Exercícios de Matemática
Fatoração

1) (Vunesp-2003) Por hipótese, considere
a = b
Multiplique ambos os membros por *a*
$a^2 = ab$
Subtraia de ambos os membros b^2
$a^2 - b^2 = ab - b^2$
Fatore os termos de ambos os membros
(a+b)(a-b) = b(a-b)
Simplifique os fatores comuns
(a+b)= b
Use a hipótese que *a = b*
2*b* = *b*
Simplifique a equação e obtenha
2 = 1
A explicação para isto é:
a) a álgebra moderna quando aplicada à teoria dos conjuntos prevê tal resultado.
b) a hipótese não pode ser feita, pois como 2 = 1 , *a* deveria ser (*b* + 1) .
c) na simplificação dos fatores comuns ocorreu divisão por zero, gerando o absurdo.
d) na fatoração, faltou um termo igual a -2*ab* no membro esquerdo.
e) na fatoração, faltou um termo igual a +2*ab* no membro esquerdo.

2) (Vunesp-2000) A expressão $\frac{4x+8}{x^2+3x+2}+\frac{3x-3}{x^2-1}$, para x $\neq \pm 1$, x $\neq$ -2, é equivalente a
a) $\frac{4}{x+1}-\frac{3}{x-1}$
b) $\frac{1}{x+1}$
c) $\frac{7}{x+1}$
d) $\frac{4}{x+1}+\frac{3}{x-1}$
e) $\frac{1}{x-1}$

3) (UNIFOR-0) A expressão $(x - 1)^2 + (x - 1)^3$ é equivalente a:

a) $x^3 + x^2 - 2$

b) $x^3 + 2x^2 + 1$
c) $x^3 - 2x^2 + x$
d) $(x - 1)^5$
e) $x^3 + x^2 - 2x$

4) (Unicamp-2004) Sejam a e b números inteiros e seja N(a, b) a soma do quadrado da diferença entre a e b com o dobro do produto de a por b.

a) Calcule N(3, 9).
b) Calcule N(a, 3a) e diga qual é o algarismo final de N(a, 3a) para qualquer a $\in$ Z.

5) (Uneb-0) O valor da expressão $\frac{2^{20}.3^{17}+6^{17}.3}{2^{15}.3^{17}+6^{15}.2}$ é:
a) 12
b) 48
c) 6
d) 1
e) 36

6) (UFV-2005) Simplificando-se a expressão $\frac{x^2+xy}{x^2-y^2}$. $\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{x}\right)$, onde x e y são números positivos e distintos, obtém-se:
a) $\frac{1}{x}$
b) 2y
c) xy
d) $\frac{1}{y}$
e) 2x

7) (UFSCar-2009) Se $2^{2008} - 2^{2007} - 2^{2006} + 2^{2005} = 9^k . 2^{2005}$, o valor de k é
a) $\frac{1}{\log 3}$
b) $\frac{1}{\log 4}$
c) 1
d) $\frac{1}{2}$
e) $\frac{1}{3}$

8) (UFSCar-2000) Sejam m e n dois números reais. A desigualdade $m^2 + n^2 \geq 2mn$ vale

a) somente para m ≥ 0, n ≥ 0.
b) para todos os m e n reais.
c) somente para m ≥ 0, n ≥ 0.
d) somente para m = n = 0.
e) somente para m e n inteiros.

9) (UFPA-1998) O número 3 pode ser cancelado, sem mudar o valor da fração, na expressão:

a) $\frac{x+3}{y-3}$

b) $\frac{3x-y}{3}$

c) $\frac{3x+3}{3y}$

d) $\frac{x/3}{3/y}$

e) $\frac{3+x}{3+y}$

10) (UFMG-1999) Considere o polinômio $p(x) = (x - 1)(x^9 + x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4)$. O polinômio p(x) é igual a:

a) $x^4(x^3 - 1)(x^3 + 1)$
b) $x^4(x^6 - 2x^4 + 1)$
c) $x^4(x^3 - 1)^2$
d) $x^4(x^6 - 2x^2 + 1)$

11) (UFC-2004) O valor exato de $\sqrt{32+10\sqrt{7}}+\sqrt{32-10\sqrt{7}}$ é:

a) 12
b) 11
c) 10
d) 9
e) 8

12) (UERJ-2005) Alguns cálculos matemáticos ficam mais simples quando usamos identidades, tais como:
$a^2 - b^2 = (a + b).(a - b)$
$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
$a^3 + b^3 = (a + b).(a^2 - ab + b^2)$
Considerando essas identidades, calcule os valores numéricos racionais mais simples das expressões:
a) $(57, 62)^2 - (42, 38)^2$;
b) $\cos^6 15^\circ + \text{sen}^6 15^\circ$.

13) (UECE-2005) Considerando o universo dos números reais, a desigualdade $m^2 + n^2 \geq 2mn$ é verdadeira:

a) Somente para números inteiros
b) Somente quando $m \geq n$
c) Para todos os números reais
d) Para todos os números positivos, exclusivamente

14) (Olimpíada de Matemática Argentina-1987) Sabendo que x é um número positivo e que $(x + x^{-1})^2 = 7$, calcular $x^3 + x^{-3}$.

15) (OBM-1998) Elevei um número positivo ao quadrado, subtraí do resultado o mesmo número e o que restou dividi ainda pelo mesmo número. O resultado que achei foi igual:

a) ao próprio número
b) ao dobro do número
c) ao número menos 1
d) à raiz quadrada do número.
e) ao número mais 1.

16) (Mack-2007) Qualquer que seja x não nulo, tal que $|x| \neq 1$, a expressão $\dfrac{\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x+1}}{\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-1}}$ é sempre igual a

a) $\frac{1}{x}$
b) 2x
c) x + 2
d) 1
e) 2

17) (Mack-2006) A fração $\dfrac{2^{98}+4^{50}-8^{34}}{2^{99}-32^{20}+2^{101}}$ é igual a

a) 1
b) $-\frac{11}{6}$
c) 2
d) $-\frac{5}{2}$
e) $\frac{7}{4}$

18) (Mack-2006) Se x e y são números inteiros e positivos, tais que $x^2 - y^2 = 17$, então
a) x e y são primos entre si.
b) x = 2y
c) x . y = 30
d) x = 3y
e) |x - y| = 2

19) (Mack-2005) Se as raízes reais a e b da equação $3x^2 + 2x + k = 0$ são tais que $a^2 + b^2 = 1$, então o valor de k é:

a) $-\frac{7}{6}$

b) $\frac{5}{8}$

c) $-\frac{5}{6}$

d) $\frac{6}{7}$

e) $-\frac{2}{3}$

20) (Mack-2005) A implicação verdadeira, quaisquer que sejam os números reais e distintos x e y, tais que $x^2 + x = y^2 + y$, é:
a) $x \leq 1 \Rightarrow y \geq 0$
b) $x < 0 \Rightarrow y < 0$
c) $x \leq -1 \Rightarrow y \geq 0$
d) $x > 1 \Rightarrow y > 1$
e) $x \geq 1 \Rightarrow y \geq 0$

21) (Mack-2002) Qualquer que seja o natural n, $(2^{n+1} + 2^n).(3^{n+1} - 3^n) \div 6^n$ é sempre igual a:
a) 6^n
b) 6^{n+1}
c) $\frac{1}{6}$
d) 1
e) 6

22) (Mack-2002) O valor de $\frac{x^4 - y^4}{x^3 - x^2y + xy^2 - y^3}$ para x = 111 e y = 112 é:
a) 215
b) 223
c) 1
d) –1
e) 214

23) (Mack-2002) Se $(x - y)^2 - (x + y)^2 = -20$, então x.y é igual a:
a) – 1
b) 0
c) 10
d) 5
e) $\frac{1}{5}$

24) (Mack-1996) Se $x^2 + 8x + 8 \log_2 k$ é um trinômio quadrado perfeito, então k! vale:
a) 6
b) 24
c) 120
d) 720
e) 2

25) (IBMEC-2005) Considere o polinômio $p(x) = -x^3 - 4x + 5x^2 + 20$.
a) Fatore a expressão ax + bx + ay + by.
b) Determine as três raízes de p(x).

26) (IBMEC-2005) No bolso de uma pessoa havia X cédulas de Y reais e Y cédulas de X reais. Se esta pessoa colocar neste bolso mais X cédulas de X reais e Y cédulas de Y reais, então esta pessoa terá no bolso
a) $(X + Y)^2$ reais.
b) $(X - Y)^2$ reais.
c) $(X^2 + Y^2)$ reais.
d) $(X^2 - Y^2)$ reais.
e) $(X^2 + Y^2)^2$ reais.

27) (Fuvest-1990) a) Se $x + \frac{1}{x} = b$, calcule $x^2 + \frac{1}{x^2}$.
b) Resolva a equação $x^2 - 5x + 8 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$

28) (Fuvest-1984) O valor da expressão $a^3 - 3a^2x^2y^2$, para a = 10, x= 2 e y = 1, é:
a) 100
b) 50
c) 250
d) -150
e) -200

29) (Fuvest-1982) a) Fatorar $a^4 + a^2 + 1$.
b) Para que valores inteiros positivos de a o número $a^4 + a^2 + 1$ é primo ?

30) (Fuvest-1987) A diferença entre o cubo da soma de dois números inteiros e a soma de seus cubos pode ser:
a) 4
b) 5
c) 6
d) 7
e) 8

31) (Fuvest-1984) Seja $r = \sqrt{2} + \sqrt{3}$.
a) Escreva $\sqrt{6}$ em função de r.
b) Admitindo $\sqrt{6}$ irracional, prove que r também é irracional.

32) (Fuvest-1980) O valor da expressão $\frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$ é:

a) $\sqrt{2}$
b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
c) 2
d) $\frac{1}{2}$
e) $\sqrt{2}+1$

33) (Fuvest-1998) A diferença entre os quadrados de dois números naturais é 21. Um dos possíveis valores da soma dos quadrados desses dois números é:

a) 29
b) 97
c) 132
d) 184
e) 252

34) (FMTM-2005) Sejam **p** e **q** inteiros positivos (p>q), e f uma função de IR_+ em IR definida por f(x) = $\sqrt{x}$. O valor de $\frac{p-q}{f(p)-f(q)}$ é igual a

a) p.f(p) + q.f(q)
b) p.f(q) + q.f(p)
c) f(p) + f(q)
d) f(p) - f(q)
e) f(p) . f(q)

35) (FGV-2003) Simplificando-se a fração $\frac{m^2+m}{5m^2+10m+5}$ obtém-se:
a) $\frac{1}{11}$
b) $\frac{m}{5(m+1)}$
c) $\frac{m}{5(m-1)}$
d) $\frac{m+1}{5m}$
e) $\frac{m-1}{5m}$

36) (Fatec-1988) Se os números x e y são tais que
y = $\frac{x^3+2x^2+x}{x^3+3x^2+3x+1}$, então y é igual a:

a) $\frac{2}{7}$
b) $\frac{x+2}{x+3}$
c) $\frac{x+1}{x+3}$
d) $\frac{x}{x+1}$
e) $\frac{2x+1}{3(x+1)}$

37) (Fatec-2002) Para todo número real x, a expressão
$\frac{(x-2)(x^3+8)}{x^2-2x+4}$ é equivalente a
a) $x^2 + 2x - 4$
b) $(x - 2)^2$
c) $(x + 2)^2$
d) $x^2 - 4$
e) $x^2 + 4$

38) (Fatec-2003) O valor da expressão $y = \frac{x^3-8}{x^2+2x+4}$, para $x = \sqrt{2}$, é

a) $\sqrt{2}-2$
b) $\sqrt{2}+2$
c) 2
d) - 0,75
e) $\frac{-4}{3}$

39) (Fatec-2002) Sabe-se que $\mathbf{a}^2 - 2\mathbf{bc} - \mathbf{b}^2 - \mathbf{c}^2 = 40$ e **a** – **b** – **c** = 10 com **a**, **b** e **c** números reais. Então o valor de **a** + **b** + **c** é igual a
a) 1
b) 2
c) 4
d) 10
e) 20

40) (CPCAR-2002) Simplificando a expressão
$\frac{\left[1-\left(\frac{x}{y}\right)^{-2}\right]\cdot x^2}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2+2\sqrt{xy}}$, com x > y > 0, obtém-se

a) x – y
b) x + y
c) y – x

d) xy

41) (CPCAR-2002) Se $\left(n+\frac{1}{n}\right)^2=3$, então $n^3+\frac{1}{n^3}$ vale

a) 0
b) $3\sqrt{3}$
c) $6\sqrt{3}$
d) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

42) (CPCAR-2003) Se a e b são números reais não nulos, então, simplificando a expressão $(a^2b+ab^2)\cdot\dfrac{\frac{1}{a^3}-\frac{1}{b^3}}{\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}}$, obtém-se

a) a + b
b) $a^2 + ab + b^2$
c) $a^2 + b^2$
d) b - a

43) (Cesgranrio-1990) Simplificando $\frac{4x^3-x}{2x+1}$, obtemos:
a) x^2+1
b) x^2-1
c) $2x^2-1$
d) $2x^2-x$
e) $2x^2+1$

44) (AFA-1999) Se $x + \frac{1}{x} = 2$, então, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ é igual a

a) 1.
b) 2.
c) 6.
d) 8.

Gabarito

1) Alternativa: C

2) Alternativa: C

3) Alternativa: C

4) a) N(3, 9) = 90.
b) N(a, 3a) = $10a^2$ e o algarismo final é sempre 0.

5) Alternativa: E

6) Alternativa: D

7) Alternativa: D

8) Alternativa: B

9) Alternativa: C

10) Alternativa: A

11) Alternativa: C

12) a) (57,62 + 42,38) × (57,62 - 42,38) = (100) × (15,24) = **1.524**

b)

$$(\cos^2 15^o + \text{sen}^2 15^o)\,(\cos^4 15^o - \cos^2 15^o \times \text{sen}^2 15^o + \text{sen}^4 15^o) =$$

$$(\cos^2 15^o + \text{sen}^2 15^o)^2 - 3\cos^2 15^o \times \text{sen}^2 15^o =$$

$$1 - 3 \times (\cos 15^o \times \text{sen}\ 15^o)^2 =$$

$$1 - 3 \times \left(\frac{\text{sen}\ 30^o}{2}\right)^2 = 1 - \frac{3}{16} = \mathbf{\frac{13}{16}}$$

13) Alternativa: C

14)
$x^3 + x^{-3} = (x + x^{-1})(x^2 - 1 + x^{-2}) = \sqrt{7}[(x + x^{-1})^2 - 3] = 4\sqrt{7}$, pois x positivo.

15) Começando com um número x, elevando ao quadrado obtenho x^2, subtraindo x obtenho $x^2 - x$, dividindo por x obtenho $\frac{x^2 - x}{x} = \frac{x(x-1)}{x} = x - 1$, uma vez que x≠0.
Logo alternativa C.

16) Alternativa: E

17) Alternativa: B

18) Alternativa: A

19) Alternativa: C

20) Alternativa: C

21) Alternativa: E

22) Alternativa: B

23) Alternativa: D

24) Alternativa: B

25) a) (a + b)(x + y)
b) {2i, –2i, 5}

26) Alternativa: A

27) a) $x^2 + \frac{1}{x^2} = b^2 - 2$

b) S = { 1, $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$, $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ }

28) Alternativa: E

29) a) $a^4 + a^2 + 1 = (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)$ (dica: some e subtraia a^2)
b) Se $a^4 + a^2 + 1$ for o número primo p, então $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = p.1$, pois os números primos são divisíveis apenas por 1 e por si mesmo. Como a é inteiro e positivo, temos que $(a^2 + a + 1) > (a^2 - a + 1)$ e portanto:

$$\begin{cases} a^2 + a + 1 = p \\ a^2 - a + 1 = 1 \end{cases}$$

Da 2ª equação, temos que $a^2 - a = 0$ portanto a = 0 ou a = 1. Substituindo ambos os valores na 1ª equação, temos que para a = 0, p = 1 e 1 não é primo; e para a = 1, p = 3 que é primo. Então, para a = 1 temos $a^4 + a^2 + 1$ um número primo.

30) Alternativa: C

31) a) $\sqrt{6} = \frac{r^2 - 5}{2}$
b) Vamos lembrar que quaisquer das 4 operações entre racionais não nulos resulta em outro racional. Então, vamos supor que r seja racional e analisar as conseqüências disso: Se r for racional, então r^2 também será (é um produto de racionais), r^2 - 5 também será (subtração de racionais), e finalmente, $\frac{r^2 - 5}{2}$ também será (divisão de racionais).

Porém, sabemos do item a que $\sqrt{6} = \dfrac{r^2 - 5}{2}$, ou seja, se r for racional, $\sqrt{6}$ também será, contrariando a premissa inicial de que $\sqrt{6}$ é irracional (absurdo!). Desta forma, r não pode ser racional e é, portanto, irracional.

32) Alternativa: A

33) Alternativa: A

34) Alternativa: C

35) Alternativa: B

36) Alternativa: D

37) Alternativa: D

38) Alternativa: A

39) Alternativa: C

40) Alternativa: A

41) Alternativa: A

42) Alternativa: B

43) Alternativa: D

44) Alternativa: B