

1. Quais dos números $1, -1, i, -i, \frac{1}{2}, e \sqrt{2}$ são raízes da equação $2x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0$?

$$2x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x_1 =$$

$$2(1)^4 - 3(1)^3 + 3(1)^2 - 3(1) + 1 = 0$$

$$2 - 3 + 3 - 3 + 1 = 0$$

$$x = 1 \text{ é raiz}$$

$$x = -1$$

$$2 \cdot (-1)^4 - 3 \cdot (-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot (-1) + 1 = 0$$

$$2 \cdot 1 - 3 \cdot (-1) + 3 \cdot 1 - 3 \cdot (-1) + 1 = 0$$

$$2 + 3 + 3 + 3 + 1 = 0$$

$$12 \neq 0$$

$$x = -1, \text{ não é raiz}$$

$$x = i$$

$$2(i)^4 - 3(i)^3 + 3(i)^2 - 3(i) + 1 = 0$$

$$2 \cdot 1 - 3 \cdot (-i) + 3 \cdot (-1) - 3i + 1 = 0$$

$$2 + 3i - 3 - 3i + 1 = 0$$

$x = i$ e seu conjugado, $x = -i$, são raízes.

$$x = \frac{1}{2}$$

$$2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 - 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1 = 0$$

$$\frac{2}{16} - \frac{3}{8} + \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ é raiz}$$

$$x = \sqrt{2}$$

$$2(\sqrt{2})^4 - 3(\sqrt{2})^3 + 3(\sqrt{2})^2 - 3\sqrt{2} + 1 = 0$$

$$8 - 6\sqrt{2} + 6 - 3\sqrt{2} + 1 \neq 0$$

$$x = \sqrt{2} \text{ não é raiz.}$$

$$\text{São raízes: } \{1, i, -i, \frac{1}{2}\}$$

2. Calcule o coeficiente m de modo que o número $\frac{1}{2}$ seja raiz da equação $x^3 + mx^2 + mx - 1 = 0$.

$$x^3 + mx^2 + mx - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 + m \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + m \cdot \frac{1}{2} - 1 = 0$$

$$\frac{1}{8} + \frac{m}{4} + \frac{m}{2} - 1 = 0$$

$$\frac{1 + 2m + 4m - 8}{8} = 0$$

$$6m = 8 - 1 \rightarrow m = \frac{7}{6}$$

3. Se os números -2 e 2 são raízes da equação $x^5 - x^4 + ax + b = 0$, qual é o valor de $a + b$?

$$x = -2 \rightarrow (-2)^5 - (-2)^4 + a \cdot (-2) + b = 0$$

$$-32 - 16 - 2a + b = 0$$

$$b = 2a + 48$$

$$x = 2 \rightarrow (2)^5 - (2)^4 + a(2) + b = 0$$

$$32 - 16 + 2a + b = 0$$

$$b = -2a - 16$$

Substituindo:

$$2a + 48 = -2a - 16$$

$$4a = -64$$

$$a = -16$$

$$b = -2 \cdot (-16) - 16$$

$$b = 16$$

$$a + b = -16 + 16$$

$$a + b = 0$$

Resolva as equações do 2º grau:

4. $x^2 - 6x + 18 = 0$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18$$

$$\Delta = -36 \rightarrow -1 \cdot 36$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{-1 \cdot 36}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{-1 \cdot 36}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm 6i}{2}$$

$$x_{1,2} = 3 \pm 3i$$

5. $4x^2 + 2x + 1 = 0$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4$$

$$\Delta = -12$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-12}}{2 \cdot 4}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-1 \cdot 12}}{8}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}i}{8}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{4}$$