Vetores Análise Geométrica

1. Grandezas escalares e vetoriais

Na Física, podemos entender por grandeza tudo aquilo que pode ser medido, auxiliando na caracterização de fenômenos observados no dia a dia. Trabalharemos 2 tipos de grandezas:

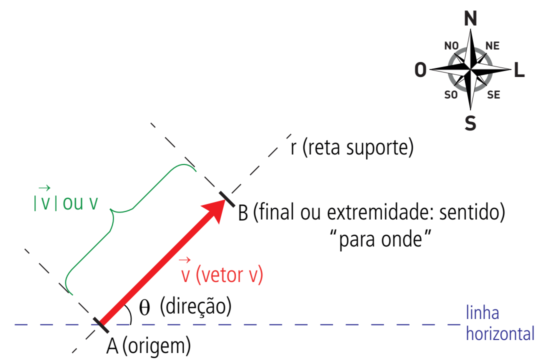
- Uma grandeza escalar é caracterizada apenas pela sua intensidade, ou seja, o valor numérico, acompanhado de sua unidade de medida. O tempo, a massa e a temperatura de um corpo são exemplos de grandezas escalares.
- As grandezas vetoriais necessitam, além da intensidade, da informação quanto à sua direção e seu sentido. Ao dizer, por exemplo, que um carro se move a 40 km/h, a informação sobre sua velocidade está incompleta. A velocidade é uma grandeza vetorial e, portanto, é necessário informar a direção e o sentido de deslocamento do carro. Nesse caso, poderia ser dito que o carro trafega na Rua da Consolação (direção) em sentido à Avenida Paulista (sentido).

Exemplos de grandezas escalares:

Grandezas escalares	Grandezas vetoriais
tempo	velocidade
massa	aceleração
temperatura	deslocamento
trabalho	posição
energia	força elétrica
pressão	campo elétrico
potência	força magnética
potencial	campo magnético
diferença de potencial	força gravitacional
quantidade de mol	campo gravitacional
carga elétrica	força-peso
intensidade da corrente elétrica	força de reação normal
resistência elétrica	força elástica
capacidade térmica	força tensora
calor específico sensível	força centrípeta
calor latente	empuxo
fluxo magnético	quantidade de movimento
vazão	momento
capacitância	impulso

2. Vetor

Representam-se as grandezas físicas vetoriais por meio de vetores. A notação de um vetor é dada por uma letra (maiúscula ou minúscula) com uma pequena flecha para a direita acima da mesma. Vetor é um ente matemático representado por um segmento de reta orientado (flecha).



Resumo:

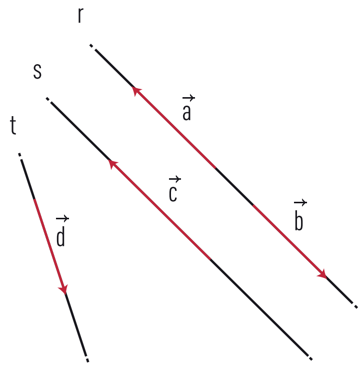
- **sentido:** é dado pela orientação do segmento (leste, oeste, para cima, para baixo, direita, esquerda etc.).
- **direção:** é dada pelo ângulo formado entre o vetor e o eixo horizontal (diagonal, horizontal e vertical).
- **módulo ou intensidade:** é dado pelo comprimento do segmento orientado (nº + unidade).

2.1. Vetor e suas características

O vetor pode ser representado por uma letra e um segmento orientado (flecha) sobre a letra:

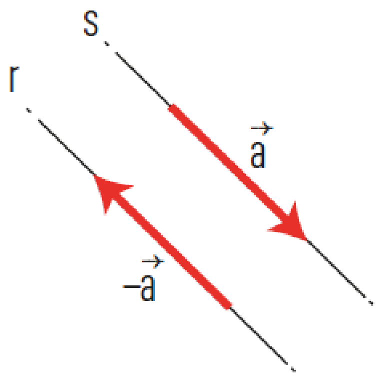
Caso eles estejam sobre retas paralelas ou sobre a mesma reta (denominada reta suporte), a direção de dois vetores são iguais. Como exemplo, suponha que as retas *r* e *s*, na figura a seguir, sejam paralelas. Desse modo, os vetores $\vec{c}$ e $\vec{d}$ têm direções diferentes, mas os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ possuem a mesma direção.

Os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, estão orientados em sentidos opostos, assim como os vetores $\vec{b}$ e $\vec{c}$. Entretanto, os vetores $\vec{a}$ e $\vec{c}$ têm sentidos iguais. Os sentidos de dois vetores são iguais quando possuem a mesma direção e estão orientados para o mesmo lado.

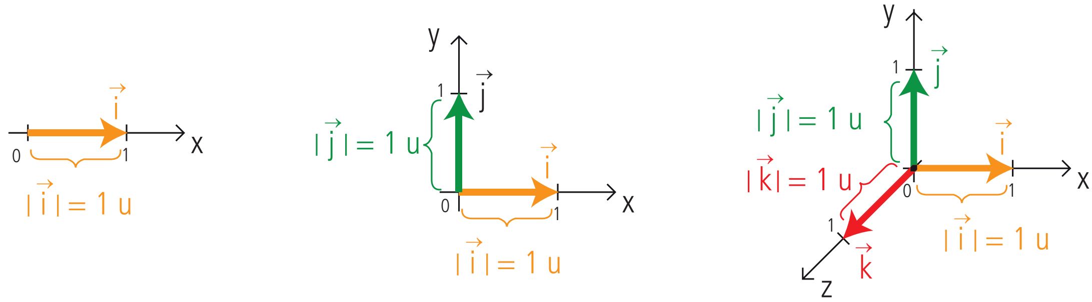


Observações

- **Vetores paralelos:** diz-se que dois ou mais vetores são paralelos entre si, quando suas direções (inclinações) forem idênticas, não importando os sentidos dos mesmos.
- **Vetor nulo:** denomina-se vetor nulo todo vetor cujo representante é um segmento de reta orientado, nulo, isto é, o início e o fim desse segmento de reta coincidem. A representação do vetor nulo é um ponto (.). Também pode ser representado pelo número zero com uma flecha acima ($\vec{0}$).
- **Vetores simétricos ou opostos:** quando dois vetores possuem o mesmo módulo, a mesma direção, porém sentidos opostos, diz-se que são simétricos ou opostos entre si. O vetor oposto de $\vec{a}$ é indicado por $-\vec{a}$.



- **Vetores iguais:** dois vetores são iguais se, e somente se, tiverem o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido.
- **Versor:** é um vetor unitário que possui a mesma direção e mesmo sentido do eixo que o contém.

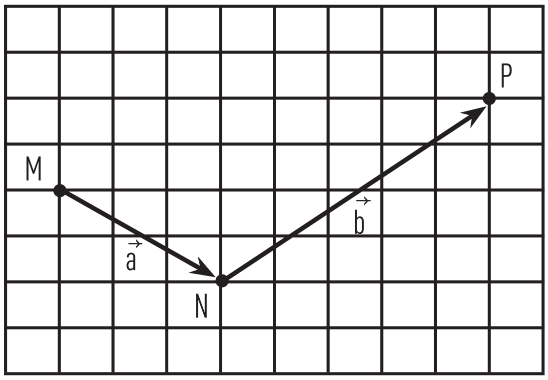


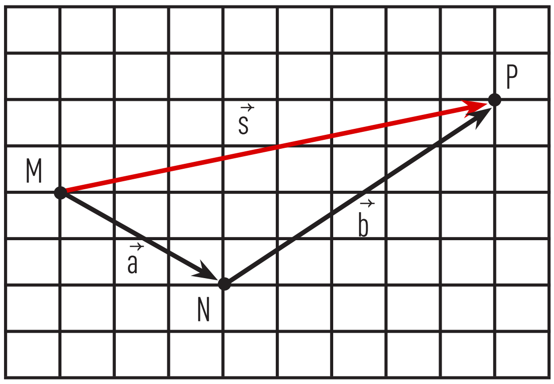
u = unidade de medida

2.2. Soma de vetores

As grandezas escalares podem ser somadas (ou adicionadas). Por exemplo, ao efetuar a soma de 1 kg de tomates com mais 2 kg de tomates, o resultado sempre será 3 kg de tomates.

Para somarmos vetores, no entanto, outra abordagem é necessária. Acompanhe a seguir, uma partícula que efetua um deslocamento $\vec{a}$ do ponto M ao ponto N e, em seguida, um deslocamento $\vec{b}$ do ponto N ao ponto P.





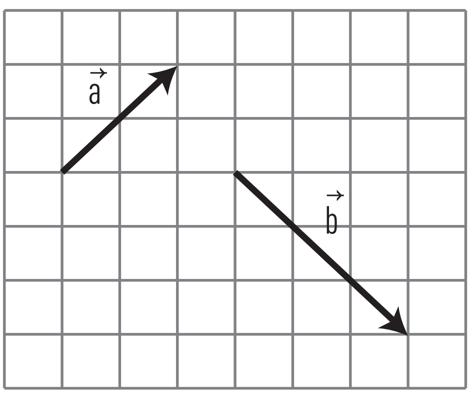
O deslocamento final da partícula, que se moveu do ponto M ao ponto P, é indicado na figura pelo vetor $\vec{s}$. Desse modo, os dois deslocamentos anteriores podem ser substituídos por um deslocamento único, o vetor $\vec{s}$. Esse vetor é a soma (ou resultante) de $\vec{a}$ e $\vec{b}$, e indicamos:

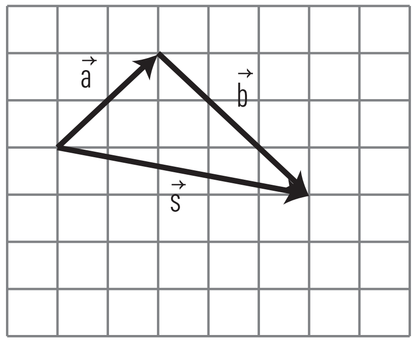
$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$$

2.2.1. Polígono e sua regra

Para somar dois vetores quaisquer (não nulos), $\vec{a}$ e $\vec{b}$, Desenhamos um vetor igual a $\vec{b}$ (mesmo módulo, mesma direção e mesmo sentido) a partir da extremidade do vetor $\vec{a}$.

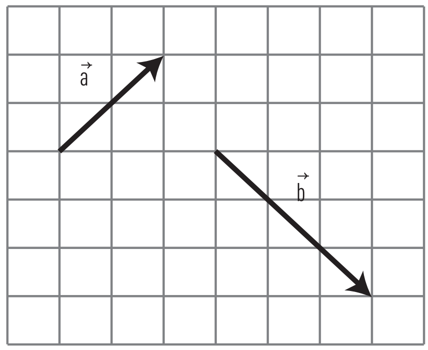
A soma de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ o vetor $\vec{s}$ é obtida ligando a origem de $\vec{a}$ à extremidade de $\vec{b}$.

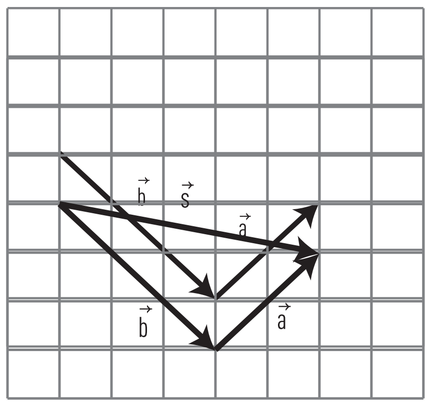




$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$

Ou: pode-se desenhar um vetor igual a $\vec{a}$ a partir da extremidade de $\vec{b}$. O vetor $\vec{s}$ é a soma dos vetores, ligamos a origem de $\vec{b}$ à extremidade de $\vec{a}$.



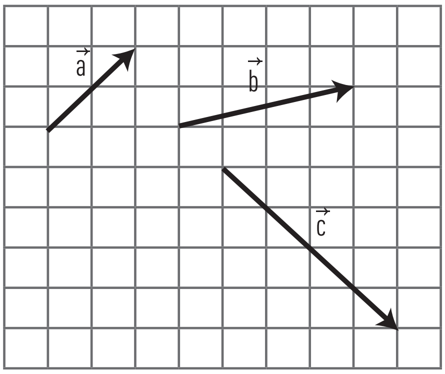


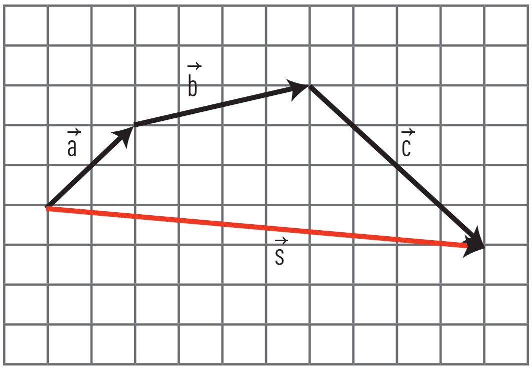
Para fazer a soma de três ou mais vetores, basta aplicar esse mesmo processo.

A seguir, estão representados os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$. Para obter a soma dos três vetores, isto é, o vetor $\vec{s}$, tal que:

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

Desenhamos um vetor igual ao vetor $\vec{b}$ a partir da extremidade de $\vec{a}$, e a partir da extremidade de $\vec{b}$ desenhamos um vetor igual a $\vec{c}$, como na figura. Unindo a origem de $\vec{a}$ à extremidade de $\vec{c}$, obtemos o vetor $\vec{s}$.

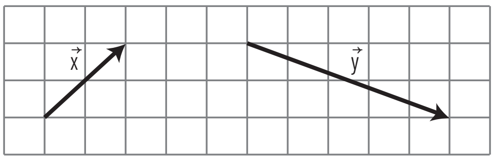




A regra do polígono pode ser aplicada para qualquer quantidade de vetores, basta adicionar a origem de um vetor à extremidade do vetor anterior e, por fim, traçar o vetor resultante.

2.2.2. Paralelogramo e sua regra

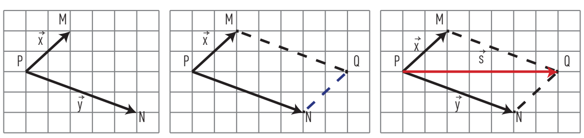
Considere os vetores $\vec{x}$ e $\vec{y}$ representados na figura.



Desenhe vetores iguais a $\vec{x}$ e $\vec{y}$ a partir de uma mesma origem *P*.

A seguir, o segmento $\overline{MQ}$ paralelo a $\overline{PN}$ a partir da extremidade de $\vec{x}$ (ponto *M*), e o segmento $\overline{NQ}$ paralelo a $\overline{PM}$, de modo a obter o paralelogramo PMQN.

Assim, temos o vetor $\vec{s}$, que é a soma de $\vec{x}$ e $\vec{y}$, unindo *P* a *Q*:



2.3. Subtração de vetores

A partir da definição de vetor oposto podemos definir a subtração de vetores. Sendo assim, tomados os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, representados na figura, determinaremos o vetor $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.

Então, se representarmos os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ unindo a extremidade final do vetor $\vec{a}$ à extremidade inicial do vetor $\vec{b}$, assim, o vetor $d = \vec{a} - \vec{b}$ será o vetor que liga a extremidade inicial de $\vec{a}$ a extremidade final de $\vec{b}$.

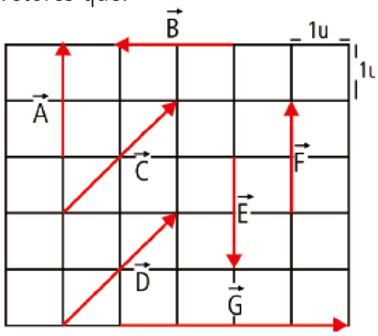
Exercícios de sala

1. (UDESC 2011) Considere as seguintes proposições sobre grandezas físicas escalares e vetoriais.

I. A caracterização completa de uma grandeza escalar requer tão somente um número seguido de uma unidade de medida. Exemplos dessas grandezas são o peso e a massa.
II. O módulo, a direção e o sentido de uma grandeza caracterizam-na como vetor.
III. Exemplos de grandezas vetoriais são a força, o empuxo e a velocidade.
IV. A única grandeza física que é escalar e vetorial ao mesmo tempo é a temperatura.

Assinale a alternativa correta.
a) Somente as afirmativas II e IV são verdadeiras.
b) Somente a afirmativa I é verdadeira.
c) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
d) Somente a afirmativa III é verdadeira.
e) Somente as afirmativas III e IV são verdadeiras.

2. (UFB ADAPTADO) Ao olhar a figura, você consegue definir os vetores que:

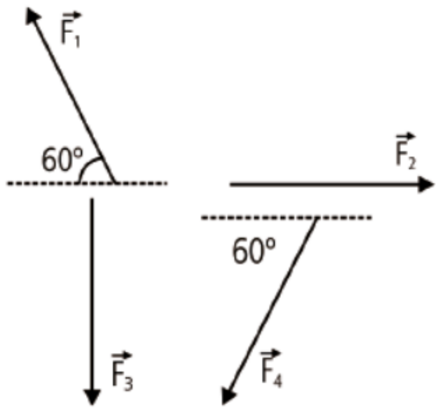


a) têm a mesma direção.
b) têm o mesmo sentido.
c) são iguais.

3. **(UEM)** Na ilustração abaixo, um trabalhador puxa por uma corda um carrinho que se desloca em linha reta.

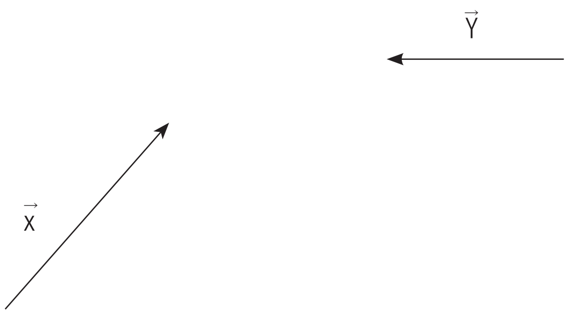
O puxão da corda efetuado pelo trabalhador pode ser descrito como uma força que:
a) possui somente magnitude.
b) possui somente direção.
c) possui direção e magnitude.
d) não possui nem direção nem magnitude.
e) realiza um torque.

4. **(UFPI)** Os vetores representam quatro forças, todas de mesmo módulo F. Qual alternativa representa uma força resultante nula.



a) $\vec{F}_1 + \vec{F}_4 + \vec{F}_2$
b) $\vec{F}_1 - \vec{F}_4 + \vec{F}_3$
c) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$
d) $\vec{F}_1 - \vec{F}_4 + \vec{F}_2$
e) $\vec{F}_1 - \vec{F}_2 + \vec{F}_3$

Dados os vetores representados na figura, obtenha $\vec{D} = \vec{X} - \vec{Y}$.



ESTUDO INDIVIDUALIZADO (E.I.)

01. **(UNB)** São grandezas escalares todas as quantidades físicas a seguir, EXCETO:
a) massa do átomo de hidrogênio;
b) intervalo de tempo entre dois eclipses solares;
c) peso de um corpo;
d) densidade de uma liga de ferro;

2. **(UFAL)** Considere as grandezas físicas:

I. Velocidade
II. Temperatura
III. Quantidade de movimento
IV. Deslocamento
V. Força

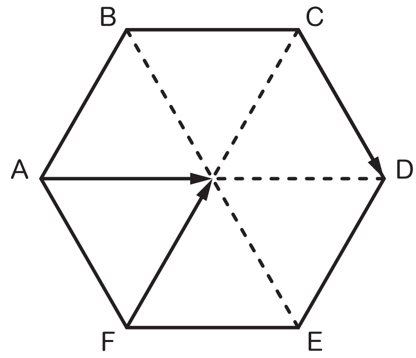
Destas, a grandeza escalar é:
a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

3. **(UNIOESTE)** Assinale a alternativa que apresenta CORRETAMENTE apenas grandezas cuja natureza física é vetorial.
a) Trabalho; deslocamento; frequência sonora; energia térmica.
b) Força eletromotriz; carga elétrica; intensidade luminosa; potência.
c) Temperatura; trabalho; campo elétrico; forca gravitacional.
d) Força elástica; momento linear; velocidade angular; deslocamento.
e) Calor específico; tempo; momento angular; força eletromotriz.

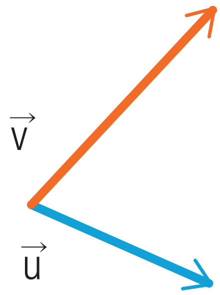
4. **(PUCCAMP)** Grandezas físicas são variáveis de um objeto ou de uma situação que podem ser medidas. Algumas dessas grandezas são relacionadas entre si de forma que podemos aplicar uma regra de proporção entre elas.

Há apenas grandezas físicas em:
a) volume, velocidade, cor e deslocamento.
b) força, tempo, pressão e forma.
c) velocidade, aceleração, deslocamento e potência.
d) tempo, temperatura, odor e quantidade de calor.
e) energia, trabalho, aceleração e sabor.

5. Encontre a soma dos vetores indicados na figura.

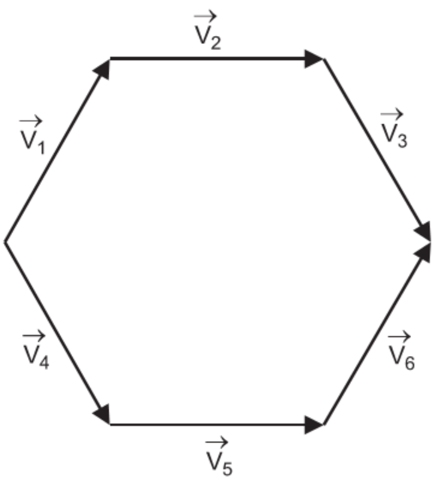


6. Dados os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ da figura abaixo, represente graficamente os vetores?



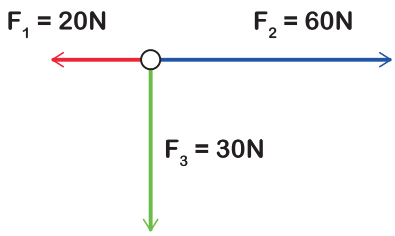
a) $\vec{u} - \vec{v}$
b) $-\vec{u} + \vec{v}$
c) $2\vec{u} - 3\vec{v}$

7. **(MACKENZIE–SP)** Com seis vetores de módulos iguais a 8u, construiu-se o hexágono regular abaixo.



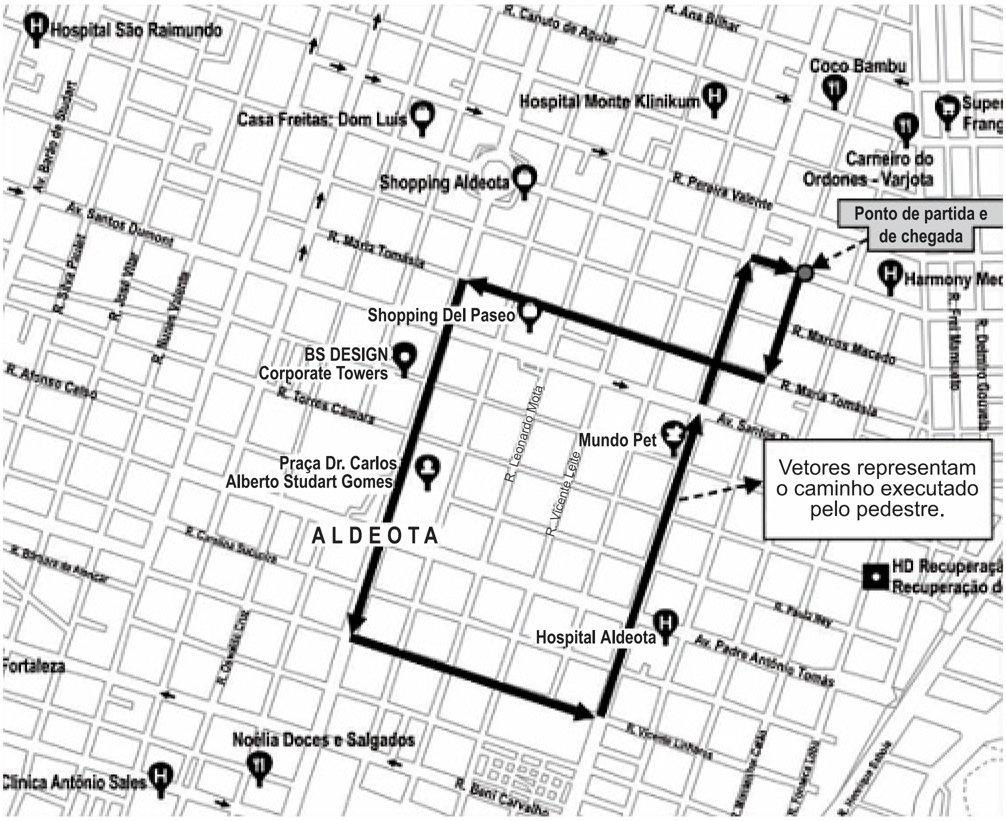
O módulo do vetor resultante desses seis vetores é igual a:
a) 64u
b) 32u
c) 16u
d) 8u
e) zero

8. **(UFAL)** Uma partícula está sob ação das forças coplanares conforme o esquema abaixo. A resultante delas é uma força, de intensidade, em N, igual a:



a) 110
b) 70
c) 60
d) 50
e) 30

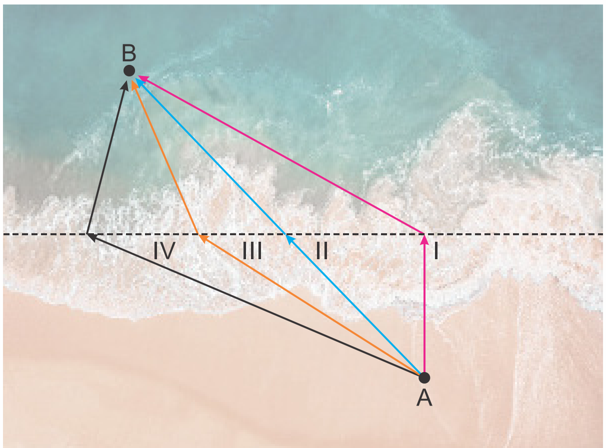
9. **(UNICHRISTUS - MEDICINA 2022)** A figura a seguir apresenta o percurso realizado por um pedestre tendo como ponto de partida e de chegada a mesma localização física, como mostrado na imagem. O espaço percorrido no trajeto do pedestre foi de aproximadamente 3.400 m. O tempo que o pedestre levou para percorrer esse trajeto foi de 680 segundos.



Disponível em: https://www.google.com.br/maps. Acesso em: 31 maio 2021 (adaptado).

Sobre a velocidade vetorial do pedestre no percurso indicado na figura, dentro do intervalo de posição indicado, constata-se que o(a)
a) módulo da velocidade média vetorial nos primeiros 380 s foi de 2,5 m/s.
b) velocidade vetorial é constante, uma vez que o pedestre não parou em local nenhum.
c) módulo da velocidade vetorial média é nulo.
d) velocidade vetorial tem módulo constante em todo o percurso.
e) módulo da velocidade média vetorial no percurso completo foi de 5 m/s.

10. (UERJ 2022) Ao mergulhar no mar, um banhista sente-se mal e necessita ser socorrido. Observe na imagem quatro trajetórias possíveis – I, II, III e IV – que o salva-vidas, localizado no ponto A, pode fazer para alcançar o banhista, no ponto B.



Desprezando a força da correnteza, a fim de que o socorro seja feito o mais rapidamente possível, o salva-vidas deve optar pela seguinte trajetória:

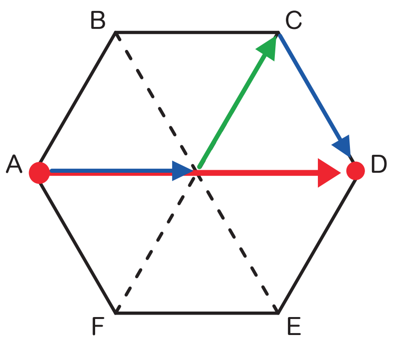
a) I
b) II
c) III
d) IV

Gabarito (E.I.)

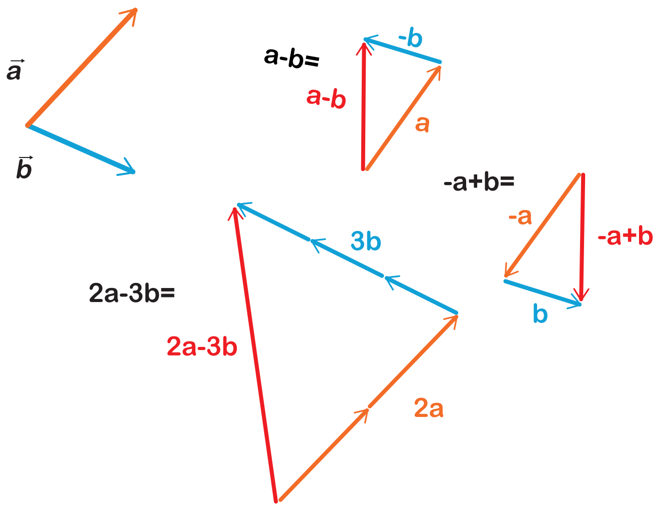
1. C **2.** B **3.** D **4.** C

5.

Reposicionando o vetor que parte do ponto F e vai até o centro do hexágono, construiremos um caminho completo que parte de A e vai até D. Assim, teremos o vetor resultante $\overrightarrow{AD}$.

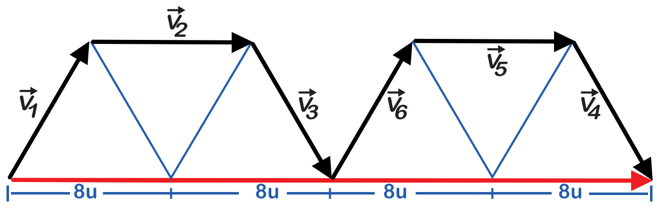


6.



7.

Vamos reposicionar os vetores, de maneira que possamos criar um "caminho".



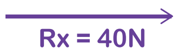
Agora, nosso resultado é o vetor que parte do início do vetor V_1 e vai até o final do vetor V_4. Portanto, temos 4 triângulos equiláteros formados e, dessa forma, a resultante terá módulo de 4 · 8= 32u.

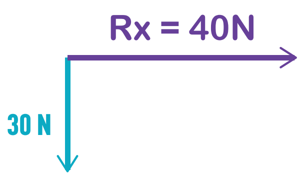
8.

Utilizando as regras para soma e subtração vetorial, vamos calcular no eixo X:

Rx = 60 - 20
Rx = 40 N

Em y, temos apenas Ry = 30 N





Obtivemos um triângulo retângulo. E, com o Teorema de Pitágoras, teremos:

$R^2 = (Rx)^2 + (Ry)^2$
$R^2 = (40)^2 + (30)^2$
$R^2 = 2500$
$R = 50$ N

9. C **10.** C