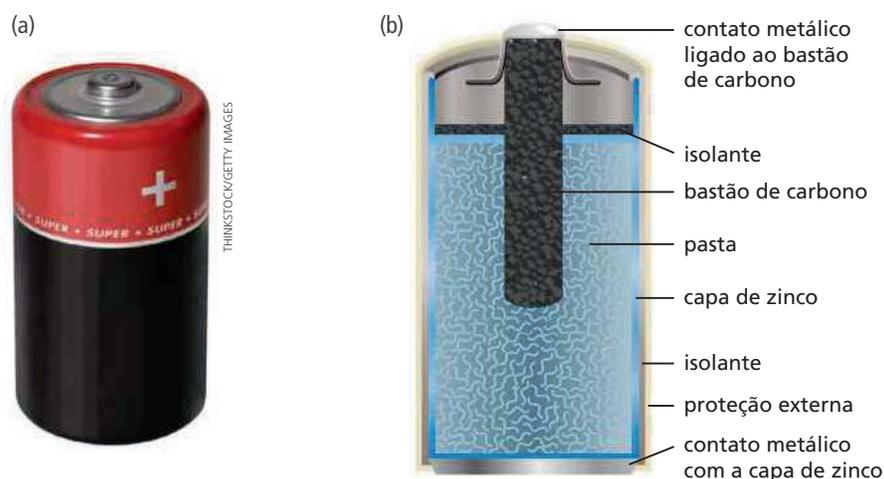


Figura 1. A pilha seca e suas partes.

1. Convertendo energia
2. O gerador real
3. O gerador real no circuito elétrico
4. Associação de geradores

Em virtude das reações químicas que ocorrem no interior da pilha durante a condução de corrente, o cilindro de carvão passa a apresentar falta de elétrons em seu corpo, constituindo assim o polo positivo da pilha. Por outro lado, no invólucro de zinco começam a sobrar elétrons, constituindo o polo negativo da pilha. Assim, entre o polo positivo e o negativo obtém-se uma ddp de 1,5 V.

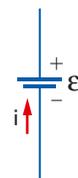
2. O gerador real

Até aqui, trabalhamos com um gerador ideal, o qual fornecia ao circuito elétrico toda a energia convertida em elétrica. No entanto, esse gerador ideal não existe. Na prática, o gerador real perde uma parte dessa energia elétrica por efeito Joule ocorrido no seu interior quando as cargas elétricas o atravessam. Por isso dizemos que o gerador real possui uma resistência interna. No gerador ideal ela não existe e, portanto, não há perda de energia.

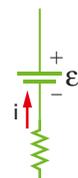
A resistência interna do gerador é a resistência elétrica dos materiais que o constituem e, portanto, é parte integrante desse gerador. Nos circuitos elétricos representamos o gerador real como se fosse um gerador real em série com um resistor, podendo estar, indiferentemente, antes ou depois do gerador ideal, como sugerem as figuras 2b e 2c.

Quando as partículas positivas atravessam o gerador real, ganham potencial devido à sua fem, mas perdem uma parte dele devido à sua resistência interna. Em consequência disso, o gerador real vai fornecer aos elementos do circuito uma **ddp útil (U)** menor que a sua fem \mathcal{E} . Se não houver corrente elétrica circulando, não haverá dissipação de energia, e o gerador se comportará como se fosse ideal.

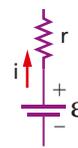
$$i > 0 \Rightarrow U < \mathcal{E} \qquad i = 0 \Rightarrow U = \mathcal{E}$$



(a) Gerador ideal.



(b) Gerador real.



(c) Gerador real.

Figura 2.

Equação da tensão do gerador real

Levando-se em conta o Princípio da Conservação da Energia, podemos afirmar:

A energia útil fornecida ao circuito é igual à energia elétrica convertida, descontada a energia dissipada por efeito Joule na resistência interna.

Como a carga elétrica atravessa todos os elementos envolvidos, podemos reescrever o princípio para as tensões envolvidas:

A ddp útil é igual à fem, descontada a tensão perdida na resistência interna.

Para calcular essa perda de potencial, basta aplicarmos a Lei de Ohm na resistência interna e descontar esse resultado da fem. Assim:

$$U = \mathcal{E} - r \cdot i$$

Essa equação será denominada, simplesmente, **equação do gerador**.

Podemos visualizar melhor as variações de potencial no gerador através do gráfico da figura 3.

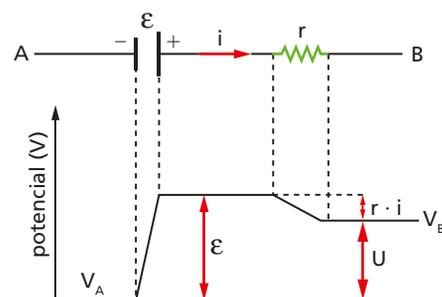


Figura 3. A variação do potencial elétrico quando se atravessa um gerador real.

Gerador real em aberto ou em vazio

O gerador está em aberto quando nada se liga aos seus terminais (fig. 4). Daí as expressões “em vazio” e “em aberto”. Não circula corrente elétrica e, como vimos anteriormente, não há perda de ddp; a tensão útil é igual à fem, o que se pode verificar também pela equação do gerador:

$$U = \mathcal{E} - r \cdot i$$

Fazendo $i = 0$ na equação:

$$U = \mathcal{E} - 0 \Rightarrow U = \mathcal{E}$$

Um método rápido para medir a fem do gerador real seria colocar um voltímetro ideal ligado aos seus polos. No entanto, o voltímetro ideal não existe, é apenas um modelo. Na prática, colocamos um voltímetro de boa qualidade, cuja resistência interna é elevadíssima (fig. 5), e ele vai medir a fem.

Gerador em curto-circuito

Conectando-se um fio de resistência nula aos polos do gerador, ele estará em curto-circuito (fig. 6). Circulará uma corrente elétrica de elevada intensidade, o que vai danificar o aparelho. No caso de uma pilha seca, sua carga elétrica vai embora em poucos minutos. No caso de um gerador mecânico, seus componentes internos vão derreter.

A ddp entre os polos do gerador em curto-circuito é igual a zero.

A corrente elétrica assim obtida é denominada corrente de **curto-circuito do gerador**. Sua intensidade é calculada a partir da equação do gerador:

$$U = \mathcal{E} - r \cdot i$$

Fazendo $U = 0$, teremos:

$$0 = \mathcal{E} - r \cdot i_{cc}$$

$$i_{cc} = \frac{\mathcal{E}}{r}$$

Um método rápido para medir a intensidade da corrente de curto-circuito do gerador real seria colocar um amperímetro ideal ($R_A = 0$) ligado aos seus polos. No entanto, o amperímetro ideal também não existe, é apenas um modelo. Na prática, colocamos um amperímetro de boa qualidade, cuja resistência interna é baixíssima (fig. 7).

Análise gráfica da equação do gerador

À medida que aumenta a intensidade da corrente que circula através do gerador, a sua tensão elétrica vai decrescendo. A equação do gerador nos mostra que U varia linearmente em função de i , pois a função é do 1º grau.



Figura 4. Pilha em vazio.

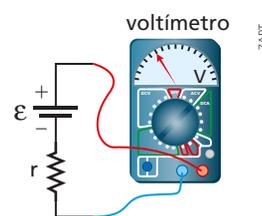


Figura 5. Gerador ligado ao voltímetro.



Figura 6. Gerador em curto-circuito.

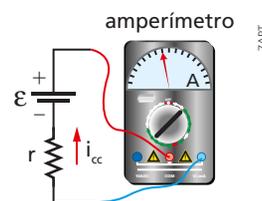


Figura 7. Amperímetro ligado aos terminais do gerador real.

Representando no eixo de abscissa a intensidade de corrente e no eixo de ordenadas a tensão elétrica, obtém-se a reta oblíqua, como mostra a figura 8.

Este gráfico é denominado **curva característica do gerador**.

Recordemos que:

$$i = 0 \Rightarrow U = \mathcal{E}$$

$$i = i_{cc} \Rightarrow U = 0$$

O coeficiente angular da reta nos leva ao cálculo da resistência interna do gerador:

$$\text{tg } \theta = \frac{\mathcal{E}}{i_{cc}} \quad (1)$$

Mas:

$$i_{cc} = \frac{\mathcal{E}}{r}$$

Substituindo na equação (1), temos:

$$\text{tg } \theta = \frac{\mathcal{E}}{\frac{\mathcal{E}}{r}} \Rightarrow \text{tg } \theta = r \quad (\text{são numericamente iguais})$$

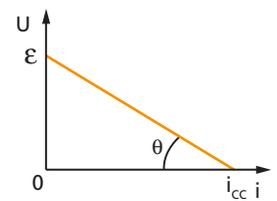


Figura 8. Curva característica do gerador.

Exemplo 1

Um gerador possui fem $\mathcal{E} = 24 \text{ V}$ e resistência interna $r = 3,0 \, \Omega$. Vamos calcular a intensidade de corrente de curto-circuito e a seguir esboçar a sua curva característica:

$$i_{cc} = \frac{\mathcal{E}}{r} \Rightarrow i_{cc} = \frac{24 \text{ V}}{3,0 \, \Omega} \Rightarrow i_{cc} = 8,0 \text{ A}$$

Como a curva característica é uma reta, bastam dois pontos para defini-la.

Usaremos:

$$i = 0 \Rightarrow U = \mathcal{E} = 24 \text{ V}$$

$$U = 0 \Rightarrow i = i_{cc} = 8,0 \text{ A}$$

A figura 9 mostra a curva característica desse gerador.

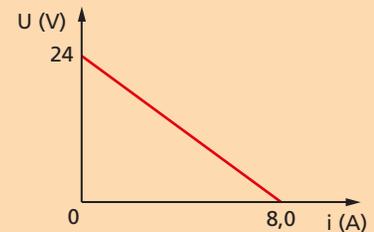


Figura 9. Curva característica.

3. O gerador real no circuito elétrico

Na figura 10, temos um circuito constituído apenas por um gerador real de resistência interna r e fem \mathcal{E} e um único resistor de resistência R . Nele circula uma corrente elétrica cuja intensidade vamos determinar usando a equação do gerador e a Lei de Ohm para o resistor.

Para o gerador:

$$U = \mathcal{E} - r \cdot i \quad (1)$$

Para o resistor:

$$U = R \cdot i \quad (2)$$

Observemos que a ddp útil que o gerador fornece ao resistor é igual a U ; portanto, podemos igualar as duas equações e teremos:

$$\mathcal{E} - r \cdot i = R \cdot i$$

$$\mathcal{E} = R \cdot i + r \cdot i$$

$$\mathcal{E} = (R + r) \cdot i \quad (3)$$

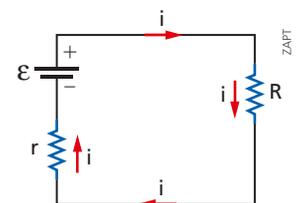


Figura 10. O gerador real alimentando o resistor.

Essa equação é a própria Lei de Ohm aplicada aos resistores em série ($R + r$). Ou seja, para calcularmos a intensidade de corrente no circuito dotado de um gerador real, basta somarmos a resistência interna ao resistor externo.

$$i = \frac{\mathcal{E}}{(R + r)} \quad (4)$$

No caso de o circuito ser constituído por uma associação de resistores e um gerador real, calculamos a resistência equivalente (R_{eq}) desses resistores e somamos a resistência interna. A equação (3) ficará:

$$\mathcal{E} = (R_{eq} + r) \cdot i \quad (5)$$

Não se deve decorar a equação (4), pois a Lei de Ohm representada pelas equações (3) e (5) nos será muito mais útil.

Exemplo 2

Temos um circuito elétrico simples. O gerador tem fem $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$ e resistência interna $r = 2,0 \, \Omega$, e o resistor externo tem resistência $R = 4,0 \, \Omega$.

Vamos calcular a intensidade de corrente, usando a equação (3):

$$\mathcal{E} = (R + r) \cdot i$$

$$12 = (4,0 + 2,0) \cdot i \Rightarrow i = \frac{12 \text{ V}}{6,0 \, \Omega} \Rightarrow i = 2,0 \text{ A}$$

Vamos também calcular a ddp nos terminais do gerador, usando a equação do gerador:

$$U = \mathcal{E} - r \cdot i$$

$$U = 12 - 2,0 \cdot 2,0 \Rightarrow U = 8,0 \text{ V}$$

Observemos que está passando corrente no gerador e a ddp que ele "joga" no circuito é menor que a sua fem.

Exercícios de Aplicação

- Um gerador elétrico possui fem 30 V e resistência interna $2,0 \, \Omega$. Determine:
 - a tensão nos seus terminais, quando atravessado por uma corrente elétrica de intensidade $5,0 \text{ A}$;
 - a intensidade da corrente elétrica que o atravessa quando a tensão em seus terminais é de 12 V ;
 - a intensidade da corrente elétrica de curto-circuito;
 - a leitura de um voltímetro ideal ligado entre os terminais do gerador.

Resolução:

- a) De $U = \mathcal{E} - r \cdot i$, com $\mathcal{E} = 30 \text{ V}$ e $r = 2,0 \, \Omega$, vem:

$$U = 30 - 2,0 \cdot i$$

Para $i = 5,0 \text{ A}$, resulta:

$$U = 30 - 2,0 \cdot 5,0$$

$$U = 20 \text{ V}$$

- b) Em $U = 30 - 2,0 \cdot i$, fazendo $U = 12 \text{ V}$, vem:

$$12 = 30 - 2,0 \cdot i$$

$$i = 9,0 \text{ A}$$

- c) A intensidade da corrente de curto-circuito é:

$$i_{cc} = \frac{\mathcal{E}}{r}$$

$$i_{cc} = \frac{30}{2,0}$$

$$i_{cc} = 15 \text{ A}$$

- d) Se o voltímetro ideal ($R_v \rightarrow \infty$) estiver ligado aos terminais do gerador, o circuito não será percorrido por corrente elétrica. O gerador está em circuito aberto. Logo, a leitura do voltímetro é a força eletromotriz:

$$U = \mathcal{E} = 30 \text{ V}$$

- A bateria de um automóvel tem fem 12 V e resistência interna $0,5 \, \Omega$. Quando os faróis são acesos, eles puxam uma corrente de intensidade $6,0 \text{ A}$. Determine a tensão real nos faróis.
- Um voltímetro ideal foi ligado aos polos de um gerador e mediu a tensão de $6,0 \text{ V}$. A seguir, um amperímetro ideal foi ligado aos mesmos terminais e mediu a intensidade de corrente de 60 A . Determine:
 - a resistência interna do gerador;
 - a tensão no gerador quando for percorrido por corrente elétrica de intensidade 30 A .

4. A curva característica de um gerador é mostrada na figura. Determine a fem, a resistência interna e a intensidade de corrente de curto-circuito do gerador.

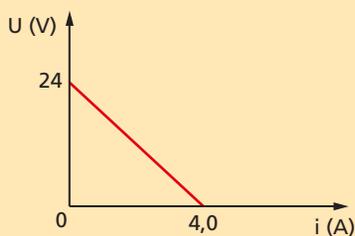


Figura a.

Resolução:

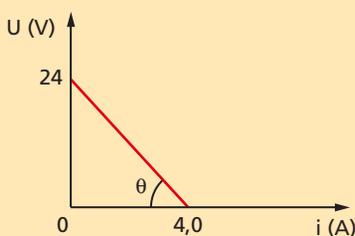


Figura b.

Do gráfico, concluímos que:

$$\mathcal{E} = 24 \text{ V} \quad (\text{coeficiente linear da reta})$$

$$i_{cc} = 4,0 \text{ A} \quad (\text{abscissa do ponto onde a reta intercepta o eixo dos } i)$$

A resistência interna é numericamente igual à tangente do ângulo θ :

$$\text{tg } \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{24}{4,0} = 6,0$$

$$r = 6,0 \, \Omega$$

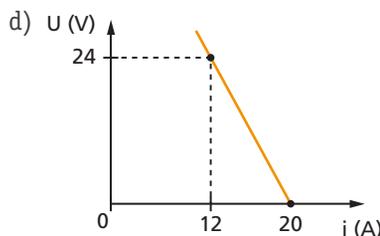
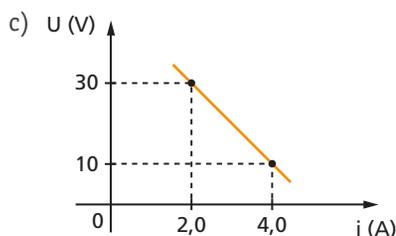
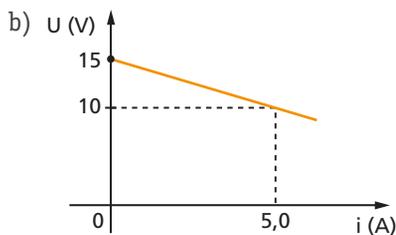
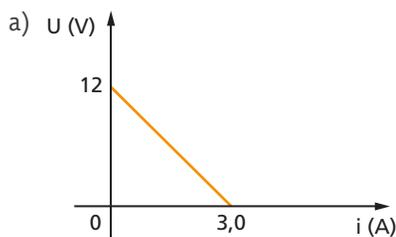
5. Um gerador tem fem \mathcal{E} e resistência interna r . Sabe-se que:

1º) quando a tensão nos terminais do gerador é 16 V, a corrente que o atravessa tem intensidade 2,0 A;

2º) a intensidade da corrente de curto-circuito é de 10 A.

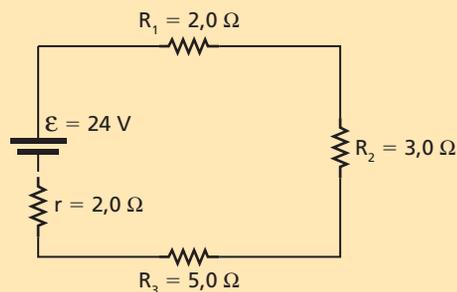
Determine \mathcal{E} e r .

6. Determine a fem, a resistência interna e a intensidade da corrente de curto-circuito para os geradores cujas curvas características estão indicadas a seguir:



7. Para o circuito esquematizado, determine:

- a) a intensidade de corrente;
b) a ddp no resistor de resistência 3,0 Ω .



Resolução:

- a) Os três resistores R_1 , R_2 e R_3 estão em série e a resistência equivalente a eles é:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R_{eq} = 2,0 \, \Omega + 3,0 \, \Omega + 5,0 \, \Omega \Rightarrow R_{eq} = 10 \, \Omega$$

Usando a Lei de Ohm, temos:

$$\mathcal{E} = (r + R_{eq}) \cdot i$$

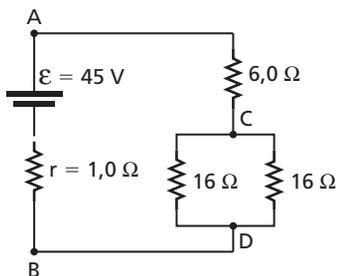
$$24 = (2,0 + 10) \cdot i \Rightarrow i = 2,0 \text{ A}$$

b) A ddp em $R_2 = 3,0 \Omega$ é:

$$U = R_2 \cdot i \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U = 3,0 \cdot 2,0 \Rightarrow U = 6,0 \text{ V}$$

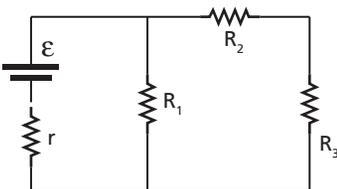
8. Considere o circuito esquematizado.



Determine:

- a intensidade da corrente elétrica que atravessa o gerador AB;
- a ddp entre os pontos C e D.

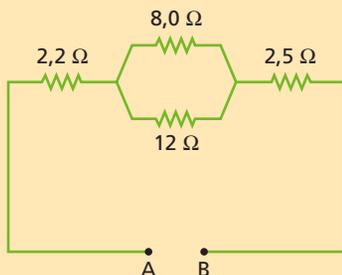
9. No circuito da figura tem-se um gerador de fem $\mathcal{E} = 6,0 \text{ V}$ e resistência interna $r = 1,0 \Omega$. As demais resistências elétricas do circuito são $R_1 = 3,0 \Omega$, $R_2 = 2,0 \Omega$ e $R_3 = 4,0 \Omega$.



Determine:

- a intensidade da corrente que atravessa o gerador;
- a tensão nos terminais do gerador.

10. É dado o esquema de resistores da figura, cujos terminais são A e B.



a) Determine a resistência equivalente entre A e B.

b) Um gerador de fem $20,4 \text{ V}$ e resistência interna $0,70 \Omega$ foi ligado aos terminais A e B. Determine a intensidade de corrente que atravessa o gerador.

c) Determine a ddp entre os polos do gerador do item anterior.

Resolução:

a) Inicialmente verificamos que os resistores de $8,0 \Omega$ e de 12Ω estão em paralelo.

$$R_p = \frac{8,0 \cdot 12}{20} \Rightarrow R_p = 4,8 \Omega$$

Temos em série: $2,2 \Omega$, $4,8 \Omega$ e $2,5 \Omega$.

$$R_{eq} = 2,2 + 4,8 + 2,5 \Rightarrow R_{eq} = 9,5 \Omega$$

b) A intensidade de corrente se calcula por:

$$\mathcal{E} = (r + R_{eq}) \cdot i$$

$$20,4 = (0,70 + 9,5) \cdot i$$

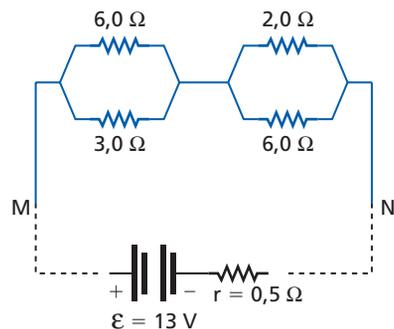
$$i = \frac{20,4 \text{ V}}{10,2 \Omega} \Rightarrow i = 2,0 \text{ A}$$

c) Usando a equação do gerador determinamos a ddp entre os seus polos:

$$U = \mathcal{E} - r \cdot i$$

$$U = 20,4 - 0,70 \cdot 2,0 \Rightarrow U = 19,0 \text{ V}$$

11. A figura nos mostra uma associação mista composta por quatro resistores. Os terminais da associação são os pontos M e N.

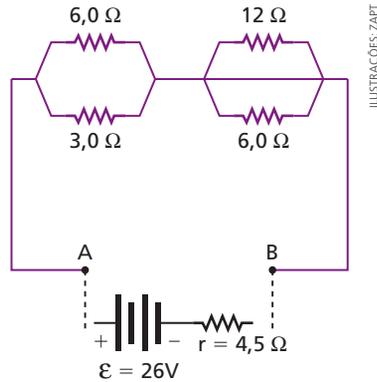


a) Determine a resistência equivalente da associação.

b) Um gerador de resistência interna $r = 0,50 \Omega$ e fem $\mathcal{E} = 13 \text{ V}$ foi conectado aos terminais A e B. Determine a intensidade de corrente que atravessou o gerador.

c) Determine a ddp nos terminais do gerador.

12. Considere a associação de resistores da figura.



- Determine a resistência equivalente entre os terminais A e B.
- Inserindo-se entre os terminais A e B um gerador real ($\mathcal{E} = 26 \text{ V}$; $r = 4,5 \Omega$), circulará uma corrente elétrica no circuito. Determine a intensidade dessa corrente.
- Determine a intensidade de corrente nos resistores de $6,0 \Omega$ e de $3,0 \Omega$.

13. Um professor montou, no laboratório de Física do seu colégio, a associação de resistores da figura. A seguir, inseriu entre os seus terminais a e b um gerador de fem 13 V e resistência interna $0,5 \Omega$.

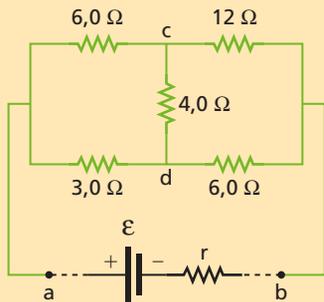


Figura a.

Determine:

- a resistência equivalente entre os terminais a e b da associação de resistores;
- a intensidade da corrente que circula através do gerador;
- as intensidades de corrente que atravessa cada um dos cinco resistores da associação.

Resolução:

- A associação de resistores forma uma ponte de Wheatstone. Verifica-se que o produto das resistências opostas é igual a 36 em ambas as diagonais.

$$6,0 \cdot 6,0 = 3,0 \cdot 12 = 36$$

Portanto, são iguais os dois produtos, e isso nos garante o equilíbrio da ponte. Logo, são iguais os potenciais de c e d, ou seja: $V_c = V_d$.

Podemos retirar do sistema o resistor de $4,0 \Omega$, entre os pontos c e d. Redesenhando-se o circuito, chegaremos facilmente à resistência equivalente.

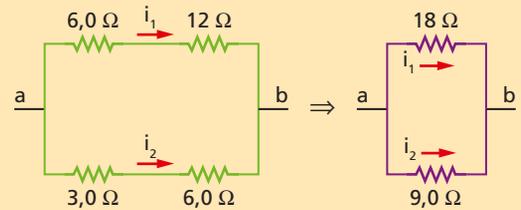


Figura b.

$$R_{eq} = \frac{9,0 \cdot 18}{(9,0 + 18)} \Rightarrow R_{eq} = \frac{9,0 \cdot 18}{27}$$

$$\Rightarrow R_{eq} = 6,0 \Omega$$

- A intensidade de corrente é dada por:

$$\mathcal{E} = (r + R_{eq}) \cdot i$$

$$13 = (0,5 + 6,0) \cdot i$$

$$i = \frac{13 \text{ V}}{6,5 \Omega} \Rightarrow i = 2,0 \text{ A}$$

- A intensidade de corrente no resistor de $4,0 \Omega$ é igual a zero, pois não há ddp. Para calcular as demais correntes vamos retomar as figuras anteriores. A ddp entre os terminais a e b da associação é dada pela Lei de Ohm:

$$U = R_{eq} \cdot i$$

$$U = 6,0 \cdot 2,0 \Rightarrow U = 12,0 \text{ V}$$

Usando-se a Lei de Ohm nos resistores da figura b, temos:

$$U = R \cdot i_1 \Rightarrow 12 = 18 \cdot i_1 \Rightarrow i_1 = \frac{2}{3} \text{ A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_1 \cong 0,67 \text{ A}$$

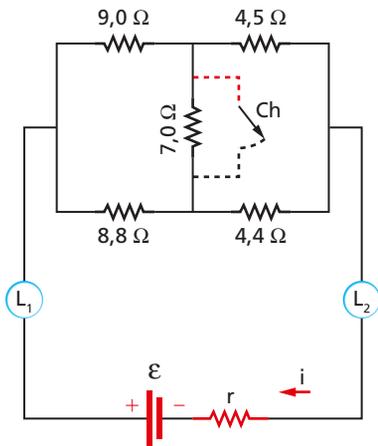
$$U = R \cdot i_2 \Rightarrow 12 = 9,0 \cdot i_2 \Rightarrow i_2 = \frac{4}{3} \text{ A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_2 \cong 1,33 \text{ A}$$

Assim, nos resistores de $6,0 \Omega$ e 12Ω passa a mesma intensidade de corrente: $0,67 \text{ A}$.

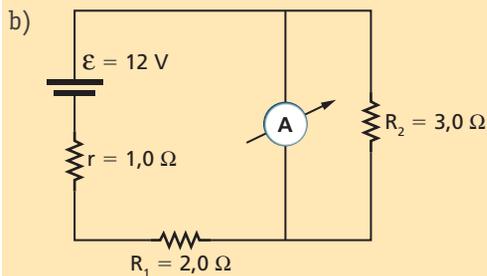
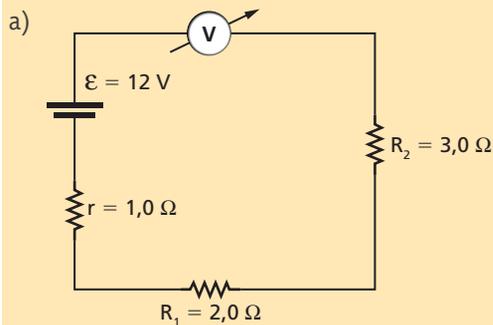
Nos resistores de $3,0 \Omega$ e $6,0 \Omega$ passa a mesma intensidade de corrente: $1,33 \text{ A}$.

14. Temos um circuito elétrico alimentado por gerador real e uma associação de cinco resistores. Uma chave foi instalada em paralelo com o resistor de $7,0 \Omega$ e ainda a duas lâmpadas L_1 e L_2 , que têm a mesma resistência elétrica e se comportam como resistores ôhmicos. Com a chave aberta, a intensidade de corrente no gerador é $i = 2,0 \text{ A}$.



Fechando-se a chave:

- L_1 queima e L_2 se apaga.
 - L_2 queima e L_1 se apaga.
 - L_1 e L_2 queimam, pois aumentou a intensidade da corrente nas lâmpadas.
 - L_1 e L_2 continuam com o mesmo brilho.
 - diminui o brilho das duas lâmpadas, mas não se apagam.
15. Determine as leituras do voltímetro e do amperímetro, supostos ideais, nos circuitos abaixo:



Resolução:

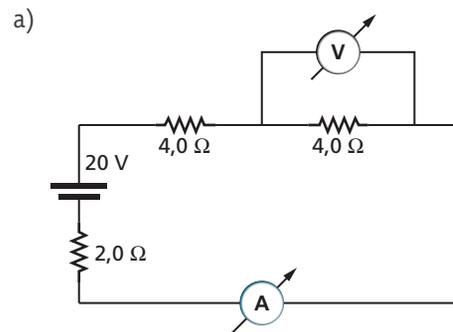
- a) Sendo o voltímetro ideal ($R_V \rightarrow \infty$), o circuito não é percorrido por corrente. O gerador está em circuito aberto. A leitura do voltímetro é a força eletromotriz:

$$U = \mathcal{E} = 12 \text{ V}$$

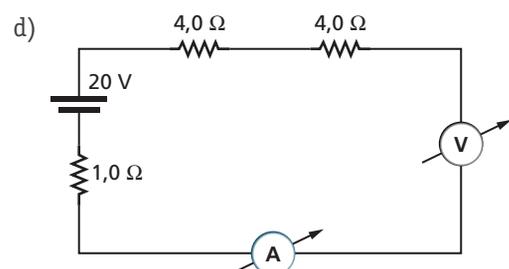
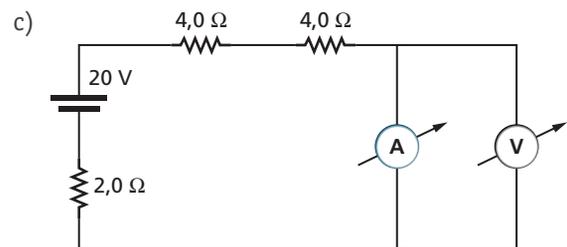
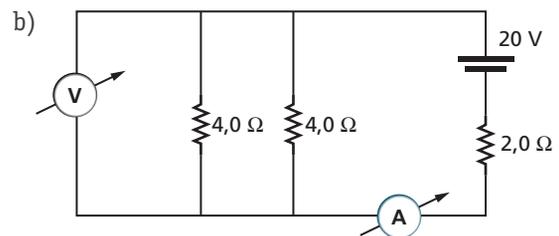
- b) Neste caso, o amperímetro ideal ($R_A = 0$) coloca o resistor R_2 em curto-circuito. A leitura do amperímetro é:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{r + R_1} \Rightarrow i = \frac{12}{1,0 + 2,0} \Rightarrow i = 4,0 \text{ A}$$

16. Para os circuitos dados, determine as indicações do amperímetro e do voltímetro supostos ideais.



ILUSTRAÇÕES: ZAPET

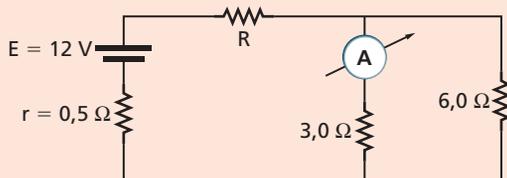


Exercícios de Reforço

17. (U. E. Londrina-PR) A diferença de potencial obtida nos terminais de um gerador em circuito aberto é 12 volts. Quando esses terminais são colocados em curto-circuito, a corrente elétrica fornecida pelo gerador é 5,0 ampères. Nessas condições, a resistência interna do gerador é, em ohms, igual a:

- a) 2,4 d) 17
b) 7,0 e) 60
c) 9,6

18. No circuito elétrico mostrado, qual deverá ser o valor da resistência elétrica R para que o amperímetro ideal registre uma corrente elétrica de 2,0 A?



- a) 5,5 Ω d) 2,5 Ω
b) 4,5 Ω e) 1,5 Ω
c) 3,5 Ω

19. Nas três figuras estão representadas três tentativas de se acender uma lâmpada e inserir no circuito, corretamente, um amperímetro e um voltímetro, ambos ideais, para se medir a intensidade de corrente e a tensão nos seus terminais.

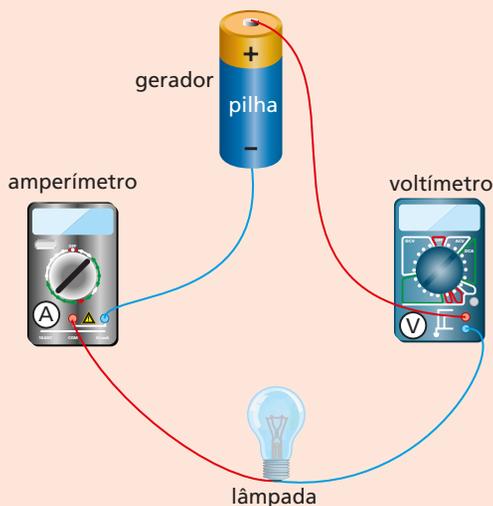


Figura a.

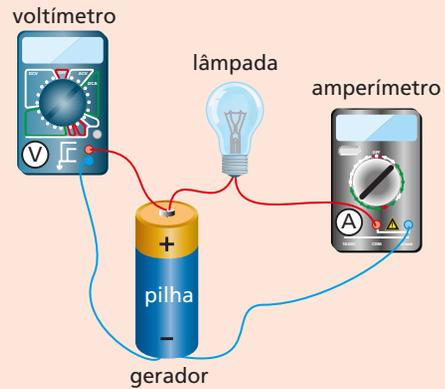
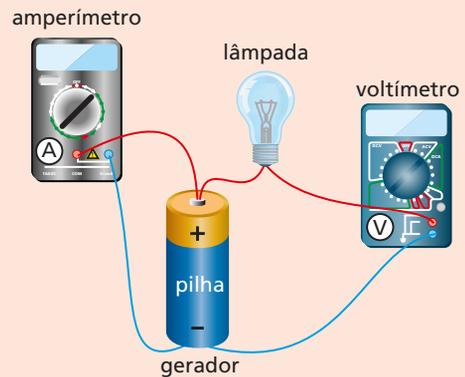


Figura b.



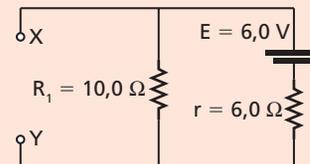
ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Figura c.

Estão corretamente associados os aparelhos:

- a) da figura a, apenas.
b) da figura b, apenas.
c) da figura c, apenas.
d) das figuras a e b, apenas.
e) das figuras b e c, apenas.

20. (ITA-SP) Coloque entre X e Y um resistor adequado para que a corrente elétrica através de R_1 seja 0,30 A.



A resistência elétrica desse resistor:

- a) é de 5,0 Ω.
b) é de 10,0 Ω.
c) é de 15,0 Ω.
d) é de 20,0 Ω.
e) não está determinada com os dados apresentados.

4. Associação de geradores

É comum, em aparelhos elétricos, como rádios e lanternas, efetuar-se uma associação de geradores (pilhas) em série. A associação em série de geradores também é chamada **bateria de geradores**. Assim, por exemplo, a bateria de um automóvel na verdade é uma associação em série de vários elementos. É mais raro, mas também pode haver necessidade de associarem-se geradores em paralelo. No caso da associação em paralelo, só iremos analisar a situação em que os geradores são iguais, por ser a única a apresentar interesse prático.

Chamamos **gerador equivalente** o gerador único que, percorrido por corrente de intensidade igual à da que percorre a associação, mantém entre seus terminais uma ddp igual à mantida entre os terminais da associação. Assim, resolver uma associação de geradores é encontrar as características (fem \mathcal{E} e resistência interna r) do gerador equivalente.

Associação em série

Geradores estão associados em série quando são ligados em sequência, de modo que cada polo de um gerador associado está ligado ao polo de sinal oposto do gerador que o sucede ou que o antecede. Por exemplo, na figura 11, temos uma associação em série na qual o polo negativo do primeiro gerador está ligado ao polo positivo do segundo; o polo negativo do segundo está ligado ao polo positivo do terceiro; e assim sucessivamente.

Nesse exemplo, o polo positivo do primeiro gerador e o polo negativo do último são os polos da associação. É propriedade fundamental da associação em série:

A intensidade de corrente é a mesma em todos os geradores associados.

Consideremos n geradores de fem $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_n$ e resistência interna r_1, r_2, \dots, r_n associados em série. A ddp na associação (U) será igual à soma das ddp nos geradores associados:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

Substituindo nessa equação os valores das ddp dados pela equação característica, vem:

$$\underbrace{\mathcal{E}_{\text{eq}} - r_{\text{eq}} \cdot i}_{\text{gerador equivalente}} = (\mathcal{E}_1 = r_1 \cdot i) + (\mathcal{E}_2 = r_2 \cdot i) + \dots + (\mathcal{E}_n = r_n \cdot i)$$

$$\mathcal{E}_{\text{eq}} - r_{\text{eq}} \cdot i = (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \dots + \mathcal{E}_n) - (r_1 + r_2 + \dots + r_n) \cdot i$$

Identificando os termos do primeiro e do segundo membros, obtemos:

$$\mathcal{E}_{\text{eq}} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \dots + \mathcal{E}_n$$

$$r_{\text{eq}} = r_1 + r_2 + \dots + r_n$$

Portanto, a associação em série de geradores produz um aumento na fem e na resistência interna.

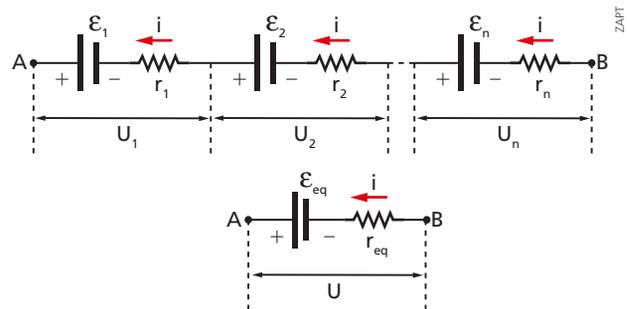


Figura 11. Associação de geradores em série.

No caso de n geradores iguais, com força eletromotriz \mathcal{E} e resistência interna r , teremos:

$$\mathcal{E}_{\text{eq}} = n \cdot \mathcal{E}$$

$$r_{\text{eq}} = n \cdot r$$

Exemplo 3

Dispomos de quatro pilhas idênticas de fem $1,5 \text{ V}$ e resistência interna $0,5 \, \Omega$, conectadas em série, como mostra a figura 12. Vamos determinar a fem e a resistência interna do gerador equivalente.



Figura 12.

Força eletromotriz equivalente:

$$\mathcal{E}_{\text{eq}} = n \cdot \mathcal{E} \Rightarrow \mathcal{E}_{\text{eq}} = 4 \cdot \mathcal{E} \Rightarrow \mathcal{E}_{\text{eq}} = 4 \cdot 1,5 \text{ V} \Rightarrow \mathcal{E}_{\text{eq}} = 6,0 \text{ V}$$

Resistência interna equivalente: $r_{\text{eq}} = n \cdot r \Rightarrow r_{\text{eq}} = 4 \cdot r$

$$r_{\text{eq}} = 4 \cdot 0,5 \, \Omega \Rightarrow r_{\text{eq}} = 2,0 \, \Omega$$

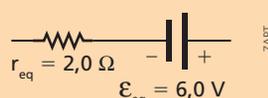


Figura 13. Gerador equivalente.

Associação de geradores idênticos em paralelo

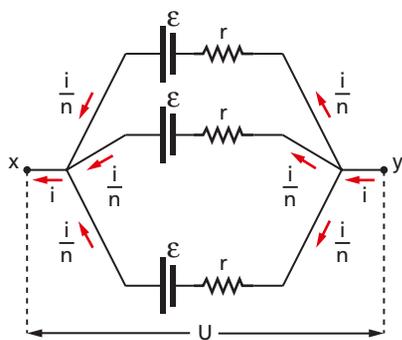
Para ligar geradores em paralelo, devemos conectar polo positivo com polo positivo e polo negativo com polo negativo, como mostra a figura 14.

Na prática, a associação de geradores em paralelo somente tem utilidade para geradores idênticos; portanto, vamos estudar apenas este caso particular.

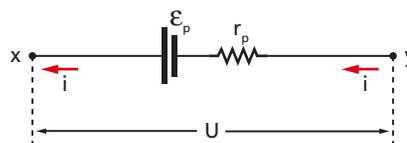
Consideremos que os n geradores associados sejam iguais, tendo a mesma fem \mathcal{E} e a mesma resistência interna r . Seja \mathcal{E}_p e r_p a fem e a resistência interna, respectivamente, do gerador equivalente (fig. 15b). Sendo i a intensidade da corrente que atravessa a associação, em cada um dos geradores associados a intensidade de corrente é $\frac{i}{n}$. Os geradores associados mantêm, em conjunto, uma ddp U entre os terminais da associação.

Para o gerador equivalente:

$$U = \mathcal{E}_p - r_p \cdot i$$



(a) Geradores associados em paralelo mantêm em conjunto uma ddp U .



(b) O gerador equivalente, percorrido por corrente de intensidade igual à da associação, mantém a mesma ddp.

Figura 15.

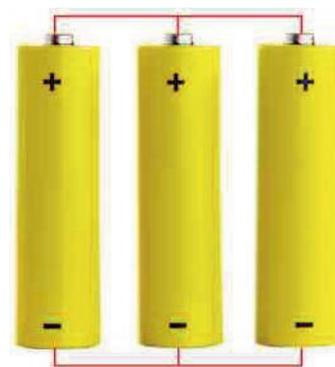


Figura 14. Pilhas idênticas em paralelo.

Para cada gerador associado:

$$U = \mathcal{E} - r \cdot \frac{i}{n}$$

Igualando, obtemos:

$$\mathcal{E}_p - r_p \cdot i = \mathcal{E} - \frac{r}{n} \cdot i$$

Fazendo a identidade entre os termos do primeiro e do segundo membros, vem:

$$\mathcal{E}_p = \mathcal{E}$$

$$r_p = \frac{r}{n}$$

Concluimos que, na associação de geradores iguais em paralelo, a fem se mantém, havendo diminuição na resistência interna.

Exemplo 4

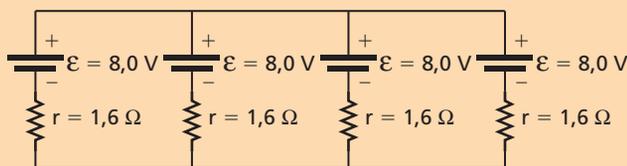
Disponemos de quatro geradores idênticos, cuja fem é 8,0 V e a resistência interna, 1,6 Ω. Vamos associá-los em paralelo (fig. 16) e determinar o gerador equivalente.

A fem equivalente é igual à fem dos geradores associados em paralelo:

$$\mathcal{E}_{eq} = \mathcal{E} = 8,0 \text{ V}$$

A resistência interna equivalente será igual a $\frac{1}{4}$ da resistência interna dos geradores associados:

$$r_{eq} = \frac{r}{4} \Rightarrow r_{eq} = \frac{1,6 \Omega}{4} \Rightarrow r_{eq} = 0,4 \Omega$$

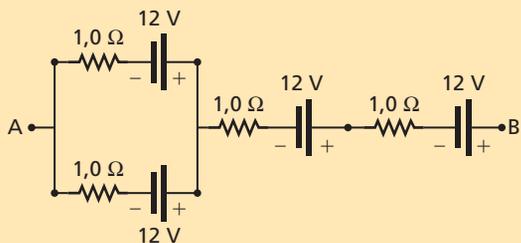


ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Figura 16. Geradores em paralelo.

Exercícios de Aplicação

- 21.** Na figura temos quatro geradores idênticos associados. Cada um deles possui fem igual a 12 V e resistência interna 1,0 Ω. Determine a fem e a resistência interna do gerador equivalente.



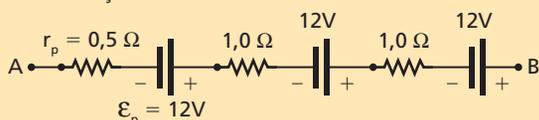
Resolução:

Os dois geradores em paralelo são equivalentes a:

$$\mathcal{E}_{eq} = \mathcal{E} = 12 \text{ V}$$

$$r_p = \frac{r}{2} = \frac{1,0 \Omega}{2} \Rightarrow r_p = 0,5 \Omega$$

A associação fica:



Estando os geradores em série, determinamos a resistência interna equivalente fazendo o somatório das resistências internas de cada um. Do mesmo modo procedemos com a força eletromotriz equivalente.

$$r_{eq} = 0,5 \Omega + 1,0 \Omega + 1,0 \Omega \Rightarrow r_{eq} = 2,5 \Omega$$

$$\mathcal{E}_{eq} = 12 \text{ V} + 12 \text{ V} + 12 \text{ V} \Rightarrow \mathcal{E}_{eq} = 36 \text{ V}$$

- 22.** Determine a resistência equivalente e a fem equivalente das associações das figuras a e b. Todos os geradores associados possuem fem igual a 64 V e resistência interna igual a 4,0 Ω. Admita que os terminais sejam sempre A e B.

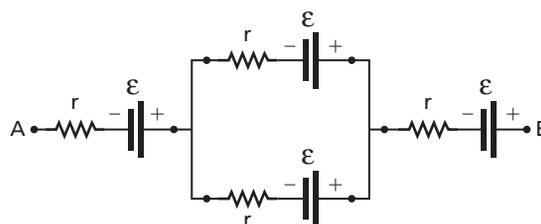


Figura a.

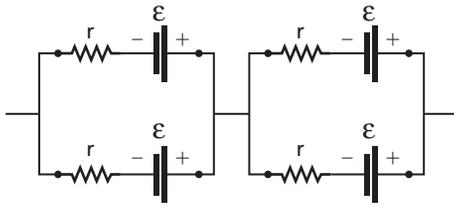


Figura b.

23. Considere o arranjo formado por três pilhas idênticas de fem $\mathcal{E} = 6,0 \text{ V}$ cada uma e resistência interna desprezível, conectadas como mostra a figura a.

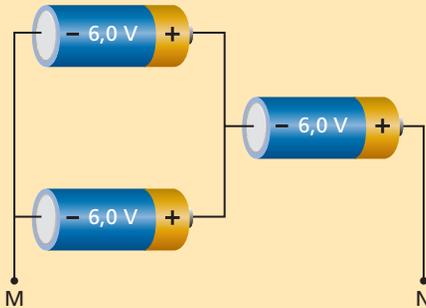


Figura a.

- Determine a fem equivalente do arranjo, visto pelos terminais M e N .
- Dois resistores idênticos de resistência R , ligados em paralelo, foram conectados aos terminais M e N , e em cada um deles circulou uma corrente elétrica de intensidade $i = 4,0 \text{ A}$. Determine o valor de R .

Resolução:

As duas pilhas em paralelo não alteram a fem do sistema e são equivalentes a $\mathcal{E}_p = 6,0 \text{ V}$. Temos então:

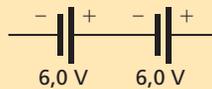


Figura b.

A fem equivalente é:

$$\mathcal{E}_{eq} = 6,0 \text{ V} + 6,0 \text{ V}$$

$$\mathcal{E}_{eq} = 12,0 \text{ V}$$

- Conectando-se aos terminais M e N dois resistores R em paralelo, temos o seguinte circuito:

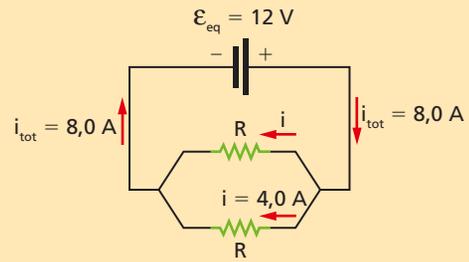


Figura c.

Basta aplicar a Lei de Ohm a um dos resistores:

$$U = R \cdot i$$

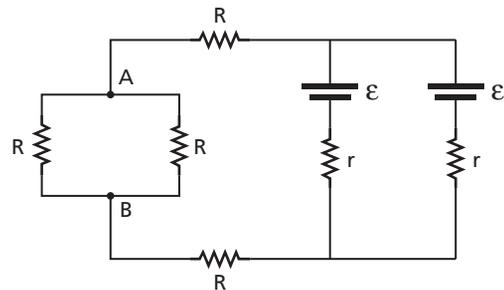
$$\text{Temos: } U = \mathcal{E} = 12 \text{ V}$$

$$i = 4,0 \text{ A}$$

$$12 = R \cdot 4,0$$

$$R = 3,0 \Omega$$

24. Dois geradores, cada um de fem $\mathcal{E} = 24 \text{ V}$ e resistência interna $r = 2,0 \Omega$, são associados como indica a figura. Cada resistência externa R é igual a $6,0 \Omega$.

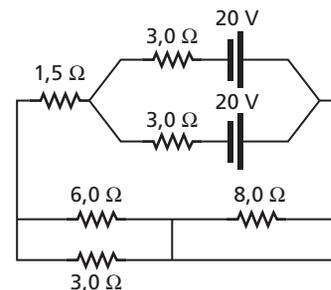


Determine:

- a intensidade de corrente através de cada gerador;
- a ddp entre os pontos A e B .

25. Para o circuito esquematizado, determine:

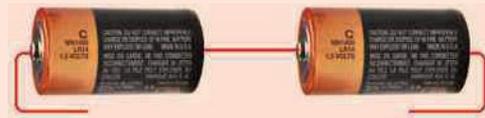
- a intensidade de corrente através de cada gerador;
- a intensidade de corrente através dos resistores de $6,0 \Omega$ e $8,0 \Omega$.



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

Exercícios de Reforço

26. (Fatec-SP) Um rádio utiliza 4 pilhas de 1,5 V e resistência interna de 0,50 Ω cada uma. Considerando que as pilhas estão associadas em série, a força eletromotriz (fem) e a resistência equivalentes são, respectivamente:
- a) 1,5 V e 2,00 Ω d) 1,5 V e 0,50 Ω
 b) 6,0 V e 0,75 Ω e) 6,0 V e 2,00 Ω
 c) 6,0 V e 0,25 Ω
27. (PUC-SP) Cinco geradores, cada um de fem 4,5 V e intensidade de corrente de curto-circuito igual a 0,50 A, são associados em paralelo. A fem e a resistência interna do gerador equivalente têm valores respectivamente iguais a:
- a) 4,5 V e 9,0 Ω d) 0,90 V e 9,0 Ω
 b) 22,5 V e 9,0 Ω e) 0,90 V e 1,8 Ω
 c) 4,5 V e 1,8 Ω
28. (Fuvest-SP) As figuras ilustram pilhas ideais associadas em série (1º arranjo) e em paralelo (2º arranjo). Supondo as pilhas idênticas, assinale a alternativa correta.



1º arranjo



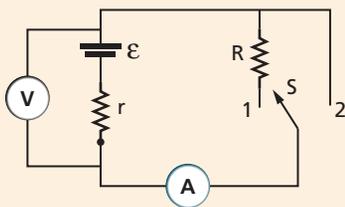
2º arranjo

EDUARDO SANTALÍESTRA

- a) Ambos os arranjos fornecem a mesma tensão.
 b) O primeiro arranjo fornece uma tensão maior que o segundo.
 c) Se ligarmos um voltímetro nos terminais do segundo arranjo, ele indicará uma diferença de potencial nula.
 d) Ambos os arranjos, quando ligados a um mesmo resistor, fornecem a mesma corrente.
 e) Se ligarmos um voltímetro nos terminais do primeiro arranjo, ele indicará uma diferença de potencial nula.

Exercícios de Aprofundamento

29. Para determinar a fem e a resistência interna de uma pilha, um estudante monta no laboratório o circuito da figura.

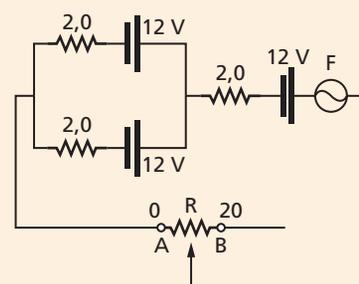


Os aparelhos de medida, voltímetro e amperímetro, são de excelente qualidade e podem ser considerados ideais. Foram feitas algumas medições com a chave nas posições 1 ou 2 e também com ela em OFF (desligada). A tabela resume os resultados:

| Posição da chave | Leitura no amperímetro | Leitura no voltímetro |
|------------------|------------------------|-----------------------|
| 1 | 0,5 A | 1,45 V |
| 2 | 15 A | 0 |

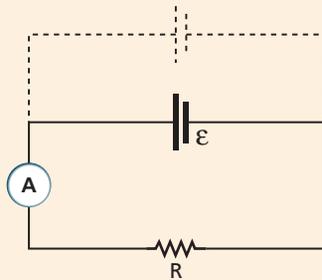
Determine:

- a) os valores da fem e da resistência interna r ;
 b) o valor da resistência R ;
 c) a indicação do amperímetro e do voltímetro com a chave em OFF.
30. Na associação dada, a resistência R do reostato varia de 0 Ω a 20 Ω , e o fusível F suporta intensidade de corrente máxima de 3,0 A. Determine o valor de R para o qual o fusível fica na iminência de queimar.



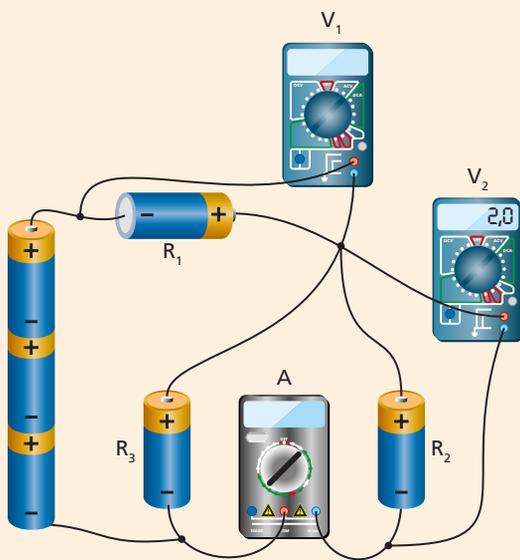
ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

31. (Vunesp-SP) Um amperímetro ideal A , um resistor de resistência R e uma bateria de fem \mathcal{E} e resistência interna desprezível estão ligados em série.



Se uma segunda bateria, idêntica à primeira, for ligada ao circuito como mostra a linha tracejada da figura:

- a diferença de potencial no amperímetro aumentará.
 - a diferença de potencial no amperímetro diminuirá.
 - a corrente pelo resistor aumentará.
 - a corrente pelo resistor não se alterará.
 - a corrente pelo resistor diminuirá.
32. (AFA-SP) No circuito abaixo, alimentado por três pilhas ideais de 1,5 V cada, o amperímetro A e os voltmímetro V_1 e V_2 são considerados ideais. Sabe-se que o voltmímetro V_2 indica 2,0 V e que as resistências elétricas dos resistores R_1 e R_3 são, respectivamente, 2,5 Ω e 3,0 Ω .

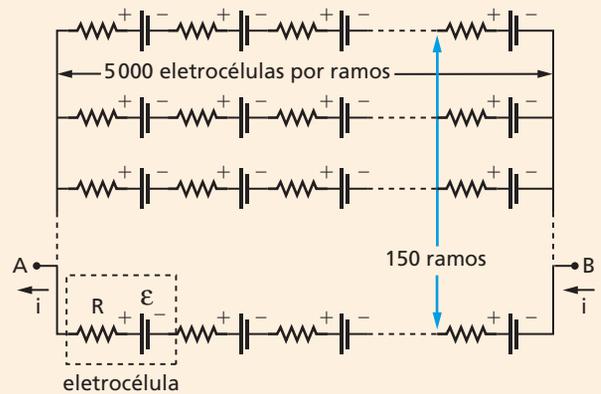


ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

Nestas condições, as indicações de V_1 , em volts, de A , em ampères, e o valor da resistência elétrica do resistor R_2 , em ohms, são, respectivamente:

- $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, 6
- $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, 3
- $\frac{5}{2}$, $\frac{1}{3}$, 6
- $\frac{5}{2}$, $\frac{2}{3}$, 3

33. (Unesp-SP) Uma espécie de peixe-elétrico da Amazônia, o poraquê, de nome científico *Electrophorus electricus*, pode gerar diferenças de potencial elétrico (ddp) entre suas extremidades, de tal forma que seus choques elétricos matam ou paralisam suas presas. Aproximadamente metade do corpo desse peixe consiste de células que funcionam como eletrocélulas. Um circuito elétrico de corrente contínua, como o esquematizado na figura, simularia o circuito gerador de ddp dessa espécie. Cada eletrocélula consiste em um resistor de resistência $R = 7,5 \Omega$ e de uma bateria de fem \mathcal{E} .



Sabendo-se que, com uma ddp de 750 V entre as extremidades A e B , o peixe gera uma corrente $i = 1,0$ A, a fem \mathcal{E} em cada eletrocélula, em volts, é:

- 0,35
- 0,25
- 0,20
- 0,15
- 0,05

Receptores elétricos e regras de Kirchhoff

1. Receptor elétrico. Força contraeletromotriz

Qualquer dispositivo elétrico que, ao ser atravessado pela corrente elétrica, transforma a energia elétrica em outra forma de energia que não seja exclusivamente a térmica é denominado **receptor elétrico**.

Os receptores elétricos são aparelhos constituídos internamente de condutores e, por isso, apresentam uma resistência elétrica, denominada **resistência interna** (r). É evidente que nesses condutores há uma perda de energia elétrica que é convertida em térmica.

Todo motor elétrico é um receptor elétrico. Ele recebe energia elétrica e a converte quase totalmente em energia mecânica (rotação do seu eixo). Nos seus condutores (enrolamento) há também uma perda de energia por efeito Joule, isto é, energia elétrica é transformada em energia térmica.

Uma bateria de automóvel, no processo de carga, é um receptor, pois converte energia elétrica em energia química.

A bateria de um telefone celular, enquanto “descansa no berço”, recebe energia elétrica e a converte em energia química. Está, portanto, funcionando como um receptor. Durante esse processo, há um ligeiro aquecimento, devido ao efeito Joule.

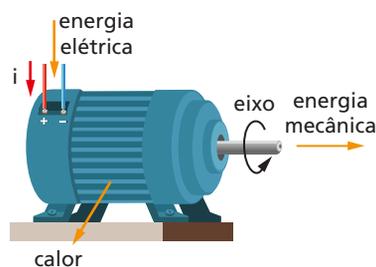
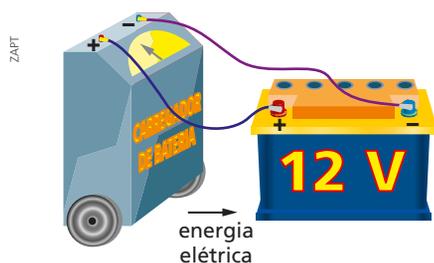


Figura 1. Um motor elétrico.

LUÍZ AUGUSTO RIBEIRO



(a) A bateria do carro comporta-se como um receptor elétrico.



(b) Bateria do celular sendo recarregada.

LUÍZ AUGUSTO RIBEIRO

Figura 2. Duas baterias recebendo carga elétrica de seus recarregadores.

Em todo receptor, a corrente elétrica que o atravessa vai do polo positivo (maior potencial) para o polo negativo (menor potencial), ou seja, ele recebe a corrente elétrica pelo polo positivo (fig. 3).

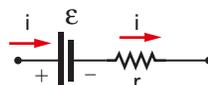


Figura 3. Símbolo do receptor elétrico.

ZAPT

1. Receptor elétrico. Força contraeletromotriz
2. Curva característica do receptor elétrico
3. Circuito gerador e receptor
4. Circuito gerador-resistor-receptor
5. Regras de Kirchhoff

No sentido da corrente elétrica ocorrem duas quedas de potencial no receptor: uma delas pela **força contraeletromotriz (fcem)** e a outra determinada pelo efeito Joule. Ambas devem-se à perda de energia pelas cargas elementares que constituem a corrente.

A força contraeletromotriz (\mathcal{E}) é determinada pela transformação da energia elétrica em outra forma de energia (mecânica, química, etc.), exceto a térmica. Ela é a ddp útil do receptor. Como exemplo, citamos um liquidificador, em que a força contraeletromotriz é responsável pela rotação do seu eixo.

Simbolicamente, representamos a fcem por dois polos: um positivo, de maior potencial, e o outro negativo, de menor potencial, com a corrente elétrica circulando do maior para o menor potencial.

A queda de potencial determinada pelo efeito Joule é dada pelo produto ($r \cdot i$). Desse modo, a ddp U entre os terminais do receptor é dada pela soma dessas duas quedas de potencial:

$$U = \mathcal{E} + r \cdot i$$

Essa fórmula constitui a equação característica do receptor.

Podemos ainda visualizar as duas quedas de potencial no receptor, acompanhando o diagrama da figura 4.

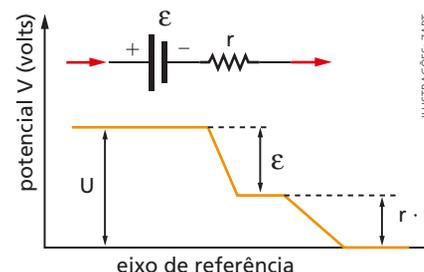


Figura 4. Diagrama da queda de potencial no receptor.

Exemplo 1

Uma bateria de celular tem uma força eletromotriz de 3,6 V, mas não conhecemos a sua resistência interna. Quando colocada para recarregar, como sugere a figura 2b, o seu recarregador lhe oferece uma ddp de 4,8 V e uma corrente de intensidade de $i = 400$ mA, conforme os dados dos fabricantes. Com esses três valores é possível calcular a resistência interna.

Lembremos que, ao ser recarregada, ela funciona como um receptor, e sua equação é do tipo:

$$U = \mathcal{E} + r \cdot i$$

$$4,8 = 3,6 + r \cdot 0,40$$

$$1,2 = r \cdot 0,40 \Rightarrow r = \frac{1,2}{0,40} \Rightarrow r = 3,0 \Omega$$

Observação: Esses dados são reais e tirados do manual que acompanha um determinado modelo de celular.

2. Curva característica do receptor elétrico

Graficamente, colocando em ordenadas os valores da ddp U e em abscissas a intensidade de corrente i , obtemos a representação gráfica da figura 5 para a equação característica do receptor. Observemos que a ddp U nos terminais do receptor é tanto maior quanto maior a intensidade da corrente, o que se explica tendo em vista o aumento da queda de potencial ($r \cdot i$) na resistência interna do receptor.

O coeficiente angular do gráfico da figura 5 mede numericamente a resistência interna do receptor.

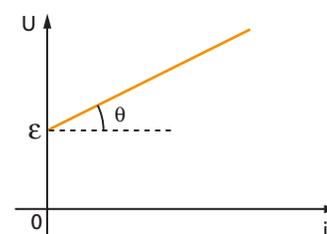


Figura 5. Curva característica do receptor.

$$\text{tg } \theta = r \quad (\text{são numericamente iguais})$$

O coeficiente linear da reta corresponde à força contraeletromotriz do receptor:

$$U = \mathcal{E} \quad (i = 0)$$

Exercícios de Aplicação

1. A curva característica de um motor elétrico é representada pelo gráfico da figura a. Determine a força contraeletromotriz e a resistência interna do motor.

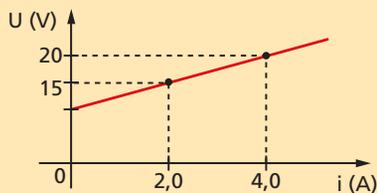


Figura a.

Resolução:

O coeficiente angular da reta mede numericamente a resistência interna r do motor. Assim, temos:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{5,0}{2,0} = 2,5$$

$$r = 2,5 \, \Omega$$

A força contraeletromotriz pode ser determinada pela equação característica do receptor, fazendo-se, por exemplo, $i = 2,0 \, \text{A}$ e $U = 15 \, \text{V}$:

$$U = \mathcal{E} + r \cdot i$$

$$15 = \mathcal{E} + 2,5 \cdot 2,0$$

$$\mathcal{E} = 10 \, \text{V}$$

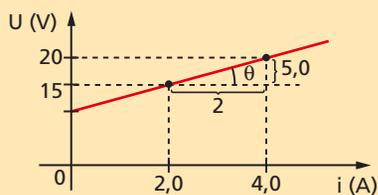
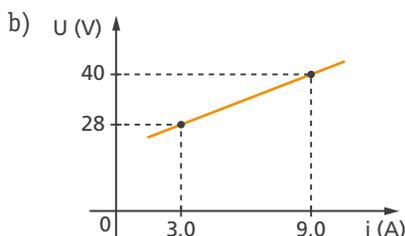
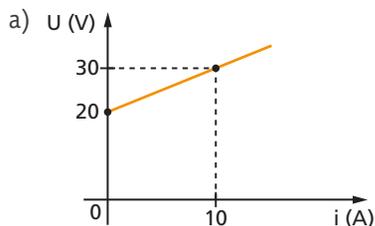


Figura b.

2. Determine a força contraeletromotriz e a resistência interna dos receptores cujas curvas características são dadas a seguir.



3. São muito conhecidas atualmente as baterias de máquinas fotográficas de $1,2 \, \text{V}$ e resistência interna $0,5 \, \Omega$, com carga elétrica de $1200 \, \text{mAh}$, recarregáveis. Um fotógrafo amador colocou as quatro baterias de sua máquina fotográfica digital para recarregar. O aparelho recarregador mantinha em seus terminais uma tensão elétrica contínua e constante de $1,4 \, \text{V}$. Determine:

- a intensidade de corrente de recarga;
- o tempo gasto para que se reponha toda a sua carga elétrica.

Resolução:

- a) A bateria se comporta como um receptor e mantém os mesmos valores de fem e resistência interna.

$$U = \mathcal{E} + r \cdot i$$

$$1,4 = 1,2 + 0,5i$$

$$0,2 = 0,5i$$

$$i = \frac{0,2}{0,5} \Rightarrow i = 0,4 \, \text{A} \Rightarrow i = 400 \, \text{mA}$$

- b) Sabemos que a carga elétrica Q é dada por:

$$Q = i \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{Q}{i}$$

$$\Delta t = \frac{1200 \, \text{mA} \cdot \text{h}}{400 \, \text{mA}} \Rightarrow \Delta t = 3 \, \text{h}$$

OBSERVAÇÃO

O tempo calculado é o tempo gasto por cada uma das quatro baterias conectadas ao recarregador. A intensidade de corrente refere-se a uma única bateria.

4. Uma bateria de carro possui fem igual a $12 \, \text{V}$ e resistência interna $3,0 \, \Omega$. Uma vez descarregada, é posta a recarregar acoplada a um gerador de $16 \, \text{V}$. Nesse processo a bateria descarregada se comporta como um:

- gerador de fem $12 \, \text{V}$ e resistência interna $3,0 \, \Omega$.
- gerador de fem $16 \, \text{V}$ e resistência interna $3,0 \, \Omega$.
- receptor de fem $12 \, \text{V}$ e resistência interna $3,0 \, \Omega$.
- receptor de fem nula, pois está descarregada, e resistência interna superior a $3,0 \, \Omega$.
- receptor de fem $12 \, \text{V}$ e resistência interna nula.

Exercícios de Reforço

5. Receptor é o aparelho elétrico que:

- converte em energia elétrica outro tipo de energia, como energia mecânica, química, térmica, etc.
- converte energia elétrica em outro tipo de energia, como energia mecânica, química, térmica, etc.
- converte energia elétrica em outro tipo de energia, que não exclusivamente térmica.
- converte energia elétrica em energia térmica.
- não converte energia elétrica em nenhum outro tipo de energia.

6. No receptor elétrico:

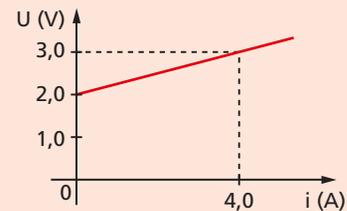
- não há dissipação de energia.
- a força contraeletromotriz é maior que a ddp nos seus terminais.
- a tensão nos seus terminais é maior que sua força contraeletromotriz.

- a queda de potencial na resistência interna é sempre maior que a força contraeletromotriz.
- a corrente elétrica no seu interior tem sentido do polo negativo para o polo positivo.

7. Nos terminais de um receptor, a ddp é 20 V, quando circula uma corrente de intensidade 2,0 A. Se a fcm desse receptor é 15 V, sua resistência interna vale:

- 2,5 Ω
- 7,5 Ω
- 10 Ω
- 17,5 Ω
- 20 Ω

8. O gráfico representa a curva característica de um receptor elétrico. Determine a fcm e a resistência elétrica desse receptor.



3. Circuito gerador e receptor

No circuito da figura 6 temos dois aparelhos, 1 e 2, ligados em oposição. O aparelho 1 tem fcm maior que a fcm do aparelho 2 ($\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$) e, portanto, funcionará como gerador. Como o aparelho 2 está em oposição, funcionará como receptor, o que pode ser visto pelo traçado da corrente. Observemos que a corrente penetra no aparelho 1 pelo seu polo negativo e sai pelo polo positivo; no aparelho 2, a corrente penetra pelo polo positivo e sai pelo polo negativo, o que demonstra que ele se comporta como receptor.

Resolver o circuito elétrico significa calcular a intensidade da corrente elétrica que por ele circula, bem como as tensões em cada aparelho.

Vamos começar usando as equações do gerador e do receptor:

- Para o gerador:

$$U_1 = \mathcal{E}_1 - r_1 \cdot i \quad \textcircled{1}$$

- Para o receptor:

$$U_2 = \mathcal{E}_2 + r_2 \cdot i \quad \textcircled{2}$$

A ddp nos terminais do gerador é a mesma que nos terminais do receptor: $U_1 = U_2$. Podemos igualar as equações $\textcircled{1}$ e $\textcircled{2}$:

$$\mathcal{E}_1 - r_1 \cdot i = \mathcal{E}_2 + r_2 \cdot i$$

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = r_1 \cdot i + r_2 \cdot i$$

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = (r_1 + r_2) \cdot i$$

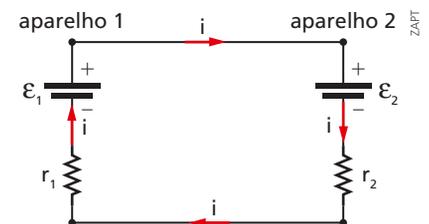


Figura 6.

Se quisermos determinar a intensidade de corrente, basta fazer:

$$i = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2} \quad (3)$$

Uma recomendação: não há necessidade de decorar nenhuma das equações para resolver o circuito. Daqui por diante podemos pensar apenas na Lei de Ohm, sendo que a ddp útil será a diferença das duas forças eletromotrizes.

$$U = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2$$

4. Circuito gerador-resistor-receptor

Consideremos um circuito elétrico constituído por um gerador, um receptor em oposição ao gerador e um resistor. São três aparelhos formando o nosso circuito elétrico da figura 7.

O gerador é o aparelho 1 e possui fem \mathcal{E}_1 e resistência interna r_1 . O aparelho 2 é o receptor, em oposição ao gerador, e possui fem \mathcal{E}_2 e resistência interna r_2 . A resistência do resistor é R .

Para o circuito, a ddp fornecida é igual à fem \mathcal{E}_1 do gerador, da qual descontaremos a fem do receptor, \mathcal{E}_2 .

A ddp líquida fornecida ao restante do circuito é:

$$U = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2$$

Temos mais um resistor R , o qual acrescentaremos no cálculo da resistência total do circuito. Usando então a Lei de Ohm:

$$U = R_{\text{tot}} \cdot i$$

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = (R + r_1 + r_2) \cdot i \quad (4)$$

Se quisermos calcular a intensidade de corrente, basta isolarmos o valor de i da equação (4) e obteremos:

$$i = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2} \quad (5)$$

Mais uma vez alertamos que não é necessário decorar as equações (4) e (5); basta usar a Lei de Ohm.

Exemplo 2

Suponhamos que, no circuito da figura 6, os aparelhos possuam os seguintes parâmetros:

- aparelho 1: $\mathcal{E}_1 = 36 \text{ V}$; $r_1 = 1,0 \, \Omega$
- aparelho 2: $\mathcal{E}_2 = 24 \text{ V}$; $r_2 = 2,0 \, \Omega$

A Lei de Ohm pode ser escrita assim:

$$U = R_{\text{tot}} \cdot i$$

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = (r_1 + r_2) \cdot i$$

$$36 - 24 = (1,0 + 2,0) \cdot i$$

$$12 = 3,0 \cdot i \Rightarrow i = \frac{12 \text{ V}}{3,0 \, \Omega} \Rightarrow i = 4,0 \text{ A}$$

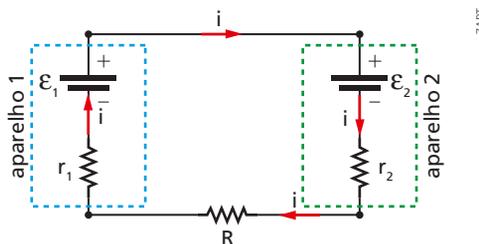


Figura 7.

Exemplo 3

Suponhamos que, no circuito da figura 7, os aparelhos tenham os seguintes parâmetros:

- aparelho 1: $\mathcal{E}_1 = 36 \text{ V}$; $r_1 = 1,0 \, \Omega$
- aparelho 2: $\mathcal{E}_2 = 24 \text{ V}$; $r_2 = 2,0 \, \Omega$
- resistor: $R = 5,0 \, \Omega$

Para resolver o circuito elétrico, basta começar pelo cálculo da intensidade de corrente, usando a Lei de Ohm:

$$U = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 \Rightarrow U = 36 \text{ V} - 24 \text{ V} \Rightarrow U = 12 \text{ V}$$

$$R_{\text{tot}} = r_1 + r_2 + R \Rightarrow R_{\text{tot}} = 1,0 \, \Omega + 2,0 \, \Omega + 5,0 \, \Omega \Rightarrow R_{\text{tot}} = 8,0 \, \Omega$$

$$U = R_{\text{tot}} \cdot i$$

$$12 = 8,0 \cdot i \Rightarrow i = \frac{12 \text{ V}}{8,0 \, \Omega} \Rightarrow i = 1,5 \text{ A}$$

Vamos calcular a tensão nos terminais do receptor:

$$U = \mathcal{E}_2 + r_2 \cdot i$$

$$U = 24 + 2,0 \cdot 1,5 \Rightarrow U = 24 + 3,0 \Rightarrow U = 27 \text{ V}$$

Geradores reversíveis

Algumas baterias químicas apresentam a propriedade da recarga, isto é, são recarregáveis. Um exemplo clássico, já citado neste capítulo, é a bateria do automóvel. Enquanto ela alimenta o circuito elétrico (farol, buzina, rádio), está atuando como um gerador. No entanto, ao receber carga elétrica do dínamo (gerador mecânico-elétrico), está atuando como um gerador em oposição, ou seja, como um receptor (fig. 8a).

Outro exemplo clássico de gerador reversível é a bateria de telefone celular. Acoplado ao telefone, funciona como gerador; porém, recarregando no “bercinho”, é um gerador em oposição, isto é, um receptor (fig. 8b).

Existem certas pilhas que são recarregáveis, desde que ligadas em oposição a outro gerador de maior fem. As pilhas comuns apresentam certa dificuldade para recarga, mas, se ligadas em oposição a outro gerador, também funcionam como receptores.

Alguns motores elétricos de corrente contínua, com indutor de ímã permanente, são facilmente reversíveis e funcionam como geradores elétricos (fig. 8). Observemos que, ao receber a energia elétrica, o motor é um receptor e nos dá energia mecânica (rotação do eixo). Se, por outro lado, fornecemos a ele energia mecânica girando o seu eixo, ele nos dará energia elétrica (será um gerador).

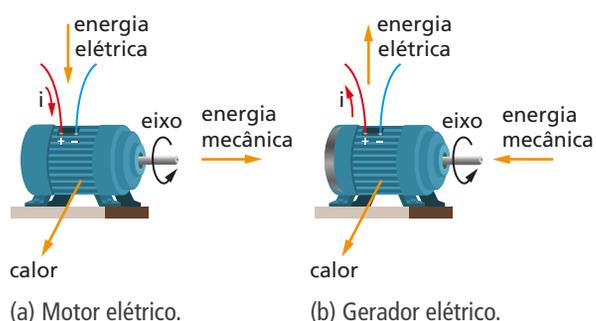


Figura 8.

ILUSTRAÇÕES: LUIZ AUGUSTO RIBEIRO

Leitura

Utilização dos motores elétricos

O motor elétrico é uma das mais úteis invenções. Basicamente, ele é um dispositivo que, ao receber a energia elétrica de um gerador, a converte em energia mecânica, colocando o seu eixo em rotação.

Na furadeira elétrica, a broca está acoplada ao eixo do motor, que, girando, imprime rotação a ela.

Figura a. No liquidificador, o motor é responsável pela rotação das lâminas, que ficam na parte inferior do copo.



Figura b. Na batedeira, o motor é responsável pela rotação das espátulas.



Figura c. No elevador, o motor elétrico puxa o cabo de sustentação através de uma polia, fazendo-o subir ou descer.

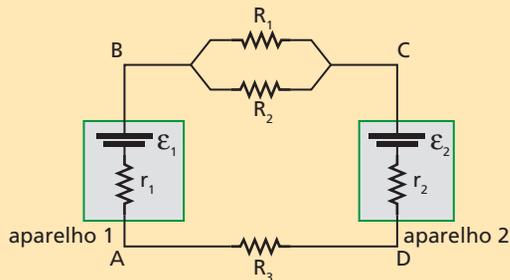
Exercícios de Aplicação

9. No circuito da figura temos os seguintes parâmetros:

aparelho 1: $\mathcal{E}_1 = 12 \text{ V}$; $r_1 = 2,0 \ \Omega$;

aparelho 2: $\mathcal{E}_2 = 24 \text{ V}$; $r_2 = 4,0 \ \Omega$;

resistor: $R_1 = 18 \ \Omega$; $R_2 = 18 \ \Omega$; $R_3 = 9,0 \ \Omega$.



Determine:

- o sentido e a intensidade da corrente elétrica nos aparelhos 1 e 2;
- a intensidade da corrente elétrica nos resistores R_1 e R_2 ;
- a tensão elétrica no gerador e no receptor.

Resolução:

- a) Como $\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$, concluímos que o aparelho 2 é gerador. A corrente elétrica sai do polo positivo do aparelho 2 e tem o **sentido anti-horário**. A resistência equivalente de R_1 em paralelo com R_2 é:

$$R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_p = \frac{18 \cdot 18}{18 + 18} = 9,0 \ \Omega$$

$$U = R_{\text{tot}} \cdot i$$

$$\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = (r_1 + r_2 + R_p + R_3) \cdot i$$

$$24 - 12 = (2,0 + 4,0 + 9,0 + 9,0) \cdot i$$

$$12 = 24 \cdot i \Rightarrow i = 0,50 \text{ A}$$

- b) Entre B e C a ddp é:

$$U_{BC} = R_p \cdot i$$

$$U_{BC} = 9,0 \cdot 0,5 \Rightarrow U_{BC} = 4,5 \text{ V}$$

Usando a Lei de Ohm em R_1 e R_2 :

$$U_{BC} = R_1 \cdot i_1 \Rightarrow 4,5 = 18 \cdot i_1 \Rightarrow i_1 = 0,25 \text{ A}$$

Como $R_1 = R_2$, concluímos que: $i_2 = i_1 = 0,25 \text{ A}$.

- c) No gerador, aparelho 2:

$$U_2 = \mathcal{E}_2 - r_2 \cdot i$$

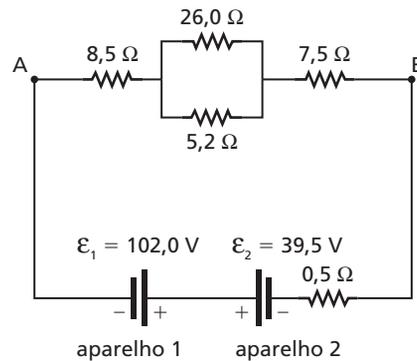
$$U_2 = 24 - 4,0 \cdot 0,50 \Rightarrow U_2 = 22 \text{ V}$$

No receptor, aparelho 1:

$$U_1 = \mathcal{E}_1 + r_1 \cdot i$$

$$U_1 = 12 + 2,0 \cdot 0,50 \Rightarrow U_1 = 13 \text{ V}$$

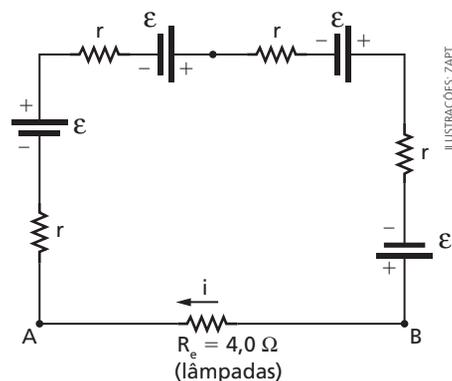
10. Consideremos o circuito elétrico da figura. O aparelho 1 e o aparelho 2 estão em oposição.



Determine:

- o sentido e a intensidade da corrente elétrica, identificando o gerador;
- a tensão elétrica nos terminais AB dos resistores.

11. Um circuito elétrico é constituído por quatro geradores idênticos de fem $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$ e resistência interna $r = 2,0 \ \Omega$. Eles alimentam um conjunto de lâmpadas representadas no circuito pela sua resistência equivalente $R_e = 4,0 \ \Omega$.



Determine:

- a intensidade da corrente no circuito;
- a tensão nos terminais AB das lâmpadas.

12. No esquema do exercício anterior, inverte-se a polaridade de um dos geradores. Determine:

- a intensidade da nova corrente do circuito;
- a tensão nos terminais AB das lâmpadas.

13. No gráfico da figura *a* representamos as retas características de um gerador e de um receptor elétrico. Usando-se esses dois aparelhos foi montado o circuito elétrico da figura *b*.

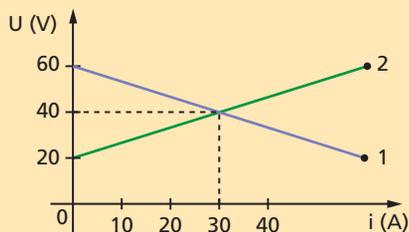


Figura *a*.

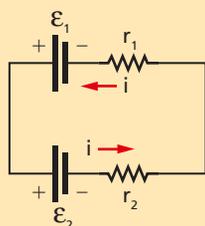


Figura *b*.

Determine:

- a intensidade da corrente no circuito e a tensão nos terminais de cada aparelho;
- a nova intensidade de corrente se invertermos a polaridade do aparelho 2.

Resolução:

- Como a corrente circulante é única, a intersecção dos gráficos nos dá a tensão comum e a corrente comum:

$$U = 40 \text{ V}; i = 30 \text{ A}$$

- b) Ambos se tornam geradores. No gráfico lemos:

$$\mathcal{E}_1 = 60 \text{ V e } \mathcal{E}_2 = 20 \text{ V}$$

No circuito anterior, tínhamos:

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = (r_1 + r_2) \cdot i \quad (1)$$

No novo circuito, temos:

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = (r_1 + r_2) \cdot i' \quad (2)$$

Dividindo-se as duas equações:

$$\frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2} = \frac{(r_1 + r_2) \cdot i}{(r_1 + r_2) \cdot i'}$$

$$\frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2} = \frac{i}{i'} \Rightarrow i' = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2} \cdot i \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i' = \frac{(60 + 20)}{(60 - 20)} \cdot 30 \Rightarrow i' = 60 \text{ A}$$

Observemos que dobrou a intensidade, pois os dois aparelhos deixaram de ser opostos e passaram a funcionar como dois geradores em série.

14. Um circuito elétrico fechado é constituído por n geradores de fem \mathcal{E}_1 e m receptores de fem \mathcal{E}_2 percorridos pela mesma corrente. Todos eles têm a mesma resistência interna r . A intensidade i da corrente no circuito é:

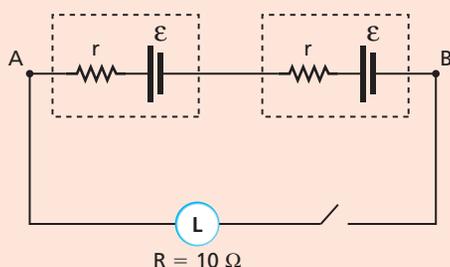
$$\text{a) } i = \frac{n\mathcal{E}_1 + m\mathcal{E}_2}{(n + m) \cdot r} \quad \text{d) } i = \frac{n\mathcal{E}_1 - m\mathcal{E}_2}{(n + m) \cdot r}$$

$$\text{b) } i = \frac{n\mathcal{E}_2 - m\mathcal{E}_1}{(n + m) \cdot r} \quad \text{e) } i = \frac{n\mathcal{E}_1 - m\mathcal{E}_2}{n \cdot m \cdot r}$$

$$\text{c) } i = \frac{n\mathcal{E}_1 - m\mathcal{E}_2}{(n - m) \cdot r}$$

Exercícios de Reforço

15. (Efomm-RJ) Observe a figura a seguir.

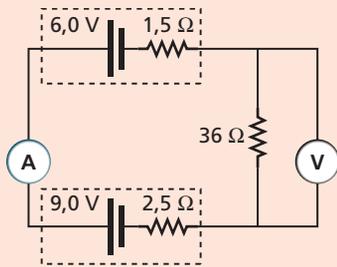


O esquema acima representa o circuito elétrico de uma lanterna com duas pilhas idênticas liga-

das em série e uma lâmpada L com resistência $R = 10 \Omega$. Com o circuito aberto, a ddp entre os pontos A e B é de $3,0 \text{ V}$. Quando o circuito é fechado, a ddp entre os pontos A e B cai para $2,5 \text{ V}$. A resistência interna de cada pilha e a corrente elétrica do circuito fechado são, respectivamente, iguais a:

- $0,5 \Omega$ e $0,50 \text{ A}$
- $1,0 \Omega$ e $0,25 \text{ A}$
- $1,0 \Omega$ e $1,00 \text{ A}$
- $1,5 \Omega$ e $0,25 \text{ A}$
- $1,5 \Omega$ e $1,00 \text{ A}$

16. (Mackenzie-SP) Um gerador elétrico, um receptor elétrico e um resistor são associados, convenientemente, para constituir o circuito a seguir.



O amperímetro A e o voltímetro V são ideais e, nas condições em que foram insertos no circuito, indicam, respectivamente:

- a) 83,3 mA e 3,0 V
 b) 375 mA e 0,96 V
 c) 375 mA e 13,5 V
 d) 75 mA e 0,48 V
 e) 75 mA e 2,7 V
17. (UF-PA) Uma bateria de 60 V e resistência de $1,0 \Omega$ deve ser carregada à taxa de 5,0 A por uma fonte de 110 V. A resistência que deve ser ligada em série com a bateria é de:
- a) 21 Ω
 b) 18 Ω
 c) 15 Ω
 d) 9,0 Ω
 e) 6,0 Ω
18. Uma bateria de um *smartphone* de determinada marca tem fem 3,8 V e resistência interna $r = 1,2 \Omega$. O seu recarregador especial fornece-lhe 5,0 V quando em uso. Assinale correta ou incorreta em cada frase:

I. Quando a bateria estiver sendo usada no *smartphone* fornecendo corrente de intensidade 500 mA, a tensão útil será 3,2 V.

II. Quando a bateria estiver recarregando, ela oferecerá ao recarregador uma fem de 3,8 V e uma resistência elétrica de $1,2 \Omega$.

III. Quando estiver em recarga, a intensidade de corrente será 1,0 A.

Estão corretas:

- a) todas.
 b) I, apenas.
 c) I e II, apenas.
 d) I e III, apenas.
 e) II e III, apenas.

19. O controle remoto da TV do Sr. Luiz usa quatro pilhas, como mostra a figura 1. No entanto, ao trocá-las, ele, por descuido, montou a figura 2. As pilhas são idênticas e de 1,5 V.

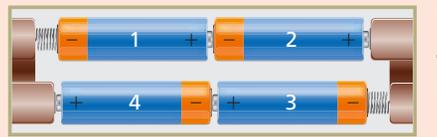


Figura 1.

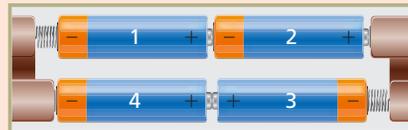
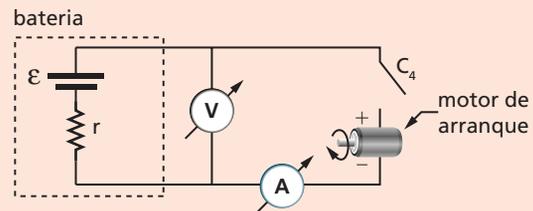


Figura 2.

Podemos afirmar que:

- a) a tensão total resultante é nula; o aparelho não funcionará.
 b) a pilha 3 está invertida e funcionará como receptor. O aparelho não funcionará.
 c) a pilha 4 está invertida, e a tensão total será 4,5 V.
 d) como a pilha 3 está invertida, ela anulará a pilha 4, resultando uma tensão de 1,5 V.
 e) como a pilha 4 está invertida, ela funcionará como receptor, anulando a pilha 3, e a tensão total é de 3,0 V.
20. Uma bateria real de um carro pode ser representada como sendo uma bateria ideal de fem \mathcal{E} , em série com uma resistência r . No circuito abaixo os aparelhos de medida são ideais. O motor de arranque tem fem $\mathcal{E}' = 2,0 \text{ V}$ e resistência R . Foram tomadas duas medidas de corrente e tensão com a chave aberta e depois fechada.



| | chave aberta | chave fechada |
|-------------|--------------|---------------|
| voltímetro | 12 V | 10 V |
| amperímetro | 0 | 10 A |

Determine:

- a) a fem \mathcal{E} ;
 b) os valores de r e R .

5. Regras de Kirchhoff

Estudamos até aqui os circuitos elétricos com um único caminho para a corrente elétrica. A resolução desses circuitos baseia-se na Lei de Ohm e no Princípio da Conservação da Energia, resultando em uma equação simples envolvendo a corrente elétrica e os parâmetros dos aparelhos que fazem parte do circuito.

No entanto, existem circuitos elétricos mais complicados, que envolvem dois caminhos de circulação de corrente, como o da figura 9. Para a sua resolução, não funciona a tática anterior de substituir o conjunto de resistores por uma resistência equivalente. Veja, por exemplo, o circuito da figura 9: não há como obter uma resistência equivalente; não se pode dizer que R_1 esteja em paralelo com R_2 e com R_3 , nem tampouco que os geradores estão associados em série ou em paralelo. Temos que usar uma nova tática.

Neste capítulo, vamos aprender as regras de Kirchhoff, que vão solucionar o nosso problema. As **regras de Kirchhoff** também são chamadas **leis de Kirchhoff**; vamos usar indistintamente os dois termos.

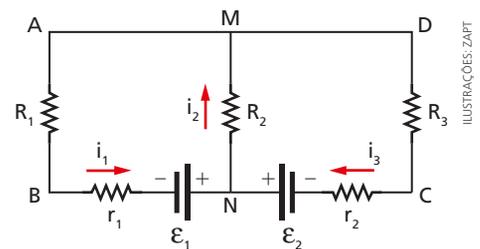


Figura 9. Circuito elétrico com mais de uma malha.

Cálculo da ddp entre dois pontos

Consideremos a figura 10, na qual encontramos resistores, geradores e receptores inseridos no ramo AB, sendo percorrido por corrente de intensidade i .

Partindo-se do ponto A, cujo potencial é V_A , descontando-se as quedas de potencial nos resistores e no receptor e somando-se o ganho de potencial no gerador, vamos obter o potencial V_B do ponto B. Podemos escrever a seguinte equação:

$$V_A - 5 \cdot i - 12 - 3 \cdot i + 18 - 14 \cdot i = V_B$$

Queremos obter a ddp entre os pontos A e B:

$$(V_A - V_B) = +5 \cdot i + 12 + 3 \cdot i - 18 + 14 \cdot i$$

Esse resultado dá a ddp entre dois pontos A e B e sugere também uma convenção de sinais. Ao percorrermos o ramo de A para B, as diferenças de potencial serão anotadas com os seguintes sinais algébricos:

a) Resistores:

- ddp = $+(R \cdot i)$: se estivermos percorrendo o circuito no mesmo sentido da corrente elétrica.
- ddp = $-(R \cdot i)$: se estivermos percorrendo o circuito no sentido contrário ao da corrente elétrica.

b) Geradores e receptores (fem):

- ddp = $+\mathcal{E}$, se entramos no aparelho pelo polo positivo.
- ddp = $-\mathcal{E}$, se entramos no aparelho pelo polo negativo.

Observe que:

- esta convenção para a fem não depende do sentido da corrente do circuito, mas sim do nosso sentido de percurso sobre o ramo.
- para os geradores ou receptores, não se deve multiplicar a sua fem pela intensidade de corrente. Essa regra só vale para os resistores (Lei de Ohm).

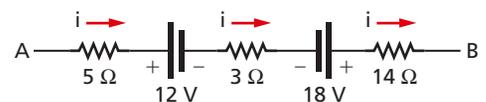


Figura 10. Ramo de circuito elétrico.

Exemplo 4

Consideremos o ramo AB (fig. 11) e vamos calcular a ddp entre os extremos A e B. Para tanto, vamos estabelecer um sentido de percurso: da esquerda para a direita, partindo de A e chegando a B, conforme indicamos pela seta. Observemos que vamos andar no mesmo sentido da corrente elétrica.

A nossa equação fica:

$$(V_A - V_B) = +9 \cdot i - 16 + 7 \cdot i + 15 + 8 \cdot i + 22 \quad (1)$$

Escrevemos:

- -16 V porque penetramos pelo polo negativo dessa fem.
- $+15 \text{ V}$ porque penetramos pelo polo positivo dessa fem.
- $+22 \text{ V}$ porque penetramos pelo polo positivo dessa fem.

Voltemos à equação (1) e vamos substituir $i = 2 \text{ A}$.

$$(V_A - V_B) = +9 \cdot 2 - 16 + 7 \cdot 2 + 15 + 8 \cdot 2 + 22$$

$$(V_A - V_B) = +18 \text{ V} - 16 \text{ V} + 14 \text{ V} + 15 \text{ V} + 16 \text{ V} + 22 \text{ V}$$

$$(V_A - V_B) = +69 \text{ V}$$

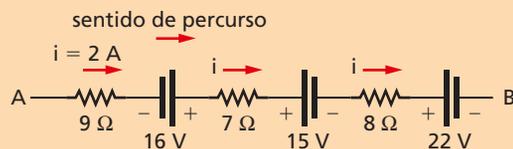


Figura 11.

As regras de Kirchhoff

Antes de enunciarmos as regras, vamos dar algumas definições:

- **Nó** é o ponto de conexão de três ou mais fios (já usamos nos capítulos anteriores). Na figura 12, os pontos M e N são dois nós.
- **Malha** é todo circuito fechado tomado numa rede elétrica. Por exemplo, na figura 12, o circuito ABMNA é uma malha; o circuito MCDNM é também uma malha; o circuito ABCDA é uma terceira malha.

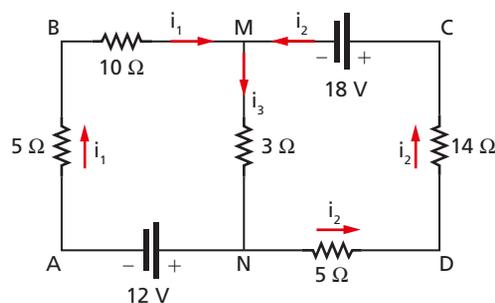


Figura 12.

Primeira regra de Kirchhoff – Regra dos Nós

A soma das intensidades das correntes que entram num nó é igual à soma das intensidades das correntes que saem do nó.

Exemplo 5

No circuito da figura 12, temos dois nós. Se aplicarmos a Regra dos Nós em ambos, obteremos a mesma equação. Vamos escolher o nó M:

$$i_1 + i_2 = i_3$$

Segunda regra de Kirchhoff – Regra das Malhas

A soma algébrica das variações de potencial encontradas nos elementos do circuito, ao percorrermos uma malha fechada, é igual a zero.

$$\sum \text{ddp} = 0$$

No mesmo circuito da figura 12, temos três malhas. No entanto, se aplicarmos a regra às três, a terceira equação será apenas uma combinação linear das duas primeiras equações. Assim, podemos usar apenas duas malhas.

Exemplo 6

Vamos escolher, do circuito da figura 12, a malha da direita, redesenhando-a na figura 13. Aplicaremos a Regra das Malhas, percorrendo-a no sentido horário e partindo da posição *M*.

$$\sum ddp = 0$$

$$-18 - 14 \cdot i_2 - 5 \cdot i_2 - 3 \cdot i_3 = 0 \Rightarrow -19 \cdot i_2 - 3 \cdot i_3 - 18 = 0$$

Observemos que essa equação contém duas incógnitas, que são as intensidades de corrente i_2 e i_3 .

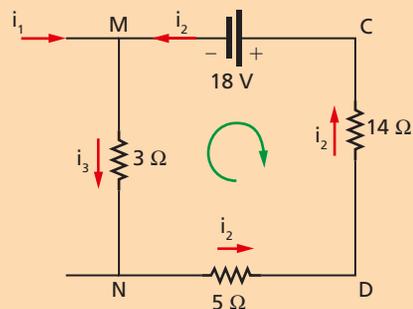
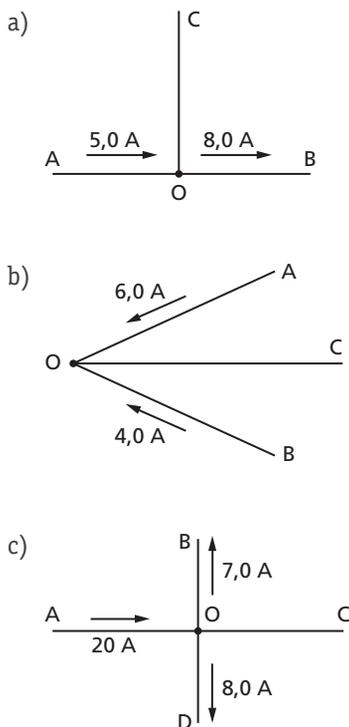


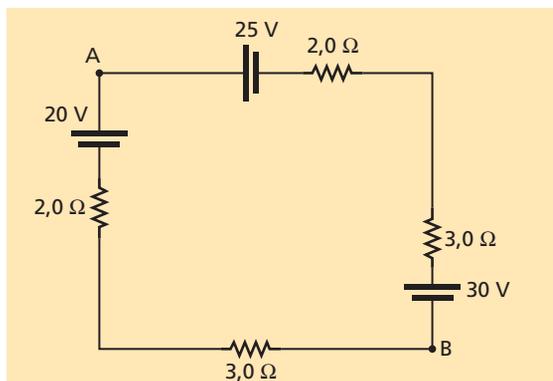
Figura 13.

Exercícios de Aplicação

21. Determine a intensidade e o sentido da corrente elétrica no ramo OC, nos casos seguintes:

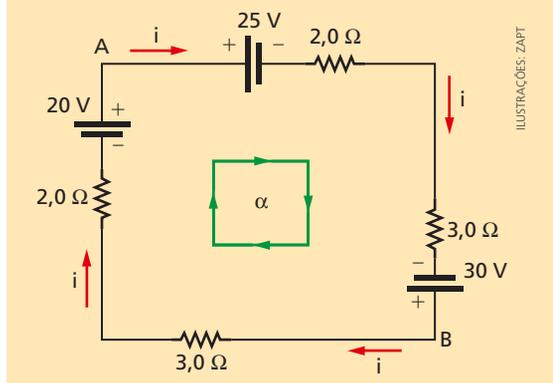


22. Utilizando a Segunda Lei de Kirchhoff, determine a intensidade de corrente no circuito esquematizado. A seguir calcule a ddp entre os pontos A e B.



Resolução:

Para a aplicação da Segunda Lei de Kirchhoff devemos: adotar um sentido para a corrente elétrica; adotar um sentido de percurso; marcar as polaridades. Para o circuito em questão, temos:



Partindo de A e percorrendo a malha no sentido horário, temos:

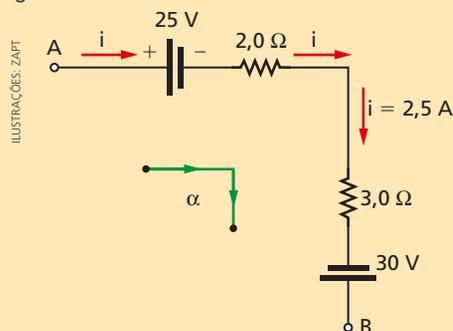
$$25 + 2,0 \cdot i + 3,0 \cdot i - 30 + 3,0 \cdot i + 2,0 \cdot i - 20 = 0$$

$$10 \cdot i = 25$$

$$i = 2,5 \text{ A}$$

Se i resultasse negativo, significaria que o sentido da corrente é contrário ao sentido adotado.

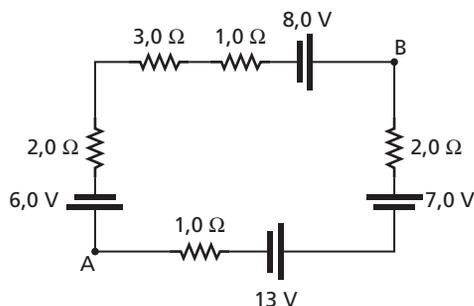
Para o cálculo da ddp entre os pontos A e B , vamos percorrer o trecho de circuito indicado a seguir:



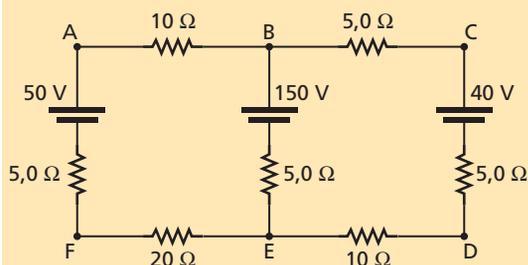
$$V_A - V_B = +25 + 2,0 \cdot 2,5 + 3,0 \cdot 2,5 - 30$$

$$V_A - V_B = 7,5 \text{ V}$$

23. Utilizando a Segunda Lei de Kirchhoff, determine a intensidade de corrente no circuito. A seguir, calcule a ddp entre os pontos A e B .



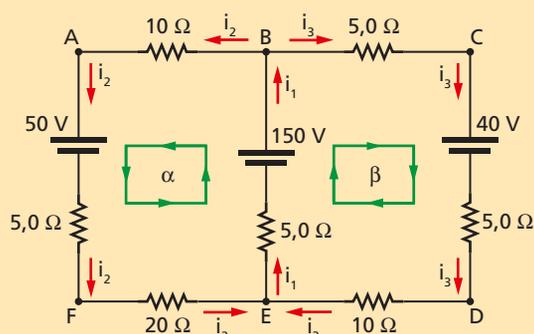
24. Para o circuito desenhado, determine a intensidade de corrente em cada ramo.



Resolução:

Para cada ramo, adotamos um sentido para a corrente elétrica. Temos, assim, três incógnitas, i_1 , i_2 e i_3 , e, portanto, necessitamos de três equações. A Primeira Regra de Kirchhoff, aplicada ao nó B , fornece:

$$i_1 = i_2 + i_3 \quad (1)$$



Note que a aplicação da Primeira Lei de Kirchhoff ao nó E nos conduz à mesma equação. De modo geral, se um circuito possuir n nós, a Primeira Lei de Kirchhoff deve ser aplicada para $(n - 1)$ nós.

As duas outras equações que permitem resolver o exercício decorrem da aplicação da Segunda Regra de Kirchhoff (Regra das Malhas). Escolhemos as malhas BAFEB e BCDEB, marcamos as polaridades e adotamos os percursos α e β , de sentido anti-horário e horário, respectivamente.

Malha α (partindo de B e no sentido anti-horário):

$$+10 \cdot i_2 + 50 + 5,0 \cdot i_2 + 20 \cdot i_2 +$$

$$+ 5,0 \cdot i_1 - 150 = 0$$

$$35 \cdot i_2 + 5,0 \cdot i_1 = 100$$

$$i_1 + 7,0 \cdot i_2 = 20 \quad (2)$$

Malha β (partindo de B e no sentido horário):

$$5,0 \cdot i_3 + 40 + 5,0 \cdot i_3 + 10 \cdot i_3 +$$

$$+ 5,0 \cdot i_1 - 150 = 0$$

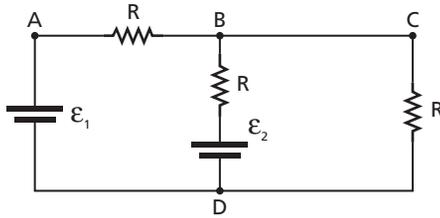
$$20 \cdot i_3 + 5,0 \cdot i_1 = 110$$

$$i_1 + 4,0 \cdot i_3 = 22 \quad (3)$$

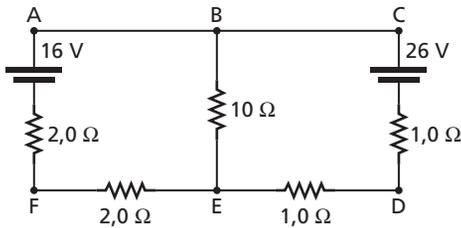
De (1), (2) e (3), vem:

$$i_1 = 6,0 \text{ A}; \quad i_2 = 2,0 \text{ A} \quad \text{e} \quad i_3 = 4,0 \text{ A}$$

25. No circuito da figura, $\mathcal{E}_1 = 24 \text{ V}$, $\mathcal{E}_2 = 12 \text{ V}$ e $R = 6,0 \Omega$. Determine as intensidades de corrente em todos os ramos do circuito.



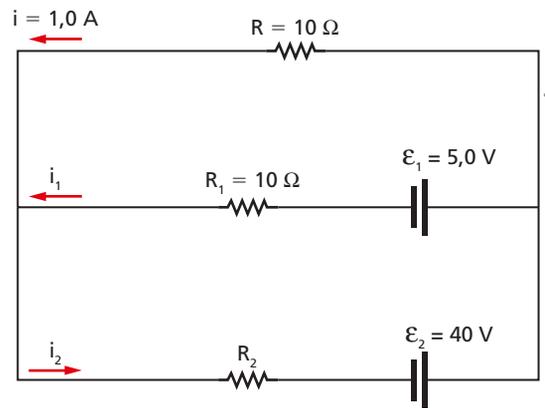
26. Considere o circuito esquematizado.



Determine:

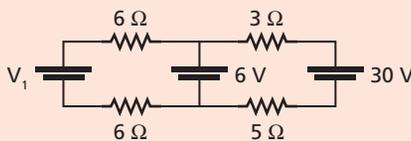
- a) a intensidade de corrente no ramo BE;
b) a ddp entre os pontos A e F.

27. Para o circuito esquematizado, determine os valores de i_1 , i_2 e R_2 .



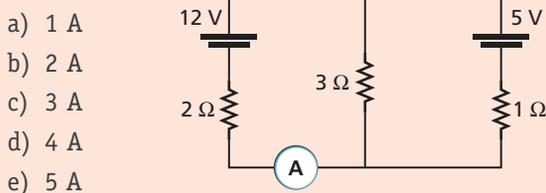
Exercícios de Reforço

28. Considere o circuito elétrico da figura, constituído por três malhas:

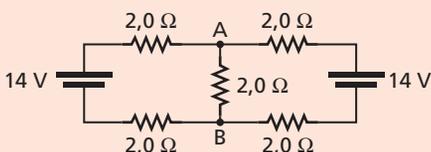


Determine:

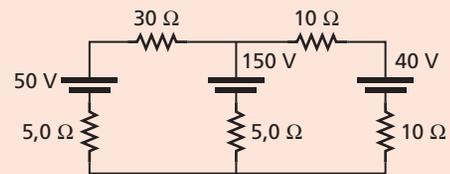
- a) a intensidade de corrente elétrica que passa pela fonte de 30 V;
b) o valor da tensão V_1 , sabendo que este aparelho é um receptor sendo percorrido por uma corrente de intensidade 0,5 A;
c) a intensidade da corrente na fonte de 6 V.
29. No circuito da figura, determine a leitura no amperímetro:



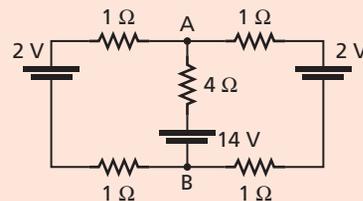
- a) 1 A
b) 2 A
c) 3 A
d) 4 A
e) 5 A
30. Qual a intensidade da corrente que atravessa o ramo AB?



31. No circuito tem-se uma corrente diferente em cada ramo. Indique arbitrariamente o sentido de cada uma delas e, a seguir, determine, em valor absoluto, as suas intensidades.



32. Na figura existe uma simetria entre as duas malhas. Consequentemente, os ramos simétricos são percorridos por correntes elétricas de mesma intensidade.

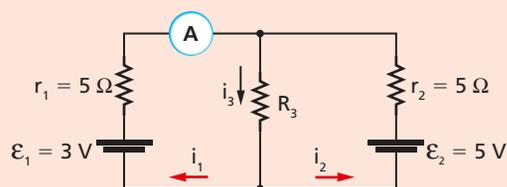


Determine:

- a) a intensidade das correntes que passam nos ramos simétricos;
b) a intensidade da corrente no ramo AB, bem como a ddp entre os pontos A e B.

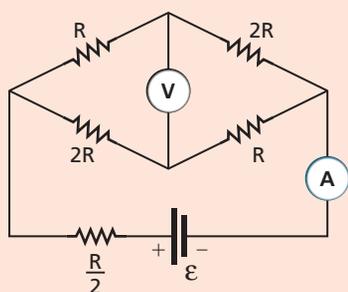
33. Montou-se um circuito elétrico com a finalidade de se estudar as regras de Kirchhoff. O amperímetro ideal indica a passagem de uma corrente de intensidade 0,2 A. Aplicando-se a Regra dos Nós

e a Regra das Malhas, determine as intensidades das correntes i_2 e i_3 , bem como o valor da resistência R .



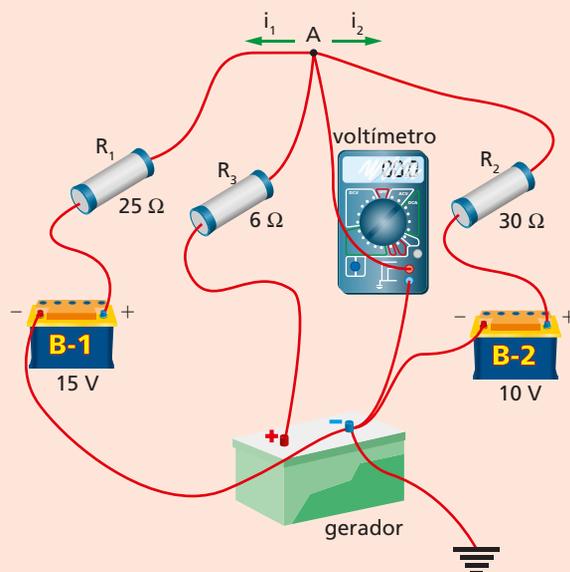
34. (Fuvest-SP) Considere o circuito da figura, no qual $\mathcal{E} = 10 \text{ V}$ e $R = 1000 \Omega$.

- Qual a leitura do amperímetro A ?
- Qual a leitura do voltmímetro V ?



35. (Fuvest-SP) Utilizando-se de um gerador, que produz uma tensão V_0 , deseja-se carregar duas baterias, B-1 e B-2, que geram respectivamente 15 V e 10 V, de tal forma que as correntes que alimentam as duas baterias durante o processo de carga mantenham-se iguais ($i_1 = i_2 = i$). Para

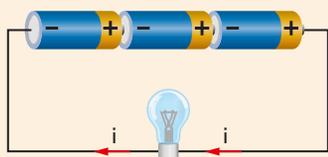
isso, é utilizada a montagem do circuito elétrico representada abaixo, que inclui três resistores, R_1 , R_2 e R_3 , com respectivamente 25Ω , 30Ω e 6Ω , nas posições indicadas. Um voltmímetro é inserido no circuito para medir a tensão no ponto A.



- Determine a intensidade da corrente i , em ampères, com que cada bateria é alimentada.
- Determine a tensão V_A , em volts, indicada pelo voltmímetro, quando o sistema opera da forma desejada.
- Determine a tensão V_0 , em volts, do gerador, para que o sistema opere da forma desejada.

Exercícios de Aprofundamento

36. No circuito têm-se três pilhas não ideais de 1,5 V e resistência r , conectadas em série a uma lâmpada de resistência R . A intensidade de corrente no circuito é de 150 mA.



Por descuido, inverteu-se a pilha do meio. A intensidade de corrente no circuito:

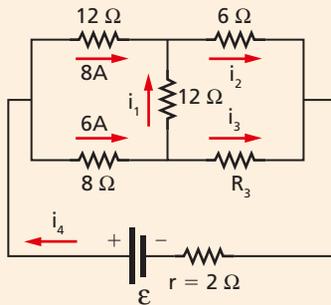
- passa a ser de 50 mA.
- continua a ser 150 mA.
- é nula e a lâmpada se apaga.

- depende dos valores de r e R .
- somente se $r = R = 30 \Omega$, ela será de 50 mA.

37. Uma bateria de fem 12 V está fornecendo a um resistor de resistência $2,0 \Omega$ uma corrente de intensidade 4,0 A. Essa mesma bateria, após esgotada a sua carga elétrica, foi conectada diretamente aos polos de um gerador de 18 V e resistência interna $0,50 \Omega$ para ser recarregada. Determine:

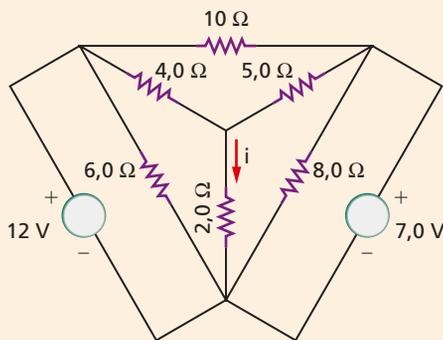
- a resistência interna da bateria;
- a intensidade da corrente elétrica que a percorre durante a sua recarga;
- em quanto tempo ela será recarregada com uma carga $Q = 8,0 \text{ A} \cdot \text{h}$.

38. No circuito da figura está esquematizada uma ponte de Wheatstone. Ela não está equilibrada.



Determine:

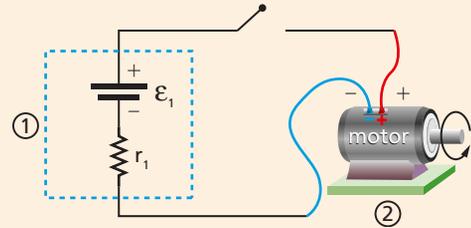
- a intensidade de cada uma das correntes elétricas: i_1 , i_2 , i_3 e i_4 ;
 - o valor da resistência R_3 ;
 - a fem \mathcal{E} da fonte.
39. (IME-RJ) A figura ilustra um circuito resistivo conectado a duas fontes de tensão constante. Considere as resistências em ohms.



O módulo da corrente i que atravessa o resistor de $2,0 \Omega$ é, aproximadamente:

- 0,86 A
- 1,57 A
- 2,32 A
- 2,97 A
- 3,65 A

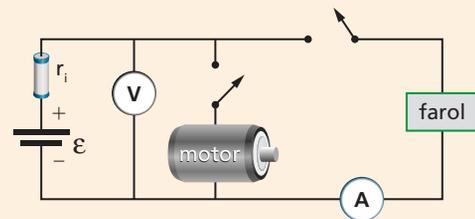
40. No circuito da figura, o aparelho 1 é um gerador de parâmetros: $\mathcal{E}_1 = 12 \text{ V}$ e $r_1 = 2,0 \Omega$. O aparelho 2 é um motor de comportamento não linear, cuja tensão nos seus terminais e a corrente elétrica obedecem a uma equação do 2º grau: $U_2 = 4,0 + 1,0 \cdot i^2$ (unidades do SI).



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

Liga-se a chave, o motor arranca e após algum tempo estabelece-se um regime estacionário.

- Determine a tensão elétrica nos terminais do motor e a intensidade da corrente que circula entre ambos.
 - Mostre a curva característica de ambos usando um mesmo diagrama ($U \times i$) e indique o ponto característico do regime estacionário usando uma letra \mathcal{E} .
41. (ITA-SP) Quando se acendem os faróis de um carro cuja bateria possui resistência interna $r_i = 0,050 \Omega$, um amperímetro indica uma corrente de 10 A e um voltímetro, uma voltagem de 12 V. Considere desprezível a resistência interna do amperímetro. Ao ligar o motor de arranque, observa-se que a leitura do amperímetro é de 8,0 A e que as luzes diminuem um pouco de intensidade. Calcular a corrente que passa pelo motor de arranque quando os faróis estão acesos.



Energia e potência elétrica

1. Energia elétrica

Na figura 1 temos um elemento de circuito. Entre os seus terminais A e B existe uma ddp igual a U , e uma corrente elétrica circula de A para B .



Figura 1. Elemento de circuito elétrico.

ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

Ainda em A e B , respectivamente, os potenciais elétricos valem V_A e V_B , onde:

$$U = |V_A - V_B|$$

O elemento de circuito elétrico em questão tanto pode ser um resistor quanto um receptor ou mesmo um gerador. Vamos estudar os três casos separadamente.

a) Se o elemento de circuito for um resistor

Então a energia elétrica das cargas que constituem a corrente é continuamente convertida em energia térmica no condutor, devido às colisões entre os elétrons e também destes com os íons da rede cristalina (fig. 2). É o **Efeito Joule**.

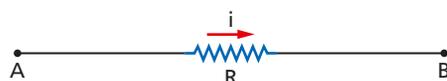


Figura 2. Resistor.

No resistor, as cargas elétricas possuem, no terminal de entrada (A), maior energia potencial do que no terminal de saída (B). Escrevemos, pois:

$$E_{\text{pot}A} > E_{\text{pot}B}$$

b) Se o elemento de circuito for um receptor elétrico

Neste caso (fig. 3) uma parte da energia elétrica das cargas que constituem a corrente é convertida em energia térmica por Efeito Joule na sua resistência interna; outra parte é convertida em outro tipo de energia útil, como, por exemplo, mecânica, química, etc.

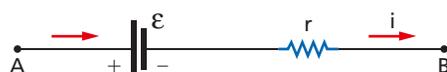


Figura 3. Receptor.

Também no receptor, as cargas elétricas possuem, no terminal de entrada (A), maior energia potencial do que no terminal de saída (B). Escrevemos, pois:

$$E_{\text{pot}A} > E_{\text{pot}B}$$

1. Energia elétrica
2. Potência elétrica
3. Relação fundamental
4. Potência elétrica no resistor
5. O resistor usado como elemento aquecedor de água
6. O brilho das lâmpadas incandescentes
7. Potência elétrica no gerador
8. Potência elétrica no receptor

c) Se o elemento de circuito for um gerador

Então as cargas elétricas que constituem a corrente elétrica vão receber energia elétrica. No gerador real (fig. 4), uma parte dessa energia elétrica é dissipada na sua resistência interna por Efeito Joule.

No gerador, as cargas elétricas possuem, no terminal de entrada (A), menor energia potencial do que no terminal de saída (B). Escrevemos, pois:

$$E_{\text{pot}_A} < E_{\text{pot}_B} \quad \text{ou} \quad E_{\text{pot}_B} > E_{\text{pot}_A}$$



Figura 4. Gerador.

Quantidade de energia convertida

Retomemos um elemento de circuito elétrico, que pode ser qualquer um dos três anteriores: resistor, receptor ou gerador (fig. 5). Seja i a intensidade de corrente elétrica que nele circula, de A para B.

Para certo intervalo de tempo Δt , seja Δq a carga elétrica que entra em A e sai em B.

É importante salientar que, embora a energia potencial seja diferente na entrada e na saída do elemento de circuito, a carga elétrica é a mesma, bem como a intensidade da corrente elétrica.

Temos, então:

- em A, a energia potencial da carga Δq é dada por:

$$E_{\text{pot}_A} = \Delta q \cdot V_A \quad \textcircled{1}$$

- em B, a energia potencial da carga Δq é dada por:

$$E_{\text{pot}_B} = \Delta q \cdot V_B \quad \textcircled{2}$$

Para o **resistor** e o **receptor**, vemos que:

$$E_{\text{pot}_A} > E_{\text{pot}_B}$$

A queda de energia potencial pode ser escrita:

$$|\Delta E| = E_{\text{pot}_A} - E_{\text{pot}_B}$$

A queda de energia potencial representa a energia elétrica (E_{el}) consumida pelo elemento no intervalo de tempo Δt . Assim, teremos:

$$E_{\text{el}} = |\Delta E| = E_{\text{pot}_A} - E_{\text{pot}_B}$$

Para o **gerador**, vemos que:

$$E_{\text{pot}_B} > E_{\text{pot}_A}$$

A elevação de energia potencial pode ser escrita:

$$|\Delta E| = E_{\text{pot}_B} - E_{\text{pot}_A}$$

A elevação de energia potencial representa a energia elétrica (E_{el}) fornecida pelo gerador ao circuito no intervalo de tempo Δt . Assim, teremos:

$$E_{\text{el}} = |\Delta E| = E_{\text{pot}_B} - E_{\text{pot}_A}$$

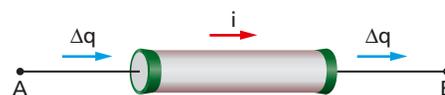


Figura 5. Elemento de circuito.

Generalizando, para qualquer um dos três elementos (resistor, receptor ou gerador), E_{el} é a energia elétrica posta em jogo no intervalo de tempo Δt e pode ser assim equacionada:

$$E_{el} = |\Delta E| = |E_{pot_B} - E_{pot_A}| = |E_{pot_A} - E_{pot_B}| \quad (3)$$

Substituindo as equações (1) e (2) em (3), vem:

$$E_{el} = |\Delta E| = |\Delta q \cdot V_B - \Delta q \cdot V_A| = \Delta q \cdot |V_B - V_A|$$

$$E_{el} = \Delta q \cdot U$$

2. Potência elétrica

A potência elétrica (P) é, por definição, a razão entre a energia elétrica (E_{el}) e o intervalo de tempo (Δt):

$$P = \frac{E_{el}}{\Delta t}$$

Unidades

No SI a energia é medida em joules (J), o tempo em segundos (s) e a potência em watts (W). Assim:

$$1 W = 1 J/s \quad \text{ou} \quad 1 J = 1 W \cdot 1 s$$

Na prática comercial, o joule é uma unidade de energia insignificante. Por esse motivo, usam-se as seguintes unidades:

| | |
|-----------------|----------------------|
| Tempo | hora (h) |
| Potência | quilowatt (kW) |
| Energia | quilowatt-hora (kWh) |

OBSERVAÇÕES

- $1 \text{ kW} = 1\,000 \text{ W} = 10^3 \text{ W}$
 - $1 \text{ kWh} = 1 \text{ kW} \cdot 1 \text{ h}$
 - $1 \text{ kWh} = 10^3 \text{ W} \cdot 3,6 \cdot 10^3 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$
- $1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$

3. Relação fundamental

Vimos que, para qualquer um dos três elementos:

$$E_{el} = \Delta q \cdot U$$

e ainda que:

$$P = \frac{E_{el}}{\Delta t}$$

Podemos escrever, portanto, que:

$$P = \frac{\Delta q \cdot U}{\Delta t} = \left(\frac{\Delta q}{\Delta t} \right) \cdot U$$

Sabemos que:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

então, teremos:

$$P = i \cdot U$$

A potência elétrica de qualquer aparelho pode ser calculada multiplicando-se a intensidade da corrente elétrica pela respectiva tensão elétrica entre os seus terminais.

Generalização:

Podemos generalizar essa propriedade para um trecho AB de um circuito elétrico. Veja o exercício 5.

Potência elétrica de alguns aparelhos eletrodomésticos

É muito importante conhecermos a potência elétrica de um aparelho eletrodoméstico. Dela depende o seu consumo de energia elétrica.

Geralmente, lâmpadas e televisores são injustamente "culpados" pelo alto consumo de energia elétrica de uma residência, quando sua potência não passa de uns 100 W. Na realidade, eles representam problema de consumo quando permanecem ligados por um intervalo de tempo excessivo. Os grandes "vilões" desse consumo costumam ser: a torneira elétrica da pia da cozinha e o chuveiro elétrico, por apresentarem alta potência e uso demasiado; de certa forma, a geladeira também está nessa lista por funcionar muito tempo durante o dia. Se na residência houver um aquecedor central, ele será imbatível no consumo, pois sua potência passa dos 5 kW e permanece ligado mais de 10 horas por dia.

Consideramos que um aparelho eletrodoméstico tem alta potência quando ela ultrapassa a casa dos 1500 W (1,5 kW). Geralmente são projetados para funcionar sob tensão de 220 V (bifásico) para que seus fios não sejam percorridos por corrente elétrica de alta intensidade. Uma intensidade elevada de corrente nos fios ocasiona elevada perda de energia por Efeito Joule e deve ser evitada.

| Aparelhos eletrodomésticos de baixa potência | |
|--|------------------------------|
| lâmpadas fluorescentes | 20 W ou 40 W |
| lâmpadas incandescentes | usualmente, de 60 W ou 100 W |
| televisor | em torno de 80 W |
| liquidificador | em torno de 100 W |
| batedeira de bolo | em torno de 150 W |
| secador de cabelo | de 300 W a 800 W |
| computador | em torno de 250 W |
| ferro de passar roupa | em torno de 600 W |
| máquina de lavar roupa | em torno de 600 W |
| aspirador de pó | em torno de 300 W |
| refrigerador | em torno de 400 W |

| Aparelhos eletrodomésticos de alta potência | |
|---|--------------------|
| chuveiro elétrico | de 3 kW a 6 kW |
| aquecedor central elétrico | de 5 kW a 7 kW |
| torneira elétrica | de 2 kW a 3 kW |
| máquina de secar roupa | de 6 kW a 8 kW |
| máquina de lavar louça | de 4 kW a 6 kW |
| irradiador de calor | em torno de 1,5 kW |

É muito importante que sempre tenhamos em mente o seguinte: o consumo de energia elétrica de um aparelho está ligado sempre ao produto de sua potência elétrica pelo intervalo de tempo de uso, isto é, o tempo em que ele permanece ligado.

$$E_{el} = P \cdot \Delta t$$

Exercícios de Aplicação

1. Um chuveiro elétrico ligado na rede elétrica de 220 V possui potência de 4,0 kW. Uma pessoa usa este chuveiro por 30 minutos todos os dias.

- Qual é o consumo de energia elétrica em um mês (30 dias)?
- Sabendo-se que 1 kWh custa R\$ 0,50, qual é o custo C de energia elétrica consumida pelo chuveiro em um mês?

Resolução:

- Em um dia o chuveiro funciona por 30 minutos, ou seja, por 0,5 hora. Em um mês o chuveiro é usado durante: $\Delta t = 0,5 \text{ h} \cdot 30 = 15 \text{ h}$

$$E_{\text{el}} = P \cdot \Delta t$$

$$E_{\text{el}} = 4,0 \text{ kW} \cdot 15 \text{ h} \Rightarrow E_{\text{el}} = 60 \text{ kWh}$$

- O custo C da energia elétrica consumida nos banhos, durante o mês, é:

$$C = 60 \cdot \text{R\$ } 0,50 \Rightarrow C = \text{R\$ } 30,00$$

2. Uma lâmpada elétrica de potência 60 W fica acesa 10 h por dia.

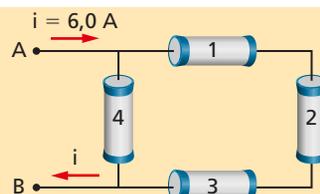
- Qual a energia elétrica consumida durante um mês (30 dias)?
- Qual o custo da energia elétrica consumida no item anterior? Adote o preço do quilowatt-hora como sendo de R\$ 0,50.

3. (ECM-AL) Uma máquina de lavar roupa, com referência 200 W – 110 V, e um chuveiro elétrico, com referência 1000 W – 110 V, funcionando 2 horas por dia, durante 30 dias, consumirão uma quantidade de energia elétrica igual, em kWh, a:

- 20
- 40
- 68
- 72
- 90

4. Numa residência são usadas 5 lâmpadas de 60 W durante 5 h por dia, um chuveiro elétrico de 2000 W durante 1 h por dia e um ferro elétrico de 600 W durante 0,5 h por dia. Determine, em kWh, a energia elétrica consumida em 30 dias.

5. Considere o trecho do circuito AB da figura. A ddp entre os pontos A e B vale 30 V e a corrente elétrica que circula de A para B tem intensidade de 6,0 A. Determine a potência elétrica no trecho AB.



Resolução:

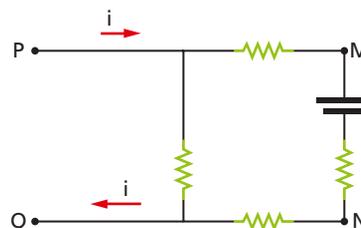
Independentemente da identificação dos elementos 1, 2, 3 e 4, a potência é dada pela generalização da fórmula:

$$P = U \cdot i$$

para a qual temos: $U = 30 \text{ V}$ e $i = 6,0 \text{ A}$

$$P = 30 \cdot 6,0 \Rightarrow P = 180 \text{ W}$$

6. Considere o trecho de circuito elétrico M, N, P, Q , cujo terminal de entrada é P e o de saída da corrente elétrica é Q . Entre os terminais a ddp vale 12 V, sendo de 48 W a potência do trecho. Determine a intensidade (i) da corrente elétrica nos terminais de entrada e saída.



ILUSTRAÇÕES: ZAPET

7. Um circuito elétrico é constituído por um grupo de cinco resistores conectados de tal maneira a formar uma associação mista. O circuito tem os seus terminais ligados a um gerador de 40 V, e a corrente de entrada assumiu o valor de 5,5 A. Podemos afirmar que a potência elétrica dissipada pelos cinco resistores vale:

- 12 W
- 22 W
- 40 W
- 220 W
- 440 W

8. Em uma residência estão instalados os seguintes aparelhos: 10 lâmpadas (100 W cada uma), 1 batadeira elétrica (100 W), 2 geladeiras (500 W cada uma) e 3 televisores (100 W cada um). Todos esses aparelhos estão ligados em paralelo (120 V) e ao mesmo tempo.

- Quanto vale a potência total instalada?
- Quanto mede a intensidade total da corrente elétrica (i)?
- Determine a energia elétrica consumida em 2 h.

9. (UF-PB) Uma residência, alimentada com uma tensão de 220 V, usa alguns equipamentos elétricos, cuja potência de cada um e o tempo de funcionamento em um mês encontram-se especificados na tabela abaixo:

| Equipamento | Quantidade | Tempo de funcionamento | Potência (W) |
|----------------|------------|------------------------|---------------|
| Lâmpada | 04 | 120 h | 60 (cada uma) |
| Ferro elétrico | 01 | 30 h | 600 |
| Televisor | 01 | 60 h | 120 |

A energia elétrica consumida em quilowatt-hora (kWh) pelos equipamentos vale:

- a) 42,0 c) 32,0 e) 72,0
b) 66,0 d) 54,0

Resolução:

Este exercício requer uma estratégia diferente. Não podemos somar as potências, pois cada tipo de aparelho permanece ligado por um intervalo de tempo diferente. Devemos calcular a energia elétrica consumida por cada um e no final fazer o somatório de todas elas.

Da definição de potência elétrica, vem:

$$P = \frac{E_{el}}{\Delta t}$$

$$E_{el} = P \cdot \Delta t$$

A energia elétrica total consumida pelos equipamentos é dada por:

$$E_{el\text{total}} = E_{el\text{lâmp}} + E_{el\text{ferro}} + E_{el\text{tv}}$$

$$E_{el\text{total}} = 4 \left(\frac{60}{1000} \cdot 120 \right) + \left(\frac{600}{1000} \cdot 30 \right) + \left(\frac{120}{1000} \cdot 60 \right)$$

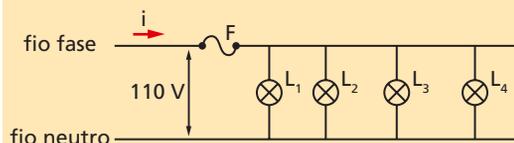
$$E_{el\text{total}} = 54,0 \text{ kWh}$$

10. João Paulo, preocupado com o gasto excessivo em energia elétrica todos os meses em sua casa, resolveu planilhar e controlar cada um dos aparelhos considerados vilões da energia elétrica residencial. Montou então a planilha abaixo, onde indicou a potência e o valor médio do tempo de uso diário de cada aparelho:

| Aparelho | Potência (kW) | Uso diário (h) |
|--------------------------|---------------|----------------|
| Chuveiro | 5,0 | 2,0 |
| Forno micro-ondas | 3,0 | 0,5 |
| Ferro elétrico de passar | 0,8 | 1,5 |
| Secadora elétrica | 4,0 | 0,5 |

- a) Qual é o consumo **diário** de energia elétrica desses quatro aparelhos? E o consumo mensal?
b) Sabendo que o kWh custa R\$ 0,50, quanto João Paulo gasta **mensalmente** com o consumo de energia desses quatro aparelhos?

11. Em uma rede elétrica de 110 V há um fusível de 25 A no fio fase, conforme mostra a figura. Determine o número máximo de lâmpadas com 100 W/110 V que poderão ser ligadas simultaneamente em paralelo sem queimar o fusível da rede.



Resolução:

Vamos determinar a máxima potência elétrica suportada pela rede, sem queimar o fusível:

$$U = 110 \text{ V}; i = 25 \text{ A (máxima admissível)}$$

$$P_{\text{máx}} = U \cdot i_{\text{máx}} \Rightarrow P_{\text{máx}} = 110 \cdot 25 \Rightarrow P_{\text{máx}} = 2750 \text{ W}$$

Ora, cada lâmpada possui 100 W.

Fazendo: $P_{\text{máx}} = n \cdot 110$ (onde n é um número inteiro e representa a quantidade de lâmpadas), vem:

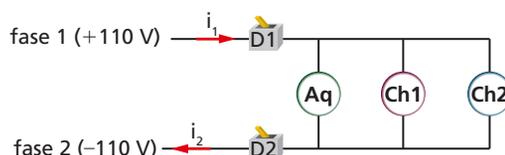
$$2750 = n \cdot 100 \Rightarrow n = 27,5$$

Porém, sendo inteiro: **$n = 27$ lâmpadas**

Observação: com 28 lâmpadas teríamos uma potência maior que a potência máxima permitida, e o fusível fatalmente queimaria.

12. Em uma instalação residencial de 110 V deverão ser ligadas em paralelo lâmpadas de 60 W/110 V. Ocorre que no fio fase dessa instalação há um fusível de 15 A. Determine o número máximo de lâmpadas que poderão ser ligadas simultaneamente.

13. O circuito elétrico de uma residência deve ser protegido por um disjuntor inserido em cada fio fase, como mostra a figura. Nesse circuito estão instalados os aparelhos relacionados na tabela a seguir, com as suas respectivas tensões e potências nominais.



ILUSTRAÇÕES: ZAPIT

| Aparelho | Tensão nominal (V) | Potência nominal (W) |
|----------------|--------------------|----------------------|
| Chuveiro (Ch1) | 220 | 4 200 |
| Chuveiro (Ch2) | 220 | 5 400 |
| Aquecedor (Aq) | 220 | 1 000 |

- Determine a potência total instalada.
- Determine a intensidade de corrente que circula no circuito com todos os aparelhos funcionando.
- Dimensione os disjuntores D_1 e D_2 para que não desarmem com os aparelhos ligados. Lembre-se: a corrente nominal de pico do disjuntor é um número múltiplo de 10.

14. (UF-PB) A tensão num chuveiro é 220 V, e sua potência, 1 100 W. Se a quantidade de carga que passou pela resistência do chuveiro foi de 2 400 C, quantos minutos este ficou ligado?

Resolução:

A intensidade de corrente elétrica que percorre o chuveiro é dada por:

$$P = U \cdot i \Rightarrow 1100 = 220 \cdot i \Rightarrow i = 5 \text{ A}$$

Da definição de intensidade de corrente elétrica, vem:

$$i = \frac{Q}{\Delta t}$$

$$5 = \frac{2400}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 480 \text{ s} = 8 \text{ min}$$

Exercícios de Reforço

15. Um aparelho elétrico traz na sua etiqueta metálica, pregada na sua carcaça, os seguintes valores nominais: 220 V e 4 400 W. Podemos afirmar que, estando corretamente ligado:

- a intensidade de corrente que nele circula é de 22 A.
- a energia elétrica consumida em 10 h será de 440 kWh.
- a intensidade de corrente que nele circula é de 20 A e em 10 horas vai consumir uma energia elétrica de 44 kWh.
- se nele passar uma corrente elétrica de 10 A, a sua potência será de 2 200 W.
- dissipará uma energia elétrica de 4 400 W/h.

16. Uma pequena lâmpada de farol de carro funciona sob tensão de 12 V e puxa uma corrente elétrica de intensidade 2,0 A. A energia elétrica dissipada em 5 minutos vale:

- 7 200 J
- 720 J
- 120 J
- 7,2 kWh
- 720 Wh

17. Num circuito elétrico residencial, de tensão 120 V, o disjuntor do fio fase é de 10 A. Estão instalados os seguintes aparelhos: 5 lâmpadas de 100 W cada uma, um pequeno aquecedor elétrico de 600 W, um aparelho de som de 500 W, todos eles

de tensão nominal 120 V. Analise as afirmativas abaixo e responda:

- Todos os aparelhos poderão funcionar simultaneamente, sem desarmar o disjuntor.
- Estando ligados o aquecedor e o aparelho de som, pelo menos quatro lâmpadas devem ficar apagadas.
- Com as cinco lâmpadas acesas e o aparelho de som ligado, o aquecedor não deve ser ligado, pois vai desarmar o disjuntor.

É verdade apenas o que se disse em:

- I
- II
- III
- II e III
- I e III

18. Num circuito elétrico há um disjuntor que protege a sua fiação. Nele estão instalados os seguintes aparelhos: 10 lâmpadas de 100 W cada uma, um televisor de 200 W, um refrigerador de 600 W e um aquecedor elétrico de 400 W. A tensão elétrica no circuito é de 120 V. Escolha o disjuntor correto que permitirá a todos os aparelhos funcionarem simultaneamente, mas que tenha a menor corrente nominal:

- 30 A
- 25 A
- 20 A
- 15 A
- 10 A

19. (Unesp-SP) Um jovem casal instalou em sua casa uma ducha elétrica moderna de 7 700 watts/220 volts. No entanto, os jovens verificaram, desiludidos, que toda vez que ligavam a ducha na potência máxima, desarmava-se o disjuntor (o que equivale a queimar o fusível de antigamente) e a fantástica ducha deixava de aquecer. Pretendiam até recolocar no lugar o velho chuveiro de 3 300 watts/220 volts, que nunca falhou. Felizmente, um amigo – físico, naturalmente – os socorreu. Provisoriamente, substituiu o velho disjuntor por outro, de maneira que a ducha funcionasse normalmente.

A partir desses dados, assinale a única alternativa que descreve corretamente a possível troca efetuada pelo amigo.

- Substituiu o velho disjuntor de 20 ampères por um novo, de 30 ampères.
- Substituiu o velho disjuntor de 20 ampères por um novo, de 40 ampères.
- Substituiu o velho disjuntor de 10 ampères por um novo, de 40 ampères.
- Substituiu o velho disjuntor de 30 ampères por um novo, de 20 ampères.
- Substituiu o velho disjuntor de 40 ampères por um novo, de 20 ampères.

Observação: Apenas substituir o disjuntor não é um procedimento muito correto, pois há necessidade também de verificar a bitola (diâmetro) dos fios da instalação elétrica.

20. (Unesp-SP) Dois resistores, um de resistência $5,0 \Omega$ e outro de resistência R , estão ligados a uma bateria de $6,0 \text{ V}$ e resistência interna desprezível, como mostra a figura.



Sabendo que a potência total dissipada no circuito é 12 W , determine:

- a corrente i que passa pela bateria;
- o valor da resistência R .

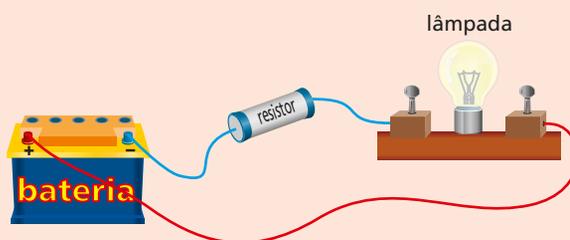
21. (Fuvest-SP) No medidor de energia elétrica usado na medição do consumo de residências, há um disco, visível externamente, que pode girar. Cada rotação completa do disco corresponde a um consumo de energia elétrica de $3,6$ watt-hora. Mantendo-se, em uma residência, apenas um equipamento ligado, observa-se que o disco executa uma volta a cada 40 segundos. Nesse caso,

a potência “consumida” por esse equipamento é de, aproximadamente:

- 36 W
- 90 W
- 144 W
- 324 W
- 1000 W

A quantidade de energia elétrica de $3,6$ watt-hora é definida como aquela que um equipamento de $3,6 \text{ W}$ consumiria se permanecesse ligado durante 1 hora.

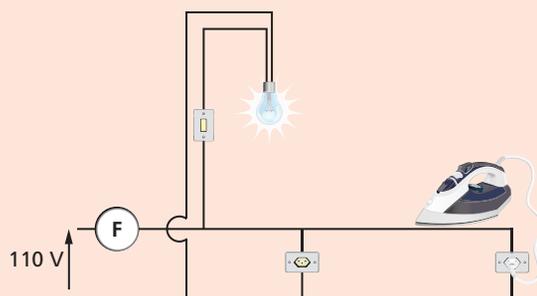
22. (Fuvest-SP) Uma estudante quer utilizar uma lâmpada (dessas de lanterna de pilhas) e dispõe de uma bateria de 12 V . A especificação da lâmpada indica que a tensão de operação é $4,5 \text{ V}$ e a potência elétrica utilizada durante a operação é de $2,25 \text{ W}$.



Para que a lâmpada possa ser ligada à bateria de 12 V , será preciso colocar uma resistência elétrica, em série, de aproximadamente:

- $0,5 \Omega$
- $4,5 \Omega$
- $9,0 \Omega$
- 12Ω
- 15Ω

23. (Fuvest-SP) Um circuito doméstico simples, ligado à rede de 110 V e protegido por um fusível F de 15 A , está esquematizado abaixo:



ILUSTRAÇÕES: ZAPPT

A potência máxima de um ferro de passar roupa que pode ser ligado, simultaneamente, a uma lâmpada de 150 W , sem que o fusível interrompa o circuito, é aproximadamente de:

- 1100 W
- 1500 W
- 1650 W
- 2250 W
- 2500 W

4. Potência elétrica no resistor

Vamos particularizar o nosso estudo de potência, usando um resistor (fig. 6). Aplicando-se uma ddp de potencial U aos seus terminais, ele permite a passagem de uma corrente elétrica de intensidade i . Essa corrente produz o Efeito Joule, o resistor se aquece e dissipa energia. Essa energia térmica jogada no ambiente pode ser aproveitada em muitos casos: chuveiro elétrico, aquecedor de ambiente, etc. Neste item vamos quantificar essa energia.

Usemos a Lei de Ohm no resistor dado:

$$U = R \cdot i \Rightarrow i = \frac{U}{R}$$

Por outro lado, a potência elétrica é dada por:

$$P = i \cdot U \quad (1)$$

Na equação da potência vamos substituir a tensão elétrica, fazendo:

$$P = i \cdot (R \cdot i) \Rightarrow P = R \cdot i^2 \quad (2)$$

Ainda na equação da potência, vamos substituir a intensidade da corrente, fazendo:

$$P = \frac{U}{R} \cdot U \Rightarrow P = \frac{U^2}{R} \quad (3)$$

As equações (1), (2) e (3) são equivalentes e obviamente nos levam ao mesmo resultado no cálculo da potência.

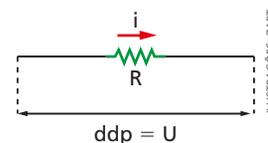


Figura 6.

Exemplo 1

Vamos usar um resistor de resistência $R = 2,0 \, \Omega$ e submetê-lo a uma tensão elétrica $U = 10 \, \text{V}$. Queremos obter a potência do resistor.

Usando a Lei de Ohm, obteremos a intensidade de corrente:

$$i = \frac{U}{R} \Rightarrow i = \frac{10 \, \text{V}}{2,0 \, \Omega} \Rightarrow i = 5,0 \, \text{A}$$

Vamos calcular a potência usando as três equações:

Equação (1):

$$P = i \cdot U \Rightarrow P = 5,0 \cdot 10 \Rightarrow P = 50 \, \text{W}$$

Equação (2):

$$P = R \cdot i^2 \Rightarrow P = 2,0 \cdot 5,0^2 \Rightarrow P = 50 \, \text{W}$$

Equação (3):

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow P = \frac{10^2}{2,0} \Rightarrow P = 50 \, \text{W}$$

Este exemplo foi dado apenas para mostrar que qualquer uma das equações nos leva ao mesmo resultado final. Assim, devemos sempre preferir aquela equação que nos leve mais rapidamente a tal resultado.

Exemplo 2

Um chuveiro elétrico está esquentando muito pouco. O que devemos fazer?

A análise começa pela potência elétrica do seu resistor. Se o chuveiro está esquentando muito pouco, devemos melhorar a sua potência. As equações (1) e (2) definem a potência em função da intensidade de corrente e não nos levam a lugar nenhum. Vamos usar a equação (3) do Exemplo 1:

$$P = \frac{U^2}{R}$$

Para aumentar a potência, poderíamos aumentar a tensão elétrica ou diminuir a resistência elétrica do chuveiro, ou ainda fazer as duas coisas (fig. 7).

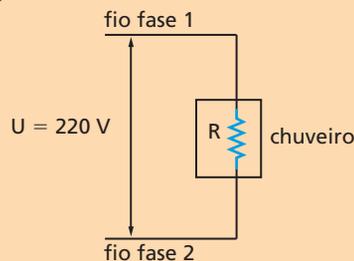


Figura 7. Circuito elétrico.

Na prática, não conseguiríamos aumentar a tensão elétrica, pois ela está fixada em 220 V pela rede elétrica. Podemos somente diminuir o denominador, ou seja, a resistência elétrica: para isso, cortamos um pedacinho do resistor.

Exercícios de Aplicação

24. A torneira elétrica da pia da cozinha da casa da Maria Sandra deixou de esquentar a água. Retirada a torneira e desmontada, foi verificado que o resistor estava partido. Na etiqueta metálica da torneira havia uma inscrição: $220\text{ V} - 4840\text{ W}$. Determine as especificações do novo resistor a ser comprado para substituir a peça danificada.

Resolução:

1º) Cálculo da resistência elétrica do resistor:

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P} \Rightarrow R = \frac{(220)^2}{4840} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = 10\ \Omega$$

2º) Especificações do resistor:

$$\begin{cases} R = 10\ \Omega \\ U = 220\text{ V} \end{cases}$$

Deve-se citar sempre a tensão a ser suportada.

25. (ITA-SP) Nas especificações de um chuveiro elétrico, lê-se $2200\text{ W} - 220\text{ V}$. A resistência interna desse chuveiro é:

- a) $10\ \Omega$ d) $22\ \Omega$
 b) $12\ \Omega$ e) $15\ \Omega$
 c) $100\ \Omega$

26. Um ferro elétrico de passar roupas tem uma etiqueta metálica pregada no seu cabo, que contém a seguinte inscrição: $600\text{ W} - 120\text{ V}$. Analise as afirmativas a seguir e responda:

- I. Sob tensão de 120 V , a potência elétrica do ferro é 600 W .
 II. A resistência elétrica do ferro vale $24\ \Omega$.
 III. Se for ligado numa rede elétrica de 110 V continua com a mesma potência de 600 W .

É verdadeiro apenas o que se disse em:

- a) I e II d) I
 b) II e III e) II
 c) I, II e III

27. O sr. João Sá Bhan adquiriu inadvertidamente um chuveiro elétrico para funcionar em 220 V , cuja potência seria de 4800 W . Instalou o chuveiro em sua casa e a água não esquentou, pois a sua rede elétrica era de 120 V . Para fazer funcionar o chu-

veiro corretamente, mantendo a mesma potência original, o sr. Bhan deverá trocar o resistor por outro de resistência elétrica igual a:

- a) $12\ \Omega$ d) $3,0\ \Omega$
 b) $24\ \Omega$ e) $6,0\ \Omega$
 c) $8,0\ \Omega$

28. Um aquecedor elétrico possui três resistores em paralelo, tendo cada um deles a potência de 800 W . O aquecedor é ligado em uma rede elétrica de 120 V . Estando os três elementos em funcionamento, a resistência equivalente vale:

- a) $3,0\ \Omega$ d) $8,0\ \Omega$
 b) $4,0\ \Omega$ e) $12\ \Omega$
 c) $6,0\ \Omega$

29. Um fio de resistência elétrica $5\ \Omega$ é submetido a uma ddp de 10 V . A energia elétrica dissipada pelo fio em 1 minuto é de:

- a) 20 J d) 900 J
 b) 120 J e) 1200 J
 c) 600 J

Resolução:

A potência elétrica dissipada pelo fio é dada por:

$$P = \frac{U^2}{R}$$

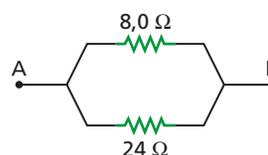
$$P = \frac{10^2}{5}\text{ (W)} \Rightarrow P = 20\text{ W}$$

Da definição de potência elétrica, vem:

$$P = \frac{E_{\text{el}}}{\Delta t}$$

$$20 = \frac{E_{\text{el}}}{60} \Rightarrow E_{\text{el}} = 1200\text{ J}$$

30. Aplicou-se, durante $5,0$ minutos, uma tensão constante de 64 V ao conjunto de resistores conectados entre A e B. Determine a energia elétrica dissipada.



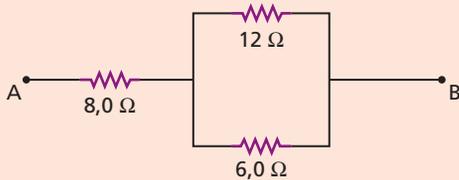
ZAPT

Exercícios de Reforço

31. (Fuvest-SP) Ganhei um chuveiro elétrico de 6 050 W – 220 V. Para que esse chuveiro forneça a mesma potência na minha instalação de 110 V devo mudar a sua resistência para o seguinte valor, em ohms:

- a) 0,5 c) 2,0 e) 8,0
b) 1,0 d) 4,0

32. A associação de resistores, esquematizada na figura, é submetida a uma ddp de 36 V.



A potência elétrica dissipada no resistor de 6,0 Ω é de:

- a) 12 W c) 54 W e) 96 W
b) 24 W d) 60 W

33. (OBF-Brasil) Um resistor de resistência R conectado a uma fonte de tensão U dissipa uma potência $P_0 = \frac{U^2}{R}$. Qual deve ser o arranjo mínimo, utilizando apenas resistores de resistência R e a mesma fonte de tensão, para que a potência dissipada passe a ser $P = \left(\frac{3}{2}\right) P_0$?

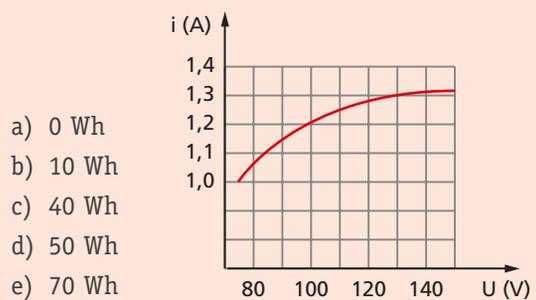
- a) Dois resistores em paralelo.
b) Três resistores em paralelo.
c) Três resistores em série.
d) Dois resistores em paralelo e em série com outro resistor.
e) Dois resistores em série e em paralelo com outro resistor.

34. (Fuvest-SP) Um certo tipo de lâmpada incandescente comum, de potência nominal 170 W e tensão nominal 130 V, apresenta a relação da corrente (i), em função da tensão (U), indicada no gráfico a seguir. Suponha que duas lâmpadas (A e B), desse mesmo tipo, foram utilizadas, cada uma, durante 1 hora, sendo

A – em uma rede elétrica de 130 V;

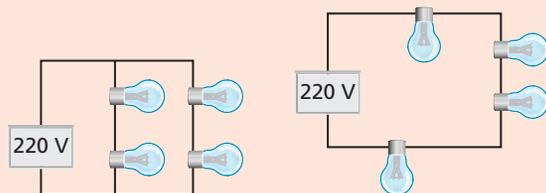
B – em uma rede elétrica de 100 V.

Ao final desse tempo, a diferença entre o consumo de energia elétrica das duas lâmpadas, em watt-hora (Wh), foi aproximadamente de:



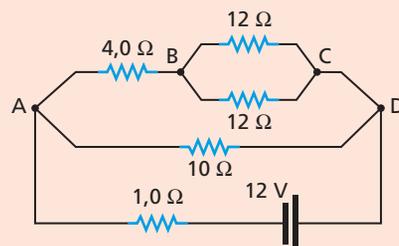
- a) 0 Wh
b) 10 Wh
c) 40 Wh
d) 50 Wh
e) 70 Wh

35. (Unifesp-SP) Os circuitos elétricos A e B esquematizados utilizam quatro lâmpadas incandescentes L idênticas, com especificações comerciais de 100 W e de 110 V, e uma fonte de tensão elétrica de 220 V. Os fios condutores que participam dos dois circuitos elétricos podem ser considerados ideais, isto é, têm suas resistências ôhmicas desprezíveis.



- a) Qual o valor da resistência ôhmica de cada lâmpada e a resistência ôhmica equivalente de cada circuito elétrico?
b) Calcule a potência dissipada por uma lâmpada em cada circuito elétrico, A e B , para indicar o circuito no qual as lâmpadas apresentarão maior iluminação.

36. (ITA-SP) Com respeito ao circuito elétrico que se segue, podemos afirmar:



ILUSTRAÇÕES: ZAPIT

- a) A resistência equivalente entre A e D é 38 Ω e a potência dissipada é 76 W.
b) A resistência equivalente no trecho BC é 24 Ω e a corrente no trecho AB é 2,0 A.
c) A corrente que circula pelo resistor de 10 Ω é de 2,0 A e a potência nele dissipada é 40 W.
d) A ddp no resistor de 4,0 Ω é 4,0 V e a resistência equivalente entre A e D é 5,0 Ω.
e) Nenhuma das anteriores está correta.

5. O resistor usado como elemento aquecedor de água

Nos chuveiros elétricos, nas torneiras elétricas, nos reservatórios de água de aquecimento central, o elemento usado para aquecer a água é o resistor.

No nosso estudo, vamos usar o reservatório de água da figura 8, em que a água será aquecida por um resistor.

Vamos supor um caso ideal: que esse reservatório possua paredes adiabáticas, portanto: não perderá calor para o ambiente. Sua capacidade térmica é desprezível. Assim, podemos dizer que a energia elétrica dissipada pelo resistor será convertida em energia térmica, a qual será totalmente absorvida pela água sob a forma de calor:

$$E_{el} = Q$$

Mantendo-se o sistema ligado durante um certo intervalo de tempo Δt , a energia elétrica dissipada pelo resistor é dada por:

$$E_{el} = P \cdot \Delta t \quad \textcircled{1}$$

A quantidade de calor transferida à água faz com que ela sofra um aquecimento e eleve a sua temperatura de um valor $\Delta\theta$. Vamos admitir, por hipótese, que a água não entre em ebulição.

Deste modo, sendo c o calor específico da água e m a massa de água do reservatório, poderemos escrever:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta \quad \textcircled{2}$$

As equações $\textcircled{1}$ e $\textcircled{2}$ podem ser igualadas, conforme a nossa hipótese inicial:

$$P \cdot \Delta t = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

Exemplo 3

Vamos usar um resistor elétrico de potência 800 W, durante 30 s, aquecendo uma massa de 500 g de água. Calculemos a elevação de temperatura da água. Adotemos o calor específico da água como sendo $c = 4000 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$.

$$E_{el} = P \cdot \Delta t \Rightarrow E_{el} = 800 \cdot 30 = 24000 \text{ J} \quad \textcircled{1}$$

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta \Rightarrow Q = 0,5 \cdot 4000 \cdot \Delta\theta \quad \textcircled{2}$$

Sabemos que: $E_{el} = Q$

o que nos permite igualar as equações $\textcircled{1}$ e $\textcircled{2}$:

$$0,5 \cdot 4000 \cdot \Delta\theta = 24000$$

$$\Delta\theta = \frac{24000}{2000} \Rightarrow \Delta\theta = 12 \text{ }^\circ\text{C}$$

A elevação da temperatura da água foi de $12 \text{ }^\circ\text{C}$ nesses 30 s de aquecimento.

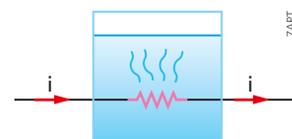


Figura 8. Resistor imerso na água.

OBSERVAÇÃO

Para o uso desta equação, devemos ter muito cuidado com as unidades. O ideal é usar todas as unidades no SI. Na calorimetria é muito comum o uso da caloria, que deverá ser convertida em joule.

Exercícios de Aplicação

37. Em um recipiente ideal, temos 600 g de água, inicialmente a 10 °C. Um resistor imerso na água vai aquecê-la até a temperatura de 60 °C e, para tanto, ele deverá permanecer ligado durante 4 minutos. Sendo dado o calor específico da água $c = 4000 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$, determine a potência elétrica dissipada pelo resistor.

Resolução:

Inicialmente, vamos calcular a quantidade de calor absorvida pela água.

A variação de temperatura foi de:

$$\Delta\theta = 60^\circ\text{C} - 10^\circ\text{C} = 50^\circ\text{C}$$

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

$$Q = 0,6 \cdot 4000 \cdot 50 = 120\,000 \text{ J}$$

Como o recipiente é ideal, toda energia elétrica dissipada pelo resistor, sob a forma de energia térmica, será absorvida pela água. Podemos, pois, escrever:

$$E_{\text{el}} = Q \Rightarrow P \cdot \Delta t = Q$$

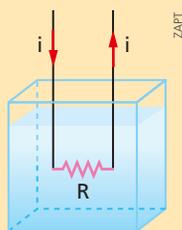
Devemos tomar cuidado sempre com a unidade de tempo, convertendo minutos em segundos:

$$4 \text{ minutos} = 4 \cdot 60 \text{ s} = 240 \text{ s}$$

$$P \cdot 240 = 120\,000 \Rightarrow P = 500 \text{ W}$$

38. Em um recipiente ideal, temos 0,5 L de água, inicialmente a 25 °C. Um resistor imerso na água deverá aquecê-la até a temperatura de 55 °C. O aquecimento durou 21 minutos. Sendo dado o calor específico da água, $c = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$, determine a potência elétrica dissipada pelo resistor.

39. Um resistor de resistência $R = 14,4 \Omega$ foi imerso num reservatório contendo 18 L de água a 20 °C, com a finalidade de aquecê-la até a temperatura de 70 °C. Ligou-se o resistor a uma fonte de tensão de 120 V. Sabemos que 1,0 litro de água tem massa de 1,0 kg e que o calor específico da água é $c = 4,0 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$. Despreza-se a capacidade térmica do reservatório.



Determinemos:

- a) a potência elétrica dissipada pelo resistor;
- b) o intervalo de tempo necessário para aquecer a água do reservatório.

Resolução:

- a) Temos os seguintes dados: $U = 120 \text{ V}$ e $R = 14,4 \Omega$

A potência dissipada no resistor se calcula por:

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow P = \frac{(120)^2}{14,4} = \frac{14\,400}{14,4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = 1000 \text{ W}$$

- b) Sendo as paredes adiabáticas, não haverá perda de calor para o meio ambiente. Como é desprezível o calor absorvido pelas paredes, toda energia elétrica dissipada pelo resistor, sob a forma de energia térmica, será absorvida pela água. Podemos, pois, escrever:

$$E_{\text{el}} = Q \Rightarrow P \cdot \Delta t = m \cdot c \cdot \Delta\theta \quad (1)$$

Temos, no reservatório, 18 litros de água cuja massa é $m = 18 \text{ kg}$, pois cada 1 litro tem massa de 1 kg.

A variação de temperatura é:

$$\Delta\theta = 70^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = 50^\circ\text{C}$$

Substituindo-se esses valores na equação (1), vem:

$$1000 \cdot \Delta t = 18 \cdot 4,0 \cdot 10^3 \cdot 50 \Rightarrow$$

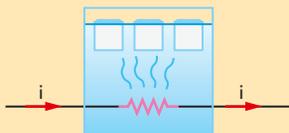
$$\Rightarrow \Delta t = 18 \cdot 4,0 \cdot 50 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t = 3600 \text{ s} = 1,0 \text{ h}$$

40. Com um resistor de resistência elétrica R vamos aquecer 1,0 litro de água, inicialmente à temperatura de 19 °C. Pretendemos elevar a temperatura até 100 °C, mas vamos desligar antes de entrar em ebulição. O aquecimento demorou 8 minutos. Adotemos para o calor específico da água o valor de $4,0 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$. Determine:

- a) a potência do resistor;
- b) a resistência R , sabendo que a tensão elétrica é de 75 V.

41. Em um recipiente termicamente isolado, colocamos água com gelo fundente ($0\text{ }^{\circ}\text{C}$). No seu interior temos ainda um resistor que, ao ser ligado, passará a fornecer energia térmica ao sistema. A capacidade térmica das paredes do recipiente é desprezível. O resistor é mantido ligado por 10 minutos e ao ser desligado ainda há gelo boiando na superfície da água. São conhecidos os valores: resistência do resistor: $R = 10\ \Omega$; tensão elétrica no resistor: $U = 40\ \text{V}$; calor de fusão do gelo: $L_{fu} = 320\ \text{J/g}$.



Determinemos:

- a potência elétrica dissipada no resistor;
- a massa de gelo que se fundiu durante os 10 minutos.

Resolução:

- a) A potência do resistor pode ser calculada por:

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow P = \frac{40^2}{10} \Rightarrow P = 160\ \text{W}$$

- b) A quantidade de calor para fundir a massa de gelo é dada por:

$$Q = m \cdot L_{fu}$$

A energia elétrica se calcula por:

$$E_{el} = P \cdot \Delta t$$

O tempo deve ser usado em segundos:

$$10\ \text{minutos} = 10 \cdot 60\ \text{s} = 600\ \text{s}$$

Estando o recipiente termicamente isolado, a energia elétrica transformada em térmica pelo resistor é usada integralmente para fundir o gelo. Assim:

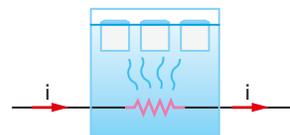
$$Q = E_{el} \Rightarrow m \cdot L_{fu} = P \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot 320 = 160 \cdot 600 \Rightarrow m = 300\ \text{g}$$

Observemos que a massa resultou em gramas porque a unidade do calor de fusão do gelo era J/g (joules/grama).

42. No reservatório da figura, as paredes têm capacidade térmica desprezível e são adiabáticas (não há perdas de calor). No seu interior estão em equilíbrio térmico: 6,0 litros de água com 2,0 kg de gelo. Ligando-se a chave, o resistor passou a aquecer o sistema e, decorridos 1280 segundos, a temperatura interna atingiu $40\text{ }^{\circ}\text{C}$. São dados:

resistência do resistor: $R = 10\ \Omega$; calor específico da água: $c = 4,0 \cdot 10^3\ \text{J}/(\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C})$; calor de fusão do gelo: $L_{fu} = 3,2 \cdot 10^5\ \text{J/kg}$; densidade da água: $d = 1,0\ \text{kg/litro}$.



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Determine:

- a quantidade de calor necessária para atingir a temperatura final de $40\text{ }^{\circ}\text{C}$;
- a potência do resistor;
- a tensão elétrica e a intensidade de corrente no resistor.

43. Uma torneira elétrica de potência P , resistência R , sob tensão de $120\ \text{V}$, é usada para fornecer água quente na pia de uma cozinha. Num dia frio, a água que chegava até a torneira estava a $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ e saía a $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ pelo bico da torneira, com uma vazão de $2,4\ \text{L/min}$. Adotando para o calor específico da água o valor $c = 4,0\ \text{kJ}/(\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C})$, determine:

- a potência elétrica P da torneira;
- a resistência elétrica R .

Resolução:

- a) Uma boa estratégia para resolver essa questão é fixar um intervalo de tempo $\Delta t = 1,0\ \text{min}$.

A vazão é dada por:

$$\varnothing = \frac{V}{\Delta t} \Rightarrow V = \varnothing \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$V = 2,4 \cdot 1,0 \Rightarrow V = 2,4\ \text{L}$$

A quantidade de calor para aquecer 2,4 litros de água ($m = 2,4\ \text{kg}$) é:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

$$Q = 2,4 \cdot 4,0 \cdot 10^3 \cdot 15 \Rightarrow Q = 144 \cdot 10^3\ \text{J}$$

A energia elétrica convertida em calor é:

$$E_{el} = P \cdot \Delta t$$

$$\text{Fazendo-se: } E_{el} = Q$$

$$P \cdot 60 = 144 \cdot 10^3 \Rightarrow P = 2,4 \cdot 10^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = 2,4\ \text{kW}$$

- b) Para o cálculo da resistência elétrica, basta lembrar que:

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \frac{120^2}{2400} \Rightarrow R = 6,0\ \Omega$$

44. Um chuveiro de potência elétrica 6 000 W fornece uma vazão de água quente igual a 10 L/min. A água fria chegou ao chuveiro com uma temperatura de 12 °C. O calor específico da água é $c = 4,0 \text{ J/(g} \cdot \text{°C)}$. A temperatura da água quente na saída do chuveiro é, aproximadamente:

- a) 9 °C c) 36 °C e) 54 °C
b) 21 °C d) 48 °C

45. Um bloco de gelo de massa 100 g encontra-se a 0 °C. Queremos obter água a 10 °C mediante calor fornecido por um resistor de potência elétrica 40 W. Num processo ideal, durante quanto tempo esse resistor deve ficar ligado? (Dados: calor específico da água: $c = 1,0 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{°C}}$; calor latente de fusão do gelo: $L_1 = 80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$; $1,0 \text{ cal} = 4,0 \text{ J}$.)

Resolução:

A energia elétrica se converte em energia térmica:

$$\Delta E = Q$$

$$P \cdot \Delta t = m \cdot L_1 + m \cdot c \cdot \Delta \theta$$

Sendo:

$$P = 40 \text{ W}; m = 100 \text{ g}; L_1 = 80 \frac{\text{cal}}{\text{g}} = 320 \frac{\text{J}}{\text{g}};$$

$$c = 1,0 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{°C}} = 4,0 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{°C}}; \Delta \theta = 10 \text{ °C, vem:}$$

$$40 \cdot \Delta t = 100 \cdot 320 + 100 \cdot 4,0 \cdot 10$$

$$\Delta t = 900 \text{ s}$$

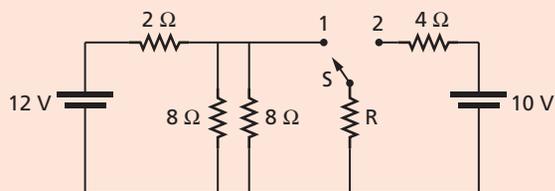
46. No interior de uma grande pedra de gelo a 0 °C é colocado um resistor de resistência elétrica 10 Ω que é percorrido por uma corrente elétrica de intensidade 10 A, durante 8,0 min. Num processo ideal, qual a massa de gelo que se funde? (Dados:

calor latente de fusão do gelo: $L_1 = 80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$;

$1,0 \text{ cal} = 4,0 \text{ J}$.)

Exercícios de Reforço

47. (IME-RJ) A chave S no circuito elétrico possui duas posições de contato, conforme mostra a figura abaixo.



Para que a potência total dissipada no circuito seja a mesma estando a chave S na posição 1 ou na posição 2, o valor aproximado da resistência R em ohms, deve ser:

- a) 15 d) 8,2
b) 3,4 e) 12,3
c) 5,6

48. (Unirio-RJ) Um aquecedor elétrico de imersão é constituído por um resistor de 15 ohms e funciona sob tensão de 120 volts. Esse aparelho é utilizado para aquecer 900 g de água inicialmente a 20 °C. Considerando que todo o calor gerado é absorvido pela água e que o calor específico da

água seja $4,0 \cdot 10^3 \text{ J/kg} \cdot \text{°C}$, então, em quantos minutos a água começará a ferver?

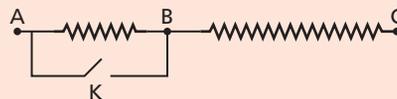
- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

49. (Cesgranrio-RJ) Um estudante deseja aquecer 1,2 litro de água contido em um recipiente termicamente isolado e de capacidade térmica desprezível, com o auxílio de um resistor imerso na água e conectado diretamente a uma bateria de 12 V e de resistência interna praticamente nula.

Quanto deve valer a resistência (R) desse resistor para que a temperatura da água seja elevada de 20 °C para 32 °C em 42 minutos? ($1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$;

calor específico da água: $1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{°C}}$.)

50. (Unesp-SP) A figura representa esquematicamente o circuito interno de um chuveiro elétrico cujos valores nominais são: 220 V; 4 400 W/6 050 W. Os terminais A e C são ligados à tensão da rede e a chave K , quando ligada, coloca o trecho AB em curto.



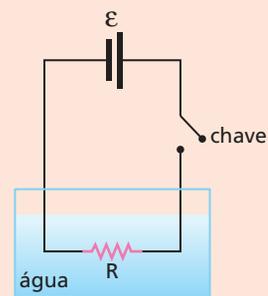
Pode-se afirmar que as resistências elétricas dos trechos AC e BC desse fio são, em ohms, respectivamente de:

- a) 19 e 15 d) 8,0 e 5,0
 b) 13 e 11 e) 3,0 e 2,0
 c) 11 e 8,0

51. (Vunesp-SP) Um resistor de resistência R , ligado em série com um gerador de fem \mathcal{E} e resistência interna desprezível, está imerso em 0,80 kg de água, contida num recipiente termicamente isolado. Quando a chave, mostrada na figura, é fechada, a temperatura da água sobe uniformemente à razão de 2,0 °C por minuto.

a) Considerando o calor específico da água igual a $4,2 \cdot 10^3 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ e desprezando a capacidade térmica do recipiente e do resistor, determine a potência elétrica P dissipada no resistor.

b) Sabendo que $\mathcal{E} = 28 \text{ volts}$, determine a corrente I no circuito e a resistência R do resistor.



6. O brilho das lâmpadas incandescentes

Uma lâmpada incandescente tem brilho proporcional à sua potência. Maior potência, maior brilho. Se compararmos as três lâmpadas da figura 9, a lâmpada de 100 W brilha mais que a de 60 W; a lâmpada de menor brilho é a de 25 W.

A justificação é a seguinte: a potência da lâmpada e a energia luminosa irradiada são proporcionais. Portanto, quanto maior a potência, maior a quantidade de energia luminosa irradiada; conseqüentemente, maior o brilho da lâmpada.

Na maioria das cidades do Brasil usa-se uma tensão nominal de 120 V e, portanto, a lâmpada é fabricada para funcionar sob essa voltagem. Se uma lâmpada vem, de fábrica, com uma tensão nominal de 120 V e uma potência nominal de 100 W, ela deve ser ligada na rede de 120 V para brilhar normalmente e dar a potência de 100 W.

A tensão na lâmpada “comanda” sua potência.

Se a lâmpada anterior for ligada na rede de 110 V, vai brilhar menos, pois sua potência cairá para 84 W.

Os valores da tensão e da potência nominal vêm carimbados no bulbo da lâmpada e devem ser observados quando se adquire o produto.

Se ligarmos uma lâmpada de 120 V–100 W numa rede elétrica de 220 V, sua potência se elevará para 336 W e a lâmpada “queimará”.

Nas lojas especializadas em materiais elétricos ou até mesmo em supermercados encontram-se lâmpadas de várias classes de tensão: 110 V; 120 V; 127 V e 220 V. Para cada classe de tensão existem as diversas potências: 25 W; 40 W; 60 W; 100 W; 150 W, etc.

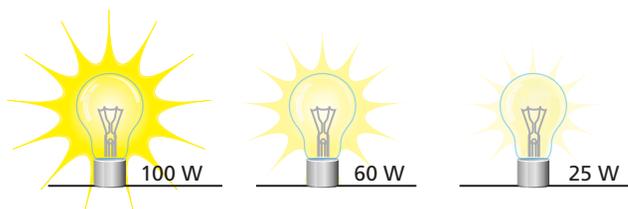


Figura 9. Três lâmpadas: 100 W, 60 W e 25 W.

ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Equacionando a potência da lâmpada incandescente

Para equacionar a potência da lâmpada, devemos admitir que a sua resistência elétrica permanece constante, qualquer que seja a voltagem a que for submetida.

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P} \quad (\text{constante})$$

Exemplo 4

Para facilitar nossas contas e também nosso entendimento, vamos usar uma lâmpada de tensão nominal 220 V e potência 100 W, ligando-a numa rede elétrica de 110 V.

Façamos:

$$U_1 = 220 \text{ V} \Rightarrow U_2 = 110 \text{ V}$$

$$P_1 = 100 \text{ W} \Rightarrow P_2 = ?$$

$$R = \frac{U^2}{P} \text{ (constante)}$$

$$\frac{U_1^2}{P_1} = \frac{U_2^2}{P_2} \Rightarrow \frac{U_1^2}{U_2^2} = \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow \left(\frac{U_1}{U_2}\right)^2 = \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow \left(\frac{220}{110}\right)^2 = \frac{100}{P_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{1}\right)^2 = \frac{100}{P_2}$$

$$P_2 = \frac{100 \text{ W}}{4} \text{ (ficou dividida por 4)} \Rightarrow P_2 = 25 \text{ W}$$

Evidentemente o brilho da lâmpada se reduz demais, chegando mesmo a casos em que ela não acende.

Exercícios de Aplicação

52. A tensão nominal de uma lâmpada é 220 V e sua potência nominal é 160 W. Devido a uma falha técnica, a tensão caiu para 165 V. Determine:

- a nova potência;
- os valores aproximados da intensidade de corrente nominal e da nova corrente na lâmpada.

Resolução:

a) O procedimento é o mesmo do Exemplo 4.

$$U_1 = 220 \text{ V}; U_2 = 165 \text{ V}$$

$$P_1 = 160 \text{ W}; P_2 = ?$$

$$R = \frac{U^2}{P} \text{ (constante)}$$

$$\frac{U_1^2}{P_1} = \frac{U_2^2}{P_2} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{U_1}{U_2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{160}{P_2} = \left(\frac{220}{165}\right)^2 \Rightarrow \frac{160}{P_2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot 160 \text{ W} \Rightarrow P_2 = 90 \text{ W}$$

b) Cálculo das intensidades de corrente:

1º) Valores nominais

$$P = i \cdot U \Rightarrow i_1 = \frac{P_1}{U_1} = \frac{160 \text{ W}}{220 \text{ V}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_1 \cong 0,72 \text{ A} \text{ (valor nominal)}$$

2º) $i_2 = \frac{P_2}{U_2} = \frac{90 \text{ W}}{165 \text{ V}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow i_2 \cong 0,55 \text{ A} \text{ (nova corrente)}$$

53. Uma lâmpada incandescente saiu de fábrica com os valores de tensão e potência nominal estampados em seu bulbo: 120 V e 80 W. Por um descuido, a lâmpada foi usada numa tensão de apenas 90 V. Pode-se afirmar que:

- Seu brilho aumentou em relação ao que teria na rede de 120 V.
- A nova potência elétrica passou para 45 W.
- A resistência elétrica da lâmpada é 180 Ω .
- Ao ser ligada na rede de 120 V, a resistência elétrica fica maior do que na rede de 90 V.

Do que foi afirmado, está correto apenas o que se disse em:

- I, II e III
- I, III e IV
- II e III
- III e IV
- II, III e IV

54. A resistência de uma lâmpada incandescente é 55 Ω e ela suporta uma tensão máxima de 220 V. Determine:

- a máxima intensidade de corrente e a máxima potência da lâmpada;
- a nova intensidade de corrente e a nova potência quando ela for ligada em 110 V.

55. Disponho de duas lâmpadas 1 e 2 cuja tensão nominal é 220 V e potências 55 W e 100 W respectivamente. Duas ligações foram feitas, deixando-as em paralelo (fig. 1) ou em série (fig. 2), numa mesma rede de 220 V.

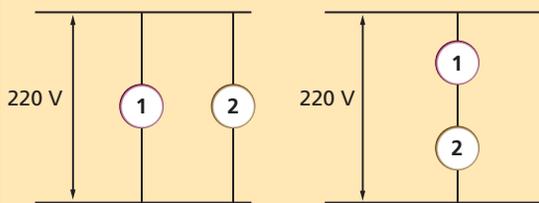


Figura 1.

Figura 2.

Determine:

- as potências das lâmpadas na figura 1;
- as potências das lâmpadas na figura 2.

Resolução:

- Na figura 1 as lâmpadas estão em paralelo e ambas estão sob a tensão de 220 V, que é a tensão nominal. Logo:

$$P_1 = 55 \text{ W} \text{ e } P_2 = 100 \text{ W}$$

- Na figura 2 as lâmpadas estão em série e precisamos usar o seguinte procedimento: calcular as resistências elétricas, usando os valores nominais e depois as novas potências.

Cuidado, a tensão elétrica em cada lâmpada não é 110 V, mas elas estarão sob diferentes ddp.

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{U^2}{P_1} \Rightarrow R_1 = \frac{(220)^2}{55} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_1 = 880 \ \Omega$$

Analogamente:

$$R_2 = \frac{U^2}{P_2} \Rightarrow R_2 = \frac{(220)^2}{100} \Rightarrow R_2 = 484 \ \Omega$$

Na figura 2, como as lâmpadas estão em série, fazemos:

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$R_{eq} = 880 + 484 \Rightarrow R_{eq} = 1364 \ \Omega$$

$$U = R_{eq} \cdot i$$

$$220 = 1364 \cdot i$$

$$i = \frac{220 \text{ V}}{1364 \ \Omega} \Rightarrow i \cong 0,16 \text{ A}$$

Para o caso de uma associação em série, é recomendável que se calculem as potências, fazendo:

$$P = R \cdot i^2$$

$$P'_1 = R_1 \cdot i^2 \Rightarrow P'_1 = 880 \cdot (0,16)^2 \Rightarrow$$

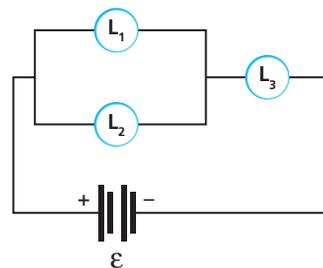
$$\Rightarrow P'_1 \cong 22,5 \text{ W}$$

$$P'_2 = R_2 \cdot i^2 \Rightarrow P'_2 = 484 \cdot (0,16)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P'_2 \cong 12,4 \text{ W}$$

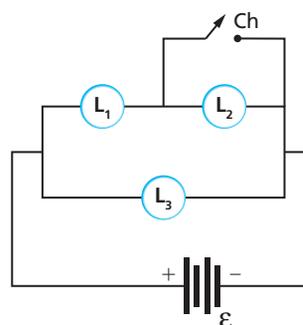
Observação: Na associação da figura 1, as potências nominais eram tais que $P_1 > P_2$. Ligando-as em série, a desigualdade inverteu-se: $P'_1 < P'_2$.

56. Na figura as três lâmpadas são idênticas e estão acesas. O gerador é ideal. Num dado instante a lâmpada L_1 é desrosqueada até se apagar. O que ocorrerá com o brilho de L_2 e de L_3 ?



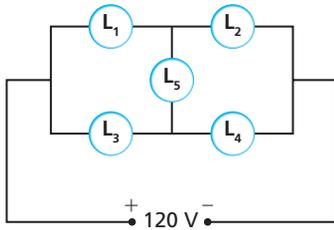
- L_2 e L_3 se apagarão.
- L_2 e L_3 mantêm o seu brilho.
- L_2 brilha mais e L_3 diminui o brilho.
- Aumenta o brilho de ambas.
- L_2 diminui o seu brilho e L_3 aumenta.

57. Na figura a chave Ch está inicialmente aberta e as três lâmpadas idênticas estão acesas. Fechada a chave Ch, o que acontece com o brilho de cada lâmpada?



- L_1 : aumenta; L_2 : apaga; L_3 : diminui.
- L_1 : aumenta; L_2 : apaga; L_3 : não se altera.
- L_1 : apaga; L_2 : apaga; L_3 : aumenta.
- L_1 : apaga; L_2 : apaga; L_3 : diminui.
- L_1 : diminui; L_2 : apaga; L_3 : não se altera.

58. Na figura temos uma associação mista de cinco lâmpadas ligadas a uma fonte de 120 V. Conhecemos as tensões e potências nominais de todas elas:



$$\begin{cases} P_1 = 100 \text{ W} \\ U_1 = 120 \text{ V} \end{cases} \quad \begin{cases} P_2 = 60 \text{ W} \\ U_2 = 120 \text{ V} \end{cases}$$

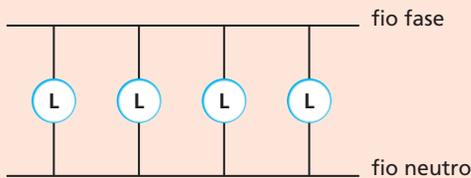
$$\begin{cases} P_3 = 100 \text{ W} \\ U_3 = 120 \text{ V} \end{cases} \quad \begin{cases} P_4 = 60 \text{ W} \\ U_4 = 120 \text{ V} \end{cases} \quad \begin{cases} P_5 = 100 \text{ W} \\ U_5 = 120 \text{ V} \end{cases}$$

Desenroscamos a lâmpada L_5 e a retiramos do circuito, mantendo a fonte sempre ligada. O que acontece com o brilho das outras quatro lâmpadas?

- a) O brilho não se altera em nenhuma delas.
 b) Todas brilham mais.
 c) Todas brilham menos.
 d) L_1 e L_4 se apagam, e L_2 e L_3 aumentam o brilho.
 e) L_2 e L_3 se apagam, e L_1 e L_4 brilham mais.
59. Nas especificações de uma lâmpada aparecem a tensão nominal U e a potência nominal P . Se ligarmos a lâmpada numa rede em que a tensão seja apenas 80% da tensão nominal da lâmpada, ela funcionará com potência:
- a) $0,4P$ b) $0,5P$ c) $0,64P$ d) $0,8P$ e) P

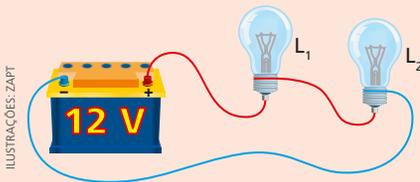
Exercícios de Reforço

60. Na figura representa-se um circuito elétrico dotado de um fio fase (110 V) e de um fio neutro. As quatro lâmpadas têm potência nominal 150 W e tensão nominal 220 V.



Se permanecerem acesas durante 5 h, a energia elétrica consumida será de:

- a) 3,0 kWh c) 1,5 kWh e) 1,0 kWh
 b) 750 Wh d) 500 Wh
61. (ITA-SP) A figura mostra duas lâmpadas de automóvel fabricadas para operar em 12 V. As potências nominais (escritas nos bulbos das lâmpadas) são, respectivamente, $P_1 = 5,0 \text{ W}$ e $P_2 = 10,0 \text{ W}$.

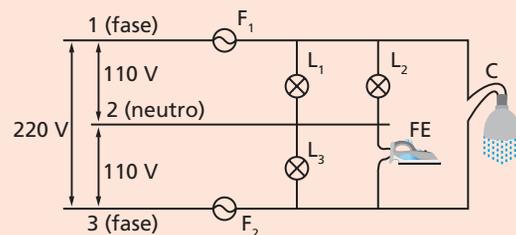


Se elas forem ligadas em série, conforme indica o desenho:

- a) a corrente elétrica fornecida pela bateria será maior que 0,50 A.
 b) a bateria poderá ficar danificada com tal conexão.
 c) o brilho da lâmpada L_1 será maior que o da lâmpada L_2 .

- d) ambas as lâmpadas funcionarão com suas potências nominais.
 e) nenhuma das respostas acima é satisfatória.

62. (IJSO) Um esquema de uma instalação elétrica residencial é apresentado abaixo. Considere os fios de ligação ideais.

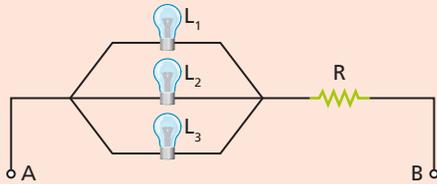


F_1 e F_2 : Fusíveis; L_1 , L_2 e L_3 : Lâmpadas; FE: Ferro elétrico; C: Chuveiro elétrico.

Podemos afirmar que:

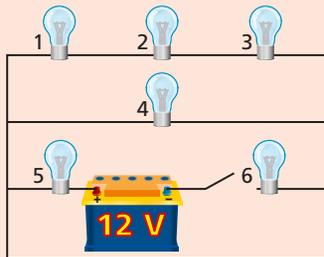
- a) se a lâmpada L_1 queimar, a lâmpada L_2 apaga.
 b) se a lâmpada L_3 queimar, o ferro elétrico passa a ser percorrido por corrente elétrica de maior intensidade.
 c) com a chave na posição "inverno" a resistência elétrica do chuveiro é menor do que com a chave na posição "verão".
 d) o chuveiro elétrico está sob tensão de 220 V quando está funcionando com a chave na posição "inverno". Ao passar a chave para a posição "verão", a tensão elétrica no chuveiro passa a ser de 110 V.
 e) as lâmpadas, o ferro elétrico e o chuveiro estão sob tensão de 110 V.

- 63.** (Mackenzie-SP) As três lâmpadas, L_1 , L_2 e L_3 , ilustradas na figura, são idênticas e apresentam as seguintes informações nominais: 0,5 W – 6,0 V.



Se a diferença de potencial elétrico entre os terminais A e B for 12 V, para que essas lâmpadas possam ser associadas de acordo com a figura e “operando” segundo suas especificações de fábrica, pode-se associar a elas o resistor de resistência elétrica R igual a:

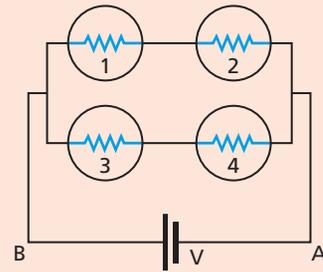
- a) 6 Ω d) 24 Ω
b) 12 Ω e) 30 Ω
c) 18 Ω
- 64.** (PUC-PR) No circuito abaixo, todas as lâmpadas têm a mesma resistência de 20 Ω e a bateria fornece uma diferença de potencial de 12 volts entre os seus terminais. São necessários pelo menos 10 watts numa lâmpada para que ela acenda. Assim, quando a chave S é fechada:



- I. As lâmpadas 5 e 6 acendem.
II. A lâmpada 6 acende.
III. Todas as lâmpadas acendem.
IV. Nenhuma lâmpada acende.

Avalie as assertivas acima e marque a alternativa correta:

- a) As assertivas I, II e III são verdadeiras.
b) Apenas as assertivas I e II são verdadeiras.
c) Apenas a assertiva IV é verdadeira.
d) Apenas a assertiva II é verdadeira.
e) Apenas a assertiva I é verdadeira.
- 65.** (ITA-SP) Quatro lâmpadas idênticas, 1, 2, 3 e 4, de mesma resistência R , são conectadas a uma bateria com tensão constante V , como mostra a figura.

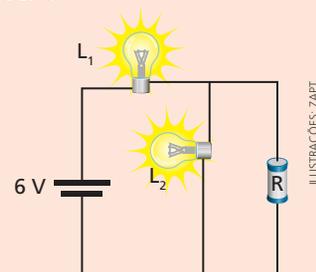


Se a lâmpada 1 for queimada, então:

- a) a corrente entre A e B cai pela metade e o brilho da lâmpada 3 diminui.
b) a corrente entre A e B dobra, mas o brilho da lâmpada 3 permanece constante.
c) o brilho da lâmpada 3 diminui, pois a potência drenada da bateria cai pela metade.
d) a corrente entre A e B permanece constante, pois a potência drenada da bateria permanece constante.
e) a corrente entre A e B e a potência drenada da bateria caem pela metade, mas o brilho da lâmpada 3 permanece constante.
- 66.** (ITA-SP) Duas lâmpadas, cuja tensão nominal é de 110 V, sendo uma de 10 W e a outra de 100 W, são ligadas em série a uma tomada de 220 V.
- a) As duas lâmpadas acenderão com brilho normal.
b) A lâmpada de 10 W apresentará um brilho acima do normal e logo se queimará.
c) A lâmpada de 100 W brilhará mais do que a de 10 W.
d) A lâmpada de 100 W apresentará um brilho acima do normal e logo se queimará.
e) Nenhuma das anteriores é correta.

- 67.** (Fuvest-SP) Um circuito é formado de duas lâmpadas L_1 e L_2 , uma fonte de 6 V e uma resistência R , conforme desenhado na figura. As lâmpadas estão acesas e funcionando em seus valores nominais (L_1 : 0,6 W e 3 V e L_2 : 0,3 W e 3 V). O valor da resistência R é:

- a) 15 Ω
b) 20 Ω
c) 25 Ω
d) 30 Ω
e) 45 Ω



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

7. Potência elétrica no gerador

Já vimos que a função básica do gerador é transformar outra forma de energia (química, térmica, mecânica, etc., conforme o tipo de gerador) em energia elétrica, para que as cargas se mantenham circulando no circuito. Sabemos também que a **potência elétrica fornecida** pelo gerador ao circuito externo (P_F) é dada por:

$$P_F = U \cdot i$$

onde U é a ddp nos terminais do gerador e i a intensidade de corrente que o atravessa.

A potência fornecida ao circuito externo (P_F) é também denominada potência útil.

Em um gerador real, no entanto, a potência total produzida (gerada) é maior que a potência fornecida ao circuito externo, devido à perda de potência na sua resistência interna (r).

Se o gerador fosse ideal, não tendo a resistência interna, a potência gerada seria igual à potência fornecida.

$$P_G = P_F \quad U = \mathcal{E}$$

Como $P_F = U \cdot i$:

$$P_G = \mathcal{E} \cdot i \quad (\text{potência elétrica gerada})$$

Mesmo que o gerador seja real, a sua potência gerada é dada pelo produto da fem pela intensidade da corrente elétrica.

No gerador real, a potência dissipada na sua resistência interna (r) é dada pelo produto da resistência com o quadrado da intensidade da corrente elétrica:

$$P_D = r \cdot i^2$$

Pelo Princípio da Conservação da Energia, podemos escrever:

$$P_G = P_F + P_D$$

Rendimento elétrico do gerador

Para qualquer aparelho elétrico, define-se o **rendimento elétrico** pela relação entre a potência útil, aproveitada de acordo com o fim a que ele se destina, e a potência total desenvolvida em seu funcionamento:

$$\eta = \frac{\text{Potência útil}}{\text{Potência total}}$$

No gerador, a potência útil é a que o gerador fornece ao circuito externo (P_F) e a potência total é a que o gerador produz (P_G). Assim:

$$\eta = \frac{P_F}{P_G}$$

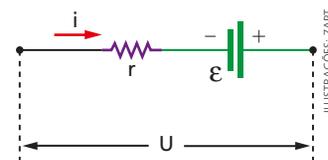


Figura 10. Gerador real.

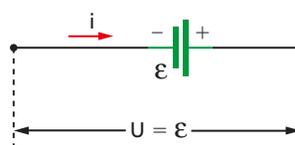


Figura 11. Gerador ideal.

$$\begin{aligned} U &= \mathcal{E} \\ P_F &= P_G = \mathcal{E} \cdot i \\ P_D &= 0 \end{aligned}$$

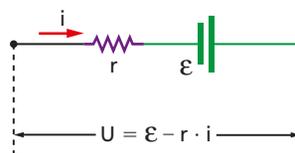


Figura 12. Gerador real.

$$\begin{aligned} U &= \mathcal{E} - r \cdot i \\ P_F &< P_G \Rightarrow P_G = \mathcal{E} \cdot i \\ P_F &= U \cdot i \\ P_D &= r \cdot i^2 \\ P_G &= P_F + P_D \end{aligned}$$

OBSERVAÇÃO

Se partirmos da equação do gerador real, também chegaremos às equações citadas.

$$U = \mathcal{E} - r \cdot i$$

Multiplicando ambos os membros por i :

$$U \cdot i = \mathcal{E} \cdot i - r \cdot i^2$$

$$\underbrace{U \cdot i}_{P_F} = \underbrace{\mathcal{E} \cdot i}_{P_G} - \underbrace{r \cdot i^2}_{P_D}$$

$$P_F = P_G - P_D \Rightarrow P_G = P_F + P_D$$

Tendo em vista que $P_F = U \cdot i$ e $P_G = \mathcal{E} \cdot i$, vem:

$$\eta = \frac{U \cdot i}{\mathcal{E} \cdot i} \Rightarrow \eta = \frac{U}{\mathcal{E}}$$

Portanto, no gerador, o rendimento elétrico é expresso pela relação entre a ddp U que mantém entre seus terminais e sua força eletromotriz \mathcal{E} .

A máxima potência elétrica fornecida pelo gerador

Vimos que a potência elétrica fornecida pelo gerador ao circuito externo no qual está ligado é dada por:

$$P_F = P_G - P_D$$

Mas a potência gerada é dada por $P_G = \mathcal{E} \cdot i$, e a dissipada internamente no gerador, por $P_D = r \cdot i^2$. Substituindo:

$$P_F = \mathcal{E} \cdot i - r \cdot i^2$$

Essa potência varia, portanto, com a intensidade da corrente segundo uma equação do 2º grau. Lembrando que $P_F = U \cdot i$, ela é nula quando a ddp nos terminais do gerador é nula ($U = 0$; curto-circuito) ou quando a intensidade de corrente é nula ($i = 0$; tensão em aberto).

Na relação acima, fazendo $P_F = 0$, obtemos como raízes da equação $i_1 = 0$ (tensão em aberto) e $i_2 = i_{cc} = \frac{\mathcal{E}}{r}$ (curto-circuito).

Representando graficamente a potência elétrica fornecida ao circuito externo em função da intensidade de corrente, obtém-se o gráfico da figura 13, uma parábola de concavidade voltada para baixo, que intercepta o eixo das abscissas (potência fornecida nula) na origem ($i = 0$; tensão em aberto) e na corrente de curto-circuito.

A potência máxima correspondente ao vértice da parábola e a corrente elétrica correspondente têm intensidade igual à metade da corrente de curto-circuito. Vamos nos valer também do gráfico da tensão do gerador em função da corrente e localizar o ponto correspondente à potência máxima (fig. 14): é o ponto M .

A área sombreada na figura corresponde à medida da potência máxima:

$$P_{\text{máx}} = \text{área sombreada}$$

$$P_{\text{máx}} = \frac{\mathcal{E}}{2} \cdot \frac{i_{cc}}{2} \Rightarrow P_{\text{máx}} = \frac{\mathcal{E} \cdot i_{cc}}{4}$$

Mas, como sabemos:

$$i_{cc} = \frac{\mathcal{E}}{r}$$

A potência máxima poderá ser escrita como:

$$P_{\text{máx}} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}$$

Trabalhando nas condições de potência máxima, o gerador fornece uma tensão útil que vale apenas metade da fem. Isso nos leva a concluir que o seu rendimento ficará reduzido a 50%.

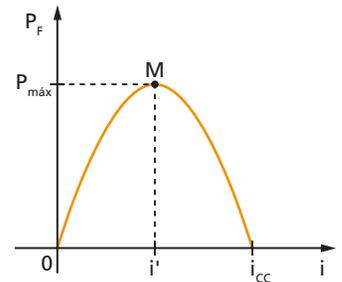


Figura 13. Para $i' = \frac{i_{cc}}{2}$ a potência lançada no circuito externo é máxima.

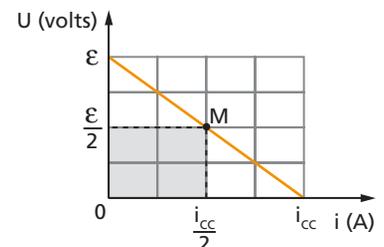


Figura 14. Gráfico da tensão do gerador M corresponde ao ponto em que a potência é máxima.

Equacionemos para melhor compreender:

$$\eta = \frac{U}{\mathcal{E}}$$

Mas a ddp é metade da fem: $U = \frac{\mathcal{E}}{2}$

$$\eta = \frac{\frac{\mathcal{E}}{2}}{\mathcal{E}} \Rightarrow \eta = \frac{1}{2} = 0,50 \Rightarrow \eta = 50\%$$

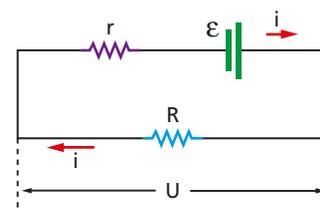


Figura 15. Em condições de potência fornecida máxima, $R = r$.

Se o circuito externo for constituído por um único resistor de resistência R (fig. 15), a ddp U será dada por $U = R \cdot i$. Substituindo os valores $U = \frac{\mathcal{E}}{2}$ e $i = \frac{\mathcal{E}}{2r}$, vem:

$$\frac{\mathcal{E}}{2} = R \cdot \frac{\mathcal{E}}{2r} \Rightarrow \mathbf{R = r}$$

A resistência externa R deve ser igual à resistência interna r do gerador.

Exemplo 5

Uma pilha seca de 1,5 V e resistência interna $r = 0,5 \Omega$ foi conectada aos terminais de uma lâmpada de farolete, que se comportou como um resistor ôhmico de resistência $R = 0,5 \Omega$. Vamos determinar a tensão nos terminais da pilha e seu rendimento.

$$\mathcal{E} = (R + r) \cdot i$$

$$1,5 = (0,5 + 0,5) \cdot i \Rightarrow i = 1,5 \text{ A}$$

Nos terminais da pilha vale:

$$U = \mathcal{E} - r \cdot i$$

$$U = 1,5 - 0,5 \cdot 1,5 \Rightarrow U = 0,75 \text{ V}$$

O rendimento da pilha fica:

$$\eta = \frac{U}{\mathcal{E}} \Rightarrow \eta = \frac{0,75 \text{ V}}{1,5 \text{ V}} = 0,50 \Rightarrow \mathbf{\eta = 50\%}$$

Exercícios de Aplicação

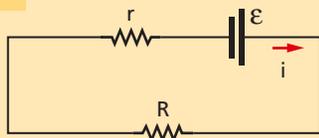
68. Um gerador de fem 100 V gera a potência elétrica de 700 W quando ligado a um resistor de 10Ω , mediante fios ideais. Determine a resistência interna r do gerador.

Resolução:

De $P_G = \mathcal{E} \cdot i$, sendo $P_G = 500 \text{ W}$ e $\mathcal{E} = 100 \text{ V}$, vem:

$$500 = 100 \cdot i$$

$$\mathbf{i = 5,0 \text{ A}}$$



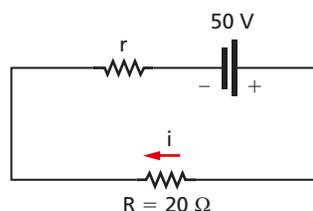
A intensidade de corrente é dada por:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{r + R}$$

$$5,0 = \frac{100}{r + 10}$$

$$\mathbf{r = 10 \Omega}$$

69. Um gerador ligado a um resistor $R = 20 \Omega$ gera uma potência de 100 W. Sua fem vale 50 V.

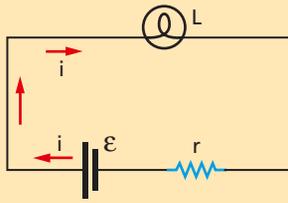


ILUSTRAÇÕES: ZAPIT

Determine:

- a intensidade da corrente;
- a resistência interna do gerador;
- a potência útil fornecida pelo gerador ao resistor R .

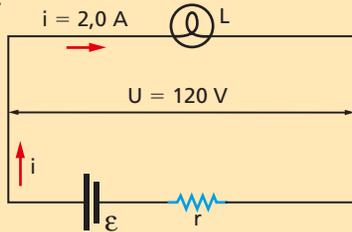
70. Um gerador de fem \mathcal{E} e resistência interna r alimenta uma lâmpada elétrica L . A ddp nos terminais da lâmpada é de 120 V e a corrente elétrica que a atravessa tem intensidade 2,0 A. Sendo de 80% o rendimento elétrico do gerador, determine \mathcal{E} e r .



Resolução:

O rendimento elétrico do gerador é dado por:

$$\eta = \frac{U}{\mathcal{E}}$$



Seendo $\eta = 0,80$, $U = 120 \text{ V}$, vem:

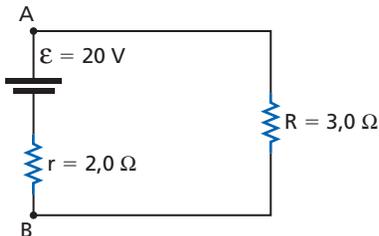
$$0,80 = \frac{120}{\mathcal{E}} \Rightarrow \mathcal{E} = 150 \text{ V}$$

A ddp U nos terminais do gerador é dada por:

$$U = \mathcal{E} - r \cdot i$$

$$120 = 150 - r \cdot 2,0 \Rightarrow r = 15 \Omega$$

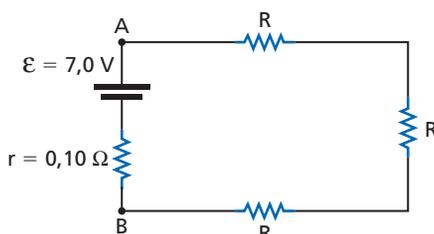
71. Considere o circuito da figura, onde entre A e B existe um gerador.



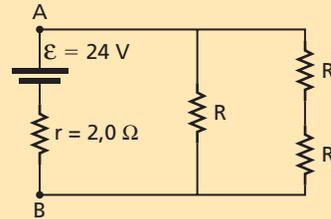
Determine:

- a potência elétrica dissipada no resistor de $3,0 \Omega$;
- para o gerador, as potências elétricas gerada, fornecida e dissipada;
- o rendimento elétrico do gerador.

72. No circuito da figura, a potência elétrica dissipada na resistência interna do gerador é 10 W . Calcule o valor de R .



73. Para o circuito esquematizado, o gerador AB está fornecendo a máxima potência.



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

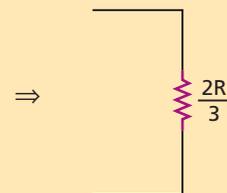
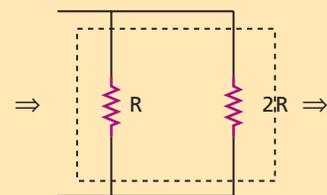
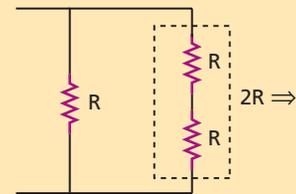
Determine:

- o valor da resistência R de cada resistor;
- a potência máxima fornecida.

Resolução:

- Nas condições de potência fornecida máxima, a resistência interna deve ser igual à resistência externa equivalente, que vale $\frac{2R}{3}$, como é mostrado a seguir:

$$\frac{R \cdot 2R}{R + 2R} = \frac{2R}{3}$$



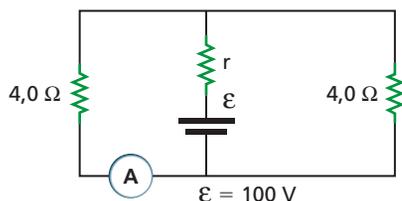
Nessas condições:

$$\frac{2R}{3} = r \Rightarrow \frac{2R}{3} = 2,0 \Rightarrow R = 3,0 \Omega$$

- Sabemos que $P_{\text{máx}} = \frac{\mathcal{E}^2}{4R}$. Sendo $\mathcal{E} = 24 \text{ V}$ e $r = 2,0 \Omega$, vem:

$$P_{\text{máx}} = \frac{24^2}{4 \cdot 2,0} \Rightarrow P_{\text{máx}} = 72 \text{ W}$$

74. Para o circuito esquematizado, o gerador fornece máxima potência.



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

Determine:

- o valor de sua resistência interna (r). Considere que o amperímetro tenha resistência nula;
 - a leitura no amperímetro;
 - o rendimento do gerador.
75. Deseja-se ferver a água de um recipiente no menor intervalo de tempo possível. Dispõe-se para tal de um gerador de fem $\mathcal{E} = 60 \text{ V}$ e resistência interna $r = 3,0 \Omega$ e ainda dois resistores, um de $3,0 \Omega$ e outro de $6,0 \Omega$.

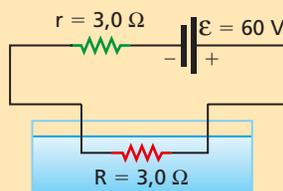
- Qual a melhor maneira de se utilizarem os resistores para conseguir o propósito desejado?
- Sabendo que a quantidade de calor necessária para ferver a água é de $1,2 \cdot 10^5 \text{ cal}$, calcule o intervalo de tempo mínimo necessário. Adote $1,0 \text{ cal} = 4,0 \text{ J}$ e admita o processo ideal.

Resolução:

- a) Para ferver a água no menor intervalo de tempo possível, o gerador deve fornecer a máxima potência. Nessas condições, a resistência externa deve ser igual à resistência interna. Portanto, devemos usar apenas o resistor de $3,0 \Omega$:

$$R = 3,0 \Omega$$

- b) Seja E_{el} a energia elétrica fornecida pelo gerador e transformada em energia térmica no resistor de resistência R . Temos:



$$E_{\text{el}} = Q \Rightarrow P \cdot \Delta t = Q$$

$$P_{\text{máx}} \cdot \Delta t_{\text{mín}} = Q \Rightarrow \frac{\mathcal{E}^2}{4r} \cdot \Delta t_{\text{mín}} = Q$$

Sendo $\mathcal{E} = 60 \text{ V}$, $r = 3,0 \Omega$ e $Q = 1,2 \cdot 10^5 \text{ cal} = 4,8 \cdot 10^5 \text{ J}$, vem:

$$\frac{60^2}{4 \cdot 3,0} \cdot \Delta t_{\text{mín}} = 4,8 \cdot 10^5$$

$$\Delta t_{\text{mín}} = 1,6 \cdot 10^3 \text{ s}$$

Exercícios de Reforço

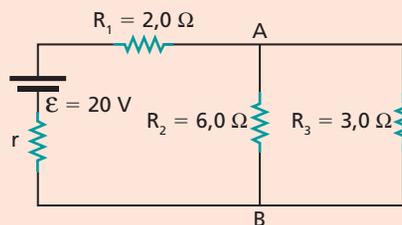
76. Dois geradores idênticos de fem 12 V e resistência interna $4,0 \Omega$ cada um foram conectados em paralelo e aos seus terminais ligou-se um resistor de resistência elétrica $R = 1,0 \Omega$. Determine:

- a potência elétrica total dissipada no circuito por efeito Joule, incluindo aquela dissipada no interior dos geradores;
- o rendimento de cada gerador.

77. Um gerador de força eletromotriz \mathcal{E} e resistência interna r fornece energia elétrica a uma lâmpada. A diferença de potencial nos terminais do gerador é de 80 V e a corrente que o atravessa tem intensidade $1,0 \text{ A}$. O rendimento elétrico do gerador é de 80% . Determine:

- a potência elétrica fornecida pelo gerador;
- a potência elétrica total gerada;
- a resistência interna do gerador e a resistência elétrica da lâmpada.

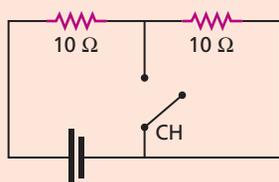
78. (Unifor-CE) Um gerador de fem $\mathcal{E} = 20 \text{ V}$ e resistência interna r alimenta um circuito constituído por resistores de resistências elétricas $R_1 = 2,0 \Omega$, $R_2 = 6,0 \Omega$ e $R_3 = 3,0 \Omega$, conforme representa o esquema.



Sabe-se que o gerador está fornecendo a potência máxima. Nessa condição, o valor da resistência interna, em ohms, e a tensão entre os pontos A e B , em volts, valem, respectivamente:

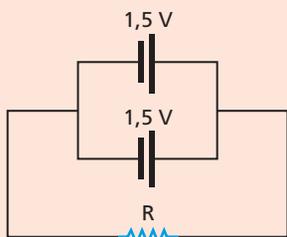
- 1,0 e 5,0
- 1,0 e 10
- 2,0 e 5,0
- 2,0 e 10
- 4,0 e 5,0

79. (Acafe-SC) No circuito representado na figura, o gerador, cuja resistência interna é desprezível, fornece uma potência de 4,0 W.

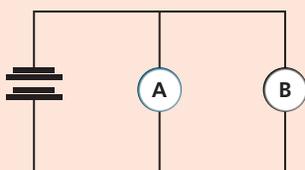


Qual seria a potência fornecida pelo gerador se a chave CH estivesse fechada?

- a) 2,0 W d) 16 W
b) 4,0 W e) 20 W
c) 8,0 W
80. (Vunesp-SP) Duas pilhas idênticas, de fem 1,5 volt cada uma e resistência interna desprezível, são ligadas como mostra a figura. Que energia deverá fornecer cada pilha, para que uma quantidade de carga de 120 coulombs passe pelo resistor de resistência R ?

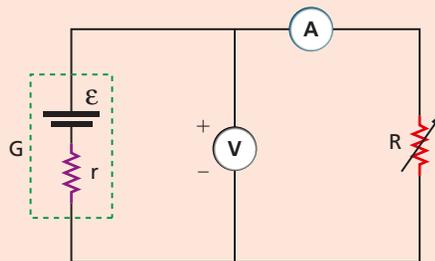


81. (Fuvest-SP) A figura mostra um circuito constituído por um gerador ideal e duas lâmpadas incandescentes A e B , com resistências R e $2R$, respectivamente, e no qual é dissipada a potência P . Num dado instante, a lâmpada B queima-se.



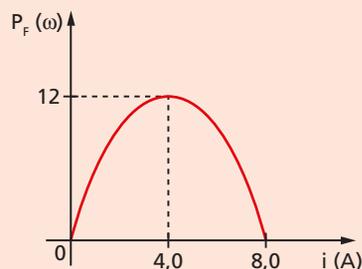
A potência que passará a ser dissipada pelo sistema será igual a:

- a) $\frac{P}{2}$ d) $\frac{3}{2}P$
b) $\frac{2}{3}P$ e) $2P$
c) P
82. (ITA-SP) Considere o circuito a seguir em que V é um voltímetro ideal ($r_1 \rightarrow \infty$), A um amperímetro ideal ($r_1 = 0$), G um gerador de corrente contínua de força eletromotriz \mathcal{E} , de resistência interna r , sendo R um reostato.



A potência útil que é dissipada em R :

- a) é máxima para R mínimo.
b) é máxima para R máximo.
c) não tem máximo.
d) tem máximo cujo valor é $\frac{\mathcal{E}^2}{2r}$.
e) tem máximo cujo valor é $\frac{\mathcal{E}^2}{4r}$.
83. Na figura representamos a potência fornecida por um gerador em função da intensidade de corrente que o atravessa.



Determine:

- a) a fem \mathcal{E} e a resistência interna r do gerador;
b) a potência elétrica dissipada internamente no gerador, nas condições de potência fornecida máxima.
84. Duas fontes de tensão contínua de fem 12 V e resistência interna $r = 0,60 \Omega$ foram conectadas como nos mostram as figuras 1 e 2.

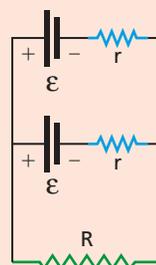


Figura 1.

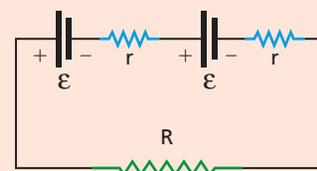


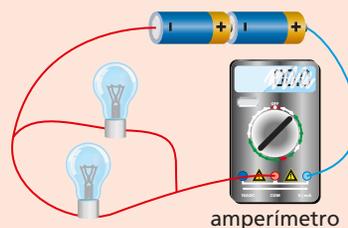
Figura 2.

Determine, para cada associação:

- a) o valor de R para que elas forneçam máxima potência elétrica;
b) o valor dessa potência máxima.

ILUSTRAÇÕES: ZAPET

85. (Furg-RS) Numa aula experimental de física, o professor utilizou como material duas pilhas de 1,5 V cada uma, duas lâmpadas idênticas, um amperímetro e um conjunto de fios. Para efeito dos cálculos, sugeriu que se desprezassem a resistência interna das pilhas e a resistência dos fios. Quando uma das lâmpadas foi ligada às duas pilhas em série, calculou-se uma potência de consumo de 0,45 W. A seguir, ele pediu a um aluno que montasse uma ligação qualquer e concluisse seus resultados. O aluno então fez a ligação mostrada ao lado:



Qual das alternativas é a conclusão correta?

- Amperímetro 0,30 A, cada lâmpada 0,30 A.
- Amperímetro 0,30 A, cada lâmpada 0,15 A.
- Amperímetro 0,15 A, cada lâmpada 0,15 A.
- Amperímetro 0,15 A, cada lâmpada 0,075 A.
- Amperímetro 0,075 A, cada lâmpada 0,075 A.

8. Potência elétrica no receptor

Como vimos, num receptor ocorre a transformação da energia elétrica em energia térmica e em outra forma de energia. A energia térmica é uma energia dissipada na sua resistência interna. Se o receptor não tivesse resistência interna (receptor ideal), toda a energia recebida seria convertida na energia útil, sem nenhuma dissipação. Então, a ddp U nos terminais do receptor seria igual à sua força contraeletromotriz \mathcal{E}' e a potência recebida pelo receptor seria igual à potência útil.

De $P = U \cdot i$ e fazendo $U = \mathcal{E}'$, vem:

$$P_U = \mathcal{E}' \cdot i \quad (\text{potência útil})$$

Entretanto, o que realmente acontece é que a **potência recebida** pelo receptor ($P_R = U \cdot i$) é parcialmente convertida na **potência útil** ($P_U = \mathcal{E}' \cdot i$) e parcialmente **dissipada** ($P_D = r' \cdot i^2$). Logicamente, podemos escrever:

$$P_R = P_U + P_D$$

Chegaríamos ao mesmo resultado partindo da equação característica do receptor, multiplicando ambos os membros pela intensidade de corrente i :

$$U = \mathcal{E}' + r' \cdot i \Rightarrow \underbrace{U \cdot i}_{P_R} = \underbrace{\mathcal{E}' \cdot i}_{P_U} + \underbrace{r' \cdot i^2}_{P_D} \Rightarrow P_R = P_U + P_D$$

Rendimento elétrico do receptor

Para o receptor, continua valendo que o rendimento é a relação entre a potência útil (P_U) e a potência total, esta correspondendo à potência recebida (P_R). Assim:

$$\eta = \frac{P_U}{P_R}$$

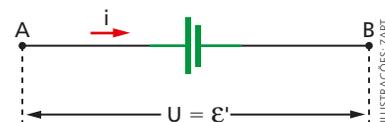


Figura 16. No receptor ideal, a potência recebida é igual à potência útil.

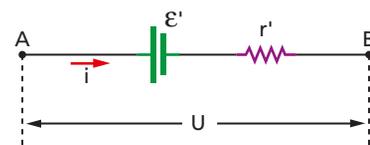


Figura 17. Num receptor real, a potência recebida é transformada em potência útil e dissipada.

OBSERVAÇÃO

No caso de o receptor ser um motor elétrico, a potência útil é também denominada **potência mecânica**:

$$P_U = P_{\text{mec}} = \mathcal{E}' \cdot i$$

(motor)

Levando-se em conta que $P_U = \mathcal{E}' \cdot i$ e $P_R = U \cdot i$, vem:

$$\eta = \frac{\mathcal{E}' \cdot i}{U \cdot i} \Rightarrow \eta = \frac{\mathcal{E}'}{U}$$

Portanto, no receptor, o rendimento elétrico é expresso pela relação entre a força contraeletromotriz \mathcal{E}' do aparelho e a ddp U mantida nos seus terminais.

Exercícios de Aplicação

86. Um motor elétrico sob tensão de $2,2 \cdot 10^2 \text{ V}$ é atravessado por uma corrente elétrica de intensidade 10 A. A potência elétrica útil do motor é de $2,0 \cdot 10^3 \text{ W}$. Calcule:

- a fcm \mathcal{E}' e a resistência interna r do motor;
- o rendimento elétrico do motor.

Resolução:

- a) A potência útil do motor é dada por $P_U = \mathcal{E}' \cdot i$. Sendo $P_U = 2,0 \cdot 10^3 \text{ W}$ e $i = 10 \text{ A}$, vem:

$$2,0 \cdot 10^3 = \mathcal{E}' \cdot 10$$

$$\mathcal{E}' = 2,0 \cdot 10^2 \text{ V}$$

A equação característica do motor é $U = \mathcal{E}' + r' \cdot i$. Sendo $U = 2,2 \cdot 10^2 \text{ V}$, $\mathcal{E}' = 2,0 \cdot 10^2 \text{ V}$ e $i = 10 \text{ A}$, temos:

$$2,2 \cdot 10^2 = 2,0 \cdot 10^2 + r' \cdot 10$$

$$r' = 2,0 \Omega$$

- b) O rendimento elétrico do receptor é dado por:

$$\eta = \frac{\mathcal{E}'}{U} \Rightarrow \eta = \frac{2,0 \cdot 10^2}{2,2 \cdot 10^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta \cong 0,91 = 91\%$$

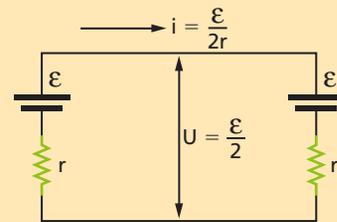
87. Um motor elétrico recebe de um gerador a potência elétrica de 600 W, sob ddp de 100 V, e dissipa internamente uma potência de 180 W. Determine a força contraeletromotriz, a resistência interna e o rendimento do motor.

88. No circuito, o gerador de fcm $\mathcal{E} = 20 \text{ V}$ e resistência interna $r = 2,0 \Omega$ está fornecendo ao receptor de fcm $\mathcal{E}' = 7,5 \text{ V}$ potência máxima. Determine a resistência interna r' do receptor.



Resolução:

Se o gerador está fornecendo potência máxima, a ddp entre seus terminais é a mesma no receptor e dada por:



$$U = \frac{\mathcal{E}}{2} \Rightarrow U = \frac{20}{2} \Rightarrow U = 10 \text{ V}$$

A intensidade de corrente que atravessa o circuito é calculada por:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{2r} \Rightarrow i = \frac{20}{2 \cdot 2,0} \Rightarrow i = 5,0 \text{ A}$$

Para o receptor:

$$U = \mathcal{E}' + r' \cdot i \Rightarrow U = \mathcal{E}' + r' \cdot 5,0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 = 7,5 + r' \cdot 5,0$$

$$r' = 0,50 \Omega$$

89. No circuito esquematizado, o gerador, de força eletromotriz $\mathcal{E} = 20 \text{ V}$ e resistência interna $r = 2,0 \Omega$, alimenta um motor de força contraeletromotriz $\mathcal{E}' = 8,0 \text{ V}$ e resistência interna $r' = 1,0 \Omega$.



ILUSTRAÇÕES: ZAPIT

Determine:

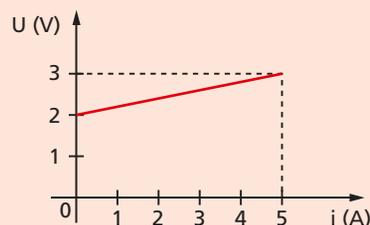
- a intensidade de corrente através do circuito;
- as ddp nos terminais do gerador e do motor;
- os rendimentos elétricos do gerador e do motor;
- para o gerador, as potências elétricas gerada, fornecida e dissipada;
- para o receptor, as potências elétricas recebida, útil e dissipada.

Exercícios de Reforço

90. Um motor elétrico ligado na rede de 220 V é percorrido por uma corrente elétrica de intensidade $i = 10$ A e tem rendimento de 90%. Podemos afirmar que a potência elétrica recebida pelo motor e a potência mecânica no seu eixo valem, respectivamente:

- 2,2 kW e 1,98 kW
- 2,2 kW e 2,44 kW
- 2,0 kW e 1,8 kW
- 2,0 kW e 2,22 kW
- 22 kW e 19,8 kW

91. (UF-BA) O gráfico representa a curva característica de um receptor elétrico. Calcule, em joules, a energia consumida pelo receptor quando percorrido por uma corrente de 4 A, durante 5 s.



92. (AFA-SP) Um motor elétrico tem resistência interna de 2 ohms, força contraeletromotriz de 100 V e é percorrido por uma corrente de intensidade 5,0 A, quando está em rotação plena. Se traçarmos o seu eixo, mantendo a mesma tensão elétrica nos seus terminais, a potência dissipada na sua resistência interna será de:

- 110 W
- 220 W
- 3025 W
- 5500 W
- 6050 W

Exercícios de Aprofundamento

93. Com a finalidade de fazer um controle maior nos gastos com a energia elétrica, José Carlos elaborou uma planilha com os principais aparelhos de sua casa. Anotou a potência elétrica de cada um e fez uma estimativa do tempo de uso diário.

| Aparelho | Potência | Tempo de uso diário |
|------------------------|----------|---------------------|
| aquecedor elétrico | 800 W | 5 horas |
| chuveiro (1) | 4,0 kW | 30 minutos |
| chuveiro (2) | 6,0 kW | 45 minutos |
| torneira elétrica | 3,0 kW | 15 minutos |
| ferro de passar roupas | 700 W | 1 hora |
| diversas lâmpadas | 1200 W | 4 horas |

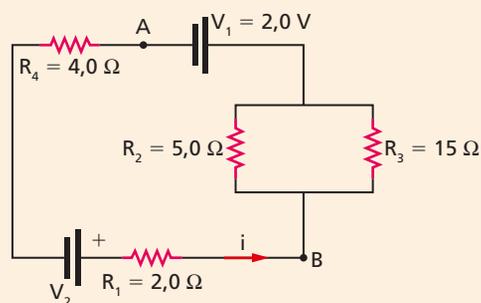
Determine:

- o consumo **diário** usando as estimativas de tempo anotadas na planilha. Dê a resposta em kWh.
- o custo **mensal** da energia elétrica consumida por esses aparelhos sabendo que o kWh na sua cidade custa R\$ 0,50.
- a economia feita por José Carlos, durante um mês, após determinar que os chuveiros e a torneira elétrica deveriam funcionar 5 minutos a menos por dia. Dê a resposta em kWh e calcule a economia em reais.

94. (Unicamp-SP) Uma loja teve sua fachada decorada com 3000 lâmpadas de 0,5 W cada uma para o Natal. Essas lâmpadas são do tipo pisca-pisca e ficam apagadas 75% do tempo.

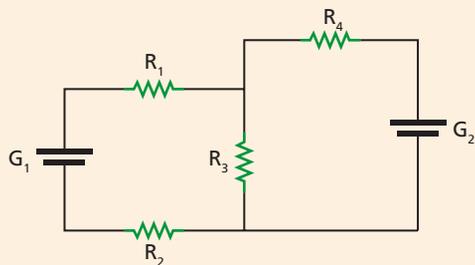
- Qual a potência total dissipada se 30% das lâmpadas estiverem acesas simultaneamente?
- Qual a energia gasta (em kWh) com essa decoração ligada das 20:00 h até as 24:00 h?
- Considerando que o kWh custa R\$ 0,08, qual seria o gasto da loja durante 30 dias nas condições do item b)?

95. (UPE-PE) A corrente i através do resistor R_1 no circuito abaixo é 400 mA. Calcule a diferença de potencial, $V_B - V_A$, entre os pontos B e A.



- 1,5 volt
- 2,5 volts
- 3,5 volts
- 4,5 volts
- 5,5 volts

96. (AFA-SP) No circuito representado, os geradores G_1 e G_2 são ideais, e os resistores têm a mesma resistência R .



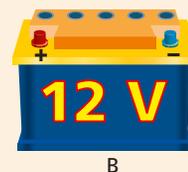
Se a potência dissipada por R_2 é nula, então a razão entre as fem de G_1 e G_2 é:

- a) $\frac{1}{4}$ b) 2 c) $\frac{1}{2}$ d) 4
97. (ITA-SP) Um estudante do ITA foi a uma loja comprar uma lâmpada para o seu apartamento. A tensão da rede elétrica do alojamento dos estudantes do ITA é de 127 V, mas a tensão da cidade de São José dos Campos é de 220 V. Ele queria uma lâmpada de 25 W de potência que funcionasse em 127 V, mas a loja tinha somente lâmpadas de 220 V. Comprou, então, uma lâmpada de 100 W fabricada para 220 V, e ligou-a em 127 V. Se pudermos ignorar a variação da resistência do filamento da lâmpada com a temperatura, poderemos afirmar que:
- o estudante passou a ter uma dissipação de calor no filamento da lâmpada acima da qual ele pretendia (mais de 25 W).
 - a potência dissipada na lâmpada passou a ser menor que 25 W.
 - a lâmpada não acendeu em 127 V.
 - a lâmpada, tão logo foi ligada, "queimou".
 - a lâmpada funcionou em 127 V perfeitamente, dando a potência nominal de 100 W.

98. (ITA-SP) Um aquecedor de imersão, ligado a uma fonte de tensão contínua de $1,00 \cdot 10^2$ V, aquece 1,0 kg de água, de 15 °C a 85 °C, em 836 s. Calcular a resistência elétrica do aquecedor, supondo que 70% da potência elétrica dissipada no resistor seja aproveitada para o aquecimento da água. Calor específico da água: $c = 4,18 \cdot 10^3$ J/kg · K.

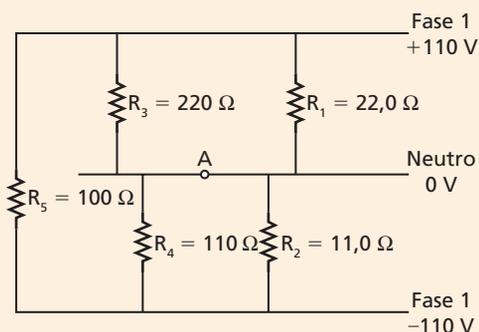
- $R = 20 \Omega$
- $R = 25 \Omega$
- $R = 30 \Omega$
- $R = 35 \Omega$
- $R = 40 \Omega$

99. (Fuvest-SP) Você dispõe dos elementos: uma bateria para automóvel B e inúmeras lâmpadas incandescentes dos tipos L_1 e L_2 , caracterizadas na figura. Em suas respostas use apenas esses elementos e represente com linhas contínuas os fios de ligação. Identifique claramente os elementos utilizados.



- Esquematize uma montagem utilizando 6 lâmpadas, sendo pelo menos uma de cada tipo, que fiquem acesas em suas condições nominais (indicadas na figura) e determine a corrente fornecida pela bateria, bem como a potência total instalada.
- Esquematize, se possível, uma montagem utilizando apenas 3 lâmpadas que fiquem acesas em suas condições nominais e determine a corrente fornecida pela bateria. Caso seja impossível, escreva "impossível" e justifique.

100. (AFA-SP) O esquema abaixo mostra uma rede elétrica constituída de dois fios fase e um neutro, alimentando cinco resistores ôhmicos.



Se o fio neutro se romper no ponto A, a potência dissipada irá aumentar apenas no(s) resistor(es):

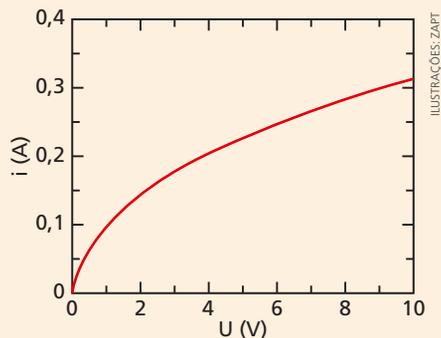
- R_1 e R_3
- R_3
- R_2 e R_5
- R_4

101. (ITA-SP) No circuito mostrado, a fem da bateria é \mathcal{E} , a resistência de carga é R e a resistência interna da bateria é r . Quanto vale a potência dissipada na carga?



- a) $P = \frac{\mathcal{E}R^2}{(R + r)}$
 b) $P = \frac{\mathcal{E}^2R^2}{[R(R + r)^2]}$
 c) $P = \frac{\mathcal{E}R^2}{(R + r)^2}$
 d) $P = \frac{\mathcal{E}^2R}{(R + r)^2}$
 e) $P = \frac{(R + r)}{\mathcal{E}R}$

102. (Fuvest-SP) O filamento de uma lâmpada incandescente, submetido a uma tensão U , é percorrido por uma corrente de intensidade i . O gráfico mostra a relação entre i e U .



As seguintes afirmações se referem a essa lâmpada.

- I. A resistência do filamento é a mesma para qualquer valor da tensão aplicada.
 II. A resistência do filamento diminui com o aumento da corrente.
 III. A potência dissipada no filamento aumenta com o aumento da tensão aplicada.

Dentre essas afirmações, somente:

- a) I está correta.
 b) II está correta.
 c) III está correta.
 d) I e III estão corretas.
 e) II e III estão corretas.

Medidores elétricos

1. O galvanômetro

Vimos que os amperímetros e os voltímetros, para que possam medir, respectivamente, a intensidade de corrente e a ddp em um circuito, sem interferirem nele, devem ter certas características que os tornem aparelhos de boa qualidade. Para a construção de um bom amperímetro e de um bom voltímetro é costume partir de um mesmo instrumento básico, o **galvanômetro**, modificando-o de modo que ele apresente as características desejáveis, conforme veremos adiante.

O galvanômetro é um delicado aparelho cuja função básica é acusar a passagem de uma corrente elétrica contínua e de baixíssima intensidade, isto é, da ordem de microampères ou, quando muito, de miliampères.

Normalmente, a sua escala apresenta apenas um zero no centro e os sinais (-) e (+), um de cada lado, suficientes para acusar a passagem da corrente contínua ou, ainda, para indicar o sentido dela; é o galvanômetro de zero central (fig. 1). No entanto, é possível acrescentar uma escala graduada numérica ao aparelho e transformá-lo num medidor de corrente ou de tensão, ambas de baixíssima intensidade (fig. 2). Valores elevados queimariam a sua bobina.

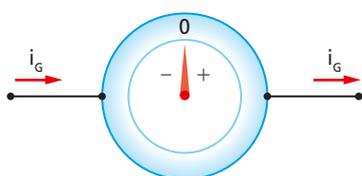


Figura 1. Galvanômetro de zero central.

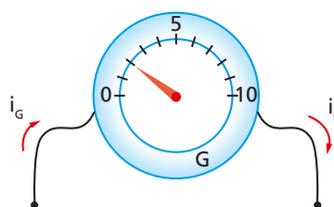


Figura 2. Galvanômetro com escala.

ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Chama-se **corrente de fundo de escala** a máxima corrente que um aparelho pode medir sem que ela lhe cause algum dano elétrico. Analogamente, chama-se **tensão de fundo de escala** a máxima tensão que o aparelho pode medir sem sofrer algum dano elétrico.

Podemos graduar facilmente a escala de um galvanômetro, como o da figura 2, adaptando-o para medir intensidade de corrente ou de tensão elétrica. Ele faria, então, o papel de um sensível e delicado amperímetro ou de um voltímetro. No primeiro caso, conseguiríamos um fundo de escala na ordem de algumas centenas de microampères ou, quando muito, 1,0 mA. No segundo caso, a tensão de fundo de escala não passaria de 100 mV.

No entanto, outro problema ainda apareceria: o galvanômetro apresenta sempre uma resistência interna da ordem de grandeza de 10^2 ohms. Esse valor é muito elevado para um bom amperímetro – que deve ter resistência praticamente nula – e muito baixo para um bom voltímetro – que deve ter resistência elétrica elevadíssima (pelo menos 10^4 ohms).

1. O galvanômetro
2. Amperímetro real. Shunt
3. Voltímetro real. Multiplicador

Costuma-se representar um galvanômetro pelo seu símbolo, mostrado na figura 3. Para que ele não seja confundido com o gerador, usamos ainda uma seta transversal oblíqua, que indica “aparelho de medição”.

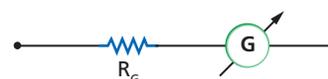


Figura 3. Símbolo de um galvanômetro.

Leitura

Princípio de funcionamento de um galvanômetro

O princípio básico de funcionamento de um galvanômetro está no Eletromagnetismo, que veremos mais adiante. No entanto, podemos antecipar o seguinte:

- uma força magnética faz girar uma bobina que está acoplada a um ponteiro (fig. a). Neste caso temos o **galvanômetro de quadro móvel** ou **de bobina móvel**; ou
- uma força magnética faz girar um ímã acoplado ao ponteiro (fig. b). Temos então o **galvanômetro de ímã móvel**.

A força magnética que aparece é o resultado das ações entre a corrente na bobina e o ímã. A bobina gira, graças ao aparecimento de um par de forças paralelas e de sentidos opostos que produzem um binário de rotação. Fenômeno análogo acontece também no ímã.

Uma vez cessada a corrente elétrica, para fazer o ponteiro retornar ao “zero” da escala, entra em ação a “mola cabelo”, que recebe esse nome devido à espessura do fio de aço com que é confeccionada (mola helicoidal acoplada ao eixo de rotação).

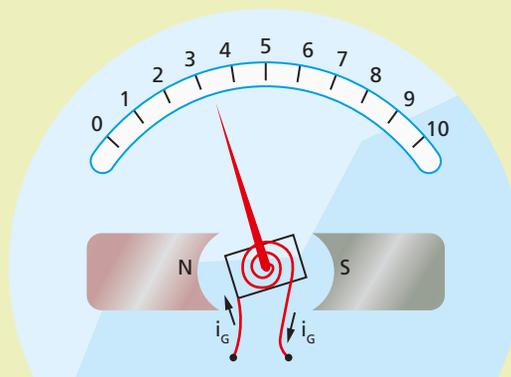


Figura a. Galvanômetro de quadro.

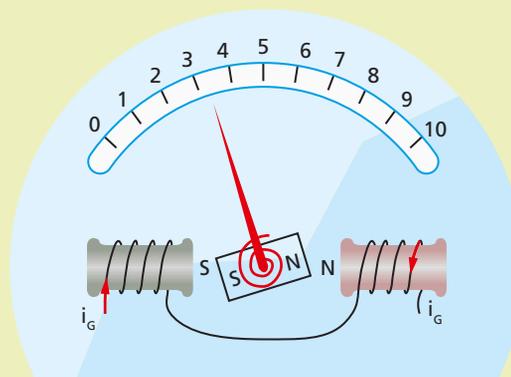


Figura b. Galvanômetro de ímã móvel ou bobina fixa.

ILUSTRAÇÕES: ZAPIT

2. Amperímetro real. Shunt

Para construir um amperímetro de boa qualidade a partir de um galvanômetro, associamos a este um resistor de pequena resistência elétrica R_s em paralelo, denominado **shunt** (em inglês: desvio). O **shunt** tem a dupla função de diminuir a resistência elétrica do aparelho e, ao desviar parte da corrente, permitir que se determinem correntes de maiores intensidades, sem que o instrumento seja danificado (fig. 4).

O amperímetro assim obtido terá uma corrente de fundo de escala (I_A) muito mais intensa do que a corrente de fundo de escala do galvanômetro (I_G). Vamos relacionar as duas intensidades com as resistências, respectivamente, do galvanômetro (R_G) e do **shunt** (R_s).

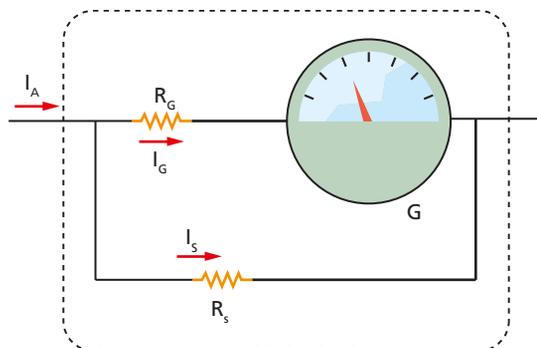


Figura 4. O amperímetro é constituído por um galvanômetro G em paralelo com um resistor (**shunt**) de pequena resistência.

Observemos que o galvanômetro se comporta como um “resistor” em paralelo ao resistor *shunt*. Logo, ambos têm a mesma ddp:

$$U_G = U_S \Rightarrow R_G \cdot I_G = R_S \cdot I_S \Rightarrow I_S = \frac{R_G}{R_S} \cdot I_G$$

Porém:

$$I_A = I_G + I_S \Rightarrow I_A = I_G + \frac{R_G}{R_S} \cdot I_G$$

Então:

$$I_A = I_G \cdot \left(1 + \frac{R_G}{R_S}\right)$$

Nessa fórmula, o termo $\left(1 + \frac{R_G}{R_S}\right)$ é denominado **fator multiplicador** do aparelho, pois é o número pelo qual deve ser multiplicado o fundo de escala do galvanômetro para que obtenhamos o fundo de escala do amperímetro. Por isso, podemos utilizar a mesma escala graduada do galvanômetro, apenas mudando os valores numéricos (fig. 5).

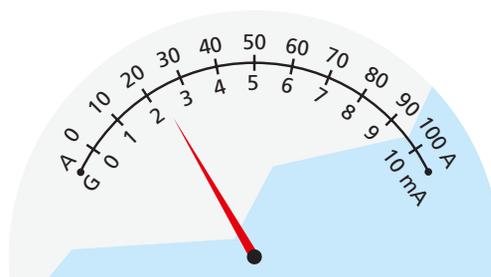


Figura 5. Na escala *G*, os valores originais do galvanômetro. Na escala *A*, os novos valores para o amperímetro.

Exemplo 1

Como dissemos anteriormente, os galvanômetros apresentam resistência interna da ordem de 10^2 ohms. Esse número é muito elevado para um amperímetro, que necessitaria de uma resistência quase nula. Por outro lado, a corrente de fundo de escala também é pequena, da ordem de alguns miliampères.

Neste exemplo, dispomos de um galvanômetro de resistência interna 100Ω e corrente de fundo de escala 10 mA . Vamos inserir um resistor em paralelo (*shunt*) de resistência $0,01 \Omega$. Com isso, o galvanômetro será convertido em amperímetro.

Temos:

$$R_G = 10^2 \Omega; R_S = 10^{-2} \Omega; I_G = 10 \text{ mA} = 10^{-2} \text{ A}$$

Podemos calcular o fator multiplicador de escala do aparelho e determinar a corrente de fundo de escala do amperímetro construído.

O fator de multiplicação do amperímetro é:

$$\left(1 + \frac{R_G}{R_S}\right) = \left(1 + \frac{10^2}{10^{-2}}\right) \cong 10^4$$

Conclusão: a corrente de fundo de escala do amperímetro é 10^4 vezes mais intensa que a do galvanômetro, ou seja:

$$I_A = 10^4 \cdot I_G \Rightarrow I_A = 10^4 \cdot 10^{-2} \Rightarrow I_A = 100 \text{ A}$$

O amperímetro da figura 5 ilustra o nosso exemplo.

Mas faltou uma verificação: quanto vale a resistência interna desse amperímetro? Lembremos que num amperímetro ideal a resistência elétrica vale zero. E no nosso, será pequena?

Para verificar, vamos determinar a resistência equivalente.

$$R_A = \frac{R_G \cdot R_S}{R_G + R_S}$$

$$R_A = \frac{10^2 \cdot 10^{-2}}{10^2 + 10^{-2}} \cong \frac{10^0}{10^2} = 10^{-2} \Rightarrow R_A \cong 10^{-2} \Omega$$

Realmente, é um valor muito pequeno, que poderá ser desprezado na maioria dos circuitos elétricos. Observemos também que ela é muito menor que a resistência do galvanômetro.

$$R_A = \frac{R_G}{10000}$$

Conclusões:

- 1ª) O *shunt* deve ter uma resistência R_S tal que $R_S \ll R_G$.
- 2ª) A resistência equivalente do amperímetro obtido será muito pequena, porém não é nula.
- 3ª) A intensidade de corrente de fundo de escala do amperímetro obtido será proporcional à de fundo de escala do galvanômetro e também ao fator $\left(1 + \frac{R_G}{R_S}\right)$. Quanto menor a resistência do *shunt*, maior será I_A .

Na prática os amperímetros não possuem uma única escala. Observe o amperímetro do laboratório da sua escola: são três ou quatro escalas, como mostra a figura 6. Para cada escala, usa-se uma resistência *shunt*. Para mudar de uma escala para outra, usa-se uma chave comutadora que muda de um *shunt* para outro.

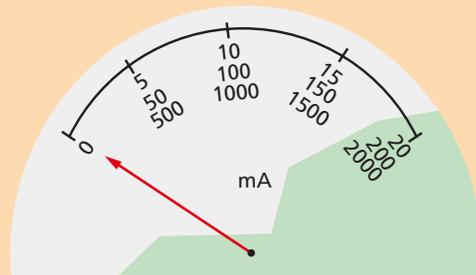


Figura 6. Amperímetro com vários fundos de escala.

3. Voltímetro real. Multiplicador

O voltímetro de boa qualidade é construído a partir de um galvanômetro, associando-se em série a ele um resistor de grande resistência elétrica R_M , denominado **multiplicador**. A dupla função do multiplicador é aumentar a resistência elétrica do instrumento e permitir que ele possa medir maiores ddp sem ficar danificado (fig. 7).

Seja U_G a ddp máxima (fundo de escala) que o galvanômetro pode suportar. Ao associar o multiplicador de resistência R_M em série, o voltímetro resultante pode medir ddp até um novo valor máximo (fundo de escala) U . Sendo R_G a resistência elétrica do galvanômetro e U_M a ddp nos terminais do multiplicador, vamos relacionar o novo fundo de escala U com a resistência elétrica R_M do multiplicador.

O multiplicador e o galvanômetro estão associados em série e portanto são percorridos pela mesma corrente:

$$I_G = \frac{U_M}{R_M} = \frac{U_G}{R_G} \Rightarrow U_M = U_G \cdot \frac{R_M}{R_G}$$

Mas:

$$U = U_G + U_M$$

Portanto:

$$U = U_G + U_G \cdot \frac{R_M}{R_G} \Rightarrow U = U_G \left(1 + \frac{R_M}{R_G}\right)$$

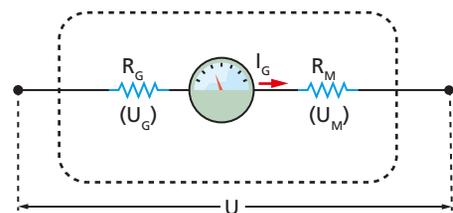


Figura 7. O voltímetro é constituído por um galvanômetro ao qual se associou um resistor de grande resistência em série.

Nessa fórmula, o termo $\left(1 + \frac{R_M}{R_G}\right)$ é denominado **fator multiplicador** do aparelho, pois é o número pelo qual deve ser multiplicado o fundo de escala do galvanômetro para que obtenhamos o fundo de escala do voltímetro. Assim, podemos usar a mesma escala graduada do galvanômetro original, apenas alterando os valores numéricos (fig. 8).



Figura 8. Voltímetro.

Exemplo 2

Como dissemos anteriormente, o galvanômetro não tem resistência elétrica muito alta para operar como um voltímetro. Se ele for colocado sob tensão elevada, queimará o seu enrolamento (bobina interna). Tomemos, como exemplo, um galvanômetro de resistência interna de 100Ω e corrente de fundo de escala de $0,01 \text{ A}$. Vamos convertê-lo num voltímetro usando um resistor em série de resistência $10\,000 \Omega$.

Temos, portanto:

$$R_G = 100 \Omega = 10^2 \Omega; R_M = 10\,000 \Omega = 10^4 \Omega; I_G = 0,01 \text{ A} = 10^{-2} \text{ A}$$

Inicialmente determinemos a **máxima** tensão suportada pelo galvanômetro: multiplicamos a sua resistência interna (R_G) pela máxima intensidade de corrente, que é corrente de fundo de escala (I_G).

$$U_G = R_G \cdot I_G \Rightarrow U_G = 100 \cdot 0,01 \Rightarrow U_G = 1,0 \text{ V}$$

Agora podemos calcular o fator de multiplicação do voltímetro em construção:

$$\left(1 + \frac{R_M}{R_G}\right) = \left(1 + \frac{10^4}{10^2}\right) \cong 10^2$$

Obteremos, então:

- Tensão de fundo de escala do voltímetro: basta multiplicar os dois valores anteriores:

$$U = 10^2 \cdot 1,0 \text{ V} = 100 \text{ V}$$

- Resistência equivalente do voltímetro:

$$R_V = R_G + R_M = 10^2 + 10^4 \Rightarrow R_V \cong 10^4 \Omega$$

O multímetro

Na prática é muito comum encontramos aparelhos 2 em 1, isto é, amperímetro e voltímetro reunidos num só aparelho. Com uma chave comutadora, procedemos às devidas conversões de uma função para outra. Damos a esse aparelho o nome de **multímetro**.

Existem ainda multímetros que, além do amperímetro e do voltímetro, possuem também a função de ohmímetro (medidor de resistências elétricas), como mostramos nas figuras 9 e 10.



Figura 9. Multímetro analógico. A escala verde (acima) é utilizada para medir resistências elétricas.

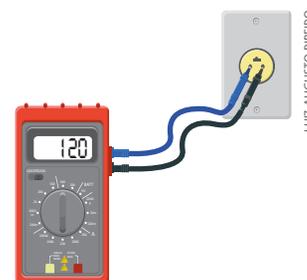
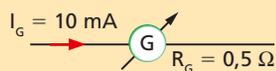


Figura 10. Multímetro digital ligado a uma tomada e marcando 120 V.

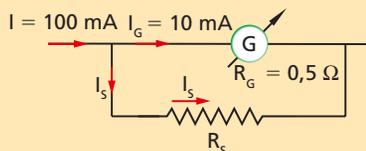
Exercícios de Aplicação

1. Um galvanômetro de resistência interna $0,50 \Omega$ pode acusar, sem se danificar, correntes de intensidade de até 10 mA . Qual o valor do *shunt* que deve ser associado a ele, para que se torne um miliamperímetro de fundo de escala 100 mA ? Qual será a resistência elétrica do miliamperímetro?



Resolução:

Para converter o galvanômetro em miliamperímetro com fundo de escala de 100 mA , devemos “shuntar” o galvanômetro com uma resistência elétrica R_s , que passaremos a calcular.



A corrente elétrica de entrada será dividida entre o *shunt* e o galvanômetro.

$$I = I_G + I_s$$

$$I_s = I - I_G$$

$$I_s = 100 \text{ mA} - 10 \text{ mA}$$

$$I_s = 90 \text{ mA}$$

Como o galvanômetro e o *shunt* estão em paralelo, eles também estão sob a mesma tensão elétrica: U

$$R_G \cdot I_G = R_s \cdot I_s$$

Como $R_G = 0,50 \Omega$, temos:

$$R_s = \frac{R_G \cdot I_G}{I_s}$$

$$R_s = \frac{0,50 \cdot 10}{90}$$

$$R_s \cong 0,056 \Omega$$

A ddp no miliamperímetro será a mesma que no galvanômetro e no *shunt*. Então:

$$U = R_G \cdot I_G = R_A \cdot I_s$$

$$R_A = \frac{R_G \cdot I_G}{I}$$

$$R_A = \frac{0,50 \cdot 10}{100} \Rightarrow R_A = 0,050 \Omega$$

Observação: o fator de multiplicação do amperímetro poderia ter sido determinado em primeira mão, bastando dividir os dois valores de corrente de fundo de escala:

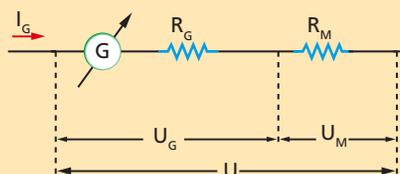
$$\frac{100 \text{ mA}}{10 \text{ mA}} = 10 \text{ (fator de multiplicação)}$$

Com esse fator se obtém rapidamente a resistência equivalente R_A do miliamperímetro:

$$R_A = \frac{R_G}{10} = \frac{0,50 \Omega}{10} = 0,050 \Omega$$

2. Um galvanômetro tem resistência interna $2,0 \Omega$ e fundo de escala $0,50 \text{ A}$. Como se deve modificá-lo para que se transforme num amperímetro de fundo de escala 25 A ? Qual será a resistência interna do *shunt* utilizado e do amperímetro resultante?

3. Quer-se construir um voltímetro, com fundo de escala 100 V , a partir de um galvanômetro de resistência interna $5,0 \Omega$, que pode acusar, sem se danificar, correntes com intensidade de até $0,50 \text{ A}$. Determine como o galvanômetro deve ser modificado e qual a resistência interna do voltímetro assim construído.



ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Resolução:

Deve-se associar ao galvanômetro um resistor de resistência R_M em série, denominado multiplicador (veja a figura).

A ddp máxima do galvanômetro corresponde à corrente máxima e vale:

$$U_G = R_G \cdot I_G, \text{ onde } R_G = 5,0 \Omega \text{ e } I_G = 0,50 \text{ A.}$$

$$U_G = 5,0 \cdot 0,50$$

$$U_G = 2,5 \text{ V}$$

Se a ddp a ser medida pelo voltímetro é $U = 100 \text{ V}$, o multiplicador R_M deve estar submetido à ddp:

$$U_M = U - U_G$$

$$U_M = 100 - 2,5$$

$$U_M = 97,5 \text{ V}$$

Aplicando a Lei de Ohm ao multiplicador, vem:

$$U_M = R_M \cdot i_G$$

$$R_M = \frac{U_M}{i_G} \Rightarrow R_M = \frac{97,5}{0,50} \Rightarrow R_M = 195 \, \Omega$$

A resistência interna do voltímetro assim construído vale:

$$R_V = R_G + R_M$$

$$R_V = 5,0 + 195 \Rightarrow R_V = 200 \, \Omega$$

4. Um galvanômetro tem resistência interna $10 \, \Omega$ e fundo de escala $0,20 \, A$. Quer-se transformá-lo num voltímetro capaz de medir ddp até $200 \, V$. Determine:
- a resistência do multiplicador a ser associado a esse galvanômetro;
 - a resistência interna do voltímetro assim construído.

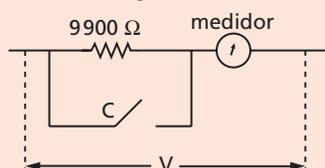
5. Um galvanômetro pode medir tensões de até $1,0 \, V$. Sua resistência interna é $50 \, \Omega$.
- Como fazer para transformá-lo num voltímetro de fundo de escala $10 \, V$?
 - Calcule o valor da resistência a ser adaptada.
6. Um galvanômetro de fundo de escala $10 \, mA$ e resistência interna $80 \, \Omega$ foi transformado em um amperímetro. Para convertê-lo foi usado um resistor *shunt* de resistência R_{SH} no que resultou um fator de multiplicação do aparelho igual a 1000 . Podemos afirmar que esse amperímetro tem corrente de fundo de escala e resistência interna, respectivamente, iguais a:
- $10 \, A$ e $8,0 \, \Omega$
 - $1,0 \, A$ e $0,80 \, \Omega$
 - $10 \, A$ e $80 \, m\Omega$
 - $100 \, A$ e $8,0 \, m\Omega$
 - $100 \, A$ e $80 \, m\Omega$

Exercícios de Reforço

7. (Vunesp-SP) Um medidor de corrente comporta-se, quando colocado num circuito elétrico, como um resistor. A resistência desse resistor, denominada resistência interna do aparelho, pode, muitas vezes, ser determinada diretamente a partir de dados (especificações) impressos no aparelho. Suponha, por exemplo, que num medidor comum de corrente, com ponteiro e escala graduada, constem as seguintes especificações:

- corrente de fundo de escala, isto é, corrente máxima que pode ser medida: $1,0 \cdot 10^{-3} \, A$ ($1,0 \, mA$) e
- tensão a que deve ser submetido o aparelho, para que indique a corrente de fundo de escala: $1,0 \cdot 10^{-1} \, V$ ($100 \, mV$).

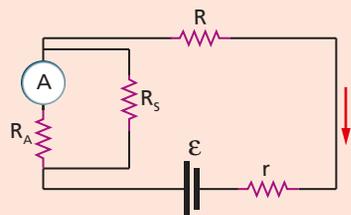
- Qual o valor da resistência interna desse aparelho?
- Como, pela Lei de Ohm, a corrente no medidor é proporcional à tensão nele aplicada, este aparelho pode ser usado, também, como medidor de tensão, com fundo de escala $100 \, mV$. Visando medir tensões maiores, associou-se-lhe um resistor de $9900 \, \Omega$, como mostra a figura.



Assim, quando a chave C está fechada, é possível medir tensões V até $100 \, mV$, o que corresponde à corrente máxima de $1,0 \, mA$ pelo medidor, conforme consta das especificações.

Determine a nova tensão máxima que se poderá medir, quando a chave C estiver aberta.

8. (Mackenzie-SP) O amperímetro A , descrito no circuito a seguir, possui resistência interna $R_A = 9,0 \cdot 10^{-2} \, \Omega$. Devido às suas limitações, teve de ser "shuntado" com a resistência $R_S = 1,0 \cdot 10^{-2} \, \Omega$.



ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Nestas condições, a intensidade de corrente medida em A é $1,0 \, A$; portanto, a intensidade de corrente i é:

- $19 \, A$
 - $10 \, A$
 - $9,0 \, A$
 - $0,90 \, A$
 - $0,10 \, A$
9. Pretende-se medir a resistência R de um resistor usando-se um amperímetro real, um voltímetro real e um gerador de fem igual a \mathcal{E} e de resistência interna r muito pequena. Foram montados dois circuitos, como mostram as figuras a e b ; a tensão fornecida pelo gerador pode ser considerada a mesma nas duas montagens.

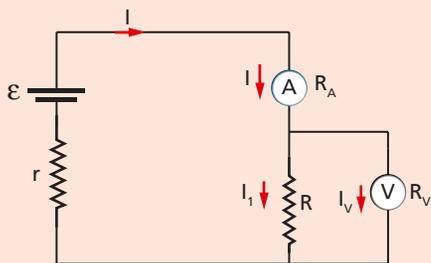


Figura a.

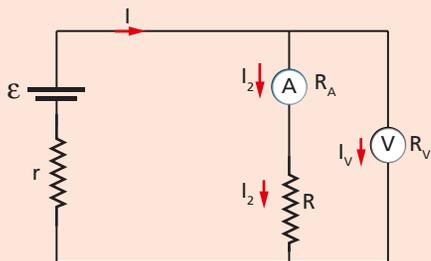


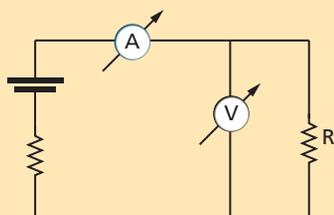
Figura b.

Em ambos os experimentos usou-se o mesmo resistor. O valor da resistência R deve ser calculado pelo quociente entre a leitura do voltmetro e a do amperímetro.

$$R = \frac{\text{leitura do voltmetro}}{\text{leitura do amperímetro}}$$

- Determine o valor encontrado para a resistência R em cada circuito, usando a equação anterior e sabendo que:
 - no circuito da figura a, a leitura no voltmetro é 10,0 V e no amperímetro é 1,0 A;
 - no circuito da figura b, a leitura no voltmetro é 11 V e no amperímetro é 0,99 A.
- Justifique, sucintamente, por que os valores encontrados são diferentes.

10. A prática comum nos laboratórios de Física para medir a resistência elétrica de um resistor é montar um circuito elétrico como o da figura, colher as leituras dos dois medidores e fazer o quociente entre a leitura do voltmetro e a do amperímetro:



No laboratório de Física da Universidade, um estudante montou o esquema da figura para calcular o valor da resistência R . Obteve as seguintes leituras nos medidores não ideais:

2,0 A no amperímetro e $2,0 \cdot 10^3$ V no voltmetro. As especificações dos medidores informavam que o amperímetro possuía resistência interna de $1,0 \Omega$ e o voltmetro de $1,0 \cdot 10^3 \Omega$.

- Calcule o valor da resistência R que o estudante encontrou.
- Critique o método utilizado.

Resolução:

- O valor da resistência R é dado pela Primeira Lei de Ohm:

$$R \cong \frac{\text{leitura do voltmetro}}{\text{leitura do amperímetro}}$$

$$R = \frac{2,0 \cdot 10^3}{2,0} \Rightarrow R \cong 1,0 \cdot 10^3 \Omega$$

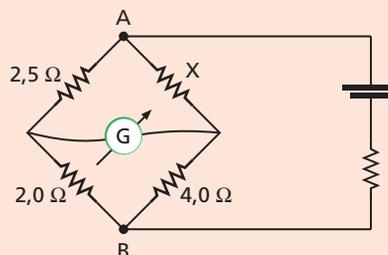
- Se compararmos o valor encontrado para R com a resistência do voltmetro, veremos que são iguais. Logo, uma parte da corrente elétrica fluiu pelo voltmetro e outra pelo resistor R . A corrente lida no amperímetro está totalmente diferente daquela que passou por R .

$$i_{(\text{AMP})} = i_{(R)} + i_{(\text{VOLT})}$$

Conclusão: o valor encontrado para R é menor do que o real; o método correto seria o do amperímetro interno, pois $R \gg R_A$. O estudante deverá refazer a experiência, usando o outro método.

Esse outro método consiste em colocar o amperímetro em série com o resistor, mantendo o voltmetro tal como está conectado.

- No laboratório de Física pode-se montar a ponte de Wheatstone usando um galvanômetro em vez de um amperímetro. Na ponte montada na figura, o galvanômetro tem resistência interna de 100Ω , não sendo necessário colocar em série com ele mais um resistor de proteção ao aparelho. Fazendo-se a leitura no mostrador do galvanômetro, encontramos o valor zero.



Determine:

- a resistência elétrica do resistor X ;
- a resistência equivalente aos resistores ligados entre os pontos A e B .

ILUSTRAÇÕES: ZAPT

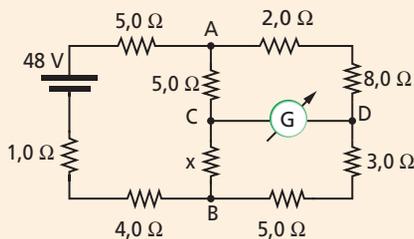
Exercícios de Aprofundamento

12. Um amperímetro de resistência interna $0,18 \Omega$ tem escala de 100 divisões, usada para medir correntes de até 10 A.

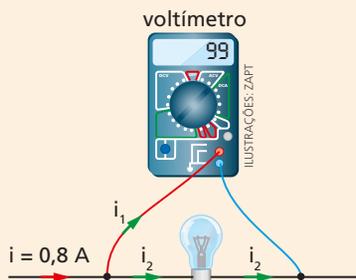
- Que resistência deve ser usada e como deve ser ligada para que esse aparelho meça correntes de até 100 A?
- Nas condições do item (a), a quanto corresponderá cada divisão?

13. Tem-se um voltímetro cujo fundo de escala é 10 V e cuja resistência interna vale 500Ω . Queremos transformá-lo num voltímetro de fundo de escala 15 V. Calcule a resistência a ser adaptada e o modo de ligação.

14. No circuito esquematizado, o galvanômetro inserido não acusa passagem de corrente. Determine a resistência do resistor.



15. No laboratório da escola o professor de Física, Romualdo, montou o circuito mostrado na figura. O objetivo do experimento era medir a resistência do filamento da lâmpada. O voltímetro usado não era ideal, e passou por ele $\frac{1}{99}$ da corrente total circulante. O aparelho indicou uma tensão elétrica de 99 V nos terminais da lâmpada.

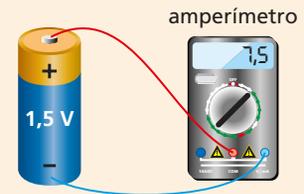


A resistência elétrica do filamento da lâmpada vale:

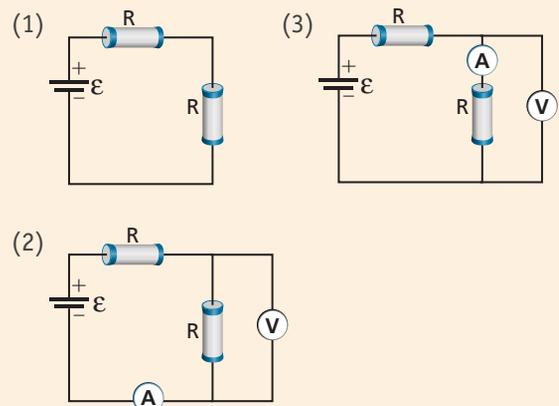
- 125 Ω
- 150 Ω
- 175 Ω
- 200 Ω
- Impossível de se determinar, pois faltam dados.

16. Um amperímetro real de resistência interna R_A foi conectado aos terminais de uma pilha, como mostra a figura, e indicou uma corrente elétrica de intensidade 7,5 A. Como se vê na figura, a pilha tem fem de 1,5 V e sua resistência interna é igual à do amperímetro. O valor da resistência R_A do amperímetro é:

- 0,050 Ω
- 0,10 Ω
- 0,15 Ω
- 0,20 Ω
- 0,25 Ω



17. (ITA-SP) Numa aula de laboratório, o professor enfatiza a necessidade de levar em conta a resistência interna de amperímetros e voltímetros na determinação da resistência R de um resistor. A fim de medir a voltagem e a corrente que passa por um dos resistores, são montados os 3 circuitos da figura, utilizando resistores iguais, de mesma resistência R . Sabe-se de antemão que a resistência interna do amperímetro é $0,01R$, ao passo que a resistência interna do voltímetro é $100R$.



Assinale a comparação correta entre os valores de R , R_2 (medida de R no circuito 2) e R_3 (medida de R no circuito 3).

(Nota: A resistência elétrica nos casos 2 e 3 é calculada simplesmente pelo quociente:

$$R = \frac{\text{leitura do voltímetro}}{\text{leitura do amperímetro}}.)$$

- $R < R_2 < R_3$
- $R > R_2 > R_3$
- $R_2 < R < R_3$
- $R_2 > R > R_3$
- $R > R_3 > R_2$

Eletrização

1. Introdução

A Eletrostática estuda os fenômenos que ocorrem quando as cargas elétricas estão em repouso em relação a um sistema inercial de referência.

Recordemos, inicialmente, o que foi dito no capítulo 1: a carga elétrica é uma propriedade associada a certas partículas elementares, tais como o próton, o elétron, etc. Verificou-se que as cargas elétricas do próton e do elétron possuíam o mesmo valor absoluto, o qual foi denominado **carga elétrica elementar**, simbolizado pela letra e . Recordemos ainda que:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Os átomos possuem uma mesma quantidade de prótons e de elétrons, portanto são neutros. Átomos formam as moléculas, que, por conseguinte, são neutras. As moléculas formam os corpos, que também, em seu estado natural, são neutros. Exatamente neste ponto começa o nosso estudo de Eletrostática: como converter corpos neutros em corpos eletrizados; quais são as propriedades dos corpos eletrizados; o que acontece no entorno de um corpo eletrizado.

Sistema eletricamente isolado

Denomina-se **sistema eletricamente isolado** aquele que não troca cargas elétricas com o meio exterior, isto é, não cede nem recebe elétrons de outros corpos que não pertençam a esse sistema. Por simplicidade de linguagem, neste livro, usaremos também a expressão **sistema isolado**.

As partes de um sistema isolado podem trocar cargas entre si. Assim, se um sistema isolado for constituído por três corpos A , B e C , poderá haver trocas de cargas elétricas entre os três. Por exemplo: o corpo A pode ceder elétrons ao corpo B ; o corpo C poderá ceder elétrons ao corpo A , etc.

2. Princípios da Eletrostática

A Eletrostática tem seus alicerces plantados em dois grandes princípios: **o da atração e repulsão** e **o da conservação da carga elétrica**.

1. Introdução
2. Princípios da Eletrostática
3. Distribuição das cargas elétricas nos corpos condutores
4. Eletrização por atrito
5. Eletrização por contato
6. Eletrização por indução
7. Polarização de substâncias isolantes
8. Eletroscópios

Princípio da Atração e Repulsão

Como vimos no capítulo 1, esse princípio deu origem ao conceito da carga elétrica tal como ele é estabelecido atualmente. Primeiro se descobriu o fenômeno da atração e repulsão, e depois se conceituou a carga elétrica. Vamos recordar o seu enunciado:

Cargas elétricas do mesmo sinal repelem-se.
Cargas elétricas de sinais contrários atraem-se.

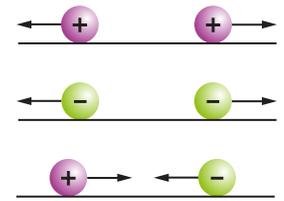


Figura 1. Atração e repulsão de cargas elétricas.

Princípio da Conservação das Cargas Elétricas

Num sistema eletricamente isolado, a soma algébrica das cargas elétricas é sempre constante.

Esse princípio se aplica quando há trocas de cargas entre os corpos eletrizados que constituem o sistema isolado.

Exemplo 1

O nosso sistema isolado é constituído por três corpos, A, B e C. Suas cargas elétricas iniciais são mostradas na figura 2a. Em seguida, por um processo qualquer, o corpo B cede um elétron para o corpo A e outro para o corpo C (fig. 2b).

Façamos o somatório das cargas elétricas do sistema na situação da figura 2a:

$$\Sigma Q = (+8e) + (-12e) + (+3e) = -1e$$

Do mesmo modo, façamos o somatório das cargas elétricas na situação da figura 2b:

$$\Sigma Q = (+7e) + (-10e) + (+2e) = -1e$$

Concluimos que o somatório das cargas elétricas antes e depois da troca de cargas entre os corpos do sistema permaneceu constante. Observe que nenhuma carga elétrica externa foi injetada no sistema, nem dele se tirou alguma coisa.

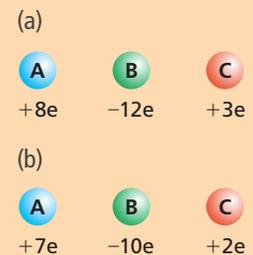


Figura 2.

3. Distribuição das cargas elétricas nos corpos condutores

Em Eletrostática, os corpos usados nas experiências podem ser constituídos de materiais isolantes ou condutores (por exemplo: metais). Em determinadas experiências podem ser feitas restrições a esse ou àquele material.

Sendo o corpo condutor de eletricidade e estando ele eletrizado, as cargas elétricas em excesso distribuem-se pela superfície externa do corpo.

Justifica-se o fenômeno pelo Princípio da Repulsão de Cargas Elétricas de mesmo sinal. As cargas elétricas são então repelidas para a superfície externa do corpo.

Exemplo 2

Dispomos de uma casca esférica de material condutor. Inicialmente ela está eletricamente neutra. Se, por um processo qualquer, colocarmos n elétrons em excesso nessa superfície, seja por fora ou internamente à esfera, esses elétrons se repelem e procuram posições de máximo afastamento um do outro: eles vão para a superfície externa da casca. A distribuição é uniforme (fig. 3). Dizemos que o corpo está eletrizado e que sua carga elétrica vale: $Q = -n \cdot e$.

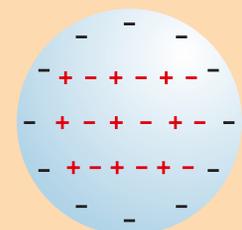


Figura 3.

Exemplo 3

Disponemos, novamente, de uma casca esférica metálica, eletricamente neutra. Se, por um processo qualquer, retirarmos n elétrons dessa casca metálica, ela deixará de ser neutra e tornar-se-á positiva. As n cargas elétricas positivas em excesso irão se alojar na superfície (externa) da casca, numa distribuição uniforme (fig. 4). A casca esférica está eletrizada, e sua carga elétrica vale: $Q = +n \cdot e$.

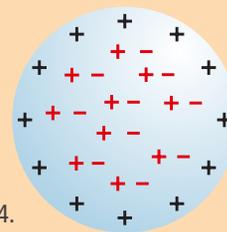
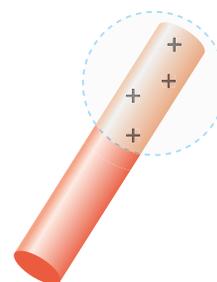


Figura 4.

Eletrização dos não condutores

Verifica-se, experimentalmente, que, se o material de que é constituído o corpo não for condutor de eletricidade, esse corpo poderá apresentar cargas elétricas em excesso localizadas em uma dada região, dependendo do processo utilizado para eletrizá-lo (fig. 5).

Nos condutores (metais), as cargas vão para a superfície e, muitas vezes, escoam para o ambiente, sendo, portanto, difícil retê-las no corpo. Como esse fato não ocorre no corpo isolante, torna-se mais fácil mantê-lo eletrizado.



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Figura 5. Corpo não condutor eletrizado.

4. Eletrização por atrito

Atritando-se dois corpos constituídos de materiais diferentes, um deles cede elétrons para o outro e, ao final, ambos estarão eletrizados. Aquele que **recebeu** esses elétrons fica eletrizado **negativamente**, enquanto o outro, que os **cedeu**, fica eletrizado **positivamente**.

A explicação é simples: aquele que recebeu os elétrons do outro corpo passou a ter excesso de elétrons, ficando eletrizado negativamente. O outro, que os cedeu, passou a ter falta de elétrons, isto é, tem agora um número de cargas positivas maior que o de negativas; logo, ficou eletrizado positivamente.

Exemplo 4

Se esfregarmos uma placa de vidro com um pedaço de pano de lã, como ilustra a figura 6, tanto o pano como a placa de vidro ficarão eletrizados. No caso, o vidro ficará eletrizado com carga elétrica positiva, e o pano de lã, com carga elétrica negativa.



Figura 6. O pano de lã sendo atritado contra a placa de vidro.

Neste exemplo temos mais uma vez a comprovação da Conservação da Carga Elétrica. Para cada carga negativa que se encontra no pano de lã haverá uma carga positiva na placa de vidro. As quantidades de carga **são iguais** em valor absoluto.

Série triboelétrica

Chama-se série triboelétrica a uma tabela ordenada de substâncias, de tal forma que o atrito entre duas quaisquer eletriza positivamente a substância que figura antes e negativamente a substância que figura depois na tabela.

Se atritarmos a pele de gato com um pano de seda, este ficará com cargas negativas e a pele com cargas positivas. Se atritarmos a placa de vidro do Exemplo 4 com um pano de seda, o vidro continuará a adquirir carga positiva, e o pano de seda, negativa.

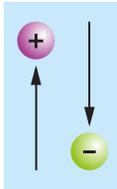
| Substância | Regra |
|--------------|--|
| vidro |  |
| mica | |
| lã | |
| pele de gato | |
| seda | |
| algodão | |
| ebonite | |
| cobre | |
| enxofre | |
| celuloide | |

Tabela 1. Parte de uma série triboelétrica.

Responda à seguinte questão:
Com base na série triboelétrica, existe alguma substância que, ao ser esfregada numa placa de vidro, a deixaria com carga negativa?

5. Eletrização por contato

O método consiste em se encostar um corpo neutro num corpo que já esteja previamente eletrizado. Ele funciona muito bem com corpos condutores elétricos, pois as cargas colocadas em contato se espalham pelas duas superfícies.

Colocando-se um corpo neutro *A* em contato com um corpo eletrizado *B*, verifica-se que *A* se eletriza com carga elétrica de sinal igual ao de *B*.

De fato, se *B* estiver eletrizado **negativamente** (fig. 7), ele cederá parte de seus elétrons em excesso ao corpo *A*, que se tornará também **negativo**.

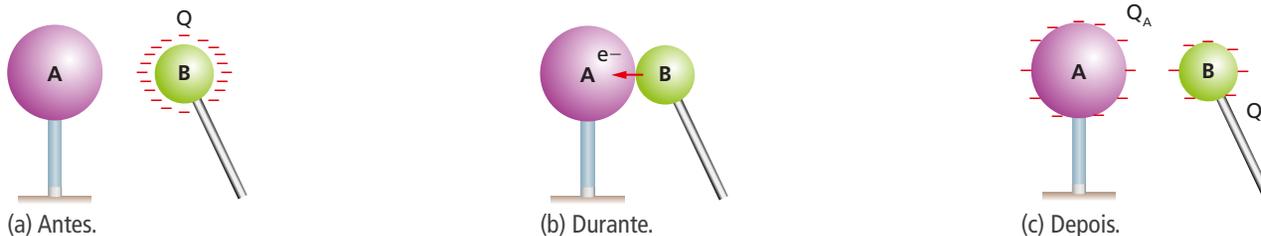


Figura 7.

Por outro lado, se *B* estiver eletrizado **positivamente** (fig. 8), ao entrar em contato com *A* ele atrairá elétrons deste, que passarão para *B*. Assim, *A* ficará **positivo**. *B*, embora continue positivo, terá menor quantidade de carga elétrica, pois recebeu alguns elétrons.

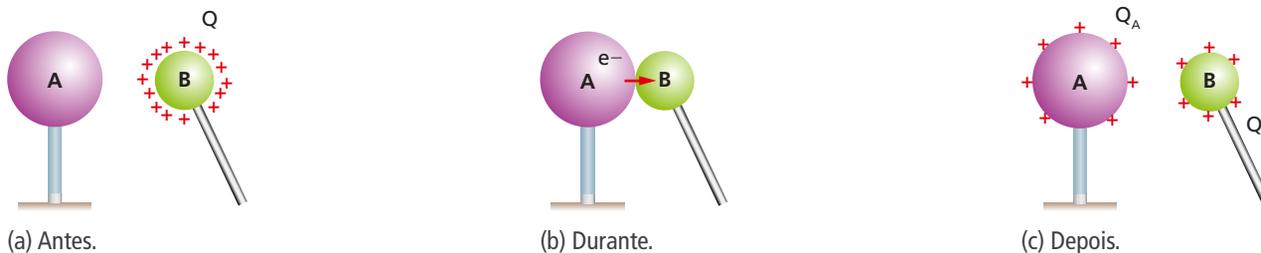


Figura 8.

Convém lembrar que se aplica ao processo descrito o Princípio da Conservação das Cargas Elétricas. Assim, nas figuras 7 e 8 teremos sempre:

$$Q = Q_A + Q_B$$

Em qualquer uma das duas situações apresentadas, após o contato, os corpos A e B estarão carregados com cargas elétricas do mesmo sinal.

Se, porventura, o corpo A (ou mesmo ambos) fosse constituído de material não condutor, a troca de cargas se limitaria à região em torno do ponto de contato (fig. 9).

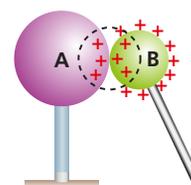


Figura 9. Eletrização por contato. O corpo A é de material não condutor. A troca de cargas se limita à região destacada.

Contato entre esferas condutoras do mesmo tamanho

Um caso particular muito importante é aquele em que são usadas pequenas esferas condutoras idênticas. Ao se eletrizarem por contato duas esferas nessas condições, a carga elétrica total se divide em duas partes iguais, ficando cada uma delas com uma das partes.

Exemplo 5

Consideremos duas esferas metálicas, uma de cobre e outra de alumínio, ambas do mesmo tamanho, ou seja, com o mesmo diâmetro. A esfera de cobre está previamente eletrizada com carga elétrica positiva Q , e a esfera de alumínio está neutra.

É feito um contato entre as duas esferas. Ao final, ambas estão carregadas com cargas positivas e com quantidades iguais a $\frac{Q}{2}$, ou seja: metade da carga inicial.



Figura 10.

O exemplo pode ser estendido para três esferas condutoras idênticas, ficando então cada uma delas com carga $\frac{Q}{3}$.

Podemos ainda generalizar para n esferas condutoras idênticas, restando então a carga $\frac{Q}{n}$ para cada uma delas.

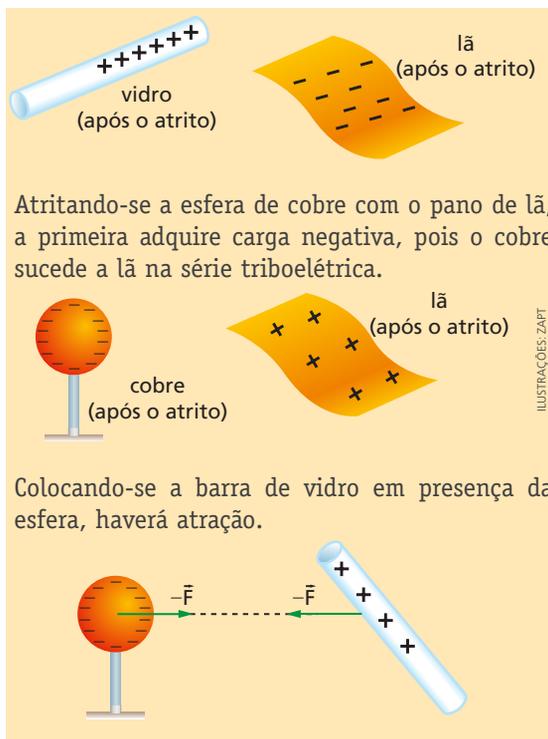
Exercícios de Aplicação

1. Considere que na série triboelétrica aparecem, pela ordem: vidro, lã e cobre. Se atritamos um pedaço de pano de lã com uma barra de vidro, ambos inicialmente neutros, e outro pedaço de pano de lã com uma esfera de cobre, também neutros, quais os sinais das cargas elétricas obtidas no vidro e no cobre? Se colocarmos o vidro em presença do cobre haverá atração ou repulsão?

| Substância | Regra |
|------------|-------|
| vidro | |
| lã | |
| seda | |
| algodão | |
| cobre | |
| celuloide | |

Resolução:

Atritando-se vidro com lã, ambos adquirem cargas opostas. Como o vidro antecede a lã na série triboelétrica, ele adquire carga positiva.

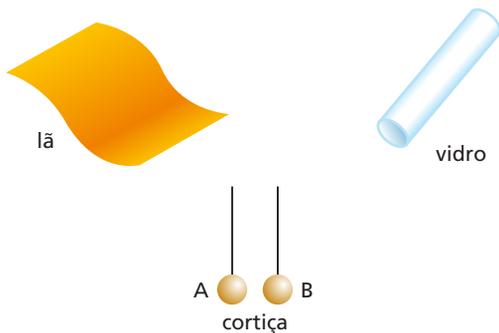


ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

2. Aproveitando a tabela dada no exercício anterior, a da série triboelétrica, resolva a seguinte situação-problema:

- Esfrega-se um pano de seda repetidas vezes sobre uma placa de celuloide, eletrizando-a com uma carga elétrica Q_1 e o pano, com uma carga elétrica Q_2 .
 - Esfrega-se vigorosamente uma placa de cobre com um pano de algodão, eletrizando-a com uma carga elétrica Q_3 e o pano, com carga Q_4 .
- a) Qual é o sinal das cargas elétricas Q_1 , Q_2 , Q_3 e Q_4 ?
- b) Se aproximarmos a placa de celuloide da placa de cobre, imediatamente após a eletrização, elas se atrairão ou se repelirão?

3. Na figura temos um pano de lã, uma barra de vidro e duas bolinhas de cortiça, todos, inicialmente, neutros.



Atrita-se a barra de vidro com o pano de lã. Em seguida, faz-se a barra de vidro entrar em contato com a bolinha A e o pano de lã, com a bolinha B. O que ocorrerá se as bolinhas forem aproximadas?

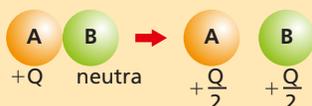
4. Três esferas metálicas idênticas, A, B e C, estão separadas uma das outras e apresentam-se no seguinte estado elétrico: A tem carga elétrica de valor Q ; B e C estão neutras. Fazendo-se contatos sucessivos de A com B e de A com C, quais serão as cargas finais de A, B e C?

Resolução:

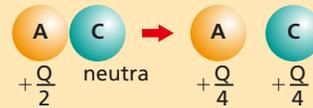
Temos, inicialmente, a seguinte configuração de cargas elétricas em nosso sistema isolado:



Fazendo-se o contato de A com B, cada uma delas ficará com metade da carga, ou seja: $\frac{Q}{2}$.



Ao fazermos o contato de A com C, a esfera A possui apenas carga $\frac{Q}{2}$, e essa quantidade será dividida entre A e C, ficando metade para cada uma delas: $\frac{Q}{4}$.



Portanto, as cargas finais de A, B e C serão, respectivamente: $+\frac{Q}{4}$, $+\frac{Q}{2}$ e $+\frac{Q}{4}$. Esse resultado deve obedecer ao Princípio da Conservação das Cargas Elétricas.

$$\sum Q_{\text{inicial}} = +Q + 0 + 0 = +Q$$

$$\sum Q_{\text{final}} = \frac{Q}{4} + \frac{Q}{2} + \frac{Q}{4} = \frac{Q}{4} + \frac{2Q}{4} + \frac{Q}{4} = \frac{4Q}{4} = +Q$$

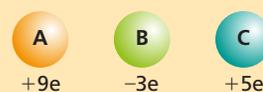
Conclusão: $\sum Q_{\text{inicial}} = \sum Q_{\text{final}}$

5. Três esferas metálicas idênticas, isoladas de outras cargas elétricas, foram colocadas em contato simultâneo e apresentaram uma mesma carga elétrica $Q = -2e$. Sabendo-se que apenas uma delas estava eletrizada, pode-se afirmar que a sua carga era:

- a) $+2e$ d) $-6e$
- b) $-\frac{2e}{3}$ e) $+6e$
- c) $+\frac{2e}{3}$

6. Três esferas, A, B e C, possuíam inicialmente cargas elétricas 0, $+8e$, 0. Foram feitos contatos duas a duas: A com B e depois A com C. Determine a carga elétrica final de cada uma delas após o contato.

7. Três esferas metálicas idênticas A, B e C apresentavam, inicialmente, as cargas elétricas: $+9e$, $-3e$, $+5e$, como mostra a figura.



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

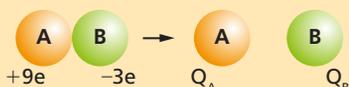
Foram feitos os seguintes contatos: A com B e A com C.

Determine:

- as cargas adquiridas por *A* e *B* após o primeiro contato entre elas;
- as cargas adquiridas por *A* e *C* após o contato entre elas;
- o somatório das cargas antes e depois dos contatos e verifique o Princípio da Conservação da Carga Elétrica.

Resolução:

- Façamos o contato pedido:



Usando o Princípio da Conservação da Carga Elétrica:

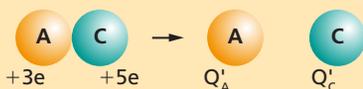
$$(+9e) + (-3e) = Q_A + Q_B$$

Sendo $Q_A = Q_B$, podemos escrever:

$$+6e = 2Q_A \Rightarrow Q_A = \frac{+6e}{2} \Rightarrow Q_A = Q_B = +3e$$

Observemos que a carga obtida é igual à média aritmética entre as duas cargas elétricas iniciais, levando-se em conta os respectivos sinais algébricos de cada uma.

- Ao fazermos o contato de *A* com *C* devemos reparar que a esfera *A* tem carga elétrica obtida anteriormente no item *a*, pois ela participou de um primeiro contato. A figura abaixo nos mostra as cargas elétricas.



$$(+3e) + (5e) = Q'_A + Q'_C$$

Como sabemos: $Q'_A = Q'_C$, então a equação fica:

$$2Q'_A = +8e \Rightarrow Q'_A = Q'_C = +4e$$

- Soma algébrica das cargas elétricas antes do contato:

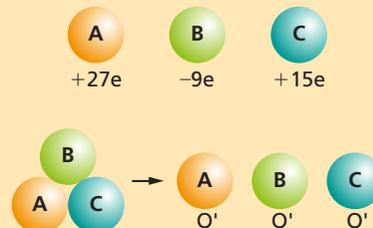
$$\Sigma Q_{\text{inicial}} = (+9e) + (-3e) + (+5e) = +11e$$

$$\Sigma Q_{\text{final}} = (+4e) + (+3e) + (+4e) = +11e$$

Conforme se verifica, a soma algébrica das cargas elétricas antes do contato e depois do contato é a mesma e igual a +11e. Mais uma vez se verifica o Princípio da Conservação das Cargas Elétricas.

- Consideremos três esferas metálicas e idênticas com cargas elétricas iguais a +27e, -9e, +15e. Determine a carga elétrica de cada uma delas se fizermos um contato simultâneo das três juntas.

Resolução:



Igualando as somas algébricas das cargas da situação inicial com a da situação final, temos:

$$Q' + Q' + Q' = (+27e) + (-9e) + (15e)$$

$$3 \cdot Q' = +33e \Rightarrow Q' = \frac{+33e}{3} \Rightarrow Q' = +11e$$

Mais uma vez se verifica que a carga elétrica final é dada pela média aritmética entre as cargas em contato, levando-se em conta os respectivos sinais algébricos de cada uma.

- Dispomos de quatro esferas metálicas e idênticas, *A*, *B*, *C* e *D*, eletrizadas, respectivamente, com as cargas elétricas: +14u; +1u; -12u; -3u, em que *u* representa uma unidade de medida de carga elétrica. As esferas são colocadas duas a duas em contato na ordem que se representa na figura abaixo:



ILUSTRAÇÕES: ZAPF

A carga elétrica final da esfera *A* e da esfera *B* é:

- +1u e -1u
- 1u e -1u
- +1u e -3u
- 0 e 0
- +5u e +5u

- Dispomos de quatro esferas condutoras idênticas, carregadas eletricamente com cargas: +q, -2q, +3q, -4q. Fazendo-se o contato simultâneo das quatro, obteve-se para cada esfera uma mesma carga elétrica negativa igual a -2e, em que *e* representa a carga elétrica elementar. Podemos concluir que a carga elétrica *q* vale:

- 8e
- 2e
- 0
- +2e
- +4e

Exercícios de Reforço

11. Atrita-se uma régua de plástico com um pano de lã e se observa que a régua ficou eletrizada. Admitindo-se que nenhum outro corpo tocou na régua nem no pano, então a carga elétrica adquirida pela régua tem:

- mesmo módulo e sinal daquela adquirida pela lã.
- mesmo módulo e sinal contrário ao daquela adquirida pela lã.
- maior módulo e mesmo sinal daquela adquirida pela lã.
- menor módulo e mesmo sinal daquela adquirida pela lã.
- menor módulo e sinal contrário ao daquela adquirida pela lã.

12. Considere os dois processos de eletrização entre dois corpos. Foram feitas as seguintes afirmativas:

- Na eletrização por atrito, os corpos friccionados entre si adquirem cargas de sinais contrários.
- Na eletrização por contato, o corpo neutro adquire carga de mesmo sinal que o eletrizado.
- Na eletrização por atrito, pelo menos um dos corpos deve estar inicialmente eletrizado.

A alternativa contendo afirmativa(s) verdadeira(s) é:

- somente I.
- somente II.
- somente III.
- I e II.
- II e III.

13. (UF-RS) Nas figuras 1, 2 e 3, duas esferas metálicas iguais, X e Y , estão montadas sobre suportes não condutores. Inicialmente (fig.1), a esfera X está positivamente carregada e a Y está descarregada.



Figura 1.

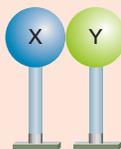


Figura 2.

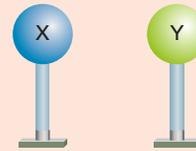


Figura 3.

Após serem postas em contato (fig. 2) e novamente separadas (fig. 3):

- as esferas estarão carregadas com cargas iguais.
- as esferas se atrairão mutuamente.
- X estará carregada positivamente, e Y , negativamente.
- Y estará carregada positivamente, e X , descarregada.
- as duas esferas estarão descarregadas.

14. (Inatel-MG) Dispõe-se de três esferas metálicas idênticas e isoladas uma da outra. Duas delas, A e B , estão neutras, enquanto a esfera C contém uma carga elétrica Q . Faz-se a esfera C tocar primeiro a esfera A e depois a esfera B . No final desse procedimento, qual será a carga elétrica das esferas A , B e C , respectivamente?

- $\frac{Q}{3}, \frac{Q}{3}, \frac{Q}{3}$
- $\frac{Q}{2}, \frac{3Q}{8}, \frac{Q}{8}$
- $\frac{Q}{6}, \frac{Q}{6}, \frac{Q}{6}$
- $\frac{Q}{2}, \frac{Q}{4}, \frac{Q}{4}$
- $\frac{Q}{8}, \frac{3Q}{8}, \frac{Q}{2}$

15. (Fuvest-SP) Tem-se três esferas condutoras idênticas: A , B e C . As esferas A (positiva) e B (negativa) têm carga elétrica de módulo Q , enquanto que a esfera C está inicialmente neutra. São realizadas as seguintes operações:

- toca-se C em B , com A mantida à distância, e em seguida separa-se C de B ;
- toca-se C em A , com B mantida à distância, e em seguida separa-se C de A ;
- toca-se A em B , com C mantida à distância, e em seguida separa-se A de B .

Podemos afirmar que a carga final da esfera A vale:

- zero
- $+\frac{Q}{2}$
- $-\frac{Q}{4}$
- $+\frac{Q}{6}$
- $-\frac{Q}{8}$

16. (U. E. Londrina-PR) Quatro esferas condutoras iguais têm, respectivamente, cargas elétricas $\frac{Q}{2}$, Q , $2Q$ e X (desconhecida). Pondo-se em contato e depois separando-as, cada uma ficou com uma carga elétrica igual a $\frac{7Q}{8}$. Supondo que as esferas tenham trocado cargas elétricas somente entre si, a carga elétrica X , da quarta esfera, era igual a:

- a) zero
 b) $\frac{Q}{2}$
 c) Q
 d) $\frac{3Q}{2}$
 e) $2Q$

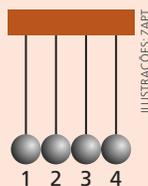
17. Verificou-se experimentalmente que, ao se atritar o vidro com qualquer outra substância, ele fica eletrizado positivamente. Então:

- I. Se atritarmos vidro e lã, ambos se eletrizam positivamente.
 II. Se atritarmos vidro e pele de gato, este fica eletrizado negativamente.
 III. No atrito, o vidro cede elétrons ao outro corpo.

Estão corretas:

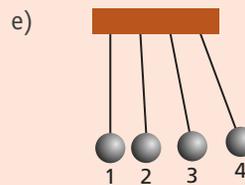
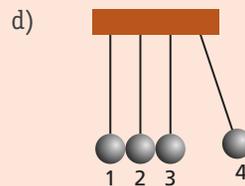
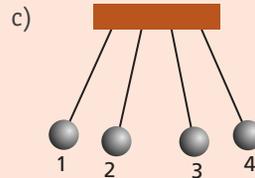
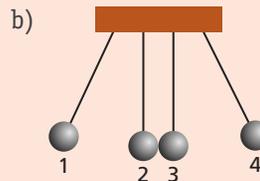
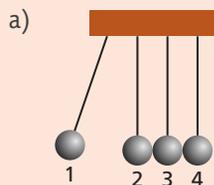
- a) I e II, apenas.
 b) I e III, apenas.
 c) II e III, apenas.
 d) apenas a III.
 e) I, II e III.

18. (UFF-RJ) A figura representa quatro esferas metálicas idênticas penduradas por fios isolantes elétricos.

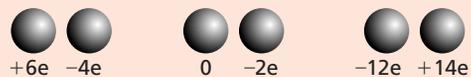


O arranjo está num ambiente seco e as esferas estão inicialmente em contato umas com as outras. A esfera 1 é carregada com uma carga elétrica $+Q$.

Escolha a opção que representa a configuração do sistema depois de atingido o equilíbrio.



19. Na figura temos três pares de esferas metálicas e idênticas. Suas cargas elétricas estão indicadas na própria figura e foram medidas em função da carga elétrica elementar e .



Podemos afirmar que:

- I. A soma algébrica das seis cargas elétricas é igual a zero.
 II. Fazendo-se o contato entre as esferas de cada par, a soma algébrica das cargas elétricas será $+2e$.
 III. Fazendo-se o contato entre as esferas de cada par, teremos, na ordem da figura, as seguintes cargas elétricas: $(+1e; +1e)$, $(-1e; -1e)$ e $(+1e; +1e)$.
 IV. No contato entre as esferas de cada par, o módulo da carga elétrica transferida de uma para outra foi, respectivamente: $5e$; $1e$; $13e$.
 Do que foi afirmado, é verdade apenas o que se disse em:

- a) II, III, IV
 b) I e II
 c) I, III e IV
 d) II e III
 e) II e IV

6. Eletrização por indução

A **indução eletrostática** é um processo de separação de cargas elétricas de um condutor sem que ele tenha contato com qualquer outro corpo eletrizado. Cargas elétricas negativas são separadas de cargas elétricas positivas, ocupando regiões opostas no corpo. Em tempo: são apenas algumas cargas elétricas do corpo que participam do processo. Como veremos adiante, isso se consegue apenas com uma movimentação de alguns elétrons livres do condutor.

Vamos ao processo.

Tomemos dois corpos *A* e *B* com as seguintes características: o corpo *A* está eletrizado e pode ser constituído de substância isolante ou condutora; o corpo *B* está neutro e deve ser constituído de material condutor (alumínio, por exemplo).

Na figura 11 temos a esfera *A*, eletrizada positivamente e a esfera *B*, neutra. Devido às cargas elétricas da esfera *A* será possível formar-se a indução, por isso vamos chamá-la de **indutora**. O processo consiste em se aproximar, sem encostar, a esfera *B* da primeira. Com isso inicia-se a **indução eletrostática**: elétrons livres do condutor *B* se deslocam pela sua superfície, da direita para a esquerda, e temos em formação o processo de separação de cargas opostas (fig. 12). Num determinado instante cessa o movimento de elétrons e dizemos que o corpo *B* está **induzido**.

Observa-se na esfera *B* que a região da esquerda fica com um excesso de elétrons, enquanto a da direita fica com falta de elétrons, ou seja, com excesso de cargas positivas. Convém lembrar que a quantidade de elétrons em excesso do lado esquerdo é igual à de cargas positivas em excesso do lado direito.

A indução também pode ser verificada quando se usa uma esfera indutora negativa. A sequência de figuras 13 e 14 mostra-nos este segundo caso.

Cessada a indução, observaremos no lado direito da esfera *B* um excesso de elétrons e, do lado esquerdo, um excesso de cargas positivas. Destacamos ainda que o Princípio da Conservação das Cargas Elétricas é novamente verificado, pois a quantidade de cargas positivas em excesso do lado esquerdo é igual à quantidade de elétrons em excesso do lado direito.



Figura 11. Antes da indução.

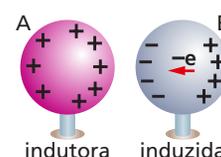


Figura 12. Durante a indução.

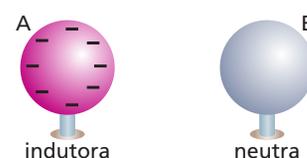


Figura 13. Antes da indução.

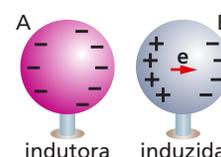


Figura 14. Durante a indução.

Em resumo, na indução:

- o corpo indutor pode estar eletrizado com cargas positivas ou negativas;
- não ocorre indução entre os corpos neutros;
- para qualquer que seja o sinal de carga do indutor, no induzido haverá separação de cargas, formando-se de um lado uma quantidade de eletricidade $+q$ e do outro $-q$;
- a carga elétrica total do induzido é zero, pois ele não recebeu cargas de outro corpo.

Eletrização do induzido

Pelo que vimos até aqui o induzido não foi eletrizado, pois sua carga elétrica total é zero.

No entanto, é possível eletrizarmos o induzido: para isso, em presença do indutor, vamos ligá-lo à terra por um fio condutor (fig. 15a). Elétrons sobem pelo fio terra, atraídos pelas cargas positivas do indutor. Eles são suficientes para anular as cargas positivas do induzido, neutralizando o lado direito, e ainda para aumentar o excesso de cargas do lado esquerdo.

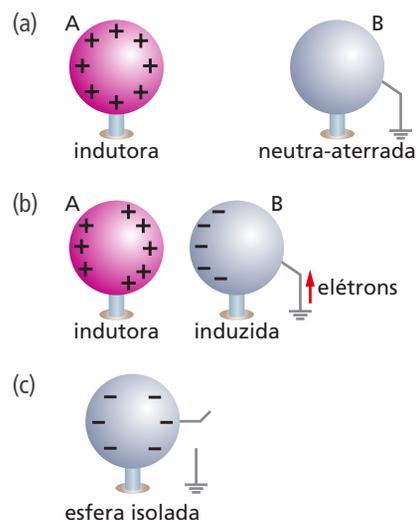
A seguir, ainda em presença do indutor, é retirado o fio terra. Não há nenhuma manifestação das cargas (fig. 15c).

Finalmente, o indutor é afastado do induzido. Seus elétrons espalham-se pela sua superfície, e ele está **eletrizado negativamente**.

Para obtermos uma esfera eletrizada com cargas positivas ao final do processo de indução, devemos usar uma esfera *A* indutora com cargas negativas.

Em resumo, na eletrização de um condutor por indução:

- o corpo neutro a ser induzido precisa estar ligado a outro corpo para receber carga elétrica externa. Geralmente a Terra é esse terceiro corpo;
- se usarmos um indutor positivo, o corpo neutro ficará negativo;
- se usarmos um indutor negativo, o corpo neutro ficará positivo;
- ao cortarmos o fio terra, devemos fazê-lo na presença do corpo indutor, para perdermos a carga elétrica do induzido.



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

Figura 15. Eletrização por indução.

A força de atração entre o indutor e o induzido

Se observarmos a figura 15b, notaremos imediatamente que as esferas *A* e *B* possuem cargas opostas, portanto, elas se **atraem**.

Se observarmos as figuras 12 e 14, também será fácil identificar a força de atração entre as duas esferas. No entanto, nesses dois casos, precisamos estudar cada uma das forças elétricas que surgem entre as cargas elétricas (fig. 16).

Descrição das forças

Entre as cargas das superfícies de *A* e de *B*, temos força de atração de módulo F . Entre as cargas positivas das duas esferas, há uma força de repulsão de módulo f . No entanto: $F \gg f$, e a força resultante é de atração.

O raciocínio será análogo se usarmos a figura 14: a força resultante também será de atração.

Em resumo:

após a indução haverá uma força resultante de atração entre o indutor e o induzido.

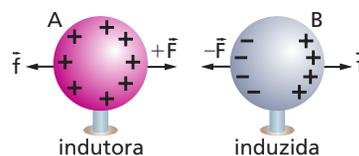


Figura 16. Força resultante de atração que surge no final da indução.

7 Polarização de substâncias isolantes

Na **indução eletrostática** realizada nesses três experimentos, usamos uma esfera condutora para ser induzida, o que facilitou a migração dos elétrons de um lado para o outro nesse corpo. No entanto, a indução também pode ser verificada em substâncias isolantes, como papel, isopor, plástico, etc. Nesse caso, em vez de uma migração de elétrons para o outro lado do induzido, ocorrerá uma polarização de moléculas na face voltada para o indutor (veja o box **Leitura**, a seguir). Também nessa situação, após a indução, aparecerá a força resultante de atração entre indutor e induzido.

A polarização da substância isolante

Quando usamos um corpo constituído de substância isolante para atuar como induzido, algumas moléculas da face voltada para a esfera indutora P sofrem uma deformação. A essa deformação chamamos **polarização**. Observe a figura *a*.

Cargas elétricas positivas situadas do lado direito da indutora P "enxergam" a face esquerda da esfera S e produzem uma "influência" eletrostática sobre as moléculas dela.

Essas moléculas sofrem então uma polarização, alinhando-se, aproximadamente como mostra a figura *a*.

Uma vez polarizadas as moléculas do indutor, teremos sobre elas uma força resultante atraindo o indutor e o induzido (fig. *b*). Essa força resultante é de atração, pelos mesmos motivos já explicados para a situação em que o induzido é condutor.

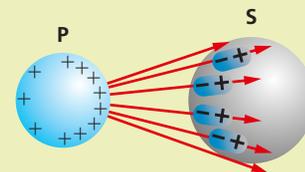


Figura *a*.

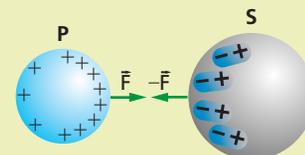


Figura *b*.

ILUSTRAÇÕES: ZAPT

A indução de substâncias isolantes por polarização explica como um pente de plástico, eletrizado por atrito contra os cabelos de uma pessoa, pode atrair papeizinhos picados sobre a mesa (fig. 17). O pente funciona como indutor, pois está eletrizado; os papeizinhos neutros são o induzido. Como o papel é uma substância não condutora, sua eletrização ocorre por indução. Como vimos, a força resultante é de atração.



Figura 17.

MIKE DUNNING/DORLING KINDERSLEY/GETTY IMAGES

8. Eletroscópios

Muitas vezes há interesse em saber se um corpo se encontra ou não eletrizado. Para tanto, usamos um aparelho simples, denominado **eletroscópio**.

O seu funcionamento tem por base o fenômeno da indução eletrostática. Os dois eletroscópios mais comuns são o eletroscópio de folhas e o pêndulo eletrostático.

Como veremos, os dois eletroscópios apenas vão detectar a presença de cargas elétricas no corpo, mas não vão identificar o sinal delas.

Eletroscópio de folhas

O **eletroscópio de folhas** é basicamente constituído por uma haste metálica alongada, tendo na extremidade superior uma esferinha metálica e na extremidade inferior duas delgadas lâminas de ouro (ou de papel alumínio), as quais formam as duas folhas do eletroscópio.

O funcionamento do eletroscópio de folhas é muito simples: da esfera superior do eletroscópio aproximamos um corpo eletrizado, que funciona como indutor. O corpo metálico do eletroscópio sofre indução, e as lâminas inferiores adquirem cargas de mesmo sinal. Com isso, elas se repelem e se "abrem". Essa abertura das lâminas é a prova de que cargas elétricas estão próximas do aparelho.



Figura 18. Eletroscópio de folhas.

Na figura 19 mostramos o caso de um bastão *P*, eletrizado positivamente e colocado próximo da esfera superior do eletroscópio. Por indução, cargas negativas sobem para a esfera superior; ora, isso deixa as duas lâminas de ouro com falta de elétrons, isto é, positivas. Surge entre elas uma força de repulsão, e essas lâminas se afastam.

Caso o indutor esteja eletrizado negativamente, elétrons serão repelidos e escoarão para as lâminas, as quais se abrem devido à força de repulsão entre os elétrons.

Tal como dissemos, o eletroscópio não identifica o sinal da carga do indutor, mas apenas detecta nele a presença de cargas elétricas, sejam estas positivas ou negativas.

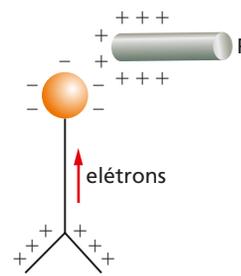


Figura 19.

O pêndulo eletrostático

O **pêndulo eletrostático** é constituído por uma pequena esfera muito leve de material condutor ou mesmo isolante. Geralmente usamos o isopor recoberto por uma fina camada de tinta alumínio (*spray*) para melhorar o seu funcionamento.

Seu funcionamento baseia-se também no fenômeno da indução eletrostática.

Aproximando-se dele um corpo *C*, eletrizado, sua esfera é atraída eletrostaticamente (fig. 20).

O pêndulo é apenas uma comprovação experimental da indução eletrostática. A força de atração tem a mesma justificação dada anteriormente com as figuras 16 e 17.

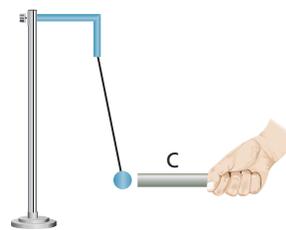


Figura 20. Pêndulo eletrostático.

ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Experimento

Vamos realizar um experimento de indução que será sucesso total entre seus colegas!

Material necessário: duas folhas de papel toalha, branquinhas; um canudo de refrigerante e um par de óculos com aro de metal.

Preparação:

- Pique em pedaços bem pequenos meia folha do papel toalha. Deixe esse punhado na mesa de experiência.
- Esfregue vigorosamente o canudinho com a folha de papel toalha, sempre no mesmo sentido. Faça isso pelo menos vinte vezes.

Ação 1: O canudinho está eletrizado e será o seu indutor. Aproxime o extremo eletrizado dos papeizinhos e verá a indução atraí-los para a ponta do canudinho.

Ação 2: Agora o sucesso: coloque os óculos e aproxime o canudinho da armação metálica. A indução se encarregará do resto... grudará!

Exercícios de Aplicação

20. Num processo de eletrização por indução o corpo induzido:

- a) adquire carga elétrica oposta à do indutor e por isso ambas se atraem.
- b) adquire carga elétrica do mesmo sinal do indutor e por isso ambas se repelem.
- c) continua com carga elétrica total igual a zero; a atração se explica pela proximidade

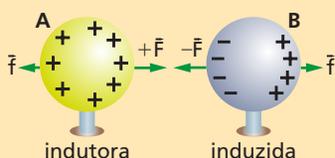
entre as cargas indutoras e induzidas que são opostas.

- d) continua com carga elétrica total igual a zero; a repulsão se explica pela proximidade entre as cargas indutoras e induzidas que são do mesmo sinal.
- e) é necessariamente um corpo previamente eletrizado.

Resolução:

No processo de indução o sistema constituído por um indutor e um induzido não recebe carga elétrica externa. O corpo indutor não transfere carga elétrica para o induzido, pois apenas se aproxima dele sem tocá-lo. Deste modo o induzido terá ao final do processo a mesma quantidade de eletricidade que possuía no início, ou seja, zero.

Neste processo, as cargas induzidas do indutor se aproximam das cargas indutoras, pois são cargas opostas; então ocorre uma atração elétrica. Observe na figura que $F > f$, e a força resultante é de atração.



Logo, a alternativa correta é a c.

21. Se a esfera indutora possuir carga elétrica positiva, o processo de indução será verificado:

- a) somente se a esfera induzida for metálica.
- b) somente se a esfera indutora for metálica.
- c) somente se o corpo induzido for esférico e metálico.
- d) somente se o corpo induzido for esférico e de material isolante.
- e) para qualquer material condutor e também alguns não condutores que se polarizam com facilidade.

22. Na figura *a* temos duas esferas metálicas, *A* e *B*, sobre suportes isolantes, encostadas uma na outra. Pelo lado esquerdo, como se indica, aproximamos uma esfera *P* eletrizada positivamente a fim de produzir indução eletrostática em ambas.

- a) Descreva a indução.
- b) O que ocorrerá se separarmos as esferas *A* e *B*, ainda em presença de *P*?
- c) O que ocorrerá se, a seguir, afastarmos *P*?

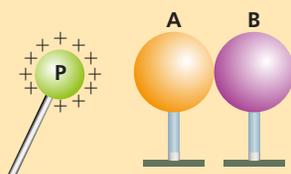


Figura *a*.

Resolução:

a) Com a aproximação da esfera *P* pelo lado esquerdo, haverá atração de elétrons de ambas as esferas. Estando elas encostadas uma na outra, elétrons passarão da esfera *B* para a esfera *A*. Ocorrerá então um acúmulo de elétrons na esfera *A*, notadamente no seu lado esquerdo, ao passo que a esfera *B* ficará com falta de elétrons, tornando-se positiva (fig. *b*).

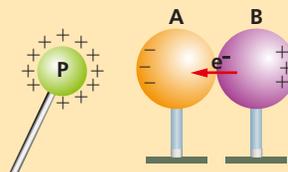


Figura *b*.

b) Se separarmos as esferas *A* e *B*, em presença de *P*, suas cargas elétricas permanecerão do mesmo modo (fig. *c*).

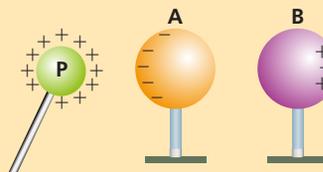


Figura *c*.

c) Se levarmos para longe o corpo indutor, as esferas *A* e *B* continuarão eletrizadas (fig. *d*). As cargas se distribuirão nas esferas *A* e *B*.

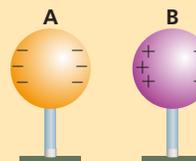
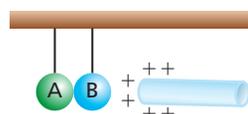


Figura *d*.

23. Duas esferas neutras, constituídas de material condutor muito leve, estão suspensas por fios isolantes, como mostra a figura. Se aproximarmos um bastão de vidro, positivamente eletrizado, da esfera *B*, o que ocorrerá?



ILUSTRAÇÕES: ZAPF

24. No laboratório de Física o professor deu a cada grupo de alunos o seguinte material: uma esfera P previamente eletrizada com carga elétrica negativa; uma segunda esfera metálica S no estado neutro (sem nenhuma carga elétrica); e um fio condutor. O professor determinou que fossem feitos dois experimentos:

- Eletrizar a esfera S com carga elétrica negativa.
- Eletrizar a esfera S com carga elétrica positiva.

Descreva o procedimento de cada experimento.

Resolução:

- Estando a esfera P eletrizada negativamente, para eletrizar a esfera S também com cargas elétricas negativas basta estabelecer uma conexão entre elas (fig. a). Desse modo os estudantes deverão usar o fio condutor e interligar as duas esferas, como mostra a figura a . Cargas elétricas negativas de S fluirão até a esfera P e, em pouco tempo, as duas estarão positivamente carregadas.

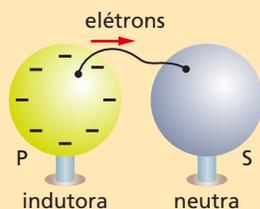


Figura a .

- Pretende-se eletrizar a esfera S com carga oposta à da esfera P . Deve-se usar a indução eletrostática, porém haverá necessidade de se ligar a esfera B a outro corpo, por exemplo, a Terra. Usa-se o condutor como fio terra. A sequência é a seguinte:

- Liga-se o fio terra em S e se aproxima dela a esfera P , a qual será a indutora (fig. b).

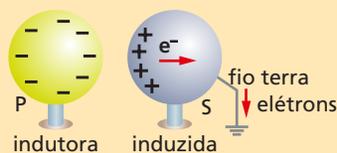


Figura b .

- Ainda em presença da esfera indutora, desliga-se o fio terra da esfera S (fig. c). Nesse momento, a esfera S terá elétrons em falta resultantes da indução e dos elétrons que escoaram para a Terra.

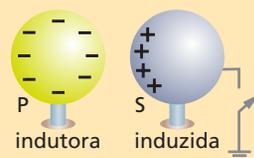


Figura c .

- Afasta-se para o infinito a esfera indutora. A esfera S , isolada da Terra e da esfera P , se manterá carregada positivamente e suas cargas vão se distribuir uniformemente pela sua superfície externa.

ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

25. Um estudante recebeu de seu professor de laboratório de Física o seguinte material: uma esfera A eletrizada positivamente; uma esfera B metálica neutra; um fio terra F_1 (fio de cobre com uma das extremidades já ligada à terra); e outro pedaço de fio de cobre F_2 , solto. O professor pede ao aluno que execute as seguintes tarefas:

- eletrizar positivamente B e depois a descarregar;
- eletrizar negativamente B e a deixar carregada, afastando-a de A .

Descreva o que deve ser feito para realizar cada uma dessas tarefas.

26. Na figura a , representamos um eletroscópio A de folhas, inicialmente neutro. Na figura b , representamos um eletroscópio B de folhas, inicialmente neutro, porém ligado à terra. Um bastão de borracha N , carregado de cargas elétricas negativas, é aproximado de A . Outro bastão de borracha P , carregado de cargas elétricas positivas, é aproximado de B . Nenhum dos bastões toca nos eletroscópios.



Figura a .

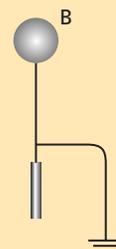


Figura b .

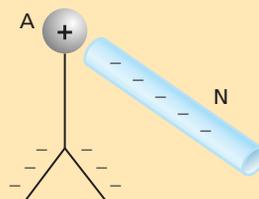


Figura c .

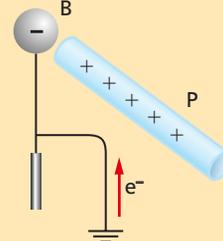


Figura d .

- a) Descreva o que ocorrerá no eletroscópio *A*.
 b) Descreva o que ocorrerá no eletroscópio *B*.

Resolução:

- a) Ao aproximarmos o bastão *N* eletrizado negativamente do eletroscópio *A*, ocorrerá indução, e as suas lâminas se abrirão. A distribuição de cargas é a indicada pela figura *c*.
 b) Ao aproximarmos o bastão *P* eletrizado positivamente do eletroscópio *B*, ligado à terra, ocorrerá indução. Haverá subida de elétrons, da terra para a esfera do eletroscópio. As lâminas, contudo, permanecerão neutras e não se abrirão.

A figura *d* indica a distribuição de cargas.

27. Um estudante possuía um eletroscópio, um canudinho de refresco e um papel toalha branco e limpo. Realizou então o seguinte experimento:

- 1º) atritou o papel toalha várias vezes no canudinho até eletrizá-lo por atrito;

- 2º) aproximou o lado do canudinho eletrizado da esferinha superior do eletroscópio;
 3º) mantendo o canudinho próximo do eletroscópio, encostou um dedo no corpo metálico do eletroscópio.

Analise as afirmativas a seguir e assinale verdadeiro (V) ou falso (F).

- I. Ao aproximar o canudinho do eletroscópio, suas lâminas se abriram.
 II. Ao tocar com um dedo no corpo metálico do eletroscópio, suas lâminas se fecharam.
 III. Ao tocar com um dedo no corpo metálico do eletroscópio, suas lâminas não se fecharam.
 IV. O dedo do estudante, encostado no eletroscópio, fez o papel de fio terra.

Do que se afirmou, são verdadeiras apenas:

- a) I e IV d) I, III e IV
 b) II, III e IV e) I, II e IV
 c) II e IV

Exercícios de Reforço

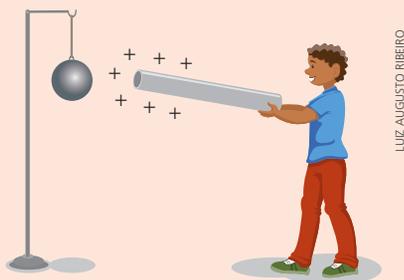
28. Levando-se em conta os processos de eletrização por contato, por atrito e por indução:

- I. Um corpo neutro pode ser atraído por um corpo eletrizado.
 II. Só os corpos eletrizados podem sofrer atração elétrica.
 III. Um corpo neutro só é atraído por um corpo eletrizado se estiver ligado à terra.

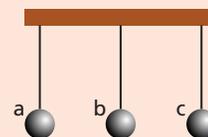
Dessas afirmações pode-se dizer que é(são) correta(s):

- a) somente I. d) somente I e II.
 b) somente II. e) somente II e III.
 c) somente III.

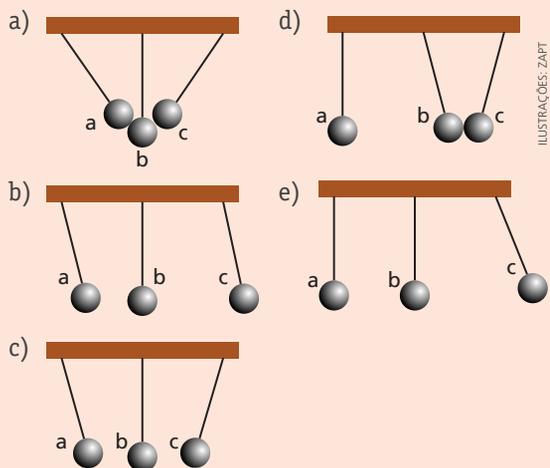
29. Aproximamos um bastão eletrizado de um pêndulo eletrostático. O que ocorrerá?



30. (Udesc-SC) Três pequenas esferas metálicas idênticas, eletricamente neutras, são suspensas por fios flexíveis e isolantes, presos a um suporte não condutor, conforme mostra a figura.

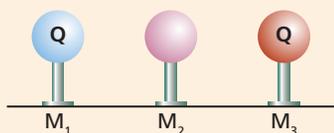


A figura abaixo que representa uma possível situação de equilíbrio, após a esfera *b* receber certa quantidade de carga elétrica, é:



Exercícios de Aprofundamento

31. (Fuvest-SP) Três esferas metálicas M_1 , M_2 e M_3 , de mesmo diâmetro e montadas em suportes isolantes, estão bem afastadas entre si e longe de outros objetos.



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

Inicialmente, M_1 e M_3 têm cargas iguais, com valor Q , e M_2 está descarregada. São realizadas duas operações, na sequência indicada:

- I. A esfera M_1 é aproximada de M_2 até que ambas fiquem em contato elétrico. A seguir, M_1 é afastada até retornar à sua posição inicial.
- II. A esfera M_3 é aproximada de M_2 até que ambas fiquem em contato elétrico. A seguir, M_3 é afastada até retornar à sua posição inicial.

Após essas duas operações, as cargas nas esferas serão cerca de:

| | M_1 | M_2 | M_3 |
|----|----------------|----------------|----------------|
| a) | $\frac{Q}{2}$ | $\frac{Q}{4}$ | $\frac{Q}{4}$ |
| b) | $\frac{Q}{2}$ | $\frac{3Q}{4}$ | $\frac{3Q}{4}$ |
| c) | $\frac{2Q}{3}$ | $\frac{2Q}{3}$ | $\frac{2Q}{3}$ |
| d) | $\frac{3Q}{4}$ | $\frac{Q}{2}$ | $\frac{3Q}{4}$ |
| e) | Q | zero | Q |

32. Duas esferas metálicas, A e B , inicialmente neutras, encontram-se suspensas por fios isolantes, presas a um suporte horizontal (fig. 1). Aproximase das esferas, sem tocá-las, um bastão eletrizado positivamente (fig. 2) e, mantendo o bastão próximo, toca-se rapidamente uma das esferas com uma das mãos (fig. 3). A mão é, então, afastada, e, logo depois, afasta-se o bastão (fig. 4).

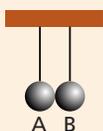


Figura 1.

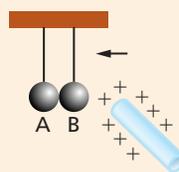


Figura 2.

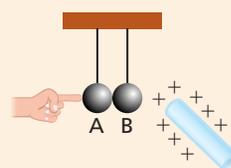


Figura 3.

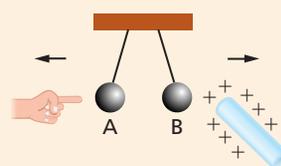


Figura 4.

Ao final desse processo, as esferas estarão:

- a) A e B negativas.
 - b) A e B positivas.
 - c) A negativa e B positiva.
 - d) A neutra e B negativa.
 - e) A negativa e B neutra.
33. Até o século XIX a eletricidade conhecida era apenas a estática, a qual era obtida por atrito entre duas substâncias diferentes. Vamos reproduzir um experimento de Eletrostática:

- Atrita-se uma resina plástica em um pedaço de vidro, estando ambos inicialmente neutros, e se observa que o vidro adquiriu uma quantidade de eletricidade positiva Q_1 e a resina, uma quantidade de carga negativa Q_2 .
- Um pedaço de ebonite contém uma quantidade de carga elétrica positiva Q_3 .
- As três peças eletrizadas são colocadas simultaneamente em contato entre si e verifica-se que as quantidades de eletricidade se modificaram, tendo o vidro ficado com Q_v , o plástico com Q_p e o ebonite com Q_e .

Analisar as afirmativas que se seguem e identificar as corretas:

$$\text{I. } Q_V + Q_P + Q_E = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$\text{II. } Q_V + Q_P + Q_E = Q_3$$

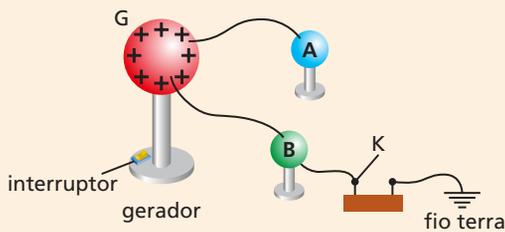
$$\text{III. } Q_V + Q_P + Q_E = Q_1 - Q_2 - Q_3$$

$$\text{IV. } Q_V + Q_P + Q_E < 0$$

São corretas as alternativas:

- a) I, II e IV apenas. d) I e II apenas.
 b) II e III apenas. e) I, II, III e IV.
 c) I e IV apenas.

- 34.** Para mostrar aos seus alunos a utilidade do uso do fio terra, um professor montou um experimento usando um gerador de cargas elétricas G ; duas esferas, A e B , em suportes isolantes; fios condutores e um interruptor K .



Ligando-se as esferas A e B como indica o esquema, ele acionou o gerador de cargas positivas, mantendo a chave K desligada.

Após algum tempo, os fios que conectam A e B ao gerador foram desligados e a chave K foi ligada. O que restou no final? As esferas A e B permaneceram carregadas?

- 35.** (UnB-DF) Nas figuras abaixo, representando situações independentes entre si, as pequenas esferas metálicas pendentes de fios leves e flexíveis podem ou não ser carregadas. Considere, portanto, a possibilidade de haver indução.



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Todas as afirmações abaixo estão absolutamente corretas, exceto uma.

- a) A situação I só ocorre quando ambas as esferas estão carregadas com cargas de mesmo sinal.
 b) A situação II só ocorre quando ambas as esferas estão carregadas com cargas de sinal oposto.
 c) A situação III só ocorre quando ambas as esferas estão descarregadas.
 d) Em qualquer das esferas que estejam carregadas, sua carga estará localizada sobre uma superfície.

- 36.** Realizou-se um experimento envolvendo quatro esferas idênticas A , B , C e D . No início, apenas a esfera B possuía uma carga elétrica Q . Fez-se então contatos sucessivos de: A com B ; B com C e C com D . Resultou na esfera D uma carga elétrica negativa $-3e$. Determine:

- a) as cargas finais de A , B e C ;
 b) a carga Q inicial da esfera B .

Força elétrica – Lei de Coulomb

No capítulo 1 deste volume aprendemos que duas cargas elétricas podem se atrair ou se repelir, mas não chegamos a medir ou calcular a intensidade dessa força elétrica. Neste capítulo vamos apresentar os estudos e experimentos de Coulomb para duas cargas elétricas puntiformes.

1. O experimento de Coulomb

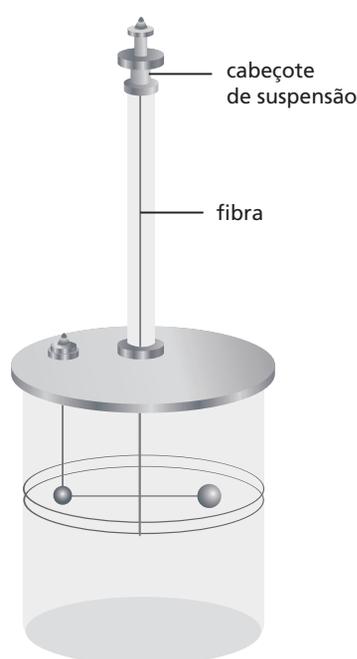
Usando uma balança de torção (fig. 1) Charles Augustin de Coulomb, em 1785, na França, conseguiu medir a intensidade da força elétrica entre duas partículas eletrizadas.

Inicialmente Coulomb providenciou que as partículas fossem geometricamente idênticas, garantindo que, uma vez colocadas em contato, adquiririam a mesma carga elétrica.

Eletrizando as esferinhas da balança, elas se repeliram. A medida do ângulo de torção e a intensidade da força elétrica entre as duas cargas eram proporcionais. Assim, a força elétrica pôde ser avaliada.

Repetidos experimentos com outros pares de cargas elétricas levaram Coulomb a enunciar a sua Lei, a qual reproduzimos a seguir.

1. O experimento de Coulomb
2. A Lei de Coulomb
3. Análise gráfica da Lei de Coulomb
4. Força entre três ou mais partículas eletrizadas
5. A permissividade elétrica de um meio



LUIZ AUGUSTO RIBEIRO

Recordemos:

As cargas elétricas puntiformes têm dimensões desprezíveis quando comparadas com as distâncias que as separam.

Figura 1. A balança de torção.

2. A Lei de Coulomb

Consideremos duas cargas elétricas puntiformes q e Q separadas por uma distância d e situadas no vácuo. Como sabemos, elas se atraem ou se repelem conforme sejam seus sinais iguais ou opostos (fig. 2).

As forças elétricas que atuam nas duas partículas têm a mesma intensidade para qualquer que seja o meio ambiente em que se encontrem. No entanto, no caso especial do vácuo, as cargas elétricas não interagem com o meio, mas apenas entre si; portanto, são forças de ação e de reação.

Independentemente do meio, vamos chamar o par de forças elétricas de $+\vec{F}$ e $-\vec{F}$. A intensidade dessas duas forças será chamada simplesmente de F .

$$|+\vec{F}| = |-\vec{F}| = F$$

Coulomb verificou que a intensidade da força elétrica dependia:

- do módulo das duas cargas elétricas;
- da distância que separa as duas partículas;
- do meio ambiente em que se encontram as cargas elétricas.

Na Eletrostática, a umidade do ar é uma grande inimiga dos experimentos. Para evitá-la, procura-se trabalhar no vácuo ou em climas secos e ensolarados. Por princípio, quando não citarmos neste livro o meio ambiente, vamos admitir que se trate do vácuo.

A grande descoberta de Coulomb em seu experimento foi a influência da distância no módulo da força elétrica:

A intensidade da força elétrica é inversamente proporcional ao quadrado da distância que separa as duas partículas.

Por outro lado era bastante intuitivo que força e carga elétrica eram proporcionais, e isso completou o enunciado de sua lei:

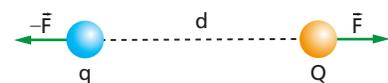
A intensidade da força elétrica entre duas partículas eletrizadas é diretamente proporcional ao produto das cargas elétricas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que as separa.

Matematicamente se escreve:

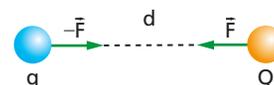
$$F = K_0 \frac{|q| \cdot |Q|}{d^2}$$

Nessa expressão, K_0 é uma constante de proporcionalidade, denominada **constante eletrostática do vácuo**. No Sistema Internacional de unidades (SI), temos que:

$$K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$



(a) Cargas elétricas de mesmo sinal.



(b) Cargas elétricas de sinais opostos.

Figura 2. Pares de cargas elétricas puntiformes eletrizadas.

O valor da constante eletrostática em outros meios

Caso as cargas puntiformes não se encontrem no vácuo, a constante eletrostática passará a ser indicada apenas por K , e o seu valor será menor que o de K_0 .

No ar seco, pode-se admitir, com pequena margem de erro:

$$K_{\text{ar}} \cong K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

A tabela 1 dá alguns valores da constante eletrostática em alguns meios homogêneos. Não há necessidade, no entanto, de darmos muita importância a ela, pois, como já estabelecemos, o nosso estudo será feito, preliminarmente, no vácuo.

Unidades das grandezas envolvidas na fórmula de Coulomb

Já conhecemos quase todas as grandezas envolvidas na equação de Coulomb: a força, a carga elétrica e a distância. A novidade é a constante eletrostática K . Façamos, então:

$$F = \frac{K \cdot q \cdot Q}{d^2} \Rightarrow K \cdot q \cdot Q = F \cdot d^2$$

$$K = \frac{F \cdot d^2}{q \cdot Q}$$

No SI temos, então, o seguinte quadro de unidades:

| Unidade de F | Unidade de Q | Unidade de d | Unidade de K |
|----------------|----------------|----------------|--|
| N (newton) | C (coulomb) | m (metro) | $\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$ |

Na Eletrostática as esferas não comportam muita carga elétrica. Na prática suas cargas são inferiores a 10^{-6} C. Isso justifica o uso dos submúltiplos do coulomb: milicoulomb, nanocoulomb, picocoulomb.

Só para recordar:

mC = milicoulomb = 10^{-3} C
 μ C = microcoulomb = 10^{-6} C
 nC = nanocoulomb = 10^{-9} C
 pC = picocoulomb = 10^{-12} C

| Substância | $K \left(\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \right)$ |
|------------|---|
| ar seco | $\cong 9,0 \cdot 10^9$ |
| água | $1,1 \cdot 10^8$ |
| benzeno | $2,3 \cdot 10^9$ |
| petróleo | $3,6 \cdot 10^9$ |
| etanol | $3,6 \cdot 10^8$ |

Tabela 1. Valores da constante eletrostática em alguns meios.

Exemplo 1

Para nos acostumarmos com as contas, com as potências de 10 e com as unidades de cargas, vamos determinar a força eletrostática entre duas partículas separadas pela distância de 3,0 mm, no vácuo, sendo dados:

$$Q = 4,0 \text{ nC}; q = 5,0 \text{ nC}; K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

O primeiro passo é fazer as conversões para o SI, usando sempre potências de 10:

$$Q = 4,0 \text{ nC} = 4,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$q = 5,0 \text{ nC} = 5,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$d = 3,0 \text{ mm} = 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Escrevemos a equação de Coulomb e, em seguida, substituímos esses valores e procedemos aos devidos cancelamentos:

$$F = \frac{K_0 \cdot q \cdot Q}{d^2}$$

$$F = \frac{9,0 \cdot 10^9 \cdot (5,0 \cdot 10^{-9}) \cdot (4,0 \cdot 10^{-9})}{(3,0 \cdot 10^{-3})^2} \Rightarrow F = \frac{9,0 \cdot 5,0 \cdot 4,0 \cdot 10^{-9}}{9,0 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow F = 20 \cdot 10^{-3} \text{ N} \Rightarrow F = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

3. Análise gráfica da Lei de Coulomb

A Lei de Coulomb nos garante que, para dois valores fixos de cargas elétricas (q e Q), a intensidade da força eletrostática é inversamente proporcional ao quadrado da distância que separa as partículas eletrizadas:

$$F = k_1 \frac{1}{d^2}, \text{ onde } k_1 = K \cdot |q| \cdot |Q| \text{ (constante)}$$

Observando a equação acima, verificamos que, se dobrarmos a distância, a força ficará dividida por 4. Se triplicarmos a distância, a força ficará dividida por 9, e assim sucessivamente.

Na tabela a seguir mostramos os resultados dessa relação, variando convenientemente a distância d . Na figura 3 mostramos o gráfico da intensidade da força com a distância.

| Distância | d | $2d$ | $3d$ | $4d$ | $5d$ |
|-----------|-----|---------------|---------------|----------------|----------------|
| Força | F | $\frac{F}{4}$ | $\frac{F}{9}$ | $\frac{F}{16}$ | $\frac{F}{25}$ |

Tabela 2.

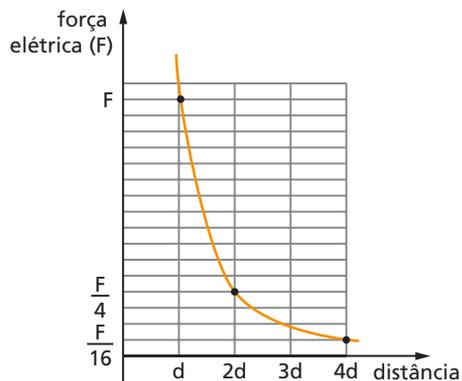
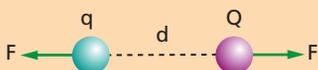


Figura 3. A intensidade da força elétrica pela distância.

Exemplo 2

Medimos a distância d entre duas partículas eletrizadas com cargas elétricas positivas q e Q . Medimos também a intensidade da força F de repulsão entre elas. O que ocorrerá com a intensidade dessa força se duplicarmos a distância d ?

Vamos elaborar duas figuras (4a e 4b) mostrando o que se pede.



(a) Situação inicial.



(b) Situação final.

Figura 4.

Na situação inicial temos:

$$F = \frac{K_0 \cdot q \cdot Q}{d^2} = \frac{k}{d^2} \quad (1)$$

Na situação final:

$$F' = \frac{K_0 \cdot q \cdot Q}{(2d)^2} = \frac{k}{4d^2} \quad (2)$$

Dividindo-se membro a membro a equação (1) pela (2):

$$\frac{F'}{F} = \frac{\frac{k}{4d^2}}{\frac{k}{d^2}} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{4} \Rightarrow F' = \frac{F}{4}$$

Conclusão: a intensidade da força é reduzida à sua quarta parte. Esse resultado é a essência da Lei de Coulomb.

ILUSTRAÇÕES: ZAPIT

Exercícios de Aplicação

1. Duas partículas eletrizadas estão separadas por uma distância de 3,0 mm, no vácuo, para o qual a constante eletrostática é $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$.

Determine a intensidade da força elétrica entre elas, sabendo que suas cargas elétricas são: $Q_1 = 2,0 \text{ pC}$ e $Q_2 = 6,0 \text{ pC}$.

Resolução:

Passamos as unidades para o SI.

$$Q_1 = 2,0 \text{ pC} = 2,0 \cdot 10^{-12} \text{ C}$$

$$Q_2 = 6,0 \text{ pC} = 6,0 \cdot 10^{-12} \text{ C}$$

$$d = 3,0 \text{ mm} = 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$F = K_0 \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2}$$

$$F = \frac{9,0 \cdot 10^9 \cdot 2,0 \cdot 10^{-12} \cdot 6,0 \cdot 10^{-12}}{(3,0 \cdot 10^{-3})^2}$$

$$F = \frac{9,0 \cdot 2,0 \cdot 6,0 \cdot 10^{-15}}{9,0 \cdot 10^{-6}}$$

$$F = 12 \cdot 10^{-9} \text{ N} \quad \text{ou} \quad F = 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

2. Duas partículas de cargas elétricas $Q_1 = +2,0 \text{ nC}$ e $Q_2 = -9,0 \text{ nC}$ foram fixadas a uma distância de 1,5 cm. O meio ambiente é o vácuo, para o qual a constante eletrostática é $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$. Determine:

- se a força elétrica é de repulsão ou de atração;
- o módulo da força elétrica;
- a nova intensidade da força se a distância entre elas for duplicada.

3. A distância entre duas partículas eletrizadas é d , e as cargas elétricas são q e Q . A intensidade da força elétrica de repulsão entre elas é F . O meio possui constante eletrostática igual a K_0 . Determine:

- a intensidade da força elétrica F em função dos parâmetros q , Q , d e K_0 ;
- a intensidade da força F' em função exclusiva de F se dobrarmos a distância e triplicarmos o valor inicial de cada uma das cargas elétricas.

Resolução:

- a) Na figura *a* temos a situação inicial:

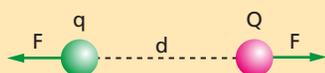


Figura a.

Usando a Lei de Coulomb:

$$F = K_0 \frac{q \cdot Q}{d^2} \quad (1)$$

- b) Na figura *b* temos a nova situação:



Figura b.

Novamente usando a Lei de Coulomb à configuração de cargas:

$$F' = K_0 \frac{(3q) \cdot (3Q)}{(2d)^2}$$

$$F' = K_0 \frac{9 \cdot q \cdot Q}{4d^2} \quad (2)$$

Substituindo-se em (1) ou (2):

$$F' = \frac{9}{4} F$$

4. Sabe-se que F é a intensidade da força elétrica entre duas partículas idênticas, de mesma carga elétrica Q , situadas no vácuo, separadas pela distância d . Duplicamos uma das cargas elétricas e reduzimos a distância ao valor de um terço $\left(\frac{d}{3}\right)$ da anterior. A nova intensidade da força elétrica passa a ser:

- a) $9F$ b) $18F$ c) $\frac{9F}{4}$ d) $\frac{4F}{9}$ e) $\frac{2F}{9}$

5. Duas partículas estão separadas pela distância d , no vácuo, e suas cargas elétricas são $2Q$ e $5Q$. Nessas condições a intensidade da força elétrica entre elas é F . Metade da carga elétrica da primeira partícula é transportada para a segunda, e a distância é dobrada. A intensidade da força elétrica passou a ser:

- a) $\frac{3F}{20}$ b) $\frac{20F}{3}$ c) $\frac{5F}{3}$ d) $\frac{3F}{5}$ e) $\frac{F}{4}$

6. Duas partículas estão eletrizadas com cargas elétricas q e Q , tal que a relação entre elas é $Q = \frac{2q}{3}$. Separadas pela distância $d = 2,0 \text{ mm}$, no vácuo, interagiram com força de repulsão de 5,4 N. Determine os valores de q e Q , conhecida a constante eletrostática: $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$.

Resolução:

Usando a Lei de Coulomb e os valores dados, temos:

$$F = 5,4 \text{ N}; d = 2,0 \text{ mm} = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$Q = \frac{2q}{3}$$

$$K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

$$F = K_0 \frac{q \cdot Q}{d^2} \Rightarrow F = K_0 \cdot \frac{q \cdot \left(\frac{2q}{3}\right)}{d^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{K_0 \cdot q^2}{d^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3d^2 \cdot F = 2K_0 \cdot q^2$$

$$q^2 = \frac{3d^2 \cdot F}{2K_0} \Rightarrow q^2 = \frac{3 \cdot (2,0 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 5,4}{2 \cdot 9,0 \cdot 10^9} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q^2 = 36 \cdot 10^{-16} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = \pm \sqrt{36 \cdot 10^{-16}} \Rightarrow q = \pm 6,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

$$Q = \frac{2}{3} q \Rightarrow Q = \pm \frac{2}{3} \cdot 6,0 \cdot 10^{-8} \text{ C} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = \pm 4,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

7. Duas partículas idênticas, eletrizadas com carga elétrica Q , separadas em 1,0 cm, no vácuo, repelem-se com força elétrica de intensidade 160 N. Determine o valor de Q . Constante eletrostática: $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$.

Enunciado para os exercícios 8 e 9.

Nas figuras que se seguem o meio é o vácuo, cuja constante eletrostática é $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$.

Na figura *a*, há duas partículas eletrizadas: $Q_1 = 6,0 \mu\text{C}$ e $Q_2 = 2,0 \mu\text{C}$. Na figura *b*, as partículas foram invertidas e a distância, triplicada.

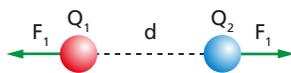


Figura a.

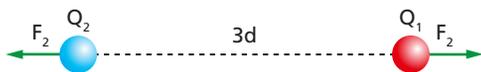


Figura b.

8. A relação entre as intensidades das forças $\frac{F_1}{F_2}$ é:
- a) 1 d) $\frac{1}{9}$
 b) 9 e) $-\frac{1}{9}$
 c) -9

9. Sendo a distância entre as duas partículas da figura *a* dada por $d = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}$, então a intensidade da força F_1 vale:
- a) $2,7 \cdot 10^2 \text{ N}$ c) 48 N e) $5,4 \cdot 10^9 \text{ N}$
 b) $2,7 \cdot 10^6 \text{ N}$ d) $4,8 \cdot 10^5 \text{ N}$

10. Duas partículas idênticas estão eletrizadas com a mesma carga elétrica Q . Estando afastadas de 4,0 mm, a força repulsiva tem intensidade de $9,0 \cdot 10^{-3} \text{ N}$. Dado $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$, determine o valor da carga Q .
- a) $Q = +4,0 \text{ nC}$ d) $Q = \pm 16 \text{ nC}$
 b) $Q = -4,0 \text{ nC}$ e) $Q = +16 \text{ nC}$
 c) $Q = \pm 4,0 \text{ nC}$

Resolução:

$$F = \frac{K_0 \cdot |Q| \cdot |Q|}{d^2}$$

$$d^2 \cdot F = K_0 \cdot Q^2$$

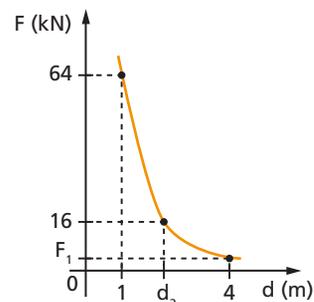
$$Q^2 = \frac{d^2 \cdot F}{K_0}$$

$$Q^2 = \frac{(4,0 \cdot 10^{-3})^2 \cdot (9,0 \cdot 10^{-3})}{9,0 \cdot 10^9} = 16 \cdot 10^{-18}$$

$$Q = \pm 4,0 \cdot 10^{-9} \Rightarrow Q = \pm 4,0 \text{ nC}$$

11. Duas partículas eletrizadas com cargas elétricas Q e $4Q$, separadas por uma distância de 1,0 mm, no vácuo, repelem-se com uma força elétrica de intensidade 144 kN. Sendo a constante eletrostática igual a $9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$, o valor da carga menor é:
- a) $2,0 \mu\text{C}$ c) $\pm 6,0 \mu\text{C}$ e) $6,0 \text{ nC}$
 b) $2,0 \text{ nC}$ d) $\pm 2,0 \mu\text{C}$

12. A intensidade da força elétrica em função da distância entre duas partículas está representada no gráfico da figura.



Determine:

- a) a intensidade F_1 ; b) a distância d_2 .

Exercícios de Reforço

13. (Vunesp-SP) Considere duas pequenas esferas eletrizadas, separadas pela distância $d = 0,3 \text{ m}$, em que uma delas possui carga elétrica $Q_1 = 1,0 \text{ nC}$ e a outra, $Q_2 = -5,0 \text{ nC}$. Utilizando-se a constante eletrostática $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$:
- calcule o módulo da força eletrostática entre elas;
 - determine novamente o módulo da força eletrostática, porém para uma nova distância $D = 0,6 \text{ m}$ (o dobro da anterior).
14. Duas partículas de cargas elétricas positivas $2q$ e Q estão separadas por uma distância d e repelem-se com uma força elétrica de intensidade F_1 . Retiramos metade da carga elétrica da primeira partícula e a adicionamos à segunda partícula.

Se não alterarmos a distância inicial entre elas, a força elétrica de repulsão passará a ser F_2 .

Analise as seguintes proposições e responda:

- De acordo com o Princípio da Conservação da Carga Elétrica, teremos $F_2 = F_1$.
- Se e somente se $q = Q$, então $F_2 = F_1$.
- Qualquer que seja a relação entre as cargas q e Q , teremos $F_2 = 2F_1$.
- Qualquer que seja a relação entre as cargas q e Q , teremos $F_1 = 2F_2$.

São verdadeiras as afirmativas:

- I e III, apenas.
- I, III e IV, apenas.
- II, apenas.
- I e IV, apenas.
- IV, apenas.

4. Força entre três ou mais partículas eletrizadas

A equação de Coulomb foi desenvolvida para duas e somente duas partículas eletrizadas. No entanto, há situações que envolvem três ou mais partículas, e devemos calcular a força elétrica em cada uma delas. Nesse caso, selecionamos os pares de partículas que atendem a nossa necessidade e determinamos a força elétrica em cada par. A seguir calculamos a força resultante em cada partícula. O exemplo 3 ilustra uma dessas situações.

Exemplo 3

Dispomos de três partículas idênticas cuja carga elétrica é positiva e de valor q . Vamos determinar a força resultante na partícula C.

Primeiro, desenhamos na figura a força elétrica de repulsão \vec{F}_{AC} e \vec{F}_{CA} entre as partículas A e C e determinamos o seu módulo.

$$F_{AC} = F_{CA} = k \frac{q \cdot q}{d_2^2} \Rightarrow F_{AC} = F_{CA} = \frac{k \cdot q^2}{d_2^2}$$

Em seguida, desenhamos na mesma figura a força elétrica de repulsão \vec{F}_{BC} e \vec{F}_{CB} entre as partículas B e C e determinamos o seu módulo.

$$F_{BC} = F_{CB} = k \frac{q \cdot q}{d_1^2} \Rightarrow F_{BC} = F_{CB} = \frac{k \cdot q^2}{d_1^2}$$

Por fim, os vetores \vec{F}_{AC} e \vec{F}_{BC} formam entre si um ângulo α .

Podemos então determinar o módulo da força resultante em C, fazendo:

$$R_B = \sqrt{F_{AC}^2 + F_{BC}^2 + 2 \cdot F_{AC} \cdot F_{BC} \cdot \cos \alpha}$$

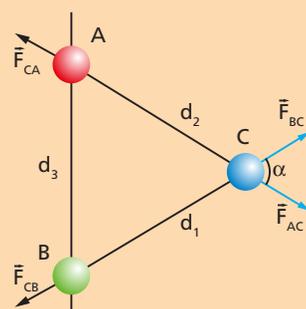


Figura 4. Forças nas partículas.

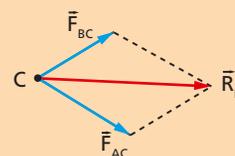
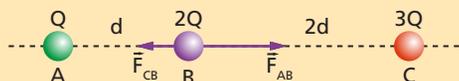


Figura 5. Regra do paralelogramo.

Exercícios de Aplicação

15. Três partículas eletrizadas com cargas Q , $2Q$ e $3Q$ estão fixas nos pontos A , B e C , conforme a figura.



A intensidade da força eletrostática que A exerce em B é igual a $6,0 \cdot 10^{-4}$ N. Logo, a intensidade da força eletrostática resultante das ações A e C sobre B é:

- $1,5 \cdot 10^{-4}$ N
- $2,5 \cdot 10^{-4}$ N
- $3,5 \cdot 10^{-4}$ N
- $4,5 \cdot 10^{-4}$ N
- $10,5 \cdot 10^{-4}$ N

Resolução:

$$F = K_0 \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2}$$

$$F_{AB} = K_0 \frac{Q \cdot 2Q}{d^2} = 2K_0 \frac{Q^2}{d^2} \quad (1)$$

$$F_{BC} = K_0 \frac{2Q \cdot 3Q}{(2d)^2} = \frac{6}{4} K_0 \frac{Q^2}{d^2} = \frac{3}{2} K_0 \frac{Q^2}{d^2} \quad (2)$$

$$\frac{F_{AB}}{F_{BC}} = \frac{\frac{2}{1}}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}$$

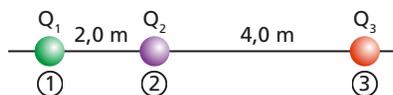
$$4F_{BC} = 3F_{AB}$$

Sendo $F_{AB} = 6,0 \cdot 10^{-4}$ N, vem:

$$4F_{BC} = 3 \cdot (6,0 \cdot 10^{-4})$$

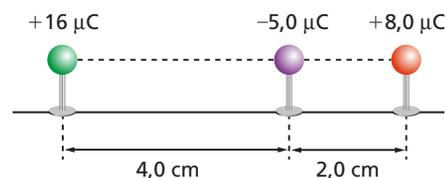
$$F_{BC} = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

16. Três partículas eletrizadas estão fixas como mostra a figura.



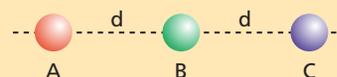
O meio é o vácuo, e a constante eletrostática é $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$. São dados os valores das cargas elétricas: $Q_1 = +4,0$ nC; $Q_2 = -5,0$ nC; $Q_3 = +16$ nC. Determine a intensidade da força elétrica resultante na partícula (2).

17. As três esferas têm tamanhos desprezíveis quando comparadas com as distâncias entre elas. Determine a força elétrica resultante sobre a esferinha do meio. É dada a constante eletrostática: $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ unidades SI.



ILUSTRAÇÕES: ZAPET

18. Três pequenas esferas metálicas idênticas, A , B e C , apresentam, respectivamente, cargas elétricas $-Q$, $+Q$ e $+3Q$. As duas primeiras foram colocadas no vácuo, a uma distância d uma da outra, e verificou-se que a força de atração eletrostática entre elas tinha intensidade F . Em seguida, as três esferas são colocadas em contato e depois dispostas alinhadamente, como mostra a figura.



Admitindo-se que o sistema esteja isolado de outras cargas elétricas, determine a intensidade das forças resultantes nas esferinhas A , B e C .

Resolução:

- 1º) Inicialmente calculemos a intensidade da força de atração entre as esferas A e B , usando a Lei de Coulomb:

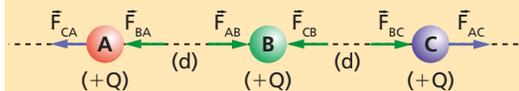
$$F = K_0 \frac{|-Q| \cdot Q}{d^2} = K_0 \frac{Q^2}{d^2} \quad (1)$$

- 2º) Fazendo-se o contato entre as três esferas, cada uma delas adquire uma mesma carga Q' (elas têm o mesmo raio). Temos, então:

$$3 \cdot Q' = (-Q) + (+Q) + (+3Q) \Rightarrow 3Q' = 3Q \Rightarrow Q' = +Q$$

Conclusão: todas as três esferinhas passaram a ter a mesma carga elétrica $+Q$.

- 3º) Alinhando-se as três esferinhas como sugere a figura a seguir, marquemos a força eletrostática para cada par de cargas:



- 4º) Para cada par de cargas a intensidade da força eletrostática será calculada, pela Lei de Coulomb, do seguinte modo:

$$F_{AB} = F_{BA} = K_0 \cdot \frac{Q \cdot Q}{d^2} = K_0 \frac{Q^2}{d^2} \quad (2)$$

$$F_{BC} = F_{CB} = K_0 \frac{Q \cdot Q}{d^2} = K_0 \frac{Q^2}{d^2} \quad (3)$$

Comparando as equações (1), (2) e (3), concluímos que:

$$F_{AB} = F_{BA} = F_{BC} = F_{CB} = F \quad (4)$$

Ainda:

$$F_{CA} = F_{AC} = K_0 \cdot \frac{Q \cdot Q}{(2d)^2} = \frac{1}{4} \cdot K_0 \cdot \frac{Q^2}{d^2} \quad (5)$$

Comparando-se as equações (1) e (5), concluímos que:

$$F_{CA} = F_{AC} = \frac{F}{4}$$

5º) Calculemos em cada uma das esferas a intensidade da força eletrostática resultante:

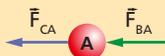


Figura a.

$$F_A = F_{CA} + F_{BA} \Rightarrow F_A = \frac{F}{4} + F \Rightarrow F_A = \frac{5F}{4}$$



Figura b.

$$F_B = F_{AB} - F_{CB} \Rightarrow F_B = F - F \Rightarrow F_B = 0$$

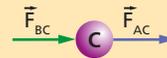
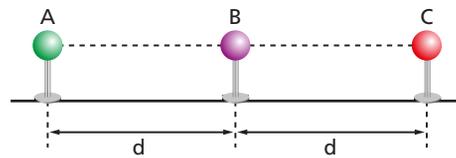


Figura c.

$$F_C = F_{BC} + F_{AC} \Rightarrow F_C = F + \frac{F}{4} \Rightarrow F_C = \frac{5F}{4}$$

19. A intensidade da força elétrica entre duas partículas de carga elétrica q , separadas por uma distância d , é igual a F . No esquema temos três esferinhas, A , B e C , eletrizadas com as cargas elétricas: $Q_A = 2q$; $Q_B = q$ e $Q_C = 2q$.



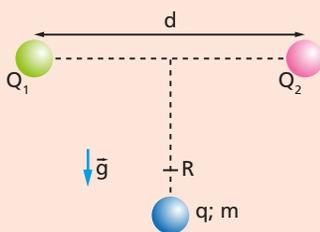
ILUSTRAÇÕES: ZAPET

A intensidade da força elétrica resultante sobre a esferinha B vale:

- a) zero
- b) F
- c) $4F$
- d) $\frac{F}{4}$
- e) $\frac{F}{16}$

Exercícios de Reforço

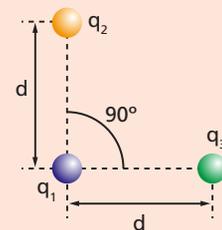
20. (Fameca-SP) Duas cargas Q_1 e Q_2 , de mesmo módulo, estão fixas, separadas de uma distância horizontal d uma da outra. Observa-se que uma terceira carga de prova, q , de massa m , fica em equilíbrio num ponto da mediatriz de d , abaixo de d , num mesmo plano vertical. No local do experimento, há um campo gravitacional g .



- a) Se $q < 0$, quais são os sinais das cargas Q_1 e Q_2 ?
- b) Se a carga $q < 0$ for deslocada ligeiramente para cima, até o ponto R , e abandonada, que alteração sofrerá a força resultante sobre ela? Justifique.

21. (Unifesp-SP) Considere a seguinte "unidade" de medida: a intensidade da força elétrica entre duas cargas q , quando separadas por uma distância d ,

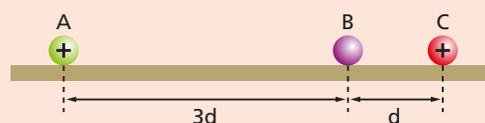
é F . Suponha em seguida que uma carga $q_1 = q$ seja colocada em frente a duas outras cargas, $q_2 = 3q$ e $q_3 = 4q$, segundo a disposição mostrada na figura.



A intensidade da força elétrica resultante sobre a carga q_1 , devido às cargas q_2 e q_3 , será:

- a) $2F$
- b) $3F$
- c) $4F$
- d) $5F$
- e) $9F$

22. Na figura temos três esferinhas soltas livremente sobre uma calha horizontal sem atrito. Elas estão eletrizadas com cargas elétricas Q_A , Q_B e Q_C , sendo que A e C são positivas.

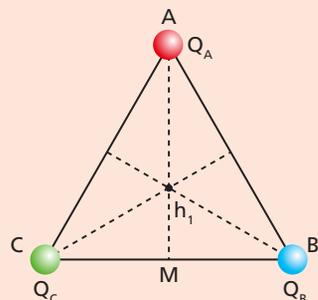


Sabendo-se que elas estão em equilíbrio e que não há nenhuma outra força atuando sobre elas, então:

- a) A esferinha B tem certamente carga positiva.
- b) A esferinha B tem certamente carga negativa.
- c) O sinal da carga elétrica da esferinha B não pode ser determinado apenas pelas informações dadas. É necessário que se conheçam os valores das três cargas.
- d) Não é possível se manter as três cargas elétricas em equilíbrio elétrico, pois A e C se repelem.
- e) Se a esferinha B for negativa, as esferinhas se atraem para o centro da figura, e se ela for negativa, se repelem. Portanto, a configuração é impraticável.

23. (Mackenzie-SP) Nos vértices de um triângulo equilátero de altura 45 cm, estão fixas as cargas puntiformes Q_A , Q_B e Q_C , conforme a ilustração a seguir. As cargas Q_B e Q_C são idênticas e valem $-2,0 \mu\text{C}$ cada uma. Em um dado instante, foi abandonada do repouso, no baricentro desse triângulo, uma partícula de massa 1,0 g, eletriza-

da com $Q = +1,0 \mu\text{C}$ e, nesse instante, ela sofreu uma aceleração de módulo $5,0 \cdot 10^2 \text{ m/s}^2$, segundo a direção da altura h_1 , no sentido de A para M .



Neste caso, a carga fixada no vértice A é:

(Dado: $k_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$.)

- a) $Q_A = +3,0 \mu\text{C}$
- b) $Q_A = -3,0 \mu\text{C}$
- c) $Q_A = +1,0 \mu\text{C}$
- d) $Q_A = +5,0 \mu\text{C}$
- e) $Q_A = -5,0 \mu\text{C}$

5. A permissividade elétrica de um meio

Para a Lei de Coulomb se definiu uma constante K que foi denominada constante eletrostática do meio. No caso específico do vácuo, temos:

$$K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

No entanto, em alguns casos precisamos escrever esta constante de outro modo:

$$K_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (1)$$

A constante ϵ_0 é denominada permissividade do vácuo. Seu valor é dado por:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ unidades SI}$$

Se substituirmos esse valor na equação (1), teremos:

$$K_0 \cong \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot (8,85 \cdot 10^{-12})} \text{ unidades SI}$$

$$K_0 \cong 8,996 \cdot 10^9 \text{ unidades SI ou}$$

$$K_0 \cong 9,0 \cdot 10^9 \text{ unidades SI}$$

Quando o meio que envolve as cargas não for o vácuo, pode-se definir uma segunda constante denominada **constante dielétrica** ou **permissividade relativa do meio**. Vamos indicá-la por ϵ_r . No cálculo da constante de Coulomb a permissividade relativa é adicionada ao denominador e se escreve:

$$K = \frac{K_0}{\epsilon_r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon_r}$$

A constante ϵ_0 também é denominada **permissividade elétrica do vácuo**.

Na tabela 3 temos alguns valores da constante dielétrica (ϵ_r).

Quando se mede a intensidade da força elétrica entre duas partículas num meio que não seja o vácuo ou o ar, o valor obtido fica dividido pela constante dielétrica, e isso diminui a intensidade da força.

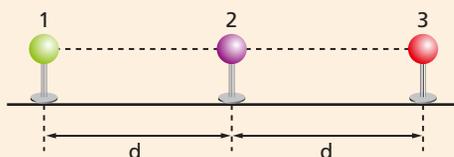
$$F = \frac{K_0}{\epsilon_r} \cdot \frac{q \cdot Q}{d^2} \Rightarrow F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{q \cdot Q}{d^2}$$

| Substância | Constante dielétrica (ϵ_r) |
|----------------|---------------------------------------|
| Água | 88 |
| Álcool | 26 |
| Óleo de rícino | 4,8 |
| Glicerina | 39 |
| Ar | 1 |

Tabela 3.

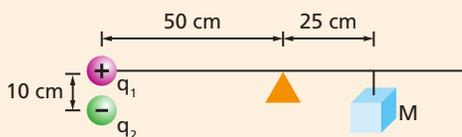
Exercícios de Aprofundamento

24. Dispomos de três pequenas esferas eletrizadas com cargas elétricas positivas idênticas de valor Q . A intensidade da força de interação entre as esferinhas 1 e 2 é $4F$.



A intensidade da força elétrica resultante na esferinha 3 é:

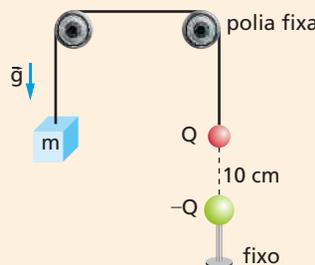
- a) F c) $4F$ e) $6F$
 b) $3F$ d) $5F$
25. (UF-PE) A figura a seguir representa uma régua rígida com 1,0 m de comprimento e massa desprezível, pivotada em seu centro. Uma carga elétrica $q_1 = 5,0 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ é fixada sobre uma das extremidades da régua. Uma segunda carga elétrica q_2 de mesmo módulo e sinal oposto ao de q_1 é fixada a uma distância $d = 10 \text{ cm}$ diretamente abaixo de q_1 . Para contrabalançar a atração entre as duas cargas, pendura-se um bloco de massa M a 25 cm do pivô, do lado oposto ao das cargas. Considere a constante eletrostática no vácuo $K = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$ e adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Para o sistema permanecer em equilíbrio, a massa M do bloco vale, em kg:

- a) $5,4 \cdot 10^{-3}$ d) $2,3 \cdot 10^2$
 b) $3,2 \cdot 10^3$ e) $9,0 \cdot 10^{-2}$
 c) $4,5 \cdot 10^{-2}$

26. Na estrutura mecânica da figura temos duas polias fixas e uma corda de náilon sustentando uma caixa de massa m através de um par de cargas elétricas ($+Q$ e $-Q$) no outro extremo do fio. A máxima tensão na corda é 200 N.

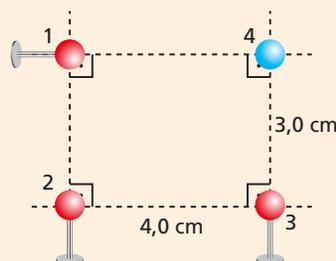


ILUSTRAÇÕES: ZAPF

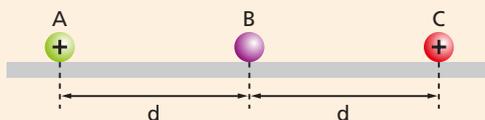
Dadas a aceleração da gravidade local $g = 10 \text{ m/s}^2$ e a constante eletrostática $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ unidades SI, determine:

- a) o máximo valor da massa da caixa que não arrebe a corda;
 b) o módulo das cargas elétricas quando o peso da caixa for máximo.
27. Na estrutura desenhada na figura as quatro esferinhas estão fixas. Suas cargas elétricas são: $Q_1 = +64 \text{ nC}$; $Q_2 = -25 \text{ nC}$; $Q_3 = +27 \text{ nC}$; $Q_4 = +1,0 \text{ nC}$.

É conhecida a constante eletrostática do meio $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ unidades SI, determine a intensidade da força elétrica resultante na esferinha 4.



28. Na configuração da figura, três esferinhas estão sobre um trilho horizontal sem atrito.



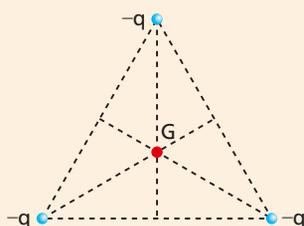
Sabe-se que A e C possuem carga elétrica positiva de valor Q e que B possui uma carga elétrica de valor q . Sabendo-se que as três cargas estão em equilíbrio devido à ação das forças elétricas, assinale verdadeira ou falsa em cada afirmativa:

- I. $q < 0$
- II. $|q| = Q$
- III. $Q = 4|q|$
- IV. $|q| = 4Q$

Do que se afirmou, são verdadeiras apenas:

- a) I
- b) III
- c) I e II
- d) I e III
- e) I e IV

29. Nos vértices de um triângulo equilátero de lado L foram colocadas três partículas idênticas, eletrizadas negativamente, cuja carga elétrica é $-q$. No baricentro G fixamos uma quarta partícula de carga elétrica Q . Sabendo-se que as três partículas dos vértices estão soltas, determine o valor da carga elétrica Q para que o sistema permaneça em equilíbrio eletrostático. É dada a constante eletrostática do meio: K .



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

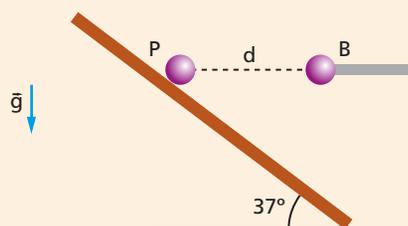
30. (ITA-SP) O átomo de hidrogênio no modelo de Bohr é constituído de um elétron de carga e que se move em órbitas circulares de raio r , em torno do próton, sob a influência da força de atração coulombiana. O trabalho efetuado por esta força sobre o elétron ao percorrer a órbita do estado fundamental é:

- a) $-\frac{e^2}{(2\epsilon_0 r)}$
- b) $\frac{e^2}{(2\epsilon_0 r)}$
- c) $-\frac{e^2}{(4\pi\epsilon_0 r)}$
- d) $\frac{e^2}{r}$
- e) zero

31. (UF-GO) Duas esferas idênticas são suspensas por fios de comprimento ℓ , com os pontos de suspensão separados por 2ℓ . Os fios são isolantes, inextensíveis e de massas desprezíveis.

Quando as esferas estão carregadas com cargas Q de mesmo sinal, os fios fazem um ângulo de 30° com a vertical. Descarregando as esferas e carregando-as com cargas q de sinais opostos, os fios formam novamente um ângulo de 30° com a vertical. De acordo com as informações apresentadas, calcule o módulo da razão $\frac{Q}{q}$.

32. Na figura temos um plano inclinado sem atrito sobre o qual foi colocada em repouso uma pequena esfera de massa m e carga elétrica positiva $+q$. Aproximou-se um bastão B, em cuja extremidade existe uma esferinha eletrizada com carga elétrica igual à de P, como mostra a figura. Determine a distância d para que a esferinha P possa permanecer em repouso. Conhece-se ainda a aceleração da gravidade g , a constante eletrostática K . São dados: $\sin 37^\circ = 0,6$ e $\cos 37^\circ = 0,8$. Admita que a linha PB seja horizontal.



Campo elétrico

No capítulo anterior estudamos a força elétrica entre duas partículas eletrizadas e a Lei de Coulomb, por meio da qual é feito o cálculo do módulo dessa força. Vamos reproduzir um dos experimentos neste capítulo: uma esfera 1 com carga elétrica negativa Q está atraindo outra esfera 2 com carga positiva q .

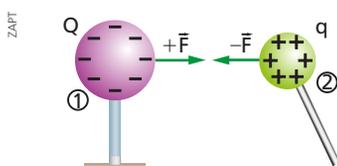


Figura 1. Força elétrica entre dois corpos eletrizados.

Surgem desse experimento algumas perguntas intrigantes:

- Se não existe nenhum contato entre as duas esferas, como surgiu essa força de atração?
- Como a esfera 1 localizou a esfera 2 para atraí-la?
- Como sabem as cargas elétricas da esfera 2 onde estão as cargas elétricas da esfera 1 para interagir com elas?

As respostas para esse possível enigma, ao qual denominamos **forças a distância**, somente surgiu no século XIX, com o conceito de **campo elétrico**, proposto por Michael Faraday.

Dúvidas semelhantes tiveram os físicos na época de Newton, no século XVII, quando ele propôs a existência de uma força gravitacional entre os planetas. Na ocasião, Newton elaborou a teoria do campo gravitacional gerado pela massa do planeta no espaço que o envolve.

Neste capítulo investigaremos qual é o mecanismo que transmite a força elétrica da esfera 1 para a esfera 2 e vice-versa. Vamos mostrar como o **campo elétrico** vai ajudar a localizar a esfera 2 para que ela seja atraída pela esfera 1.

1. O campo elétrico

Voltando à figura 1 da abertura do capítulo, podemos dizer que a esfera eletrizada 1 cria à sua volta um campo elétrico. Em cada um dos pontos que estão em seu entorno existe um campo elétrico. Assim, quando o bastão com a esfera 2 eletrizada foi aproximado da esfera 1, o campo elétrico a detectou e, imediatamente, a força elétrica lhe foi transmitida. Ou seja, o campo elétrico é o responsável pela força elétrica da esfera 1 na esfera 2.

A esfera 1 atrai a esfera 2 não através de um contato direto, mas sim através de um campo elétrico. Essa é a função do campo: **transmitir a força**.

1. O campo elétrico
2. Linhas de campo elétrico
3. Campo elétrico de uma carga elétrica puntiforme
4. Campo elétrico gerado por diversas cargas elétricas puntiformes
5. Campo elétrico gerado por uma esfera condutora eletrizada

Analogamente, no campo gravitacional da Terra, se abandonarmos um corpo, ele vai ao chão atraído pela Terra. Nenhum contato houve entre o corpo e a Terra, mas, graças ao campo gravitacional, uma força vertical para baixo é transmitida ao corpo, derrubando-o.

O campo de gravidade da Terra existe em todos os pontos que estão ao redor do nosso planeta. Do mesmo modo que o campo elétrico está em todos os pontos que envolvem a esfera 1.

Definindo o campo elétrico

O campo elétrico é um **campo vetorial**, ou seja, para cada um dos pontos que envolvem a esfera 1 associamos um **vetor campo elétrico** \vec{E} , de módulo, direção e sentido bem definidos, como veremos a seguir.

Tomemos a figura 2, em que se representa um corpo eletrizado com uma carga elétrica Q , a qual denominaremos **carga fonte**. A cada ponto do espaço que a envolve será associado um vetor \vec{E} que vai representar o campo elétrico nesse ponto.

Vamos introduzir também em nossos estudos a figura da **carga de prova**: trata-se de uma pequena esfera eletrizada com carga elétrica q (positiva por conveniência) e tal que $q \ll |Q|$. Isso implica que a carga de prova não vai perturbar o campo elétrico dos pontos que envolvem a carga fonte Q .

Representaremos a carga de prova na ponta de um bastão isolante (fig. 3). Ela será uma carga elétrica auxiliar no estudo do campo elétrico.

Se colocarmos no ponto P uma carga elétrica de prova, imediatamente ela será detectada pelo campo elétrico \vec{E} desse ponto, o qual lhe transmitirá uma força elétrica \vec{F} de repulsão. Define-se o campo elétrico \vec{E} , para o ponto P , pelo quociente entre a força elétrica \vec{F} e a carga de prova q :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (\text{definição de campo elétrico})$$

A direção e o sentido do campo elétrico

Vamos usar uma pequena esfera eletrizada para carga fonte. No seu entorno o campo elétrico é radial, ou seja, a direção do campo passa pelo centro da esfera fonte.

Quanto ao sentido do campo, este não depende da carga de prova, mas apenas do sinal da carga fonte Q . Então podemos fazer uma convenção:

- o campo elétrico da carga fonte $Q > 0$ é de afastamento, ou seja, centrífugo (fig. 4a);
- o campo elétrico da carga fonte $Q < 0$ é de aproximação, ou seja, centrípeto (fig. 4b).

No item 3 deste capítulo, verificaremos a coerência dessa convenção; por enquanto, vamos aceitá-la e usá-la.

O módulo ou intensidade do campo elétrico

O módulo do campo elétrico no ponto P vem da definição: basta dividirmos o módulo da força elétrica pelo da carga de prova. Como esta foi definida convenientemente positiva, nem se precisa falar em módulo:

$$E = \frac{F}{q} \quad (\text{módulo do campo elétrico em um ponto } P)$$

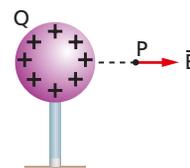


Figura 2. Representação do campo elétrico no ponto P .

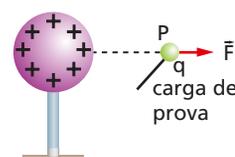


Figura 3. Na carga de prova surge a força elétrica.

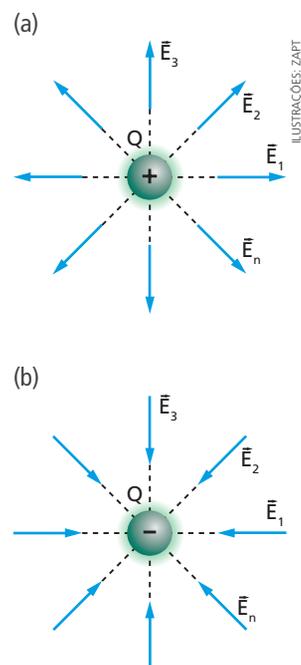


Figura 4. Convenção do sentido do campo \vec{E} .

Unidade do campo elétrico

A unidade de campo elétrico no SI é o newton por coulomb (N/C).

1,0 newton/coulomb é a intensidade de um campo elétrico que, atuando sobre uma carga elétrica de 1,0 coulomb, gera sobre ela uma força de intensidade 1,0 newton.

A equação dimensional do campo elétrico é obtida do seguinte modo:

$$[F] = M \cdot L \cdot T^{-2}$$

$$[Q] = I \cdot T$$

$$[E] = \frac{[F]}{[Q]} \Rightarrow [E] = \frac{M \cdot L \cdot T^{-2}}{I \cdot T} \Rightarrow [E] = M \cdot L \cdot T^{-3} \cdot I^{-1}$$

Independência entre o campo elétrico e a carga de prova

Usamos uma carga de prova q para definir o campo elétrico no ponto P , porém ele não depende do valor dessa carga de prova nem do sinal dela.

Em cada ponto no entorno da carga fonte tem-se um vetor campo elétrico com módulo, direção e sentido bem definidos que independem da carga de prova q .

O conceito é bem claro, o campo elétrico é apenas o agente da força elétrica. Basta colocar a carga de prova num ponto próximo ao da carga fonte que o campo elétrico lhe aplicará uma força elétrica.

Para maior facilidade de nosso entendimento, vamos inverter a equação da definição do campo, escrevendo:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} \Rightarrow F = |q| \cdot E \quad (\text{em módulo})$$

Exemplo 1

Na figura 5a está representado um campo elétrico \vec{E} , cuja carga fonte foi omitida. Vamos colocar uma carga elétrica q no ponto P . Na figura 5b, essa carga elétrica é positiva, e na figura 5c, ela é negativa.

Observemos que a força elétrica na figura 5b atuou no mesmo sentido do vetor \vec{E} , pois a carga q era positiva. Na figura 5c ela atuou no sentido oposto, pois a carga de prova era negativa. Justificativa:

$$\text{Sendo } \vec{F} = q \cdot \vec{E} \text{ e } q > 0 \Rightarrow \vec{F} = +|q| \cdot \vec{E}$$

$$\text{Sendo } \vec{F} = q \cdot \vec{E} \text{ e } q < 0 \Rightarrow \vec{F} = -|q| \cdot \vec{E}$$

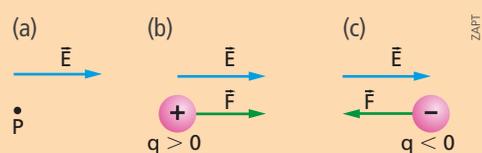


Figura 5.

Resumindo:

- O campo elétrico transmite à carga elétrica positiva uma força que tem a mesma direção e o mesmo sentido que o campo \vec{E} .
- O campo elétrico transmite à carga elétrica negativa uma força que tem a mesma direção, mas sentido oposto ao do campo \vec{E} .

Exemplo 2

Na figura 6 temos uma carga elétrica fonte, que é uma pequena esfera eletrizada positivamente com carga elétrica Q e três pontos de seu campo elétrico: 1, 2 e 3. Não sabemos ainda calcular o módulo do campo (será assunto do item 3), mas vamos supor que estes valores nos foram dados: $E_1 = 2,0 \text{ N/C}$; $E_2 = 2,5 \text{ N/C}$; $E_3 = 3,0 \text{ N/C}$.

Coloquemos uma mesma carga elétrica de prova q em cada ponto e vamos determinar a força elétrica. Seja $q = +2,0 \text{ pC}$ o valor dessa carga elétrica. Teremos:

$$F_1 = q \cdot E_1 \Rightarrow F_1 = (2,0 \text{ pC}) \cdot (2,0 \text{ N/C}) \Rightarrow F_1 = 4,0 \text{ pN}$$

$$F_2 = q \cdot E_2 \Rightarrow F_2 = (2,0 \text{ pC}) \cdot (2,5 \text{ N/C}) \Rightarrow F_2 = 5,0 \text{ pN}$$

$$F_3 = q \cdot E_3 \Rightarrow F_3 = (2,0 \text{ pC}) \cdot (3,0 \text{ N/C}) \Rightarrow F_3 = 6,0 \text{ pN}$$

Como a carga de prova q utilizada é positiva, então as respectivas forças têm a mesma direção e o mesmo sentido do campo elétrico \vec{E} daquele ponto.

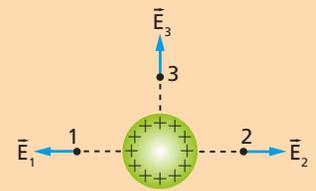


Figura 6.

Para podermos trabalhar com o campo elétrico e utilizar as suas propriedades como um agente de interação entre cargas elétricas, devemos adotar os seguintes procedimentos:

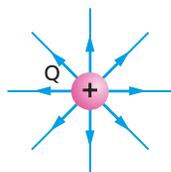
- Determinamos o módulo, a direção e o sentido do campo em cada ponto a ser utilizado (esse será assunto do item 3).
- Colocamos a carga de prova nesses pontos e determinamos a direção, o sentido e o módulo da força elétrica (como fizemos no Exemplo 2).

2. Linhas de campo elétrico

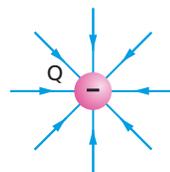
As **linhas de força**, hoje mais conhecidas por **linhas de campo elétrico**, foram idealizadas por Michael Faraday. Ele pretendia obter uma forma de visualizar os campos elétricos.

Seu conceito é bastante simples: basta imaginar que em volta da carga fonte exista uma quantidade muito grande de linhas que seguem a direção e o sentido do campo elétrico. Quando as cargas fontes são pequenas esferas condutoras ou mesmo cargas puntiformes, o campo elétrico é radial, e o sentido nós já o vimos anteriormente:

- carga positiva gera campo de afastamento (fig. 7a);
- carga negativa gera campo de aproximação (fig. 7b).



(a) Linhas de força de uma carga elétrica puntiforme positiva.



(b) Linhas de força de uma carga elétrica puntiforme negativa.

ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Figura 7. Linhas de campo elétrico de carga puntiforme ou pequena esfera.

O nome **linhas de força** ainda é usado em alguns textos, por isso vamos mantê-lo neste volume.

Campo elétrico e linha de força têm a seguinte relação: em cada ponto da linha o vetor campo elétrico é tangente a ela e tem o mesmo sentido dessa linha.

Na figura 7, as linhas são retilíneas e, portanto, o vetor campo está na própria linha.

Até agora temos mostrado o campo elétrico de pequenas esferas ou de cargas elétricas puntiformes; essas linhas de campo são retilíneas. Há, no entanto, casos em que elas são curvas (fig. 8), e ficaria muito difícil entender o campo elétrico da fonte sem o uso das linhas de campo elétrico.

Por meio das linhas de força, conseguimos visualizar um campo elétrico. Ao conjunto de linhas de força usadas para representar o campo elétrico damos o nome de **espectro do campo** (fig. 9).

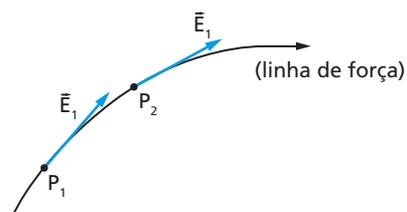


Figura 8. Linha de força e os vetores \vec{E}_1 e \vec{E}_2 .

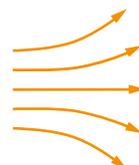


Figura 9. Espectro de um campo elétrico qualquer.

Uma propriedade do espectro de linhas de um campo elétrico

Ao construirmos as linhas, constatamos que na região onde elas estão mais próximas o campo é mais intenso do que na região onde elas estão mais afastadas (figs. 10 e 11).

Se em todos os pontos de certa região o campo elétrico tem a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo módulo, dizemos que o campo elétrico nessa região é uniforme. Nesse caso, as linhas de força são retas e paralelas (fig. 12). Para indicar que a intensidade é constante, desenhamos as linhas regularmente espaçadas.

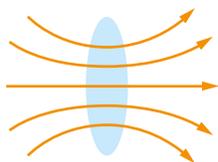


Figura 10. Na região sombreada, o campo é mais intenso.

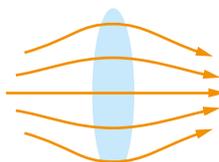


Figura 11. Na região sombreada, o campo tem menor intensidade.

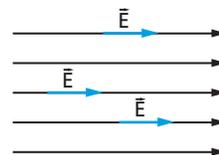


Figura 12. Campo elétrico uniforme: intensidade, direção e sentido do vetor \vec{E} são constantes.

Campo elétrico de duas cargas elétricas puntiformes

O campo elétrico pode ser formado apenas por um corpo eletrizado ou, ainda, pode-se ter um conjunto de várias cargas elétricas próximas umas das outras, e seus campos elétricos vão se superpor. Lembre-se bem: o campo é vetorial, e então teremos um somatório de vetores.

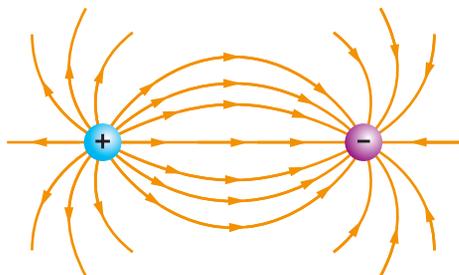


Figura 13. Linhas de campo para duas cargas elétricas puntiformes de sinais contrários e de mesmo valor absoluto. As linhas nascem na carga positiva e terminam na carga negativa. Como as cargas têm o mesmo módulo, há uma simetria.

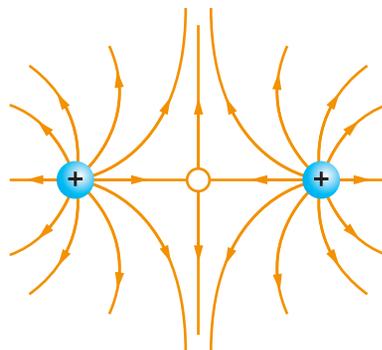
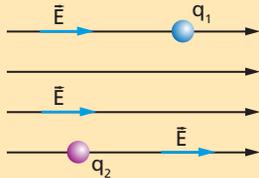


Figura 14. Linha de campo para duas cargas positivas e puntiformes. As cargas se repelem e dão a impressão de que as linhas de uma são repelidas pela outra carga. Mais uma vez se observa que as linhas nascem na carga positiva.

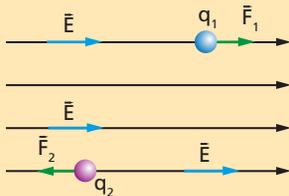
ILUSTRAÇÕES: ZAPIT

Exercícios de Aplicação

1. Num campo elétrico uniforme a intensidade do campo elétrico é constante em todos os seus pontos e vale $E = 2,0 \text{ N/C}$. As linhas de campo são retilíneas e paralelas, como se mostra na figura. Colocaram-se duas cargas elétricas de prova nesse campo: $q_1 = +2,0 \text{ pC}$ e $q_2 = -2,0 \text{ pC}$. Determine a direção, o sentido e o módulo da força elétrica em cada carga.



Resolução:



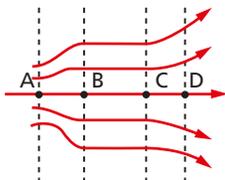
Sendo positiva a carga de prova, então o sentido da força é o mesmo do campo elétrico. Vale ainda:

$$F = |q| \cdot E \Rightarrow F = (2,0 \cdot 10^{-12}) \cdot 2,0 \Rightarrow F = 4,0 \cdot 10^{-12} \text{ N} \text{ ou } F = 4,0 \text{ pN}$$

Sendo negativa a carga de prova, então o sentido da força é contrário ao do campo elétrico. Vale ainda:

$$F = |q| \cdot E \Rightarrow F = |-2,0 \cdot 10^{-12}| \cdot (2,0) \Rightarrow F = 4,0 \cdot 10^{-12} \text{ N} \text{ ou } F = 4,0 \text{ pN}$$

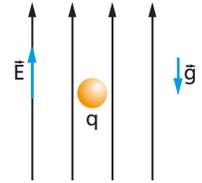
2. Na figura temos um campo elétrico representado por linhas de força.



Analisando a aproximação e o afastamento dessas linhas, responda:

- Em qual das regiões a intensidade do campo é maior?
- Em que trecho o campo permanece constante?
- Em que trecho o campo tem menor intensidade?

3. Numa região do espaço existe um campo elétrico vertical, com sentido de baixo para cima e intensidade constante igual a $E = 130 \text{ N/C}$, como mostra a figura. Uma partícula de massa $m = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$ é colocada nesse campo e permanece em equilíbrio. Dado $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine a carga da partícula.



4. A figura a representa uma situação em que uma carga elétrica puntiforme Q é a carga fonte geradora do campo elétrico \vec{E} no ponto P . Na figura b está representada uma carga de prova que, ao ser colocada em P , ficou sob a ação de uma força elétrica \vec{F} . Determine os sinais das cargas Q e q , com base nas duas figuras.



Figura a.

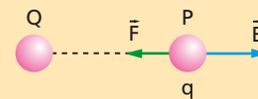


Figura b.

Resolução:

Na figura a verifica-se que o campo elétrico é de afastamento, ou seja, afasta-se da carga elétrica a fonte Q . Logo, a conclusão é que a carga fonte é positiva: $Q > 0$.

Na figura b verifica-se que a força elétrica transmitida pelo campo tem o sentido contrário ao do vetor campo elétrico. Logo, a carga elétrica de prova é negativa: $q < 0$.

5. Considere as figuras, em que Q é a carga geradora do campo elétrico em P , e q é uma carga de prova neste colocada. Com base nos sentidos de \vec{E} e de \vec{F} , determine em cada figura o sinal de q e Q .

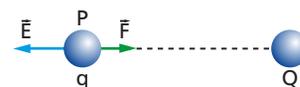


Figura a.



Figura b.

ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

Exercícios de Reforço

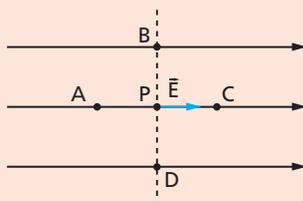
6. Analise as seguintes frases e assinale falso (F) ou verdadeiro (V).

- I. O campo elétrico é definido para cada ponto no entorno de uma carga elétrica fonte.
 II. O sentido do campo elétrico num ponto próximo da carga fonte depende do sinal da carga elétrica da fonte e também do sinal da carga de prova.
 III. O campo no entorno de uma esferinha com carga positiva é de afastamento.
 IV. O campo no entorno de uma esferinha com carga negativa é de aproximação.

Estão corretas, apenas:

- a) I e II
 b) I, II e III
 c) I, II, III e IV
 d) I, III e IV
 e) I e IV

7. Na figura representaram-se um ponto P e seu campo elétrico \vec{E} ; colocando-se em P uma carga de prova $q > 0$, ela vai ser deslocada pela força elétrica orientada de P para:



- a) A b) B c) C d) D

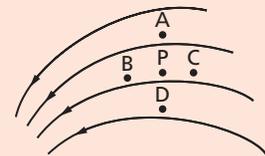
8. (Fatec-SP) No ponto A da figura existe um campo elétrico orientado para o ponto C . Se for colocada neste ponto A uma carga elétrica negativa $-q$, ela ficaria sujeita a uma força orientada para:



- a) B
 b) C
 c) cima, perpendicular ao segmento BC.
 d) baixo, perpendicular ao segmento BC.

9. (UF-RS) A figura representa as linhas de força do campo elétrico que existe em certa região do espaço. Sobre uma carga de prova positiva colocada em P agiria uma força:

- a) dirigida para A.
 b) dirigida para B.
 c) dirigida para C.
 d) dirigida para D.
 e) nula.



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

10. (Mackenzie-SP) Um pequeno corpo, de massa m gramas eletrizado com carga q coulombs, está sujeito à ação de uma força elétrica de intensidade igual à de seu próprio peso. Essa força se deve à existência de um campo elétrico uniforme, paralelo ao campo gravitacional, também suposto uniforme na região onde as observações foram feitas. Considerando que tal corpo esteja em equilíbrio, devido exclusivamente às ações do campo elétrico (\vec{E}) e do campo gravitacional ($g = 10 \text{ m/s}^2$), podemos afirmar que a intensidade do vetor campo elétrico é:

- a) $E = 1,0 \cdot 10^{-2} \frac{m}{q} \text{ N/C}$
 b) $E = 1,0 \cdot 10^{-1} \frac{m}{q} \text{ N/C}$
 c) $E = 1,0 \cdot 10^4 \frac{m}{q} \text{ N/C}$
 d) $E = 1,0 \cdot 10^{-2} \frac{q}{m} \text{ N/C}$
 e) $E = 1,0 \cdot 10^{-1} \frac{q}{m} \text{ N/C}$

3. Campo elétrico de uma carga elétrica pontiforme

A direção e o sentido do campo elétrico

A carga elétrica pontiforme é o menor corpo que pode gerar um campo elétrico. Ela será a nossa fonte agora. Consideremos a figura 15, em que há uma carga elétrica Q positiva gerando o campo elétrico em P . Conforme havíamos conveniado no item 2, cargas positivas geram campo elétrico de afastamento, independentemente de haver ou não uma carga de prova no ponto P .

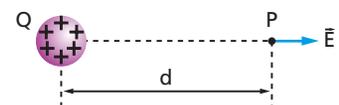


Figura 15.

No entanto, chegou o momento de verificarmos se essa convenção é realmente coerente. Para tanto temos de trazer até o ponto P uma carga elétrica de prova q . Convenientemente, a nossa carga de prova será positiva ($q > 0$).

Ao colocarmos a carga de prova em P , ela será repelida pela carga fonte, pois ambas são positivas (fig. 16).

Da definição de campo elétrico temos:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

Sendo $q > 0$, a força elétrica \vec{F} e o campo elétrico \vec{E} têm o mesmo sinal. Portanto, os dois vetores devem ser desenhados no mesmo sentido (fig. 17), mostrando que o campo elétrico em P afasta-se da carga fonte $Q > 0$.

Se usarmos uma carga fonte negativa ($Q < 0$), ela vai atrair a carga de prova ($q > 0$), pois ambas terão sinais contrários (fig. 18). Sendo a carga de prova positiva, a força \vec{F} e o vetor campo elétrico \vec{E} se desenharam no mesmo sentido (fig. 19).

Concluimos então que a carga fonte negativa $Q < 0$ tem em P um campo elétrico que aponta para ela, ou seja, o campo é de aproximação.

Essas verificações comprovam o que se convencionou no item 2. Elas se estendem para outras fontes, independentemente do tamanho ou da geometria destas.

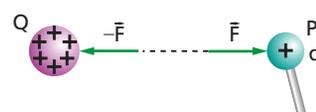


Figura 16.

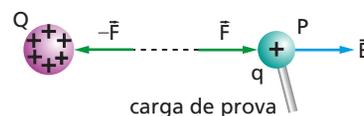


Figura 17.

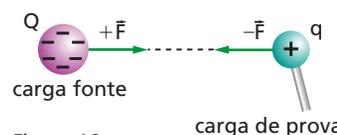


Figura 18.

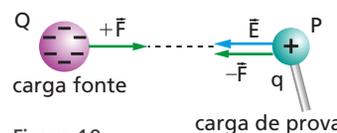


Figura 19.

Intensidade do campo elétrico gerado pela carga puntiforme

A Lei de Coulomb nos garante que a intensidade da força elétrica entre a carga fonte Q e a carga de prova q é dada por:

$$F = K \frac{q \cdot |Q|}{d^2} \quad (1)$$

A definição de campo elétrico relaciona a força elétrica e a intensidade do campo por:

$$F = q \cdot E \quad (2)$$

Igualando-se as equações (1) e (2), temos:

$$q \cdot E = K \frac{q \cdot |Q|}{d^2} \quad (3)$$

Na equação (3) a carga de prova pode ser cancelada e chegamos à equação que nos dá a intensidade de campo elétrico de uma carga elétrica puntiforme:

$$E = K \frac{|Q|}{d^2} \quad (\text{módulo do campo elétrico})$$

Exemplo 3

Se o campo elétrico, a uma distância de 3 mm da carga fonte, tiver intensidade de 20 N/C, então a uma distância de 6 mm sua intensidade será igual a $\frac{1}{4}$ desse valor, ou seja, 5 N/C, pois ela é inversamente proporcional ao quadrado da distância. Dobrando-se a distância, a intensidade do campo elétrico fica dividida por 4.

OBSERVAÇÕES:

- 1ª) Ao cancelarmos a carga de prova ficou evidente que o campo elétrico não depende de sua presença. Ele é função da distância do ponto P à carga fonte.
- 2ª) O campo elétrico é vetorial, e sempre devemos desenhar o vetor campo elétrico em P , representando o campo \vec{E} nesse ponto.
- 3ª) O módulo do campo elétrico é diretamente proporcional à carga elétrica da fonte e inversamente proporcional ao quadrado da distância que separa a fonte do ponto P .
- 4ª) O campo elétrico é também chamado de campo newtoniano, devido à semelhança entre o comportamento dos dois campos. Comparemos as duas fórmulas:

$$E = K \frac{|Q|}{d^2} \quad \text{e} \quad g = G \frac{M}{d^2}$$

Enquanto se tem a carga elétrica fonte Q na fórmula do campo elétrico, tem-se, na fórmula do campo gravitacional, a massa M do planeta na equação de Newton.

Exemplo 4

Vamos supor um caso inverso ao do Exemplo 3:

Se a intensidade do campo, a uma distância de 6 mm da carga fonte, valer 6 N/C, então a uma distância de 3 mm (metade da anterior) ela valerá 4 vezes esse valor, ou seja: 24 N/C.

Gráfico da intensidade do campo elétrico × distância

Analogamente ao que acontece com a força elétrica, o campo é inversamente proporcional ao quadrado da distância e, portanto, o seu gráfico é uma curva, tal qual se representa na figura 20.

Observe na figura 20 que os Exemplos 3 e 4, anteriores, podem ser facilmente confirmados.

- distância $d \Rightarrow$ intensidade de campo = E
- distância $2d \Rightarrow$ intensidade de campo = $\frac{E}{4}$

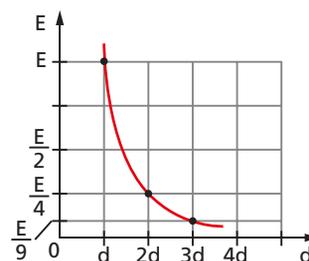


Figura 20. Gráfico do campo elétrico em função da distância d .

Exercícios de Aplicação

- 11.** Uma carga elétrica puntiforme $Q = 3,0 \cdot 10^{-10}$ C gera, no vácuo, um campo elétrico. Determine sua intensidade a 3,0 mm dela.

Adote $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ unidades SI.

Resolução:

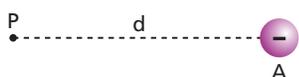
Devemos fazer $d = 3,0$ mm = $3,0 \cdot 10^{-3}$ m, para trabalharmos no SI.

$$E = K_0 \cdot \frac{|Q|}{d^2} \Rightarrow E = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{3,0 \cdot 10^{-10}}{(3,0 \cdot 10^{-3})^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = \frac{9,0 \cdot 3,0 \cdot 10^9 \cdot 10^{-10}}{9,0 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = 3,0 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

- 12.** Uma partícula A , eletrizada com carga $Q = -4,0 \mu\text{C}$, está fixa em certo ponto do espaço. Um ponto P encontra-se à distância $d = 1,0$ cm de A .



- Indique a direção e o sentido do campo elétrico em P .
- Determine a intensidade do campo elétrico em P . A constante eletrostática do meio é $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

- 13.** A 1,0 m de uma carga puntiforme, o campo elétrico apresenta-se com intensidade de $9,0 \cdot 10^3$ N/C.

Determine os possíveis valores da carga geradora do campo, supondo-a solitária no vácuo. É dado: $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

- 14.** Uma carga puntiforme $Q = +2,0 \mu\text{C}$ gera, no vácuo, um campo elétrico de afastamento. Considere um ponto P a 3,0 mm da carga. Dado $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ unidades SI, determine:

- a intensidade do campo elétrico em P ;
- a intensidade da força que atuaria sobre uma carga de prova $q = -3,0$ pC colocada em P . Essa força é de atração ou repulsão?

- 15.** Na figura, vemos uma carga elétrica fonte gerando um campo elétrico à sua volta.



Se em A o campo elétrico tem intensidade E , em B sua intensidade será de:

- $4E$
- $2E$
- $\frac{E}{2}$
- $\frac{E}{4}$

16. Em um ponto P , a uma dada distância de uma carga puntiforme positiva isolada no vácuo, o campo elétrico tem intensidade E . Dobrando-se a distância e dividindo-se por 3 o valor da carga geradora, qual é a intensidade do novo campo elétrico?

Resolução:

A figura a representa a situação inicial:

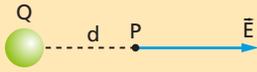
$$E = K \cdot \frac{Q}{d^2} \quad (1)$$


Figura a.

A figura b representa a situação final:

$$E' = K \cdot \frac{\left(\frac{Q}{3}\right)}{(2d)^2} \Rightarrow E = K \cdot \frac{Q}{12d^2} \quad (2)$$



Figura b.

Para determinar a relação entre E' e E , basta dividir membro a membro as duas equações:

$$\frac{E'}{E} = \frac{K \cdot \frac{Q}{12d^2}}{K \cdot \frac{Q}{d^2}} \Rightarrow \frac{E'}{E} = \frac{1}{12} \Rightarrow E' = \frac{E}{12}$$

17. A figura a representa uma situação em que uma carga puntiforme Q_1 gera em P um campo elétrico de intensidade E . A figura b representa uma situação em que uma carga puntiforme Q_2 gera em P um campo elétrico de intensidade $2E$. Determine

o valor da razão $\frac{Q_1}{Q_2}$.



Figura a.

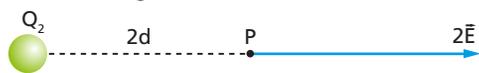
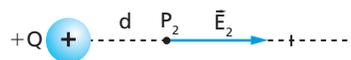


Figura b.

18. Em cada uma das figuras temos, em P , um campo elétrico criado pela carga positiva $+Q$. Sua intensidade, na situação 1, é $E_1 = 16 \text{ N/C}$.



Situação 1.



Situação 2.

- Determine a intensidade do campo \vec{E}_2 , na situação 2.
- Uma carga elétrica $q_1 = +2,0 \mu\text{C}$ é colocada em P_1 , na situação 1. “Desenhe” o vetor \vec{F}_1 (força elétrica) em q_1 e determine o seu módulo.
- Uma carga elétrica $q_2 = -2,0 \mu\text{C}$ é colocada em P_2 , na situação 2. “Desenhe” o vetor \vec{F}_2 (força elétrica) em q_2 e determine o seu módulo.

19. Nas figuras que se seguem, o campo elétrico em P é gerado pela carga fonte Q , cujo sinal é dado na própria figura.

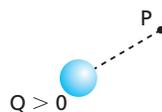


Figura 1.

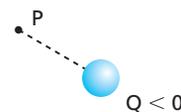


Figura 2.

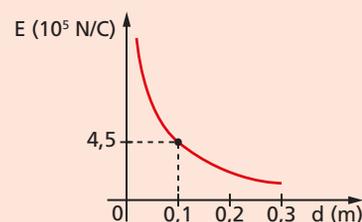
ILUSTRAÇÕES: ZAPT

- Desenhe em P o respectivo vetor campo elétrico \vec{E} nas figuras 1 e 2.
- Trazendo-se para P uma carga de prova q (positiva), o campo elétrico lhe transmite uma força elétrica \vec{F} ; faça uma nova figura, colocando a carga de prova em P e desenhe a força elétrica em cada caso.

Exercícios de Reforço

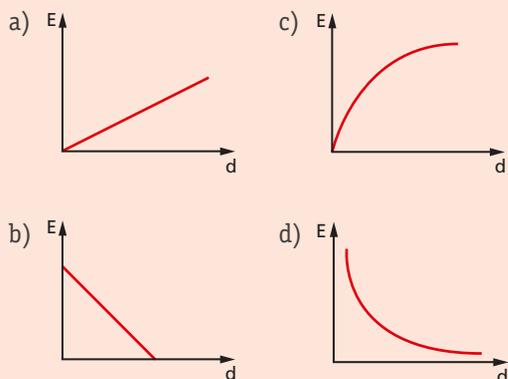
20. (U. E. Santa Cruz-BA) A figura representa a intensidade do campo elétrico criado por uma carga puntiforme Q , em função da distância d à carga. A intensidade da força elétrica que agirá sobre uma carga de prova $q = 2,0 \mu\text{C}$, colocada a $0,3 \text{ m}$ de Q , valerá, em N :

- $2,0 \cdot 10^{-3}$
- $2,0 \cdot 10^{-2}$
- $2,0 \cdot 10^{-1}$
- $1,0 \cdot 10^{-2}$
- $1,0 \cdot 10^{-1}$



21. Uma carga $Q = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ gera no espaço que a envolve um campo elétrico \vec{E} . Determine sua intensidade num ponto P a $0,50 \text{ m}$ de Q . Dada a constante eletrostática do meio ambiente: $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ (unidades de SI).

22. (Ucsal-BA) Qual dos gráficos a seguir melhor representa o módulo do campo elétrico em função da distância d até a carga elétrica puntiforme geradora?

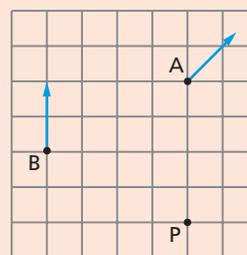


23. (UF-BA) Uma carga puntiforme Q cria um campo elétrico \vec{E} num ponto situado a uma distância d . Para que a intensidade do campo seja quatro vezes maior, a distância à carga deve ser igual a:

- a) $\frac{1}{4} d$ c) $\frac{\sqrt{2}}{2} d$ e) $2d$
 b) $\frac{1}{2} d$ d) $\sqrt{2}d$

24. (Fuvest-SP) O campo elétrico de uma carga puntiforme em repouso tem, nos pontos A e B , as direções e sentidos indicados pelas flechas na figura. O módulo do campo elétrico no ponto B vale 24 N/C . O módulo do campo elétrico no ponto P da figura vale, em N/C :

- a) 3
 b) 4
 c) $3\sqrt{2}$
 d) 6
 e) 12



4. Campo elétrico gerado por diversas cargas elétricas puntiformes

Quando várias cargas puntiformes são geradoras de um mesmo campo elétrico, então, em cada ponto de sua região, o campo elétrico resultante será a soma dos vetores parciais que cada carga gera individualmente naquele ponto.

Consideremos n cargas pontuais: Q_1, Q_2, \dots, Q_n , gerando campo elétrico em P . As cargas negativas geram vetores de **aproximação**, enquanto as positivas, de **afastamento** (fig. 21). Sendo, respectivamente, os vetores gerados pelas n cargas, $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_n$, podemos escrever:

$$\vec{E}_{\text{res}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$$

Caso particular

Há um caso particular importante que vale ressaltar: o do campo elétrico resultante em P , gerado apenas por duas cargas elétricas puntiformes: Q_1 e Q_2 .

Seja \vec{E}_1 o campo elétrico gerado pela carga Q_1 , e \vec{E}_2 o gerado pela carga Q_2 . Suas intensidades são dadas por:

$$E_1 = K \frac{|Q_1|}{d_1^2} \quad \text{e} \quad E_2 = K \frac{|Q_2|}{d_2^2}$$

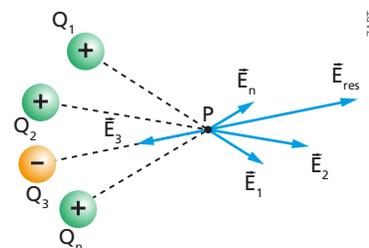


Figura 21. Campo elétrico resultante em P de um campo gerado por n cargas puntiformes.

O campo elétrico resultante tem módulo dado por:

$$E_{res} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha}$$

em que α é o ângulo formado entre \vec{E}_1 e \vec{E}_2 .

Quanto aos sentidos de \vec{E}_1 e \vec{E}_2 , evidentemente eles dependerão dos sinais de Q_1 e Q_2 . Uma vez obtidos \vec{E}_1 e \vec{E}_2 graficamente, podemos nos utilizar, por exemplo, da regra do paralelogramo e obter o sentido e a direção do \vec{E}_{res} (fig. 22).

Vamos citar um exemplo importante: quando o ponto pesquisado está alinhado com as duas cargas fontes.

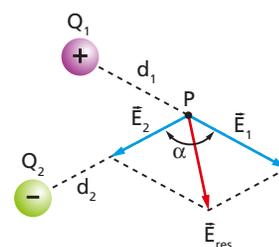


Figura 22. Campo elétrico resultante em P. As cargas geradoras são: $Q_1 > 0$ e $Q_2 < 0$.

Exemplo 5

Dois cargas pontiformes, $Q_1 > 0$ e $Q_2 < 0$, foram fixadas numa mesma reta e geram o campo elétrico no ponto P. As distâncias são dadas na própria figura. Devemos obter o campo elétrico resultante em P.

A carga Q_1 está a uma distância $2d$ do ponto P e gera um campo de afastamento em P, cujo módulo é:

$$E_1 = K \frac{Q_1}{(2d)^2}$$

A carga Q_2 está a uma distância d do ponto P e, sendo negativa, gera um campo de aproximação, cujo módulo é dado por:

$$E_2 = K \frac{Q_2}{d^2}$$

Devemos representar na figura os vetores \vec{E}_1 e \vec{E}_2 , desenhando-os em P (fig. 24).

O campo resultante terá módulo dado pela diferença dos módulos de E_1 e E_2 .

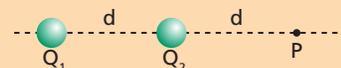


Figura 23.

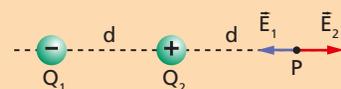
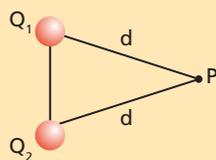


Figura 24.

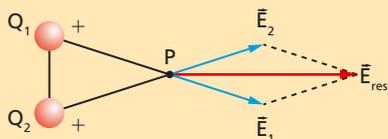
Exercícios de Aplicação

25. Determine a direção e o sentido do campo elétrico resultante em P, gerado por Q_1 e Q_2 . Sabe-se que: $Q_1 = Q_2 > 0$.



Resolução:

Como as cargas Q_1 e Q_2 são positivas, elas geram em P vetores \vec{E}_1 e \vec{E}_2 de afastamento.



26. Nas figuras seguintes, determine a direção e o sentido do campo elétrico resultante em P. Considere que: $+Q$ é uma carga positiva de módulo Q ; $-Q$ é uma carga negativa de módulo Q .

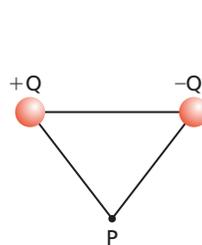


Figura a.

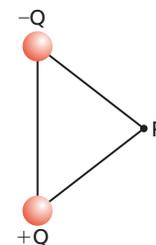


Figura b.

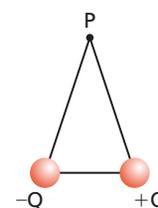
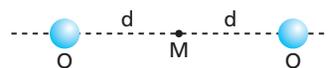


Figura c.

27. Duas partículas idênticas, eletrizadas positivamente com cargas Q , separadas por uma distância $2d$, geram em M um campo elétrico.

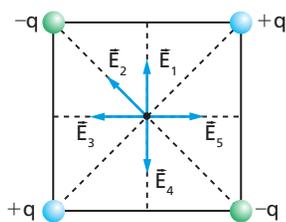


Adotando-se K por constante eletrostática do meio, podemos afirmar que o campo elétrico resultante em M tem intensidade:

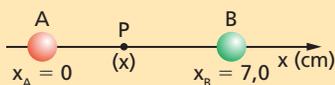
- a) nula. c) $\frac{KQ}{2d^2}$ e) $\frac{2KQ}{d^2}$
 b) $\frac{2KQ^2}{d^2}$ d) $\frac{KQ}{4d^2}$

28. Na figura temos um quadrado imaginário. Nos seus vértices foram fixadas quatro pequenas esferas eletrizadas: duas delas com cargas elétricas positivas, $+q$, e as outras duas com cargas elétricas negativas, $-q$, cuja distribuição está na própria figura. O vetor campo elétrico resultante desta configuração de cargas, no centro do quadrado, é representado por:

- a) \vec{E}_1
- b) \vec{E}_2
- c) \vec{E}_3
- d) \vec{E}_4
- e) $\vec{E} = \vec{0}$

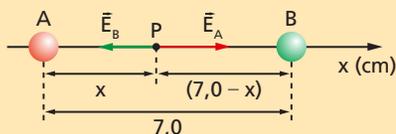


29. Sobre o eixo de abscissas x fixamos dois corpúsculos eletrizados A e B com cargas $Q_A = +9,0$ mC e $Q_B = +16$ mC. Determine a abscissa de um ponto P no qual o campo elétrico é nulo.



Resolução:

Sendo $Q_A > 0$, o campo elétrico \vec{E}_A , que ela gera em P , aponta de P para B , ou seja, é de **afastamento**. Sendo $Q_B > 0$, o campo elétrico \vec{E}_B , que ela gera em P , também é de outro afastamento e aponta de P para A . Como temos campo nulo em P , os módulos de \vec{E}_A e \vec{E}_B são iguais:



$$E_A = E_B$$

$$K_0 \frac{Q_A}{d_A^2} = K_0 \frac{Q_B}{d_B^2} \Rightarrow \frac{Q_A}{d_A^2} = \frac{Q_B}{d_B^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{9,0}{x^2} = \frac{16}{(7,0 - x)^2}$$

Extraindo-se a raiz quadrada em ambos os membros:

$$\frac{3,0}{x} = \frac{4,0}{7,0 - x}$$

$$4,0x = 21 - 3,0x \Rightarrow 7,0x = 21 \Rightarrow x = 3,0 \text{ cm}$$

30. Considere o eixo de abscissas ($0x$). Sobre ele são colocadas duas cargas pontuais ① e ② tais que:

- ① $Q_1 = +25 \mu\text{C}$; $x_1 = 0$
- ② $Q_2 = +4,0 \mu\text{C}$; $x_2 = 14$ cm

Determine a abscissa do ponto P em que o campo elétrico resultante é nulo.

31. Considere as cargas elétricas puntiformes e iguais nos vértices das figuras regulares abaixo. Determine em cada uma delas a direção, o sentido e o módulo do campo elétrico no seu baricentro G .

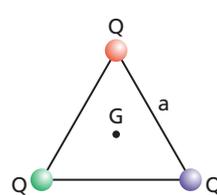


Figura a. Triângulo equilátero.

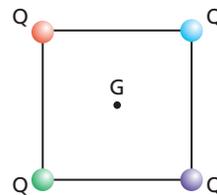
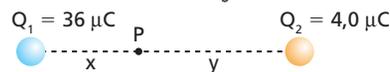


Figura b. Quadrado.

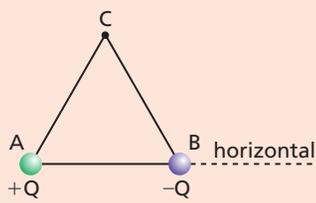
32. Sabemos que em P o campo elétrico resultante é nulo. Determine a razão $\frac{x}{y}$.



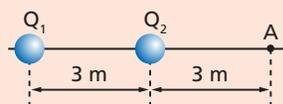
Exercícios de Reforço

33. (UF-AL) Considere um triângulo equilátero ABC . Nos vértices A e B , são fixadas cargas puntiformes de mesmo módulo e sinais opostos, positiva em A e negativa em B , como mostra a figura. O campo elétrico resultante no vértice C é mais bem representado pelo vetor:

- a) \downarrow
- b) \uparrow
- c) \leftarrow
- d) \rightarrow
- e) nulo



34. (AFA-SP) Sejam duas cargas puntiformes Q_1 e Q_2 , dispostas segundo a figura.



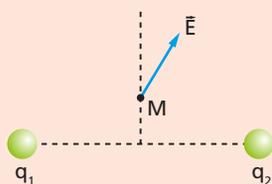
A intensidade do vetor campo elétrico, em N/C, no ponto A da figura, vale: (Dados: $Q_1 = 10^{-8}$ C; $Q_2 = -10^{-9}$ C; $K_0 = 9 \cdot 10^9$ Nm²/C².)

- a) 1,0
- b) 1,5
- c) 2,5
- d) 3,5

35. (Unesp-SP) Duas partículas com carga $5,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ cada uma estão separadas por uma distância de 1,0 m. Dado $K = 9,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$, determine:

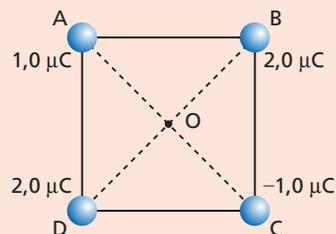
- a intensidade da força elétrica entre as partículas;
- o campo elétrico no ponto médio entre as partículas.

36. (Cesgranrio-RJ) Considere duas cargas, q_1 e q_2 , fixas em laboratório. Verifica-se, experimentalmente, que o campo elétrico em M , equidistante de q_1 e q_2 , pode ser representado pelo vetor \vec{E} da figura. O que se pode concluir quanto aos sinais e aos valores absolutos das duas cargas?



- | | | | |
|-------|-----------------|-------|-----------------|
| a) ++ | $ q_1 < q_2 $ | d) +- | $ q_1 > q_2 $ |
| b) +- | $ q_1 < q_2 $ | e) -+ | $ q_1 < q_2 $ |
| c) ++ | $ q_1 > q_2 $ | | |

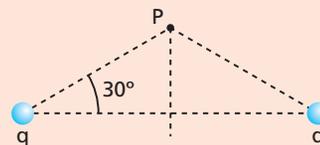
37. (Unifor-CE) Nos vértices de um quadrado de lado $10\sqrt{2} \text{ cm}$ são fixadas quatro cargas elétricas cujos valores se encontram na figura.



- Qual o sentido do vetor campo elétrico gerado no centro O do quadrado por cada uma das cargas elétricas A, B, C e D ?
- Sendo $k_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ a constante eletrostática do meio, determine a intensidade do campo elétrico resultante no centro do quadrado.

38. (Aman-RJ) Duas cargas idênticas negativas, simetricamente dispostas, conforme a figura, produzem no ponto P um campo elétrico resultante de módulo E . Para uma carga, apenas, o módulo do vetor campo elétrico em P vale:

- $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)E$
- $\frac{1}{2}E$
- $\sqrt{3}E$
- $2E$
- E



5. Campo elétrico gerado por uma esfera condutora eletrizada

A esfera condutora eletrizada é um caso particular na Eletrostática. Suas cargas elétricas distribuem-se simetricamente pela sua superfície externa, seja ela maciça, seja apenas uma casca esférica.

Quando se eletriza uma esfera, as suas cargas se repelem e procuram as posições mais afastadas umas das outras, por isso se acomodam na superfície externa da esfera. Quando cessa o movimento de cargas no interior da esfera, dizemos que ela atingiu o **equilíbrio eletrostático**.

O campo elétrico no interior da esfera

Estando a esfera em equilíbrio eletrostático, o campo interno é nulo. Se assim não o fosse, haveria forças elétricas atuando sobre os elétrons livres do metal, produzindo uma corrente elétrica interna ou um movimento de cargas. Esse fato contraria a definição de equilíbrio eletrostático.

Assim, para qualquer ponto interno à esfera condutora, seja ela maciça ou casca esférica, é nulo o campo elétrico nesse ponto. Escrevemos:

$$\vec{E}_{\text{int}} = \vec{0}$$

Campo elétrico em pontos externos à esfera

O cálculo da intensidade do campo elétrico em um ponto externo à esfera, com rigor matemático, pode ser feito pelo Teorema de Gauss.

No entanto, a esfera possui uma distribuição simétrica de cargas na sua superfície. Não é difícil imaginarmos que, para efeito de cálculo do campo externo, toda a sua carga se comporta como se estivesse armazenada no centro geométrico. Esse local é chamado **centro de cargas**. Esse é o resultado do Teorema de Gauss.

Na figura 25 o ponto P é um ponto externo à esfera. A sua distância deve ser medida até o centro de cargas, isto é, até o centro da esfera.

Para calcularmos a intensidade do campo elétrico em P , basta usar a mesma equação da carga puntiforme:

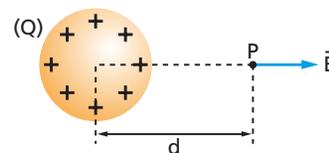


Figura 25.

$$E_p = K \frac{|Q|}{d^2} \quad \textcircled{1} \text{ (pontos externos)}$$

Campo elétrico num ponto P , infinitamente próximo da superfície

Se aproximarmos da superfície da esfera o ponto P da figura 25, a sua distância vai se aproximando do valor do raio R da esfera. Estando ele ainda do lado de fora, mas infinitamente próximo da superfície, podemos confundir os valores de d com R e escrever:

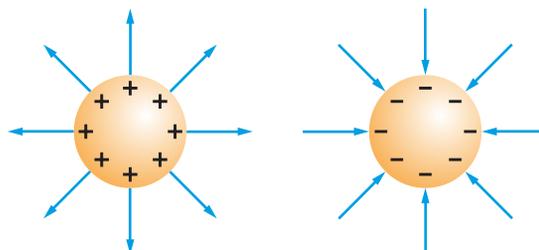
$$E_{\text{próx}} = K \frac{|Q|}{R^2} \quad \textcircled{2} \text{ (pontos infinitamente próximos)}$$

A direção e o sentido — linhas de campo

Como já estudamos, o campo elétrico da esfera é radial, e o seu sentido depende do sinal da carga fonte (fig. 26).

$Q > 0 \Rightarrow \vec{E}$ se afasta da esfera.

$Q < 0 \Rightarrow \vec{E}$ se aproxima da esfera.



(a) Esfera com carga positiva.

(b) Esfera com carga negativa.

Figura 26. Linhas do campo elétrico das esferas.

Exemplo 6

A carga de uma esfera condutora em equilíbrio eletrostático vale $Q = +10e$. Seu raio é $R = 10$ cm. Pretendemos calcular a intensidade do campo elétrico de um ponto situado a 9 cm do centro da esfera.

Procedimento: comparamos a distância d com o raio R :

$$d = 9 \text{ cm} < R = 10 \text{ cm}$$

Esse ponto é interno à superfície, e o campo é **nulo**.

Exemplo 7

Usando a mesma esfera do Exemplo 6, queremos calcular a intensidade do campo elétrico em um ponto B situado a 12 cm do centro da esfera.

Procedimento:

1ª) Comparamos a distância d com o raio R da esfera:

$$D = 12 \text{ cm} > R = 10 \text{ cm}$$

O ponto B é externo à esfera.

2ª) Aplicamos a equação (1) anterior:

$$E_B = K_0 \frac{|Q|}{d^2}$$

Usamos:

$$Q = 10e = 10 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19}) \text{ C} = 16 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$d = 12 \text{ cm} = 12 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ unidade SI}$$

Esses valores devem ser substituídos na equação (1) e obteremos o resultado.

$$E_B = 9,0 \cdot 10^9 \frac{(16 \cdot 10^{-19})}{(12 \cdot 10^{-2})^2} \Rightarrow E_B = 1,0 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Gráfico da intensidade do campo elétrico em função da distância ao centro

Consideremos uma casca esférica uniformemente eletrizada com uma carga elétrica Q . Na figura 27 temos um ponto P e a distância em relação ao centro. Lembremos que:

- para pontos internos ($d < R$), teremos campo elétrico nulo.
- para pontos externos ($d > R$), a intensidade do campo elétrico é inversamente proporcional ao quadrado da distância ao centro da esfera. Vale a equação (1).
- para pontos no entorno da esfera, infinitamente próximos da superfície, vale a equação (2), sendo esse o valor máximo da intensidade do campo elétrico.
- para a distância $d = R$, a função é descontínua.

Na figura 28 temos um esboço do gráfico da variação do módulo do campo elétrico \times distância.

Esfera maciça e casca esférica

Citamos no texto da esfera eletrizada os dois termos e deixamos a cargo do leitor a sua interpretação. Falemos um pouco de ambas.

O termo **casca esférica** refere-se apenas a uma superfície esférica, cuja espessura é desprezível em comparação ao raio da esfera. Um condutor esférico oco e uma casca esférica têm o mesmo comportamento eletrostático, pois as cargas elétricas se localizam na superfície. O campo interno é nulo e valem as equações (1) e (2) anteriores.

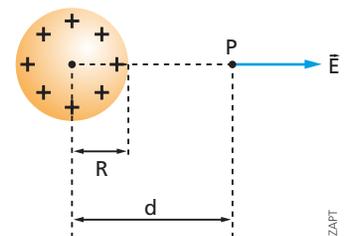


Figura 27.

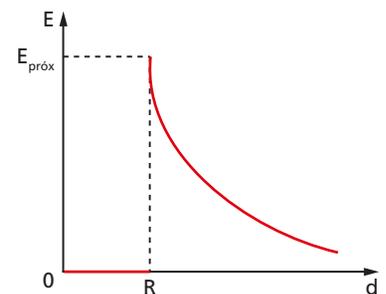


Figura 28. Campo elétrico de uma casca esférica eletrizada em função da distância ao centro.

O corpo esférico maciço pode apresentar algumas variações:

- Se o material for condutor elétrico, suas cargas irão para a superfície, e seu comportamento eletrostático é idêntico ao de uma casca esférica. No seu interior o campo é nulo. Valem as equações ① e ②. O gráfico da figura 28 também é válido.
- Se o material não for condutor, as cargas estarão espalhadas no seu interior, e seu comportamento é diferente da casca, pois o campo elétrico interno não é nulo. Há um caso particular, de material não condutor, em que se supõe que as cargas fiquem distribuídas uniformemente em seu interior. A densidade volumétrica de cargas é constante. Nesse caso, valem as equações ① e ②, mas o campo será nulo apenas no seu centro. Esse campo elétrico se assemelha bastante ao campo gravitacional da Terra, no qual g varia de modo linear para pontos internos ao planeta. A figura 29 nos mostra esse campo.

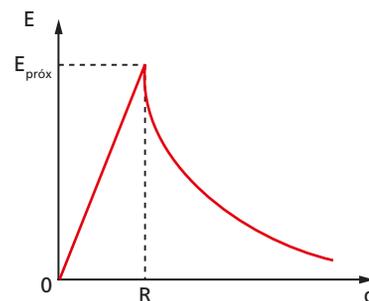


Figura 29. Campo elétrico de uma esfera maciça com distribuição uniforme de cargas em seu interior.

Exercícios de Aplicação

39. Considere uma esfera metálica, em equilíbrio eletrostático, de raio igual a 20 cm. Sua carga elétrica vale $40 \mu\text{C}$, e ela está afastada de outros corpos. O meio é o vácuo: $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$. Calcule a intensidade do campo elétrico:

- no seu interior;
- num ponto infinitamente próximo da esfera;
- na sua superfície.

Resolução:

a) No seu interior o campo é nulo, pois a esfera está em equilíbrio eletrostático.

b) Num ponto infinitamente próximo:

$$Q = 40 \mu\text{C} = 40 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

$$R = 20 \text{ cm} = 2,0 \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

Vem:

$$E_{\text{próx}} = K_0 \frac{|q|}{R^2}$$

Sendo:

$$E_{\text{próx}} = 9,0 \cdot 10^9 \frac{40 \cdot 10^{-6}}{(2,0 \cdot 10^{-1})^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{\text{próx}} = 9,0 \cdot 10^6 \text{ V/m}$$

40. Uma casca esférica de raio $R = 5,0 \text{ cm}$, no vácuo, está uniformemente eletrizada com carga $Q = 3,6 \text{ pC}$. Determine a intensidade do campo elétrico em um ponto:

- situado a $2,0 \text{ cm}$ do centro da casca esférica;
- distante $1,0 \text{ cm}$ da superfície, mas do lado de fora da casca.

Resolução:

a) Como a esfera tem raio $5,0 \text{ cm}$, então o ponto considerado, a $2,0 \text{ cm}$ do centro, é interno, e no interior da esfera o campo é **nulo**.

b) Estando o ponto localizado do lado de fora da casca e a $1,0 \text{ cm}$ da superfície, equivale dizer a 6 cm do centro:

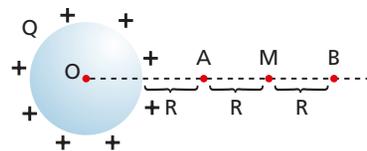
$$d = 1,0 \text{ cm} + R = 1,0 \text{ cm} + 5,0 \text{ cm} = 6,0 \text{ cm} = 6,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

O campo elétrico tem intensidade dada por:

$$E = K_0 \frac{|Q|}{d^2} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{(3,6 \cdot 10^{-12})}{(6,0 \cdot 10^{-2})^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = \frac{9,0 \cdot 10^9 \cdot 3,6 \cdot 10^{-12}}{36 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow E = 9,0 \text{ N/C}$$

41. Na figura, a esfera metálica tem raio R e está uniformemente eletrizada. Ela determina em A um campo elétrico de intensidade E .



- Determine, em função de E , a intensidade do campo elétrico em B .
- Dobramos a carga da esfera. Determine, em função de E , a intensidade do campo elétrico em M .

42. Uma esfera de raio $R = 10 \text{ cm}$, condutora, está eletrizada com carga negativa $Q = -2,0 \cdot 10^{-16} \text{ C}$. O meio é o vácuo, onde $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ unidades do SI. Determine a intensidade do campo elétrico nos seguintes pontos:

- a) a 8,0 cm do centro;
- b) a 20 cm do centro;
- c) a 30 cm da superfície.

43. Construiu-se uma casca esférica metálica com 1,0 m de raio. No seu interior pendurou-se no ponto mais alto do "teto" um pêndulo de fio de náilon e esfera metálica. O fio media 0,50 cm, e sua esferinha estava eletrizada com carga elétri-

ca positiva q . Eletrizou-se a casca esférica com uma quantidade bastante elevada de carga elétrica, de valor Q . Sendo K a constante eletrostática do ar, então a força elétrica sobre a esferinha do pêndulo tem intensidade:

- a) zero
- b) $k \frac{Q \cdot q}{(0,5)^2}$
- c) $k \frac{Q \cdot q}{(0,75)^2}$
- d) $k \frac{Q \cdot q}{(1,0)^2}$
- e) $k \frac{Q \cdot q}{(2,0)^2}$

Exercícios de Reforço

44. Retiraram-se de uma casca esférica metálica a quantidade de $4,0 \cdot 10^{13}$ elétrons. O raio da casca é 50 cm e o meio é o vácuo. Determine:

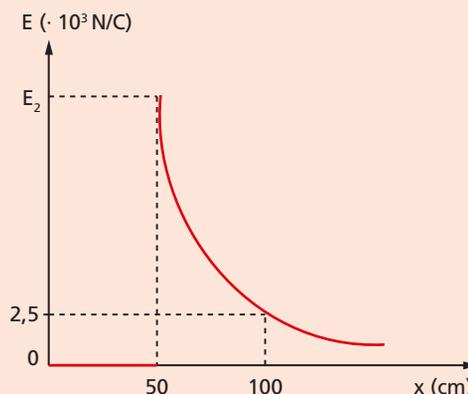
- a) a carga elétrica na casca esférica. Adote $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.
- b) a intensidade do campo elétrico a 48 cm do centro.
- c) a intensidade do campo elétrico a 60 cm do centro. Adote $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ N · m²/C².
- d) a intensidade do campo num ponto externo, infinitamente próximo da casca.

45. Retome a esfera do exercício anterior e esboce o gráfico da intensidade do campo elétrico em função da distância ao centro.

46. (Fund. Carlos Chagas-BA) Considere uma esfera metálica de raio R , com carga elétrica Q uniformemente distribuída em sua superfície. Num ponto P , a uma distância $2R$ do centro da esfera, o campo elétrico devido à carga Q vale E . A uma distância $3R$ da superfície da esfera, o valor do campo elétrico é:

- a) E
- b) $\frac{E}{2}$
- c) $\frac{E}{4}$
- d) $\frac{E}{9}$
- e) $\frac{E}{16}$

47. Considere o gráfico da intensidade de campo elétrico de um condutor esférico maciço, no vácuo, representado na figura.



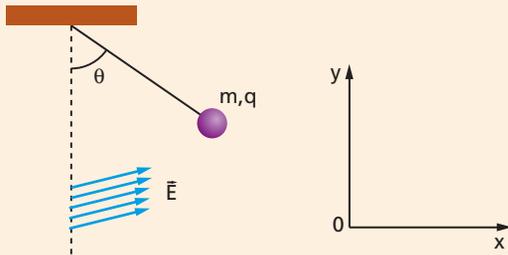
Determine:

- a) a carga da esfera; (Adote $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ N · m²/C².)
- b) a intensidade do campo elétrico para $x = 20$ cm;
- c) a intensidade do campo para $x = 200$ cm;
- d) o valor E_2 indicado no gráfico.

Exercícios de Aprofundamento

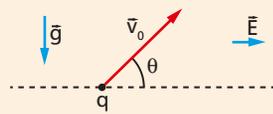
48. (OPF-SP) Qual é o campo elétrico, em unidades do sistema internacional, gerado pelo núcleo de um átomo de ferro, no vácuo, a uma distância de $6,00 \cdot 10^{-10}$ m do mesmo? O número atômico do ferro é 26. Suponha que o núcleo pode ser tratado como uma carga puntiforme. (Dados: $K =$ constante eletrostática $= 9 \cdot 10^9$ N · m²/C² e a carga do elétron é $1,6 \cdot 10^{-19}$ C.)

49. (ITA-SP) Uma esfera homogênea de carga q e massa m de 2 g está suspensa por um fio de massa desprezível em um campo elétrico cujas componentes x e y têm intensidades $E_x = \sqrt{3} \cdot 10^5$ N/C e $E_y = 1 \cdot 10^5$ N/C, respectivamente, como mostra a figura. Considerando que a esfera está em equilíbrio para $\theta = 60^\circ$, qual é a força de tração no fio? (Considere $g = 9,8$ m/s².)



- a) $9,80 \cdot 10^{-3} \text{ N}$
- b) $1,96 \cdot 10^{-2} \text{ N}$
- c) nula
- d) $1,70 \cdot 10^{-3} \text{ N}$
- e) $7,17 \cdot 10^{-3} \text{ N}$

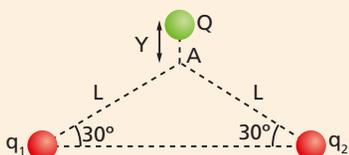
50. (AFA-SP) Na figura, uma partícula com carga elétrica positiva q e massa m é lançada obliquamente de uma superfície plana, com velocidade inicial de módulo v_0 , no vácuo, inclinada de um ângulo θ em relação à horizontal.



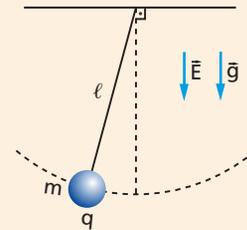
Considere que, além do campo gravitacional de intensidade g , atua também um campo elétrico uniforme de módulo E . Pode-se afirmar que a partícula voltará à altura inicial de lançamento após percorrer, horizontalmente, uma distância igual a:

- a) $\frac{v_0}{2g} \left(1 + \frac{qE}{m} \sin 2\theta \right)$
- b) $\frac{v_0^2}{2g} \sin \theta \left(\cos \theta + \frac{qE}{m} \sin \theta \right)$
- c) $\frac{v_0}{g} \left(\sin 2\theta + \frac{qE}{mg} \right)$
- d) $\frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta \left(1 + \frac{qE}{mg} \tan \theta \right)$

51. (UF-PE) A figura mostra um triângulo isósceles, de lado $L = 3 \text{ cm}$ e ângulo de base 30° . Nos vértices da base temos cargas pontuais $q_1 = q_2 = 2 \mu\text{C}$. Deseja-se colocar uma outra carga $Q = 8 \mu\text{C}$, a uma distância Y verticalmente acima do vértice A , de modo que o campo elétrico total em A seja igual a zero. Qual o valor de Y , em centímetros?



52. (ITA-SP) Considere um pêndulo de comprimento ℓ , tendo na sua extremidade uma esfera de massa m com uma carga elétrica positiva q . A seguir, esse pêndulo é colocado num campo elétrico uniforme \vec{E} que atua na mesma direção e sentido da aceleração da gravidade \vec{g} .

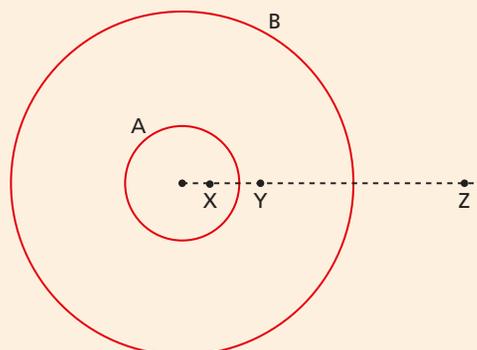


ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

Descolando-se essa carga ligeiramente de sua posição de equilíbrio e soltando-a, ela executa um movimento harmônico simples, cujo período é:

- a) $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$
- b) $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{(g + q)}}$
- c) $T = 2\pi \sqrt{\frac{m\ell}{(qE)}}$
- d) $T = 2\pi \sqrt{\frac{m\ell}{(mg - qE)}}$
- e) $T = 2\pi \sqrt{\frac{m\ell}{(mg + qE)}}$

53. Na figura representam-se duas cascas esféricas concêntricas, A e B , cujos raios medem: $R_A = 2,0 \text{ cm}$ e $R_B = 6,0 \text{ cm}$. Ambas estão eletrizadas com a mesma carga elétrica $Q = +4,0 \mu\text{C}$. O meio é o vácuo e a constante eletrostática dele é $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ unidades SI. Considere ainda três pontos: X , Y e Z , em que o primeiro está a $1,0 \text{ cm}$ do centro; o segundo, a $3,0 \text{ cm}$; e o terceiro, a 10 cm . Determine a intensidade do campo elétrico em cada um dos pontos.



Potencial elétrico

Estudamos no capítulo anterior o campo elétrico, abordando principalmente o seu aspecto vetorial. Vimos que o campo elétrico é um agente da força elétrica, e sua função é transmitir a força elétrica à carga elétrica. Vem daí o seu nome: campo elétrico de forças. Visualizamos a direção e o sentido do campo pelas linhas de força e podemos até mesmo dizer que elas nos mostravam um “desenho” do campo elétrico.

Neste capítulo vamos estudar a energia potencial elétrica da partícula no campo elétrico, bem como procurar entender de que forma ela a adquiriu. Diferentemente do campo elétrico, o potencial e a energia elétrica são grandezas escalares, o que torna o nosso estudo mais suave.

1. Trabalho no campo elétrico uniforme

Como vimos no capítulo anterior, no campo elétrico uniforme, a força elétrica se mantém constante (módulo, direção e sentido), portanto o trabalho pode ser calculado usando-se os conceitos aprendidos na Mecânica, ou seja, pelo simples produto entre a intensidade da força pelo deslocamento.

Na figura 1, ilustramos um exemplo em que uma partícula, dotada de massa m e de carga elétrica q , foi abandonada na posição A , sobre uma linha de força. Devido à ação da força elétrica \vec{F} , ela adquire movimento e desloca-se de A para B , onde passa com uma velocidade \vec{v} .

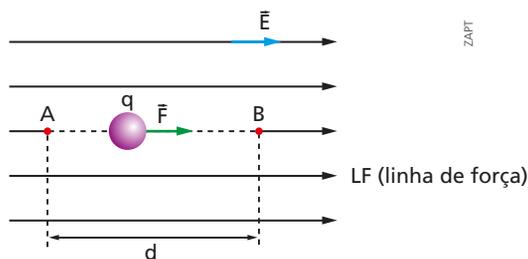


Figura 1. Carga puntiforme sob a ação da força elétrica \vec{F} sendo deslocada de A para B .

O trabalho realizado pela força elétrica \vec{F} desde A até B é dado por:

$$\mathcal{W}_{AB} = F \cdot AB \Rightarrow \mathcal{W}_{AB} = F \cdot d \quad (1)$$

Considerando que $F = q \cdot E$, vem:

$$\mathcal{W}_{AB} = q \cdot E \cdot d \quad (2)$$

1. Trabalho no campo elétrico uniforme
2. Energia potencial elétrica
3. Trabalho num campo elétrico qualquer
4. Energia potencial elétrica de um par de cargas puntiformes
5. Energia potencial de um sistema formado por três ou mais cargas elétricas
6. Potencial elétrico de uma carga puntiforme
7. Potencial elétrico gerado por diversas cargas puntiformes
8. Superfícies equipotenciais
9. Potencial de um condutor esférico

Campo de forças conservativo

Definimos na Mecânica o conceito de campo conservativo ou campo de forças conservativas como aquele em que o trabalho realizado pela força do campo não depende da trajetória da partícula, mas apenas de sua posição inicial e final.

O campo elétrico uniforme é conservativo, como podemos verificar nos exemplos a seguir.

Exemplo 1

Uma partícula de massa m e de carga elétrica $q > 0$ foi deslocada no interior do campo elétrico uniforme, desde a posição A até a posição B , porém sua trajetória é uma curva qualquer, como mostra a figura 2. Sobre a partícula atuaram: uma força elétrica \vec{F} e outra força de um operador, para que a trajetória fosse uma curva.

Neste exemplo vamos estabelecer apenas uma forma de calcular o trabalho da força elétrica e não nos preocuparemos com a força do operador, que sequer foi mostrado na figura 2.

Para usarmos as duas equações anteriores ① e ②, devemos medir o deslocamento na direção da força \vec{F} , tal qual aprendemos na Mecânica. Observe isso na figura 2.

$$\vec{\sigma}_{AB} = F \cdot d \Rightarrow \vec{\sigma}_{AB} = q \cdot E \cdot d$$

Desse modo, verificamos que o trabalho da força elétrica no campo uniforme não depende da trajetória. A força elétrica é conservativa.

Pode-se provar também que qualquer outro tipo de campo elétrico é conservativo, mesmo que não seja uniforme. A força elétrica é sempre conservativa, isto é, o trabalho que ela realiza sobre uma carga elétrica em movimento não depende da sua trajetória, mas apenas da posição inicial e final da partícula.

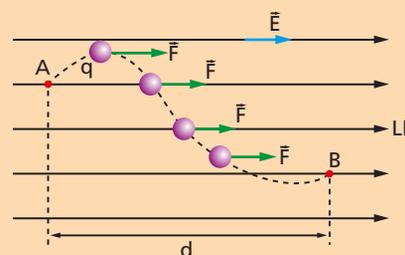


Figura 2. Uma partícula de carga q está sendo deslocada de uma posição inicial A para outra posição B num campo elétrico uniforme.

Exemplo 2

Na figura 3, uma partícula é deslocada da posição A para outra posição B , ora pelo caminho ①, ora pelo caminho ②. O trabalho da força elétrica não depende da trajetória, e em ambos os caminhos eles são iguais. Podemos escrever:

$$\vec{\sigma}_1 = \vec{\sigma}_2$$



Figura 3. Carga elétrica que foi transportada pelo operador e pela força elétrica \vec{F} de A para B , usando os caminhos ① e ②.

2. Energia potencial elétrica

A todo campo de força conservativo associam-se os conceitos de energia potencial e de potencial. Associamos, na Mecânica, o conceito de energia potencial ao campo de gravidade por se tratar de um campo de forças conservativo.

Portanto, podemos associar ao campo elétrico, que também é conservativo, os conceitos de **energia potencial elétrica** e **potencial elétrico**.

A energia potencial elétrica

Seja q uma carga elétrica puntiforme abandonada em repouso num ponto A de um campo eletrostático qualquer (fig. 4). A força elétrica atuando sobre a referida carga q tende a deslocá-la em sua própria direção e sentido, realizando assim um trabalho positivo. A partícula adquire, então, uma energia cinética.

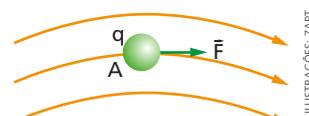


Figura 4. Partícula eletrizada abandonada num campo elétrico.

Ora, uma vez que a força elétrica realizou um trabalho positivo, concluímos que, em A , a partícula possuía outra forma de energia que se transformou em energia cinética. Esta outra forma de energia é a energia potencial elétrica.

O conceito de energia potencial exige que se tenha uma referência para o seu cálculo. Vamos, então, adotar um ponto R , fixado arbitrariamente, e calcular a energia potencial da carga em relação a esse ponto.

Por definição:

A energia potencial de uma carga elétrica puntiforme q , situada num ponto A de uma região onde existe um campo elétrico, é igual ao trabalho da força elétrica para transportar essa carga desde A até o ponto R de referência (fig. 5).

$$E_{\text{pot}_A} = \mathcal{W}_{AR}$$

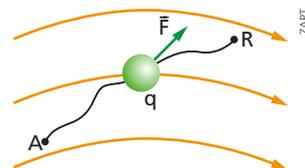


Figura 5. A partícula foi transportada da posição A para a posição R , com a ajuda de um operador.

Portanto, a energia potencial depende do ponto de referência escolhido para o seu cálculo.

Potencial elétrico

Define-se potencial elétrico associado ao ponto A como o quociente entre a energia potencial elétrica e o valor da carga elétrica da partícula colocada em A .

$$V_A = \frac{E_{\text{pot}_A}}{q}$$

Esse quociente é constante em cada ponto do campo elétrico e independe do valor de q .

Observemos também que o potencial elétrico em A não tem nem direção nem sentido, sendo, portanto, uma **grandeza escalar**.

Unidades de potencial e de energia potencial

Como já estudamos nos capítulos anteriores sobre corrente elétrica, as unidades de carga elétrica, potencial elétrico e de energia potencial elétrica são, respectivamente: o coulomb (C), o volt (V) e o joule (J).

Usando a equação anterior, estabelecemos:

$$\text{volt} = \frac{\text{joule}}{\text{coulomb}}$$

Essa relação entre joule, volt e coulomb já havia sido estabelecida no capítulo 2 – A corrente elétrica.

Exemplo 3

Num ponto A do campo elétrico foram colocadas sucessivamente quatro partículas. Tira-se uma e põe-se outra. Foi levantada uma tabela com os valores medidos da energia potencial adquirida pela partícula e a sua respectiva carga (ver figura 6).

| | A_1 | A_2 | A_3 | A_4 |
|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| Energia potencial (pJ) | 20 | 30 | 40 | 50 |
| Carga elétrica (pC) | 2,0 | 3,0 | 4,0 | 5,0 |

Vamos calcular o potencial elétrico no ponto A.

Por definição, temos:

$$V_A = \frac{E_{\text{pot}}}{q}$$

Para cada carga elétrica vamos realizar o quociente:

$$V_{A_1} = \frac{20 \text{ pJ}}{2,0 \text{ pC}} = 10 \text{ V}; V_{A_2} = \frac{30 \text{ pJ}}{3,0 \text{ pC}} = 10 \text{ V};$$

$$V_{A_3} = \frac{40 \text{ pJ}}{4,0 \text{ pC}} = 10 \text{ V}; V_{A_4} = \frac{50 \text{ pJ}}{5,0 \text{ pC}} = 10 \text{ V}$$

Resultado: $V_{A_1} = V_{A_2} = V_{A_3} = V_{A_4} = 10 \text{ V}$

O potencial elétrico em A manteve-se constante e igual a 10 V. Essa é uma característica do potencial elétrico de um ponto do campo elétrico.

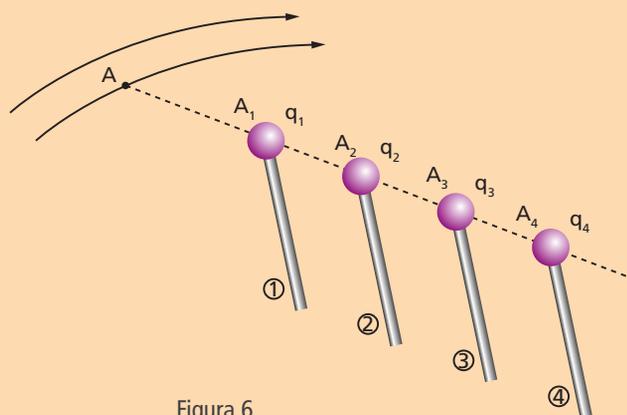


Figura 6.

3. Trabalho num campo elétrico qualquer

Uma partícula eletrizada com carga elétrica q será deslocada entre dois pontos quaisquer, A e B, da região de um campo elétrico. Vamos determinar o trabalho da força elétrica em função da carga q e dos potenciais elétricos V_A e V_B , respectivamente, de A e B.

Como o campo é conservativo, esse trabalho não depende da forma da trajetória, de tal maneira que poderemos levar a partícula inicialmente até um ponto R, de referência, e daí até B (fig. 7).

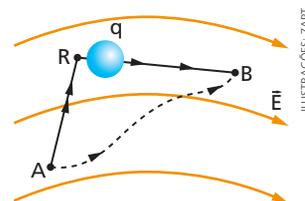


Figura 7.

$$\tilde{\omega}_{AB} = \tilde{\omega}_{AR} + \tilde{\omega}_{RB} \quad (1)$$

Da Mecânica sabemos que, em campo conservativo, vale:

$$\tilde{\omega}_{RB} = -\tilde{\omega}_{BR} \quad (2)$$

Substituindo-se (2) em (1), temos:

$$\tilde{\omega}_{AB} = \tilde{\omega}_{AR} - \tilde{\omega}_{BR}$$

Lembrando a definição de energia potencial, podemos escrever:

$$\tilde{\omega}_{AR} = E_{\text{pot}_A} \text{ (energia potencial de } q \text{ em A)}$$

$$\tilde{\omega}_{BR} = E_{\text{pot}_B} \text{ (energia potencial de } q \text{ em B)}$$

Assim:

$$\tilde{\omega}_{AB} = E_{\text{pot}_A} - E_{\text{pot}_B} \quad (3)$$

O trabalho da força elétrica sobre a carga elétrica q é igual à diferença entre a energia potencial inicial e a energia potencial final.

Cálculo do trabalho em função da ddp entre os pontos A e B

Lembrando, agora, a definição de potencial elétrico num ponto, temos:

$$V_A = \frac{E_{\text{pot}_A}}{q} \Rightarrow E_{\text{pot}_A} = q \cdot V_A$$

$$V_B = \frac{E_{\text{pot}_B}}{q} \Rightarrow E_{\text{pot}_B} = q \cdot V_B$$

Voltando à equação ③:

$$\mathcal{W}_{AB} = q \cdot V_A - q \cdot V_B$$

$$\mathcal{W}_{AB} = q \cdot (V_A - V_B)$$

Observemos que:

- O trabalho da força elétrica é proporcional à carga elétrica transportada e à ddp entre os pontos de posição inicial e final ocupados pela partícula.
- O trabalho não depende do referencial, mas apenas da diferença de potencial entre os pontos A e B .

O elétron-volt

Na Física Atômica e Nuclear trabalha-se com algumas partículas dotadas de carga elétrica elementar, ou seja, de módulo e , tais como prótons e elétrons. Comumente essas partículas são aceleradas por diferenças de potencial de alguns milhões de volts. É muito conveniente se medir sua energia numa unidade denominada **elétron-volt**, produto da carga elementar pelo volt.

$$1 \text{ eV} = (1e) \cdot (1V) = (1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}) \cdot (1 \text{ J/C}) = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Um **elétron-volt** é a energia cinética ganha por uma partícula com carga elétrica elementar e , que está sendo acelerada entre dois pontos de um campo elétrico cuja diferença de potencial tem valor de **1 V**.

De modo equivalente, também se pode definir o elétron-volt pensando no trabalho da força elétrica:

Um elétron-volt é a energia igual ao trabalho necessário para deslocar uma carga elétrica elementar e , entre dois pontos de um campo elétrico cuja diferença de potencial tem valor de **1 V**.

Exemplo 4

Na figura 8 estão representados os pontos A e B de uma mesma linha de força de um campo elétrico uniforme. A ddp entre os dois pontos vale 8 V. Uma partícula positiva de carga elétrica elementar $+5e$, abandonada em repouso no ponto A , atinge o ponto B com energia cinética de 40 eV.

O trabalho realizado pela força elétrica sobre essa partícula é dado por:

$$\mathcal{W}_{AB} = q \cdot (V_A - V_B) \Rightarrow \mathcal{W}_{AB} = (5e) \cdot (8 \text{ V}) = 40 \text{ eV}$$

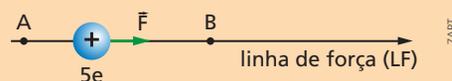


Figura 8. Partícula acelerada entre os pontos A e B .

Exemplo 5

A ddp entre dois pontos A e B , de uma linha de força retilínea, vale $2,0 \cdot 10^6 \text{ V}$. Uma partícula α (2 prótons e 2 nêutrons) é abandonada em repouso no ponto A . Sendo acelerada pela força elétrica, atinge o ponto B com energia cinética dada por:

$$E_{\text{cin}} = \mathcal{W}_{AB} = q \cdot (V_A - V_B)$$

$$E_{\text{cin}} = \mathcal{W}_{AB} = (2e) \cdot (2 \cdot 10^6 \text{ V}) = 4 \cdot 10^6 \text{ eV} = 4 \text{ MeV}$$

Observações finais

Não podemos confundir as grandezas **potencial elétrico** com **energia potencial elétrica**. Veja:

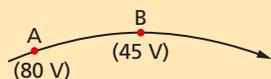
Potencial elétrico é uma propriedade do campo elétrico.

Cada um de seus pontos apresenta um valor de potencial elétrico e que não depende da presença de um corpo carregado. O potencial elétrico é medido em volts.

Energia potencial elétrica é uma propriedade de um corpo carregado na presença de um campo elétrico. É a energia elétrica que esse corpo adquire ao ser colocado no campo elétrico. A energia elétrica é medida em joules.

Exercícios de Aplicação

1. Na figura vemos a representação de uma das linhas de força de um campo elétrico. Estão demarcados os valores de potencial dos pontos A e B . Calcule a energia potencial adquirida por uma carga de prova $q = 3,0 \text{ pC}$ ao ser colocada em cada um desses dois pontos.



Resolução:

Note que a cada um dos pontos A e B associou-se um valor de potencial elétrico. Respectivamente, para A e B , os valores são $V_A = 80 \text{ V}$ e $V_B = 45 \text{ V}$. Quando a carga de prova $q = 3,0 \text{ pC}$ for colocada sobre A , ela irá adquirir uma energia potencial E_{pot_A} e, quando for colocada sobre o ponto B , irá adquirir uma energia potencial E_{pot_B} .

Sendo $E_{\text{pot}} = q \cdot V$, temos:

$$E_{\text{pot}_A} = 3,0 \cdot 10^{-12} \cdot 80 = 240 \cdot 10^{-12} \text{ J} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{\text{pot}_A} = 240 \text{ pJ}$$

$$E_{\text{pot}_B} = 3,0 \cdot 10^{-12} \cdot 45 = 135 \cdot 10^{-12} \text{ J} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{\text{pot}_B} = 135 \text{ pJ}$$

2. Uma partícula de carga elétrica $q = 2,0 \text{ } \mu\text{C}$ é usada como carga de prova em uma região onde há campo elétrico. Ao ser colocada num ponto A , de potencial V_A , adquire uma energia potencial de $4,0 \text{ } \mu\text{J}$ e, ao ser colocada em outro ponto, B , de potencial V_B , adquire potencial de $8,0 \text{ } \mu\text{J}$.
- Determine os potenciais de V_A e V_B .
 - Trocamos a carga de prova por outra, de valor $q' = 3,0 \text{ } \mu\text{C}$. Determine os potenciais de A e B , bem como a energia potencial da carga de prova em A e em B .

Resolução:

Por definição: $V = \frac{E_{\text{pot}}}{q}$.

$$\text{Em } A: V_A = \frac{4,0 \cdot 10^{-6} \text{ J}}{2,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}} \Rightarrow V_A = 2,0 \text{ V}$$

$$\text{Em } B: V_B = \frac{8,0 \cdot 10^{-6} \text{ J}}{2,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}} \Rightarrow V_B = 4,0 \text{ V}$$

- b) O potencial é uma função de ponto do campo elétrico, ou seja, ele é invariável naquele ponto. O único modo de se alterar o potencial de um ponto do campo elétrico é mexermos na sua fonte geradora. Não é o caso no nosso exercício. Logo, mantêm-se constantes os valores anteriormente calculados:

$$V_A = 2,0 \text{ V} \quad \text{e} \quad V_B = 4,0 \text{ V}$$

A nova carga de prova terá energia potencial $E'_{\text{pot}} = q' \cdot V$, ou seja:

$$E'_{\text{pot}_A} = 3,0 \cdot 10^{-6} \cdot 2,0 \Rightarrow$$

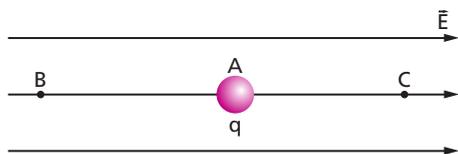
$$\Rightarrow E'_{\text{pot}_A} = 6,0 \cdot 10^{-6} \text{ J} \Rightarrow E'_{\text{pot}_A} = 6,0 \text{ } \mu\text{J}$$

$$E'_{\text{pot}_B} = 3,0 \cdot 10^{-6} \cdot 4,0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E'_{\text{pot}_B} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ J} \Rightarrow E'_{\text{pot}_B} = 12 \text{ } \mu\text{J}$$

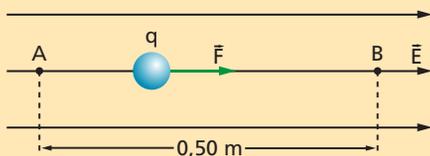
3. Num ponto P de uma região onde há campo elétrico, o potencial elétrico vale $V_p = 6,0 \text{ V}$. Considere uma carga elétrica puntiforme $q = 2,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$. Se você a colocar no ponto P , qual será a energia potencial por ela adquirida?
4. Nos pontos A , B e C de um campo elétrico foram levantados os seguintes valores de potencial elétrico: $V_A = -2,0 \text{ V}$; $V_B = +6,5 \text{ V}$; $V_C = -1,2 \text{ V}$. Uma carga de prova de valor $q = -5,0 \text{ pC}$ foi deslocada de A para B e depois para C por um operador.
- Determine a energia potencial elétrica da carga de prova em cada ponto.
 - Em qual dos deslocamentos ela ganhou energia potencial elétrica?

5. Abandonou-se, em repouso, uma carga elétrica negativa no ponto A de um campo elétrico uniforme, como mostra a figura.



Devido à ação da força elétrica, transmitida pelo campo sobre a partícula, ela se deslocou no sentido de:

- A para B e ganhou energia cinética.
 - A para C e perdeu energia cinética.
 - A para B e perdeu energia cinética.
 - A para C e ganhou energia potencial.
 - A para C e ganhou energia cinética.
6. Considere um campo elétrico uniforme de intensidade $E = 4,0 \text{ N/C}$ e uma carga puntiforme $q = 1,0 \mu\text{C}$, que será abandonada em A. Determine o trabalho da força elétrica durante o movimento espontâneo da carga até chegar a B.



Resolução:

A força elétrica que atua sobre q tem intensidade:

$$F = |q| \cdot E \Rightarrow F = 1,0 \cdot 10^{-6} \cdot 4,0 \Rightarrow F = 4,0 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

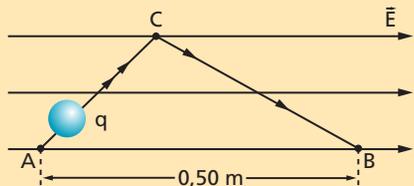
O trabalho dessa força desde A até B vale:

$$\mathcal{W}_{AB} = F \cdot AB$$

Sendo $F = 4,0 \cdot 10^{-6} \text{ N}$ e $AB = 0,50 \text{ m}$ (da figura):

$$\mathcal{W}_{AB} = 4,0 \cdot 10^{-6} \cdot 0,50 \Rightarrow \mathcal{W}_{AB} = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

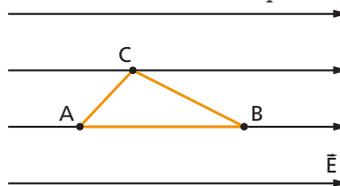
7. Reconsidere o problema anterior. Alteraria o trabalho da força elétrica se porventura o deslocamento da carga q tivesse sido ACB?



Resolução:

Como se trata de campo de forças conservativo, o trabalho seria o mesmo, pois não depende da forma da trajetória.

8. Na figura, o campo elétrico uniforme tem intensidade $E = 0,50 \text{ N/C}$. Uma carga puntiforme $q = 4,0 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ é levada de A para B.



ILUSTRAÇÕES: ZAPIT

Determine o trabalho da força elétrica: (Dados: $AC = 1,0 \text{ m}$; $CB = 2,0 \text{ m}$; $AB = 2,5 \text{ m}$.)

- se o percurso for \overline{AB} (direto);
 - se o percurso for ACB.
9. Uma carga puntiforme q é transportada de um ponto A até outro ponto R em uma região onde existe um campo elétrico gerado por cargas elétricas em repouso. Nesse movimento, o trabalho da força elétrica foi de 40 J . Tomando R como ponto de referência para o cálculo de energia potencial, determine:
- a energia potencial de q em A;
 - o potencial elétrico de A, sabendo que $q = 4,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$.

Resolução:

- a) Por definição, a energia potencial de q em A é igual ao trabalho da força elétrica para deslocá-la de A até R.

$$E_{\text{pot}_A} = \mathcal{W}_{AR}$$

Sendo $\mathcal{W}_{AR} = 40 \text{ J}$, vem:

$$E_{\text{pot}_A} = 40 \text{ J}$$

- b) Por definição, o potencial elétrico de A é dado por:

$$V_A = \frac{E_{\text{pot}_A}}{q} \Rightarrow V_A = \frac{40}{4,0 \cdot 10^{-8}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_A = 1,0 \cdot 10^9 \text{ V}$$

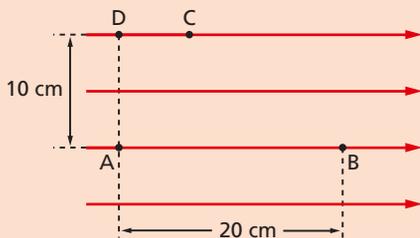
10. Durante o transporte de uma carga puntiforme de $1,0 \mu\text{C}$ no interior de uma região onde há um campo eletrostático, a força elétrica realizou um trabalho de $1,4 \cdot 10^{-8} \text{ J}$. Tendo a carga sido transportada de um ponto P até um ponto R de referência, determine:

- a energia potencial da carga em P;
- o potencial elétrico do ponto P.

11. Uma partícula de carga elétrica q é transportada no interior de um campo elétrico, de um ponto A até um ponto B, por um operador. Em A ela estava em repouso e, ao chegar a B, é novamente colocada em repouso. Admitindo que somente duas forças tenham atuado sobre a partícula, a elétrica e a do operador, determine uma relação entre os trabalhos de ambas.

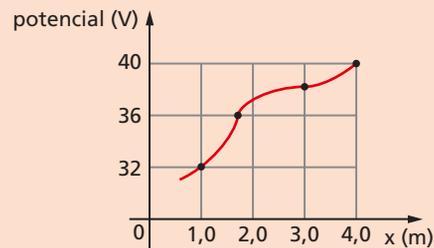
Exercícios de Reforço

12. O valor potencial elétrico num ponto P de uma região onde existe campo elétrico:
- é zero, se nesse ponto não houver nenhuma carga elétrica.
 - depende do valor da carga de prova colocada nesse ponto.
 - não depende do valor da carga de prova colocada no ponto; porém, se nenhuma carga de prova ali houver, ele valerá zero.
 - não depende de nenhuma carga de prova colocada nesse ponto.
 - depende da carga elétrica de prova colocada nesse ponto e assume sempre valores positivos.
13. Um campo elétrico uniforme tem intensidade $E = 6,0 \text{ N/C}$. Uma carga elétrica $q = 2,0 \mu\text{C}$ se desloca de A até B pelos seguintes caminhos: I. AB ; II. ACB ; III. $ADCB$. Determine, em cada um deles, o trabalho da força elétrica.



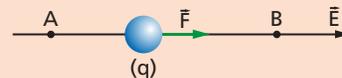
ILUSTRAÇÕES: ZAPT

14. Na figura, temos um gráfico mostrando a distribuição do potencial elétrico em função da abscissa dos pontos de um campo elétrico.



Uma carga pontual $q = +2,0 \mu\text{C}$ é deslocada do ponto A ($x_A = 1,0 \text{ m}$) para o ponto B ($x_B = 4,0 \text{ m}$) e nesse deslocamento o trabalho da força elétrica é:

- $-16 \mu\text{J}$
 - $+16 \mu\text{J}$
 - $-40 \mu\text{J}$
 - $-32 \mu\text{J}$
 - $-8,0 \mu\text{J}$
15. Abandona-se em repouso uma partícula eletrizada com carga positiva $q = +3e$. Esta, por ação exclusiva do campo elétrico, desloca-se de A para B , como mostra a figura.



Se, de $6,0 \text{ MV}$ a ddp entre A e B , pode-se concluir que a partícula passou por B com uma energia cinética igual a:

- $2,0 \text{ keV}$
 - $18,0 \text{ keV}$
 - $2,0 \text{ MeV}$
 - $9,0 \text{ MeV}$
 - $18,0 \text{ MeV}$
- Observação: A grandeza e representa a carga elementar.

4. Energia potencial elétrica de um par de cargas puntiformes

Consideremos um par de cargas elétricas puntiformes Q_1 e Q_2 , as quais se encontram separadas por uma distância d , fixas sobre a reta r e imersas no vácuo (fig. 9). Suponhamos que elas estejam isoladas de outras cargas elétricas.

Se elas tiverem o mesmo sinal, haverá tendência de repulsão entre as partículas, ao passo que, se elas tiverem sinais contrários, haverá tendência de atração entre elas. Em qualquer dos casos manifesta-se certa tendência de movimento (o que não se concretiza somente pelo fato de elas estarem fixas). Fica evidente, portanto, que há energia potencial armazenada no sistema constituído pelas duas cargas elétricas Q_1 e Q_2 .

Verifica-se que essa energia potencial é proporcional a cada uma das cargas elétricas, sendo, portanto, proporcional ao produto delas. A energia potencial é ainda inversamente proporcional à distância que as separa. Para calculá-la, supondo o referencial no infinito, obtemos a equação a seguir, cuja demonstração, por exigir o uso do Cálculo Integral, não será dada aqui.

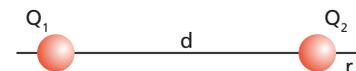


Figura 9.

$$E_{\text{pot}} = K \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d}$$

Nessa equação, K é a constante eletrostática do meio. No caso do vácuo, já vimos que seu valor é $9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

As cargas elétricas devem ser medidas em coulomb (C), a distância em metro (m) e resultará uma energia em joule (J). Os sinais algébricos das cargas elétricas devem ser mantidos.

Exemplo 6

Se duas cargas elétricas de $4,0 \mu\text{C}$, no vácuo, estiverem separadas pela distância de $2,0 \text{ cm}$, a energia potencial desse sistema será:

$$E_{\text{pot}} = K \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d} = 9,0 \cdot 10^9 \frac{(4,0 \cdot 10^{-6}) \cdot (4,0 \cdot 10^{-6})}{(2,0 \cdot 10^{-2})} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{\text{pot}} = 7,20 \text{ J}$$

5. Energia potencial de um sistema formado por três ou mais cargas elétricas

Consideremos um sistema de três cargas elétricas, como mostra a figura 10. Para se calcular a energia potencial elétrica armazenada pelo sistema, não existe nenhuma equação ou fórmula direta que o faça. Devemos agrupar em pares as cargas e calcular a energia potencial de cada par. Em seguida, somamos as parcelas obtidas.

Na figura 10 devemos formar os três pares de cargas: $(Q_1; Q_2)$, $(Q_1; Q_3)$ e $(Q_2; Q_3)$. Para cada par se calcula a energia potencial:

$$E_{p_1} = K \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d_1} \quad E_{p_2} = K \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_3}{d_2} \quad E_{p_3} = K \cdot \frac{Q_2 \cdot Q_3}{d_3}$$

A energia potencial do sistema é dada por:

$$E_{\text{tot}} = E_{p_1} + E_{p_2} + E_{p_3} \quad (\text{energia potencial total})$$

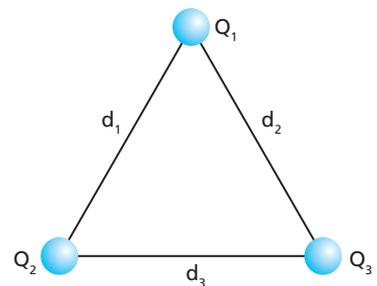


Figura 10. Sistema formado por três cargas elétricas pontiformes.

ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

6. Potencial elétrico de uma carga puntiforme

Estudamos, até agora, o potencial elétrico de um ponto P de um campo elétrico, sem nos preocuparmos como esse campo tenha sido formado. Vamos particularizar a fonte de campo elétrico, que será a mais simples de todas: uma carga elétrica puntiforme.

Seja Q o valor dessa carga fonte. Fixamos um ponto P em suas proximidades, a uma distância d , e vamos determinar o potencial elétrico nesse ponto. Usaremos a figura 11.

Precisamos trazer do infinito uma carga elétrica de prova q (convenientemente positiva). Ao estacioná-la em P , sua energia potencial será:

$$E_{\text{pot}} = K \cdot \frac{qQ}{d} \quad \textcircled{1}$$

Por definição, o potencial elétrico em P é dado pelo quociente:

$$V_P = \frac{E_{\text{pot}}}{q} \quad \textcircled{2}$$

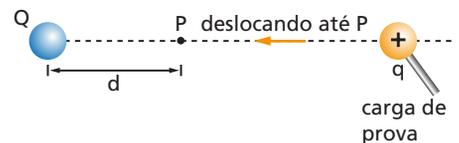


Figura 11.

Substituindo ① em ②, vem:

$$V_p = \frac{K \cdot \cancel{q} Q}{\cancel{q} d}$$

$$V_p = K \cdot \frac{Q}{d} \quad \text{③} \quad (\text{potencial em um ponto } P)$$

Observemos que a carga de prova é cancelada, o que reforça a teoria: o potencial não depende da carga de prova.

Propriedades do potencial elétrico

No desenvolvimento deste capítulo vimos diversas propriedades do potencial. No estudo do potencial gerado pela carga puntiforme, essas propriedades ficaram ainda mais evidentes. Vamos reuni-las agora:

- O potencial elétrico é uma grandeza escalar, pois foi definido a partir de outra grandeza escalar: a energia.
- O potencial elétrico gerado pela carga puntiforme Q pode ser positivo ou negativo, de acordo com o sinal da carga fonte.
 $Q > 0 \Rightarrow V > 0$ $Q < 0 \Rightarrow V < 0$
- O potencial é definido para cada ponto do campo elétrico, o que está evidente na equação ③. Ele é um valor constante daquela posição. Dizemos que ele é uma função de ponto.
 - O potencial de um ponto não depende do valor da carga de prova q que porventura seja colocada nesse ponto.

Gráfico do potencial em função da distância

Verificamos, por meio da equação que acabamos de deduzir, que:

O potencial elétrico é inversamente proporcional à distância entre o ponto P e a carga fonte Q .

Conforme podemos observar nas figuras 12 e 13, o gráfico do potencial em função da distância d é uma curva denominada **hipérbole equilátera**. No caso de carga fonte positiva ($Q > 0$), a curva encontra-se no primeiro quadrante e, no caso de carga fonte negativa ($Q < 0$), a curva se acha no quarto quadrante.

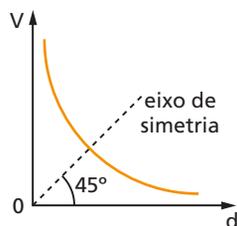


Figura 12. Gráfico potencial \times distância para uma carga fonte positiva ($Q > 0$).

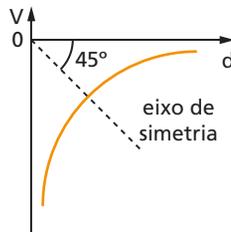


Figura 13. Gráfico potencial \times distância para uma carga fonte negativa ($Q < 0$).

O potencial em um ponto é inversamente proporcional à sua distância até a carga fonte. Assim, se dobrarmos a distância, o potencial cairá pela metade. Por outro lado, se a reduzirmos à metade, o potencial duplicará.

Exemplo 7

Um ponto P se encontra a 1,0 m de uma carga fonte $Q = 24 \text{ nC}$. Sendo o vácuo o meio em que se encontra a carga Q , calcularemos o potencial elétrico em P . Em seguida, duplicaremos a distância.

O potencial elétrico de uma carga puntiforme é dado por:

$$V = K_0 \cdot \frac{Q}{d}$$

Podemos estabelecer, então:

$$V_A = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{24 \cdot 10^{-9}}{1,0} \Rightarrow V_A = 216 \text{ V}$$

Dobrando-se a distância:

$$V_A = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{24 \cdot 10^{-9}}{2,0} \Rightarrow V_A = 108 \text{ V}$$

Observamos que, dobrando a distância, o potencial caiu pela metade.

Exercícios de Aplicação

16. No campo elétrico de uma carga puntiforme $Q = 4,0 \mu\text{C}$, no vácuo, determine:

- o potencial elétrico num ponto P situado a 2,0 m da carga Q . É dada a constante eletrostática $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$;
- a distância de um ponto A até a carga Q , sabendo que o seu potencial vale $3,6 \cdot 10^4 \text{ V}$.

Resolução:

a) O potencial elétrico em P é dado por:

$$V_P = K_0 \cdot \frac{Q}{d}$$

Sendo: $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$; $Q = 4,0 \mu\text{C} = 4,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$; $d = 2,0 \text{ m}$, vem:

$$V_P = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-6}}{2,0} \Rightarrow V_P = 1,8 \cdot 10^4 \text{ V}$$

b) O potencial elétrico em A é dado por:

$$V_A = K_0 \cdot \frac{Q}{d}$$

Queremos determinar a distância d .

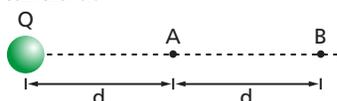
$$d = K_0 \cdot \frac{Q}{V_A}$$

Sendo: $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$; $Q = 4,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$; $V_A = 3,6 \cdot 10^4 \text{ V}$, vem:

$$d = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-6}}{3,6 \cdot 10^4} \Rightarrow d = 1,0 \text{ m}$$

17. Considere a figura, onde a carga puntiforme Q vale $5,0 \mu\text{C}$ e o meio é o vácuo. O potencial elétrico em B vale $9,0 \cdot 10^4 \text{ V}$ e a constante eletrostática do meio é $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ V} \cdot \text{m}/\text{C}$. Determine:

- o potencial elétrico em A ;
- a distância d .

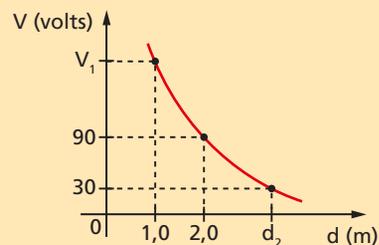


ZAPT

18. Nas proximidades de uma carga elétrica puntiforme $Q = +16 \text{ nC}$, encontram-se os pontos geométricos A , B e C , cujas distâncias à carga fonte são, respectivamente: 2,0 cm, 3,0 cm e 4,0 cm. É dada a constante eletrostática $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ V} \cdot \text{m}/\text{C}$.

- Determine os potenciais elétricos em A , B e C .
- Esboce o gráfico do potencial elétrico em função da distância usando os valores anteriores.

19. O gráfico representa o potencial gerado por uma carga elétrica puntiforme, no vácuo, em função da distância aos pontos do campo.



Determine:

- o valor da carga geradora;
- o potencial elétrico V_1 ;
- a distância d_2 .

Resolução:

a) Tomemos, no gráfico, o ponto $(2,0; 90)$, isto é, $d = 2,0 \text{ m}$ e $V = 90 \text{ volts}$.

Sendo $V = K_0 \cdot \frac{Q}{d}$, vem:

$$Q = \frac{d \cdot V}{K_0} \Rightarrow Q = \frac{2,0 \cdot 90}{9,0 \cdot 10^9} \Rightarrow Q = 2,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

b) O potencial elétrico V_1 corresponde a $d = 1,0$ m. Assim:

$$V = K_0 \cdot \frac{Q}{d}$$

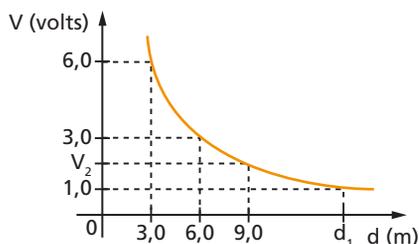
$$V_1 = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{(2,0 \cdot 10^{-8})}{1,0} \Rightarrow V_1 = 180 \text{ V}$$

c) A distância d_2 corresponde ao potencial de 30 V.

$$V = K_0 \cdot \frac{Q}{d} \Rightarrow d = K_0 \cdot \frac{Q}{V}$$

$$\Rightarrow d_2 = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{(2,0 \cdot 10^{-8})}{30} \Rightarrow d_2 = 6,0 \text{ m}$$

20. Considere o gráfico do potencial elétrico de uma carga puntiforme Q em função da distância aos pontos do campo elétrico. O meio é o vácuo, do qual se conhece a constante eletrostática: $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ V} \cdot \text{m}/\text{C}$.



Determine:

- a) o valor da carga Q ; c) o potencial V_2 .
b) a distância d_1 ;

21. Relacione as expressões do módulo do campo elétrico e do potencial em um ponto P no campo de uma carga elétrica puntiforme Q , positiva.

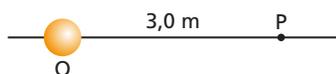
Resolução:

$$E_p = K \cdot \frac{Q}{d^2} \text{ e } V_p = K \cdot \frac{Q}{d}$$

Dividindo-as membro a membro:

$$\frac{E_p}{V_p} = \frac{K \cdot \frac{Q}{d^2}}{K \cdot \frac{Q}{d}} \Rightarrow \frac{E_p}{V_p} = \frac{1}{d} \Rightarrow E_p = \frac{V_p}{d}$$

22. A carga puntiforme positiva Q está isolada de outras cargas, e o meio ambiente é o vácuo. Sabe-se que em P o campo elétrico tem intensidade igual a $5,0 \text{ V}/\text{m}$. Determine o potencial elétrico em P .



23. Determine a energia potencial de um par de cargas puntiformes $Q_1 = -4,0 \mu\text{C}$ e $Q_2 = +2,0 \mu\text{C}$, no vácuo, separadas pela distância de $9,0 \text{ mm}$. Dado: $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ unidades SI.

Resolução:

As cargas se atraem e manifestam tendência de se movimentar. Pode-se estabelecer essa energia potencial por:

$$E_{\text{pot}} = K_0 \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{\text{pot}} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{(-4,0 \cdot 10^{-6}) \cdot (2,0 \cdot 10^{-6})}{9,0 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow$$

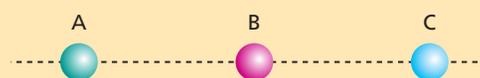
$$\Rightarrow E_{\text{pot}} = -8,0 \cdot \frac{10^9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{10^{-3}} \Rightarrow E_{\text{pot}} = -8,0 \text{ J}$$

24. Duas partículas eletrizadas positivamente com a carga elementar $+e$ estão separadas pela distância d , no ar, para o qual se conhece a constante eletrostática K . A energia potencial eletrostática do sistema é:

- a) $\frac{Ke}{d}$ c) $\frac{Ke^2}{d}$ e) $\frac{Ke^2}{2d}$
b) $\frac{Ke}{d^2}$ d) $\frac{Ke^2}{d^2}$

25. Determine a energia potencial eletrostática de um sistema formado por apenas duas partículas eletrizadas com cargas de $+1 \mu\text{C}$ e $-4 \mu\text{C}$, a $0,5 \text{ m}$ uma da outra. O meio é o vácuo. É dado: $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ J} \cdot \text{m}/\text{C}^2$.

26. Determine a energia potencial do sistema constituído pelas três partículas alinhadas da figura. Dados: $AB = 1,0 \text{ cm}$; $BC = 1,0 \text{ cm}$; $Q_A = +2,0 \text{ nC}$; $Q_B = -2,0 \text{ nC}$; $Q_C = +4,0 \text{ nC}$; $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ unidades SI.



ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Resolução:

- 1º) Devemos formar os pares: (A; B), (B; C) e (A; C).

- 2º) Em seguida, calculamos a energia potencial de cada par, usando: $E_{\text{pot}} = \frac{K_0 Q_1 Q_2}{d}$.

1º par (A; B):

$$E_{AB} = \frac{9,0 \cdot 10^9 \cdot (+2,0 \cdot 10^{-9}) \cdot (-2,0 \cdot 10^{-9})}{1,0 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{AB} = -36 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

2º par (B; C):

$$E_{BC} = \frac{9,0 \cdot 10^9 \cdot (-2,0 \cdot 10^{-9}) \cdot (+4,0 \cdot 10^{-9})}{1,0 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{BC} = -72 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

3ª par (A; C):

$$E_{AC} = \frac{9,0 \cdot 10^9 \cdot (+2,0 \cdot 10^{-9}) \cdot (+4,0 \cdot 10^{-9})}{2,0 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{AC} = +36 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

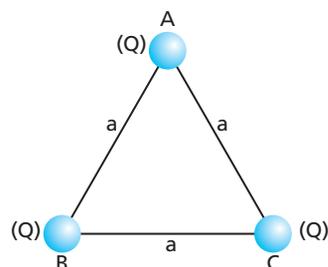
3ª) Finalmente, somamos as três parcelas:

$$E_{\text{tot}} = E_{AB} + E_{BC} + E_{AC}$$

$$E_{\text{tot}} = -36 \cdot 10^{-7} \text{ J} - 72 \cdot 10^{-7} \text{ J} + 36 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

$$E_{\text{tot}} = -72 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

27. Qual é o trabalho realizado por um operador para montar a configuração da figura constituída de três cargas iguais, trazendo-as do infinito?



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Exercícios de Reforço

28. (U. F. Juiz de Fora-MG) A figura mostra um sistema de duas partículas puntiformes, A e B, em repouso, com cargas elétricas iguais a Q, separadas por uma distância r.

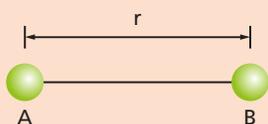


Figura 1.

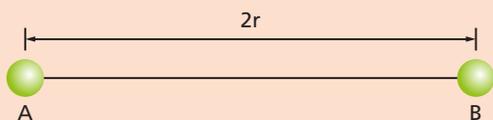


Figura 2.

Sendo K a constante eletrostática, pode-se afirmar que o módulo da variação da energia potencial da partícula B na presença da partícula A, quando sua distância é modificada para 2r, é:

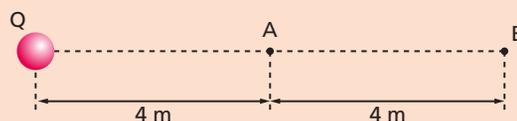
- a) $\frac{(KQ^2)}{(4r^2)}$ d) $\frac{(KQ)}{(4r^2)}$
 b) $\frac{(KQ^2)}{(2r)}$ e) $\frac{(KQ^2)}{r}$
 c) $\frac{(KQ)}{(2r^2)}$
29. (Mackenzie-SP) A 40 cm de um corpúsculo eletrizado, coloca-se uma carga puntiforme de 2,0 μC. Nessa posição, esta carga adquire energia potencial elétrica igual a 0,54 J.



Considerando $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, a carga elétrica do corpúsculo eletrizado é:

- a) 20 μC c) 9,0 μC e) 4,0 μC
 b) 12 μC d) 6,0 μC

30. (AFA-SP) Uma carga Q = 400 μC produz um campo elétrico na região do espaço próxima a ela.



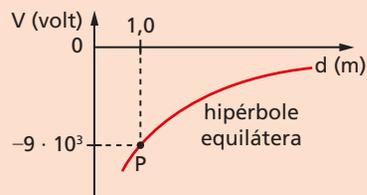
A diferença de potencial, produzida pela carga entre os pontos A e B do esquema, é, em kV:

(Dados: $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$; $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$.)

- a) 450 c) 560
 b) 480 d) 740

31. (UnB-DF) Uma carga pontual q cria, no vácuo, a uma distância r, um potencial de 200 volts e um campo elétrico de intensidade igual a 600 newtons/coulomb. Quais os valores de r e q? (Dado: $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.)

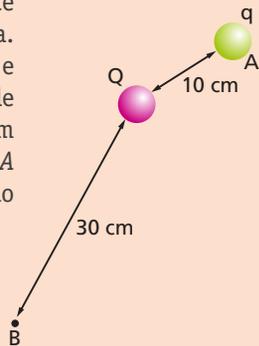
32. Uma carga elétrica puntiforme Q gera um campo elétrico no vácuo. Na figura, representa-se o potencial elétrico em função da distância para os pontos que estão em seu entorno.



Dado $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, pedem-se:

- a) o valor da carga fonte Q;
 b) o potencial elétrico dos pontos que estão a 2,0 m da carga fonte.

33. Na figura, Q é a carga fonte e q é a carga de prova. São dados $Q = +40 \mu\text{C}$ e $q = +1,5 \text{ pC}$. A carga de prova é levada, por um operador, desde o ponto A até o ponto B , sem variação de sua energia cinética.



Dada a constante eletrostática do vácuo

$$K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}, \text{ determine:}$$

- os potenciais elétricos de A e de B ;
- o trabalho da força elétrica no deslocamento da carga de prova, desde A até B . Esse trabalho depende da trajetória da carga de prova?
- o trabalho da força do operador no deslocamento descrito.

[Sugestão: use o Teorema da Energia Cinética (TEC): $\mathcal{W}_{\text{tot}} = \Delta E_{\text{cin}}$]

7. Potencial elétrico gerado por diversas cargas puntiformes

Consideremos um conjunto de n partículas eletrizadas e próximas umas das outras. Elas geram um campo elétrico em cada um dos pontos da região que as envolve (fig. 14). Consideremos ainda um ponto P próximo a elas. Como sabemos, cada uma das cargas elétricas deve gerar um potencial elétrico em P . Vamos denominar esses potenciais individuais de **parciais** e indicá-los por $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$, correspondendo, respectivamente, às cargas $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$.

Usando a equação (3) deduzida para o cálculo do potencial elétrico da carga puntiforme (página 218) cada um dos potenciais será:

$$V_1 = K_0 \cdot \frac{Q_1}{d_1}, V_2 = K_0 \cdot \frac{Q_2}{d_2}, \dots, V_n = K_0 \cdot \frac{Q_n}{d_n}$$

Em seguida, somamos os potenciais obtidos, levando em conta o sinal positivo ou negativo de cada um:

$$V_{\text{res}} = V_1 + V_2 + \dots + V_n \quad (\text{potencial resultante})$$

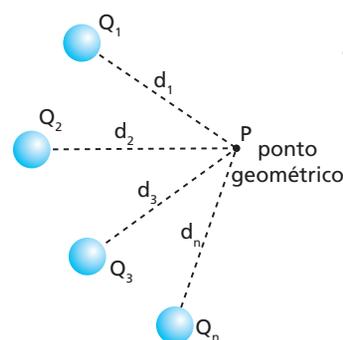
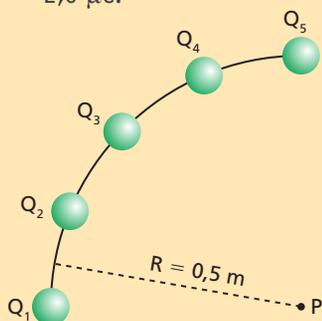


Figura 14.

ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Exercícios de Aplicação

34. Na figura, representamos no vácuo um arco cuja circunferência tem raio $R = 0,5 \text{ m}$, com centro em P . Sobre o arco foram colocadas 5 cargas elétricas puntiformes: $Q_1 = Q_2 = Q_3 = +2,0 \mu\text{C}$; $Q_4 = Q_5 = -2,0 \mu\text{C}$.



Dado o valor da constante eletrostática do vácuo $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ unidades do SI, determine:

- o potencial parcial gerado por carga em P ;
- o potencial resultante no ponto P .

Resolução:

- a) A distância de cada carga até o ponto P é a mesma em todos os casos, ou seja, $d = R = 0,5 \text{ m}$.

Como as cargas Q_1, Q_2 e Q_3 são iguais, temos:

$$V_1 = V_2 = V_3 = K_0 \cdot \frac{Q_1}{d} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{(+2,0 \cdot 10^{-6})}{0,5}$$

$$V_1 = V_2 = V_3 = +36 \cdot 10^3 \text{ V}$$

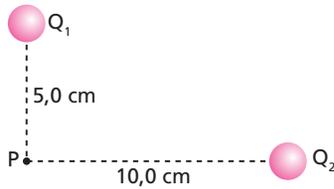
Uma vez que Q_4 e Q_5 são iguais, ocorre:

$$V_4 = V_5 = K_0 \cdot \frac{Q_4}{d} \Rightarrow V_4 = V_5 = -36 \cdot 10^3 \text{ V}$$

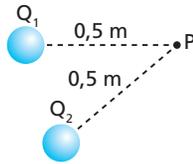
b) Para o cálculo do potencial resultante, somamos os potenciais parciais:

$$\begin{aligned} V_{\text{res}} &= V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 \Rightarrow \\ \Rightarrow V_{\text{res}} &= 3 \cdot (+36 \cdot 10^3) + 2 \cdot (-36 \cdot 10^3) = \\ &= 36 \cdot 10^3 (+3 - 2) \Rightarrow \\ \Rightarrow V_{\text{res}} &= +36 \cdot 10^3 \text{ V} \end{aligned}$$

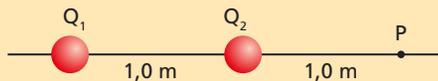
35. Considere duas cargas, $Q_1 = +0,20 \mu\text{C}$ e $Q_2 = -1,0 \mu\text{C}$, que estão fixas em relação ao ponto P . Determine o valor do potencial elétrico resultante, que é criado no ponto P pelas duas cargas. É dado: $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ V} \cdot \text{m/C}$.



36. Um campo elétrico é criado por duas cargas elétricas: $Q_1 = +4 \mu\text{C}$ e $Q_2 = -2 \mu\text{C}$. Um ponto P está a $0,5 \text{ m}$ de cada uma delas. Sendo $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ unidades SI, determine:
- o potencial que cada carga cria em P ;
 - o potencial resultante em P .



37. A figura mostra duas cargas elétricas puntiformes $Q_1 = 4,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ e $Q_2 = -1,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ dispostas conforme mostra a figura. Sendo $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ V} \cdot \text{m/C}$ a constante eletrostática do meio (vácuo), determine o potencial elétrico resultante em P .



Resolução:

O potencial resultante em P é a soma dos potenciais parciais de Q_1 e Q_2 em P :

$$V_1 = K_0 \cdot \frac{Q_1}{d_1}; V_2 = K_0 \cdot \frac{Q_2}{d_2}$$

$$V_{\text{res}} = V_1 + V_2 = K_0 \cdot \left(\frac{Q_1}{d_1} + \frac{Q_2}{d_2} \right)$$

$$V_{\text{res}} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \left[\frac{4,0 \cdot 10^{-6}}{2,0} + \frac{-1,0 \cdot 10^{-6}}{1,0} \right]$$

$$V_{\text{res}} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot (2,0 \cdot 10^{-6} - 1,0 \cdot 10^{-6})$$

$$V_{\text{res}} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot 1,0 \cdot 10^{-6}$$

$$V_{\text{res}} = 9,0 \cdot 10^3 \text{ V}$$

38. Nas figuras seguintes, o meio ambiente é o vácuo e o potencial resultante em P é devido somente às cargas mostradas. Determine-o, usando $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ V} \cdot \text{m/C}$.

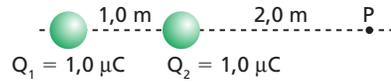


Figura a.

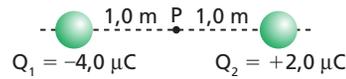


Figura b.

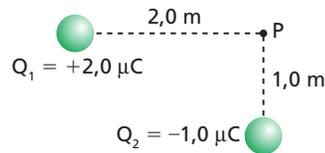


Figura c.

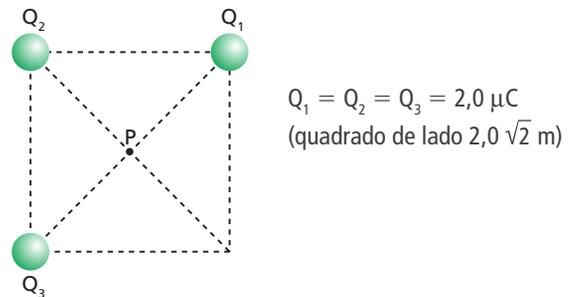
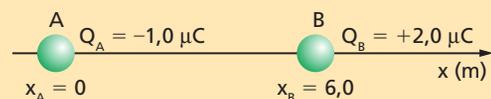


Figura d.

39. Sobre uma reta r fixaram-se duas pequenas esferas eletrizadas com cargas elétricas $+Q$ e $-Q$, tal que a distância entre elas fosse igual a d . A constante eletrostática do meio é K . No ponto médio M do segmento formado pelas duas esferinhas, o potencial elétrico resultante vale:

- zero
- $\frac{2KQ}{d}$
- $\frac{KQ}{2d}$
- $\frac{KQ}{d}$
- $\frac{4KQ}{d}$

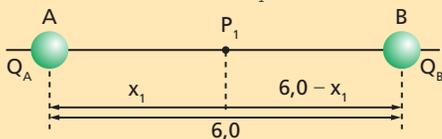
40. São dadas duas cargas elétricas puntiformes fixas em A e B sobre o eixo x , conforme a figura.



Há, sobre o eixo, dois pontos de potencial nulo. Determine suas abscissas.

Resolução:

Sejam $P_1(x_1)$ e $P_2(x_2)$ os dois pontos de potencial nulo mencionados no problema. Inicialmente trabalharemos com o ponto P_1 .



$$V_{A_1} = K \cdot \frac{Q_A}{x_1}; V_{B_1} = K \cdot \frac{Q_B}{(6,0 - x_1)}$$

$$V_{\text{res}_{P_1}} = V_{A_1} + V_{B_1} = 0$$

$$K \left(\frac{Q_A}{x_1} + \frac{Q_B}{(6,0 - x_1)} \right) = 0 \Rightarrow \frac{Q_A}{x_1} = \frac{Q_B}{x_1 - 6,0}$$

Sendo: $Q_A = -1,0 \mu\text{C}$ e $Q_B = +2,0 \mu\text{C}$, vem:

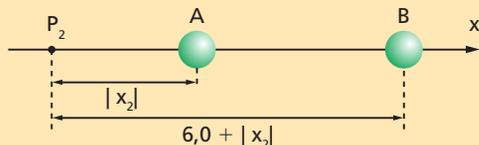
$$\frac{-1,0}{x_1} = \frac{2,0}{x_1 - 6,0}$$

$$6,0 - 1,0x_1 = 2,0x_1$$

$$6,0 = 3,0x_1 \Rightarrow x_1 = 2,0 \text{ m}$$

Observação: entre A e B o único ponto de potencial nulo é o ponto P_1 , pois obtivemos uma equação de 1º grau em x que nos forneceu uma única raiz. No entanto, o enunciado do exercício fala em dois pontos. Onde estará o ponto P_2 ?

A única solução é procurá-lo do lado externo do segmento AB. Certamente mais próximo da carga de menor módulo. Assim, ele estará à esquerda de A, e sua abscissa será negativa.



$$V_{A_2} = K \cdot \frac{Q_A}{|x_2|}$$

$$V_{B_2} = K \cdot \frac{Q_B}{6,0 + |x_2|}$$

Usamos o módulo, pois trata-se de uma distância:

$$V_{\text{res}_{P_2}} = V_{A_2} + V_{B_2} = 0$$

$$K \left(\frac{Q_A}{|x_2|} + \frac{Q_B}{6,0 + |x_2|} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{Q_A}{|x_2|} + \frac{Q_B}{6,0 + |x_2|} = 0 \Rightarrow \frac{Q_B}{6,0 + |x_2|} = \frac{-Q_A}{|x_2|}$$

Sendo: $Q_A = -1,0 \mu\text{C}$ e $Q_B = +2,0 \mu\text{C}$, vem:

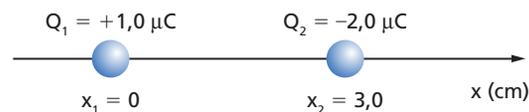
$$\frac{2,0}{6,0 + |x_2|} = \frac{1,0}{|x_2|} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2,0|x_2| = 6,0 + 1,0|x_2| \Rightarrow 1,0|x_2| = 6,0$$

Sendo $x_2 < 0$, vem:

$$x_2 = -6,0 \text{ m}$$

41. No eixo x da figura fixaram-se duas cargas puntiformes $Q_1 = +1,0 \mu\text{C}$ e $Q_2 = -2,0 \mu\text{C}$, respectivamente, nas abscissas $x_1 = 0$ e $x_2 = 3,0 \text{ cm}$.



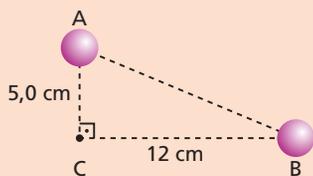
Determine:

- a abscissa de um ponto P_1 entre as cargas, tal que o seu potencial seja nulo;
- a abscissa de um ponto P_2 à esquerda de Q_1 , tal que seu potencial seja nulo.

Exercícios de Reforço

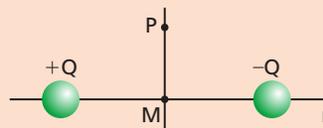
42. Na figura temos um triângulo retângulo ABC, de catetos 5,0 cm e 12 cm. Sobre o vértice A colocou-se uma carga $Q_1 = +5,0 \text{ nC}$. Sobre B foi posta uma segunda carga Q_2 . Resultou em C um potencial **nulo**. Logo:

- $Q_2 = +13 \text{ nC}$
- $Q_2 = -13 \text{ nC}$
- $Q_2 = +12 \text{ nC}$
- $Q_2 = -12 \text{ nC}$
- $Q_2 = -5,0 \text{ nC}$



43. Sobre uma reta r fixaram-se duas pequenas esferas eletrizadas com cargas elétricas $+Q$ e $-Q$, tal que a distância entre elas fosse igual a $2d$. A constante

eletrostática do meio é K . No ponto médio M do segmento formado pelas duas esferinhas, traçou-se a reta mediatriz. Tomou-se um ponto P sobre a reta mediatriz, tal que a distância $PM = d$.

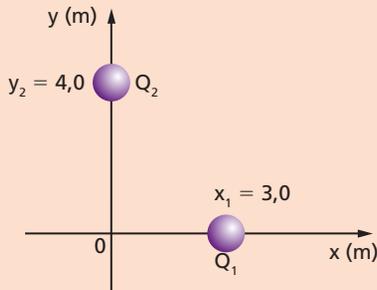


ILUSTRAÇÕES: ZAPIT

O potencial elétrico resultante em P vale:

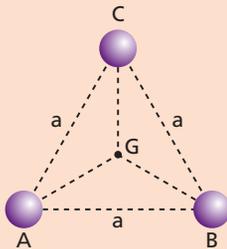
- zero
- $\frac{\sqrt{2}KQ}{2d}$
- $\frac{4\sqrt{2}KQ}{d}$
- $\frac{2KQ}{d}$
- $\frac{\sqrt{2}KQ}{d}$

44. Na figura foram fixadas duas cargas pontiformes: $Q_1 = -3,0 \mu\text{C}$ e Q_2 desconhecida. Sabe-se que na origem do sistema o potencial é nulo. O meio é o vácuo e é dada a constante eletrostática: $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ V} \cdot \text{m}/\text{C}$.

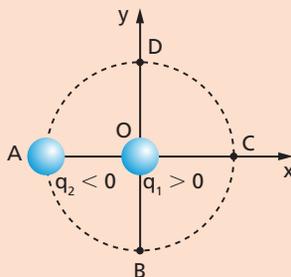


Determine:

- o valor da carga Q_2 ;
 - o módulo do campo elétrico resultante na origem do sistema.
45. No triângulo equilátero, de lado a , foram colocadas, em seus vértices, três cargas elétricas: $+Q$; $+Q$; $-2Q$. Estando o sistema no vácuo, determine o potencial resultante no baricentro G . No vácuo se conhece a constante K_0 da Lei de Coulomb.



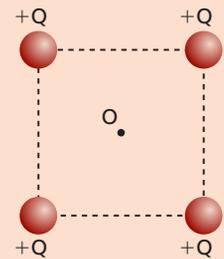
46. Observe a figura.



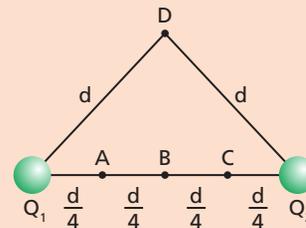
Dois pontos A , B e C pertencem à circunferência. Dado: $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$. Considere desprezíveis as ações gravitacionais.

- Calcule o potencial elétrico que as cargas q_1 e q_2 criam no ponto B .
- Uma terceira carga elétrica $q_3 = 3,0 \cdot 10^{-12} \text{ C}$, suposta pontual, descreve o arco \widehat{BCD} . Qual é o trabalho realizado, neste deslocamento, pela força elétrica que atua na carga elétrica q_3 devido à ação das cargas elétricas q_1 e q_2 ? Justifique.

47. Na figura temos um quadrado cuja diagonal mede $2d$. O meio tem constante eletrostática K . Nos vértices foram colocadas cargas elétricas positivas de valor $+Q$. Determine, em função de Q , d e K :

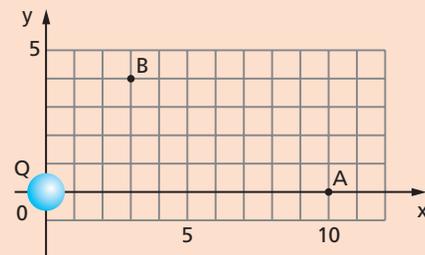


- o potencial elétrico resultante no centro O do quadrado;
 - o módulo do campo elétrico resultante no centro O do quadrado.
48. (UPE-PE) Na figura, considere o campo elétrico originado por duas cargas pontiformes $Q_1 = 8,0 \mu\text{C}$ e $Q_2 = -8,0 \mu\text{C}$. Adote: $d = 8,0 \text{ cm}$. Dado: constante eletrostática no vácuo $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.



Assinale (V) verdadeiro ou (F) falso.

- O módulo de energia potencial elétrica do sistema das duas cargas vale $7,2 \text{ J}$.
 - O potencial elétrico no ponto A vale $2,4 \cdot 10^6 \text{ V}$.
 - O potencial elétrico no ponto B e o potencial elétrico no ponto D são nulos.
 - O trabalho da força elétrica sobre uma carga $q = 2,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ que se desloca do ponto D ao ponto A vale $2,4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$.
49. (UCSal-BA) Considere uma carga pontiforme positiva Q , fixa na origem O de um sistema de eixos cartesianos, e dois pontos A e B desse plano, como mostra a figura. No ponto B o vetor e o campo elétrico têm intensidade E e o potencial elétrico é V .



No ponto A , os valores dessas grandezas serão, respectivamente:

- $\frac{E}{4}$ e $\frac{V}{2}$
- $\frac{E}{2}$ e $\frac{V}{2}$
- E e V
- $2E$ e $2V$
- $4E$ e $2V$

8. Superfícies equipotenciais

Denomina-se **superfície equipotencial**, ou **superfície de nível**, o lugar geométrico dos pontos que apresentam um mesmo potencial elétrico.

Geralmente, nas representações de campos elétricos usa-se uma “família” de superfícies equipotenciais, cada uma correspondendo a determinado valor de potencial (fig. 15).



Figura 15. Família de superfícies equipotenciais V_1 , V_2 e V_3 .

Exemplo 8

Consideremos uma carga puntiforme Q , em repouso, gerando um campo elétrico cujas linhas de força estão representadas na figura 16a. Em cada ponto da região que a envolve, o potencial elétrico é dado por:

$$V = k \cdot \frac{Q}{d}$$

Se fixarmos uma distância $d = r_1$ e tomarmos todos os pontos do espaço em torno de Q , correspondentes a essa distância, geraremos uma superfície esférica de raio r_1 e centro em Q (fig. 16b).

Se fixarmos $d = r_2 > r_1$ e depois $d = r_3 > r_2$ e assim por diante, geraremos novas superfícies esféricas, concêntricas, com centro em Q , constituindo uma família de superfícies equipotenciais (fig. 16c).

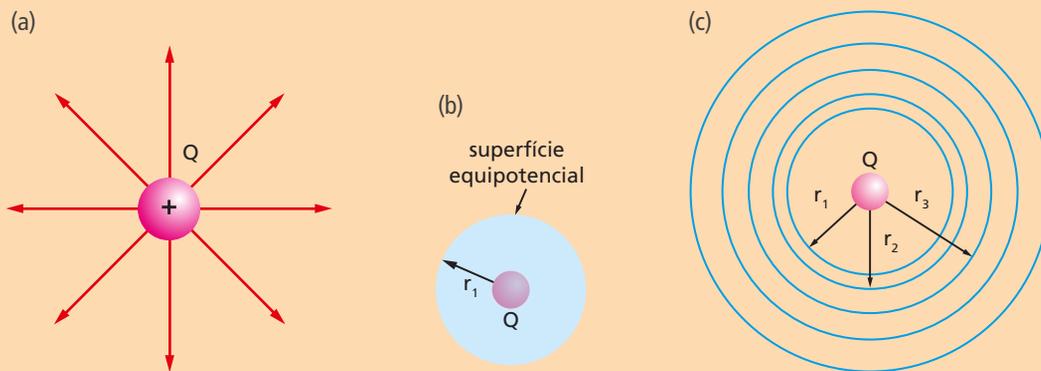


Figura 16.

Propriedades das superfícies equipotenciais

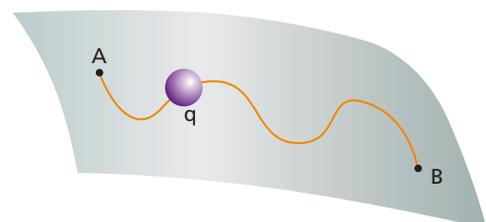
1ª) O trabalho da força elétrica durante o deslocamento de uma carga elétrica puntiforme sobre uma superfície equipotencial é nulo.

Para demonstrá-la, basta deslocar uma carga puntiforme q em uma trajetória qualquer AB , contida numa superfície equipotencial (fig. 17).

O trabalho da força elétrica será:

$$\mathcal{W}_{AB} = q \cdot (V_A - V_B)$$

Como $V_A = V_B$, concluímos que $\mathcal{W}_{AB} = 0$.



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Figura 17. Uma carga puntiforme é deslocada numa superfície equipotencial entre os pontos A e B .

2ª) As superfícies equipotenciais são ortogonais às linhas de força que representam o campo elétrico e, conseqüentemente, ortogonais ao vetor campo elétrico \vec{E} .

De fato, se \vec{E} não fosse perpendicular à superfície equipotencial, ele admitiria uma componente tangencial a ela. Em consequência, ao se deslocar uma carga puntiforme numa trajetória qualquer sobre a superfície equipotencial, haveria um trabalho elétrico realizado diferente de zero, o que contraria a propriedade anterior.

Vejamos alguns exemplos de campo elétrico com as respectivas superfícies equipotenciais.

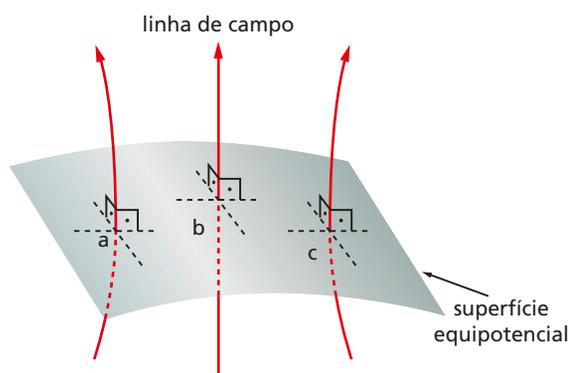


Figura 18. As linhas de força furam a superfície equipotencial nos pontos *a*, *b* e *c*. As linhas são perpendiculares à superfície.

Exemplo 9

No campo elétrico gerado por uma carga puntiforme Q , as linhas de força são semirretas radiais, e as superfícies equipotenciais formam uma família de superfícies esféricas com centro na carga geradora do campo (fig.19).



Figura 19. No plano do papel as superfícies esféricas equipotenciais são apenas linhas circulares.

Exemplo 10

As figuras que seguem ilustram diversos exemplos de campos elétricos gerados por duas cargas puntiformes ou outros corpos eletrizados.

Observemos em cada uma delas que, em cada intersecção, a linha de força é ortogonal à superfície equipotencial.

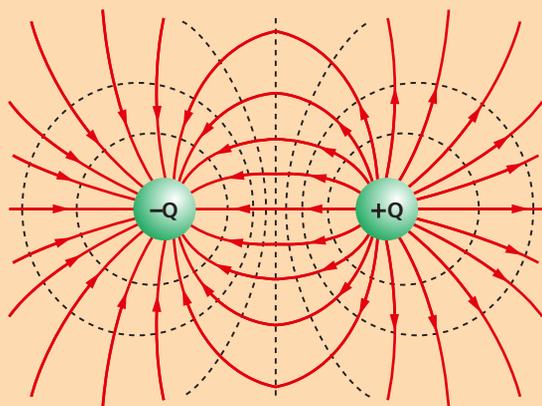


Figura 20. Linhas de força (linhas cheias) e linhas equipotenciais (tracejadas). Campo elétrico gerado por duas cargas pontuais de mesmo valor absoluto e sinais contrários.

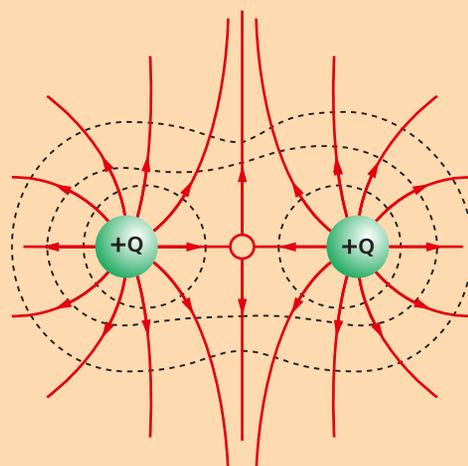
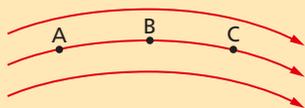


Figura 21. Linhas de força (linhas cheias) e equipotenciais (tracejadas). Campo elétrico gerado por duas cargas pontuais, positivas e iguais.

ILUSTRAÇÕES: ZAPIT

Exercícios de Aplicação

50. A figura representa uma família de linhas de força de um campo elétrico. Em B , o potencial elétrico vale 100 V. A ddp entre A e B é de 30 V, enquanto entre B e C é de 180 V, ambas em módulo.



Determine:

- o potencial elétrico em A ;
- o potencial elétrico em C ;
- a energia potencial adquirida por uma carga elétrica de $2,0 \mu\text{C}$ colocada em B .

Resolução:

No sentido da linha de força, o potencial é **decrecente** e, portanto:

$$V_A > V_B > V_C$$

$$\text{a) } |V_A - V_B| = 30 \text{ volts}$$

Sendo $V_A > V_B$, vem:

$$V_A - V_B = 30 \text{ volts}$$

Como $V_B = 100 \text{ V}$, temos:

$$V_A - 100 = 30$$

$$V_A = 130 \text{ V}$$

$$\text{b) } |V_B - V_C| = 180 \text{ volts}$$

Sendo $V_B > V_C$, vem:

$$V_B - V_C = 180$$

Como $V_B = 100 \text{ V}$, temos:

$$100 - V_C = 180$$

$$V_C = -80 \text{ V}$$

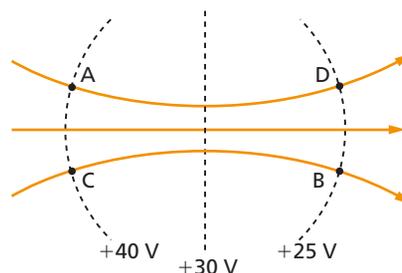
- c) A energia potencial de uma carga q em B é dada por:

$$E_{\text{pot}} = q \cdot V_B$$

$$E_{\text{pot}} = 2,0 \cdot 10^{-6} \cdot 100$$

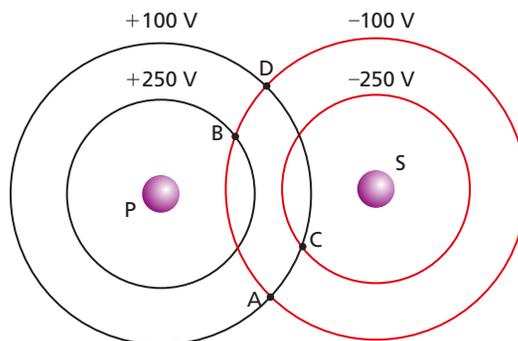
$$E_{\text{pot}} = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

51. Na figura, representam-se as linhas de força (linhas cheias) e as superfícies equipotenciais (linhas tracejadas) de um campo elétrico.



- Uma carga elétrica pontual $q = 1,0 \text{ mC}$ é trazida de A para B . Determine o trabalho da força elétrica. Ele depende da forma da trajetória?
- Se a carga anterior fosse levada de A para C sobre a superfície equipotencial, qual seria o trabalho da força elétrica?

52. Na figura estão representadas duas pequenas esferas P e S e suas linhas equipotenciais com os valores de potencial demarcados na própria linha.



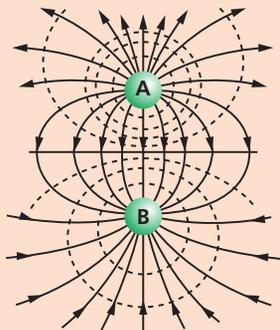
ILUSTRAÇÕES: ZAPIT

Determine:

- o sinal das cargas das esferas P e S ;
 - o potencial dos pontos A , B , C e D na intersecção das linhas.
53. Quando abandonamos uma carga elétrica em repouso numa região onde há campo elétrico, ela se desloca espontaneamente sob a ação exclusiva da força elétrica. Com relação ao trabalho realizado pelo campo, podemos afirmar que:
- será sempre positivo.
 - será sempre negativo.
 - será sempre nulo.
 - será negativo, se a carga abandonada for negativa.
 - será nulo, se a carga for abandonada sobre uma linha equipotencial.

Exercícios de Reforço

54. (Unifesp-SP) A figura representa a configuração de um campo elétrico gerado por duas partículas carregadas, *A* e *B*.



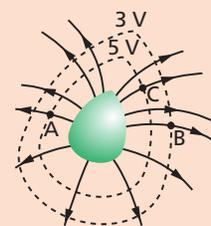
Assinale a linha da tabela que apresenta as indicações corretas para as convenções gráficas que ainda não estão apresentadas nessa figura (círculos *A* e *B*) e para explicar as que já estão apresentadas (linhas cheias e tracejadas).

ILUSTRAÇÕES: ZAPT

| | carga da partícula <i>A</i> | carga da partícula <i>B</i> | linhas cheias com setas | linhas tracejadas |
|----|-----------------------------|-----------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a) | (+) | (+) | linha de força | superfície equipotencial |
| b) | (+) | (-) | superfície equipotencial | linha de força |
| c) | (-) | (-) | linha de força | superfície equipotencial |
| d) | (-) | (+) | superfície equipotencial | linha de força |
| e) | (+) | (-) | linha de força | superfície equipotencial |

55. Considere o corpo eletrizado da figura, seu campo elétrico, suas linhas de força e equipotenciais (tracejadas).

- a) Qual é a diferença de potencial entre *A* e *C*?
 b) Calcule o trabalho da força elétrica para levar de *A* até *B* uma carga de 1,0 nC.



9. Potencial de um condutor esférico

Vamos imaginar um corpo esférico condutor, uniformemente eletrizado com carga total igual a *Q*. Como sabemos, as cargas distribuem-se, de forma simétrica, pela superfície do corpo, o qual pode ser oco ou maciço.

A primeira propriedade desse corpo eletrizado a ressaltar é que ele é equipotencial, isto é, todos os seus pontos têm o mesmo potencial.

A segunda propriedade já é nossa conhecida: para calcular o potencial que a esfera cria em um ponto *P*, externo a ela, podemos imaginar que toda a sua carga elétrica *Q* esteja concentrada no seu centro.

Essa propriedade somente se verifica para o caso de distribuição simétrica da carga elétrica. Desse modo, a esfera deve ser constituída por um elemento condutor, como o metal. Ela vale tanto para uma simples casca esférica como para um condutor maciço, em que as cargas elétricas se alojam na sua superfície.

Resumindo, é como se a esfera eletrizada fosse uma carga elétrica puntiforme situada na mesma posição do seu centro geométrico. Vale a equação:

$$V_p = K \cdot \frac{Q}{d} \quad \textcircled{1} \quad (\text{para um ponto externo})$$

Observemos que a distância que aparece na equação deve ser medida desde o ponto *P* até o centro da esfera, onde "se encontram" as cargas elétricas concentradas.

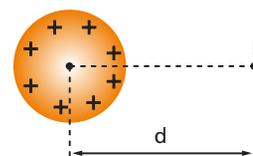


Figura 22.

Potencial na superfície da esfera

Para o cálculo do potencial nos pontos de sua superfície, basta usar $d = R$, em que *R* é o raio da esfera, na equação $\textcircled{1}$ e teremos:

$$V_{\text{sup}} = K \cdot \frac{Q}{R} \quad \textcircled{2} \quad (\text{para um ponto da superfície})$$

Potencial no interior da esfera

Estando as cargas elétricas da esfera condutora situadas na sua superfície, deduz-se que não há movimento de outras cargas no seu interior, o que mostra que há um equilíbrio eletrostático entre os pontos da esfera. Desse modo, os pontos internos têm o mesmo potencial elétrico que os pontos da superfície da esfera. Para se calcular o potencial em um ponto no interior da esfera, basta usar a equação ② anterior.

$$V_{\text{int}} = K \cdot \frac{Q}{R} \quad (\text{para pontos no interior da esfera})$$

Entende-se também o **potencial elétrico da esfera** como o potencial de qualquer ponto da esfera. Para calcular, basta tomar um ponto de sua superfície e usar a equação ②.

Uma estratégia interessante para o cálculo de potencial

Quando calculamos o potencial elétrico gerado por uma esfera, para um ponto P qualquer, devemos adotar alguns procedimentos estratégicos:

1º) Comparar a distância do ponto P com o raio R da esfera.

- Se $d < R$, o ponto P é interno.
- Se $d = R$, o ponto P está na superfície.
- Se $d > R$, o ponto P é externo.

2º) Para cada caso, usar a conveniente equação.

- Para $d \leq R$, usa-se a equação ②.
- Para $d > R$, usa-se a equação ①.

O potencial terá o mesmo sinal algébrico da carga fonte Q .

Exemplo 11

Uma casca esférica metálica está eletrizada a um potencial elétrico de 200 V. Foram tomados os pontos A , B e O , internos à esfera, e o ponto S de superfície (fig. 23). Que valores de potencial terão estes pontos?

Denominamos potencial da esfera o potencial adquirido por todos os pontos da esfera, sejam eles internos ou da superfície.

Logo:

$$V_A = V_B = V_O = V_S = V_{\text{esf}} = 200 \text{ V}$$

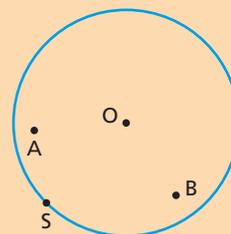


Figura 23.

ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Exemplo 12

Uma casca esférica metálica com carga elétrica positiva de 1,0 nC e raio $R = 48 \text{ cm}$ é a fonte de um campo elétrico. Queremos determinar o potencial elétrico em um ponto P a 50 cm do seu centro.

A equação a ser usada é:

$$V_P = K \cdot \frac{Q}{d}$$

Substituindo-se, temos:

$$V_P = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{(1,0 \cdot 10^{-9})}{0,50} \Rightarrow V_P = +18 \text{ V}$$

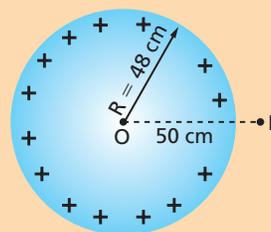
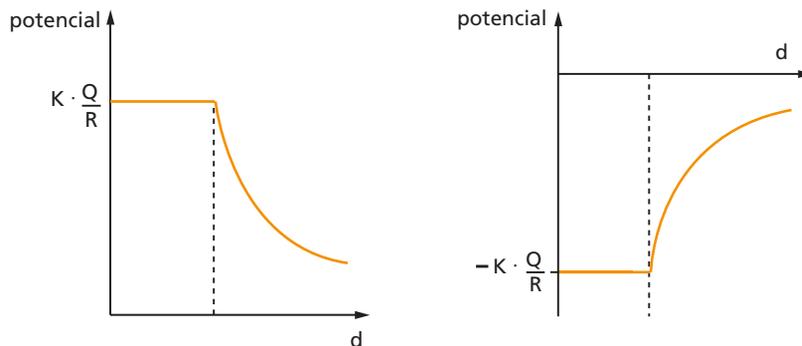


Figura 24. Observemos que $50 \text{ cm} > R = 48 \text{ cm}$. Isso significa que o ponto P é externo à esfera.

Gráfico do potencial elétrico da esfera

Para termos uma melhor compreensão do potencial elétrico nos pontos externos a uma esfera, bem como nos internos, devemos esboçar o gráfico do potencial em função da distância. A equação ① nos dará o potencial externo, e a equação ②, o potencial interno. Observe os gráficos na figura 25.



(a) Esfera com carga positiva.

(b) Esfera com carga negativa.

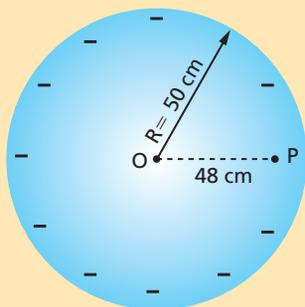
Figura 25. Gráficos do potencial da esfera.

Exercícios de Aplicação

56. Uma casca esférica metálica, de raio 50 cm, eletrizada com carga elétrica $-1,0 \text{ nC}$, é a única fonte de um campo elétrico. Calcule o potencial elétrico de um ponto P situado a 48 cm do centro. É dado $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ m} \cdot \text{V}/\text{C}$.

Resolução:

Usemos o mesmo procedimento do Exemplo 11: devemos observar a posição do ponto P .



O ponto P se encontra no interior da esfera, pois $d = 48 \text{ cm} < R = 50 \text{ cm}$.

O seu potencial se calcula por: $V_{\text{int}} = V_{\text{sup}} = K \cdot \frac{Q}{R}$

$$V_{\text{int}} = V_{\text{sup}} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{(-1,0 \cdot 10^{-9})}{0,50} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{\text{int}} = V_{\text{sup}} = -18 \text{ V}$$

57. Considere uma esfera metálica, em equilíbrio eletrostático, de raio igual a 20 cm. Sua carga elétrica vale $40 \mu\text{C}$, e ela está afastada de outros corpos. O meio é o vácuo, onde a constante eletrostática é $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$. Calcule o potencial elétrico:
- em pontos internos à esfera;
 - em um ponto externo, situado a 10 cm de sua superfície.

58. Uma esfera metálica de raio $R = 30 \text{ cm}$ está isolada no vácuo e apresenta, em equilíbrio eletrostático, carga elétrica negativa igual a $-15 \mu\text{C}$. É dada a constante $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ unidades SI. Determine o potencial elétrico:

- no seu interior;
- a 1,0 m do seu centro;
- em um ponto externo, a 15 cm de sua superfície.

59. Uma esfera de alumínio, de raio igual a 40 cm, foi eletrizada com carga elétrica $Q = 4,0 \mu\text{C}$. Ela encontra-se no vácuo, onde $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ V} \cdot \text{m}/\text{C}$.

Determine o potencial elétrico:

- em um ponto a 80 cm do centro da esfera;
- em todos os pontos de sua superfície.

Resolução:

- a) Vamos supor que toda a carga elétrica encontra-se concentrada no centro da esfera. Dessa forma, estabelecemos: $d = 80 \text{ cm} = 0,80 \text{ m}$; $Q = 4,0 \mu\text{C} = 4,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$.

$$V_p = K_0 \frac{Q}{d} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-6}}{0,80} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_p = 45 \cdot 10^3 \text{ V} \Rightarrow V_p = 4,5 \cdot 10^4 \text{ V}$$

- b) $V_{\text{est}} = V_{\text{sup}} = K_0 \frac{Q}{R} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-6}}{0,40} \Rightarrow$

$$\Rightarrow V_{\text{est}} = 9,0 \cdot 10^4 \text{ V}$$

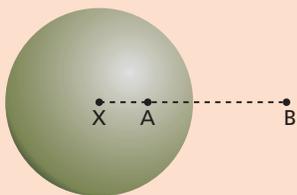
60. Uma esfera condutora de raio R gera, a uma distância $2R$ de seu centro, um potencial elétrico de $8,0 \cdot 10^2 \text{ V}$. Determine o potencial elétrico da esfera. Adote o referencial no infinito.

Exercícios de Reforço

61. Uma esfera metálica de raio $R = 1,0$ cm gera em um ponto externo P um potencial elétrico igual a $+5,4 \cdot 10^4$ V e um campo elétrico de intensidade $5,4 \cdot 10^4$ V/m. O meio é o vácuo. Adote a constante eletrostática igual a $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ N \cdot m²/C². Determine:

- a distância de P ao centro da esfera;
- a carga elétrica em excesso da esfera.

62. (U. E. Santa Cruz-BA) Uma esfera metálica, oca, de raio 10 cm, está eletrizada com carga positiva de $2,0$ μ C, no vácuo ($K_0 = 9 \cdot 10^9$ N \cdot m²/C²). O ponto A é um ponto interno a $5,0$ cm do centro da esfera e o ponto B , externo, está a $20,0$ cm do mesmo centro.



A diferença de potencial elétrico entre os pontos A e B , em volts, vale:

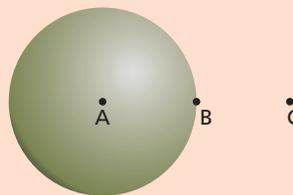
- $9,0 \cdot 10^4$
- $9,0 \cdot 10^5$
- $2,7 \cdot 10^4$
- $2,7 \cdot 10^5$
- $1,35 \cdot 10^6$

63. Uma esfera tem raio $R = 36,7$ cm e encontra-se no vácuo. Sua carga elétrica está uniformemente distribuída pela sua superfície. Considere um ponto

A situado a 40 cm do centro e outro ponto B a $18,35$ cm do centro. Sua carga elétrica é $3,67$ nC, positiva, e o meio é o vácuo: $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ unidades SI. Podemos afirmar que:

- em A o campo elétrico é nulo e em B o potencial elétrico é 225 V.
- em A o campo elétrico é 225 N/C e em B é nulo.
- em A o potencial elétrico não é nulo, mas o campo elétrico é nulo.
- em A o potencial elétrico não é nulo, mas em B o potencial é nulo.
- em B o campo é nulo e o potencial não é nulo. Em A o potencial é menor do que em B .

64. (PUC-MG) Seja um condutor esférico carregado positivamente e V_A , V_B e V_C os potenciais nos pontos A , B e C .



Afirma-se que:

- $V_A > V_B > V_C$
- $V_A < V_B < V_C$
- $V_A > V_B = V_C$
- $V_A = V_B > V_C$
- $V_A < V_B = V_C$

Exercícios de Aprofundamento

65. Uma partícula de carga elétrica q , cujo sinal é desconhecido, foi abandonada em repouso em um ponto P , de uma linha de força de um campo elétrico uniforme. Na figura omitiu-se o sentido das linhas de campo. Devido à ação da força elétrica, a partícula é acelerada.

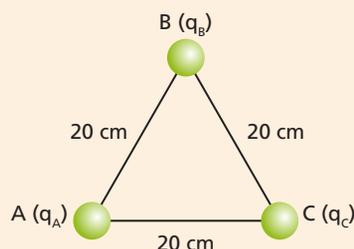
A partícula deslocou-se no sentido de:



- P para A , ganhando energia potencial elétrica, e retornou ao ponto P , onde voltou para o repouso novamente.
- P para A , perdendo energia cinética, devendo parar em algum ponto da linha.
- P para A , perdendo energia potencial elétrica.
- P para A , ganhando energia cinética.
- P para B , ganhando energia cinética.

66. (PUC-SP) Nos vértices de um triângulo equilátero, são colocadas três cargas elétricas. Qual é, aproximadamente, a energia potencial elétrica associada a este sistema de cargas?

(Adote: $K_0 = 9 \cdot 10^9$ N \cdot m²/C²; $q_A = 1,0$ mC; $q_B = 2,0$ nC; $q_C = -3,0$ μ C; mC = milicoulomb = 10^{-3} C; μ C = microcoulomb = 10^{-6} C; nC = nanocoulomb = 10^{-9} C.)



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

- a) $-134,91 \text{ J}$
 b) $+135,09 \text{ J}$
 c) $-674,55 \text{ J}$
 d) $+675,45 \text{ J}$
 e) Como as distâncias são iguais, a energia potencial elétrica associada ao sistema é nula.

67. Em um acelerador de partículas um elétron adquiriu a energia cinética de $63,8 \text{ keV}$. Sabendo-se que o elétron foi acelerado a partir do repouso, determine:

- a) a ddp a que ele foi submetido;
 b) a velocidade atingida.

(Dado: valor aproximado da massa do elétron: $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ou $511,0 \text{ keV}/c^2$. Dê a resposta em função de c — velocidade da luz no vácuo. Utilize aproximações em seus cálculos.)

68. Um elétron é projetado na mesma direção e sentido de um campo elétrico uniforme de intensidade $E = 1000 \text{ N/C}$, com uma velocidade inicial $v_0 = 3,2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. Considerando que a carga do elétron vale $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ e sua massa vale $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, a ordem de grandeza da distância percorrida em metros pelo elétron, antes de atingir momentaneamente o repouso, vale:

- a) 10^{16}
 b) 10^{-13}
 c) 10^{-8}
 d) 10^{10}
 e) 10^{-2}

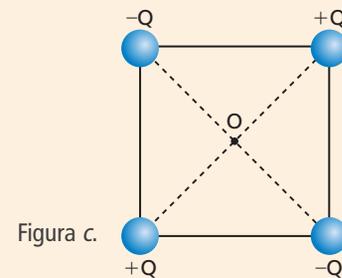
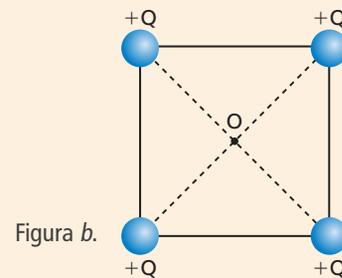
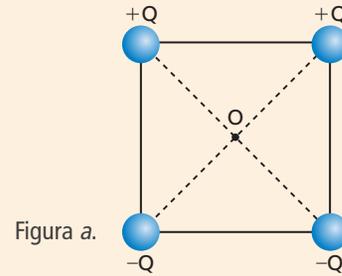
69. Uma partícula eletrizada com a carga elementar e foi acelerada, a partir do repouso, entre dois pontos A e B de um campo elétrico uniforme e adquiriu a energia de $18,2 \cdot 10^3 \text{ eV}$. Determine:

- a) o trabalho da força elétrica entre A e B , em joules;
 b) a velocidade da partícula, sabendo que o valor aproximado de sua massa é $1,62 \cdot 10^{-24} \text{ kg}$.

70. (OBF) O potencial num ponto A do espaço é 452 V . Uma partícula positivamente carregada é liberada do repouso em A e chega ao ponto B com velocidade v_B . Quando a mesma partícula é liberada do repouso no ponto C , onde o potencial é 791 V , chega ao mesmo ponto B com velocidade igual a $v = 2v_B$. Calcule o potencial no ponto B .

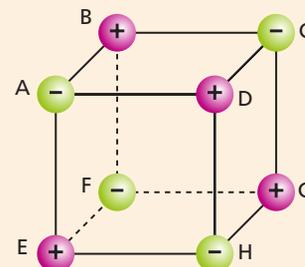
71. Nas figuras temos sempre um quadrado de centro O e quatro cargas elétricas em seus vértices. Considere que: $+Q$ seja uma carga elétrica positiva; $-Q$ seja uma carga elétrica negativa.

Em qual das figuras o potencial elétrico e o campo elétrico resultantes em O são simultaneamente nulos?



72. Nos vértices de um cubo regular de aresta L foram colocadas oito cargas elétricas de mesmo módulo Q , conforme se mostra na figura e se descreve abaixo:

- Cargas positivas ($+Q$): vértices B, D, E e G .
- Cargas negativas ($-Q$): vértices A, C, F e H .



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

O meio tem constante eletrostática K . Determine, em função de L , de Q e de K :

- a) o potencial elétrico resultante no centro do cubo;
 b) a intensidade do campo elétrico no centro do cubo.

Condutores em equilíbrio eletrostático

1. Equilíbrio eletrostático

Como sabemos, nos bons condutores elétricos, há elétrons que não estão presos a nenhum átomo; são os chamados elétrons livres. São eles que constituem a corrente elétrica quando um campo elétrico é inserido no interior do condutor.

Quando não houver nenhum movimento de cargas elétricas no condutor, este está em **equilíbrio eletrostático**. Cada uma de suas cargas elétricas comporta-se como uma partícula em equilíbrio eletrostático, ou seja, é nula a força elétrica sobre ela.

Estando um condutor em equilíbrio eletrostático, ele tem diversas propriedades, as quais vamos estudar neste capítulo.

2. Distribuição das cargas elétricas

As cargas elétricas em excesso de um condutor são de um mesmo sinal: ou positivas ou negativas. Evidentemente, elas se repelem e, procurando a maior distância entre si, vão para a superfície do condutor.

Nos condutores isolados, em equilíbrio eletrostático, as cargas elétricas em excesso distribuem-se pela sua superfície externa.

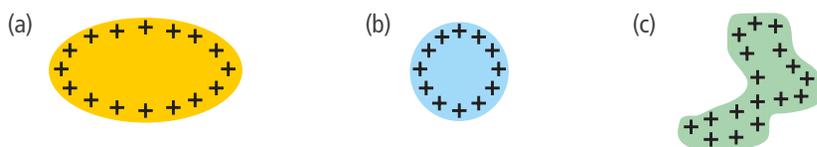


Figura 1. As cargas estão na superfície do condutor.

ILUSTRAÇÕES: ZAPT

O experimento de Benjamin Franklin

Benjamin Franklin, segundo consta, foi o primeiro a observar que as cargas elétricas em excesso de um cilindro metálico iam para a sua superfície externa. Ele eletrizou um cilindro oco de prata e fez descer uma esfera de cortiça pendurada num fio isolante (fig. 2a), notando, então, que ela não era atraída pelas paredes internas do cilindro, como ocorreria ao descer a esfera junto a sua parede externa (fig. 2b). O próprio Franklin não soube explicar esse fato naquela ocasião (1775).

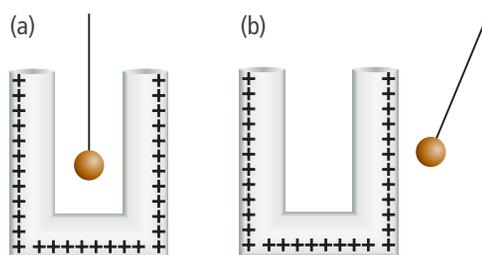


Figura 2. O experimento de Benjamin Franklin.

1. Equilíbrio eletrostático
2. Distribuição das cargas elétricas
3. O campo elétrico no interior do condutor
4. O campo elétrico na superfície do condutor e suas proximidades
5. O potencial elétrico no condutor
6. Blindagem eletrostática
7. Densidade superficial de cargas no condutor
8. Campo elétrico nas vizinhanças do condutor
9. O potencial elétrico da Terra
10. Equilíbrio eletrostático entre condutores

O experimento de Faraday

Faraday realizou diversos experimentos para comprovar a distribuição das cargas elétricas pela superfície externa do condutor isolado. Um deles foi o da tela cônica, como descreveremos a seguir.

Trata-se de uma tela cônica feita de linho, material que conduz razoavelmente bem a eletricidade. Amarrado no seu vértice há um fio comprido de seda, o qual passa por dentro do cone e sai pela sua base. Eletrizando a tela por atrito, com pano de seda, e usando um pêndulo eletrostático, Faraday notou que este era atraído ao ser colocado externamente ao cone, mas nada lhe acontecia ao ser colocado internamente (fig. 3). Com isso concluiu que não havia cargas elétricas no interior do cone, mas apenas na superfície externa.

A seguir, puxando o fio de seda, virou a tela do avesso (fig. 4). Repetiu os testes anteriores com o pêndulo e novamente não houve manifestação de força elétrica no interior do cone. Em princípio, ao inverter a tela, o que estava para fora deveria ter ficado por dentro. Mas as cargas não lhe obedeceram e foram novamente para a superfície externa.

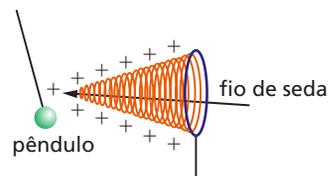


Figura 3. A tela cônica de Faraday. O pêndulo é atraído.

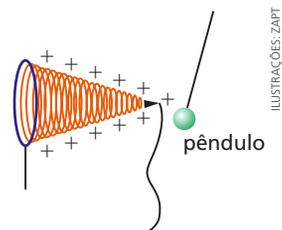


Figura 4. Tela virada do avesso. O pêndulo é atraído.

ILUSTRAÇÕES: ZAPT

O experimento de Cavendish

Henry Cavendish (1731-1810) também realizou um experimento nesse campo, usando dois hemisférios metálicos, dotados de cabos isolantes, que se adaptavam perfeitamente a uma esfera oca, metálica, montada sobre um suporte isolante fixo. Eletrizando a esfera metálica, adaptava os hemisférios a ela. Ao separá-los, notava que a esfera estava **neutra**, enquanto os hemisférios haviam recebido toda a sua carga (fig. 5).

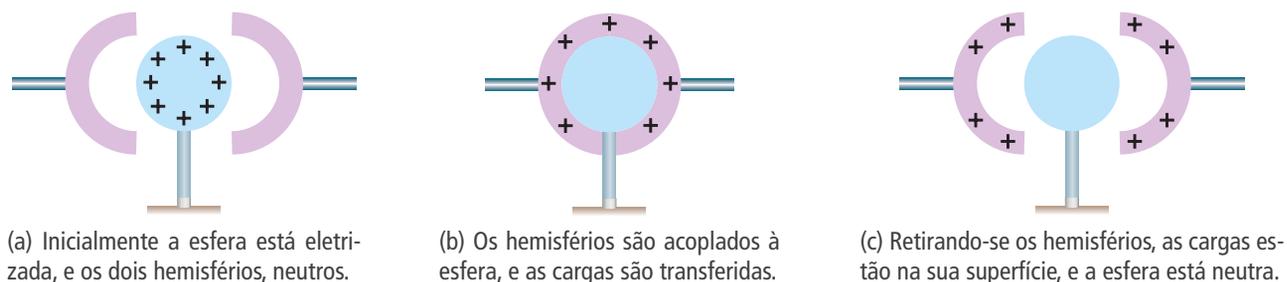


Figura 5. O experimento de Cavendish.

3. O campo elétrico no interior do condutor

Essa propriedade já foi vista e usada no capítulo 11, quando estudamos o campo de uma esfera condutora. Decorre, imediatamente, da definição de condutor em equilíbrio eletrostático que, sendo nula a força elétrica resultante em cada uma de suas cargas elétricas, também é nulo o campo elétrico resultante que nelas atua. Portanto:

O campo elétrico resultante é nulo em todos os pontos no interior do condutor em equilíbrio eletrostático.

Se houvesse um campo elétrico, não nulo, no interior do condutor, este atuaria sobre os elétrons livres do campo, ocasionando um movimento ordenado de cargas. Evidentemente, o condutor deixaria de estar em equilíbrio eletrostático.

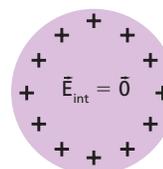


Figura 6. No interior da esfera o campo elétrico é nulo.

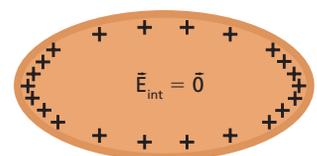


Figura 7. No interior do condutor o campo elétrico é nulo.

4. O campo elétrico na superfície do condutor e suas proximidades

Aqui precisamos considerar dois casos distintos: um condutor plano e de espessura desprezível e um condutor não plano.

Para os condutores planos, com cargas elétricas uniformemente distribuídas, o campo elétrico em pontos de sua superfície é nulo. Para pontos infinitamente próximos da placa plana, o campo elétrico não é nulo e tem direção perpendicular à dos pontos da placa (fig. 8). As propriedades do campo de uma placa serão vistas no próximo capítulo.

Consideremos um condutor de geometria não plano, esférico ou mesmo alongado (fig. 9). Estando ele em equilíbrio eletrostático, vale a seguinte propriedade:

O campo elétrico nos pontos de sua superfície, bem como nos pontos imediatamente exteriores ao condutor, não é nulo e tem direção normal à superfície.

Essa propriedade fala da existência de um campo elétrico nos pontos da superfície e da sua direção.

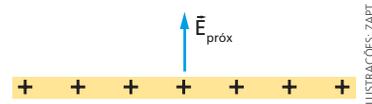
A existência do campo não é tão difícil de justificar, uma vez que o campo elétrico é vetorial. Se isolarmos um ponto da sua superfície, as demais cargas geram campos parciais nesse ponto. A soma vetorial de todos os vetores campo nos dará uma resultante não nula. De modo análogo temos o campo elétrico em pontos externos e próximos da superfície.

Para justificarmos a perpendicularidade com a superfície, vamos supor que o campo tivesse uma direção oblíqua e decompor o vetor campo \vec{E} em duas direções: uma tangencial à superfície e outra normal a ela (fig. 10).

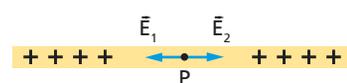
Sejam:

- \vec{E}_n a componente normal à superfície;
- \vec{E}_t a componente tangencial à superfície.

A existência de um campo na direção tangencial deslocaria as cargas elétricas da superfície, e esse movimento não é compatível com o estado de equilíbrio eletrostático das cargas elétricas.



(a) Campo próximo da placa plana.



(b) Campo nulo em ponto da placa plana: \vec{E}_1 anula \vec{E}_2 .

Figura 8. Campo elétrico de uma placa plana com cargas uniformemente distribuídas.

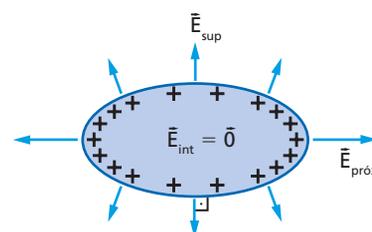


Figura 9. O campo é perpendicular à superfície do condutor.

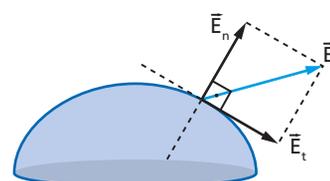


Figura 10. Decomposição do vetor campo na superfície.

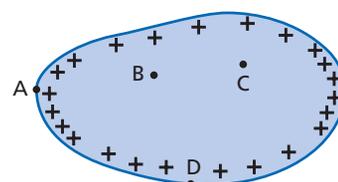


Figura 11. O potencial elétrico $V_a = V_b = V_c = V_d$.

5. O potencial elétrico no condutor

Vamos considerar agora um condutor, cuja geometria não tem a menor importância, seja ele plano, esférico, elipsoide, etc. O importante é que esteja em equilíbrio eletrostático. Esse condutor apresenta a seguinte propriedade:

Todos os pontos do condutor, sejam internos ou da superfície, têm o mesmo potencial elétrico.

Essa propriedade foi vista no capítulo 12, no estudo do potencial elétrico de uma esfera. Os argumentos que usaremos para a sua justificação são os mesmos da esfera.

Por não haver movimento de cargas no condutor em equilíbrio eletrostático, concluímos que, entre dois pontos quaisquer, não há ddp. Em outras palavras, o potencial elétrico nesses dois pontos quaisquer é exatamente o mesmo.

ILUSTRAÇÕES: ZAPPT

A afirmação de que um condutor isolado tem um potencial de 5 000 V significa que todos os seus pontos internos e os da superfície têm o potencial de 5 000 V.

6. Blindagem eletrostática

Consideremos um condutor oco eletrizado e em equilíbrio eletrostático (fig. 12). As cargas elétricas em excesso desse condutor estão na superfície externa.

Como sabemos, num condutor maciço, o campo elétrico interno é nulo e não existe ddp entre dois pontos do condutor. Como será o campo elétrico no interior do corpo oco? Como será o potencial elétrico nos pontos internos do condutor oco?

Demonstra-se, usando o Teorema de Gauss, que nos pontos internos do condutor oco o campo elétrico é igualmente nulo, pois as suas cargas elétricas estão na superfície. Se não há campo elétrico, também não há ddp entre dois pontos internos; logo, o potencial elétrico é constante no interior do condutor oco.

$$\vec{E} = \vec{0} \Rightarrow V_A = V_B = V_C = V_D \neq 0$$

Se colocarmos um segundo condutor *B* no interior do condutor oco, este não sofrerá indução eletrostática, tampouco ficará submetido a uma ddp (fig. 13), pois é nulo o campo interno e não há ddp entre dois pontos do condutor *A* ou no seu interior.

Vamos agora descarregar eletricamente o condutor *A* e, a seguir, aproximar dele um terceiro condutor *C*, eletrizado. Haverá indução elétrica entre *C* e *A*. O indutor será *C*, e o induzido, tão somente *A*. A indução não produzirá nenhum efeito elétrico no interior de *A*, tampouco uma ddp. Dizemos que o condutor *B* está eletricamente blindado (fig. 14). O condutor oco é uma blindagem eletrostática. O campo elétrico interno continua nulo e não há ddp entre pontos internos.

Para comprovar a blindagem eletrostática, vamos mostrar um experimento que pode ser realizado num laboratório de Física.

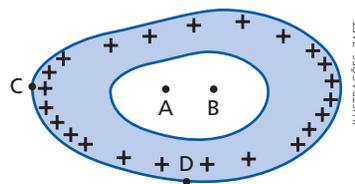


Figura 12. Condutor oco em equilíbrio eletrostático.

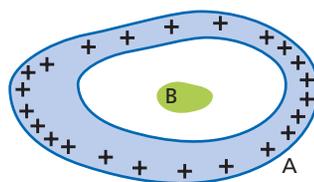


Figura 13. O condutor *B*, no interior do condutor *A*.

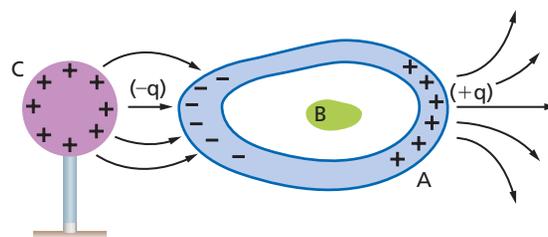


Figura 14. O condutor *B*, no interior do condutor *A*, está blindado.

Experimento

Para este experimento vamos necessitar de um gerador de cargas elétricas (por exemplo, o de Van de Graaff), um condutor oco dotado de uma janela de inspeção, um pêndulo eletrostático simples, um duplo e um eletroscópio.

Este experimento consiste em provocar uma indução eletrostática no condutor oco *A* e observar o que acontece com os detectores de carga no seu interior.

Aproximamos de *A* outro corpo eletrizado, *B*, que será o indutor. Imediatamente observamos a indução na superfície externa de *A* e o deslocamento das cargas elétricas, como mostra a figura 15. No entanto, os detectores de carga no interior de *A* não se manifestam, o que demonstra que o campo interno permanece nulo. Conseqüentemente permanece constante o potencial interno.

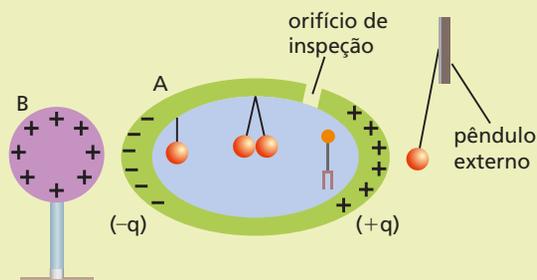


Figura 15. Nenhum dos aparelhos no interior do condutor oco detectou carga elétrica. Somente o pêndulo externo.

A Gaiola de Faraday

Conta-se que Michael Faraday, querendo comprovar a nulidade do campo elétrico no interior dos condutores eletrizados, mandou construir uma gaiola de metal. Isolou-a do chão com suportes não condutores, entrou nela e pediu aos seus assistentes que a eletrizassem, ligando-a a um potente gerador de cargas elétricas.

Faraday levava para o interior da gaiola diversos detectores de cargas elétricas, tais como: eletroscópio e pêndulos elétricos. Uma vez eletrizada a gaiola, nenhum dos aparelhos acusou a presença de carga elétrica ou de campo elétrico.

Segundo conta a história, ele relatou no final:

Penetrei no interior da gaiola e ali permaneci sem nenhum dano. Vi muitos eflúvios saltarem das pontas, mas nenhum deles me atingiu no interior da gaiola... Nenhum dos meus aparelhos funcionou dentro da gaiola.

A gaiola de Faraday acabou se tornando um importante equipamento nos grandes laboratórios de testes de aparelhos elétricos, principalmente nos das indústrias que fabricam para-raios. Não se pode instalar um para-raios sem antes testá-lo, pois a descarga elétrica poderia escoar por fora dele e causar grandes danos ao prédio onde estivesse instalado. Ora, como testar um para-raios a não ser despejando sobre ele uma grande descarga elétrica? E como observar o que acontece? Para isso, o engenheiro eletricitista se protege ficando no interior de uma grande gaiola de Faraday.

Qual seria o melhor lugar para nos abrigarmos de uma tempestade elétrica? Certamente no interior de um prédio ou de uma casa, ou mesmo no interior de um túnel ou de um veículo, pois todos esses locais constituem uma gaiola de Faraday.

Por que um telefone celular não funciona muito bem dentro de um elevador de aço? Porque o elevador é uma gaiola de Faraday, um local onde a onda eletromagnética tem dificuldade de penetrar.



A gaiola de Faraday.

7. Densidade superficial de cargas no condutor

Em um condutor de forma regular e simétrica, como uma esfera, por exemplo, as cargas elétricas se distribuem uniformemente sobre a sua superfície. No entanto, para a maioria dos condutores de forma irregular, essa distribuição deixa de ser uniforme, havendo maior concentração nas curvas de menor raio ou nas extremidades do condutor.

Consideremos um elemento de área ΔA pertencente à superfície de um condutor eletrizado e em equilíbrio eletrostático.

Seja ΔQ a quantidade de carga elétrica contida nesse elemento.

Define-se densidade superficial de cargas (σ) como sendo o quociente:

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta A}$$

No sistema internacional (SI), a unidade de densidade superficial é:

$$\text{unid}(\sigma) = \frac{\text{unid}(Q)}{\text{unid}(A)} \Rightarrow \text{unid}(\sigma) = \frac{C}{m^2}$$

Convém observar que a densidade superficial depende do respectivo elemento de superfície escolhido, pois a distribuição de cargas elétricas no condutor nem sempre é uniforme.

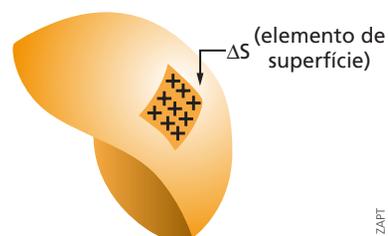


Figura 16. Elemento de superfície de um condutor.

Distribuição das cargas elétricas nos condutores

A distribuição das cargas elétricas no condutor depende de seu formato geométrico. O caso mais simples é o do condutor esférico isolado, no qual a distribuição é rigorosamente uniforme (fig. 17d). Nesse caso, a densidade superficial é constante em toda a sua superfície.

No caso dos condutores alongados, devido à repulsão, há maior concentração de cargas elétricas nas protuberâncias. Assim, nessas regiões, a densidade superficial torna-se mais elevada (figs. 17a, 17b e 17c).

Se o corpo apresentar uma forma mais pontiaguda (fig. 17c), teremos nessa ponta uma densidade de cargas mais acentuada.

Em resumo, vale a seguinte propriedade:

Se um condutor tiver forma irregular, a densidade superficial de cargas elétricas é máxima nos locais em que o raio de curvatura é mínimo.
Se o condutor for esférico, a densidade é constante.

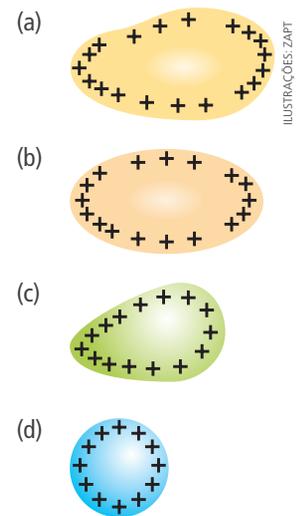


Figura 17. Distribuição das cargas na superfície dos condutores.

8. Campo elétrico nas vizinhanças do condutor

É possível demonstrar que a intensidade do campo elétrico nos pontos infinitamente próximos ao condutor é proporcional à densidade superficial de cargas da região vizinha.

No caso do condutor esférico, como já estudamos no capítulo 11, a distribuição de cargas é uniforme e a intensidade do campo é a mesma para todos os pontos que o envolvem e estão infinitamente próximos a ele.

Para condutores de forma irregular a intensidade de campo é máxima nas regiões de menor raio de curvatura, ou seja, de máxima densidade superficial de cargas. Na figura 18, a região 1 é a de maior densidade de cargas, portanto o campo elétrico tem máxima intensidade; na região 3 a densidade é muito baixa e, portanto, o campo elétrico tem mínima intensidade.

$$|\vec{E}_{\text{próx}}| \text{ proporcional a } \sigma$$

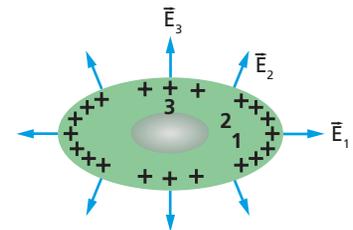


Figura 18. Campo elétrico nas proximidades de um condutor alongado: $|E_1| > |E_2| > |E_3|$

O poder das pontas

Se o condutor tiver forma pontiaguda, o campo elétrico terá intensidade bastante elevada, o que pode provocar ionização das moléculas do meio isolante que o envolve. Uma vez ocorrida a ionização, o meio deixa de ser isolante e torna-se condutor.

$\sigma_{\text{máx}} \Rightarrow \vec{E}_{\text{máx}}$

Quando o meio torna-se condutor, cargas elétricas de mesmo sinal do condutor são repelidas para fora, o que o descarrega. No entanto, dependendo da intensidade do fenômeno, poderemos ter uma centelha, o que pode trazer certo perigo. Para isso acontecer, o potencial elétrico do condutor deve ser elevadíssimo.

O ar suporta a presença de campos elétricos, sem se ionizar, até $3 \cdot 10^6$ V/m. Acima desse valor ocorre a ruptura do isolante.

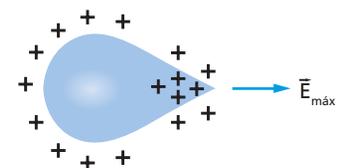


Figura 19. Condutor pontiagudo: campo máximo próximo da ponta.

A máxima intensidade de campo elétrico suportada por um isolante sem que ocorra a ionização é denominada **rigidez dielétrica**.

Os para-raios têm o seu funcionamento fundamentado na teoria do poder das pontas e na rigidez dielétrica.

Leitura

Para-raios

Atribui-se a Benjamin Franklin a invenção do para-raios. O princípio de seu funcionamento é o “poder das pontas” do condutor metálico.

A função do para-raios é propiciar um caminho seguro para a descarga elétrica atmosférica. Ligando-o à terra, a carga elétrica é conduzida seguramente para o solo.

O para-raios de Franklin (fig. a) era constituído por uma haste metálica fortemente ligada à terra por um grosso fio de cobre. No extremo superior dessa haste, existia uma “coroa” de três pontas metálicas, recobertas de platina para suportar o forte calor gerado pela descarga elétrica.

Uma nuvem eletrizada que esteja passando nas proximidades do para-raios interage com ele, provocando indução eletrostática. Cargas elétricas de sinal contrário ao da nuvem são induzidas nas pontas metálicas do para-raios e um forte campo elétrico vai-se formando em suas vizinhanças.

O campo elétrico vai ficando cada vez mais intenso, até ultrapassar a rigidez dielétrica do ar. Uma vez atingido esse limite, o ar se ioniza, formando um caminho condutor até as nuvens (fig. b). A partir desse momento, ocorrem as descargas elétricas.

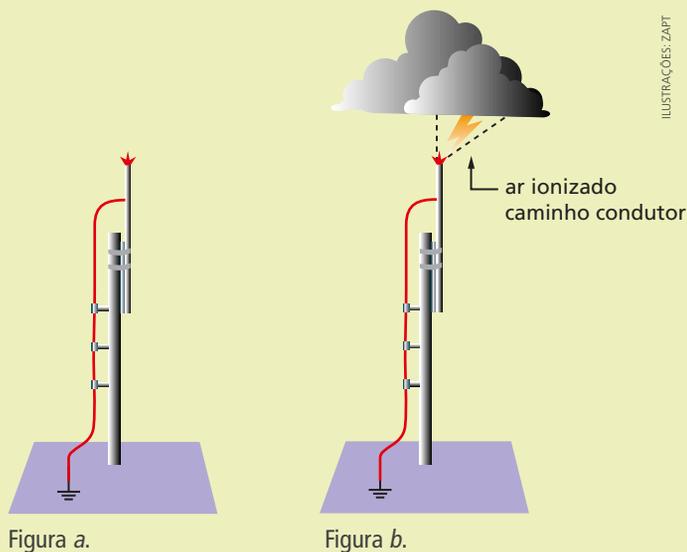
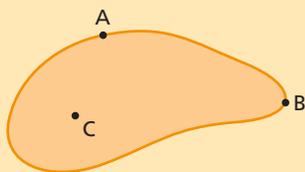


Figura a.

Figura b.

Exercícios de Aplicação

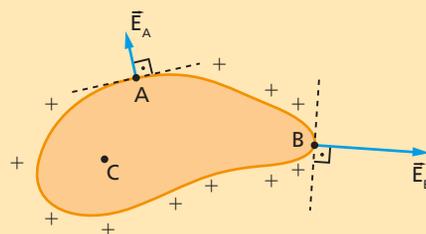
1. Considere um condutor eletrizado positivamente e em equilíbrio eletrostático, conforme mostra sua seção longitudinal na figura. *A* e *B* são pontos de superfície, enquanto *C* é interno.



- Em qual dos três pontos se tem maior intensidade de campo elétrico?
- Em qual dos três pontos é maior o potencial elétrico?

Resolução:

- a) Em *C*, por ser um ponto interno, o campo elétrico é nulo ($|\vec{E}_c| = 0$). O ponto *B* está em uma região mais “pontuda” do que a região do ponto *A*, isto é, o raio de curvatura na região do ponto *B* (R_B) é menor do que o raio de curvatura da região do ponto *A* (R_A):



$$R_B < R_A$$

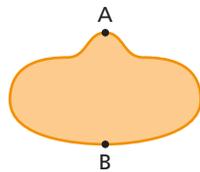
Portanto, há uma concentração maior de cargas em B do que em A e, assim, o campo elétrico em B é mais intenso do que em A :

$$\sigma_B > \sigma_A \Rightarrow |\vec{E}_B| > |\vec{E}_A|$$

- b) Em um condutor em equilíbrio eletrostático todos os pontos têm o mesmo potencial:

$$V_A = V_B = V_C$$

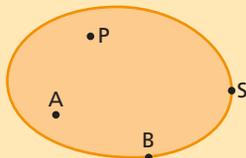
2. Um condutor eletrizado negativamente tem o formato representado na figura.



ILUSTRAÇÕES: ZAPIT

- Considerando as regiões ocupadas pelos pontos A e B , em qual das duas a densidade de cargas é maior?
- Onde o campo elétrico é mais intenso: em A ou em B ?
- Faça um esboço representando a distribuição de cargas e os campos elétricos em A e em B .

3. O condutor em equilíbrio eletrostático da figura apresenta no ponto (S) um potencial de 1000 V. Nele, os pontos A e P são internos, enquanto B e S pertencem à superfície.



Determine:

- a intensidade do campo elétrico no ponto P ;
- o potencial nos pontos A e B .

Resolução:

- a) O campo elétrico resultante nos pontos internos do condutor é **nulo**.

Logo: $E_P = 0$

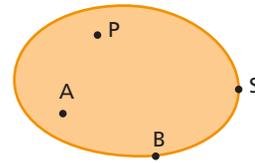
- b) O potencial elétrico em todos os pontos internos e superficiais do condutor é constante.

Logo: $V_A = V_B = V_P = V_S$

Assim: $V_A = 1000 \text{ V}$

$$V_B = 1000 \text{ V}$$

4. O condutor em equilíbrio eletrostático da figura apresenta no ponto S um potencial de 1000 V. Nele os pontos A e P são internos, enquanto B e S se encontram na sua superfície.



Determine:

- a intensidade do campo elétrico em P . Justifique.
- o potencial elétrico em cada um dos quatro pontos. Justifique.

5. Na figura a , representa-se a seção equatorial de uma esfera condutora eletrizada e, na figura b , de um condutor alongado. Ambos estão em equilíbrio eletrostático.

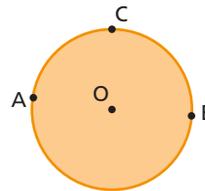


Figura a.

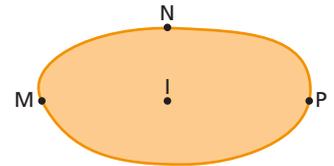


Figura b.

- Qual é a intensidade do campo elétrico em O ? E em I ?
- Nos pontos A , B e C tem-se a mesma densidade superficial de cargas?
- Nos pontos M , N e P tem-se a mesma densidade superficial de cargas?
- Comparando as intensidades do campo elétrico, relacione $|\vec{E}_B|$ com $|\vec{E}_C|$ e $|\vec{E}_N|$ com $|\vec{E}_P|$.
- Compare os potenciais de M , N e P .

6. Tem-se uma esfera oca, com um pequeno orifício de inspeção, carregada negativamente (fig. a).



Figura a.

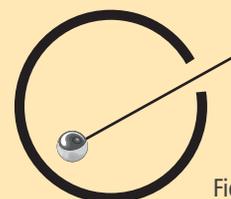


Figura b.

- a) Pelo orifício é introduzido um bastão isolante contendo uma esfera pequena de metal na ponta (fig. b). No entanto, ao se retirar o bastão, não se constatou a presença de nenhuma carga na esferinha. Justifique o resultado.
- b) O mesmo bastão isolante tem agora a sua esferinha encostada na superfície externa da esfera. Ao se desencostar a esferinha, haverá nela carga elétrica?

Resolução:

- a) O campo no interior da esfera oca é nulo, e suas cargas em excesso estão distribuídas uniformemente pela sua superfície externa (fig. c). Portanto, não poderíamos tê-las coletado pela superfície interna da esfera.

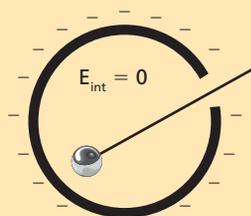


Figura c.

- b) Como a carga da esfera oca estava na sua superfície externa, a esferinha adquire por contato uma pequena quantidade de eletricidade (fig. d).

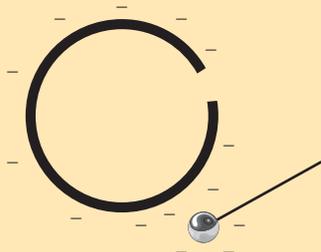


Figura d.

7. Uma pequena esfera condutora está fixa na ponta de um bastão isolante. Sua carga elétrica é +12 pC. A esferinha é introduzida cuidadosamente no interior de uma casca esférica condutora, através de um orifício existente em sua superfície, até tocar o fundo. Antes do experimento, a casca esférica possuía uma carga elétrica -32 pC. Retiramos a esferinha cuidadosamente, sem tocar nas bordas da casca. Podemos afirmar que:
- a) a esferinha ficou com carga elétrica -10 pC.
 b) a casca esférica neutralizou-se.
 c) tanto a esferinha como a casca terminam o processo com -34 pC.

- d) a esferinha ficou com carga nula e a casca com -20 pC.
 e) a esferinha ficou com carga +20 pC e a casca com -20 pC.

8. Um avião atravessa uma região de muita turbulência ao passar entre as nuvens eletrizadas. É frequente ocorrerem descargas elétricas sobre a fuselagem da aeronave. No entanto, não se tem notícias de passageiros morrerem eletrocutados no interior do avião. Como se explica?

- a) A fuselagem do avião não é material condutor, o que isola os passageiros.
 b) A fuselagem do avião é de material condutor, blindando eletrostaticamente a aeronave. Uma autêntica gaiola de Faraday.
 c) O corpo do avião se comporta como uma casca condutora de eletricidade; isola, portanto, os passageiros, tornando nulo o potencial elétrico interno.
 d) O aterramento do corpo do avião isola os passageiros e os livra de qualquer perigo elétrico.
 e) Pelo fato de suas asas serem pontiagudas, elas funcionam como para-raios, o que protege o interior da nave.

9. Uma casca esférica está uniformemente eletrizada com carga igual a 48 μC, e o seu raio é R = 2,0 cm. Adotando-se π = 3, determine a densidade elétrica superficial da casca.

Resolução:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow \sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

Temos: $Q = 48 \text{ pC} = 48 \cdot 10^{-12} \text{ C};$

$R = 2,0 \text{ cm} = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ m};$

Substituindo-se esses valores:

$$\sigma = \frac{48 \cdot 10^{-12} \text{ C}}{4 \cdot 3(2,0 \cdot 10^{-2})^2 \text{ m}^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sigma = 1,0 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}^2$$

10. Duas esferas uniformemente eletrizadas com a mesma carga elétrica Q possuem raios diferentes. A primeira delas tem raio R e densidade de cargas elétricas σ; a segunda tem raio r e densidade de cargas elétricas 4σ. Podemos afirmar que:

- a) $R = 2r$ d) $R = \frac{r}{4}$
 b) $R = \frac{r}{2}$ e) $R = r\sqrt{2}$
 c) $R = 4r$

Exercícios de Reforço

11. (F. M. Pouso Alegre-MG) No interior de um condutor isolado em equilíbrio eletrostático:

- o campo elétrico pode assumir qualquer valor, podendo variar de ponto para ponto.
- o campo elétrico é uniforme e diferente de zero.
- o campo elétrico é nulo em todos os pontos.
- o campo elétrico só é nulo se o condutor estiver descarregado.
- o campo elétrico só é nulo no ponto central do condutor, aumentando (em módulo) à medida que nos aproximamos da superfície.

12. (Unifor-CE) Dadas as afirmativas:

- Na superfície de um condutor eletrizado, em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico é **nulo**.
- Na superfície de um condutor eletrizado e em equilíbrio eletrostático, o potencial é constante.
- Na superfície de um condutor eletrizado em equilíbrio eletrostático, a densidade superficial de cargas é maior em regiões de menor raio de curvatura.

São corretas:

- apenas a I.
- apenas a II.
- apenas a III.
- apenas II e III.
- todas elas.

13. (U. F. Pelotas) De acordo com a Eletrostática e seus conhecimentos, é correto afirmar que:

- a densidade de carga, nos cantos de uma caixa cúbica condutora, eletricamente carregada, é menor do que nos centros de suas faces.
- duas cargas elétricas puntiformes estão separadas por uma certa distância. Para que a intensidade do potencial elétrico se anule num ponto do segmento de reta que as une, ambas deverão apresentar sinais iguais.
- o campo elétrico criado por duas distribuições uniformes de cargas, com sinais contrários, é uniforme, se elas estiverem distribuídas sobre uma pequena esfera e uma placa adjacente.
- uma esfera metálica eletricamente neutra, ao ser aproximada de um bastão de vidro positivamente carregado, sofre uma força de atração elétrica.
- a Lei de Coulomb estabelece que a intensidade da força elétrica entre duas cargas elétricas puntiformes é diretamente proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas.

14. Nas figuras que se seguem, representamos elementos condutores de eletricidade eletrizados e em equilíbrio eletrostático. Todos eles são ocas.

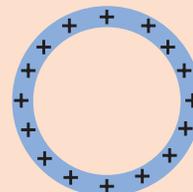


Figura 1.

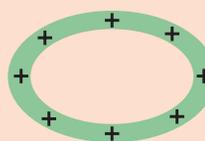


Figura 2.

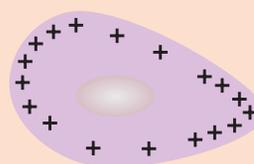
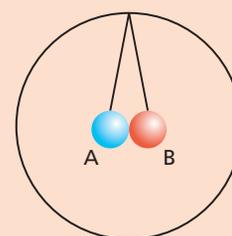
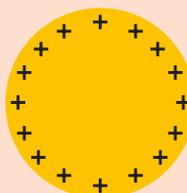


Figura 3.

A distribuição das cargas está corretamente representada:

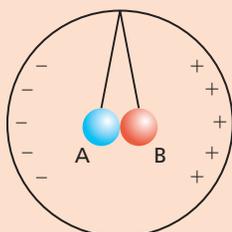
- nas três figuras.
- apenas na figura 1.
- apenas na figura 2.
- somente nas figuras 1 e 3.
- somente nas figuras 2 e 3.

15. Uma esfera eletricamente carregada com $+42 \mu\text{C}$ é aproximada de uma casca esférica de metal contendo em seu interior um pêndulo duplo, como mostra a figura. As duas esferinhas do pêndulo são condutoras de eletricidade e os fios que as sustentam são condutores.

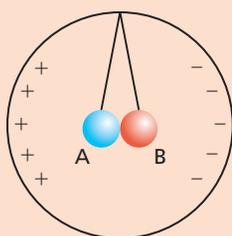


Com a aproximação da esfera teremos, na casca e no pêndulo duplo, a seguinte configuração:

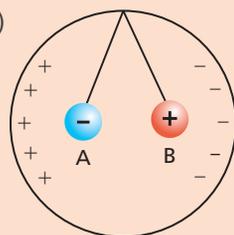
a)



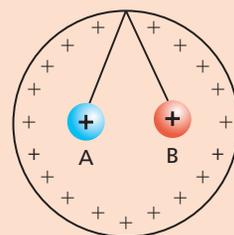
b)



c)

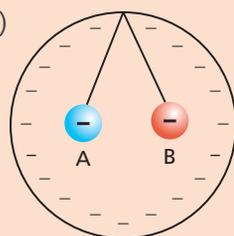


e)



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

d)



Leitura

O gerador de Van de Graaff

Em 1931, R. J. Van de Graaff construiu um gerador capaz de gerar potenciais de vários milhões de volts. Esse gerador passou a ser usado em laboratórios de Física Nuclear para acelerar partículas como prótons, elétrons e outras. Na figura *a*, temos a foto de um pequeno gerador de Van de Graaff, de aproximadamente 40 centímetros de altura, usado para demonstrações didáticas. No entanto, nos laboratórios ele pode ter mais de 10 metros de altura. Na figura *b* apresentamos um esquema simplificado de um modelo de gerador usado em laboratório.



ALAMY/OTHER IMAGES

Figura *a*. Pequeno gerador de Van de Graaff usado em demonstrações didáticas.

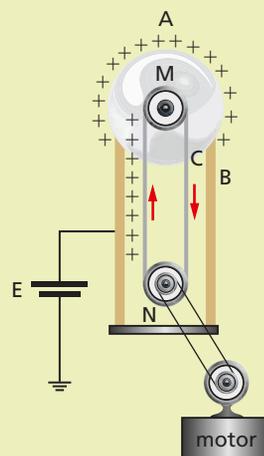


Figura *b*. Diagrama simplificado de um gerador de Van de Graaff.

No esquema da figura *b*, *A* é uma casca metálica esférica apoiada numa coluna isolante *B*; *C* é uma correia, feita de material isolante, que passa pelas polias *M* e *N*. Um motor faz girar a polia *N* e, conseqüentemente, provoca o movimento da correia. Uma fonte de alta tensão *E* (da ordem de 10^4 volts) eletriza a correia através de um pente metálico (aplicação do poder das pontas); a correia transporta então essas cargas para cima, onde elas são recolhidas por outro pente metálico e finalmente passam para a superfície externa da casca esférica. Desse modo, consegue-se acumular uma grande quantidade de cargas na esfera.

9. O potencial elétrico da Terra

A Terra é um grande condutor esférico eletrizado negativamente com carga avaliada em $-580\,000\text{ C}$. Seu raio é de aproximadamente $6\,400\text{ km}$. Se a considerarmos isolada no universo e calcularmos o seu potencial próprio V_T , obteremos:

$$V_T \cong -8 \cdot 10^8 \text{ volts} \quad (\text{em relação a um referencial no infinito})$$

No entanto, o potencial resultante na Terra sofre influência das cargas elétricas dos corpos celestes vizinhos. As cargas elétricas separadas por fatores humanos praticamente não produzem efeitos sensíveis sobre o potencial da Terra.

Para o homem, a Terra se comporta como um padrão invariável de potencial elétrico e, por isso, pode ser adotada como referencial de potencial.

Comumente, costuma-se adotar o potencial da Terra igual a **zero**.

No interior de um laboratório, quando um corpo possui potencial de $+2\,000\text{ V}$ em relação à Terra, equivale a dizer que ele tem $2\,000\text{ V}$ acima do potencial da Terra.

Se ligarmos um corpo condutor eletrizado negativamente à Terra, haverá escoamento de elétrons deste para ela (fig. 20), até que a sua carga elétrica se anule.

A explicação é simples: o corpo eletrizado negativamente tem potencial negativo em relação à Terra. Devido à ddp, elétrons fluirão pelo fio terra, no sentido do menor para o maior potencial. Quando o condutor se neutralizar, o seu potencial se igualará ao da Terra.

Por outro lado, se ligarmos à Terra um corpo condutor eletrizado positivamente (fig. 21), haverá subida de elétrons da Terra para o condutor, até que este se torne neutro.

As ligações à Terra são muito usadas para proteger o homem contra o perigo de um choque elétrico ou mesmo de uma descarga elétrica. Por exemplo: um para-raios é sempre aterrado, assim como um chuveiro elétrico, uma torneira elétrica ou uma máquina de lavar roupas. Toda vez que ligamos à Terra uma armadura metálica, garantimos que o seu potencial elétrico se anule.

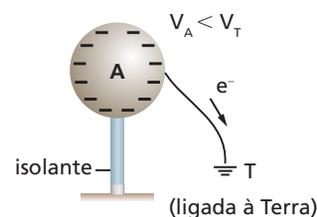


Figura 20.

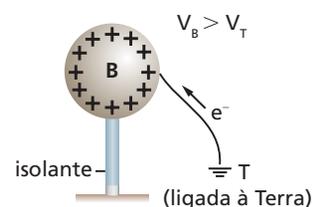


Figura 21.

ILUSTRAÇÕES: ZAPT

10. Equilíbrio eletrostático entre condutores

Consideremos dois condutores A e B isolados, com cargas Q_A e Q_B e com potenciais V_A e V_B , respectivamente (fig. 22), estando bem afastados entre si.

Suponhamos que o corpo A tenha potencial maior que o corpo B , ou seja, $V_A > V_B$. Liguemos os dois corpos por um fio condutor F , ideal (fig. 23).

Devido à diferença de potencial entre os condutores, haverá escoamento de cargas através do fio, de modo que a corrente convencional (i) vai do potencial maior para o menor (isto é, de A para B), e os elétrons (que são as cargas que realmente se movimentam) vão de B para A . O condutor B , perdendo elétrons, terá sua carga aumentada, e conseqüentemente seu potencial também aumenta; o condutor A , recebendo elétrons, terá sua carga diminuída e, com isso, seu potencial também diminui.

A movimentação de cargas continua até que os condutores fiquem com o mesmo potencial V ; a partir desse instante cessa a troca de cargas e o sistema está em equilíbrio eletrostático, sendo Q'_A a carga final de A , Q'_B a carga final de B e Q'_F a carga final do fio.

Durante a movimentação de cargas, a intensidade da corrente (r) não é constante, e o intervalo de tempo decorrido até a anulação da corrente é **muito pequeno**; dizemos nesse caso que a corrente é **transitória**.

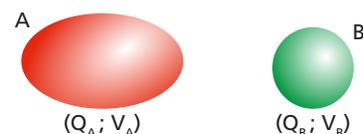


Figura 22. Condutores isolados.

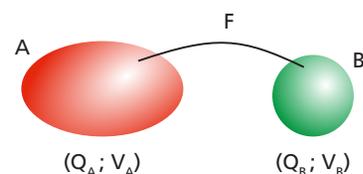


Figura 23. Condutores interligados.

Pelo Princípio da Conservação das Cargas Elétricas podemos escrever:

$$Q_A + Q_B = Q'_A + Q'_B + Q_F$$

Porém, se usarmos um fio **muito fino**, o valor de $|Q_F|$ será muito pequeno em comparação com $|Q'_A|$ e $|Q'_B|$ e poderá ser desprezado; assim, teremos:

$$Q_A + Q_B = Q'_A + Q'_B$$

Os condutores A e B podem ter, obviamente, quaisquer formatos. No entanto, nos exercícios a seguir, consideraremos apenas o caso em que ambos são esféricos.

As conclusões anteriores podem ser estendidas para diversos condutores.

Exemplo 1

Duas esferas condutoras, isoladas uma da outra, estão eletrizadas com cargas elétricas $Q_1 = +12 \mu\text{C}$ e $Q_2 = -8,0 \mu\text{C}$. Usando-se um fio condutor ideal interligam-se as duas esferas durante um certo intervalo de tempo, até que os seus potenciais elétricos se igualem. Verifica-se então que a esfera 1 ficou com carga elétrica $Q'_1 = +1,0 \mu\text{C}$. Vamos determinar a carga elétrica da segunda esfera.

Usaremos o Princípio da Conservação da Carga Elétrica:

$$Q'_1 + Q'_2 = Q_1 + Q_2$$

$$+1,0 + Q'_2 = +12 - 8,0$$

$$Q'_2 = +4,0 - 1,0 \Rightarrow Q'_2 = +3,0 \mu\text{C}$$

Quando duas esferas eletrizadas são conectadas entre si, elas trocam cargas elétricas até que seus potenciais se igualem. Chamando de Q_1 e de Q_2 as cargas finais das esferas 1 e 2 após terem atingido o equilíbrio eletrostático e sendo ainda R_1 e R_2 os respectivos raios, tem-se:

$$V_1 = K \frac{Q_1}{R_1} \quad \text{e} \quad V_2 = K \frac{Q_2}{R_2}$$

Como os potenciais se igualaram no equilíbrio eletrostático, podemos fazer:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{Q_1}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2}$$

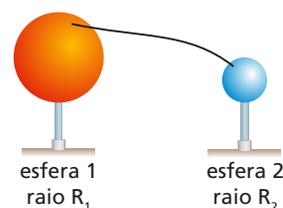


Figura 24. Esferas interligadas.

Exemplo 2

Duas esferas de material condutor estão interligadas e em equilíbrio eletrostático, e suas cargas elétricas são Q_1 e Q_2 . Os respectivos raios medem: 3,0 cm e 5,0 cm. Sabemos que a carga total do sistema é $+8,0 \text{ pC}$. Vamos aprender a determinar a distribuição de cargas entre as duas esferas.

Primeiro aplicamos o Princípio da Conservação da Carga Elétrica:

$$Q_1 + Q_2 = +8,0 \text{ pC} \quad \textcircled{1}$$

Agora, vamos relacionar as cargas finais com os raios:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{Q_1}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{3,0} = \frac{Q_2}{5,0}$$

Observemos que, estando os dois raios medidos em cm, esta unidade é cancelada.

$$5Q_1 = 3Q_2 \quad \textcircled{2}$$

Temos um sistema de duas equações e duas incógnitas. Resolvendo-o, obteremos:

$$Q_1 = +3,0 \text{ pC} \quad \text{e} \quad Q_2 = +5,0 \text{ pC}$$

Exercícios de Aplicação

16. Dois condutores esféricos A e B têm raios $R_A = 40$ cm e $R_B = 60$ cm. Esses condutores estão bem afastados e têm cargas elétricas $Q_A = 3,0$ μC e $Q_B = 7,0$ μC . Os condutores são então ligados por um fio de capacidade desprezível.

- Determine as cargas dos condutores depois de estabelecido o equilíbrio eletrostático.
- Supondo que o transporte de cargas de um condutor a outro ocorra num intervalo de tempo $\Delta t = 2,0 \cdot 10^{-6}$ s, calcule a intensidade média da corrente elétrica que atravessa o fio nesse intervalo de tempo.
- Calcule o potencial dos condutores depois de atingido o equilíbrio eletrostático.

Resolução:

- a) Sejam Q'_A e Q'_B as cargas dos condutores depois de atingido o equilíbrio eletrostático; como os dois condutores deverão ter o mesmo potencial V_E , temos:

$$V_E = K \frac{Q'_A}{R_A} = K \frac{Q'_B}{R_B}$$

$$\text{E assim: } \frac{Q'_A}{Q'_B} = \frac{R_A}{R_B}$$

Como $R_A = 40$ cm e $R_B = 60$ cm temos:

$$\frac{Q'_A}{Q'_B} = \frac{R_A}{R_B} = \frac{40}{60} \quad \text{ou} \quad \frac{Q'_A}{Q'_B} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

Por outro lado, pelo Princípio da Conservação das Cargas Elétricas, temos:

$$Q'_A + Q'_B = Q_A + Q_B = 3,0 \mu\text{C} + 7,0 \mu\text{C}$$

Ou seja:

$$Q'_A + Q'_B = 10 \mu\text{C} \quad (2)$$

Temos então um sistema de equações formado pelas equações (1) e (2). Resolvendo-o, obtemos:

$$Q'_A = 4,0 \mu\text{C} \quad \text{e} \quad Q'_B = 6,0 \mu\text{C}$$

- b) Podemos calcular o módulo da carga transportada de um condutor para o outro, usando o condutor A ou o condutor B . Se usarmos o condutor A , teremos:

$$|\Delta Q| = |Q'_A - Q_A| = |4,0 \mu\text{C} - 3,0 \mu\text{C}| = 1,0 \mu\text{C}$$

Se usarmos o condutor B , teremos:

$$\begin{aligned} |\Delta Q| &= |Q'_B - Q_B| = |6,0 \mu\text{C} - 7,0 \mu\text{C}| = \\ &= |-1,0 \mu\text{C}| = 1,0 \mu\text{C} \end{aligned}$$

Portanto, sendo i_m a intensidade média da corrente elétrica, temos:

$$i_m = \frac{|\Delta Q|}{\Delta t} = \frac{1,0 \mu\text{C}}{2,0 \cdot 10^{-6} \text{ s}} = \frac{1,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{2,0 \cdot 10^{-6} \text{ s}}$$

$$i_m = 5,0 \cdot 10^{-1} \text{ A}$$

- c) Podemos calcular o potencial de equilíbrio V_E usando o condutor A ou o condutor B , pois:

$$V_E = K \frac{Q'_A}{R_A} = K \frac{Q'_B}{R_B}$$

Usando então o condutor A , temos:

$$\begin{cases} K = 9,0 \cdot 10^9 \text{ (no SI)} \\ R_A = 40 \text{ cm} = 40 \cdot 10^{-2} \text{ m} \\ Q'_A = 4,0 \mu\text{C} = 4,0 \cdot 10^{-6} \text{ C} \end{cases}$$

Portanto:

$$V_E = K \frac{Q'_A}{R_A} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-6}}{40 \cdot 10^{-2}} = 9 \cdot 10^4 \text{ V}$$

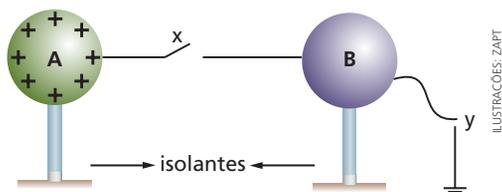
17. Dois condutores esféricos A e B , de raios $R_A = 5,0$ cm e $R_B = 6,0$ cm, estão isolados, bem afastados um do outro e eletrizados com cargas $Q_A = 30$ pC e $Q_B = 25$ pC. Os condutores são ligados por um fio condutor de capacidade desprezível, sendo $\Delta t = 2,5 \cdot 10^{-9}$ s o intervalo de tempo decorrido entre o instante em que é feita a ligação e o instante em que é atingido o equilíbrio eletrostático dos condutores. Calcule:

- as cargas dos condutores depois de atingido o equilíbrio eletrostático;
- a intensidade média da corrente elétrica no fio durante o intervalo de tempo Δt ;
- o potencial dos condutores quando for atingido o equilíbrio eletrostático.

18. Duas esferas condutoras isoladas uma da outra estão eletrizadas com a mesma carga elétrica de $4,0$ nC, mas o potencial da primeira é o triplo do da segunda.

- Qual é a razão entre seus raios?
- Quais serão suas novas cargas se as contarmos por um fio condutor ideal?

19. Uma esfera condutora A está inicialmente uniformemente eletrizada com carga de 64 μC . Uma segunda esfera condutora B , de mesmo raio que A , encontra-se inicialmente neutra e bastante afastada de A , de modo que podemos desprezar a indução eletrostática entre ambas. As chaves X e Y estão inicialmente abertas e os fios condutores têm capacidades desprezíveis.



São executadas as seguintes operações (nesta ordem):

- 1ª) Mantendo-se y aberta, fecha-se x .
- 2ª) Depois de ser atingido o equilíbrio eletrostático, abre-se x .
- 3ª) Fecha-se y .

Calcule as cargas finais de A e B .

- 20.** Considere duas esferas condutoras de raios R_1 e R_2 e eletrizadas. Interligando-as por um fio condutor ideal, elas entram em equilíbrio eletrostático. Sendo as respectivas densidades superficiais de cargas iguais a σ_1 e σ_2 , determine a razão $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$.

Resolução:

Seus potenciais são iguais, e as cargas elétricas são proporcionais aos respectivos raios, conforme se verifica nas equações abaixo:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow K_0 \frac{Q_1}{R_1} = K_0 \frac{Q_2}{R_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad (1)$$

As densidades de cargas são:

$$\sigma_1 = \frac{Q_1}{4\pi R_1^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{Q_2}{4\pi R_2^2}$$

Logo:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\frac{Q_1}{4\pi R_1^2}}{\frac{Q_2}{4\pi R_2^2}} \Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{Q_1 \cdot R_2^2}{Q_2 \cdot R_1^2} \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2), vem:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_1 \cdot R_2^2}{R_2 \cdot R_1^2} \Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad (3)$$

A equação (3) nos mostra que duas esferas condutoras eletrizadas, em equilíbrio eletrostático e com o mesmo potencial, têm densidades de cargas inversamente proporcionais aos raios, donde concluímos que:

- a de menor raio tem maior densidade;
- a de maior raio tem menor densidade.

Isso, de certo modo, justifica a afirmação feita no item 7 deste capítulo: No caso de um condutor não esférico, carregado e isolado, as cargas em excesso concentram-se mais nas regiões de menor raio de curvatura.

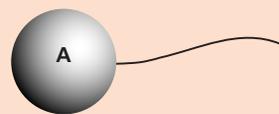
- 21.** Duas esferas condutoras A e B , de raios R_A e R_B , eletrizadas com cargas Q_A e Q_B , estão inicialmente isoladas e bem afastadas uma da outra. Ligando-se as esferas por um fio condutor de capacidade desprezível, depois de algum tempo é atingido o equilíbrio eletrostático. Sendo V_E o potencial de equilíbrio. Demonstre que:

$V_E = K \left(\frac{Q_A + Q_B}{R_A + R_B} \right)$, onde K é a constante que aparece na Lei de Coulomb.

Exercícios de Reforço

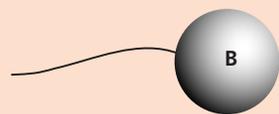
Texto das questões 22 e 23:

Esferas condutoras eletrizadas e isoladas têm suas cargas elétricas uniformemente distribuídas pela superfície. Quando conectamos duas esferas eletrizadas por um fio condutor, as cargas elétricas fluem de uma para a outra até se equilibrarem os potenciais elétricos. Temos duas esferas, A e B , isoladas uma da outra, que serão conectadas por um fio condutor. Inicialmente, temos:



$$Q_A = +8,0 \text{ pC}$$

$$R_A = 2,0 \text{ cm}$$



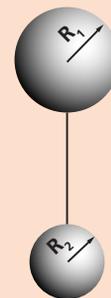
$$Q_B = -3,0 \text{ pC}$$

$$R_B = 3,0 \text{ cm}$$

- 22.** Ao conectarmos o fio condutor, as cargas elétricas distribuem-se proporcionalmente ao raio de cada esfera. Determine as cargas Q'_A e Q'_B respectivamente, de A e B .

- 23.** Após o equilíbrio eletrostático, determine o potencial elétrico comum.

- 24.** (UF-CE) Duas esferas condutoras de raio R_1 e R_2 estão separadas por uma distância muito maior que o raio de qualquer das duas esferas. As esferas estão conectadas por um fio condutor, como mostra a figura. Se as cargas das esferas em equilíbrio são, respectivamente, q_1 e q_2 , determine a razão entre as cargas q_1 e q_2 .



25. (UPE-PE) Na figura a seguir, dois condutores esféricos, A e B , carregados, cujos raios são respectivamente $R_A = 6$ cm e $R_B = 2$ cm estão separados por uma distância muito maior que 6 cm e conectados por um longo fio condutor fino. Uma carga total $Q = 8,0 \cdot 10^{-8}$ C é colocada em uma das esferas.



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

Considerando a constante eletrostática no vácuo, pode-se afirmar que, após o equilíbrio eletrostático:

- o potencial elétrico na superfície do condutor A é menor do que o potencial elétrico na superfície do condutor B .
 - o potencial elétrico no interior do condutor A é maior do que o potencial elétrico no interior do condutor B .
 - a carga elétrica do condutor A é o triplo da carga elétrica no condutor B .
 - o campo elétrico é o mesmo na superfície dos dois condutores.
 - o potencial elétrico na superfície dos condutores A e B é o mesmo e vale $9 \cdot 10^2$ V.
26. (Unicamp-SP) Duas esferas condutoras A e B distantes possuem o mesmo raio R e estão carregadas com cargas $Q_A = -q$ e $Q_B = +2q$, respectivamente. Uma terceira esfera condutora C , de mesmo raio R , porém descarregada, é trazida desde longe e é levada a tocar primeiramente a esfera A , depois a esfera B e em seguida é levada novamente para longe.

- Qual é a diferença de potencial entre as esferas A e B antes de a esfera C tocá-las?
- Qual é a carga final da esfera C ?

27. O quociente entre a carga elétrica de um condutor eletricamente isolado e seu potencial elétrico $\left(\frac{Q}{V}\right)$ é constante e denomina-se capacitância do condutor. No SI essa grandeza tem por unidade o farad (F), uma homenagem a Michael Faraday. Determine a capacitância dos seguintes condutores em equilíbrio eletrostático:

- um corpo alongado carregado com carga elétrica de $4,0$ pC, cujo potencial elétrico é $2,0$ μ C;
- uma esfera condutora de raio R , eletrizada, num meio de permissividade absoluta ϵ_0 .

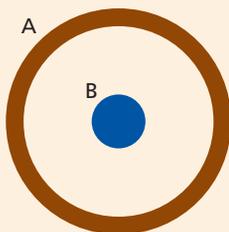
28. Usando o conceito de capacitância do exercício anterior, determine a carga elétrica adquirida por uma esfera de capacitância $3,0$ nF ao ser interligada com um gerador Van de Graaff que atingiu o potencial de $2,0$ MV.

29. (ITA-SP) Uma esfera condutora de raio $0,500$ cm é elevada a um potencial de $10,0$ V. Uma segunda esfera, bem afastada da primeira, tem raio $1,00$ cm e está ao potencial $15,0$ V. Elas são ligadas por um fio de capacitância desprezível. Sabendo que o meio no qual a experiência é realizada é homogêneo e isotrópico, podemos afirmar que os potenciais finais das esferas serão:

- $12,5$ V e $12,5$ V.
- $8,33$ V para a primeira e $16,7$ V para a segunda.
- $16,7$ V para a primeira e $8,33$ V para a segunda.
- $13,3$ V e $13,3$ V.
- zero para a primeira e $25,0$ V para a segunda.

Exercícios de Aprofundamento

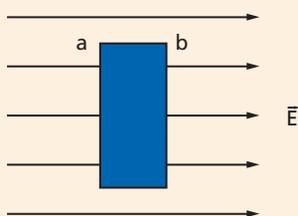
30. Uma esfera oca (A), de raio externo $R = 20$ cm, estava eletrizada com uma carga elétrica positiva $Q = +15$ μ C. No seu interior foi introduzida uma segunda esfera (B) de raio $r = 1,0$ cm, eletrizada com carga elétrica negativa $-5,0$ μ C. As esferas ficaram concêntricas.



Determine:

- a carga elétrica na superfície interna da esfera A ;
- a carga elétrica total na superfície externa da esfera A ;
- a intensidade da força elétrica resultante na esfera B ;
- o potencial elétrico resultante num ponto P situado na superfície da esfera B . (Adote $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{N \cdot m^2}{C^2}$.)

31. Na figura temos um campo elétrico uniforme, de intensidade constante $E = 6,0 \text{ N/C}$. Um prisma metálico é imerso na região de tal maneira que as linhas de força sejam perpendiculares às suas faces a e b .



ILUSTRAÇÕES ZAPFT

Analise as afirmativas seguintes:

- I. Ocorrerá indução eletrostática e eletrizará as faces a e b do prisma.
 - II. Haverá formação de um campo elétrico no interior do prisma, no mesmo sentido do campo externo.
 - III. Haverá formação de um campo interno ao prisma, de intensidade $6,0 \text{ N/C}$.
 - IV. Haverá formação de um campo interno no prisma, de sentido contrário ao campo externo, mas o prisma ficará em equilíbrio eletrostático.
32. Sabemos que se uma esferinha de raio R , neutra, tocar externamente uma outra esfera eletrizada de raio $9R$, ela vai retirar 10% de sua carga elétrica. Usando-se então uma esfera oca metálica de raio $9R$, neutra, e uma esferinha condutora de raio R presa na ponta de um bastão, foi feita a seguinte operação:

- I. Eletrizou-se a esferinha com uma carga elétrica q , positiva.
- II. Introduziu-se cuidadosamente, através de um orifício existente na esfera maior, o bastão, até que sua esferinha tocasse a superfície interna da esfera oca (fig. 1).
- III. O bastão é retirado e encostado na superfície externa da esfera oca (fig. 2).
- IV. O bastão é novamente carregado com a mesma carga anterior, e o ciclo é repetido n vezes.

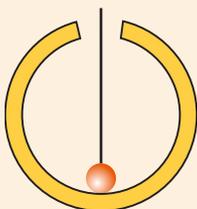


Figura 1.

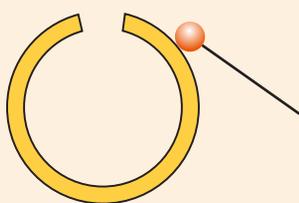
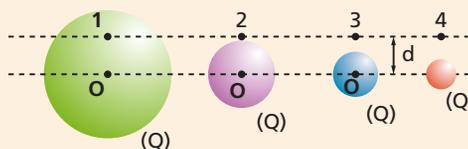


Figura 2.

Determine a carga elétrica residual na esfera oca:

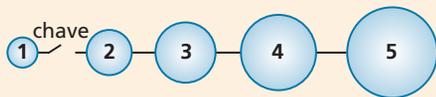
- a) ao final do quarto ciclo;
- b) ao final do enésimo ciclo.

33. Na figura temos três esferas de diâmetros diferentes e igualmente eletrizadas com a mesma carga elétrica Q . Temos também uma quarta esferinha (raio desprezível), também eletrizada com carga elétrica Q , a qual gera no ponto 4 um campo elétrico de intensidade $E = 4k \text{ N/C}$. Todos os quatro pontos estão à mesma distância d do centro de suas respectivas esferas. Considere que o ponto 2 esteja infinitamente próximo da esfera 2.



- a) Determine a intensidade do campo elétrico em cada um dos outros três pontos.
 - b) Ordene, por ordem decrescente, as densidades superficiais de carga das três primeiras esferas.
 - c) Ordene, por ordem decrescente, o potencial elétrico nos pontos 1, 2 e 3.
34. (UnB-DF) Duas esferas metálicas A e B , de raios $2R$ e R , respectivamente, são eletrizadas com cargas Q_A e Q_B . Uma vez interligadas por um fio metálico, não se observa passagem de corrente. Podemos então afirmar que a razão $\frac{Q_A}{Q_B}$ é igual a:
- a) $\frac{1}{2}$
 - b) 1
 - c) 2
 - d) 4
 - e) $\frac{1}{4}$
35. (UF-CE) Uma esfera de 20 mm de raio é carregada eletricamente até um potencial de 4 V . Uma segunda esfera, de raio não conhecido, é também carregada até um potencial de 2 V . As esferas, que estão no vácuo e separadas por uma distância razoavelmente grande, são então ligadas por um fio condutor de capacidade desprezível. Sabendo que o potencial de equilíbrio após a ligação é de $2,5 \text{ V}$, determine, em mm , o raio da segunda esfera.
36. (Fuvest-SP) Dois condutores esféricos A e B , de raios respectivos R e $2R$, estão isolados e muito distantes um do outro. As cargas das duas esferas são de mesmo sinal e a densidade superficial de carga da primeira é igual ao dobro da densidade de carga da segunda. Interligam-se as duas esferas por um fio condutor. Diga se uma corrente elétrica se estabelece no fio e, em caso afirmativo, qual o sentido da corrente. Justifique sua resposta.

37. (UnB-DF) Algumas nanoestruturas moleculares de carbono apresentam condutividade elétrica. A figura mostra um conjunto de cinco nanoestruturas esféricas, de dimensões diferentes, cujos raios satisfazem à relação $r_{n+1} = 2r_n$ em que r_n corresponde ao raio da esfera indicada pelo número n , $n = 1, 2, \dots, 5$. As esferas de 2 a 5 estão conectadas por nanofios condutores elétricos e existe uma chave que, quando fechada, permite a conexão dessas esferas à esfera 1. Com a chave aberta, a esfera 1 tem carga elétrica equivalente à carga de 620 elétrons e as outras esferas estão eletricamente neutras.



ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Considerando que a chave mencionada no texto tenha sido fechada e que, após isso, o sistema tenha adquirido equilíbrio eletrostático, julgue os itens a seguir, sabendo que a carga elementar do elétron é igual a $-1,6 \cdot 10^{-19}$ C e admitindo que, nesse equilíbrio, não haja elétrons nos fios condutores.

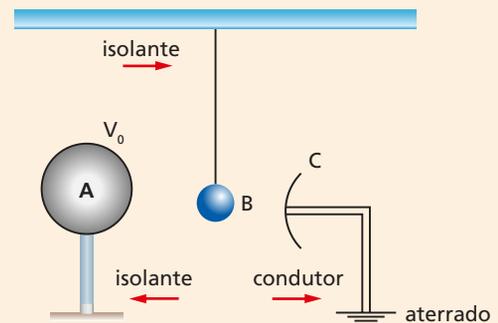
- 01) Como as nanoestruturas estão em equilíbrio eletrostático, elas têm o mesmo potencial eletrostático.
- 02) Se r_3 é igual a 50 Å, então o valor absoluto do potencial eletrostático da esfera 3 é menor que $1,6 \cdot 10^{-9}$ V. Admita $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$.
- 04) Considere que Q_n seja a carga da n -ésima esfera na situação de equilíbrio eletrostático. Nesse caso, $\frac{Q_1 + 2Q_2 + 3Q_3 + 4Q_4 + 5Q_5}{r_1 + 2r_2 + 3r_3 + 4r_4 + 5r_5} = \frac{Q_2}{r_2}$.
- 08) No equilíbrio eletrostático, há 320 elétrons na esfera 5.

- 16) Suponha que, em vez de 5, o sistema descrito tenha N esferas, que, antes do fechamento da chave, a esfera 1 tenha carga elétrica inicial igual a 1890 vezes a carga do elétron, e que, na situação de equilíbrio eletrostático obtido após o fechamento da chave, a carga elétrica da esfera 3 seja igual a 120 vezes a carga do elétron. Nesse caso $N > 8$.

Dê como resposta o somatório das afirmativas corretas.

38. (ITA-SP) Considere um condutor esférico A de 20 cm de diâmetro colocado sobre um pedestal fixo e isolante. Uma esfera condutora B de 0,5 mm de diâmetro, do mesmo material da esfera A , é suspensa por um fio fixo e isolante. Em posição oposta à esfera A , é colocada uma campainha C ligada à terra, conforme mostra a figura. O condutor A é, então, carregado a um potencial eletrostático V_0 , de forma a atrair a esfera B . As duas esferas entram em contato devido à indução eletrostática e, após a transferência de carga, a esfera B é repelida, chocando-se com a campainha C , onde a carga adquirida é escoada para a terra. Após 20 contatos com a campainha, verifica-se que o potencial da esfera A é de 10 000 V. Determine o potencial inicial da esfera A .

Considere $(1 + x)^n \cong 1 + nx$ se $|x| < 1$.



Campo elétrico uniforme

1. Formação de um campo elétrico uniforme

Já vimos que o campo elétrico numa certa região é chamado **uniforme** quando apresenta direção, sentido e módulo invariáveis em todos os pontos dessa região. O espectro desse campo é um conjunto de linhas de forças paralelas e de mesmo sentido.

Para se obter um campo elétrico uniforme usa-se uma distribuição uniforme de cargas elétricas em uma superfície plana infinita (fig. 1). O campo elétrico em cada ponto nas proximidades do **plano de cargas** tem direção perpendicular à superfície e sentido de afastamento ou de aproximação, conforme as cargas sejam positivas ou negativas, respectivamente. Conseqüentemente, as linhas de força desse campo são semirretas, perpendiculares ao plano de cargas (fig. 2).

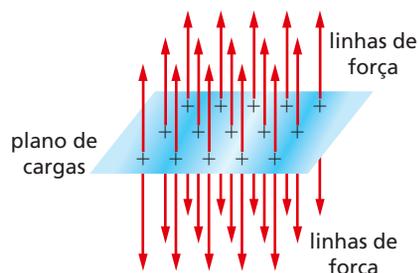
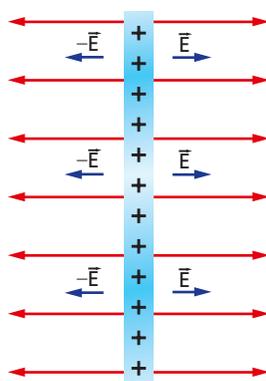
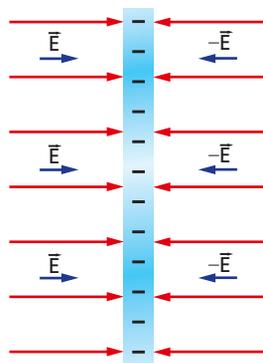


Figura 1. Campo elétrico de uma distribuição uniforme de cargas.



(a) Plano de cargas positivas; campo de afastamento.



(b) Plano de cargas negativas; campo de aproximação.

Figura 2. Distribuição uniforme e plana de cargas elétricas.

Placa plana limitada

Na prática não teremos o plano de cargas ilimitado. Usamos então placas planas condutoras e de dimensões limitadas. Elas serão extremamente finas, mantendo-se a distribuição laminar. O campo elétrico é uniforme em uma região próxima ao centro da placa.

1. Formação de um campo elétrico uniforme
2. Intensidade do campo elétrico de uma placa condutora
3. Campo elétrico gerado por duas placas paralelas
4. O capacitor plano
5. Diferença de potencial no campo elétrico uniforme

Na figura 3 temos uma placa plana limitada, com cargas elétricas positivas, uniformemente distribuídas. Para facilitar a visualização do campo, a placa está desenhada de perfil. Verificamos que próximo da região central (região sombreada) as linhas de campo ainda podem ser consideradas retilíneas e o campo é uniforme. À medida que nos afastamos da superfície, as linhas do campo deixam de ser retilíneas e o campo deixa de ser uniforme.

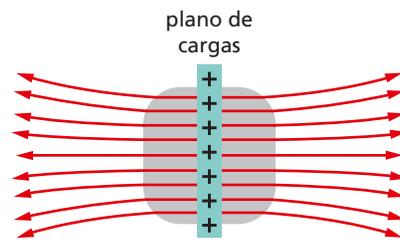


Figura 3. Campo elétrico de uma distribuição uniforme em uma superfície plana limitada. Na região sombreada o campo é uniforme.

2. Intensidade do campo elétrico de uma placa condutora

Consideremos uma distribuição uniforme de cargas elétricas em uma superfície plana e infinita. O campo em um ponto tem intensidade proporcional à densidade superficial de cargas dessa distribuição.

Como já vimos anteriormente, a densidade superficial de cargas é a grandeza σ , dada por:

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta A}$$

em que ΔQ é a quantidade de eletricidade contida numa pequena região de área ΔA do plano de cargas.

No caso de uma distribuição uniforme, a densidade é constante no plano de cargas. Usando o Teorema de Gauss, pode-se demonstrar que a intensidade do campo elétrico em qualquer ponto é dada por:

$$E = \frac{|\sigma|}{2\epsilon} \quad (1)$$

Na equação (1) a grandeza ϵ representa a permissividade absoluta do meio, já estudada no capítulo 10.

Recordemos que no vácuo a permissividade absoluta tem valor:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$$

No caso de problemas reais, em que usamos uma distribuição uniforme de cargas em placas planas e limitadas, a equação (1) pode ser usada com uma boa aproximação.

3. Campo elétrico gerado por duas placas paralelas

É muito útil, como veremos no próximo capítulo, o estudo do campo elétrico resultante de duas distribuições uniformes em superfícies planas paralelas. Para cargas opostas, formaremos um capacitor plano.

Inicialmente vamos abordar o caso das duas superfícies com cargas elétricas opostas. Sejam elas α e β , eletrizadas com cargas positivas e negativas, respectivamente. Vamos também supor que as distribuições de cargas de ambas tenham a mesma densidade em valor absoluto: $|\sigma|$. Assim, a intensidade do campo elétrico gerado por cada uma delas é dada pela equação (1):

$$E_\alpha = \frac{|\sigma|}{2\epsilon} \quad \text{e} \quad E_\beta = \frac{|\sigma|}{2\epsilon}$$

Portanto, os campos parciais têm o mesmo módulo: $E_\alpha = E_\beta = E$

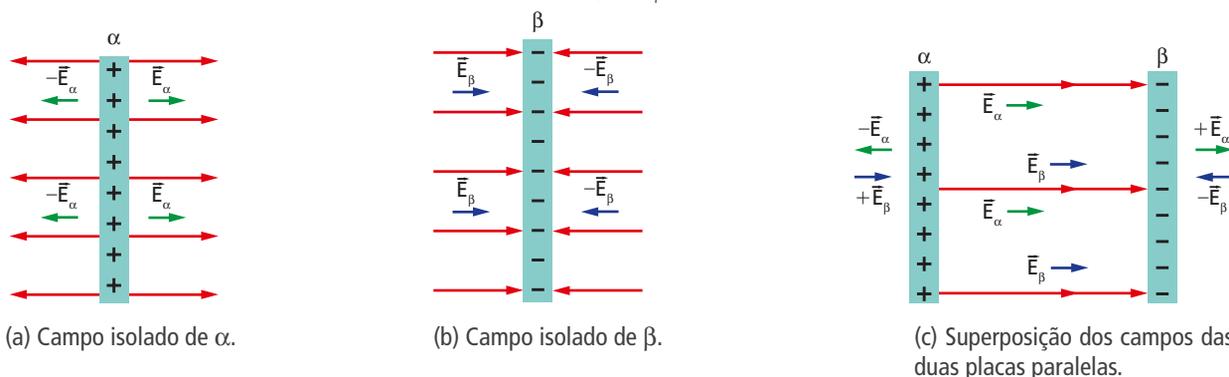


Figura 4.

Observemos na figura 4c que os planos α e β dividem a região do espaço em três partes: região (I), à esquerda de α ; região (II), o espaço entre α e β ; região (III), à direita de β .

- Na região (I), os campos parciais \vec{E}_α e \vec{E}_β têm sentidos opostos.
- Na região (II), os campos parciais \vec{E}_α e \vec{E}_β têm o mesmo sentido.
- Na região (III), os campos parciais \vec{E}_α e \vec{E}_β têm sentidos opostos.

Nas duas regiões externas, (I) e (III), o campo resultante é nulo, pois:

$$E_I = +E_\beta - E_\alpha$$

$$E_\alpha = E_\beta \Rightarrow \vec{E}_I = \vec{0}$$

Analogamente: $\vec{E}_{III} = \vec{0}$

No entanto, na região (II) o campo resultante não é nulo, pois \vec{E}_α e \vec{E}_β têm o mesmo sentido.

A figura 5 mostra o espectro final resultante.

Observemos que os campos das regiões (I) e (III) se anularam pelo fato de as duas placas apresentarem densidade de cargas elétricas iguais em módulo e de sinais contrários. Esse é o caso mais comum na prática.

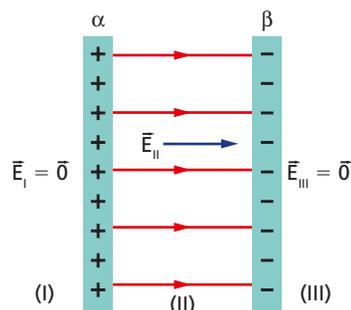


Figura 5. Espectro do campo elétrico resultante.

Determinação da intensidade do campo entre as superfícies

O campo elétrico de cada uma das superfícies tem intensidade calculada pela equação ①. O campo interno às superfícies tem módulo dado pela soma dos módulos de cada um dos campos parciais:

$$E = E_\alpha + E_\beta$$

$$E = \frac{|\sigma|}{2\epsilon} + \frac{|\sigma|}{2\epsilon} \Rightarrow E = \frac{2|\sigma|}{2\epsilon}$$

$$E = \frac{|\sigma|}{\epsilon} \quad \text{②} \quad (\text{campo interno às duas placas})$$

OBSERVAÇÃO

Usa-se também a equação ②, com boa aproximação, para o caso de placas planas limitadas, como é o caso real do nosso cotidiano. No próximo item abordaremos mais detalhadamente as condições de validade da equação ②.

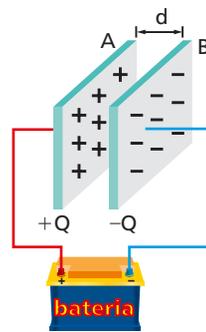
4. O capacitor plano

Na prática, o modo mais simples de se obter um campo elétrico uniforme é através de um dispositivo denominado **capacitor plano**. Ele é constituído de duas placas metálicas, paralelas e de mesma área, separadas por uma substância isolante que pode ser o próprio ar (fig. 6). Essas placas são ligadas aos terminais de um gerador, de modo que a placa ligada ao polo positivo fica eletrizada com a carga positiva $+Q$, e a placa ligada ao polo negativo eletriza-se com carga negativa $-Q$.

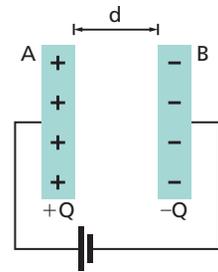
Na realidade, a distribuição de cargas nas placas e as linhas de força do campo elétrico resultante têm aspecto semelhante ao representado na figura 7. A maior parte das cargas acumula-se nas faces internas das placas; no entanto, há uma pequena quantidade de cargas nas faces externas. O resultado disso é que, embora na região mais interna o campo seja aproximadamente uniforme, próximo das bordas e na região externa o campo não é uniforme.

Porém, quando a distância entre as placas é pequena em comparação com as dimensões das placas, a quantidade de cargas nas superfícies externas é pequena em comparação com a quantidade de cargas nas superfícies internas; além disso, o campo elétrico na região entre as placas é praticamente uniforme e o campo na região externa é desprezível em comparação com o campo interno.

Daqui por diante, suporemos que o campo elétrico entre as duas placas seja sempre uniforme e desprezaremos os efeitos de borda. Para o cálculo da intensidade do campo usaremos a equação ② deduzida anteriormente.



(a) O capacitor plano é formado por duas placas metálicas paralelas e de mesma área. Ligando-as aos terminais de um gerador, eletrizam-se com cargas de sinais contrários, mas de mesmo módulo.



(b) Esquema simplificado da figura 6a.

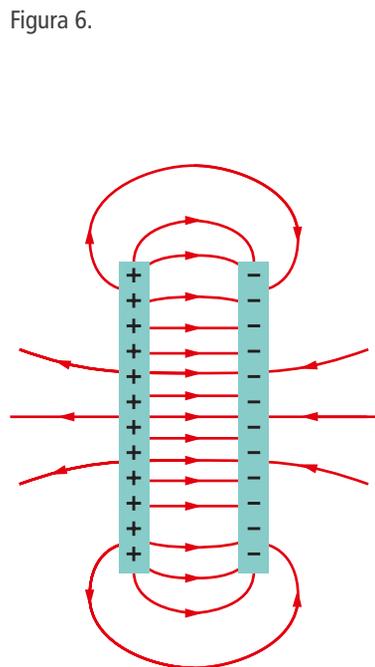


Figura 7.

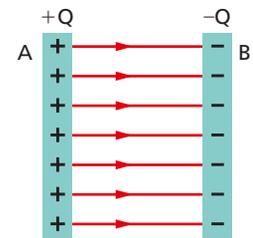


Figura 8. Campo uniforme produzido por um capacitor plano ideal.

Exemplo 1

Cada uma das placas de um capacitor plano tem área $2,00 \text{ cm}^2$ e está carregada com carga cujo módulo é $5,31 \text{ pC}$. O meio entre as placas é o vácuo, cuja permissividade é $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$. Vamos calcular a densidade de cargas de cada placa e a intensidade do campo elétrico.

$$\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow \sigma = \frac{5,31 \cdot 10^{-12} \text{ C}}{2,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \Rightarrow \sigma = 2,65 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}^2$$

A intensidade do campo elétrico se calcula pela equação ②:

$$E = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{2,65 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \Rightarrow E = 1,5 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

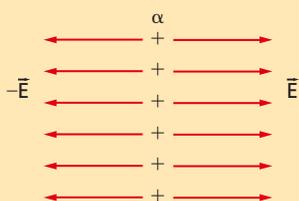
Exercícios de Aplicação

1. Um plano uniformemente eletrizado com cargas positivas, no vácuo, apresenta $3,54 \mu\text{C}$ em cada $2,00 \text{ m}^2$ de sua superfície.

- Esboce as linhas de força do campo elétrico, de cada um dos seus lados.
- Determine a intensidade do campo elétrico, sendo dado $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$.
- Qual a intensidade do campo num ponto do plano?

Resolução:

- Sendo as cargas positivas, ambos os campos serão de afastamento. As linhas de força são perpendiculares ao plano, portanto, paralelas entre si. O campo elétrico de cada lado é uniforme.



- A densidade superficial de cargas elétricas é:

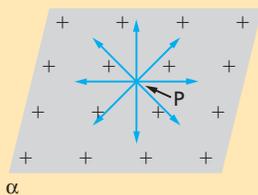
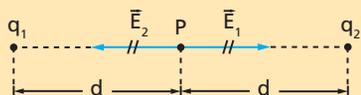
$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta A} = \frac{3,54 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{2,00 \text{ m}^2} = 1,77 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2$$

A intensidade do campo elétrico é:

$$E = \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1,77 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = 1,00 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

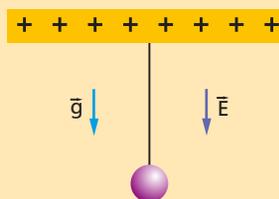
- Num ponto P qualquer do plano α , devido à simetria da distribuição de cargas, o campo elétrico resultante é nulo, pois para cada carga q_1 , produzindo um campo \vec{E}_1 , é possível tomar uma carga q_2 (simétrica a q_1 em relação a P), produzindo um campo \vec{E}_2 tal que $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$, anulando-se o campo resultante.



2. Uma distribuição uniforme, plana e infinita de cargas elétricas negativas apresenta, no vácuo, $-5,31 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ em cada $3,00 \text{ m}^2$. É dado $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$.

- Determine a intensidade do campo elétrico gerado em cada um dos semiespaços.
- Esboce as linhas de força desses campos.

3. Uma partícula de massa $2,0 \text{ g}$ e carga elétrica $3,0 \text{ nC}$ está em equilíbrio suspensa por um fio de náilon, como indica a figura. A placa plana que sustenta o conjunto está uniformemente eletrizada com cargas positivas. São dados $g = 10 \text{ m/s}^2$ a aceleração gravitacional local, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ unidades SI a permissividade do meio e a densidade de cargas da placa $\sigma = 1,77 \cdot 10^{-4} \text{ C/m}^2$.



Determine:

- a intensidade do campo elétrico, admitindo que a placa seja infinita;
- a intensidade da força elétrica na partícula;
- a intensidade da força que traciona o fio de náilon.

Resolução:

- A intensidade do campo elétrico deve ser calculada pela equação (1), pois se trata de uma única distribuição de cargas elétricas.

$$E = \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0}$$

Substituindo-se os valores da densidade e da permissividade dados:

$$E = \frac{1,77 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \Rightarrow E = 1,0 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

- A força elétrica atuante na partícula é:

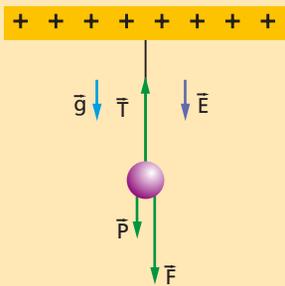
$$F = q \cdot E$$

Substituindo-se os valores da intensidade do campo e da carga elétrica, vem:

$$F = 3,0 \cdot 10^{-9} \cdot 1,0 \cdot 10^7 \Rightarrow F = 3,0 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

A força elétrica tem o mesmo sentido do campo elétrico, pois a partícula é positiva.

c) Inicialmente, vamos desenhar as forças que atuam na partícula:



\vec{P} : peso da partícula
 \vec{F} : força elétrica
 \vec{T} : tração no fio de náilon

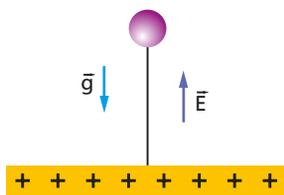
A intensidade da força de tração no fio de náilon é dada pela soma das intensidades do peso e da força elétrica, como mostra a figura.

$$T = F + P$$

$$T = 3,0 \cdot 10^{-2} \text{ N} + 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

$$T = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

4. Na figura temos uma pequena esfera de massa $m = 1,0 \text{ g}$ presa a um fio de náilon, a qual está suspensa devido à ação da força elétrica. A placa onde se amarrou o fio de náilon está uniformemente eletrizada com uma densidade de cargas de valor absoluto $|\sigma| = 3,54 \cdot 10^{-4} \text{ C/m}^2$. Sabendo que a intensidade da força de tração no fio de náilon é $5,0 \cdot 10^{-2} \text{ N}$, determine a carga elétrica da esferinha. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e também $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ em unidades SI.



5. Uma pequena esfera de peso $P = 2,0 \text{ N}$ e carga elétrica $q = 3,0 \mu\text{C}$ está em equilíbrio estático, no interior de um campo elétrico uniforme, suspensa por um fio isolante, preso a uma das placas, como mostra a figura a. Dados: $\sin \theta = 0,60$ e $\cos \theta = 0,80$.

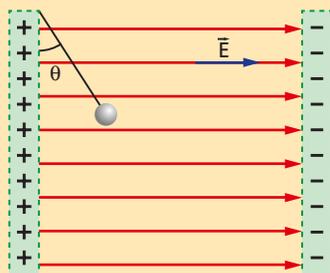


Figura a.

ILUSTRAÇÕES: ZAPAT

Determine:

- a intensidade da força de tração no fio;
- a intensidade da força elétrica na partícula;
- a intensidade do campo elétrico.

Resolução:

a) Inicialmente desenhamos as forças atuantes sobre a partícula (fig. b).

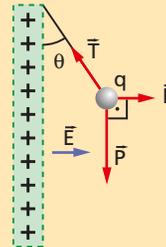


Figura b.

\vec{P} : peso da partícula
 \vec{F} : força elétrica
 \vec{T} : tração do fio

Estando a partícula em equilíbrio, a linha poligonal das forças deve ser fechada (fig. c).

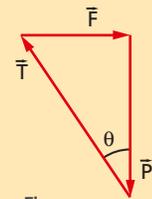


Figura c.

Do triângulo de forças (fig. c), temos: $\cos \theta = \frac{P}{T}$, ou:

$$T = \frac{P}{\cos \theta} = \frac{2,0}{0,80} \Rightarrow T = 2,5 \text{ N}$$

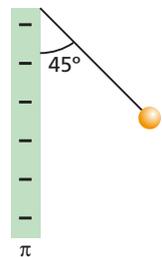
b) Do triângulo de forças (fig. c), temos $\text{tg } \theta = \frac{F}{P}$, ou:

$$F = P \cdot \text{tg } \theta = P \cdot \frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta} = 2,0 \cdot \frac{0,60}{0,80} \Rightarrow F = 1,5 \text{ N}$$

c) $E = \frac{F}{q} = \frac{1,5 \text{ N}}{3,0 \mu\text{C}} = \frac{1,5 \text{ N}}{3,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow E = 5,0 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

6. Temos um plano vertical infinito π , uniformemente eletrizado, com carga negativa. Uma bolinha de peso $P = 5,0 \cdot 10^{-4} \text{ N}$ e carga $q = -0,50 \mu\text{C}$ está presa a um fio isolante de peso desprezível, o qual está preso ao plano π . Sabendo que o sistema está em equilíbrio e que a permissividade $\epsilon = 8,8 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$, determine:

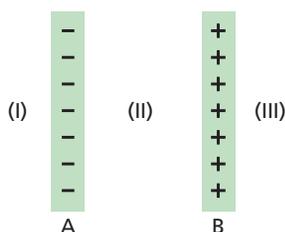


- a intensidade da tração no fio;
- a intensidade da força elétrica atuante na bolinha;
- a densidade superficial de cargas no plano π .

7. Duas placas planas, quadradas, de área $A = 10 \text{ m}^2$ cada uma, estão eletrizadas com cargas elétricas de sinais opostos e de mesmo módulo $4,0 \mu\text{C}$ cada uma. A distância entre elas é apenas de 25 cm e o meio é o vácuo, onde $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ unidades SI. Determine:

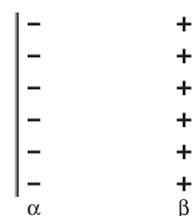
- o módulo da densidade de cargas elétricas de cada uma delas;
- a intensidade do campo elétrico entre as duas placas. Avalie: é razoável admitirmos que esse campo elétrico seja uniforme? Justifique.

8. Consideremos dois planos infinitos, A e B , verticais e paralelos, situados no vácuo e eletrizados com densidades superficiais de carga $\sigma_A = -8,80 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}^2$ e $\sigma_B = +3,52 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}^2$. O conjunto está no vácuo, o qual tem permissividade absoluta igual a $8,8 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$.



- Determine as intensidades dos campos elétricos resultantes nas regiões (I), (II) e (III).
- Desenhe algumas linhas de força do campo elétrico resultante nas três regiões.

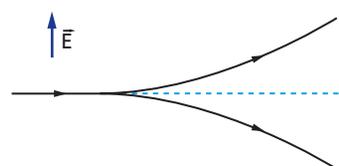
9. São dadas duas placas metálicas e infinitas. Elas estão paralelas, e suas cargas têm sinais opostos. A densidade superficial de cargas em cada uma, em valor absoluto, é igual a $1,0 \cdot 10^{-10} \text{ C/m}^2$ e a permissividade do meio $\epsilon = 1,0 \cdot 10^{-11}$ unidades SI.



Determine:

- a intensidade do campo elétrico entre as placas;
- a intensidade do campo elétrico nas regiões externas às placas;
- o sentido do campo elétrico entre as placas.

10. (Cesgranrio-RJ) Duas partículas carregadas penetram com velocidades horizontais numa região em que existe um campo elétrico vertical e uniforme de intensidade \vec{E} .



A figura mostra as trajetórias das partículas no campo: elas são simétricas em relação à direção de incidência (em tracejado na figura).

Considere as seguintes afirmações:

- As partículas têm massas iguais.
 - As cargas das duas partículas têm sinais contrários.
 - Os valores das cargas são iguais em módulo.
- São necessariamente corretas as afirmações:
- I somente.
 - II somente.
 - III somente.
 - II e III somente.
 - I e II somente.
- (Observação dos autores: despreza-se o campo gravitacional.)

Exercícios de Reforço

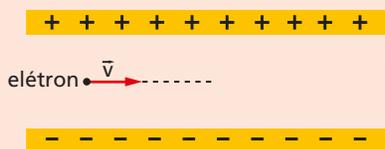
11. (Fuvest-SP) Uma fonte F emite partículas (elétrons, prótons e nêutrons) que são lançadas no interior de uma região onde existe um campo elétrico uniforme.



As partículas penetram perpendicularmente às linhas de força do campo. Três partículas emitidas atingem o anteparo A nos pontos P , Q e R . Podemos afirmar que essas partículas eram, respectivamente:

- elétron, nêutron, próton.
- próton, nêutron, elétron.
- elétron, próton, próton.
- nêutron, elétron, elétron.
- nêutron, próton, próton.

12. (UF-AC) A figura mostra um elétron (e^-) entrando com velocidade horizontal (v) em uma região limitada por duas placas paralelas condutoras com cargas opostas.



Considerando que o peso do elétron é desprezível, e que o campo elétrico entre as placas é essencialmente uniforme e perpendicular às mesmas, é correto afirmar que:

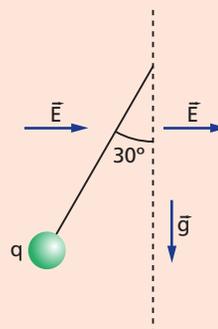
- quanto maior a velocidade v , mais rapidamente o elétron se aproximará da placa positiva.
- quanto menor a velocidade v , mais rapidamente o elétron se aproximará da placa positiva.
- a velocidade de aproximação do elétron à placa positiva independe do valor da velocidade horizontal v .
- a direção da aceleração do elétron, na região limitada pelas placas, está mudando ao longo da sua trajetória.
- o elétron não está acelerado.

13. Millikan realizou um célebre experimento para medir a carga elementar, no qual uma gotícula de óleo era equilibrada no interior de seu aparelho. A gotícula era submetida simultaneamente ao campo gravitacional e a um campo elétrico vertical \vec{E} . Num dos experimentos, usando uma gotícula de massa $1,6 \cdot 10^{-18}$ kg, com carga elétrica igual à de um elétron, e um campo de intensidade 100 V/m, ele conseguiu o equilíbrio entre as duas forças: elétrica e gravitacional. Adotando-se $g = 10$ m/s², pode-se concluir daí que a carga do elétron e o sentido do campo elétrico \vec{E} usado no experimento são:

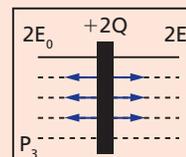
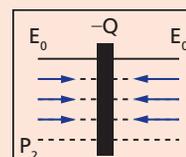
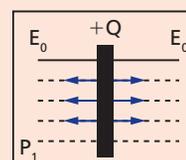
| | Carga do elétron | \vec{E} |
|----|-------------------------|-----------|
| a) | $-1,6 \cdot 10^{-19}$ C | ↑ |
| b) | $-1,6 \cdot 10^{-19}$ C | ↓ |
| c) | $-1,6 \cdot 10^{-17}$ C | ↑ |
| d) | $1,6 \cdot 10^{-17}$ C | ↓ |
| e) | $-1,6 \cdot 10^{-18}$ C | → |

14. (UF-PR) Uma pequena esfera metálica de peso $P = \sqrt{3} \cdot 10^{-5}$ N e carga elétrica $q = -2,0 \mu\text{C}$ está fixa a uma extremidade de um fio, como mostra a figura.

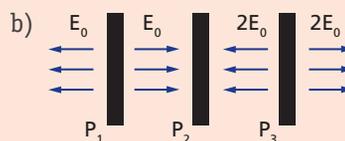
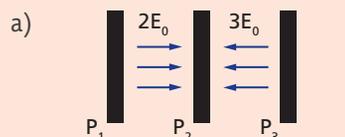
Na região existe um campo elétrico uniforme \vec{E} . Determine a intensidade desse campo. Considere $g = 10$ m/s².

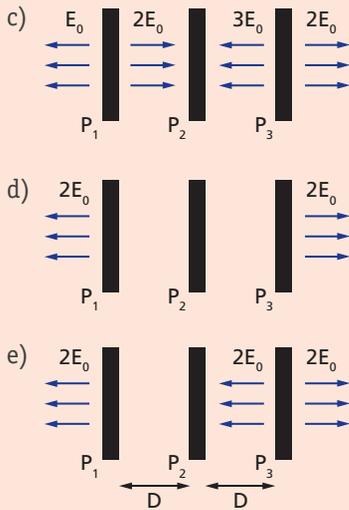


15. (Fuvest-SP) Três grandes placas P_1 , P_2 e P_3 , com, respectivamente, cargas $+Q$, $-Q$ e $+2Q$, geram campos elétricos uniformes em certas regiões do espaço. As figuras a seguir mostram, cada uma, intensidade, direção e sentido dos campos criados pelas respectivas placas P_1 , P_2 e P_3 quando vistas de perfil.

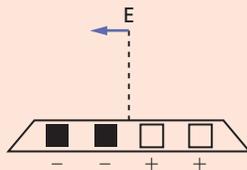


Colocando-se as placas próximas, separadas pela distância D indicada, o campo elétrico resultante, gerado pelas três placas em conjunto, é representado por:

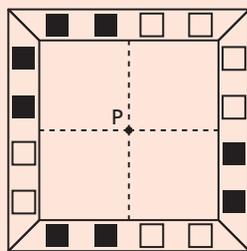




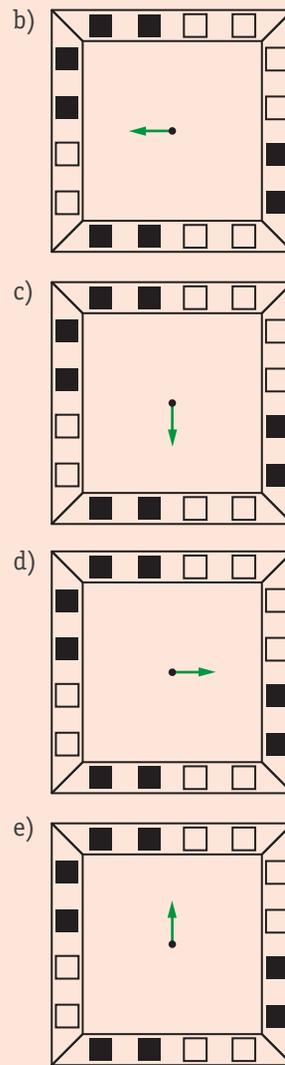
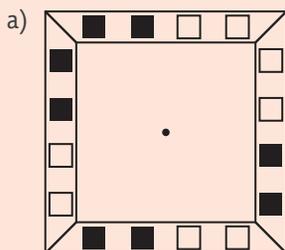
16. (Fuvest-SP)



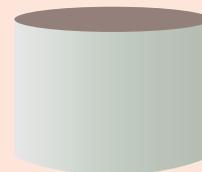
Uma barra isolante possui quatro encaixes, nos quais são colocadas cargas elétricas de mesmo módulo, sendo as positivas nos encaixes claros e as negativas nos encaixes escuros. A certa distância da barra, a direção do campo elétrico está indicada na figura acima. Uma armação foi construída com quatro dessas barras, formando um quadrado, como representado abaixo.



Se uma carga positiva for colocada no centro P da armação, a força elétrica que agirá sobre a carga terá sua direção e sentido indicados por:



17. Construiu-se um cilindro oco de cartolina. Em seguida foram colocadas duas “tampas circulares” (base inferior e base superior) de material não condutor, facilmente eletrizável. As bases foram igualmente atritadas e eletrizadas uniformemente com cargas positivas.



ILUSTRAÇÕES: ZAPF

Sendo σ a densidade de cargas em cada base circular e ϵ a permissividade do meio externo e interno, determine a intensidade, a direção e o sentido do campo elétrico:

- no centro geométrico do cilindro;
- no centro da base superior.

(Observação dos autores: admita que as bases da figura estejam em um plano horizontal.)

5. Diferença de potencial no campo elétrico uniforme

Vamos deslocar uma carga elétrica positiva, puntiforme, no campo elétrico uniforme da figura 9, partindo de A e chegando a B. Como já foi mencionado, a força elétrica tem intensidade:

$$F = q \cdot E$$

e o trabalho da força sobre a partícula pode ser determinado por:

$$\mathcal{W}_{AB} = F \cdot d \Rightarrow \mathcal{W}_{AB} = q \cdot E \cdot d$$

Porém, a verdade é que o trabalho também pode ser calculado pela ddp entre A e B, conforme já observamos:

$$\mathcal{W}_{AB} = q \cdot (V_A - V_B) \quad \text{ou} \quad \mathcal{W}_{AB} = q \cdot U$$

Juntando essas duas últimas equações, estabelecemos que:

$$q \cdot E \cdot d = q \cdot U \Rightarrow \mathbf{E \cdot d = U} \quad (3)$$

em que $U = \text{ddp}$ entre A e B $= V_A - V_B$. Lembramos também que d é grafado paralelamente às linhas de força.

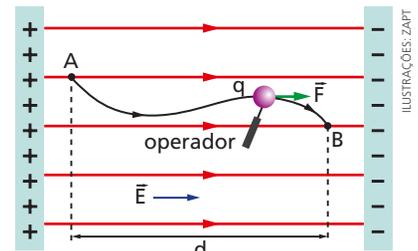


Figura 9. A partícula é deslocada de A para B sob a ação de uma força elétrica \vec{F} e de um operador, o qual determina a trajetória e controla o movimento.

OBSERVAÇÕES

- 1ª) A equação (3) somente poderá ser usada se o campo elétrico for uniforme.
- 2ª) Da equação (3) vem uma nova unidade SI para o campo elétrico:

$$E \cdot d = U \Rightarrow E = \frac{U}{d} \Rightarrow \text{unidade de } E: \frac{\text{volt}}{\text{metro}} = \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

A unidade V/m é muito usada no estudo do campo elétrico uniforme. É também uma unidade do SI, sendo equivalente ao N/C. Assim:

$$1 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

- 3ª) O potencial dos pontos de uma linha de força é decrescente no sentido da linha. Na figura 10, o potencial é decrescente de A para B.
- 4ª) Traçando-se uma perpendicular às linhas de força, seus pontos terão o mesmo potencial. Na figura 10, temos:

$$V_B = V_C$$

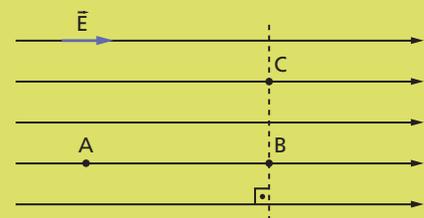


Figura 10.

Exemplo 2

Na figura 11, temos as linhas de força de um campo elétrico uniforme, representadas em linhas cheias, e as superfícies equipotenciais, representadas em linhas tracejadas. Sabemos duas coisas: a ddp entre A e B vale 20 V e o potencial elétrico em B vale 68 V. Quanto valem os potenciais elétricos em A e C?

Inicialmente vamos observar que as distâncias entre as linhas A e B e entre B e C são iguais, o que equivale a dizer que a ddp entre A e B e entre B e C também são iguais e de valor 20 V.

$$U_{AB} = U_{BC} = 20 \text{ V}$$

Como o potencial decresce no sentido da linha de força, concluímos que:

$$V_A > V_B \text{ e ainda } V_B > V_C$$

Sendo $V_B = 68 \text{ V}$, temos:

$$V_A - V_B = 20 \text{ V}$$

$$V_A - 68 \text{ V} = 20 \text{ V} \Rightarrow V_A = 68 \text{ V} + 20 \text{ V} \Rightarrow V_A = 88 \text{ V}$$

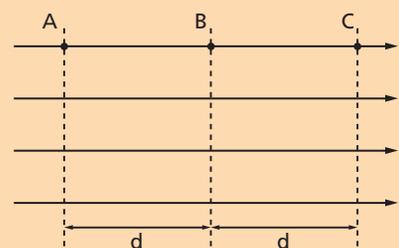


Figura 11.

E ainda:

$$V_B - V_C = 20 \text{ V}$$

$$68 \text{ V} - V_C = 20 \text{ V} \Rightarrow V_C = 68 \text{ V} - 20 \text{ V} \Rightarrow V_C = 48 \text{ V}$$

A figura 12 mostra os respectivos potenciais calculados anteriormente para cada superfície.

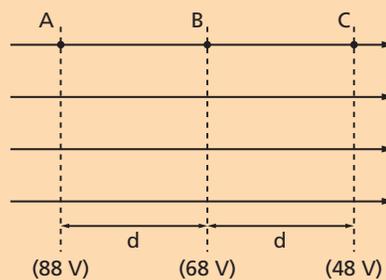


Figura 12.

Exemplo 3

Considere o campo elétrico uniforme representado na figura 13. Conhecida a sua intensidade $E = 2,0 \text{ V/m}$, vamos determinar a ddp entre A e B .

O potencial de A é maior que o de B , e a diferença de potencial pode ser calculada por:

$$U = V_A - V_B$$

Sabemos que:

$$E \cdot d = U \Rightarrow U = E \cdot d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U = 2,0 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 3,0 \cdot 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow U = 6,0 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

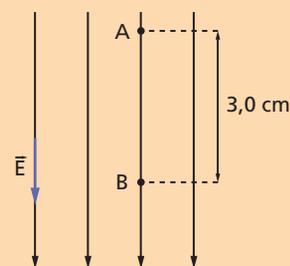


Figura 13.

O trabalho do operador

Voltemos à figura 9: um operador está “guiando” a partícula e ao mesmo tempo poderá controlar a sua velocidade, impedindo, por exemplo, que o movimento seja acelerado pela força elétrica. Para relacionarmos os trabalhos da força elétrica e do operador devemos usar o Teorema da Energia Cinética (TEC), visto no capítulo 18 do volume 1 desta coleção. Assim:

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\text{tot}} &= \Delta E_{\text{cin}} \\ \mathcal{W}_{\text{elétrica}} + \mathcal{W}_{\text{operador}} &= E_{\text{cinB}} - E_{\text{cinA}} \end{aligned}$$

Existe um caso particular muito interessante, em que a partícula é transladada de A para B , em movimento uniforme. Independentemente da trajetória, teremos:

$$E_{\text{cinB}} = E_{\text{cinA}} \Rightarrow \mathcal{W}_{\text{tot}} = 0 \Rightarrow \mathcal{W}_{\text{operador}} = -\mathcal{W}_{\text{elétrica}}$$

O trabalho do operador é igual ao da força elétrica, com o sinal trocado.

Exemplo 4

Na figura 14 mostra-se o caso de uma partícula de carga elétrica $2,0 \text{ pC}$ que foi transportada de A para B em movimento uniforme (velocidade escalar constante). Não houve variação de sua energia cinética e, portanto, o trabalho total das forças atuantes sobre ela vale zero. Supondo que a ddp entre A e B seja de $4,0 \text{ V}$, vamos determinar os trabalhos da força elétrica e do operador.

Inicialmente, calculemos o trabalho da força elétrica \vec{F} :

$$\mathcal{W}_F = q \cdot (V_A - V_B)$$

$$\mathcal{W}_F = 2,0 \text{ pC} \cdot 4,0 \text{ V} \Rightarrow \mathcal{W}_F = +8,0 \text{ pJ}$$

O trabalho do operador é igual ao da força elétrica, com o sinal trocado:

$$\mathcal{W}_{\text{operador}} = -\mathcal{W}_{\text{elétrica}} \Rightarrow \mathcal{W}_{\text{operador}} = -8,0 \text{ pJ}$$

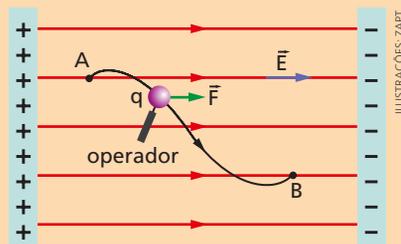
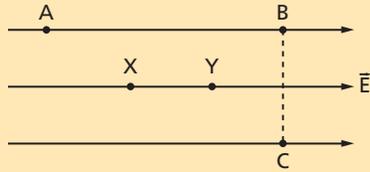


Figura 14.

ILUSTRAÇÕES ZAPT

Exercícios de Aplicação

18. Na figura estão representadas as linhas de um campo elétrico uniforme. O segmento tracejado é uma superfície equipotencial.



Considerando a figura, responda:

- Qual é o maior: o potencial de A ou de B? Justifique.
- Se a distância entre X e Y for 1,0 mm e o campo tiver intensidade $E = 2,0 \text{ V/m}$, qual a ddp entre X e Y?

Resolução:

- Temos $V_A > V_B$, pois o potencial decresce no sentido da linha de força.
- Temos:

$$E = 2,0 \text{ V/m}$$

$$XY = d = 1,0 \text{ mm} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$U = V_X - V_Y$$

$$E \cdot d = U$$

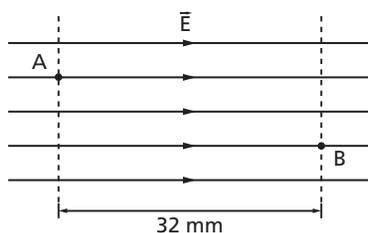
$$U = 2,0 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3}$$

$$U = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

19. Ao se percorrer uma linha de um campo elétrico uniforme, no mesmo sentido do campo, desde um ponto A até outro ponto B, encontramos uma ddp de 400 V. Sabemos que o potencial elétrico no ponto A era de 50 V e que a distância percorrida foi de 80 cm. Determine:

- a intensidade do campo elétrico;
- o potencial elétrico no ponto B.

20. Entre duas superfícies equipotenciais de um campo elétrico uniforme, e a distância é de 32 mm e a intensidade do campo elétrico é de 0,5 V/m.



- Determine a ddp entre as duas superfícies equipotenciais.
- Sabendo que o potencial elétrico em um ponto A de uma delas tem valor $5,0 \cdot 10^{-3} \text{ V}$, determine o potencial elétrico num ponto B da outra.

21. Na figura a, Y e Z são dois planos equipotenciais de um campo elétrico uniforme de intensidade $E = 6,0 \text{ V/m}$. Em Y o potencial vale $V_Y = 90 \text{ V}$.

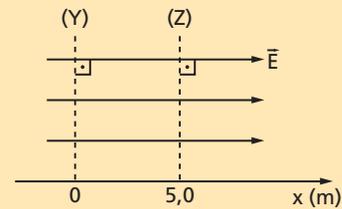


Figura a.

- Qual a diferença de potencial entre Y e Z?
- Qual o potencial em Z?
- Adotando o eixo x da figura, esboce o gráfico do potencial em função de x.
- Considerando o mesmo eixo do item anterior, esboce o gráfico da energia potencial em função de x, para uma carga $q = -2,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ colocada na região desse campo uniforme.

Resolução:

$$a) U = E \cdot d = (6,0) \cdot (5,0) \Rightarrow U = 30 \text{ V}$$

- b) Observando que $V_Y > V_Z$, temos:

$$V_Y - V_Z = U \Rightarrow 90 - V_Z = 30 \Rightarrow V_Z = 60 \text{ V}$$

- c) A equação que nos dá V em função de x é:

$$V = V_Y - E \cdot x$$

$$V = 90 - 6,0 \cdot x$$

$$\text{Para } x = 0, \text{ temos } V = 90 \text{ V.}$$

Fazendo, por exemplo, $V = 0$, obtemos:

$$0 = 90 - 6,0 \cdot x \text{ ou } x = 15 \text{ m}$$

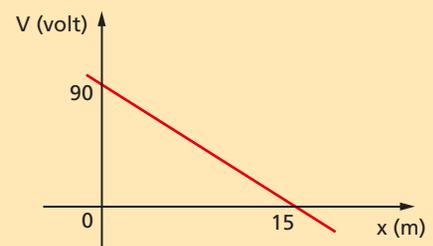


Figura b.

d) A energia potencial da carga q , representada por E_{pot} , é dada por:

$$E_{\text{pot}} = qV = -2 \cdot 10^{-6} \cdot (90 - 6,0x) = -18 \cdot 10^{-5} + 1,2 \cdot 10^{-5} x$$

$$E_{\text{pot}} = [-18 + 1,2x] \cdot 10^{-5} \text{ joule} \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Para } x = 0, \text{ temos } E_{\text{pot}} = -18 \cdot 10^{-5} \text{ J} \\ \text{Para } E_{\text{pot}} = 0, \text{ temos } x = 15 \text{ m} \end{array} \right.$$

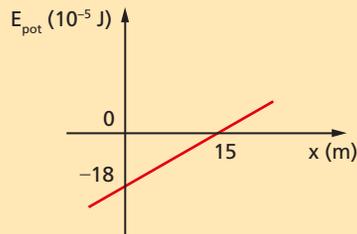
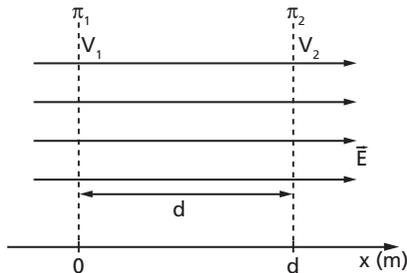


Figura c.

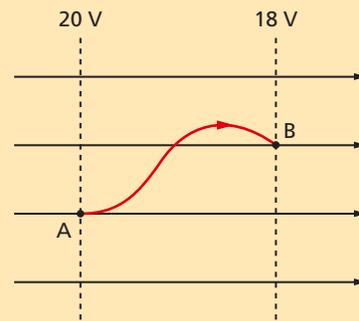
Observe que a equação (4) é do primeiro grau em x e o coeficiente x é positivo. Portanto, o gráfico é uma reta de coeficiente angular positivo.

22. Na figura, π_1 e π_2 são dois planos equipotenciais de um campo elétrico uniforme, tais que $V_1 = 40 \text{ V}$ e $V_2 = -80 \text{ V}$. A intensidade do campo elétrico é 50 V/m .



- Calcule a distância d assinalada na figura.
- Esboce o gráfico do potencial (V) em função da abscissa x (em relação ao eixo desenhado na figura).
- Considerando o eixo desenhado na figura, esboce o gráfico da energia potencial em função da abscissa x para uma carga $q = +4,0 \text{ nC}$.

23. Uma partícula eletrizada é deslocada por um operador, partindo do repouso em A e atingindo o ponto B com velocidade escalar $v_B = 3,0 \cdot 10^3 \text{ m/s}$. São dados: carga da partícula $q = 4,5 \text{ } \mu\text{C}$ e massa da partícula $m = 2,0 \cdot 10^{-12} \text{ kg}$.



Considerando o deslocamento AB , determine:

- o trabalho da força elétrica \vec{F} . Esse trabalho depende da trajetória? Justifique.
- o trabalho do operador. Esse trabalho depende dos valores das velocidades da partícula? Justifique.

Resolução:

- A força elétrica é conservativa, e o trabalho realizado por ela não depende da trajetória. Portanto:

$$\mathcal{W}_F = q \cdot (V_A - V_B)$$

$$\mathcal{W}_F = 4,5 \cdot 10^{-6} \cdot (20 - 18)$$

$$\mathcal{W}_F = 9,0 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

- O trabalho do operador deve ser determinado pelo Teorema da Energia Cinética e, portanto, o resultado vai depender da velocidade escalar inicial e final da partícula.

$$\mathcal{W}_{AB} = \mathcal{W}_F + \mathcal{W}_{\text{oper}} = E_{\text{cin}_B} - E_{\text{cin}_A}$$

$$\mathcal{W}_{AB} = E_{\text{cin}_B} - E_{\text{cin}_A} = \frac{m \cdot v_B^2}{2} - \frac{m \cdot v_A^2}{2}$$

Temos:

$$v_A = 0; m = 2,0 \cdot 10^{-12} \text{ kg}; v_B = 3,0 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

$$\mathcal{W}_{AB} = \frac{(2,0 \cdot 10^{-12}) \cdot (3,0 \cdot 10^3)^2}{2} - 0$$

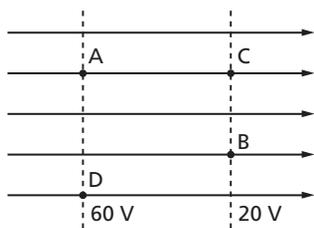
$$\mathcal{W}_{AB} = 9,0 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$\mathcal{W}_F + \mathcal{W}_{\text{oper}} = \mathcal{W}_{AB}$$

$$9,0 \cdot 10^{-6} + \mathcal{W}_{\text{oper}} = 9,0 \cdot 10^{-6}$$

$$\mathcal{W}_{\text{oper}} = 0 \text{ J}$$

24. (Unirio-RJ) Na figura, estão representadas as linhas de força e as superfícies equipotenciais de um campo eletrostático uniforme de intensidade igual a $2,0 \cdot 10^2 \text{ V/m}$.



Determine:

- a distância entre as duas superfícies equipotenciais de 20 V e 60 V;
- o trabalho realizado pela força eletrostática quando se transporta uma partícula de carga elétrica $q = 6,0 \mu\text{C}$ desde o ponto A até o ponto B.

25. (PUC-RJ) Uma partícula de massa $1,0 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$ e carga $-1,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ é lançada na direção de um campo elétrico uniforme de intensidade $1,0 \cdot 10^5 \text{ V/m}$.

A velocidade mínima de lançamento para que ela percorra 20 cm a partir da posição de lançamento, no sentido do campo, é de:

- 14 m/s
- 20 m/s
- 26 m/s
- 32 m/s
- 38 m/s

26. Abandona-se uma partícula de carga elétrica q sobre uma linha de força de um campo elétrico uniforme. Devido à ação da força elétrica, essa partícula é deslocada, percorrendo uma distância d desde o ponto inicial. Sendo E a intensidade do campo elétrico, então o trabalho da força elétrica no deslocamento d vale:

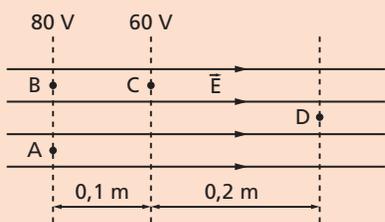
- $q \cdot \frac{E}{d}$
- $q \cdot E \cdot d$
- $q \cdot \frac{d}{E}$
- $E \cdot \frac{d}{q}$
- $q \cdot E \cdot d^2$

Exercícios de Reforço

27. (Aman-RJ) Uma pequena esfera condutora está com $10 \mu\text{C}$ e tem massa igual a 4,0 g. Quando a esfera passa de um ponto de potencial $+1200 \text{ V}$, onde estava em repouso, para outro de -2000 V , adquire uma velocidade de:

- 6,0 m/s
- 8,0 m/s
- 4,0 m/s
- 16 m/s
- 2,0 m/s

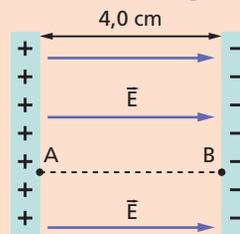
28. (UF-PE) Considere a figura a seguir como sendo a de uma distribuição de linhas de força e de superfícies equipotenciais de um campo elétrico uniforme. O trabalho realizado pela força elétrica para deslocar uma carga elétrica Q do ponto A ao ponto D é igual a $1,2 \cdot 10^{-4} \text{ J}$.



Analise as afirmações que se seguem:

- A intensidade do vetor campo elétrico é de 200 V/m.
 - O potencial elétrico no ponto D é de 10 V.
 - A carga elétrica Q vale $2 \mu\text{C}$.
 - O trabalho da força elétrica para deslocar a carga elétrica Q do ponto A ao ponto B é nulo.
29. (U. F. Lavras-MG) A figura representa as armaduras de um capacitor de placas planas submetidas a uma diferença de potencial $V_{AB} = 12000 \text{ V}$ e

distantes de 4,0 cm. Abandona-se uma partícula eletrizada positivamente de massa $1,0 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ e carga $q = +8,0 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ no ponto A.



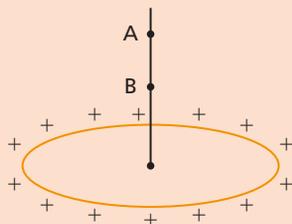
O campo elétrico tem intensidade E e a partícula adquiriu uma aceleração \vec{a} . Pode-se afirmar que:

- $E = 3,0 \cdot 10^5 \text{ V/m}$ e $a = 2,4 \cdot 10^{14} \text{ m/s}^2$
- $E = 3,0 \cdot 10^5 \text{ V/m}$ e $a = 2,4 \cdot 10^{13} \text{ m/s}^2$
- $E = 1,0 \cdot 10^5 \text{ V/m}$ e $a = 8,0 \cdot 10^{14} \text{ m/s}^2$
- $E = 3,0 \cdot 10^3 \text{ V/m}$ e $a = 2,4 \cdot 10^{12} \text{ m/s}^2$
- $E = 3,0 \cdot 10^3 \text{ V/m}$ e $\vec{a} = \vec{0}$

30. Sobre uma linha de força de um campo elétrico uniforme estabeleceu-se um eixo de abscissas (x). A equação $V_x = (56 - 20x)$, em unidades do SI, define o potencial elétrico em função da posição (x) de um ponto.

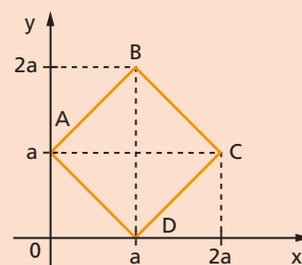
- Determine o potencial elétrico nos pontos de abscissa $x = 1,0 \text{ m}$ e $x = 2,5 \text{ m}$.
- Determine a intensidade do campo elétrico.
- Determine o trabalho de um operador para deslocar lentamente uma carga elétrica $q = -8e^-$ desde o ponto de abscissa $x = 1,0 \text{ m}$ até o ponto de abscissa $x = 4,0 \text{ m}$. Dê a resposta em elétron-volt.

31. Um anel está uniformemente eletrizado e gera campo elétrico nos pontos A e B . No ponto A o potencial elétrico é 300 V e, no ponto B , 900 V . Uma partícula de carga elétrica $q = -2e^-$ foi abandonada em repouso no ponto A , ficando sob ação exclusiva da força elétrica, uma vez que a força gravitacional é desprezível.



- Desenhe os vetores campo elétrico nos pontos A e B e a força elétrica na partícula abandonada em A .
- Determine a energia cinética da partícula ao passar por B . Dê a resposta em elétron-volt (eV).

32. (AFA-SP) Os valores do potencial elétrico V em cada vértice de um quadrado estão indicados na figura.



$$V_A = 0; V_B = V_D = 5\text{ V}; V_C = 10\text{ V}$$

Os valores desses potenciais condizem com o fato de o quadrado estar situado num campo eletrostático:

- uniforme, na direção bissetriz do 1º quadrante.
- criado por duas cargas puntiformes situadas no eixo y .
- criado por duas cargas puntiformes situadas nas bissetrizes dos quadrantes ímpares.
- uniforme na direção do eixo x .

Leitura

O experimento de Millikan

R. A. Millikan (1868-1953) realizou, entre 1909 e 1917, na Universidade de Chicago, uma série de experimentos que levaram à determinação da carga do elétron. Na figura a fazemos um esquema simplificado da aparelhagem por ele usada.

Um capacitor plano de placas A e B está dentro de um recipiente S (para evitar correntes de ar). O vaporizador borra pequenas gotas de óleo, de modo que algumas delas passam por um orifício na placa A e ficam na região entre as placas. Devido ao atrito com o bocal do vaporizador e também por captura de algum íon do ar, as gotas ficam eletrizadas com carga que pode ser positiva ou negativa.

As placas do capacitor estão ligadas a um gerador que pode fornecer uma ddp U variável e, através de uma chave inversora, podemos alterar a polaridade da ddp, fazendo com que o campo elétrico (\vec{E}) entre as placas possa ser orientado para cima ou para baixo. Conhecendo os valores de U e da distância entre as placas, podemos calcular a intensidade do campo.

Inicialmente deixa-se o gerador desligado, de modo que as gotas de óleo caem sob a ação de três forças (fig. b): o peso \vec{P} , o empuxo \vec{F}' e a resistência do ar \vec{F}_r . Devido à resistência do ar, as gotas rapidamente atingem a velocidade limite \vec{v}_1 .

Assim:

$$F_r + F' = P \quad (1)$$

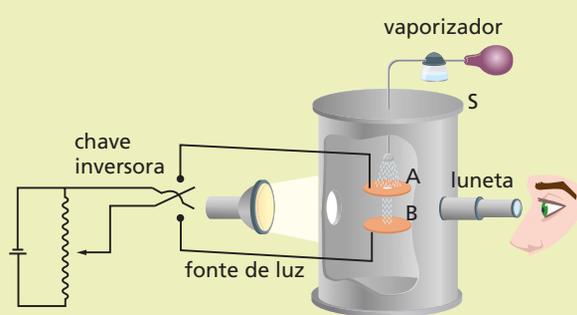


Figura a .

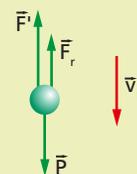


Figura b .

Porém, sendo:

$$\begin{cases} R = \text{raio da gota} \\ d_o = \text{densidade do óleo} \\ d_a = \text{densidade do ar} \\ \eta = \text{viscosidade do ar} \\ g = \text{aceleração da gravidade} \end{cases}$$

temos:

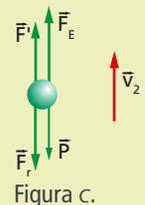
$$\begin{cases} F_r = 6\pi\eta Rv_1 \text{ (Lei de Stokes)} \\ P = \frac{4}{3}\pi R^3 d_o g \\ F' = \frac{4}{3}\pi R^3 d_a g \end{cases}$$

Substituindo na equação (1), obtemos:

$$6\pi\eta Rv_1 + \frac{4}{3}\pi R^3 d_a g = \frac{4}{3}\pi R^3 d_o g \quad (2)$$

A velocidade v_1 pode ser obtida facilmente, medindo o tempo gasto pela gota para percorrer a distância entre dois traços marcados na luneta; assim, da equação (2), obtemos o valor do raio R da gota.

Em seguida o gerador é ligado, de modo que a gota fica sob a ação de mais uma força: a força elétrica \vec{F}_E , dada por $\vec{F}_E = q\vec{E}$, em que q é a carga elétrica da gota. A gota poderá então continuar a descer ou subir, dependendo do sinal da carga e do sentido e intensidade de \vec{E} . Alterando o sentido do campo, podemos fazer com que a gota fique, alternadamente, subindo e descendo, durante horas. Suponhamos, por exemplo, que a gota esteja subindo (fig. c). Novamente, devido à resistência do ar, rapidamente ela atinge outra velocidade limite, \vec{v}_2 . Assim:



$$F' + F_E = P + F_r \quad \text{ou}$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 d_a g + |q| \cdot E = \frac{4}{3}\pi R^3 d_o g + 6\pi\eta Rv_2 \quad (3)$$

A velocidade v_2 pode ser obtida do mesmo modo como foi obtida v_1 . Assim, a equação (3) nos fornece o valor de $|q|$.

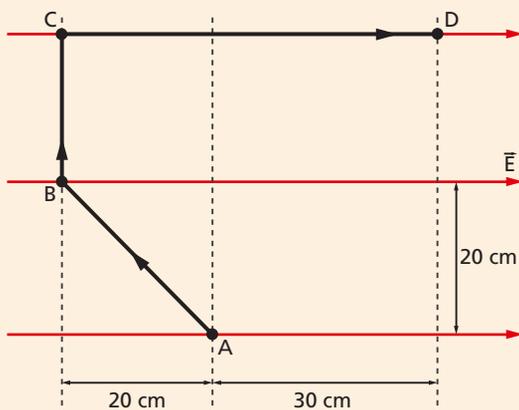
Repetindo esse tipo de experiência um número muito grande de vezes, Millikan observou que $|q|$ era **sempre** um **múltiplo inteiro** de um valor, o qual foi denominado **carga elétrica elementar**:

$$|q| = n \cdot e$$

em que: $\begin{cases} n \text{ é um número inteiro positivo} \\ e \cong 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \end{cases}$

Exercícios de Aprofundamento

33. Em um campo elétrico uniforme, cujas linhas de força estão representadas na figura, um operador desloca lentamente uma pequena esfera eletrizada pela trajetória A, B, C, D . É conhecida a carga elétrica da esferinha: $q = +20 \mu\text{C}$ e sabe-se que o trabalho do operador foi de $-120 \mu\text{J}$.



Determine:

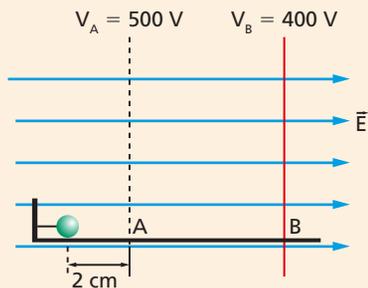
- a ddp entre A e D ;
- a intensidade do campo elétrico.

Note e adote:

- Admita que não houve variação da energia cinética da esferinha.
- O Teorema da Energia Cinética é:

$$\mathcal{W}_{\text{tot}} = \Delta E_{\text{cin}}$$

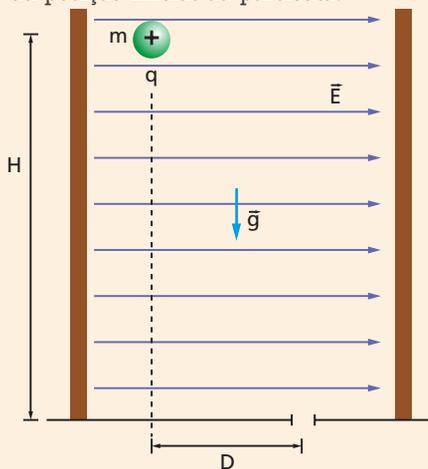
34. Uma pequena esfera de tamanho desprezível, com massa $m = 2,02 \cdot 10^{-10} \text{ kg}$ e carga elétrica $q = +4,0 \text{ pC}$, está amarrada por um fio de náilon, como mostra a figura. Na região há um campo elétrico uniforme de intensidade $E = 6,4 \text{ kV/m}$. Num dado instante o fio é cortado e a esferinha escapa, passando por B com certa velocidade v .



Determine:

- a energia cinética em A;
- a energia cinética em B;
- a velocidade v .

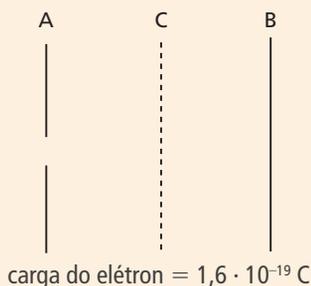
35. (U. F. Uberlândia-MG) Considere as informações a seguir. Uma partícula de massa m e carga positiva q está fixa entre duas placas de um capacitor de placas paralelas, que produz um campo elétrico uniforme de módulo E , como ilustra a figura. Quando esta partícula é solta, desde uma altura H , em um local onde a gravidade é g , ela cairá de forma a passar por um buraco, existente em uma placa isolante, que está a uma distância horizontal D da posição inicial da partícula.



Com base nessas informações, faça o que se pede:

- Calcule o módulo da aceleração total da partícula em função de E , m , q e g .
- Determine o valor de D em função de E , H , m , q e g .

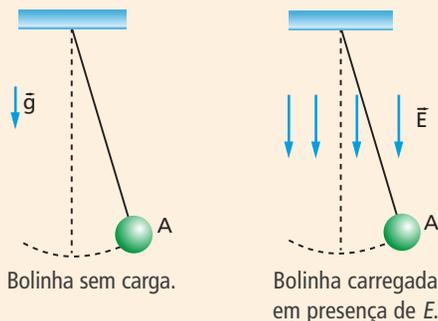
36. (ITA-SP) Seja o dispositivo esquematizado na figura:



A e B são placas condutoras muito grandes e C é uma grade. Na placa A existe um pequeno orifício por onde é introduzido um feixe de elétrons com velocidade desprezível. Se os potenciais nas placas são respectivamente $V_A = 0$ V, $V_C = -100$ V e $V_B = 5000$ V e sabendo-se que a placa C se encontra a meio caminho entre A e B , pode-se afirmar que:

- os elétrons chegam a B com uma energia cinética de $1,6 \cdot 10^{15}$ J.
- os elétrons chegam a B com uma energia cinética de $5,0 \cdot 10^3$ J.
- os elétrons chegam a B com uma energia cinética de $8,0 \cdot 10^{-16}$ J.
- os elétrons não chegam a B .
- os elétrons chegam a B com uma energia diferente da anterior.

37. (Fuvest-SP) Um certo relógio de pêndulo consiste em uma pequena bola, de massa $M = 0,1$ kg, que oscila presa a um fio. O intervalo de tempo que a bolinha leva para, partindo da posição A , retornar a essa mesma posição é seu período T_0 , que é igual a 2 s. Neste relógio, o ponteiro dos minutos completa uma volta (1 hora) a cada 1800 oscilações completas do pêndulo.



ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Estando o relógio em uma região em que atua um campo elétrico \vec{E} , constante e homogêneo, e a bola carregada com carga elétrica Q , seu período será alterado, passando a T_Q . Considere a situação em que a bolinha esteja carregada com carga $Q = 3 \cdot 10^{-5}$ C, em presença de um campo elétrico cujo módulo é $E = 1 \cdot 10^5$ V/m. Então, determine:

- a intensidade da força efetiva F_e em N, que age sobre a bola carregada;
- a razão $R = \frac{T_Q}{T_0}$ entre os períodos do pêndulo, quando a bola está carregada e quando não tem carga;
- a hora que o relógio estará indicando, quando forem de fato três horas da tarde, para a situação em que o campo elétrico tiver passado a atuar a partir do meio-dia.

Note e adote:

- Nas condições do problema, o período T do pêndulo pode ser expresso por

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\text{massa} \times \text{comprimento do pêndulo}}{F_e}}$$

em que F_e é a força vertical efetiva que age sobre a massa, sem considerar a tensão do fio.

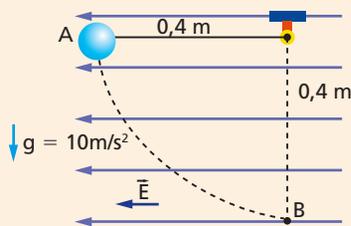
- $g = 10\text{m/s}^2$

38. Construiu-se um cubo de material plástico, o qual se eletriza facilmente por atrito. Esfregando-se tecidos diferentes, foi possível eletrizar-se algumas faces com cargas positivas e outras com cargas negativas. Num caso ideal, as seis faces foram eletrizadas com cargas uniformemente distribuídas e de mesmo módulo Q . Foram eletrizadas positivamente as faces 2, 4 e 6 e negativamente 1, 3 e 5. O cubo tem aresta L .



Determine a intensidade do campo elétrico no centro do cubo; é dado ϵ , permissividade do meio externo e interno. Indique ainda a direção e o sentido do campo. Despreze qualquer parcela de carga induzida e admita que o campo gerado por cada face seja uniforme.

39. Uma partícula de carga elétrica $1,0\text{ mC}$ se encontra incrustada em um bloco de madeira de massa $2,0\text{ kg}$, o qual é abandonado em repouso em A . O fio que sustenta o bloco não é condutor e tem massa desprezível.



Sabendo que a ddp entre A e B é $-4,0\text{ kV}$, determine, no instante em que o bloco atinge a posição B :

- a) a velocidade escalar do bloco;
- b) a tração no fio.

40. Um elétron é lançado com velocidade $v_0 = 2,0 \cdot 10^7\text{ m/s}$ para dentro da região entre duas placas planas e paralelas, uniformemente carregadas, como mostra a figura a . Na região entre as placas, o campo é uniforme e tem intensidade $E = 18,2 \cdot 10^3\text{ N/C}$.

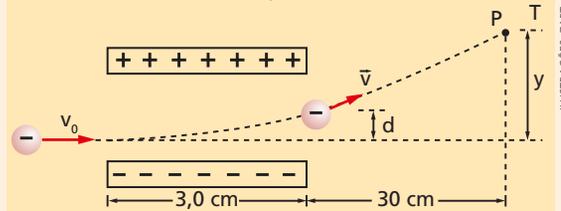


Figura a .

Desprezando-se o peso do elétron e a resistência do ar, depois de abandonar a região entre as placas, o elétron terá um movimento retilíneo e uniforme, atingindo o anteparo T em um ponto P . O elétron tem massa $m = 9,1 \cdot 10^{-31}\text{ kg}$ e carga $q = -1,6 \cdot 10^{-19}\text{ C}$.

Calcule:

- a) o desvio vertical d sofrido pelo elétron ao atravessar a região entre as placas;
- b) o desvio vertical y sofrido pelo elétron, desde o instante em que penetra na região entre as placas até o instante em que atinge o anteparo.

Resolução:

- a) Na região entre as placas o campo elétrico é vertical, e seu sentido é para baixo. Como o elétron tem carga negativa, a força elétrica \vec{F} que nela atua tem sentido para cima (fig. b). Desprezando-se o peso do elétron e a resistência do ar, \vec{F} (vertical) é a única força que atua no elétron e , Figura b . assim, na direção horizontal, o movimento é uniforme. Portanto, sendo x a distância percorrida na direção horizontal, devemos ter:

$$x = v_0 \cdot t \quad (1)$$

em que t é o tempo gasto no percurso.

Mas $x = 3,0\text{ cm} = 3,0 \cdot 10^{-2}\text{ m}$ e $v_0 = 2,0 \cdot 10^7\text{ m/s}$.

Substituindo em (1):

$$3,0 \cdot 10^{-2} = 2,0 \cdot 10^7 \cdot t$$

$$\text{Portanto: } t = 1,5 \cdot 10^{-9}\text{ s}$$

Sendo a força \vec{F} vertical e constante, concluímos que na direção vertical o movimento é uniformemente variado de aceleração escalar a dada por:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{|q| \cdot E}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 18,2 \cdot 10^3}{9,1 \cdot 10^{-31}}$$

$$\text{ou } a = 3,2 \cdot 10^{15}\text{ m/s}^2$$

Da equação horária da posição do movimento uniformemente variado, temos:

$$d = \frac{a}{2} t^2 \Rightarrow d = \frac{3,2 \cdot 10^{15}}{2} \cdot (1,5 \cdot 10^{-9})^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

- b) No momento em que abandona a região entre as placas, a velocidade \vec{v} do elétron tem duas componentes (fig. c): a componente horizontal, que é a própria velocidade inicial \vec{v}_0 , e a componente vertical \vec{v}_y , para a qual temos:

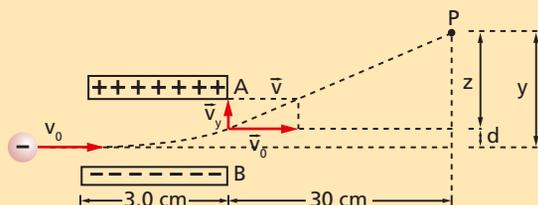


Figura c.

$$v_y = v_{y_0} + at$$

$$v_y = 0 + (3,2 \cdot 10^{15}) \cdot (1,5 \cdot 10^{-9})$$

$$v_y = 4,8 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Entre o instante em que o elétron abandona a região entre as placas e o instante em que atinge o anteparo, o intervalo de tempo decorrido Δt é dado por:

$$\Delta t = \frac{30 \text{ cm}}{v_0} = \frac{30 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{2,0 \cdot 10^7 \text{ m/s}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t = 1,5 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

Assim, para a distância z assinalada na figura c, temos:

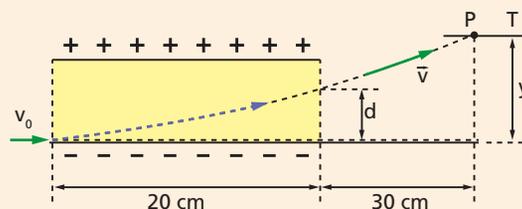
$$z = (v_y)(\Delta t) = (4,8 \cdot 10^6 \text{ m/s})(1,5 \cdot 10^{-8} \text{ s}) = 72 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Portanto:

$$y = z + d = (72 \cdot 10^{-3} \text{ m}) + (3,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}) = 75,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{ou: } y = 75,6 \text{ mm}$$

41. Um elétron é lançado com velocidade $v_0 = 2,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ para dentro da região entre duas placas planas e paralelas, uniformemente carregadas, como mostra a figura. Na região entre as placas, o campo é uniforme e tem intensidade $E = 18,2 \cdot 10^3 \text{ N/C}$.



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

Desprezando-se o peso do elétron e a resistência do ar, depois de abandonar a região entre as placas, o elétron terá um movimento retilíneo e uniforme, atingindo o anteparo T em um ponto P . O elétron tem massa $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ e carga $q = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Calcule:

- o desvio vertical d sofrido pelo elétron ao atravessar a região entre as placas;
- o desvio vertical y sofrido pelo elétron, desde o instante em que penetra na região entre as placas até o instante em que atinge o anteparo.

Capacitores

Em muitos circuitos elétricos há, às vezes, a necessidade de armazenar cargas elétricas (e, portanto, armazenar energia elétrica), cargas estas que serão utilizadas em outro momento. Em geral essas situações são de uma complexidade que está acima do nível deste livro, mas há um caso simples que mencionaremos aqui: é o caso do *flash* eletrônico usado em máquinas fotográficas.

A procura por um dispositivo capaz de armazenar a carga elétrica é muito antiga. Ela nasceu junto com a descoberta da própria carga. Em 1764, na cidade de Leyden, na Holanda, o físico Petrus van Musschenbroek construiu um dispositivo no qual conseguiu armazenar carga elétrica por algum tempo. Este foi montado no interior de uma garrafa de vidro e, por isso, recebeu o nome de **garrafa de Leyden** (fig. 1). A quantidade de carga armazenada era pequena, mas o potencial elétrico era bastante elevado. Foi com base na garrafa de Leyden que surgiram os capacitores que vamos estudar neste capítulo.

Chama-se **capacitor** ou **condensador** o dispositivo que armazena a carga elétrica e conseqüentemente a energia elétrica. Infelizmente, esses dispositivos não conseguem armazenar uma grande quantidade de eletricidade. A energia armazenada dificilmente chega a alguns milijoules. No entanto, eles têm uma segunda propriedade: conseguem manter constante a ddp entre seus terminais.

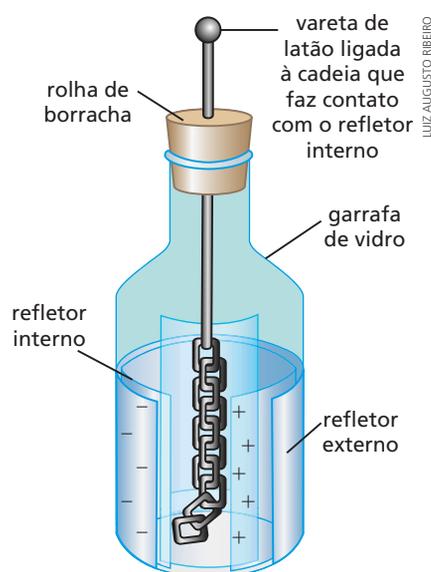


Figura 1. Garrafa de Leyden.

1. Indução total
2. Condensação de cargas
3. O capacitor
4. Capacitância
5. Energia elétrica armazenada no capacitor
6. Associação de capacitores
7. Associação de capacitores em paralelo
8. Associação de capacitores em série
9. Capacitor plano
10. O capacitor esférico
11. Dielétricos
12. Carga e descarga do capacitor

1. Indução total

Colocando-se um corpo indutor próximo de um corpo neutro, ocorre indução eletrostática. As linhas de força do campo elétrico do indutor podem ou não atingir o induzido: este é o caso geral. Dizemos então que a indução foi **parcial**.

Quando todas as linhas de força do campo elétrico do indutor atingem o induzido, dizemos que a indução foi **total**.

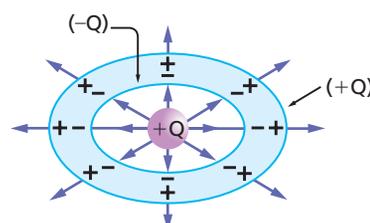


Figura 2. Indução total em condutor oco (indutor interno).

Nos capítulos anteriores vimos alguns fenômenos de indução total: um condutor oco contendo em seu interior um segundo condutor eletrizado (fig. 2); duas esferas concêntricas, estando eletrizada apenas a interna, e a externa (oca), neutra; duas placas planas ilimitadas em paralelo. Observemos na figura 2 que todas as linhas de campo do indutor necessariamente chegam ao induzido.

2. Condensação de cargas

Quando um condutor qualquer está isolado e em equilíbrio eletrostático, a sua capacitância C tem um determinado valor que depende apenas da sua geometria e do meio isolante que o envolve. Se for eletrizado até um potencial V , adquirirá uma carga:

$$Q = C \cdot V$$

O mesmo condutor é colocado em presença de um segundo condutor ligado à Terra (fig. 3). Verifica-se que, se ele for eletrizado ao mesmo potencial V (anterior), adquirirá uma carga $Q' > Q$.

Podemos então escrever:

$$Q' = C' \cdot V$$

Como a carga $Q' > Q$, concluímos que a nova capacitância é maior que a anterior.

O fenômeno do aumento da capacitância chama-se **condensação de cargas**.

Se a indução for total, o fenômeno se acentuará. Tem-se uma nova carga Q'' em A , tal que:

$$Q'' > Q' > Q \Rightarrow C'' > C' > C$$

A condensação de cargas é justificada pelo fato de que a presença de um corpo induzido, com cargas elétricas de sinais contrários, produz um “abaixamento” no nível de potencial elétrico do indutor. Com isso, ele perde elétrons e aumenta a carga indutora.

Os capacitores têm o seu princípio de funcionamento baseado em dois pilares:

- a indução total;
- a condensação de cargas.

Devemos construir dispositivos nos quais ocorra a indução total e, conseqüentemente, haverá uma condensação de cargas; sua capacitância será a maior possível. Daí o nome que lhes atribuímos: **condensadores** ou **capacitores**.

3. O capacitor

Chama-se capacitor qualquer par de condutores com cargas opostas e colocados próximos um do outro (fig. 4). A sua forma geométrica pode ser arbitrária.

No entanto, devemos procurar uma construção em que ocorra a indução total. Vamos encontrá-la em qualquer um dos três modelos usados na prática, quais sejam: o **capacitor plano**, o **capacitor esférico** e o **capacitor cilíndrico** (fig. 5).

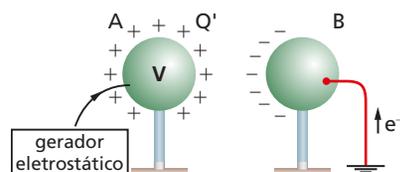


Figura 3. Em presença de B , ligado à Terra, o condutor A ligado ao gerador adquire maior carga elétrica do que se estivesse isolado.

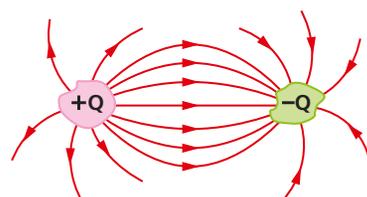


Figura 4. Capacitor constituído de dois condutores isolados.

ILUSTRAÇÕES: ZAPIT

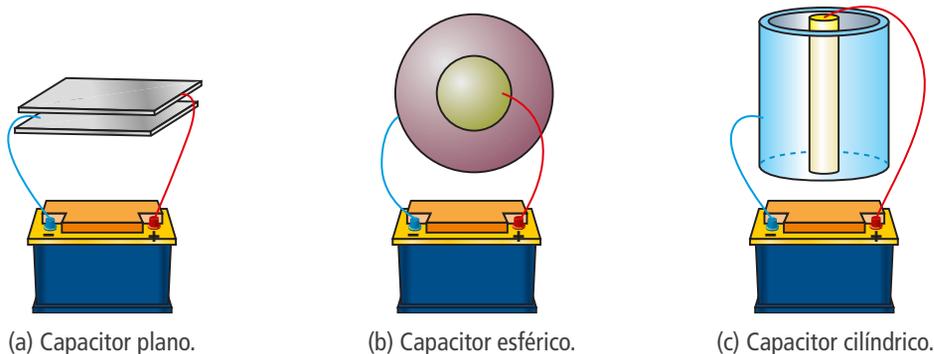


Figura 5. Os três tipos geométricos de capacitores.

As duas peças metálicas que constituem o capacitor denominam-se **armaduras**. No capacitor plano, as duas placas planas são as suas armaduras; no capacitor esférico, as duas cascas esféricas; e no capacitor cilíndrico, as duas cascas cilíndricas.

Símbolo do capacitor

Nos circuitos elétricos em geral, representamos um capacitor por dois traços paralelos e iguais, como mostra a figura 6, independentemente de seu formato geométrico.



Figura 6. Símbolo do capacitor.

Carga do capacitor

Nos três formatos geométricos propostos para o capacitor ocorre indução total. As cargas elétricas nas suas placas são iguais em módulo, mas de sinal contrário. Observemos a figura 7 (capacitor plano já carregado pela bateria): a placa A tem carga $+Q$ e a placa B tem carga $-Q$. Quando nos referirmos à carga de um capacitor, vamos simplesmente citar o módulo de carga elétrica, ou seja, Q .

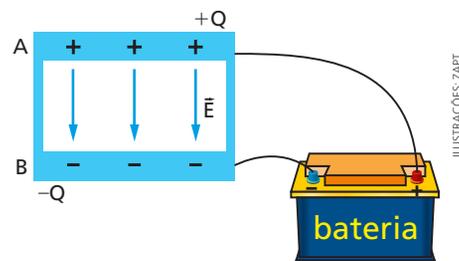


Figura 7. Capacitor plano ligado a uma bateria.

Tensão elétrica no capacitor

Entre as duas placas do capacitor há uma tensão elétrica (ddp) U . Se o capacitor estiver ligado diretamente aos polos de uma bateria (fig. 7), essa tensão é igual à da bateria. No entanto, o capacitor poderá estar inserido num circuito elétrico e, então, devemos estudar caso a caso.

$$U = V_A - V_B$$

O dielétrico

Entre as duas armaduras de um capacitor deve existir uma substância isolante denominada genericamente **dielétrico**. No caso de um capacitor plano, o dielétrico fica entre as duas placas planas, como se fosse um sanduíche (fig. 8).

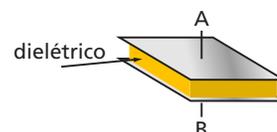


Figura 8. O capacitor e seu dielétrico.

4. Capacitância

Sendo Q a carga elétrica do capacitor e U a ddp entre as duas armaduras, a capacitância C é definida por:

$$C = \frac{Q}{U}$$

A capacitância de um capacitor é uma constante, pois a carga e a ddp são proporcionais entre si.

Esclarecendo:

- Se dobrarmos a ddp do gerador que carrega o capacitor, a carga elétrica armazenada dobrará.
- Se triplicarmos a ddp, então a carga também triplicará.
- Se a ddp for multiplicada por um valor n , então a sua carga também o será.

Logo:

$$\frac{Q}{U} = \frac{2Q}{2U} = \frac{3Q}{3U} = \frac{n \cdot Q}{n \cdot U} = C$$

ou ainda:

$$Q = C \cdot U \quad \textcircled{1}$$

A capacitância de um capacitor depende de sua geometria (da forma e do tamanho dele), bem como do dielétrico colocado entre as suas armaduras. No item 9 faremos um estudo detalhado sobre o capacitor plano e no item 10 sobre o capacitor esférico.

Unidade de capacitância

No SI a unidade de capacitância é o **farad (F)**, uma homenagem a Michael Faraday, de quem falamos muito nos capítulos anteriores e ainda falaremos em Eletromagnetismo.

Temos, então, por decorrência da definição de capacitância:

$$\text{farad} = \frac{\text{coulomb}}{\text{volt}}$$

Como dissemos, a carga de um capacitor não é muito grande, mas é grande a tensão elétrica, o que nos leva a valores pequenos para a capacitância. Os capacitores eletrônicos, usados em placas de microcomputadores, têm capacidade da ordem de alguns microfarads.

Limite para a tensão elétrica no capacitor

Pela equação $\textcircled{1}$, à medida que aumenta a carga Q de um capacitor, aumenta a tensão U entre as armaduras e, portanto, aumenta a intensidade do campo elétrico entre elas. Quando o isolante não é o vácuo (e em geral não é), se o campo elétrico ficar muito intenso, pode provocar a ionização do isolante, descarregando e danificando o capacitor. Portanto, há um valor máximo permitido para U e conseqüentemente para a carga Q . Os capacitores trazem inscritas em geral duas informações: sua capacitância e o valor máximo de U .

5. Energia elétrica armazenada no capacitor

O capacitor é capaz de armazenar carga elétrica e, portanto, há uma energia potencial elétrica armazenada também. Para se avaliar a energia armazenada, constrói-se o gráfico da carga elétrica em função da tensão elétrica. Esse gráfico é linear, pois a carga e a tensão são diretamente proporcionais (fig. 9).

A área sombreada do gráfico mede numericamente a energia armazenada no capacitor.

Vamos indicar a energia potencial armazenada no capacitor por E_p . Chamamos a atenção do leitor para não fazer confusão com a notação de campo elétrico \vec{E} .

$$E_p \stackrel{N}{=} \text{área do triângulo} = \frac{Q \cdot U}{2}$$

$$E_p = \frac{Q \cdot U}{2} \quad \textcircled{2}$$

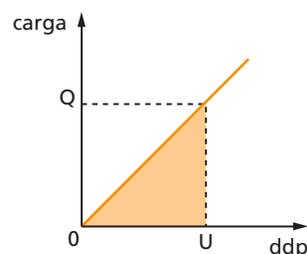


Figura 9. Carga \times tensão elétrica.

Usando a equação $Q = C \cdot U$, a energia potencial pode também ser dada por:

$$E_p = \frac{C \cdot U^2}{2} \quad \text{ou} \quad E_p = \frac{Q^2}{2C} \quad (3)$$

Vejamos um exemplo inicial para que o leitor se familiarize com o capacitor.

Exemplo 1

Um capacitor foi carregado por um gerador de corrente contínua ideal cuja fem é de 20 V. A capacitância é de $4,0 \mu\text{F}$ e pretendemos calcular a máxima carga elétrica armazenada pelo capacitor.

A máxima carga elétrica armazenada pelo capacitor acontece quando a tensão em suas placas também for de 20 V, igual à do gerador. Então:

$$Q = C \cdot U$$

$$Q = (4,0 \cdot 10^{-6} \text{ F}) \cdot (20 \text{ V})$$

$$Q = 8,0 \cdot 10^{-5} \text{ C ou, ainda, } Q = 80 \mu\text{C}$$

Exemplo 2

Agora vamos calcular a energia potencial elétrica armazenada no capacitor do Exemplo 1.

Usemos a equação (3):

$$E_p = \frac{C \cdot U^2}{2} \Rightarrow E_p = \frac{4,0 \cdot 10^{-6} \cdot 20^2}{2} \Rightarrow E_p = \frac{4,0 \cdot 4,0 \cdot 10^{-4}}{2} \Rightarrow E_p = 8,0 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Exercícios de Aplicação

1. Nas figuras que se seguem, o mesmo capacitor, de capacitância C , foi ligado a dois geradores distintos. Na ligação 1 ele adquiriu uma carga $Q_1 = 4,8 \mu\text{C}$.

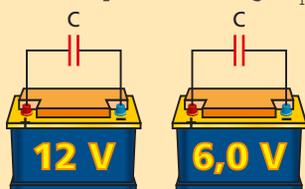


Figura a.

Figura b.

Determine:

- sua capacitância;
- a carga adquirida na ligação 2.

Resolução:

- a) Na figura a temos:

$$U_1 = 12 \text{ V e } Q_1 = 4,8 \mu\text{C} = 4,8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

Então:

$$C = \frac{Q_1}{U_1} \Rightarrow C = \frac{4,8 \cdot 10^{-6}}{12} \text{ (F)}$$

$$C = 4,0 \cdot 10^{-7} \text{ F} \Rightarrow C = 0,40 \mu\text{F}$$

- b) Na figura b temos $U_2 = 6,0 \text{ V}$ e mesma capacitância C .

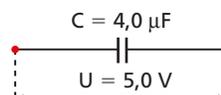
Logo:

$$Q_2 = CU_2 \Rightarrow Q_2 = 4,0 \cdot 10^{-7} \cdot 6,0 \text{ (C)}$$

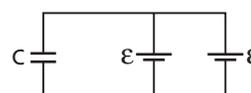
$$Q_2 = 24 \cdot 10^{-7} \text{ C} \Rightarrow Q_2 = 2,4 \mu\text{C}$$

Observemos que poderíamos ter trabalhado diretamente em μC e μF .

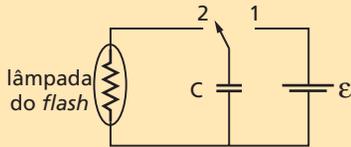
2. Determine a carga do capacitor e a energia eletrostática nele armazenada.



3. Um capacitor de capacitância C é colocado no circuito da figura para carregar. Os dois geradores são idênticos e sua tensão é de 96 V. Decorridos alguns minutos, estando o capacitor carregado, sua carga elétrica é $4,8 \text{ nC}$. Determine a capacitância do capacitor.



4. O circuito da figura é muito útil para ser usado em um *flash* de máquina fotográfica. Com a chave na posição 1, o capacitor se carrega e, ao passar para a posição 2, ele se descarrega através da lâmpada do *flash*. Na descarga, a quantidade de cargas despejada é muito intensa, num breve intervalo de tempo, e a lâmpada brilha intensamente (*flash*). São dados: $C = 2,0 \mu\text{F}$, fem do gerador $\mathcal{E} = 6,0 \text{ V}$.



Admitindo que a lâmpada se comporte como um resistor de resistência $R = 0,50 \Omega$, determine:

- a carga armazenada no capacitor;
- a energia elétrica despejada no *flash*;
- a intensidade de corrente inicial ao ser colocada a chave na posição 2.

Resolução:

- a) Durante o processo de carregamento do capacitor ele vai adquirindo carga, até que a sua tensão seja igual à da bateria. A partir de então, $U = \mathcal{E} = 6,0 \text{ V}$.

$$Q = C \cdot U$$

$$Q = 2,0 \cdot 10^{-6} \cdot 6,0 \Rightarrow Q = 12 \cdot 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = 12 \mu\text{C}$$

- b) O capacitor armazenou a energia elétrica e a despejou no capacitor.

$$E_p = \frac{Q \cdot U}{2}$$

$$E_p = \frac{12 \cdot 10^{-6} \cdot 6,0}{2} \Rightarrow E_p = 36 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

- c) Ao mudar a chave para a posição 1 (no instante $t = 0$) a tensão no capacitor ainda é igual a $6,0 \text{ V}$ e esta será a tensão da lâmpada.

$$i = \frac{U}{R} \Rightarrow i = \frac{6,0 \text{ V}}{0,5 \Omega} \Rightarrow i = 12 \text{ A}$$

5. Um capacitor de capacitância $C = 48 \mu\text{F}$ é usado num *flash* de máquina fotográfica. Quando se aciona o botão disparador de foto, ele despeja $1,0$ quatrilhão de elétrons na lâmpada, num intervalo de tempo de $0,10 \text{ s}$. O sistema usa quatro pilhas em série de $1,5 \text{ V}$, consideradas ideais. Determine:

- a carga elétrica despejada; (Considere $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.)
- a intensidade média de corrente na lâmpada;
- a energia elétrica dissipada na lâmpada do *flash* em cada foto.

6. Um capacitor de capacitância $8,0 \mu\text{F}$ é conectado aos terminais de uma bateria de $4,0 \text{ V}$, de corrente contínua. Uma vez carregado, determine:

- a carga elétrica;
- a energia elétrica armazenada.

Resolução:

a) $Q = C \cdot U = 8,0 \cdot 4,0 (\mu\text{C}) \Rightarrow Q = 32,0 \mu\text{C}$

b) $w_{\text{el}} = \frac{Q \cdot U}{2} = \frac{C \cdot U^2}{2} = \frac{8,0 \cdot 10^{-6} \cdot 4,0^2}{2}$

$$w_{\text{el}} = 64,0 \cdot 10^{-6} \text{ J} \Rightarrow w_{\text{el}} = 64,0 \mu\text{J}$$

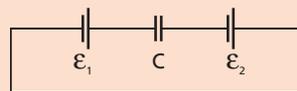
Exercícios de Reforço

7. (UE-PI) Um capacitor de capacitância $1,0 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$ é mantido sob uma tensão de 2 V . A energia potencial eletrostática armazenada no capacitor vale, em joules:

- $1 \cdot 10^6$
- $2 \cdot 10^{-6}$
- $4 \cdot 10^{-6}$
- $6 \cdot 10^6$
- $8 \cdot 10^{-6}$

8. (UF-PR) Capacitores são dispositivos que podem armazenar energia quando há um campo elétrico em seu interior, o qual é produzido por cargas elétricas depositadas em suas placas. O circuito a seguir é formado por um capacitor C de capacitância $2 \mu\text{F}$ e por duas fontes

de fem, consideradas ideais, com $\mathcal{E}_1 = 10 \text{ V}$ e $\mathcal{E}_2 = 15 \text{ V}$. Assinale a alternativa correta para a energia elétrica armazenada no capacitor C .



- $625 \cdot 10^{-6} \text{ J}$
- $225 \cdot 10^{-6} \text{ J}$
- $25 \cdot 10^{-6} \text{ J}$
- $50 \cdot 10^{-6} \text{ J}$
- $75 \cdot 10^{-6} \text{ J}$

9. (UF-TO) Para “carregar” um capacitor de placas paralelas de capacitância C devemos remover elétrons de sua placa positiva e levá-los para sua placa negativa. Ao fazer isso agimos contra

ILUSTRAÇÕES: ZAPET

o campo elétrico que tende a levar os elétrons de volta à placa positiva. O módulo do trabalho necessário para “carregar” o capacitor com uma quantidade de carga final igual a Q é:

- a) $\frac{5}{4} Q^2/C$ c) $\frac{4}{5} Q^2/C$ e) $\frac{2}{5} Q^2/C$
 b) $\frac{3}{2} Q^2/C$ d) $\frac{1}{2} Q^2/C$

6. Associação de capacitores

Do mesmo modo que associamos em série ou em paralelo os resistores, também podemos associar capacitores. Evidentemente podemos também fazer as associações mistas de capacitores.

Chamamos **capacitor equivalente** de uma associação o capacitor que, estando sob a mesma ddp dos terminais dessa associação, armazena a mesma carga elétrica total que ela está armazenando.

$$U_{\text{assoc}} = U_{\text{equiv}} = Q_{\text{assoc}} = Q_{\text{equiv}}$$

Denominamos também **capacitância equivalente** a capacitância desse capacitor, ou seja:

$$C_{\text{equiv}} = \frac{Q_{\text{equiv}}}{U_{\text{equiv}}} \Rightarrow C_{\text{equiv}} = \frac{Q_{\text{assoc}}}{U_{\text{assoc}}}$$

Exemplo 3

Temos uma associação de diversos capacitores formando uma associação mista, cujos terminais são A e B . Aplicamos a esses terminais uma ddp $U = 40 \text{ V}$, e a carga total acumulada pela associação foi de $80 \mu\text{C}$.

Determinemos a capacitância equivalente:

$$C_{\text{equiv}} = \frac{Q_{\text{assoc}}}{U_{\text{assoc}}} \Rightarrow C_{\text{equiv}} = \frac{80 \mu\text{C}}{40 \text{ V}} \Rightarrow C_{\text{equiv}} = 2,0 \mu\text{F}$$

7. Associação de capacitores em paralelo

Capacitores estarão associados em paralelo quando estiverem conectados entre si, como mostra a figura 10. As placas positivas estão todas ligadas entre si. As placas negativas também estão todas ligadas entre si. Conforme indica o esquema, o potencial elétrico das placas positivas é V_A , ao passo que das placas negativas é V_B . Concluímos, portanto, que a ddp ($V_A - V_B$) é a mesma para todos os capacitores da associação.

Em paralelo, todos os capacitores estão sob a mesma ddp.

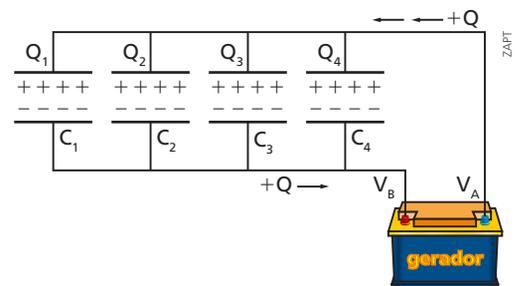


Figura 10. Capacitores em paralelo ligados ao gerador.

A carga total Q armazenada pelo sistema é a soma das cargas de cada capacitor.

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n \quad \textcircled{4}$$

Capacitância equivalente

Para cada condensador, temos:

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_1 \cdot U \\ Q_2 &= C_2 \cdot U \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ Q_n &= C_n \cdot U \end{aligned}$$

Somando membro a membro:

$$\begin{aligned} Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n &= (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \cdot U \\ Q &= (C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n) \cdot U \quad (5) \end{aligned}$$

No condensador equivalente (fig. 11) podemos escrever:

$$Q = C_{eq} \cdot U \quad (6)$$

Substituindo a equação (6) na (5):

$$C_{eq} \cdot U = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \cdot U$$

Concluindo:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

O capacitor equivalente dessa associação deverá ter carga igual à carga total Q , sob a ddp U (fig. 11), e sua capacitância é dada por:

$$C_{eq} = \frac{Q}{U}$$

Assim:

$$C_{eq} = \frac{Q}{U} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{U} = \frac{C_1 U + C_2 U + C_3 U}{U} = C_1 + C_2 + C_3$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

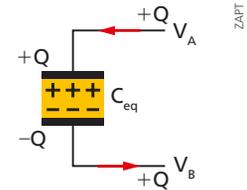


Figura 11. O capacitor equivalente.

Observe que a equação da capacitância equivalente em paralelo é análoga à da resistência equivalente em série. São propriedades **duais**.

Capacitores iguais em paralelo

Se associarmos em paralelo n capacitores de igual capacitância C , a capacitância equivalente será:

$$C_{eq} = \underbrace{C + C + \dots + C}_n \Rightarrow C_{eq} = n \cdot C$$

Resumo das principais propriedades da associação em paralelo:

- 1º) Em paralelo, os capacitores ficam sob mesma ddp U .
- 2º) A carga total acumulada pela associação é igual à soma das cargas de cada capacitor.
- 3º) A carga de cada capacitor é diretamente proporcional à respectiva capacitância.
- 4º) A capacitância equivalente é igual ao somatório das capacitâncias individuais.
- 5º) A capacitância equivalente é sempre maior do que cada uma das capacitâncias associadas.

Exemplo 4

É dada uma associação em paralelo de três capacitores cujas capacitâncias são: $C_1 = 3,0 \text{ nF}$, $C_2 = 4,0 \text{ nF}$ e $C_3 = 5,0 \text{ nF}$ submetida a uma ddp $U = 60 \text{ V}$ nos seus terminais. Vamos aprender como se calcula a carga elétrica total acumulada.

Inicialmente calculamos a capacitância equivalente:

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 + C_3$$

$$C_{\text{eq}} = 3,0 \text{ nF} + 4,0 \text{ nF} + 5,0 \text{ nF} \Rightarrow C_{\text{eq}} = 12,0 \text{ nF}$$

Aplicamos agora a definição de capacitância equivalente:

$$Q = C_{\text{eq}} \cdot U$$

$$Q = 12,0 \text{ nF} \cdot 60 \text{ V} \Rightarrow Q = 720 \text{ nC}$$

8. Associação de capacitores em série

Capacitores estarão associados em série quando estiverem conectados entre si, como mostra a figura 12. Nesse tipo de associação a placa negativa do primeiro capacitor está conectada à placa positiva do segundo capacitor. Do mesmo modo a placa negativa do segundo está conectada à placa positiva do terceiro, e assim sucessivamente. O terminal *A* da associação está conectado ao polo positivo do primeiro, e o terminal *B*, ao polo negativo do último capacitor da associação.

Como os capacitores em série se carregam? Essa é sempre uma dúvida de quem estuda este assunto. Complica um pouco mais quando se pensa no isolante (dielétrico) em cada capacitor: como a carga elétrica vai penetrar entre o primeiro e o segundo capacitor da associação?

Para responder a essa dúvida, vamos observar a ligação dos terminais da associação ao gerador. A placa esquerda do primeiro capacitor, estando ligada ao polo positivo do gerador, ganha carga positiva $+Q$ (perde elétrons). Uma vez eletrizada, ela provoca indução total na placa direita, eletrizando-a com carga negativa $-Q$.

Aqui está o segredo: a carga negativa $-Q$ saiu da placa esquerda do segundo capacitor, o qual perdeu $-Q$ e ficou com $+Q$.

E então recomeça o processo, induzindo-se uma carga negativa $-Q$ na sua placa da direita. Repetem-se os passos anteriores, até se chegar ao último capacitor. Neste, a carga negativa da placa direita vem do polo negativo gerador.

Ao final desse processo todos os capacitores terão cargas iguais.

Capacitância equivalente

A tensão total U suportada pela associação é a soma das tensões individuais de cada condensador.

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n \quad (7)$$

Para cada condensador, temos:

$$U_1 = \frac{Q}{C_1}, \quad U_2 = \frac{Q}{C_2}, \quad U_n = \frac{Q}{C_n}$$

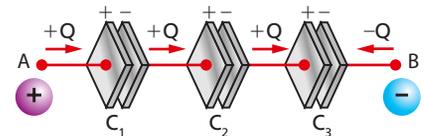


Figura 12. Capacitores em série.

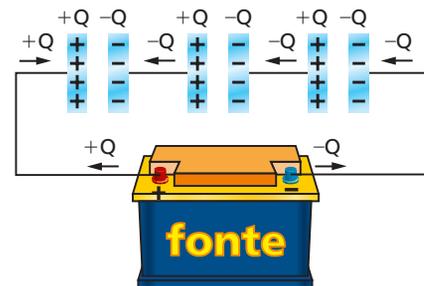


Figura 13. Capacitores em série se carregando numa fonte de tensão.

Observe que a equação da capacitância equivalente em série é análoga à da resistência equivalente em paralelo. Mais uma vez: são propriedades **duais**.

Sendo C_s a capacitância do condensador equivalente:

$$C_s = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{Q}{U} \therefore U = \frac{Q}{C_s}$$

Substituindo U , U_1 , U_2 , ... U_n em (7):

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

Capacitores iguais em série

Se associarmos n capacitores iguais, de capacitância C , a capacitância equivalente será dada por:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \underbrace{\frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \dots + \frac{1}{C}}_n \Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = n \cdot \left(\frac{1}{C}\right) \Rightarrow C_{eq} = \frac{C}{n}$$

Exemplo 5

Na associação de capacitores da figura estão em série dois capacitores de capacitâncias C_1 e C_2 , as quais podem ser iguais ou diferentes. Vamos aprender a calcular a capacitância equivalente.

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Como não temos nenhuma relação entre as duas capacitâncias, o mmc será igual ao produto delas.

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2}$$

Portanto, a capacitância equivalente será:

$$C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \text{ (válido apenas para dois capacitores)}$$

Exemplo 6

Vamos determinar a capacitância equivalente de uma associação em série de capacitores, cujas capacitâncias são, pela ordem: 6,0 pF, 4,0 pF e 4,8 pF.

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{6,0} + \frac{1}{4,0} + \frac{1}{4,8}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{4,0}{24} + \frac{6,0}{24} + \frac{5,0}{24} = \frac{15}{24}$$

Invertendo-se as frações:

$$C_{eq} = \frac{24}{15} \Rightarrow C_{eq} = 1,6 \text{ pF}$$

Exemplo 7

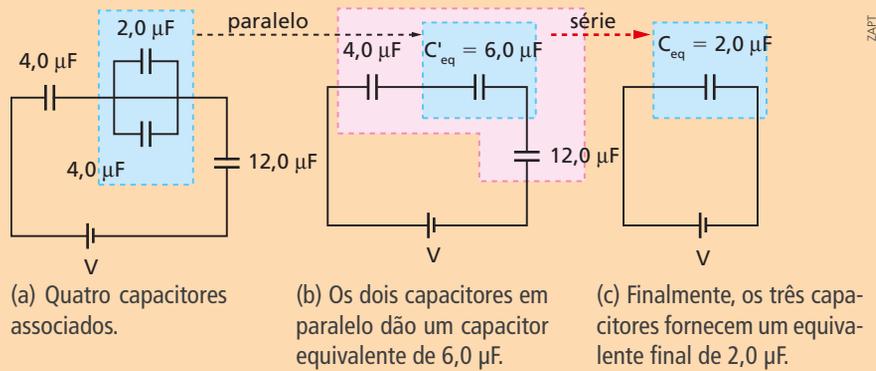
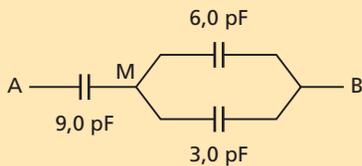


Figura 14.

Exercícios de Aplicação

10. Calcule a capacitância equivalente entre A e B na figura.

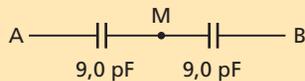


Resolução:

Entre M e B , temos dois capacitores em paralelo:

$$C_p = 6,0 \text{ pF} + 3,0 \text{ pF} = 9,0 \text{ pF}$$

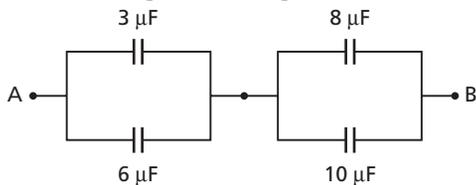
O circuito fica:



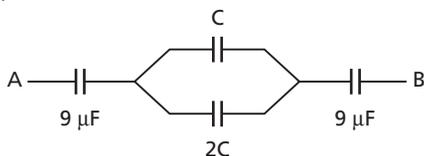
$$C_{eq} = \frac{9,0 \cdot 9,0}{9,0 + 9,0} \text{ (pF)} \Rightarrow C_{eq} = 4,5 \text{ pF}$$

Dois capacitores iguais em série têm uma capacitância igual à metade de um deles.

11. Determine a capacitância equivalente entre A e B .



12. A capacitância equivalente entre A e B vale $3,0 \mu\text{F}$. Determine o valor de C .



13. Considerando a associação representada na figura a , cujos terminais são A e B , determine a capacitância equivalente C_{eq} .

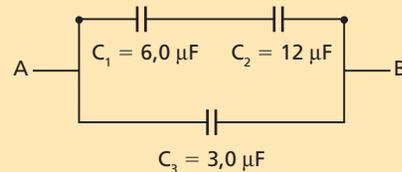


Figura a .

Resolução:

Como C_1 e C_2 estão em série, sua capacitância equivalente C_s é dada por:

$$C_s = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \Rightarrow C_s = \frac{6 \cdot 12}{6 + 12} \mu\text{F} \Rightarrow C_s = 4,0 \mu\text{F}$$

Temos, então, o circuito equivalente na figura b .

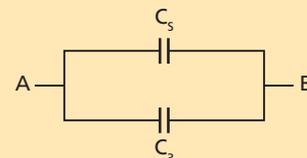


Figura b .

Logo, a capacitância equivalente é:

$$C_{eq} = C_s + C_3 \Rightarrow C_{eq} = 4,0 \mu\text{F} + 3,0 \mu\text{F} \Rightarrow C_{eq} = 7,0 \mu\text{F}$$

14. Determine a capacitância equivalente nos circuitos das figuras a, b e c.

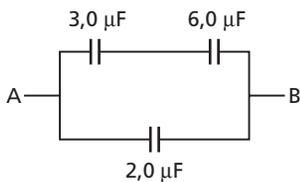


Figura a.

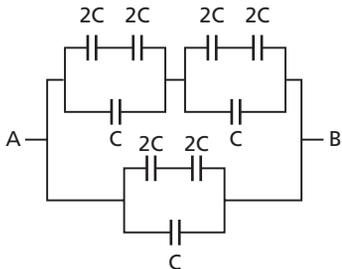


Figura b.

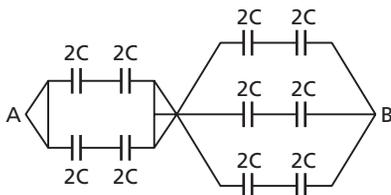


Figura c.

15. Quando uma determinada montagem for constituída de peças idênticas, cuja disposição ainda lembra a disposição das partes da peça, dizemos que essa peça é um fractal. Essa estrutura poderá então ser ampliada de modo indefinido. Na figura 1 temos três capacitores que deverão formar um fractal da figura 2.

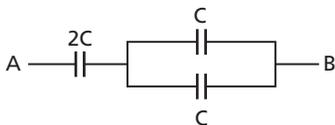


Figura 1.

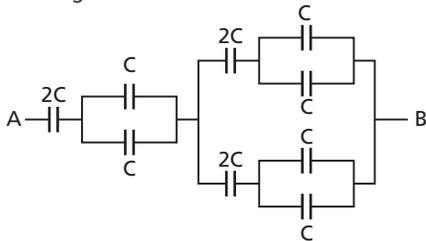
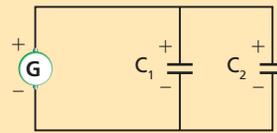


Figura 2.

Determine, para os terminais A e B:

- a capacitância equivalente de um fractal (fig. 1);
 - a capacitância equivalente do conjunto da figura 2.
16. Dois capacitores foram ligados em paralelo com um gerador ideal que manteve constante a ddp de 4 V entre os seus terminais. Suas capacitâncias são $C_1 = 3,0 \text{ pF}$ e $C_2 = 2,0 \text{ pF}$.



Terminado o processo de carga de ambos, determine:

- a carga de cada um deles;
- a carga total armazenada;
- a energia potencial elétrica total armazenada.

Resolução:

- Como eles estão em paralelo com o gerador, a ddp em cada um deles é $U = 2,5 \text{ V}$.

$$Q_1 = C_1 \cdot U = 3,0 \cdot 2,5 \text{ (pC)} \Rightarrow Q_1 = 7,5 \text{ pC}$$

$$Q_2 = C_2 \cdot U = 2,0 \cdot 2,5 \text{ (pC)} \Rightarrow Q_2 = 5,0 \text{ pC}$$

- A carga total armazenada numa associação em paralelo é igual à soma das cargas parciais.

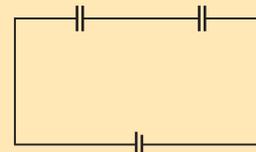
$$Q_{\text{tot}} = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_{\text{tot}} = 7,5 + 5,0 \text{ (pC)} \Rightarrow Q_{\text{tot}} = 12,5 \text{ pC}$$

- A energia potencial elétrica total armazenada pode ser calculada pela carga total acumulada, fazendo-se:

$$E_p = \frac{Q_{\text{tot}} \cdot U}{2} \Rightarrow E_p = \frac{12,5 \cdot 10^{-12} \cdot 2,5}{2} \Rightarrow E_p = 15,6 \cdot 10^{-12} \text{ J} \text{ ou } E_p = 15,6 \text{ pJ}$$

17. Dois capacitores foram ligados em série e a seguir a associação foi conectada aos terminais de um gerador de tensão contínua igual a 24 V. Após algum tempo os capacitores estavam carregados.

$$C_1 = 6,0 \text{ nF} \quad C_2 = 3,0 \text{ nF}$$



24 V

ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Determine:

- a carga elétrica de cada um, bem como a carga elétrica da associação;
- a tensão elétrica em cada um dos capacitores.

Resolução:

Não está passando corrente elétrica no circuito, pois entre as placas do capacitor há um isolante. Assim, a tensão de 24 V será mantida na associação dos dois capacitores.

- Para se obter a carga elétrica, precisamos calcular inicialmente a capacitância equivalente.

$$C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \Rightarrow C_{eq} = \frac{3,0 \cdot 6,0}{3,0 + 6,0} \Rightarrow C_{eq} = 2,0 \text{ nF}$$

A carga elétrica da associação é dada por:

$$Q = C_{eq} \cdot U \Rightarrow Q = 2,0 \cdot 10^{-9} \cdot 24 \Rightarrow Q = 48 \cdot 10^{-9} \text{ C} \Rightarrow Q = 48 \text{ nC}$$

No entanto, na associação em série, a carga dos capacitores é a mesma, e seu valor é igual ao da carga da associação. Não se somam cargas em série.

$$Q_1 = 48 \text{ nC} \quad \text{e} \quad Q_2 = 48 \text{ nC}$$

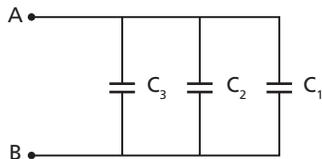
- b) Para o cálculo da tensão parcial em cada capacitor, basta lembrar que:

$$Q = C \cdot U \Rightarrow U = \frac{Q}{C}$$

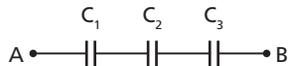
$$U_1 = \frac{Q}{C_1} \Rightarrow U_1 = \frac{48 \cdot 10^{-9}}{3,0 \cdot 10^{-9}} \Rightarrow U_1 = 16 \text{ V}$$

$$U_2 = \frac{Q}{C_2} \Rightarrow U_2 = \frac{48 \cdot 10^{-9}}{6,0 \cdot 10^{-9}} \Rightarrow U_2 = 8,0 \text{ V}$$

18. Observe o circuito, no qual se encontram em paralelo três capacitores: $C_1 = 2,0 \text{ nF}$; $C_2 = 5,0 \text{ nF}$; $C_3 = 2,0 \text{ nF}$. Sendo os três capacitores submetidos a uma tensão elétrica de 20 V, calcule a carga elétrica de cada um.



19. No circuito da figura temos três capacitores em série: $C_1 = 8,0 \mu\text{F}$; $C_2 = 8,0 \mu\text{F}$; $C_3 = 12 \mu\text{F}$. Aos terminais A e B dessa associação liga-se um gerador ideal, que fornece a ela 32 V.



Determine:

- a capacitância equivalente entre A e B;
- a carga elétrica Q da associação;
- a ddp em cada um deles.

20. Determine a capacitância equivalente, vista pelos terminais A e B.

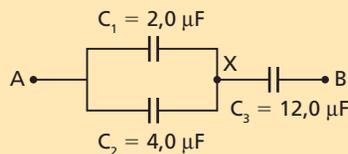


Figura a.

Resolução:

Como C_1 e C_2 estão em paralelo, somamos suas capacitâncias:

$$C_p = C_1 + C_2 = 2,0 + 4,0 \Rightarrow C_p = 6,0 \mu\text{F}$$

O circuito se simplifica e fica como na figura b.

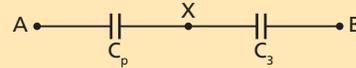
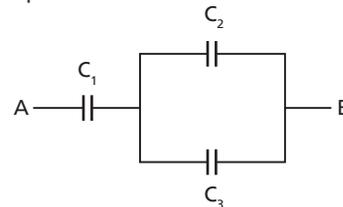


Figura b.

Agora C_p e C_3 estão em série. Como são apenas dois capacitores, podemos calcular a capacitância equivalente por:

$$C_{eq} = \frac{\text{produto}}{\text{soma}} = \frac{C_p \cdot C_3}{C_p + C_3} = \frac{(6,0)(12)}{(6,0 + 12)} = 4,0 \Rightarrow C_{eq} = 4,0 \mu\text{F}$$

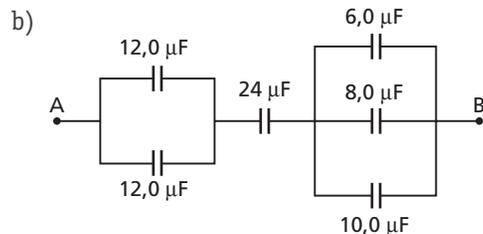
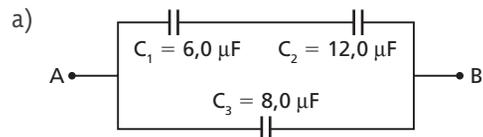
21. Na figura temos: $C_1 = 6,0 \mu\text{F}$; $C_2 = 1,0 \mu\text{F}$; $C_3 = 2,0 \mu\text{F}$.



Sendo os terminais A e B submetidos a uma ddp de 180 V, determine:

- a capacitância equivalente;
- a carga da associação;
- a energia eletrostática da associação;
- a carga elétrica em C_1 .

22. Em cada caso a seguir, calcule a capacitância equivalente entre os pontos A e B.

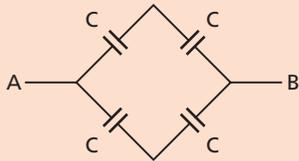


23. Retome a questão anterior e determine, em cada caso, a carga elétrica da associação e a energia armazenada quando for conectada uma tensão de 24 V em cada circuito.

Exercícios de Reforço

24. (UF-PI) O capacitor equivalente ao da associação da figura, entre os pontos A e B , tem capacitância:

- a) C d) $\frac{C}{4}$
 b) $\frac{C}{2}$ e) $4C$
 c) $2C$



25. (OPF-SP) Um circuito de sintonia de um receptor de rádio AM opera na região de frequências 500 – 1600 kHz. Uma bobina e dois capacitores (C_1 fixo e C_2 variável) são conectados em paralelo para fazer a sintonia de uma estação. Se o capacitor fixo C_1 é de 80 pF e o capacitor variável C_2 vale 120 pF, qual é a capacitância equivalente do conjunto?

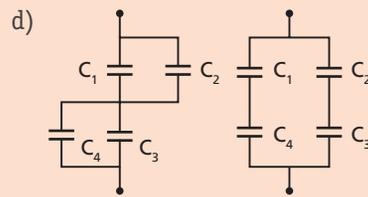
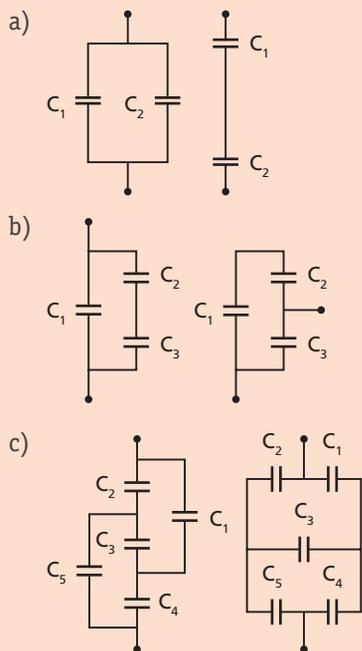
- a) 40 pF c) 80 pF e) 100 pF
 b) 120 pF d) 200 pF

26. (UF-MT) Como associar três capacitores idênticos de capacitância $2,0 \mu\text{F}$ para se obter um único capacitor de capacitância $3,0 \mu\text{F}$?

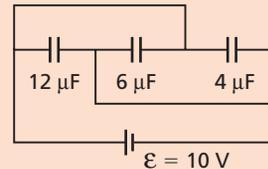
27. (AFA-SP) Dois capacitores, quando associados, constituem capacitâncias iguais a $10 \mu\text{F}$ ou $2,4 \mu\text{F}$. As capacitâncias, em μF , desses capacitores valem:

- a) 1 e 9 c) 3 e 7
 b) 2 e 8 d) 4 e 6

28. (ITA-SP) Qual dos pares de circuitos a seguir tem a mesma capacitância entre os pontos extremos?



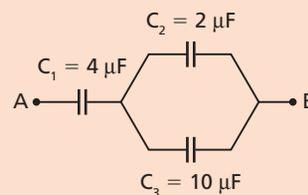
29. Considere o circuito elétrico da figura.



Determine:

- a) a capacitância equivalente dos três capacitores, vista pelos terminais do gerador;
 b) a carga elétrica total adquirida pelos três capacitores;
 c) a carga elétrica do capacitor de $6 \mu\text{F}$.

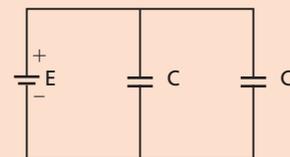
30. Considere o circuito de capacitores da figura.



- a) Determine a capacitância equivalente entre A e B .
 b) Sabendo-se que o capacitor C_2 está carregado com carga $20 \mu\text{C}$, determine a carga e a tensão elétrica no capacitor C_3 .
 c) No caso do item b , calcule a tensão entre A e B .

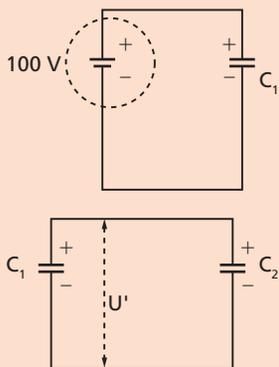
31. (UC-MG) A energia elétrica acumulada na associação de capacitores do circuito é:

- a) $\frac{1}{2}CE^2$
 b) $\frac{1}{4}CE^2$
 c) $2EC$
 d) CE^2
 e) $2CE^2$



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

32. Um capacitor de capacidade $C_1 = 3,0 \mu\text{F}$ é inicialmente ligado a um gerador de tensão $U = 100 \text{ V}$. Após o equilíbrio, ele é desligado do gerador e ligado a outro capacitor, de capacidade $C_2 = 3,0 \mu\text{F}$, inicialmente descarregado.



Uma parte da carga elétrica de C_1 passa para C_2 até que se atinja o equilíbrio eletrostático, isto é, até que ambos fiquem com a mesma tensão U' . Nesse instante a nova carga de C_1 é Q_1' e a carga de C_2 é Q_2' , valendo o Princípio da Conservação das Cargas:

$$Q_1' + Q_2' = Q$$

Determine:

- as novas cargas Q_1' e Q_2' ;
- a nova ddp comum aos dois capacitores.

9. Capacitor plano

Como já vimos no capítulo 14, o capacitor plano é um aparelho constituído por duas placas planas metálicas, em paralelo, e separadas por um meio isolante, o qual pode ser o vácuo ou um meio material (dielétrico) (fig. 15).

Cada uma dessas placas tem a mesma área A , e a distância que as separa é igual a d . Ligando-se o capacitor a uma bateria (fig. 16), suas placas se eletrizam de uma maneira praticamente uniforme, e o campo elétrico entre elas pode ser considerado uniforme.



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

Figura 15. Capacitor plano, visto em perspectiva. A: placa metálica; B: placa metálica; l: meio isolante.

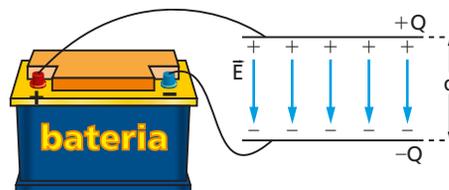


Figura 16.

Campo elétrico entre as placas

Vimos no capítulo 14 que cada placa cria um campo de intensidade igual a $\frac{|\sigma|}{2\epsilon}$, onde:

$$\sigma = \text{densidade superficial de carga} = \frac{Q}{A}$$

ϵ = permissividade do isolante (dielétrico) entre as placas.

Esses campos se somam, de modo que o campo elétrico resultante entre as placas é dado por:

$$E = \frac{|\sigma|}{\epsilon}$$

Quando o dielétrico é o vácuo, temos:

$$\epsilon = \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

Quando o dielétrico é um meio material, temos:

$$\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$$

onde ϵ_r é a **permissividade relativa** do dielétrico (ou **constante dielétrica** do meio).

Vimos também que, sendo U a ddp entre as placas, temos:

$$U = \epsilon \cdot d$$

Capacitância do capacitor plano

Por definição, a capacitância de qualquer capacitor é o valor constante dado por:

$$C = \frac{Q}{U} \quad (8)$$

De $\sigma = \frac{Q}{A}$, vem:

$$Q = \sigma A \quad (9)$$

De $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$ e $E \cdot d = U$, vem:

$$U = \frac{\sigma \cdot d}{\epsilon} \quad (10)$$

Substituindo-se (9) e (10) em (8), temos:

$$C = \frac{\sigma A}{\frac{\sigma d}{\epsilon}} \Rightarrow C = \frac{\epsilon A}{d} \quad (11)$$

Observando a equação da capacitância, vemos que:

- 1º) A capacitância é diretamente proporcional à área de cada placa e inversamente proporcional à distância entre elas.
- 2º) A capacitância depende do isolante entre as placas. Para um capacitor plano a vácuo, temos:

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d} \quad (12)$$

Com a introdução de um dielétrico (meio material isolante), de permitividade absoluta ϵ_r , a capacitância aumenta, pois:

$$C = \frac{\epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot A}{d} \Rightarrow C = \epsilon_r \cdot C_0$$

$$\epsilon_r > 1 \Rightarrow C > C_0$$

A equação (11) vem confirmar um fato mencionado no início do capítulo: a capacitância de um capacitor depende apenas do meio entre as armaduras e da "geometria" do capacitor, isto é, das dimensões e da forma das armaduras, bem como da posição relativa entre elas.

Um modo prático de usar o capacitor plano é enrolá-lo como um "rocambolé", como ilustra a figura 17, onde o papel é usado como isolante.

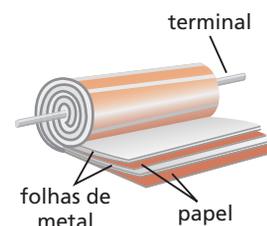


Figura 17. Capacitor de papel enrolado como um "rocambolé".

Exercícios de Aplicação

33. Um capacitor plano é constituído de duas placas quadradas de lado $\ell = 10$ cm e separadas em 1,0 mm uma da outra. O dielétrico que as separa tem constante dielétrica $\epsilon_r = 5,0$. Conhece-se $\epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12}$ F/m.

- a) Qual é a sua capacitância?
- b) Qual é a carga armazenada sob ddp de $2,0 \cdot 10^3$ V?

Resolução:

- a) A capacitância do condensador plano é dada

$$\text{por } C = \frac{\epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot A}{d}$$

Sendo:

$$A = \ell^2 = (10)^2 \text{ cm}^2 = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$\epsilon_r = 5,0 \text{ e } \epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$d = 1,0 \text{ mm} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$C = \frac{5,0 \cdot 8,8 \cdot 10^{-12} \cdot 1,0 \cdot 10^{-2}}{1,0 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = 4,4 \cdot 10^{-10} \text{ F}$$

b) A carga armazenada é dada por: $Q = C \cdot U$

Sendo:

$$C = 4,4 \cdot 10^{-10} \text{ F e } U = 2,0 \cdot 10^3 \text{ V}$$

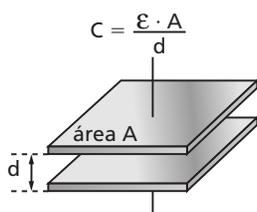
Temos:

$$Q = 4,4 \cdot 10^{-10} \cdot 2,0 \cdot 10^3 \Rightarrow Q = 8,8 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

34. A capacitância de um capacitor de placas planas de área A , separadas por uma distância d , tendo o vácuo como dielétrico (permissividade ϵ), é dada pela equação: $C = \frac{\epsilon \cdot A}{d}$.

Um capacitor tem a distância entre as suas placas reduzida à metade e a área das placas dobrada. Sendo C a capacitância inicial, podemos afirmar que a nova capacitância será:

- a) $\frac{C}{2}$
b) C
c) $2C$
d) $4C$
e) $8C$



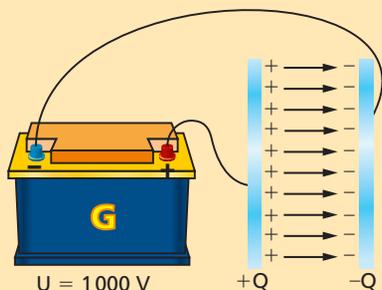
35. Um capacitor plano a vácuo tem armaduras de áreas $A = 0,10 \text{ m}^2$, separadas pela distância $d = 0,50 \text{ cm}$.

- a) Determine sua capacitância, sendo dada a permissividade absoluta do vácuo:

$$\epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12} \text{ F/m.}$$

- b) Determine a carga armazenada sob ddp de $1,0 \cdot 10^3 \text{ V}$.

36. Dispomos de um capacitor plano, a vácuo, cujas armaduras têm área (A) e estão distanciadas uma da outra de $d = 2,0 \text{ cm}$. Carregado, como ilustra a figura, por um gerador de tensão constante e igual a 1000 V , ele armazenou uma carga elétrica $Q = 8,8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$.



Determine:

- a) sua capacitância;
b) a área (A) de cada armadura;
c) a intensidade do campo no seu interior.

É dada a permissividade absoluta do vácuo: $\epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.

Resolução:

- a) A capacitância é dada por:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{8,8 \cdot 10^{-8}}{1000} \Rightarrow C = 8,8 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

- b) Para o capacitor plano, a vácuo:

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \Rightarrow A = \frac{dC}{\epsilon_0} = \frac{2,0 \cdot 10^{-2} \cdot 8,8 \cdot 10^{-11}}{8,8 \cdot 10^{-12}} \Rightarrow A = 0,20 \text{ m}^2$$

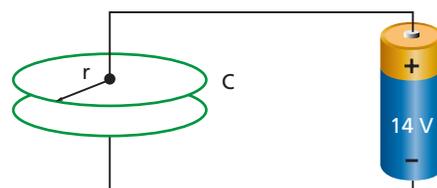
- c) O campo elétrico no interior do capacitor plano é uniforme:

$$E \cdot d = U \Rightarrow E = \frac{U}{d}$$

$$E = \frac{1000}{2,0 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow E = 5,0 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

37. Um capacitor plano paralelo, com ar entre as placas, tem uma capacitância de $4,0 \cdot 10^{-6} \mu\text{F}$. As armaduras são formadas por duas lâminas circulares de raio $2,0 \text{ cm}$. Seu dielétrico apresenta permissividade relativa $\epsilon_r = 5,0$.

É dado $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

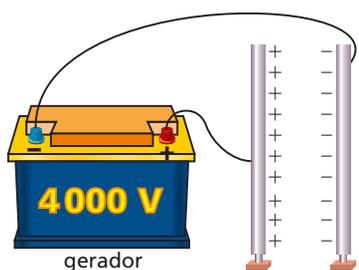
Determine:

- a) a carga adquirida;
b) a distância entre as placas;
c) a intensidade do campo elétrico no seio do dielétrico.

38. Um capacitor plano a vácuo tem capacitância C . Ligado a uma bateria, ele adquire carga igual a Q . Diminuímos de 60% a distância entre as suas placas, mantendo o vácuo, e ligamo-lo ao mesmo gerador.

- a) Qual é a sua nova capacitância?
b) Qual é a sua nova carga?

39. Na figura temos um condensador plano, a ar, de placas desmontáveis e suspensas em suportes isolantes. O gerador que as alimenta possui uma fem de 4000 V , e a capacidade do condensador é $5,0 \text{ pF}$.



Determine:

- a carga elétrica armazenada pelo capacitor nas atuais circunstâncias;
- a nova carga elétrica no capacitor, se dobrarmos a distância entre suas armaduras, mantendo o gerador ligado.

- 40.** Na figura *a*, temos um capacitor plano a ar carregado com carga elétrica Q . A ddp entre as placas é igual a U . Na figura *b*, dobramos a distância entre as placas. Observe que o capacitor está desligado do gerador.

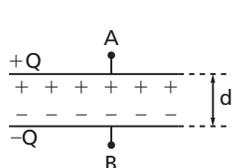


Figura *a*.

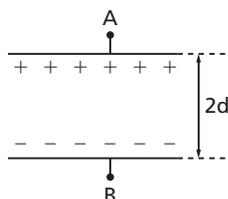


Figura *b*.

Determine:

- a intensidade E do campo elétrico inicial (fig. *a*);
- a intensidade E' do campo elétrico final (fig. *b*);
- a nova ddp (fig. *b*).

- 41.** Dois condensadores, um de capacidade C_1 , carregado com carga Q , e outro de capacidade C_2 , descarregado, são conectados em paralelo, conforme indicam as figuras.

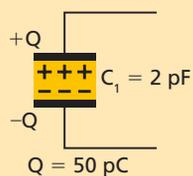


Figura *a*.

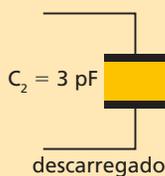


Figura *b*.

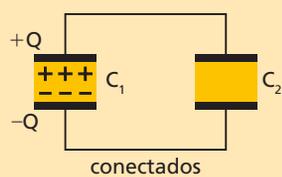


Figura *c*.

Quando o equilíbrio eletrostático for estabelecido, determine:

- a ddp entre as placas de cada um;
- a carga de cada um.

Resolução:

- a) Chamando de Q_1 e Q_2 as cargas adquiridas após o equilíbrio, respectivamente, por C_1 e C_2 , temos:

$$Q_1 + Q_2 = Q + 0 \quad (\text{Princípio da Conservação das Cargas Elétricas})$$

Mas:

$$Q_1 = C_1 \cdot U \quad \text{e} \quad Q_2 = C_2 \cdot U$$

$$C_1 \cdot U + C_2 \cdot U = Q$$

$$U \cdot (C_1 + C_2) = Q \Rightarrow U = \frac{Q}{C_1 + C_2}$$

Sendo $Q = 50 \text{ pC}$, $C_1 = 2 \text{ pF}$; $C_2 = 3 \text{ pF}$, vem:

$$U = \frac{50}{2 + 3} \Rightarrow U = 10 \text{ V}$$

- b) As cargas são calculadas facilmente por:

$$Q_1 = C_1 \cdot U \Rightarrow Q_1 = 2 \cdot 10 \Rightarrow Q_1 = 20 \text{ pC}$$

$$Q_2 = C_2 \cdot U \Rightarrow Q_2 = 3 \cdot 10 \Rightarrow Q_2 = 30 \text{ pC}$$

Observemos que: $Q_1 + Q_2 = 50 \text{ pC}$

- 42.** Dois condensadores, um de capacidade C_1 carregado com carga Q_1 e outro de capacidade C_2 com carga Q_2 , são conectados em paralelo, conforme as figuras.

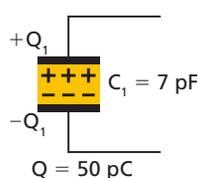


Figura *a*.

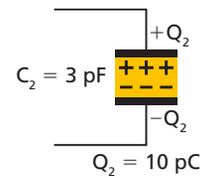


Figura *b*.

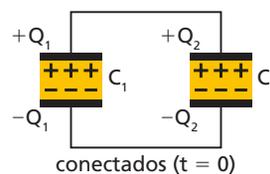


Figura *c*.

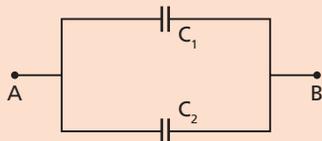
No instante $t = 0$ completou-se a conexão (fig. *c*). Decorrido algum tempo, ocorreu o equilíbrio eletrostático. Determine:

- a ddp em cada capacitor;
- a carga adquirida por cada um.

ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Exercícios de Reforço

43. (Fuvest-SP) Dois capacitores planos C_1 e C_2 com placas de mesma área e com afastamentos d e $2d$, respectivamente, são ligados aos terminais A e B , entre os quais existe uma diferença de potencial.



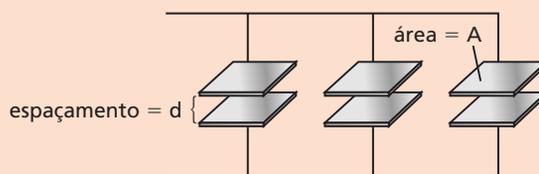
Representando por Q_1 e Q_2 as cargas respectivas dos capacitores e por V_1 e V_2 as diferenças de potencial respectivas entre os terminais desses capacitores, temos:

- a) $Q_1 = \frac{1}{2}Q_2$; $V_1 = V_2$
 b) $Q_1 = 2Q_2$; $V_1 = 2V_2$
 c) $Q_1 = \frac{1}{2}Q_2$; $V_1 = \frac{1}{2}V_2$
 d) $Q_1 = 2Q_2$; $V_1 = V_2$
 e) $Q_1 = \frac{1}{2}Q_2$; $V_1 = 2V_2$
44. (UF-CE) Um capacitor de placas planas e paralelas, com vácuo entre as placas, tem capacitância C . Nele introduz-se um dielétrico de constante $K = 15$, aumenta-se a área de cada placa de 140% e diminui-se 50% a distância entre as placas. A nova capacitância é C' . Determine $\frac{C'}{C}$.
 (Observação dos autores: admita que a constante K seja ϵ_r : permissividade relativa.)

45. (OPF-SP) A célula básica do sistema nervoso é o neurônio. A superfície de sua membrana tem constante dielétrica igual a 5, espessura $1,0 \cdot 10^{-8}$ m e é carregada positivamente. Sua parte interna é carregada negativamente. Assim a membrana comporta-se como um capacitor. Imaginando que a membrana possa ser entendida como um capacitor de placas planas e paralelas de área $5,0 \cdot 10^{-6}$ m², qual é sua capacitância? Dado: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ unidades do SI.

- a) $0,44 \cdot 10^{-8}$ F d) $1,1 \cdot 10^{-8}$ F
 b) $2,2 \cdot 10^{-8}$ F e) n.d.a.
 c) $0,88 \cdot 10^{-8}$ F

46. (UE-CE) Três capacitores idênticos, de placas paralelas, estão ligados em paralelo. Cada um deles tem armaduras de área A , com espaçamento d entre elas. Construiu-se um capacitor equivalente de área A . Dentre as alternativas abaixo, assinale aquela que contém a correta distância entre as placas desse capacitor equivalente.



- a) $\frac{d}{3}$ b) $3d$ c) $\frac{3d}{2}$ d) $\frac{2d}{3}$ e) d

10. O capacitor esférico

Como já dissemos no início do capítulo, o capacitor esférico é constituído de duas cascas esféricas concêntricas, entre as quais há um isolante que pode ser o vácuo ou um meio material.

Ligando-se o capacitor a uma bateria, ocorre indução total entre suas esferas, e estas eletrizam-se uniformemente. É o único caso em que a distribuição de cargas em capacitores é rigorosamente uniforme e a indução é total. Suas armaduras adquirem cargas do mesmo valor absoluto Q e sinais contrários.

Campo elétrico entre as duas cascas

Como vimos no capítulo 13, a armadura externa (B) não cria campo elétrico no seu interior, mas a armadura interna (A) cria um campo entre elas:

$$E_{\text{int}} = K \frac{|Q_A|}{d^2} \text{ ou, simplesmente: } E = K \frac{Q}{d^2}$$

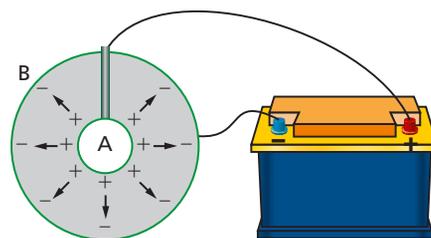


Figura 18. Carga de um capacitor esférico.

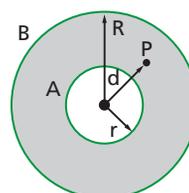


Figura 19. O campo elétrico fica entre as duas cascas esféricas.

onde d é a distância entre o centro das esferas e um ponto P situado entre as armaduras ($r < d < R$).

A constante eletrostática K pode ser escrita em função da permissividade relativa do isolante:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0}$$

Tensão elétrica entre as duas armaduras

A tensão entre armaduras é a tensão no capacitor, a qual obedece à equação de carga:

$$Q = C \cdot U \Rightarrow U = \frac{Q}{C}$$

Conforme já demonstramos no capítulo 13, o potencial resultante em cada esfera vale:

$$V_A = K \frac{Q_A}{r} + K \frac{Q_B}{R} \qquad V_B = K \frac{Q_A}{R} + K \frac{Q_B}{R}$$

A ddp entre A e B vale:

$$U = V_A - V_B$$

$$U = \left(K \frac{Q_A}{r} + K \frac{Q_B}{R} \right) - \left(K \frac{Q_A}{R} + K \frac{Q_B}{R} \right)$$

Logo:

$$U = K \frac{Q_A}{r} - K \frac{Q_A}{R}$$

Sendo $Q_A = +Q$, vem:

$$U = K \frac{Q}{r} - K \frac{Q}{R} \quad \text{ou} \quad U = KQ \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$$

Capacitância do capacitor esférico

Por definição, a capacitância do capacitor vale:

$$C = \frac{Q}{U}$$

Substituindo a ddp pela expressão anteriormente obtida:

$$C = \frac{Q}{KQ \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)} \Rightarrow C = \frac{1}{K} \cdot \frac{rR}{R-r}$$

Lembrando que $K = \frac{1}{4\pi\epsilon}$, podemos escrever:

$$C = 4\pi\epsilon \frac{rR}{R-r}$$

e, como já havíamos dito no início do capítulo, observamos que a capacitância depende apenas do dielétrico entre as armaduras e da "geometria" do capacitor, isto é, das dimensões e da posição relativa das armaduras.

Se chamarmos a capacitância do condensador esférico de C_0 , quando ele for a vácuo, e de C , quando o meio isolante for material, teremos, novamente:

$$C = \epsilon_r \cdot C_0$$

Exercícios de Aplicação

47. Calcule a capacitância de um capacitor esférico que apresenta armadura menor de raio 4,5 mm e maior de raio 9,0 mm. O meio isolante é o vácuo.

Resolução:

A capacitância é dada por:

$$C = \frac{1}{K_0} \cdot \frac{r \cdot R}{R - r}$$

Sendo:

$$r = 4,5 \text{ mm} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ m};$$

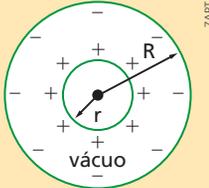
$$R = 9,0 \text{ mm} = 9,0 \cdot 10^{-3} \text{ m};$$

$$K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ unidades SI}$$

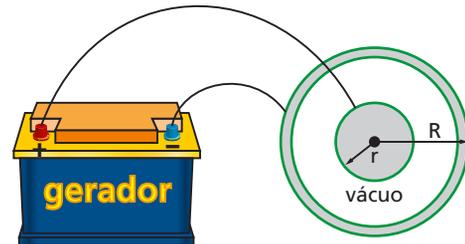
temos:

$$C = \frac{1}{9,0 \cdot 10^9} \cdot \frac{4,5 \cdot 10^{-3} \cdot 9,0 \cdot 10^{-3}}{(9,0 \cdot 10^{-3} - 4,5 \cdot 10^{-3})}$$

$$C = 1,0 \cdot 10^{-12} \text{ F} \text{ ou } C = 1,0 \text{ pF}$$



48. Um capacitor esférico a vácuo é constituído por uma esfera metálica maciça, fixa e isolada, de raio $r = 9,0 \text{ mm}$, concêntrica com outra esfera metálica oca de raio interno $R = 10 \text{ mm}$. O condensador está alimentado pelo gerador que lhe fornece uma ddp de $2,0 \cdot 10^3 \text{ V}$.



- a) Calcule a capacidade eletrostática do capacitor.
b) Calcule sua carga.

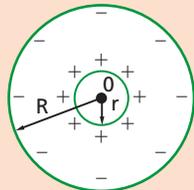
Exercícios de Reforço

49. Um capacitor esférico é constituído de duas esferas concêntricas, de raios 8,3 cm e 8,1 cm, sendo o dielétrico o vácuo. Adote $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ unidades SI. A capacidade deste capacitor é:

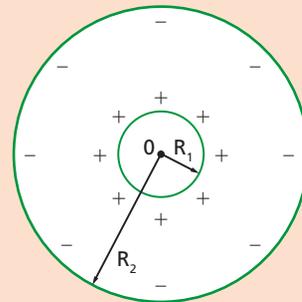
- a) 374 pF c) 128 nF e) n.d.a.
b) 128 pF d) 374 nF

50. As armaduras do capacitor da figura têm raios respectivamente iguais a $r = 9,0 \text{ cm}$ e $R = 12 \text{ cm}$. O meio isolante é o vácuo, e sua carga elétrica é $4,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$. Calcule a ddp entre as armaduras.

Adote $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ unidades SI.



51. O capacitor da figura tem carga $Q = 8,0 \text{ pF}$ e como dielétrico o papel, cuja constante dielétrica é igual a 4,0. Calcule a ddp entre as armaduras do capacitor, sabendo que $R_1 = 0,09 \text{ m}$ e $R_2 = 0,15 \text{ m}$. Adote $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ unidade SI.



11. Dielétricos

Denominamos **dielétrico** uma substância que não conduz a corrente elétrica, como, por exemplo, papel, mica, cerâmica.

Entre as placas de um capacitor plano vamos introduzir um dielétrico e estudar o que ocorre. Inicialmente o nosso capacitor é a vácuo (fig. 20a) e sua capacitância é C_0 . Introduzindo o dielétrico entre as placas (fig. 20b), a capacitância aumenta. Vamos aceitar esse fato como resultado experimental. O novo valor da capacitância passa a ser C . Verifica-se que:

$$C = k \cdot C_0$$



(a) Capacitor a vácuo.



(b) Capacitor com um dielétrico.

Figura 20.

Colocando-se um dielétrico de permissividade relativa k entre as armaduras de um capacitor, a capacitância deste aumenta k vezes.

Vamos comprovar matematicamente esse fato.

A capacitância do condensador a vácuo é C_0 , sendo ϵ_0 a permissividade absoluta do vácuo:

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d} \quad (13)$$

A capacitância do condensador com um dielétrico é C , sendo ϵ a capacitância desse dielétrico:

$$C = \frac{\epsilon \cdot A}{d}$$

Ocorre que a permissividade absoluta de um meio ϵ é k vezes maior que a permissividade absoluta do vácuo ϵ_0 :

$$\epsilon = k \cdot \epsilon_0 \quad (\text{em que } k \text{ é a constante dielétrica})$$

Então, a capacitância C fica:

$$C = \frac{k \cdot \epsilon_0 \cdot A}{d} \quad (14)$$

Comparando as equações (14) e (13):

$$\frac{C}{C_0} = \frac{\frac{k \cdot \epsilon_0 \cdot A}{d}}{\frac{\epsilon_0 \cdot A}{d}} \Rightarrow C = k \cdot C_0$$

| Dielétrico | k |
|-------------|-----|
| polietileno | 2,3 |
| papel | 3,5 |
| mica | 5,4 |
| cerâmica | 5,5 |
| porcelana | 6,5 |

Justifica-se assim o resultado experimental do aumento da capacitância ao se introduzir um dielétrico entre as armaduras do capacitor a vácuo.

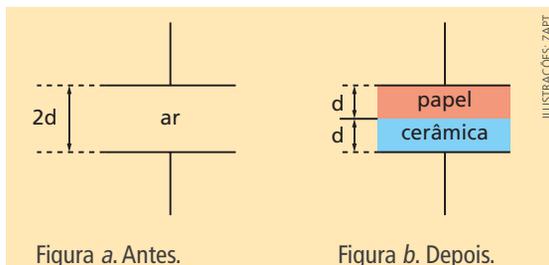
No cotidiano, é comum aumentar-se a capacitância do capacitor introduzindo um dielétrico entre as armaduras, sendo muito frequente o uso do polietileno.

Exercícios de Aplicação

52. Um capacitor plano a ar tem capacitância C . Se ele for preenchido com porcelana ($k = 6,5$), a sua capacitância será:

- a) $\frac{C}{6,5}$ c) $C(1 + 0,065)$
 b) $6,5C$ d) $C + 6,5$

53. Um capacitor plano a ar tem capacitância C e suas placas estão afastadas em uma distância $2d$. Preenchendo-se metade do espaço com papel ($k_1 = 3,5$) e a outra metade com cerâmica ($k_2 = 5,5$) como mostra a figura *b*, determine a nova capacitância.



Resolução:

Tudo se passa como se tivéssemos em série dois capacitores: um de papel (C_1) e outro de cerâmica (C_2).

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{2d}; C_1 = \frac{3,5 \cdot \epsilon_0 \cdot A}{d}; C_2 = \frac{5,5 \cdot \epsilon_0 \cdot A}{d}$$

Temos, então: $C_1 = 7,0C$ e $C_2 = 11,0C$

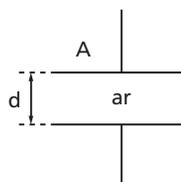
Em série:

$$C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \Rightarrow C_{eq} = \frac{(7,0C) \cdot (11,0C)}{(7,0C + 11,0C)} \Rightarrow$$

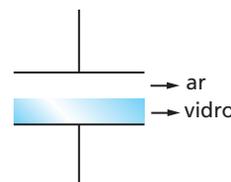
$$\Rightarrow C_{eq} = \frac{77,0C}{18}$$

54. (ITA-SP) A figura mostra um capacitor de placas paralelas de área A separadas pela distância d . Inicialmente o dielétrico entre as placas é o ar

e a carga máxima suportada é Q_i . Para que esse capacitor suporte uma carga máxima Q_f , foi introduzida uma placa de vidro de constante dielétrica k e espessura $\frac{d}{2}$. Sendo mantida a diferença de potencial entre as placas, calcule a razão entre as cargas Q_i e Q_f .



Configuração inicial.



Configuração final.

ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

12 Carga e descarga do capacitor

Para carregar eletricamente o capacitor, devemos ligá-lo a uma fonte de tensão. Vamos usar o circuito mostrado na figura 21. Posicionando-se a chave Ch na posição 1, o capacitor ficará conectado com a fonte e se carregará. Para descarregá-lo, basta passar a chave Ch para a posição 2, e o capacitor se descarregará através do resistor R .

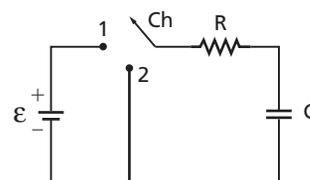


Figura 21. Circuito básico para carga e descarga do capacitor.

Carregando o capacitor

O capacitor está inicialmente descarregado, ou seja, sem nenhuma carga elétrica em suas placas.

No instante $t = 0$ a chave Ch é fechada na posição 1. Estabelece-se um fluxo de cargas no circuito: elétrons saem do polo negativo do gerador dirigindo-se para a placa inferior do capacitor; ao mesmo tempo elétrons deixam a placa superior do capacitor indo para o polo positivo do gerador.

- Para o capacitor, tudo se passa como se ele recebesse cargas positivas na placa superior e negativas na inferior. Ocorre a indução total (fig. 22).
- Para o circuito há uma corrente elétrica enquanto o capacitor se carrega. Dá-se a essa corrente o nome de **corrente transitória**.

No instante $t = 0$, quando se ligou a chave, a corrente no circuito tem máxima intensidade: I_0 . O capacitor, ainda sem carga, tem ddp nula, e toda a tensão elétrica do gerador fica aplicada no resistor R . Tudo se passa, do ponto de vista do circuito, como se o capacitor fosse um fio e deixasse passar toda a corrente elétrica por ele.

A corrente inicial, para $t = 0$, se calcula por:

$$\mathcal{E} = R \cdot I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R} \quad (15)$$

À medida que o capacitor vai se carregando, começa a aparecer nele uma ddp e, conseqüentemente, diminui a ddp em R . Isso faz diminuir a intensidade da corrente transitória, a qual vai tendendo a zero, como mostram os gráficos da figura 23.

Quando o capacitor atinge sua plena carga, cessa a corrente, e a ddp em R cai a zero. Conseqüentemente a tensão no capacitor torna-se igual à tensão \mathcal{E} do gerador. A carga adquirida pelo capacitor é:

$$Q = C \cdot \mathcal{E} \quad (16)$$

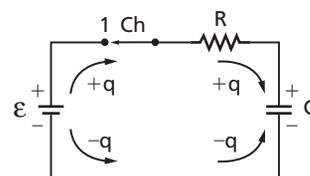


Figura 22. Representação da corrente transitória enquanto o capacitor se carrega.

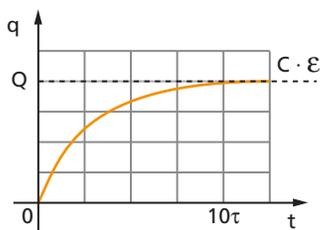
Na prática o processo de carregamento do capacitor demora um tempo T que depende dos valores de R e de C . Nos capacitores eletrônicos, geralmente, dura alguns centésimos de segundos.

Usando-se cálculo diferencial é possível se demonstrar que a carga elétrica do capacitor cresce exponencialmente com o tempo (fig. 23a). Ela obedece a uma função exponencial do tipo:

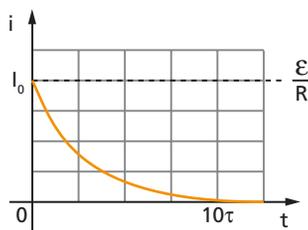
$$q = C \cdot \mathcal{E} \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad (17)$$

O número e que aparece na equação (17) é a base dos logaritmos neperianos, sendo: $e \cong 2,71$. Não deve ser confundido com a carga elementar.

Ao mesmo tempo a corrente transitória obedece a uma função decrescente (fig. 23b).



(a) Gráfico da equação (17): a carga em função do tempo.



(b) Gráfico da intensidade da corrente em função do tempo.

Figura 23. Gráficos da carga do capacitor.

A constante de tempo

O produto $R \cdot C$ que aparece na equação exponencial (17) denomina-se **constante de tempo capacitiva** e se indica pela letra grega τ (tau). Esse produto tem a dimensão de tempo, pois o expoente de uma equação exponencial deve ser um adimensional, ou seja: $\left(\frac{t}{R \cdot C} \right)$ é um adimensional.

Na equação (17), se substituirmos t por RC , teremos:

$$q = C \cdot \mathcal{E} \left(1 - e^{-\frac{RC}{RC}} \right) = C \cdot \mathcal{E} (1 - e^{-1}) = C \cdot \mathcal{E} (1 - 2,71^{-1})$$

$$q = 0,63C \cdot \mathcal{E} \quad \text{ou} \quad 63\% \text{ da carga total}$$

Interpretando o resultado: decorrido um tempo de carga igual a τ , o capacitor atingiu apenas 63% de sua carga plena. Decorrido um tempo igual a 2τ , a carga do capacitor será 86% da carga total. Estima-se o tempo total de carga em $T = 10\tau$.

Descarregando um capacitor

Voltemos ao circuito da figura 21. Estando o capacitor carregado, vamos mudar a chave Ch da posição 1 para a posição 2. O capacitor se descarrega através do resistor R . No entanto, o processo não é instantâneo. Como variam a carga elétrica e a corrente transitória em função do tempo?

Vamos mudar a chave no instante $t = 0$. Estando o capacitor carregado, ele não permitirá a passagem de corrente através de seu dielétrico (isolante), mas descarregará sua carga pelo circuito externo, do seguinte modo: elétrons deixarão a placa negativa, fluirão para a placa positiva, passando por R . Essa corrente transitória terá a duração de um tempo T e não será constante. Vai decrescer com o tempo. Seu valor inicial será I_0 , dado por:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

A partir do instante $t = 0$, a carga no capacitor, a ddp entre suas placas e a intensidade de corrente diminuirão com o tempo, até se anularem completamente no instante T , estimado em $10RC$.

Através de cálculo superior é possível demonstrar que a carga no capacitor obedece a uma função exponencial dada por:

$$q = Q \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (18) \quad (\text{sendo } Q \text{ a carga inicial do capacitor})$$

Omitiremos aqui a equação exponencial da corrente, mas mostramos o gráfico de sua função (fig. 24).

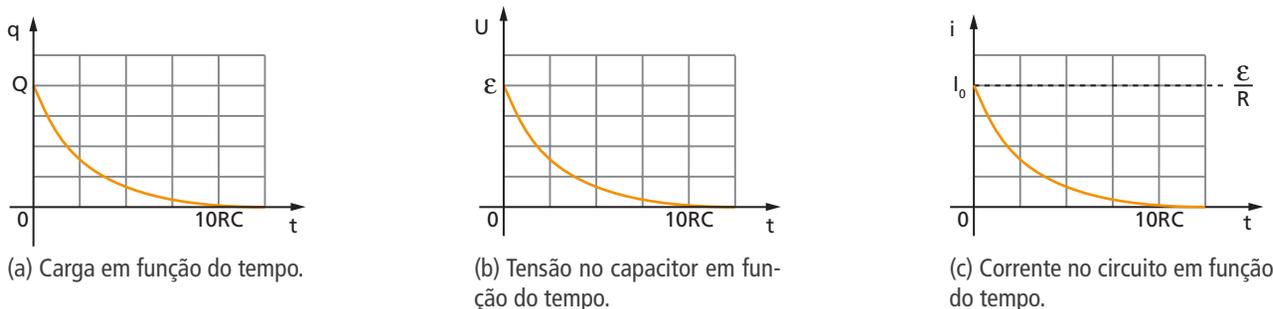


Figura 24. Gráficos da descarga do capacitor.

Veremos adiante, nos exercícios, que o capacitor poderá ser carregado e descarregado em outros circuitos. Evidentemente mudará a constante de tempo τ para cada um deles.

O capacitor num circuito elétrico qualquer

Vamos inserir um capacitor num circuito qualquer e estudar apenas os casos em que o capacitor já está devidamente carregado. Como vimos, pelo seu dielétrico (isolante) não passa corrente.

Um capacitor carregado se comporta como um fio interrompido quando a fonte é de corrente contínua.

Circuito RC paralelo

Considere o circuito da figura 25 com o capacitor paralelo com o resistor.

A corrente elétrica do circuito passa integralmente pelo resistor R , mas não passa pelo capacitor C .

Entre A e B temos uma ddp U dada por:

$$U = R \cdot i$$

Como o capacitor está ligado aos pontos A e B , entre seus terminais a ddp também é igual a U .

A sua carga elétrica vale:

$$Q = C \cdot U$$

A energia potencial elétrica armazenada no capacitor se calcula por:

$$E_p = \frac{Q \cdot U}{2} \quad \text{ou} \quad E_p = \frac{C \cdot U^2}{2}$$

A polaridade do capacitor pode ser identificada pelo sentido da corrente elétrica em R (fig. 26).

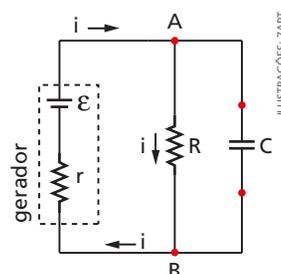


Figura 25. Capacitor em paralelo com um resistor.

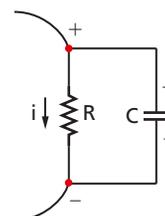


Figura 26. A corrente passa pelo resistor.

Exemplo 8

No circuito da figura 27, $R_1 = 2,0 \Omega$, $R_2 = 3,0 \Omega$, $C = 2,0 \text{ pF}$ e o gerador ideal fornece uma tensão constante de 20 V. Vamos determinar a carga elétrica adquirida pelo capacitor.

Conforme vimos, o capacitor, por causa do dielétrico, não permite a passagem de corrente no ramo em que ele se encontra, exercendo, assim, o papel de uma chave aberta.

Pelos resistores passa uma corrente elétrica dada por:

$$U = (R_1 + R_2) \cdot i \Rightarrow 20 = (2,0 + 3,0) \cdot i \Rightarrow 20 = 5,0 \cdot i \Rightarrow i = 4,0 \text{ A}$$

Na figura 28, indica-se a polaridade do capacitor. Ela depende do sentido da corrente em R_2 , que vai do potencial maior para o menor. Lembre-se de que no capacitor não passa corrente elétrica.

A ddp no capacitor é a mesma de R_2 , pois eles estão em paralelo.

$$U = U_{\text{cap}} = U_{R_2} \Rightarrow U = R_2 \cdot i = 3,0 \cdot 4,0 \Rightarrow U = 12 \text{ V}$$

A carga no capacitor é dada por:

$$Q = C \cdot U = (2,0 \text{ pF}) \cdot (12 \text{ V}) \Rightarrow Q = 24 \text{ pC}$$

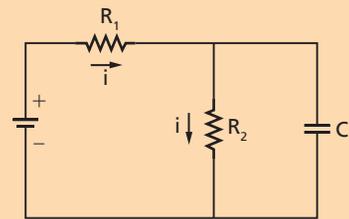


Figura 27.

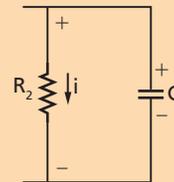


Figura 28.

Exercícios de Aplicação

55. No circuito elétrico da figura a, o capacitor possui uma capacitância $C = 2,0 \mu\text{F}$.

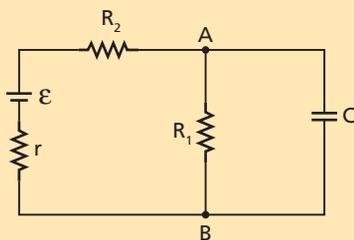


Figura a.

- Indique o percurso da corrente elétrica e justifique.
- Calcule a intensidade da corrente e a ddp entre A e B.
- Calcule a carga elétrica armazenada no capacitor.

Para os itens a e b, use os seguintes dados: $R_1 = 3,0$; $R_2 = 4,0 \Omega$; $r = 1,0 \Omega$; $\mathcal{E} = 16 \text{ V}$.

Resolução:

- A corrente elétrica, gerada pelo gerador (\mathcal{E} , r), passará por R_2 , por R_1 e voltará ao gerador, fechando assim o circuito elétrico. Não passará corrente no capacitor C , pois ele possui um isolante entre as armaduras.

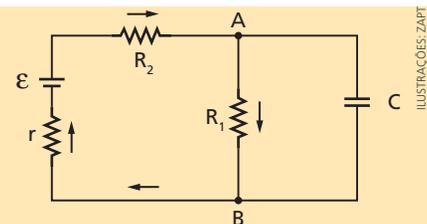


Figura b. O sentido da corrente.

- A intensidade da corrente se calcula pela Lei de Ohm.

$$i = \frac{\mathcal{E}}{\Sigma R} = \frac{16}{1,0 + 3,0 + 4,0} = \frac{16 \text{ V}}{8,0 \Omega} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i = 2,0 \text{ A}$$

A ddp entre A e B é dada por:

$$U = R_1 \cdot i \Rightarrow U = 3,0 \cdot 2,0 \text{ (V)} \Rightarrow U = 6,0 \text{ V}$$

- O capacitor não é percorrido por corrente elétrica, mas se polariza e fica sob a mesma ddp que R_1 , pois ambos estão em paralelo.

Sua carga é dada por:

$$Q = C \cdot U \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = (2,0 \cdot 10^{-6}) \cdot 6,0 \text{ (C)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = 12 \cdot 10^{-6} \text{ C} \text{ ou } Q = 12 \mu\text{C}$$

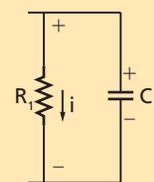
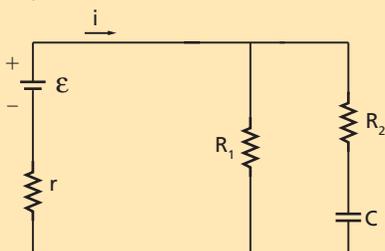


Figura c.

ILUSTRAÇÕES: ZAPF

56. No circuito elétrico da figura temos um gerador, um resistor R_1 e um capacitor em série com um resistor R_2 . A corrente elétrica fornecida pelo gerador não passa pelo capacitor, pois entre suas duas armaduras existe um material isolante. Assim, toda corrente gerada circula entre o resistor R_1 e o gerador. No entanto, o capacitor fica polarizado e se carrega. São dados os seguintes valores: $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$; $r = 2,0 \ \Omega$; $R_1 = 4,0 \ \Omega$; $R_2 = 2,2 \ \Omega$; $C = 3,0 \ \mu\text{F}$.



Determine:

- a intensidade de corrente elétrica que circula entre o gerador e os resistores;
- a tensão elétrica nos terminais do gerador;
- a carga armazenada pelo capacitor.

Resolução:

- Para o cálculo dessa corrente levamos em conta apenas o resistor $R_1 = 4,0 \ \Omega$ e a resistência interna do gerador $r = 2,0 \ \Omega$. A corrente se calcula do seguinte modo:

$$\mathcal{E} = r \cdot i + R_1 \cdot i \Rightarrow 12 = 2,0 \cdot i + 4,0 \cdot i \Rightarrow 12 = 6,0 \cdot i \Rightarrow i = 2,0 \text{ A}$$

- Usando a equação do gerador:

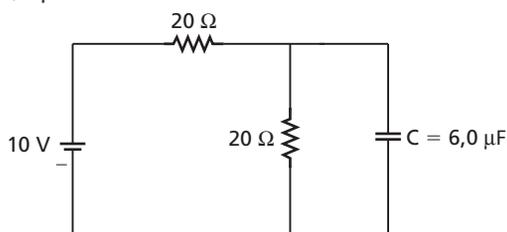
$$U = \mathcal{E} - r \cdot i \Rightarrow U = 12 - 2,0 \cdot 2,0 \Rightarrow U = 8,0 \text{ V}$$

- No ramo do capacitor não passa corrente e a tensão em R_2 é nula. Assim, tudo se passa como se o capacitor estivesse em paralelo com o gerador e, portanto, sob tensão de 8,0 V.

A carga no capacitor é dada por:

$$Q = C \cdot U \Rightarrow Q = (3,0 \ \mu\text{F}) \cdot (8,0 \text{ V}) \Rightarrow Q = 24 \ \mu\text{C}$$

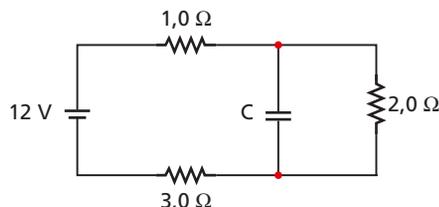
57. No circuito da figura o gerador ideal tem fem igual a 10 V e o capacitor tem capacitância 6,0 μF .



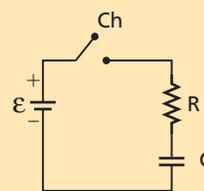
Determine:

- a carga elétrica armazenada no capacitor;
- a energia elétrica armazenada no capacitor.

58. (UF-CE) No circuito visto na figura, a bateria é ideal e o capacitor C tem capacitância igual a 7,0 μF . Determine a carga do capacitor C .



59. A chave Ch do circuito elétrico é fechada no instante $t = 0$, fazendo com que o capacitor de capacitância $C = 15 \ \mu\text{F}$ comece a carregar. O gerador é ideal e a resistência do resistor é $R = 20 \ \Omega$. A fem do gerador é $\mathcal{E} = 100 \text{ V}$.



Determine:

- no instante $t = 0$, a intensidade da corrente inicial I_0 e a tensão em R ;
- após um "tempo infinito", a carga no capacitor e a corrente em R .

Resolução:

- No instante $t = 0$, o capacitor comporta-se como um fio, e a corrente inicial é:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow I_0 = \frac{100 \text{ V}}{20 \ \Omega} \Rightarrow I_0 = 5,0 \text{ A}$$

A tensão em R é $U = \mathcal{E} = 100 \text{ V}$

- A carga final do capacitor é:

$$Q = C \cdot U = C \cdot \mathcal{E}$$

$$Q = (15 \ \mu\text{F}) \cdot (100 \text{ V}) \Rightarrow Q = 1500 \ \mu\text{C}$$

No circuito não passa mais corrente, pois o capacitor carregado comporta-se como fio partido.

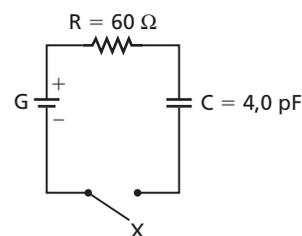
60. No circuito da figura temos os seguintes elementos:

X: chave interruptora

G: gerador ideal de fem $\mathcal{E} = 120 \text{ V}$

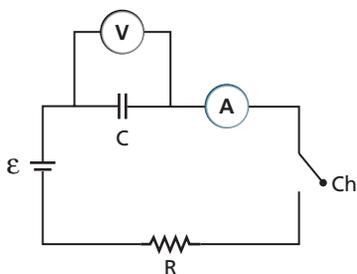
R: resistor ôhmico

C: capacitor de capacitância 4,0 pF, inicialmente descarregado



- a) No instante $t = 0$ a chave é fechada. Determine a carga inicial e a tensão inicial no capacitor, bem como a intensidade inicial da corrente.
- b) Após um “tempo infinito”, determine a intensidade da corrente e a carga do capacitor.
- c) Esboce a curva de carga do capacitor em função do tempo: $Q = f(t)$. Indique os valores inicial e final da carga.

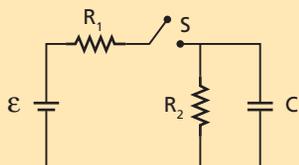
- 61.** Considere o circuito elétrico da figura, em que o amperímetro e o voltímetro são ideais. A chave Ch é fechada no instante $t = 0$, estando o capacitor descarregado.



Indique a correta:

- a) No instante $t = 0$, o voltímetro indica $U = \mathcal{E}$.
- b) No instante $t = 0$, o amperímetro indica $i = 0$.
- c) Num instante t qualquer a carga no capacitor é $Q = C \cdot \mathcal{E}$.
- d) Para um valor “infinito” de t , o voltímetro indica $U = \mathcal{E}$.
- e) Para um valor “infinito” de t , o amperímetro indica $i = \frac{\mathcal{E}}{R}$.

- 62.** No circuito da figura o capacitor C está inicialmente descarregado e a chave S está aberta. São dados: $\mathcal{E} = 12 \text{ kV}$; $R_1 = 60 \Omega$; $C = 3,5 \mu\text{F}$; $R_2 = 60 \Omega$. No instante $t = 0$ a chave S é fechada.



Determine, com a chave S fechada:

- a) para $t = 0$, a carga q_0 do capacitor e a sua ddp U_0 ;
- b) para $t = 0$, a intensidade inicial I_0 da corrente no gerador, bem como a intensidade I_{01} e I_{02} em R_1 e R_2 ;
- c) para $t \rightarrow \infty$, a ddp em R_1 e R_2 , bem como a corrente no gerador;
- d) para $t \rightarrow \infty$, a carga máxima do capacitor.

Resolução:

- a) Para $t = 0$, o capacitor está iniciando o processo de carregamento de carga elétrica e ainda se comporta como um V_{fio} . Portanto o resistor R_2 está em curto-circuito.

Temos: $q_0 = 0$

b) $I_0(R_1 + R_2) = \mathcal{E}$

Mas $R_2 = 0$ (curto-circuito), e a corrente é nula.

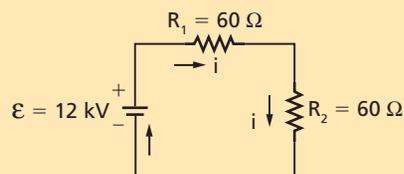
$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_1} \Rightarrow I_0 = \frac{12 \cdot 10^3 \text{ V}}{60 \Omega} \Rightarrow I_0 = 200 \text{ A}$$

ou $I_0 = 2,0 \cdot 10^2 \text{ A}$ (corrente em R_1 e no gerador)

Logo: $I_0 = I_{01} = 200 \text{ A}$ e $I_{02} = 0$

- c) Para $t \rightarrow \infty$, o capacitor está com plena carga e comporta-se como um fio partido (por ali, não passa corrente).

Temos a seguinte situação, sem o capacitor:



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

$$i(R_1 + R_2) = \mathcal{E} \Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} \Rightarrow i = \frac{12 \cdot 10^3 \text{ V}}{120 \Omega} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i = 100 \text{ A} \text{ ou } i = 1,0 \cdot 10^2 \text{ A}$$

$$U_1 = R_1 \cdot i \Rightarrow U_1 = 60 \cdot 1,0 \cdot 10^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_1 = 6,0 \cdot 10^3 \text{ V ou } U_1 = 6,0 \text{ kV}$$

Analogamente, temos: $U_2 = 6,0 \text{ kV}$

- d) O capacitor está em paralelo com R_2 e tem a mesma ddp que este resistor.

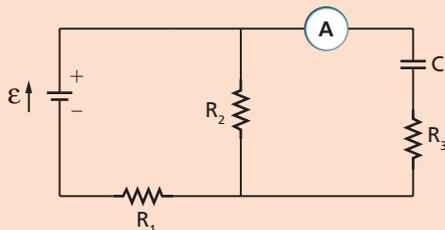
$$U = U_{\text{cap}} = U_2 = 6,0 \text{ kV}$$

$$Q_2 = C \cdot U$$

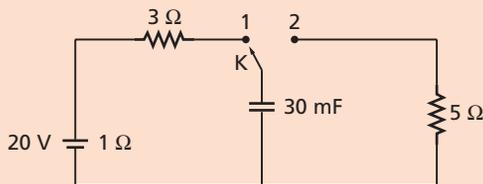
$$Q_2 = (3,5 \mu\text{F}) \cdot 6,0 \text{ kV} \Rightarrow Q_2 = 350 \text{ mC}$$

Exercícios de Reforço

63. (UnB-DF) Um amperímetro é introduzido no ramo do circuito a seguir, contendo o capacitor C . Estando o sistema em regime estacionário, ache o valor da corrente indicada pelo amperímetro, considerando: $\mathcal{E} = 5,0 \text{ V}$; $R_1 = 2,0 \Omega$; $R_2 = 4,0 \Omega$; $R_3 = 6,0 \Omega$ e $C = 2 \mu\text{F}$.

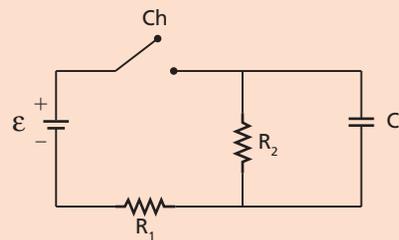


64. (Mackenzie-SP) No circuito, estando o capacitor com plena carga, levamos a chave K da posição 1 para a 2.



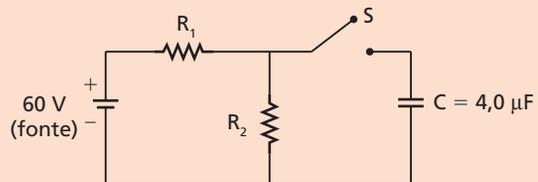
A quantidade de energia térmica liberada pelo resistor de 5Ω , após essa operação, é:

- a) 1 J c) 6 J e) 15 J
b) 3 J d) 12 J
65. Considere o circuito RC da figura, em que o capacitor está descarregado. O gerador é ideal. Temos: $R_1 = 30 \Omega$; $R_2 = 60 \Omega$; $C = 2,0 \mu\text{F}$; $\mathcal{E} = 180 \text{ V}$. No instante $t = 0$ a chave Ch é fechada.



Determine:

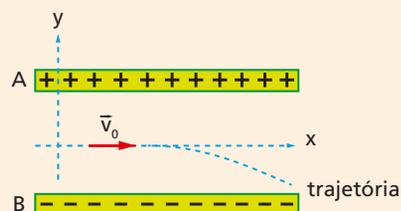
- a) para $t = 0$ a intensidade da corrente no gerador e em R_2 ;
b) para $t \rightarrow \infty$, a intensidade da corrente em R_2 e a carga do capacitor.
66. Um circuito elétrico com dois resistores idênticos, R_1 e R_2 , e um capacitor C , usando uma fonte de corrente contínua ideal, foi montado como mostra o esquema da figura. A chave S é fechada no instante $t = 0$ e, decorrido algum tempo, o capacitor se carrega e a corrente que passa em R_1 e R_2 tem intensidade $i = 1,5 \text{ mA}$.



- a) Determine a carga máxima no capacitor.
b) No instante $t = 0$, quando se fechou a chave S , o capacitor estava sem carga. Determine, nesse instante, a intensidade de corrente em R_1 e a tensão em R_2 .

Exercícios de Aprofundamento

67. (Enem-MEC) Em uma impressora a jato de tinta, pequenas gotas são ejetadas de um pulverizador em movimento. Elas passam por uma unidade eletrostática onde perdem alguns elétrons, adquirindo uma carga q e, antes da impressão, se deslocam no espaço entre as duas placas planas e paralelas, eletricamente carregadas com carga oposta, de um capacitor. Considere todas as gotas de mesmo raio r , sendo lançadas com velocidade de módulo \vec{v}_0 entre as placas, conforme a figura. No interior dessas placas, existe um campo elétrico vertical uniforme, cujo módulo é conhecido e vale E .



Considerando que a influência da gravidade seja desprezível, podemos afirmar:

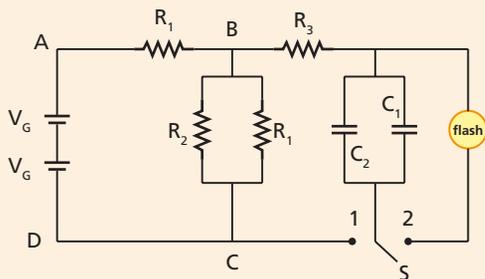
- I. A carga elétrica q de cada gota é positiva.
II. O sentido do campo elétrico é da placa A para a placa B.

- III. Na direção x , o movimento é uniforme e na direção y é uniformemente variado.
- IV. A aceleração da partícula tem a direção y e é constante.

Estão corretas as afirmativas:

- a) Apenas I, II e III. d) Apenas I e IV.
 b) Apenas II, III e IV. e) Apenas I e III.
 c) I, II, III e IV.

- 68.** (Vunesp-SP) O circuito abaixo é utilizado para disparar o *flash* de uma máquina fotográfica. Movendo a chave S para o ponto 1, fecha-se o circuito de forma a carregar os capacitores C_1 e C_2 . Quando os capacitores estão completamente carregados, a chave S é movida para o ponto 2 e toda energia armazenada nos capacitores é liberada e utilizada no disparo do *flash*.

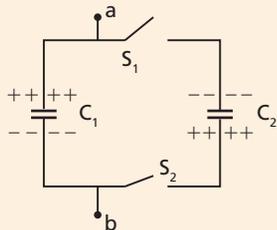


Sendo, $R_1 = 6,0 \, \Omega$, $R_2 = 3,0 \, \Omega$, $R_3 = 2,0 \, \Omega$, $C_1 = 4,0 \, \mu\text{F}$, $C_2 = 8,0 \, \mu\text{F}$ e $V_G = 1,5 \, \text{V}$, qual a energia, em microjoules, utilizada no disparo do *flash*?

- a) $\frac{27}{8}$ c) $\frac{11}{8}$ e) $\frac{5}{8}$
 b) $\frac{21}{8}$ d) $\frac{9}{8}$

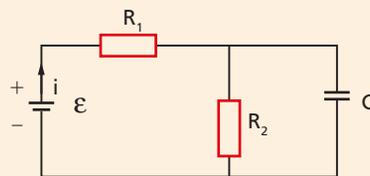
- 69.** (EU-PI) Dois capacitores de capacitâncias iguais a $C_1 = 10^{-6} \, \text{F}$ e $C_2 = 3,0 \cdot 10^{-6} \, \text{F}$ foram carregados de modo que a diferença de potencial entre as placas, em cada um deles, fosse de $100 \, \text{V}$. Depois de tal processo inicial de carregamento, C_1 e C_2 foram montados no circuito ilustrado na figura, e, então, as chaves S_1 e S_2 foram fechadas. Depois de um tempo suficientemente longo, após o fechamento de tais chaves, qual é o valor absoluto da diferença de potencial entre os pontos b e a da figura?

- a) $|V_b - V_a| = 5 \, \text{V}$
 b) $|V_b - V_a| = 25 \, \text{V}$
 c) $|V_b - V_a| = 50 \, \text{V}$
 d) $|V_b - V_a| = 100 \, \text{V}$
 e) $|V_b - V_a| = 150 \, \text{V}$

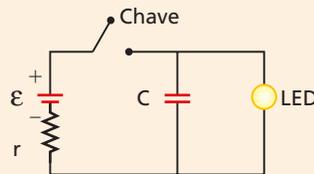


- 70.** (ITA-SP) No circuito esquematizado, considere dados \mathcal{E} , R_1 , R_2 e C . Podemos afirmar que a corrente i constante que irá circular pelo circuito e a tensão V_c no capacitor medem, respectivamente:

- a) $i = 0$; $V_c = 0$
 b) $i = \frac{\mathcal{E}}{R_1}$; $V_c = \mathcal{E}$
 c) $i = \frac{\mathcal{E}}{(R_1 + R_2)}$; $V_c = \frac{\mathcal{E} \cdot R_2}{(R_1 + R_2)}$
 d) $i = \frac{\mathcal{E}}{(R_1 + R_2)}$; $V_c = \mathcal{E}$
 e) $i = \frac{\mathcal{E}}{R_2}$; $V_c = \frac{R_1 \cdot \mathcal{E}}{R_2}$



- 71.** Com uma lâmpada de LED e um capacitor, montou-se um circuito RC-paralelo ligado a uma bateria de fem compatível com ambos.



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

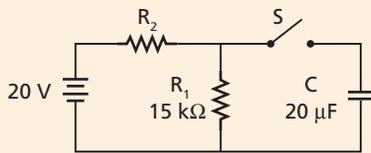
Ao se fechar a chave, o LED não se acendeu instantaneamente, demorando algum tempo para o fazer. Uma possível explicação é:

- I. O capacitor, ainda descarregado, comporta-se como um circuito aberto. Uma vez com carga, permite a corrente no LED.
- II. O capacitor, ainda sem carga, comporta-se como um curto-circuito, e a corrente não passa no LED. Uma vez com carga, a corrente passa no LED.
- III. Quando o capacitor estiver se carregando há um fluxo de elétrons da placa "inferior" para o polo negativo do gerador e um fluxo de elétrons para a placa "superior". Logo, não há corrente inicialmente no LED, pois a tensão ainda é muito baixa.
- IV. Com o capacitor completamente carregado, a ddp nele e no LED são iguais à do gerador, diferente de zero. Logo, o LED se acende e não pisca.

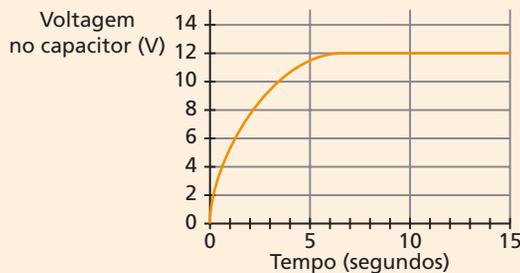
Estão corretas, apenas:

- a) I e II. c) III e IV. e) II e III.
 b) II, III e IV. d) I e III.

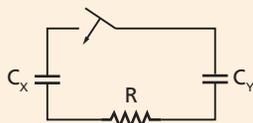
72. (OBF) Um circuito elétrico contendo dois resistores (R_1 e R_2), um capacitor C e uma chave S é conectado a uma fonte de corrente contínua de acordo com a montagem da figura abaixo.



Em $t = 0$ a chave S é fechada. O gráfico a seguir representa o comportamento da diferença de potencial no capacitor (vontagem no capacitor) como função do tempo transcorrido após a chave ser fechada ($t = 0$).



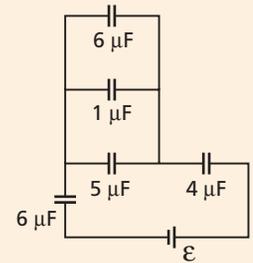
- a) Determine o valor da resistência R_2 .
 b) Qual o valor da corrente que atravessa a fonte imediatamente após a chave S ser fechada ($t = 0$)?
73. (ITA-SP) No circuito ideal da figura, inicialmente aberto, o capacitor de capacitância C_x encontra-se carregado e armazena uma energia potencial elétrica E . O capacitor de capacitância $C_y = 2C_x$ está inicialmente descarregado.



Após fechar o circuito e este alcançar um novo equilíbrio, pode-se afirmar que a soma das energias armazenadas nos capacitores é igual a:

- a) 0 b) $\frac{E}{9}$ c) $\frac{E}{3}$ d) $\frac{4E}{9}$ e) E
74. (ITA-SP) Vivemos dentro de um capacitor gigante, onde as placas são a superfície da Terra, com carga $-Q$, e a ionosfera, uma camada condutora na atmosfera, a uma altitude $h = 60$ km, carregada com carga $+Q$. Sabendo que nas proximidades do solo, junto à superfície da Terra, o módulo do campo elétrico médio é de 100 V/m e considerando $h \ll$ raio da Terra $\cong 6400$ km, determine a capacitância deste capacitor gigante e a energia elétrica armazenada. Considere $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9,0 \cdot 10^9$ Nm²/C².

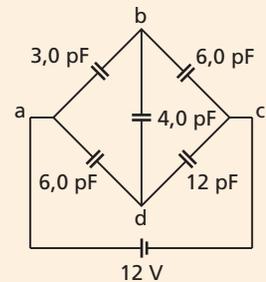
75. Na figura temos uma associação de cinco capacitores conectada a um gerador de corrente contínua de fem igual a \mathcal{E} . Todos os cinco capacitores estão carregados e o capacitor de $1 \mu\text{F}$ está armazenando uma energia elétrica igual a $18 \mu\text{J}$.



Determine:

- a) a carga do capacitor de $4 \mu\text{F}$;
 b) a força eletromotriz da fonte.

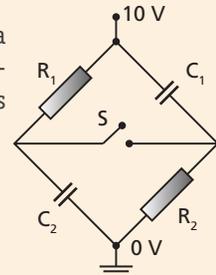
76. O circuito representa uma ponte de Wheatstone construída com capacitores. Valem regras semelhantes às de resistores. Determine:



- a) a carga acumulada no capacitor entre b e d ;
 b) a capacitância equivalente entre a e c ;
 c) a carga total acumulada na ponte.

77. (ITA-SP) O circuito da figura é composto de duas resistências, $R_1 = 1,0 \cdot 10^3 \Omega$ e $R_2 = 1,5 \cdot 10^3 \Omega$, respectivamente, e de dois capacitores, de capacitância $C_1 = 1,0 \cdot 10^{-9}$ F e $C_2 = 2,0 \cdot 10^{-9}$ F, respectivamente, além de uma chave S , inicialmente aberta.

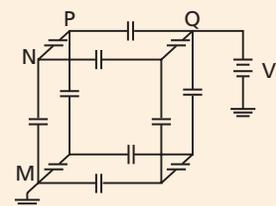
Sendo fechada a chave S , a variação da carga ΔQ no capacitor de capacitância C_1 , após determinado período, é de:



- a) $-8,0 \cdot 10^{-9}$ C
 b) $-6,0 \cdot 10^{-9}$ C
 c) $-4,0 \cdot 10^{-9}$ C
 d) $+4,0 \cdot 10^{-9}$ C
 e) $+8,0 \cdot 10^{-9}$ C

78. (ITA-SP) Uma diferença de potencial eletrostático V é estabelecida entre os pontos M e Q da rede cúbica de capacitores idênticos mostrada na figura. A diferença de potencial entre os pontos N e P é:

- a) $\frac{V}{2}$ d) $\frac{V}{5}$
 b) $\frac{V}{3}$ e) $\frac{V}{6}$
 c) $\frac{V}{4}$



O campo magnético

No século VI a.C., numa cidade grega chamada Magnésia (que hoje pertence à Turquia), foram encontradas pedras — cujo aspecto se pode observar na figura 1 — com a propriedade de atrair objetos de ferro. Essas pedras são feitas de uma substância chamada **magnetita**, que é um óxido de ferro (Fe_3O_4). Na época de seu descobrimento, essas pedras foram chamadas **magnetos** e, mais tarde, **ímãs**.



SCIENTIFIC VISUALS UNLIMITED, INC./GLOW IMAGES

Figura 1. Pedra de magnetita atraindo um clipe, um grampo e um prego.

A explicação para o fato de os ímãs não atraírem outros materiais, como, por exemplo, a madeira, será dada no capítulo 18. Por enquanto vamos apresentar algumas propriedades dos ímãs sem nos preocuparmos com o que acontece dentro deles.

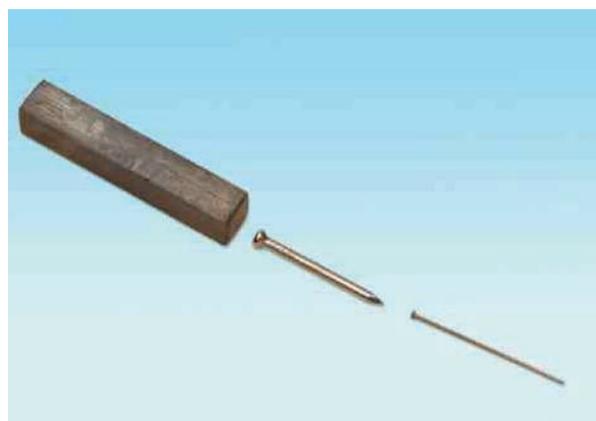
1. Algumas propriedades dos ímãs
2. O campo magnético de um ímã
3. O campo magnético da Terra

1. Algumas propriedades dos ímãs

Um fato observado com os ímãs é que eles podem transmitir a corpos de ferro que não são ímãs a capacidade de atrair objetos de ferro. Por exemplo, na figura 2a vemos um ímã que atrai um prego, o qual, por sua vez, atrai um alfinete. Porém, quando o prego é afastado do ímã (fig. 2b), não tem mais a capacidade de atrair o alfinete.



CRISTINA XAVIER



EDUARDO SANTALÉSTRA

(a) Pregão atraído por ímã atrai alfinete.

(b) Pregão afastado do ímã não atrai alfinete.

Figura 2.

Outro fato observado é que a capacidade de atração do ímã parece estar concentrada em dois pontos. Por exemplo, se aproximarmos um ímã em forma de barra de um pouco de limalha de ferro (pequenos fragmentos de ferro), perceberemos que esta se concentra próximo das extremidades do ímã (fig. 3).



CLIVE STREETER/DORLING KINDERSLEY/GETTY IMAGES

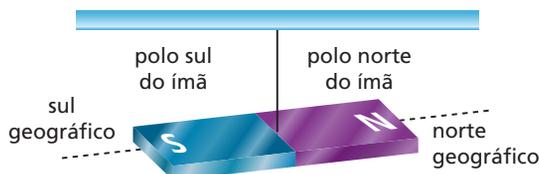
(a) Fragmentos de ferro atraídos por ímã.
Figura 3.



SCIENCEPHOTOS/ALAMY/OTHER IMAGES

(b) Fragmentos de ferro concentrados nas extremidades do ímã.

Esses pontos onde se concentra a limalha formam os chamados **polos** devido a outro fato observado: quando se suspende um ímã em forma de barra pelo seu centro (fig. 4a), de modo que possa mover-se livremente, ele se orienta aproximadamente na direção norte-sul, isto é, uma das extremidades volta-se, aproximadamente, para o polo norte geográfico, enquanto a outra extremidade volta-se, aproximadamente, para o polo sul geográfico. Assim, a extremidade que se volta para o polo norte geográfico foi chamada **polo norte do ímã**, e a extremidade que se volta para o polo sul geográfico foi chamada **polo sul do ímã**. Esse fato possibilitou a construção da bússola (fig. 4b), que é um instrumento constituído por um pequeno ímã em forma de losango muito fino, o qual pode girar com atrito desprezível em torno de um eixo.



(a) Ímã em forma de barra suspenso pelo seu centro.
Figura 4.



THINKSTOCK/GETTY IMAGES

(b) Bússola.

Nos exemplos anteriores apresentamos apenas ímãs em forma de barra, mas eles podem ter outros formatos (afinal, a pedra de magnetita tinha um formato arbitrário). Como exemplo, temos os casos da figura 5.

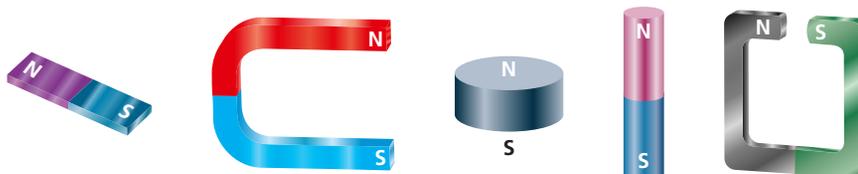
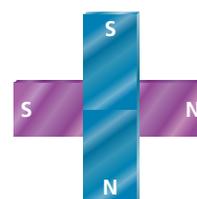


Figura 5. Alguns tipos de ímã.

De modo geral, os ímãs têm dois polos. Porém, podemos construir ímãs com mais polos. Por exemplo, podemos soldar dois ímãs em forma de barra (fig. 6) obtendo um ímã com quatro polos: dois polos norte e dois polos sul.



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Figura 6.

Forças entre ímãs

Após a identificação dos polos, percebeu-se que existem forças entre os ímãs (fig. 7), tais que:

- polos de mesmo nome se repelem;
- polos de nomes diferentes se atraem.

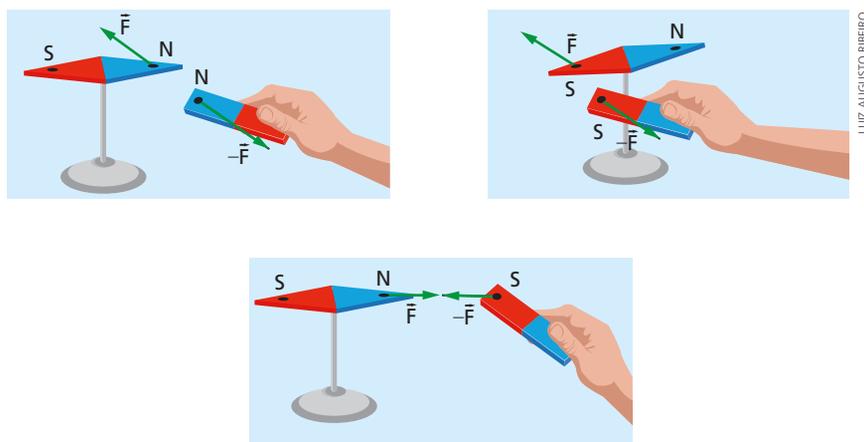


Figura 7.

Ao fazermos esse tipo de experimento, percebemos que os polos não estão exatamente nos extremos do ímã, mas sim próximos deles. Notamos também que essa força diminui com o aumento da distância: quanto maior a distância, menor a intensidade da força.

Inseparabilidade dos polos

Ao observar que os ímãs têm dois polos, os pesquisadores tiveram a ideia de quebrar o ímã para separar os polos. Porém, tiveram uma surpresa: os dois pedaços (figs. 8a e 8b) eram ímãs com dois polos cada um. Quebrando em mais pedaços, o resultado era o mesmo: cada um deles era um ímã com dois polos. Assim, tudo se passa como se o ímã fosse formado por minúsculos ímãs (fig. 8c), de modo que polos diferentes se tocam e se neutralizam em seu interior, mas não nos extremos.

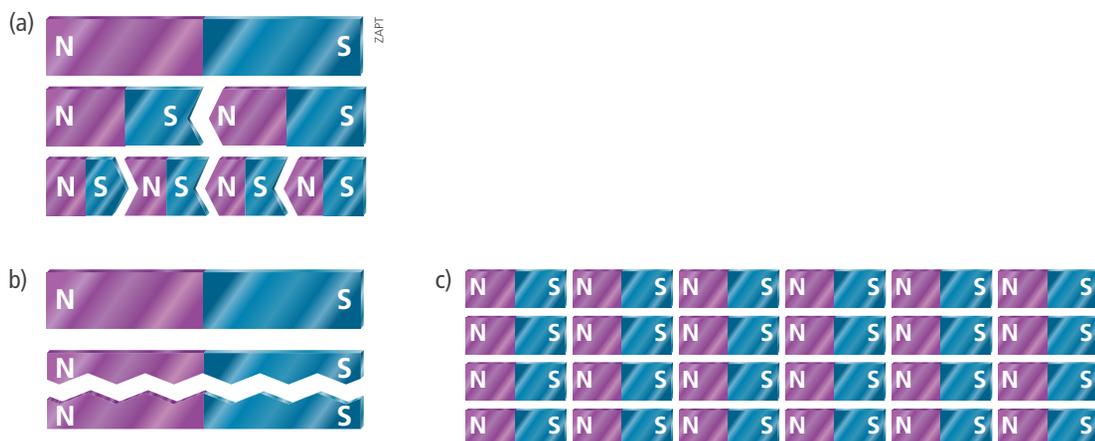


Figura 8.

2. O campo magnético de um ímã

No capítulo 10 interpretamos a interação entre duas cargas elétricas como algo direto, isto é, cada carga aplica uma força sobre a outra (fig. 9a), e essas forças são exercidas **a distância**. No capítulo 11 alteramos um pouco a interpretação, introduzindo o conceito de **campo elétrico**. Afirmamos que cada carga cria em torno de si um campo elétrico (fig. 9b) e que esse campo atua na outra carga, produzindo a força.

Com os ímãs procedemos de modo semelhante. Dizemos que cada ímã cria em torno de si um **campo magnético** e que esse campo vai atuar em outro ímã (ou um corpo de ferro qualquer) produzindo a força. Surge então um problema: como definir esse campo? Como o campo é uma grandeza vetorial, devemos apresentar as maneiras de determinar o **módulo**, a **direção** e o **sentido** do campo. Para o caso do campo elétrico conseguimos definir simultaneamente essas três características pela equação:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

Porém, no caso do campo magnético, a situação é mais complexa. Neste capítulo vamos apresentar um procedimento para determinar a direção e o sentido desse campo e, no próximo capítulo, veremos como determinar o módulo.

Direção e sentido do campo magnético

O campo magnético é representado por \vec{B} , e para determinarmos sua direção em um ponto colocamos nesse ponto uma pequena bússola. A direção de \vec{B} é, por definição, a direção em que a agulha fica em equilíbrio.

Na figura 10a apresentamos o resultado obtido ao colocarmos uma pequena bússola em diversos pontos ao redor de um ímã em forma de barra.

O polo norte da agulha é atraído pelo polo sul do ímã. Definimos, então:

O sentido de \vec{B} é o de afastamento do polo norte do ímã e de aproximação do polo sul.

O campo magnético também pode ser representado por **linhas de campo**, como fizemos para o campo elétrico. Na figura 10b apresentamos as linhas de campo correspondentes à situação da figura 10a. Elas são desenhadas de modo que, em cada ponto, \vec{B} é tangente à linha. Embora não tenhamos ainda apresentado a maneira de calcular o módulo de \vec{B} , vamos antecipar uma propriedade semelhante à que vale para o campo elétrico:

Nas regiões em que as linhas estão mais próximas, o campo é mais intenso que nas regiões em que elas estão mais afastadas.

Assim, no caso da figura 10b, o campo no ponto X é mais intenso que no ponto Y.

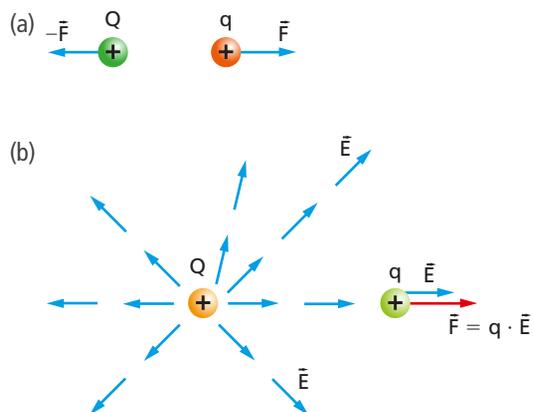
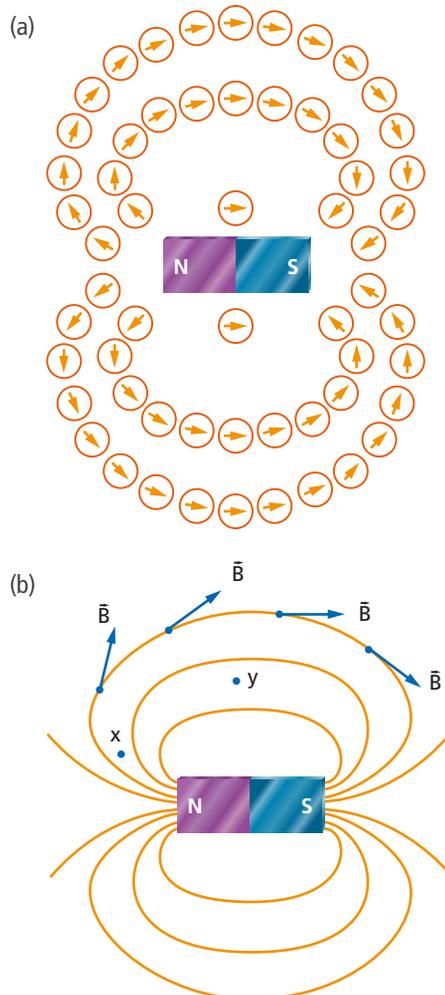


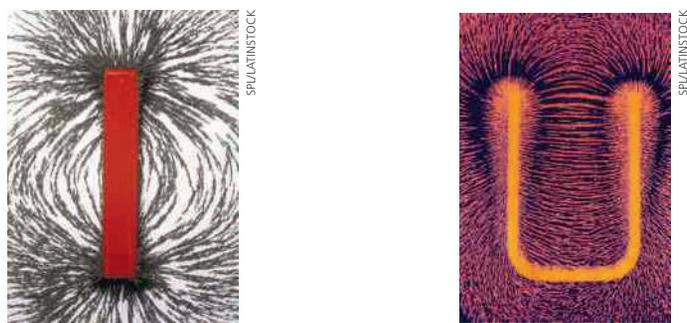
Figura 9.



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Figura 10. Campo magnético em torno de um ímã em forma de barra.

Uma maneira de verificar como são as linhas de campo em torno de um ímã é espalhar, em sua volta, limalha de ferro. Os pequenos fragmentos de ferro se orientam como se fossem pequenas bússolas. Na figura a seguir apresentamos os resultados obtidos para um ímã em forma de barra (fig. 11a) e outro em forma de U (fig. 11b).



(a) Ímã em forma de barra. (b) Ímã em forma de U.
 Figura 11.

Na figura 11b percebemos que há uma região entre os braços do U em que as linhas de campo são aproximadamente paralelas. Isso significa que, em todos os pontos dessa região, \vec{B} tem aproximadamente a mesma direção e o mesmo sentido (fig. 12).

Quando as linhas são exatamente paralelas, dizemos que o campo é **uniforme** e, nesse caso, pode-se demonstrar que, em todos os pontos dessa região, \vec{B} também tem o mesmo módulo.

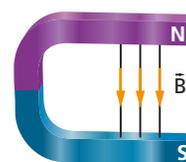


Figura 12.

Quando colocamos um ímã em forma de barra numa região em que há um campo magnético uniforme (fig. 13a), o ímã fica sujeito a um par de forças de mesma intensidade (\vec{F} e $-\vec{F}$), as quais tendem a levá-lo à posição de equilíbrio estável da figura 13b. A resultante das forças \vec{F} e $-\vec{F}$ é nula. Isso significa que o ímã não será acelerado para nenhum dos “lados”, podendo apenas girar.

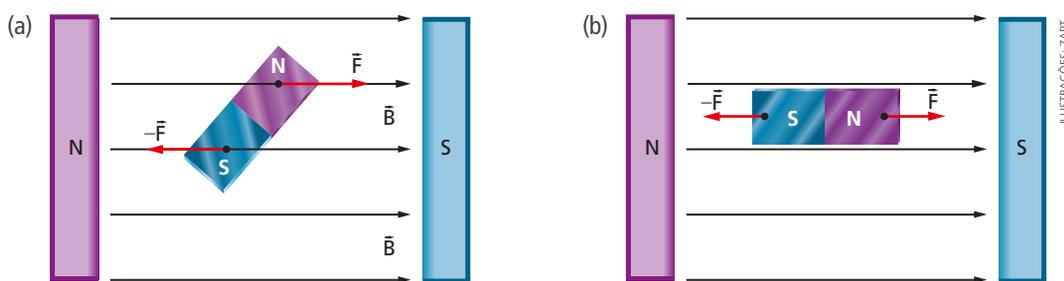


Figura 13.

Mas, se o ímã em forma de barra for submetido a um campo não uniforme (fig. 14), as forças em cada polo serão diferentes e haverá uma resultante não nula.

Ímã atraindo corpo de ferro

No capítulo 18 analisaremos o que ocorre no interior de um ímã. Porém, adiantaremos que, em todo pedaço de ferro comum que não seja ímã (fig. 15a), existem ímãs microscópicos, orientados ao acaso, em todas as direções, de modo que, macroscopicamente, seu efeito é nulo. Mas, quando um pedaço de ferro é submetido a um campo magnético (fig. 15b), este provoca o alinhamento dos ímãs microscópicos, de modo que o corpo de ferro se torna um ímã, de polaridade oposta à do ímã produtor do campo, ocasionando a atração.

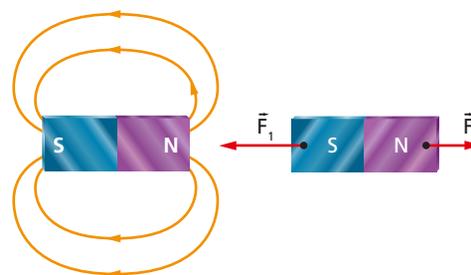


Figura 14.

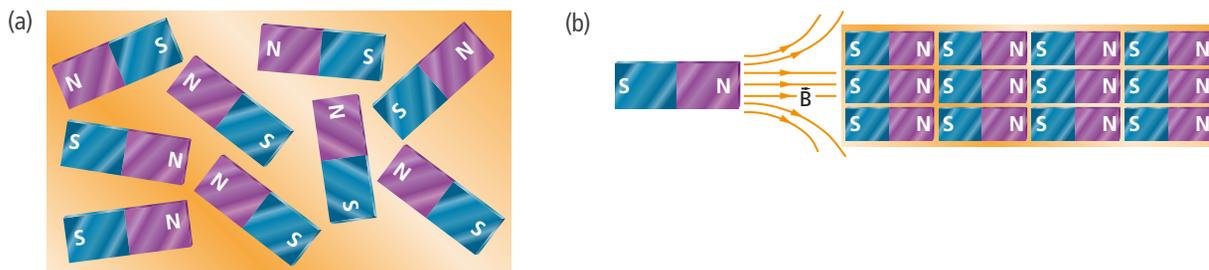


Figura 15.

Em geral, quando afastamos o ímã do pedaço de ferro comum, este perde sua magnetização. Porém, quando o campo do ímã é muito intenso, após o afastamento o pedaço de ferro pode manter uma magnetização (mais fraca do que quando estava perto do ímã).

Duplicidade de nomes

Quando se faz o estudo do magnetismo no interior dos materiais, além do campo \vec{B} , define-se outro campo, simbolizado por \vec{H} . Porém, não consideramos esse campo, pois seu estudo só é feito em cursos de nível universitário. No entanto, precisamos fornecer algumas informações básicas a esse respeito para que você entenda uma duplicidade de nomes para o campo \vec{B} .

Quando foi introduzido o conceito de campo, no século XIX, o campo \vec{H} foi considerado mais importante que o \vec{B} , e assim \vec{H} foi chamado de **campo magnético**. O campo \vec{B} foi denominado **indução magnética**, e suas linhas de campo foram chamadas **linhas de indução**.

Com o desenvolvimento da teoria do magnetismo, a situação mudou, de modo que hoje as principais equações usam o campo \vec{B} e não o \vec{H} . Por isso, atualmente a maioria dos físicos chama \vec{B} de **campo magnético**, e o campo \vec{H} é chamado **campo magnético auxiliar** ou **intensidade magnética**. Porém, por razões históricas, alguns físicos continuam chamando o campo \vec{B} de **indução magnética**; assim, nas questões de vestibulares, você encontrará os dois nomes.

Os que chamam \vec{B} de **indução magnética** chamam as linhas de campo de \vec{B} de **linhas de indução**.

3. O campo magnético da Terra

No início deste capítulo afirmamos que um ímã em forma de barra orienta-se, aproximadamente, na direção norte-sul, quando suspenso e com liberdade para girar. Isso mostra que existe um campo magnético produzido pela Terra, e as medidas desse campo nos mostram que as linhas de campo têm o aspecto apresentado na figura 16a.

Observando essa figura, percebemos que tudo se passa como se no interior da Terra houvesse um gigantesco ímã em forma de barra (fig. 16b), com uma pequena inclinação em relação ao eixo de rotação da Terra. Como o polo norte de uma bússola aponta aproximadamente para o norte geográfico, isso significa que temos um **polo sul magnético** próximo ao **polo norte geográfico** e um **polo norte magnético** próximo ao **polo sul geográfico**.

Os polos magnéticos da Terra estão cerca de 1 600 km abaixo da superfície. O polo sul magnético está atualmente sob uma região do Canadá, a 78° de latitude norte e 104° de longitude oeste. O polo norte magnético está sob a Antártida, a 65° de latitude sul e 139° de longitude leste.

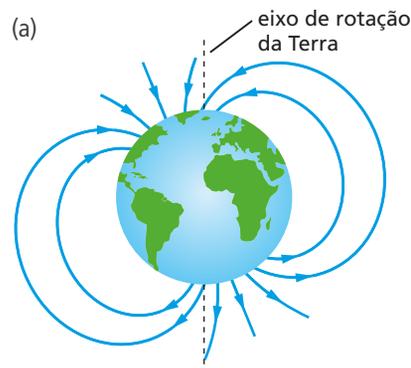


Figura 16.

ILUSTRAÇÕES: LUIZ AUGUSTO RIBEIRO

O campo magnético da Terra é semelhante ao que seria criado por um grande ímã em forma de barra, mas na realidade não há essa barra no interior da Terra, pois lá as temperaturas são muito altas. Ainda não temos uma explicação para esse campo, mas acredita-se que ele é produzido por movimentos de cargas elétricas no interior da Terra, pois, como veremos no capítulo 18, cargas elétricas em movimento também produzem campo magnético.

Hoje existem processos que permitem determinar há quanto tempo, aproximadamente, uma rocha foi formada. O estudo das rochas, dentro das quais há materiais magnetizáveis, mostra que os polos magnéticos da Terra se movem ao longo do tempo, a uma taxa média de $0,2^\circ$ por ano em torno do correspondente polo geográfico.

Observou-se também que há reversão dos polos, isto é, o polo norte magnético se transforma em polo sul magnético, e o polo sul magnético se transforma em polo norte magnético. Estima-se que nos últimos 76 milhões de anos tenha havido 170 reversões. O intervalo de tempo em que uma determinada polaridade fica inalterada não é constante, variando de 10^5 a 10^7 anos. O processo de reversão não é brusco, durando de 10^3 a 10^4 anos. Quando a reversão se inicia, a intensidade do campo magnético começa a diminuir até quase anular-se para, então, começar a aumentar novamente, com a polaridade invertida.

A última reversão ocorreu há 780 anos e, como nos últimos 100 anos a intensidade do campo magnético terrestre diminuiu cerca de 10%, os geólogos acham que há uma reversão a caminho.

Inclinação e declinação magnética

Observando a figura 16 percebemos que o campo magnético terrestre, em geral, não é paralelo à superfície da Terra. No hemisfério norte, ele tem a direção indicada na figura 17a, e, no hemisfério sul, a direção indicada na figura 17b. O ângulo θ entre o campo e a horizontal é chamado **inclinação magnética**. Nas figuras 17a e 17b, o campo \vec{B} está decomposto nos componentes horizontal (\vec{B}_h) e vertical (\vec{B}_v).

Os pontos da Terra em que a inclinação é nula, isto é, os pontos em que o campo magnético terrestre é paralelo à superfície da Terra, formam o **equador magnético**.

Numa bússola em que a agulha gira em torno de um eixo vertical fixo, a agulha aponta na direção da componente \vec{B}_h .

O ângulo α formado entre \vec{B}_h e um plano vertical que tem a direção norte-sul (fig. 18) é chamado **declinação magnética**.

Navegação magnética

Em 1975 descobriu-se que algumas bactérias têm no seu interior pequenos cristais de magnetita que permitem que elas se orientem de acordo com o campo magnético terrestre. Mais recentemente descobriu-se que algumas aves migratórias também têm no interior de seu crânio pequenos cristais de materiais magnéticos que permitem que essas aves se orientem de acordo com o campo magnético terrestre.

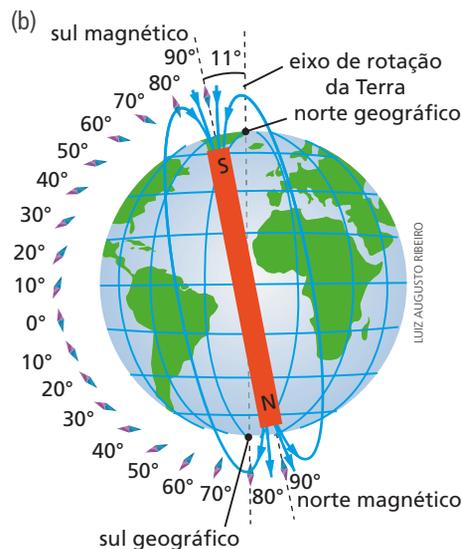
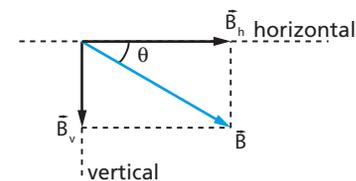
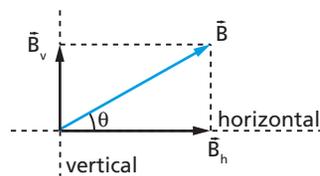


Figura 16.



(a) Campo magnético terrestre no hemisfério norte.



(b) Campo magnético terrestre no hemisfério sul.

Figura 17.

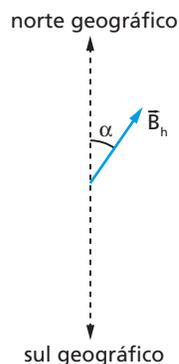


Figura 18.

ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Exercícios de Aplicação

1. Represente a força magnética resultante que os polos N e S do ímã X exercem sobre o polo N do ímã Y , situados no mesmo plano, conforme a figura a .

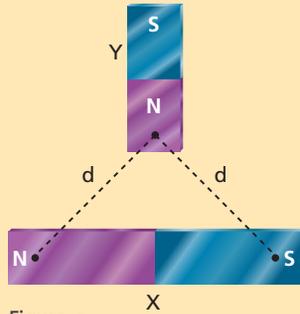


Figura a.

Resolução:

O polo N do ímã X repele o polo N do ímã Y , e o polo S o atrai. Essas forças têm a mesma intensidade, pois o polo N do ímã Y equidista dos polos do ímã X . A força resultante é obtida através da regra do paralelogramo.

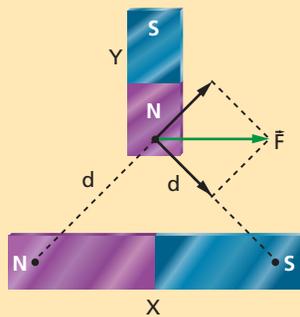


Figura b.

2. Um ímã é colocado no interior de um campo magnético uniforme, conforme a figura a .

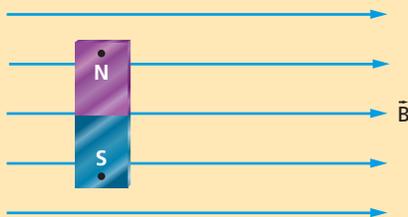


Figura a.

- a) Represente as forças magnéticas que agem nos polos N e S do ímã.
b) Qual das figuras (b ou c) representa a posição de equilíbrio estável de um ímã imerso no campo? Considere somente ações magnéticas.



Figura b.



Figura c.

Resolução:

- a) A força no polo N tem o mesmo sentido do campo onde o ímã foi colocado, e a força no polo S tem sentido oposto.

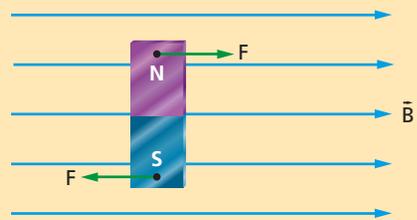


Figura d.

- b) A figura e representa a posição de equilíbrio **estável**. Note que, tirando-se ligeiramente o ímã da posição de equilíbrio, espontaneamente ele tende a retornar.

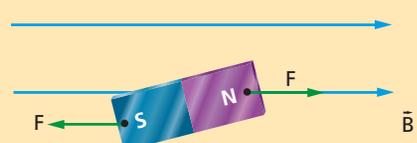


Figura e.

A figura *f* representa a posição de equilíbrio **instável**. Girando-se ligeiramente o ímã da posição de equilíbrio, ele não retorna imediatamente a essa posição.

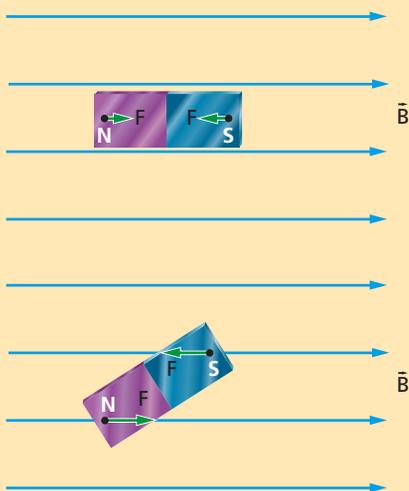
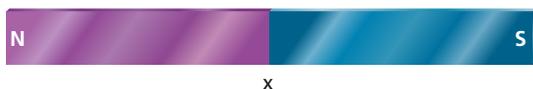


Figura *f*.

ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

- Quando aumentamos a distância entre dois ímãs, o que acontece com a intensidade da força entre eles?
- Represente a força magnética exercida pelo ímã *x* sobre cada polo do ímã *y*.



- Um ímã em forma de barra foi dividido em quatro partes, como indica a figura *a*.



Figura *a*.

Se aproximarmos dois desses fragmentos, como ilustra a figura *b*, a força entre eles será de atração ou repulsão?



Figura *b*.

- Nas figuras, representamos o campo magnético terrestre em um ponto *P*.

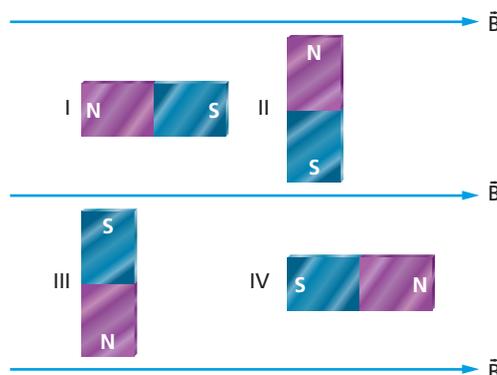


Figura *a*.



Figura *b*.

- No caso de Paris (França), qual é a figura adequada?
 - No caso da cidade de Belo Horizonte (MG), qual é a figura adequada?
- Quatro ímãs em forma de barra são colocados numa região onde há um campo magnético uniforme, como ilustra a figura. Qual(is) ímã(s) está(ão) em equilíbrio estável?



Exercícios de Reforço

- (U. F. Santa Maria-RS) Considere as afirmações a seguir, a respeito de ímãs.
 - Convencionou-se que o polo norte de um ímã é aquela extremidade que, quando o ímã pode girar livremente, aponta para o norte geográfico da Terra.
 - Polos magnéticos de mesmo nome se repelem, e polos magnéticos de nomes contrários se atraem.

III. Quando se quebra ao meio um ímã em forma de barra, obtêm-se dois novos ímãs, cada um com apenas um polo magnético.

Está(ão) correta(s):

- apenas I.
- apenas II.
- apenas III.
- apenas I e II.
- apenas II e III.

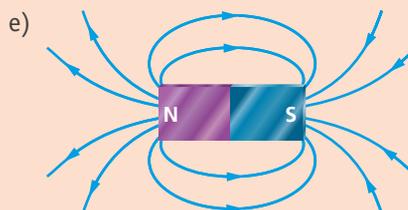
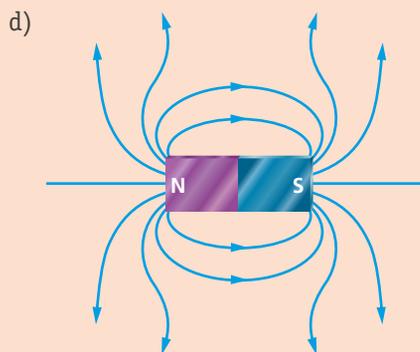
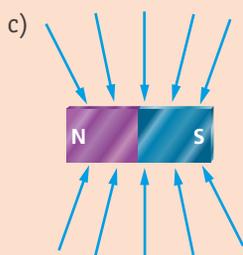
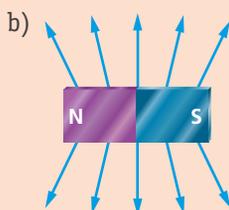
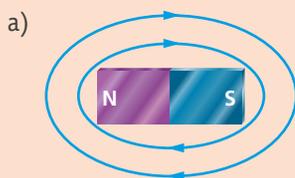
9. (U. F. São Carlos-SP) A figura representa um ímã cilíndrico no qual os lados *A* e *B* se comportam, respectivamente, como polos norte e sul.



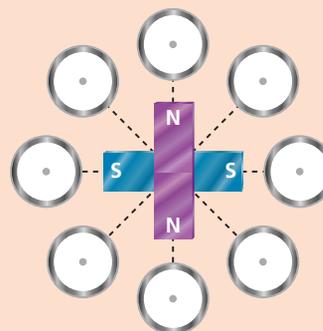
Se esse ímã for partido exatamente ao meio, sobre a linha tracejada, e esses pedaços forem ligeiramente afastados sem serem girados, a representação dos polos em cada metade do ímã original e a força entre esses dois pedaços estão melhor descritas na alternativa:

- a) , atração
- b) , repulsão
- c) , atração
- d) , repulsão
- e) , perdem magnetização

10. (UFF-RJ) As linhas de campo do campo magnético de um ímã em forma de barra estão representadas corretamente em:



11. (Fuvest-SP) A figura esquematiza um ímã, em forma de cruz de pequena espessura, e oito pequenas bússolas, colocados sobre uma mesa. As letras *N* e *S* representam, respectivamente, os polos norte e os polos sul do ímã. Os círculos representam as bússolas nas quais você irá representar as agulhas magnéticas. O ímã é simétrico em relação às retas *NN* e *SS*. Despreze os efeitos do campo magnético terrestre.



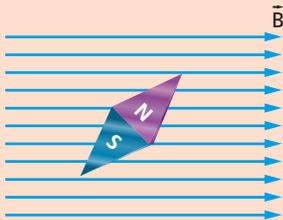
- a) Desenhe na própria figura algumas linhas de força que permitam caracterizar a forma do campo magnético criado pelo ímã, no plano da figura.
- b) Desenhe, nos oito círculos da figura, a orientação da agulha da bússola em sua posição de equilíbrio. A agulha deve ser representada por uma flecha (\rightarrow) cuja ponta indica o seu polo norte.
12. (Mackenzie-SP) As linhas de indução de um campo magnético são:
- a) o lugar geométrico dos pontos, onde a intensidade do campo magnético é constante.
- b) as trajetórias descritas por cargas elétricas num campo magnético.

- c) aquelas que em cada ponto tangencia o vetor indução magnética, orientadas no seu sentido.
 d) aquelas que partem do polo norte de um ímã e vão até o infinito.
 e) nenhuma das anteriores é correta.

13. (U. F. Ouro Preto-MG) As linhas de indução do campo magnético da Terra se orientam externamente no sentido:

- a) leste-oeste. d) norte-sul.
 b) sul-norte. e) para o centro da Terra.
 c) oeste-leste.

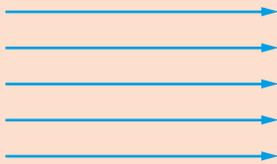
14. (U. E. Londrina-PR) A agulha de uma bússola assume a posição indicada no esquema quando colocada numa região onde existe, além do campo magnético terrestre, um campo magnético uniforme e horizontal \vec{B} , como ilustra a figura.



Considerando a posição das linhas de campo uniforme, desenhadas na figura, o vetor campo magnético terrestre na região pode ser indicado pelo vetor:

- a) ↗ b) → c) ↓ d) ← e) ↑

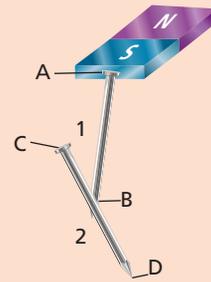
15. (UE-RJ) As linhas de indução de um campo magnético uniforme são mostradas abaixo.



Designando por N o polo norte e por S o polo sul de um ímã colocado no mesmo plano da figura, é possível concluir que o ímã permanecerá em equilíbrio estável se estiver na seguinte posição:

- a) c)
 b) d)

16. (UF-PA) Na figura, um ímã natural, cujos polos magnéticos norte (N) e sul (S) estão representados, equilibra dois pregos 1 e 2. Os pontos A e B pertencem a 1 e os pontos C e D pertencem a 2.

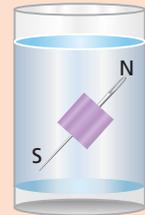


ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Nessa situação:

- a) B e C são polos norte.
 b) A é um polo norte e D um polo sul.
 c) A e D são polos sul.
 d) A é um polo sul e B um polo norte.
 e) B é um polo sul e D um polo norte.

17. (UF-RN) O estudioso Robert Norman publicou em Londres, em 1581, um livro em que discutia experimentos mostrando que a força que o campo magnético terrestre exerce sobre uma agulha imantada não é horizontal. Essa força tende a alinhar tal agulha às linhas desse campo. Devido a essa propriedade, pode-se construir uma bússola que, além de indicar a direção norte-sul, também indica a inclinação da linha do campo magnético terrestre no local onde a bússola se encontra. Isso é feito, por exemplo, inserindo-se uma agulha imantada num material, de modo que o conjunto tenha a mesma densidade que a água e fique em equilíbrio dentro de um copo cheio de água, como esquematizado na figura.



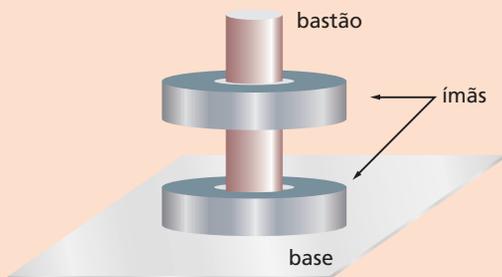
Foram realizadas observações com a referida bússola em três cidades (I, II e III), indicando que o polo norte da agulha formava, aproximadamente:

- para a cidade I, um ângulo de 20° em relação à horizontal e apontava para baixo;
- para a cidade II, um ângulo de 75° em relação à horizontal e apontava para cima;
- para a cidade III, um ângulo de 0° e permanecia na horizontal.

A partir dessas informações, pode-se concluir que tais observações foram realizadas, respectivamente, nas cidades de:

- a) Punta Arenas (sul do Chile), Natal (nordeste do Brasil) e Havana (noroeste de Cuba).
 b) Punta Arenas (sul do Chile), Havana (noroeste de Cuba) e Natal (nordeste do Brasil).
 c) Havana (noroeste de Cuba), Natal (nordeste do Brasil) e Punta Arenas (sul do Chile).
 d) Havana (noroeste de Cuba), Punta Arenas (sul do Chile) e Natal (nordeste do Brasil).

18. (UF-MG) Na figura, dois ímãs iguais, em forma de anel, são atravessados por um bastão que está preso em uma base. O bastão e a base são de madeira. Considere que os ímãs se encontram em equilíbrio e que o atrito entre eles e o bastão é desprezível.

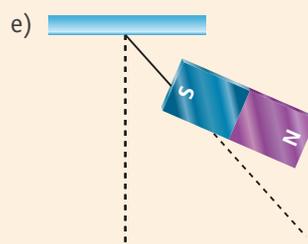
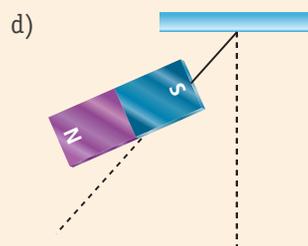
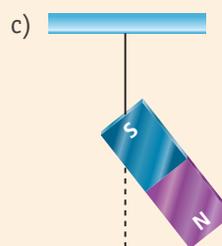
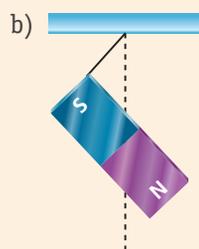
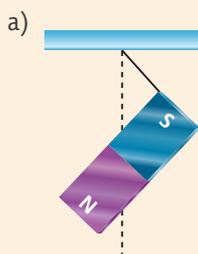
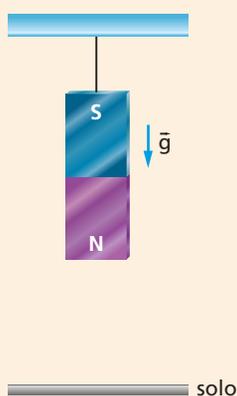


Nessas condições, o módulo da força que a base exerce sobre o ímã de baixo é:

- igual ao peso desse ímã.
- nulo.
- igual a duas vezes o peso desse ímã.
- maior que o peso desse ímã e menor que o dobro do seu peso.

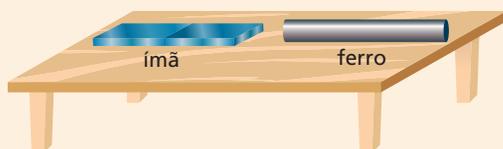
Exercícios de Aprofundamento

19. (Vunesp-SP) A figura mostra um ímã em repouso, suspenso por um fio de massa desprezível e não magnetizável. Em seguida, um campo magnético uniforme é aplicado paralelamente ao solo, envolvendo todo o ímã, no sentido da esquerda para a direita da figura (polo norte do campo à esquerda, e sul à direita). Analisando as forças magnéticas nos polos dos ímãs, a força do fio sobre o ímã e o peso do ímã, identifique a alternativa que melhor representa as orientações assumidas pelo fio e pelo ímã no equilíbrio.



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

20. (UF-MG) Um ímã e um bloco de ferro são mantidos fixos numa superfície horizontal, como mostrado nesta figura:



Em determinado instante, ambos são soltos e movimentam-se um em direção ao outro, devido à força de atração magnética.

Despreze qualquer tipo de atrito e considere que a massa m do ímã é igual à metade da massa do bloco de ferro. Sejam a_i o módulo da aceleração e F_i o módulo da resultante das forças sobre o ímã. Para o bloco de ferro, essas grandezas são, respectivamente, a_f e F_f .

Com base nessas informações, é correto afirmar que:

- a) $F_i = F_f$ e $a_i = a_f$ c) $F_i = 2F_f$ e $a_i = 2a_f$
 b) $F_i = F_f$ e $a_i = 2a_f$ d) $F_i = 2F_f$ e $a_i = a_f$
21. (UF-AL) Três barras de ferro idênticas, I, II e III, possuem extremidades AB, CD e EF, respectivamente, como mostram as figuras:

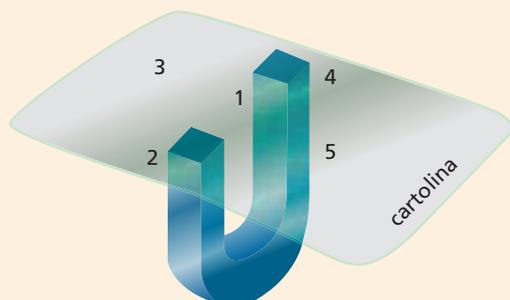


Verifica-se experimentalmente que:

- a extremidade A atrai a C e a E ;
- a extremidade D atrai a F e repele a A .

Com base nesses experimentos é correto afirmar que:

- a) somente a barra I está imantada.
 b) somente as barras I e II estão imantadas.
 c) somente as barras I e III estão imantadas.
 d) somente as barras II e III estão imantadas.
 e) as três barras estão imantadas.
22. (Cesgranrio-RJ) Explora-se o campo do ímã em ferradura na superfície da cartolina, colocando-se pequenas bússolas nas posições 1, 2, 3, 4 e 5.



Qual das opções propostas representa corretamente a orientação das bússolas?

- a)

 b)

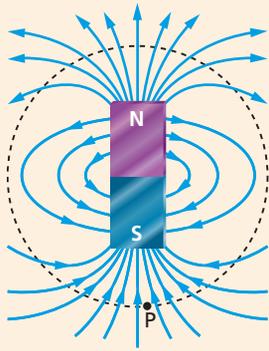
 c)

 d)

 e)

ILUSTRAÇÕES: ZAPET

23. (Fuvest-SP) Sobre uma mesa plana e horizontal é colocado um ímã em forma de barra representado na figura, visto de cima, juntamente com algumas linhas de seu campo magnético. Uma pequena bússola é deslocada, lentamente, sobre a mesa, a partir do ponto P , realizando uma volta circular completa em torno do ímã.



Ao final desse movimento, a agulha da bússola terá completado, em torno do seu próprio eixo, um número de voltas igual a: (*Sugestão dos autores: Despreze o campo magnético da Terra.*)

- a) $\frac{1}{4}$ de volta.
- b) $\frac{1}{2}$ de volta.
- c) 1 volta completa.
- d) 2 voltas completas.
- e) 4 voltas completas.

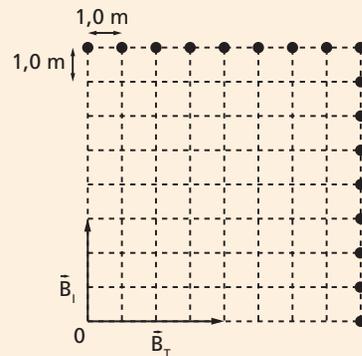
24. (Vunesp-SP) Num laboratório de biofísica, um pesquisador realiza uma experiência com “bactérias magnéticas”, bactérias que têm pequenos ímãs no seu interior. Com o auxílio desses ímãs, essas bactérias se orientam para atingir o fundo dos lagos, onde há maior quantidade de alimentos. Dessa forma, devido ao campo magnético terrestre e à localização desses lagos, há regiões em que um tipo de bactéria se alimenta melhor e, por isso, pode predominar sobre outro. Suponha que esse pesquisador obtenha três amostras das águas de lagos, de diferentes regiões da Terra, contendo essas bactérias. Na amostra A predominam as bactérias que se orientam para o polo norte magnético, na amostra B predominam as bactérias que se orientam para o polo sul magnético, e na amostra C há quantidades iguais de ambos os grupos.

A partir dessas informações, copie e preencha o quadro abaixo em seu caderno, assinalando a origem de cada amostra em relação à localização dos lagos de onde vieram.

| | | |
|--|--|---------------------------|
| lagos próximos ao polo norte geográfico (polo sul magnético) | lagos próximos ao polo sul geográfico (polo norte magnético) | lagos próximos ao equador |
| amostra: ▲ ▲ | amostra: ▲ ▲ | amostra: ▲ ▲ |

25. (Unicamp-SP) Os pombos-correio foram usados como mensageiros pelo homem no passado remoto e até mesmo mais recentemente, durante a Segunda Guerra Mundial. Experimentos mostraram que seu mecanismo de orientação envolve vários fatores, entre eles a orientação pelo campo magnético da Terra.

a) Num experimento, um ímã fixo na cabeça de um pombo foi usado para criar um campo magnético adicional ao da Terra. A figura a seguir mostra a direção dos vetores dos campos magnéticos do ímã \vec{B}_I e da Terra \vec{B}_T . O diagrama quadriculado representa o espaço em duas dimensões em que se dá o deslocamento do pombo. Partindo do ponto O , o pombo voa em linha reta na direção e no sentido do campo magnético total e atinge um dos pontos da figura marcados por círculos cheios. Desenhe o vetor deslocamento total do pombo na figura e calcule o seu módulo.



b) Quando em voo, o pombo sofre a ação da força de resistência do ar. O módulo da força de resistência do ar depende da velocidade v do pombo segundo a expressão $F_{\text{res}} = bv^2$ onde $b = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}$. Sabendo que o pombo voa horizontalmente com velocidade constante quando o módulo da componente horizontal da força exercida por suas asas é $F_{\text{asas}} = 0,72 \text{ N}$, calcule a velocidade do pombo.

SUGESTÃO DE LEITURA

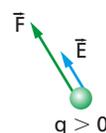
Bússola – a invenção que mudou o mundo, de Amir D. Aczel. Rio de Janeiro: Zahar, 2002. O livro apresenta uma interessante história da invenção da bússola.

A força magnética

No capítulo anterior vimos como determinar a direção e o sentido do campo magnético \vec{B} . Neste capítulo vamos mostrar como determinar a intensidade de \vec{B} .

Para obtermos o campo elétrico em um ponto, como vimos no capítulo 11, colocamos nesse ponto uma carga de prova q (fig. 1) e medimos a força \vec{F} que atua sobre a carga. O campo elétrico \vec{E} foi definido pela equação:

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad \text{ou} \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

Figura 1.

Pensando nisso, os físicos tentaram definir a intensidade de \vec{B} a partir da força sofrida por uma carga elétrica pela ação de \vec{B} . Foram feitos vários experimentos para determinar as características dessa força, cujos resultados são apresentados a seguir.

1. Força magnética sobre cargas elétricas

Antes de iniciar os experimentos, é necessário verificar se na região em que estes serão feitos não há campo elétrico. Feita essa verificação, os experimentos mostram que:

1º) O campo magnético não atua sobre uma carga elétrica em repouso.

Percebemos então uma diferença entre o campo elétrico e o campo magnético. O campo elétrico atua tanto em cargas em repouso como em cargas em movimento, mas o campo magnético não atua em cargas em repouso.

2º) Quando a velocidade \vec{v} da carga tem a mesma direção de \vec{B} , este não atua sobre a carga.

Na figura 2a, uma carga q move-se no mesmo sentido de \vec{B} e, na figura 2b, uma carga q' move-se no sentido oposto ao de \vec{B} . Em nenhum desses casos há força magnética.

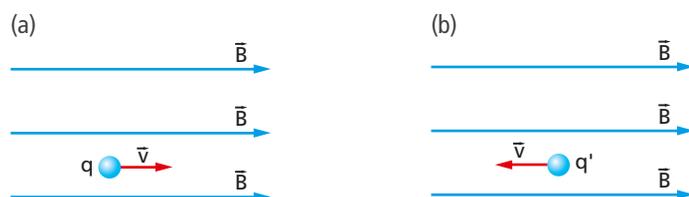


Figura 2.

1. Força magnética sobre cargas elétricas
2. Movimento de uma carga elétrica sob a ação de um campo magnético uniforme
3. Força em fio com corrente e sob a ação de campo magnético uniforme
4. Torque em uma espira sob campo magnético uniforme

Para que exista força magnética, a carga deve estar em movimento ($v \neq 0$) e o ângulo θ formado entre \vec{v} e \vec{B} (fig. 3) deve ser diferente de 0° e 180° (na fig. 2a temos $\theta = 0^\circ$ e na fig. 2b temos $\theta = 180^\circ$).

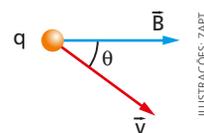


Figura 3.

3º) Quando existe força magnética, esta é simultaneamente perpendicular a \vec{v} e a \vec{B} .

Na figura 4a apresentamos a direção e o sentido da força magnética \vec{F} no caso em que a carga q é positiva. Os vetores \vec{v} e \vec{B} estão contidos no plano α , e a força \vec{F} está sobre a reta r , que é perpendicular a α . Portanto, \vec{F} é simultaneamente perpendicular a \vec{v} e \vec{B} (fig. 4b).

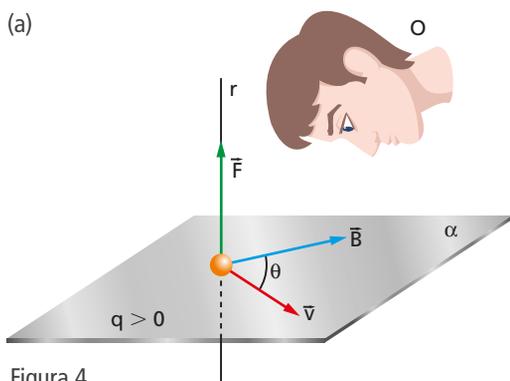
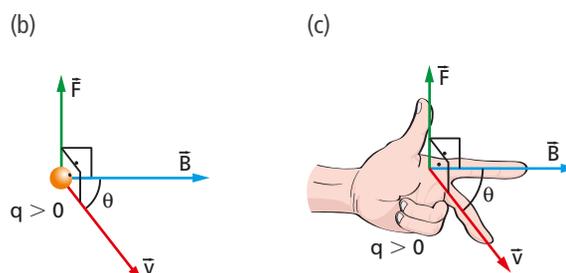


Figura 4.



Para obter o sentido de \vec{F} , há uma regra prática ilustrada na figura 4c, a qual é conhecida como **regra da mão esquerda**. Dispomos os dedos polegar, indicador e médio da mão esquerda de modo que:

- o indicador aponte no sentido de \vec{B} ;
- o médio aponte no sentido de \vec{v} .

Feito isso, o polegar apontará no sentido de \vec{F} .

Essa regra vale quando a carga q é positiva. Se ela for negativa, o sentido de \vec{F} é o oposto do obtido pela regra da mão esquerda (fig. 5).

Observamos que, ao analisar a força magnética, precisamos visualizar a situação em três dimensões. Desse modo, para facilitar a representação no plano do papel, usamos os símbolos \otimes e \odot com a seguinte convenção:

\otimes → vetor "entrando" no plano do papel

\odot → vetor "saindo" do plano do papel

De acordo com essa convenção, na situação da figura 4a a força magnética vista pelo observador O está representada por \odot na figura 6a; e, na situação da figura 5, a força magnética vista pelo observador está representada por \otimes na figura 6b.

Como a força magnética é sempre perpendicular à velocidade da carga, essa força é do tipo centrípeta, isto é, ela produz desvios na direção do movimento (fig. 7), mas **não altera o módulo da velocidade**. Isso significa que a força magnética **não realiza trabalho**.

4º) Quando a força magnética existe, sua intensidade é simultaneamente proporcional a $|q|$ e ao produto $v \cdot \sin \theta$.

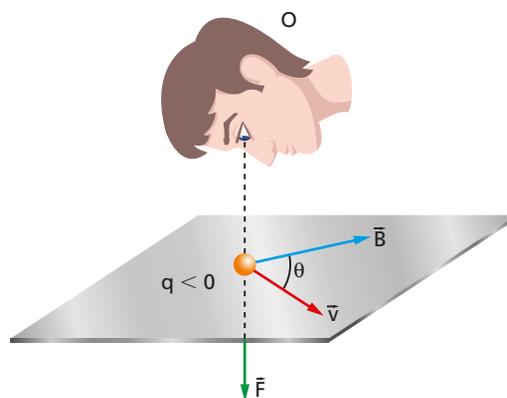
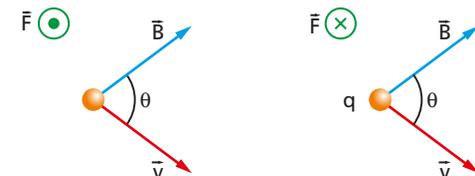


Figura 5.



(a) Situação da figura 4a.

(b) Situação da figura 5.

Figura 6.

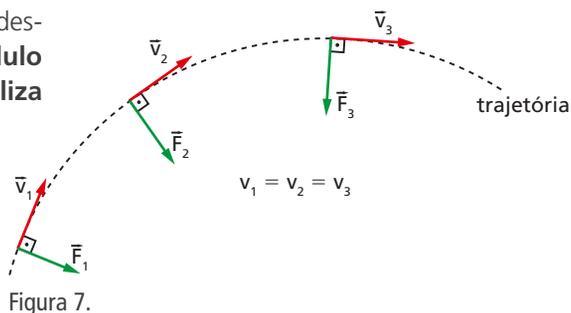


Figura 7.

Desse modo, podemos escrever:

$$F = k \cdot |q| \cdot v \cdot \sin \theta$$

sendo k uma constante de proporcionalidade.

A partir desse fato os físicos decidiram escolher a intensidade do campo magnético (B) para ser essa constante:

$$k = |\vec{B}| = B$$

Assim:

$$F = B \cdot |q| \cdot v \cdot \sin \theta \quad \text{ou} \quad F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin \theta \quad \textcircled{1}$$

Com isso, a equação $\textcircled{1}$ é considerada a equação que define a intensidade de \vec{B} .

No Sistema Internacional de Unidades, a unidade de \vec{B} é o **tesla**, cujo símbolo é **T**, em homenagem ao engenheiro croata-americano Nikola Tesla (1856-1943), que deu grandes contribuições à tecnologia de geração e transmissão de energia elétrica. Na tabela 1 apresentamos os valores de alguns campos magnéticos.

| Local ou fonte | Intensidade (T) |
|--|--|
| campo magnético da Terra (próximo à superfície) | de $2,3 \cdot 10^{-5}$ a $7,0 \cdot 10^{-5}$ |
| pequenos ímãs em forma de barra (perto dos polos) | de 10^{-2} a 10^{-1} |
| campo magnético próximo à superfície do Sol | 10^{-2} |
| campos estáticos mais intensos produzidos em laboratório | 45 |

Tabela 1. Intensidades de alguns campos magnéticos.

No próximo capítulo veremos que correntes elétricas também produzem campos magnéticos. Assim, usando-se correntes elétricas muito intensas, já se conseguiu, em laboratório, a produção de campos magnéticos de intensidades até 10^3 T, por curtos intervalos de tempo (da ordem de milissegundos).

Observando a tabela vemos que, em geral, os campos magnéticos têm intensidades bem menores que 1 T. Por isso, os físicos usam também uma unidade que não pertence ao SI: o **gauss**, cujo símbolo é **G**. A relação entre o tesla e o gauss é:

$$1 \text{ T} = 10^4 \text{ G} \quad \text{ou} \quad 1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$$

Assim, por exemplo, da tabela 1 concluímos que o campo magnético terrestre, próximo à superfície da Terra, varia de 0,23 G a 0,7 G.

O campo magnético da Terra

No capítulo anterior afirmamos que o campo magnético da Terra é semelhante ao campo produzido em forma de barra. Mas o campo magnético da Terra não tem a simetria do campo de um ímã em forma de barra; ele é irregular. No polo magnético norte a intensidade do campo é $6,0 \cdot 10^{-5}$ T, enquanto no polo magnético sul a intensidade é $7,0 \cdot 10^{-5}$ T. No equador, a intensidade varia de $2,3 \cdot 10^{-5}$ T a $4,0 \cdot 10^{-5}$ T.

Exemplo 1

A seguir são apresentadas quatro situações em que uma partícula com carga q é lançada com velocidade \vec{v} numa região onde há um campo magnético \vec{B} .

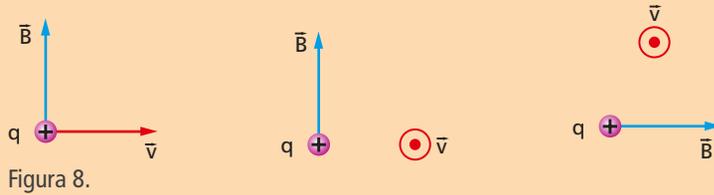


Figura 8.

Em cada caso vamos representar a força magnética \vec{F}_m atuante na partícula usando a regra da mão esquerda, de modo que o dedo indicador aponte no sentido de \vec{B} e o dedo médio aponte no sentido de \vec{v} . O dedo polegar nos dará o sentido de \vec{F}_m .

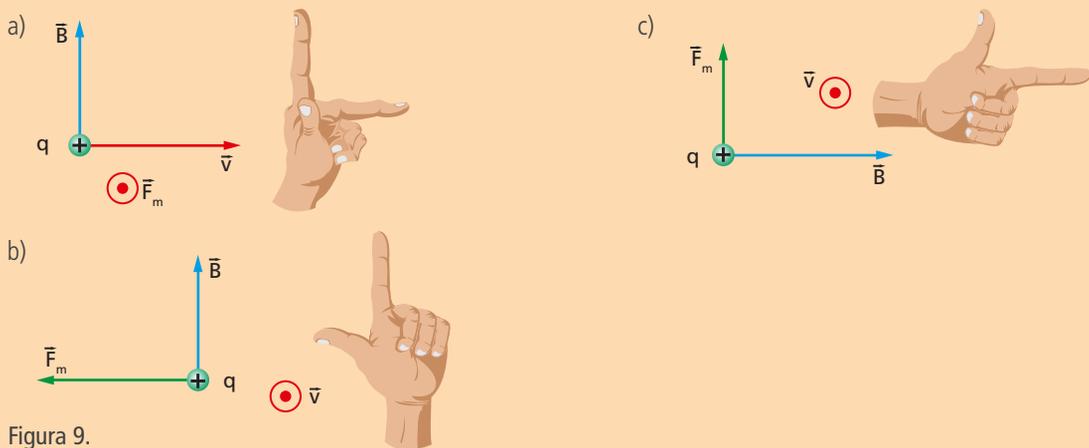


Figura 9.

Exemplo 2

Uma partícula eletrizada com carga $q = 3,0 \mu\text{C}$ é lançada com velocidade \vec{v} , de módulo $2,0 \cdot 10^3 \text{ m/s}$, numa região onde há um campo magnético uniforme \vec{B} , de módulo $5,0 \text{ T}$. Sendo $\theta = 30^\circ$ o ângulo entre \vec{v} e \vec{B} , vamos determinar a intensidade da força magnética que age na partícula.

A intensidade da força magnética é dada por:

$$F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin \theta$$

Mas:

$$q = 3,0 \mu\text{C} = 3,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}; v = 2,0 \cdot 10^3 \text{ m/s};$$

$$B = 5,0 \text{ T}; \sin \theta = \sin 30^\circ = 0,50$$

Assim:

$$F = (3,0 \cdot 10^{-6} \text{ C})(2,0 \cdot 10^3 \text{ m/s})(5,0 \text{ T})(0,50)$$

$$F = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

Seletor de velocidades

Na figura 10a, representamos uma partícula de carga q , lançada com velocidade \vec{v} em uma região onde há dois campos perpendiculares: um campo elétrico uniforme (\vec{E}) e um campo magnético uniforme (\vec{B}). O campo elétrico uniforme pode ser conseguido utilizando-se um capacitor plano (fig. 10b), e o campo magnético, por meio de um ímã.

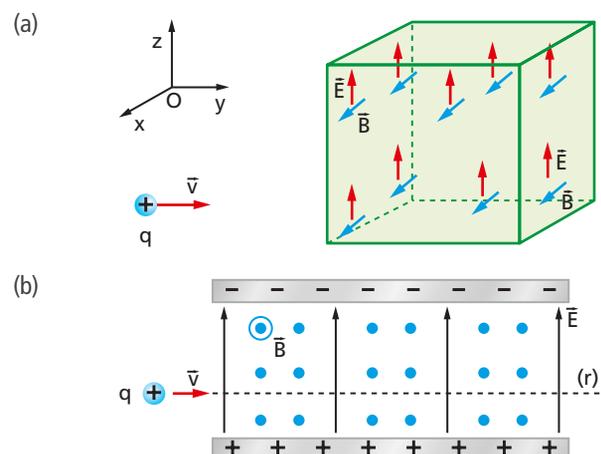


Figura 10.

Supondo que \vec{v} seja simultaneamente perpendicular a \vec{E} e \vec{B} , há um valor de $|\vec{v}|$ para o qual a partícula atravessa a região em linha reta, isto é, sem sofrer desvio. Vamos calcular esse valor.

No caso da figura 11 estamos supondo $q > 0$. Assim, existe uma força elétrica \vec{F}_E que tem o mesmo sentido do campo elétrico \vec{E} (fig. 11). Aplicando a regra da mão esquerda, há uma força magnética \vec{F}_M dirigida para baixo. Os módulos de \vec{F}_E e \vec{F}_M são dados por:

$$F_E = q \cdot E \quad e \quad F_M = q \cdot v \cdot B$$

Para partículas de massa pequena, podemos desprezar a ação do peso, comparado com a força elétrica e a magnética. Assim, para que não haja desvio, a resultante de \vec{F}_E e \vec{F}_M deve ser nula, isto é:

$$F_M = F_E \Rightarrow q \cdot v \cdot B = q \cdot E \Rightarrow v = \frac{E}{B} \quad (2)$$

Em alguns experimentos com partículas carregadas, pode acontecer de um feixe ter partículas com várias velocidades, mas só nos interessam as partículas com determinada velocidade. Fazemos então esse feixe passar pelo dispositivo representado na figura 10, ajustando E e B para obtermos a velocidade de v desejada, que deve obedecer à equação (2). As partículas que nos interessam seguem em linha reta, enquanto as outras são desviadas. Por esse motivo, esse dispositivo é chamado **seletor de velocidades** (ou **filtro de velocidades**).

A descoberta do elétron

O ano de 1897 é considerado o ano da descoberta do elétron, pois foi nesse ano que o físico inglês Joseph John Thomson (1856-1940) conseguiu determinar a razão entre o módulo da carga de elétron (q) e sua massa (m), isto é, ele obteve o valor de $\frac{|q|}{m}$.

Thomson acelerou um feixe de elétrons por meio de uma diferença de potencial, de modo que os elétrons adquiram uma velocidade \vec{v}_x que inicialmente não era conhecida. Para determinar o valor de \vec{v}_x , ele fez o feixe passar por um seletor de velocidades (fig. 12a), indo atingir um anteparo de vidro (W) recoberto com material fluorescente, de modo que, ao ser atingido pelo feixe de elétrons, produzia um ponto luminoso P .

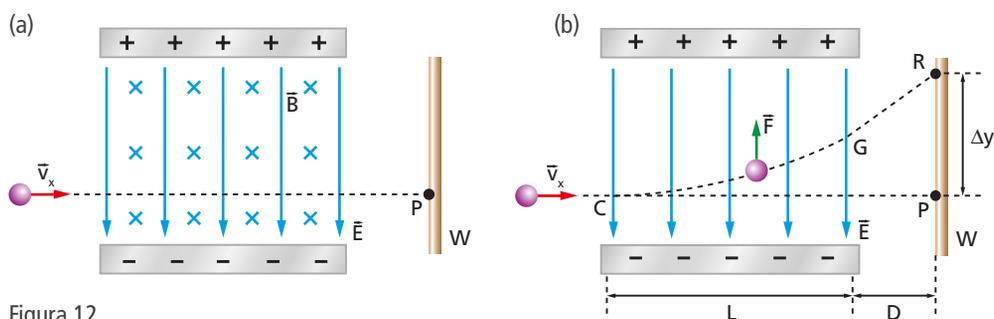


Figura 12.

Em seguida, ele retirou o campo magnético, restando o campo elétrico, que fez com que os elétrons fossem desviados para cima (fig. 12b), indo atingir o anteparo no ponto R . O trecho CG da trajetória, que está na região onde há campo elétrico, é um arco de parábola. A partir do ponto G não há mais campo elétrico, de modo que o trecho GR é retilíneo.

No CD apresentamos detalhes do experimento de Thomson e mostramos que:

$$\frac{|q|}{m} = \frac{E(\Delta y)}{B^2 L \left(\frac{L}{2} + D \right)}$$

No capítulo 13 descrevemos o experimento realizado por Robert Millikan, em 1909, por meio do qual foi determinada a carga q do elétron. Assim, conhecidos os valores de q e $\frac{|q|}{m}$, foi possível determinar a massa do elétron.

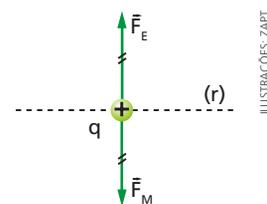


Figura 11.

O efeito Hall

Até o final do século XIX, embora se soubesse que na matéria havia cargas positivas e negativas, desconhecia-se como essas cargas estavam distribuídas. O elétron só foi identificado em 1897, com o experimento de Thomson, e o próton só foi descoberto no início do século XX.

Havia ainda uma dúvida sobre a corrente elétrica. A partir da invenção da pilha, em 1800, por Alessandro Volta, foi possível produzir correntes elétricas ao longo de fios metálicos, mas não se sabia a resposta para a seguinte pergunta: "As cargas que se movem ao longo do fio são as positivas ou as negativas?".

Havia duas razões para essa pergunta. A primeira delas está relacionada com o processo de medir correntes. Como veremos mais adiante, os amperímetros usam o efeito do campo magnético sobre cargas elétricas. Mas sabemos que, sob a ação de um campo magnético, uma carga q movendo-se com velocidade \vec{v} e uma carga $-q$ movendo-se com velocidade $-\vec{v}$ (fig. 13) sofrem a ação da mesma força magnética. A segunda razão vem de um fato que estudaremos no próximo capítulo: cargas elétricas em movimento produzem campo magnético. Mas, como veremos, uma carga q com velocidade \vec{v} produz o mesmo campo que uma carga $-q$ com velocidade $-\vec{v}$. Por essas razões é que, como vimos no capítulo 2, o sentido convencional da corrente elétrica foi escolhido, arbitrariamente, como sendo o sentido em que se moveriam as cargas positivas.

A pergunta só foi respondida em 1879, por meio de um experimento realizado pelo físico americano Edwin H. Hall (1855-1938). Ele fez passar uma corrente elétrica de intensidade i através de uma lâmina metálica de largura d (fig. 14) e aplicou sobre ela um campo magnético \vec{B} , uniforme e perpendicular à lâmina.

Se o sentido da corrente é para a direita, poderíamos ter cargas positivas movendo-se para a direita ou cargas negativas movendo-se para a esquerda. Nos dois casos as cargas móveis estarão sujeitas a uma força magnética \vec{F}_M cujo sentido é para cima.

Se as cargas móveis forem negativas (fig. 15a), a força magnética fará com que elas subam, de modo que a parte de cima ficará carregada negativamente, e a parte de baixo ficará carregada positivamente, gerando um campo elétrico \vec{E} com sentido para cima, o qual fará com que as cargas móveis sofram a ação de uma força elétrica \vec{F}_E com sentido para baixo. Esse processo continua até que seja atingido o equilíbrio na vertical, com $F_E = F_M$. A partir daí as cargas móveis seguem para a direita, sem desvio.

Se as cargas móveis forem positivas (fig. 15b), também será atingido o equilíbrio na vertical, com a parte de cima da lâmina carregada positivamente e a parte de baixo carregada negativamente. Esse processo de movimentação das cargas, numa direção perpendicular à direção da corrente, foi chamado **efeito Hall**.

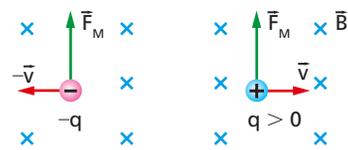


Figura 13.

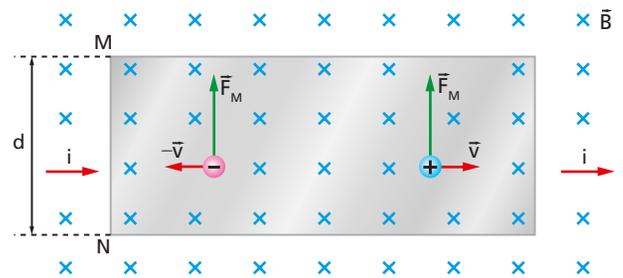


Figura 14.

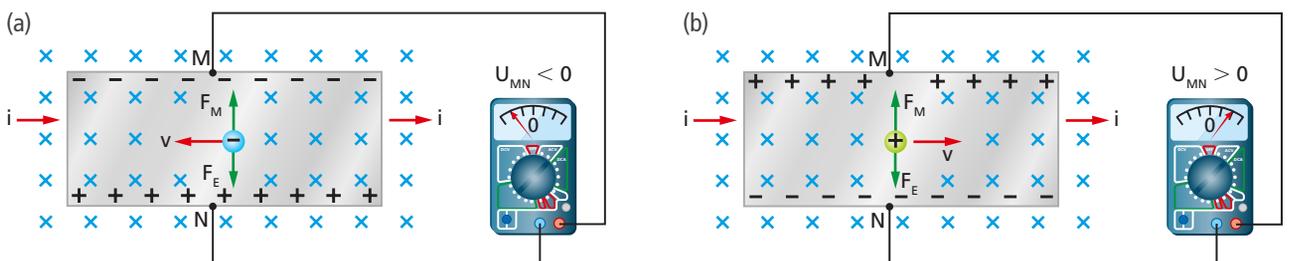


Figura 15.

ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

Sendo U_{MN} a diferença de potencial entre a parte de cima (M) e a parte de baixo (N) da lâmina, no caso da figura 15a teremos $U_{MN} < 0$ e no caso da figura 15b teremos $U_{MN} > 0$. Hall colocou um voltímetro ligado a M e N e obteve $U_{MN} < 0$, o que significa que as cargas móveis são negativas.

Como vimos no item "Seletor de velocidades", na situação de equilíbrio temos:

$$v = \frac{E}{B} \quad (2)$$

Mas, no estudo do campo elétrico, vimos que:

$$E = \frac{|U_{MN}|}{d}$$

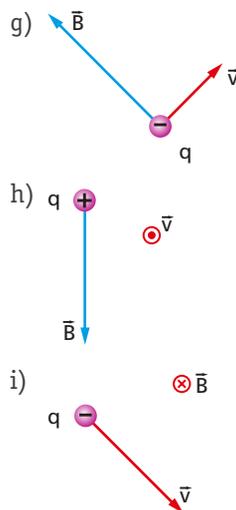
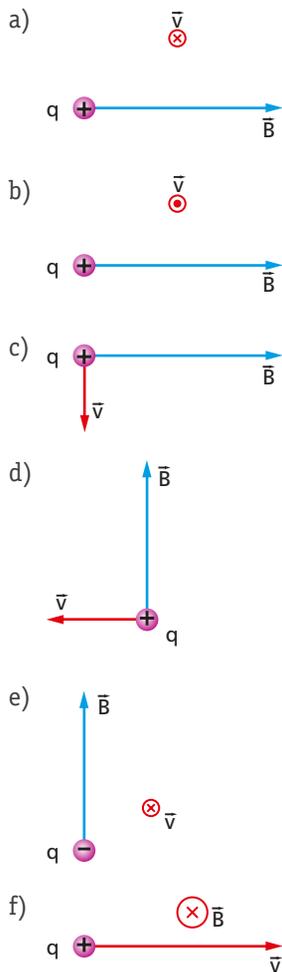
Combinando essa equação com a equação (2), obtemos:

$$v = \frac{E}{B} = \frac{\frac{|U_{MN}|}{d}}{B} \Rightarrow v = \frac{|U_{MN}|}{Bd} \quad (3)$$

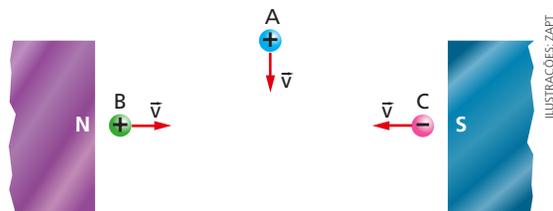
Assim, esse experimento nos permite calcular a velocidade de arrastamento v das cargas que compõem a corrente elétrica.

Exercícios de Aplicação

1. Represente a força magnética \vec{F}_M que age numa carga q , lançada com velocidade \vec{v} , numa região onde há um campo magnético \vec{B} , nos casos:

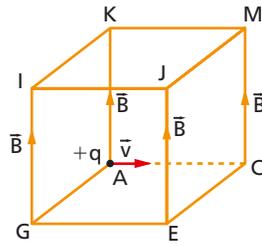


2. Três partículas carregadas, A , B e C , são lançadas na região entre duas faces polares de um ímã, que produz na região um campo magnético uniforme.



- Represente a força magnética que age na partícula A .
 - O que se pode dizer a respeito das forças magnéticas que agem nas partículas B e C ?
3. Na figura temos um cubo geométrico. Uma partícula eletrizada com carga elétrica positiva $+q$ é lançada, a partir do vértice A , sobre a

aresta AC, conforme se mostra na figura. Na região existe um campo magnético uniforme \vec{B} , de direção e sentido mostrados na figura. Ao longo de qual aresta e em que sentido está a força magnética atuante na partícula?

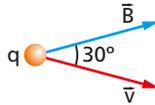


4. Uma partícula com carga elétrica q move-se numa região onde há um campo magnético. Em determinado instante, ela passa com velocidade \vec{v} por um ponto no qual o campo magnético é \vec{B} , como ilustra a figura. Dados:

$$|\vec{v}| = 6,0 \cdot 10^4 \text{ m/s,}$$

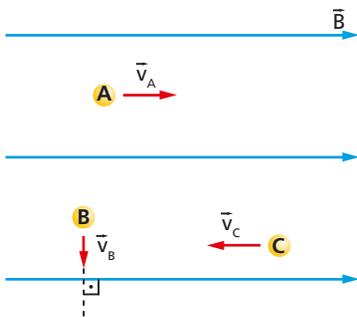
$$|\vec{B}| = 3,0 \text{ T e}$$

$$|q| = 4,0 \cdot 10^{-12} \text{ C.}$$



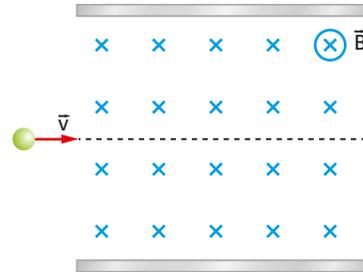
Sendo \vec{F} a força magnética atuante na partícula nesse instante:

- determine o módulo de \vec{F} ;
 - represente \vec{F} para o caso $q > 0$;
 - represente \vec{F} para o caso $q < 0$.
5. Numa região onde há um campo magnético uniforme, de intensidade $B = 0,40 \text{ T}$, foram lançadas três partículas com as seguintes cargas: $q_A = 2,0 \text{ nC}$; $q_B = 3,0 \text{ nC}$; $q_C = 4,0 \text{ nC}$; e as seguintes velocidades: $|\vec{v}_A| = 5,0 \cdot 10^4 \text{ m/s}$; $|\vec{v}_B| = 6,0 \cdot 10^4 \text{ m/s}$; $|\vec{v}_C| = 7,0 \cdot 10^4 \text{ m/s}$, como ilustra a figura. Calcule os módulos das forças magnéticas atuantes em cada partícula.



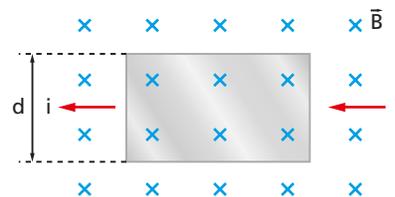
ILUSTRAÇÕES: ZAPET

6. Um próton é lançado com velocidade \vec{v} , tal que $|\vec{v}| = 4,0 \cdot 10^5 \text{ m/s}$, entre as placas de um capacitor plano, onde há um campo magnético uniforme de intensidade $B = 0,60 \text{ T}$, como ilustra a figura.



Sendo \vec{E} o campo elétrico entre as placas do capacitor, determine o sentido e o módulo de \vec{E} , de modo que o próton atravesse a região em linha reta, isto é, sem sofrer desvio.

7. Apresente a equação dimensional do campo magnético.
8. Uma corrente elétrica foi estabelecida através de uma lâmina metálica de largura $d = 1,0 \text{ cm}$ que está numa região onde há um campo magnético \vec{B} , uniforme e perpendicular à lâmina, como mostra a figura. Sabe-se que $B = 0,60 \text{ T}$ e que a diferença de potencial entre a parte superior e a inferior da lâmina tem módulo $4,8 \cdot 10^{-7} \text{ V}$.



- A parte superior da lâmina está carregada com carga positiva ou negativa?
- Determine a velocidade de arrastamento dos elétrons livres no interior da lâmina.

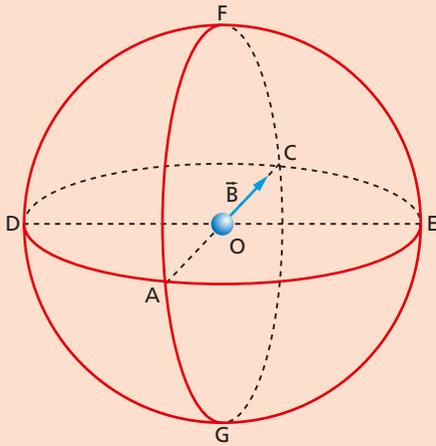
Exercícios de Reforço

9. (PUC-SP) Uma partícula carregada penetra num campo de indução magnética \vec{B} , com velocidade \vec{v} , ficando sujeita à força \vec{F} . Em relação aos vetores \vec{v} , \vec{B} e \vec{F} , podemos afirmar:
- \vec{F} é perpendicular a \vec{v} e paralelo a \vec{B} .
 - \vec{F} é perpendicular a \vec{B} e paralelo a \vec{v} .
 - \vec{F} é perpendicular a \vec{B} e a \vec{v} .

d) \vec{F} é paralelo a \vec{v} e a \vec{B} .

e) \vec{v} é perpendicular ao plano determinado por \vec{B} e \vec{F} .

10. (Mackenzie-SP) Considere os segmentos \overline{AC} , \overline{DE} e \overline{FG} , perpendiculares entre si, e que se interceptam no centro O da esfera a seguir. Em O , o vetor indução magnética \vec{B} , paralelo a \overline{AC} , está orientado de A para C .



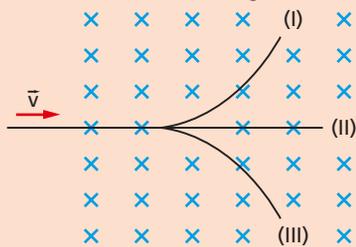
Quando um elétron passa por O ao longo de \overline{DE} com sua velocidade \vec{v} , no sentido de D para E , está sujeito à ação de uma força magnética segundo a direção orientada de:

- a) G para F .
- b) F para G .
- c) A para C .
- d) C para A .
- e) E para D .

11. (Vunesp-SP) Quando uma partícula eletricamente carregada em movimento sofre a ação de uma força devida a um campo magnético, essa força:

- a) não altera a intensidade (módulo) da velocidade da partícula.
- b) depende da massa da partícula.
- c) não depende da carga da partícula.
- d) não depende da intensidade (módulo) da velocidade da partícula.
- e) não depende da intensidade (módulo) do campo magnético.

12. (UF-ES) Um feixe composto por nêutrons, prótons e elétrons penetra em uma região onde há campo magnético perpendicular à direção inicial do feixe, como indicado na figura.



As três componentes, I, II e III, em que o feixe se subdivide correspondem respectivamente a:

- a) elétrons, prótons e nêutrons.
- b) nêutrons, elétrons e prótons.
- c) prótons, elétrons e nêutrons.
- d) elétrons, nêutrons e prótons.
- e) prótons, nêutrons e elétrons.

13. (UF-MS) Uma das aplicações de tubos de raios catódicos está nos osciloscópios, onde um feixe retilíneo de elétrons com velocidade constante incide perpendicularmente sobre uma tela plana revestida internamente com material fosforescente. Quando o feixe de elétrons colide com esse material, os elétrons depositam suas energias nos átomos de fósforo, excitando-os, e, ao decair para um nível mais baixo de energia, emitem luz no espectro visível, aparecendo na região de colisão um ponto luminoso na tela. Um observador que está de frente para a tela observa o ponto luminoso em repouso no centro geométrico da tela; veja a figura *a*. Em seguida o observador aproxima um dos polos de um ímã no lado direito da tela, mantendo o eixo longitudinal do ímã perpendicular e na mesma altura do feixe de elétrons. Ao fazer isso, o feixe de elétrons sofre uma interação exclusivamente com o campo magnético gerado pela extremidade do ímã, e o observador verifica que o ponto luminoso que estava no centro da tela é deslocado para cima; veja a figura *b*. Com fundamentos no eletromagnetismo, verifique a alternativa correta.

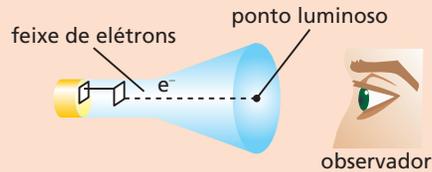


Figura *a*.



Figura *b*.

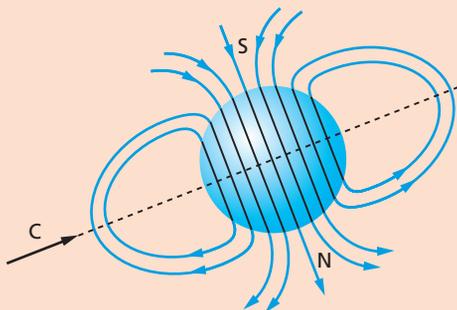
- a) Se a mesma polaridade do ímã tivesse sido aproximada de forma semelhante, mas do lado esquerdo da tela, o ponto luminoso seria deslocado também para cima.
- b) Se, à medida que o ímã for se aproximando, o ponto luminoso for subindo mais, pode-se concluir que o campo magnético nas imediações do ímã é uniforme.
- c) Se construirmos uma bússola com esse ímã, a polaridade do ímã que faz o feixe de elétrons desviar para cima indicará o sul geográfico da Terra.
- d) A polaridade do ímã que faz o feixe de elétrons desviar para cima corresponde ao norte magnético do ímã.
- e) Cargas elétricas que estão em repouso com relação ao ímã também sofrerão forças magnéticas.

14. (UF-MA) Dentre as opções a seguir, qual a que descreve corretamente, em linhas gerais, um método para determinar o sinal da carga de uma partícula?

ILUSTRAÇÕES: ZAPET

- a) Submeter a partícula a uma onda mecânica.
- b) Colocar a partícula em um recipiente a vácuo.
- c) Colocar a partícula nas proximidades de uma outra partícula pontual descarregada.
- d) Lançar a partícula em uma região que contenha um campo magnético uniforme.
- e) Injetar a partícula em um recipiente contendo serragem de madeira.

15. (UFF-RJ) Sabe-se que as linhas de indução magnética terrestre são representadas, aproximadamente, como na figura a seguir. Partículas positivamente carregadas dos raios cósmicos aproximam-se da Terra com velocidades muito altas, vindas do espaço em todas as direções. Considere uma dessas partículas aproximando-se da Terra na direção do seu centro, ao longo do caminho C (ver a figura).

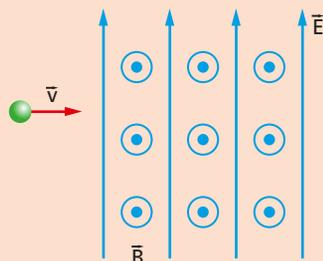


M : polo norte magnético

S : polo sul magnético

Pode-se afirmar que essa partícula, ao entrar no campo magnético da Terra:

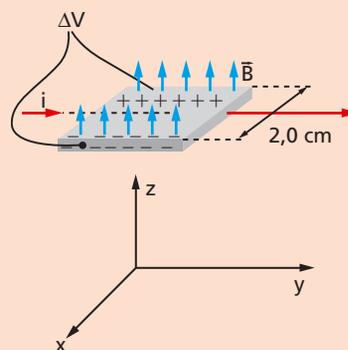
- a) será defletida para baixo, no plano da página.
 - b) será defletida perpendicularmente à página, afastando-se do leitor.
 - c) não será defletida pelo campo.
 - d) será defletida para cima, no plano da página.
 - e) será defletida perpendicularmente à página, aproximando-se do leitor.
16. (UF-PR) Um aparelho destinado a medir cargas e massas de partículas, utilizado em análises físicas, possui uma região onde estão presentes um campo elétrico uniforme e , perpendicularmente a ele, um campo de indução magnética também uniforme. Quando um elétron é injetado nessa região (ver figura ao lado) com determinada velocidade ao longo de uma direção perpendicular a ambos os campos, observa-se que ele segue



um movimento retilíneo uniforme. Considerando que o módulo do campo elétrico seja de 700 V/m e o módulo da indução magnética seja igual a $0,50 \text{ T}$, determine o módulo da velocidade do elétron.

17. (Unifor-CE) Uma partícula eletrizada positivamente penetra em uma região onde existem um campo magnético e um campo elétrico, ambos uniformes. A velocidade da partícula é perpendicular à direção do campo magnético e a ação do campo gravitacional pode ser desprezada. Para que a velocidade da partícula permaneça constante, é necessário que o campo elétrico tenha direção:
- a) paralela à do campo magnético e sentido oposto.
 - b) perpendicular à do campo magnético e à da velocidade da partícula.
 - c) paralela à da velocidade da partícula e sentido oposto.
 - d) paralela à da velocidade da partícula e mesmo sentido.
 - e) paralela à do campo magnético e mesmo sentido.

18. (Vunesp-SP) Na figura, uma placa quadrada de lado $L = 2,0 \text{ cm}$, de material condutor, é percorrida por uma corrente elétrica no sentido y crescente. Ao aplicarmos um campo magnético constante de módulo $B = 0,80 \text{ T}$, os portadores de carga em movimento, que originam a corrente de intensidade i , são deslocados provocando um acúmulo de cargas positivas na borda de trás e negativas na da frente, até que a diferença de potencial entre essas bordas se estabilize com valor $\Delta V = 4,0 \cdot 10^{-7} \text{ V}$, o que resulta em um campo elétrico uniforme na direção x , decorrente dessa separação de cargas, que compensa o efeito defletor do campo magnético. Esse fenômeno é conhecido como efeito Hall.



ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Determine o módulo do vetor do campo elétrico \vec{E} , gerado na direção x , e o módulo da média das velocidades dos portadores de carga na direção y .

2. Movimento de uma carga elétrica sob a ação de um campo magnético uniforme

Quando uma carga elétrica é lançada com velocidade \vec{v} numa região onde há um campo magnético não uniforme, o movimento é em geral bastante complexo, e não trataremos dessa situação.

Vamos estudar em detalhe apenas a situação em que o campo é uniforme e veremos que a forma da trajetória depende do ângulo θ entre \vec{v} e o campo magnético \vec{B} (fig. 16). Vamos então considerar três casos.

1º caso: $\theta = 0^\circ$ ou $\theta = 180^\circ$

Como já comentamos, tanto no caso $\theta = 0^\circ$ como no caso $\theta = 180^\circ$ (fig. 17) a força magnética é nula e, portanto, o movimento é **retilíneo e uniforme**.

2º caso: $\theta = 90^\circ$

Se o ângulo θ for igual a 90° (fig. 18), teremos:

$$\sin \theta = \sin 90^\circ = 1$$

e a força magnética terá módulo F dado por:

$$F = |q| v B \underbrace{\sin \theta}_1 = |q| v B$$

Apenas para fixar ideias, suponhamos que a carga lançada seja positiva. Na figura 19 representamos uma carga $q > 0$, lançada com velocidade \vec{v} numa região onde há um campo magnético uniforme \vec{B} , entrando no plano do papel. Usando a regra da mão esquerda, percebemos que a força magnética \vec{F} , nesse instante, aponta para cima. Pelo fato de a força magnética ser sempre perpendicular a \vec{v} , ela não altera o módulo da velocidade, mas apenas sua direção (fig. 20a), de modo que o movimento será **circular e uniforme**. Assim, teremos:

$$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = |\vec{v}_3| = |\vec{v}_4| = v$$

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = |\vec{F}_4| = F = |q| v B$$

Na figura 20b apresentamos a visão espacial da situação.

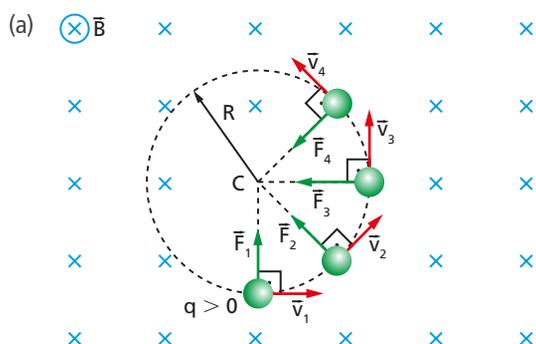
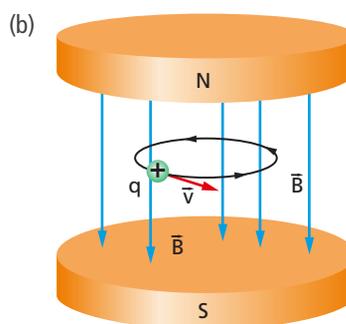


Figura 20.



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Neste caso a força magnética é a resultante centrípeta e, portanto, sendo m a massa da partícula de carga q e R o raio da trajetória, temos:

$$F = \frac{mv^2}{R}$$

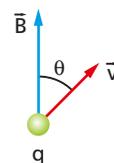


Figura 16.

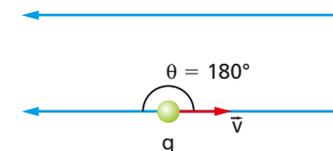
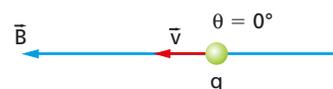


Figura 17.

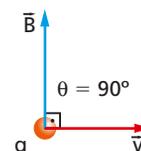


Figura 18.

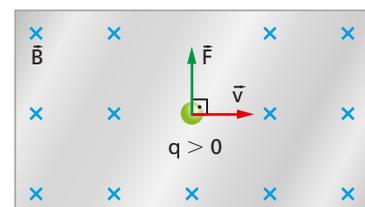


Figura 19.

Porém, temos também:

$$F = |q| vB$$

Assim:

$$F = \frac{mv^2}{R} = |q| vB \Rightarrow R = \frac{mv}{|q|B} \quad (4)$$

Tendo o raio, podemos calcular o período T do movimento:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{v} \cdot R = \frac{2\pi}{v} \cdot \frac{mv}{|q|B} \Rightarrow T = \frac{2\pi m}{|q|B} \quad (5)$$

A frequência do movimento f é o inverso do período:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{|q|B}{2\pi m} \quad (6)$$

Como vemos, o período e a frequência do movimento não dependem da velocidade.

Embora o movimento seja circular e uniforme, dependendo da maneira pela qual a partícula é lançada, pode acontecer de a trajetória não ser uma circunferência completa. Consideremos, por exemplo, os casos representados na figura 21, nos quais partículas carregadas, movendo-se inicialmente em regiões onde não há campo magnético, atingem regiões com campo. No caso da figura 21a, a trajetória da partícula, dentro da região com campo, é uma semicircunferência de centro C e, no caso da figura 21b, a trajetória dentro da região com campo é um arco de circunferência de centro C .

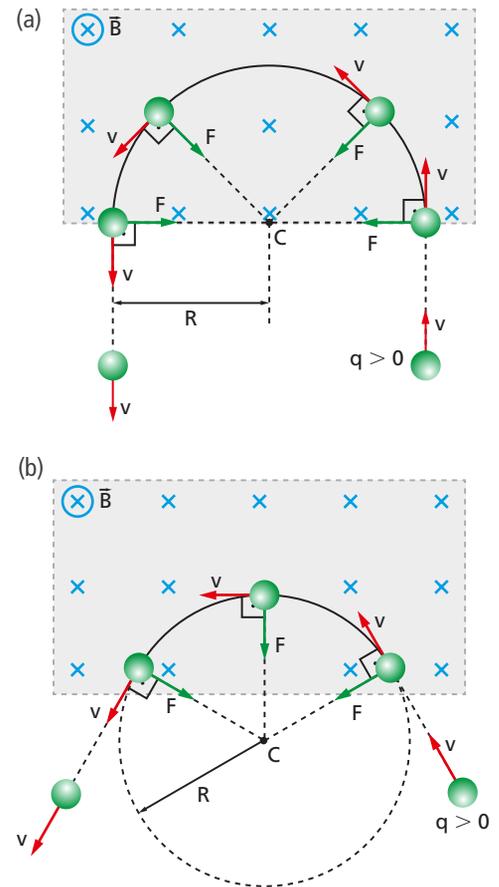


Figura 21.

3º caso: $\theta \neq 0^\circ$, $\theta \neq 90^\circ$ e $\theta \neq 180^\circ$

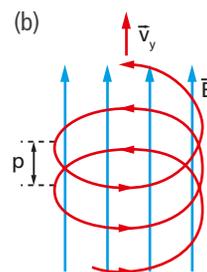
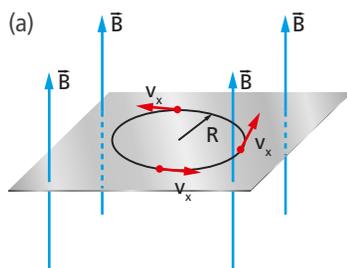
Quando θ é diferente de 0° , 90° e 180° (fig. 22a), uma maneira simples de analisar o movimento é, primeiramente, fazer a decomposição de \vec{v} (fig. 22b) em uma componente \vec{v}_x , perpendicular a \vec{B} , e uma componente \vec{v}_y , paralela a \vec{B} :

$$v_x = v \cdot \sin \theta \quad v_y = v \cdot \cos \theta$$

Em seguida verificamos os movimentos produzidos por cada componente, separadamente.

Se existisse apenas a componente \vec{v}_x , pelo fato de ela ser perpendicular a \vec{B} , teríamos um movimento circular e uniforme (fig. 23a) de raio R e período T dados pelas equações (4) e (5):

$$R = \frac{mv_x}{|q|B} \quad \text{e} \quad T = \frac{2\pi m}{|q|B}$$



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Figura 23.

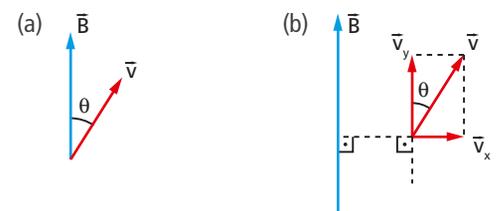


Figura 22.

Se existisse apenas a componente \vec{v}_y , pelo fato de ela ser paralela a \vec{B} , o movimento seria retilíneo e uniforme, na direção e sentido de \vec{v}_y . A composição desses dois movimentos resulta em uma trajetória que é uma **hélice cilíndrica** (fig. 23b).

A distância p , percorrida na direção do campo em um intervalo de tempo igual a um período, é denominada **passo** da hélice.

$$p = (v_y) \cdot (T) = (v \cdot \cos \theta) \left(\frac{2\pi m}{|q| \cdot B} \right) \Rightarrow p = \frac{2\pi m \cdot v \cdot \cos \theta}{|q| \cdot B} \quad (7)$$

Espectrômetro de massa

Para medir massas de íons, o modo mais preciso é usar um **espectrômetro de massa** (fig. 24a). No interior de uma câmara, onde foi produzido vácuo, há uma fonte de íons, uma região onde há um campo magnético uniforme \vec{B} e uma bateria que mantém uma diferença de potencial U entre a fonte e a região onde há campo magnético. Os átomos de um gás são ionizados por meio de bombardeamento com elétrons e saem da fonte de íons pela fenda F . Eles são acelerados pela diferença de potencial U e atingem a região do campo magnético, onde têm suas trajetórias curvadas, atingindo uma placa fotográfica. Sendo q a carga íon, m sua massa e r o raio da trajetória, temos:

$$\left. \begin{aligned} |q| \cdot |U| &= \frac{mv^2}{2} \\ r &= \frac{mv}{|q|B} \end{aligned} \right\} \Rightarrow m = \frac{|q|B^2 r^2}{2|U|}$$

Às vezes os íons passam primeiramente por um seletor de velocidades (fig. 24b), de modo que ao penetrarem no espectrômetro todos têm a mesma velocidade, embora possam ter massas ou cargas diferentes.

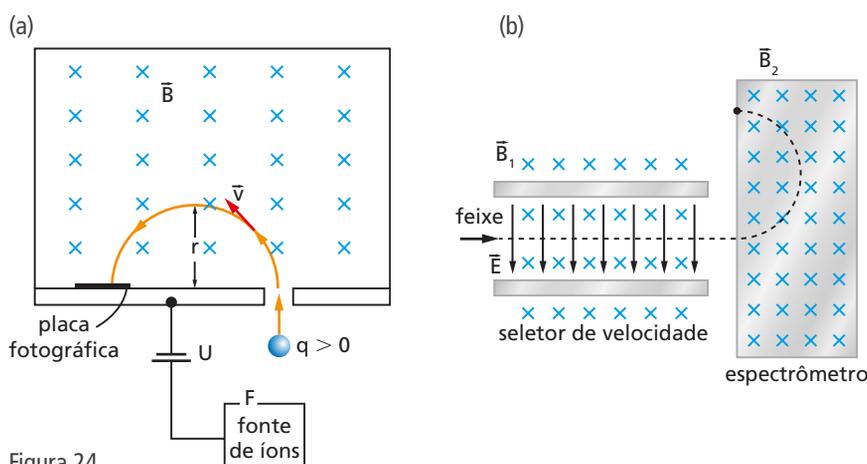


Figura 24.

Auroras

Próximo dos polos, às vezes o céu fica iluminado com luzes de várias cores que se movem (fig. 25). Mais raramente, isso ocorre próximo do equador. Esse fenômeno é chamado **aurora** e tem como origem os **raios cósmicos**, que são partículas carregadas que atingem a Terra, vindas principalmente do Sol (vento solar). Essas partículas são aprisionadas pelo campo magnético terrestre e, por meio de um processo descrito no CD, produzem as luzes.

Quando isso ocorre no hemisfério norte, recebe o nome de **aurora boreal** e, quando ocorre no hemisfério sul, é chamado **aurora austral**. O caso mais raro, que ocorre próximo ao equador, é chamado **aurora tropical**.

ILUSTRAÇÕES: ZAPF



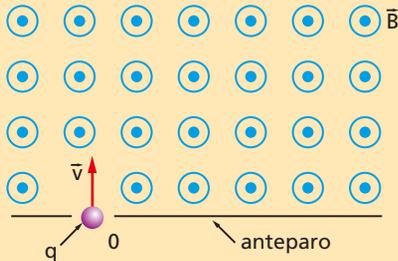
Figura 25. Uma aurora no hemisfério norte (aurora boreal).

PROCURE NO CD

No CD, descrevemos o processo pelo qual ocorre o fenômeno da aurora.

Exercícios de Aplicação

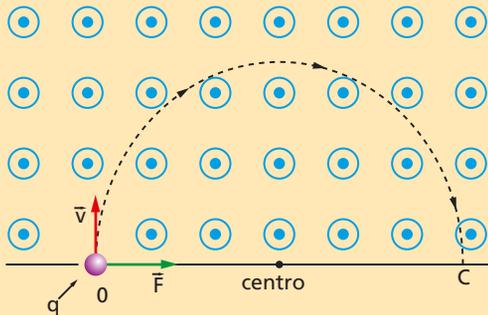
19. Uma carga elétrica puntiforme $q = 2,0 \mu\text{C}$, de massa $m = 1,0 \cdot 10^{-7} \text{ kg}$, penetra com velocidade $v = 20 \text{ m/s}$ numa região onde há campo magnético uniforme, de intensidade $B = 4,0 \text{ T}$, como ilustra a figura.



- Desenhe a trajetória descrita pela partícula.
- Se C o ponto onde a partícula atinge o anteparo, determine a distância OC .
- Determine o tempo gasto pela partícula para ir de O até C .

Resolução:

- Se o ângulo θ de \vec{v} com \vec{B} igual a 90° , concluímos que a partícula descreve uma trajetória circular. Esta tem centro no anteparo, e, portanto, a trajetória é uma **semicircunferência** de diâmetro OC .



- A distância OC é o dobro do raio:

$$OC = 2 \cdot R = 2 \cdot \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$$

Se $m = 1,0 \cdot 10^{-7} \text{ kg}$; $v = 20 \text{ m/s}$;
 $q = 2,0 \mu\text{C} = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$; e $B = 4,0 \text{ T}$, vem:

$$OC = 2 \cdot \frac{1,0 \cdot 10^{-7} \cdot 20}{2,0 \cdot 10^{-6} \cdot 4,0}$$

$$OC = 0,50 \text{ m}$$

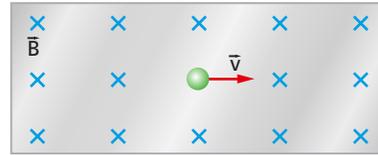
- O tempo pedido é metade de um período:

$$\Delta t = \frac{1}{2} T = \frac{1}{2} \frac{2\pi m}{|q|B} = \frac{\pi m}{|q|B}$$

$$= \frac{(3,14)(10^{-7})}{(2,0 \cdot 10^{-6})(4,0)} \Rightarrow \Delta t \cong 0,039 \text{ s}$$

20. Um elétron é lançado com velocidade \vec{v} numa região onde há campo magnético uniforme \vec{B} , como ilustra a figura. Sendo m a massa do elétron e q sua carga, são dados: $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$;

$|q| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $v = 3,2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$; $B = 0,20 \text{ T}$.



ILUSTRAÇÕES: ZAPET

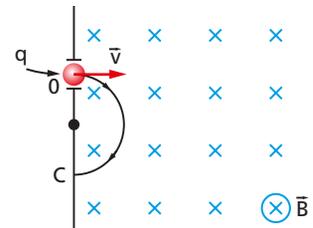
Supondo que a trajetória do elétron esteja totalmente contida na região onde há o campo:

- represente a trajetória do elétron;
- calcule o raio da trajetória;
- calcule o período do movimento;
- calcule a frequência do movimento.

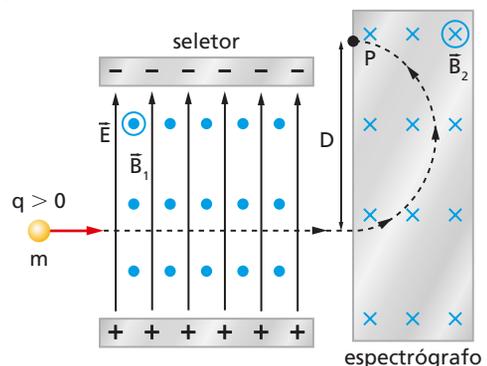
21. Uma partícula cuja carga q tem módulo $3,0 \mu\text{C}$ e cuja massa é $6,0 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$ penetra com velocidade \vec{v} , cujo módulo é $1,0 \cdot 10^2 \text{ m/s}$, numa região onde há um campo magnético uniforme \vec{B} (veja a figura) através de um orifício O existente num anteparo e descreve a semicircunferência indicada na figura.

Se $OC = 2,0 \text{ m}$, determine:

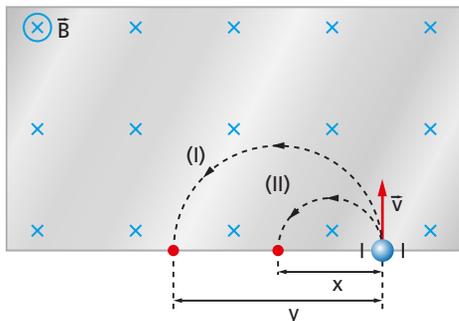
- o sinal de q ;
- a intensidade de \vec{B} ;
- o intervalo de tempo gasto pela partícula para ir de O até C .



22. Na figura representamos um seletor de velocidades associado a um espectrógrafo de massa. Uma partícula de massa m e carga q é lançada numa região onde há um campo elétrico uniforme \vec{E} e um campo magnético uniforme \vec{B}_1 (seletor de velocidades). A seguir, a partícula penetra no espectrógrafo de massa, onde há um campo magnético uniforme \vec{B}_2 e não há campo elétrico. A partícula descreve uma trajetória curva e atinge o anteparo num ponto P . São dados: $q = 4,8 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $B_1 = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ T}$; $D = 1,60 \text{ m}$; $E = 2,0 \cdot 10^4 \text{ V/m}$; $B_2 = 0,26 \text{ T}$. Calcule a massa da partícula.



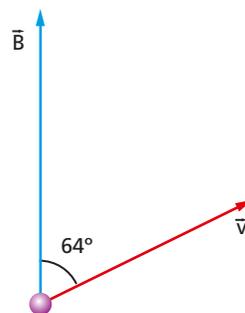
23. A partícula α é um núcleo de hélio e é formada por dois prótons e dois nêutrons. Uma partícula α e um próton penetram com a mesma velocidade \vec{v} numa região onde há um campo magnético uniforme \vec{B} , como ilustra a figura. As partículas descrevem as trajetórias I e II.



Lembrando que a massa do próton é aproximadamente igual à massa do nêutron, responda:

- Qual a trajetória do próton?
- Qual o valor da razão $\frac{y}{x}$?

24. Um elétron com velocidade $v = 4,0 \cdot 10^6$ m/s penetra numa região onde há um campo magnético uniforme, de intensidade $B = 4,0 \cdot 10^{-4}$ T, de modo que sua velocidade \vec{v} forma um ângulo de 64° com o campo.



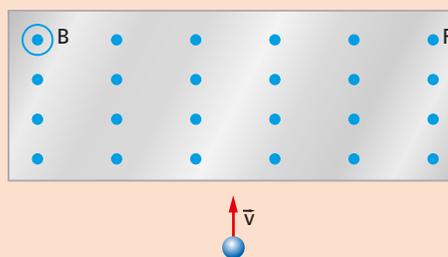
A trajetória do elétron será uma hélice. Sabendo que $\sin 64^\circ \cong 0,90$ e $\cos 64^\circ \cong 0,44$, calcule os valores aproximados:

- do raio da hélice;
- do passo da hélice.

Exercícios de Reforço

25. (Unep-BA) Considere uma partícula eletrizada e um campo magnético uniforme. A partícula é lançada na direção e no sentido das linhas de força do campo magnético. Considerando-se apenas o campo magnético, o movimento da partícula será:
- retilíneo e uniforme.
 - retilíneo e acelerado.
 - retilíneo e retardado.
 - circular e uniforme.
 - helicoidal e uniforme.
26. (U. F. Uberlândia-MG) Uma partícula carregada se move no vácuo com uma velocidade constante. Quando se aplica um campo magnético uniforme e de direção perpendicular à do movimento da partícula, ocorre o seguinte:
- a partícula segue com velocidade constante.
 - a partícula passa a descrever um movimento circular uniforme.
 - a partícula passa a se mover na direção do campo magnético.
 - a partícula passa a descrever um movimento retilíneo uniformemente acelerado.
 - a partícula tem uma trajetória parabólica.
27. (Unifor-CE) Uma partícula eletrizada com carga q é lançada com velocidade \vec{v} numa região onde existe um campo magnético uniforme de indução \vec{B} . Considerando somente as interações magnéticas, é correto afirmar que, necessariamente:

- o módulo da velocidade \vec{v} é alterado pelo campo de indução \vec{B} .
 - a partícula descreve um movimento retilíneo uniforme se \vec{v} for perpendicular a \vec{B} .
 - a intensidade da força resultante sobre a partícula é nula se \vec{v} for paralela a \vec{B} .
 - a direção da velocidade \vec{v} é alterada pelo campo de indução \vec{B} .
 - a partícula descreve um movimento circular uniforme na região do campo de indução \vec{B} .
28. (UF-AL) Uma partícula de massa $2,0 \cdot 10^{-8}$ kg e carga elétrica $-2,0 \cdot 10^{-6}$ C penetra em uma região R onde existe um campo magnético uniforme de intensidade $1,0 \cdot 10^{-2}$ T, com velocidade \vec{v} de módulo $1,0 \cdot 10^2$ m/s, perpendicularmente ao campo, como mostra a figura.



ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Entre as sentenças a seguir verifique quais são as verdadeiras:

- A partícula atravessará a região R sem sofrer desvio.

- II. Ao penetrar na região R , a partícula será desviada para a direita.
- III. Na região R a partícula ficará sujeita a uma força magnética de intensidade $2,0 \cdot 10^{-6}$ N.
- IV. No interior de R o módulo da velocidade da partícula aumentará à razão de 100 m/s em cada segundo.
- V. O raio da trajetória descrita pela partícula no interior de R vale $1,0 \cdot 10^2$ m.

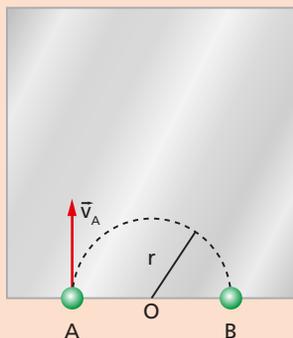
29. (UE-RJ) Uma partícula carregada penetra em um campo de indução magnética uniforme, com velocidade perpendicular à direção do campo e de módulo constante. Nessas condições, o período do movimento da partícula é T . Dobrando-se a intensidade da indução magnética, o novo período do movimento vale:

- a) $\frac{T}{4}$ b) $\frac{T}{2}$ c) T d) $2T$ e) $4T$

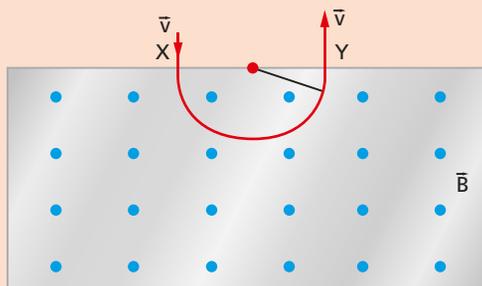
30. (UF-MG) Um elétron entra na região sombreada da figura, onde existe um campo magnético uniforme. No ponto A , a velocidade do elétron é $v_A = 3,52 \cdot 10^7$ m/s. O raio da circunferência-trajetória é $R = 1,0 \cdot 10^{-2}$ m e a razão carga/massa do elétron é: $\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11}$ C/kg.

Determine:

- a) a intensidade, a direção e o sentido do campo magnético;
- b) o tempo gasto pelo elétron para percorrer a semi-circunferência.



31. (E. Naval-RJ) Na figura está representada uma região onde existe um campo magnético uniforme perpendicular ao plano do papel, saindo desse plano. Uma partícula de massa $6,0 \cdot 10^{-5}$ g e carga elétrica negativa $-8,0$ microcoulombs penetra nessa região pelo orifício X e dela sai através do orifício Y . Dados: $XY = 2,0$ m; $B = 0,30$ tesla.



A energia cinética, em microjoule, da partícula é:

- a) 40 d) 52
 b) 48 e) 60
 c) 0,50

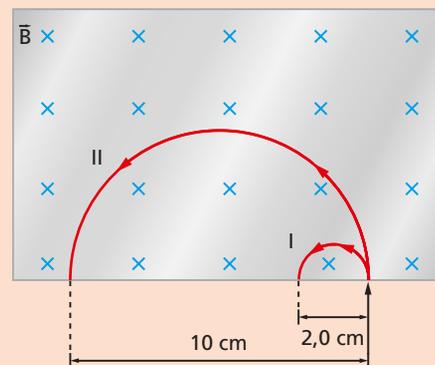
32. (UF-PI) As afirmativas seguintes se referem a um elétron e a um próton que têm energia cinética igual e descrevem trajetórias circulares num mesmo campo magnético uniforme.

- I. O raio da trajetória descrita pelo próton é maior que o da trajetória do elétron.
- II. A velocidade do elétron é maior que a do próton.
- III. O período de revolução do próton é maior que o do elétron.

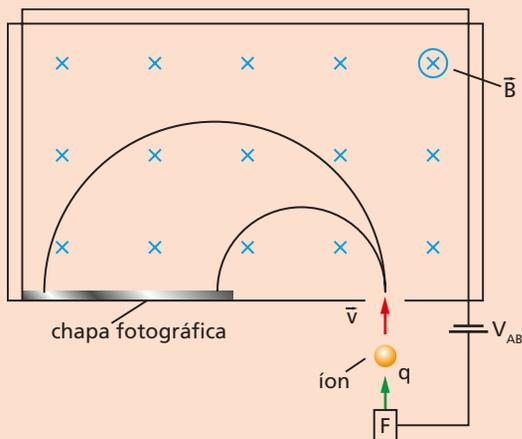
Verifique a alternativa correta:

- a) Somente I e II são verdadeiras.
- b) I, II e III são verdadeiras.
- c) Somente I e III são verdadeiras.
- d) Somente I é verdadeira.
- e) Somente II e III são verdadeiras.

33. (UF-PE) Dois íons de massas diferentes, cargas elétricas iguais e mesmas velocidades penetram numa região de campo magnético uniforme perpendicular ao plano da figura, descrevendo as trajetórias circulares indicadas. Qual a razão entre as massas desses íons?

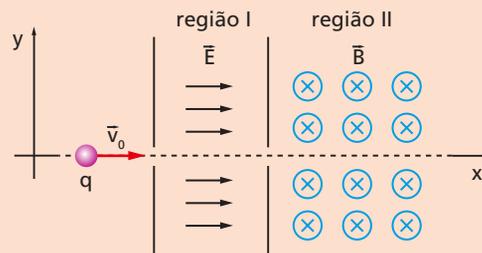


34. (UF-SC) A figura a seguir representa um espectrômetro de massa, dispositivo usado para a determinação da massa de íons. Na fonte F , são produzidos íons, praticamente em repouso. Os íons são acelerados por uma diferença de potencial V_{AB} adquirindo uma velocidade \vec{v} , sendo lançados em uma região onde existe um campo magnético uniforme \vec{B} . Cada íon descreve uma trajetória semicircular, atingindo uma chapa fotográfica em um ponto que fica registrado, podendo ser determinado o raio R da trajetória.



Entre as sentenças a seguir, verifique quais são verdadeiras e dê como resposta a soma dos números que antecedem as afirmações corretas.

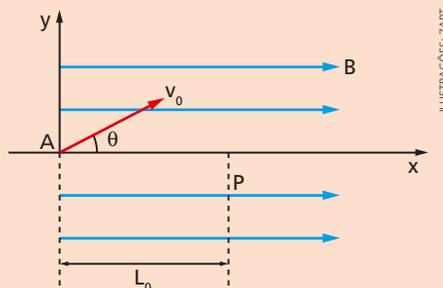
- (01) A carga dos íons, cujas trajetórias são representadas na figura, é positiva.
- (02) A energia cinética E_c que o íon adquire, ao ser acelerado pela diferença de potencial elétrico V_{AB} , é igual ao trabalho realizado sobre ele e pode ser expressa por $E_c = qV_{AB}$ onde q é a carga do íon.
- (04) A carga dos íons, cujas trajetórias são representadas na figura, tanto pode ser positiva como negativa.
- (08) O raio da trajetória depende da massa do íon, e é exatamente por isso que é possível distinguir íons de mesma carga elétrica e massas diferentes.
- (16) Mesmo que o íon não apresente carga elétrica, sofrerá a ação do campo magnético que atuará com uma força de direção perpendicular à sua velocidade \vec{v} .
- 35.** (UF-GO) Um acelerador de partículas é uma instalação na qual partículas são aceleradas e mantidas em uma trajetória curvilínea fechada, podendo atingir velocidades próximas à da luz. As colisões que elas podem ter com outras partículas são extremamente importantes para o melhor entendimento da estrutura interna da matéria.
- O princípio básico de funcionamento de um acelerador de partículas consiste na aplicação combinada de campos elétricos e magnéticos, no interior de um anel no qual as partículas estão confinadas.
- A figura a seguir representa duas regiões distintas onde se movimenta uma carga elétrica positiva q , inicialmente com velocidade \vec{v}_0 .



Região I: existe somente campo elétrico \vec{E} .

Região II: existe somente campo magnético \vec{B} , entrando no plano da folha.

- a) Represente a trajetória da carga q ao passar pela Região I e, posteriormente, pela Região II.
- b) Considerando que a partícula tenha carga $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, massa $m = 1,6 \cdot 10^{-27}$ kg e que $E = 10^3$ V/m, $v_0 = 10^5$ m/s e que o tempo gasto pela partícula na Região I seja $t = 10^{-6}$ s, calcule a velocidade com que a partícula entrará na Região II.
- c) Se $B = 10^{-1}$ T, calcule o raio do arco de circunferência que a partícula descreve no campo magnético.
- 36.** (Fuvest-SP) Um próton de massa $m \cong 1,6 \cdot 10^{-27}$ kg, com carga elétrica $Q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, é lançado em A, com velocidade v_0 , em uma região onde atua um campo magnético uniforme B , na direção x . A velocidade v_0 , que forma ângulo θ com eixo x , tem componentes $v_{0x} = 4,0 \cdot 10^6$ m/s e $v_{0y} = 3,0 \cdot 10^6$ m/s. O próton descreve um movimento em forma de hélice, voltando a cruzar o eixo x , em P, com a mesma velocidade inicial, a uma distância $L_0 = 12$ m do ponto A.



Desconsiderando a ação do campo gravitacional e utilizando $\pi \cong 3$, determine:

- a) o intervalo de tempo Δt , em s, que o próton leva para ir de A a P;
- b) o raio R , em m, do cilindro que contém a trajetória em hélice do próton;
- c) a intensidade do campo magnético B , em tesla, que provoca esse movimento.

3. Força em fio com corrente e sob a ação de campo magnético uniforme

Calcularemos agora a força magnética que atua em um fio que transporta corrente elétrica i e está sob a ação de um campo magnético uniforme \vec{B} . Para fazer isso, vamos calcular a força sobre cada carga móvel e depois somar todas essas forças.

Na figura 26 representamos um trecho **retilíneo** de fio, de comprimento L , conduzindo uma corrente i cujo sentido forma um ângulo θ com um campo magnético **uniforme** \vec{B} . Supondo que as cargas em movimento sejam positivas, sobre cada carga q atua uma força magnética \vec{F} de intensidade $f = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } \theta$. Se, nesse trecho de fio, há n cargas em movimento, a força total sobre o fio tem intensidade:

$$F = nf = nqvB \text{ sen } \theta$$

Sendo Δt o intervalo de tempo gasto por cada carga para percorrer esse trecho de fio, a velocidade \vec{v} é dada por:

$$v = \frac{L}{\Delta t}$$

Portanto:

$$F = nq \frac{L}{\Delta t} B \text{ sen } \theta = \underbrace{\left(\frac{nq}{\Delta t} \right)}_i LB \text{ sen } \theta = iLB \text{ sen } \theta$$

ou:

$$F = BiL \text{ sen } \theta \quad (8)$$

Para obtermos o sentido de \vec{F} , usamos a regra da mão esquerda colocando o sentido da corrente no lugar do sentido de \vec{v} (dedo médio), como mostra a figura 27.

A equação (8) foi deduzida para o caso de campo uniforme. Se o campo não for uniforme, ou o fio não for retilíneo, dividimos o fio em "pequenos pedaços", de modo que cada pedaço possa ser considerado retilíneo e, em cada um, o campo possa ser considerado uniforme. Utilizando a equação (8), calculamos a força em cada pedaço e somamos todas essas forças. Porém, para fazer isso é necessário o uso do Cálculo Integral, que não é estudado no Ensino Médio. Assim, em geral essas situações não serão tratadas em nosso curso, com uma exceção, que apresentaremos a seguir.

Força sobre fio não retilíneo contido num único plano

Consideremos um fio de forma qualquer (fig. 28a), mas que esteja contido num único plano perpendicular a um campo magnético uniforme \vec{B} .

Se o fio for percorrido por corrente de intensidade i , é possível demonstrar que a força magnética sobre esse fio é igual à que existiria sobre um fio retilíneo (fig. 28b) ligando os extre-

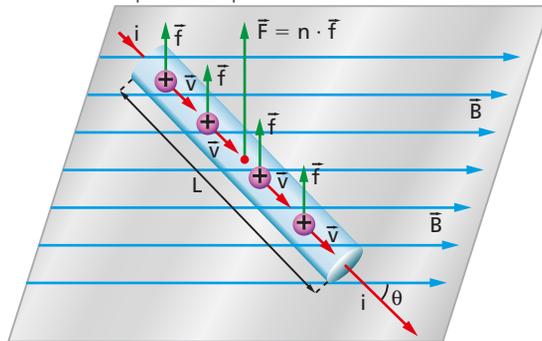
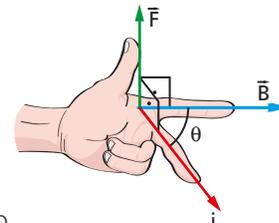


Figura 26.



ILUSTRAÇÕES: ZAPET

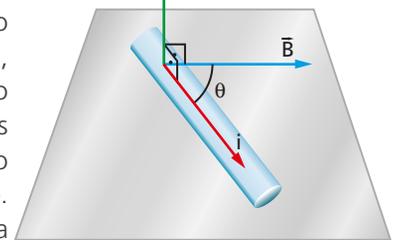
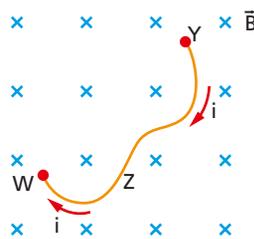


Figura 27.

(a)



(b)

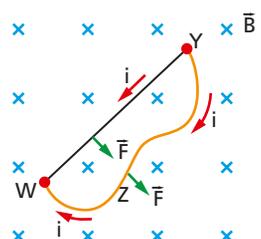


Figura 28.

mos do fio original e percorrido pela mesma corrente, no mesmo sentido. No Exercício de Aplicação 37 mostraremos que essa propriedade é válida no caso particular em que o fio é formado por trechos retilíneos.

Na situação representada na figura 28, se invertermos o sentido da corrente no fio reto WY (fig. 29), a força nesse fio mudará de sentido, e teremos uma espira plana percorrida por uma única corrente num único sentido (neste caso, horário).

Portanto, a força resultante sobre a espira será nula:

$$\vec{F} + (-\vec{F}) = \vec{0}$$

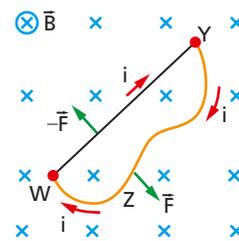


Figura 29.

Exercícios de Aplicação

37. Um fio dobrado em ângulo reto, como ilustra a figura *a*, conduz uma corrente de intensidade $i = 10 \text{ A}$ e situa-se em uma região onde há um campo magnético uniforme, de intensidade $B = 0,20 \text{ T}$.

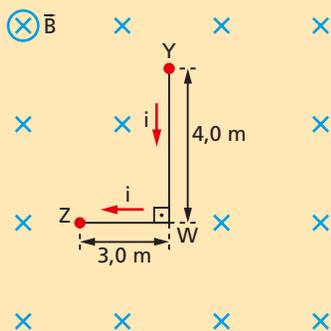


Figura *a*.

Determine:

- a força magnética que atua sobre o fio;
- a força magnética que agiria em um fio reto que ligasse os pontos *Y* e *Z* e fosse percorrido por uma corrente de intensidade $i = 10 \text{ A}$, com sentido de *Y* para *Z*.

Resolução:

- Aplicando a regra da mão esquerda obtemos as direções e sentidos das forças que atuam nos trechos *YW* e *WZ* (fig. *b*).

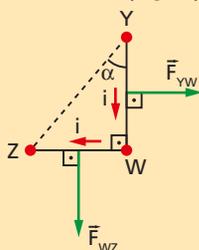


Figura *b*.

Como o fio é perpendicular ao campo, nos dois trechos o ângulo entre o campo e o sentido da corrente é 90° .

Assim, as intensidades das forças nos dois trechos têm módulos:

$$F_{YW} = B \cdot i \cdot L_{YW} \cdot \underbrace{\text{sen } 90^\circ}_1 = (0,20 \text{ T})(10 \text{ A})(4,0 \text{ m}) = 8,0 \text{ N}$$

$$F_{WZ} = B \cdot i \cdot L_{WZ} \cdot \underbrace{\text{sen } 90^\circ}_1 = (0,20 \text{ T})(10 \text{ A})(3,0 \text{ m}) = 6,0 \text{ N}$$

Pela figura *c* vemos que a resultante \vec{F} terá módulo dado por:

$$F^2 = F_{YW}^2 + F_{WZ}^2 = (8,0)^2 + (6,0)^2 = 100$$

$$F = 10 \text{ N}$$

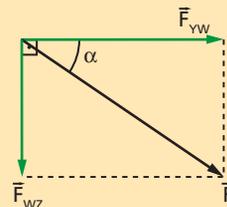


Figura *c*.

- A regra da mão esquerda nos dá o sentido da força \vec{F}_{YZ} atuante no trecho *YZ*, que está indicada na figura *d*. Seu módulo é dado por:

$$F_{YZ} = B \cdot i \cdot L_{YZ} \cdot \text{sen } 90^\circ = (0,20 \text{ T})(10 \text{ A})(5,0 \text{ m}) \Rightarrow \Rightarrow F_{YZ} = 10 \text{ N}$$

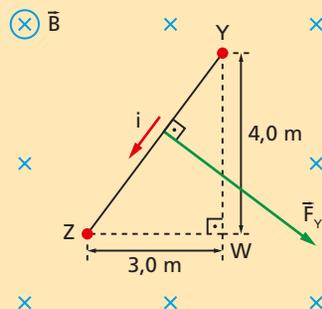


Figura *d*.

Podemos observar que as forças \vec{F} e \vec{F}_{YZ} têm o mesmo módulo:

$$F = F_{YZ} = 10 \text{ N}$$

ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

Além disso, das figuras *b*, *c* e *e* percebemos que \vec{F} e \vec{F}_{YZ} têm a mesma direção e o mesmo sentido. Portanto:

$$\vec{F} = \vec{F}_{YZ}$$

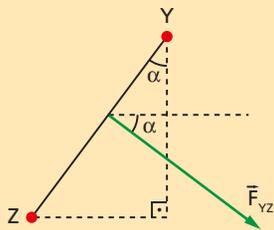
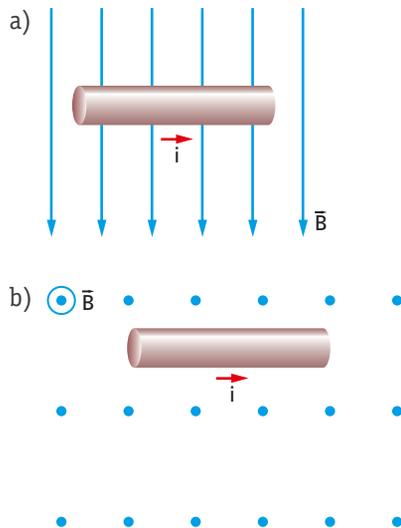


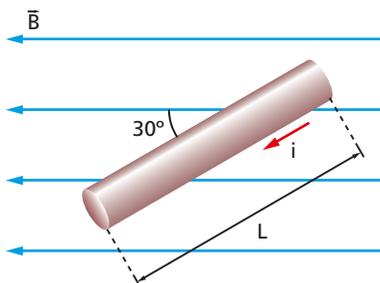
Figura e.

Neste exercício temos um caso particular da propriedade apresentada na teoria: a força no fio não reto YWZ é igual à força no fio reto YZ, quando percorridos pela mesma corrente.

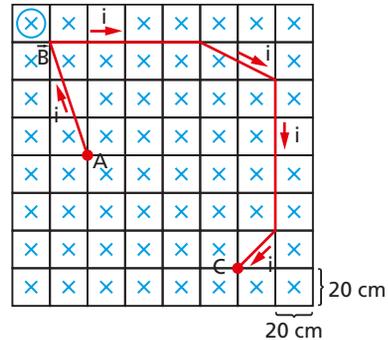
38. Reproduza as figuras no caderno e represente a força magnética que atua sobre cada fio retilíneo, conduzindo corrente elétrica, sob a ação de um campo magnético uniforme \vec{B} .



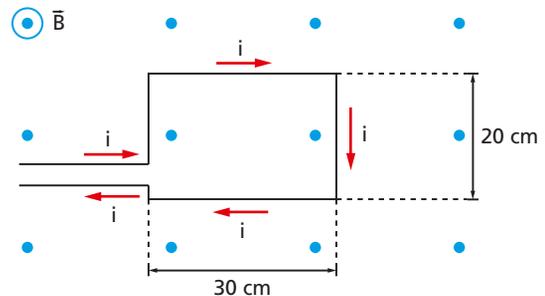
39. Um fio retilíneo, que tem comprimento $L = 0,60$ m e conduz corrente de intensidade $i = 3,0$ A, está numa região onde há um campo magnético uniforme de intensidade $B = 0,20$ T, como ilustra a figura. Calcule a intensidade da força magnética atuante no fio.



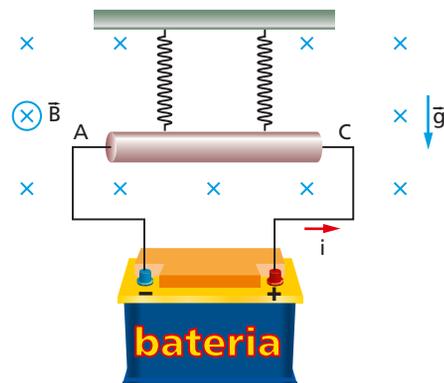
40. Um fio de extremos A e C está numa região onde há um campo magnético uniforme de intensidade $B = 0,20$ T, como ilustra a figura. O fio é percorrido por uma corrente de intensidade $i = 4,0$ A. Calcule a intensidade da força magnética atuante no fio.



41. Uma espira retangular, situada numa região onde há um campo magnético uniforme, de intensidade $B = 0,30$ T, como mostra a figura, é percorrida por uma corrente de intensidade $i = 4,0$ A. Qual a intensidade da força magnética atuante nessa espira?



42. A figura representa um fio condutor AC, de massa 40 gramas, ligado por fios de massas desprezíveis a uma bateria, de modo que a corrente no fio tem intensidade $i = 10$ A. O fio está preso a duas molas idênticas, tendo cada uma constante elástica $k = 18$ N/m, e sob a ação de um campo magnético uniforme de intensidade $B = 0,20$ T. Sendo $g = 10$ m/s², calcule a deformação das molas. Dado: $AC = 34$ cm.



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

Exercícios de Reforço

43. (U. Passo Fundo-RS) Considere um campo magnético uniforme cujas linhas de indução são horizontais com sentido para a direita. Suponha, em seguida, que um fio condutor retilíneo seja colocado em direção perpendicular às linhas de indução do campo. Nessas condições, quando uma corrente contínua percorre o fio são feitas as seguintes afirmações:

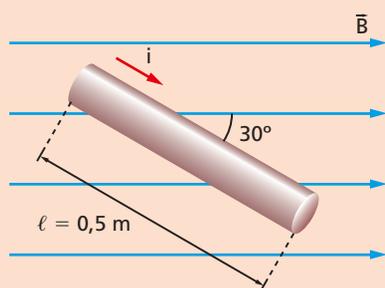
- O campo magnético interage com as cargas em movimento, gerando sobre o fio uma força na direção vertical para cima.
- O módulo da força magnética sobre o fio é proporcional à intensidade do campo.
- O módulo da força magnética sobre o fio independe da intensidade da corrente que percorre o fio.
- O módulo da força magnética sobre o fio independe do sentido da corrente que percorre o fio.

A(s) afirmação(ões) que melhor representa(m) a situação é (são):

- a) I c) III e IV e) II e IV
b) II e III d) II

44. (UF-PE) Uma linha de transmissão elétrica conduz corrente de 500 A numa região em que o campo magnético terrestre, perpendicular à linha, é $3,8 \cdot 10^{-5}$ T. Qual a força magnética sobre cada metro da linha, em unidade de 10^{-3} N?

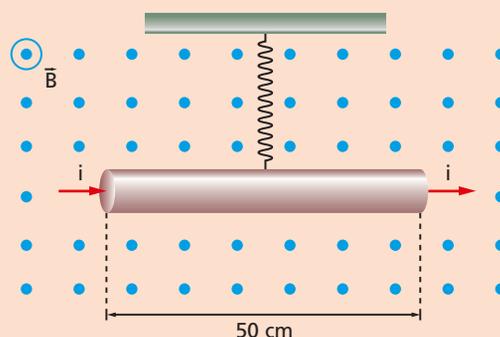
45. (Mackenzie-SP) A figura ilustra um condutor de comprimento 0,5 m, imerso num campo magnético de intensidade $2 \cdot 10^{-3}$ T.



Sendo $i = 20$ A a corrente que atravessa o condutor, a intensidade da força magnética que age sobre ele é de:

- a) $1 \cdot 10^{-3}$ N
b) $1 \cdot 10^{-2}$ N
c) $2 \cdot 10^{-2}$ N
d) $5 \cdot 10^{-2}$ N
e) $1 \cdot 10^{-1}$ N

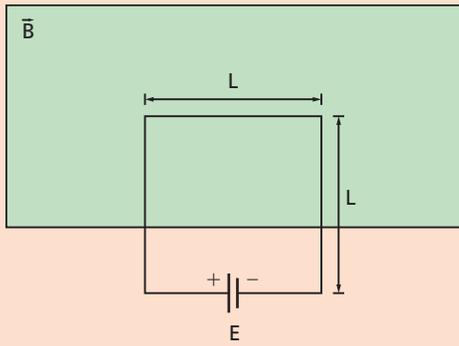
46. (UnB-DF) O funcionamento de alguns instrumentos de medidas elétricas, como, por exemplo, o galvanômetro, baseia-se no efeito mecânico que os campos magnéticos provocam em espiras que conduzem correntes elétricas, produzindo o movimento de um ponteiro que se desloca sobre uma escala. O modelo mostra, de maneira simples, como campos e correntes provocam efeitos mecânicos. Ele é constituído por um fio condutor, de comprimento igual a 50 cm, suspenso por uma mola de constante elástica igual a 80 N/m e imerso em um campo magnético uniforme, de intensidade B igual a 0,25 T, com direção perpendicular ao plano desta folha e sentido de baixo para cima, saindo do plano da folha. Calcule, em ampères, a corrente elétrica i que deverá percorrer o condutor, da esquerda para a direita, para que a mola seja alongada de 2,0 cm, a partir da posição de equilíbrio estabelecida com corrente nula. Desconsidere a parte fracionária do seu resultado, caso exista.



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

47. (UF-PR) O princípio de funcionamento de um guindaste consiste em utilizar a força magnética produzida sobre um fio imerso num campo magnético quando passa uma corrente elétrica pelo fio. Na figura, o circuito quadrado de lado L está situado num plano vertical. Esse circuito possui uma fonte ideal de fem com valor ε que é responsável pela circulação de uma corrente elétrica de intensidade constante I . Os condutores de cada lado possuem resistência R , e a massa do circuito quadrado com a fonte de fem vale M . Na região retangular sombreada, há um campo magnético \vec{B} orientado horizontalmente, de modo que sua direção é perpendicular ao plano da figura.

O módulo de \vec{B} é constante nessa região. Parte do circuito quadrado está situada no interior desse campo magnético e ficará sujeita, portanto, a uma força magnética. A aceleração da gravidade no local vale g .

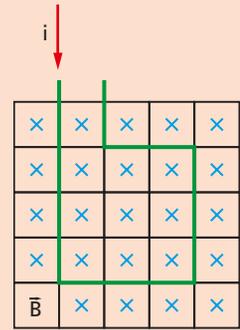


- Considere que o circuito está em equilíbrio estático na posição mostrada na figura. Com base nisso:
- copie a figura em seu caderno e indique a figura, o sentido convencional de circulação da corrente elétrica I no circuito e o sentido do campo magnético \vec{B} (se é para fora ou para dentro do plano da figura);
 - determine uma equação para a corrente I que passa pelo circuito, em função de R e ε ;
 - obtenha uma equação para ε em função das variáveis fornecidas, para que o circuito fique em equilíbrio estático na posição mostrada na figura.

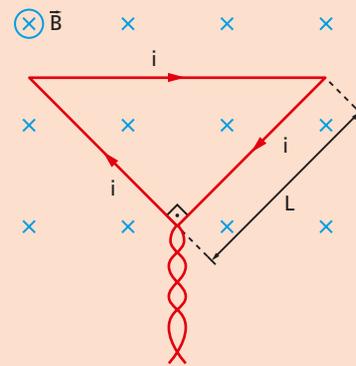
48. (Unifesp-SP) Na região quadriculada da figura existe um campo magnético uniforme \vec{B} , perpendicular ao plano do reticulado e penetrando no plano da figura. Parte de um circuito rígido também passa por ela, como ilustra a figura. A aresta de cada célula quadrada do quadrilátero tem comprimento u , e pelo fio passa uma corrente elétrica de intensidade i . Analisando a força magnética que age sobre cada elemento de

comprimento u do fio do circuito, coincidente com a aresta das células quadradas, a intensidade da força magnética resultante sobre a parte do circuito exposta ao campo \vec{B} é:

- nula
- $\frac{iBu}{2}$
- iBu
- $3iBu$
- $13iBu$



49. (UF-BA) Uma espira, em forma de um triângulo retângulo isósceles, encontra-se imersa em um campo magnético uniforme, $|\vec{B}| = 2 \text{ T}$, que é perpendicular ao seu plano, conforme a figura. Sabendo que o lado menor do triângulo tem comprimento $L = 1 \text{ m}$ e que pela espira passa uma corrente $i = 10 \text{ A}$, determine o módulo da força magnética resultante que age sobre a espira.



4. Torque em uma espira sob campo magnético uniforme

Consideremos uma espira plana que conduza corrente e esteja colocada numa região onde há um campo magnético uniforme. Vimos que a resultante das forças magnéticas atuantes na espira é nula. Isso significa que as forças magnéticas não interferem na translação da espira.

Porém, apesar de ser nula a resultante das forças magnéticas, estas podem ter um **torque** não nulo, produzindo **rotações**.

Na figura 30a representamos uma espira retangular conduzindo corrente i e situada numa região onde há um campo magnético uniforme. As forças nos quatro lados da espira são tais que:

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_3| = F' \quad \text{e} \quad |\vec{F}_2| = |\vec{F}_4| = F$$

e assim a resultante das forças magnéticas é nula. Porém, na posição em que a espira está, as forças \vec{F}_2 e \vec{F}_4 formam um binário com torque não nulo, como podemos perceber na figura 30b. A tendência desse binário é produzir uma rotação no sentido horário.

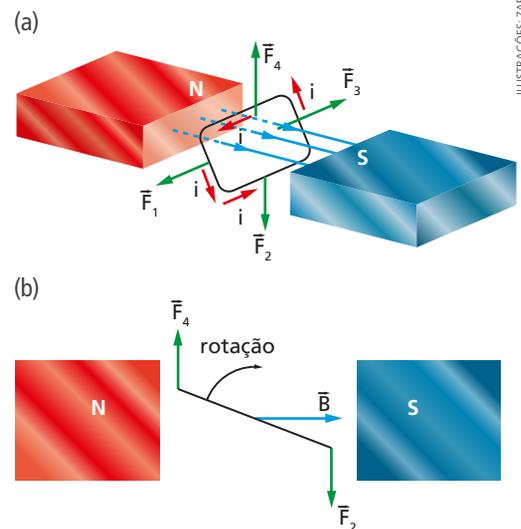


Figura 30.

Se o plano da espira for perpendicular ao campo, como nas figuras 31a e 32a, o torque será nulo, como ilustram as figuras 31b e 32b. Porém, a situação da figura 31a é de equilíbrio estável, enquanto a da figura 32a é instável. Para percebermos isso, imaginemos uma pequena rotação da espira. Na situação da figura 31c, a tendência é voltar à posição inicial da figura 31b, enquanto na situação da figura 32c a tendência não é voltar à situação inicial da figura 32b, mas, sim, procurar a situação de equilíbrio estável da figura 31b.

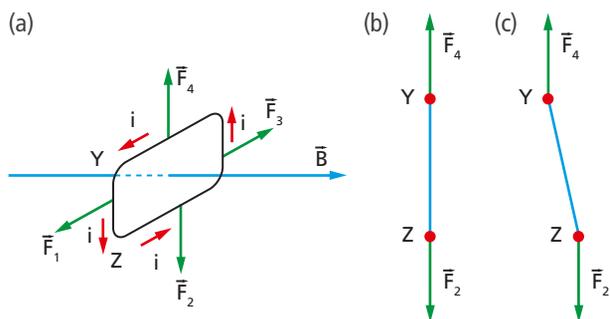


Figura 31.

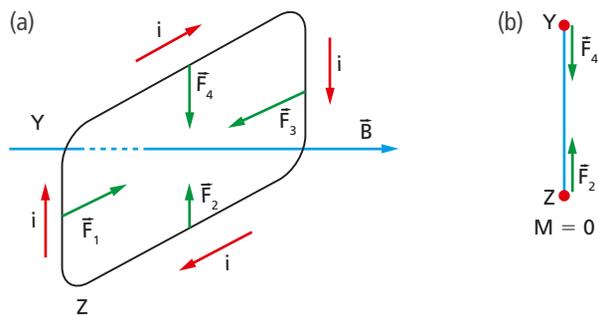


Figura 32.

Cálculo do torque

Na figura 33 reproduzimos partes da figura 30.

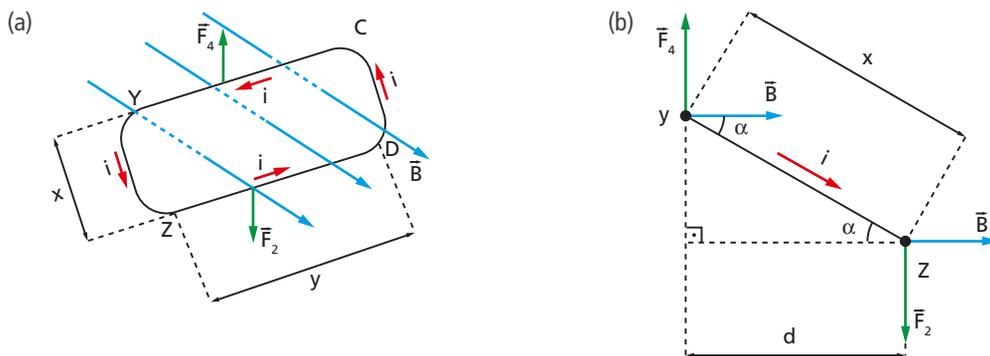


Figura 33.

Como os trechos \overline{YC} e \overline{ZD} são perpendiculares ao campo \vec{B} , temos (fig. 33a):

$$F_4 = F_2 = F = Biy$$

Sendo M o torque sobre a espira, da figura 33b tiramos:

$$|M| = Fd = (Biy)d$$

Mas, considerando o ângulo α entre o plano da espira e \vec{B} , obtemos:

$$d = x \cos \alpha$$

Portanto:

$$|M| = (Biy)(x \cos \alpha) = Bi(xy) \cos \alpha$$

Porém, o produto xy é igual à área A da espira. Assim, temos:

$$|M| = B \cdot i \cdot A \cdot \cos \alpha \quad \textcircled{9}$$

A equação $\textcircled{9}$ foi deduzida para o caso de espira retangular, mas é possível demonstrar que ela vale para qualquer espira plana cuja área é A .

ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Em alguns aparelhos se usa um arranjo compacto de várias espiras enroladas paralelamente, como ilustra a figura 34. Esse arranjo é chamado **bobina chata** (para diferenciar de um outro tipo de bobina que veremos no próximo capítulo). Assim, sendo M o torque em cada espira, e n o número de espiras, o torque total M_T sobre a bobina é dado por:

$$|M_T| = n|M|$$

Motor elétrico de corrente contínua

Na figura 35 apresentamos o princípio dos motores elétricos de corrente contínua. Um gerador, de força eletromotriz E , produz uma corrente elétrica que passa por uma espira colocada em uma região onde há campo magnético. Assim, a espira fica sujeita a um binário que a faz girar. A função do anel comutador é inverter o sentido da corrente quando a espira passa pela posição de equilíbrio estável, de modo que se mantenha o movimento.

No motor se usam várias espiras enroladas em um núcleo de ferro (rotor), como ilustra a figura 36a, na qual representamos uma única espira. Na figura 36b damos um exemplo de rotor com várias espiras, as quais são recobertas com um verniz isolante para evitar curto-circuito.

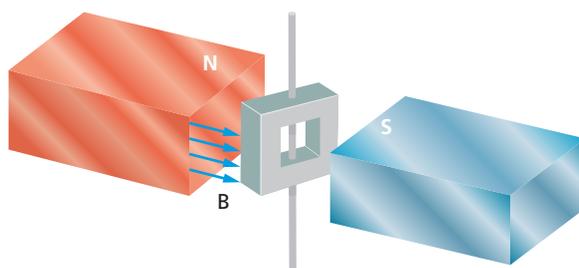


Figura 34.

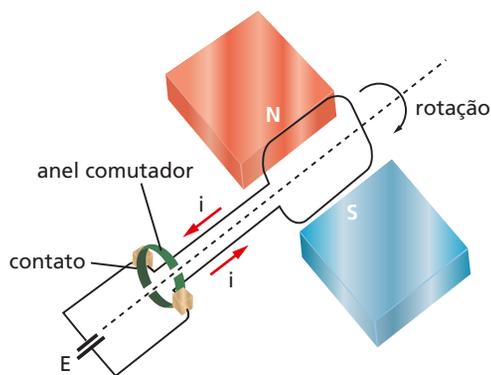


Figura 35.

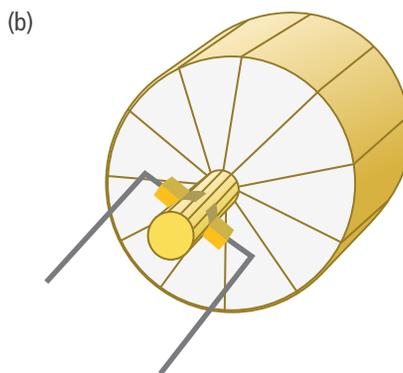
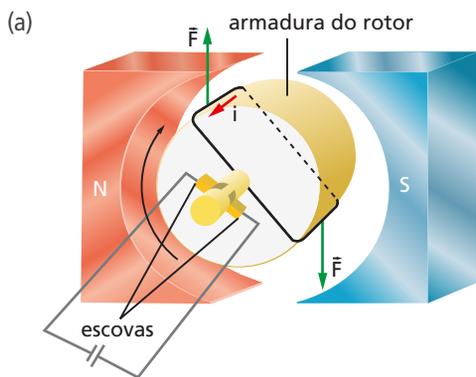


Figura 36.

Galvanômetro

O galvanômetro é um aparelho que mede intensidades de correntes, mas que pode ser adaptado para medir diferenças de potencial. Ele é formado por uma bobina chata (fig. 37) enrolada em um núcleo de ferro e que pode girar em torno de um eixo ligado a uma mola muito fina, entre os polos de um ímã.

Quando uma corrente contínua passa pelas espiras, estas ficam submetidas a um torque que as faz girar até estacionar em determinada posição, devido à ação da mola. Quando a corrente é interrompida, a mola faz o ponteiro voltar à posição inicial.

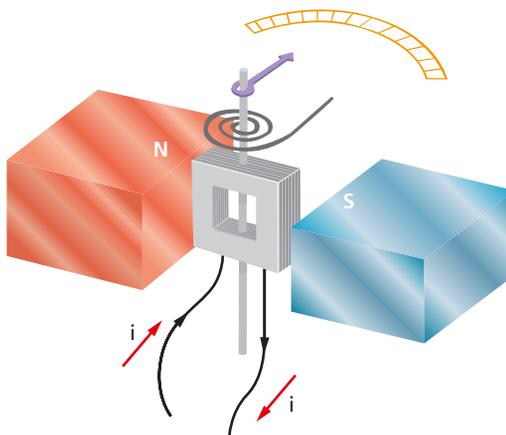


Figura 37.

Exercícios de Aplicação

50. Uma espira retangular XYCD está numa região onde há um campo magnético uniforme, podendo girar em torno de um eixo. A espira é percorrida por uma corrente de intensidade $i = 4,0$ A no sentido indicado na figura. São dados: $B = 0,30$ T; $XY = CD = 0,20$ m; $YC = DX = 0,15$ m. Na posição representada na figura a o plano da espira é paralelo ao campo.

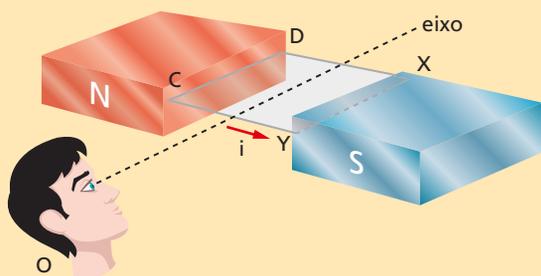


Figura a.

Para essa posição, determine:

- o módulo do torque que atua na espira;
- a tendência de rotação para o observador O .

Resolução:

- a) 1ª modo:

Nos trechos XD e CY a corrente é paralela ao campo e, portanto, a força magnética é nula. Nos trechos DC e YX as forças terão o mesmo módulo F :

$$F = B \cdot i \cdot L_{CD} \cdot \frac{\sin 90^\circ}{1} \Rightarrow F = B \cdot i(CD) \Rightarrow F = (0,30 \text{ T})(4,0 \text{ A})(0,20 \text{ m}) \Rightarrow F = 0,24 \text{ N}$$

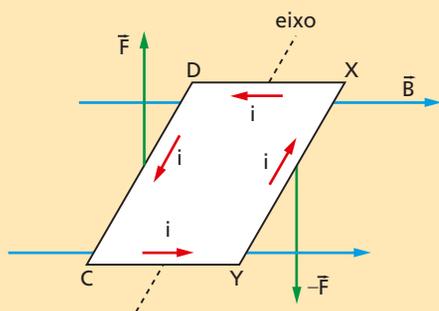


Figura b.

O torque M , em módulo, é dado por:

$$|M| = F(CY) = (0,24 \text{ N})(0,15 \text{ m}) \Rightarrow |M| = 0,036 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- 2ª modo:

Podemos usar a fórmula deduzida na teoria:

$$|M| = B \cdot i \cdot A \cdot \sin \alpha$$

sendo A a área da espira e α o ângulo entre o campo e o plano da espira.

Da figura b tiramos:

$$\alpha = 0^\circ \Rightarrow \cos \alpha = 1$$

$$A = (CD) \cdot (CY) = (0,20 \text{ m})(0,15 \text{ m}) = 0,030 \text{ m}^2$$

Assim:

$$M = (0,30 \text{ T})(4,0 \text{ A})(0,030 \text{ m}^2)(1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M = 0,036 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- b) A figura c representa o que o observador O vê. Por essa ilustração, notamos que o binário formado por \vec{F} e $-\vec{F}$ tende a girar a espira no sentido horário.

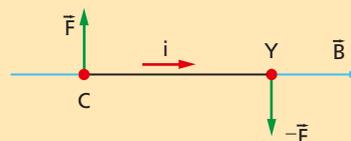


Figura c.

51. Uma espira retangular, percorrida por uma corrente de intensidade i , está numa região onde há um campo magnético \vec{B} , de modo que o plano da espira forma ângulo α com o campo, conforme mostra a figura b, que é a visão do observador O . São dados: $B = 0,50$ T; $i = 2,0$ A; $\overline{AY} = 0,40$ m; $\overline{YZ} = 0,20$ m; $\cos \alpha = 0,60$.

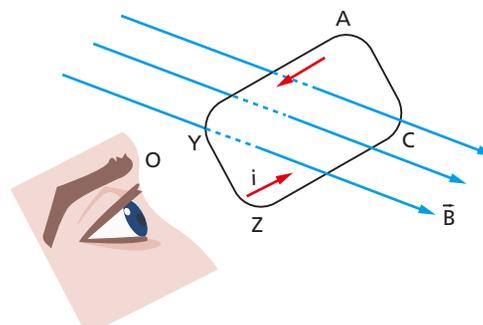


Figura a.

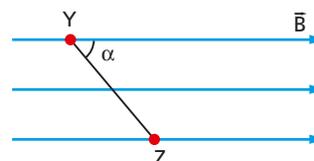
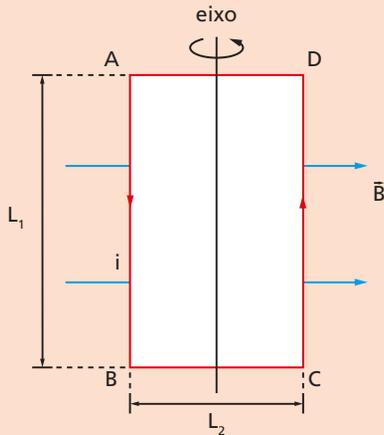


Figura b.

- Calcule o módulo do torque (momento) do binário exercido sobre a espira.
- Para o observador O , a tendência de rotação da espira é no sentido horário ou anti-horário?

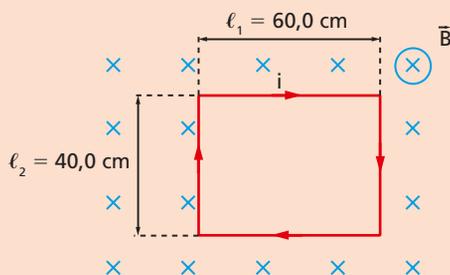
Exercícios de Reforço

52. (UF-PE) Uma espira percorrida pela corrente $i = 2,0$ A se encontra numa região de campo magnético uniforme $B = 0,5$ T. Devido às forças magnéticas que atuam sobre a espira, ela pode girar em torno do eixo que passa pelos pontos médios dos lados AD e BC, conforme indicado.



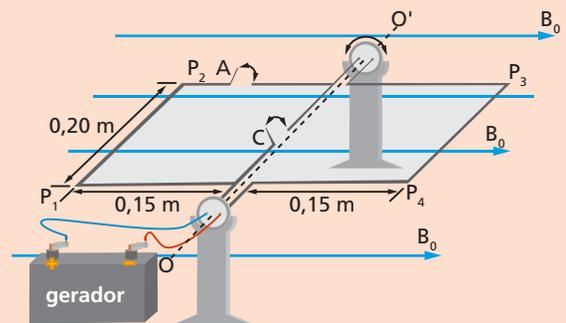
Determine o torque resultante que atua sobre a espira, no instante mostrado na figura. Considere $L_1 = 2L_2 = 1,0$ m.

- a) $0,2$ N · m
 b) $0,3$ N · m
 c) $0,4$ N · m
 d) $0,5$ N · m
 e) $0,6$ N · m
53. (UF-SC) A figura abaixo representa uma espira retangular, percorrida por uma corrente elétrica $i = 2,0$ ampères, imersa numa região do espaço onde existe uma indução magnética uniforme \vec{B} , cujo módulo é $0,1$ tesla e cujo sentido é para dentro do plano da página. Calcule o torque na espira.



54. (Fuvest-SP) Para estimar a intensidade de um campo magnético B_0 , uniforme e horizontal, é utilizado um fio condutor rígido, dobrado com a

forma e dimensões indicadas na figura, apoiado sobre suportes fixos, podendo girar livremente em torno do eixo OO' . Esse arranjo funciona como uma "balança para forças eletromagnéticas". O fio é ligado a um gerador, ajustado para que a corrente contínua fornecida seja sempre $i = 2,0$ A, sendo que duas pequenas chaves A e C, quando acionadas, estabelecem diferentes percursos para a corrente. Inicialmente, com o gerador desligado, o fio permanece em equilíbrio na posição horizontal. Quando o gerador é ligado, com a chave A aberta e C fechada, é necessário pendurar uma pequena massa $M_1 = 0,008$ kg, no meio do segmento P_3P_4 , para restabelecer o equilíbrio e manter o fio na posição horizontal.



- a) Determine a intensidade da força eletromagnética F_1 , em newtons, que age sobre o segmento P_3P_4 do fio, quando o gerador é ligado com a chave A aberta e C fechada.
 b) Estime a intensidade do campo magnético B_0 , em teslas.
 c) Estime a massa M_2 , em kg, necessária para equilibrar novamente o fio na horizontal, quando a chave A está fechada e C aberta. Indique onde deve ser colocada essa massa, levando em conta que a massa M_1 foi retirada.

Note e adote:

$$F = iBL$$

Desconsidere o campo magnético da Terra.

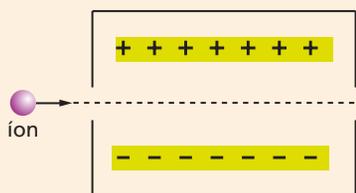
As extremidades P_1 , P_2 , P_3 e P_4 estão sempre no mesmo plano.

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

ILUSTRAÇÕES: ZAPT

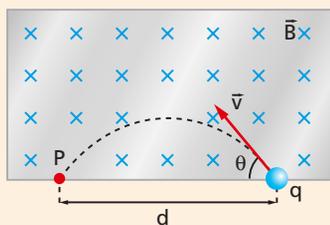
Exercícios de Aprofundamento

55. (UF-MG) Seletores de velocidade são utilizados em alguns aparelhos para permitir a passagem somente de íons que têm uma determinada velocidade. Nesses seletores, um campo elétrico e um campo magnético são aplicados de tal forma que apenas íons com uma velocidade específica o atravessam sem serem desviados. O campo elétrico é produzido por duas placas metálicas paralelas, nas quais é aplicada uma diferença de potencial, como representado nesta figura.



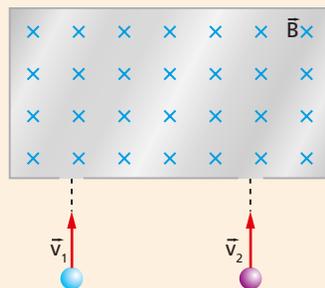
O campo magnético, constante e uniforme, é produzido por um eletroímã, não mostrado nessa figura. Considere que o peso dos íons é desprezível.

- a) Verifique, na figura, as direções e os sentidos que os campos elétrico e magnético devem ter, na região entre as placas, a fim de que íons positivos atravessem o seletor de velocidade sem serem desviados.
- b) Considere que, no seletor apresentado, a distância entre as placas é de 5,0 mm e a diferença de potencial aplicada é de 5,0 kV e que se deseja que apenas íons com velocidade de $1,0 \cdot 10^6$ m/s sejam selecionados. Calcule o módulo do campo magnético que deve ser aplicado nessa situação.
56. Um íon de massa $m = 6,7 \cdot 10^{-26}$ kg e carga $q = 4,8 \cdot 10^{-19}$ C penetra numa região onde há um campo magnético uniforme \vec{B} , com velocidade \vec{v} , como mostra a figura, indo atingir o anteparo no ponto P. São dados $B = 0,20$ T e $\cos \theta = 0,80$. Calcule a distância d entre o ponto de entrada e o ponto de impacto. Dado $v = 8,0 \cdot 10^5$ m/s.



57. (UF-PI) Duas partículas com cargas iguais e sinais opostos se movem em uma região livre de campos com velocidades paralelas entre si, mesmo sentido e módulos diferentes. Em um

dado instante, as partículas penetram simultaneamente em outra região onde existe um campo magnético uniforme \vec{B} , cuja direção é perpendicular ao plano da trajetória das partículas. As partículas realizam trajetórias circulares e se encontram depois de haver girado ângulos $\theta_1 = 90^\circ$ e $\theta_2 = 150^\circ$.



ILUSTRAÇÕES: ZAPIT

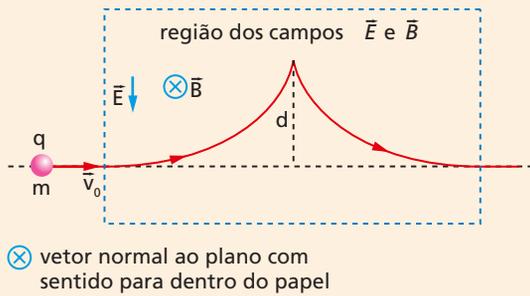
Desprezando a interação entre as partículas durante sua trajetória, a relação entre as massas das partículas será dada por:

- a) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{5}{3}$ d) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{5}$
- b) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{7}{3}$ e) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{5}{7}$
- c) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{7}$
58. Para a situação da questão anterior, determine a razão $\frac{v_1}{v_2}$.

59. (UF-RJ) Uma partícula de massa m e carga elétrica positiva q entra em uma região na qual existem um campo elétrico e um campo magnético, ambos uniformes, constantes, perpendiculares entre si e de módulos respectivos E e B . O peso da partícula é totalmente desprezível comparado à força elétrica, de modo que podemos supor somente as forças elétrica e magnética agindo sobre a partícula na região.

A partícula entra na região com velocidade inicial \vec{v}_0 , de módulo $v_0 = 2 \frac{E}{B}$ e direção perpendicular aos campos elétrico e magnético, e desvia-se até atingir, com velocidade nula, uma distância máxima d da reta suporte da velocidade inicial \vec{v}_0 . A partícula volta a aproximar-se dessa reta, de modo que sua trajetória é uma curva plana, como ilustra a figura.

Considerando como dados E , B , q e m , calcule a distância d .



60. (UF-MG) O professor Nogueira montou, para seus alunos, a demonstração de magnetismo que se descreve a seguir e que está representada na figura *a*. Uma barra cilíndrica, condutora, horizontal, está pendurada em um suporte por meio de dois fios condutores ligados às suas extremidades. Esses dois fios são ligados eletricamente aos polos de uma bateria.

Em um trecho de comprimento L dessa barra, atua um campo magnético \vec{B} , vertical e uniforme. O módulo do campo magnético é de $0,030\text{ T}$, o comprimento $L = 0,60\text{ m}$ e a corrente elétrica na barra é $2,0\text{ A}$.

Despreze a massa dos fios e adote $g = 10\text{ m/s}^2$. Nessas condições, a barra fica em equilíbrio quando os fios de sustentação estão inclinados 30° em relação à vertical.

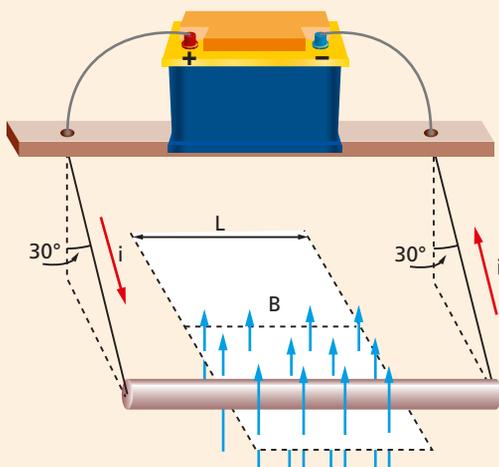


Figura *a*.

Na figura *b*, está representada a mesma barra, agora vista em perfil, com a corrente elétrica entrando na barra, no plano do papel.

Qual a massa da barra?

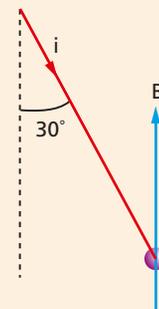
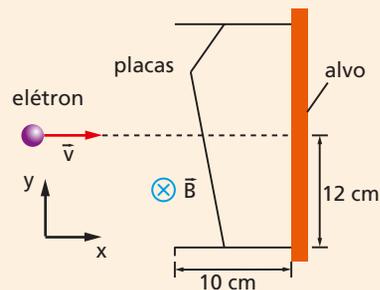


Figura *b*.

61. (Unicamp-SP) A utilização de campos elétrico e magnético cruzados é importante para viabilizar o uso da técnica híbrida de tomografia de ressonância magnética e de raios X. A figura mostra parte de um tubo de raios X, onde um elétron, movendo-se com velocidade $v = 5,0 \cdot 10^5\text{ m/s}$ ao longo da direção x , penetra na região entre as placas, onde há um campo magnético uniforme \vec{B} , dirigido perpendicularmente para dentro do plano do papel. A massa do elétron é $m_e = 9 \cdot 10^{-31}\text{ kg}$ e sua carga elétrica é $q = -1,6 \cdot 10^{-19}\text{ C}$.



ILUSTRAÇÕES: ZAPIT

- Se o módulo do campo magnético $B = 0,010\text{ T}$, qual é o módulo do campo elétrico que deve ser aplicado na região entre as placas para que o elétron se mantenha em movimento retilíneo uniforme?
- Numa outra situação, na ausência de campo elétrico, qual é o máximo valor de B para que o elétron ainda atinja o alvo?

Fontes de campo magnético

1. O experimento de Oersted

Até agora os campos magnéticos de que tratamos foram produzidos por ímãs. Mas um experimento realizado pelo dinamarquês Hans Christian Oersted (1777-1851), em 1819, mostrou que correntes elétricas também produzem campos magnéticos.

Na figura 1 apresentamos um esquema da aparelhagem usada por Oersted. Um fio condutor retilíneo é ligado a uma bateria e a uma chave inicialmente aberta, o que significa que não há corrente nele (fig. 1a). Uma vez que o fio é colocado na direção norte-sul, ao se colocar sob ele uma bússola, a agulha dela fica paralela ao fio.

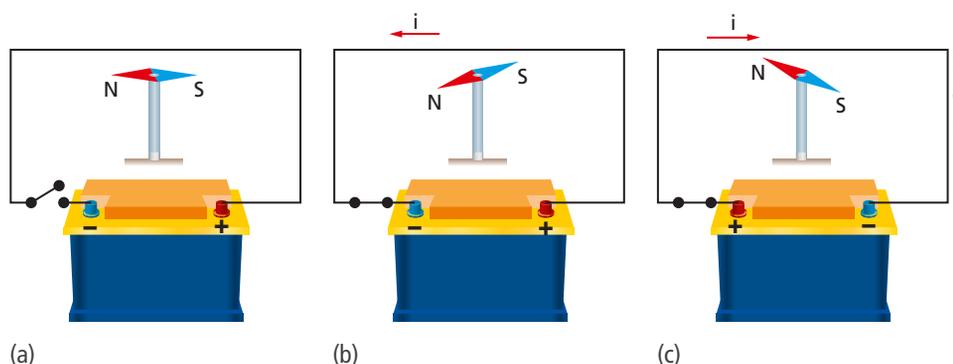


Figura 1. O experimento de Oersted.

Fechando-se a chave (fig. 1b), o fio passa a ser percorrido por uma corrente, e imediatamente a agulha sofre uma rotação. A seguir, invertendo o sentido da corrente, novamente a agulha gira, mas em sentido oposto ao anterior (fig. 1c). Assim, Oersted deixou claro que, além dos ímãs, as correntes elétricas também produzem campo magnético, cujo sentido depende do sentido da corrente. Mas, se lembrarmos que as correntes elétricas são cargas elétricas em movimento, concluiremos que:

Cargas elétricas em movimento produzem campo magnético.

Portanto, a partir do experimento de Oersted, percebeu-se que:

- Cargas elétricas em repouso produzem apenas campo elétrico.
- Cargas elétricas em movimento produzem campo elétrico e campo magnético.

O experimento de Oersted foi apenas qualitativo, isto é, ele não mostrou como calcular o campo magnético produzido por correntes (ou cargas em movimento). Isso foi feito no ano seguinte por físicos franceses, como descreveremos a seguir.

1. O experimento de Oersted
2. A Lei de Biot-Savart
3. O campo magnético de um fio reto e longo
4. Forças entre fios retos e paralelos
5. Definição do ampère
6. O campo magnético de uma espira circular
7. O campo magnético de um solenoide
8. Eletroímã
9. Magnetismo na matéria
10. O fechamento das linhas de campo

2. A Lei de Biot-Savart

Na França, o anúncio do experimento de Oersted foi feito numa reunião da Academia Francesa de Ciências, em 11 de setembro de 1820. Na reunião de 30 de outubro desse ano, Jean-Baptiste Biot (1774-1862) e Félix Savart (1791-1841) relataram a primeira análise precisa do fenômeno. Depois de passarem por algumas alterações e aperfeiçoamentos, as conclusões desses dois físicos se tornaram conhecidas como Lei de Biot-Savart, a qual pode ser apresentada de duas formas, ilustradas na figura 2.

Na figura 2a temos uma carga puntiforme **positiva** q movendo-se com velocidade constante \vec{v} . Para estabelecermos o campo magnético \vec{B} produzido por essa carga em um ponto P , consideramos primeiramente o plano determinado por \vec{v} e P . O campo \vec{B} no ponto P é perpendicular ao plano. Para definirmos o sentido de \vec{B} , usamos a **regra da mão direita**, ilustrada nessa figura. Com o polegar na direção de \vec{v} , os outros dedos curvados nos dão o sentido de \vec{B} . Se a carga fosse negativa, o sentido seria oposto. Sendo \vec{r} o vetor que liga a carga ao ponto P , o módulo de \vec{B} é obtido por:

$$|\vec{B}| = k_M \frac{|q| \cdot v \cdot \text{sen } \alpha}{r^2} \quad (1)$$

em que k_M é uma constante, que chamaremos **constante magnética**, cujo valor no SI é dado por:

$$k_M = 10^{-7}$$

Na figura 2b temos um fio transportando uma corrente i . Para determinarmos o campo magnético produzido por essa corrente em um ponto P , dividimos o fio em pequenos pedaços que possam ser considerados retílineos. A seguir calculamos o campo $\Delta\vec{B}$ produzido por cada pedaço de comprimento ΔL , como ilustra a figura:

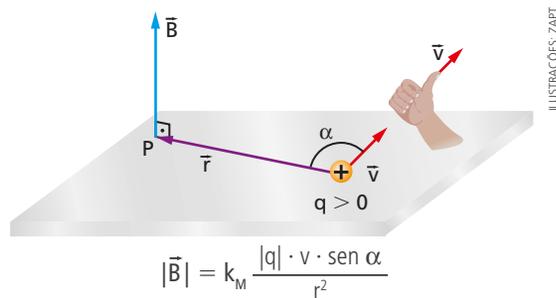
$$|\Delta\vec{B}| = k_M \frac{i \cdot \Delta L \cdot \text{sen } \alpha}{r^2} \quad (2)$$

Em seguida efetuamos a soma de todos os campos $\Delta\vec{B}$ para obtermos o campo total \vec{B} . Entretanto, por ser em geral complexo, esse processo exige a aplicação do Cálculo Integral, que só é estudado em cursos de nível universitário. Há apenas uma situação particular em que a aplicação desse cálculo é simples, que veremos adiante, neste capítulo. Quanto aos outros casos, apresentaremos os resultados, sem fazer demonstração.

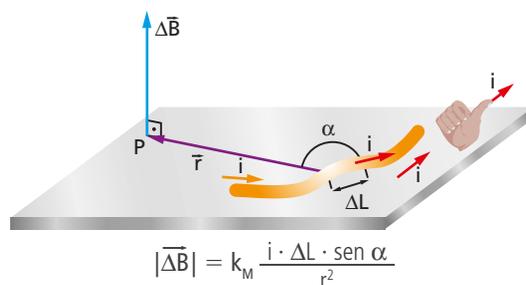
A equação (2) pode ser obtida a partir da equação (1) (ou vice-versa), bastando observar que:

$$|q| \cdot v = |q| \cdot \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{|q|}{\Delta t} \cdot \Delta L = i \cdot \Delta L$$

É importante ressaltar que as equações (1) e (2) valem desde que as cargas se movam com velocidade constante e muito menor que a velocidade da luz. Se a velocidade for próxima da velocidade da luz ou se as cargas tiverem aceleração, o cálculo é mais complexo.



(a) Campo magnético produzido por uma carga $q > 0$ cuja velocidade é \vec{v} .



(b) Campo magnético produzido por um fio de "pequeno" comprimento ΔL e percorrido por corrente de intensidade i .

Figura 2.

ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

Exemplo 1

Na figura 3 representamos um próton que se move com velocidade \vec{v} , de módulo $5,0 \cdot 10^5$ m/s. Vamos calcular o campo magnético produzido pelo próton nos pontos P e S .

No ponto P , o campo \vec{B}_p deve ser perpendicular ao plano γ determinado pela velocidade \vec{v} e pelo ponto P . O sentido pode ser obtido pela regra da mão direita, colocando o polegar no sentido de \vec{v} . Os outros dedos, curvados, nos dão o sentido do campo: para cima na figura 4 e para fora do papel na figura 5, que é a visão do observador O .

Como a carga do próton é dada por $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, o módulo de \vec{B}_p é:

$$|B_p| = k_M \frac{|q| \cdot v \cdot \sin 30^\circ}{r^2} =$$

$$= (10^{-7}) \cdot \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})(5,0 \cdot 10^5) \left(\frac{1}{2}\right)}{(10^{-2})^2} = 4,0 \cdot 10^{-17}$$

$$|B_p| = 4,0 \cdot 10^{-17} \text{ T}$$

O ângulo formado entre \vec{v} e o vetor \vec{r}_s (que liga a carga ao ponto S) é $\theta = 0$ (fig. 6). Assim, $\sin \theta = 0$ e o campo magnético produzido em S é nulo:

$$|\vec{B}_s| = 0$$

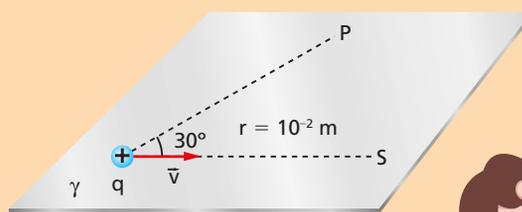


Figura 3.

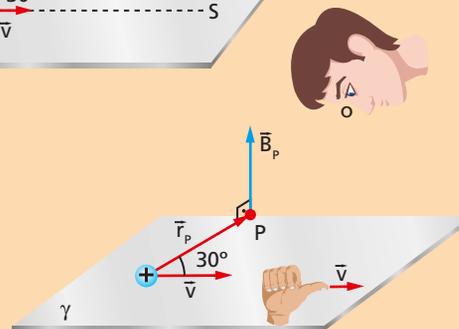


Figura 4.

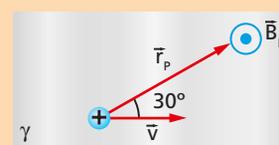


Figura 5.

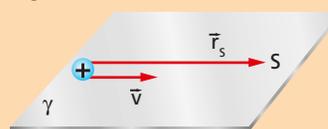


Figura 6.

Permeabilidade magnética

Algum tempo depois que Biot e Savart apresentaram sua lei, o francês André-Marie Ampère (1775-1836) elaborou outra lei envolvendo o campo magnético – a qual discutiremos no CD –, e que se revelou muito útil na análise de fenômenos magnéticos. Para que a Lei de Ampère assumisse uma forma mais simples, foi feita uma alteração na constante magnética k_M , que passou a ser escrita do seguinte modo:

$$k_M = \frac{\mu_0}{4\pi} \quad \textcircled{3}$$

em que a constante μ_0 foi chamada **permeabilidade magnética do vácuo**. Como, no SI, o valor de k_M é 10^{-7} , temos:

$$k_M = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \Rightarrow \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$$

Assim, a Lei de Biot-Savart passou a ser escrita do seguinte modo:

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|q| \cdot v \cdot \sin \alpha}{r^2} \quad \text{ou} \quad |\vec{\Delta B}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \cdot \Delta L \cdot \sin \alpha}{r^2}$$

Da segunda equação obtemos o valor de μ_0 :

$$|\vec{\Delta B}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \cdot \Delta L \cdot \sin \alpha}{r^2} \Rightarrow \mu_0 = \frac{4\pi}{\sin \alpha} \frac{|\vec{\Delta B}| \cdot r^2}{i \cdot \Delta L}$$

Lembrando que $\sin \alpha$ não tem unidade, no SI temos:

$$\text{unidade de } \mu_0 = \frac{\text{T} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{m}} = \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} = \text{T} \cdot \text{m/A}$$

Dessa maneira:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$$

PROCURE NO CD

No CD, discutimos a Lei de Ampère sobre o campo magnético.

3. O campo magnético de um fio reto e longo

Vamos considerar um fio retilíneo percorrido por corrente. Já sabemos que, pela Lei de Biot-Savart, essa corrente produz um campo magnético proporcional à intensidade da corrente; ou seja, quanto mais intensa for a corrente, mais intenso será o campo. Suponhamos então que a corrente seja suficientemente intensa para que o campo da Terra possa ser considerado desprezível em comparação com o campo do fio.

Colocando-se uma pequena bússola em torno do fio, observamos que ela se orienta como ilustra a figura 7a, tangente a uma circunferência situada num plano γ perpendicular ao fio. Isso significa que as linhas de campo (fig. 7b) são circunferências concêntricas, cujo centro comum é o ponto onde o fio "fura" o plano.

Se fizermos o fio furar um papelão e espalharos limalha de ferro no papelão, obteremos uma configuração como a mostrada na figura 8. Para obtermos o sentido do campo, usamos a regra da mão direita (fig. 9), colocando o polegar no sentido da corrente; os outros dedos curvados nos dão o sentido de \vec{B} .

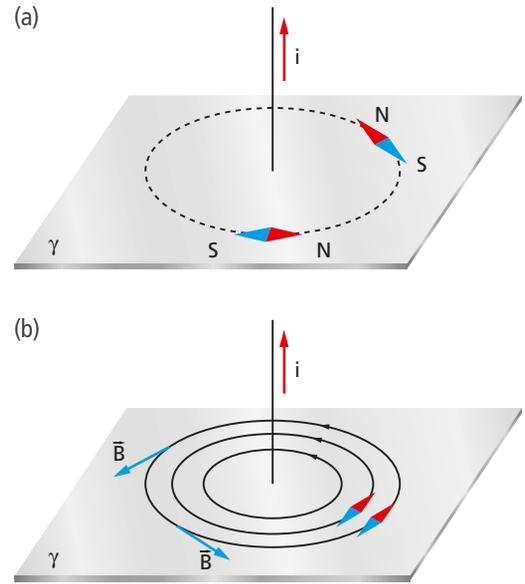


Figura 7.

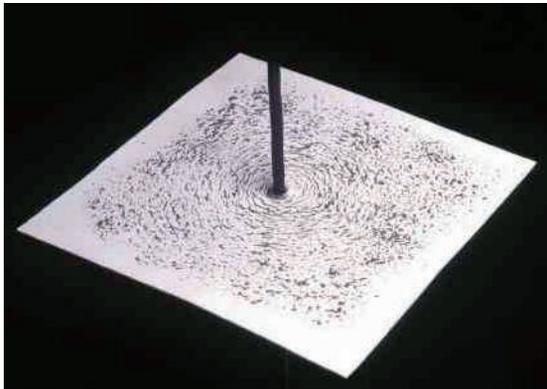


Figura 8. Campo magnético de um fio.

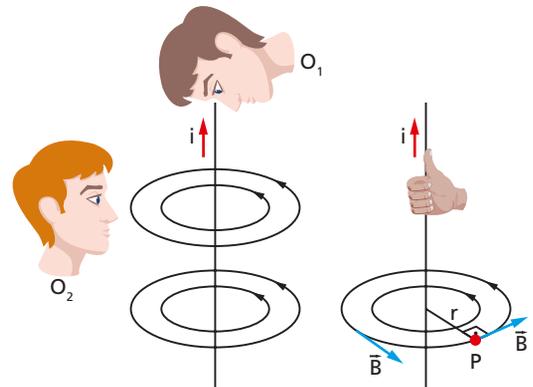


Figura 9.

O observador O_1 da figura 9 vê as linhas como na figura 10. Para o observador O_2 , que considera um plano α contendo o fio (fig. 11), as intersecções das linhas de campo com o plano α estão representadas na figura 12.

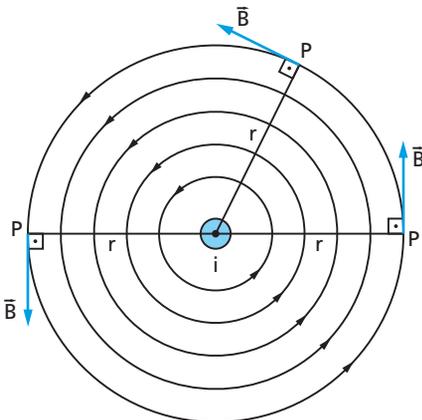


Figura 10.

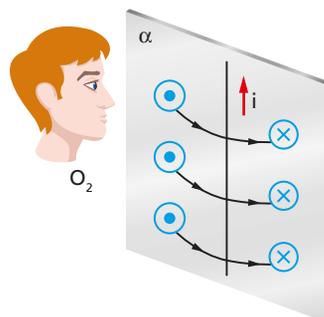


Figura 11.

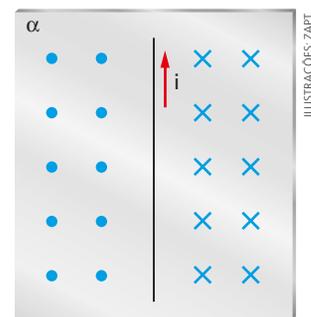


Figura 12.

A partir da Lei de Biot-Savart ou da Lei de Ampère (veja apêndice no CD) pode-se demonstrar que a intensidade do campo magnético num ponto P (figs. 9 e 10) situado a uma distância r do fio é dada por:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot i}{2\pi r} \quad (4)$$

Na realidade, tudo isso só é verdade se considerarmos regiões **próximas** ao fio, isto é, as distâncias dos pontos dessa região ao fio devem ser “pequenas” em comparação com o comprimento do fio. É por isso que, nos exercícios em geral, se afirma que o fio é muito longo ou infinito.

Exemplo 2

Um fio metálico retilíneo e muito longo é percorrido por corrente elétrica de intensidade $i = 10$ A. Vamos calcular a intensidade do campo magnético produzido por essa corrente em um ponto P situado a uma distância $r = 20$ cm do fio (fig. 13).

Sabemos que: $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$

Sendo: $r = 20$ cm = 0,20 m; $i = 10$ A; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T · m/A, temos:

$$B = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7})(10)}{2\pi(0,20)} \Rightarrow B = 1,0 \cdot 10^{-5}$$
 T

O campo magnético em P é perpendicular ao plano do papel e seu sentido pode ser obtido pela regra da mão direita: para dentro do plano do papel, como ilustra a figura 14.

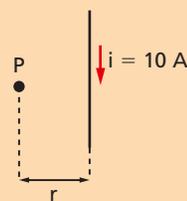


Figura 13.

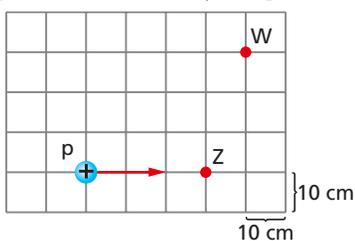


Figura 14.

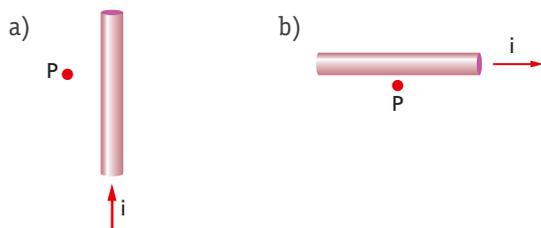
Exercícios de Aplicação

1. Na figura abaixo representamos a posição e a velocidade de um próton em determinado instante, sendo $|\vec{v}| = 2,5 \cdot 10^6$ m/s. Sabendo que a carga do próton é $1,6 \cdot 10^{-19}$ C, determine, nesse instante, a intensidade do campo magnético produzido pelo próton:

- a) no ponto Z; b) no ponto W.



2. Em cada um dos casos a seguir, represente o campo magnético produzido por um condutor retilíneo transportando corrente i , no ponto P .



- c)
- d)

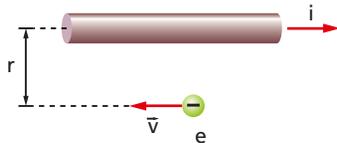
3. Um fio retilíneo e longo transporta uma corrente elétrica de intensidade $i = 12$ A. Determine a intensidade do campo magnético produzido pelo fio num ponto situado a 3,0 cm dele.
4. Uma corrente elétrica i flui num condutor vertical, de diâmetro desprezível e comprimento praticamente infinito. Essa corrente elétrica gera um campo magnético \vec{B} , num ponto situado à distância r do condutor. Pode-se afirmar corretamente que:
- a direção do campo magnético \vec{B} é vertical.
 - a intensidade do campo magnético \vec{B} é inversamente proporcional a r^2 .
 - a intensidade do campo magnético \vec{B} é diretamente proporcional a r .
 - a intensidade do campo magnético \vec{B} é diretamente proporcional a i .
 - a intensidade do campo magnético \vec{B} é inversamente proporcional a i .

ILUSTRAÇÕES: ZAP!

5. Dois pontos, P e S , estão próximos a um fio retilíneo e longo, percorrido por corrente elétrica. Sabe-se que a distância de P ao fio é a metade da distância de S ao fio. Suponha que, quando a intensidade da corrente for i , a intensidade do campo magnético em P será B . Se a intensidade da corrente for $2i$, o campo em S terá intensidade:

- a) $\frac{B}{4}$ b) $\frac{B}{2}$ c) B d) $2 \cdot B$ e) $4 \cdot B$

6. Um elétron é lançado paralelamente a um fio reto, longo e retilíneo, com velocidade \vec{v} , como ilustra a figura. O fio transporta corrente de intensidade $i = 20$ A. Sabendo que $r = 3,0$ cm e que a carga do elétron é $q = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C, determine a força exercida pelo fio sobre o elétron no momento do lançamento. Dado: $v = 3,0 \cdot 10^4$ m/s.



7. Sobre uma mesa encontram-se dois fios retos e longos, dispostos paralelamente e conduzindo correntes de intensidade i_1 e i_2 , como ilustra a figura a . São dados: $i_1 = 9,0$ A; $i_2 = 3,6$ A; $r_1 = 6,0$ cm; $r_2 = 3,0$ cm; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$.

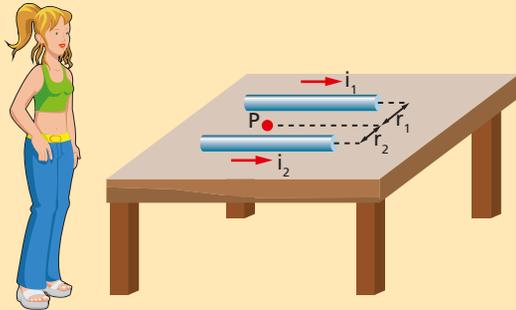


Figura a .

Determine o campo magnético total produzido pelos fios no ponto P .

Resolução:

Na figura b representamos o que o observador da figura a vê: as duas correntes entrando no plano do papel. Usando a regra da mão direita, notamos que os campos magnéticos produzidos pela corrente i_1 e i_2 são os assinalados na figura b . Sendo $r_1 = 6,0$ cm = $6,0 \cdot 10^{-2}$ m e $r_2 = 3,0 \cdot 10^{-2}$ m, temos:

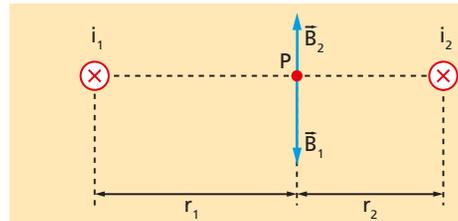


Figura b .

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r_1} = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7})(9,0)}{2\pi(6,0 \cdot 10^{-2})} T = 3,0 \cdot 10^{-5} T$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi r_2} = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7})(3,6)}{2\pi(3,0 \cdot 10^{-2})} T = 2,4 \cdot 10^{-5} T$$

Sendo $B_1 > B_2$, o campo magnético resultante (\vec{B}), no ponto P , terá o sentido de \vec{B}_1 (fig. c), e seu módulo será:

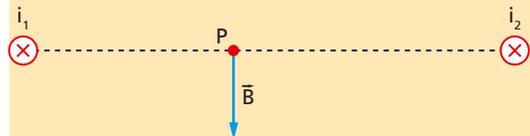


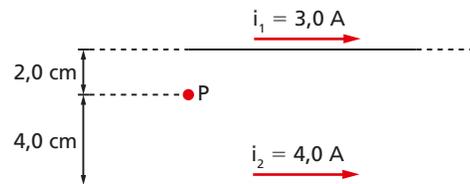
Figura c .

$$B = B_1 - B_2 = 3,0 \cdot 10^{-5} T - 2,4 \cdot 10^{-5} T$$

$$B = 0,6 \cdot 10^{-5} T$$

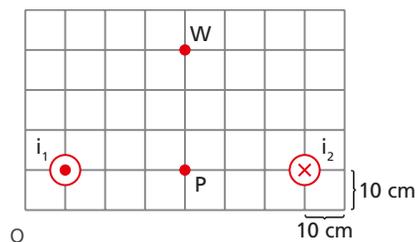
$$B = 6,0 \cdot 10^{-6} T$$

8. Dois fios retos, longos e paralelos são percorridos por correntes elétricas de intensidade 3,0 A e 4,0 A, como mostra a figura. Sendo $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} T \cdot m/A$, calcule a intensidade do campo magnético no ponto P .



9. Dois fios retilíneos, longos e paralelos conduzem as correntes i_1 e i_2 , como ilustra a figura. Sabendo que $i_1 = i_2 = 8,0$ A, determine o campo magnético resultante:

- a) no ponto P ; b) no ponto W .



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Exercícios de Reforço

10. (Cesupa-PA) Quando um condutor retilíneo é percorrido por certa corrente elétrica, a indução magnética a 10 cm deste vale 10^{-4} T. Logo, a intensidade de corrente que flui através do condutor, em ampères, é: (Dado: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T \cdot m/A.)
 a) 10 b) 20 c) 30 d) 40 e) 50
11. (Aman-RJ) Um fio longo e reto é percorrido por uma corrente elétrica constante. Se a intensidade do vetor indução magnética produzido pela corrente a 5 cm do fio é B , a 10 cm do fio valerá:
 a) 4,0 B c) 2,0 B e) B
 b) 0,5 B d) 0,25 B
12. (UF-RS) Os pontos A , B e P da figura estão no plano da página. Qual das alternativas melhor descreve uma situação em que é produzido um campo magnético perpendicular à página e para fora da página no ponto P ?

•A

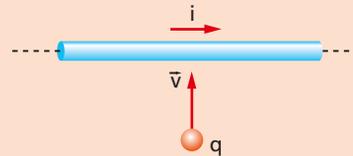
P

•B

- a) Elétrons movimentando-se de B para A .
 b) Uma carga positiva em A e uma negativa em B , ambas em repouso.
 c) Um ímã permanente com o polo norte em A e o sul em B .
 d) Um ímã permanente com o polo norte em B e o sul em A .
 e) O polo norte da Terra em A e o sul em B .
13. (UF-SC) A seguir são feitas afirmações relativas ao campo magnético. Verifique quais são corretas e dê como resposta a soma dos números que antecedem as afirmações verdadeiras:
- (01) Imagine que você esteja sentado numa sala com as costas voltadas para uma parede da qual emerge um feixe de elétrons que se move horizontalmente para a parede em frente. Se este feixe de elétrons for desviado para a sua direita, o campo magnético existente na sala terá o sentido do teto para o chão.
- (02) Um campo magnético pode ser criado por cargas em movimento ou em repouso. Um

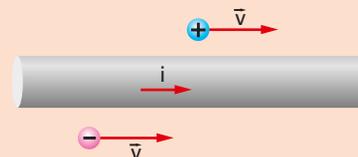
exemplo deste último é o campo magnético criado por um ímã.

- (04) Se uma partícula carregada for lançada em uma região onde existe um campo magnético \vec{B} , ela será sempre desviada perpendicularmente a \vec{B} .
- (08) Como a força magnética agindo sobre uma partícula carregada é sempre perpendicular ao vetor velocidade da partícula, um campo magnético \vec{B} constante não pode alterar o módulo da velocidade desta partícula.
- (16) Se uma partícula carregada for lançada com velocidade \vec{v} em uma região onde existe um campo magnético \vec{B} , ela descreverá uma trajetória circular desde que \vec{v} seja perpendicular a \vec{B} .
14. (UF-PI) Na figura uma partícula com carga $q > 0$ é lançada com velocidade \vec{v} perpendicularmente a um fio longo no qual passa uma corrente elétrica de intensidade i .



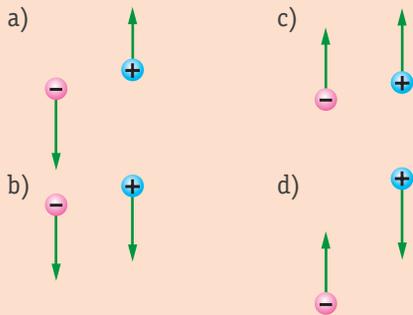
Sobre essa situação, é correto afirmar que, na posição da partícula indicada na figura:

- a) a força magnética atuante sobre a partícula e o campo magnético produzido pela corrente têm direções paralelas.
 b) a corrente e o campo magnético por ela produzido têm direções paralelas e o mesmo sentido.
 c) a corrente e a força magnética sobre a partícula têm direções paralelas e sentidos contrários.
 d) a aceleração da partícula, causada pela força magnética, é paralela ao vetor \vec{v} .
 e) o movimento da partícula não é afetado pela presença da corrente.
15. (UF-MG) A figura representa um longo fio conduzindo corrente elétrica i . Em dado instante, duas cargas, uma positiva e outra negativa, estão com velocidade \vec{v} , uma de cada lado do fio.

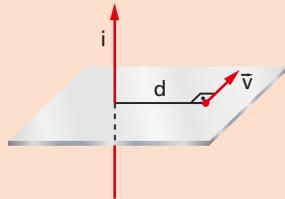


ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

A configuração que melhor representa as forças do fio sobre cada uma das cargas é:



16. (E. Naval-RJ) Uma corrente $i = 2 \text{ A}$ percorre um fio longo e retilíneo produzindo, a uma distância $d = 1 \text{ cm}$, um campo magnético. Uma carga elétrica puntiforme de 1 microcoulomb, no instante mostrado na figura, tem velocidade de módulo igual a 30 m/s e é ortogonal ao fio.



Dado $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$, podemos afirmar que o módulo da força magnética sobre essa carga vale nesse instante:

- a) zero
b) $12 \cdot 10^{-10} \text{ N}$
c) $12 \cdot 10^{-4} \text{ N}$
d) $4 \cdot 10^{-11} \text{ N}$
e) $4 \cdot 10^{-5} \text{ N}$
17. (UF-RN) Na figura estão representados dois fios metálicos longos, perpendiculares ao plano da página, percorridos por correntes de intensidades i e $2i$, de sentidos iguais.



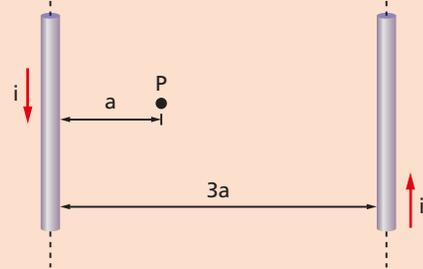
O campo magnético resultante é nulo no ponto P se:

- a) $\frac{y}{x} = 0,25$
b) $\frac{y}{x} = 0,50$
c) $\frac{y}{x} = 0,75$
d) $\frac{y}{x} = 2$
e) $\frac{y}{x} = 4$

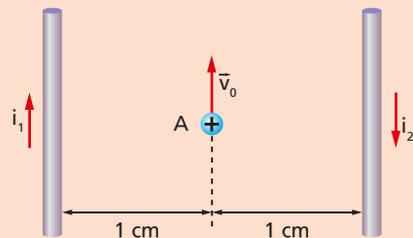
18. (Unifap-AP) Dois condutores retilíneos e paralelos, infinitamente longos, imersos no vácuo, estão separados por uma distância $3a$ pelos quais percorre a corrente elétrica i igual a 4 A . Determine a intensidade do campo de indução magnética, resultante do ponto P , mostrado na figura, sabendo que os condutores e o ponto P

estão contidos no mesmo plano. Considere a permeabilidade magnética do vácuo

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}; a = 0,3 \text{ m}.$$

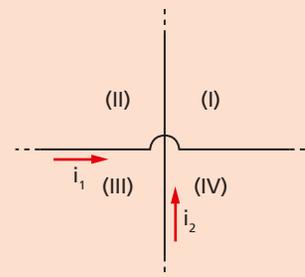


19. (Mackenzie-SP) Dispõe-se de dois condutores infinitos, retilíneos e paralelos, percorridos pelas correntes i_1 e i_2 de intensidades iguais a 10 A e de sentidos contrários. Um próton ($q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$) é "disparado" do ponto A com uma velocidade $v_0 = 1,6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ segundo uma direção paralela aos condutores e sobre o plano que os contém.



A intensidade da força a que esse próton fica sujeito no instante do disparo é: (Dado: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$.)

- a) zero
b) $3,2 \cdot 10^{-17} \text{ N}$
c) $6,4 \cdot 10^{-17} \text{ N}$
d) $1,6 \cdot 10^{-17} \text{ N}$
e) $4,8 \cdot 10^{-17} \text{ N}$
20. (U. E. Londrina-PR) Dois fios longos e retilíneos são dispostos perpendicularmente entre si e percorridos por correntes elétricas de intensidade i_1 e i_2 como mostra a figura.



O módulo do campo magnético resultante, gerado pelas correntes nos dois fios, pode ser nulo somente em pontos dos quadrantes:

- a) I e II.
b) I e III.
c) I e IV.
d) II e III.
e) II e IV.

ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

4. Forças entre fios retos e paralelos

Considere dois condutores, 1 e 2, retilíneos, paralelos e muito longos, percorridos por correntes elétricas de intensidade i_1 e i_2 , respectivamente, e situados a uma distância r entre si. Cada corrente elétrica gera um campo magnético que exerce uma força na outra corrente.

Consideremos inicialmente a situação em que as correntes têm o mesmo sentido (fig. 15a).

Podemos iniciar a análise pelo fio 1 ou pelo fio 2. Vamos iniciar pelo fio 1, calculando a intensidade do campo \vec{B}_1 que 1 exerce em 2, como ilustra a figura 15b, em perspectiva.

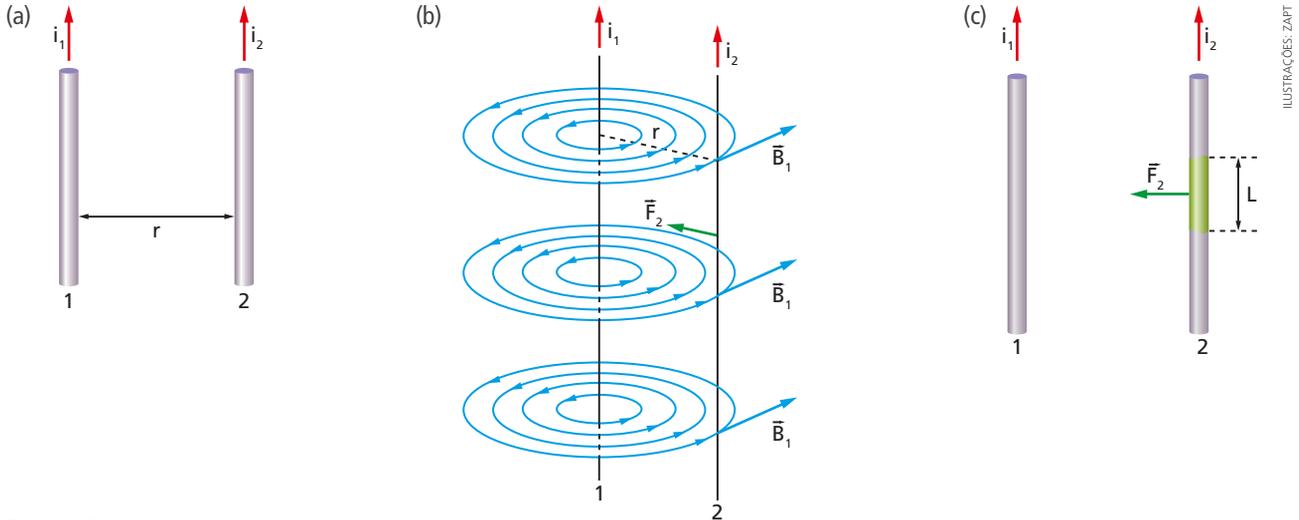


Figura 15.

Temos então:

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r}$$

O campo \vec{B}_1 atuará sobre o fio 2 fazendo aparecer sobre este uma força \vec{F}_2 com o sentido indicado na figura 15c, como poderemos perceber se aplicarmos a regra da mão esquerda vista no capítulo anterior. Portanto, o fio 1 está atraindo o fio 2. Considerando sobre o fio 2 um trecho de comprimento L , a intensidade da força magnética \vec{F}_2 sobre esse trecho será obtida pela fórmula vista no capítulo anterior:

$$F_2 = B_1 i_2 L = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r} \cdot i_2 \cdot L = \frac{\mu_0 i_1 i_2 L}{2\pi r}$$

Assim, a intensidade da força por unidade de comprimento $\left(\frac{F_2}{L}\right)$ será dada por:

$$\frac{F_2}{L} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi r} \quad (5)$$

Se começarmos a análise pelo fio 2, chegaremos a uma conclusão idêntica: o fio 1 será atraído pelo fio 2 (fig. 16a) com uma força cuja intensidade por unidade de comprimento também pode ser estabelecida pela equação (5). Da mesma forma, podemos verificar que se as correntes tiverem sentidos opostos (fig. 16b), as forças serão de repulsão.

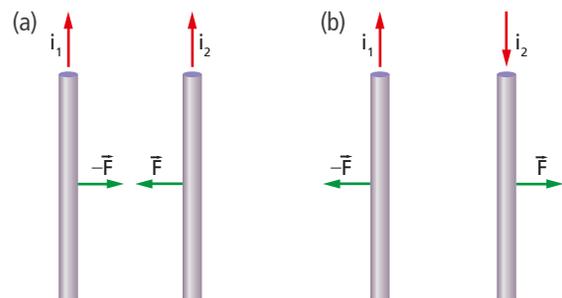


Figura 16.

5. Definição do ampère

No Sistema Internacional de Unidades, o **ampère** é a unidade de base da Eletricidade. A partir do ampère, usando a definição de intensidade de corrente, determinamos a unidade de carga elétrica, que é o **coulomb**, conforme vimos no capítulo 1.

$$i = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = i \cdot (\Delta t) \Rightarrow 1 \text{ coulomb} = (1 \text{ ampère}) (1 \text{ segundo})$$

Para cada unidade de base do SI, há um modo de obter essa unidade. No capítulo 1 do volume 1 desta coleção, apresentamos as formas de obter as unidades de base **metro, quilograma e segundo**. Vamos agora mostrar o processo estabelecido para a definição do ampère. Esse processo toma como ponto de partida a equação (5) deduzida anteriormente, que dá a intensidade da força por unidade de comprimento sobre fios paralelos transportando correntes.

Façamos na equação (5):

$$i_1 = i_2 = 1 \text{ ampère e } r = 1 \text{ metro.}$$

Dessa forma:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi r} = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7})(1)(1)}{2\pi(1)} = 2 \cdot 10^{-7} \quad (6)$$

isto é, haverá uma força de intensidade $2 \cdot 10^{-7}$ newton para cada metro de comprimento (L) do fio:

$$\frac{F}{L} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ newton/metro}$$

Tendo como base esses dados, a IX Conferência Geral de Pesos e Medidas, realizada em 1948, aprovou a seguinte resolução:

O ampère é a intensidade de uma corrente elétrica constante que, mantida em dois condutores paralelos, retilíneos, de comprimento infinito, de seção circular desprezível, e situados à distância de 1 metro entre si, no vácuo, produz entre esses condutores uma força de intensidade igual a $2 \cdot 10^{-7}$ newton por metro de comprimento.

A exatidão do valor de μ_0

Quando estudamos a Lei de Coulomb, vimos que a constante k_0 que aparece na equação:

$$F = k_0 \frac{|q_1| |q_2|}{d^2}$$

não tem valor exato. Hoje, o valor mais preciso conhecido é:

$$k_0 \cong 8,987551787 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

e nos exercícios usamos a aproximação:

$$k_0 \cong 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

Assim, pode parecer estranho que o valor de μ_0 seja **exatamente** $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$. Isso é consequência do fato de, na definição do **ampère**, impormos que a razão $\frac{F}{L}$ seja **exatamente** $2 \cdot 10^{-7} \text{ N/m}$.

Para percebermos isso voltamos à equação (6):

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi r} = \frac{\mu_0 (1)(1)}{2\pi (1)} = \frac{\mu_0}{2\pi}$$

Impondo que $\frac{\mu_0}{2\pi}$ seja **exatamente** igual a $2 \cdot 10^{-7}$ N/m, temos:

$$\frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \cdot 10^{-7} \Rightarrow \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ (no SI)}$$

\downarrow \downarrow
exatamente **exatamente**

Como consequência, o valor da constante magnética k_M , no SI, também é **exatamente** 10^{-7} .

Exercícios de Aplicação

- 21.** Sobre uma mesa há um fio longo conduzindo corrente $i = 30$ A, como ilustra a figura *a*. Sobre a mesa há também uma pequena espira retangular cujo lado WZ, paralelo ao fio, tem comprimento $L = 10$ cm e está a uma distância do fio dada por $r = 15$ cm. A espira é percorrida por uma corrente de intensidade $i' = 5,0$ A. Calcule a intensidade da força exercida pelo fio longo sobre o lado WZ da espira.

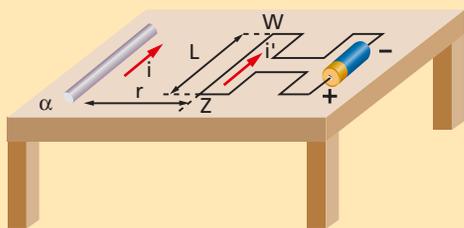


Figura a.

Resolução:

Como as correntes têm o mesmo sentido (fig. *b*), a força é de atração, e seu módulo é dado por:

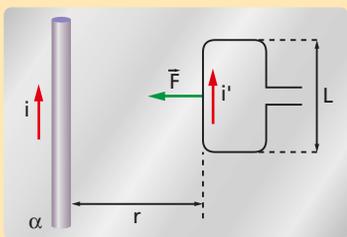
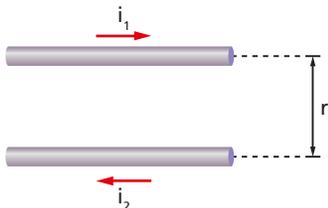


Figura b.

$$F = \frac{\mu_0 i \cdot i' L}{2\pi r} \Rightarrow F = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7})(30)(5,0)(0,10)}{2\pi(0,15)} \Rightarrow$$

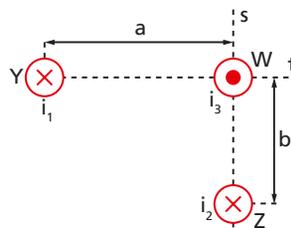
$$\Rightarrow F = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

- 22.** Dois fios longos, retos e paralelos conduzem correntes de intensidade $i_1 = 20$ A e $i_2 = 30$ A, como ilustra a figura, sendo $r = 6,0$ cm.



- a) A força entre os fios é de atração ou repulsão?
 b) Calcule a intensidade da força exercida por um dos fios sobre cada metro de comprimento do outro fio.

- 23.** Três fios retos, longos e paralelos conduzem correntes de intensidades i_1 , i_2 e i_3 , como ilustra a figura, sendo as retas *s* e *t* perpendiculares. São dados: $i_1 = 12$ A; $i_2 = 24$ A; $i_3 = 5,0$ A; $a = 6,0$ cm; $b = 4,0$ cm. Determine a intensidade da força resultante exercida pelos fios Y e Z sobre cada metro do fio W.



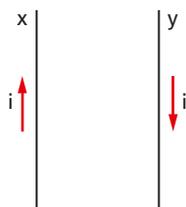
ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

- 24.** (UF-PR) O movimento de partículas carregadas em campos magnéticos é explicado a partir do conceito de força magnética, desenvolvido por Lorentz e outros físicos. Considerando esse conceito, é correto afirmar:

- I. A direção da força magnética que atua sobre uma carga elétrica, quando esta se move em uma região onde há um campo magnético, é sempre paralela à direção desse campo.
- II. Se uma carga elétrica penetrar num campo magnético uniforme, de tal forma que sua velocidade inicial seja perpendicular à direção desse campo, sua trajetória será uma circunferência cujo raio é inversamente proporcional ao módulo da carga da partícula.
- III. Se dois fios retilíneos paralelos conduzirem correntes elétricas no mesmo sentido, aparecerá uma força magnética repulsiva entre esses dois fios, cujo módulo variará na razão inversa à distância que os separa.
- IV. Uma carga puntiforme em movimento gera somente campo magnético.

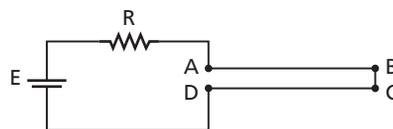
V. Se um condutor retilíneo conduzindo uma corrente elétrica for colocado numa região onde existe um campo magnético uniforme, a força magnética sobre o condutor será máxima quando ele estiver numa direção perpendicular à direção do campo magnético.

25. (U. F. Pelotas-RS) Dois condutores metálicos x e y são percorridos por correntes de mesma intensidade e sentidos opostos, como mostra a figura. Com relação à força magnética exercida pelo condutor x sobre o condutor y , podemos afirmar que é:



- de repulsão, porque o vetor indução magnética em y aponta para dentro do plano do papel.
- nula, porque a soma dos vetores indução magnética em y é nula.
- de atração, porque o vetor indução magnética em y aponta para dentro do plano do papel.
- de atração, porque o vetor indução magnética em y aponta para fora do plano do papel.
- de repulsão, porque o vetor indução magnética em y aponta para fora do plano do papel.

26. (UF-PI) No circuito da figura, composto de uma bateria, um resistor e um fio condutor longo, existe uma corrente elétrica.



Podemos afirmar que, devido à corrente:

- haverá uma força de atração, entre cargas, que tende a aproximar os segmentos de fio AB e CD.
- haverá uma força magnética que tende a separar os segmentos de fio AB e CD.
- haverá uma força magnética que tende a aproximar os segmentos de fio AB e CD.
- haverá uma força de repulsão, entre cargas, que tende a separar os segmentos de fio AB e CD.
- não haverá qualquer tipo de força eletromagnética entre os segmentos AB e CD.

27. (UF-PE) Dois fios longos, iguais e paralelos, separados por 12 mm e transportando correntes iguais a 80 mA, se atraem com uma força F_1 . Se a distância entre os fios for reduzida para 6,0 mm e as correntes forem reduzidas para 20 mA, a força de atração muda para F_2 . Determine a razão $\frac{F_1}{F_2}$.

6. O campo magnético de uma espira circular

Vamos analisar agora o campo magnético produzido por um fio dobrado em forma de circunferência (espira circular) que conduz corrente elétrica de intensidade i (fig. 17).

Experimentalmente ou mediante aplicação da Lei de Biot-Savart, verifica-se que as linhas de campo de uma espira circular possuem um aspecto parecido com o mostrado na figura 18. O sentido do campo pode ser determinado pela regra da mão direita (fig. 19). Para comprovarmos essa ideia, basta fazermos a espira atravessar um papelão e espalhamos sobre este limalha de ferro; obteremos, então, a imagem das linhas de campo (fig. 20).

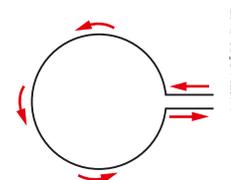


Figura 17.

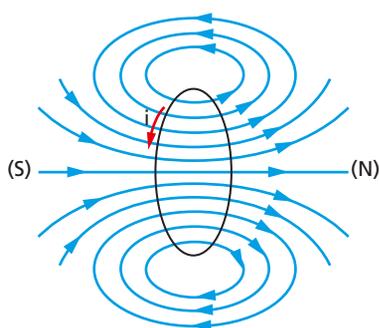


Figura 18.

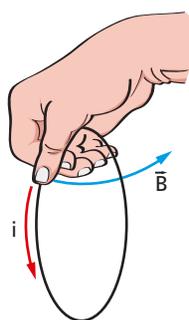


Figura 19.



Figura 20. Linhas do campo magnético de uma espira circular.

Quando estudamos os ímãs (capítulo 16), notamos que as linhas de campo “saem” do polo norte e “entram” no polo sul (fig. 21). Podemos então fazer uma analogia entre os ímãs e as espiras, atribuindo polaridade às faces da espira, de modo que (fig. 18):

- a face de onde saem as linhas é o polo norte;
- a face por onde entram as linhas é o polo sul.

Nas figuras 22 e 23 ilustramos uma regra prática para determinar os polos da espira. Quando a corrente é vista no sentido **horário** (fig. 22a), trata-se de um polo **sul**: as “pernas” do S acompanham as setas que indicam o sentido da corrente. Nesse caso, o campo está entrando no plano do papel (fig. 22b).

Quando a corrente é vista no sentido **anti-horário** (fig. 23a), trata-se de um polo **norte**: as “pernas” do N acompanham as setas que indicam o sentido da corrente. Nesse caso, o campo está saindo do plano do papel (fig. 23b).

Se paralelas (face a face), duas espiras poderão se atrair ou se repelir. Para verificar o que ocorrerá, podemos proceder como no caso dos fios paralelos, analisando o campo de uma das espiras atuando na outra. No entanto, podemos determinar o que acontece mais rapidamente fazendo analogias com situações conhecidas.

Uma possibilidade é estabelecer uma analogia com os ímãs em forma de barra:

- polos de nomes diferentes se atraem (fig. 24);
- polos de nomes iguais se repelem (fig. 25).

Outra possibilidade é fazer uma analogia com o caso dos fios paralelos:

- correntes de mesmo sentido se atraem;
- correntes de sentidos opostos se repelem.

Na figura 24 o observador vê as duas correntes no **mesmo sentido** (anti-horário); portanto, as espiras **se atraem**.

Na figura 25 são observadas duas correntes em **sentidos opostos**; portanto, as espiras **se repelem**.

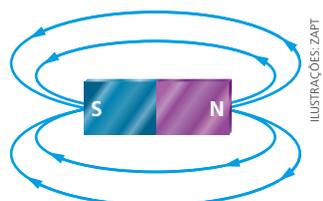


Figura 21.

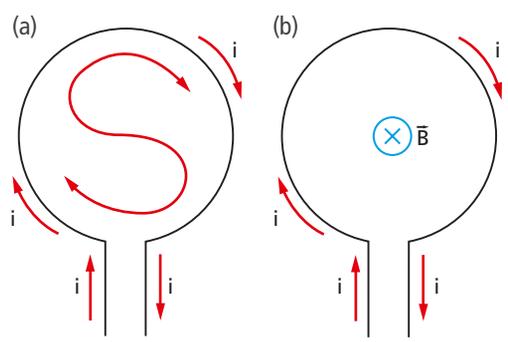


Figura 22.

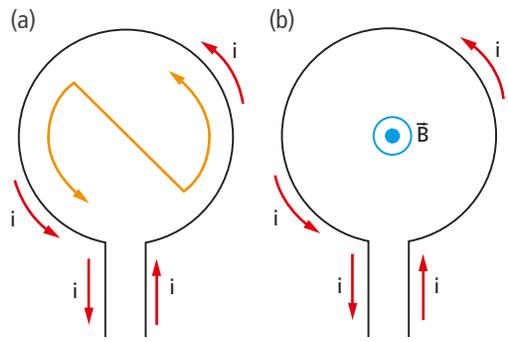


Figura 23.

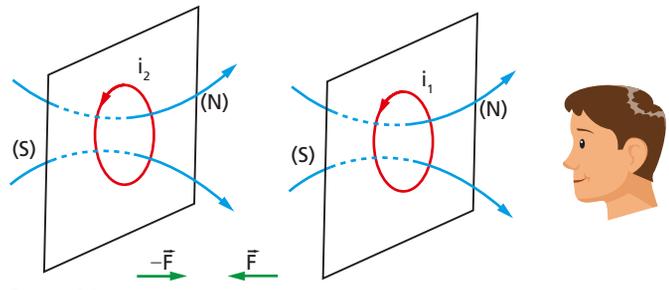


Figura 24.

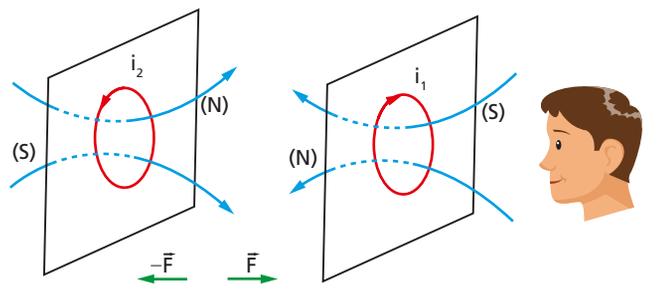


Figura 25.

Intensidade do campo no centro da espira

A determinação do campo magnético da espira num ponto qualquer pode ser feita aplicando-se a Lei de Biot-Savart (fig. 26). Em geral, esse procedimento requer a aplicação do Cálculo Integral, mas há um ponto em que o cálculo é simples: o centro da espira.

Na figura 27a dividimos a espira em pequenos “pedaços” de comprimento ΔL . Nesse caso, o ângulo formado entre cada “pedaço” e o vetor \vec{r} é $\alpha = 90^\circ$. Portanto, $\text{sen } \alpha = 1$.

Cada um desses pedaços produzirá, no ponto C, um campo $\Delta \vec{B}$ perpendicular ao plano da espira, com o sentido indicado na figura 27b, e cujo módulo é dado por:

$$|\Delta \vec{B}| = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot (\Delta L) \cdot \text{sen } \alpha}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot (\Delta L)}{4\pi r^2}$$

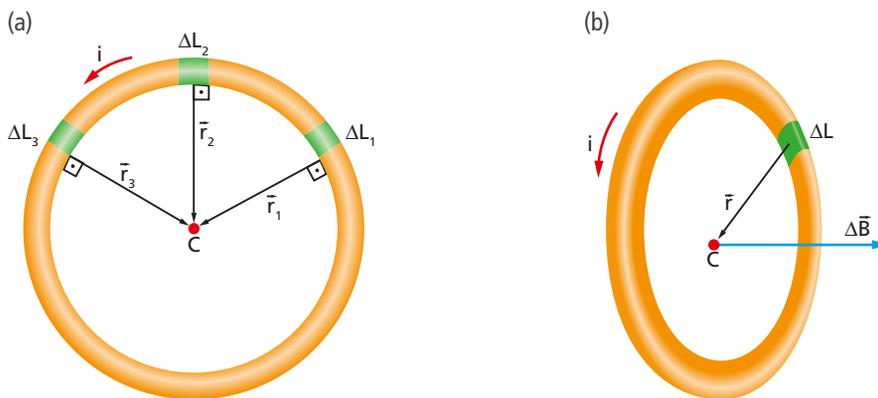


Figura 27.

O campo total terá módulo cuja intensidade será a soma dessas várias contribuições:

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 i (\Delta L_1)}{4\pi r^2} + \frac{\mu_0 i (\Delta L_2)}{4\pi r^2} + \frac{\mu_0 i (\Delta L_3)}{4\pi r^2} + \dots$$

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} \cdot \underbrace{(\Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3 + \dots)}_{2\pi r} = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} \cdot (2\pi r) = \frac{\mu_0 i}{2r}$$

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 i}{2r}$$

Bobina chata

Se considerarmos N espiras de mesmo raio e justapostas, como ilustra a figura 28, o campo no centro terá intensidade dada por:

$$|\vec{B}| = N \cdot \frac{\mu_0 i}{2r}$$

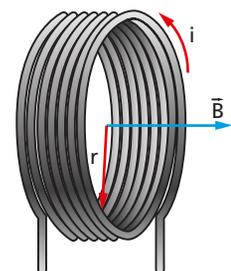


Figura 28. Bobina chata.

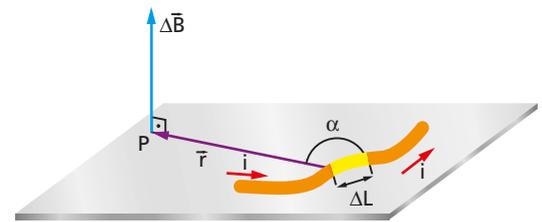


Figura 26. Lei de Biot-Savart.

Exercícios de Aplicação

28. Na figura *a* representamos duas espiras circulares concêntricas, conduzindo correntes em sentidos opostos. São dados: $r_1 = 3,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$; $r_2 = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$; $i_1 = 6,0 \text{ A}$; $i_2 = 2,0 \text{ A}$. Determine a intensidade do campo magnético resultante no centro das espiras.

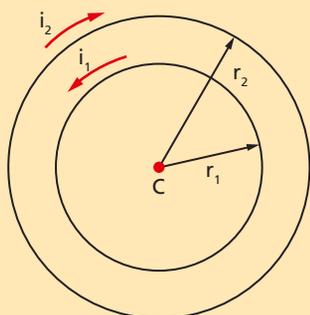


Figura *a*.

Resolução:

Os campos produzidos pelas duas espiras terão sentidos opostos, pois as correntes possuem sentidos opostos. As intensidades de B_1 e B_2 são:

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2r_1} \text{ e } B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2r_2}$$

Vemos que:

$$\frac{i_1}{r_1} = \frac{6,0}{3,0 \cdot 10^{-2}} = 2,0 \cdot 10^2 \text{ e}$$

$$\frac{i_2}{r_2} = \frac{2,0}{5,0 \cdot 10^{-2}} = 0,4 \cdot 10^2$$

Como $\frac{i_1}{r_1} > \frac{i_2}{r_2}$, podemos afirmar que $B_1 > B_2$.

Assim, se \vec{B} é o campo resultante:

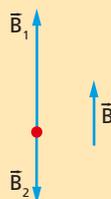


Figura *b*.

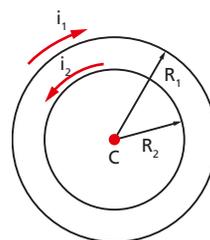
$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 i_1}{2r_1} - \frac{\mu_0 i_2}{2r_2} = \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{i_1}{r_1} - \frac{i_2}{r_2} \right)$$

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2} (2,0 \cdot 10^2 - 0,4 \cdot 10^2)$$

$$B = (2\pi \cdot 10^{-7}) (1,6 \cdot 10^2) = 3,2\pi \cdot 10^{-5}$$

$$B = 3,2\pi \cdot 10^{-5} \text{ T} \cong 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

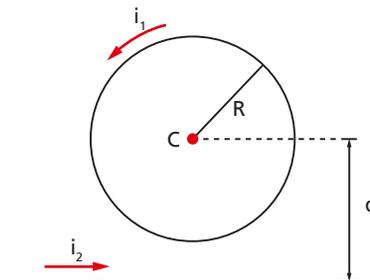
29. Na figura *a* seguir, representamos duas espiras circulares, coplanares e concêntricas, percorridas por correntes $i_1 = 6,0 \text{ A}$ e $i_2 = 8,0 \text{ A}$. São dados: $R_1 = 30 \text{ cm}$ e $R_2 = 20 \text{ cm}$.



Se \vec{B} o campo magnético resultante no centro da espira, pede-se:

- a) o módulo de \vec{B} ; c) o sentido de \vec{B} .
b) a direção de \vec{B} ;

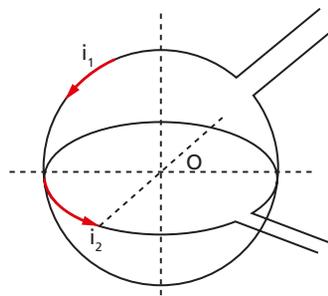
30. Uma espira circular de raio $R = 20 \text{ cm}$ é percorrida por uma corrente $i_1 = 4,0 \text{ A}$, como mostra a figura. No mesmo plano da espira, há um fio reto e longo percorrido por corrente $i_2 = 2\pi \text{ A}$.



Sabendo que $d = 40 \text{ cm}$, pede-se:

- a) a intensidade do campo magnético resultante no centro da espira;
b) o sentido do campo resultante.

31. Duas espiras circulares, concêntricas e de mesmo raio $R = 3\pi \text{ cm}$ estão em planos perpendiculares entre si, como ilustra a figura. Sendo $i_1 = 9,0 \text{ A}$ e $i_2 = 12 \text{ A}$, determine a intensidade do campo magnético no centro das espiras.

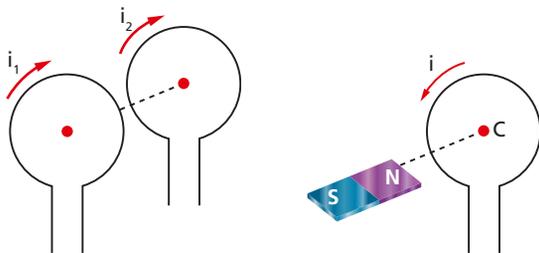


ILUSTRAÇÕES: ZAPET

32. Uma bobina chata é formada por 20 espiras circulares de raio $0,10 \text{ m}$. Sabendo que as espiras são percorridas por corrente elétrica de intensidade $3,0 \text{ A}$ e que $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$, calcule a intensidade do campo magnético no centro da bobina.

33. Verifique se há atração ou repulsão entre os elementos indicados em cada uma das situações a seguir:

- espiras em planos paralelos;
- ímã orthogonal ao plano da espira.



34. Um fio conduzindo corrente $i = 6 \text{ A}$ foi dobrado conforme indica a figura *a*, no trecho *YZW*, que tem forma de uma semicircunferência com centro *C* e raio $R = 0,30 \text{ m}$.

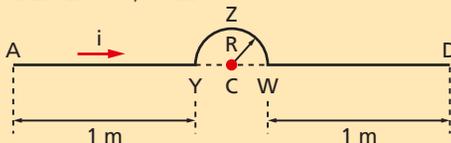


Figura *a*.

Calcule o campo magnético produzido no ponto *C* pelos trechos *AY* (\vec{B}_{AY}), *WD* (\vec{B}_{WD}) e pelo fio todo (\vec{B}_{total}).

Resolução:

Vimos que, pela Lei de Biot-Savart, o campo magnético $\Delta\vec{B}$ produzido por um elemento de corrente de comprimento ΔL (fig. *b*), num ponto *P*, tem módulo dado por:

$$|\Delta\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i(\Delta L) \sin \alpha}{r^2}$$

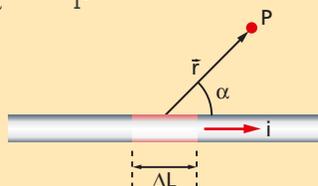


Figura *b*.

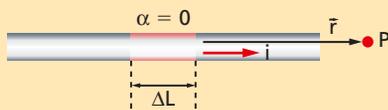


Figura *c*.

Assim, quando o ponto *P* se encontra na mesma reta determinada pelo trecho de comprimento ΔL (fig. *c*), o ângulo θ será nulo. Dessa forma:

$$|\Delta\vec{B}| = 0$$

Portanto, como o ponto *C* da figura dada está na mesma reta dos trechos *AY* e *WD*, esses dois trechos não produzem campo magnético nesse ponto:

$$B_{AY} = B_{WD} = 0$$

Consequentemente, apenas o trecho semicircular *YZW* produz campo no ponto *C*. Esse campo é perpendicular ao plano da figura e, pela regra da mão direita, entra no plano do papel (fig. *d*). Como temos **metade** de uma circunferência, a intensidade do campo será **metade** da produzida por uma espira circular:

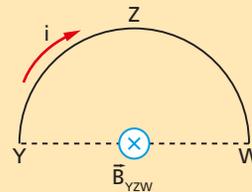


Figura *d*.

$$B_{YZW} = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_0 i}{2R} \right) = \frac{\mu_0 i}{4R} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (6,0)}{4 \cdot (0,30)}$$

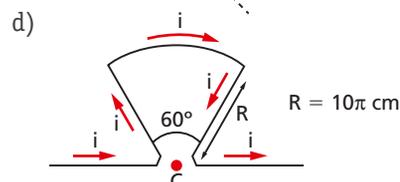
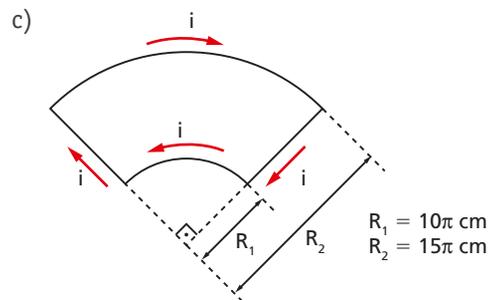
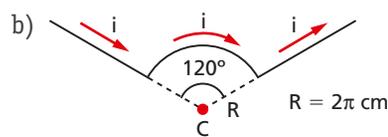
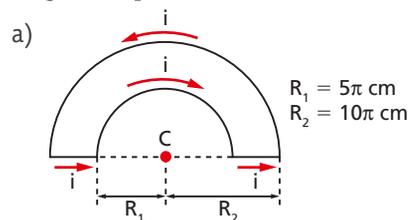
$$B_{YZW} = 2,0\pi \cdot 10^{-6}$$

$$B_{YZW} = 2,0\pi \cdot 10^{-6} \text{ T} \approx 6,3 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

Portanto, como os trechos retos não produzem campo, teremos:

$$B_{\text{total}} = B_{YZW} = 2\pi \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

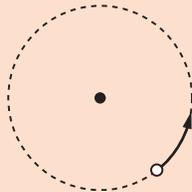
35. Em cada um dos casos a seguir, fios conduzindo corrente $i = 12 \text{ A}$ foram dobrados da forma indicada, de modo que os trechos curvos são circulares, sendo *C* o centro das circunferências. Em cada situação, calcule o módulo do campo magnético produzido em *C*.



Exercícios de Reforço

36. (U. F. Uberlândia-MG) Considerando o elétron, em um átomo de hidrogênio, uma massa pontual, girando no plano da folha em uma órbita circular, como mostra a figura, o vetor campo magnético criado no centro do círculo por esse elétron é representado por:

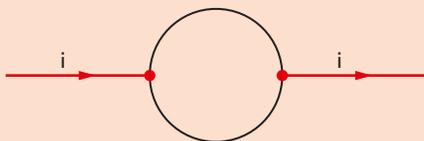
- a) \otimes
- b) \rightarrow
- c) \odot
- d) \leftarrow
- e) \uparrow



37. (UF-BA) Duas espiras circulares, concêntricas e coplanares, de raios R_1 e R_2 , sendo $R_1 = 0,4 \cdot R_2$, são percorridas, respectivamente, pelas correntes i_1 e i_2 ; o campo magnético resultante no centro da espira é nulo. A razão entre as correntes i_1 e i_2 é igual a:

- a) 0,4 c) 2,0 e) 4,0
- b) 1,0 d) 2,5

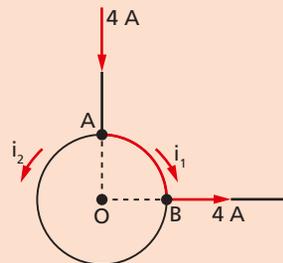
38. (U. F. São Carlos-SP) Um fio condutor é dividido em dois, que logo se juntam novamente, formando uma espira circular de raio r , conforme a figura.



Se uma corrente i circula pelo fio, o módulo do campo magnético B no centro da espira é:

- a) proporcional à corrente i .
- b) zero.
- c) proporcional a $\frac{i}{r}$.
- d) proporcional a $\frac{1}{r}$.
- e) proporcional a $\sqrt{\frac{i}{r}}$.

39. (Unicamp-SP) Um condutor homogêneo de resistência 8Ω tem a forma de uma circunferência. Uma corrente $i = 4 \text{ A}$ chega por um fio retilíneo ao ponto A e sai pelo ponto B por outro fio retilíneo perpendicular, conforme a figura. As resistências dos fios retilíneos podem ser consideradas desprezíveis.



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

- a) Calcule a intensidade das correntes nos dois arcos de circunferência compreendidos entre A e B .
- b) Calcule o valor da intensidade do campo magnético B no centro O da circunferência.

7. O campo magnético de um solenoide

Chama-se **solenóide** ou **bobina longa** a um fio condutor enrolado na forma de hélice cilíndrica, como ilustra a figura 29a. A palavra solenoide deriva dos termos gregos *sólen*, que significa "tubo", "canal", e (*o*)*eidés*, que significa "em forma de".

A figura 29a mostra também as linhas do campo magnético produzido pelo solenoide quando é percorrido por corrente de intensidade i . Podemos observar que no interior do solenoide as linhas de campo são aproximadamente paralelas, o que significa que o campo é aproximadamente uniforme. O solenoide pode ser considerado um conjunto de espiras circulares que têm o mesmo eixo e, quando as espiras estão mais próximas (fig. 29b) e o solenoide tem comprimento bem maior que o diâmetro, aumenta o paralelismo das linhas de campo no interior e nos aproximamos mais da condição de campo uniforme.

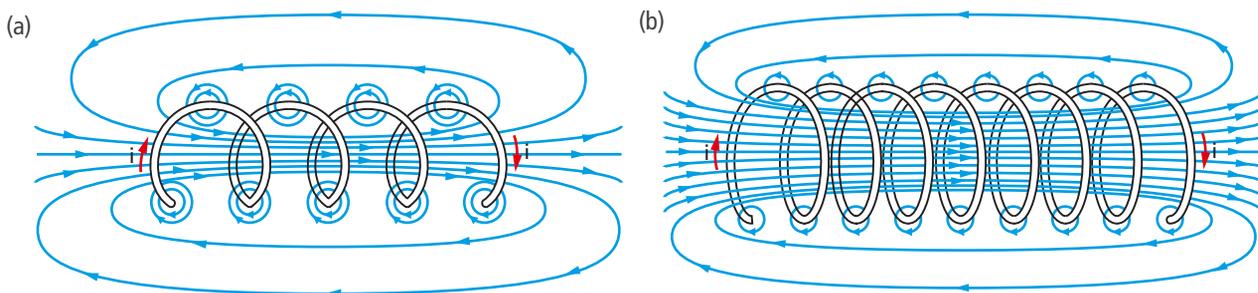


Figura 29. Campo magnético de um solenoide.

O solenoide apresenta um campo semelhante ao de um ímã em forma de barra, de modo que a extremidade por onde “saem” as linhas é um polo norte, e a extremidade por onde as linhas “entram” é um polo sul.

Para aumentar o grau de paralelismo das linhas no interior do solenoide, enrolamos o fio a fim de que as espiras encostem uma na outra (fig. 30a). Para que não haja curto-circuito, os fios recebem uma cobertura de verniz isolante. Para aumentar a intensidade do campo, damos várias voltas, superpondo as espiras, como ilustra a figura 30b.

Num solenoide **ideal**, as espiras encostam uma na outra, e o comprimento L (fig. 30a) é bem maior do que o diâmetro D . Nesse caso, no interior do solenoide o campo é uniforme.

A partir da Lei de Ampère pode-se mostrar que o campo magnético no interior do solenoide ideal tem intensidade dada por:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{L} \cdot i$$

em que N representa o número de espiras. O quociente N/L é o número de espiras por unidade de comprimento. Definindo $n = N/L$, a fórmula acima pode ser escrita:

$$B = \mu_0 \cdot n \cdot i$$

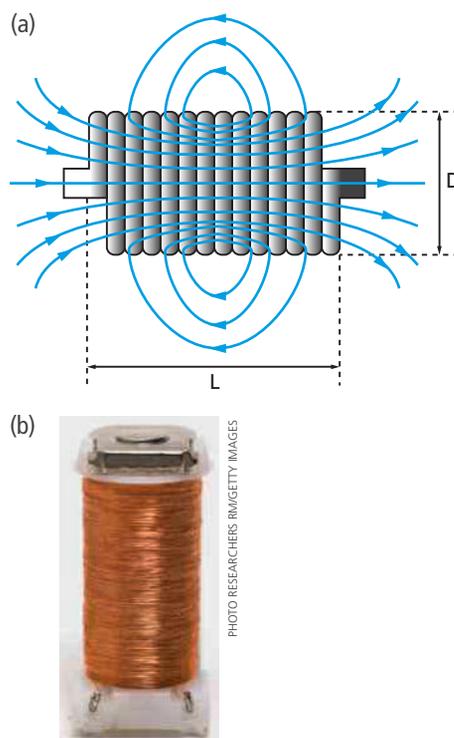


Figura 30. Solenoide com espiras superpostas.

8. Eletroímã

Na figura 31 apresentamos um solenoide percorrido por uma corrente de intensidade i e que produz um campo \vec{B}_0 . Ao colocarmos no interior do solenoide um núcleo de material ferromagnético (fig. 31b), este se magnetizará, tornando o campo resultante \vec{B} muito mais intenso do que o campo original \vec{B}_0 :

$$|\vec{B}| \gg |\vec{B}_0|$$

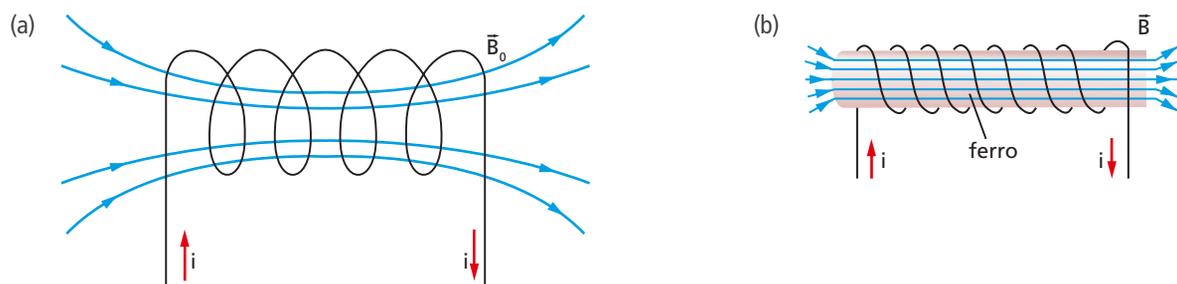


Figura 31.

O dispositivo da figura 31b é um exemplo de **eletroímã**. Por meio de eletroímãs podemos obter campos magnéticos muito mais intensos do que os produzidos por ímãs naturais. Na figura 32 apresentamos um outro exemplo de eletroímã.

Entre as aplicações dos eletroímãs podemos citar: guindastes que levantam sucata de ferro (fig. 33); campainhas; trens de levitação magnética, conhecidos por **maglev** (acrônimo de *magnetic levitations*), os quais não se movem por rodas, mas flutuam alguns centímetros acima dos trilhos. Na figura 34 vemos um trem maglev de fabricação alemã, que foi chamado **transrápido** e que está em funcionamento na cidade chinesa de Xangai.

PROCURE NO CD

Veja, no CD, algumas aplicações do magnetismo, como o funcionamento de uma campainha e do trem maglev.

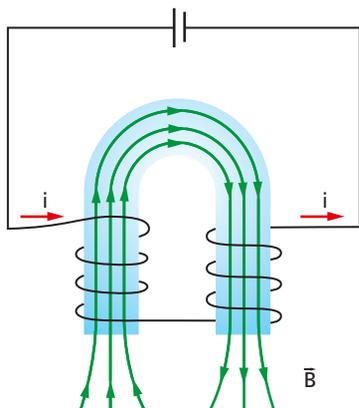


Figura 32.



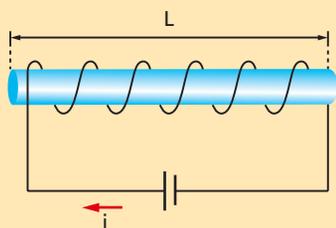
Figura 33. Uso de eletroímã para levantar sucata de ferro.



Figura 34. Trem de levitação magnética em Xangai, China.

Exercícios de Aplicação

40. Um solenoide de comprimento $L = 0,80$ m tem 2000 espiras e é percorrido por uma corrente de intensidade $i = 2,0$ A. Calcule:



- o número de espiras por unidade de comprimento;
- a intensidade do campo magnético no interior do solenoide.

Resolução:

- a) Sendo n o número de espiras por unidade de comprimento, temos:

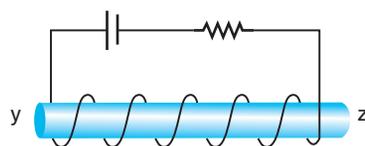
$$n = \frac{N}{L} = \frac{2000 \text{ espiras}}{0,80 \text{ m}} = 2500 \text{ espiras/metro}$$

$$n = 2500 \text{ espiras/metro}$$

- b) $B = \mu_0 \cdot n \cdot i = (4\pi \cdot 10^{-7}) (2500) (2,0) = 2,0\pi \cdot 10^{-3}$

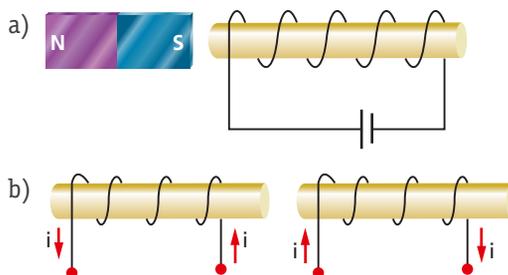
$$B = 2,0\pi \cdot 10^{-3} \text{ T} \approx 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

41. Na figura representamos um solenoide enrolado em um tubo de papelão. Qual dos extremos se comporta como um polo norte?



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

42. Em cada um dos casos a seguir, verifique se há atração ou repulsão entre os elementos indicados.



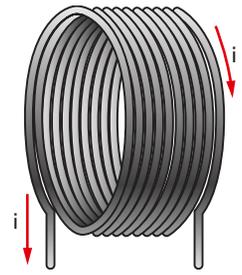
43. Um solenoide de comprimento 1,2 m foi enrolado com 1800 espiras e é percorrido por uma corrente de intensidade $i = 5,0$ A. Calcule:

- o número de espiras por metro;
- a intensidade do campo magnético no interior do solenoide.

44. Um solenoide foi construído com um fio de diâmetro 0,50 mm, de modo que as espiras estão encostadas uma na outra em apenas uma camada, como ilustra a figura. Sabendo que o solenoide é percorrido por uma corrente de intensidade $i = 0,02$ A.

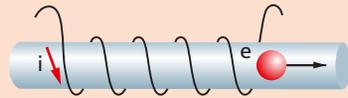
Calcule:

- a) o número de espiras por metro;
b) a intensidade do campo magnético no interior do solenoide.



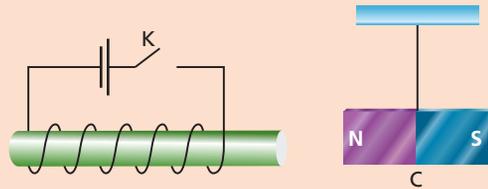
Exercícios de Reforço

45. (Unicamp-SP) Um solenoide ideal, de comprimento 50 cm e raio 1,5 cm, contém 2000 espiras e é percorrido por uma corrente de 3,0 A. O campo de indução magnética \vec{B} é paralelo ao eixo do solenoide, e sua intensidade é dada por $B = \mu_0 \cdot n \cdot i$, onde n é o número de espiras por unidade de comprimento e i é a corrente. Sendo $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$.

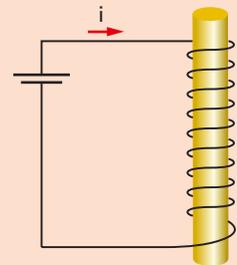


- a) Qual é o valor de B ao longo do eixo do solenoide?
b) Qual é a aceleração de um elétron lançado no interior do solenoide, paralelamente ao seu eixo?
46. (UE-MG) O campo magnético no interior de um solenoide tem intensidade $B = 8 \cdot 10^{-2}$ T, o comprimento do solenoide é $0,5\pi$ m e a corrente que o atravessa tem intensidade $i = 4$ A. Sabendo-se que $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} T \cdot m/A$, o número de espiras do solenoide será igual a:
- a) 6 000 d) 4 800
b) 2 500 e) 25 000
c) 10 000

47. (U. F. Viçosa-MG) A figura representa um eletroímã e um pêndulo cujo corpo C , preso à extremidade, é um ímã. Ao fecharmos a chave K , podemos afirmar que:



- a) o ímã do pêndulo será repelido pelo eletroímã.
b) o ímã do pêndulo será atraído pelo eletroímã.
c) o ímã do pêndulo irá girar em torno do fio que o suporta.
d) o polo sul do eletroímã estará à sua direita.
e) o campo magnético no núcleo do eletroímã é nulo.
48. (UF-PA) Eletroímãs são largamente utilizados como guindastes para transporte de cargas metálicas pesadas (ferro). Na figura, representa-se esquematicamente um eletroímã constituído de um núcleo de ferro e um solenoide com 1 000 espiras/metro, percorrido por uma corrente elétrica $i = 5$ A. (Dado: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} T \cdot m/A$) Considerando que a presença do núcleo de ferro aumenta de 1 000 (mil) vezes o campo magnético no interior do solenoide, em relação ao campo que ele produziria no ar, calcule, em teslas, o campo no eixo do solenoide da figura.



9. Magnetismo na matéria

Após os experimentos de Oersted, Ampère e outros, percebeu-se que as correntes elétricas produzem campos magnéticos semelhantes aos produzidos pelos ímãs. No caso de um solenoide, por exemplo, o campo externo é semelhante ao campo produzido por um ímã em forma de barra. Essa constatação fez os físicos suspeitarem de que os campos dos ímãs também fossem produzidos por correntes elétricas. Ampère sugeriu que o magnetismo dos ímãs seria o resultado dos campos originados por minúsculas correntes elétricas circulares (fig. 35) no interior do ímã.

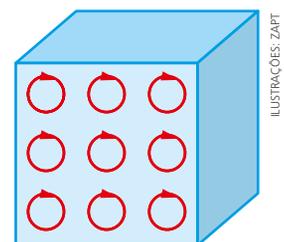


Figura 35.

Hoje sabemos que Ampère estava parcialmente certo: é verdade que o campo magnético dos ímãs é criado pelos elétrons, que fazem parte dos átomos, mas de um modo mais complexo do que o imaginado por ele. Além disso, havia o fato intrigante de que apenas alguns materiais se comportavam como ímãs.

Somente no século XX foi possível elucidar melhor esses mistérios e compreender o funcionamento do magnetismo dos ímãs, após a descoberta dos componentes do átomo e a criação de uma nova teoria, a Mecânica Quântica, capaz de explicar determinados comportamentos dessas partículas.

PROCURE NO CD

No CD, apresentamos uma descrição simplificada das propriedades magnéticas da matéria.

10. O fechamento das linhas de campo

No capítulo 11 vimos que as linhas de força do campo elétrico produzido por cargas em repouso (campo elétrico eletrostático) nascem em cargas positivas e terminam em cargas negativas, nunca formando percursos fechados. Porém, no caso do campo magnético, as linhas de campo são sempre fechadas, tanto no caso do campo produzido por correntes elétricas como no caso do campo produzido por ímãs.

Consideremos, por exemplo, o ímã em forma de barra representado na figura 36. As linhas de campo são contínuas e fechadas. Um fato importante a observar é que:

- fora do ímã, o sentido das linhas de campo é do polo norte para o polo sul;
- dentro do ímã, o sentido das linhas de campo é do polo sul para o polo norte.

Como outro exemplo consideremos a situação representada na figura 37a, em que temos um pedaço de ferro com a forma de um toro (ou toroide), que é a forma de uma câmara de pneu. O toro é parcialmente envolvido por um fio percorrido por corrente de intensidade i . No interior do ferro, as linhas de campo são aproximadamente circulares (fig. 37b).

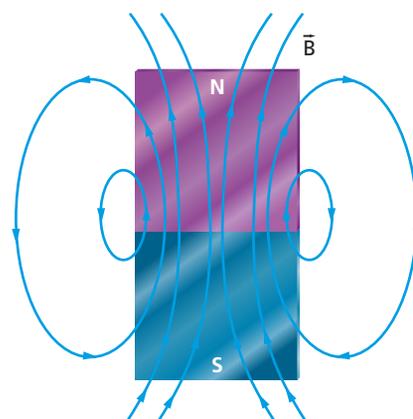


Figura 36.

ILUSTRAÇÕES: ZAPTE

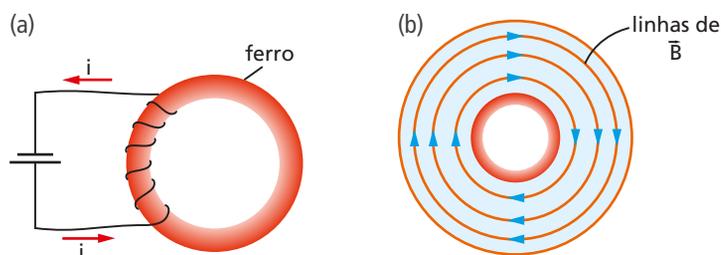


Figura 37.

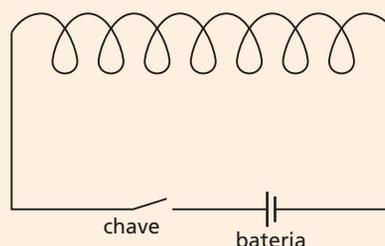
Exercícios de Aprofundamento

49. Em alguns aparelhos eletrônicos, quando há dois fios conduzindo correntes de mesma intensidade mas de sentidos opostos, eles são trançados juntos como ilustra a figura. Qual a razão disso?

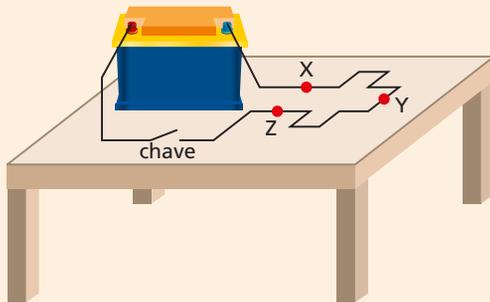


50. Sobre uma mesa foi colocado um fio dobrado em forma de hélice e ligado a uma bateria e a uma chave aberta, como ilustra a figura. Se a chave

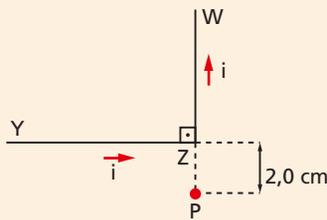
for fechada, a tendência da hélice é esticar ou encolher?



51. Sobre uma mesa foi montado o circuito representado na figura, onde o trecho XYZ é um fio bastante flexível. Supondo que a mesa seja muito lisa, ao fecharmos a chave a tendência do trecho XYZ é se abrir ou se fechar?



52. Um fio muito longo YZW foi dobrado, como mostra a figura, e é percorrido por uma corrente $i = 5,0$ A. Determine o campo magnético produzido pelo fio no ponto P .



53. (Unicamp-SP) Uma corrente constante i_0 percorre um fio muito longo LMN, dobrado em ângulo reto (fig. a). Essa corrente produz no ponto P um campo de indução magnética de módulo B_1 . Solda-se em M um outro fio, também muito longo, de modo que LMO seja retilíneo (fig. b). Agora as correntes constantes que percorrem LM e MN são, respectivamente, i_0 e $\frac{i_0}{2}$, e o campo de indução magnética em P tem módulo B_2 . Obtenha a razão $\frac{B_1}{B_2}$ entre os módulos do campo de indução magnética em P .

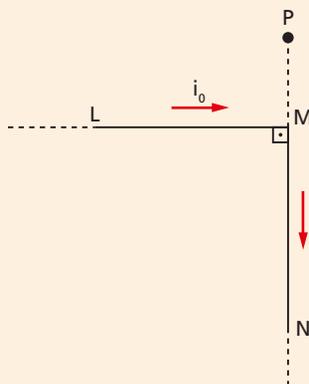


Figura a.

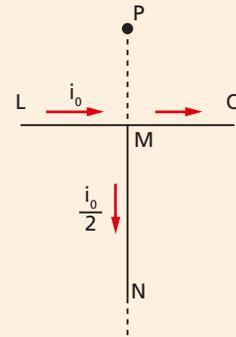
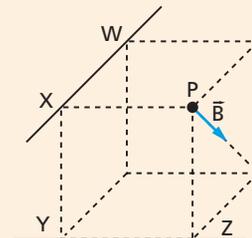


Figura b.

54. (UF-MG) Dois fios condutores WX e YZ, retos e longos, estão dispostos sobre duas arestas de um cubo imaginário, como mostra a figura. Correntes elétricas iguais estão presentes nos dois fios. O campo magnético \vec{B} resultante de tais correntes, no ponto P , é indicado na figura. Nessas condições, as correntes elétricas nos fios têm os sentidos:

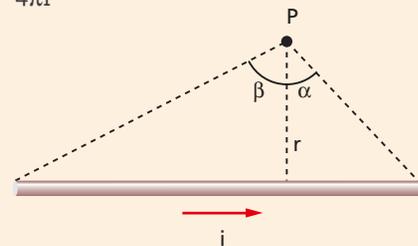


- de X para W e de Y para Z .
- de X para W e de Z para Y .
- de W para X e de Y para Z .
- de W para X e de Z para Y .

Enunciado para os exercícios 55 a 58:

A partir da Lei de Biot-Savart é possível mostrar que o campo magnético \vec{B} em um ponto P , situado a uma distância r de um fio reto e de comprimento finito, como mostra a figura, tem intensidade dada por:

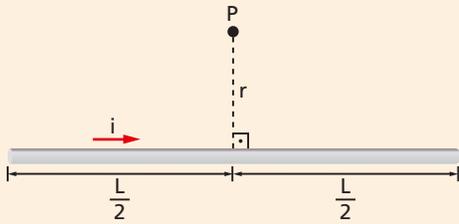
$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi r} (\sin \alpha + \sin \beta)$$



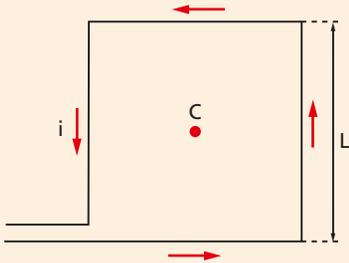
ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

55. A partir da equação dada, obtenha a fórmula para o caso do fio infinito $\left(B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \right)$.

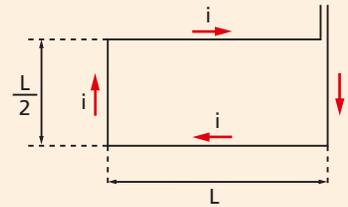
56. A figura representa um fio reto de comprimento L e percorrido por uma corrente elétrica de intensidade i . Obtenha o módulo de campo magnético em P , em função de L , r e i .



57. Na figura representamos uma espira quadrada de lado L percorrida por uma corrente de intensidade i . Calcule a intensidade do campo magnético no centro C da espira, em função de L e i .

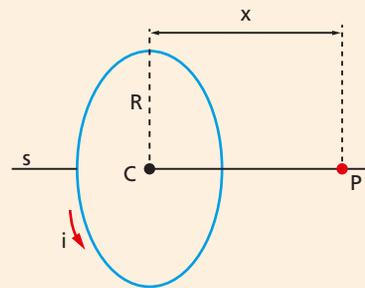


58. Em uma espira retangular condutora circula uma corrente de intensidade i , como ilustra a figura.



Calcule a intensidade do campo magnético no centro da espira em função de i e L .

59. Na figura representamos uma espira circular de raio $R = 3,0$ cm sendo percorrida por uma corrente $i = 6,0$ A. A reta s é o eixo da espira: ela passa pelo centro C e é perpendicular ao plano da espira. Consideremos sobre o eixo s um ponto P situado a uma distância x do centro.



- Determine a intensidade do campo magnético em P , em função de x .
- Se $x = 4,0$ cm, calcule a intensidade do campo magnético no ponto P .

Indução eletromagnética

1. De Oersted a Faraday

Como vimos no capítulo anterior, Oersted mostrou, em 1819, que correntes elétricas produzem campos magnéticos. Logo a seguir, acreditando na simetria da Natureza, os físicos se perguntaram: “Se correntes elétricas produzem campos magnéticos, não seria possível que campos magnéticos produzissem correntes elétricas?”. Em 1831 o químico e físico inglês Michael Faraday (1791-1867) mostrou que isso é possível, conforme veremos a seguir.

A produção de corrente elétrica por campos magnéticos é denominada **indução eletromagnética**, e a corrente elétrica produzida é chamada **corrente induzida**.

Para entendermos a Lei de Faraday da Indução Eletromagnética é necessário antes apresentarmos o conceito de fluxo do campo magnético, o que será feito a seguir.

2. Fluxo do campo magnético

Consideremos uma superfície plana S , de área A , numa região onde há um campo magnético \vec{B} , **uniforme**, e seja \vec{n} um vetor perpendicular a S (fig. 1). O sentido de \vec{n} é arbitrário, bastando que \vec{n} seja perpendicular a S . O **fluxo de \vec{B} através da superfície** é representado por ϕ e dado por:

$$\phi = B \cdot A \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

onde α é o ângulo formado entre \vec{B} e \vec{n} .

A unidade de ϕ no SI é o **weber**, cujo símbolo é **Wb**.

Como $\cos \alpha$ não tem unidade, vem:

$$\begin{array}{ccc} \text{(unidade de } \phi) = \text{(unidade de } B) \cdot \text{(unidade de } A) & & \\ \downarrow & = & \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \text{ Wb} & = & (1 \text{ T}) \quad (1 \text{ m}^2) \end{array}$$

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

ou

$$1 \text{ T} = 1 \text{ Wb/m}^2$$

Se o campo \vec{B} não for uniforme ou a superfície não for plana, deve-se subdividir a superfície em “pedaços” suficientemente pequenos, de modo que cada um possa ser considerado plano e o campo \vec{B} possa ser considerado uniforme na região onde se encontra. A seguir calculamos o fluxo de \vec{B} em cada “pedaço” usando a fórmula (1). O fluxo de \vec{B} através da superfície é a soma dos fluxos obtidos em cada “pedaço”.

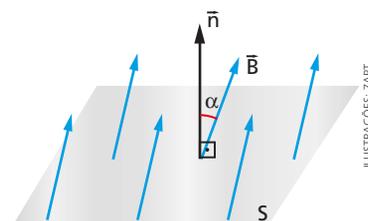


Figura 1.

ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

1. De Oersted a Faraday
2. Fluxo do campo magnético
3. Indução eletromagnética
4. Lei de Lenz
5. Lei de Faraday
6. Indução eletromagnética em circuitos abertos
7. Conductor retilíneo movendo-se em campo magnético uniforme
8. Campos elétricos induzidos
9. Autoindução
10. Correntes de Foucault
11. Supercondutores e magnetismo
12. Corrente alternada
13. O transformador
14. Ondas eletromagnéticas
15. As forças de campo e o Princípio da Ação e Reação

O fluxo do campo magnético pode também ser chamado simplesmente de **fluxo magnético**.

Na definição de fluxo, afirmamos que a escolha do sentido do vetor normal \vec{n} é arbitrária, bastando que sua direção seja perpendicular à superfície. No entanto, conforme veremos mais adiante, para a Lei de Faraday o que interessa é a **variação do fluxo**. Assim, ao calcularmos essa variação, devemos fixar um sentido qualquer para \vec{n} e conservá-lo até terminar os cálculos.

Exercícios de Aplicação

1. Consideremos uma superfície plana de área $A = 4,0 \text{ m}^2$, dentro de uma região onde há um campo de indução magnética \vec{B} uniforme, de módulo $B = 5,0 \text{ T}$, tal que o ângulo entre \vec{B} e a superfície seja 30° . Calcule o fluxo de \vec{B} através da superfície.



Figura a.

Resolução:

Consideremos um vetor \vec{n} perpendicular à superfície, como mostra a figura b. O ângulo entre \vec{n} e \vec{B} é $\alpha = 60^\circ$. Assim, o fluxo de \vec{B} através da superfície é:

$$\phi = B \cdot A \cdot \cos \alpha$$

$$\phi = 5,0 \cdot 4,0 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\phi = 10 \text{ Wb}$$

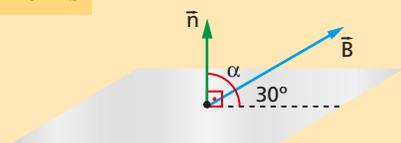


Figura b.

O vetor \vec{n} poderia ter sido escolhido, como mostra a figura c. Nesse caso, teríamos:

$$\alpha = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$$

e, portanto:

$$\phi = B \cdot A \cdot \cos \alpha$$

$$\phi = 5,0 \cdot 4,0 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\phi = -10 \text{ Wb}$$

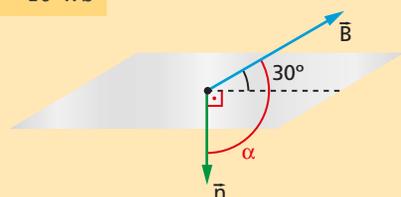
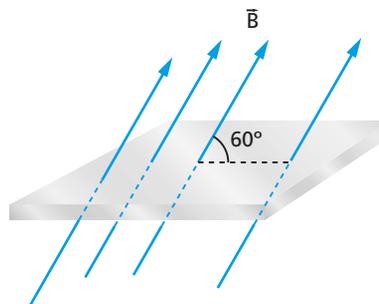


Figura c.

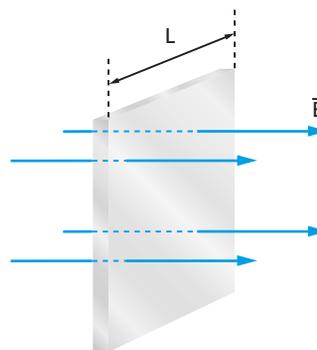
Vemos então que, dependendo do modo como fizermos a escolha do vetor normal \vec{n} , o fluxo poderá ser positivo ou negativo, mas o módulo é o mesmo nos dois casos.

2. Uma superfície plana de área $A = 0,40 \text{ m}^2$ localiza-se em uma região onde há um campo magnético uniforme, de intensidade $B = 0,60 \text{ T}$, cuja direção forma ângulo de 60° com a superfície. Determine o módulo do fluxo de \vec{B} através dessa superfície.

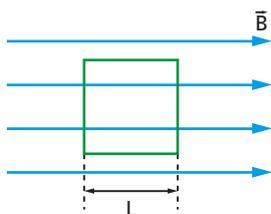


ILUSTRAÇÕES: ZAPT

3. Na figura representamos uma espira quadrada de lado $L = 0,30 \text{ m}$, em uma região onde há um campo magnético e uniforme e perpendicular ao plano da espira, com intensidade $B = 0,40 \text{ T}$. Calcule o módulo do fluxo de \vec{B} através da espira.

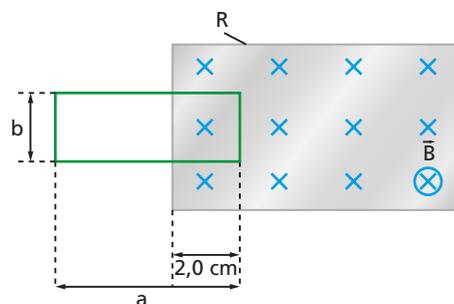


4. Suponha uma espira quadrada, de lado $L = 3,0 \text{ m}$, que se encontra em uma região onde há um campo magnético uniforme, paralelo ao plano da espira, como ilustra a figura a seguir. Sabendo que $B = 2,0 \text{ T}$, determine o fluxo de \vec{B} através da espira.



5. Uma espira circular de raio 5,0 cm está em uma região onde há um campo magnético uniforme, cuja direção forma ângulo θ com o plano da espira e cujo módulo é 0,20 T. Calcule o módulo do fluxo do campo magnético através da espira, sabendo que $\sin \theta = 0,60$ e $\cos \theta = 0,80$.
6. Na região R destacada na figura há um campo magnético uniforme, de intensidade $B = 0,40$ T. Fora dessa região não há campo magnético. Uma

espira retangular, de lados $a = 8,0$ cm e $b = 3,0$ cm, situa-se dentro da região R , como ilustra a figura, de modo que o plano da espira é perpendicular a \vec{B} . Calcule o módulo do fluxo de \vec{B} através da espira.



ILUSTRAÇÕES: ZAPET

7. Apresente a equação dimensional do fluxo do campo magnético.

3. Indução eletromagnética

Consideremos um fio de material condutor formando uma espira. Faraday observou que, toda vez que o fluxo \vec{B} através da espira sofre alguma variação, aparece na espira uma corrente elétrica i , a qual é chamada **corrente induzida**. Diz-se que a corrente induzida foi produzida por uma **força eletromotriz induzida** \mathcal{E} . De acordo com o que vimos no estudo dos circuitos, no capítulo 4, podemos escrever:

$$\mathcal{E} = R \cdot i$$

em que R é a resistência da espira.

Para obter correntes induzidas, não é necessário que tenhamos apenas uma espira; podemos ter circuitos mais complexos como, por exemplo, bobinas ou solenoides. De modo geral, Faraday observou que:

Se o fluxo do campo magnético através de um circuito sofrer variação, aparecerá nesse circuito uma força eletromotriz induzida, a qual existirá enquanto o fluxo estiver variando; cessada a variação do fluxo, desaparecerá a força eletromotriz.

Esse enunciado constitui a parte qualitativa da Lei de Faraday. A parte quantitativa é constituída por uma fórmula (estudada no item 5) que permite calcular o valor da força eletromotriz induzida.

O circuito no qual aparece a corrente induzida é denominado **circuito induzido**. Lembrando que o fluxo de \vec{B} é dado por:

$$\phi = B \cdot A \cdot \cos \alpha$$

percebemos que o fluxo pode ser variado de diversos modos: podemos variar o campo \vec{B} ou então a área A (deformando a espira, por exemplo) ou o ângulo α (girando a espira, por exemplo).

Exemplo 1

Consideremos um ímã em forma de barra. Como sabemos, o campo \vec{B} produzido pelo ímã torna-se mais fraco à medida que nos afastamos do ímã.

Aproximemos esse ímã de uma espira circular, mantendo-o numa reta perpendicular ao plano da espira, como indica a figura 2.

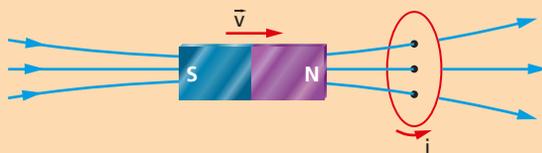
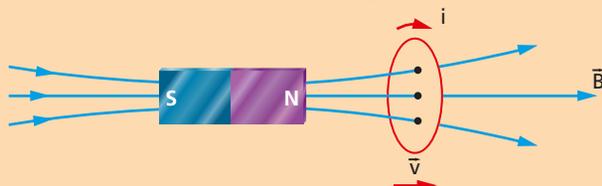


Figura 2.

À medida que o ímã se aproxima da espira, aumenta o fluxo de \vec{B} através dela e, portanto, aparece uma corrente induzida na espira. Se afastássemos o ímã, o fluxo através da espira diminuiria e, portanto, estaria variando. Assim, também nesse caso apareceria uma corrente induzida na espira.

Exemplo 2

Consideremos novamente o ímã e a espira do Exemplo 1, mas suponhamos que o ímã fique fixo e a espira esteja em movimento, como ilustra a figura 3.



ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Figura 3.

Também nesse caso o fluxo de \vec{B} através da espira estaria variando e, conseqüentemente, apareceria uma corrente induzida na espira. A corrente induzida se mantém apenas enquanto o fluxo estiver variando. Se cessar o movimento relativo entre o ímã e a espira, o fluxo deixará de variar e não haverá mais corrente induzida.

Exemplo 3

Consideremos duas espiras circulares, M e N , em repouso e colocadas de modo que seus planos sejam paralelos, como indica a figura 4.

A espira M está ligada a um gerador G e a um resistor de resistência R variável. Variando R , fazemos variar a corrente i que circula na espira M , e assim estaremos variando o campo \vec{B} produzido por M . Mas, se o campo \vec{B} variar, variará também o fluxo de \vec{B} através da espira N , e assim teremos uma corrente induzida i' em N . Em casos como este, costuma-se dizer que o circuito M é o **circuito indutor** (ou **primário**) e o circuito N é o **circuito induzido** (ou **secundário**).

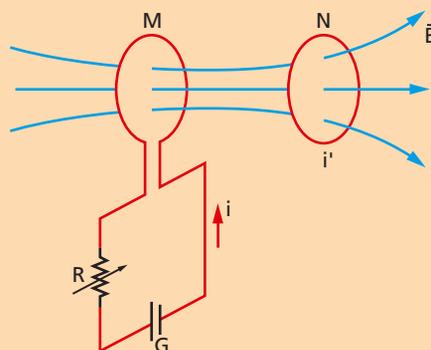


Figura 4.

Exemplo 4

A figura 5 representa uma espira retangular penetrando em uma região R , onde há um campo magnético \vec{B} , uniforme e perpendicular ao plano da espira.

Nesse caso, o fluxo de \vec{B} através da espira é dado por $\phi = B \cdot A$, em que A é a área da espira que está imersa no campo. Enquanto a espira estiver penetrando em R , aumentará a área A e, portanto, aumentará também o fluxo ϕ . Assim, deve haver uma corrente induzida i_1 na espira, durante a penetração na região R . Quando a espira estiver totalmente dentro de R , como mostra a figura 6, o fluxo através dela permanecerá constante e não haverá corrente induzida. Enquanto a espira estiver saindo de R (fig. 7), o fluxo de \vec{B} estará diminuindo e haverá novamente corrente induzida i_2 na espira. Assim que ela abandonar a região R , o fluxo será constantemente nulo e não haverá mais corrente induzida.

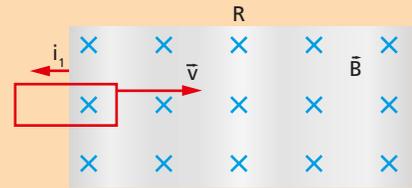


Figura 5.



Figura 6.



Figura 7.

4. Lei de Lenz

Já explicamos em que condições aparece a corrente induzida, mas não como determinar o sentido dessa corrente. Embora Faraday tenha explicado como fazer, foi o físico Heinrich Friedrich Lenz, nascido na Estônia (1804-1865), quem apresentou um processo mais simples para obter esse sentido. A Lei de Lenz estabelece que:

O sentido da corrente induzida é tal que se opõe à variação de fluxo que a produziu.

Vamos verificar, através de um exemplo, como aplicar a Lei de Lenz. Consideremos um ímã em forma de barra. Aproximemo-lo de uma espira circular fixa, como indica a figura 8, de modo que o eixo do ímã se mantenha perpendicular ao plano da espira.

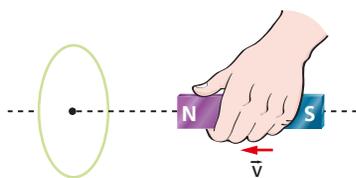


Figura 8.

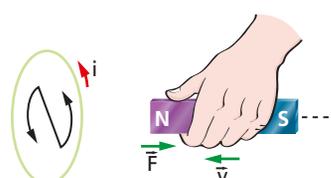


Figura 9.

De acordo com a Lei de Lenz, a corrente induzida na espira deve contrariar essa aproximação, isto é, a espira deve exercer sobre o ímã uma força \vec{F} de sentido oposto ao do movimento do ímã (fig. 9). Mas, se a espira repele o ímã, concluímos que a face da espira que está voltada para o ímã deve ser um polo do mesmo nome do polo do ímã que é aproximado, isto é, um polo norte. Aplicando a regra da mão direita, concluímos que a corrente induzida deve ter o sentido indicado na figura 9 (anti-horário para o observador O).

Podemos, também, analisar esse exemplo de um modo diferente. Sendo \vec{B} o campo criado pelo ímã, à medida que este se aproxima da espira, aumenta o fluxo de \vec{B} (que pode ser chamado **fluxo indutor**) através da espira (fig. 10). Pela Lei de Lenz, a corrente induzida deve **opor-se** a esse **aumento de fluxo**. Para tanto, a corrente indu-



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

zida deve produzir um campo \vec{B}' , de modo que o fluxo de \vec{B}' (que podemos chamar **fluxo induzido**) deve ter **sentido contrário** ao do fluxo de \vec{B} e, para que isso ocorra, o campo \vec{B}' deve ter sentido oposto ao de \vec{B} (fig. 11) nos pontos interiores à espira. Aplicando a regra da mão direita, concluímos que a corrente induzida deve ter o sentido assinalado na figura 11.

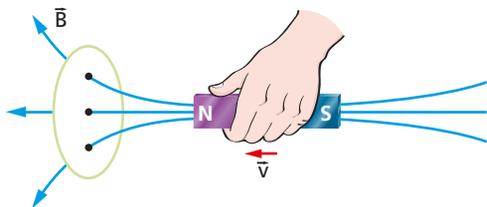


Figura 10.

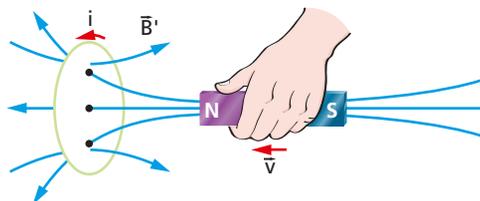


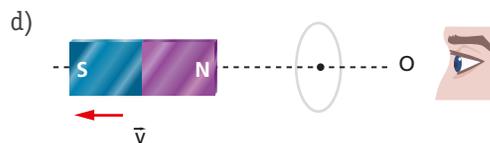
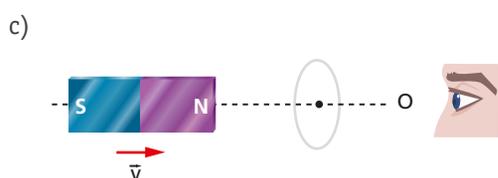
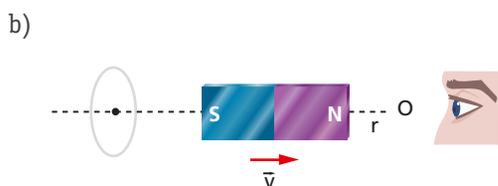
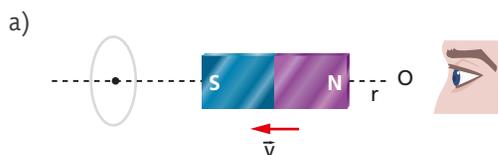
Figura 11.

Um fato importante a ser observado nesse exemplo é a troca de energia. Conforme vimos, enquanto o ímã se aproxima da espira, esta exerce sobre ele uma força de repulsão \vec{F} (fig. 9). Portanto, o operador que movimentou o ímã teve que aplicar sobre ele outra força de sentido oposto ao de \vec{F} e assim realizou um trabalho positivo. Esse trabalho é igual à energia dissipada na espira, por efeito Joule (supondo a velocidade do ímã constante).

Ainda considerando o exemplo acima, suponhamos que, ao aproximar o ímã da espira, a corrente induzida tivesse sentido tal que o ímã fosse **atraído pela espira** (o que estaria contrariando a Lei de Lenz). Nesse caso, uma vez iniciado o movimento do ímã, poderíamos deixar de empurrá-lo, pois ele seria atraído pela espira e assim não realizaríamos mais trabalho. Mas isso contraria o Princípio de Conservação da Energia: teríamos energia dissipada na espira, por efeito Joule, sem que nenhum trabalho (ou energia) fosse fornecido ao sistema, o que obviamente é absurdo. Vemos, então, que a Lei de Lenz está de acordo com o Princípio de Conservação da Energia.

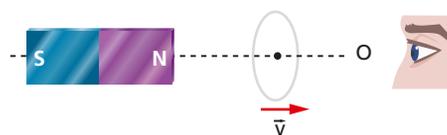
Exercícios de Aplicação

8. Em cada um dos casos a seguir temos um ímã em forma de barra, o qual se move de modo a manter seu eixo perpendicular ao plano de uma espira circular fixa. Em cada caso, determine o sentido da corrente induzida para o observador O .

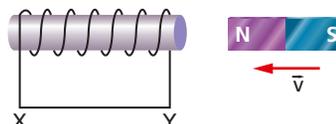


ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

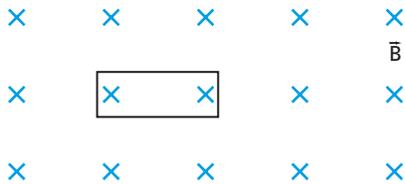
9. A figura representa uma espira circular que se afasta, com velocidade \vec{v} , de um ímã fixo em forma de barra. Considere o eixo do ímã perpendicular ao plano da espira. Determine o sentido da corrente induzida para o observador O .



10. Um ímã em forma de barra aproxima-se de um solenoide, como indica a figura, fazendo o eixo do ímã coincidir com o eixo do solenoide. Defina o sentido da corrente induzida, no trecho XY.

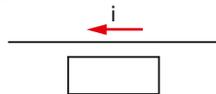


11. Uma espira retangular é colocada dentro de uma região onde há um campo de indução magnética \vec{B} uniforme e perpendicular ao plano da espira, como mostra a figura.

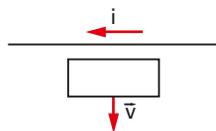


Determine o sentido da corrente induzida na espira, nos seguintes casos:

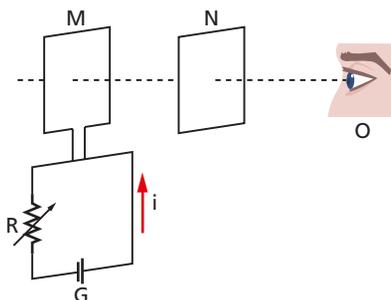
- a) $|\vec{B}|$ aumenta com o tempo;
 b) $|\vec{B}|$ diminui com o tempo.
12. Um fio longo e retilíneo, percorrido por uma corrente i que aumenta com o tempo, é colocado no mesmo plano de uma espira retangular, como mostra a figura.



- a) Qual o sentido da corrente induzida na espira?
 b) A espira é atraída ou repelida pelo fio?
13. Um condutor retilíneo muito longo, percorrido por uma corrente i , está no mesmo plano de uma espira retangular, como mostra a figura. A espira é puxada de maneira a se afastar do fio. Determine o sentido da corrente induzida na espira.



14. Considere duas espiras quadradas, M e N , com planos paralelos entre si, como indica a figura a seguir. A espira M está ligada a um resistor variável R e a um gerador G , o qual fornece a corrente i . Variando-se R , obtemos uma corrente i variável.



- b) Para o caso em que i aumenta, as espiras estarão se atraindo ou se repelindo?
 c) Supondo que a corrente i esteja diminuindo, as espiras estarão se atraindo ou se repelindo?

15. Um condutor retilíneo CD apoia-se em um fio condutor em forma de U, como mostra a figura a. O conjunto encontra-se imerso num campo de indução magnética \vec{B} uniforme e perpendicular ao plano dos condutores. Um operador puxa o condutor CD, o qual se move no sentido indicado na figura. Determine o sentido da corrente induzida no circuito CDEF.

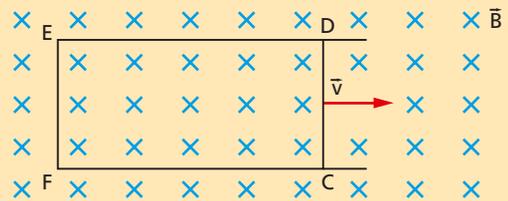


Figura a.

Resolução:

1º modo:

À medida que o condutor CD se move para a direita, aumenta a área da espira CDEF; portanto, aumenta o fluxo através dessa espira. De acordo com a Lei de Lenz, a corrente induzida na espira deve contrariar esse aumento de fluxo. Portanto, o campo \vec{B}' produzido pela corrente induzida deve ter sentido oposto ao de \vec{B} (nos pontos interiores à espira), como indica a figura. Aplicando a regra da mão direita, concluímos que a corrente induzida deve ter sentido anti-horário (fig. b).

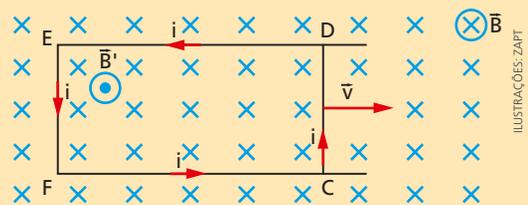


Figura b.

2º modo:

Assim que o fio CD começa a ser percorrido pela corrente induzida i , surge nele uma força magnética \vec{F}_m , pois ele está imerso em um campo magnético. Mas, de acordo com a Lei de Lenz, essa força deve contrariar o movimento do fio. Como este se move para a direita, concluímos que \vec{F}_m tem sentido para a esquerda. Aplicando a regra da mão esquerda, concluímos que a corrente tem sentido anti-horário (fig. c).

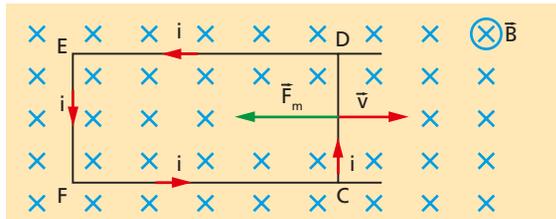


Figura c.

3º modo:

Neste caso podemos determinar o sentido da corrente induzida sem usar a Lei de Lenz. Como sabemos, o sentido convencional da corrente elétrica é o sentido em que se moveriam as cargas positivas. Imaginemos então uma carga positiva q dentro do condutor CD. Assim, temos o caso de uma carga $q > 0$ movendo-se com velocidade \vec{v} sob a ação de um campo magnético \vec{B} .

Portanto, essa carga fica sujeita a uma força magnética \vec{F}_m , cujo sentido pode ser obtido pela regra da mão esquerda. Aplicando essa regra, concluímos que \vec{F}_m tem sentido para cima (fig. d) e, assim, a corrente na espira CDEF tem sentido anti-horário.

No item 7 adiante analisaremos com mais detalhes a força magnética \vec{F}_m .

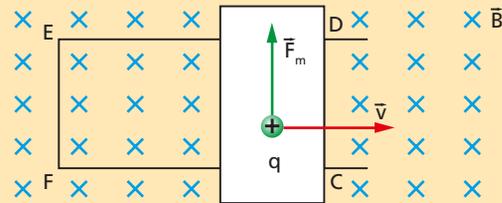
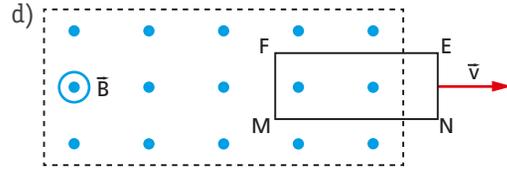
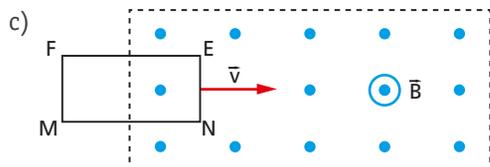
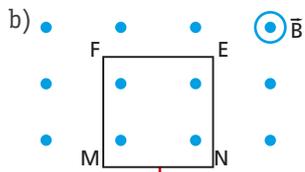
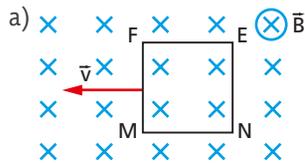


Figura d.

16. Determine o sentido da corrente induzida no circuito MNEF em cada um dos casos a seguir:



17. Uma espira quadrada está inicialmente em repouso, numa região onde há um campo de indução magnética \vec{B} uniforme, de modo que seu plano é paralelo a \vec{B} , como mostra a figura a (o vetor \vec{n} é perpendicular ao plano da espira). A espira sofre então uma rotação de 90° em torno de um eixo x perpendicular a \vec{B} , o que, no final da rotação, faz seu plano tornar-se perpendicular a \vec{B} , como indica a figura b. Determine o sentido da corrente induzida na espira, durante a rotação, para o observador O da figura.

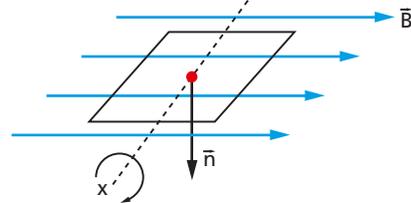


Figura a.

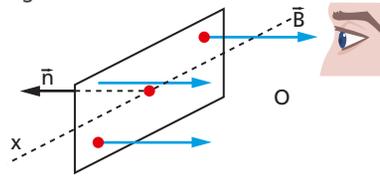
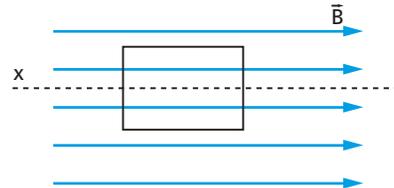
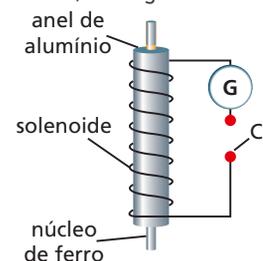


Figura b.

18. Uma espira quadrada encontra-se inicialmente em repouso, numa região onde há um campo de indução magnética \vec{B} uniforme. O plano da espira é paralelo a \vec{B} , como mostra a figura. A partir de determinado instante, a espira começa a girar em torno de um eixo x paralelo a \vec{B} . Durante a rotação, haverá corrente induzida na espira?

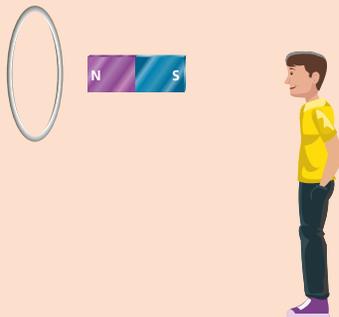


19. A figura representa um solenoide disposto verticalmente e com núcleo de ferro, um gerador G e uma chave interruptora C inicialmente aberta. Envolvendo o núcleo de ferro, há um anel de alumínio. Ao fecharmos a chave, observamos que o anel é lançado para cima. Por quê?



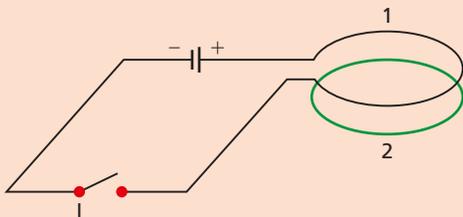
Exercícios de Reforço

20. (UF-PB) Em um laboratório de eletricidade e magnetismo, um grupo de estudantes analisa os efeitos produzidos pelo movimento relativo entre um ímã e uma espira condutora, conforme representação abaixo:



Considerando essas informações, verifique as afirmativas que descrevem corretamente os fenômenos a serem observados pelos estudantes:

- I. Ao se fixar a espira e dela ser aproximado o ímã, uma corrente induzida na espira com sentido horário é observada.
 - II. Ao se fixar o ímã e dele ser afastada a espira, uma corrente induzida na espira com sentido horário será observada.
 - III. Ao se fixar a espira e dela ser afastado o ímã, uma corrente induzida na espira no sentido horário é observada.
 - IV. Ao se fixar o ímã e dele ser aproximada a espira, uma corrente induzida no sentido anti-horário será observada.
 - V. Para induzir uma corrente na espira, é suficiente que um fluxo de linhas de indução de campo magnético atravesse essa espira.
21. (UF-PA) Duas espiras de fio condutor estão próximas entre si em planos paralelos. Uma delas (1) é ligada em série a uma bateria com um interruptor (/). A outra (2) é fechada (veja figura).

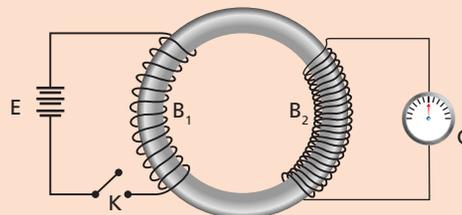


Com base nessas explicações, podemos afirmar corretamente:

- a) No instante em que o interruptor é ligado, passa a haver na espira 2 uma corrente de mesmo sentido da espira 1.

- b) No instante em que o interruptor é ligado, passa a haver na espira 2 uma corrente que muda de sentido periodicamente.
- c) Algum tempo após a ligação do interruptor, a corrente na espira 2 tem o mesmo sentido da espira 1.
- d) Algum tempo após a ligação do interruptor, a corrente na espira 2 é nula.
- e) No instante em que o interruptor é desligado existe mudança de sentido da corrente que circulava na espira 2.

22. (Vunesp-SP) A figura representa uma das experiências de Faraday que ilustram a indução eletromagnética, em que E é uma bateria de tensão constante, K é uma chave, B_1 e B_2 são duas bobinas enroladas num núcleo de ferro doce e G é um galvanômetro ligado aos terminais de B_2 que, com o ponteiro na posição central, indica corrente elétrica de intensidade nula.

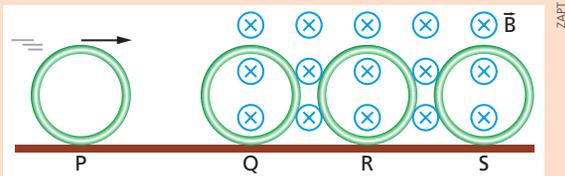


ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

Quando a chave K é ligada, o ponteiro do galvanômetro se desloca para a direita e:

- a) assim se mantém até a chave ser desligada, quando o ponteiro se desloca para a esquerda por alguns instantes e volta à posição central.
- b) logo em seguida volta à posição central e assim se mantém até a chave ser desligada, quando o ponteiro se desloca para a esquerda por alguns instantes e volta à posição central.
- c) logo em seguida volta à posição central e assim se mantém até a chave ser desligada, quando o ponteiro volta a se deslocar para a direita por alguns instantes e volta à posição central.
- d) para a esquerda com uma oscilação de frequência e amplitude constantes e assim se mantém até a chave ser desligada, quando o ponteiro volta à posição central.
- e) para a esquerda com uma oscilação cuja frequência e amplitude se reduzem continuamente até a chave ser desligada, quando o ponteiro volta à posição central.

23. (UF-MG) Um anel metálico rola sobre uma mesa, passando, sucessivamente, pelas posições P , Q , R e S , como representado nesta figura:



Na região indicada na figura, existe um campo magnético uniforme, perpendicular ao plano do anel, representado pelo símbolo \otimes .

Considerando-se essa situação, é **correto** afirmar que, quando o anel passa pelas posições Q , R e S , a corrente elétrica nele:

- é nula apenas em R e tem sentidos opostos em Q e em S .
- tem o mesmo sentido em Q , em R e em S .
- é nula apenas em R e tem o mesmo sentido em Q e em S .
- tem o mesmo sentido em Q e em S e sentido oposto em R .

24. (Unifesp-SP) Uma lanterna sem pilhas foi recentemente lançada no mercado. Ela funciona transformando em energia elétrica a energia cinética que lhe é fornecida pelo usuário – para isso ele deve agitá-la fortemente na direção do seu comprimento. Como o interior dessa lanterna é visível, pode-se ver como funciona: ao agitá-la, o usuário faz um ímã cilíndrico atravessar uma bobina para frente e para trás. O movimento do ímã através da bobina faz aparecer nela uma corrente induzida que percorre e acende a lâmpada.

O princípio físico em que se baseia essa lanterna e a corrente induzida na bobina são, respectivamente:

- indução eletromagnética; corrente alternada.
- indução eletromagnética; corrente contínua.
- Lei de Coulomb; corrente contínua.
- Lei de Coulomb; corrente alternada.
- Lei de Ampère; correntes alternada ou contínua podem ser induzidas.

5. Lei de Faraday

Sejam ϕ_1 e ϕ_2 os fluxos de \vec{B} através de um circuito nos instantes t_1 e t_2 , respectivamente (com $t_2 > t_1$). A Lei de Faraday afirma que a força eletromotriz média (\mathcal{E}_m) induzida nesse circuito, durante o intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$, é dada por:

$$\mathcal{E}_m = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

em que $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$.

A força eletromotriz instantânea (\mathcal{E}) é dada por:

$$\mathcal{E} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(-\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \right) \quad \text{ou} \quad \mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt}$$

isto é, a força eletromotriz instantânea é igual à derivada de ϕ em relação a t , com o sinal trocado.

O sinal negativo, que aparece na Lei de Faraday, indica que o sentido da fem induzida é tal que ela se opõe à variação que produziu, como já havíamos explicado usando a Lei de Lenz. Porém, nos exercícios, só nos interessará o módulo da força eletromotriz induzida:

$$|\mathcal{E}_m| = \frac{|\Delta\phi|}{\Delta t}$$

A Lei de Faraday nos dá o valor da fem. Se quisermos o valor da corrente induzida i usaremos a equação:

$$i = \frac{|\mathcal{E}|}{R}$$

em que R é a resistência do circuito.

No SI, a unidade da fem induzida é o **volt (V)**.

Se, em vez de apenas uma espira, tivermos uma bobina formada por n espiras, em cada espira teremos uma fem induzida. Para obter a fem total, adicionamos todas essas fem. Se for uma bobina chata, poderemos supor que o fluxo magnético através de cada espira seja o mesmo, e assim a fem total é dada por:

$$\mathcal{E}_m = -n \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

6. Indução eletromagnética em circuitos abertos

Consideremos uma espira circular em uma região onde há um campo magnético \vec{B} , cujo fluxo através da espira é variável. Teremos então uma força eletromotriz \mathcal{E} e uma corrente i , induzidas na espira. Apenas para fixar ideias, admitamos que o sentido de i é o assinalado na figura 12. Suponhamos agora que seja feito um corte na espira, de modo que o circuito fique aberto, como ilustra a figura 13. Neste caso, há uma separação de cargas no fio, de maneira que as duas extremidades ficam carregadas com cargas de sinais opostos: a extremidade para a qual se dirigia a corrente i fica carregada positivamente, e a outra extremidade fica carregada negativamente, de modo que se forma uma diferença de potencial U entre essas extremidades.

Supondo que $\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ seja constante, a movimentação de cargas perdura até que a diferença de potencial U se torne igual à força eletromotriz \mathcal{E} que havia na espira. (Esse processo em geral é muito rápido.) Se $\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ não for constante, U também não será constante e haverá uma incessante movimentação de cargas no fio, o que corresponde a uma corrente elétrica. Porém, essa corrente não é igual à corrente induzida i que havia na espira antes do corte.

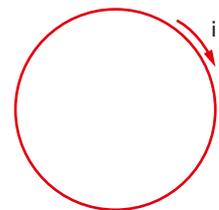


Figura 12.

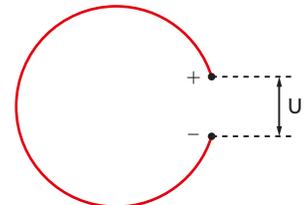


Figura 13.

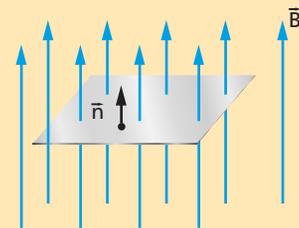
Exercícios de Aplicação

25. Uma espira quadrada de área $A = 0,60 \text{ m}^2$ está numa região onde há um campo magnético uniforme perpendicular ao plano da espira. Em um intervalo de tempo $\Delta t = 2,0 \text{ s}$, a intensidade de \vec{B} aumenta de $B_1 = 0,50 \text{ T}$ para $B_2 = 1,30 \text{ T}$. Sabe-se que a resistência da espira é $R = 1,5 \Omega$. Para esse intervalo de tempo, calcule:
- o módulo da força eletromotriz induzida média;
 - a intensidade média da corrente induzida;
 - a carga elétrica que passou por uma seção reta qualquer do fio.

Resolução:

- a) Adotemos um vetor \vec{n} perpendicular ao plano da espira, com o mesmo sentido de \vec{B} , como ilustra a figura. Assim, o ângulo entre \vec{B} e \vec{n} é $\theta = 0^\circ$, e o fluxo de \vec{B} através da espira é:

$$\phi = B \cdot A \cdot \cos \theta = B \cdot A \cdot \underbrace{\cos 0}_1 = B \cdot A$$



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

No instante inicial temos $\phi_1 = B_1 \cdot A$, e no instante final ocorre $\phi_2 = B_2 \cdot A$. Assim:

$$|\Delta\phi| = |\phi_2 - \phi_1| = B_2 \cdot A - B_1 \cdot A$$

$$\Delta\phi = (B_2 - B_1) \cdot A = (\Delta B) \cdot A$$

Portanto:

$$|\mathcal{E}_m| = \frac{|\Delta\phi|}{\Delta t} = \frac{(\Delta B)A}{\Delta t} = \frac{(B_2 - B_1)A}{\Delta t}$$

$$|\mathcal{E}_m| = \frac{(1,30 - 0,50)(0,60)}{2,0}$$

$$|\mathcal{E}_m| = 0,24 \text{ V}$$

- b) A relação entre a força eletromotriz, a intensidade de corrente e a resistência é:

$$\mathcal{E} = R \cdot i$$

Portanto:

$$i_m = \frac{\mathcal{E}_m}{R} = \frac{0,24 \text{ V}}{1,5 \Omega} = 0,16 \text{ A} \Rightarrow i_m = 0,16 \text{ A}$$

c) $i_m = \frac{Q}{\Delta t}$

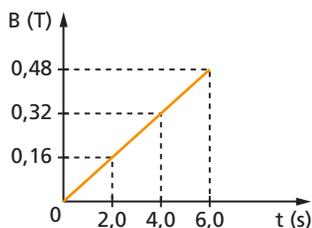
$$Q = i_m(\Delta t) = (0,16 \text{ A})(2,0 \text{ s}) = 0,32 \text{ C}$$

$$Q = 0,32 \text{ C}$$

26. Uma espira circular de área $3,6 \text{ m}^2$ está numa região onde há um campo magnético uniforme perpendicular ao plano da espira. Em um intervalo de tempo $\Delta t = 3,0 \text{ s}$, a intensidade do campo diminui de $B_1 = 0,80 \text{ T}$ para $B_2 = 0,30 \text{ T}$. A resistência da espira é $R = 2,0 \Omega$. Para esse intervalo de tempo, calcule:

- o módulo da força eletromotriz média induzida;
- a intensidade média da corrente induzida;
- a carga elétrica que passou por uma seção reta qualquer do fio.

27. Um campo magnético uniforme tem intensidade variável de acordo com o gráfico da figura. Na região em que há o campo, temos uma espira, de área $A = 4,0 \text{ m}^2$, cujo plano é perpendicular ao campo. Calcule a força eletromotriz induzida na espira.



28. Uma espira de área $6,0 \text{ m}^2$ encontra-se numa região onde há um campo magnético uniforme e perpendicular ao plano da espira. No instante $t = 0$, a intensidade do campo é $B_1 = 0,50 \text{ T}$. A partir desse instante, a intensidade do campo começa a diminuir uniformemente até atingir o valor zero; em seguida, ela é aumentada também de maneira uniforme, porém com \vec{B} tendo sentido oposto ao inicial, até atingir o valor $B_2 = 0,30 \text{ T}$, no instante $t = 2,0 \text{ s}$. Calcule o módulo da força eletromotriz induzida na espira nesse intervalo de tempo.

29. Consideremos uma região do espaço onde há um campo de indução magnética \vec{B} , uniforme, cuja intensidade diminui uniformemente, à razão de $7,0 \text{ T/s}$. Dentro dessa região há uma bobina chata de 30 espiras e área $A = 0,40 \text{ m}^2$, cujo eixo é paralelo a \vec{B} . Calcule a força eletromotriz induzida na bobina.

30. Numa região onde há um campo de indução magnética \vec{B} , uniforme e de intensidade $B = 5,0 \text{ T}$, temos uma espira circular de área $A = 0,15 \text{ m}^2$. Inicialmente, a espira está com seu plano perpendicular a \vec{B} , como ilustra a figura a. Em seu intervalo de tempo $\Delta t = 3,0 \text{ s}$, a espira sofre uma rotação de 90° , o que torna seu plano paralelo a \vec{B} , como ilustra a figura b. Calcule a força eletromotriz média induzida na espira nesse intervalo de tempo.

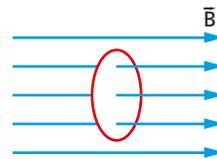


Figura a.



Figura b.

31. Uma espira circular de área $0,50 \text{ m}^2$ está numa região onde há um campo magnético uniforme, perpendicular ao plano da espira e cuja intensidade é $B = 1,6 \text{ T}$ (fig. a). Em um intervalo de tempo $\Delta t = 4,0 \text{ s}$, a espira é deformada, e assim sua área passa a ser $0,30 \text{ m}^2$ (fig. b).

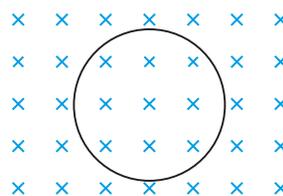


Figura a.

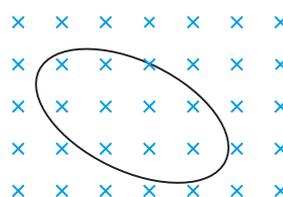
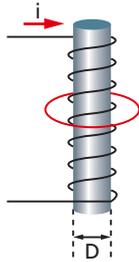


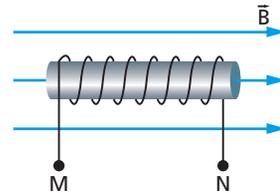
Figura b.

- Determine a força eletromotriz média induzida na espira nesse intervalo de tempo.
- Determine o sentido da corrente induzida.

32. Um solenoide de diâmetro $D = 0,20$ m foi enrolado com 5000 espiras por metro e é percorrido por uma corrente i , que aumenta uniformemente à razão de 0,50 ampère por segundo. O solenoide passa pelo interior de uma espira circular de raio $R = 0,30$ m, de modo que o eixo da espira coincide com o eixo do solenoide, como mostra a figura. Calcule a força eletromotriz induzida na espira.



33. A figura representa um solenoide de 2000 espiras, o qual forma um circuito aberto. O solenoide está imerso em um campo de indução magnética \vec{B} uniforme, de maneira que \vec{B} é paralelo ao eixo do solenoide. Sabe-se ainda que a área da seção reta do solenoide é $A = 3,0 \cdot 10^{-3}$ m² e que a intensidade de \vec{B} aumenta uniformemente à razão de 8,0 T/s.



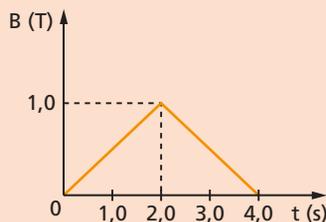
- a) Calcule a diferença de potencial entre as extremidades M e N .
b) Indique a polaridade de cada extremidade.

Exercícios de Reforço

34. (U. F. Ouro Preto-MG) Uma bobina é constituída por 120 espiras, de área interna $1,0 \cdot 10^{-2}$ m². Em 0,06 s, o fluxo do campo magnético varia de $\phi_1 = -1,8 \cdot 10^{-5}$ Wb a $\phi_2 = 2,4 \cdot 10^{-5}$ Wb.

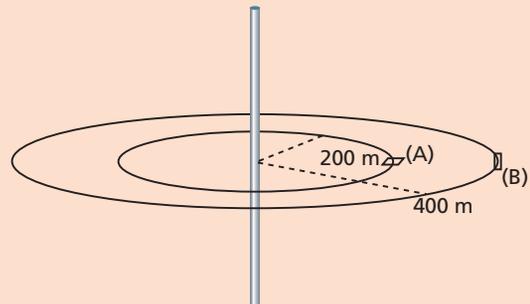
- a) Calcule o valor da tensão induzida.
b) Se a resistência de cada espira é 0,1 Ω , calcule a corrente induzida.

35. (UF-PE) O gráfico mostra a dependência com o tempo de um campo magnético \vec{B} espacialmente uniforme que atravessa uma espira quadrada de 10 cm de lado, de modo que \vec{B} é perpendicular ao plano da espira. Sabe-se que a resistência do fio, do qual é formada a espira, é 0,2 ohm. Calcule a corrente elétrica induzida na espira, em mA, entre os instantes $t = 0$ e $t = 2,0$ s.



36. (UF-PA) Relâmpagos são uma ameaça frequente a equipamentos eletrônicos. Correntes da ordem de 10000 A ocorrem através da atmosfera por intervalos de tempo da ordem de 50 μ s. Para estimar algumas consequências de correntes dessa magnitude, considere o modelo indicado na figura a seguir. Nesse modelo, a corrente elétrica percorre o condutor vertical: as linhas de força associadas ao campo magnético produzido pela corrente

estão indicadas pelas circunferências horizontais. Dois circuitos elétricos retangulares de 1 m² de área estão dispostos no plano horizontal (circuito A) e no plano vertical (circuito B).



ILUSTRAÇÕES: ZAPIT

Considerando esse modelo e que:

- a intensidade de corrente no condutor varia de 0 A a 10000 A durante 50 μ s;
- as áreas dos circuitos são pequenas, portanto, o campo magnético não varia espacialmente no interior dos circuitos;
- a permeabilidade magnética do ar é igual a $4\pi \cdot 10^{-7}$ Tm/A;
- a intensidade da indução magnética B , a distância d do condutor percorrido por uma corrente i vale $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d}$;

calcule a intensidade média da força eletromotriz, induzida em cada um dos circuitos A e B.

37. (IME-RJ) Aplica-se um campo de indução magnética uniforme \vec{B} , perpendicularmente ao plano de uma espira circular de área 0,5 m², como mostra a figura a. O vetor \vec{B} varia com o tempo segundo o gráfico da figura b.

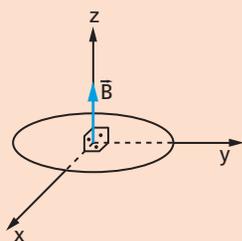


Figura a.

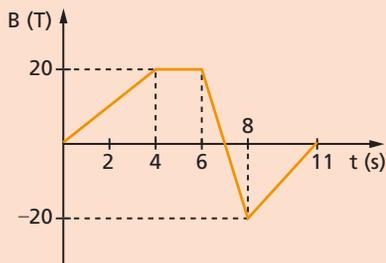
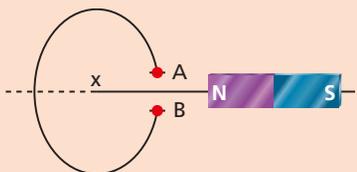


Figura b.

Esboce o gráfico da força eletromotriz induzida como função do tempo, adotando como positiva a força eletromotriz que coincide com o sentido horário e como negativa a que coincide com o sentido anti-horário, supondo a espira vista de cima.

38. (UC-MG) Corta-se uma espira e aproxima-se um ímã dela, como mostra a figura.



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Analise as seguintes afirmativas:

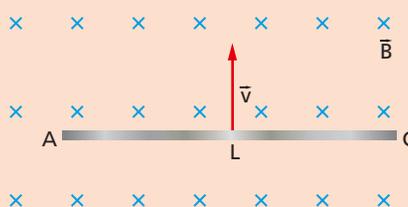
- I. Não ocorrerá nenhum movimento de cargas dentro da espira.
- II. O ímã se aproximará, sem que ocorra variação do fluxo magnético através da espira.

III. Haverá uma força eletromotriz induzida nos extremos da espira.

Assinale:

- a) se as afirmativas I, II e III estiverem corretas.
- b) se apenas a afirmativa III for correta.
- c) se apenas a afirmativa II estiver correta.
- d) se apenas a afirmativa I estiver correta.
- e) se apenas as afirmativas I e III estiverem corretas.

39. (UF-MS) Um condutor retilíneo de comprimento L desloca-se com velocidade \vec{v} , perpendicular a um campo magnético uniforme de intensidade B , conforme a figura.



É correto afirmar que:

- a) a separação de cargas no interior do condutor gera uma força eletromotriz induzida $\mathcal{E} = |\vec{B}| \cdot L \cdot |\vec{v}|^2$.
- b) o movimento de elétrons, no interior do condutor, cessa porque as forças elétrica e magnética acabam se equilibrando.
- c) no final, o potencial elétrico da extremidade A será menor do que o potencial da extremidade C.
- d) durante um intervalo de tempo muito pequeno, elétrons se deslocam para a extremidade A do condutor.
- e) a separação de cargas no interior do condutor gera um campo elétrico no sentido de C para A.

7. Condutor retilíneo movendo-se em campo magnético uniforme

A força eletromotriz induzida é chamada **força eletromotriz de movimento** quando é produzida pelo movimento de um circuito (ou parte do circuito) sob a ação de um campo magnético. Vamos agora fazer a análise de um caso particular importante, o qual já havíamos mencionado no exercício 15.

Consideremos um condutor retilíneo CD que se apoia em um fio condutor com forma de U, como mostra a figura 14. O conjunto está em uma região onde há um campo magnético \vec{B} uniforme e de intensidade constante, com \vec{B} perpendicular ao plano formado pelos



Figura 14.

condutores. Suponhamos que um operador puxe o condutor CD com velocidade constante \vec{v} , como indica a figura.

À medida que o condutor CD se move para a direita, aumenta o fluxo de \vec{B} através do circuito CDEF e, portanto, há uma força eletromotriz induzida no circuito. Consideremos a situação do conjunto em dois momentos diferentes, com um intervalo de tempo Δt entre esses momentos, como ilustra a figura 15.

Na situação inicial, o fluxo de \vec{B} através do circuito é:

$$\phi_1 = B \cdot A_1 = BLx$$

Na situação final, o fluxo de \vec{B} é:

$$\phi_2 = B \cdot A_2 = BLy$$

Portanto, a variação de fluxo é:

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = BLy - BLx = BL(y - x) = BLd$$

Mas $d = v(\Delta t)$

Assim:

$$\Delta\phi = BLv(\Delta t)$$

Sendo \mathcal{E} o módulo da força eletromotriz induzida, temos:

$$\mathcal{E} = \frac{|\Delta\phi|}{\Delta t} = \frac{BLv(\Delta t)}{\Delta t} \quad \text{ou} \quad \mathcal{E} = BLv$$

Essa última equação foi deduzida supondo-se v constante. No entanto, pode-se demonstrar que ela vale também quando v é variável, para valores instantâneos.

Vamos agora obter o mesmo resultado sem usar a Lei de Faraday, aplicando a teoria desenvolvida nos capítulos anteriores. Como sabemos, o sentido convencional da corrente elétrica é o sentido em que se moveriam as cargas positivas. Imaginemos uma carga $q > 0$ no interior do condutor CD, como ilustra a figura 16. Temos então o caso de uma carga elétrica $q > 0$ movendo-se com velocidade \vec{v} sob a ação de um campo magnético. Portanto, a carga q fica sujeita a uma força magnética \vec{F}_m cujo módulo, nesse caso, é dado por:

$$F_m = qvB$$

e cujo sentido pode ser obtido pela aplicação da regra da mão esquerda. Essa força provocará o deslocamento da carga q ao longo do fio e realizará um trabalho \mathcal{W} , dado por:

$$\mathcal{W} = F_m \cdot L = qvBL$$

para transportar q entre os dois extremos do fio.

Mas, pela definição de força eletromotriz, temos:

$$\mathcal{E} = \frac{\mathcal{W}}{q} = \frac{qvBL}{q} = vBL \quad \text{ou} \quad \mathcal{E} = BLv$$

Se o fio CD se mover sem estar em contato com outros condutores, como ilustra a figura 17, haverá entre seus extremos uma diferença de potencial U dada por:

$$U = BLv$$

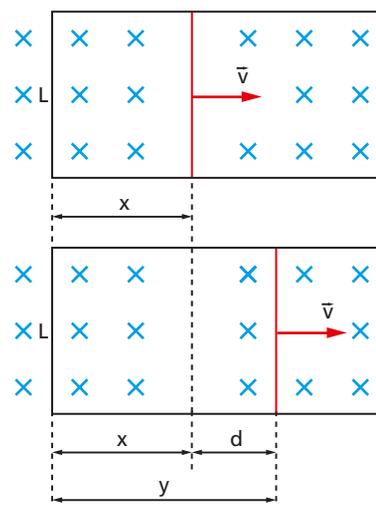


Figura 15.

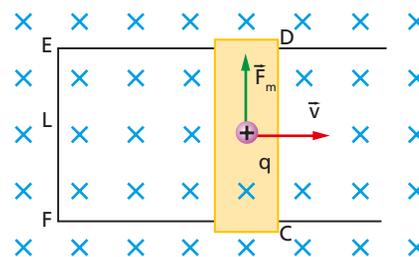


Figura 16.

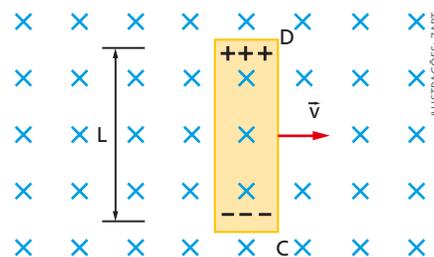


Figura 17.

Voltando à figura 16, podemos dizer que dentro do condutor CD foi **induzido** um **campo elétrico** \vec{E} (uniforme) dado por:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_m}{q}$$

Mas, como para um campo uniforme temos:

$$U = |\vec{E}| \cdot d$$

concluímos que:

$$U_{CD} = |\vec{E}| \cdot L = \frac{F_m}{q} \cdot L = \frac{qvB}{q} \cdot L = BLv$$

isto é, novamente obtemos a fórmula:

$$\mathcal{E} = BLv$$

Mas a força magnética realiza trabalho?

Ao deduzirmos a fórmula $\mathcal{E} = BLv$, pelo segundo modo, fizemos o cálculo do trabalho realizado pela força magnética \vec{F}_m (fig. 16) que atua sobre uma carga $q > 0$. Isso pode parecer estranho, à primeira vista, pois no capítulo 17 afirmamos que a força magnética realiza trabalho nulo. Vamos então analisar, com mais detalhes, as forças que atuam sobre a carga q . Supondo que a velocidade \vec{v} (fig. 16) se mantenha constante, o módulo de \vec{F}_m também é constante, o que deveria acarretar uma aceleração da carga q . No entanto, devido às colisões com os átomos do condutor, a carga q sofre a ação de uma força média \vec{F}_c (fig. 18) de sentido oposto ao de \vec{F}_m e tal que $F_c = F_m$, de modo que a carga q atinge uma velocidade média constante \vec{v}_r em relação ao condutor CD (fig. 19). Porém, devido à velocidade \vec{v}_r , a carga q fica sujeita a outra força magnética \vec{F}'_m (fig. 19) perpendicular a \vec{v}_r , de modo que $F'_m = q \cdot v_r \cdot B$. Assim, a força magnética resultante que atua sobre q é \vec{F}_{mR} , a qual obviamente deve ser perpendicular à velocidade resultante \vec{v}_R (fig. 20), valendo a equação:

$$\vec{F}_{mR} = q \cdot \vec{v}_R \cdot B$$

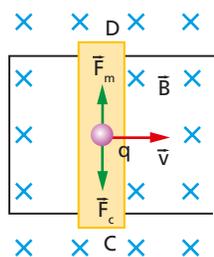


Figura 18.

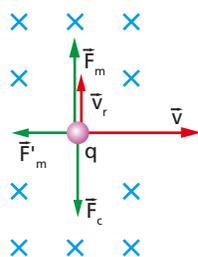


Figura 19.

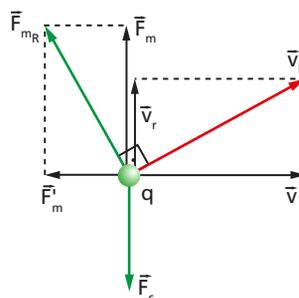


Figura 20.

A força \vec{F}'_m tenderia a expelir a carga q do condutor. No entanto, devido a interações com as outras partículas do condutor, isso não ocorre. Concluímos então que o condutor deve exercer sobre q uma força \vec{F}_1 de sentido oposto ao de \vec{F}'_m (fig. 21) e tal que $F_1 = F'_m$, de modo que o efeito de \vec{F}'_m é anulado.

Em resumo, vemos que a força magnética \vec{F}_{mR} realiza trabalho nulo (pois \vec{F}_{mR} é perpendicular a \vec{v}_R), mas suas componentes realizam trabalho não nulo: \vec{F}_m realiza trabalho positivo e \vec{F}'_m realiza trabalho negativo, sendo a soma desses dois trabalhos igual a zero.

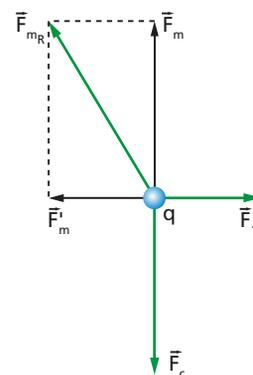


Figura 21.

ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Exercícios de Aplicação

40. Um condutor retilíneo CD, de comprimento $L = 1,0 \text{ m}$ e resistência $R = 3,0 \Omega$, está em contato com um condutor de resistência desprezível e dobrado em forma de U, como ilustra a figura. O conjunto encontra-se numa região onde há um campo magnético uniforme, perpendicular ao plano do circuito e de intensidade $B = 1,5 \text{ T}$. Um operador puxa o condutor CD, fazendo-o mover-se com velocidade constante $v = 4,0 \text{ m/s}$. Calcule:

- a intensidade da corrente induzida no circuito;
- a potência dissipada no circuito;
- o módulo da força exercida pelo operador, supondo que não haja atrito;
- a potência da força exercida pelo operador.

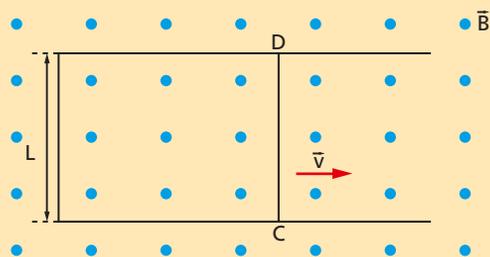


Figura a.

Resolução:

- A força eletromotriz induzida é dada por:
 $\mathcal{E} = B \cdot L \cdot v = (1,5 \text{ T})(1,0 \text{ m})(4,0 \text{ m/s}) = 6,0 \text{ V}$
 Sendo i a intensidade da corrente induzida, temos:

$$\mathcal{E} = R \cdot i \Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{6,0 \text{ V}}{3,0 \Omega} \Rightarrow i = 2,0 \text{ A}$$
- A potência dissipada no circuito é:

$$P_d = R \cdot i^2 = (3,0 \Omega)(2,0 \text{ A})^2 \Rightarrow P_d = 12 \text{ W}$$
- O condutor CD é percorrido por uma corrente de intensidade $i = 2,0 \text{ A}$.

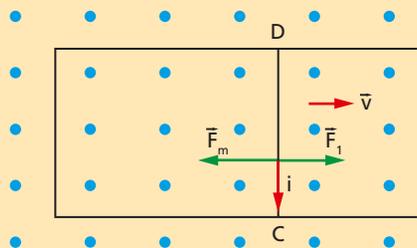


Figura b.

Como ele está sob a ação de um campo magnético perpendicular ao fio, sobre este existe uma força magnética \vec{F}_m (fig. b) cujo módulo é dado por:

$$F_m = B \cdot i \cdot L = (1,5 \text{ T})(2,0 \text{ A})(1,0 \text{ m})$$

$$F_m = 3,0 \text{ N}$$

O operador exerce sobre o fio a força \vec{F}_1 . Supondo que não haja atrito, as forças \vec{F}_1 e \vec{F}_m devem se cancelar para que a velocidade se mantenha constante:

$$F_1 = F_m = 3,0 \text{ N}$$

- Sendo \vec{F} paralela à velocidade \vec{v} (fig. b), a potência de \vec{F}_1 é dada por:

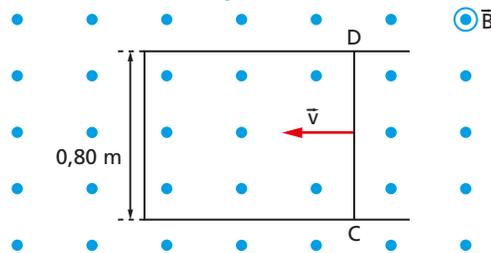
$$P_1 = F_1 \cdot v = (3,0 \text{ N}) \cdot (4,0 \text{ m/s}) = 12 \text{ W}$$

$$P_1 = 12 \text{ W}$$

Como podemos observar, a potência P_1 fornecida pelo operador é igual à potência dissipada no circuito:

$$P_1 = P_d = 12 \text{ W}$$

41. Consideremos um condutor retilíneo CD, de resistência $R = 12 \Omega$, em contato com um condutor dobrado em forma de U e de resistência desprezível, como indica a figura.

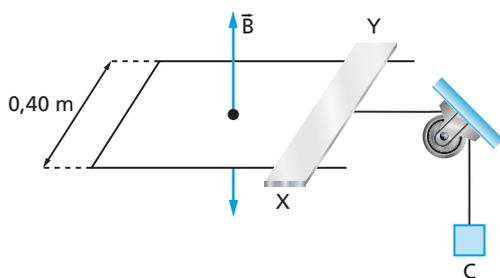


ILUSTRAÇÕES: ZAPT

O circuito encontra-se numa região onde há um campo magnético uniforme, perpendicular ao plano do circuito, e cuja intensidade é $B = 5,0 \text{ T}$. Um operador puxa o condutor, fazendo-o se mover com velocidade constante $v = 6,0 \text{ m/s}$, como ilustra a figura.

- Determine a intensidade e o sentido da corrente induzida no circuito.
- Calcule a potência dissipada no circuito.
- Desprezando o atrito, calcule a intensidade da força exercida pelo operador.
- Calcule a potência da força exercida pelo operador.

42. Uma barra condutora XY, de resistência $R = 2,0 \Omega$, apoia-se em um condutor dobrado em forma de U, e de resistência desprezível. O circuito localiza-se em um plano horizontal. A barra está ligada a um corpo C, de peso $P = 1,8 \text{ N}$, através de um fio ideal que passa por uma polia ideal fixa. O conjunto está numa região onde há um campo magnético uniforme, o qual possui direção vertical e intensidade $B = 1,5 \text{ T}$.



Sabendo que o corpo C desce com velocidade constante e desprezando o atrito, calcule:

- a intensidade da corrente induzida no circuito;
- o módulo da velocidade da barra.

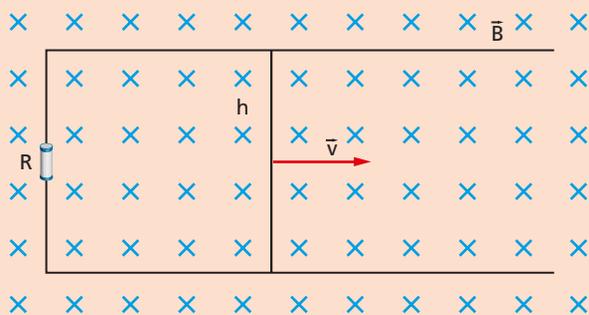
Exercícios de Reforço

43. (U. F. Santa Maria-RS) A figura que representa corretamente o sentido da corrente convencional (i) num segmento de condutor que se desloca com velocidade \vec{v} numa região de campo magnético uniforme \vec{B} é:

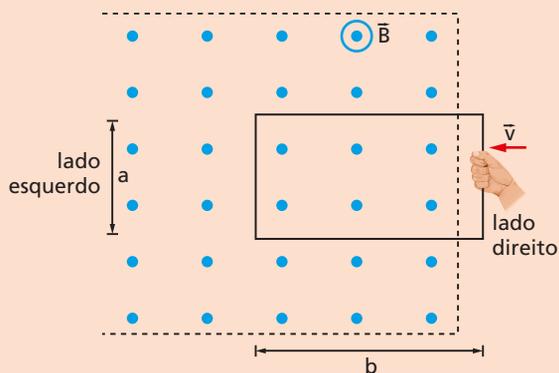
- a) ILLUSTRAÇÕES: ZAP!
- b)
- c)
- d)
- e)

44. (UF-PR) A figura ilustra uma montagem que permite estudar o fenômeno da indução eletro-

magnética. Nela uma haste metálica h de 40 cm de comprimento desliza sem atrito, com velocidade constante de 2,5 m/s sobre dois trilhos condutores. A extremidade esquerda de cada um desses trilhos está ligada a um resistor R com resistência 4 m Ω . Considere que a haste e os trilhos têm resistência elétrica desprezível e que o campo magnético B tem módulo 1,5 mT. Calcule o módulo da diferença de potencial aplicada aos terminais do resistor R devido à indução de força eletromotriz no circuito.



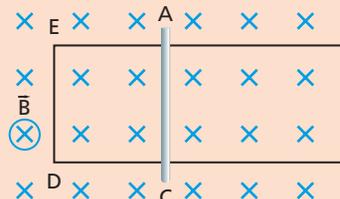
45. (UF-SC) Ao fazer uma demonstração em uma aula experimental, um professor de Física introduz uma espira metálica retangular de lados medindo a e b com velocidade constante \vec{v} , em uma região onde há um campo magnético \vec{B} constante, perpendicular ao plano de espira, como mostra a figura. O trecho esquerdo da espira, de comprimento a , tem resistência R e o restante dela tem resistência desprezível.



Dê como resposta a soma dos números que antecedem as sentenças verdadeiras.

- (01) O sentido da corrente induzida na espira é horário.
- (02) A transformação do trabalho mecânico realizado pelo professor em energia térmica na espira é explicada pelo princípio da conservação da energia.
- (04) O fluxo magnético dentro do plano da espira não varia, pois o campo magnético \vec{B} , na região, tem módulo constante.
- (08) A lei de Lenz, que determina o sentido da corrente induzida na espira, é uma consequência do princípio da conservação da energia.
- (16) Atua sobre o fio esquerdo da espira, de resistência R e comprimento a , uma força magnética de módulo $\frac{B^2 \cdot a^2 \cdot v}{R}$, direção horizontal e sentido da direita para a esquerda.

46. (UF-MS) Considere um campo magnético de intensidade B , perpendicular e entrando no plano desta página, e um circuito elétrico constituído pelos condutores ACDE, contidos no plano desta mesma página. A haste AC pode se movimentar paralelamente ao trecho DE (figura).

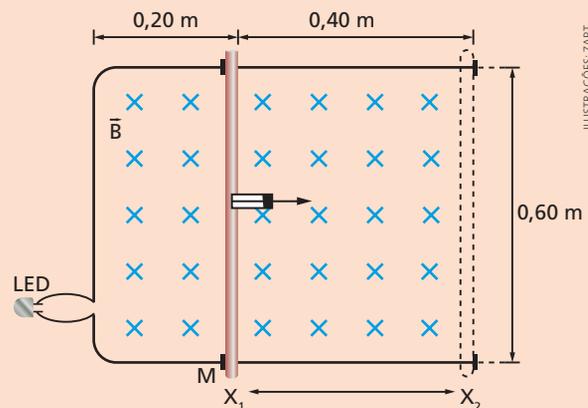


Dê como resposta a soma dos números que antecedem as sentenças verdadeiras.

- (01) Enquanto B for aumentando, uma força magnética induzida tenderá a afastar a haste AC de DE.
- (02) Se B for aumentando e a haste mantida fixa, elétrons irão movimentar-se de A para C.
- (04) Não há um fluxo magnético através do circuito ACDE.
- (08) Se B for aumentando e a haste mantida fixa, ter-se-á a ddp induzida $V_A - V_C > 0$.
- (16) Se B permanecer constante e a haste AC for forçada a se aproximar de DE, o sentido da corrente elétrica induzida será de A para C.

- (32) Enquanto B for aumentando, o campo magnético induzido, dentro do circuito ACDE, terá o mesmo sentido do campo magnético de intensidade B .

47. (Fuvest-SP) É possível acender um LED, movimentando-se uma barra com as mãos? Para verificar essa possibilidade, um jovem utiliza um condutor elétrico em forma de U, sobre o qual pode ser movimentada uma barra M , também condutora, entre as posições X_1 e X_2 . Essa disposição delimita uma espira condutora, na qual é inserido o LED, cujas características são indicadas na tabela a seguir. Todo o conjunto é colocado em um campo magnético \vec{B} (perpendicular ao plano dessa folha e entrando nela), com intensidade de 1,1 T. O jovem, segurando em um puxador isolante, deve fazer a barra deslizar entre X_1 e X_2 .



| LED (diodo emissor de luz) | |
|----------------------------|----------|
| Potência | 24 mW |
| Corrente | 20 mA |
| Luminosidade | 2 lumens |

Para verificar em que condições o LED acenderia durante o movimento, estime:

- a) a tensão V , em volts, que deve ser produzida nos terminais do LED para que ele acenda de acordo com suas especificações;
- b) a variação $\Delta\phi$ do fluxo do campo magnético através da espira no movimento entre X_1 e X_2 ;
- c) o intervalo de tempo Δt , em s , durante o qual a barra deve ser deslocada entre as duas posições, com velocidade constante para que o LED acenda.

8. Campos elétricos induzidos

Há casos em que é possível explicar o aparecimento da corrente induzida sem usar a Lei de Faraday (embora ela possa ser usada). É o caso, por exemplo, da situação analisada no item 7 deste capítulo, em que tínhamos um fio movendo-se perpendicularmente a um campo magnético. Vimos que foi possível explicar o surgimento da corrente induzida, baseando-se na força magnética que atua em uma partícula de carga q , movendo-se sob a ação de um campo magnético. De modo geral, quando temos um condutor movendo-se numa região em que há campo magnético, é possível explicar e calcular a corrente induzida, sem usar a Lei de Faraday, recorrendo à força magnética.

Há casos, porém, em que o surgimento da corrente induzida não pode ser explicado pela força magnética, e aí a Lei de Faraday torna-se imprescindível.

Consideremos, por exemplo, o caso esquematizado na figura 22, onde temos duas espiras circulares, M e N , colocadas **em repouso** e em planos paralelos. A espira M está ligada a um gerador ideal G e a um resistor de resistência R variável. Variando R , faremos variar a corrente i que circula na espira M , e assim estaremos variando o campo \vec{B} produzido por M . Mas, se o campo \vec{B} varia, varia também o fluxo de \vec{B} através da espira N , e assim teremos uma corrente induzida em N , sem que a espira N se movimente.

Nesse caso, já não podemos explicar o surgimento da corrente induzida apelando para a força magnética. Lembrando que o campo magnético não produz forças sobre cargas em repouso, mas o campo elétrico sim, podemos interpretar essa situação do seguinte modo: a variação de \vec{B} produz um campo elétrico \vec{E} que atua nos elétrons livres da espira N , gerando assim a corrente induzida. Esse é o conteúdo essencialmente novo da Lei de Faraday:

Campos magnéticos variáveis produzem campos elétricos.

Assim, a Lei de Faraday é uma das leis fundamentais do Eletromagnetismo, não podendo ser deduzida a partir das outras leis, embora ela explique alguns casos que podem ser explicados por leis anteriores.

O campo elétrico gerado pela variação do campo magnético é chamado **campo elétrico induzido** e é tão real quanto o campo elétrico estudado no capítulo 11. Se ele atua sobre uma carga q , produz uma força \vec{F} dada pela mesma equação vista anteriormente: $\vec{F} = q\vec{E}$. Há, porém, uma diferença importante entre o campo elétrico induzido e o campo elétrico gerado pelas cargas elétricas em repouso: as linhas de força do campo elétrico induzido são linhas fechadas (como, por exemplo, no caso da fig. 23), enquanto as linhas de força do campo elétrico gerado por cargas em repouso nunca se tocam, começando em cargas positivas e terminando em cargas negativas. Outra diferença importante é que o campo elétrico gerado por cargas em repouso é conservativo e o campo elétrico induzido não é conservativo.

9. Autoindução

Consideremos uma espira circular ligada a um gerador G e a um resistor de resistência R que pode ser variada (fig. 24). O gerador produz uma corrente i que, por motivos que ficarão claros a seguir, chamaremos **corrente principal**. A corrente i , circulando pela espira, produz o campo \vec{B} , assinalado na figura 24.

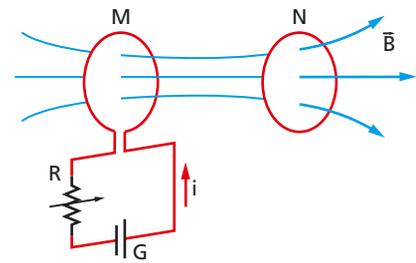


Figura 22.

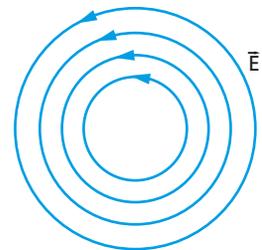


Figura 23.

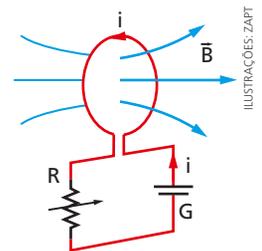


Figura 24.

Suponhamos então que a resistência R seja variada, de modo que provoque um aumento da corrente principal i . Com isso aumentará a intensidade do campo \vec{B} produzido pela espira e, portanto, aumentará também o fluxo de \vec{B} através dela (o qual é chamado **autofluxo** da espira). Assim, pelas Leis de Faraday e Lenz, concluímos que deve aparecer na espira uma corrente induzida i' , que deve opor-se ao aumento do autofluxo (fig. 25). Portanto, a corrente i' deve produzir um campo \vec{B}' que tenha sentido oposto ao de \vec{B} . Aplicando a regra da mão direita, concluímos que a corrente i' tem o sentido indicado na figura 25, isto é, sentido oposto ao de i . A corrente i' é chamada **corrente autoinduzida**.

É fácil concluir que, se a corrente principal i estivesse diminuindo, a corrente autoinduzida i' teria o mesmo sentido de i .

Consideremos agora o caso de uma espira ligada a um gerador de força eletromotriz \mathcal{E} e uma chave C inicialmente aberta (fig. 26). Assim, de início, a corrente principal i e o autofluxo são nulos.

Fechemos então a chave, provocando o aparecimento da corrente principal i . Assim, o autofluxo, que era nulo, torna-se diferente de zero. Teremos então uma corrente autoinduzida i' de sentido oposto ao de i (fig. 27). Isso faz com que a corrente resultante i_R vá aumentando, como ilustra o gráfico da figura 28, até atingir o valor $i = \frac{\mathcal{E}}{R}$, em que R é a resistência do circuito.

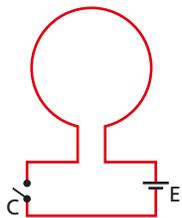


Figura 26.

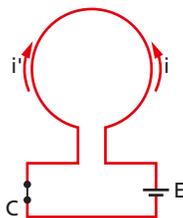


Figura 27.

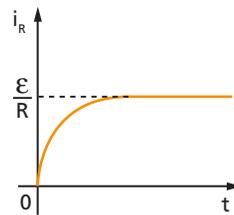


Figura 28.

Suponhamos que a corrente já tenha atingido o seu valor constante $i = \frac{\mathcal{E}}{R}$ (fig. 29). Se abrimos a chave, a corrente principal cai a zero, produzindo-se então uma corrente induzida i' com o **mesmo sentido** que tinha a corrente principal (fig. 30). Isso explica as faíscas observadas nas chaves interruptoras quando elas são abertas. A consequência é que a corrente i_R no circuito não se anula imediatamente, mas vai diminuindo até se anular, como indica o gráfico da figura 31.

Se você já tentou ligar ou desligar um interruptor sem a capa de proteção (fig. 32) ou uma chave como a apresentada na figura 32b, deve ter observado uma faísca no momento em que se executa a operação. A existência dessa faísca pode ser explicada pelo fenômeno da autoindução, discutido acima.

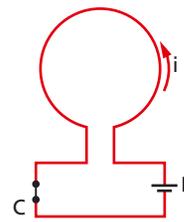


Figura 29.

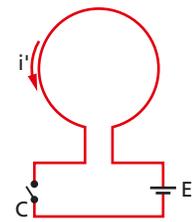


Figura 30.

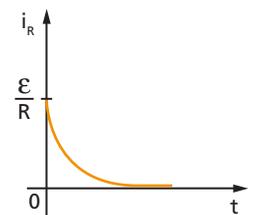


Figura 31.



ADRIANNA WILLIAMS / CORBIS/ISTOCK

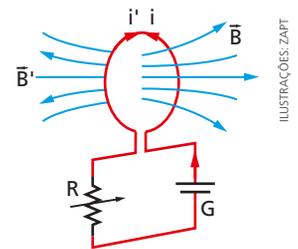
(a) Interruptor aberto (sem a capa).



EDUARDO SANTALESTRA

(b) Chave de faca.

Figura 32.



ILUSTRAÇÕES: ZAPT

Figura 25. Quando a corrente principal i aumenta, é induzida na espira uma corrente i' de sentido oposto ao de i .

Indutância

O autofluxo de uma espira é proporcional à intensidade do campo magnético produzido por ela, e a intensidade do campo magnético é proporcional à intensidade i da corrente que circula na espira. Portanto, o autofluxo ϕ é proporcional à intensidade i da corrente que circula na espira, isto é:

$$\phi = Li \quad (2)$$

sendo L uma constante denominada **autoindutância** (ou, simplesmente, **indutância**) da espira.

Podemos também escrever

$$L = \frac{\phi}{i} \quad (3)$$

Se tivermos um solenoide com N espiras, o autofluxo total será $N\phi$ e, assim, a indutância de um solenoide é dada por:

$$L = \frac{N\phi}{i} \quad (4)$$

sendo ϕ o autofluxo de cada espira.

No SI a unidade de indutância é chamada **henry** (H), em homenagem ao físico americano Joseph Henry (1797-1878), que descobriu a indução eletromagnética um ano antes de Faraday, mas este publicou a descoberta primeiro e adquiriu a primazia. Pela equação (3) vemos que:

$$1\text{H} = \frac{1\text{ Wb}}{\text{A}} = \frac{1\text{ T} \cdot \text{m}^2}{\text{A}}$$

10. Correntes de Foucault

Nos itens anteriores, limitamo-nos ao estudo das forças eletromotrizes induzidas em condutores com forma de fio. Nesses casos, as correntes induzidas têm trajetórias bem definidas, que são os próprios fios. No entanto, há situações em que o condutor é uma peça de dimensões maiores que um fio e, nesses casos, as correntes induzidas já não têm trajetórias tão definidas (mas continuam obedecendo às Leis de Faraday e Lenz) e são chamadas **correntes de Foucault** (Léon Foucault, francês, 1819-1868).

Verifica-se que, em geral, essas correntes formam trajetórias fechadas semelhantes às representadas na figura 33. Por isso, tais correntes são também chamadas **correntes em redemoinho**.

Em alguns casos, como, por exemplo, nos núcleos de motores elétricos, dínamos e transformadores, as correntes de Foucault são indesejáveis tanto pela dissipação de energia (provocando aquecimento das peças) como pelo fluxo magnético que elas próprias criam. Nesses casos, as correntes de Foucault são também chamadas **correntes parasitas**. Para reduzir as correntes parasitas, essas peças são construídas na forma de lâminas finas isoladas entre si por um verniz isolante ou óxido de ferro, de modo que as lâminas fiquem paralelas às linhas de campo (fig. 34).

Há casos, porém, em que as correntes de Foucault são úteis. O calor gerado por elas pode ser utilizado para fundir peças metálicas nos chamados **fornos de indução**. O forno de indução consiste basicamente de uma bobina percorrida por uma corrente alternada, com a peça metálica a ser fundida colocada no interior da bobina.

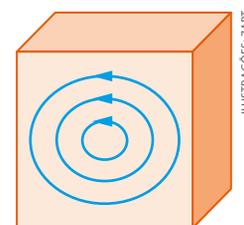


Figura 33.

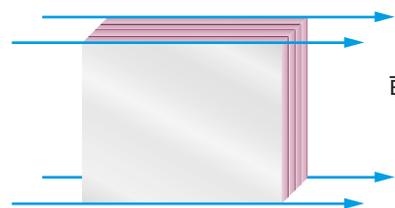


Figura 34.

As correntes de Foucault são aproveitadas também na construção de **freios magnéticos**. Em instrumentos como amperímetros e voltímetros é importante que o movimento do ponteiro seja rapidamente amortecido para que possamos fazer a leitura. Assim, o ponteiro a ser frenado leva um pequeno disco de metal que fica entre os polos de um ímã (fig. 35). Quando o ponteiro se move, o disco também se move, e assim são geradas nele correntes de Foucault, as quais, de acordo com a Lei de Lenz, devem opor-se ao movimento, e assim o ponteiro é frenado.

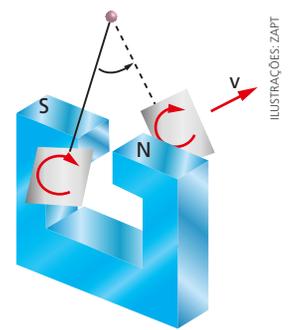


Figura 35.

Leitura

Detectores de metais

Em aeroportos e entradas de bancos há detectores de metais (fig. a) para verificar se alguém está portando uma arma. Esses aparelhos detectam correntes de Foucault induzidas no objeto de metal.



PHOTOGRAPHERS CHOICE/GETTY IMAGES

Figura a.

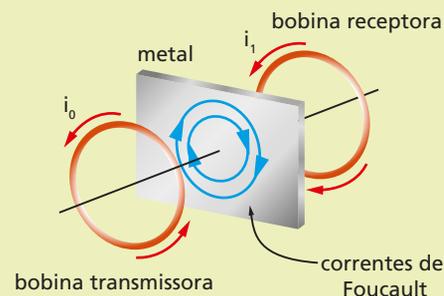


Figura b.

Numa das paredes do detector há uma bobina chamada **bobina transmissora** (fig. b), pela qual passa uma corrente alternada i_0 , de alta frequência, que induz uma corrente alternada i_1 na bobina receptora, que está na outra parede. Se, entre as duas bobinas, for colocado um objeto de metal, neste serão induzidas correntes de Foucault que induzirão na bobina receptora uma corrente i_2 , de modo que a corrente nesta última bobina passará a ser $i = i_1 + i_2$. Essa alteração na corrente mostra a presença de um objeto metálico entre as bobinas.

Detectores de metais são usados para outras finalidades, como, por exemplo, verificar se há objetos metálicos enterrados (figs. c e d).

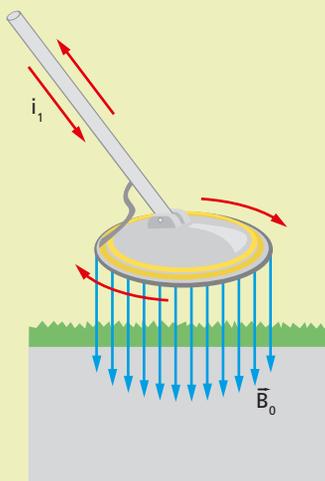


Figura c.

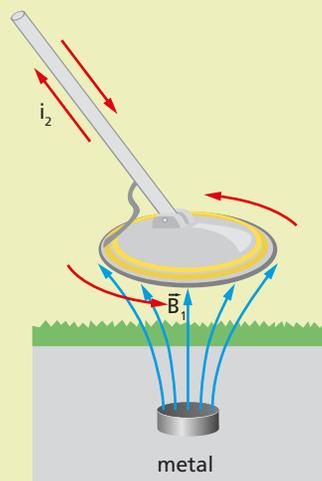


Figura d.

PROCURE NO CD

Veja, no CD, outras aplicações da indução eletromagnética.

11. Supercondutores e magnetismo

No capítulo 3 mencionamos a existência de materiais supercondutores. Para cada um deles existe uma temperatura crítica T_c abaixo da qual a resistividade se torna nula. Nessas condições, uma corrente elétrica pode manter-se indefinidamente no interior do supercondutor.

O comportamento de um supercondutor é bastante complexo e só pode ser explicado completamente por meio da Mecânica Quântica. No entanto, há alguns fatos relativamente simples e interessantes sobre ele que vale a pena mencionar aqui.

Levitação magnética

Como a resistência de um supercondutor é nula, o campo elétrico no seu interior também deve ser nulo; do contrário, a falta de resistência permitirá que as correntes sejam infinitas. Sendo assim, o campo magnético no interior de um supercondutor não pode variar; ele precisa ser constante, já que, conforme sabemos pela Lei de Faraday, qualquer alteração no campo magnético produz um campo elétrico.

Suponhamos então que um supercondutor seja colocado numa região na qual inicialmente o campo magnético é nulo e aproximemos desse condutor um ímã (fig. 36). Como o campo magnético dentro do supercondutor é inicialmente nulo e não pode mudar, **deve continuar nulo**. De acordo com a Lei de Faraday, a aproximação do ímã induz correntes no supercondutor, as quais induzem um campo magnético que cancela o campo do ímã, isto é, que gera um campo oposto ao do ímã, produzindo uma repulsão. Como se trata de material supercondutor, a corrente persiste, e o ímã levita indefinidamente (fig. 36).

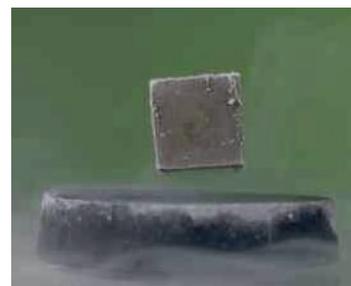


Figura 36. Ímã levitando.

Efeito Meissner

Já observamos que o campo magnético no interior de um supercondutor é constante. Podemos detalhar mais essa informação, relatando que, em 1933, os físicos alemães W. H. Meissner e Robert Ochsenfeld mostraram que o campo magnético do supercondutor não se limita a ser apenas constante; ele é **nulo**. Assim, se um material supercondutor, inicialmente a uma temperatura superior a T_c (ou seja, num estado em que ele não pode ser considerado supercondutor), é submetido a um campo magnético e a seguir resfriado a uma temperatura inferior a T_c , ele expelle todo o campo magnético do seu interior. Esse efeito, chamado **efeito Meissner**, explica um segundo tipo de levitação. Suponhamos que um ímã seja colocado sobre um material supercondutor acima da temperatura T_c (ou seja, numa situação em que ainda não é supercondutor). Quando a temperatura fica inferior a T_c , o material torna-se supercondutor e gera correntes que expellem o campo magnético, isto é, o ímã se levanta, passando a levitar acima do supercondutor.

Leitura

Trem Maglev por repulsão

No capítulo 18 do CD descrevemos os trens Maglev do tipo **eletromagnético**, desenvolvidos na Alemanha, que levitam por meio da **atração magnética** e são chamados **transrápidos**.

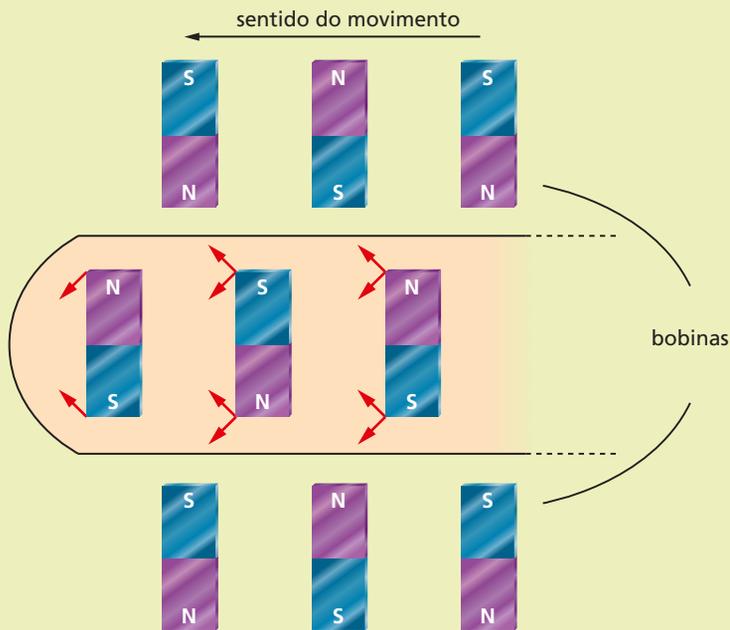
Há um outro tipo de trem Maglev, desenvolvido no Japão, que usa um sistema chamado **eletrodinâmico**, em que a levitação é obtida por **repulsão magnética**. Esse sistema utiliza ímãs supercondutores colocados no trem que, ao passarem por bobinas colocadas na guia, induzem nelas correntes que, pela Lei de Lenz, produzem polaridades opostas às polaridades dos ímãs do trem, repelindo-os e produzindo a levitação.

O sistema de propulsão

Tanto o trem alemão quanto o japonês são propelidos por forças magnéticas. Para perceber como isso é feito, observe a figura ao lado, na qual apresentamos um corte transversal do trem, visto de cima.

No trem há eletroímãs com polaridades fixas. Uma corrente alternada percorre as bobinas de modo que, a cada instante, a polaridade de cada bobina é igual à do eletroímã que está logo à frente e oposta à do eletroímã que está logo atrás. Desse modo os eletroímãs são impulsionados por forças que são representadas pelas setas na figura. Variando a frequência da corrente alternada, podemos variar a velocidade do trem.

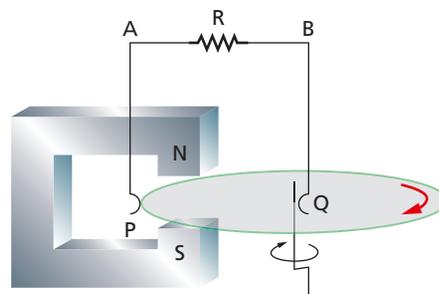
Se a corrente nas bobinas for desligada, os eletroímãs induzirão nelas correntes que se opõem ao movimento e o trem será freado.



Exercícios de Aplicação

48. Determine a indutância de um solenoide de comprimento x , que tem N espiras e cuja seção reta tem área A .
49. Uma bobina chata tem a indutância $L = 3,0 \cdot 10^{-6} \text{ H}$. Calcule a força eletromotriz induzida na bobina quando a corrente que circula por ela cresce uniformemente, de 0 a 20 A, em 5,0 segundos.
50. Apresente a equação dimensional da indutância.
51. (ITA-SP) Um solenoide com núcleo de ar tem uma autoindutância L . Outro solenoide, também com núcleo de ar, tem a metade do número de espiras do primeiro solenoide, 0,15 de seu comprimento e 1,5 de sua seção transversal. A autoindutância do segundo solenoide é:
- a) 0,2 L d) 5,0 L
b) 0,5 L e) 20,0 L
c) 2,5 L
52. (UF-PE) Quando uma corrente elétrica $i = 0,2 \text{ A}$ circula por um dado solenoide ideal, gera um campo magnético de intensidade $B = 1,0 \text{ mT}$ aproximadamente uniforme, em seu interior. O solenoide tem $N = 1000$ espiras com área $a = 10^{-3} \text{ m}^2$, cada. Calcule a indutância do solenoide em mili-henry.

53. (Mackenzie-SP) Um disco metálico é posto a girar, mediante uma manivela, entre os polos de um ímã, no sentido indicado na figura.



ILUSTRAÇÕES: ZAPET

As escovas P e Q fazem contato com a borda do disco e com o eixo metálico.

No resistor R podemos afirmar que:

- a) há uma corrente de A para B .
b) há uma corrente de B para A .
c) não há corrente, pois a fem no disco é oposta à fem do ímã.
d) não há corrente, pois a fem induzida em um lado do disco é oposta à fem induzida no outro lado.
e) não há corrente, pois não há fem radial induzida no disco.

54. (UF-RN) Um certo detector de metais manual usado em aeroportos consiste em uma bobina e em um medidor de campo magnético. Na bobina, circula uma corrente elétrica que gera um campo magnético conhecido, chamado campo de referência. Quando o detector é aproximado de um objeto metálico, o campo magnético registrado no medidor torna-se diferente do campo de referência, acusando, assim, a presença de algum metal.

A explicação para o funcionamento do detector é:

a) A variação do fluxo do campo **magnético** através do objeto metálico induz nesse objeto correntes elétricas que geram um campo magnético total diferente do campo de referência.

b) A variação do fluxo do campo **elétrico** através do objeto metálico induz nesse objeto uma densidade não nula de cargas elétricas que gera um campo magnético total diferente do campo de referência.

c) A variação do fluxo do campo **elétrico** através do objeto metálico induz nesse objeto correntes elétricas que geram um campo magnético total diferente do campo de referência.

d) A variação do fluxo do campo **magnético** através do objeto metálico induz nesse objeto uma densidade não nula de cargas elétricas que gera um campo magnético total diferente do campo de referência.

12. Corrente alternada

Na figura 37 mostramos o princípio de funcionamento de um **gerador eletromagnético**.

Uma espira gira numa região onde há campo magnético \vec{B} e, devido a esse movimento, o fluxo de \vec{B} através da espira varia, ocasionando uma corrente induzida i que é alternada, isto é, o seu sentido muda periodicamente, desde que a velocidade angular ω da espira seja constante. No caso de ω constante, como mostramos no CD, tanto a corrente como a força eletromotriz induzida terão gráficos em função do tempo que são senoides (fig. 38).

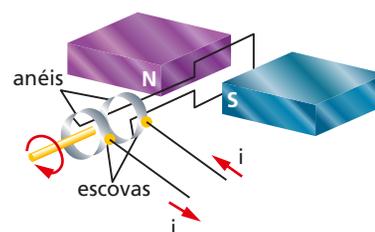


Figura 37.

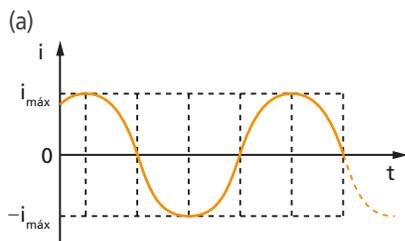


Figura 38.

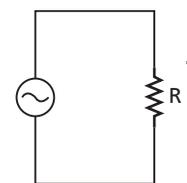
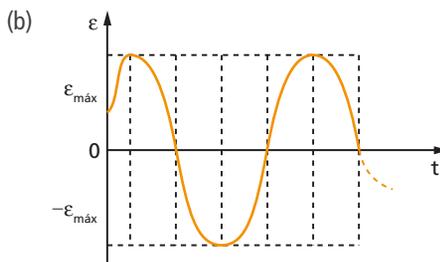


Figura 39.

Para indicar que um gerador fornece tensão e corrente alternadas, usamos o símbolo \sim . Assim, por exemplo, na figura 39 temos um gerador de corrente alternada ligado a um resistor de resistência R .

Algumas vezes é importante mencionar a frequência da corrente alternada senoidal. Devemos então nos lembrar de que a frequência (f) é o inverso do período (T). Assim, por exemplo, no caso da figura 40, a frequência é $f = \frac{1}{4}$ Hz. No Brasil, a frequência usada pelas usinas geradoras de corrente elétrica é igual a 60 Hz, mas há países que usam 50 Hz. Essa falta de uniformidade causou alguns problemas na construção da usina de Itaipu, pois essa usina deve fornecer energia elétrica ao Brasil com frequência de 60 Hz e ao Paraguai com frequência de 50 Hz.

Se quisermos que a corrente tenha sempre o mesmo sentido, podemos substituir os dois anéis da figura 37 por um anel dividido em duas partes (fig. 41a) chamado **comutador**. Dessa forma obtemos uma corrente pulsante (fig. 41b) que tem sempre o mesmo sentido.

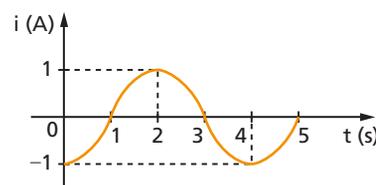


Figura 40.

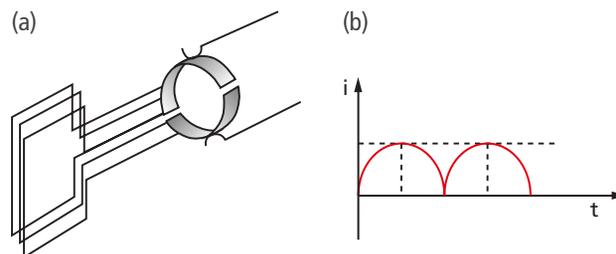


Figura 41.

Um gerador de corrente contínua é formado por um grande número de espiras, as quais giram com a mesma velocidade angular, porém cada uma orientada em ângulo diferente. O comutador é subdividido num número maior de partes, o que faz as correntes geradas pelas várias espiras variarem conforme se mostra na figura 42a, de modo que a corrente resultante é praticamente constante (fig. 42b).

Para movimentar o gerador há vários processos. As grandes usinas hidrelétricas usam as quedas-d'água, ao passo que as usinas termelétricas utilizam o vapor de água.

O gerador de corrente alternada costuma ser chamado **alternador**.

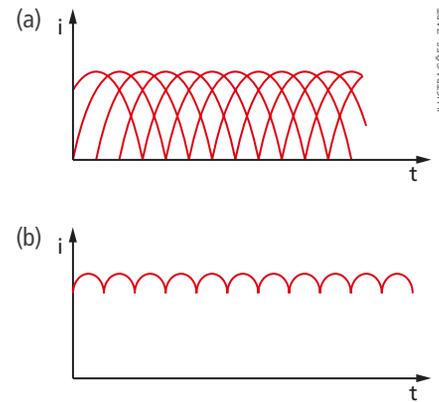


Figura 42.

Valor eficaz

O valor eficaz de uma corrente alternada periódica é o valor i_{ef} de uma corrente contínua constante que, num intervalo de tempo igual a um período, dissipa a mesma energia em um mesmo resistor. No caso da corrente alternada **senoidal** pode-se demonstrar que:

$$i_{ef} = \frac{i_{m\acute{a}x}}{\sqrt{2}}$$

O conceito de valor eficaz é estendido à tensão alternada. No caso de uma tensão alternada senoidal, de valor máximo $U_{m\acute{a}x}$, pode-se demonstrar que o valor eficaz U_{ef} dessa tensão é dado por:

$$U_{ef} = \frac{U_{m\acute{a}x}}{\sqrt{2}}$$

Quando se diz que a tensão entre os terminais de uma tomada é 110 volts, isso significa que o valor eficaz é 110 volts. Portanto, o valor máximo da tensão nessa tomada é:

$$U_{m\acute{a}x} = U_{ef} \cdot \sqrt{2} = 110 \cdot \sqrt{2} \quad \text{ou} \quad U_{m\acute{a}x} \cong 155 \text{ volts}$$

Quando uma corrente alternada percorre um resistor, a potência média (P_m) dissipada nesse resistor é definida como a energia dissipada em um período, dividida pelo período. Pode-se demonstrar que:

$$P_m = U_{ef} \cdot i_{ef}$$

em que i_{ef} é a corrente eficaz que percorre o resistor, e U_{ef} é a tensão eficaz entre os extremos do resistor.

Para um resistor, a equação

$$U = R \cdot i$$

continua válida tanto para os valores instantâneos como para os valores eficazes.

Amperímetro-licate

No capítulo 18 do CD falamos do amperímetro-licate que mede intensidades de correntes contínuas. Porém, há também os que medem o valor eficaz de uma corrente alternada, usando a indução eletromagnética. A corrente alternada no fio envolvido pelo amperímetro induz neste uma outra corrente, cujo valor médio nos permite determinar o valor eficaz da corrente no fio.



PROCURE NO CD

Veja, no CD, uma análise mais detalhada da corrente alternada.

Usinas elétricas

As usinas que produzem energia elétrica para o abastecimento das cidades usam grandes geradores eletromagnéticos que podem ser movimentados de vários modos.

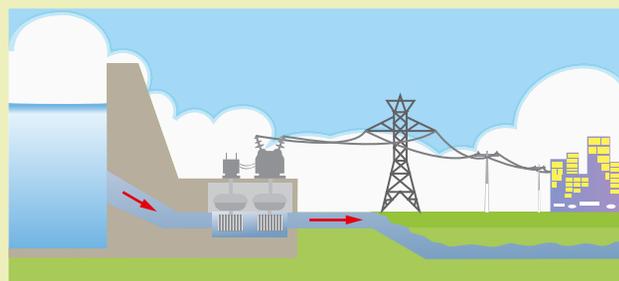
Numa usina **hidroelétrica** (ou hidrelétrica), uma grande quantidade de água é armazenada numa represa (fig. a). A água sofre uma queda (fig. b), ganha energia cinética e movimenta as turbinas (sistema de pás semelhante a um ventilador), que vão movimentar o gerador, que, por sua vez, produzirá a corrente elétrica. Essa corrente é dissipada para as cidades por meio das torres de transmissão.

Numa usina **termoelétrica** (ou termelétrica) usa-se uma caldeira com água (fig. c). Aquecendo-se a água, há a formação de vapor, cuja força irá movimentar a turbina, que, por sua vez, movimentará o gerador. O calor para aquecer a água pode ser obtido pela queima de combustíveis (óleo, carvão) ou por reações nucleares, como a da quebra (fissão) do núcleo do urânio. As centrais elétricas de Angra dos Reis (fig. d) — cidade do estado do Rio de Janeiro — são termoelétricas que usam a energia da fissão do núcleo do urânio.



LEONARDO WENFOLHA/IMAGEM

Figura a. Usina hidroelétrica.



LUIZ AUGUSTO RIBEIRO

Figura b. Esquema de uma usina hidroelétrica.

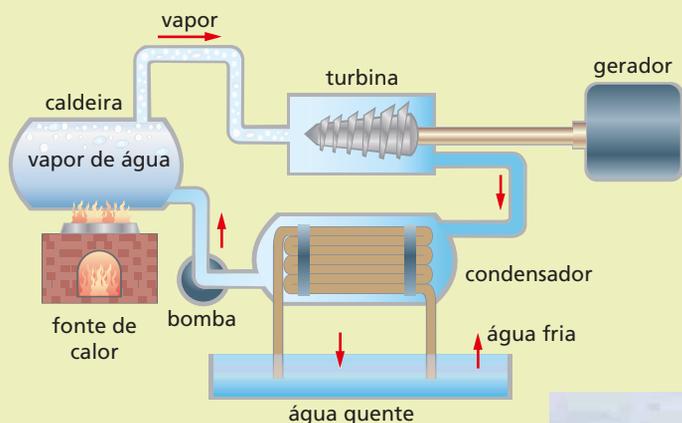


Figura c. Esquema de uma usina termoelétrica.



LUCIANA WHITAKER/PULSAR IMAGENS

Figura d. Usina nuclear em Angra dos Reis (RJ).

Depois que o vapor moveu a turbina, ele é enviado a um condensador, onde é resfriado, transformando-se novamente em água líquida, que é bombeada de volta à caldeira.

O resfriamento do vapor pode ser feito usando-se a água de um rio ou de um lago, o que causa danos ecológicos. O aquecimento da água e a consequente diminuição do oxigênio nela dissolvido alteram as condições de vida de vários organismos que vivem nas águas, podendo provocar o aumento de organismos patológicos, como, por exemplo, certos tipos de bactérias.

Um outro tipo de problema das termoelétricas é a poluição atmosférica causada pelos resíduos da queima dos combustíveis.

No caso das usinas que usam a fissão do núcleo do urânio (usinas nucleares), além da poluição térmica há o problema do lixo atômico, que sobra após a fissão do núcleo do urânio e que emite radiações muito perigosas para os seres vivos, podendo causar câncer e mutações genéticas. Sobre o lixo atômico falaremos mais no capítulo 22.

Para a obtenção de quantidades menores de energia, há vários processos alternativos. Um deles é a utilização da energia do vento (fig. e). O vento provoca a rotação de pás, produzindo o movimento de espiras.

Outro processo é o mostrado na figura f: espelhos concentram luz solar sobre um recipiente que contém água, a qual é aquecida até entrar em ebulição, produzindo o vapor que vai acionar as turbinas.



Figura e. Geradores de energia eólica em Fortaleza (CE).



Figura f. Espelhos alinhados para captação de energia solar.

Em locais onde as marés apresentam grandes desníveis, a água pode ser represada, obtendo-se assim uma usina hidroelétrica de pequeno porte: a marelétrica. Outra possibilidade é colocar a turbina no interior de um rio, de modo que ela seja movimentada pela correnteza.

Exercícios de Aplicação

55. Um resistor de resistência $R = 40 \Omega$ está ligado a um gerador (fig. a) que mantém entre seus terminais uma tensão alternante senoidal, cujo valor em função do tempo é dado pelo gráfico da figura b.

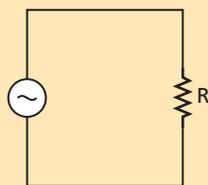


Figura a.

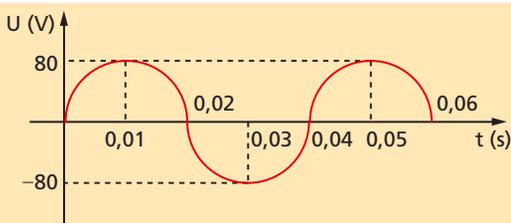


Figura b.

- Calcule o valor máximo da corrente elétrica que passa pelo resistor.
- Calcule os valores eficazes da tensão e da intensidade de corrente.
- Qual a frequência da tensão alternante?

d) Esboce o gráfico da intensidade de corrente em função do tempo.

e) Calcule a potência média dissipada no resistor.

Resolução:

a) Do gráfico, tiramos: $U_{\text{máx}} = 80 \text{ V}$

Assim: $U_{\text{máx}} = R \cdot i_{\text{máx}} \Rightarrow 80 = 40 \cdot i_{\text{máx}} \Rightarrow$

$\Rightarrow i_{\text{máx}} = 2,0 \text{ A}$

b) $i_{\text{ef}} = \frac{i_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} = \frac{2,0}{\sqrt{2}} \Rightarrow i_{\text{ef}} \cong 1,4 \text{ A}$

$U_{\text{ef}} = \frac{U_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} = \frac{80}{\sqrt{2}} \Rightarrow U_{\text{ef}} \cong 56 \text{ V}$

c) Do gráfico obtemos: $T = 0,04 \text{ s}$

Portanto: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,04} \Rightarrow f = 25 \text{ Hz}$

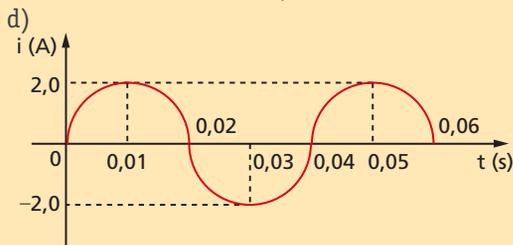
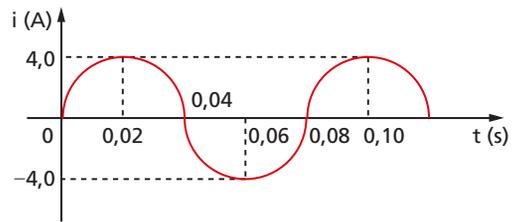


Figura c.

e) $P_m = U_{\text{ef}} \cdot i_{\text{ef}} = \frac{U_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} = \frac{U_{\text{máx}} \cdot i_{\text{máx}}}{2}$

$P_m = \frac{80(2,0)}{2} \Rightarrow P_m = 80 \text{ W}$

56. Uma corrente alternada senoidal, cuja intensidade em função do tempo é dada na figura, percorre um resistor de resistência $R = 30 \Omega$.



a) Calcule o valor máximo da tensão entre os extremos do resistor.

b) Calcule os valores eficazes da corrente que passa pelo resistor e da tensão entre os seus extremos.

c) Qual a frequência da corrente alternante?

d) Calcule a potência média dissipada no resistor.

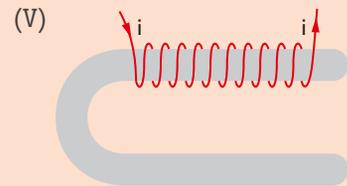
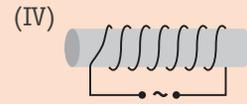
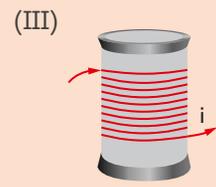
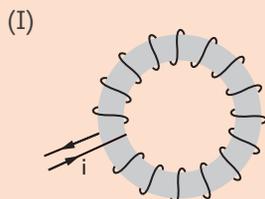
Exercícios de Reforço

57. Uma corrente alternada senoidal tem valor eficaz igual a 8 A. O valor máximo dessa corrente é:

- a) $4\sqrt{2} \text{ A}$ c) $2\sqrt{2} \text{ A}$ e) 16 A
- b) $8\sqrt{2} \text{ A}$ d) $\sqrt{2} \text{ A}$

58. Um resistor de resistência $R = 10 \Omega$ é submetido a uma tensão alternada senoidal, cujo valor eficaz é igual a 110 volts. Calcule a intensidade da corrente eficaz que passa por esse resistor.

59. (Fund. Carlos Chagas-SP) Os corpos das figuras são pedaços de ferro. A corrente é alternada na experiência IV e contínua nas demais. Com o objetivo de imantar pedaços de ferro, um grupo de estudantes montou as experiências a seguir.

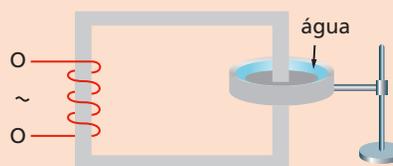


ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

As que têm condições de sucesso são as de número:

- a) I, II, IV.
- b) I, III e V.
- c) II, III e V.
- d) I, II, III e V.
- e) I, III, IV e V.

60. (Fund. Carlos Chagas-SP) A armação é constituída por lâminas de ferro delgadas coladas umas nas outras. A bobina pode ser ligada a uma fonte de tensão e então passa a ser percorrida por uma corrente alternada (fonte de 110 V – 60 Hz). O aro de alumínio, em forma de calha, contém água e é atravessado pela armação conforme indica a figura.



Ao ligar-se a bobina *B* à fonte de tensão alternada, deve-se notar o seguinte:

- a) Um grande aquecimento da armação de ferro, por causa das lâminas de que é formada.
- b) O aro de alumínio é percorrido por uma corrente contínua.
- c) A água se aquece.
- d) Um resfriamento lento da água, causado por correntes de Foucault.
- e) A água se eletriza, adquirindo cargas de sinal oposto à da fonte indutora (Lei de Lenz).

13. O transformador

As usinas produtoras de energia elétrica em geral estão a grandes distâncias das cidades onde essa energia será consumida, havendo então a necessidade de longas linhas de transmissão. É importante que essa transmissão se faça com o mínimo de perdas. Lembrando que a potência dissipada em um resistor é dada por $P_d = R \cdot i^2$, vemos que, para que a perda seja pequena, devemos ter uma corrente de baixa intensidade. Por outro lado, sabemos que $P = U \cdot i$. Assim, para que possamos transmitir praticamente a mesma potência gerada, se a intensidade de corrente for pequena, a tensão deve ser grande. No entanto, por razões de segurança, a energia elétrica a ser consumida nas indústrias e residências deve chegar com uma tensão baixa. Vemos então que há a necessidade de aparelhos que possam aumentar ou diminuir a tensão. Tais aparelhos são denominados transformadores. Nas usinas geradoras, a tensão produzida é da ordem de 10 000 volts eficazes. Usa-se então um transformador que aumenta essa tensão para um valor da ordem de 100 000 volts eficazes. Ao chegar aos centros de consumo, essa tensão é baixada até um valor conveniente (nas indústrias pode-se necessitar de um valor da ordem de 10 000 volts, enquanto nas residências a tensão é da ordem de 100 volts).

Basicamente, um transformador é constituído de duas bobinas eletricamente isoladas uma da outra, enroladas sobre um mesmo núcleo de ferro (fig. 43). Num dos enrolamentos, denominado primário, aplicamos uma tensão alternada de valor eficaz U_1 , de modo que há uma corrente alternada de valor eficaz i_1 nesse enrolamento. Essa corrente variável produz um fluxo variável, cuja maior parte fica confinada ao ferro. Esse fluxo variável, de acordo com a Lei de Faraday, induzirá no outro enrolamento, denominado secundário, uma tensão alternada de valor eficaz U_2 . Como veremos adiante, dependendo do número de espiras em cada enrolamento, poderemos ter $U_2 > U_1$ (nesse caso o transformador é um elevador de tensão) ou $U_2 < U_1$ (nesse caso o transformador é um abaixador de tensão). Poderemos ter também $U_2 = U_1$, porém esse caso obviamente não tem interesse prático.

O ideal é que toda a potência fornecida ao primário seja transmitida ao secundário. No entanto, na prática, há perdas por diversos motivos. Em primeiro lugar, embora quase todas as linhas de indução do campo magnético fiquem dentro do ferro, há algumas

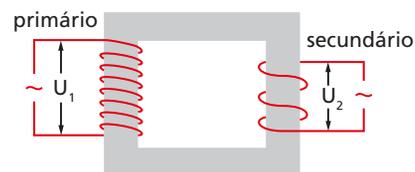


Figura 43.

que ficam fora (fig. 44). Há também perdas por efeito Joule nos enrolamentos e perdas por histerese e correntes de Foucault no núcleo. As perdas por histerese são diminuídas usando-se ferro que apresente pequena histerese, e as perdas por correntes de Foucault são diminuídas laminando-se o núcleo e separando-se as lâminas por material isolante, como já havíamos comentado anteriormente. No entanto, apesar dessas perdas, nos transformadores modernos pode-se chegar a um rendimento de até 99%. Assim, podemos imaginar um transformador ideal, o qual não apresenta perdas. As considerações seguintes valem para transformadores ideais.

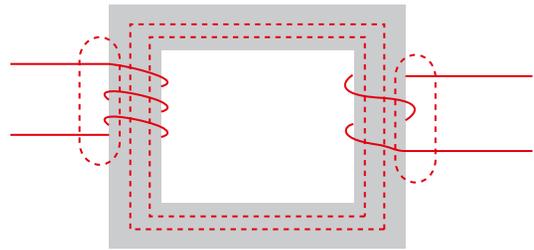


Figura 44.

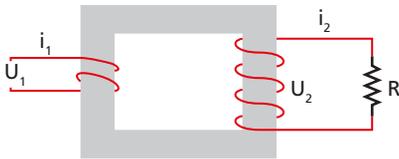


Figura 45.

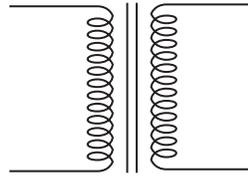


Figura 46.

Sejam N_1 e N_2 os números de espiras no primário e no secundário, respectivamente. Pode-se então demonstrar que:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

em que U_1 e U_2 são tensões eficazes no primário e no secundário, respectivamente.

Seja i_1 a corrente eficaz no primário. Se o secundário for fechado por um resistor de resistência R (fig. 45), ele será percorrido por uma corrente cujo valor eficaz é i_2 . Como o transformador é ideal, a potência é a mesma no primário e no secundário:

$$P = U_1 \cdot i_1 = U_2 \cdot i_2$$

Num transformador, qualquer enrolamento pode ser usado como primário ou secundário.

O símbolo de um transformador com núcleo de ferro é o apresentado na figura 46.

Exercícios de Aplicação

- 61.** Consideremos um transformador ideal, com 600 espiras no primário e 200 espiras no secundário. Aplica-se ao primário uma tensão alternante de valor eficaz $U_1 = 150 \text{ V}$, de modo que nele circula uma corrente de valor eficaz $i_1 = 0,20 \text{ A}$. Calcule:

- a tensão eficaz no secundário;
- a intensidade eficaz da corrente no secundário.

Resolução:

$$\text{a) } \begin{cases} N_1 = 600 \\ N_2 = 200 \end{cases} \quad \begin{cases} U_1 = 150 \text{ V} \\ U_2 = ? \end{cases}$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{150}{U_2} = \frac{600}{200} \Rightarrow U_2 = 50 \text{ V}$$

$$\text{b) } U_1 i_1 = U_2 i_2 \Rightarrow (150)(0,20) = 50 i_2 \Rightarrow i_2 = 0,60 \text{ A}$$

- 62.** Um transformador ideal tem 120 espiras no primário e 480 espiras no secundário. Uma tensão alternada de valor eficaz 60 V é aplicada no primário de modo que este é percorrido por uma corrente de valor eficaz $2,0 \text{ A}$. Calcule:

- o valor eficaz da tensão no secundário;
- o valor eficaz da corrente no secundário.

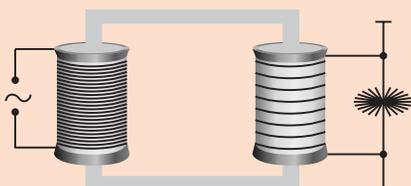
Exercícios de Reforço

63. (Ceuma-MA) Aplicando-se uma tensão alternada de valor eficaz 120 volts ao primário de um transformador elétrico, com 100% de rendimento, construído com 200 espiras de fio no primário e 400 no secundário, obtém-se uma tensão alternada de saída de valor eficaz, em volts, igual a:

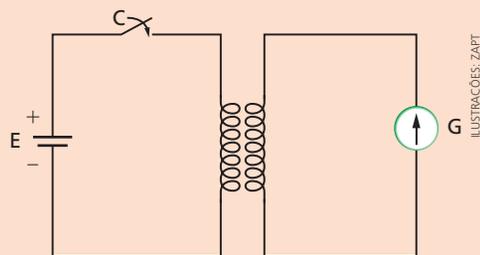
- a) 240
- b) 120
- c) 60
- d) 30
- e) 15

64. (Fund. Carlos Chagas-SP) Sobre o transformador ideal esquematizado no desenho pode-se afirmar que, no secundário, com relação ao primário:

- a) a potência é menor, a diferença de potencial é a mesma e a corrente é contínua.
- b) a potência é a mesma, a diferença de potencial é maior e a corrente é contínua.
- c) a potência é maior, a diferença de potencial é maior e a corrente é alternada.
- d) a potência é a mesma, a diferença de potencial é menor e a corrente é alternada.
- e) a potência é menor, a diferença de potencial é menor e a corrente é alternada.



65. (U. F. Lavras-MG) A figura representa um transformador que serve para elevar ou reduzir níveis de tensão (voltagem). Com relação à indicação do ponteiro do galvanômetro (G) e à posição da chave (C), pode-se afirmar que:



ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

- a) o ponteiro do galvanômetro irá defletir no sentido horário enquanto a chave (C) permanecer fechada.
- b) o ponteiro do galvanômetro irá defletir no sentido anti-horário, enquanto a chave (C) permanecer fechada.
- c) o ponteiro do galvanômetro sofrerá deflexões somente nos instantes em que se fechar ou abrir a chave.
- d) considerando a chave (C) fechada não haverá deflexão instantânea do ponteiro no instante de sua abertura.
- e) o ponteiro do galvanômetro ficará oscilando enquanto a chave (C) permanecer fechada.

66. (U. F. Santa Maria-RS) Para obter uma voltagem de 120 V, um leigo em Eletromagnetismo ligou aos terminais de uma bateria de 12 V o primário de 400 espiras de um transformador cujo secundário tinha 4 000 espiras. A voltagem desejada não apareceu no secundário, porque:

- a) o número de espiras do secundário deveria ser 120.
- b) o número de espiras do primário deveria ser 120 e do secundário, 12.
- c) os papéis do primário e do secundário foram trocados.
- d) a bateria não tem energia suficiente para a transformação.
- e) o transformador não funciona com corrente contínua.

14. Ondas eletromagnéticas

Ao estudarmos a Lei de Faraday, vimos que um campo magnético variável produz um campo elétrico, denominado campo elétrico induzido. Em 1864, o físico escocês James Clerk Maxwell (1831-1879) propôs o efeito simétrico:

Um campo elétrico variável produz um campo magnético.

De fato, depois de algum tempo verificou-se experimentalmente que a hipótese de Maxwell estava correta. O campo magnético gerado por um campo elétrico variável é denominado **campo magnético induzido**.

Considerando os dois efeitos de indução mencionados, Maxwell mostrou que é possível ocorrerem situações em que um campo elétrico variável produz um campo magnético também variável, com este último produzindo outro campo elétrico variável e assim por diante, de tal maneira que esses campos se propagam pelo espaço, exibindo as propriedades básicas de uma onda: reflexão, refração, difração, interferência e transporte de energia. Assim, esses campos, propagando-se, constituem uma onda que foi chamada por Maxwell de **onda eletromagnética**.

Cabe então a pergunta: “Em que condições existe uma onda eletromagnética?”. O próprio Maxwell respondeu: ondas eletromagnéticas são produzidas por cargas elétricas **aceleradas**. Portanto, cargas elétricas em repouso ou em movimento retilíneo uniforme (em relação a um referencial inercial) **não emitem** ondas eletromagnéticas.

Ondas eletromagnéticas se propagam no vácuo e em alguns casos também em meios materiais. Nesse ponto diferem das ondas mecânicas, as quais não se propagam no vácuo.

Quando uma onda mecânica passa por um ponto, a partícula que se encontra nesse ponto oscila com a mesma frequência f e o mesmo período T da onda. No caso da onda eletromagnética, são os campos elétrico e magnético que aumentam e diminuem periodicamente suas intensidades, ora num sentido, ora no sentido oposto (por analogia com as ondas mecânicas, dizemos que os campos **oscilam**).

Para ilustrar esse fato, consideremos uma onda eletromagnética de período T e fixemos nossa atenção no comportamento do campo elétrico \vec{E} num ponto P atingido por essa onda (esqueçamos provisoriamente o campo magnético). Para tanto, escolhamos o instante $t = 0$ como o instante em que $|\vec{E}| = 0$ (fig. 47a). No instante $t = \frac{T}{8}$ (fig. 47b), \vec{E} já tem uma intensidade diferente de zero, que continua a aumentar. No instante $t = \frac{T}{4}$ (fig. 47c) ele atingiu sua intensidade máxima. A partir desse instante, começa a diminuir a intensidade até que, no instante $t = \frac{T}{2}$, ela é novamente nula (fig. 47e). A partir desse instante, a intensidade de \vec{E} vai aumentando no sentido oposto ao anterior, até que no instante $t = \frac{3T}{4}$ é novamente máxima (fig. 47g). Em seguida, a intensidade vai diminuindo até anular-se novamente no instante $t = T$, quando recomeça o ciclo.

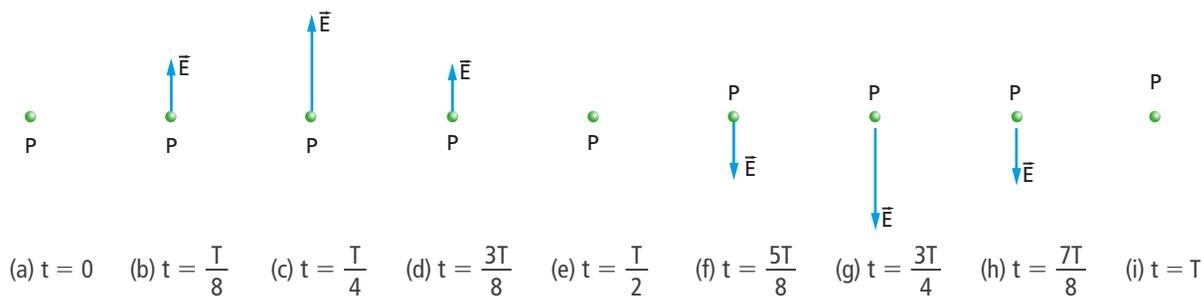
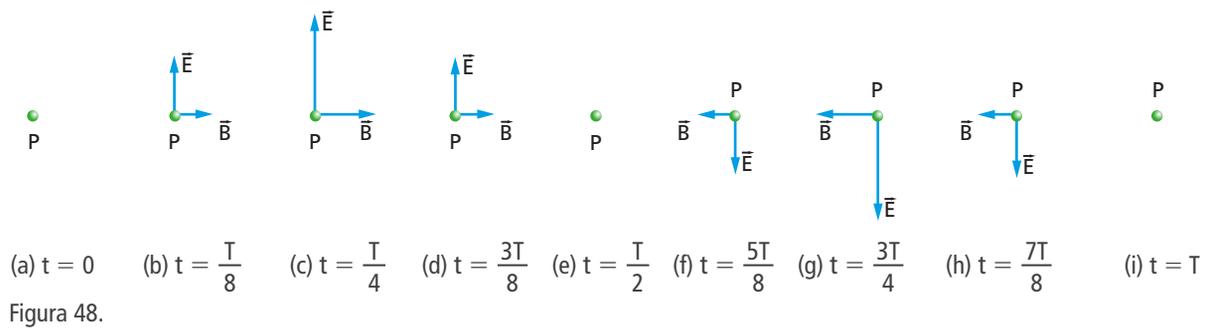


Figura 47.

O comportamento do campo magnético \vec{B} é semelhante ao de \vec{E} . Maxwell mostrou também que os campos \vec{E} e \vec{B} oscilam com **o mesmo período** (e, portanto, com a mesma frequência), em **fase** e em **direções mutuamente perpendiculares**. A figura 48 ilustra a variação simultânea dos campos \vec{E} e \vec{B} num ponto P pelo qual passa uma onda eletromagnética. Observe que, pelo fato de os dois campos oscilarem com o mesmo período e em fase, ambos se anulam no mesmo tempo e atingem a intensidade máxima ao mesmo tempo.



A direção de propagação de uma onda eletromagnética é perpendicular simultaneamente às direções de oscilação de \vec{E} e \vec{B} . Isso significa que as ondas eletromagnéticas são **sempre transversais**, podendo ser, portanto, **polarizadas**. A figura 49 representa, em **determinado instante**, os campos \vec{E} e \vec{B} de uma onda eletromagnética polarizada, isto é, o campo elétrico oscila na direção do eixo y e está sempre contido no plano yx , enquanto o campo magnético oscila na direção do eixo z e está sempre contido no plano zx .

A direção de propagação da onda é a do eixo x e os eixos x , y e z são perpendiculares dois a dois.

Sendo \vec{v} a velocidade de propagação de uma onda eletromagnética, os vetores \vec{v} , \vec{E} e \vec{B} devem ter, a cada instante (que não seja um instante em que \vec{E} e \vec{B} se anulam), sentidos tais que obedecem à regra da mão esquerda representada na figura 50 e, no vácuo, módulos tais que:

$$E = v \cdot B \quad \textcircled{5}$$

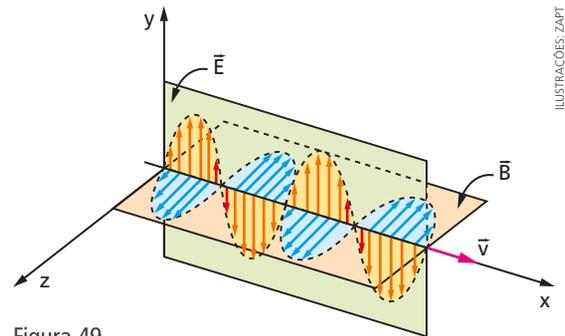


Figura 49.

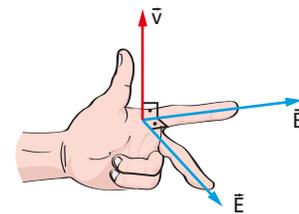


Figura 50.

Maxwell mostrou que no vácuo qualquer onda eletromagnética propaga-se com a mesma velocidade v dada por:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

sendo ϵ_0 e μ_0 , respectivamente, a permissividade e a permeabilidade do vácuo. Lembrando que no Sistema Internacional:

$$\epsilon_0 \cong \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \quad \text{e} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$$

obtemos:

$$v \cong 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Quando esse resultado foi obtido, imediatamente observou-se a coincidência com o valor da velocidade da luz no vácuo, a qual já era conhecida com boa precisão na época. Essa coincidência foi uma das pistas que levaram os físicos a concluir que a luz é uma onda eletromagnética.

É costume representar a velocidade das ondas eletromagnéticas no vácuo pelo símbolo c . Assim:

$$c \cong 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

e a equação $\textcircled{5}$ fica:

$$E = c \cdot B \quad \textcircled{6}$$

O espectro eletromagnético



PROCURE NO CD

Veja no CD conteúdo relativo a tipos de ondas eletromagnéticas.

O espectro eletromagnético é o conjunto das frequências conhecidas para as ondas eletromagnéticas. Teoricamente, pode existir qualquer valor de frequência, mas as frequências obtidas até hoje são as relacionadas na figura 51, que já foram apresentadas na parte de Ondulatória, no volume 2. Os nomes dados são determinados às vezes pelo modo de produção e às vezes pelo modo de utilização.

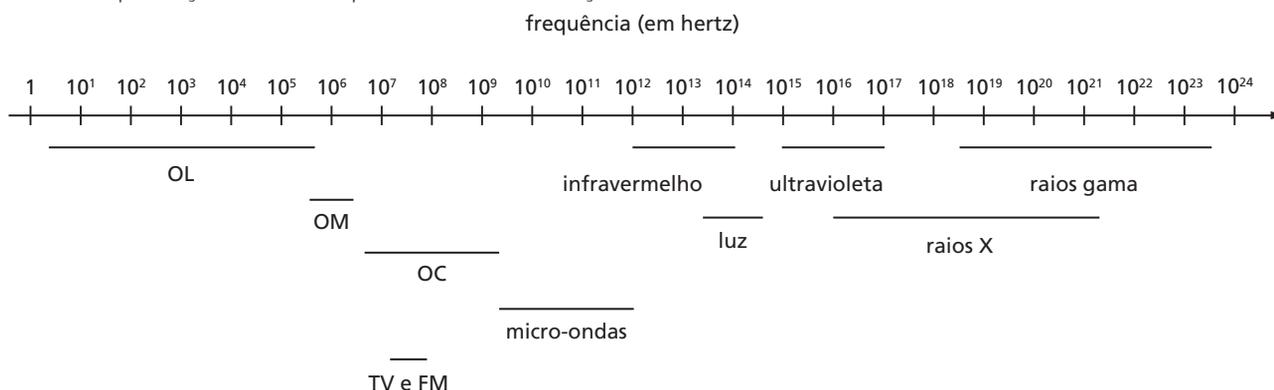


Figura 51. O espectro eletromagnético. As siglas na figura significam: OL: ondas longas de rádio; OM: ondas médias de rádio, as quais costumam ser representadas também pela sigla AM (sigla de "amplitude modulada"); OC: ondas curtas de rádio; FM: ondas de rádio em frequência modulada; TV: ondas de televisão.

Os limites das diversas regiões do espectro eletromagnético não são muito bem determinados. Observando a figura 51, notamos também que algumas regiões se superpõem. Assim, por exemplo, uma onda eletromagnética de frequência 10^{20} Hz tanto pode ser um raio X como um raio γ , dependendo de como foi produzida.

Convém lembrar que a cor da luz está relacionada com sua frequência e, colocando as cores em ordem crescente de frequência, temos: vermelho, laranja, amarelo, verde, azul, anil, violeta.

15. As forças de campo e o Princípio da Ação e Reação

Como vimos no volume 1 desta coleção, na Mecânica Clássica criada por Newton, as forças de ação e reação aparecem ao mesmo tempo. Consideremos, por exemplo, a situação representada na figura 52a, em que temos duas partículas, A e B, separadas por uma distância d . Entre elas existe um par de forças de atração gravitacional, \vec{F} e $-\vec{F}$, que, de acordo com Newton, devem ter o mesmo módulo, a mesma direção e sentidos opostos. Além disso, devem ter a mesma reta suporte, isto é, as duas estão sobre a mesma reta r .

Suponhamos agora que a partícula B seja movida para a esquerda, sobre a reta r , ficando numa nova posição, situada a uma distância d' de A (fig. 52b). Como a distância aumentou, o módulo das forças de atração (\vec{F}' e $-\vec{F}'$) diminuiu, passando a ser dado por:

$$F' = G \frac{m_A \cdot m_B}{(d')^2} \quad (7)$$

Porém, continuam a ter o mesmo módulo, a mesma direção, sentidos opostos e a mesma reta suporte r . Segundo Newton, as forças de atração gravitacional são **forças de ação a distância**, isto é: no exato instante em que B chegou à nova posição, as forças de atração passaram a ser \vec{F}' e $-\vec{F}'$.

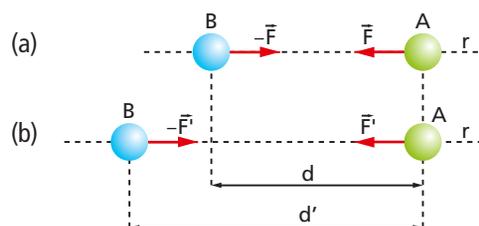


Figura 52.

ZAP!

Hoje sabemos que essa última afirmação não é verdadeira. Não existem forças de ação a distância; as partículas atuam entre si por meio de campos. Cada partícula cria em torno de si um campo que, ao atingir a outra, provoca o aparecimento de uma força. Assim, no caso da figura 52, entre o instante em que a partícula B chegou à sua nova posição (fig. 52b) e o instante em que as forças de atração passaram a ser \vec{F}' e $-\vec{F}'$, com módulos dados pela equação (7), há um intervalo de tempo Δt dado por:

$$\Delta t = \frac{d'}{c} \quad (8)$$

sendo c a velocidade da luz.

Na realidade isso foi percebido primeiramente no Eletromagnetismo, quando Maxwell mostrou a existência de ondas eletromagnéticas. Mas depois verificou-se que isso ocorre também com a força gravitacional.

A questão da reta suporte

O Eletromagnetismo mostrou também que a hipótese de Newton, de que as forças de ação e reação têm sempre a mesma reta suporte, não é correta. Consideremos, por exemplo, a situação representada na figura 53.

Sobre uma superfície plana e horizontal colocamos um ímã. Uma partícula de carga positiva q é lançada com velocidade \vec{v} perpendicular ao campo magnético \vec{B} e contida no plano α do tampo da mesa. Pela regra da mão esquerda percebemos que, nesse instante, a força magnética sobre a partícula (\vec{F}) é perpendicular a α . A reação da partícula sobre o ímã é a força $-\vec{F}$, que tem o mesmo módulo, a mesma direção e sentido oposto a \vec{F} . Porém, \vec{F} e $-\vec{F}$ **não estão sobre a mesma reta**.

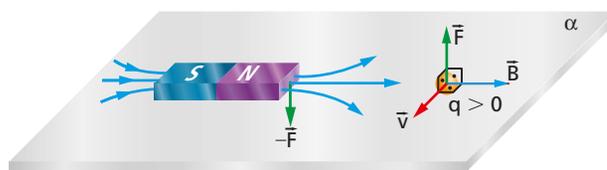
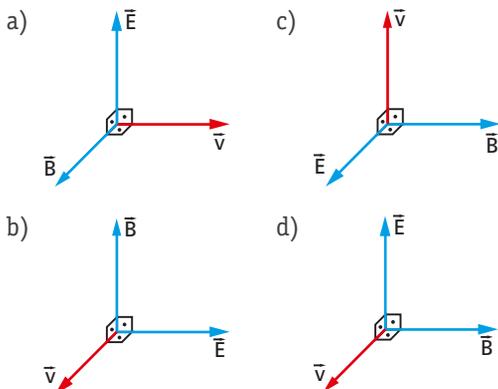


Figura 53.

Exercícios de Aplicação

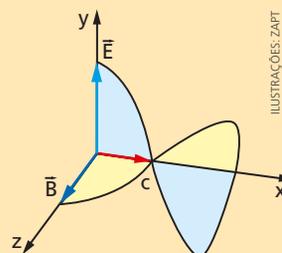
67. Sejam \vec{E} e \vec{B} os campos elétrico e magnético de uma onda eletromagnética que se propaga com velocidade \vec{v} . As figuras a seguir procuram representar esses vetores em determinado instante. Em qual das figuras a representação é incorreta?



68. A permissividade e a permeabilidade do vácuo são, respectivamente, ϵ_0 e μ_0 . Representando por c a velocidade das ondas eletromagnéticas no vácuo, podemos afirmar que:

- a) $c = \frac{\epsilon_0}{\mu_0}$ d) $\epsilon_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot c}}$
 b) $\frac{\epsilon_0 \mu_0}{c} = 1$ e) $\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c}$
 c) $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$

69. Uma onda eletromagnética polarizada e senoidal propaga-se no vácuo ao longo do eixo x de um sistema cartesiano ortogonal. Sabe-se que, num determinado instante, a intensidade do campo elétrico é $\mathcal{E} = 6,0 \cdot 10^2$ V/m. Qual a intensidade do campo magnético nesse instante?



ILUSTRAÇÕES: ZAPET

Resolução:

$$\mathcal{E} = c \cdot B \Rightarrow B = \frac{\mathcal{E}}{c} = \frac{6,0 \cdot 10^2 \text{ V/m}}{3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

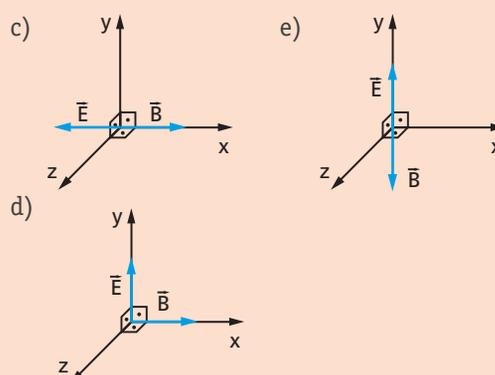
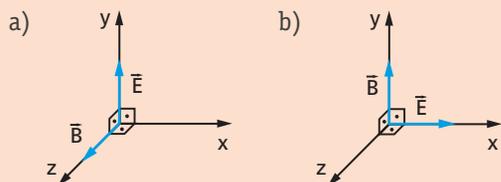
70. Num determinado instante, a intensidade do campo magnético de uma onda eletromagnética polarizada é $4,0 \cdot 10^{-7}$ T. Qual a intensidade do campo elétrico nesse instante?
71. Verifique se cada sentença a seguir é verdadeira (V) ou falsa (F):
- “Forças de ação a distância” são o mesmo que “forças de campo”.
 - As forças de ação e reação têm sempre a mesma reta suporte.

- Ondas eletromagnéticas podem ser polarizadas.
- Campos elétricos variáveis produzem campo magnético.
- Campos magnéticos variáveis produzem campo elétrico.
- Cargas elétricas com velocidade constante produzem ondas eletromagnéticas.
- Cargas elétricas aceleradas produzem ondas eletromagnéticas.
- Uma carga elétrica em movimento circular uniforme produz onda eletromagnética.

Exercícios de Reforço

72. (Fund. Carlos Chagas-SP) Em uma região do espaço existem campos elétricos e magnéticos variando com o tempo. Nestas condições, pode-se dizer que nessa região:
- existem necessariamente cargas elétricas.
 - quando o campo elétrico varia, cargas induzidas de mesmo valor absoluto, mas de sinais contrários, são criadas.
 - à variação do campo elétrico corresponde o aparecimento de um campo magnético.
 - a variação do campo magnético só pode ser possível pela presença de ímãs móveis.
 - o campo magnético variável pode atuar sobre uma carga em repouso de modo a movimentá-la independentemente da ação do campo elétrico.

73. (Fund. Carlos Chagas-SP) A maneira de se representar os vetores campo elétrico (\vec{E}) e campo magnético (\vec{B}) em relação à direção de propagação (x) de uma onda eletromagnética é:



74. (Acafe-SC) Uma onda eletromagnética é constituída pelos vetores campo elétrico e campo magnético, propagando-se através do espaço. O ângulo formado por estes vetores é o seguinte: a) 0° b) 45° c) 90° d) 135° e) 180°
75. (Unicamp-SP) Partículas α (núcleo de um átomo de hélio), partículas β (elétrons) e radiação γ (onda eletromagnética) penetram, com velocidades comparáveis, perpendicularmente a um campo elétrico uniforme existente numa região do espaço, descrevendo as trajetórias esquematizadas na figura.



- Reproduza a figura no seu caderno e associe α , β e γ a cada uma das três trajetórias.
- Qual é o sentido do campo elétrico?

Exercícios de Aprofundamento

76. (Unifesp-SP) O biomagnetismo é um campo de pesquisa que trata da medição dos campos magnéticos gerados por seres vivos, com o objetivo de obter informações que ajudem a entender sistemas biofísicos, a realizar diagnósticos clínicos e a criar novas terapias, com grandes possibilidades

de aplicação em medicina. Os campos magnéticos gerados pelos órgãos do corpo humano são muito tênues – da ordem de 10^{-15} a 10^{-9} tesla – e, para sua medição, necessita-se de equipamentos capazes de detectá-los de forma seletiva, devido à interferência de outros campos magnéticos, inclu-

Teoria da Relatividade

No final do século XIX, a Física tinha alcançado um alto grau de desenvolvimento, alicerçada em três grandes pilares: a Mecânica Newtoniana, o Eletromagnetismo (formalizado por Maxwell) e a Termodinâmica. Era grande o número de aparelhos que utilizavam suas aplicações tecnológicas: a máquina a vapor, o motor a explosão (usado nos automóveis), os primeiros motores e geradores elétricos, a iluminação elétrica, o telégrafo, etc. Havia um grande entusiasmo com as realizações científicas e confiança na capacidade da Ciência de promover o progresso da humanidade.

Para muitos físicos, a Física estava terminada: já não havia nada importante a ser descoberto. Segundo esses físicos, havia apenas alguns pequenos problemas a resolver (os quais apresentaremos mais adiante), mas isso seria feito logo. Lord Kelvin, o mais ilustre físico britânico da época, dizia que “havia apenas duas pequenas nuvens no céu da Física, mas que logo seriam dissipadas”. Essas duas nuvens eram o problema da **radiação do corpo negro** (que veremos no capítulo 21) e o problema do **éter** (que mencionaremos mais adiante).

Mas Lord Kelvin estava duplamente enganado. Em primeiro lugar, essas nuvens não eram insignificantes como pareciam ser. Elas só foram dissipadas com a criação, no início do século XX, de duas teorias que revolucionaram a Física: a **Teoria da Relatividade** e a **Mecânica Quântica**. Em segundo lugar, não eram apenas duas as “nuvens”: havia outros problemas, também aparentemente insignificantes, que só puderam ser resolvidos com as duas novas teorias.

Com base na Teoria da Relatividade e na Mecânica Quântica, foi possível entender a estrutura da matéria e a origem e o desenvolvimento do Universo. Essa nova Física passou a ser chamada **Física Moderna**, enquanto a Física desenvolvida até o final do século XIX passou a ser chamada **Física Clássica**.

Neste e no próximo capítulo apresentaremos algumas noções das duas novas teorias. Porém, temos dois problemas: em primeiro lugar, as duas novas teorias exigem, para o seu desenvolvimento completo, ferramentas matemáticas não conhecidas pelos alunos do ensino médio. Assim, na maior parte do texto, evitaremos as demonstrações e procuraremos nos concentrar na apresentação dos conceitos; em segundo lugar, as duas novas teorias introduziram conceitos que fogem ao senso comum, havendo necessidade de um esforço especial para assimilá-los. Se você inicialmente ficar perplexo, não desanime: o mesmo aconteceu com quase todos os físicos no início do século XX.

1. Problemas do Eletromagnetismo
2. Postulados da Teoria da Relatividade Especial
3. Relatividade do tempo
4. A relatividade do comprimento
5. Composição de velocidades
6. O campo elétrico e o campo magnético
7. O efeito Doppler
8. Massa e quantidade de movimento
9. Massa e energia
10. Matéria e radiação
11. A equação $E = m \cdot c^2$
12. A polêmica da massa
13. Teoria da Relatividade Geral

1. Problemas do Eletromagnetismo

Quando estudamos as leis de Newton (volume 1 desta coleção), vimos que elas valem para qualquer referencial inercial. Um corpo pode ter velocidades diferentes em referenciais inerciais diferentes, mas em todos os referenciais inerciais sua ace-

lação será a mesma, de modo que a força resultante (\vec{F}) sobre o corpo será a mesma em todos os referenciais inerciais: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$. O resultado disso é que qualquer experimento mecânico dará o mesmo resultado em qualquer referencial inercial, sendo esse fato chamado **Princípio de Relatividade Galileana**.

Porém, no final do século XIX, parecia que as leis do Eletromagnetismo dependiam do referencial. Por exemplo, consideremos a situação ilustrada na figura 1, em que temos um vagão que se move horizontalmente, com velocidade \vec{v} em relação ao solo. Dentro do vagão há um observador R' e uma carga elétrica Q , ambos fixos em relação ao vagão. Para R' a carga Q produz um campo elétrico cujas linhas de força têm o aspecto mostrado na figura para o caso $Q > 0$.

Porém, para o observador R (que está fixo no solo), a carga Q está em movimento e, portanto, além do campo elétrico cria um campo magnético. Assim, se uma carga de prova q for lançada com velocidade \vec{v}' nas proximidades de Q , a força resultante sobre q terá valores diferentes para R e R' :

- R' dirá que apenas uma força elétrica \vec{F}_E atua sobre q .
- R dirá que, além de força elétrica \vec{F}_E , há uma força magnética \vec{F}_M .

Isso incomodou bastante os físicos do fim do século XIX, em particular o alemão Albert Einstein (1879-1955), que achou a situação insuportável. O ideal é que todas as leis da Física tivessem a mesma forma em qualquer referencial inercial. Esse foi o principal problema que levou Einstein à formulação de sua teoria, tanto que o seu trabalho publicado em 1905, hoje conhecido como **Teoria da Relatividade Especial**, na época foi publicado com o título "Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento".

Um outro problema do Eletromagnetismo era o da velocidade da luz.

Em 1867, foi publicado o monumental trabalho do escocês James Clerk Maxwell (1831-1879) que unificou as leis do Eletromagnetismo e mostrou que elas conduziam à existência de ondas eletromagnéticas. Essas ondas foram produzidas em laboratório pela primeira vez em 1887 pelo alemão Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894). Pelas leis do Eletromagnetismo, as ondas eletromagnéticas se propagavam no vácuo, com uma velocidade que coincidia com a da luz, obtida por medidas em vários experimentos. A partir daí, ficou estabelecido que a luz é uma onda eletromagnética.

Como as ondas mecânicas necessitam de um meio para se propagar, os físicos em geral acreditavam que a luz (e as ondas eletromagnéticas em geral) também necessitava de um meio para se propagar. Tal meio foi chamado de **éter**, o qual deveria preencher todo o espaço e penetrar em todos os corpos. Assim, a velocidade da luz somente teria o valor c ($c \cong 3,0 \cdot 10^8$ m/s) em relação ao éter. Se um observador se movesse em relação ao éter, deveria obter um outro valor para a velocidade da luz.

Em 1881, o físico Albert Abraham Michelson (1852-1931) tentou detectar o movimento da Terra em relação ao éter, mas não conseguiu. Em 1887, com o auxílio de E. W. Morley (1838-1923), repetiu o experimento (que ficou conhecido por "experimento de Michelson-Morley") e mais uma vez o resultado foi negativo.

No fim do século XIX e início do século XX, muitos físicos importantes tentaram resolver esses problemas, mas o que conseguiu o resultado mais satisfatório foi Albert Einstein, com o seu trabalho de 1905, no qual ele discutiu as leis da Física em referenciais inerciais. Mais tarde, em 25 de novembro de 1915, em uma palestra na Academia Prussiana de Ciências (Berlim), Einstein apresentou um outro trabalho contendo a

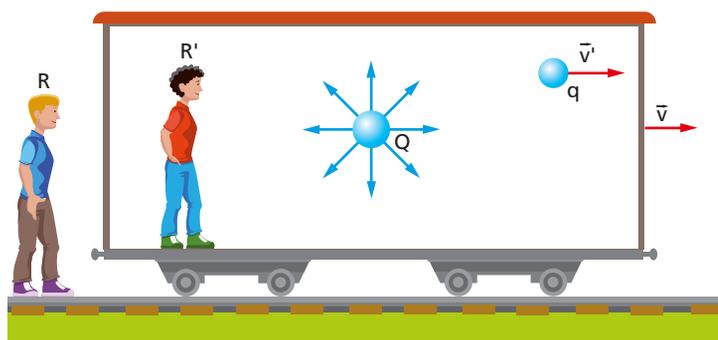


Figura 1.

○ PROCURE NO CD

No CD, descrevemos o experimento de Michelson-Morley.

análise das leis físicas em referenciais acelerados e uma nova teoria da gravitação. Esse trabalho foi publicado em março de 1916, na revista científica alemã *Anais da Física*, com o título “Os fundamentos da teoria da relatividade geral”. A partir daí a Teoria da Relatividade de 1905 ficou conhecida como Teoria da Relatividade Especial (ou Restrita).

A Teoria da Relatividade Restrita foi desenvolvida em dois trabalhos, ambos publicados em 1905. Em 30 de junho, Einstein entregou para a revista *Anais da Física* o primeiro trabalho: “Sobre a Eletrodinâmica dos corpos em movimento”; e, em 27 de setembro, entregou à mesma revista o segundo trabalho: “A inércia de um corpo depende de seu conteúdo de energia?”.

Começaremos apresentando o primeiro trabalho, seguindo um costume que é usar, como Einstein fez, a palavra “luz” como sinônimo de “onda eletromagnética”.

SUGESTÃO DE LEITURA

Veja, no CD, uma pequena biografia de Albert Einstein.

2. Postulados da Teoria da Relatividade Especial

Einstein desenvolveu sua teoria a partir de dois postulados (afirmações consideradas verdadeiras sem necessidade de demonstração).

- I. Princípio da Relatividade: as leis da Física têm a mesma forma em todos os referenciais inerciais.
- II. A luz se propaga no espaço vazio com uma velocidade definida c independentemente da velocidade da fonte ou do observador.

Ao longo do trabalho, Einstein mostra como é possível fazer o Eletromagnetismo se adequar à exigência do postulado I.

Um primeiro fato importante a se destacar no postulado II é que Einstein admite que a luz pode se propagar no espaço vazio. Como ele coloca na introdução do trabalho:

A introdução de um “éter luminífero” irá se provar supérflua, uma vez que o ponto de vista a ser desenvolvido aqui não exigirá um “espaço em repouso absoluto” [...]

[STACHEL, John. *O ano miraculoso de Einstein: cinco artigos que mudaram a face da Física*. Rio de Janeiro: Editora da UFRJ, 2001. p. 144.]

Um segundo fato a destacar é que esse postulado viola as noções do senso comum. Para ver isso, voltemos ao nosso vagão movendo-se com velocidade \vec{v} em relação ao solo (fig. 2). O observador R está fixo em relação ao solo, e R' está fixo em relação ao vagão e segura uma lanterna.

Num determinado instante, R' aciona a lanterna, a qual emite um pulso de luz que se move com velocidade c em relação a R' . Se usássemos a Mecânica Clássica, diríamos que esse pulso se afasta de R (fixo no solo) com velocidade $c + v$.

Porém, de acordo com o segundo postulado de Einstein, o observador R também verá o pulso de luz se afastar com velocidade c . Tanto R como R' observam a luz se afastar com a mesma velocidade c .

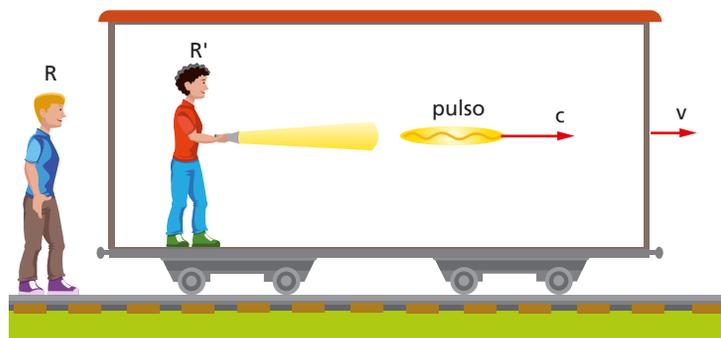


Figura 2.

Depois de enunciar os postulados, Einstein começa a fazer uma série de considerações e deduções que, aparentemente, não têm nada a ver com o Eletromagnetismo. No entanto, depois de algumas páginas, ele mostra como essa parte inicial resolve os problemas do Eletromagnetismo.

3. Relatividade do tempo

Uma primeira consequência dos postulados é que o tempo não é absoluto. Isso significa que, ao observar um fenômeno, o intervalo de tempo em que ocorreu o fenômeno depende do referencial. Para percebermos isso, analisemos um exemplo, retornando ao nosso vagão, que se move com velocidade constante \vec{v} em relação ao solo (fig. 3).

O observador R' está fixo em relação ao vagão, dentro do qual há um espelho E no teto e um dispositivo D no piso. Esse dispositivo emite um pulso de luz que se reflete no espelho e volta a D , o qual registra o intervalo de tempo entre a emissão e a recepção do pulso. Para R' esse intervalo de tempo é:

$$\Delta t' = \frac{2d'}{c} \quad (1)$$

Vejam agora como as coisas ocorrem do ponto de vista do observador R , fixo em relação ao solo (fig. 4). Para esse observador, o vagão move-se para a direita com velocidade \vec{v} , e ele vê a luz fazer o trajeto indicado na figura, em um intervalo de tempo Δt .

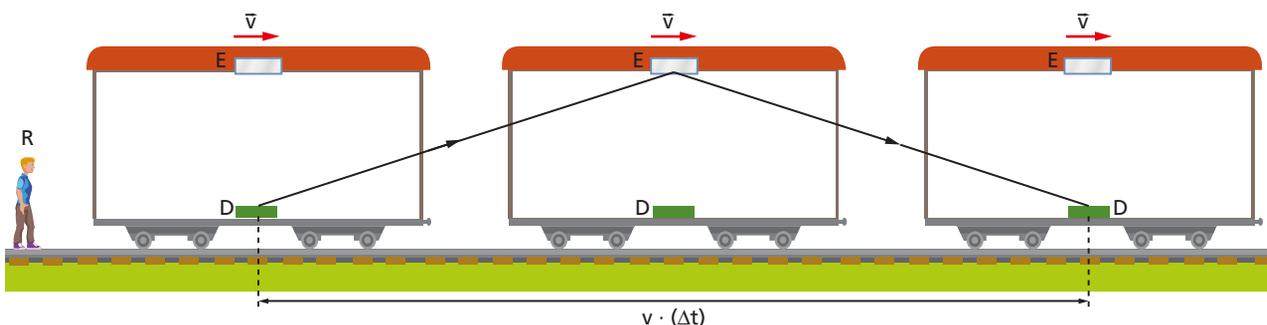


Figura 4.

Para R , o trajeto total da luz é $2d$ (fig. 5), e a velocidade da luz é c . Assim:

$$\Delta t = \frac{2d}{c} \quad (2)$$

Como $d > d'$ e a velocidade da luz tem o mesmo valor c para os dois observadores, de (1) e (2) concluímos que:

$$\Delta t > \Delta t'$$

isto é, para o mesmo fenômeno (emissão e recepção do pulso de luz), o observador R mede um intervalo de tempo maior que o medido por R' . Esse fato é conhecido pelo nome **dilatação temporal**, e o intervalo de tempo $\Delta t'$ medido no referencial no qual ocorre o fenômeno é chamado **tempo próprio**.

Das equações (1) e (2) concluímos que:

$$d' = \frac{c \cdot (\Delta t')}{2} \quad (3) \quad \text{e} \quad d = \frac{c \cdot (\Delta t)}{2} \quad (4)$$

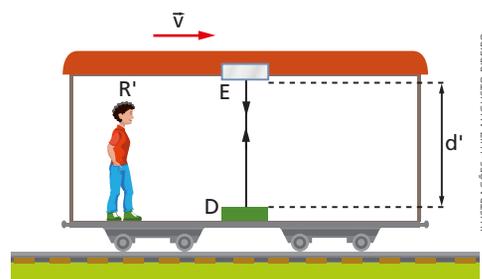


Figura 3.

ILUSTRAÇÕES: LUIZ AUGUSTO RIBEIRO

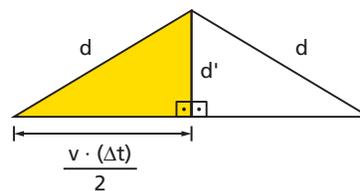


Figura 5.

Para o triângulo retângulo sombreado em amarelo na figura 5, vale o teorema de Pitágoras:

$$d^2 = (d')^2 + \left[\frac{v \cdot (\Delta t)}{2} \right]^2 \quad (5)$$

Substituindo (3) e (4) em (5), temos:

$$\begin{aligned} \left[\frac{c \cdot (\Delta t)}{2} \right]^2 &= \left[\frac{c \cdot (\Delta t')}{2} \right]^2 + \left[\frac{v \cdot (\Delta t)}{2} \right]^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow c^2 \cdot (\Delta t)^2 &= c^2 \cdot (\Delta t')^2 + v^2 \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow c^2 \cdot (\Delta t)^2 - v^2 \cdot (\Delta t)^2 = c^2 \cdot (\Delta t')^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow (c^2 - v^2) \cdot (\Delta t)^2 &= c^2 \cdot (\Delta t')^2 \Rightarrow \Delta t^2 = \frac{c^2 \cdot (\Delta t')^2}{c^2 - v^2} \Rightarrow \Delta t^2 = \frac{c^2 \cdot (\Delta t')^2}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (\Delta t)^2 = \frac{(\Delta t')^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (6)$$

Uma das conclusões da Teoria da Relatividade é que nenhum objeto material pode atingir a velocidade da luz. Portanto, $\frac{v^2}{c^2} < 1$ e $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > 1$. Assim:

$$\Delta t > \Delta t'$$

isto é, o relógio de R' atrasa em relação ao relógio de R . Porém, a situação é simétrica. Para R' é R que se move com velocidade $-\vec{v}$ e, desse modo, R' acredita que é o relógio de R que está atrasando.

Frequentemente são usadas as seguintes representações:

$$\beta = \frac{v}{c} \quad \text{e} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (\text{fator de Lorentz})$$

Desse modo, a igualdade (6) pode ser escrita como:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{ou} \quad \Delta t = \gamma (\Delta t')$$

Em nosso dia a dia lidamos com velocidades muito menores que a da luz ($v \ll c$), o que acarreta $\gamma \cong 1$ e $\Delta t \cong \Delta t'$, isto é, não percebemos a dilatação temporal. Na tabela 1 a seguir fornecemos os valores de γ para alguns valores de $\frac{v}{c}$ e o gráfico correspondente (fig. 6).

| $\beta = \frac{v}{c}$ | γ |
|-----------------------|----------|
| 0 | 1 |
| 0,1 | 1,005 |
| 0,3 | 1,048 |
| 0,6 | 1,250 |
| 0,8 | 1,667 |
| 0,9 | 2,29 |
| 0,98 | 5,025 |
| 0,99 | 7,089 |
| 0,999 | 22,37 |

Tabela 1. Valores para o fator de Lorentz em função de β .

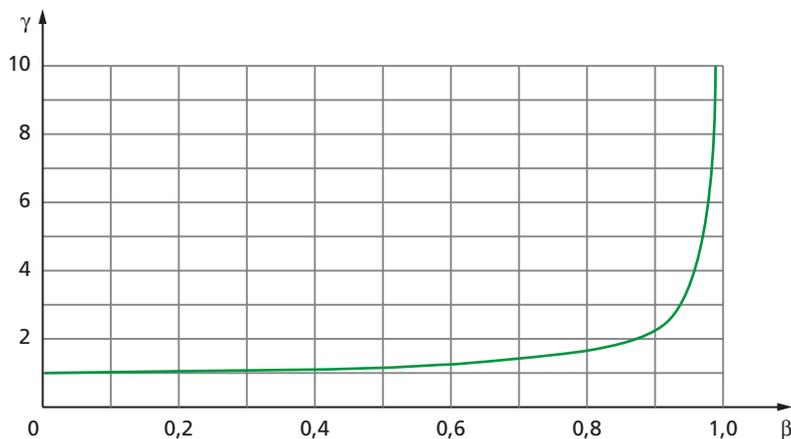


Figura 6.

Exemplo 1

O múon é uma partícula que tem uma vida muito curta. Quando produzido em repouso, num laboratório, se desintegra com uma vida média de $2,2 \cdot 10^{-6}$ s. O múon pode ser produzido na alta atmosfera como resultado da colisão de partículas dos raios cósmicos (dos quais falaremos no capítulo 22) com os núcleos dos átomos da atmosfera. Nesse caso, sabe-se que os múons se movem com velocidade:

$$v \cong 0,995c \cong 2,985 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Assim, antes de se desintegrar, um múon deveria percorrer uma distância média d' dada por:

$$d' \cong (2,985 \cdot 10^8 \text{ m/s}) \cdot (2,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}) \Rightarrow d' \cong 660 \text{ m}$$

Porém, múons produzidos a cerca de 10000 m de altitude são detectados na superfície da Terra. A explicação para esse fato é a dilatação temporal. Num referencial fixo em relação ao múon, a vida média é $\Delta t' = 2,2 \cdot 10^{-6}$ s. Em relação a um referencial fixo no solo, a vida média Δt é dada por:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\text{Nesse caso, temos: } \frac{v}{c} \cong \frac{2,985 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \cong 0,995.$$

$$\text{Assim, } \frac{v^2}{c^2} \cong (0,995)^2 \cong 0,99 \text{ e } \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cong \sqrt{1 - 0,99} \cong 0,1$$

$$\text{Portanto: } \Delta t \cong \frac{\Delta t'}{0,1} = 10 \cdot (\Delta t') \Rightarrow \Delta t = 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

Desse modo, para um observador no solo, a distância média percorrida pelo múon antes de se desintegrar é dada por:

$$d \cong (2,985 \cdot 10^8 \text{ m/s}) \cdot (2,2 \cdot 10^{-5} \text{ s}) \Rightarrow d \cong 6600 \text{ m}$$

o que está próximo dos resultados experimentais.

O paradoxo dos gêmeos

A dilatação temporal aplica-se a todos os fenômenos, inclusive os biológicos. Para ilustrar isso, suponhamos que dois irmãos gêmeos idênticos, João e Pedro, no dia 10 de janeiro do ano 2010, quando ambos tinham a idade de 25 anos, estavam se despedindo (fig. 7a), pois João, que é astronauta, iria fazer uma longa viagem.

João embarca em uma nave, que se afasta da Terra com velocidade $v = 0,96c$, sendo c a velocidade da luz. Suponhamos que, depois de um certo tempo, João inverta o sentido do movimento de sua nave e retorne à Terra com a mesma velocidade $0,96c$ (em módulo) em relação à Terra. Quando Pedro recebe a notícia de que seu irmão retornou, vai recebê-lo na pista de pouso (fig. 7b). Porém, antes de sair de casa olha o calendário e observa que é dia 10 de janeiro de 2070, isto é, passaram-se exatamente 60 anos para Pedro, que está com a idade de 85 anos. No momento do encontro, observa-se que os gêmeos já não são idênticos: João aparenta uma idade bem menor que a de Pedro. João garante que, para ele, a viagem durou 17 anos e que está com a idade de 42 anos. Vamos conferir. Nesse caso, temos $v = 0,96c$ e, portanto:

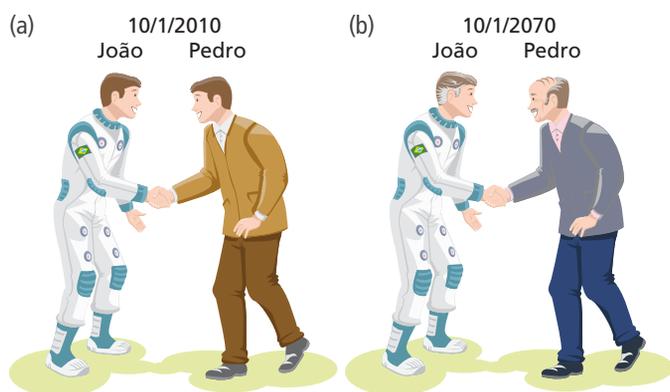


Figura 7.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0,96c}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,9216}} = \frac{1}{\sqrt{0,0784}} = \frac{1}{0,28} \cong 3,57$$

Como $\Delta t = \gamma(\Delta t')$, temos:

$$\Delta t \cong (3,57) \cdot (17 \text{ anos}) \cong 60 \text{ anos}$$

Portanto, para Pedro o relógio de João andou mais devagar que o seu.

Porém, aparentemente temos aí um paradoxo, pois na teoria afirmamos que a dilatação temporal é um fenômeno simétrico. Assim, se para Pedro foi o relógio de João que andou mais devagar, para João é o relógio de Pedro que deveria ter andado mais devagar. Nesse caso, a simetria foi quebrada pelo fato de o referencial de João não ter se mantido inercial o tempo todo: ao parar e inverter o sentido do movimento, ele sofreu aceleração.

Um experimento como o dos gêmeos é praticamente impossível de se fazer, pois não conseguimos naves que se movam com velocidades tão altas. Porém, é possível fazer um experimento análogo: um, já realizado, consistiu em usar dois relógios atômicos, que conseguem assinalar intervalos de tempos muito pequenos. Os relógios foram sincronizados e, enquanto um foi mantido no solo, o outro foi colocado dentro de um avião que se moveu por um longo período e depois retornou ao ponto de partida. Observou-se que o relógio do avião, no retorno, estava um pouco atrasado.

Cálculo aproximado de γ

Quando $v \ll c$ (v é muito menor que c) podemos calcular o valor aproximado de γ a partir da aproximação:

$$(1 + x)^n \cong 1 + nx$$

que é obtida a partir do desenvolvimento do binômio de Newton e vale para $|x| \ll 1$.

Assim, para $v \ll c$, temos $\frac{v^2}{c^2} \ll 1$ e:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \cong 1 - \frac{1}{2}\left(-\frac{v^2}{c^2}\right) \cong 1 + \frac{v^2}{2c^2}$$

Portanto, para $v \ll c$, temos:

$$\gamma \cong 1 + \frac{v^2}{2c^2}$$

Exercícios de Aplicação

- Quando um múon é observado em repouso, sua vida média é $2,2 \cdot 10^{-6}$ s. Considere um múon movendo-se com velocidade $v = 1,8 \cdot 10^8$ m/s em relação a um laboratório. Qual é a vida média desse múon, medida no laboratório?
- Depois do Sol, a estrela mais próxima da Terra é a Alfa Centauro, que está a uma distância aproximada de 4,3 anos-luz da Terra. Um astronauta embarca em uma nave espacial e dirige-se a Alfa

Centauro com velocidade $v = 0,98c$ em relação à Terra. Para o astronauta, quanto tempo durará a viagem?

- A vida média de um pión é $2,6 \cdot 10^{-8}$ s quando em repouso. Em um experimento de laboratório observou-se que um pión em movimento tem vida média de 10^{-7} s. Qual a velocidade do pión em relação ao laboratório?

Exercícios de Reforço

4. (UF-MG) Observe esta figura:



Paulo Sérgio, viajando em sua nave, aproxima-se de uma plataforma espacial, com velocidade de $0,7c$, em que c é a velocidade da luz.

Para se comunicar com Paulo Sérgio, Priscila, que está na plataforma, envia um pulso luminoso em direção à nave. Com base nessas informações, é correto afirmar que a velocidade do pulso medida por Paulo Sérgio é de:

- a) $0,7c$ c) $0,3c$
 b) $1,0c$ d) $1,7c$

5. (UF-CE) Dentre as alternativas a seguir, verifique qual corresponde ao enunciado do segundo postulado da relatividade especial de Einstein:

- a) A aceleração da luz no vácuo é sempre a mesma em qualquer sistema de referência inercial e não depende do movimento do observador ou da fonte.
 b) A velocidade da luz no ar é sempre a mesma em qualquer sistema de referência inercial e não depende do movimento do observador ou da fonte.
 c) A quantidade de movimento da luz no vácuo é variável em qualquer sistema de referência acelerado e depende do observador ou da fonte.
 d) A velocidade da luz no vácuo é sempre a mesma em qualquer sistema de referência inercial e não depende do movimento do observador ou da fonte.
 e) A aceleração da luz no éter é diferente em qualquer sistema de referência inercial e não depende do movimento do observador ou da fonte.

6. (UF-PE) Um astronauta é colocado a bordo de uma espaçonave e enviado para uma estação espacial a uma velocidade constante $v = 0,8c$, na qual c é a velocidade da luz no vácuo. No referencial da espaçonave, o tempo transcorrido entre o lançamento e a chegada na estação espacial foi de 12 meses. Qual o tempo transcorrido no referencial da Terra, em meses?

4. A relatividade do comprimento

Einstein mostrou que os comprimentos também são afetados pelo movimento.

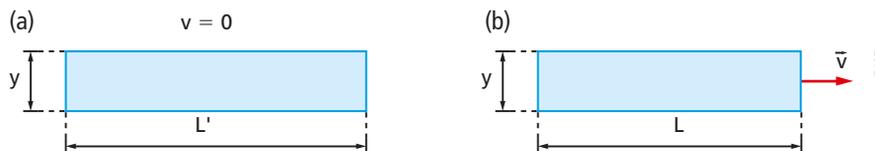


Figura 8.

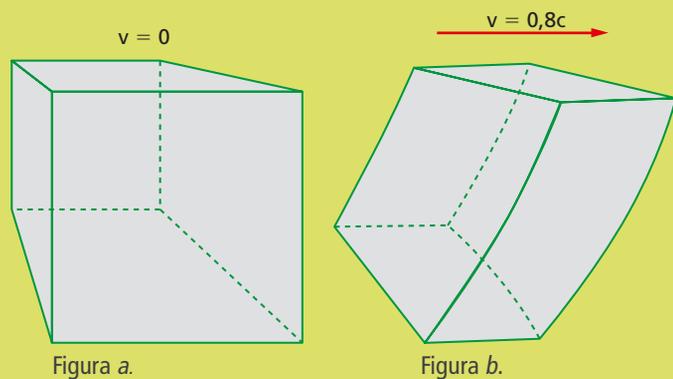
Na figura 8a mostramos uma barra que tem comprimento L' quando está em repouso em relação a um referencial. Suponhamos que a barra adquira uma velocidade \vec{v} , cuja direção é a mesma em que o comprimento foi medido (fig. 8b), em relação ao mesmo referencial. Nesse caso, para esse referencial o comprimento da barra será:

$$L = L' \cdot \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right) \quad (7)$$

Como $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1$, teremos $L < L'$. Esse fenômeno é chamado **contração do comprimento** e L' é chamado **comprimento próprio**, isto é, comprimento próprio é o comprimento no referencial em que a barra está em repouso. Observe que a distância y não sofreu alteração.

OBSERVAÇÃO

A contração de comprimento dada pela equação (7) pode ser percebida por meio de medidas. No entanto, o aspecto visual é outra coisa. A imagem formada na retina de um observador (ou no filme de uma máquina fotográfica) é constituída de raios de luz que chegam praticamente ao mesmo tempo à retina (ou ao filme), mas partiram do objeto em momentos diferentes. A consequência disso é que a imagem vista (ou fotografada) é levemente distorcida. Uma simulação feita em computador por G. D. Scott e M. R. Viner mostra que o aspecto visual é o da figura *b*. A descrição dessa simulação foi publicada no *American Journal of Physics*, em 1965 (33, 534).



5. Composição de velocidades

Na figura 9 representamos uma partícula *P* que se move com velocidade v' em relação a um referencial R' , o qual se move com velocidade w em relação a outro referencial, R . Os eixos dos dois sistemas são paralelos, e as velocidades w e v' têm a mesma direção dos eixos x e x' .

Se v a velocidade de *P* em relação a R , de acordo com o que vimos no estudo da Composição de Movimentos (capítulo 10 do volume 1 desta coleção), temos:

$$v = v' + w \text{ (classicamente)}$$

No entanto, essa equação só vale (aproximadamente) para situações em que as velocidades são muito pequenas em comparação com a velocidade da luz. Einstein mostrou que a equação relativística é:

$$v = \frac{v' + w}{1 + \frac{v'w}{c^2}} \quad (8) \text{ (relativisticamente)}$$

Ao usarmos a equação (8), consideramos cada velocidade como positiva ou negativa, conforme seu sentido concorde ou não com o sentido dos eixos x e x' .

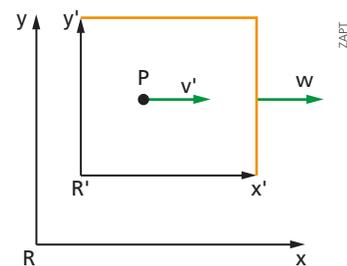
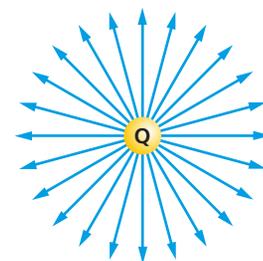
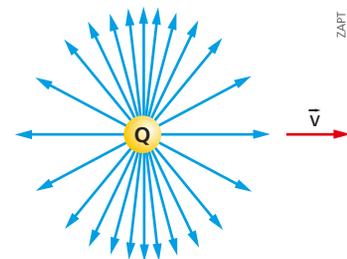


Figura 9.



(a) *Q* em repouso.



(b) *Q* se move com $v = 0,8c$.

Figura 10. Campo elétrico produzido por uma carga puntiforme.

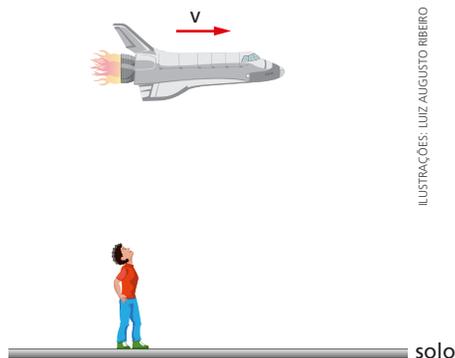
6. O campo elétrico e o campo magnético

No capítulo 11 vimos que o campo elétrico produzido por uma carga puntiforme *Q* tem intensidade dada por $E = K_0 \cdot \frac{|Q|}{d^2}$ e as linhas de força desse campo têm uma distribuição simétrica em torno de *Q*, como mostra a figura 10a para o caso $Q > 0$.

Porém, Einstein mostrou que isso só vale se a carga estiver em repouso ($v = 0$). Se a carga estiver em movimento, o campo elétrico é calculado por uma fórmula diferente da mencionada acima e a distribuição das linhas de força é alterada, como ilustra a figura 10b, para o caso em que a carga se move com velocidade de módulo $v = 0,8c$. O campo magnético produzido pela carga também depende da velocidade. Assim, os campos se transformam de tal modo que nos vários referenciais inerciais produzirão a mesma força atuando em uma carga qualquer.

Exercícios de Aplicação

7. Uma nave, quando em repouso em relação ao solo, mede 100 metros. Se essa nave estiver movimentando-se paralelamente ao solo, com velocidade $v = 1,3 \cdot 10^8$ m/s, qual será seu comprimento, medido por um observador fixo em relação ao solo?



8. Duas naves espaciais, A e B , movem-se sobre a mesma reta e no mesmo sentido, como ilustra a figura, com velocidades \vec{v}_A e \vec{v}_B em relação à Terra.

Sabe-se que $v_B > v_A$ e $v_A = 0,40c$. A velocidade de B em relação a A tem módulo $0,50c$. Calcule o valor de v_B .



9. Duas naves espaciais A e B estão se aproximando da Terra, como ilustra a figura, com velocidades, em relação à Terra, de módulos $0,80c$ e $0,60c$, respectivamente. Calcule o módulo da velocidade de B em relação a A .



Exercícios de Reforço

10. (Udesc-SC) Uma espaçonave passa sobre a Terra com velocidade igual a $0,80c$, sendo c a velocidade da luz no vácuo. O tripulante observa a pista de pouso de um aeroporto – orientada paralelamente à direção do movimento da nave – que, medida segundo o referencial da Terra, possui comprimento L_0 . O comprimento da pista observado pelo tripulante será:

- 60% maior que L_0 .
- igual a L_0 .
- 40% menor do que L_0 .
- 80% maior que L_0 .
- 36% menor do que L_0 .

11. (UF-CE) Um avião militar “relativístico” voa com uma velocidade constante de $0,9c$, onde c é a velocidade da luz no vácuo. Esse avião dispara um míssil. O piloto observa que o míssil se afasta do avião com uma velocidade de $0,6c$. No mesmo instante, um feixe de *laser* é disparado em relação ao avião com uma velocidade c . Verifique a alternativa que apresenta, respectivamente, os valores da velocidade do míssil e da velocidade do feixe de *laser* percebidos por um observador em um referencial estacionário.

- c e c
- $0,97c$ e c
- $1,50c$ e c
- $1,50c$ e $1,90c$
- $0,30c$ e $0,10c$

7 O efeito Doppler

No estudo das ondas (volume 2 desta coleção), abordamos o efeito Doppler, que consiste em uma percepção de frequência diferente da frequência emitida por uma fonte de ondas, quando a fonte ou o observador (ou ambos) se movimentam. Naquela oportunidade, apresentamos a fórmula apenas para o caso das ondas mecânicas, que não vale para as ondas eletromagnéticas, pois estas têm um comportamento especial explicado pela Teoria da Relatividade.

PROCURE NO CD

No CD, apresentamos a fórmula para as ondas eletromagnéticas.

8. Massa e quantidade de movimento

No capítulo 17, descrevemos o experimento de Thomson, realizado em 1897, por meio do qual ele determina a razão $\frac{|q|}{m}$ (módulo da carga/massa) para o elétron. No experimento de Thomson, os elétrons tinham velocidades pequenas em comparação com a velocidade da luz. Porém, em 1900, o físico húngaro-alemão Philipp Lenard (1862-1947) repetiu o experimento de Thomson usando elétrons de várias velocidades, que chegavam a $0,3c$. O resultado foi surpreendente: a razão $\frac{|q|}{m}$ diminuía à medida que a velocidade aumentava. Comparando elétrons lentos com elétrons que tinham velocidade $0,3c$, a diferença chegava a 5%. Inicialmente, esse fato foi encarado com ceticismo. Pensou-se que, talvez, Lenard não tivesse sido muito cuidadoso em seus experimentos.

Em 1901, o alemão Walter Kaufmann (1871-1947) resolveu medir $\frac{|q|}{m}$ usando uma fonte de elétrons diferente dos raios catódicos. Ele usou um fato recentemente descoberto (e que estudaremos no capítulo 22): os núcleos de alguns átomos emitem elétrons com velocidades que chegam a $0,9c$. Ele observou que, à velocidade de $0,9c$, a razão $\frac{|q|}{m}$ era menos da metade do valor obtido para elétrons lentos.

Agora não havia dúvida: a razão $\frac{|carga|}{massa}$ diminuía com o aumento da velocidade.

Pensou-se em duas possibilidades para explicar o fato:

- 1ª) O módulo de q diminui com o aumento da velocidade.
- 2ª) A massa m aumenta com o aumento da velocidade.

Qual das duas ocorreria? A solução definitiva foi dada por Einstein, em 1905. Porém, antes de apresentar a solução de Einstein, convém comunicar uma divergência que ocorre entre os físicos atualmente.

Ao apresentar seu trabalho, Einstein usou um conceito de massa que foi adotado por todos os físicos até meados da década de 1960. A partir desse momento, alguns físicos passaram a usar um conceito de massa diferente do adotado por Einstein. É importante conhecer os dois conceitos, pois, em livros diferentes, é possível encontrar conceitos diferentes. Porém, como as provas em geral usam o conceito de Einstein, vamos apresentá-lo em primeiro lugar e, mais adiante, apresentaremos o outro.

A solução de Einstein

Einstein mostrou que a carga elétrica de uma partícula não varia com a velocidade: em qualquer referencial inercial a carga é a mesma. O que varia com a velocidade é a massa: quanto maior a velocidade, maior a massa. Porém, quando a massa de um corpo aumenta (pelo aumento da velocidade), não é a quantidade de matéria do corpo que aumenta, mas sim sua inércia, isto é, quanto maior a velocidade do corpo, maior a dificuldade de acelerá-lo.

A massa que um corpo tem quando está em repouso foi chamada **massa de repouso**, e vamos representá-la por m_0 . Mas, se um corpo tem velocidade v , como calcular sua massa? Em primeiro lugar, vamos ver a resposta para um movimento retilíneo.

Movimento retilíneo

Suponhamos um corpo de massa de repouso m_0 , inicialmente em repouso (no instante $t = 0$) em relação a um referencial inercial. Nesse instante, aplicamos sobre o corpo uma força horizontal \vec{F} , como mostra a figura 11. Nesse instante, a aceleração a_0 do corpo poderia ser determinada pela Segunda Lei de Newton:

$$F = m_0 \cdot a_0 \Rightarrow a_0 = \frac{F}{m_0} \quad \textcircled{9}$$

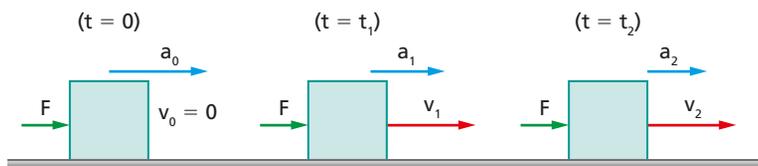


Figura 11. Embora a força seja constante, a aceleração diminui e a velocidade aumenta, sem nunca poder atingir o valor $v = c$.

A velocidade v num instante qualquer poderia ser calculada por:

$$v = v_0 + a_0 t = a_0 t \quad (10)$$

Em resumo, supondo válidas as leis de Newton, a aceleração seria constante e dada pela equação (9) e a velocidade seria dada pela equação (10).

Porém, a experiência mostra que a aceleração não se mantém constante e a velocidade não obedece à equação (10). Quando as velocidades são “pequenas” (o que acontece na maioria das experiências do dia a dia), esse efeito não é percebido. Porém, quando as velocidades são comparáveis à velocidade da luz no vácuo ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s), observa-se que a aceleração vai diminuindo (fig. 11) e a velocidade aumenta de maneira diferente da prevista por Newton (fig. 12): há um valor limite, que é a velocidade da luz no vácuo.

Para $t > 0$, a relação entre \vec{F} e \vec{a} é dada por uma equação diferente da que vimos para a Segunda Lei de Newton:

$$\vec{F} = \frac{m_0}{\left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)^3} \cdot \vec{a} \quad (11)$$

Usando o fator de Lorentz (γ), a equação anterior pode ser escrita:

$$\vec{F} = \gamma^3 m_0 \cdot \vec{a} \quad (12)$$

sendo $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

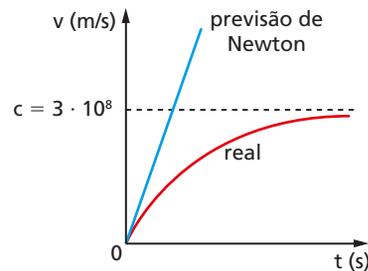


Figura 12.

Movimento circular e uniforme

Num movimento circular e uniforme, a aceleração é centrípeta, cujo módulo é dado por $a = \frac{v^2}{R}$ (fig.13). Para este caso, a relação entre \vec{F} e \vec{a} é:

$$\vec{F} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \vec{a} \quad (13) \quad \text{ou} \quad \vec{F} = \gamma m_0 \cdot \vec{a} \quad (14)$$

Movimento curvo qualquer

Consideremos agora um movimento curvo qualquer. Como vimos no estudo da Mecânica (volume 1 desta coleção), a força resultante \vec{F} pode ser decomposta em uma componente \vec{F}_t , tangente à trajetória, e outra \vec{F}_n , normal à trajetória (fig. 14). A aceleração \vec{a} também pode ser decomposta nas componentes \vec{a}_t e \vec{a}_n .

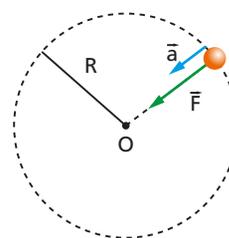


Figura 13.

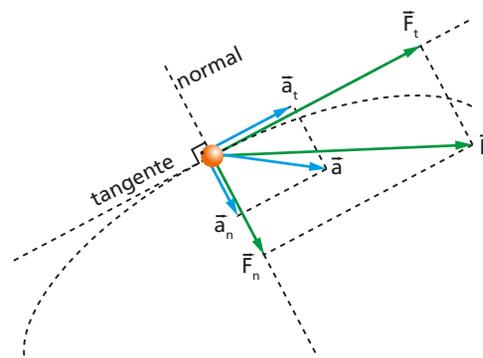


Figura 14.

ILUSTRAÇÕES: ZAPET

A equação que liga \vec{F}_t e \vec{a}_t é idêntica à equação (12), e a equação que liga \vec{F}_n e \vec{a}_n é idêntica à equação (14):

$$\vec{F}_t = \gamma^3 m_0 \cdot \vec{a}_t \quad (15)$$

$$\vec{F}_n = \gamma m_0 \cdot \vec{a}_n \quad (16)$$

Os coeficientes de \vec{a}_t e \vec{a}_n são diferentes, e a consequência disso é que, nesse caso, a força resultante \vec{F} e a aceleração \vec{a} não têm a mesma direção (veja a fig. 14). Portanto, para esse caso **não** conseguimos escrever uma equação do tipo:

$$\text{(força resultante)} = \text{(massa)} \cdot \text{(aceleração)}$$

Em um trecho do trabalho de Einstein, ele explica que se quisermos preservar a equação:

$$\text{força} = \text{(massa)} \cdot \text{(aceleração)}$$

as equações anteriores levam às definições:

$$m_L = \text{massa longitudinal} = \gamma^3 m_0$$

$$m_T = \text{massa transversal} = \gamma m_0$$

Na realidade esses nomes hoje não são mais usados, mas nos mostram que não conseguimos atribuir uma única massa a um corpo de modo a preservar a equação:

$$F_{\text{resultante}} = \text{(massa)} \cdot \text{(aceleração)}$$

Apesar disso, foi definida uma **massa relativística** de um modo que veremos a seguir.

Quantidade de movimento

A Teoria da Relatividade mostrou que, para manter o Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento, é necessário definir a **quantidade de movimento** (ou **momento linear**) \vec{Q} de um corpo por:

$$\vec{Q} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \vec{v} \quad (17)$$

ou

$$\vec{Q} = \gamma m_0 \cdot \vec{v} \quad (18)$$

Para que a quantidade de movimento relativístico continuasse a ser dada por uma equação idêntica à que vale para a Física Clássica, resolveu-se chamar a grandeza γm_0 de **massa relativística** m :

$$m = \text{massa relativística} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0 \quad (19)$$

Assim, a equação (18) pode ser escrita:

$$\vec{Q} = m\vec{v} \quad (20)$$

Observe que a massa relativística coincide com a massa transversal.

No caso geral, a Segunda Lei de Newton **não** vale na forma:

$$\text{(força resultante)} = \text{(massa)} \cdot \text{(aceleração)}$$

porém vale na forma que originalmente aparece no trabalho de Newton e que comentamos no estudo da Mecânica, no volume 1:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{Q}}{\Delta t} \quad (21)$$

Antes de terminar, é importante destacar que não é necessário memorizar todas as equações apresentadas neste item. Contamos essa longa história para que você entenda a origem dos conceitos. Só é necessário memorizar as fórmulas da massa relativística (equação 19) e da quantidade de movimento (equação 20), que você já conhecia.

Exercícios de Aplicação

12. A massa de repouso de um elétron é $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg. Se a velocidade do elétron for $v = 0,800c$, calcule:
- sua massa relativística;
 - o módulo de sua quantidade de movimento.

13. Um corpo está inicialmente em repouso. Calcule a velocidade que deve ter esse corpo para que a massa sofra um aumento de 60% em relação à massa de repouso.

9. Massa e energia

Entre o grande público, o aspecto mais conhecido da Teoria da Relatividade é, sem dúvida, a equação:

$$E = mc^2$$

que relaciona a massa m com a energia E .

O significado dessa equação, contudo, é bem mais complexo do que pode parecer à primeira vista. Antes de considerá-la, vamos analisar o significado de uma equação parecida com ela:

$$\Delta E = (\Delta m) \cdot c^2$$

Como foi dito, Einstein introduziu a Teoria da Relatividade em seu trabalho "Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento", escrito em junho de 1905. Em setembro do mesmo ano, ele publicou mais um pequeno trabalho, complementando o anterior, intitulado "A inércia de um corpo depende de seu conteúdo de energia?".

Nesse trabalho, ele mostrou que a **massa inercial** de um corpo varia toda vez que esse corpo ganha ou perde energia, qualquer que seja o tipo de energia. Se um corpo receber uma quantidade de energia ΔE , sua massa inercial terá um aumento Δm dado por:

$$\Delta E = (\Delta m) \cdot c^2 \quad (22)$$

Assim, quando um corpo recebe calor, sua massa aumenta, e quando ele perde calor, sua massa diminui. Do mesmo modo, se comprimirmos uma mola, que estava inicialmente com seu comprimento natural, ela ganhará energia potencial elástica e, portanto, sua massa aumentará.

Nas aulas de Química você deve ter aprendido a Lei de Conservação da Massa de Lavoisier. Segundo essa lei, a massa total dos reagentes é igual à massa total dos produtos de uma reação química. Agora sabemos que essa igualdade é aproximada, pois durante uma reação química em geral há absorção ou liberação de calor (ou luz) para o ambiente. Desse modo, há uma variação de massa.

Porém, como ocorreu no exemplo anterior, essa variação de massa é tão pequena que as balanças não conseguem determiná-la. Só foi possível verificar a validade da equação de Einstein quando os físicos conseguiram analisar as transformações com os núcleos dos átomos, pois, durante essas transformações, as variações de massa são muito maiores do que as que ocorrem numa reação química e, assim, podem ser mais facilmente percebidas. É importante ressaltar que no interior do núcleo há dois tipos de **energia potencial**: a **energia potencial elétrica**, devida à repulsão elétrica entre os prótons, e a **energia potencial nuclear**, correspondente à força nuclear que mantém os componentes do núcleo unidos.

Conversão ou variações proporcionais?

Quando a equação $\Delta E = (\Delta m) \cdot c^2$ é comentada em artigos publicados em jornais ou revistas, frequentemente lemos frases do tipo: "A energia pode ser convertida em massa e vice-versa". Essa frase, porém, não está correta. **Não** há conversão de energia em massa (ou vice-versa). Vejamos por quê.

Em primeiro lugar, a massa não é uma "coisa", mas sim uma propriedade, é uma medida da inércia. Portanto, não pode ser convertida (transformada) em nada.

Em segundo lugar, quando há conversão, algo deve desaparecer para dar lugar a outra coisa. No entanto, quando fornecemos energia a um corpo, ela não desaparece, continua lá, como energia.

Consideremos, por exemplo, o caso da compressão de uma mola. Ao comprimirmos a mola, fornecemos a ela uma energia que fica armazenada na forma de energia potencial elástica, ela não desaparece. Então, por que essa energia produz um aumento de massa da mola?

A energia produz aumento da massa porque tem inércia, isto é, a energia tem massa.

Por isso, um dos trabalhos de Einstein sobre a relação entre massa e energia, publicado em 1907, tinha o seguinte título: "Sobre a inércia da energia, como consequência do princípio de relatividade".

Outra noção frequente que também deve ser evitada é a da equivalência entre massa e energia, pois ela dá uma ideia de igualdade entre massa e energia, o que não é verdade. A massa inercial mede a inércia de um corpo, isto é, sua resistência a mudanças de velocidade, enquanto a energia representa, numa definição simplificada, a capacidade de realizar trabalho.

O que podemos dizer, então, é que a equação de Einstein exprime uma proporcionalidade entre os valores numéricos das variações de massa e energia.

O equívoco com a palavra conversão tem como origem o fenômeno que comentaremos a seguir.

10. Matéria e radiação

De acordo com a Física Clássica, as ondas eletromagnéticas se propagam de maneira contínua. No entanto, de acordo com a Mecânica Quântica, as ondas eletromagnéticas se propagam na forma de partículas denominadas **fótons**.

Cada fóton tem uma quantidade de energia que depende da frequência da onda eletromagnética, como veremos no próximo capítulo. Aqui, para simplificar os termos empregados, chamaremos uma onda eletromagnética de **radiação**.

Às vezes, um fóton (representado por γ), ao passar próximo do núcleo de um átomo, transforma-se em duas partículas (fig. 15): um **elétron** (e^-) e um **pósitron** (e^+). O pósitron é uma partícula que tem a mesma massa de repouso do elétron, mas carga positiva:

$$\text{carga do pósitron} = +e$$

$$\text{carga do elétron} = -e$$

Nesse processo, que é chamado **produção de pares** (ou criação de pares), ocorrem dois fenômenos interessantes. Em primeiro lugar, há a transformação de radiação (fóton) em matéria (elétron + pósitron). Em segundo lugar, observamos que a carga elétrica é conservada. Antes da transformação a carga elétrica é nula, pois a carga do fóton é nula. Ao final do processo a carga total continua nula:

$$\begin{array}{l} \text{transformação: } \gamma \rightarrow e^- + e^+ \\ \text{carga: } \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \quad \quad 0 = (-e) + (+e) \end{array}$$

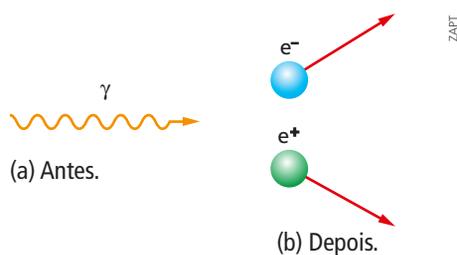


Figura 15. Transformação de um fóton (γ) em um elétron (e^-) e um pósitron (e^+).

O elétron é uma partícula estável, mas o pósitron tem vida curta. Rapidamente ele encontra outro elétron (fig. 16), e dessa colisão resultam dois fótons, isto é, temos transformação de matéria em radiação. Note que, novamente, há conservação da carga elétrica.

Nesses dois casos podemos dizer que houve conversão, pois algo desapareceu dando origem a outra coisa.

Durante o século XX, os físicos constataram que para cada partícula existe uma antipartícula, de modo que, ao se encontrarem, se aniquilam, isto é, transformam-se em radiação. Quando isso ocorre, a equação $\Delta E = (\Delta m) \cdot c^2$ pode ser usada para relacionar a energia da radiação com a massa da matéria.

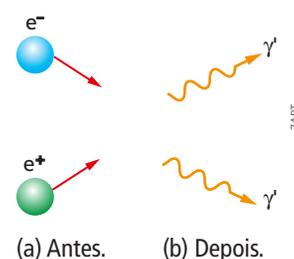


Figura 16. A energia do fóton γ , utilizado na produção de pares, é o dobro da energia de cada fóton γ' , produzido na aniquilação.

11. A equação $E = m \cdot c^2$

Consideremos um corpo em repouso. Sendo m_0 sua massa de repouso, podemos dizer que ele tem um **conteúdo energético** E_0 dado por:

$$E_0 = m_0 \cdot c^2 \quad (23)$$

e que também é chamado **energia de repouso**. Esse conteúdo energético é a soma de todas as energias armazenadas no interior do corpo com a energia da radiação, que pode ser obtida pela conversão de suas partes materiais. Obviamente, esse conteúdo energético não inclui energias potenciais que esse corpo poderá ter se estiver sob a ação de campos externos.

Energia cinética

No estudo da Mecânica (volume 1 desta coleção) vimos que a energia cinética de um corpo de massa m_0 e velocidade v é calculada por:

$$E_c = \frac{1}{2} m_0 \cdot v^2 \quad (24)$$

No entanto essa equação só é aproximadamente válida quando v é muito menor do que c . Se v for "grande", a equação (24) não será válida, mesmo que considerássemos m como a massa relativística. É possível mostrar que a energia cinética relativística é dada por:

$$E_c = (m - m_0) \cdot c^2 \quad (25)$$

em que m é a massa relativística. Da equação (25) tiramos:

$$\underbrace{m_0 c^2}_{E_0} + E_c = \underbrace{m c^2}_E$$

ou:

$$E_0 + E_c = E$$

Supondo-se que o corpo esteja livre de campos externos, a soma $E_0 + E_c$ representa a energia total do corpo. Assim, para a partícula livre, a energia total E é dada por:

$$E = m c^2 \quad (26)$$

em que m é a massa relativística.

Vamos agora mostrar que, para velocidades pequenas em comparação com a velocidade da luz, a equação (26) reduz-se à equação clássica $E_c = \frac{1}{2} m_0 \cdot v^2$.

Para tanto, vamos modificar a equação (25), lembrando que $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

Então:

$$E_c = (m - m_0) \cdot c^2 = m \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2 = \frac{m_0 \cdot c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 \cdot c^2 \Rightarrow E_c = m_0 \cdot c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \quad (27)$$

No item 3 (página 412) deste capítulo vimos que, para $v \ll c$, temos:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cong 1 + \frac{v^2}{2c^2}$$

Substituindo na equação (27):

$$E_c \cong m_0 \cdot c^2 \left[\left(1 + \frac{v^2}{2c^2} \right) - 1 \right] \cong m_0 \cdot c^2 \cdot \frac{v^2}{2c^2} \cong \frac{1}{2} m_0 \cdot v^2$$

Relação entre energia e quantidade de movimento

Vimos que a energia total e a quantidade de movimento de uma partícula livre são dadas por:

$$E = mc^2 = \frac{m_0 \cdot c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{e} \quad \vec{Q} = m \cdot \vec{v}$$

Assim:

$$\begin{aligned} E^2 &= (mc^2)^2 = m^2c^4 = m^2c^2 (c^2) = m^2c^2 \left(c^2 + \underbrace{v^2 - v^2}_0 \right) = \\ &= \underbrace{m^2c^2v^2}_{Q^2c^2} + m^2c^2 (c^2 - v^2) = Q^2c^2 + m^2c^4 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = \\ &= Q^2c^2 + \frac{m_0^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot c^4 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = Q^2c^2 + m_0^2 \cdot c^4 \end{aligned}$$

$$E^2 = Q^2c^2 + m_0^2c^4 \quad (28)$$

A equação (28) é **útil** na resolução de alguns problemas.

Unidades de massa e energia

Os físicos usam com frequência unidades de massa e energia que não pertencem ao SI. Uma delas você já viu no capítulo 12: o **elétron-volt (eV)**, que é igual à energia adquirida por um elétron quando submetido a uma diferença de potencial de 1 volt:

$$1 \text{ eV} = 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

São também muito usados os seguintes múltiplos decimais do eV:

$$1 \text{ keV} = 10^3 \text{ eV}; 1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}; 1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}; 1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$$

A partir da equação de Einstein $E = mc^2$, temos:

$$E = mc^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2}$$

$$\text{unidade de massa} = \frac{\text{unidade de energia}}{\text{unidade de } c^2}$$

Assim, se usarmos a energia em MeV, podemos expressar a massa em $\frac{\text{MeV}}{c^2}$.

Se considerarmos o valor mais preciso de c :

$$c = 2,9979246 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

obtemos:

$$1 \frac{\text{MeV}}{c^2} = \frac{10^6 \text{ eV}}{c^2} = \frac{10^6 (1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ J})}{(2,9979246 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \frac{\text{MeV}}{c^2} = 1,7826626 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

A relação inversa é:

$$1 \text{ kg} = \frac{1 \frac{\text{MeV}}{c^2}}{1,7826626 \cdot 10^{-30}} = 5,6095865 \cdot 10^{29} \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

Além do $\frac{\text{MeV}}{c^2}$, às vezes, são também usadas as unidades de massa: $\frac{\text{eV}}{c^2}$, $\frac{\text{GeV}}{c^2}$ e $\frac{\text{TeV}}{c^2}$.

12. A polêmica da massa

Até agora apresentamos a posição do primeiro grupo de físicos, que consideram os conceitos de **massa de repouso** (m_0) e **massa relativística** (m).

Porém, há um segundo grupo, que não aceita o conceito de massa relativística. Para eles, só existe uma massa, que é a massa de repouso do primeiro grupo e que eles representam simplesmente por m . Para eles, a energia de repouso da partícula livre é:

$$E_0 = mc^2$$

e a energia total é dada por:

$$E = \gamma mc^2$$

Assim, eles representam a energia cinética por:

$$E_c = E - E_0 \Rightarrow E_c = \gamma mc^2 - mc^2 \Rightarrow E_c = mc^2 (\gamma - 1)$$

Como já dissemos, a maioria das provas segue a orientação do primeiro grupo, mas, às vezes, aparecem questões que usam a orientação do segundo grupo (por exemplo, veja o exercício 28).

13. Teoria da Relatividade Geral

Na Teoria da Relatividade Especial (também chamada Relatividade Restrita), Einstein analisa as leis da Física em referenciais inerciais. Em 1915, ele apresenta sua Teoria da Relatividade Geral, em que analisa as leis da Física em referenciais acelerados e desenvolve uma nova teoria da gravitação. Vamos aqui comentar apenas dois fatos sobre essa teoria da gravitação.

Para explicar a atração gravitacional entre corpos, Einstein abandona a noção newtoniana de força e introduz a noção de espaço curvo.

Para Einstein, os corpos produzem em torno de si uma curvatura do espaço, sendo que, quanto maior a massa do corpo, maior será a curvatura. Podemos fazer uma analogia com a situação representada na figura 17. Nela temos uma bola de ferro B colocada sobre uma superfície elástica. A bola de ferro deforma a superfície de modo que o corpo C vai em direção a B não porque haja uma força de atração, mas sim porque segue a linha do espaço curvo.

A teoria de Einstein previa que a luz também seria atraída pelos corpos, mas esse efeito seria pequeno e, assim, só poderia ser observado quando a luz passasse perto de corpos de massas muito grandes. Pensou-se então em verificar se a luz emitida por uma estrela (fig. 18) sofreria desvio ao passar perto do Sol.

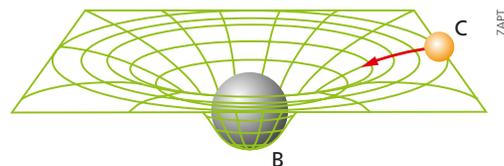


Figura 17.

Havia, porém, uma dificuldade: só vemos o Sol durante o dia, mas a luz do Sol não nos deixa ver a luz da estrela. A saída era fazer a observação durante um dia em que houvesse eclipse total do Sol.

No dia 19 de maio de 1919, houve um eclipse do Sol. Duas equipes de astrônomos, comandadas pelo físico inglês Arthur Stanley Eddington (1882-1944), foram enviadas para dois pontos onde o eclipse seria total: a cidade de Sobral, no Ceará, e a ilha de Príncipe (África Ocidental). A equipe de Sobral foi mais feliz, pois na ilha de Príncipe o céu estava um pouco encoberto. A previsão de Einstein foi confirmada.

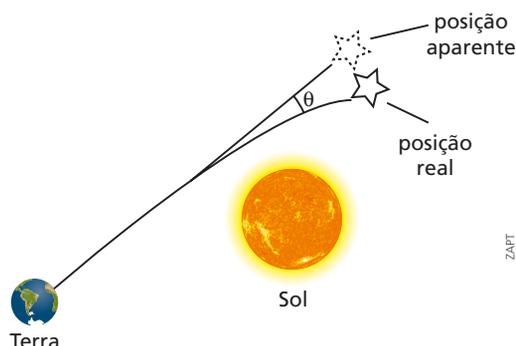


Figura 18.

Exercícios de Aplicação

14. Suponhamos que um bloco de prata tenha massa $m_0 = 100 \text{ kg}$ à temperatura $\theta_0 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$. Vamos agora fornecer a esse bloco uma quantidade de calor Q que faça sua temperatura subir até $\theta = 530 \text{ }^\circ\text{C}$. Consultando uma tabela de calores específicos, obtemos o calor específico da prata $c = 230 \text{ J/kg} \cdot \text{ }^\circ\text{C}$. Calcule a massa inercial do bloco à temperatura de $530 \text{ }^\circ\text{C}$.

Resolução:

Como vimos no estudo da Calorimetria (volume 2), temos:

$$Q = m_0 \cdot c \cdot \Delta\theta$$

$$Q = (100 \text{ kg})(230 \text{ J/kg} \cdot \text{ }^\circ\text{C})(530 \text{ }^\circ\text{C} - 30 \text{ }^\circ\text{C}) \Rightarrow Q = 115 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Portanto, a quantidade de energia recebida pelo bloco foi:

$$\Delta E = Q = 115 \cdot 10^5 \text{ J}$$

A variação de massa inercial (Δm) sofrida pelo bloco é calculada pela equação de Einstein:

$$\Delta E = (\Delta m) \cdot c^2 \Rightarrow \Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{115 \cdot 10^5 \text{ J}}{(3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2} \Rightarrow \Delta m \cong 13 \cdot 10^{-11} \text{ kg}$$

Deixando de lado os cuidados com os algarismos significativos, temos:

$$\Delta m \cong 0,00000000013 \text{ kg}$$

É uma variação tão pequena que nenhuma balança poderia obtê-la. Porém, essa variação existe, e a nova massa inercial do bloco é:

$$m = m_0 + \Delta m \cong 100 \text{ kg} + 0,00000000013 \text{ kg} \cong 100,00000000013 \text{ kg}$$

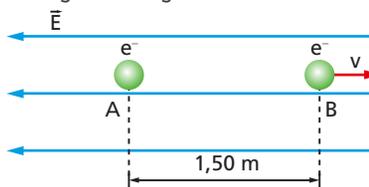
15. Uma mola cuja constante elástica é $5,0 \cdot 10^3 \text{ N/m}$ é comprimida em 10 cm . Qual o acréscimo de massa sofrido pela mola?

16. Um próton, cuja massa de repouso é $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ move-se à velocidade de $1,8 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Para esse próton, calcule:

- a) a massa relativística;
- b) a energia cinética;
- c) a energia de repouso;
- d) a energia total.

17. Consideremos uma partícula que se move com velocidade v tal que sua energia cinética é igual à sua energia de repouso. Calcule a razão $\frac{v}{c}$.

18. Um elétron é abandonado em um ponto A , dentro de uma região onde há um campo elétrico uniforme de intensidade $E = 6,00 \cdot 10^4 \text{ V/m}$, como ilustra a figura a seguir.



Despreze o peso do elétron e adote:

massa de repouso do elétron = $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$,
 velocidade da luz no vácuo = $3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ e
 carga do elétron = $1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Calcule:

- a) a diferença de potencial entre os pontos A e B ;
- b) o trabalho da força elétrica que atua no elétron, entre os pontos A e B ;
- c) a energia cinética do elétron ao atingir B ;
- d) a massa relativística do elétron no ponto B ;
- e) a energia total do elétron (sem considerar a energia potencial) no ponto B ;
- f) a velocidade do elétron no ponto B ;
- g) a quantidade de movimento (momento linear) do elétron no ponto B .

19. Uma partícula cuja energia de repouso é E_0 e cuja energia total é E move-se com velocidade v . Determine a razão $\frac{v}{c}$ em função de E e E_0 .
20. Uma partícula move-se com velocidade v de modo que sua energia total é E e seu momento linear é \vec{Q} . Podemos então afirmar que:
- a) $Q = \frac{v}{Ec^2}$ c) $\frac{E}{v} = Qc^2$ e) $E = \frac{Q}{vc^2}$
 b) $Q = \frac{Ev}{c^2}$ d) $\frac{Q}{v} = Ec^2$
21. Determine a velocidade de uma partícula cuja energia total é $9,90 \cdot 10^{-10}$ J e cujo momento linear tem módulo $26,4 \cdot 10^{-19}$ kg · m/s.
22. Um elétron, cuja massa de repouso é $0,511 \frac{\text{MeV}}{c^2}$, é acelerado até que sua energia cinética seja 2,009 MeV. Calcule:

- a) a energia total do elétron em MeV e J;
 b) a velocidade do elétron.

23. Considere uma partícula cuja massa de repouso é m_0 e cuja energia cinética é E_c . Sendo γ o fator de Lorentz, podemos afirmar que:

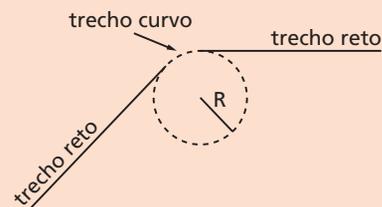
- a) $E_c = \frac{m_0 \cdot c^2}{\gamma}$ d) $E_c = m_0 \cdot \gamma - c^2$
 b) $E_c = \frac{m_0 \cdot c^2}{\gamma - 1}$ e) $E_c = \frac{m_0 \cdot c^2}{1 - \gamma}$
 c) $E_c = m_0 \cdot c^2(\gamma - 1)$

24. Determine a velocidade de uma partícula cuja energia total é o quádruplo de sua energia de repouso.

25. Determine a quantidade de movimento de um elétron cuja energia de repouso é 0,5 MeV sabendo que ele está com uma energia cinética de 0,8 MeV. Dado: a massa de repouso do elétron é $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg.

Exercícios de Reforço

26. A massa de repouso do elétron é $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg. Expresse essa massa em $\frac{\text{MeV}}{c^2}$.
27. (UF-CE) Um elétron é acelerado a partir do repouso até atingir uma energia relativística final igual a 2,5 MeV. A energia de repouso do elétron é $E_0 = 0,5$ MeV. Determine:
- a) a energia cinética do elétron quando ele atinge a velocidade final;
 b) a velocidade escalar atingida pelo elétron como uma fração da velocidade da luz no vácuo, c .
28. (Unicamp-SP) Numa fonte de luz síncrotron, como aquela existente no Laboratório Nacional de Luz Síncrotron (LNLS), de Campinas, elétrons circulam no interior de um tubo com velocidade de módulo v muito próximo ao da velocidade da luz no vácuo, que é $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. A trajetória percorrida pelos elétrons é composta de trechos em linha reta e de trechos curvos (arcos de circunferência de raio R), como ilustrado na figura. Nas curvas, os elétrons sofrem aceleração centrípeta e, em consequência disso, emitem luz.



- a) Se $R = 3,0$ m, qual é o módulo da aceleração centrípeta do elétron nos trechos curvos da trajetória? Para simplificar o cálculo, considere neste item que o módulo da velocidade v dos elétrons é exatamente igual a c .
- b) Segundo a Teoria da Relatividade, a energia de um elétron é dada por $E = \gamma mc^2$, onde $m = 9 \cdot 10^{-31}$ kg é a massa do elétron, e γ é uma grandeza adimensional sempre maior do que 1, que depende da velocidade do elétron. No LNLS, a energia do elétron é igual a $2,1 \cdot 10^{-10}$ J. Qual é o valor de γ ?
- c) A diferença entre os módulos das velocidades da luz e dos elétrons, $\Delta v = (c - v)$, relaciona-se com γ por $\Delta v \cong \frac{c}{2\gamma^2}$. Encontre Δv no caso do LNLS.

SUGESTÕES DE LEITURA

ISAACSON, Walter. *Einstein — Sua Vida, seu Universo*. São Paulo: Companhia das Letras, 2007.

- Este livro apresenta com bastantes detalhes a vida e a obra de Einstein.

EINSTEIN, Albert; INFELD, Leopold. *A evolução da Física*. Rio de Janeiro: Zahar, 2008.

- Neste livro são apresentados, de modo interessante, o aparecimento do conceito de campo e a Teoria da Relatividade.

JOHNSON, George. *Os dez experimentos mais belos da Ciência*. São Paulo: Larousse, 2008.

- No capítulo 8 há uma boa apresentação do experimento de Michelson-Morley.

Mecânica Quântica

A Teoria da Relatividade resolveu alguns problemas que intrigavam os físicos no final do século XIX. No entanto, essa teoria não foi suficiente para responder a todas as questões e, por isso, foi criada outra teoria: a **Mecânica Quântica**. Essa nova mecânica, além de solucionar problemas antigos, resolveu também outros que surgiram no início do século XX, como, por exemplo, os relacionados com a estrutura do átomo.

Neste capítulo, vamos aprender algumas noções da Mecânica Quântica, cuja história começou em 1900, quando o físico alemão Max Planck (1858-1947) apresentou uma solução para um dos problemas que intrigavam os físicos no final do século XIX: a radiação do corpo negro.



Figura 1. Max Planck.

BETTMANN/CORBIS/LATINSTOCK

1. A radiação do corpo negro
2. O efeito fotoelétrico
3. O fóton
4. Espectros atômicos
5. O átomo de Bohr
6. Propriedades ondulatórias das partículas
7. O Princípio da Incerteza

1. A radiação do corpo negro

No estudo da transmissão de calor (volume 2 desta coleção) estudamos a radiação do corpo negro, que emite ondas eletromagnéticas (radiações) de várias frequências, mas com intensidades diferentes, cujos valores dependem da temperatura. Vimos que, para cada temperatura, o gráfico da intensidade (I) em função da frequência (f) tem o aspecto mostrado na figura 2.

No final do século XIX, muitos físicos estavam empenhados em obter a equação da curva que aparece na figura 2, isto é, uma equação que, para cada temperatura e cada frequência, fornecesse a intensidade correspondente.

O ponto de partida era admitir que as cargas elétricas no interior do corpo vibram de modo semelhante a um corpo preso a uma mola. Ao vibrarem, essas cargas produziram ondas eletromagnéticas com a mesma frequência de oscilação das cargas. Essas cargas também poderiam absorver radiação, aumentando a amplitude de oscilação. As cargas vibrariam com as mais variadas frequências e, assim, a radiação do corpo negro apresentaria um grande número de frequências diferentes.

A seguir, esses físicos usaram as leis do Eletromagnetismo e da Termodinâmica. Muitos tentaram, mas fracassaram. Quem finalmente conseguiu a fórmula foi o

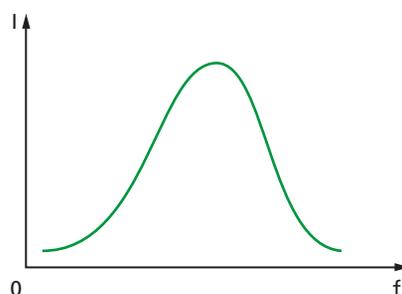


Figura 2.

alemão Max Planck. Nos últimos dias do século XIX, em 14 de dezembro de 1900, Planck apresentou sua fórmula em uma reunião da Sociedade Alemã de Física. Os físicos presentes ficaram perplexos, pois, para obter a fórmula, Planck teve de fazer uma hipótese revolucionária – segundo ele, “por puro desespero”, pois foi o único meio de chegar ao resultado.

A hipótese de Planck foi a de que a energia de cada oscilador (carga oscilante) não pode assumir um valor arbitrário de energia. A energia E do oscilador só pode assumir valores dados por:

$$E = n\epsilon \quad (1)$$

sendo n um número natural e ϵ um valor de energia que Planck chamou de **elemento de energia**.

Tanto na emissão como na absorção, o oscilador só pode trocar valores de energia que são múltiplos de ϵ , que é dado por:

$$\epsilon = hf \quad (2)$$

sendo f a frequência da oscilação e h uma constante dada por:

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$$

e que, mais tarde, foi denominada **constante de Planck**.

A partir das equações (1) e (2), obtemos:

$$E = nhf \quad (3)$$

Com essa hipótese, Planck conseguiu obter a fórmula correta, a qual não apresentaremos devido a sua complexidade.

Embora tivesse obtido a fórmula correta, Planck considerou sua hipótese como algo provisório. Ele acreditava que ainda seria possível obter o resultado pelos métodos tradicionais e passou vários anos tentando, sem sucesso. Os outros físicos pensaram de modo semelhante e não levaram a sério a hipótese de Planck. Ela só veio a ser novamente considerada em 1905, em um trabalho publicado por Einstein e que apresentaremos mais adiante. Nesse trabalho, Einstein batizou o elemento de energia (ϵ) de Planck com a palavra latina *quantum*, cujo plural é *quanta*. Por isso, a mecânica que estava surgindo foi mais tarde chamada de **Mecânica Quântica**. Também em analogia com o *quantum* de energia, passou-se a chamar de **quantizada** toda grandeza que só pudesse assumir valores que fossem múltiplos inteiros de um valor básico. Como exemplo, podemos citar a carga elétrica. No estudo da Eletricidade vimos que a carga elétrica de um corpo é sempre dada por:

$$Q = ne$$

sendo e a carga elementar e $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Assim, dizemos que a carga elétrica é quantizada.

Mais tarde o conceito de quantizado foi ampliado. Hoje chamamos de quantizada qualquer grandeza que não possa assumir valores contínuos. Por exemplo, mais adiante apresentaremos uma situação em que a energia E de um sistema só pode assumir os seguintes valores:

$$E_0, 3E_0, 5E_0, 7E_0, \dots$$

sendo E_0 um valor básico de energia. Assim, a grandeza não pode assumir nenhum valor entre E_0 e $3E_0$, do mesmo modo que não pode assumir nenhum valor entre $3E_0$ e $5E_0$.

Para dizer que uma grandeza não pode assumir valores contínuos, usa-se também a palavra **discreta**. Assim, por exemplo, podemos dizer que a carga elétrica só pode assumir valores discretos.

2. O efeito fotoelétrico

No fim do século XIX, observou-se que, quando a radiação ultravioleta incide em um metal, às vezes há emissão de elétrons (fig. 3). No caso de alguns metais alcalinos, como o sódio, o potássio e o césio, isso acontece com a luz visível. Esse efeito foi denominado **efeito fotoelétrico** (do grego *photos*, que significa luz) e os elétrons emitidos foram chamados de **fotoelétrons**.

Um modo simples de verificar esse efeito está ilustrado na figura 4. Inicialmente temos um eletroscópio carregado negativamente, com lâminas se repelindo (fig. 4a). Quando a radiação ultravioleta atinge a parte superior do eletroscópio (fig. 4b), este é descarregado e as lâminas se aproximam.

O efeito fotoelétrico pode também ser obtido com outros materiais, mas é mais fácil de ser observado em metais.

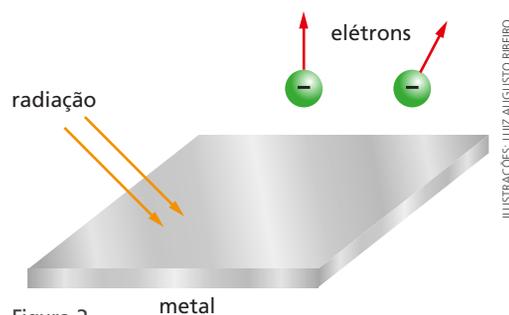


Figura 3.

ILUSTRAÇÕES: LUIZ AUGUSTO RIBEIRO

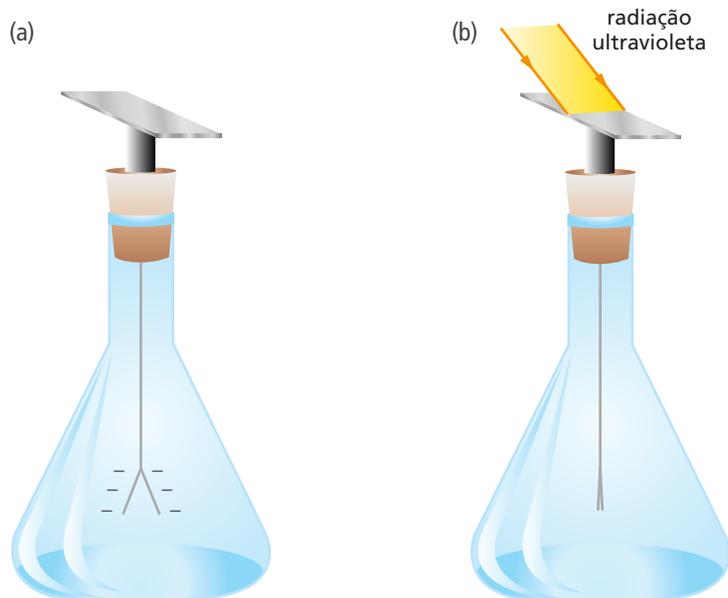


Figura 4.

O experimento de Lenard

Em 1902, o físico húngaro-alemão Philipp Eduard Anton von Lenard (1862-1947) fez um estudo detalhado do efeito fotoelétrico usando uma aparelhagem semelhante à representada na figura 5.

Quando há emissão de elétrons, que são atraídos pela placa G , estabelece-se uma corrente elétrica de intensidade i (cujo sentido convencional é oposto ao sentido do movimento dos elétrons), medida pelo amperímetro A . Variando a posição do cursor C , pode-se variar a diferença de potencial U_{GD} entre as placas G e D , a qual é medida pelo voltímetro V .

Na situação da figura 5, o potencial da placa G é maior que o da placa D . Assim, tem-se $U_{GD} > 0$, e os elétrons emitidos por D são atraídos por G , isto é, são acelerados no percurso DG . Se a polaridade da bateria for invertida, os elétrons serão retardados no percurso DG e teremos $U_{GD} < 0$. Lenard tinha condições de variar a frequência e a intensidade da radiação.

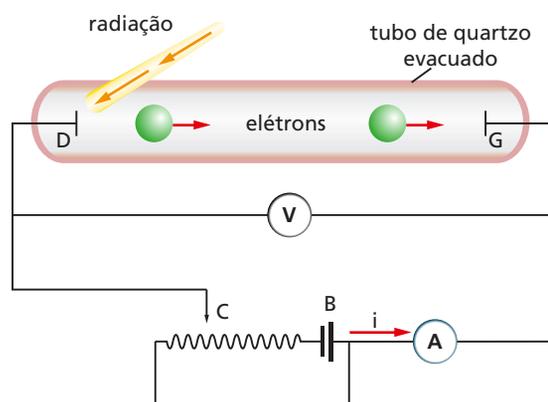


Figura 5.

Mantendo fixa a frequência e variando a intensidade, ele obteve gráficos semelhantes ao da figura 6, em que representamos os gráficos correspondentes a três valores de intensidade: I_1 , I_2 e I_3 .

Um primeiro fato a observar é que, a partir de um certo valor de U_{GD} (que, em geral, é menor que 10 volts), a intensidade da corrente fica constante.

Um segundo fato a observar é que, ao invertermos a polaridade da bateria ($U_{GD} < 0$), enquanto $|U_{GD}|$ for “pequeno”, ainda teremos corrente, mas de pequena intensidade, pois os elétrons emitidos serão repelidos por G e apenas os que são emitidos com grande energia cinética conseguirão atingir a placa G .

Um terceiro fato é que, atingido um potencial $-U_0$, a corrente se anula. U_0 é chamado de **potencial de corte** e é o mesmo para todas as intensidades de radiação (para cada metal), dependendo apenas da frequência da onda incidente em D .

Além disso, Lenard observou que:

1º) A intensidade máxima da corrente elétrica é proporcional à intensidade da radiação. Para o caso da figura 6, temos:

$$\frac{i_1}{I_1} = \frac{i_2}{I_2} = \frac{i_3}{I_3}$$

2º) Para cada metal, o efeito fotoelétrico só ocorre quando a frequência da radiação é maior ou igual a um valor f_c , chamado **frequência de corte**, que não depende da intensidade da radiação.

Na tabela a seguir, apresentaremos os valores de f_c para algumas substâncias.

| Substância | f_c (10^{14} Hz) | Região do espectro eletromagnético |
|---------------|-----------------------|------------------------------------|
| sódio (Na) | 5,5 | visível |
| potássio (K) | 5,3 | visível |
| rubídio (Rb) | 5,1 | visível |
| césio (Cs) | 5,2 | visível |
| carbono (C) | 11,6 | ultravioleta |
| alumínio (Al) | 9,8 | ultravioleta |
| cobre (Cu) | 11,4 | ultravioleta |

Tabela 1. Valores da frequência de corte para algumas substâncias.

3º) O intervalo de tempo entre a chegada da radiação e a emissão dos elétrons é muito pequeno, a emissão é quase imediata. Hoje sabemos que esse intervalo de tempo é cerca de $3 \cdot 10^{-9}$ s.

4º) A intensidade da radiação está relacionada com a intensidade da corrente, isto é, com o número de elétrons emitidos, mas não influi na energia cinética adquirida por cada elétron.

Esses fatos sobre o efeito fotoelétrico não são explicados pelas leis do Eletromagnetismo clássico. Por essas leis, o efeito deveria ser observado para qualquer frequência e qualquer intensidade da radiação incidente. Além disso, a emissão não deveria ser imediata: o tempo decorrido entre a chegada da radiação e a saída do elétron deveria ser muito maior que $3 \cdot 10^{-9}$ s (veja o exercício 1 da página 432).

Essa era a situação até o início de 1905, quando surgiu a explicação dada por Einstein.

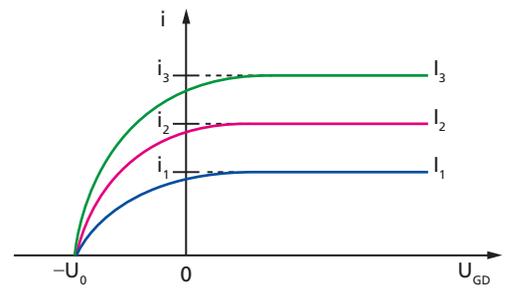


Figura 6.

O trabalho de Einstein

Em 1905, Einstein publicou vários trabalhos importantes, além da Teoria da Relatividade. Um deles tinha o seguinte título: “Sobre um ponto de vista heurístico a respeito da produção e transformação da luz”. A palavra “heurístico” é usada para qualificar uma hipótese que é útil para descobrir ou explicar alguma coisa, mas que não é necessariamente verdadeira.

A hipótese heurística de Einstein é que a luz se propaga na forma de **quanta de energia** “que se movem sem se dividir e que podem ser absorvidos ou gerados somente como unidades integrais”. Cada *quantum* de radiação tem uma energia E dada por:

$$E = hf \quad (4)$$

sendo h a constante de Planck e f a frequência da radiação.

Pode parecer que o ponto de vista de Einstein é idêntico ao de Planck, mas não é.

Para Planck, a radiação se propagava como uma onda contínua. O fato de os osciladores absorverem ou emitirem energia de forma descontínua era considerado por Planck como uma “esquisitice” dos osciladores (que um dia seria explicada classicamente), e não da radiação. É interessante observar que Planck, durante muitos anos, rejeitou a hipótese de Einstein. Ele só a aceitou depois de 1923, quando foi feito um experimento (que apresentaremos mais adiante) que confirmou a ideia de Einstein.

De acordo com Einstein, no efeito fotoelétrico cada elétron pode absorver apenas um *quantum*. Se a energia do *quantum* não for suficiente para arrancar o elétron, este não será emitido, por mais tempo que a radiação incida no material. Quando um elétron é emitido, a energia E do *quantum* absorvido se divide em duas partes: o trabalho $\bar{\omega}$ para arrancar o elétron e a energia cinética E_c adquirida pelo elétron:

$$E = \bar{\omega} + E_c \quad (5)$$

Nesse caso, a velocidade adquirida pelo elétron é muito pequena em comparação com a velocidade da luz e, assim, podemos calcular a energia cinética pela fórmula clássica: $E_c = \frac{1}{2} mv^2$.

O valor de $\bar{\omega}$ vai depender da profundidade do elétron: quanto mais profundo, maior será o valor de $\bar{\omega}$ e, conseqüentemente, de acordo com a equação (5), menor será o valor de E_c . O trabalho mínimo necessário para extrair um elétron do material é chamado **função trabalho** e será representado por $\bar{\omega}_0$:

$$\bar{\omega}_{\min} = \bar{\omega}_0 = \text{função trabalho}$$

Quando o trabalho tiver o valor $\bar{\omega}_0$, a energia cinética terá seu valor máximo $E_{c\max}$. Assim, da equação (5) obtemos:

$$E = \bar{\omega}_0 + E_{c\max} \quad (6)$$

ou, lembrando que $E = hf$:

$$hf = \bar{\omega}_0 + E_{c\max} \quad (7)$$

Quando a frequência for a de corte (f_c), a energia cinética será nula e, pela equação (7), concluímos:

$$hf_c = \bar{\omega}_0 \quad (8)$$

Ainda pela equação (7), obtemos:

$$E_{c\max} = hf - \bar{\omega}_0 \quad (9)$$

Assim, o gráfico de $E_{c\text{máx}}$ em função da frequência f é uma semirreta de coeficiente angular h , como mostra a figura 7, em que o símbolo $\stackrel{N}{=}$ significa “numericamente igual a”.

Lembrando que h é uma constante universal, se usarmos o mesmo par de eixos para fazer os gráficos correspondentes a várias substâncias, obteremos semirretas paralelas, como exemplificado na figura 8, para três substâncias.

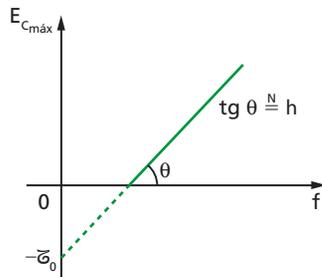


Figura 7.

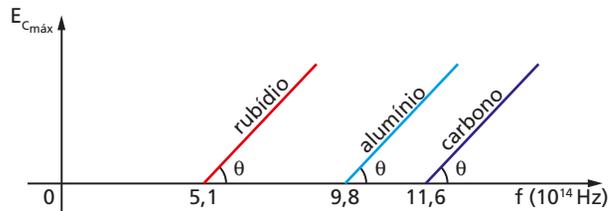


Figura 8.

A energia cinética máxima pode ser obtida por meio do potencial de corte (U_0):

$$E_{c\text{máx}} = eU_0 \quad (10)$$

sendo e a carga elétrica elementar ($1,6 \cdot 10^{-19}$ C).

Em 1926, por sugestão do químico americano G. N. Lewis (1875-1946), bastante conhecido por seu trabalho sobre valência, o *quantum* passou a ser chamado de **fóton**.

Leitura

Aplicações do efeito fotoelétrico

Uma das aplicações do efeito fotoelétrico é o **visor noturno** (fig. 9).

Esse aparelho usa a radiação infravermelha emitida pelos objetos para formar imagens deles. A radiação passa por um conjunto de lentes e atinge uma placa de vidro revestida com um material de pequena função trabalho. Os elétrons emitidos pelo material passam por um disco fino onde há minúsculos canais (diâmetro de 10^{-5} m). Os elétrons são acelerados por uma diferença de potencial e atingem uma tela, semelhante à de um televisor comum, de tubo, que emite luz ao ser atingida pelos elétrons.

Uma outra aplicação é no funcionamento de alarmes e na abertura automática de portas.

Quando um obstáculo interrompe um feixe de radiação infravermelha (fig. 10), a corrente eletrônica em uma célula fotoelétrica é interrompida, o que faz acionar um dispositivo eletrônico que dispara o alarme ou abre uma porta.



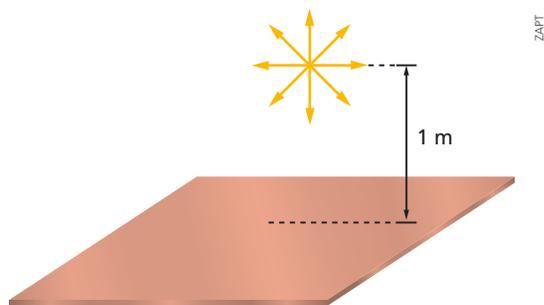
Figura 9. Soldado usando binóculos infravermelhos.



Figura 10.

Exercícios de Aplicação

1. Uma placa de cobre é colocada a 1 metro de uma fonte de luz puntiforme, cuja potência é 1 watt.

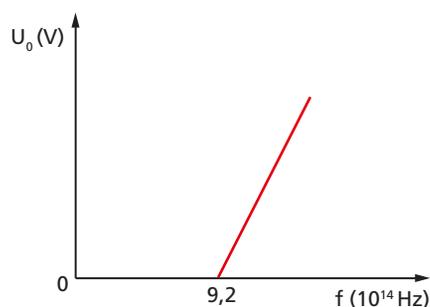


Sabe-se que a energia mínima para arrancar um elétron do cobre é, aproximadamente, igual a 4,7 eV. Suponhamos que fossem válidas as leis do Eletromagnetismo clássico e que cada elétron absorvesse a energia distribuída em uma superfície circular, cujo raio fosse o raio r de um átomo ($r \cong 10^{-10}$ m).

Faça uma estimativa do tempo gasto por um elétron para ser emitido.

2. Um feixe de luz monocromática propaga-se no vácuo com comprimento de onda $\lambda = 600$ nm. Calcule:
- o valor de λ em metro e em angström;
 - a frequência da luz;
 - a energia de cada *quantum* (fóton) desse feixe em joule;
 - a energia de cada fóton desse feixe em elétron-volt.
3. Uma fonte de luz emite luz monocromática de frequência $7,0 \cdot 10^{14}$ Hz, com potência de 12 W. Em 2 minutos, quantos fótons são emitidos pela fonte?
4. Para o metal ouro, a frequência de corte é $f_c = 1,23 \cdot 10^{15}$ Hz. Sabe-se que a massa do elétron é de $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg.
- Calcule a função trabalho para o ouro em joule e elétron-volt.
 - Supondo que uma radiação de frequência $1,53 \cdot 10^{15}$ Hz atinja uma placa de ouro, qual é a máxima energia cinética atingida pelos elétrons emitidos?
 - Para a situação do item anterior, qual é a velocidade máxima dos elétrons emitidos?

5. A função trabalho para a platina é 6,35 eV. Calcule a frequência de corte para a platina.
6. Em um experimento sobre o efeito fotoelétrico, obteve-se um potencial de corte $U_0 = 1,2$ volt. Sabendo que a função trabalho da substância usada é 4,3 eV, calcule:
- a energia cinética máxima dos elétrons emitidos, em eV e J;
 - a frequência da radiação usada.
- (Dado: carga elétrica elementar = $1,6 \cdot 10^{-19}$ C.)
7. Na figura, temos o gráfico do potencial de corte (U_0) em função da frequência da radiação incidente em um metal, em um experimento de efeito fotoelétrico.



Calcule:

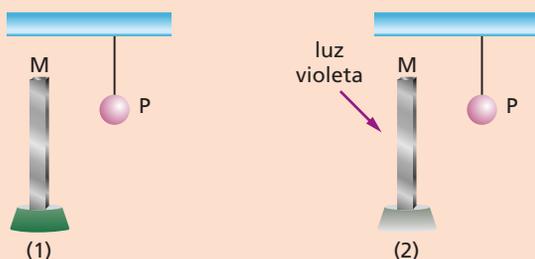
- a função trabalho para esse metal, em eV e J;
 - o potencial de corte para $f = 1,2 \cdot 10^{15}$ Hz.
8. Sobre um experimento de efeito fotoelétrico, podemos afirmar que:
- é necessária uma energia mínima dos fótons da luz incidente para arrancar elétrons do metal.
 - os elétrons arrancados do metal saem todos com a mesma energia cinética.
 - a quantidade de elétrons emitidos por unidade de tempo depende do *quantum* de energia da luz incidente.
 - a quantidade de elétrons emitidos/unidade de tempo depende da frequência da luz incidente.
 - o *quantum* de energia de um fóton da luz incidente é diretamente proporcional a sua intensidade.

Exercícios de Reforço

9. (UF-RS) Verifique qual alternativa preenche corretamente a lacuna do parágrafo a seguir:

“O ano de 1900 pode ser considerado o marco inicial de uma revolução ocorrida na Física do século XX. Naquele ano, Max Planck apresentou um artigo à Sociedade Alemã de Física introduzindo a ideia da $\blacktriangle \blacktriangle \blacktriangle$ da energia, da qual Einstein se valeu para, em 1905, desenvolver sua teoria sobre o efeito fotoelétrico.”

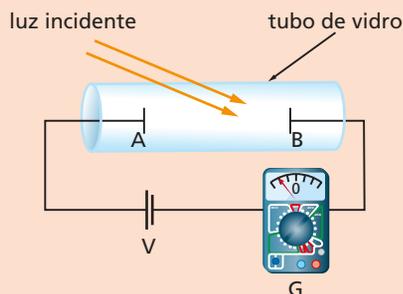
- a) conservação d) conversão
b) quantização e) propagação
c) transformação
10. (UF-PE) Verifique a seguir qual enunciado da hipótese que Max Planck adotou em 1900 para explicar o problema na radiação do corpo negro. (Em todas as alternativas, h denota a constante de Planck.)
- a) A luz de frequência f é constituída por fótons de energia $E = hf$.
b) Uma partícula carregada oscilando com frequência f nas paredes metálicas de uma cavidade só pode ter energia total múltipla de hf .
c) Ao colidir com um elétron numa placa metálica, um fóton de luz de frequência f transmite a ele todo o seu conteúdo de energia $E = hf$.
d) Ao colidir com um elétron numa placa metálica, um fóton de luz de frequência f transmite a ele o conteúdo parcial de sua energia $E = hf$ e o conteúdo total de sua quantidade de movimento.
e) Um elétron num átomo, ao absorver um fóton de luz de frequência f com energia $E = hf$, pode aumentar o seu nível de energia, realizando uma transição para uma órbita de maior raio.
11. (Fuvest-SP) Dispõe-se de uma placa metálica M e de uma esferinha metálica P , suspensa por um fio isolante, inicialmente neutras e isoladas. Um feixe de luz violeta é lançado sobre a placa, retirando partículas elementares da mesma.



As figuras de 1 a 4 ilustram o desenrolar dos fenômenos ocorridos.

Podemos afirmar que na situação 4:

- a) M e P estão eletrizadas positivamente.
b) M está negativa e P neutra.
c) M está neutra e P positivamente eletrizada.
d) M e P estão eletrizadas negativamente.
e) M e P foram eletrizados por indução.
12. (UF-GO) Para explicar o efeito fotoelétrico, Einstein, em 1905, apoiou-se na hipótese de que:
- a) a energia das ondas eletromagnéticas é quantizada.
b) o tempo não é absoluto, mas depende do referencial em relação ao qual é medido.
c) os corpos contraem-se na direção de seu movimento.
d) os elétrons em um átomo somente podem ocupar determinados níveis discretos de energia.
e) a velocidade da luz no vácuo corresponde à máxima velocidade com que se podem transmitir informações.
13. (U. F. Juiz de Fora-MG) No esquema da figura está representado o arranjo experimental para observar o efeito fotoelétrico. A luz incidente entra no tubo de vidro sem ar em seu interior e ilumina a placa B . As placas metálicas A e B estão conectadas à bateria V . O amperímetro G pode registrar a intensidade da corrente que percorre o circuito.



Podemos variar a intensidade e a frequência da luz incidente na placa *B*. No início da experiência, usando luz de baixa frequência, a corrente no amperímetro é nula. Nesse caso, podemos afirmar que:

- aumentando suficientemente a intensidade da luz, surgirá uma corrente no amperímetro.
- aumentando suficientemente o tempo de incidência da luz, surgirá uma corrente no amperímetro.
- desligando a bateria *V* e conectando-a novamente ao circuito com a polaridade invertida, surgirá uma corrente no amperímetro.
- aumentando suficientemente a frequência da luz, surgirá uma corrente no amperímetro.

14. (UF-PI) Uma luz de comprimento de onda $\lambda = 5,46 \cdot 10^{-7}$ m penetra em uma fotocélula de cátodo de césio, cuja função trabalho é de 2 eV. Podemos afirmar corretamente que a frequência de corte para o césio e a energia cinética máxima valem, respectivamente: (Dados: $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.)

- $2,4 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ e $4,3 \cdot 10^{-20} \text{ J}$
- $4,8 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ e $6,8 \cdot 10^{-20} \text{ J}$
- $4,8 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ e $4,3 \cdot 10^{-20} \text{ J}$
- $4,3 \cdot 10^{-20} \text{ s}^{-1}$ e $2,4 \cdot 10^{14} \text{ J}$
- $6,8 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ e $4,8 \cdot 10^{-20} \text{ J}$

15. (UF-CE) A função trabalho de um dado metal é 2,5 eV. Utilize os dados: constante de Planck $h \cong 4,2 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$; velocidade da luz no vácuo $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

- Verifique se ocorre emissão fotoelétrica quando, sobre esse metal, incide luz de comprimento de onda $\lambda = 6,0 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.
- Qual é a frequência mais baixa da luz incidente capaz de arrancar elétrons do metal?

16. (Unicamp-SP) O efeito fotoelétrico consiste na emissão de elétrons por um metal no qual incide um feixe de luz. No processo, “pacotes” bem definidos de energia luminosa, chamados fótons, são absorvidos um a um pelos elétrons do metal. O valor da energia de cada fóton é dado por $E_{\text{fóton}} = hf$, onde $h = 4 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$ é a chamada constante de Planck e f é a frequência da luz incidente. Um elétron só é emitido do interior se a energia do fóton absorvido for maior que uma energia mínima. Para os elétrons mais fracamente ligados ao metal, essa energia mínima é chamada função trabalho W e varia de metal para metal (veja a tabela a seguir). Considere $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

| Metal | W (eV) |
|----------|----------|
| Césio | 2,1 |
| Potássio | 2,3 |
| Sódio | 2,8 |

- Calcule a energia do fóton (em eV), quando o comprimento de onda da luz incidente for $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.
- A luz de $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ é capaz de arrancar elétrons de quais dos metais apresentados na tabela?
- Qual será a energia cinética de elétrons emitidos pelo potássio, se o comprimento de onda da luz incidente for $3 \cdot 10^{-7} \text{ m}$? Considere os elétrons mais fracamente ligados do potássio e que a diferença entre a energia do fóton absorvido e a função trabalho W é inteiramente convertida em energia cinética.

3. O fóton

Usando as leis do Eletromagnetismo clássico é possível demonstrar que as ondas eletromagnéticas, além de transportar energia, transportam quantidade de movimento (momento linear), do mesmo modo que as ondas mecânicas (fig. 11).

Isso significa que, quando uma onda eletromagnética incide sobre uma superfície, exerce força sobre ela. Essa força, porém, tem intensidade muito pequena, de modo que é muito difícil observá-la.

As primeiras evidências experimentais de que a luz tem quantidade de movimento foram obtidas em 1899 pelo físico russo P. Lebedev e em 1901 pelos americanos E. L. Nicholls e G. F. Hull.



Figura 11. A onda eletromagnética possui quantidade de movimento \vec{Q} .

Na figura 12, temos um esquema do aparato por eles usado. Um pequeno disco preto e um pequeno espelho circular são ligados por uma barra horizontal de massa muito pequena. Essa barra está presa a um fio vertical muito fino, o qual está preso a um suporte. Todo o conjunto está dentro de um recipiente de vidro onde foi feito vácuo. Deixa-se então incidir luz sobre os discos.

O disco preto tem a propriedade de absorver toda a luz nele incidente; isso significa que as colisões dos fótons com o disco preto são colisões inelásticas. O espelho tem a propriedade de refletir a luz, isto é, as colisões dos fótons com o espelho são aproximadamente elásticas. Porém, como vimos no volume 1 (e relembremos adiante), quando a colisão é elástica, a força é duas vezes mais intensa que no caso da colisão inelástica. Assim, a força exercida no espelho (\vec{F}_1) deve ter o dobro da intensidade da força exercida no disco preto (\vec{F}_2) e, desse modo, devemos esperar que o sistema sofra uma rotação (fig. 13).

Existem propostas de construção de naves espaciais com gigantescas velas (como se fossem barcos a vela). A força da luz do Sol sobre essas velas faria a nave se mover.

Maxwell (de quem falamos no capítulo 19) mostrou que um feixe de onda eletromagnética que transporta energia E tem quantidade de movimento \vec{Q} , cujo módulo é dado por:

$$Q = \frac{E}{c}$$

A demonstração dessa equação usando o Eletromagnetismo clássico é complexa, mas usando o conceito de fóton é bastante simples e pode ser feita de dois modos.

1º modo

No capítulo anterior vimos que a energia relativística E de uma partícula é dada por:

$$E^2 = Q^2c^2 + m_0^2c^4$$

sendo Q o módulo da quantidade de movimento, m_0 a massa de repouso e c a velocidade da luz no vácuo.

Porém, o fóton não tem massa de repouso (não existe fóton em repouso). Assim, fazendo $m_0 = 0$ na equação acima, obtemos:

$$E^2 = Q^2c^2 \quad \text{ou} \quad E = Qc \quad \text{ou} \quad Q = \frac{E}{c} \quad (11)$$

Como $E = hf$ e $c = \lambda f$, temos também:

$$Q = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (12)$$

2º modo

O fóton não tem massa de repouso, mas, usando a equação $E = mc^2$, podemos atribuir a ele uma massa m dada por:

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{hf}{c^2}$$

Assim:

$$Q = mv = mc = \frac{E}{c^2} \cdot c \Rightarrow Q = \frac{E}{c}$$

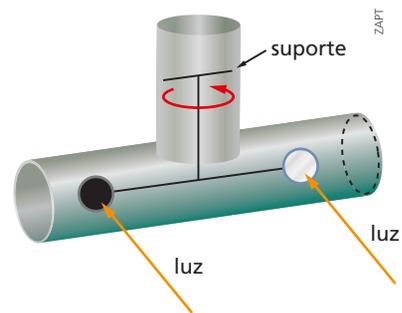


Figura 12.

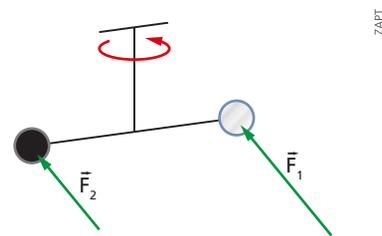


Figura 13.

O efeito Compton

Apesar de a hipótese heurística de Einstein ter explicado o efeito fotoelétrico, os físicos em geral não se convenceram de que a luz podia se comportar como partícula. Esse "convencimento" ocorreu só em 1923, quando o físico americano Arthur H. Compton (1892-1962) fez um experimento decisivo. A ideia de Compton foi que, se realmente

existisse a partícula fóton, deveria ser possível haver uma colisão entre um fóton e um elétron. Na figura 14, esquematizamos a ideia de Compton. Um fóton de frequência f e quantidade de movimento \vec{Q} colide com um elétron em repouso (fig. 14a). Após a colisão (fig. 14b) o elétron e o fóton seguem em direções diferentes e o fóton, por ter transferido parte de sua energia para o elétron, terá frequência f' tal que $f' < f$.

Compton imaginou um experimento em que, conhecendo f e medindo os valores de f' e θ , seria possível confirmar a colisão. Antes, porém, de executar o experimento, ele fez alguns cálculos para determinar qual deveria ser o resultado do experimento.

No CD mostramos os cálculos de Compton. Aqui vamos apresentar o resultado final. Sendo λ o comprimento de onda do fóton incidente e λ' o comprimento de onda do fóton espalhado, Compton chegou à seguinte equação:

$$\lambda' - \lambda \cong \underbrace{(2,4 \cdot 10^{-12})}_k (1 - \cos \theta) \quad (13)$$

Como o fator k é muito pequeno, para que se possa observar melhor a diferença $\lambda' - \lambda$ é necessário usar radiação de comprimento de onda também pequeno. Assim, Compton usou raios X, que têm comprimentos de onda muito menores que os da luz e dos raios ultravioleta.

Após deduzir a equação (13), Compton passou ao experimento para verificar a sua validade.

Um feixe de raios X, de comprimento de onda conhecido λ , foi dirigido contra uma placa de grafite (fig. 15). Um detector media o comprimento de onda λ' dos raios espalhados.

Variando a posição do detector, ele obteve o valor de λ' para cada valor de θ e os resultados confirmaram a equação (13).

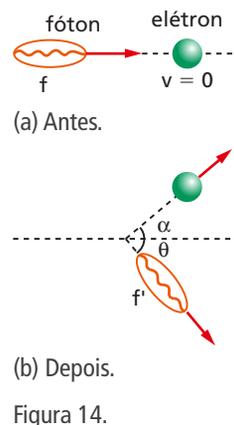


Figura 14.

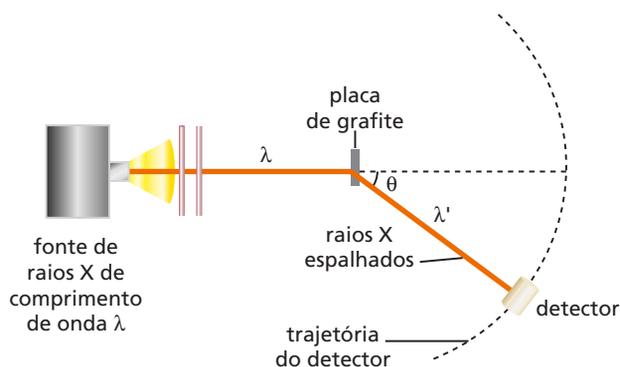


Figura 15.

Espalhamento Thomson

O efeito Compton ocorre quando o fóton é muito energético e o elétron está fracamente ligado ao átomo. Quando o elétron estiver fortemente ligado ao átomo e o fóton tiver pouca energia, pode ocorrer um espalhamento em que não há mudança na frequência do fóton (fig. 16). Esse fenômeno é chamado **espalhamento Thomson**.



Figura 16.

Produção de pares

Quando um fóton (representado por γ) se aproxima de um núcleo, pode ocorrer um fenômeno que já mencionamos: **a produção de pares** (fig. 17).

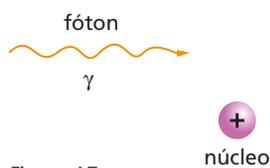


Figura 17.

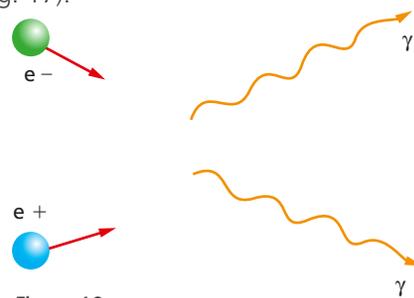


Figura 18.

O fóton desaparece e no seu lugar são criadas duas partículas: um elétron (e^-) e um pósitron (e^+), que é uma partícula que tem a mesma massa do elétron, mas carga elétrica oposta à dele. O elétron é uma partícula estável, mas o pósitron rapidamente encontra outro elétron (fig. 18), e ambos desaparecem, dando origem a dois fótons.

Interação do fóton com a matéria

Vimos vários exemplos de interação de um fóton com a matéria. Quando um fóton se aproxima de um átomo, o resultado depende da energia do fóton e de quão fortemente o elétron está ligado ao núcleo. Quando o fóton tem energia relativamente “pequena” pode ocorrer o efeito fotoelétrico, ou então a absorção do fóton pelo elétron (que fica com maior energia), ou, ainda, o espalhamento Thomson. Quando o fóton tem energia “média” pode ocorrer o efeito Compton e quando o fóton tem energia “muito grande” pode haver a produção de pares.

Os conceitos de **pequeno**, **médio** e **grande** são relativos, isto é, dependem de quão fortemente estão ligados os elétrons. No caso do chumbo, por exemplo, para que ocorra predominantemente cada efeito, a energia E do fóton deve obedecer às seguintes condições:

- I. Efeito fotoelétrico e espalhamento Thomson: $E < 5 \cdot 10^5$ eV
- II. Efeito Compton: $5 \cdot 10^5$ eV $< E < 5 \cdot 10^6$ eV
- III. Produção de pares: $E > 5 \cdot 10^6$ eV

A natureza dual da luz

A hipótese de Einstein apresenta um problema: a luz é onda ou partícula? Hoje aceitamos a natureza **dual** da luz. Em certos experimentos, como, por exemplo, na interferência, ela se comporta como onda; porém em outros, como no efeito fotoelétrico, ela se comporta como partícula. Isso é expresso pelo **Princípio de Complementaridade** proposto pelo dinamarquês Niels Bohr (1885-1962):

Em cada evento, a luz se comporta como partícula ou onda, mas nunca como ambas simultaneamente.

O fóton e a gravidade

No capítulo anterior, mencionamos a observação do eclipse feita em 1919 que comprovou a teoria de Einstein de que as ondas eletromagnéticas sofrem a ação da gravidade. Vamos agora mencionar outro experimento que comprova a teoria de Einstein.

Uma fonte de ondas eletromagnéticas (fig. 19) situada a uma altura H acima do solo emite onda de frequência f em direção a um detector situado no solo. Cada fóton abandona a fonte com energia:

$$E = hf$$

Supondo-se que nesse trecho a aceleração da gravidade possa ser considerada constante, a energia potencial do fóton ao abandonar a fonte é:

$$E_p = mgH$$

Como $m = \frac{hf}{c^2}$, então:

$$E_p = mgH = \frac{hf}{c^2} \cdot gH$$

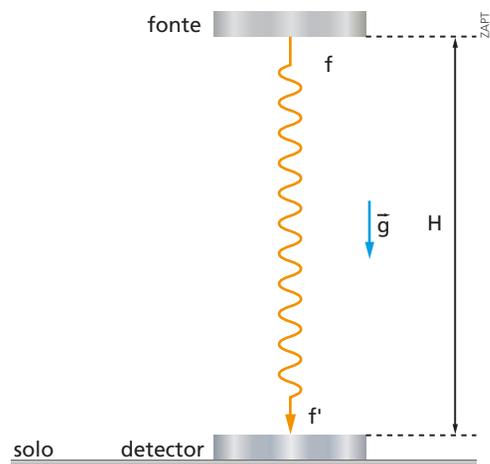


Figura 19.

Ao atingir o detector, o fóton terá energia potencial nula e frequência f' , de modo que sua energia será:

$$E' = hf'$$

Pela conservação da energia, temos:

$$E' = E + E_p$$

$$hf' = hf + \frac{hf}{c^2} gH$$

$$f' = f \left(1 + \frac{gH}{c^2} \right)$$

Portanto, durante a descida, a frequência da onda foi aumentada. Esse experimento foi feito pela primeira vez com precisão em 1960, usando-se uma torre localizada na Universidade de Harvard, nos Estados Unidos. Mais tarde o experimento foi repetido com ondas emitidas por foguetes situados a grandes altitudes. Porém, nesse caso, para calcular a energia potencial, deve ser usada a fórmula que vimos no estudo da gravitação: $E_p = -G \frac{Mm}{d}$.

Os astrofísicos devem levar em conta esse efeito ao analisarem a luz emitida por estrelas.

Suponhamos que uma estrela esteja se afastando da Terra com velocidade v (fig. 20) e em um determinado instante emita um fóton com frequência f .

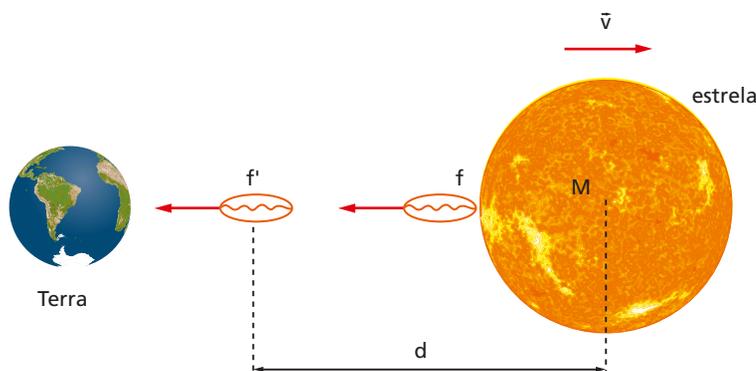


Figura 20.

LUIZ AUGUSTO RIBEIRO

Na Terra esse fóton será recebido com frequência f' , tal que $f' < f$, por dois motivos. Em primeiro lugar, existe o efeito Doppler, que estudamos no capítulo anterior. Em segundo lugar, há o efeito gravitacional sobre o fóton tanto por parte da estrela como da Terra. Mas, como em geral a massa das estrelas é muito maior que a massa da Terra, o efeito gravitacional da estrela é maior. À medida que o fóton se afasta da estrela, sua energia potencial E_p , dada por $E_p = -G \frac{Mm}{d}$, aumenta e, portanto, a energia do fóton diminui, para manter a conservação da energia.

Exercícios de Aplicação

17. Um fóton possui energia de 20 MeV. Calcule o módulo de sua quantidade de movimento, no SI.
18. Determine o módulo da quantidade de movimento de um fóton de frequência $3,0 \cdot 10^{15}$ Hz.
19. Um fóton tem comprimento de onda 8000 \AA . Qual o módulo de sua quantidade de movimento?
20. Um fóton γ , de quantidade de movimento $1,33 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$, tem comprimento de onda dado, aproximadamente, por:
 - a) 225 nm
 - b) 372 nm
 - c) 498 nm
 - d) 642 nm
 - e) 710 nm

21. Na situação ilustrada na figura *a*, um astronauta tenta aproximar-se da nave acendendo uma lanterna e dirigindo o feixe de luz para o lado oposto àquele onde se encontra a nave. Suponha que a lanterna emita luz com potência $P = 1500 \text{ W}$. Suponha também que a massa total do astronauta com o traje espacial e a lanterna seja $m = 80 \text{ kg}$. Admitindo que inicialmente o astronauta esteja a uma distância $d = 5 \text{ m}$ da nave, faça uma estimativa do tempo necessário para que ele a atinja.



Figura *a*.

Resolução:

Pela figura *b* vemos que, quando o astronauta acende a lanterna, ela emite fótons para a esquerda, os quais transportam quantidade de movimento.

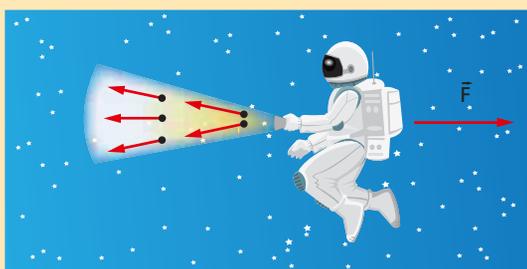


Figura *b*.

Pela Lei da Conservação da Quantidade de Movimento, o astronauta deverá mover-se para a direita sob a ação de uma força \vec{F} , que pode ser calculada pela Segunda Lei de Newton na forma mais geral:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{Q}}{\Delta t}$$

Como a potência da lanterna é $P = 1500 \text{ W}$, isso significa que, a cada intervalo de tempo $\Delta t = 1 \text{ s}$, a lanterna emite uma energia $E = 1500 \text{ joules}$. Assim, de acordo com a fórmula $Q = \frac{E}{c}$, a quantidade de movimento transportada por esses fótons é:

$$\Delta Q = \frac{E}{c} = \frac{1500 \text{ J}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$F = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{5 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{1 \text{ s}} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

Podemos agora aplicar ao astronauta a Segunda Lei na forma simplificada:

$$F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{80}$$

$$a \cong 6,25 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}^2$$

Usando a equação horária da posição do MUV:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \Rightarrow d = \frac{a}{2} t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 = \frac{6,25 \cdot 10^{-8}}{2} t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \cong 12650 \text{ s} \cong 3,5 \text{ h}$$

Como vemos, é um tempo bastante longo.

Na realidade, quando emite luz, a lanterna perde energia e, portanto, perde massa. No entanto, essa perda é pequena em comparação com a massa do sistema (astronauta + traje + lanterna) e, assim, podemos considerar a massa aproximadamente constante ao aplicar a equação $F = m \cdot a$.

22. Um feixe de luz de raios paralelos incide, perpendicularmente, sobre um espelho plano retangular, de dimensões $x = 3,0 \text{ m}$ e $y = 2,0 \text{ m}$, com intensidade $I = 1,6 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$, como mostra a figura *a*.

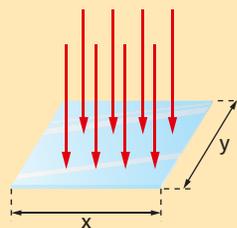


Figura *a*.

Supondo que o espelho seja ideal, isto é, que reflita toda a luz nele incidente, calcule:

- a intensidade da força exercida pela luz sobre o espelho;
- a pressão exercida pela luz sobre o espelho.

Resolução:

- Cada fóton atinge o espelho com quantidade de movimento \vec{Q}_1 (fig. *b*) e é refletido com quantidade de movimento \vec{Q}_2 (fig. *c*) tais que:

$$|\vec{Q}_1| = |\vec{Q}_2| = Q$$

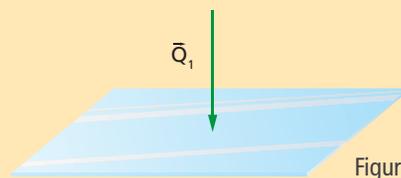


Figura *b*.

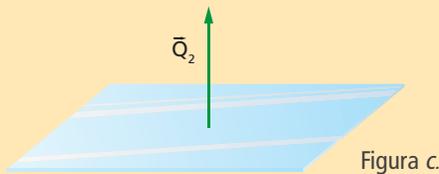


Figura c.

Podemos dizer que a colisão do fóton com o espelho é elástica.

A variação da quantidade de movimento ($\Delta\vec{Q}$) sofrida pelo fóton (fig. d) é dada por:

$$\Delta\vec{Q} = \vec{Q}_2 - \vec{Q}_1$$

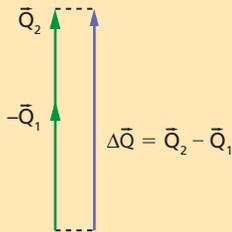


Figura d.

Mas, como $|\vec{Q}_2| = |\vec{Q}_1| = Q$, podemos afirmar que:

$$|\Delta\vec{Q}| = 2Q$$

Sendo \vec{F} a força exercida pelo espelho sobre o fóton, temos pela Segunda Lei de Newton, na sua forma mais geral:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{Q}}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{F}| = \frac{|\Delta\vec{Q}|}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{F}| = \frac{2Q}{\Delta t} \quad (1)$$

Mas, sendo E a energia do fóton, vimos que:

$$Q = \frac{E}{c} \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1):

$$|\vec{F}| = \frac{2Q}{\Delta t} = \frac{2 \cdot \frac{E}{c}}{\Delta t} = \frac{2}{c} \cdot \frac{E}{\Delta t} \quad (3)$$

Mas $\frac{E}{\Delta t}$ é a potência P . Assim:

$$|\vec{F}| = \frac{2}{c} P \quad (4)$$

Sendo A a área do espelho, temos:

$$P = I \cdot A \quad (5)$$

Substituindo (5) em (4):

$$|\vec{F}| = \frac{2}{c} I \cdot A \quad (6)$$

$$\text{Mas: } \begin{cases} A = x \cdot y = (3,0 \text{ m}) \cdot (2,0 \text{ m}) = 6,0 \text{ m}^2 \\ I = 1,6 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2; c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s} \end{cases}$$

Portanto:

$$|\vec{F}| = \frac{2}{c} I \cdot A$$

$$|\vec{F}| = \frac{2}{(3,0 \cdot 10^8)} \cdot (1,6 \cdot 10^3) \cdot (6,0)$$

$$|\vec{F}| = 6,4 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

Pela Lei da Ação e Reação, a força que o espelho exerce sobre os fótons tem a mesma intensidade

que a força exercida pelos fótons sobre o espelho.

b) Sendo p a pressão, sabemos que:

$$p = \frac{F}{A} \quad (7)$$

De (7) e (6):

$$p = \frac{F}{A} = \frac{2IA}{A} = 2 \frac{I}{c} \Rightarrow$$

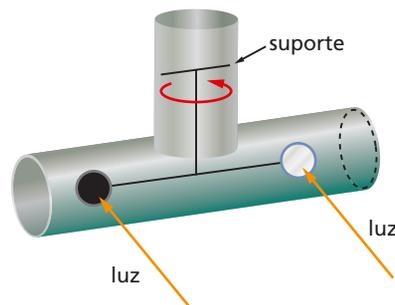
$$\Rightarrow p = 2 \cdot \frac{1,6 \cdot 10^3}{3,0 \cdot 10^8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p \cong 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}^2$$

23. Uma lanterna emite luz com potência $P = 60 \text{ W}$ e o feixe de luz incide, perpendicularmente, em uma superfície. Calcule a intensidade da força exercida sobre a superfície nos seguintes casos:

- a luz é totalmente absorvida pela superfície;
- a luz é totalmente refletida pela superfície.

24. Um radiômetro é formado por dois discos de raio $1,0 \text{ cm}$, ligados por uma haste muito leve de comprimento 20 cm que é suspensa pelo seu ponto central por um fio muito fino e flexível. Um dos discos é um espelho perfeito e o outro é um absorvedor perfeito.



ZAP!

O torque M necessário para girar o sistema obedece à Lei de Hooke para a rotação: $M = k\theta$, sendo θ o ângulo de rotação e $k = 2,0 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m/grau}$. Supondo que a luz solar, cuja intensidade é 1000 W/m^2 , incida perpendicularmente aos discos, calcule θ na posição de equilíbrio.

25. Consideremos uma produção de pares em que o fóton tenha energia E e frequência f . Sabendo que a massa de repouso do elétron é $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ e que $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, determine as condições que devem satisfazer E e f para ocorrer a produção.

26. Em um processo de produção de pares, o fóton original tinha $4,00 \text{ MeV}$. Qual a energia cinética total do pósitron e do elétron? (Dado: massa de repouso do elétron = $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.)

Exercícios de Reforço

27. (UF-MT) A porta automática de um *shopping center*, as calculadoras e os relógios que funcionam com energia solar são recursos tecnológicos utilizados no dia a dia de uma cidade e que envolvem energia luminosa e cargas elétricas, constituindo o fenômeno físico conhecido como “efeito fotoelétrico”. Sobre esse tema, diga se cada sentença a seguir é verdadeira ou falsa.

- I. A energia luminosa constitui-se de “pacotes discretos” denominados fótons, que podem ser considerados partículas.
- II. Quando um fóton incide sobre um pedaço de metal e interage com um elétron, este absorve a energia daquele e pode ser arrancado do metal.
- III. A velocidade dos elétrons que se desprendem do metal devido à incidência da luz depende da frequência e da intensidade da luz.
- IV. A luz tem natureza dual (onda-partícula), sendo o efeito fotoelétrico uma manifestação do aspecto corpuscular.

28. (UF-SC) Verifique a(s) proposição(ões) correta(s).

- I. Devido à alta frequência da luz violeta, o “fóton violeta” é mais energético do que o “fóton vermelho”.
- II. A difração e a interferência são fenômenos que somente podem ser explicados satisfatoriamente por meio do comportamento ondulatório da luz.
- III. O efeito fotoelétrico somente pode ser explicado satisfatoriamente quando consideramos a luz formada por partículas, os fótons.

- IV. A luz, em certas interações com a matéria, comporta-se como uma onda eletromagnética; em outras interações, ela se comporta como partícula, como os fótons no efeito fotoelétrico.
- V. O efeito fotoelétrico é consequência do comportamento ondulatório da luz.

29. (PUC-RS) Analise as afirmações a seguir e escolha a opção correta.

- I. Robert Andrews Millikan determinou, com grande precisão, a carga do elétron.
 - II. O efeito Compton demonstra que a radiação tem comportamento corpuscular.
 - III. Uma descarga elétrica num gás é capaz de ionizá-lo, tornando-o condutor de eletricidade.
- a) Somente a afirmação I é correta.
 - b) Somente as afirmações I e II são corretas.
 - c) Somente as afirmações II e III são corretas.
 - d) Somente as afirmações I e III são corretas.
 - e) Todas as afirmações são corretas.

30. (UF-PI) O *momentum* do fóton é inversamente proporcional a:

- a) sua frequência.
- b) sua massa.
- c) seu peso.
- d) seu comprimento de onda.
- e) constante de Planck.

4. Espectros atômicos

Um outro problema que intrigava os físicos no final do século XIX era a questão dos espectros atômicos.

O conjunto de todas as ondas eletromagnéticas emitidas por um corpo chama-se **espectro**. No caso de um sólido, o espectro é contínuo. Isso quer dizer que existem ondas de todas as frequências dentro de um certo intervalo. Quando um sólido é aquecido até ficar quase branco e fazemos a luz emitida passar por um prisma (fig. 21), a luz projetada num anteparo terá o aspecto da fig. 22a.

Porém, se uma substância estiver no estado gasoso, o espectro apresenta um aspecto diferente. Em vez de uma faixa colorida contínua, teremos apenas algumas cores na forma de linhas, chamadas **raias espectrais**.

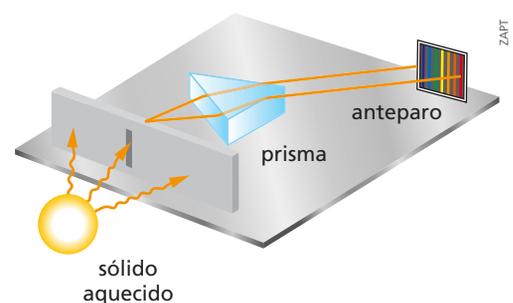


Figura 21.

Na figura 22b, apresentamos o espectro do gás mercúrio (Hg) e na figura 22c apresentamos o espectro do gás hidrogênio (H). Percebemos que cada elemento químico tem um espectro diferente. É como se o espectro fosse a “impressão digital” do elemento. Desse modo podemos saber, por exemplo, quais são os elementos químicos presentes no Sol ou em outras estrelas. Se colocarmos no anteparo um filme fotográfico, poderemos detectar também as ondas não visíveis emitidas pelo gás. Além do **espectro de emissão** podemos obter o **espectro de absorção** usando a montagem esquematizada na figura 23. A luz branca incide no gás, que absorve algumas radiações deixando passar outras. Na chapa fotográfica teremos um fundo brilhante sobre o qual aparecem algumas linhas escuras, correspondentes às radiações que foram absorvidas pelo gás. Na figura 22d, apresentamos o espectro de absorção do hidrogênio. Comparando com o espectro de emissão do hidrogênio (fig. 22c), podemos observar que as raias escuras (fig. 22d) estão na mesma posição das raias claras (fig. 22c).

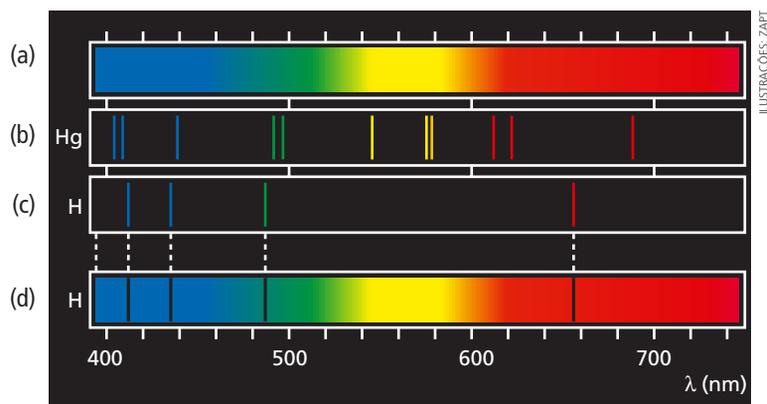


Figura 22.

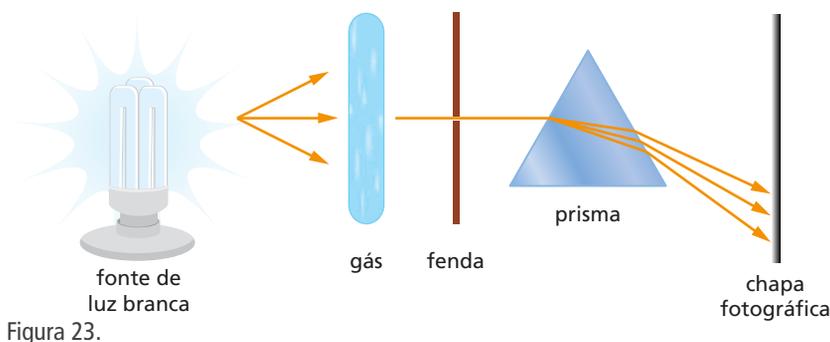


Figura 23.

Mas por que o espectro é separado em raias? Os físicos não sabiam explicar.

Em 1885, o suíço Johann Jacob Balmer, empiricamente, achou uma fórmula que dava os comprimentos de onda (λ) das raias visíveis do espectro do hidrogênio. Para o λ medido em nanometro (10^{-9} m), a fórmula era:

$$\text{Hidrogênio: } \lambda_n = (364,56) \cdot \frac{n^2}{n^2 - 4} \quad (14) \quad n = 3, 4, 5, 6, \dots$$

Em 1890, J. R. Rydberg descobriu fórmulas parecidas para os metais alcalinos (Li, Na, K, Cs). Rydberg também sugeriu que a fórmula de Balmer fosse escrita de outro modo:

$$\text{Hidrogênio: } \frac{1}{\lambda_n} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (15) \quad n = 3, 4, 5, 6, \dots$$

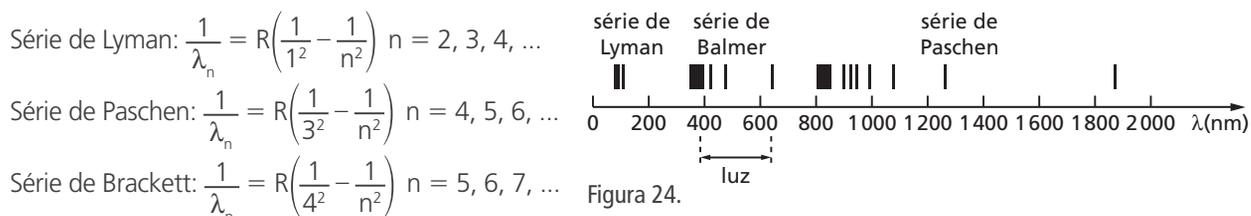
em que a constante R é atualmente chamada **constante de Rydberg** e vale:

$$R = 1,097373 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

Mais tarde foram descobertas outras séries de raias do hidrogênio, fora da região do visível (fig. 24). A série de Lyman está na região do infravermelho e as de Paschen e Brackett (que não aparece na figura) estão na região do ultravioleta. As fórmulas dessas séries foram obtidas experimentalmente:

PROCURE NO CD

No CD, mostramos como passar da equação 14 (fórmula de Balmer) para a equação 15 (fórmula de Rydberg).



Um fato importante a ressaltar é que as quatro séries de linhas têm fórmulas parecidas:

$$\frac{1}{\lambda_{mn}} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (16)$$

sendo m e n números naturais com $n > m$.

Restava explicar por que as coisas eram assim. Quem conseguiu a explicação foi Niels Bohr, como veremos a seguir.

5. O átomo de Bohr

Nas aulas de Química você deve ter estudado o modelo de átomo proposto pelo físico neozelandês Ernest Rutherford (1871-1937) em 1911. Nele, há um núcleo com carga positiva, ao redor do qual giram os elétrons. Porém, ele apresentava um problema.

De acordo com as leis do Eletromagnetismo clássico, cargas elétricas aceleradas emitem ondas eletromagnéticas. Como o elétron, nesse modelo, tem movimento curvo, ele possui aceleração e, portanto, deveria emitir ondas eletromagnéticas, o que ocasionaria perda de energia e o elétron deveria “cair” no núcleo (fig. 25). Porém, isso não ocorre, pois experimentalmente constatamos que o átomo é estável. Como explicar isso? O físico dinamarquês Niels Bohr (1885-1962) estava pensando nesse problema, em 1913, quando tomou conhecimento das fórmulas do espectro de hidrogênio. Isso deu-lhe uma ideia de como resolver o problema.

Bohr propôs um modelo para o átomo de hidrogênio que podemos chamar de semiclássico, pois, embora tenha introduzido ideias revolucionárias, manteve algumas ideias clássicas. Começemos pelas clássicas.

Ele admitiu que o único elétron do átomo de hidrogênio giraria em torno do núcleo, numa órbita circular (fig. 26) sob a ação da força elétrica \vec{F} , cujo módulo é dado pela Lei de Coulomb.

A carga do núcleo é $+e$, e a carga do elétron é $-e$, sendo e a carga elementar:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

A intensidade de \vec{F} é:

$$F = k \frac{e^2}{r^2}$$

Mas essa força é do tipo centrípeta. Portanto, sendo m a massa e v a velocidade do elétron, temos:

$$\frac{ke^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow mv^2 = \frac{ke^2}{r} \quad (17)$$

De (17) obtemos a energia cinética (E_c) do elétron:

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \frac{ke^2}{r} \Rightarrow E_c = \frac{ke^2}{2r}$$

Como a energia potencial do elétron é dada por:

$$E_p = -\frac{ke^2}{r}$$

a energia mecânica total do elétron é:

$$E = E_c + E_p = \frac{ke^2}{2r} - \frac{ke^2}{r} \Rightarrow E = -\frac{ke^2}{2r} \quad (18)$$

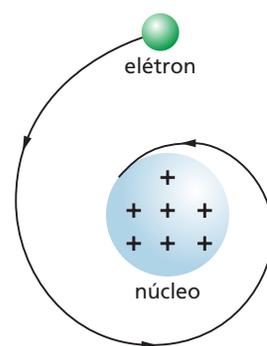


Figura 25.

ZAP!

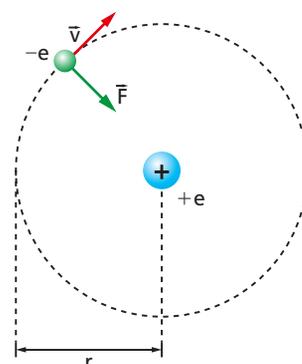


Figura 26. Representação do modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio.

Temos $E < 0$. Assim, como r está no denominador da fração, concluímos que, quanto maior o valor de r , maior será o valor de E .

Vamos agora às ideias não clássicas.

Primeiro Postulado de Bohr

O raio de trajetória não pode ter um valor arbitrário, apenas algumas órbitas são permitidas, as quais são chamadas estados estacionários. Enquanto o elétron está numa dessas órbitas, não emite energia. Ele emite ou absorve energia apenas quando passa de uma órbita para outra.

Quando o elétron vai de uma órbita de energia E_i para outra mais interna (fig. 27a), de energia E_f , é emitido um fóton de energia ϵ e frequência f , de modo que:

$$\epsilon = E_i - E_f = hf$$

sendo h a constante de Planck.

Suponhamos agora que um fóton de energia ϵ atinja um elétron que está numa órbita de energia E_f (fig. 27b). O elétron poderá absorver o fóton e saltar para uma órbita mais externa, de energia E_i , desde que a energia do fóton seja exatamente igual à diferença entre E_f e E_i :

$$\epsilon = E_f - E_i = hf$$

Faltava dizer quais são as órbitas permitidas. Para chegar a isso, Bohr se apoiou em um conceito muito usado em mecânica avançada, que é o **momento angular**.

Para uma partícula de massa m , movendo-se com velocidade de módulo v numa circunferência de raio r (fig. 28), o momento angular \vec{L} tem módulo dado por:

$$L = mvr$$

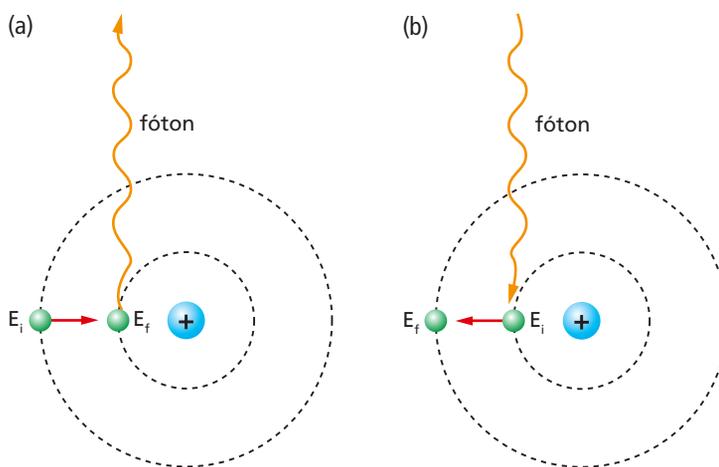


Figura 27.

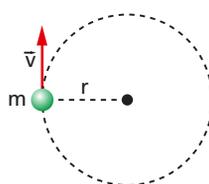


Figura 28.

PROCURE NO CD

Apresentamos o conceito de **momento angular** no conteúdo do CD relativo ao capítulo 23 do volume 1 (Estática dos corpos rígidos).

Segundo Postulado de Bohr

O momento angular do elétron deve ser dado por $\frac{h}{2\pi}$ multiplicado por um número natural não nulo.

Assim, o Segundo Postulado de Bohr pode ser traduzido por:

$$L = mvr = n \frac{h}{2\pi} \quad (\text{com } n = 1, 2, 3, \dots)$$

de onde obtemos:

$$v = \frac{nh}{2\pi mr} \quad (19)$$

Introduzindo (19) em (17), obtemos:

$$r_n = \underbrace{\left(\frac{h^2}{4\pi^2 k m e^2}\right)}_{r_B} n^2 = r_B \cdot n^2 \quad (20)$$

ou:

$$r_n = r_B \cdot n^2 \quad (21)$$

sendo r_B uma constante denominada **raio de Bohr**, que é o valor do raio para $n = 1$, isto é, o raio de Bohr é o menor raio possível para o elétron no átomo de hidrogênio.

Adotando os valores mais precisos para h , π , k , m e e :

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \quad m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \quad \pi = 3,14$$

$$k = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \quad e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

obtemos:

$$r_B = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,529 \text{ \AA}$$

A equação (21) nos diz que r_n é proporcional a n^2 , isto é:

$$r_2 = 4r_B = 4r_1$$

$$r_3 = 9r_B = 9r_1, \text{ etc.}$$

De (20) e (18), obtemos os valores possíveis para a energia do elétron:

$$E_n = \underbrace{\left(-\frac{2\pi^2 k^2 m e^4}{h^2}\right)}_{E_1} \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2} \quad (22)$$

A constante E_1 é o valor da energia para $n = 1$, isto é, é a menor energia possível. Colocando os valores das constantes h , π , k , m e e , temos:

$$E_1 = -2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J} = -13,6 \text{ eV}$$

Assim:

$$E_n = \frac{-2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{n^2} = \frac{-13,6 \text{ eV}}{n^2} \quad (23)$$

Vemos então que tanto o raio como a energia são quantizados; o número n é chamado **número quântico**. Quando o elétron está com o menor valor de energia, dizemos que está no **estado fundamental**. Quando está com energia maior que a mínima, dizemos que está num **estado excitado**.

Na figura 29, temos um diagrama dos níveis de energia (em eV), no qual representamos o estado fundamental e os três primeiros estados excitados.

À temperatura ambiente, a maioria dos átomos de hidrogênio está no estado fundamental. Em temperaturas mais altas ou quando sofre uma descarga elétrica, colisões podem transferir energia ao elétron e levá-lo a um dos estados excitados. Do mesmo modo, a absorção de um fóton pode levar o elétron para um estado excitado (desde que o fóton tenha a energia adequada). Em geral, a tendência é que o elétron volte ao estado fundamental; porém, isso pode ser feito diretamente ou passando por estados intermediários. Por exemplo, ele pode passar de $n = 5$ para $n = 4$, e depois de $n = 4$ para $n = 1$, emitindo dois fótons com energias diferentes no processo.

A menor energia que se deve fornecer a um elétron que está no estado fundamental para que ele se liberte do átomo é chamada **energia de ligação** ou **energia de ionização**. Para o hidrogênio, essa energia é 13,6 eV. Se fornecermos ao elétron exatamente 13,6 eV, ele ficará livre, mas com energia cinética nula; se fornecermos mais de 13,6 eV, o elétron ficará livre e com energia cinética não nula.

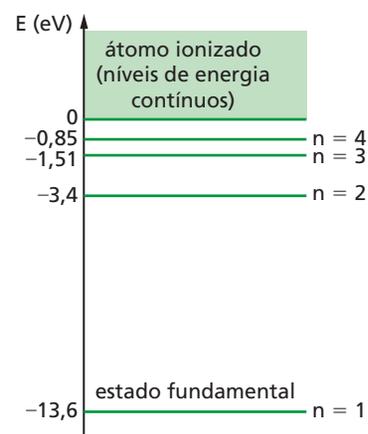


Figura 29.

Quando o elétron está livre, pode ter qualquer valor de energia, isto é, sua energia não é mais quantizada. Por esse motivo, na figura 29, o diagrama está sombreado acima de $E = 0$, para indicar que, nesse caso, os níveis de energia não são representados por linhas separadas.

As séries espectrais

No item anterior apresentamos as fórmulas para o espectro de emissão do hidrogênio, as quais foram obtidas experimentalmente. De acordo com a teoria de Bohr, as raiais são resultados do salto do elétron de um nível de energia E_n para um nível de energia E_m , com $E_n > E_m$, sendo:

$$E_n = \frac{E_1}{n^2} \quad \text{e} \quad E_m = \frac{E_1}{m^2}$$

Portanto, nesse salto, o fóton emitido pelo elétron terá energia ϵ dada por:

$$\epsilon = E_n - E_m = \frac{E_1}{n^2} - \frac{E_1}{m^2} = E_1 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

Mas:

$$\epsilon = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

Assim:

$$\epsilon = \frac{hc}{\lambda} = E_1 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad \text{ou} \quad \frac{1}{\lambda} = \left(\frac{E_1}{hc} \right) \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

Lembrando que a constante E_1 é negativa, podemos escrever:

$$\frac{1}{\lambda} = \left(-\frac{E_1}{hc} \right) \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{ou} \quad \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (24)$$

com:

$$R = -\frac{E_1}{hc} \quad (25)$$

Vemos que a equação (24) é idêntica à equação (16), que foi obtida experimentalmente, sendo R "candidata" a ser a constante de Rydberg.

Vamos verificar se o valor de R calculado pela equação (25) coincidirá com o valor de R obtido experimentalmente.

$$R = -\frac{E_1}{hc} = -\frac{-2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{(6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) (3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s})} \cong 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

Esse valor está em excelente acordo com o valor experimental: $1,09737 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$.

Na figura 30 apresentamos alguns saltos do elétron que dão origem às séries de Lyman, Balmer e Paschen.

A série de Lyman resulta de saltos que têm como estado final o estado de $n = 1$:

$$\frac{1}{\lambda_n} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 2, 3, \dots$$

A série de Balmer resulta de saltos que têm como estado final o estado de $n = 2$:

$$\frac{1}{\lambda_n} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, \dots$$

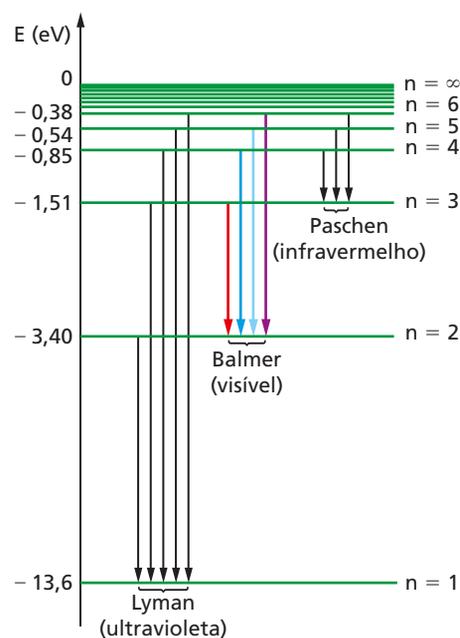


Figura 30.

A série de Paschen resulta de saltos que têm como estado final o estado de $n = 3$:

$$\frac{1}{\lambda_n} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 4, 5, \dots$$

Para concluir, vale ressaltar que:

- 1º) O caminho seguido por Bohr para estudar os níveis de energia do hidrogênio pode ser seguido para estudar os níveis de íons que tenham apenas um elétron. Por exemplo, o átomo de hélio tem um núcleo contendo dois prótons (e um ou dois nêutrons) e em volta há dois elétrons. Se conseguirmos arrancar um elétron, teremos um íon de hélio cujo núcleo tem carga $2e$ e em volta há apenas um elétron.
- 2º) Ao desenvolvermos as ideias de Bohr, falamos em fótons sendo absorvidos e emitidos pelo elétron. Na realidade essa é uma linguagem atual. Naquela época (1913), Bohr, como a maioria dos físicos, não acreditava que a radiação pudesse ser formada por partículas. Como já comentamos, o conceito de fóton só foi consolidado em 1923 com o experimento de Compton. A ideia de Bohr era semelhante à de Planck. Eles acreditavam que a radiação era uma onda. Para eles o problema estava na matéria, que tinha a “esquisitice” de absorver e emitir energia em quantidades discretas.
- 3º) A teoria de Bohr explicava os espectros do hidrogênio e de íons com apenas um elétron, mas não explicava os espectros de átomos com mais de um elétron. Além disso, ela não explicava o fato de as raias terem intensidades diferentes. Esses problemas foram resolvidos alguns anos mais tarde com a criação da Mecânica Quântica. Atualmente continuam válidas as quantizações da energia e do momento angular, e os elétrons de átomos mais complexos que o hidrogênio também apresentam níveis de energia, entre os quais os elétrons podem transitar absorvendo ou emitindo fótons. Porém, as fórmulas são mais complexas que aquelas do átomo de Bohr. Além disso, a Mecânica Quântica aboliu o conceito de trajetória: não sabemos como o elétron se move em torno do núcleo.
- 4º) Por que o espectro de um gás é descontínuo (isto é, formado por raias) e o espectro de um sólido ou líquido é contínuo? A razão é que num gás os átomos estão muito afastados e as transições de níveis ocorridas no interior de um átomo não são afetadas pelos outros átomos. Porém, nos sólidos e líquidos os átomos estão muito próximos e há interação entre eles, de modo que os elétrons mais afastados do núcleo efetuam saltos não só dentro de um mesmo átomo, mas também entre átomos vizinhos, acarretando um número muito grande de frequências para as ondas emitidas.

PROCURE NO CD

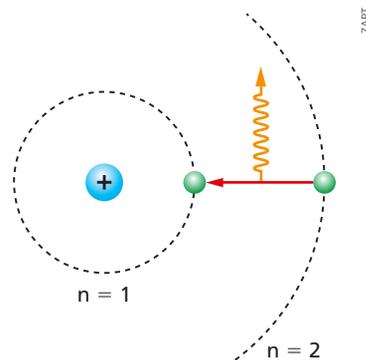
No CD apresentamos os conceitos de **fluorescência** e **fosforescência**. Apresentamos também o processo de produção da luz *laser*.

Exercícios de Aplicação

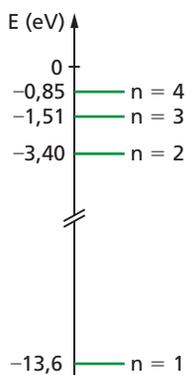
31. Em um átomo de hidrogênio um elétron salta do 1º estado excitado ($n = 2$) para o estado fundamental ($n = 1$), emitindo um fóton. Para esse fóton, calcule:

- a) a energia;
- b) a frequência;
- c) o comprimento de onda.

(Dados: constante de Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; velocidade da luz no vácuo $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.)



32. A figura representa os quatro primeiros níveis de energia do átomo de hidrogênio. Suponhamos que inicialmente o elétron esteja no estado fundamental e que seja atingido por um fóton de frequência f .

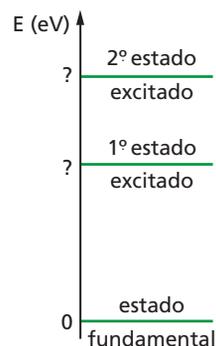


Verifique o que acontece em cada caso a seguir:

- a) $f = 2,92 \cdot 10^{15}$ Hz
 b) $f = 2,15 \cdot 10^{15}$ Hz
 c) $f = 3,9 \cdot 10^{15}$ Hz
33. A energia do elétron no estado fundamental de um átomo de hidrogênio é $-13,6$ eV.
- a) Calcule as energias dos cinco primeiros estados excitados (em eV).
 b) A parte visível do espectro do hidrogênio apresenta raias de cores vermelha, azul, anil e violeta. Calcule os comprimentos de onda das quatro radiações ($h = 4,14 \cdot 10^{-15}$ eV \cdot s).
34. No espectro de emissão de um certo átomo, que não é o hidrogênio, observa-se uma raia correspondente a um comprimento de onda de 20,0 pm. Essa raia corresponde à transição entre um estado de energia $E_1 = -15,0$ keV e um estado de energia E_2 . Sabendo que $h = 4,14 \cdot 10^{-15}$ eV \cdot s, calcule o valor de E_2 .
35. No modelo de Bohr, quando no estado fundamental, o elétron descreve trajetória de raio igual

a $0,529 \text{ \AA}$. Sabendo que a massa do elétron é $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg, determine:

- a) a velocidade do elétron;
 b) o raio da trajetória quando o elétron estiver no 2º estado excitado.
36. Considere um íon formado por um único elétron girando em torno de um núcleo que possui Z prótons. Usando o raciocínio de Bohr, calcule:
- a) os raios das órbitas permitidas para o elétron;
 b) as energias permitidas para o elétron.
37. Na figura representamos os três estados de energia mais baixa para o elétron num átomo de hidrogênio. Foi feita uma mudança no referencial da energia potencial de modo que ao estado fundamental foi atribuída energia nula. Consultando o diagrama da figura 29 (página 445), calcule as energias do primeiro estado excitado e do segundo estado excitado.



38. No átomo de hidrogênio o raio da órbita correspondente ao 3º estado excitado é $8,464 \cdot 10^{-10}$ m. Qual o raio da órbita correspondente ao 7º estado excitado?
39. À temperatura ambiente, na maioria dos átomos de hidrogênio, o elétron está no estado fundamental. Sabendo que a constante de Boltzmann é $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, dê uma razão para esse fato.
40. O espectro de emissão de gases é formado por raias, mas o espectro de emissão de sólidos e líquidos é contínuo. Por quê?

Exercícios de Reforço

41. (Cefet-MG) O modelo de átomo proposto pelo físico dinamarquês Niels Bohr, em 1913, foi o primeiro a explicar satisfatoriamente o espectro descontínuo do átomo de hidrogênio. Dentre as suposições para esse modelo, é correto afirmar que o elétron:
- a) move-se apenas em trajetórias bem definidas.

- b) descreve uma trajetória elíptica em torno do núcleo.
 c) emite radiação quando se encontra em uma órbita permitida.
 d) gira em torno do núcleo devido a uma força atrativa de natureza magnética.
 e) emite um fóton ao saltar de uma trajetória de menor energia para outra de maior energia.

42. (UF-RS) O decaimento de um átomo, de um nível de energia excitado para um nível de energia mais baixo, ocorre com a emissão simultânea de radiação eletromagnética.

A respeito, considere as seguintes afirmações.

- I. A intensidade da radiação emitida é diretamente proporcional à diferença de energia entre os níveis inicial e final envolvidos.
- II. A frequência da radiação emitida é diretamente proporcional à diferença de energia entre os níveis inicial e final envolvidos.
- III. O comprimento de onda da radiação emitida é inversamente proporcional à diferença de energia entre os níveis inicial e final envolvidos.

Quais estão corretas?

- a) Apenas I.
 - b) Apenas II.
 - c) Apenas I e III.
 - d) Apenas II e III.
 - e) I, II e III.
43. (UF-PI) Sobre o modelo atômico de Bohr, verifique quais das sentenças a seguir são verdadeiras.

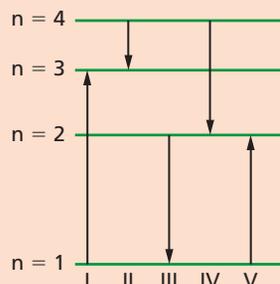
- I. Uma vez que um elétron em um átomo descreve, por exemplo, uma circunferência em torno do núcleo, ele possui aceleração e portanto emite radiação continuamente.
- II. Ao passar de um estado estacionário para outro, o átomo emite ou absorve um *quantum* de energia igual à diferença entre as energias correspondentes aos dois estados.
- III. No átomo de hidrogênio, para passar do nível de energia $n = 2$ para $n = 3$, o elétron deve absorver um fóton com energia aproximadamente igual a 1,89 eV.
- IV. O chamado estado fundamental do átomo de hidrogênio é aquele no qual o elétron está no mais baixo nível de energia.

44. (UF-RN) No modelo para o átomo de hidrogênio proposto por Bohr, o elétron apresenta níveis discretos de energia e há uma condição sobre o momento angular L do elétron.

- a) Registre dois aspectos da Física Clássica que foram mantidos no modelo de Bohr e dois aspectos inovadores que foram introduzidos por Bohr.
- b) Obtenha uma expressão analítica para a velocidade de recuo, v_{rec} , de um átomo de hidrogênio livre, quando um fóton é emitido por ele após a transição de um elétron do primeiro nível excitado (energia E_1) para o

estado fundamental (energia E_0). Expresse o resultado em função de: E_0 , E_1 , c e M_H , em que M_H é a massa do átomo de hidrogênio após a liberação do fóton.

45. (ITA-SP) O diagrama mostra os níveis de energia (n) de um elétron em um átomo.

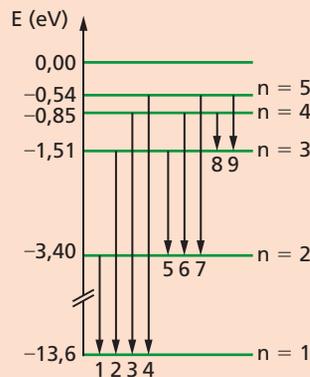


Qual das transições mostradas na figura representa a emissão de um fóton com o menor comprimento de onda?

- a) I b) II c) III d) IV e) V

46. (UF-CE) Na figura, as flechas numeradas de 1 até 9 representam transições possíveis de ocorrer entre alguns níveis de energia do átomo de hidrogênio, de acordo com o modelo de Bohr. São dados: $h = 4,13 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$; $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Suponha que o átomo emite os fótons X e Y, cujos comprimentos de onda são, respectivamente, $\lambda_x = 1,03 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ e $\lambda_y = 4,85 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.



As transições corretamente associadas às emissões desses dois fótons são:

- a) 4 e 8 c) 3 e 9 e) 1 e 7
- b) 2 e 6 d) 5 e 7

47. (UF-BA) Considere os seguintes dados:

- velocidade da luz no vácuo: $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$;
- massa do elétron: $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$;
- massa do próton: $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$;
- constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$;
- um elétron-volt: $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Com base nesses dados e de acordo com a Física Quântica, analise as afirmações a seguir e diga quais são verdadeiras.

I. A energia que deve ser fornecida a um átomo de hidrogênio para fazer passar seu elétron da órbita mais interna de energia ($E_1 = -21,73 \cdot 10^{-19} \text{ J}$) a uma órbita mais externa de energia ($E_2 = -5,43 \cdot 10^{-19} \text{ J}$) é, aproximadamente, 10 eV.

II. O comprimento de onda da radiação eletromagnética que, absorvida por um átomo de hidrogênio, faz passar o elétron da órbita de energia E_1 para a órbita de energia E_2 , sendo $E_2 > E_1$, é dado por $\lambda = \frac{hc}{E_2 - E_1}$.

III. A radiação eletromagnética manifesta tanto propriedades ondulatórias (na interferência e na difração) como propriedades corpusculares (nos processos de absorção e de emissão).

6. Propriedades ondulatórias das partículas

A procura por simetria várias vezes deu bons resultados na Física. Por exemplo, no capítulo 19 vimos que, com o trabalho de Faraday, percebeu-se que um campo magnético variável produz campo elétrico. Alguns anos mais tarde, Maxwell perguntou-se se não poderia ocorrer o efeito simétrico, isto é, um campo elétrico variável produzir um campo magnético. O próprio Maxwell mostrou que isso ocorre e com base nisso previu a existência de ondas eletromagnéticas, posteriormente detectadas por Hertz.

Em 1924, outro físico foi em busca de uma simetria e essa busca deu bons resultados. Esse físico foi o francês Louis De Broglie (1892-1987). Um ano antes, a descoberta do efeito Compton tinha finalmente convencido os físicos da existência dos fótons. Passou-se a aceitar que a radiação tinha caráter **dual**: às vezes se comportava como onda e às vezes se comportava como partícula. De Broglie pensou então no fenômeno simétrico; segundo ele, os fótons têm características corpusculares e ondulatórias, e talvez todas as formas de matéria tenham essas características.

Assim, os elétrons (e a matéria em geral) em alguns casos poderiam se comportar como partículas e em outros como ondas. Ele postulou então que a cada partícula em movimento está associada uma onda cujo comprimento de onda deve ser calculado pela mesma equação que serve para o fóton:

$$\lambda = \frac{h}{Q} \quad (26)$$

sendo Q o módulo da quantidade de movimento da partícula.

Exemplo 1

Suponhamos que um elétron, cuja massa é $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, mova-se com velocidade de módulo $v = 4,00 \cdot 10^5 \text{ m/s}$.

Como $v \ll c$, podemos calcular o módulo de sua quantidade de movimento pela fórmula clássica:

$$Q = m \cdot v = (9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}) \cdot (4,00 \cdot 10^5 \text{ m/s}) = 3,64 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Portanto, o comprimento de onda associado a esse elétron é:

$$\lambda = \frac{h}{Q} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{3,64 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}} \Rightarrow \lambda = 1,82 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 1,82 \text{ nm}$$

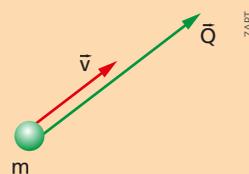


Figura 31.

Mas o que seria essa onda? Isso não estava claro. Apesar disso, De Broglie apresentou uma aplicação interessante de suas “ondas de matéria”. Ele considerou o caso do átomo de hidrogênio e impôs a seguinte condição:

O elétron pode se mover em trajetórias cujo comprimento seja igual a um número inteiro de ondas estacionárias, isto é, sendo r o raio da trajetória, temos:

$$2\pi r = n\lambda \quad (27) \quad \text{com } n = 1, 2, 3, \dots$$

Para afirmar isso, ele se inspirou nas ondas estacionárias produzidas em uma corda vibrante. Na figura 32, apresentamos o caso $n = 1$:

$$2\pi r = \lambda$$

Inicialmente (fig. 32a), temos a onda estacionária na sua forma convencional. Em seguida essa onda é deformada (fig. 32b) até que suas extremidades, A e B , se superponham (fig. 32c). Na figura 33, apresentamos o caso $n = 3$.

A partir das equações (26) e (27), temos:

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{Q} = \frac{h}{mv} \\ 2\pi r &= n\lambda \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2\pi r = \frac{nh}{mv} \Rightarrow mvr = \frac{nh}{2\pi} \quad (28)$$

Mas a equação (28) é o Segundo Postulado de Bohr. Esse resultado animou De Broglie. Embora não se soubesse ainda o que seria essa onda de matéria, parecia que ela tinha um significado importante.

Em novembro de 1925, o austríaco Erwin Schrödinger (1887-1961) deu uma palestra na Universidade de Zurique sobre o trabalho de De Broglie. Um de seus colegas, o holandês Peter Debye (1884-1966), comentou que seria preciso uma equação de ondas.

Em janeiro de 1926, Schrödinger deu uma outra palestra para o mesmo grupo de professores e iniciou retomando o comentário de Debye e afirmando ter encontrado uma equação.

De fato, Schrödinger apresentou uma equação que, na Mecânica Quântica, passou a representar um papel semelhante ao desempenhado na Mecânica Clássica pela Segunda Lei de Newton. Conhecidas as forças que atuam numa partícula, a equação de Schrödinger nos fornece uma função, chamada **função de onda** e tradicionalmente representada por ψ . A função ψ nos mostra qual será o comportamento da partícula (porém, devido à sua complexidade, não apresentaremos a equação de Schrödinger).

No entanto, embora houvesse uma equação de onda, continuava a pergunta: o que é essa onda? Quem solucionou o problema foi o alemão Max Born (1882-1970), que propôs que todo o curso dos acontecimentos é determinado pelas leis da probabilidade; a uma posição no espaço corresponde uma probabilidade que é dada pela onda de De Broglie. Qualquer processo mecânico é, portanto, acompanhado por um processo ondulatório, a onda descrita pela equação de Schrödinger, cujo significado é o de fornecer a probabilidade de um determinado comportamento.

Ficou estabelecido então que $|\psi|^2$ fornece a probabilidade de encontrar a partícula em cada ponto do espaço. Foi essa interpretação probabilística que Einstein nunca aceitou. Ficou famosa uma frase sua a esse respeito: “Não acredito que Deus jogue dados”.

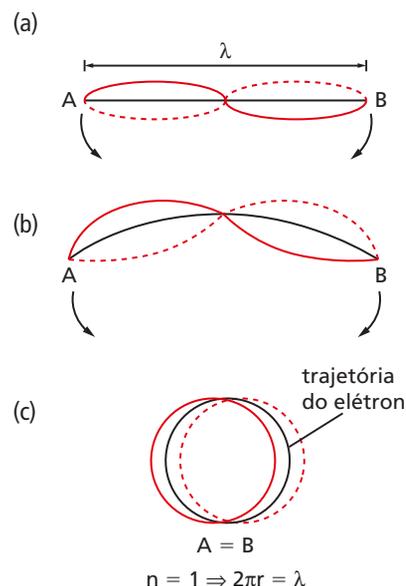


Figura 32.

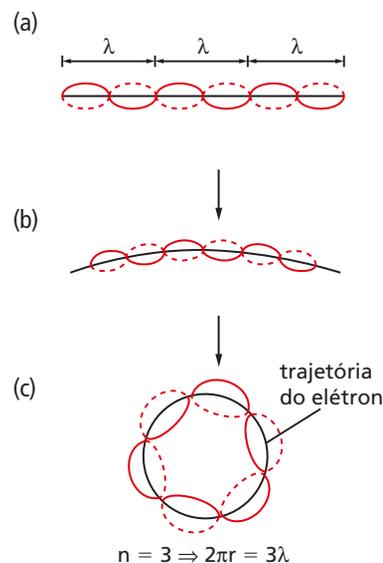


Figura 33.

Exemplo 2

No estudo das Oscilações (volume 2 desta coleção) estudamos o oscilador harmônico, esquematizado na figura 34. Uma partícula de massa m está submetida a uma força do tipo:

$$F = -kx$$

A frequência (f) e a energia mecânica (E) dessa partícula são dadas por:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{e} \quad E = \frac{1}{2} kA^2 \quad (1)$$

sendo A a amplitude do movimento (máximo valor de x).

Na Mecânica Clássica, a amplitude A pode ter um valor qualquer e, portanto, E também pode ter um valor qualquer. Porém, pela Mecânica Quântica as coisas são diferentes. Usando a equação de Schrödinger, pode-se mostrar que os possíveis valores de E são dados por:

$$E = \left(n + \frac{1}{2}\right) hf \quad (2)$$

sendo: $\begin{cases} h = \text{constante de Planck} \\ f = \text{frequência do oscilador} \\ n = 0, 1, 2, 3, \dots \end{cases}$

Portanto, o oscilador quântico não pode ter um valor arbitrário para a energia. A energia é quantizada e só pode assumir os valores dados pela equação (2). Atribuindo alguns valores a n , temos:

$$E_0 = \left(0 + \frac{1}{2}\right) hf = \frac{1}{2} hf$$

$$E_1 = \left(1 + \frac{1}{2}\right) hf = \frac{3}{2} hf$$

$$E_2 = \left(2 + \frac{1}{2}\right) hf = \frac{5}{2} hf, \text{ etc.}$$

No mundo macroscópico, não percebemos isso, pois h é muito pequeno ($h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$) e, assim, os valores de E_0, E_1, E_2, \dots são tão próximos que acreditamos que os valores de energia formam um conjunto contínuo.

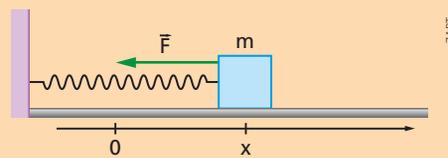


Figura 34.

O Princípio de Correspondência

O Exemplo 2 ilustra um princípio enunciado por Bohr:

A Mecânica Quântica deve se reduzir à Mecânica Clássica quando aplicada ao movimento de objetos macroscópicos.

Esse princípio foi chamado **Princípio de Correspondência**.

Um outro modo de enunciar esse princípio é:

A Mecânica Quântica se reduz às leis clássicas nas situações em que estas explicam os fatos observados.

A difração de elétrons

Em 1927, C. J. Davisson e L. H. Germer, nos Estados Unidos, e G. P. Thomson (filho de J. J. Thomson, que descobriu o elétron), na Inglaterra, independentemente, fizeram experimentos que confirmaram o comportamento ondulatório dos elétrons. Na figura

35, esquematizamos o aparato usado por Davisson e Germer para estudar a difração (espalhamento) de elétrons por uma rede cristalina. Um feixe de elétrons foi enviado sobre o cristal e eles mediram a intensidade do feixe refletido para cada ângulo θ . O resultado obtido foi igual ao obtido para a difração de raios X com o mesmo comprimento de onda do elétron.

Na figura 36, esquematizamos o aparato usado por Thomson. Um feixe de elétrons incidiu em uma fina lâmina de cristal e foi difratado. A chapa fotográfica registrou faixas circulares alternadamente claras e escuras (fig. 37) com as mesmas características da figura obtida com a difração de raios X de mesmo comprimento de onda dos elétrons. É importante ressaltar que a difração ocorre quando o comprimento de onda dos raios X ou dos elétrons tem a mesma ordem de grandeza do espaçamento D entre os átomos do cristal.

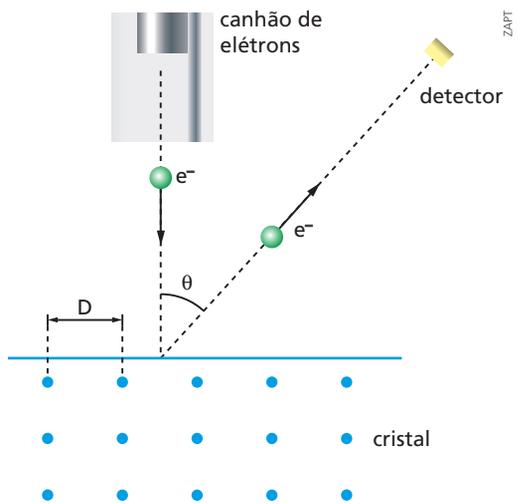


Figura 35.

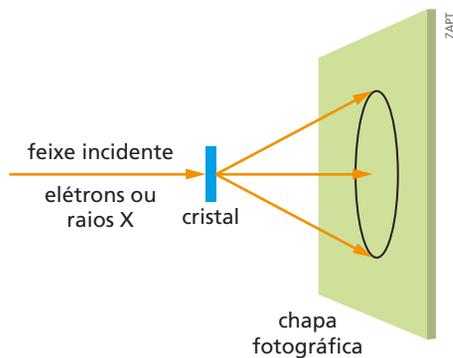


Figura 36.

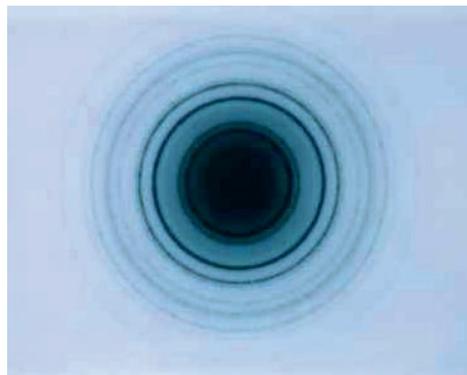


Figura 37.

Leitura

0 microscópio eletrônico

Por causa da difração, quando uma onda incide num objeto, ao ser refletida, ela só poderá mostrar detalhes do objeto se o comprimento de onda for menor que os tamanhos desses detalhes. O microscópio óptico (que estudamos no capítulo 17 do volume 2 desta coleção) usa a luz, cujo comprimento de onda varia aproximadamente de 400 nm a 700 nm. Portanto, ele só consegue revelar detalhes bem maiores que esses valores. Acelerando elétrons por meio de uma diferença de potencial, não é difícil levá-los a uma velocidade de $3,0 \cdot 10^7$ m/s (10% da velocidade da luz). Usando a fórmula clássica, a quantidade de movimento de cada elétron será:

$$Q = m \cdot v = (9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg})(3,0 \cdot 10^7 \text{ m/s}) \cong 2,7 \cdot 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Assim, o comprimento de onda de cada elétron será:

$$\lambda = \frac{h}{Q} \cong \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{2,7 \cdot 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s}} \Rightarrow \lambda \cong 2,5 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 0,025 \text{ nm}$$

Esse valor é cerca de 20000 vezes menor que os valores dos comprimentos de onda da luz. Portanto, se em vez de um feixe de luz usarmos um feixe de elétrons, poderemos observar objetos bem menores que os que conseguimos observar com o microscópio óptico. Essa é a ideia que levou à construção dos microscópios eletrônicos.



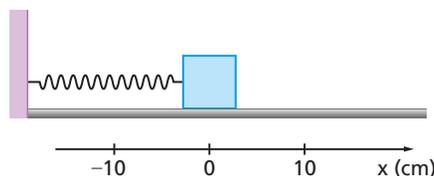
Microscópio eletrônico de varredura.

PETER BOND EM CENTRE UNIVERSITY OF PLYMOUTH/SPILATINSTOCK

Exercícios de Aplicação

48. Sabendo que a massa de repouso de um próton é $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg e a de um elétron é de $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg, calcule os comprimentos de onda de:
- um elétron à velocidade de 10^5 m/s;
 - um próton à velocidade de 10^5 m/s.
49. Calcule o comprimento de onda de um automóvel de massa 1000 kg movendo-se à velocidade de 108 km/h.
50. Um elétron é acelerado por uma diferença de potencial de 300 volts. Sabendo que a massa de repouso do elétron é $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg e sua carga é, em módulo, $1,6 \cdot 10^{-19}$ C, calcule o comprimento de onda do elétron após essa aceleração.
51. Determine a velocidade de um elétron cujo comprimento de onda é 400 nm.

52. Consideremos um bloco de massa 0,40 kg preso a uma mola de constante elástica 20 N/m e oscilando com amplitude 10 cm.



- Usando a Física Clássica, calcule a frequência de oscilação e a energia mecânica do bloco.
- Vimos no Exemplo 2 que, para a Mecânica Quântica, a energia do oscilador é dada por $E = \left(n + \frac{1}{2}\right)hf$. Determine o número quântico correspondente à energia calculada no item a.
- Pensando quanticamente, qual a variação de energia quando o oscilador passa de um estado n para um estado $n + 1$?

Exercícios de Reforço

53. (UF-RN) De acordo com a Teoria da Relatividade e a Mecânica Quântica podemos afirmar que:
- é impossível esmagar um objeto (por exemplo, tirar o suco de uma fruta) usando o efeito da contração de Lorentz ou contração das distâncias apresentado na Teoria da Relatividade Especial.
 - ondas de matéria não podem ser associadas a corpos macroscópicos, senão um carro ao passar por um túnel sofreria forte difração.
 - a massa relativística cresce com a velocidade do objeto, portanto um elétron fica com um tamanho enorme para velocidades próximas da velocidade da luz.
 - na Teoria da Relatividade de Einstein, tudo é relativo, até mesmo leis de conservação, cuja validade vai depender do observador inercial que analisa a situação.
54. (UF-PI) A partícula alfa é formada por dois prótons e dois nêutrons. Sabendo que: massa do próton \cong massa do nêutron $\cong 1,6 \cdot 10^{-27}$ kg e $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J \cdot s, qual das alternativas seguintes dá o valor aproximado do comprimento de onda de De Broglie, para uma partícula alfa de velocidade $6,0 \cdot 10^6$ m/s?

- $6,8 \cdot 10^{-14}$ m
- $3,4 \cdot 10^{-14}$ m
- $1,7 \cdot 10^{-14}$ m
- $8,0 \cdot 10^{-15}$ m
- $4,0 \cdot 10^{-15}$ m

55. (ITA-SP) Dobrando-se a energia cinética de um elétron não relativístico, o comprimento de onda original de sua função de onda fica multiplicado por:

- $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{4}$
- $\sqrt{2}$
- 2

56. (UF-RN) Em um aparelho de televisão existem três funções básicas (cor, brilho e contraste), que podem ser controladas continuamente, para se obter uma boa imagem. Ajustar uma dessas funções depende essencialmente do controle da diferença de potencial que acelera os elétrons emitidos pelo tubo de raios catódicos e que incidirão na tela fluorescente. Assim, no tubo de imagem do televisor, os elétrons podem ter qualquer valor de energia, dependendo da diferença de potencial aplicada a esses elétrons.

A Física Quântica, quando aplicada ao estudo de átomos isolados, constata que a energia dos elétrons nesses átomos é uma grandeza **discreta** ao invés de **contínua**, como estabelecido pela Física Clássica.

Essas afirmações, valores contínuos de energia para elétrons emitidos pelo tubo e energias discretas para os elétrons do átomo, não são contraditórias, porque os elétrons emitidos pelo tubo de raios catódicos:

- a) são livres e os elétrons que estão nos átomos são confinados.
- b) são em grande quantidade, diferentemente dos elétrons que estão nos átomos.
- c) perdem a carga elétrica, transformando-se em fótons, e os elétrons que estão nos átomos permanecem carregados.
- d) têm comprimento de onda de De Broglie associado igual ao dos elétrons que estão nos átomos.

57. (PUC-RS) O dualismo onda-partícula refere-se a características corpusculares presentes nas

ondas luminosas e a características ondulatórias presentes no comportamento de partículas, tais como elétrons. A natureza nos mostra que características corpusculares e ondulatórias não são antagônicas, mas, sim, complementares. Dentre os fenômenos listados, o único que não está relacionado com o dualismo onda-partícula é:

- a) o efeito fotoelétrico.
- b) a ionização de átomos pela incidência de luz.
- c) a difração de elétrons.
- d) o rompimento de ligações entre átomos pela incidência de luz.
- e) a propagação, no vácuo, de ondas de rádio de frequência média.

58. (ITA-SP) Obtenha uma expressão para as energias das órbitas do modelo de Bohr do átomo de Hidrogênio usando a condição de que o comprimento da circunferência de uma órbita do elétron ao redor do próton seja igual a um número inteiro de comprimentos de onda de De Broglie do elétron.

7 O Princípio da Incerteza

Em 1927, o físico alemão Werner Heisenberg (1901-1976) enunciou um importante princípio chamado **Princípio da Incerteza**:

Não é possível conhecer, simultaneamente e com precisão arbitrária, a posição e a quantidade de movimento de uma partícula. Se Δx for a incerteza na posição e ΔQ a incerteza na quantidade de movimento, temos:

$$\Delta x \cdot \Delta Q \geq h$$

Vamos apresentar uma versão simplificada do argumento de Heisenberg.

Para localizarmos um elétron, deveríamos “iluminá-lo” enviando a ele no mínimo um fóton (fig. 38a).

Nessa localização, não podemos esperar uma incerteza menor que o comprimento de onda λ do fóton. Portanto, a incerteza na posição é no mínimo $\Delta x = \lambda$:

$$\Delta x \geq \lambda$$

Na colisão, o fóton vai transferir uma parte ou a totalidade de sua quantidade de movimento ao elétron. Assim, a incerteza na quantidade de movimento do elétron é aproximadamente igual à quantidade de movimento do fóton:

$$\Delta Q = \frac{h}{\lambda}$$

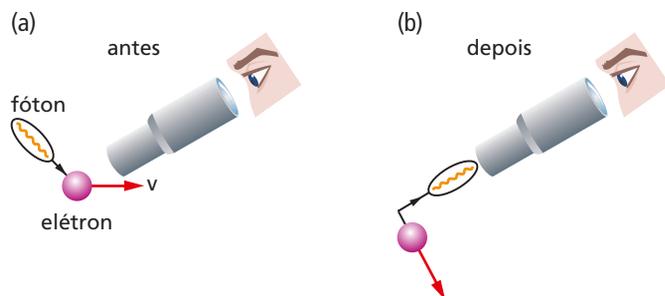


Figura 38.

Assim:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta x \geq \lambda \\ \Delta Q = \frac{h}{\lambda} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta x \cdot \Delta Q \geq \lambda \cdot \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \Delta x \cdot \Delta Q \geq h$$

Se tentarmos diminuir Δx , usando um fóton de comprimento de onda menor, a quantidade de movimento será maior e, assim, também será maior a quantidade de movimento transferida ao elétron, aumentando ΔQ .

Podemos medir precisamente a posição ou a quantidade de movimento, mas não ambas simultaneamente. Quando diminuimos a incerteza em uma das duas grandezas, aumentamos a incerteza na outra.

Uma análise mais profunda, a partir da equação de Schrödinger, mostra que:

- O Princípio da Incerteza é consequência do fato de as partículas terem características ondulatórias, e

$$\Delta x \cdot \Delta Q \geq \frac{h}{4\pi} \quad (29)$$

Além do aspecto mencionado acima, o Princípio da Incerteza tem um outro aspecto mais profundo. Mesmo que não estejamos fazendo nenhuma medida, o Princípio da Incerteza proíbe que uma partícula tenha posição e quantidade de movimento bem definidos simultaneamente.

Como exemplo, analisemos a questão do zero absoluto vista no estudo da Termologia. O zero absoluto seria a temperatura em que as moléculas do corpo estariam em repouso. Mas, se isso ocorresse, cada molécula teria posição e quantidade de movimento bem definidas, o que é proibido pelo Princípio da Incerteza. Portanto, as moléculas do corpo nunca ficarão totalmente imóveis.

Às vezes é usada a seguinte notação:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Desse modo, o Princípio da Incerteza costuma ser apresentado assim:

$$\Delta x \cdot \Delta Q \geq \frac{\hbar}{2}$$

A partir da equação de Schrödinger, pode-se mostrar que há também um Princípio da Incerteza envolvendo a incerteza na medida da energia (ΔE) de uma partícula e o intervalo de tempo (Δt) gasto para medir a energia:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

OBSERVAÇÃO

O símbolo \hbar lê-se: h cortado.

Exercícios de Aplicação

59. A incerteza na posição de um próton é de $4,0 \cdot 10^{-12}$ m. Sabendo que a massa do próton é $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, calcule a incerteza na medida da sua velocidade.
60. Uma bola de futebol tem massa de 300 g e velocidade de 20 m/s, medida com precisão de 1,5%. Com que precisão poderá ser medida, simultaneamente, a posição da bola?
61. Quando um elétron vai para um estado excitado, ele fica nesse estado em média 10^{-8} s. Quando esse elétron saltar para um nível mais baixo, irá emitir uma energia E cuja frequência correspondente é f . Calcule:
- a) a incerteza na energia;
 - b) a incerteza na frequência.

Exercícios de Reforço

62. (ITA-SP) Num experimento, foi de $5,0 \cdot 10^3$ m/s a velocidade de um elétron, medida com a precisão de 0,003%. Calcule a incerteza na determinação da posição do elétron, sendo conhecidos: massa de elétron $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg e constante de Planck reduzida $\hbar = 1,1 \cdot 10^{-34}$ J · s.

63. (UF-RN) Amanda, apaixonada por História da Ciência, ficou surpresa ao ouvir de um colega de turma o seguinte relato: J. J. Thomson recebeu o prêmio Nobel de Física, em 1906, pela descoberta da partícula elétron. Curiosamente, seu filho, G. P. Thomson, recebeu o prêmio Nobel de Física, em 1937, por seu importante trabalho experimental sobre difração de elétrons por cristais. Ou seja, enquanto um verificou aspectos de partícula para o elétron, o outro percebeu a natureza ondulatória do elétron.

Nesse relato, de conteúdo incomum para a maioria das pessoas, Amanda teve a lucidez de perceber que o aspecto ondulatório do elétron era uma comprovação experimental da teoria das ondas de matéria, proposta por Louis de Broglie, em 1924. Ou seja, o relato do colega de Amanda estava apoiado num fato bem estabelecido em Física, que é o seguinte:

- O Princípio da Superposição, bastante usado em toda a Física, diz que aspectos de onda e de partícula se complementam um ao outro e podem se superpor num mesmo experimento.
- O Princípio da Incerteza de Heisenberg afirma que uma entidade física exhibe ao mesmo tempo suas características de onda e de partícula.

c) A Teoria da Relatividade de Einstein afirma ser tudo relativo; assim, dependendo da situação, características de onda e de partículas podem ser exibidas simultaneamente.

d) Aspectos de onda e de partícula se complementam um ao outro, mas não podem ser observados simultaneamente num mesmo experimento.

64. (ITA-SP) Considere as seguintes afirmações:

I. No efeito fotoelétrico, quando um metal é iluminado por um feixe de luz monocromática, a quantidade de elétrons emitidos pelo metal é diretamente proporcional à intensidade do feixe incidente, independentemente da frequência da luz.

II. As órbitas permitidas ao elétron em um átomo são aquelas em que o momento angular orbital é $\frac{n\hbar}{2\pi}$, sendo $n = 1, 3, 5, \dots$

III. Os aspectos corpuscular e ondulatório são necessários para a descrição completa de um sistema quântico.

IV. A natureza complementar do mundo quântico é expressa, no formalismo da Mecânica Quântica, pelo Princípio da Incerteza de Heisenberg.

Quais estão corretas?

- I e II
- I e III
- I e IV
- II e III
- III e IV

SUGESTÕES DE LEITURA

BRENNAN, Richard. *Gigantes da Física*. Rio de Janeiro: Zahar, 1998.

- No capítulo 3, há uma apresentação da vida e da obra de Max Planck.

ABDALA, Maria Cristina. *Bohr: o arquiteto do átomo*. São Paulo: Odysseus, 2002.

- Com uma linguagem simples, é apresentada a vida e a obra de Bohr.

PIZA, Antonio F. R. de Toledo. *Schrödinger & Heisenberg: a Física além do senso comum*. São Paulo: Odysseus, 2003.

- Por caminhos distintos, Schrödinger e Heisenberg construíram a Mecânica Quântica. Esse livro mostra quais foram esses caminhos.

ZEILINGER, Anton. *A face oculta da natureza*. São Paulo: Globo, 2005.

- Nesse livro há uma boa apresentação do estágio atual da Mecânica Quântica e de sua interpretação.

FEYNMAN, Richard P. *Física em seis lições*. Rio de Janeiro: Ediouro, 1999.

- No capítulo 6, há uma excelente descrição de um experimento de interferência de elétrons.

Partículas Elementares e Física Nuclear

1. Partículas elementares

Em maio de 1932 foi descoberto o nêutron, e com isso completou-se o modelo de átomo que você estudou nas aulas de Química: há um núcleo, contendo prótons e nêutrons (só há um caso em que não há nêutron), rodeado por um número de elétrons igual ao número de prótons do núcleo. Assim, em todo o Universo haveria apenas quatro tipos de partículas elementares: elétron, próton, nêutron e fóton.

O fóton, como vimos, não tem massa de repouso, mas as outras três partículas sim. Para medir essas massas, além do kg, os físicos costumam usar o $\frac{\text{MeV}}{c^2}$ (que vimos no capítulo 20) e a unidade de massa atômica (u), que vimos no estudo dos gases (volume 2 desta coleção). O valor de u é aproximadamente igual ao das massas de repouso do próton e do nêutron. Assim, temos:

$$1 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cong 1,783 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

$$1 \text{ kg} \cong 5,6096 \cdot 10^{29} \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$1 u \cong 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cong 931,494 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$1 \text{ kg} \cong 6,022 \cdot 10^{26} u$$

PROCURE NO CD

No CD relembramos alguns fatos sobre o átomo, os quais você aprendeu nas aulas de Química e que serão necessários neste capítulo.

1. Partículas elementares
2. Aceleradores e raios cósmicos
3. Quarks
4. Classificação das partículas
5. Interações
6. Radioatividade
7. Equações dos decaimentos
8. Fusão nuclear
9. Fissão nuclear
10. O Big Bang

| Partícula | Símbolo | Carga elétrica | Massa de repouso | | |
|-----------|----------------|----------------|-------------------------|-----------------------|--------------------------|
| | | | kg | u | $\frac{\text{MeV}}{c^2}$ |
| próton | p | +e | $1,6726 \cdot 10^{-27}$ | 1,007276 | 938,28 |
| nêutron | n | 0 | $1,6749 \cdot 10^{-27}$ | 1,008665 | 939,57 |
| elétron | e ⁻ | -e | $9,1094 \cdot 10^{-31}$ | $5,486 \cdot 10^{-4}$ | 0,511 |

Tabela 1. Constituintes do átomo.

Três meses depois da descoberta do nêutron, em agosto de 1932, a lista de partículas começou a aumentar: foi descoberto o pósitron, uma partícula que tem a mesma massa de repouso do elétron, mas com carga oposta à dele (+e) e que, por isso, é representado por e⁺.

Uma das formas de produção do pósitron é um processo que já mencionamos nos dois capítulos anteriores: a produção de pares (fig. 1). Em alguns casos, quando um fóton (γ) passa perto de um átomo, pode ser transformado em um elétron e⁻ e em um pósitron.

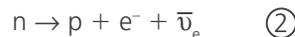
Nos anos seguintes foram descobertas outras partículas, sendo identificadas hoje mais de duzentas. É importante destacar que essas partículas não fazem parte do átomo, que é formado apenas de elétrons, prótons e nêutrons. As outras partículas surgem por meio de dois processos: **decaimento** e **colisão**.

Decaimento

Em certos casos, uma partícula pode transformar-se, espontaneamente, em duas ou mais partículas de outras naturezas. Quando isso ocorre, dizemos que houve um **decaimento** (ou desintegração). Um exemplo é a produção de pares; dizemos que o fóton decaiu, transformando-se em um elétron e em um pósitron. Representamos esse decaimento por:



Um outro exemplo é o chamado decaimento β^- . Nos núcleos de alguns átomos, um nêutron pode se transformar em três partículas: um próton (p), um elétron (e^-) e uma terceira partícula, chamada de **antineutrino do elétron** ($\bar{\nu}_e$), do qual falaremos posteriormente. Essa transformação é representada do seguinte modo:



O próton produzido continua dentro do núcleo, mas o elétron e o antineutrino do elétron são emitidos com grandes velocidades, próximas à da luz. Quando esse fenômeno foi detectado pela primeira vez, no final do século XIX, não se sabia da existência do antineutrino. Constatou-se apenas que era emitida uma partícula com carga negativa, batizada de β^- (beta menos). Só mais tarde percebeu-se que essa partícula era o elétron, mas até hoje o elétron continua a ser chamado de partícula β^- , e o decaimento representado em (2) é chamado de decaimento β^- .

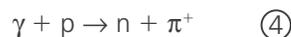
Vamos apresentar outro exemplo: o decaimento β^+ (beta mais). Em alguns casos, um próton que está no interior de um núcleo pode decair, transformando-se em um nêutron (n), um pósitron (e^+) e uma terceira partícula, chamada de **neutrino do elétron**, que é simbolizada por ν_e . Esse decaimento é representado por:



Como o elétron é chamado de partícula β^- , o pósitron (e^+) foi chamado de partícula β^+ , e o decaimento representado por (3) é chamado de decaimento β^+ . Nesse decaimento, o nêutron formado fica dentro do núcleo, mas o pósitron e o neutrino do elétron são lançados para fora, com altas velocidades.

Colisões

Quando duas partículas colidem, elas podem transformar-se em outros tipos de partícula. Por exemplo, quando um fóton colide com um próton (fig. 2), às vezes o fóton e o próton se transformam em um nêutron (n) e em outra partícula chamada de **píon positivo** (π^+):



O píon positivo tem carga elétrica $+e$ e massa de repouso maior do que a do elétron e menor do que a do próton (veja tabela 1):

$$140 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

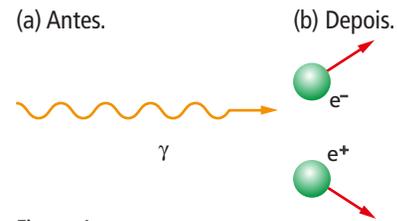


Figura 1.

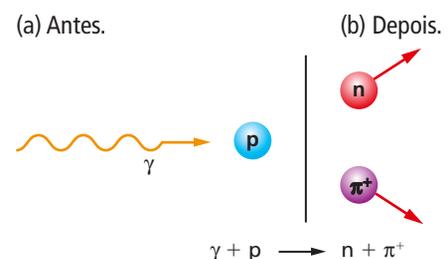


Figura 2.

O elétron e o próton livre (fora do núcleo) são estáveis, isto é, espontaneamente não sofrem transformações. Já o nêutron e as outras partículas, quando livres, são instáveis, isto é, decaem em outras partículas. Por exemplo, o nêutron livre, em um tempo variável, mas cuja média é 15 minutos, sofre decaimento beta menos (β^-). Assim, o pión positivo formado na transformação (ou reação) rapidamente decai do seguinte modo:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (5)$$

A partícula μ^+ é chamada **múon positivo** e ν_μ é chamada **neutrino do múon**. O múon positivo também é instável e rapidamente decai do seguinte modo:

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \quad (6)$$

sendo ν_e o neutrino do elétron e $\bar{\nu}_\mu$ o antineutrino do múon.

O pósitron rapidamente encontra um elétron e ambos se aniquilam, dando origem a dois fótons (fig. 3):

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$$

Falamos do pión positivo e do múon positivo. Mas há também o pión negativo (π^-), o pión neutro (π^0), o múon negativo (μ^-) e muitas outras partículas.

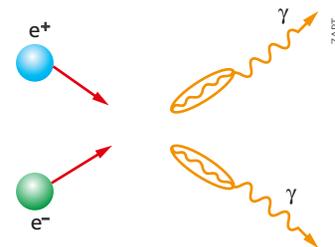


Figura 3.

Antipartículas

Vimos que o elétron e o pósitron têm a mesma massa, mas cargas elétricas opostas. Dizemos então que o pósitron é a **antipartícula** do elétron ou que o elétron é a antipartícula do pósitron. Da mesma maneira, o pión positivo (π^+) e o pión negativo (π^-) formam um par partícula-antipartícula, o mesmo ocorrendo com o múon positivo (μ^+) e o múon negativo (μ^-).

Hoje sabemos que para cada partícula existe em correspondência uma antipartícula. No caso de uma partícula quem tem carga elétrica não nula, a partícula e a antipartícula têm cargas opostas. Mas, no caso de partículas neutras, qual a diferença entre uma partícula e sua antipartícula? Mais adiante daremos a resposta a essa pergunta.

Dada uma partícula qualquer x , podemos representar sua antipartícula por \bar{x} . Assim, se representarmos o próton por p , representaremos sua antipartícula (o antipróton) por \bar{p} . O antipróton tem a mesma massa do próton, mas a carga é negativa. Assim, podemos também representar o próton por p^+ e o antipróton por p^- .

O neutrino do elétron é representado por ν_e , e o antineutrino do elétron é representado por $\bar{\nu}_e$. Do mesmo modo, o neutrino do múon é representado por ν_μ , e o antineutrino é representado por $\bar{\nu}_\mu$. Todos os neutrinos têm carga elétrica nula e massa de repouso quase nula (ainda não sabemos os valores exatos).

Quando uma partícula colide com sua antipartícula, em geral elas se aniquilam, produzindo fótons. Mas pode ocorrer a produção de outras partículas. Por exemplo, quando um próton e um antipróton colidem, pode ocorrer a seguinte reação:

$$p + \bar{p} \rightarrow 4\pi^+ + 4\pi^-$$

Conservação da carga e da energia

É importante ressaltar que em todos os decaimentos e colisões deve haver conservação da carga elétrica, da energia e da quantidade de movimento. Você pode observar que, em todos os exemplos que demos, a carga elétrica total antes do decaimento ou colisão é igual à carga elétrica total final.

Voltemos ao decaimento β^- (transformação (2)):

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad (2)$$

Consultando a tabela 1, observamos que as massas de repouso do nêutron, do próton e do elétron são, respectivamente:

$$m_n = 939,57 \text{ MeV}/c^2; m_p = 938,28 \text{ MeV}/c^2 \text{ e } m_{e^-} = 0,511 \text{ MeV}/c^2$$

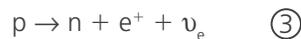
Portanto:

$$m_p + m_{e^-} = 938,79 \text{ MeV}/c^2$$

isto é:

$$m_n > m_p + m_{e^-}$$

Logo, não há nada de estranho com o decaimento ②. Agora vejamos o decaimento β^+ (equação ③):



Como a massa de repouso do pósitron é igual à massa de repouso do elétron, utilizando os valores acima, percebemos que:

$$m_p < m_n + m_{e^+}$$

Portanto, a massa de repouso total final é maior que a massa de repouso total inicial. Como isso é possível? Quando um próton está livre, o decaimento ③ nunca ocorre. Porém, quando o próton está dentro de um núcleo, isso pode ocorrer porque dentro do núcleo as partículas (nêutrons e prótons) não ficam em repouso. Elas estão o tempo todo vibrando, isto é, têm energia cinética. Assim, em certos casos, o próton tem energia cinética suficiente para haver transformação de energia em matéria, e isso explica o aumento da massa de repouso total após o decaimento.

2. Aceleradores e raios cósmicos

Para obter informações sobre as partículas, um bom caminho é observar as colisões entre elas. Quando ocorre uma colisão, o ideal é que as partículas tenham a maior velocidade possível, pois assim terão muita energia, que poderá se transformar em matéria, produzindo outras partículas. Para observar colisões em altas energias, podemos usar **aceleradores de partículas** ou aproveitar os **raios cósmicos**.

Aceleradores de partículas

Os aceleradores de partículas são grandes máquinas que, por meio de campos elétricos, aceleram partículas que têm carga elétrica, como elétrons e prótons.

Alguns aceleradores são retilíneos e são chamados **aceleradores lineares**. Outros são circulares e, nesse caso, para manter as partículas carregadas em movimento circular, são usados campos magnéticos. Na figura 4a apresentamos a vista aérea do acelerador do laboratório Fermi (Fermilab), situado nos Estados Unidos. Na realidade, o acelerador fica sob o solo e tem raio de 1,0 km. Na figura 4b vemos um trecho do acelerador.

Na Europa, em 2008, ficou pronto um acelerador de partículas circular, cujo comprimento é de cerca de 27 km. Ele fica no Centro Europeu de Pesquisas Nucleares, parte na França e parte na Suíça.



(a) Vista aérea do Fermilab, nos arredores de Chicago, EUA.



(b) Trecho do acelerador Tevatron, do Fermilab. Figura 4.

Raios cósmicos

A Terra é atingida constantemente por uma chuva de partículas cuja origem ainda não é totalmente conhecida. Sabemos que uma parte vem do Sol, mas outra parte vem de outros locais, talvez estrelas distantes. Essas partículas são chamadas de **raios cósmicos** e atingem a alta atmosfera à razão de 20 partículas por cm^2 por segundo. A maior parte delas (86%) é constituída de prótons, cerca de 12% de núcleos de hélio e o restante de núcleos de outros elementos.

Quando essa radiação atinge átomos e moléculas da alta atmosfera, resultam das colisões outras partículas, como nêutrons, píons, múons, elétrons, neutrinos e fótons, além dos prótons iniciais. Essa chuva de partículas resultante das colisões é chamada **radiação secundária**, e as partículas que vêm de fora são chamadas **radiação primária**.

Os raios cósmicos têm uma vantagem sobre os aceleradores: algumas partículas chegam com energia tão elevada que nenhum acelerador construído até agora conseguiu produzir. Porém, os aceleradores têm uma vantagem sobre os raios cósmicos: como controlamos os movimentos das partículas, conseguimos produzir muitas colisões, enquanto com os raios cósmicos precisamos, em geral, esperar muito tempo até observar a colisão que nos interessa.

Foi pela análise de raios cósmicos que o pión foi detectado pela primeira vez por um grupo de físicos do qual fazia parte o brasileiro César Lattes e que era chefiado pelo inglês Cecil Powell. Estranhamente, apenas Powell recebeu o prêmio Nobel pela descoberta.

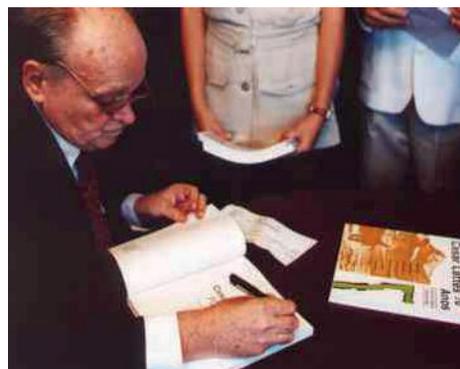


Figura 5. César Lattes (1924-2005).

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS - CBPF

3. Quarks

Atualmente sabemos que muitas das partículas que conhecemos são feitas de outras partículas, denominadas **quarks**, e que possuem cargas elétricas cujos módulos são menores que a carga elementar e . Sabemos também da existência de seis tipos de **quarks**, listados na tabela 2 com suas respectivas antipartículas, os **antiquarks**.

| Quark | Símbolo | Carga | Antiquark | Símbolo | Carga |
|----------------|---------|-----------------|--------------------|-----------|-----------------|
| <i>up</i> | u | $+\frac{2}{3}e$ | <i>antiup</i> | \bar{u} | $-\frac{2}{3}e$ |
| <i>down</i> | d | $-\frac{1}{3}e$ | <i>antidown</i> | \bar{d} | $+\frac{1}{3}e$ |
| <i>strange</i> | s | $-\frac{1}{3}e$ | <i>antistrange</i> | \bar{s} | $+\frac{1}{3}e$ |
| <i>charmed</i> | c | $+\frac{2}{3}e$ | <i>anticharmed</i> | \bar{c} | $-\frac{2}{3}e$ |
| <i>bottom</i> | b | $-\frac{1}{3}e$ | <i>antibottom</i> | \bar{b} | $+\frac{1}{3}e$ |
| <i>top</i> | t | $+\frac{2}{3}e$ | <i>antitop</i> | \bar{t} | $-\frac{2}{3}e$ |

Tabela 2.

Exemplo 1

Vejam alguns exemplos de como os *quarks* compõem as partículas.

- O próton é formado por três *quarks* (fig. 6a), e o antipróton é formado por três *antiquarks* (fig. 6b).

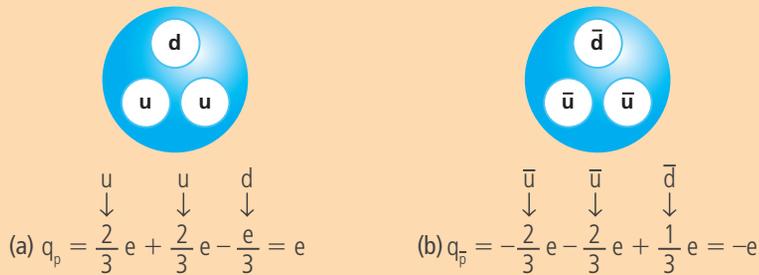


Figura 6.

- O nêutron é formado por três *quarks* (fig. 7a), e o antinêutron é formado por três *antiquarks* (fig. 7b).

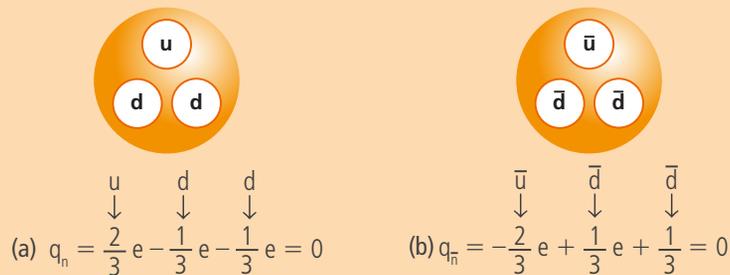


Figura 7.

- Nas figuras 8a, 8b e 8c apresentamos as estruturas dos três píons: π^+ , π^- e π^0 . Cada um deles é formado por um *quark* e por um *antiquark*.

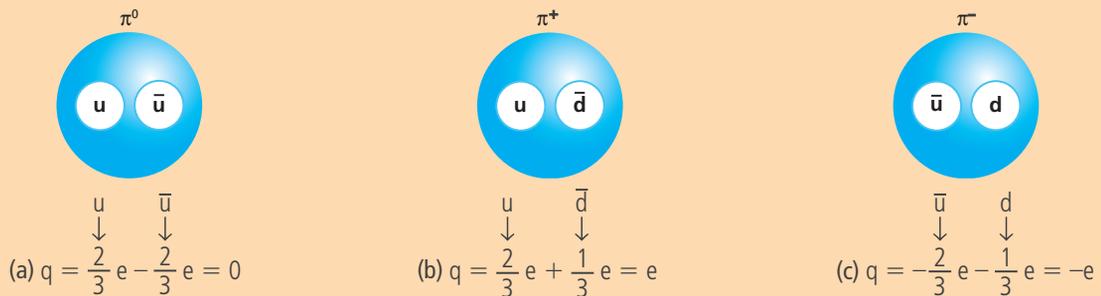


Figura 8.

- Na figura 9a apresentamos a estrutura da partícula D^+ e na figura 9b apresentamos a estrutura da partícula Λ .

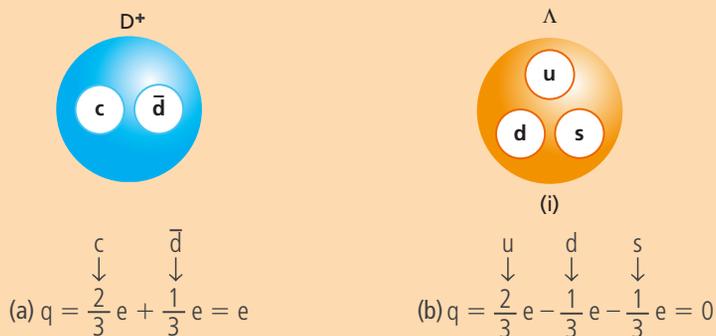


Figura 9.

Dentro de cada partícula os *quarks* não ficam em repouso, pois o Princípio da Incerteza não permite. Eles se movem em alta velocidade. Dessa forma, uma parte da massa da partícula vem da energia cinética dos *quarks*.

Voltemos ao caso do decaimento β^- (fig. 10). Dentro do nêutron um *quark d* transforma-se em um *quark u*, com a emissão de um elétron e um antineutrino do elétron.

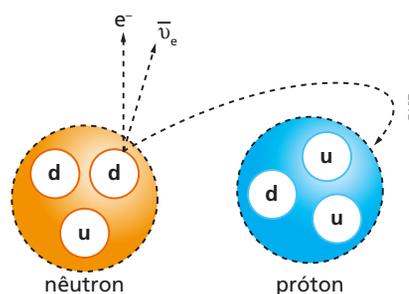


Figura 10. Decaimento β^- .

4. Classificação das partículas

Todas as partículas que conhecemos até hoje são classificadas em cinco grupos, listados a seguir:

- *quarks*
- mésons } hádrons
- bárions }
- léptons
- bósons transmissores

Os hádrons são partículas constituídas por *quarks*. Os bárions são constituídos por três *quarks*, e os mésons são constituídos por um *quark* e um *antiquark*. Como exemplos de bárions, temos:

próton (uud), nêutron (ddu), lambda (uds)

Como exemplos de mésons, temos:

π^+ (u \bar{d}), K^- (s \bar{u}), D^+ (c \bar{d})

Os léptons são partículas que não são constituídas por *quarks* e, até onde sabemos, são realmente **elementares** (como os *quarks*), isto é, não são constituídas por outras partículas. Os léptons são divididos em três grupos: grupo do elétron (e^-), grupo do múon (μ^-) e grupo do tau (τ^-). Os doze léptons conhecidos estão relacionados na tabela 3:

| Grupo do elétron | | | Grupo do múon | | | Grupo do tau | | |
|------------------|--|-------|-----------------|--|-------|------------------|--|------|
| carga | massa de repouso (MeV/c ²) | | carga | massa de repouso (MeV/c ²) | | carga | massa de repouso (MeV/c ²) | |
| e^- | -e | 0,511 | μ^- | -e | 105,6 | τ^- | -e | 1784 |
| e^+ | +e | 0,511 | μ^+ | +e | 105,6 | τ^+ | +e | 1784 |
| ν_e | 0 | ? | ν_μ | 0 | ? | ν_τ | 0 | ? |
| $\bar{\nu}_e$ | 0 | ? | $\bar{\nu}_\mu$ | 0 | ? | $\bar{\nu}_\tau$ | 0 | ? |

Tabela 3. Léptons.

Na tabela 3, temos:

ν_e = neutrino do elétron

ν_μ = neutrino do múon

ν_τ = neutrino do tau

$\bar{\nu}_e$ = antineutrino do elétron

$\bar{\nu}_\mu$ = antineutrino do múon

$\bar{\nu}_\tau$ = antineutrino do tau

Sobre os bósons transmissores falaremos no próximo item.

As palavras **lépton**, **méson** e **bárion** foram introduzidas numa época em que o número de partículas conhecidas ainda era pequeno. Nessa época lépton significava “partícula de massa pequena”, bárion significava “partícula de massa grande” e méson significava “partícula de massa intermediária”. Hoje, no entanto, sabe-se que há alguns léptons e mésons cujas massas de repouso são maiores que as de alguns bárions. Por exemplo, consultando as tabelas 1 e 3, vemos que a massa de repouso do tau é quase o dobro da do próton.

Neutrino e antineutrino

Tanto o nêutron como o antinêutron têm carga nula, mas há uma diferença entre eles: a estrutura de *quarks*. O nêutron tem estrutura udd , e o antinêutron tem estrutura $\bar{u}\bar{d}\bar{d}$. No caso do neutrino e do antineutrino, que são elementares, isto é, não são formados por outras partículas, qual a diferença entre eles?

Um neutrino e seu respectivo antineutrino diferem numa propriedade que os físicos chamam **helicidade**. Suponhamos que um observador pudesse ver, afastando-se dele, um neutrino e um antineutrino (fig. 11).

Esse observador veria o neutrino girar no sentido anti-horário e o antineutrino, no sentido horário.

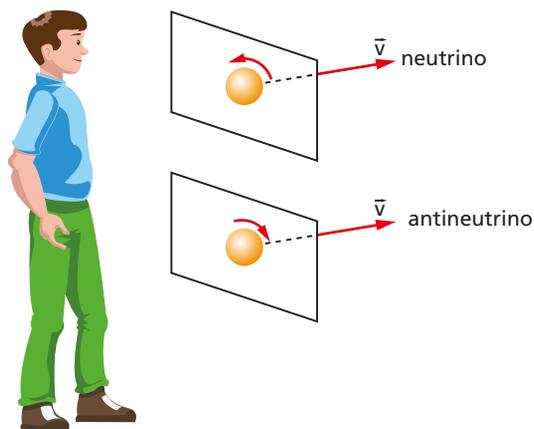


Figura 11.

5. Interações

Todos os fenômenos que ocorrem no Universo são resultado de quatro **interações** (ou forças) básicas: **gravitacional**, **eletromagnética**, **fraca** e **forte**.

A interação gravitacional, que estudamos no volume 1 desta coleção, é uma força atrativa que atua em todas as partículas. Porém, no caso das partículas elementares, essa força tem intensidade tão pequena que não precisa ser considerada.

A força eletromagnética, que estudamos neste volume, é a responsável pela maioria dos fenômenos que observamos no mundo macroscópico. As reações químicas são governadas pelas forças eletromagnéticas entre os elétrons dos átomos. As forças de atrito, a tensão superficial, a adesão, a coesão, isto é, as forças de contato em geral, são todas de origem eletromagnética. A força eletromagnética é sentida por todas as partículas que têm carga elétrica.

A interação forte é uma força que ocorre entre *quarks* e, assim, só é sentida por partículas que têm *quarks*, isto é, os hádrons. Os léptons não sentem a ação da interação forte, que é uma interação de curto alcance. Quando a distância entre duas partículas é maior que 10^{-15} m, ela é nula. Porém, quando a distância é inferior a 10^{-15} m, ela é mais intensa que a força eletromagnética, possibilitando que os prótons se mantenham unidos no núcleo.

A interação fraca atua sobre todas as partículas e, em particular, é responsável pela transformação de *quarks*. É ela que provoca, dentro de um nêutron, a transformação de um *quark down* em um *quark up*, ocasionando a emissão β^- , como ilustramos na figura 10.

Partículas transmissoras

De acordo com a Mecânica Quântica, as forças entre partículas ocorrem pela emissão de um tipo especial de partícula, denominada **partícula transmissora** ou **bóson transmissor**.

No caso da força eletromagnética, a partícula transmissora é o fóton. Uma partícula que tem carga elétrica emite um fóton que, atuando sobre outra partícula que tem carga elétrica, dá origem à força eletromagnética entre elas.

No caso da interação forte, a partícula transmissora chama-se **glúon**; no caso da interação gravitacional, chama-se **gráviton**; e no caso da interação fraca, há três partículas: **W⁺**, **W⁻** e **Z⁰**. Com exceção do gráviton, todas as outras partículas transmissoras já foram detectadas. Há vários experimentos sendo feitos atualmente para a detecção do gráviton, mas nenhum ainda teve sucesso.

Para que se tenha uma ideia das intensidades relativas dessas forças, apresentamos a seguir o caso de dois prótons dentro de um núcleo. Atribuindo intensidade 1 para a interação eletromagnética, apresentamos as intensidades das outras interações na tabela 4:

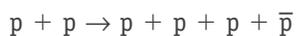
| Gravitacional | Fraca | Eletromagnética | Forte |
|---------------|-----------|-----------------|-------|
| 10^{-36} | 10^{-7} | 1 | 20 |

Tabela 4.

Exercícios de Aplicação

Enunciado para as questões 1 e 2:

O antipróton foi descoberto em 1955, como resultado de um experimento realizado num acelerador de partículas na Universidade da Califórnia, Estados Unidos. No experimento, um próton com quantidade de movimento \bar{Q} colide com um outro próton em repouso. Após a colisão foram detectados três prótons e um antipróton:



- Supondo que as quatro partículas resultantes da colisão pudessem estar em repouso, calcule a energia cinética do próton incidente. (Consulte a tabela 1.)
- Na realidade, por causa do Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento, as quatro partículas produzidas não podem estar em repouso. Supondo que as quatro partículas resultantes se desloquem com a mesma velocidade, calcule a energia cinética do próton incidente. (Lembre-se da equação $E^2 = Q^2c^2 + m_0^2c^4$.)
- As partículas que não são neutras em geral têm carga elétrica $+e$ ou $-e$, sendo e a carga elétrica elementar. Há, porém, uma exceção: a partícula Δ^{++} , cuja carga elétrica é $2e$. Entre as alternati-

vas a seguir há apenas uma que apresenta corretamente os *quarks* que formam essa partícula. Qual é? (Consulte a tabela 2.)

- a) uud b) ddd c) cbt d) sbt e) uuu
- A seguir são representados os *quarks* que compõem alguns hádrons. Consultando a tabela 2, apresente a carga elétrica de cada partícula.

a) $u\bar{d}$ c) $s\bar{d}$ e) $c\bar{u}$
 b) $u\bar{s}$ d) sss f) dds
 - Da colisão entre um próton e um pión negativo, resultam as partículas K^0 e Λ :

$$\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$$
 A partícula K^0 é neutra. Qual a carga da partícula Λ ?
 - As massas de repouso dos *quarks* u e d são, respectivamente, $3 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ e $6 \frac{\text{MeV}}{c^2}$. Como o próton tem composição uud , a soma das massas de repouso dos três *quarks* que compõem o próton é $12 \frac{\text{MeV}}{c^2}$. No entanto, consultando a tabela 1, observamos que a massa de repouso do próton é $938,28 \frac{\text{MeV}}{c^2}$. Como isso é possível?

Exercícios de Reforço

- (ITA-SP) No modelo proposto por Einstein, a luz se comporta como se sua energia estivesse concentrada em pacotes discretos, chamados de “*quanta*” de luz, e atualmente conhecidos por fótons. Estes possuem momento p e energia E relacionados pela equação $E = pc$, em que c é a velocidade da luz no vácuo. Um evento raro, porém possível, é a fusão de dois fótons, produ-

zindo um par elétron-pósitron, sendo a massa do pósitron igual à massa do elétron. A relação de Einstein associa a energia da partícula à massa do elétron ou pósitron, isto é, $E = m_e c^2$.

Verifique a frequência mínima de cada fóton para que dois fótons, com momentos opostos e de módulos iguais, produzam um par elétron-pósitron após a colisão:

$$\begin{aligned} \text{a) } f &= \frac{(4m_e c^2)}{h} & \text{d) } f &= \frac{(m_e c^2)}{2h} \\ \text{b) } f &= \frac{(m_e c^2)}{h} & \text{e) } f &= \frac{(m_e c^2)}{4h} \\ \text{c) } f &= \frac{(2m_e c^2)}{h} \end{aligned}$$

8. (UF-MT) A coluna da esquerda apresenta interações fundamentais e a da direita, fenômenos relacionados a elas.

- | | | |
|---------------------|-----|--------------------------|
| 1 - Fraca | () | Estabilidade nuclear |
| 2 - Forte | () | Processos de decaimento |
| 3 - Eletromagnética | () | Aglomeración de galáxias |
| 4 - Gravitacional | () | Existência do átomo |

Se numerarmos a coluna da direita de acordo com a da esquerda, a sequência correta de cima para baixo é:

- | | |
|---------------|---------------|
| a) 2, 1, 4, 3 | d) 4, 1, 2, 3 |
| b) 1, 4, 3, 2 | e) 3, 2, 1, 4 |
| c) 2, 1, 3, 4 | |

9. (UF-RN) As interações fundamentais na natureza são: gravitacional, eletromagnética, forte e fraca. Podemos afirmar que as forças:

- de atrito e peso são de origem eletromagnética.
- normal e peso são de origem gravitacional.
- normal e de tração são de origem eletromagnética.
- de atrito e de tração são de origem gravitacional.

6. Radioatividade

Muitos núcleos são estáveis, isto é, permanecem inalterados com o passar do tempo. Porém alguns, espontaneamente, emitem determinadas partículas. Esse fenômeno foi descoberto em 1896 pelo francês Antoine Henri Becquerel (1852-1908), mas foi estudado com mais detalhes pela polonesa Marie Sklodowska Curie (1867-1934), juntamente com seu marido, o francês Pierre Curie (1859-1906), e também por Rutherford (de quem falamos no capítulo anterior). Inicialmente, não se sabia o que eram essas partículas, que foram chamadas de **raios**. Rutherford deu a elas os nomes de raios α , raios β e raios γ . Mais tarde, descobriu-se que os raios α são núcleos de ${}^4_2\text{He}$, os raios β são elétrons e os raios γ são ondas eletromagnéticas de altíssima frequência. O fenômeno de emissão dessas partículas foi batizado pelo casal Curie de **radioatividade**. Hoje nós o chamamos **decaimento** ou **desintegração**.

Decaimento alfa

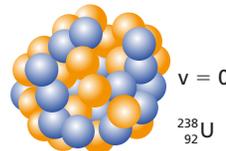
A partícula α é o núcleo de ${}^4_2\text{He}$ (hélio-4), sendo formada por dois prótons e dois nêutrons, o que dá um total de quatro núcleons. Como exemplo de decaimento α , podemos apresentar o caso do ${}^{238}_{92}\text{U}$ (urânio-238), que, após emitir uma partícula alfa, transforma-se no ${}^{234}_{90}\text{Th}$ (tório-234), como ilustra a figura 12.

Esse decaimento pode ser representado por:



Como houve perda de quatro núcleons, o número de massa vai de 238 para 234. O número de prótons diminuiu duas unidades. Portanto, o número atômico vai de 92 para 90. Supondo que o núcleo de urânio estivesse em repouso ($v = 0$), após a emissão α , para manter a quantidade de movimento do sistema, o núcleo de tório e a partícula α terão velocidades \vec{v}_1 e \vec{v}_2 de sentidos opostos e tais que $v_1 < v_2$, sendo v_2 aproximadamente igual a 10% da velocidade da luz. Como o núcleo do urânio-238 estava em repouso e após o decaimento o núcleo do tório-234 e a partícula α estão em movimento, houve liberação de energia, cujo valor veremos como calcular mais adiante.

(a) Antes.



(b) Depois.

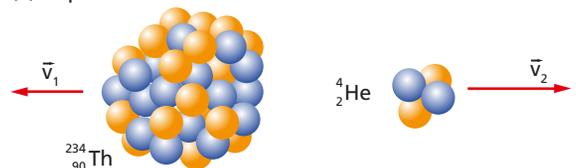


Figura 12. Decaimento α do urânio-238.

Decaimento beta

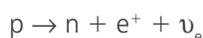
Nós já falamos do decaimento beta e vimos que há, na realidade, dois tipos: β^+ e β^- . Porém, na época de Becquerel, Curie e Rutherford, conhecia-se apenas o caso β^- .

Como vimos, o decaimento β^- consiste no decaimento de um nêutron dentro do núcleo do seguinte modo:

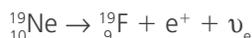


Como exemplo, podemos apresentar o caso do $^{14}_6\text{C}$ (carbono-14), ilustrado na figura 13. O carbono-14 transforma-se em nitrogênio-14. Como um nêutron se transformou em um próton, o número de núcleons não se altera, isto é, o número de massa é 14 para os dois núcleos. Porém, o número de prótons aumentou uma unidade. Assim, o número atômico passou de 6 para 7.

O decaimento β^+ consiste num decaimento do próton dentro do núcleo:



Como exemplo, podemos apresentar o caso do neônio-19, que se transforma em flúor-19:



O número de massa (19) não se altera, porque o número de núcleons não se alterou. Mas o número de prótons diminuiu uma unidade. Assim, o número atômico passa de 10 para 9.

Como o decaimento β^- é mais frequente que o β^+ , quando se diz decaimento beta, sem especificar de qual deles se trata, admite-se que seja β^- .

As partículas β são emitidas com velocidades variáveis que chegam a 90% da velocidade da luz.

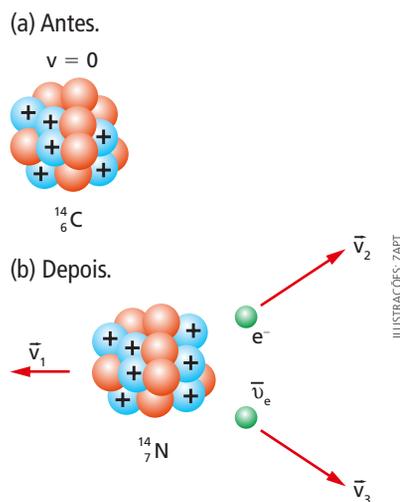


Figura 13. Decaimento β^- do $^{14}_6\text{C}$.

Decaimento gama

De modo semelhante ao que acontece com os elétrons de um átomo, o núcleo também tem níveis de energia, e quando ele passa de um estado excitado de energia E_1 para um estado de energia E_2 , tal que $E_1 > E_2$, ele emite um fóton de energia $E_1 - E_2$, que em geral tem frequência muito alta, na faixa da radiação γ .

Muitas vezes, logo após uma emissão α ou uma emissão β , há também uma emissão γ . Porém, há casos em que o núcleo emite apenas γ .

7. Equações dos decaimentos

Consideremos um conjunto de núcleos radioativos que irão sofrer decaimento β^+ , β^- ou α . A experiência mostra que esses núcleos não irão decair todos ao mesmo tempo; eles decairão aos poucos, com uma rapidez que depende do tipo de núcleo: alguns decaem mais rapidamente que outros.

Vamos supor que tenhamos, inicialmente, N_0 núcleos idênticos que irão sofrer um determinado decaimento e escolhamos um intervalo de tempo T qualquer. Depois desse intervalo de tempo alguns núcleos terão decaído, restando N_1 núcleos íntegros, isto é, N_1 núcleos que ainda não decaíram. Depois de decorrido outro intervalo de tempo T restarão N_2 núcleos íntegros, e assim por diante:



A experiência mostra que a sequência

$$N_0, N_1, N_2, N_3, \dots$$

forma uma **progressão geométrica** (PG), isto é:

$$\frac{N_1}{N_0} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{N_3}{N_2} = \dots = k$$

$$\text{ou } \begin{cases} N_1 = kN_0 \\ N_2 = k^2N_0 \\ N_3 = k^3N_0 \\ \vdots \quad \quad \quad \vdots \end{cases}$$

Exemplo 2

Vamos supor que tenhamos inicialmente 1000 núcleos idênticos que sofrerão um decaimento qualquer, isto é, $N_0 = 1000$. Suponhamos ainda que, após 1 mês, 10% dos núcleos tenham decaído (neste exemplo temos $T = 1$ mês). Lembrando que:

$$10\% = \frac{10}{100} = 0,1$$

podemos dizer que, após um mês, o número de núcleos que decaíram é:

$$10\% \text{ de } N_0 = 10\% \text{ de } 1000 = (0,1)(1000) = (100)$$

Portanto, após um mês, 100 núcleos terão decaído e se transformado em outro núcleo, de modo que restarão 900 núcleos que ainda não decaíram. Porém, no momento inicial, não tínhamos como saber quais núcleos iriam decair; sabemos apenas que, entre os 1000 iniciais, 100 decaíram. Temos então:

$$N_0 = 1000 \quad \xrightarrow[1 \text{ mês}]{N_1 = 900}$$

Observemos que:

$$\frac{N_1}{N_0} = \frac{900}{1000} = 0,9$$

Portanto, depois de mais 1 mês, o número de núcleos íntegros será:

$$N_2 = 0,9 \cdot N_1 = (0,9)(900) = 810$$

Como: $900 - 810 = 90 = 10\%$ de 900, percebemos que no segundo mês também houve um decaimento de 10% dos núcleos que existiam no início do mês.

Se representarmos por N o número de núcleos íntegros a cada instante, no nosso exemplo temos:

$$\left. \begin{array}{l} \text{início} \quad \rightarrow N_0 = 1000 \\ \text{após 1 mês} \quad \rightarrow N_1 = 900 \\ \text{após 2 meses} \quad \rightarrow N_2 = 810 \\ \text{após 3 meses} \quad \rightarrow N_3 = 729 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \times 0,9 \\ \times 0,9 \\ \times 0,9 \end{array}$$

Se esboçarmos o gráfico de N em função do tempo, obteremos a curva representada na figura 14.

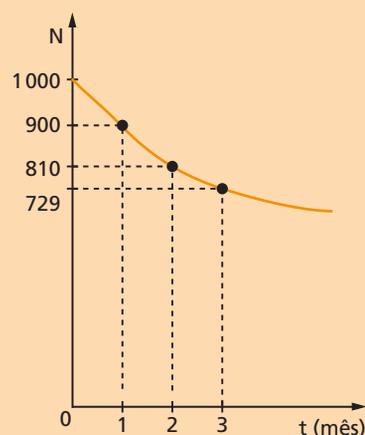


Figura 14. Gráfico do número de núcleos íntegros (N) em função do tempo.

Atividade

Se, num certo intervalo de tempo Δt , o número de núcleos íntegros varia de N_1 para N_2 , temos:

$$\Delta N = N_2 - N_1 < 0$$

A **atividade média** nesse intervalo de tempo é representada por R_m e definida por:

$$R_m = \frac{|\Delta N|}{\Delta t}$$

A atividade média é também chamada **taxa de decaimento** ou **velocidade de decaimento**.

A atividade média não é a mesma para qualquer intervalo de tempo. Portanto, de modo análogo ao que fizemos para a velocidade (no estudo da Mecânica, no volume 1), definimos uma **atividade instantânea** R por:

$$R = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta N|}{\Delta t}$$

ou, usando a notação de derivada:

$$R = \frac{|dN|}{dt}$$

Experimentalmente verifica-se que:

$$R = \frac{|dN|}{dt} = \lambda N \quad (7)$$

sendo λ uma constante característica de cada nuclídeo e de cada tipo de decaimento que é chamada **constante de decaimento** ou **constante de desintegração**. Observando a equação (7) percebemos que:

$$\text{unidade de } \lambda = (\text{unidade de tempo})^{-1}$$

Por exemplo, para o decaimento α do rádio-224, temos $\lambda = 0,189 \text{ dia}^{-1}$, e para o decaimento β^- do cobalto-60, temos $\lambda = 0,1315 \text{ ano}^{-1}$.

Usando o Cálculo Integral, a partir da equação (7), é possível mostrar que:

$$R = R_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (8) \quad \text{e} \quad N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (9)$$

sendo R_0 a atividade no instante $t = 0$ e R a atividade no instante t . O número e é o número de Euler, que você encontrou no estudo dos logaritmos, nas aulas de Matemática. O número e é irracional e é dado, aproximadamente, por:

$$e \cong 2,718$$

Unidades de atividade

No SI a unidade de atividade é o decaimento por segundo, chamado Becquerel (Bq):

$$1 \text{ Bq} = 1 \text{ decaimento por segundo}$$

Como essa unidade é muito pequena, usa-se com frequência uma unidade introduzida pelo casal Curie, que é o curie (Ci):

$$1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ decaimentos por segundo}$$

Esse valor foi escolhido pelos Curie por ser o valor aproximado da atividade de 1 grama de ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ (rádio-226).

Vida média e meia-vida

O tempo de vida de um núcleo radioativo é o intervalo de tempo em que ele permanece sem decair. Dado certo número N_0 de núcleos, de certo tipo de núcleo radioativo, a média aritmética dos tempos de vida de todos os núcleos é chamada **vida média** e é representada por τ .

A partir da equação (9) e usando o Cálculo Integral, é possível demonstrar que:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (10)$$

Observe que o valor da vida média não depende de N_0 .

O tempo decorrido para que um número N_0 de núcleos íntegros se reduza à metade do seu valor inicial é chamado **meia-vida** ou **período de semidesintegração**, sendo representado por $T_{\frac{1}{2}}$. Esse valor também não depende do número inicial N_0 de núcleos íntegros.

Exemplo 3

O nitrogênio-13 ($^{13}_7\text{N}$) tem uma meia-vida $T_{\frac{1}{2}} = 10$ min. Isso significa que, a cada 10 minutos, o número de núcleos de $^{13}_7\text{N}$ se reduz à metade. Suponhamos, por exemplo, que inicialmente tivéssemos 640 núcleos de $^{13}_7\text{N}$. Dez minutos depois teríamos a metade, isto é, 320. Mais dez minutos depois, teríamos a metade desse último valor, isto é, 160, e assim por diante:

$$640 \xrightarrow{10 \text{ min}} 320 \xrightarrow{10 \text{ min}} 160 \xrightarrow{10 \text{ min}} 80 \xrightarrow{10 \text{ min}} 40 \xrightarrow{10 \text{ min}} \dots$$

Observe que os números de núcleos íntegros formam uma Progressão Geométrica (PG) de razão $\frac{1}{2}$:

$$640; \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} 320; \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} 160; \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} 80; \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} 40; \dots$$

Se inicialmente tivermos N_0 núcleos íntegros, a partir do exemplo anterior é fácil perceber que, após um intervalo de tempo $\Delta t = n \cdot T_{\frac{1}{2}}$, o número N de núcleos íntegros é dado por:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \quad (11)$$

Há uma relação entre a meia-vida e a constante de decaimento. Para obtê-la, procedemos assim:

$$\left. \begin{array}{l} N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \\ t = T_{\frac{1}{2}} \Rightarrow N = \frac{N_0}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 2 = e^{\lambda T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln 2 = \ln(e^{\lambda T_{\frac{1}{2}}}) \Rightarrow \ln 2 = \lambda T_{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\ln e}{1} \Rightarrow \ln 2 = \lambda T_{\frac{1}{2}} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Usando uma calculadora eletrônica, obtemos $\ln 2 \cong 0,693$.

Assim:

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda} \cong \frac{0,693}{\lambda} \quad (12)$$

A partir das equações (12) e (10) obtemos:

$$\left. \begin{array}{l} T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda} \\ \tau = \frac{1}{\lambda} \end{array} \right\} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = \tau \cdot \ln 2 \quad (13)$$

Outras formas das equações

Consideremos a expressão $e^{\ln 2}$. Sendo $\ln 2 = x$, temos: $e^x = 2$. Portanto:

$$\left. \begin{array}{l} \ln 2 = x \\ e^x = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow e^{\ln 2} = e^x = 2$$

Assim, lembrando que: $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$, temos:

$$e^{-\lambda t} = e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t} = e^{-(\ln 2) \left(\frac{t}{T_{1/2}} \right)} = \left(\frac{e^{\ln 2}}{2} \right)^{\frac{t}{T_{1/2}}} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$$

Portanto, as equações (8) e (9) podem ser escritas assim:

$$R = R_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \quad \text{e} \quad N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$$

Exercícios de Aplicação

10. No instante $t = 0$ foi obtida uma amostra de 500 mg do isótopo radioativo cobre-64 e observou-se que após 4 horas restavam 400 mg de cobre-64. Calcule a massa de cobre-64 que resta após:

- 8 horas do instante $t = 0$;
- 12 horas do instante $t = 0$.

11. O cobalto-60 apresenta decaimento β^- , sendo sua constante de desintegração $\lambda = 0,1315 \text{ ano}^{-1}$. Suponhamos que, no instante $t = 0$, tenhamos 10 000 núcleos de cobalto-60. Calcule:

- a atividade dessa amostra no instante $t = 0$;
- a atividade dessa amostra após 2,00 anos;
- o número de núcleos de cobalto-60 após 2,00 anos.

Resolução:

a) $N_0 = 10\,000$

Pela equação (7), temos:

$$R = \lambda N \Rightarrow R_0 = \lambda N_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_0 = (0,1315 \text{ ano}^{-1})(10\,000 \text{ núcleos}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_0 = 1315 \text{ decaimentos/ano}$$

b) $R = R_0 \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow R = (1315) \cdot e^{-(0,1315)(2,00)} \Rightarrow$
 $\Rightarrow R = (1315) \cdot e^{-0,263} \Rightarrow R = \frac{1315}{e^{0,263}}$

Usando uma calculadora, obtemos:

$$e^{-0,263} \cong 1,3$$

Assim:

$$R \cong \frac{1315}{1,3} \Rightarrow R \cong 1011 \text{ decaimentos/ano}$$

c) $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow N = 10\,000 \cdot e^{-0,263} \Rightarrow$

$$\Rightarrow N = \frac{10\,000}{e^{0,263}} \Rightarrow N \cong \frac{10\,000}{1,3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N \cong 7\,692 \text{ núcleos}$$

12. A constante de decaimento do carbono-14 é $1,209 \cdot 10^{-4} \text{ ano}^{-1}$. Calcule:

- a vida média do carbono-14;
- a meia-vida do carbono-14;
- o tempo necessário para que certo número de núcleos de carbono-14 se reduza a 75% do valor inicial.

Resolução:

a) $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1,209 \cdot 10^{-4} \text{ ano}^{-1}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \tau \cong 8\,271 \text{ anos}$$

b) $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \cong \frac{0,693}{1,209 \cdot 10^{-4} \text{ ano}^{-1}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow T_{1/2} \cong 5\,732 \text{ anos}$$

c) **1º modo:**

$$\left. \begin{array}{l} N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \\ N = 0,75N_0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0,75N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e^{-\lambda t} = 0,75 \Rightarrow \ln(e^{-\lambda t}) = \ln 0,75 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\lambda t \underbrace{\ln e}_1 = \ln 0,75 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\lambda t = \ln 0,75 \Rightarrow t = \frac{\ln 0,75}{-\lambda} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{\ln 0,75}{-1,209 \cdot 10^{-4} \text{ ano}^{-1}}$$

Usando uma calculadora obtemos:

$$\ln 0,75 \cong -0,288$$

$$\text{Assim: } t \cong \frac{-0,288}{-1,209 \cdot 10^{-4} \text{ ano}^{-1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \cong 2\,382 \text{ anos}$$

2º modo:

$$\left. \begin{aligned} N &= \frac{N_0}{2^n} \\ N &= 0,75N_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0,75N_0 = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow 0,75 = \frac{1}{2^n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^n = \frac{1}{0,75} \Rightarrow 2^n \cong 1,33 \Rightarrow \ln(2^n) \cong$$

$$\cong \ln(1,33) \Rightarrow n \cdot \ln 2 \cong \ln 1,33 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n \cong \frac{\ln 1,33}{\ln 2} \cong \frac{0,285}{0,693} \cong 0,411$$

Assim, o intervalo de tempo procurado é:

$$\Delta t = n \cdot T_{\frac{1}{2}} \cong (0,411)(5728 \text{ anos}) \cong 2354 \text{ anos}$$

Esse valor é um pouco diferente do encontrado pelo primeiro modo devido às aproximações feitas.

13. Uma amostra de carbono-14 ($^{14}_6\text{C}$) contém inicialmente 28 gramas de átomos. Sabendo que a constante de decaimento do carbono-14 é $\lambda = 1,21 \cdot 10^{-4} \text{ ano}^{-1}$, calcule a atividade inicial dessa amostra.

Resolução:

A massa atômica do $^{14}_6\text{C}$ é, aproximadamente, 14 gramas/mol. Como há 28 gramas de carbono, o número de mol de átomos (ou núcleos) é:

$$n = \frac{28 \text{ gramas}}{14 \text{ gramas/mol}} \Rightarrow n = 2,0 \text{ mols}$$

O número de Avogadro é: $N_A \cong 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Assim, o número de núcleos de carbono-14, no instante inicial, é:

$$N_0 = (2,0 \text{ mols})(6,02 \cdot 10^{23} \text{ núcleos/mol}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_0 \cong 1,2 \cdot 10^{24} \text{ núcleos}$$

Portanto, a atividade inicial da amostra é:

$$R_0 = \lambda N_0 = (1,21 \cdot 10^{-4} \text{ ano}^{-1})(1,2 \cdot 10^{24} \text{ núcleos})$$

$$R_0 \cong 1,45 \cdot 10^{20} \text{ decaimentos/ano}$$

14. Considere uma amostra de $^{13}_7\text{N}$, de massa 156 μg . Sabendo que a meia-vida do nitrogênio-13 é 10,0 minutos, calcule:

- a constante de desintegração do nitrogênio-13;
- a vida média do nitrogênio-13;
- o número inicial de núcleos de nitrogênio-13;
- o valor inicial da atividade;
- o valor da atividade após 1 hora;
- o número de núcleos de $^{13}_7\text{N}$, 30 minutos após o instante inicial;
- o número de núcleos de $^{13}_7\text{N}$, 47 minutos após o instante inicial.

15. Temos 1 g de cobalto-60. Sabendo que a meia-vida do cobalto-60 é 5,25 anos, calcule:

- a atividade inicial;
- a atividade após 21 anos.

16. No instante inicial temos N_0 núcleos íntegros. Depois de 12 h, 90% desses núcleos continuaram íntegros. Calcule:

- a constante de decaimento;
- a meia-vida desses núcleos.

17. Uma amostra de rádio-226 contém inicialmente $5,0 \cdot 10^{14}$ núcleos. Sabendo que a meia-vida do rádio-226 é 1600 anos, calcule:

- a constante de decaimento no SI;
- a atividade inicial em Bq e Ci.

18. Uma amostra de iodo-131 tem uma atividade inicial $R_0 = 6 \text{ mCi}$, e depois de um intervalo de tempo Δt apresenta atividade $R = 5 \text{ mCi}$. Sabendo que a meia-vida do iodo-131 é 8,04 dias, determine o valor de Δt .

Exercícios de Reforço

19. (UF-CE) O urânio-238 $\{^{238}_{92}\text{U}$, número de massa $A = 238$ e número atômico $Z = 92\}$ é conhecido, entre outros aspectos, pela sua radioatividade natural. Ele inicia um processo de transformações nucleares, gerando uma série de elementos intermediários, todos radioativos, até resultar no chumbo-206 $\{^{206}_{82}\text{Pb}\}$, que encerra o processo por ser estável. Essas transformações acontecem pela emissão de partículas α {núcleos de hélio, ^4_2He } e de partículas β^- (a carga da partícula β^- é a carga

de um elétron). Na emissão α , o número de massa A é modificado, e na emissão β^- , o número atômico Z é modificado, enquanto A permanece o mesmo. Assim, podemos afirmar que em todo o processo foram emitidas:

- 32 partículas α e 10 partículas β^- .
- 24 partículas α e 10 partículas β^- .
- 16 partículas α e 8 partículas β^- .
- 8 partículas α e 6 partículas β^- .
- 4 partículas α e 8 partículas β^- .

20. (UF-RS) Selecione a alternativa que preenche corretamente as lacunas no parágrafo abaixo, na ordem em que elas aparecem.

Na partícula alfa – que é simplesmente um núcleo de Hélio – existem dois ▲▲▲, que exercem um sobre o outro uma força ▲▲▲ de origem eletromagnética e que são mantidos unidos pela ação de forças ▲▲▲.

- a) nêutrons – atrativa – elétricas
 - b) elétrons – repulsiva – nucleares
 - c) prótons – repulsiva – nucleares
 - d) prótons – repulsiva – gravitacionais
 - e) nêutrons – atrativa – gravitacionais
21. (Unir-RO) O processo de transmutação ocorre quando um átomo cujo núcleo é instável emite uma partícula α ou β , transformando-se num outro átomo com número e, eventualmente, massa atômica diferentes. No decaimento α , o núcleo do átomo tem tanto seu número de prótons quanto o número de nêutrons reduzidos em duas unidades. Já no decaimento β , o número de prótons aumenta em 1 unidade e o número de nêutrons diminui em 1 unidade. Levando-se em conta que um átomo pode sofrer transmutações sucessivas, o átomo de ${}_{88}\text{Ra}^{226}$, após emitir três partículas α e duas β , sucessivamente, se transmutará em:

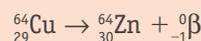
- a) ${}_{86}\text{Bi}^{214}$
- b) ${}_{82}\text{Pb}^{214}$
- c) ${}_{84}\text{Po}^{210}$
- d) ${}_{82}\text{Pb}^{206}$
- e) ${}_{84}\text{Po}^{214}$

22. (UF-RN) Analisando-se, no laboratório, uma amostra de material radioativo encontrada no município de Carnaúba dos Dantas (RN), constatou-se que ela emite radiações de três tipos: raios gama, nêutrons, partículas beta.

Considerando-se o possível efeito dos campos elétrico, magnético e gravitacional sobre essas radiações, pode-se afirmar que:

- a) o raio gama e o nêutron sofrem a ação apenas do campo gravitacional, ao passo que a partícula beta pode sofrer a ação apenas do campo magnético.
- b) o raio gama e o nêutron sofrem a ação apenas do campo gravitacional, ao passo que a partícula beta pode sofrer a ação dos três campos.
- c) o raio gama e a partícula beta sofrem a ação apenas dos campos elétrico e magnético, ao passo que o nêutron sofre a ação apenas do campo gravitacional.
- d) o raio gama e a partícula beta sofrem a ação apenas dos campos elétrico e magnético, ao passo que o nêutron sofre a ação apenas do campo magnético.

23. (Fuvest-SP) O isótopo radioativo Cu-64 sofre decaimento β , conforme representado:



A partir da amostra de 20,0 mg de Cu-64, observa-se que, após 39 horas, formaram-se 17,5 mg de Zn-64. Sendo assim, o tempo necessário para que a metade da massa inicial de Cu-64 sofra decaimento β é cerca de:

- a) 6 horas.
- b) 13 horas.
- c) 19 horas.
- d) 26 horas.
- e) 52 horas.

Observação: ${}_{29}^{64}\text{Cu}$ (64 = número de massa; 29 = número atômico).

24. (UF-MT) Verifique quais sentenças a seguir são verdadeiras:

- I. Quanto menor a meia-vida de um elemento, maior será a quantidade de radioatividade emitida num dado intervalo de tempo, se a quantidade original desse elemento for 1 mol.
- II. Considerando que a meia-vida do cézio-137 (Cs-137) é de 30 anos, a quantidade desse elemento, após 90 anos, será um terço da original.
- III. Levando-se em conta que a meia-vida do isótopo mais abundante do urânio é de bilhões de anos, pode-se afirmar que a quantidade de urânio na Terra permanece, há milhares de anos, praticamente constante.
- IV. A quantidade de radioatividade emitida por um elemento depende de sua meia-vida, mas não da quantidade de átomos desse elemento.

25. (Fuvest-SP) Um centro de pesquisa nuclear possui um ciclotron que produz radioisótopos para exames de tomografia. Um deles, o flúor-18 (${}^{18}\text{F}$), com meia-vida de aproximadamente 1 hora e 30 minutos, é separado em doses, de acordo com o intervalo de tempo entre sua preparação e o início previsto para o exame. Se o frasco com a dose adequada para o exame de um paciente A, a ser realizado 2 horas depois da preparação, contém N_A átomos de ${}^{18}\text{F}$, o frasco destinado ao exame de um paciente B, a ser realizado 5 horas depois da preparação, deve conter N_B átomos de ${}^{18}\text{F}$, com:

- a) $N_B = 2N_A$
- b) $N_B = 3N_A$
- c) $N_B = 4N_A$
- d) $N_B = 6N_A$
- e) $N_B = 8N_A$

26. (ITA-SP) O acidente nuclear ocorrido em Chernobyl (Ucrânia), em abril de 1986, provocou a emissão radioativa predominantemente de iodo-131 e cézio-137. Verifique qual a opção **correta** que

melhor apresenta os respectivos períodos de tempo para que a radioatividade provocada por esses dois elementos radioativos decaia para 1% dos seus respectivos valores iniciais. Considere o tempo de meia-vida do iodo-131 igual a 8,1 dias e do césio-137 igual a 30 anos. Dados: $\ell n 100 = 4,6$; $\ell n 2 = 0,69$.

- a) 45 dias e 189 anos
- b) 54 dias e 201 anos
- c) 61 dias e 235 anos
- d) 68 dias e 274 anos
- e) 74 dias e 296 anos

27. (U. F. Juiz de Fora-MG) Em cada $7,5 \cdot 10^{11}$ moléculas de CO_2 da atmosfera terrestre encontra-se, em média, um átomo de C^{14} no lugar do C^{12} . Durante a vida, os seres vivos entram em equilíbrio com a atmosfera e os átomos de carbono no tecido vivo contêm exatamente a mesma proporção de $\frac{\text{C}^{14}}{\text{C}^{12}}$. Arqueólogos encontraram um pedacinho de carvão vegetal de 6 g, que foi usado por homens das cavernas numa pintura.

Dado: a constante de Avogadro vale $N_A = 6,0 \cdot 10^{23}/\text{mol}$.

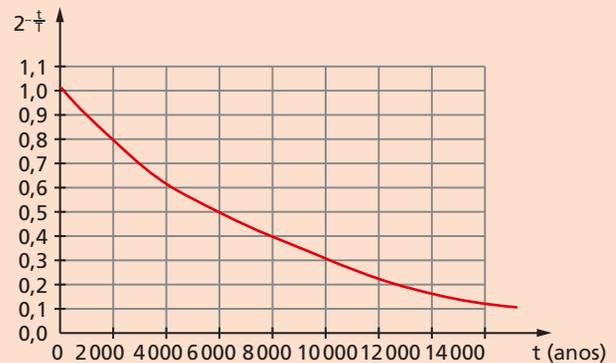
- a) Calcule quantos átomos de C^{14} existiam no pedacinho de carvão, quando ele foi produzido pelos homens das cavernas a partir de um galho de árvore.

b) A matéria do galho da árvore, transformada em carvão, deixa de trocar átomos com a atmosfera e a quantidade de C^{14} vem diminuindo pelo decaimento β , que transforma C^{14} em N^{14} . O número de átomos de C^{14} que restam depois de um tempo t é descrito pela lei:

$$n(t) = n_0 2^{-\frac{t}{T}}$$

onde $n(t)$ é o número de átomos de C^{14} presente no instante t , n_0 é o número de átomos de C^{14} presente no instante inicial ($t = 0$) obtido no item a e T vale 5730 anos.

A função $\frac{n(t)}{n_0} = 2^{-\frac{t}{T}}$ é mostrada no gráfico abaixo.



Cientistas analisaram o pedacinho de carvão e mediram que restam ainda aproximadamente 10^{11} átomos de C^{14} na amostra. Determine a idade do pedacinho de carvão.

8. Fusão nuclear

Quando prótons e nêutrons se unem, ou então dois núcleos se unem, dizemos que ocorreu uma **fusão nuclear**.

Consideremos, por exemplo, um núcleo de ${}^4_2\text{He}$ (hélio-4), que é também chamado partícula α (fig. 15). Vamos supor que, de algum modo, consigamos juntar dois prótons e dois nêutrons para formar a partícula α :



Consultando uma tabela, obtemos as massas de repouso dos elementos que participam da fusão:

$$m_p = \text{massa do próton} = 1,00728 \text{ u}$$

$$m_n = \text{massa do nêutron} = 1,00867 \text{ u}$$

$$m_\alpha = \text{massa da partícula } \alpha = 4,00260 \text{ u}$$

em que u é a unidade de massa atômica, dada por:

$$1 \text{ u} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

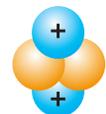


Figura 15. Núcleo de ${}^4_2\text{He}$ (partícula α).

ZAP

Vamos calcular a massa total (m_T) antes da reação:

$$m_T = 2m_p + 2m_n = 2(1,00728 \text{ u}) + 2(1,00867 \text{ u})$$

$$m_T = 2,01456 \text{ u} + 2,01734 \text{ u} = 4,03190 \text{ u}$$

Podemos observar que:

$$m_T > m_\alpha$$

isto é, a massa total antes da fusão é maior do que a massa da partícula α . Durante a fusão houve uma perda de massa. Como isso aconteceu? Será que, durante a reação, algum próton ou nêutron perdeu um "pedaço"? Não, prótons e nêutrons continuam "inteiros". A razão dessa perda de massa está na perda de energia. Durante a fusão há uma liberação de energia, e essa energia tem massa. Vamos calcular a energia liberada, calculando antes a variação de massa:

$$\Delta m = m_\alpha - m_T = (4,00260 \text{ u}) - (4,03190 \text{ u}) = -0,0293 \text{ u}$$

Assim:

$$|\Delta m| = 0,0293 \text{ u} = (0,0293)(1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}) = 4,865 \cdot 10^{-29} \text{ kg}$$

Portanto, a energia liberada foi:

$$\Delta E = |\Delta m| \cdot c^2 = (4,865 \cdot 10^{-29} \text{ kg})(3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 4,3785 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

Após essa liberação de energia, fica armazenada na partícula α uma energia potencial (E_p) negativa cujo módulo é igual à energia liberada na fusão:

$$E_p = -4,3785 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

Essa energia é a soma de duas energias potenciais: a energia potencial elétrica (E_p^E), correspondente à repulsão elétrica dos prótons, e a energia potencial nuclear (E_p^N), correspondente à força nuclear, que mantém o núcleo coeso:

$$E_p = E_p^E + E_p^N$$

Como a força elétrica é de repulsão, devemos ter $E_p^E > 0$; como a força nuclear é de atração, devemos ter $E_p^N < 0$. O fato de o núcleo se manter coeso significa que, em módulo, a energia nuclear é maior do que a energia elétrica:

$$|E_p^N| > E_p^E$$

de modo que a soma é negativa ($E_p < 0$).

O módulo de E_p é chamado **energia de ligação** do núcleo (E_L):

$$E_L = |E_p| = 4,3785 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

A energia de ligação é a energia mínima que devemos fornecer ao núcleo para separar seus componentes.

No interior do Sol ocorrem vários tipos de reações de fusão, e são essas reações que produzem a energia emitida por ele.

Os físicos estão tentando produzir, em laboratório, fusões semelhantes à que exemplificamos, pois, devido à grande energia liberada, poderíamos aproveitá-la para produzir energia elétrica em larga escala e, dessa maneira, substituir as usinas termelétricas, que consomem muito combustível fóssil, poluindo o ambiente. Mas até agora isso não foi possível, pois, devido à repulsão elétrica entre os prótons, é preciso fornecer a eles muita energia, de modo que cheguem suficientemente perto para que passe a atuar a força nuclear, que supera a repulsão elétrica. No interior do Sol (e das estrelas em geral) isso é possível, pois, devido à alta temperatura (cerca de $15 \cdot 10^6 \text{ K}$), os prótons têm altas velocidades e conseguem se aproximar suficientemente.

9. Fissão nuclear

A palavra **fissão** vem do latim *fissio*, que significa quebrar, fender. Assim, num sentido amplo, dizer que ocorreu a fissão de um núcleo significa dizer que esse núcleo se quebrou em várias partes. Na realidade nós já vimos um exemplo de fissão espontânea: a emissão de partícula α . Porém, por razões históricas, em geral, quando falamos em **fissão nuclear** estamos nos referindo à quebra de um núcleo de grande número atômico em pedaços bem maiores que uma partícula α .

No final da década de 1930 muitos físicos estavam empenhados em bombardear núcleos com nêutrons para verificar se seria possível produzir elementos de número atômico maior que o urânio, pela absorção de um nêutron que em seguida pudesse sofrer um decaimento β^- , aumentando o número de prótons no núcleo. Mas alguns deles tiveram uma surpresa: ao absorver o nêutron, o núcleo se dividiu em dois núcleos de número de massa menor e alguns nêutrons. Esse evento foi batizado de fissão. A fissão ocorre mais facilmente com o isótopo de urânio de número de massa 235, o $^{235}_{92}\text{U}$.

Na figura 16 mostramos o que acontece. Um nêutron atinge o núcleo do urânio-235, que absorve o nêutron e transforma-se em urânio-236, que fica com excesso de energia e oscila até se quebrar (figs. 16c e 16d). Assim, são formados os núcleos N_1 e N_2 e são emitidos alguns nêutrons.

Os nêutrons liberados na primeira fissão atingirão outros núcleos de urânio-235 (fig. 17), e o processo vai se ampliando, sendo chamado de reação em cadeia. Cada fissão libera uma grande quantidade de energia, e, se a reação em cadeia não for controlada, haverá uma enorme produção de energia: é o que ocorre na bomba atômica. Porém, há meios de controlar a reação em cadeia de modo que a energia produzida não seja excessiva e possa ser aproveitada para fins pacíficos. É o que ocorre nos reatores nucleares, utilizados em usinas produtoras de energia elétrica.

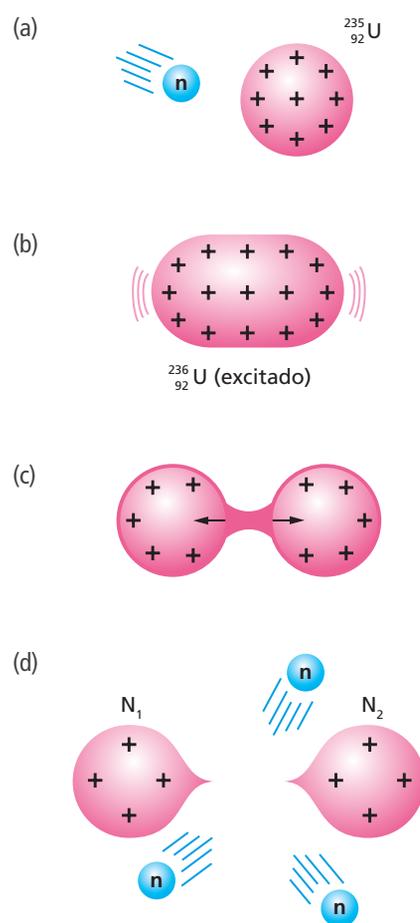


Figura 16. Nêutron absorvido pelo $^{235}_{92}\text{U}$ provocando fissão.

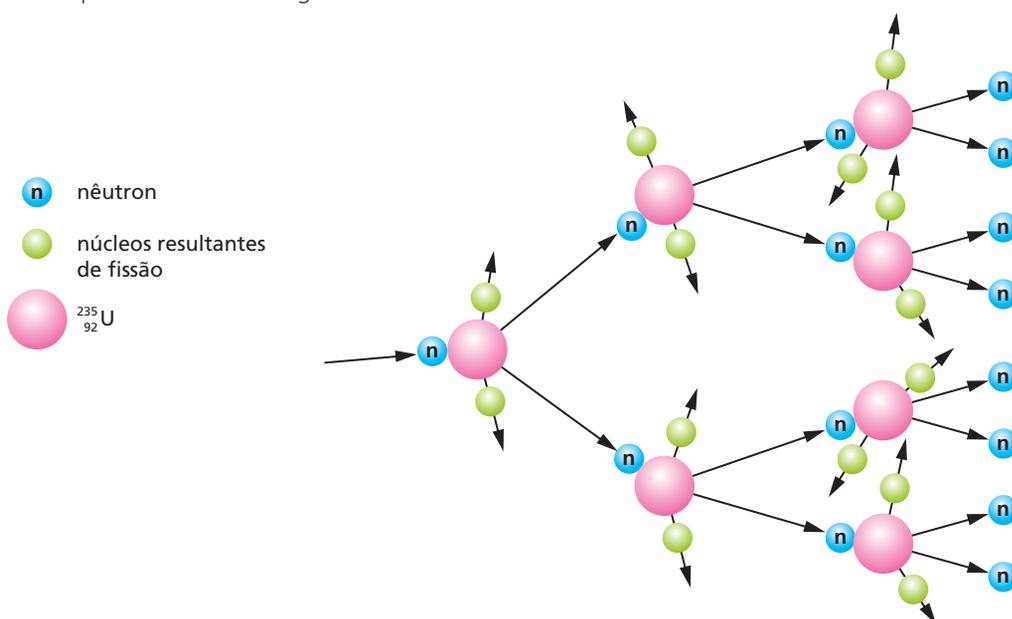


Figura 17. Reação em cadeia.

A seguir apresentamos algumas possibilidades para o resultado da fissão de um núcleo de urânio-235:



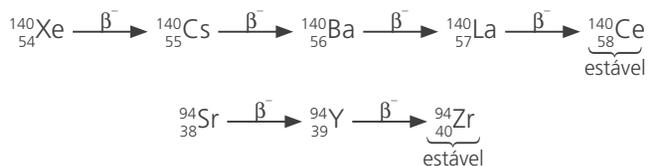
Podemos observar que em todos os casos o número total de núcleons é o mesmo, tanto antes como depois da fissão (total = 236 núcleons).

Quando o núcleo de urânio-235 se quebra (fig. 16d), há uma violenta repulsão elétrica entre os núcleos resultantes, N_1 e N_2 , de modo que uma parte da energia potencial elétrica que estava armazenada no núcleo de urânio-235 se transforma em energia cinética dos fragmentos. Por meio de colisões dos fragmentos com outros átomos do meio, há produção de energia térmica. Como veremos no Exercício de Aplicação 28, em uma fissão há liberação de energia de cerca de 200 MeV. Essa energia é bem maior do que a liberada em uma emissão de partícula α (de 4 MeV a 9 MeV) e muitíssimo maior que a liberada na combustão. Em uma combustão típica há liberação de cerca de 4 eV para cada molécula de oxigênio.

Os núcleos resultantes da fissão são, em geral, radioativos e, assim, logo após a fissão sofrem seguidos decaimentos β^- até se transformarem em núcleos estáveis. Considere, por exemplo, a seguinte fissão:



O xenônio-140 e o estrôncio-94 decaem do seguinte modo:



Nessa fase de decaimento é liberada uma energia de cerca de 15 MeV. Podemos então dizer que o resultado global da fissão exemplificada acima, incluindo os decaimentos β^- , é:



Quando foi detonada a primeira bomba atômica, os físicos compararam a energia liberada com a energia liberada pelo mais potente explosivo então conhecido, a dinamite (TNT). Surgiu assim uma outra unidade de energia: o ton, que é a energia liberada pela explosão de 1 tonelada de TNT e cujo valor é:

$$1 \text{ ton} = 4,2 \cdot 10^9 \text{ J}$$

A primeira bomba atômica liberou uma energia de 20 000 tons, isto é, 20 quiloton (20 kton).

A bomba de hidrogênio libera energia pela fusão de núcleos de hidrogênio e, para conseguir que esses núcleos se fundam, é usada como estopim uma bomba atômica. A energia liberada por uma bomba de hidrogênio é da ordem de megatons.

$$1 \text{ megaton} = 1\text{Mton} = 10^6 \text{ ton}$$

Alguns equívocos sobre a fissão

Em artigos de jornais e revistas, lemos, com frequência, duas afirmações falsas sobre a fissão nuclear e, em consequência, sobre a bomba atômica:

1ª) Em uma fissão há transformação de massa em energia.

2ª) Em uma fissão há transformação de matéria em energia.

A primeira frase não é verdadeira porque, como já comentamos no capítulo sobre Relatividade, não existe transformação de massa em energia. Massa é um número que mede a inércia, e número não se transforma em nada. O que pode se transformar em energia é matéria, e já vimos exemplos disso (por exemplo, a aniquilação de um elétron com um pósitron). A segunda frase também não é verdadeira, pois em uma fissão não há transformação de matéria em energia. O que há é transformação de energia potencial elétrica em energia cinética e radiação. Portanto, em vez de bomba atômica, um nome mais adequado seria bomba elétrica.

Um terceiro equívoco se encontra no trecho transcrito a seguir:

Em 6 de agosto de 1945 os Estados Unidos explodiram uma bomba atômica sobre a cidade japonesa de Hiroshima; três dias depois explodiram outra em Nagasaki. Em Hiroshima morreram cerca de 90 000 pessoas e, em poucos segundos, tudo foi destruído num raio de 2 quilômetros.

A respeito desse episódio, certa vez, disse o famoso pintor espanhol Pablo Picasso:

O gênio de Einstein conduziu a Hiroshima.

[STRATHERN, Paul. *Einstein e a relatividade em 90 minutos*. Rio de Janeiro: Zahar, 1990.]

Além disso, os jornais e revistas foram infestados por frases do tipo: “A bomba atômica foi possível a partir dos trabalhos de Einstein”.

Tanto a frase de Picasso como as dos jornais são profundamente infelizes; não é nada disso. O trabalho de Einstein não tem nada a ver com a criação da bomba atômica. Podemos, é verdade, calcular a energia desprendida na explosão da bomba usando a equação $E = |\Delta m| \cdot c^2$, como faremos no Exercício 28 (resolvido). Mas também podemos usar a equação de Einstein para calcular a energia liberada na explosão da dinamite, que foi inventada sete anos antes de Einstein nascer! A equação de Einstein não explica o mecanismo da fissão.

A única contribuição de Einstein para a construção da bomba atômica foi ele ter assinado uma carta dirigida ao presidente dos Estados Unidos (em agosto de 1939), sugerindo que ele se antecipasse aos alemães na construção da bomba. A carta foi, na realidade, escrita pelo físico húngaro Leo Szilard (1898-1964), radicado nos Estados Unidos. Szilard estava preocupado com o fato de os alemães conhecerem os processos que poderiam conduzir à bomba e, assim, escreveu a carta para alertar o presidente. Mas ele ficou com receio de que o presidente não se desse ao trabalho de ler a carta. Por isso, pediu a Einstein (que tinha muito mais prestígio) que a assinasse.

Vale a pena mencionar que Einstein não foi convidado a fazer parte da equipe que criou a bomba, mas Szilard sim.

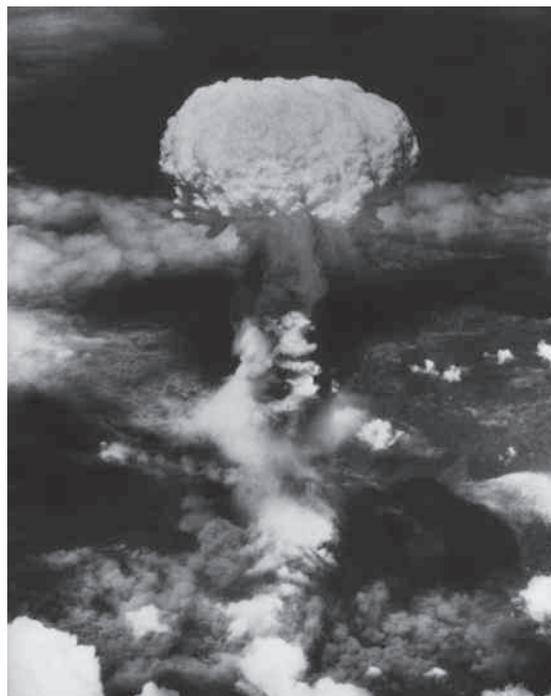


Figura 18. Explosão atômica sobre Nagasaki, no Japão, em 9 de agosto de 1945.

INTERFOTO/ATINSTOCK

10. O Big Bang

Atualmente, a teoria mais aceita sobre a origem do Universo é conhecida como **Big Bang** (grande explosão). Segundo essa teoria, inicialmente, toda a matéria do Universo estava concentrada em uma pequena região quando houve a grande explosão. Durante algum tempo a temperatura era tão alta que não havia prótons, nêutrons, átomos. Só havia *quarks*, fótons e léptons. À medida que o Universo foi se expandindo, a temperatura foi diminuindo, permitindo que os *quarks* se juntassem, formando os prótons e os nêutrons. Uma diminuição de temperatura ainda maior possibilitou que os prótons e os nêutrons se juntassem e formassem os primeiros núcleos. Cerca de 379 000 anos após o *Big Bang*, formaram-se os primeiros átomos.

Segundo essa teoria, o Universo continua se expandindo até hoje.

As primeiras provas de que o Universo está em expansão foram obtidas pelo astrônomo americano Edwin Powell Hubble (1889-1953), que, após muitos anos de observação, por meio da aplicação do efeito Doppler à luz emitida por galáxias distantes, constatou que, sendo d a distância entre a Terra e uma galáxia, esta se afasta da Terra com velocidade v , que é proporcional a d :

$$v = H \cdot d \quad \text{Lei de Hubble} \quad (14)$$

sendo H uma constante, denominada **constante de Hubble**. Medindo a velocidade em km/s e a distância d em 10^6 anos-luz, o valor atualmente aceito para H é:

$$H = \frac{21,8 \text{ km/s}}{10^6 \text{ anos-luz}}$$

A partir do valor de H podemos fazer uma estimativa da idade do Universo. Suponhamos que neste instante uma determinada galáxia esteja a uma distância d da Terra. Como no início da expansão toda a matéria estava concentrada em uma pequena região, podemos supor que no momento do *Big Bang* a distância entre nós e a galáxia era nula. Assim, sendo Δt o tempo decorrido desde o *Big Bang* até hoje, a distância percorrida pela galáxia nesse intervalo de tempo é d . Portanto:

$$d = v(\Delta t) \quad \text{ou} \quad \Delta t = \frac{d}{v}$$

Como $v = H \cdot d$, temos:

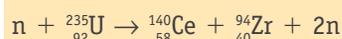
$$\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{d}{H \cdot d} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{H} \quad (\text{idade do universo})$$

Usando o valor de H , obtemos:

$$\Delta t \cong 13,8 \cdot 10^9 \text{ anos}$$

Exercícios de Aplicação

28. Calcule a energia liberada na fissão cuja equação é (já incluídos os decaimentos β^-):



Resolução:

Consultando uma tabela de massas atômicas, obteremos as massas de repouso do nêutron (m_n),

do urânio-235 (m_u), do cério-140 (m_c) e do zircônio-94 (m_z):

$$m_n = 1,008665 \text{ u}; \quad m_u = 235,043924 \text{ u}; \\ m_c = 139,905433 \text{ u}; \quad m_z = 93,906315 \text{ u}$$

A massa de repouso total antes da fissão é:

$$m_1 = m_n + m_u = 1,008665 \text{ u} + 235,043924 \text{ u} = \\ = 236,052589 \text{ u}$$

A massa de repouso total após a fissão é:

$$m_2 = m_c + m_z + 2m_n$$

$$m_2 = 139,905433 \text{ u} + 93,906315 \text{ u} + 2(1,008665 \text{ u})$$

$$m_2 = 235,829078 \text{ u}$$

Podemos observar que $m_2 < m_1$, isto é, houve uma diminuição de massa. Mas o que significa isso? Algum próton ou nêutron perdeu um “pedaço”? Não! A massa perdida foi levada pela energia perdida. A variação de massa é:

$$\Delta m = m_2 - m_1 = 235,829078 \text{ u} - 236,052589 \text{ u}$$

$$\Delta m = -0,223511 \text{ u}$$

A perda de massa é igual ao módulo de Δm :

$$\text{perda de massa} = |\Delta m| = 0,22351 \text{ u}$$

Mas no início do capítulo vimos que:

$$1 \text{ u} \cong 931,494 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

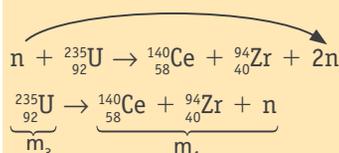
$$\text{Portanto: } |\Delta m| \cong (0,22351) \left(931,494 \frac{\text{MeV}}{c^2} \right) \cong$$

$$\cong 208 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

Pela equação de Einstein ($E = |\Delta m| \cdot c^2$) calculamos o valor da energia liberada:

$$E = |\Delta m| \cdot c^2 \cong \left(208 \frac{\text{MeV}}{c^2} \right) (c^2) \Rightarrow E \cong 208 \text{ MeV}$$

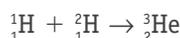
Para o cálculo da energia liberada, podemos modificar a equação apresentada do seguinte modo:



$$|\Delta m| = m_3 - m_4$$

29. Um dos isótopos do hidrogênio, que é chamado trítio, tem em seu núcleo um próton e dois nêutrons. Consultando a tabela 1, calcule a energia de ligação do núcleo do trítio, em MeV.

30. Uma das reações de fusão nuclear que ocorrem no interior do Sol é:



As massas de repouso do próton, do hidrogênio-2 (${}^2_1\text{H}$) e do hélio-3 (${}^3_2\text{He}$) são, respectivamente:

$$1,007825 \text{ u}; 2,014102 \text{ u} \text{ e } 3,016029 \text{ u}$$

Calcule a energia liberada nessa fusão, em MeV e em joule.

31. O rádio-226 sofre decaimento α , transformando-se em radônio-222: ${}^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn} + {}^4_2\text{He}$.

Calcule, em MeV, a energia liberada nesse decaimento, sabendo que as massas de repouso do rádio-226, do radônio-222 e da partícula α (${}^4_2\text{He}$) são, respectivamente: 226,025403 u, 222,017571 u e 4,002603 u.

Exercícios de Reforço

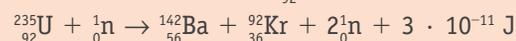
32. (UF-RS) Verifique qual alternativa preenche corretamente a lacuna do parágrafo abaixo.

O Sol é a grande fonte de energia para toda a vida na Terra. Durante muito tempo, a origem da energia irradiada pelo Sol foi um mistério para a humanidade. Hoje, as modernas teorias de evolução das estrelas nos dizem que a energia irradiada pelo Sol provém de processos de ▲▲▲ que ocorrem no seu interior, envolvendo núcleos de elementos leves.

- a) espalhamento d) fotossíntese
b) fusão nuclear e) combustão
c) fissão nuclear

33. (Vunesp-SP) A energia atômica é uma das alternativas ao uso do petróleo. O Brasil, além de possuir importantes reservas de uraninita (UO_2), domina a tecnologia de enriquecimento do urânio, necessária para aumentar o teor em urânio-235, o que permite seu uso em reatores.

Dadas as massas atômicas, em unidades de massa atômica: ${}^{235}_{92}\text{U} = 235,04$; ${}^1_0\text{n} = 1,01$; ${}^{142}_{56}\text{Ba} = 141,92$ e ${}^{92}_{36}\text{Kr} = 91,92$, a constante de Avogadro $N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ e considerando que a equação para uma das reações de fissão possíveis para um átomo de ${}^{235}_{92}\text{U}$ é:



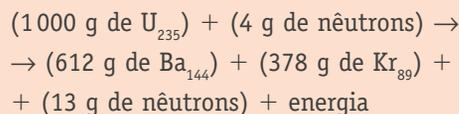
é correto afirmar que:

- a) a soma das massas dos reagentes é exatamente igual à soma das massas dos produtos.
b) a diferença de massa entre reagentes e produtos corresponde à energia consumida para que a reação de fissão nuclear ocorra.
c) 235,04 g de ${}^{235}\text{U}$ podem produzir uma energia igual a $1,8 \cdot 10^{10} \text{ kJ}$.
d) 235,04 g de ${}^{235}\text{U}$ podem produzir uma energia igual a $3 \cdot 10^{-11} \text{ J}$.
e) a energia liberada pela reação corresponde à da ligação química que se forma entre os átomos de ${}^{142}\text{Ba}$ e ${}^{92}\text{Kr}$.

34. (U. E. Londrina-PR) Considere a queima de 1 litro de gasolina que libera $5 \cdot 10^7$ joule de energia e indique a massa desaparecida nesse processo.

- a) $\frac{5}{9} \cdot 10^{-9}$ kg
- b) $\frac{5}{3} \cdot 10^{-9}$ kg
- c) $\frac{5}{9} \cdot 10^9$ kg
- d) $\frac{5}{3} \cdot 10^{-1}$ kg
- e) $\frac{5}{9} \cdot 10^{-3}$ kg

35. (Unicamp-SP) Uma das reações de fissão que podem ocorrer em uma usina nuclear é expressa de forma aproximada por:



Calcule a quantidade de energia liberada na reação de fissão descrita acima.

36. Releia o item 10 (*O Big Bang*) e mostre que a idade do Universo é aproximadamente $13,8 \cdot 10^9$, isto é, cerca de 14 bilhões de anos.

SUGESTÕES DE LEITURA

ASSIS, Jesus de Paula. *César Lattes: descobrindo a estrutura do Universo*. São Paulo: Unesp, 2001.

- O livro apresenta a pesquisa de César Lattes que levou à descoberta do pión.

BRENNAN, Richard. *Gigantes da Física*. Rio de Janeiro: Zahar, 1998.

- No capítulo 4 são apresentadas a vida e a obra de Rutherford, que, além de ter descoberto o núcleo do átomo, fez contribuições importantes ao estudo da radioatividade.

DAMINELLI, Augusto. *Hubble: a expansão do Universo*. São Paulo: Odysseus, 2003.

- O livro apresenta a vida e a obra do astrônomo que comprovou a expansão do Universo.

GOLDENBERG, José. *O mundo e o homem*. São Paulo: Perspectiva, 2008.

- O capítulo 5 apresenta uma boa discussão sobre o uso prático da energia nuclear.

OKUNO, Emiko. *Radiação: efeitos, riscos e benefícios*. São Paulo: Harbra, 1998.

- Há uma detalhada exposição dos perigos e benefícios das emissões dos elementos radioativos.

SINGH, Simon. *Big Bang*. Rio de Janeiro: Record, 2006.

- Há uma apresentação detalhada de todas as teorias de formação do Universo até chegar ao *Big Bang*.

STRATHERN, Paul. *Oppenheimer e a bomba atômica*. Rio de Janeiro: Zahar, 1998.

- Além de apresentar a vida de Oppenheimer, o livro conta a história do projeto que ele chefiou: a construção da primeira bomba atômica.

_____. *Curie e a radioatividade*. Rio de Janeiro: Zahar, 2000.

- O livro apresenta a vida e a obra de Marie Curie, que foi uma das pioneiras no estudo da radioatividade.

Análise dimensional e previsão de fórmulas

APÊNDICE

No capítulo 1 do volume 1 desta coleção, apresentamos as **grandezas básicas** usadas na Física e o conceito de **dimensão** de uma grandeza física. Na tabela a seguir, lembramos as grandezas básicas utilizadas até agora, com as respectivas unidades no SI e os respectivos símbolos dimensionais.

Previsão de fórmulas

Uma limitação da análise dimensional

| ALGUMAS GRANDEZAS BÁSICAS | | |
|---------------------------|-----------------|---------------------|
| Grandeza | Unidade no SI | Símbolo dimensional |
| comprimento | metro (m) | L |
| massa | quilograma (kg) | M |
| tempo | segundo (s) | T |
| temperatura termodinâmica | kelvin (K) | θ |
| quantidade de matéria | mol | N |

Além das grandezas básicas, há as grandezas derivadas, que são expressas em função das grandezas básicas. Ao longo do nosso curso, à medida que as grandezas derivadas foram sendo definidas, pedimos que você apresentasse as equações dimensionais dessas grandezas. Agora, vamos mostrar uma utilidade da análise das dimensões (também chamada **análise dimensional**): a previsão de fórmulas. Porém, antes de mostrar como isso é feito, vamos considerar algumas das equações que já estudamos:

1ª) Segunda Lei de Newton: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

2ª) Quantidade de movimento: $\vec{Q} = m \cdot \vec{v}$

3ª) Energia cinética: $E_c = \frac{1}{2} mv^2$

4ª) Pressão: $p = \frac{|\text{força}|}{\text{área}} = \frac{F}{A} = F \cdot A^{-1}$

5ª) Velocidade de uma onda transversal em uma corda esticada, sob tração F e tendo densidade linear μ :

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{\sqrt{F}}{\sqrt{\mu}} = \frac{F^{\frac{1}{2}}}{\mu^{\frac{1}{2}}} = F^{\frac{1}{2}} \cdot \mu^{-\frac{1}{2}}$$

Como vemos, de modo geral, uma grandeza derivada é dada por um produto de outras grandezas, eventualmente elevadas a expoentes diferentes de 1 e que podem ser negativos. Vemos também que, às vezes, as grandezas são multiplicadas por um número (adimensional), como é o caso da energia cinética, em que aparece o fator $\frac{1}{2}$.

Previsão de fórmulas

A previsão de fórmulas usando a análise dimensional é baseada no seguinte fato: só podemos estabelecer igualdade entre duas grandezas que tenham a mesma dimensão. Assim, se, por exemplo, dadas duas grandezas A e B , afirmamos que

$$A = B$$

então, certamente, a dimensão de A é igual à dimensão de B .

$$[A] = [B]$$

Vamos mostrar como é feita a previsão de fórmulas por meio de um exemplo: o cálculo do período de um pêndulo simples. Representando esse período por p (para não confundir com o símbolo dimensional T) e o comprimento do pêndulo por ℓ (para não confundir com o símbolo dimensional L), vimos no capítulo 15 deste volume que:

$$p = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

sendo g a aceleração da gravidade. Deduzimos essa fórmula usando a Segunda Lei de Newton. Porém, coloquemo-nos no lugar de Galileu, que até onde sabemos, foi o primeiro a descrever os fatos importantes sobre o pêndulo. Ele não conhecia as leis de Newton. Então, como poderia obter a fórmula que dá o período? Ele poderia ter usado a análise dimensional.

O primeiro passo seria verificar, por meio de experimentos, quais são as grandezas que afetam o período. Galileu logo percebeu que havia duas: o comprimento (ℓ) e a aceleração da gravidade (g). Ele notou que, quanto maior fosse o comprimento, maior era o período e que, para um mesmo comprimento, realizando o experimento ao nível do mar e no alto de uma montanha (onde g é menor), os resultados eram diferentes. Ele observou também que o valor da massa do corpo preso na extremidade do fio não influenciava o período. Portanto, levando em conta que, talvez, haja um fator numérico k (sem dimensão), o período p deve ser dado pela equação:

$$p = k \ell^x g^y \quad (1)$$

sendo x e y expoentes cujos valores podem ser determinados impondo-se que os dois membros da equação (1) tenham a mesma dimensão. Assim, como k não tem dimensão, da equação (1) tiramos:

$$[p] = [\ell^x \cdot g^y] \quad (2)$$

Como o período é um tempo, sua dimensão é T :

$$[p] = T$$

A dimensão de ℓ é L , e g , cuja unidade no SI é $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, tem dimensão dada por:

$$[g] = \text{LT}^{-2}$$

Desse modo, da equação (2) obtemos:

$$T = L^x (\text{LT}^{-2})^y$$

ou:

$$T = L^x L^y T^{-2y}$$

ou ainda:

$$T = L^{x+y} T^{-2y} \quad (3)$$

Como a dimensão L não aparece no membro esquerdo da equação ③, para que ele também não apareça no membro direito, devemos ter:

$$x + y = 0 \quad \text{④}$$

Os expoentes de T , nos dois membros da equação ③, devem ser iguais. Assim:

$$1 = -2y \quad \text{⑤}$$

Resolvendo o sistema formado pelas equações ④ e ⑤, obtemos os valores de x e y :

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ 1 = -2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Colocando esses valores na equação ①, obtemos:

$$p = k\ell^{\frac{1}{2}}g^{-\frac{1}{2}}$$

ou:

$$p = k\sqrt{\ell} \cdot \frac{1}{\sqrt{g}}$$

ou ainda:

$$p = k\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

A análise dimensional não permite calcular o valor do fator numérico k , o qual deve ser obtido experimentalmente. Se Galileu fizesse o experimento obteria:

$$k \cong 6,28$$

que é aproximadamente igual a 2π .

Uma limitação da análise dimensional

No capítulo 16 deste volume vimos que a velocidade (v) do som em um gás pode ser calculada por

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{d}} \quad \text{⑥}$$

sendo p e d , respectivamente, a pressão e a densidade do gás e sendo γ o coeficiente de Poisson, que é o quociente entre dois calores molares: o calor molar a pressão constante e o calor molar a volume constante. Vimos também que o valor de γ depende da atomicidade do gás: para gases monoatômicos ele vale 1,67, para gases diatômicos ele vale 1,4, e para gases cuja molécula tem mais de dois átomos ele vale 1,3.

Suponhamos que você necessite da equação ⑥, mas não se lembra de como ela é; apenas de que v depende de p e d . Você poderá então tentar obtê-la usando a análise dimensional. Se você fizer isso (como pedimos no exercício 2), obterá:

$$v = k \sqrt{\frac{p}{d}} \quad \text{⑦}$$

sendo k um fator numérico. Neste caso, o fator numérico k tem duas diferenças em relação ao fator k que aparece na fórmula do período do pêndulo simples. Em primeiro lugar, aqui, k **não é constante**. Comparando as equações ⑦ e ⑥ percebemos que:

$$k = \sqrt{\gamma}$$

isto é, para gases monoatômicos, teremos $k = \sqrt{1,67}$, para gases diatômicos, teremos $k = \sqrt{1,4}$, e para gases cujas moléculas têm mais de dois átomos, teremos $k = \sqrt{1,3}$. Esse fato não é revelado pela análise dimensional. A segunda diferença é que aqui, embora k seja um número, isto é, não tenha dimensão, ele tem um significado físico que também não é revelado pela análise dimensional: ele é a raiz quadrada de γ .

Portanto, embora a análise dimensional seja uma ferramenta muito útil, há situações em que informações importantes não são obtidas por meio de seu uso.

Exercícios de Aplicação

- Usando a análise dimensional obtenha a equação que dá a velocidade de propagação de uma onda transversal em uma corda esticada, supondo que ela dependa da tração F na corda, da massa m e do comprimento d da corda.
- Suponha que a velocidade (v) de propagação do som em um gás dependa apenas da pressão (p) e da densidade (d) do gás. Por meio da análise dimensional obtenha a equação que dá o valor de v .
- A velocidade mínima (v) de uma moto, para que consiga descrever um movimento contido num plano vertical, no interior de um “globo da morte”, depende, no ponto mais alto, do raio (R) do globo e da aceleração da gravidade (g). Por meio da análise dimensional obtenha a equação que dá o valor de v .
- Um pequeno objeto esférico de raio R move-se com velocidade v no interior de um líquido, cuja viscosidade é h , que aplica no objeto uma força de atrito cuja intensidade é F e que depende de v , R e h . Sabendo que a equação dimensional de h é: $[h] = ML^{-1}T^{-1}$, obtenha uma equação que dá o valor de F .
- Na equação $p = \frac{1}{2}bv^2$, p é uma pressão e v é uma velocidade. Podemos então afirmar que a grandeza b tem dimensão de:
 - força.
 - aceleração.
 - energia.
 - densidade.
 - comprimento.
- A grandeza cuja equação dimensional é: $ML^{-1}T^{-2}$ é:
 - energia.
 - potência.
 - pressão.
 - força.
 - quantidade de movimento.
- Apresente as equações dimensionais das seguintes grandezas:
 - capacidade térmica; c) calor molar;
 - calor específico; d) momento angular.
- Num novo sistema de unidades, as grandezas fundamentais e seus símbolos dimensionais são, respectivamente: volume, V ; força, F ; e tempo, T . Determine, nesse sistema, a equação dimensional de potência.

Exercícios de Reforço

9. (ITA-SP) Uma certa grandeza física A é definida como o produto da variação de energia de uma partícula pelo intervalo de tempo em que esta variação ocorre. Outra grandeza, B , é o produto da quantidade de movimento da partícula pela distância percorrida. A combinação que resulta em uma grandeza adimensional é:

a) AB b) $\frac{A}{B}$ c) $\frac{A}{B^2}$ d) $\frac{A^2}{B}$ e) A^2B

10. (Cesgranrio-RJ) Na expressão seguinte, x representa uma distância, v uma velocidade, a uma aceleração, e k uma constante adimensional.

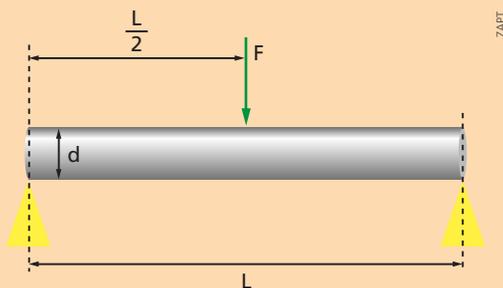
$$x = k \frac{v^n}{a}$$

Qual deve ser o valor do expoente n para que a expressão seja fisicamente correta?

11. (ITA-SP) Em um experimento verificou-se a proporcionalidade existente entre energia e a frequência de emissão de uma radiação característica. Neste caso, a constante de proporcionalidade, em termos dimensionais, é equivalente a

- a) força.
b) quantidade de movimento.
c) momento angular.
d) pressão.
e) potência.

12. (Unicamp-SP) Além de suas contribuições fundamentais à Física, Galileu é considerado também o pai da Resistência dos Materiais, ciência muito usada em engenharia, que estuda o comportamento de materiais sob esforço. Galileu propôs empiricamente que uma viga cilíndrica de diâmetro d e comprimento (vão livre) L , apoiada nas extremidades, como na figura a seguir, rompe-se ao ser submetida a uma força vertical F , aplicada em seu centro, dada por $F = \sigma \frac{d^3}{L}$, onde σ é a tensão de ruptura característica do material do qual a viga é feita. Seja γ o peso específico (peso por unidade de volume) do material da viga.



- a) Quais são as unidades de σ no Sistema Internacional de Unidades?
b) Encontre a expressão para o peso total da viga em termos de γ , d e L .
c) Suponha que uma viga de diâmetro d_1 se rompa sob a ação do próprio peso para um comprimento maior que L_1 . Qual deve ser o diâmetro mínimo de uma viga feita do mesmo material com comprimento $2L_1$ para que ela não se rompa pela ação de seu próprio peso?

13. (ITA-SP) Um exercício sobre a dinâmica da partícula tem seu início assim enunciado: Uma partícula está se movendo com uma aceleração cujo módulo é dado por $\mu \left(r + \frac{a^3}{r^2} \right)$, sendo r a distância entre a origem e a partícula. Considere que a partícula foi lançada a partir de uma distância a com uma velocidade inicial $2\sqrt{\mu a}$. Existe algum erro conceitual nesse enunciado? Por que razão?

- a) Não, porque a expressão para a velocidade é consistente com a da aceleração.
b) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2a^2\sqrt{\mu}$.
c) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2a^2\sqrt{\frac{\mu}{r}}$.
d) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2\sqrt{a^2\frac{\mu}{r}}$.
e) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2a\sqrt{\mu}$.

14. (Cesgranrio-RJ) Na análise de determinados movimentos, é bastante razoável supor que a força de atrito seja proporcional ao quadrado da velocidade da partícula que se move. Analiticamente:

$$F = Kv^2$$

A unidade da constante de proporcionalidade K no SI é:

- a) $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$ c) $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$ e) $\frac{\text{kg}}{\text{s}}$
b) $\frac{\text{kg} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^2}$ d) $\frac{\text{kg}}{\text{m}}$

15. (ITA-SP) Pela teoria Newtoniana da gravitação, o potencial gravitacional devido ao Sol, assumindo simetria esférica, é dado por $-V = \frac{GM}{r}$, em que r é a distância média do corpo ao centro do Sol.

Segundo a teoria da relatividade de Einstein, essa equação de Newton deve ser corrigida para $-V = \frac{GM}{r} + \frac{A}{r^2}$, em que A depende somente de G , de M e da velocidade da luz, c . Com base na análise dimensional e considerando k uma constante adimensional, assinale a opção que apresenta a expressão da constante A , seguida da ordem de grandeza da razão entre o termo de correção, $\frac{A}{r^2}$, obtido por Einstein, e o termo $\frac{GM}{r}$ da equação de Newton, na posição da Terra, sabendo a priori que $k = 1$.

OBSERVAÇÃO DOS AUTORES

Caso necessário, use os seguintes dados:

Constante gravitacional: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{s}^2 \text{ kg}$

Massa do Sol: $M = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Velocidade da luz: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Distância média do centro da Terra ao centro do Sol: $1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$

- a) $A = \frac{kGM}{c}$ e 10^{-5} d) $A = \frac{kG^2M^2}{c^2}$ e 10^{-5}
 b) $A = \frac{kG^2M^2}{c}$ e 10^{-8} e) $A = \frac{kG^2M^2}{c^2}$ e 10^{-8}
 c) $A = \frac{kG^2M^2}{c}$ e 10^{-3}

16. (Vunesp-SP) Num determinado processo físico, a quantidade de calor Q transferida por convecção é dada por

$$Q = h \cdot A \cdot \Delta T \cdot \Delta t$$

onde h é uma constante, Q é expresso em joules (J), A em metros quadrados (m^2), ΔT em kelvins (K) e Δt em segundos (s), que são unidades do Sistema Internacional (SI).

- a) Expresse a unidade da grandeza h em termos de unidades do SI que aparecem no enunciado.
 b) Expresse a unidade de h usando apenas as unidades kg , s e K , que pertencem ao conjunto das unidades de base do SI.
17. (ITA-SP) Define-se intensidade I de uma onda como a razão entre a potência que essa onda transporta por unidade de área perpendicular à direção dessa propagação. Considere que para uma certa onda de amplitude a , frequência f e velocidade v , que se propaga em um meio de densidade ρ , foi determinada que a intensidade é dada por: $I = 2\pi^2 f^x \rho v^y$. Indique quais são os valores adequados para x e y , respectivamente.

- a) $x = 2$; $y = 2$ d) $x = -2$; $y = 2$
 b) $x = 1$; $y = 2$ e) $x = -2$; $y = -2$
 c) $x = 1$; $y = 1$

18. (Unicamp-SP) Quando um recipiente aberto contendo um líquido é sujeito a vibrações, observa-se um movimento ondulatório na superfície do líquido. Para pequenos comprimentos de onda λ , a velocidade de propagação v de uma onda na superfície livre do líquido está relacionada à tensão superficial σ conforme a equação

$$v = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}}$$

onde ρ é a densidade do líquido. Essa equação pode ser utilizada para determinar a tensão superficial induzindo-se na superfície do líquido um movimento ondulatório com uma frequência f conhecida e medindo-se o comprimento de onda λ .

- a) Quais são as unidades da tensão superficial σ no Sistema Internacional de Unidades?
 b) Determine a tensão superficial da água, sabendo que para uma frequência de 250 Hz observou-se a formação de ondas superficiais com comprimento de onda $\lambda = 2,0 \text{ mm}$. Aproxime $\pi \approx 3$.
19. (ITA-SP) Quando camadas adjacentes de um fluido viscoso deslizam regularmente umas sobre as outras, o escoamento resultante é dito laminar. Sob certas condições, o aumento da velocidade provoca o regime de escoamento turbulento, que é caracterizado pelos movimentos irregulares (aleatórios) das partículas do fluido. Observa-se, experimentalmente, que o regime de escoamento (laminar ou turbulento) depende de um parâmetro adimensional (Número de Reynolds) dado por $R = \rho^{\alpha} v^{\beta} d^{\gamma} \eta^{\tau}$, em que ρ é a densidade do fluido, v , sua velocidade, η , seu coeficiente de viscosidade, e d , uma distância característica associada à geometria do meio que circunda o fluido. Por outro lado, num outro tipo de experimento, sabe-se que uma esfera, de diâmetro D , que se movimenta num meio fluido, sofre a ação de uma força de arrasto viscoso dada por $F = 3\pi D\eta v$. Assim sendo, com relação aos respectivos valores de α , β , γ e τ , uma das soluções é:

- a) $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\gamma = 1$, $\tau = -1$
 b) $\alpha = 1$, $\beta = -1$, $\gamma = 1$, $\tau = 1$
 c) $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\gamma = -1$, $\tau = 1$
 d) $\alpha = -1$, $\beta = 1$, $\gamma = 1$, $\tau = 1$
 e) $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\gamma = 0$, $\tau = 1$

Respostas

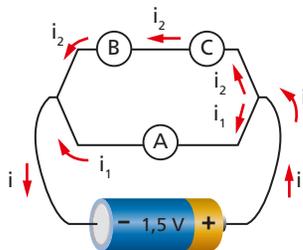
1 • A carga elétrica

2. $Q_B < 0$; $Q_C < 0$; $Q_D > 0$. Entre C e D haverá atração.
3. b
5. 10^7
7. $8,0 \cdot 10^{12}$ elétrons
8. $-3,2 \cdot 10^{-3}$ C
9. c
10. a
11. b
12. a
13. b
14. a) $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $q = e$;
 b) $Q_1 = 20 \cdot e$; $Q_2 = 4,0 \cdot e$;
 $Q_3 = 2,0 \cdot e$; $Q_4 = 50 \cdot e$;
 $Q_5 = 100 \cdot e$

2 • A corrente elétrica

2. $Q = 100$ C
4. $8,0 \cdot 10^{-3}$ A
5. $8,0 \cdot 10^3$ elétrons/s
7. 100 C; 50 C; 50 C
8. b
9. a
11. a) 3,6 A
 b) 1,2 A
12. b
13. e
14. a
15. e
18. c
19. a

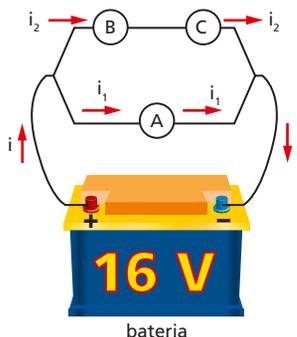
20. a)



b) $U_A = 1,5$ V

21. e

22. a)



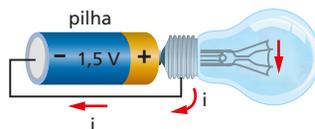
b) $U = E = 16$ V

c) $U_A = 16$ V; $U_B = 8,0$ V;
 $U_C = 8,0$ V

23. $3,2 \cdot 10^{-19}$ J

24. a

25.



26. a

27. 1,6 μ A ou $1,6 \cdot 10^{-6}$ A

28. b

29. $i_1 = 9,5$ A; $i_2 = 1,5$ A; $i_3 = 11,0$ A

30. a

3 • Resistência elétrica – resistores

2. $R = 110$ Ω
3. $i = 10$ A

5. a) $R = 15$ Ω

b) $i = 0,30$ A

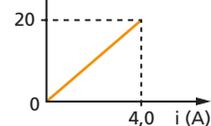
c) $U = 30$ V

6. a) $R_1 = 10$ Ω ; $R_2 = 4,0$ Ω

b) $i_1 = 4,5$ A

c) $U_2 = 16$ V

7. U (V)



9. a) $R = 40$ Ω

b) $R = 30$ Ω

10. c

11. a) $R = 110$ Ω

b) $i_2 = 1,5$ A

12. a) $R_2 = 10$ Ω . Maior corrente implica menor resistência.

b) $i_2 = 22$ A

c) $i_1 = 10$ A

13. b

14. a) $I_{ch} = 20$ A; $I_L = 2,0$ A

b) $R_L = 60$ Ω

17. $R = 0,64$ Ω

18. $\rho = 8,0 \cdot 10^{-5}$ $\Omega \cdot m$

20. a

21. e

23. a) $\rho = 1,04 \frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$

b) $R = 4,0 \cdot 10^{-3}$ Ω

25. c

26. c

27. a) Triplica.

b) Reduz-se à quarta parte.

28. $\frac{P_1}{P_2} = 2$

29. c

30. e

ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

32. a) $R_{eq} = 40 \Omega$
 b) $U = 280 V$
 c) $U_1 = 56 V$; $U_2 = 84 V$;
 $U_3 = 140 V$
33. 22 V
35. a) $R_{eq} = 6,0 \Omega$
 b) $i = 10 A$
 c) $i_1 = 4,0 A$; $i_2 = 6,0 A$
36. a) $R_{eq} = 3,0 \Omega$
 b) $U = 48 V$
 c) $i_1 = 8,0 A$; $i_2 = 6,0 A$;
 $i_3 = 2,0 A$
38. a) $i_2 = 3 A$; $i_3 = 2 A$
 b) $i = 11 A$
 c) $R_{eq} = \frac{R}{2}$
40. c
42. d
43. a) $i = 4,0 A$
 b) $U_1 = 96 V$; $U_2 = 52 V$;
 $U_3 = 32 V$
44. a) $R_{eq} = 8,0 \Omega$
 b) $R_{eq} = \frac{R}{3}$
 c) $R_{eq} = \frac{R}{3}$
45. b
46. a
47. $i_1 = 2,0 A$; $i_2 = 4,0 A$
48. $i_1 = 4,0 A$; $i_2 = 8,0 A$; $i_3 = 4,0 A$
49. b
50. e
51. b
53. a) 2,0 Ω
 b) 12 Ω
 c) 4,0 Ω
54. a) $\frac{3R}{2}$
 b) $\frac{5R}{6}$
 c) $\frac{4R}{3}$

56. a) $\frac{R}{2}$
 b) $5,24 \times R$
57. a
58. c
59. b
60. e
61. $R_{eq} = 31 \Omega$
62. c
63. $R_{eq} = 5 \Omega$
64. b
65. e
66. d
67. d
68. e
69. c
70. $R_x = 400 \Omega$
73. $R_{eq} = 2,0 \Omega$
74. e
75. a
77. a) $R = 1,1 \Omega$
 b) $I_2 = 9,1 A$
78. e
79. $i_1 = 2,0 A$; $i_2 = 0$
80. c
81. d
82. e
83. c
84. e
85. c
86. $i_A = 1,0 A$
87. a) 1,5 A
 b) 12 V
89. $R_{eq} = \frac{4R}{3}$
90. a) $R_{eq} = 25 \Omega$
 b) $R_{eq} = \frac{R}{2}$

91. a) $R_{eq} = \frac{5R}{6}$
 b) $R_{eq} = \frac{7R}{12}$

93. b

4 • Circuitos elétricos

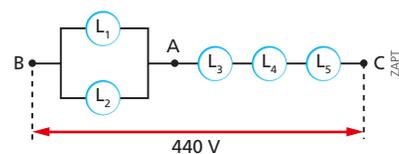
2. a) 3,2 A
 b) 1,6 A

3. b

5. d

6. c

7. a)



- b) $i_1 = 1,1 A$; $i_2 = 1,1 A$;
 $i_5 = 2,2 A$

9. a) $i_1 = 2,0 A$; $i_2 = 3,0 A$;
 $i_3 = 0,5 A$
 b) $i = 5,5 A$

10. a) 0,5 A
 b) 4,0 V

12. a

13. a) 24 V
 b) 1,0 A

14. a) $R_{eq} = 5,0 \Omega$
 b) 20 lâmpadas

15. c

16. a) 12,0 A
 b) 100 V
 c) $R_1 = 10,0 \Omega$; $R_2 = 50,0 \Omega$

18. a

19. d

20. a

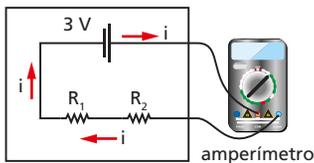
21. a

22. d

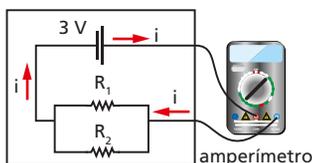
23. d

24. 13 resistores.

27. a
 28. e
 29. d
 30. e
 31. c
 32. a) Lâmpadas em 110 V: 1, 2, 3, 4 e 5; lâmpadas em 220 V: 6.
 b) (1): 110 V; (2) e (3): 73 V; (4): 147 V; (5): 110V; (6): 220 V
 c) (1), (5) e (6): mesmo brilho, nada ocorreu; (2) e (3): brilho menor; (4): brilho maior, poderia queimar.
 33. d
 34. a
 35. e
 37. d
 38. a) 40 Ω c) 40 Ω
 b) 53,3 Ω
 39. a) 12 V c) zero
 b) 6 A
 40. R = 45 Ω
 41. c
 42. c
 43. d
 44. d
 45. i = 0,7 A
 46. e
 47. E = 6,4 V
 48. e
 50. a) caixa C



e caixa C'



- b) $R_1 = 20 \Omega$ e $R_2 = 30 \Omega$
 51. a) 2,0 A
 b) t = 1 s
 c) R = 12 Ω

5 • Geradores elétricos

2. U = 9,0 V
 3. a) r = 0,1 Ω
 b) U = 3,0 V
 5. $\mathcal{E} = 20$ V; r = 2,0 Ω
 6. a) $\mathcal{E} = 12$ V; r = 4,0 Ω ;
 $i_{cc} = 3,0$ A
 b) $\mathcal{E} = 15$ V; r = 1,0 Ω ;
 $i_{cc} = 15$ A
 c) $\mathcal{E} = 50$ V; r = 10 Ω ;
 $i_{cc} = 5,0$ A
 d) $\mathcal{E} = 60$ V; r = 3,0 Ω ;
 $i_{cc} = 20$ A
 8. a) i = 3,0 A
 b) $U_{CD} = 24$ V
 9. a) i = 2,0 A
 b) U = 4,0 V
 11. a) 6,0 Ω
 b) 2,0 A
 c) 12 V
 12. a) 2,0 Ω
 b) 4,0 A
 c) $6,0 \Omega \rightarrow \frac{4}{3}$ A; $3,0 \Omega \rightarrow \frac{8}{3}$ A
 14. d
 16. a) Amp.: 2,0 A; Volt.: 8,0 V
 b) Amp.: 5,0 A; Volt.: 10 V
 c) Amp.: 2,0 A; Volt.: zero
 d) Amp.: zero; Volt.: 20 V
 17. a
 18. c
 19. b
 20. c
 22. a) $\mathcal{E}_{eq} = 192$ V; $r_{eq} = 10 \Omega$
 b) $\mathcal{E}_{eq} = 128$ V; $r_{eq} = 4,0 \Omega$

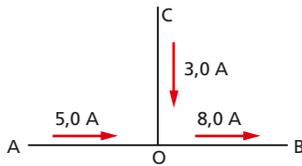
ILUSTRAÇÕES: ZAPF

24. a) 1,5 V
 b) 4,5 V
 25. a) 2,0 A
 b) $6,0 \Omega \rightarrow i = \frac{4}{3}$ A;
 $8,0 \Omega \rightarrow i = 0$
 26. e
 27. c
 28. b
 29. a) $\mathcal{E} = 1,5$ V; r = 0,1 Ω
 b) R = 2,9 Ω
 c) amperímetro \rightarrow zero; voltímetro \rightarrow 1,5 V
 30. R = 5,0 Ω
 31. d
 32. c
 33. c

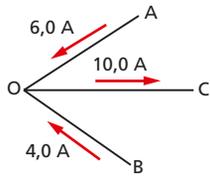
6 • Receptores elétricos e regras de Kirchhoff

2. a) $\mathcal{E} = 20$ V e r = 1,0 Ω
 b) $\mathcal{E} = 28$ V e r = 2,0 Ω
 4. c
 5. c
 6. c
 7. a
 8. $\mathcal{E} = 2,0$ V e r = 0,25 Ω
 10. a) anti-horário; i = 3,0 A;
 b) $U_{AB} = 61,0$ V
 11. a) 4,0 A; b) 16,0 V
 12. a) 2,0 A;
 b) 8,0 V
 14. d
 15. b
 16. e
 17. d
 18. a
 19. e
 20. a) $\mathcal{E} = 12$ V
 b) r = 0,20 Ω ; R = 1,0 Ω

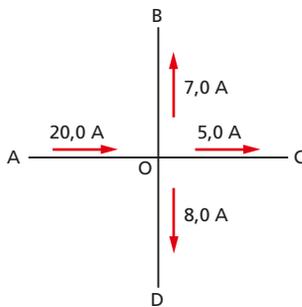
21. a)



b)



c)



23. 2,0 A; 14 V

25. $i_1 = 2,0 \text{ A}$; $i_2 = 0$; $i_3 = 2,0 \text{ A}$

26. a) 2,0 A; b) 18 V

27. $i_1 = 0,50 \text{ A}$; $i_2 = 1,5 \text{ A}$;
 $R = 20 \Omega$

28. a) 3 A; b) 0; c) 2,5 A

29. c

30. 3,5 A

31. 2,0 A; 4,0 A; 6,0 A

32. a) 1,2 A
b) 2,4 A; 23,6 V

33. $i_2 = 0,6 \text{ A}$; $i_3 = 0,8 \text{ A}$; $R = 2,5 \Omega$

34. a) 5,0 μA ; b) 2,5 V

35. a) 1,0 A
b) 40 V
c) 52 V

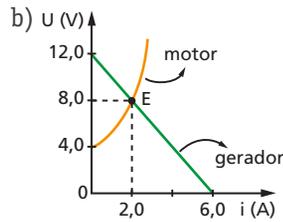
36. a

37. a) 1,0 Ω ; b) 4,0 A; c) 2,0 h

38. a) $i_1 = 4 \text{ A}$; $i_2 = 12 \text{ A}$; $i_3 = 2 \text{ A}$;
 $i_4 = 14 \text{ A}$
b) $r_3 = 60 \Omega$
c) $\mathcal{E} = 196 \text{ V}$

39. c

40. a) 2,0 A; 8,0 V



41. 46 A

7 • Energia e potência elétrica

ILUSTRAÇÕES: ZAPFT

2. a) 18 kWh; b) R\$ 9,00

3. d

4. 114 kWh

6. 4,0 A

7. d

8. a) 2400 W

b) 20 A

c) 4,8 kWh

10. a) Diário: 14,7 kWh;
mensal: 441 kWh.
b) Custo: R\$ 220,50.

12. 27 lâmpadas

13. a) 10600 W

b) 48,2 A

c) 50 A

15. c

16. a

17. d

18. c

19. b

20. a) 2,0 A; b) 7,5 Ω

21. b

22. e

23. b

25. d

26. a

27. d

28. c

30. 204800 J

31. c

32. b

33. e

34. d

35. a) $R = 121 \text{ W}$; $R_{\text{eqA}} = 121 \Omega$;
 $R_{\text{eqB}} = 484 \Omega$

b) $P_A = 100 \text{ W}$; $P_B = 25 \text{ W}$; no circuito A a iluminação é maior.

36. d

38. 50 W

40. a) 675 W; b) 8,3 Ω

41. a) 160 W; b) 300 g

42. a) $19,2 \cdot 10^5 \text{ J}$

b) 1500 W

c) $U = 122 \text{ V}$ e $i = 12,2 \text{ A}$

44. b

46. 1500 g

47. b

48. e

49. 6,0 Ω

50. c

51. a) $P = 112 \text{ W}$;

b) $I = 6 \text{ A}$ e $R = 7 \Omega$

53. c

54. a) $i = 4,0 \text{ A}$; $P = 880 \text{ W}$

b) $i' = 2,0 \text{ A}$; $P' = 220 \text{ W}$

56. c

57. b

58. a

59. c

60. b

61. c

62. c

63. d

64. c

65. e

66. b

67. d

69. a) $i = 1,0 \text{ A}$
 b) $r = 5,0 \ \Omega$
 c) $P_U = 80 \text{ W}$
71. a) 48 W
 b) $P_G = 80 \text{ W}; P_U = 48 \text{ W};$
 $P_D = 32 \text{ W}$
 c) 60%
72. $R = 0,2 \ \Omega$
74. a) $2,0 \ \Omega$ c) 50%
 b) $12,5 \text{ A}$
76. a) $P_D = 48 \text{ W}$
 b) $\eta = 33\%$
77. a) $P_F = 80 \text{ W}$
 b) $P_G = 100 \text{ W}$
 c) $r = 20 \ \Omega; R = 80 \ \Omega$
78. e
79. c
80. 90 J
81. b
82. e
83. a) $\mathcal{E} = 6,0 \text{ V}; r = 0,75 \ \Omega$
 b) $P_D = 12 \text{ W}$
84. a) Figura 1: $R = 0,30 \ \Omega$; figura 2:
 $R = 1,2 \ \Omega$.
 b) Figura 1: $P = 120 \text{ W}$; figura 2:
 $P = 120 \text{ W}$.
85. b
87. $\mathcal{E}' = 70 \text{ V}; r' = 5,0 \ \Omega$
89. a) $i = 4,0 \text{ A}$
 b) $U = 12 \text{ V}$
 c) $\eta_{\text{Ger}} = 60\%; \eta_{\text{Rec}} = 25\%$
 d) $P_G = 80 \text{ W}; P_F = 48 \text{ W};$
 $P_D = 32 \text{ W}$
 e) $P_R = 48 \text{ W}; P_U = 32 \text{ W};$
 $P_D = 16 \text{ W}$
90. a
91. 56 J
92. e
93. a) $16,75 \text{ kWh}$
 b) $\text{R\$ } 251,25$
 c) $\text{R\$ } 16,25$

94. a) 450 W
 b) $1,5 \text{ kWh}$
 c) $\text{R\$ } 3,60$
95. c
96. c
97. a
98. a
99. a) $i_{\text{total}} = 7,5 \text{ A}; P = 90 \text{ W};$
 b) $i = 3,0 \text{ A}$
100. b
101. d
102. c

8 • Medidores elétricos

2. Ligar em paralelo com o galvanômetro uma resistência *shunt*;
 $R = 4,0 \cdot 10^{-2} \ \Omega$
4. a) $990 \ \Omega$; b) $1000 \ \Omega$
5. a) Ligá-lo em série com um resistor.
 b) $R_M = 450 \ \Omega$
6. c
7. a) $R_G = 1,0 \cdot 10^2 \ \Omega$;
 b) $V = 10 \text{ V}$
8. b
9. a) $10,0 \ \Omega$
 b) $11,1 \ \Omega$
 c) Os medidores não são ideais e alteram os valores de corrente e tensão onde são ligados.
11. a) $R_X = 5,0 \ \Omega$;
 b) $R_{\text{eq}} = 3,0 \ \Omega$
12. a) $R_S = 0,02 \ \Omega$ em paralelo.
 b) $1,00 \text{ A}$
13. $R_M = 250 \ \Omega$ em série com o voltímetro.
14. $x = 4,0 \ \Omega$
15. a
16. b
17. c

9 • Eletrização

2. a) Q_1 e Q_3 negativas e Q_2 e Q_4 positivas.
 b) As placas se repelirão.
3. Ocorrerá uma força de atração entre as bolinhas A e B .
5. d
6. $Q_A = +2e, Q_B = +4e$ e $Q_C = +2e$
9. d
10. e
11. b
12. d
13. a
14. d
15. c
16. a
17. c
18. c
19. a
21. e
23. Os elétrons migrarão para a superfície da esfera B , que ficará carregada negativamente e, conseqüentemente, a esfera A ficará carregada positivamente.
25. a) Basta ligar A com B usando o fio F .
 b) Fazer a indução com B aterrada. Desligar o fio terra na presença de A .
27. e
28. a
29. A esfera será atraída pelo bastão.
30. c
31. b
32. a
33. d
34. No final, a esfera A ficou positiva e B , neutra.
35. b

36. a) $Q_A = -12e$, $Q_B = -6e$ e
 $Q_C = -3e$
 b) $Q = -24e$

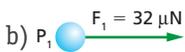
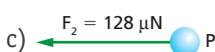
10 • Força elétrica – Lei de Coulomb

2. a) Atração.
 b) $7,2 \cdot 10^{-4}$ N
 c) $1,8 \cdot 10^{-4}$ N
4. b
5. a
7. $Q = \frac{4}{3} \mu\text{C}$
8. b
9. b
11. d
12. a) 4,0 kN
 b) 2,0 m
13. a) $5,0 \cdot 10^{-7}$ N
 b) $1,25 \cdot 10^{-7}$ N
14. c
16. $R_2 = 0$
17. $R = 450$ N
19. a
20. a) $\begin{cases} Q_1 \text{ positiva} \\ Q_2 \text{ positiva} \end{cases}$
 b) A força resultante sobre q não será mais nula.
21. d
22. b
23. a
24. d
25. c
26. a) 20 kg
 b) $\frac{2\sqrt{5}}{3} \cdot 10^{-5}$ C
27. $3,6 \cdot 10^{-4}$ N
28. d
29. $Q = +\frac{\sqrt{3}}{3} q$
30. e

31. $\frac{Q}{q} = 3$

32. $d = 2q\sqrt{\frac{k}{3mg}}$

11 • Campo elétrico

2. a) Nas proximidades do ponto A.
 b) Em nenhum trecho.
 c) No trecho entre os pontos B e C.
3. $q = 7,7 \cdot 10^{-8}$ C
5. Na figura a: $Q > 0$ e $q < 0$. Na figura b: $Q < 0$ e $q < 0$.
6. d
7. c
8. a
9. b
10. a
12. a) 
 b) $E_p = 36 \cdot 10^7$ N/C
13. $+1,0 \mu\text{C}$ e $-1,0 \mu\text{C}$
14. a) $E_p = 2,0 \cdot 10^9$ N/C;
 b) $F = 6,0 \cdot 10^{-3}$ N, atração
15. d
17. $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{1}{8}$
18. a) $E_2 = 64$ N/C
 b) 
 c) 
19. a) 
 b) 
20. e
21. $E = 72 \cdot 10^3$ N/C
22. d
23. b
24. d

26. Figura a: \rightarrow ;
 figura b: \uparrow ;
 figura c: \leftarrow

27. a

28. e

30. $x_p = 10$ cm

31. O campo elétrico é nulo nos dois casos.

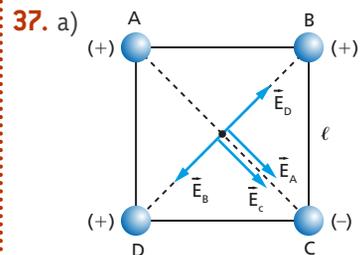
32. $\frac{x}{y} = 3$

33. d

34. b

35. a) $F = 0,225$ N; b) $\vec{E} = \vec{0}$

36. c



b) $18 \cdot 10^5$ N/C

38. a

41. a) $E_B = \frac{E}{4}$; b) $E_M = \frac{8}{9}E$

42. a) $E = 0$;

b) $E = 1,8 \cdot 10^{-4}$ N/C;

c) $E = 4,5 \cdot 10^{-5}$ N/C

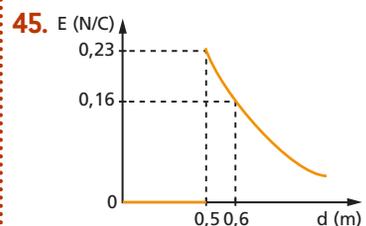
43. a

44. a) $Q = 6,4 \cdot 10^{-6}$ C;

b) $E = 0$;

c) $E = 0,16$ N/C;

d) $E = 0,23$ N/C



46. c

47. a) $0,28 \cdot 10^{-6}$ C;

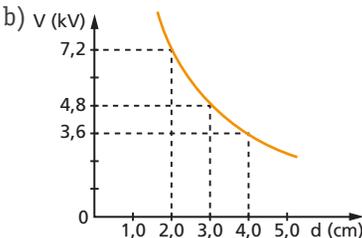
b) $E = 0$;

c) $E = 0,625 \cdot 10^3$ N/C;

d) $E_2 = 10 \cdot 10^3$ N/C

48. $E = 1 \cdot 10^{11} \text{ N/C}$
 49. b
 50. d
 51. $y = 6 \text{ cm}$
 52. e
 53. $E_x = 0; E_y = 4,0 \cdot 10^7 \text{ N/C}$

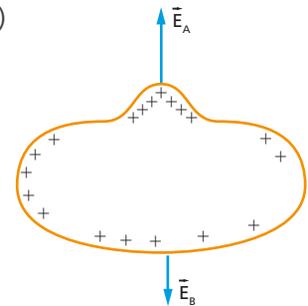
12 • Potencial elétrico

3. $E_{\text{pot}} = 12 \cdot 10^{-8} \text{ J}$
 4. a) $E_{\text{pot}_A} = 10 \text{ pJ}; E_{\text{pot}_B} = 32,5 \text{ pJ};$
 $E_{\text{pot}_C} = 6,0 \text{ pJ}$
 b) De B para C.
 5. a
 8. a) $\mathcal{E}_{AB} = 5,0 \cdot 10^{-7} \text{ J};$
 b) $\mathcal{E}_{ACB} = \mathcal{E}_{AB} = 5,0 \cdot 10^{-7} \text{ J}$
 10. a) $E_{\text{pot}_p} = 1,4 \cdot 10^{-8} \text{ J};$
 b) $V_p = 1,4 \cdot 10^{-2} \text{ V}$
 11. $\mathcal{E}_{\text{elétrica}} = -\mathcal{E}_{\text{operador}}$
 12. d
 13. $\mathcal{E} = 2,4 \mu\text{J}$
 14. a
 15. e
 17. a) $V_A = 18 \cdot 10^4 \text{ V};$
 b) $d = 0,25 \text{ m}$
 18. a) $V_A = 7,2 \text{ kV}; V_B = 4,8 \text{ kV};$
 $V_C = 3,6 \text{ kV}$
 b) 
 20. a) $Q = 2,0 \text{ nC};$
 b) $d_1 = 18 \text{ m};$
 c) $V_2 = 2,0 \text{ V}$
 22. $V_p = 15 \text{ V}$
 24. c
 25. $E_{\text{pot}} = -7,2 \cdot 10^{-2} \text{ J}$
 27. $\mathcal{E} = \frac{3 \cdot k \cdot Q^2}{a}$
 28. b
 29. b
 30. a
 31. $r = \frac{1}{3} \text{ m}; q = \frac{200}{27} \text{ nC}$
 32. a) $Q = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ C};$
 b) $V' = 4,5 \cdot 10^3 \text{ V}$
 33. a) $V_A = 3,6 \cdot 10^6 \text{ V};$
 $V_B = 1,2 \cdot 10^6 \text{ V}$
 b) $\mathcal{E}_{AB} = 3,6 \mu\text{J}$
 c) $\mathcal{E}_{\text{operador}} = -3,6 \mu\text{J}$
 35. $V_R = 54 \cdot 10^3 \text{ V}$
 36. a) $V_1 = 72 \cdot 10^3 \text{ V};$
 $V_2 = -36 \cdot 10^3 \text{ V}$
 b) $V_R = 36 \cdot 10^3 \text{ V}$
 38. $V_{Ra} = 7,5 \text{ kV}; V_{Rb} = -18 \text{ kV};$
 $V_{Rc} = 0; V_{Rd} = 27 \text{ kV}$
 39. a
 41. a) $x = 1,0 \text{ cm};$ b) $x = -3,0 \text{ cm}$
 42. d
 43. a
 44. a) $Q_2 = +4,0 \mu\text{C};$
 b) $E_R = 3,75 \cdot 10^7 \text{ N/C}$
 45. $V_R = 0$
 46. a) $V_{RB} = 900(1 - \sqrt{2}) \text{ V};$
 b) $\mathcal{E}_{BCD} = 0$
 47. a) $V = 4 \cdot \frac{kQ}{d};$
 b) $E_R = 0$
 48. I) V II) V III) V IV) F
 49. a
 51. a) $\mathcal{E}_{AB} = 15 \text{ mJ};$ b) $\mathcal{E}_{AC} = 0$
 52. a) $Q_p > 0; Q_s < 0$
 b) $V_A = 0; V_B = 150 \text{ V}; V_C = -150 \text{ V};$
 $V_D = 0$
 53. d
 54. a
 55. a) $V_A - V_C = 0;$ b) $\mathcal{E}_{AB} = 2,0 \text{ mJ}$
 57. a) $V_{\text{int}} = 18 \cdot 10^5 \text{ V};$
 b) $V_{\text{ext}} = 12 \cdot 10^5 \text{ V}$

58. a) $V_{\text{int}} = -4,5 \cdot 10^5 \text{ V}$
 b) $V = -1,35 \cdot 10^5 \text{ V}$
 c) $V = -3,0 \cdot 10^5 \text{ V}$
 60. $V = 16 \cdot 10^2 \text{ V}$
 61. a) $d = 1,0 \text{ m};$ b) $Q = 6,0 \mu\text{C}$
 62. a
 63. e
 64. d
 65. e
 66. a
 67. a) $63,8 \text{ keV};$ b) $0,5 \text{ c}$
 68. e
 69. a) $29,1 \cdot 10^{-16} \text{ J};$
 b) $6,0 \cdot 10^4 \text{ m/s}$
 70. $V_B = 339 \text{ V}$
 71. Apenas na figura c.
 72. a) $V_{\text{res}} = 0;$ b) $\vec{E}_{\text{res}} = \vec{0}$

13 • Condutores em equilíbrio eletrostático

2. a) em A; b) em A
 c)



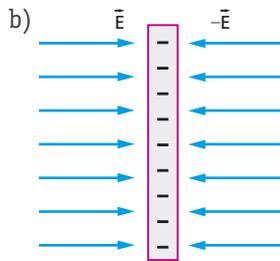
4. a) $|\vec{E}_p| = \vec{0}$ pois P é interno ao condutor.
 b) $V_A = V_B = V_p = V_s = 1000 \text{ V},$ pois todos têm o mesmo potencial.
 5. a) Ambos nulos.
 b) Sim.
 c) Não, há maior densidade em M e P.
 d) $|\vec{E}_B| = |\vec{E}_C|$ e $|\vec{E}_N| < |\vec{E}_P|$
 e) $V_M = V_N = V_p$
 7. d

8. b
 10. a
 11. c
 12. d
 13. d
 14. d
 15. a
 17. a) $Q'_A = 25 \text{ pC}$ e $Q'_B = 30 \text{ pC}$
 b) $2,0 \text{ }\mu\text{A}$
 c) $4,5 \text{ V}$
 18. a) $\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = \left(\frac{3}{1}\right)$
 b) $Q_1 = 1,0 \text{ nC}$ e $Q_2 = 3,0 \text{ nC}$
 19. $Q_A = 32 \text{ }\mu\text{C}$; $Q_B = 0$
 21. Basta aplicar a conservação da carga elétrica e igualar potenciais.
 22. $Q'_A = +2,0 \text{ pC}$ e $Q'_B = +3,0 \text{ pC}$
 23. $V_E = 9,0 \cdot 10^{-1} \text{ V}$
 24. $\frac{q_1}{q_2} = \frac{r_1}{r_2}$
 25. c
 26. a) $|\Delta V| = \frac{3kq}{R}$; k é a constante eletrostática
 b) $+\frac{3q}{4}$
 27. a) $2,0 \text{ }\mu\text{F}$
 b) $C = 4\pi\epsilon_0 \cdot R$
 28. $6,0 \cdot 10^{-3} \text{ C}$
 29. d
 30. a) $+5,0 \text{ }\mu\text{C}$
 b) $+20 \text{ }\mu\text{C}$
 c) zero
 d) $-38,25 \cdot 10^5 \text{ V}$
 31. I. Correta. III. Correta.
 II. Errada. IV. Correta.
 32. a) $3,10q$
 b) $9,0 \cdot q(1 - 0,90^N)$;
 para $N \rightarrow \infty \Rightarrow 9,0q$
 33. a) $\vec{E}_1 = \vec{0}$; $E_2 = E_3 = 4k \text{ N/C}$
 b) $\varphi_3 > \varphi_2 > \varphi_1$
 c) $V_2 = V_3 > V_1$

34. c
 35. $R_2 = 60 \text{ mm}$
 36. Sim, haverá, pois $V_A > V_B$. O sentido da corrente é de A para B.
 37. A soma é 13; estão corretas: 01; 04; 08.
 38. $V_D = 1,05 \cdot 10^4 \text{ V}$

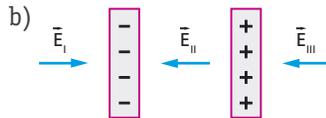
14 • Campo elétrico uniforme

2. a) $E = 1,0 \cdot 10^6 \text{ N/C}$



4. $q = 3,0 \text{ nC}$
 6. a) $T = 5,0 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-4} \text{ N}$
 b) $F = 2,5 \cdot 10^{-10} \text{ N}$
 c) $G = 1,77 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}^2$

7. a) $4,0 \cdot 10^{-5} \text{ C/m}^2$
 b) $E = 2,26 \cdot 10^4 \text{ N/C}$. O campo elétrico pode ser considerado uniforme porque a distância entre as placas é muito menor que as áreas das placas.
 8. a) $E_I = E_{III} = 3,0 \cdot 10^3 \text{ N/C}$;
 $E_{II} = 7,0 \cdot 10^3 \text{ N/C}$

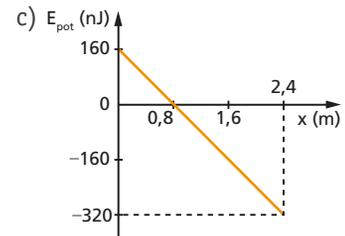
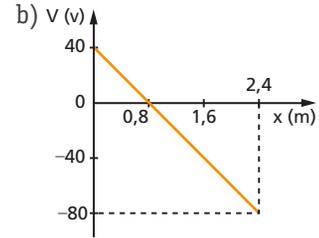


9. a) 10 N/C
 b) O campo é nulo.
 c) Para a esquerda (\leftarrow).

10. d
 11. a
 12. c
 13. b
 14. $E = 5,0 \text{ N/C}$
 15. e

16. b
 17. a) $\vec{E}_R = \vec{0}$
 b) $E_R = \frac{\sigma}{\epsilon}$
 19. a) 500 V/m
 b) $V_B = -350 \text{ V}$
 20. a) $U = 16 \cdot 10^{-3} \text{ V}$
 b) $V_B = -11 \cdot 10^{-3} \text{ V}$

22. a) $d = 2,4 \text{ m}$



24. a) $d = 0,2 \text{ m}$
 b) $\varphi_{AB} = 240 \text{ }\mu\text{J}$
 25. b
 26. b
 27. c
 28. (1) V (3) V
 (2) F (4) V
 29. a
 30. a) $V_1 = 36 \text{ V}$; $V_2 = 6,0 \text{ V}$
 b) $E = 20 \text{ V/m}$
 c) $\varphi_{\text{operador}} = 480 \text{ eV}$

31. a)
-
- b) $E_{CB} = 1200 \text{ eV}$

32. d

33. a) $U_{AD} = 6,0 \text{ V}$
 b) $E = 20 \text{ V/m}$

34. a) $E_{CA} = 512 \text{ pJ}$
 b) $E_{CB} = 912 \text{ pJ}$
 c) $v \cong 3,0 \text{ m/s}$

35. a) $a = \frac{\sqrt{m^2 g^2 + q^2 E^2}}{m}$
 b) $D = \frac{q \cdot E \cdot H}{m \cdot g}$

36. c

37. a) $4,0 \text{ N}$
 b) $\frac{1}{2}$
 c) 6 h

38. O campo elétrico resultante aponta da face 6 para a face 5 e tem módulo $E_r = \frac{|Q|}{\epsilon \cdot L^2}$

39. a) $V_b = 2 \text{ m/s}$
 b) $T = 40 \text{ N}$

41. a) $1,6 \times 10^{-3} \text{ m}$
 b) $6,4 \times 10^{-3} \text{ m}$

15 • Capacitores

2. $Q = 20 \text{ } \mu\text{C}$ e $E = 50 \text{ } \mu\text{J}$

3. $C = 0,5 \text{ pF}$

5. a) $Q = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ C}$
 b) $i = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ A}$
 c) $E_{el} = 9,6 \cdot 10^{-4} \text{ J}$

7. b

8. a

9. d

11. $C_{eq} = 6 \text{ } \mu\text{F}$

12. $C = 3,0 \text{ } \mu\text{F}$

14. Figura a: $4,0 \text{ } \mu\text{F}$; figura b: $2c$; figura c: $\frac{6C}{5}$.

15. a) C
 b) $\frac{2}{3} C$

18. $Q_1 = 40 \text{ nC}$; $Q_2 = 100 \text{ nC}$;
 $Q_3 = 40 \text{ nC}$

19. a) $C_{eq} = 3,0 \text{ } \mu\text{F}$

b) $Q = 96 \text{ } \mu\text{C}$

c) $U_1 = 12 \text{ V}$; $U_2 = 12 \text{ V}$;
 $U_3 = 8,0 \text{ V}$

21. a) $C_{eq} = 2,0 \text{ } \mu\text{F}$

b) $Q = 360 \text{ } \mu\text{C}$

c) $E_p = 32400 \text{ } \mu\text{J}$

d) $Q_1 = 360 \text{ } \mu\text{C}$

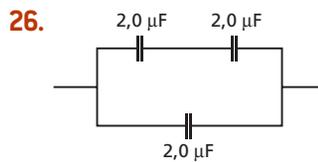
22. a) $12,0 \text{ } \mu\text{F}$ b) $8,0 \text{ } \mu\text{F}$

23. a) $Q = 288 \text{ } \mu\text{C}$; $E_p = 3456 \text{ } \mu\text{J}$

b) $Q = 192 \text{ } \mu\text{C}$; $E_p = 2304 \text{ } \mu\text{J}$

24. a

25. d



27. d

28. c

29. a) $C_{eq} = 22 \text{ } \mu\text{F}$

b) $Q_{total} = 220 \text{ } \mu\text{C}$

c) $Q = 60 \text{ } \mu\text{C}$

30. a) $C_{eq} = 3 \text{ } \mu\text{F}$

b) $Q_3 = 100 \text{ } \mu\text{C}$; $U_3 = 10 \text{ V}$

c) $U_{AB} = 40 \text{ V}$

31. d

32. a) $Q'_1 = 200 \text{ } \mu\text{C}$ e $Q'_2 = 100 \text{ } \mu\text{C}$

b) $U' = \frac{200}{3} \text{ V}$

34. c

35. a) $C = 1,76 \text{ pF}$

b) $Q = 1,76 \text{ nC}$

37. a) $Q = 56 \cdot 10^{-6} \text{ } \mu\text{C}$

b) $d = 1,32 \text{ cm}$

c) $E = 1060 \text{ V/m}$

38. a) $C' = 2,5 \cdot C$

b) $Q' = 2,5 \cdot Q$

39. a) $Q = 20 \text{ nC}$

b) $Q' = 40 \text{ } \mu\text{C}$

40. a) $E = \frac{U}{d}$

b) $E' = \frac{U}{d}$

c) $U' = 2 \cdot U$

42. a) $U = 6,0 \text{ V}$

b) $Q_1 = 42 \text{ pC}$ e $Q_2 = 18 \text{ pC}$

43. d

44. $\frac{C'}{C} = 42$

45. b

46. a

48. a) $C = 10 \text{ pF}$

b) $Q = 2,0 \text{ } \mu\text{C}$

49. a

50. $U = 1,0 \cdot 10^3 \text{ V}$

51. $U = 80 \text{ mV}$

52. b

54. $\frac{Q_f}{Q_i} = \frac{2k}{1+k}$

57. a) $Q = 36 \text{ } \mu\text{C}$

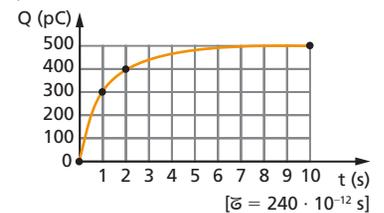
b) $E_p = 108 \text{ } \mu\text{J}$

58. $Q = 28 \text{ } \mu\text{C}$

60. a) $q_0 = 0$; $U_0 = 0$; $I_0 = 2 \text{ A}$

b) $I = 0$; $Q = 480 \text{ pC}$

c)



61. d

63. $i = 0$

64. c

65. a) $I_0 = 6,0 \text{ A}$ e $i_2 = 0$

b) $i_2 = 2,0 \text{ A}$ e $Q = 240 \text{ pC}$

66. a) $Q = 120 \text{ } \mu\text{C}$

b) $U_2 = 0$ e $i = 3,0 \text{ mA}$

67. c

68. a

69. c

70. c

71. e

72. a) $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ b) $i_0 = 2 \text{ mA}$

73. c

74. $C = 7,6 F e E = 1,4 \cdot 10^{14} J$

75. a) $Q = 72 \mu C$
b) $\mathcal{E} = 36 V$

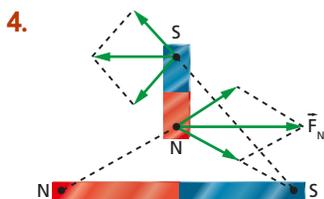
76. a) zero
b) $6,0 pF$
c) $72 pF$

77. b

78. d

16 • O campo magnético

3. Diminui.



5. Atração.

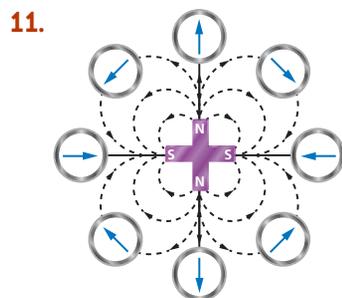
6. a) x b) y

7. IV

8. d

9. d

10. e



12. c

13. b

14. e

15. a

16. b

17. c

18. c

19. c

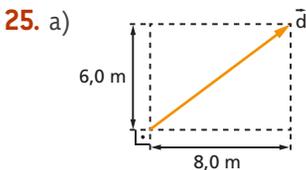
20. b

21. b

22. d

23. d

24. B, A, C



b) $12 m/s$

17 • A força magnética

1. a) ↓ d) ⊗ g) ⊗
b) ↑ e) ← h) →
c) ⊙ f) ↑ i) ↙

2. a) ↓ b) São nulas.

3. AG; sentido de A para G.

4. a) $3,6 \cdot 10^{-7} N$

b) ⊙

c) ⊗

5. $F_A = F_C = 0; F_B = 7,2 \cdot 10^{-5} N$

6. $2,4 \cdot 10^5 V/m$

7. $[B] = M^1 L^0 T^{-2} i^{-1}$

8. a) Negativa.

b) $8,0 \cdot 10^{-5} m/s$

9. c

10. b

11. a

12. e

13. d

14. d

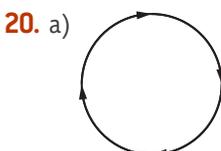
15. e

16. $1,4 \cdot 10^3 m/s$

17. b

18. $E = 2,0 \cdot 10^{-5} V/m;$

$v = 2,5 \cdot 10^{-5} m/s$



b) $9,1 \cdot 10^{-5} m$

c) $\cong 1,8 \cdot 10^{-10} s$

d) $\cong 5,5 \cdot 10^9 Hz$

21. a) Negativo.

b) $2,0 T$

c) $\cong 3,1 \cdot 10^{-2} s$

22. $\cong 1,0 \cdot 10^{-25} kg$

23. a) II

b) 2

24. a) $5,1 cm$

b) $16 cm$

25. a

26. b

27. c

28. III; V

29. b

30. a) $B = 2,0 \cdot 10^{-2} T$. Direção: perpendicular ao plano da página; sentido: para dentro do plano da página.

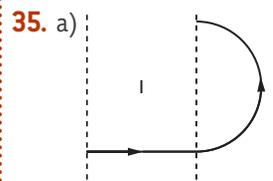
b) $\cong 8,9 \cdot 10^{-10} s$

31. b

32. b

33. $\frac{m_{II}}{m_I} = 5$

34. $11(01 + 02 + 08)$



b) $2 \cdot 10^5 m/s$

c) $10^{-2} m$

36. a) $3,0 \cdot 10^{-6} s$

b) $1,5 m$

c) $2,0 \cdot 10^{-2} T$

38. a) ⊗

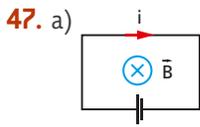
b) ↓

39. $0,18 N$

40. $0,80 N$

41. zero

42. 30 cm
 43. e
 44. $1,9 \cdot 10^{-2}$ N
 45. b
 46. 12,8 A \rightarrow 12 A



b) $i = \frac{E}{4R}$

c) $E = \frac{4RMg}{BL}$

48. c
 49. zero
 51. a) 0,048 N b) Horário.
 52. d
 53. zero
 54. a) 0,08 N
 b) 0,2 T
 c) 0,016 kg; no ponto médio do trecho P_3P_4 .

55. a)
 b) 1,0 T

56. 0,67 m
 57. a
 58. $\frac{3}{10}$
 59. $d = \frac{2mE}{qB^2}$
 60. $\cong 6,3 \cdot 10^{-3}$ kg
 61. a) $5,0 \cdot 10^3$ V/m
 b) $2,8 \cdot 10^{-5}$ T

18 • Fontes de campo magnético

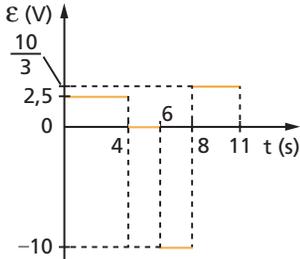
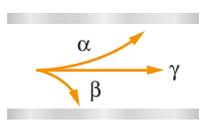
1. a) zero
 b) $9,6 \cdot 10^{-20}$ T
 2. a) \odot c) \leftarrow
 b) \otimes d) \uparrow

ILUSTRAÇÕES: ZAPET

3. $8,0 \cdot 10^{-5}$ T
 4. d
 5. c
 6. $6,4 \cdot 10^{-19}$ N
 8. $1,0 \cdot 10^{-5}$ T
 9. a) $\cong 1,1 \cdot 10^{-5}$ T
 b) $\cong 5,3 \cdot 10^{-6}$ T
 10. e
 11. b
 12. a
 13. 9 (01 + 08)
 14. c
 15. b
 16. a
 17. d
 18. $4 \cdot 10^{-6}$ T
 19. c
 20. b
 22. $2,2 \cdot 10^{-3}$ N/m
 23. $2,0\sqrt{10} \cdot 10^{-4}$ N/m
 24. I. F; II. V; III. F; IV. F; V. V
 25. a
 26. b
 27. 8
 29. a) $4\pi \cdot 10^{-6}$ T
 b) Perpendicular ao plano da figura.
 c) Saindo do plano da figura.
 30. a) $5\pi \cdot 10^{-6}$ T
 b) Saindo do plano da figura.
 31. $1,0 \cdot 10^{-4}$ T
 32. $1,2\pi \cdot 10^{-4}$ T
 33. a) atração;
 b) repulsão
 35. a) $1,2 \cdot 10^{-5}$ T
 b) $4,0 \cdot 10^{-5}$ T
 c) $2,0 \cdot 10^{-6}$ T
 d) $4,0 \cdot 10^{-6}$ T
 36. a

37. a
 38. b
 39. a) $i_1 = 3$ A; $i_2 = 1$ A
 b) zero
 41. y
 42. a) repulsão;
 b) repulsão
 43. a) $1,5 \cdot 10^3$ espiras/metro
 b) $3,0\pi \cdot 10^{-3}$ T
 44. a) $2,0 \cdot 10^3$
 b) $16\pi \cdot 10^{-6}$ T
 45. a) $4,8\pi \cdot 10^{-3}$ T
 b) zero
 46. 25 000
 47. a
 48. 2π T
 49. Desse modo, o conjunto se comporta como se fosse um único fio com corrente nula e, assim, o campo magnético produzido é praticamente nulo, evitando interferência em outros elementos do aparelho.
 50. Encolher, pois espiras paralelas, que conduzem corrente de mesmo sentido, se atraem.
 51. Abrir-se, pois lados opostos transportam correntes de sentidos opostos, e nesse caso há repulsão.
 52. $2,5 \cdot 10^{-5}$ T
 53. $\frac{2}{3}$
 54. b
 56. $B = \frac{\mu_0 iL}{2\pi r\sqrt{L^2 + 4r^2}}$
 57. $B = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 i}{\pi L}$
 58. $B = \frac{2\sqrt{5}\mu_0 i}{\pi L}$
 59. a) $B = \frac{\mu_0 iR^2}{2\sqrt{(x^2 + R^2)^3}}$
 b) $B = 8,64\pi \cdot 10^{-6}$ T

19 • Indução eletromagnética

2. $\cong 0,21 \text{ Wb}$
 3. $\cong 0,036 \text{ Wb}$
 4. zero
 5. $\cong 9,4 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$
 6. $\cong 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$
 7. $[\phi] = \text{ML}^2\text{T}^{-2}\text{I}^{-1}$
 8. a) Horário.
 b) Anti-horário.
 c) Horário.
 d) Anti-horário.
 9. Anti-horário.
 10. De x para y .
 11. a) Anti-horário.
 b) Horário.
 12. a) Horário.
 b) Repelida.
 13. Anti-horário.
 14. a) Horário.
 b) Repulsão.
 c) Atração.
 16. a) Não há corrente induzida.
 b) Não há corrente induzida.
 c) Horário.
 d) Anti-horário.
 17. Horário.
 18. Não.
 19. A corrente induzida no anel tem sentido tal que contraria o aumento do fluxo.
 20. II; III; IV
 21. d
 22. b
 23. a
 24. a
 26. a) 0,60 V
 b) 0,30 A
 c) 0,90 C
 27. 0,32 V
 28. 2,4 V
 29. 84 V
 30. 0,25 V
 31. a) $8,0 \cdot 10^{-2} \text{ V}$
 b) Horário.
 32. $\cong 9,9 \cdot 10^{-5} \text{ V}$
 33. a) 48 V
 b) M negativo e N positivo.
 34. a) $8,4 \cdot 10^{-2} \text{ V}$
 b) $7 \cdot 10^{-3} \text{ A}$
 35. 25 m A
 36. $\mathcal{E}_A = 0; \mathcal{E}_B = 0,1 \text{ V}$
 37. 
 38. b
 39. b
 41. a) 2 A
 b) 48 W
 c) 8,0 N
 d) 48 W
 42. a) 3,0 A
 b) 10 m/s
 43. a
 44. $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ V}$
 45. 11 (01 + 02 + 08)
 46. 10 (02 + 08)
 47. a) 1,2 V
 b) $\cong 0,27 \text{ Wb}$
 c) 0,22 s
 48. $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{x}$
 49. $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ V}$
 50. $[L] = \text{ML}^2\text{T}^{-2}\text{A}^{-2}$
 51. c
 52. 5 mH
 53. a
 54. a
 56. a) 120 V
 b) $i_e \cong 2,8 \text{ A}; U_e \cong 85 \text{ V}$
 c) 12,5 Hz
 d) 240 W
 57. b
 58. 11 A
 59. b
 60. c
 62. a) 240 V
 b) 0,50 A
 63. a
 64. d
 65. c
 66. e
 67. d
 68. c
 70. $1,2 \cdot 10^2 \text{ V/m}$
 71. I. F V V
 II. F VI. F
 III. V VII. V
 IV. V VIII. V
 72. c
 73. a
 74. c
 75. a) 
 b) De baixo para cima.
 76. d
 77. 20 A; 100 m/s
 78. 5,0 m/s
 79. Demonstração.
 80. a) $0,016 \pi \text{ V}$
 b) De M para A .

20 • Teoria da Relatividade

1. $\cong 2,8 \cdot 10^{-6}$ s
2. 0,86 ano
3. $\cong 2,9 \cdot 10^8$ m/s
4. b
5. d
6. 20 meses.
7. $\cong 90$ m
8. $\cong 2,25 \cdot 10^8$ m/s
9. $\cong 2,8 \cdot 10^8$ m/s
10. c
11. b
12. a) $\cong 1,52 \cdot 10^{-30}$ kg
b) $\cong 3,65 \cdot 10^{-22}$ kg · m/s
13. $\cong 2,34 \cdot 10^8$ m/s
15. $\cong 2,8 \cdot 10^{-16}$ kg
16. a) $\cong 2,09 \cdot 10^{-27}$ kg
b) $\cong 3,78 \cdot 10^{-11}$ J
c) $\cong 1,50 \cdot 10^{-10}$ J
d) $\cong 1,88 \cdot 10^{-10}$ J
17. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
18. a) $-9,00 \cdot 10^4$ V
b) $1,44 \cdot 10^{-14}$ J
c) $1,44 \cdot 10^{-14}$ J
d) $\cong 1,07 \cdot 10^{-30}$ kg
e) $9,63 \cdot 10^{-14}$ J
f) $\cong 1,58 \cdot 10^8$ m/s²
g) $\cong 1,69 \cdot 10^{-22}$ kg · m/s
19. $\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{E^2}{E_0^2}}$
20. b
21. $2,4 \cdot 10^8$ m/s
22. a) $\cong 4,0 \cdot 10^{-13}$ J
b) $\cong 2,9 \cdot 10^8$ m/s
23. c
24. $\cong 2,9 \cdot 10^8$ m/s
25. $\cong 6,4 \cdot 10^{-22}$ kg · m/s
26. $0,511 \frac{\text{MeV}}{c^2}$

27. a) 2,0 MeV

b) $\cong 0,98$ C

28. a) $\cong 3,0 \cdot 10^{16}$ m/s²

b) $\cong 2,6 \cdot 10^3$

c) $\cong 22$ m/s

21 • Mecânica Quântica

1. $\cong 5$ min
2. a) $6,0 \cdot 10^{-7}$ m; 6000 Å
b) $5,0 \cdot 10^{14}$ Hz
c) $3,3 \cdot 10^{-19}$ J
d) $\cong 2,1$ eV
3. $\cong 3,1 \cdot 10^{21}$
4. a) $\cong 5,1$ eV
b) $\cong 1,9 \cdot 10^{-19}$ J
c) $\cong 6,5 \cdot 10^5$ m/s
5. $\cong 1,54 \cdot 10^{14}$ Hz
6. a) 1,2 eV
b) $1,04 \cdot 10^{15}$ Hz
7. a) $6,1 \cdot 10^{-19}$ J; 3,8 eV
b) 1,16 V
8. a
9. b
10. b
11. a
12. a
13. d
14. c
15. a) Não.
b) $5,95 \cdot 10^{14}$ Hz
16. a) 2,4 eV
b) Césio e potássio.
c) 1,7 eV
17. $1,1 \cdot 10^{-20}$ kg · m/s
18. $6,6 \cdot 10^{-27}$ kg · m/s
19. $8,29 \cdot 10^{-28}$ kg · m/s
20. c
23. a) $2,0 \cdot 10^{-7}$ N
b) $4,0 \cdot 10^{-7}$ N
24. $5,2^\circ$
25. $E > 1,64 \cdot 10^{-13}$ J;
 $f > 2,47 \cdot 10^{20}$ Hz
26. $4,76 \cdot 10^{-13}$ J
27. I. V; II. F; III. F; IV. V
28. Corretas: I, II, III e IV.
29. e
30. d
31. a) $10,2$ eV = $1,63 \cdot 10^{-18}$ J
b) $2,46 \cdot 10^{15}$ Hz
c) $1,22 \cdot 10^{-7}$ m
32. a) Vai para $n = 3$.
b) Permanece em $n = 1$.
c) O elétron abandona o átomo.
33. a) $-3,4$ eV; $-1,51$ eV; $-0,85$ eV;
 $-0,54$ eV; $-0,38$ eV
b) $6,57 \cdot 10^{-7}$ m; $4,87 \cdot 10^{-7}$ m;
 $4,34 \cdot 10^{-7}$ m; $4,11 \cdot 10^{-7}$ m
34. $-77,1$ keV
35. a) $2,18 \cdot 10^6$ m/s
b) $4,76$ Å
36. a) $r_n = (0,529 \text{ Å}) \cdot \frac{n^2}{Z}$
b) $E_n = (-13,6 \text{ eV}) \cdot \frac{Z^2}{n^2}$
37. $10,2$ eV; $12,09$ eV
38. $3,386 \cdot 10^{-9}$ m
39. A variação da energia necessária para qualquer salto é muito maior do que $\frac{3}{2}$ kT.
40. Além das transições dentro de um átomo, há transições entre átomos vizinhos.
41. a
42. d
43. II; III; IV
44. a) Física Clássica:
I. O elétron gira em torno do núcleo em trajetória circular, sob a ação da força elétrica dada pela Lei de Coulomb.
II. Vale a Segunda Lei de Newton.

Aspectos inovadores:

I. Em cada órbita permitida, o elétron não emite energia.

II. O momento angular é quantizado.

$$b) v = \frac{E_1 - E_0}{M_H \cdot c}$$

45. c

46. b

47. Todas são verdadeiras.

48. a) $7,28 \cdot 10^{-9}$ m

b) $3,97 \cdot 10^{-12}$ m

49. $2,21 \cdot 10^{-38}$ m

50. $7,1 \cdot 10^{-11}$ m

51. $1,82 \cdot 10^3$ m/s

52. a) 1,13 Kz; 0,10 J

b) $n \cong 1,33 \cdot 10^{32}$

c) $7,5 \cdot 10^{-34}$ J

53. a

54. c

55. a

56. a

57. e

$$58. E_n = -2\pi^2 \cdot \frac{mK^2e^4}{n^2h^2}$$

59. $\Delta V \geq 8 \cdot 10^3$ m/s

60. $\Delta x \geq 5,86 \cdot 10^{-34}$ m

61. a) $\Delta E \geq 5,28 \cdot 10^{-27}$ J

b) $\Delta f \geq 7,96 \cdot 10^6$ Hz

62. $\Delta x \geq 4 \cdot 10^{-4}$ m

63. d

64. e

22 • Partículas Elementares e Física Nuclear

1. $\cong 1877$ MeV

2. $\cong 5630$ MeV

3. e

4. a) e

b) e

c) 0

d) -e

e) 0

f) -e

5. zero

6. Os *quarks* não estão em repouso; eles têm energia cinética responsável pela massa que está faltando.

7. b

8. a

9. c

10. a) 320 mg

b) 256 mg

14. a) $0,0693 \text{ min}^{-1}$

b) $\cong 14,4$ min

c) $7,23 \cdot 10^{18}$

d) $\cong 5,01 \cdot 10^{17}$ desintegrações por minuto

e) $\cong 7,83 \cdot 10^{15}$ desintegrações por minuto

f) $\cong 9,04 \cdot 10^{17}$

g) $\cong 2,78 \cdot 10^{17}$

15. a) $1,33 \cdot 10^{21}$ desintegrações por ano

b) $8,31 \cdot 10^{19}$ desintegrações por ano

16. a) $\cong 8,75 \cdot 10^{-3} \text{ h}^{-1}$

b) $\cong 79,2$ h

17. a) $1,37 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$

b) $1,85 \cdot 10^{-7} \text{ Ci} = 6,85 \cdot 10^3 \text{ Bq}$

18. $\cong 2,1$ dias

19. d

20. c

21. e

22. b

23. b

24. I, III

25. c

26. b

27. a) $\cong 3,5 \cdot 10^{11}$

b) 10000 anos

29. 7,99 MeV

30. $\cong 5,49 \text{ MeV} = 8,8 \cdot 10^{-13} \text{ J}$

31. $\cong 4,87 \text{ MeV}$

32. b

33. c

34. a

35. $9 \cdot 10^{13} \text{ J}$

36. Demonstração.

Apêndice

$$1. v = k \sqrt{\frac{Fd}{m}}$$

$$2. v = k \sqrt{\frac{p}{d}}$$

$$3. v = k \sqrt{Rg}$$

$$4. F = khvR$$

5. d

6. c

7. a) $ML^2T^{-2}\theta^{-1}$

b) $L^2T^{-2}\theta^{-1}$

c) $ML^2T^{-2}N^{-1}$

d) ML^2T^{-1}

$$8. [P] = FV^{\frac{1}{3}}T^{-1}$$

9. b

10. 2

11. c

12. a) $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

$$b) p = \frac{\pi}{4} \gamma d^2 L$$

$$c) d_2 = 4d_1$$

13. e

14. d

15. e

16. a) $\text{J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$

b) $\text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$

17. a

18. a) $\text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$ (ou N/m)

b) $8,3 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2}$

19. a

Bibliografia

- BLACKWOOD, O. H.; HERRON, W. B.; KELLY, W. C. *Física na escola secundária*. Rio de Janeiro: Fundo de Cultura, 1958.
- BOYLER, C. B. *História da matemática*. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.
- BRASIL, N. I. do. *Sistema Internacional de Unidades*. Rio de Janeiro: Interciência, 2002.
- BUECHE, F. J.; JERDE, D. A. *Principles of physics*. New York: McGraw-Hill, 1995.
- CHALMERS, A. *O que é ciência afinal?*. São Paulo: Brasiliense, 1993.
- DAMPIER, W. *Historia de la ciencia y sus relaciones con la filosofía y la religión*. Madrid: Editorial Tecnos, 1986.
- ELLIADÉ, M. *Mito e realidade*. São Paulo: Perspectiva, 2000.
- FEYMAN, R. P.; LEIGHTON, R. B.; SANDS, M. *Lectures on physics*. Massachusetts: Addison-Wesley, 1964.
- FISHBANE, P. M.; GASIOROWICZ, S.; THORNTON, S. T. *Physics for scientists and engineers*. New Jersey: Prentice Hall, 1996.
- GEYMONAT, L. *Galileu Galilei*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.
- GIANCOLI, D. C. *Physics*. New Jersey: Prentice Hall, 1995.
- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. *Fundamentos de física*. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- HENDERSON, W. O. *A Revolução Industrial*. São Paulo: Verbo/Edusp, 1979.
- HENRY, J. *A revolução científica*. Rio de Janeiro: Zahar, 1998.
- KELLER, F. J.; GETTYS, W. E.; SKOVE, M. J. *Física*. São Paulo: Makron Books, 1999.
- KUHN, T. *A estrutura das revoluções científicas*. São Paulo: Perspectiva, 1975.
- _____. *A revolução copernicana*. Lisboa: Edições 70, 1990.
- MACEDO, H. *Dicionário de física*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1976.
- MARICONDA, P. R.; VASCONCELOS, J. *Galileu e a nova Física*. São Paulo: Odysseus, 2006.
- MOURÃO, R. R. F. *Copérnico, pioneiro da revolução astronômica*. São Paulo: Odysseus, 2003.
- _____. *Dicionário enciclopédico de astronomia e astronáutica*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1995.
- _____. *Kepler – A descoberta das leis do movimento planetário*. São Paulo: Odysseus, 2003.
- NEWTON, I. *Princípios matemáticos de filosofia natural*. São Paulo: Nova Stella/Edusp, 1990.
- REALE, G.; ANTISERI, D. *História da filosofia*. São Paulo: Paulus, 2003.
- RODITI, I. *Dicionário Houaiss de Física*. Rio de Janeiro: Objetiva, 2005.
- RONAN, C. A. *História ilustrada da ciência*. Rio de Janeiro: Zahar, 2001.
- ROSSI, P. *O nascimento da ciência moderna na Europa*. Bauru: Edusc, 2001.
- RUSSEL, B. *História da filosofia ocidental*. São Paulo: Nacional, 1967.
- SEARS E ZEMANSKY; YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A. *Física*. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2003.
- SERWAY, R. A.; JEWETT, J. W. Jr. *Princípios de Física*. São Paulo: Cengage Learning, 2004.
- TATON, R. (org.). *História geral das ciências*. São Paulo: Difel, 1960.
- TIPLER, P. *Física*. Rio de Janeiro: LTC, 1995.
- WESTFALL, R. S. *A vida de Isaac Newton*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1995.

Significado das siglas de vestibulares e olimpíadas

Acafe-SC — Associação Catarinense das Fundações Educacionais, Santa Catarina
AFA-SP — Academia da Força Aérea, São Paulo
Aman-RJ — Academia Militar de Agulhas Negras, Rio de Janeiro
Cefet-MG — Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
Cefet-PR — Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná
Cesgranrio-RJ — Centro de Seleção de Candidatos ao Ensino Superior do Grande Rio, Rio de Janeiro
Cesupa-PA — Centro Universitário do Pará
ECM-AL — Escola de Ciências Médicas de Alagoas
Efomm-RJ — Escola de Formação de Oficiais da Marinha Mercante, Rio de Janeiro
E. Naval-RJ — Escola Naval do Rio de Janeiro
Enem-MEC — Exame Nacional do Ensino Médio, Ministério da Educação
Esal-MG — Escola Superior de Agricultura de Lavras, Minas Gerais
ESCSCM-ES — Escola Superior de Ciências da Santa Casa de Misericórdia, Espírito Santo
Fameca-SP — Faculdade de Medicina de Catanduva, São Paulo
Fatec-SP — Faculdade de Tecnologia de São Paulo
FEI-SP — Faculdade de Engenharia Industrial, São Paulo
F. M. Pouso Alegre-MG — Faculdade de Medicina de Pouso Alegre, Minas Gerais
F. M. Triângulo Mineiro-MG — Faculdade de Medicina do Triângulo Mineiro, Minas Gerais
Fund. Carlos Chagas-BA — Fundação Carlos Chagas, Bahia
Fund. Carlos Chagas-SP — Fundação Carlos Chagas, São Paulo
Furg-RS — Fundação Universidade do Rio Grande, Rio Grande do Sul
Fuvest-SP — Fundação para o Vestibular da Universidade de São Paulo, São Paulo
IJSO — Olimpíada Internacional de Ciências — Júnior
IME-RJ — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro
Inatel-MG — Instituto Nacional de Telecomunicações, Minas Gerais
ITA-SP — Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São Paulo
Mackenzie-SP — Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo
OBF-Brasil — Olimpíada Brasileira de Física
OPF-SP — Olimpíada Paulista de Física, São Paulo
PUC-MG — Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
PUC-PR — Pontifícia Universidade Católica do Paraná
PUC-RJ — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
PUC-RS — Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
PUC-SP — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
UC-MG — Universidade Católica de Minas Gerais
Udesc-SC — Universidade do Estado de Santa Catarina
UE-CE — Universidade Estadual do Ceará
U. E. Londrina-PR — Universidade Estadual de Londrina, Paraná
U. E. Maringá-PR — Universidade Estadual de Maringá, Paraná
UE-MG — Universidade Estadual de Minas Gerais

UE-PI — Universidade Estadual do Piauí
UE-RJ — Universidade do Estado do Rio de Janeiro
U. E. Santa Cruz-BA — Universidade Estadual de Santa Cruz, Bahia
UF-AC — Universidade Federal do Acre
UF-AL — Universidade Federal de Alagoas
UF-AM — Universidade Federal do Amazonas
UF-BA — Universidade Federal da Bahia
UF-CE — Universidade Federal do Ceará
UF-ES — Universidade Federal do Espírito Santo
UFF-RJ — Universidade Federal Fluminense, Rio de Janeiro
UF-GO — Universidade Federal de Goiás
U. F. Juiz de Fora-MG — Universidade Federal de Juiz de Fora, Minas Gerais
U. F. Lavras-MG — Universidade Federal de Lavras, Minas Gerais
UF-MA — Universidade Federal do Maranhão
UF-MG — Universidade Federal de Minas Gerais
UF-MS — Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
UF-MT — Universidade Federal do Mato Grosso
U. F. Ouro Preto-MG — Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais
UF-PA — Universidade Federal do Pará
UF-PB — Universidade Federal da Paraíba
UF-PE — Universidade Federal de Pernambuco
U. F. Pelotas-RS — Universidade Federal de Pelotas, Rio Grande do Sul
UF-PI — Universidade Federal do Piauí
UF-PR — Universidade Federal do Paraná
UF-RS — Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UF-RJ — Universidade Federal do Rio de Janeiro
UF-RN — Universidade Federal do Rio Grande do Norte
UFR-RJ — Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
UF-RS — Universidade Federal do Rio Grande do Sul
U. F. Santa Maria-RS — Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul
UF-SC — Universidade Federal de Santa Catarina
U. F. São Carlos-SP — Universidade Federal de São Carlos, São Paulo
UF-TO — Universidade Federal de Tocantins
U. F. Uberlândia-MG — Universidade Federal de Uberlândia, Minas Gerais
U. F. Viçosa-MG — Universidade Federal de Viçosa, Minas Gerais
UnB-DF — Universidade de Brasília, Distrito Federal
Uneb-BA — Universidade do Estado da Bahia
Unesp-SP — Universidade Estadual Paulista, São Paulo
Unicamp-SP — Universidade Estadual de Campinas, São Paulo
Unifap-AP — Universidade Federal do Amapá
Unifesp-SP — Universidade Federal de São Paulo
Unifor-CE — Universidade de Fortaleza, Ceará
Unir-RO — Fundação Universidade Federal de Rondônia
Unirio-RJ — Universidade do Rio de Janeiro
U. Passo Fundo-RS — Universidade de Passo Fundo, Rio Grande do Sul
UPE-PE — Universidade do Estado de Pernambuco, Pernambuco
Vunesp-SP — Fundação para o Vestibular da Universidade Estadual Paulista, São Paulo

Índice remissivo

A

acelerador de partículas, 461
alternador, 353
alto-falante, CD 19
âmbar, 12
ampère (A), 21
 definição do, 353
Ampère, André-Marie, 21
amperiana, CD 18
amperímetro, 23
 alicate, CD 18, 393
 ideal, 23
 real, 152
antineutrino, 465
 do elétron, 459
 do múon, 464
 do tau, 464
antinêutron, 463
antipartícula, 460
antipróton, 460
antiquark, 462
armaduras de um capacitor, 273
associação
 de capacitores
 em paralelo, 277
 em série, 279
 de geradores
 em paralelo, 99
 em série, 98
 de resistores
 em paralelo, 47
 em série, 45
atividade radioativa, 470
átomo
 de Bohr, 443, 444, 445
 de Rutherford, 443

eletrosfera do, 13
núcleo do, 13

aurora, 328, CD 17
 austral, 328, CD 17
 boreal, 328, CD 17
 tropical, 328, CD 17
autoindução, 386

B

balança de torção, 178
Balmer, Johann, 442
bárion, 464
becquerel (Bq), 470
Becquerel, Henri, 467
Big Bang, 480
Biot, Jean-Baptiste, 345
blindagem eletrostática, 237
bobina, 357
 chata, 357
 longa, 360
Bohr, Niels, 443
bomba
 atômica, 477, 478
 de hidrogênio, 478
Born, Max, 451
bósons transmissores, 464
bússola, 303

C

campanha
 de corrente alternada, CD 19
 de corrente contínua, CD 18
campo elétrico, 190, 191
 de duas placas planas paralelas, 253
 de um condutor, 235, 236, 239
 esférico, 203, 204
 de uma carga puntiforme, 196
 de uma placa, 252, 253
 induzido, 386
 unidade de, 192
 uniforme, 252

campo magnético
 da Terra, 307
 de um fio reto e longo, 347, 348
 de um ímã, 305
 de um solenoide, 360
 toroidal CD 18
 de uma carga puntiforme, 345
 de uma espira circular, 355
 unidade de, 318

capacitância, 273
 de um capacitor
 esférico, 290
 plano, 286
 unidade de, 274

capacitor, 271, 272
 cilíndrico, 273
 esférico, 273, 289
 plano, 255, 273, 285, 286

carga elétrica, 14, 15
 de prova, 191
 de um elétron, 15
 de um próton, 15
 dos *quarks*, 462
 elementar, 15
 puntiforme, 15
 unidade de, 15

célula fotoelétrica, 431

cinturão de Van Allen, CD 17

circuito elétrico, 34, 66
 gerador - receptor, 107
 gerador - resistor, 55, 66
 gerador - resistor - receptor, 108
 residencial, 77

coeficiente de temperatura de resistividade, 39

composição relativística de velocidade, 414

comprimento de onda de uma partícula, 450

comprimento próprio, 413

Compton, Arthur, 435

condensador, 271

condutividade elétrica, 39

condutor elétrico, 19

constante
 de decaimento, 470
 de desintegração, 470

 de Hubble, 480
 de Planck, 427
 de Rydberg, 442
 dielétrica, 285
 eletrostática, 179

corrente elétrica, 19, 20
 alternada, 21, 392
 contínua, 21
 induzida, 367
 intensidade da, 20
 sentido da, 20
 unidade de, 21

correntes
 de Foucault, 388
 parasitas, 388

coulomb (C), 15, 21

Coulomb, Charles Augustin de, 178

criação de pares, 420

curie (Ci), 470

Curie, Marie, 467

Curie, Pierre, 467

curto-circuito, 60, 90

curva
 amperiana, CD 18
 de magnetização, CD 18

D

Davisson, C. J., 452

ddp, 26

De Broglie, Louis, 450

Debye, Peter, 451

decaimento, 459
 alfa, 467
 beta mais, 468
 beta menos, 464, 468
 gama, 468

declinação magnética, 308

densidade superficial de carga, 238

descarga de um capacitor, 294

desintegração, 467

detector de metais, 389

deutério, CD 22

dêuteron, CD 22

diamagnetismo, CD 18

dielétrico, 291
difração de elétrons, 452
dilatação temporal, 409
disjuntor, 73
domínios magnéticos, CD 18

E

Eddington, Arthur, 423
efeito
 Compton, 435, 436, CD 20
 Doppler, 415, CD 20
 fotoelétrico, 428
 Hall, 321
 Joule, 32
 Meissner, 390
Einstein, Albert, 407, CD 20
elemento de energia, 427
eletricidade
 resinosa, 13
 vítrea, 13
eletrização
 por atrito, 162
 por contato, 164
 por indução, 169
eletroímã, 361
elétrons livres, 19
elétron-volt, 213
eletroscópio, 171
emissão estimulada, CD 21
energia
 cinética relativística, 421
 de ionização, 445
 de ligação
 de um elétron, 445
 do núcleo, 476
 de repouso, 421
energia potencial elétrica, 210
 de um capacitor, 274
 de um conjunto de cargas, 217
 de um par de cargas, 216
energia total relativística, 421
equações do decaimento radioativo, 470, 472
equilíbrio eletrostático, 234, 245
espalhamento Thomson, 436
espectro

atômico, 441
 contínuo, 441
 de absorção, 442
 de emissão, 442
 de raios, 441
 eletromagnético, 402
espectrômetro de massa, 328
estado
 excitado, 445
 fundamental, 445
éter, 407
experimento
 de Benjamin Franklin, 234
 de Cavendish, 235
 de Coulomb, 178
 de Davisson-Germer, 453
 de Faraday, 235
 de Lenard, 428
 de Michelson-Morley, CD 20
 de Millikan, 266
 de Oersted, 344
 de Thomson, G. P., 453
 de Thomson, J. J., 320, CD 17

F

farad (F), 273
Faraday, Michael, 235, 367
fator de Lorentz, 410, 412
ferromagnetismo, CD 18
fio
 fase, 77
 neutro, 77
 terra, 77, CD 4
Física
 Clássica, 406
 Moderna, 406
fissão nuclear, 477
flash de máquina fotográfica, 271
fluorescência, 447, CD 21
fluxo magnético, 367
força
 contraeletromotriz, 105
 de ação à distância, 402
 de campo, 402
 elétrica, 179

- eletromotriz, 27
 - induzida, 369
- magnética
 - sobre cargas elétricas, 316, 317, 318
 - sobre fios retos, 333
 - nuclear, 476

fórmula

- de Balmer, 442
- de Rydberg, 442

forno de indução, 388

fosforescência, 447, CD 21

fotoelétrons, 428

fóton, 420, 431, 434

Foucault, Léon, 388

Franklin, Benjamin, 13, 234

freio magnético, 389

frequência de corte, 429

função trabalho, 430

fusão nuclear, 475

fusível, 72

G

gaiola de Faraday, 238

galvanômetro, 151, 339

garrafa

- de Leyden, 271
- magnética, CD 17

gauss (G), 318

gerador

- de Van de Graaff, 244
- elétrico, 88, 352
 - ideal, 35
 - real, 89
 - reversível, 109

Germer, L. H., 452

glúon, 466

grandeza quantizada, 15

gravação magnética, CD 19

gráviton, 466

guindaste eletromagnético, 362

H

hádron, 464

Hall, E. H., 321

Heisenberg, Werner, 455

helicidade, 465

henry (H), 388

Henry, Joseph, 388

Hertz, H. R., 407

hipótese heurística, 430

Hiroshima, 479

histerese, CD 18

Hubble, E. P., 480

I

idade do Universo, 480

ímã, 302

- elementar, 304

inclinação magnética, 308

indução

- eletromagnética, 367
- eletrostática, 169
- magnética, 307
- total, 271

indutância, 388

instalação residencial, 77

interação

- eletromagnética, 465
- gravitacional, 465
- forte, 465
- fraca, 465

interações básicas, 465

interruptor elétrico, 74

interruptores em paralelo, 74

isolante elétrico, 19

isótopos, CD 22

L

lâmpada

- brilho da, 135
- fluorescente, CD 21
- incandescente, 135
- valores nominais da, 50

laser, 447, CD 21

Lattes, César, 462

Lei de

- Ampère, CD 18
- Biot-Savart, 345
- Coulomb, 179
- Faraday, 376

Hubble, 480
Lenz, 371
Ohm, 33
Lenard, Philipp, 428
Lenz, H. F., 371
lépton, 464
levitação magnética, 390
limalha de ferro, 306
linhas
 de campo, 193, 305
 de força, 193
 de indução, 307

M

Magnésia, 302
magnetita, 12, 302
massa
 de repouso, 416
 do elétron, 15, 458
 do nêutron, 458
 do próton, 15, 458
 longitudinal, 418
 molar, CD 22
 relativística, 418
 transversal, 418
Maxwell, James Clerk, 407
Mecânica Quântica, 426
meia-vida, 471
Meissner, W. H., 390
méson, 464
Michelson, A. A., 407, CD 20
microfone, CD 19
micro-onda, CD 19
microscópio eletrônico, 453
Millikan, Robert Andrews, 266, 320
mol, CD 22
momento
 angular, 444
 linear, 418
Morley, E. W., 407, CD 20
motor elétrico, 104, 109, 339
multímetro, 155
múon, 411, 460

N

Nagasaki, 479
navegação magnética, 308
neutrino
 do elétron, 459, 464
 do múon, 460, 464
 do tau, 464
nêutron, 463
núcleo, 13
núcleon, CD 22
nuclídeo, CD 22
número
 de Avogadro, CD 22
 de Euler, 470
 de massa, CD 22

O

Ochsenfeld, Robert, 390
Oersted, Hans Christian, 344
ohm (Ω), 32
Ohm, Georg Simon, 33
onda eletromagnética, 399
 de FM, 402
 de rádio, 402
 de TV, 402
Onnes, H. K., 41

P

paradoxo dos gêmeos, 411
paramagnetismo, CD 18
para-raios, 240
partícula
 alfa, 467
 beta mais, 468
 beta menos, 468
 elementar, 458
 lambda, 463
 W^+ , 466
 W^- , 466
 Z^0 , 466
passo de uma hélice, 327
pêndulo eletrostático, 172
permeabilidade magnética, 346
permissividade, 187
pilha, 88

seca, 88
píon, 459, 462, 463
Planck, Max, 426
poder das pontas, 239
polarização de um dielétrico, 170, 171
polos
 de um gerador, 19
 de um ímã, 303
 de um solenoide, 361
 de uma espira, 356
 magnéticos da Terra, 307
ponte
 de fio, 83
 de Wheatstone, 81
ponto Curie, CD 18
pósitron, 420
postulados
 da relatividade especial, 408
 de Bohr, 444
potência elétrica, 122, 123, 128, 140, 141, 146
potencial elétrico, 26, 211
 da Terra, 229, 245
 de corte, 429
 de um condutor, 236
 esférico, 229, 230
 de uma carga puntiforme, 217
 unidade de, 211
Powell, Cecil, 462
princípio
 da ação e reação, 403
 da complementaridade, 437
 da conservação da carga elétrica, 161
 da incerteza, 455
 da relatividade, 408
 da relatividade galileana, 407
 de correspondência, 452
produção de pares, 420, 436
Q
quanta, 427
quantidade
 de eletricidade, 15
quantidade de movimento
 de um fóton, 435
relativística, 418

quantizada, 15, 427
quantum, 427
quarks, 462
quilowatt-hora (kWh), 122
R
radar, CD 20
radiação cósmica
 primária, 462
 secundária, 462
rádio, 470
radioatividade, 467
raias espectrais, 441
raios
 alfa, 467
 beta, 468
 catódicos, CD 17
 cósmicos, 328, 461, 462
 gama, 402
 X, 402
receptor elétrico, 104
regra
 da mão direita, 345
 da mão esquerda, 317
regras de Kirchhoff, 114
remanência, CD 18
rendimento
 de um gerador, 140
 de um receptor, 146
reostato, 41
 de ponto, 50
 de cursor, 41
resistência elétrica, 32
 unidade de, 32
resistividade, 38, 39
resistor, 32
 ôhmico, 34
rigidez dielétrica, 240
Rutherford, Ernest, 443, 467
Rydberg, J. R., 442
S
Savart, Felix, 345
Schrödinger, Erwin, 451
segunda lei de Newton, 416

seletor de velocidades, 319
série triboelétrica, 163
séries espectrais, 446
 de Balmer, 442
 de Brackett, 443
 de Lyman, 443
 de Paschen, 443
shunt, 152
sistema eletricamente isolado, 160
solenóide, 360
 toroidal, CD 18
spin, CD 18
substância
 diamagnética, CD 18
 ferromagnética, CD 18
 paramagnética, CD 18
supercondutividade, 41
supercondutor, 41
superfície equipotencial, 226
Szilard, Leo, 479

T

Tales de Mileto, 12
tau, 464
tempo próprio, 409
tensão elétrica (ou ddp), 26
 unidade de, 27
teoria da relatividade
 especial, 407
 geral, 408, 423
 restrita, 408
tesla (T), 318
Tesla, Nikola, 318
Thomson, G. P., 452
Thomson, J. J., 320, CD 17
tomada tripla, CD 4
torque em uma espira, 335

trabalho
 da força elétrica, 209, 212
 da força magnética, 317, 382
transformador, 397
trem
 maglev, 362, CD 18, CD 19, 390, 391
 transrápido, 362

U

unidade de massa atômica, 458
urânio, 477
usina
 eólica, 395
 hidrelétrica, 394
 termelétrica, 394
 nuclear, 394

V

valor eficaz, 393
Van de Graaff, R. J., 244
Van Allen, J. A., CD 17
velocidade
 da luz no vácuo, 408
 da partícula alfa, 467
 da partícula beta, 468
 de decaimento, 470
vida média, 471
visor noturno, 431
volt (V), 27
Volta, Alessandro, 13
voltímetro, 28
 ideal, 28
 real, 154

W

weber (Wb), 367
Weber, W. E., 367

FÍSICA

CLÁSSICA



Caio Sérgio Calçada

Bacharel em Matemática e engenheiro eletricista pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Professor de Física na rede particular de ensino desde 1968.

José Luiz Sampaio

Bacharel em Física pelo Instituto de Física da Universidade de São Paulo. Professor de Física na rede particular de ensino desde 1968.

