01.(ITA - 1996) Seja $a \in \Re$, $a > 0$ e $a \neq 1$ e considere a matriz A:

$$A = \begin{bmatrix} \log_a^{3a} & \log_{10}^{(3a)^2} \\ \log_a^{1/a} & \log_a^{a} \\ \log_a^{1} & \log_{10}^{1} \end{bmatrix}$$ Para que a característica de A seja máxima, o valor de a deve ser tal que:

(A) $a \neq 10$ e $a \neq 1/3$
(B) $a \neq \sqrt{10}$ e $a \neq 1/3$
(C) $a \neq 2$ e $a \neq 10$
(D) $a \neq 2$ e $a \neq \sqrt{3}$
(E) $a \neq 2$ e $a \neq \sqrt{10}$

02.(ITA - 1996) Sejam A e B subconjuntos não vazios de R, e considere as seguintes afirmações:
I- $(A - B)^C \cap (B \cup A^C)^C = \varnothing$
II- $(A - B^C)^C = B - A^C$
III- $[(A^C - B) \cap (B - A)]^C = A$
Sobre essas afirmações podemos garantir que:
(A) Apenas a afirmação I é verdadeira.
(B) Apenas a afirmação II é verdadeira.
(C) Apenas a afirmação III é verdadeira.
(D) Todas as afirmações são verdadeiras.
(E) Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.

03.(ITA - 1996) Numa pirâmide regular, a área da base é igual ao quadrado da altura H. Seja R o raio da esfera inscrita nesta pirâmide. Deste modo, a razão H/R é igual a:
(A) $\sqrt{\sqrt{3}+1}$
(B) $\sqrt{\sqrt{3}-1}$
(C) $1+\sqrt{3\sqrt{3}+1}$
(D) $1+\sqrt{3\sqrt{3}-1}$
(E) $\sqrt{3}+1$

04.(ITA - 1996) Dadas as afirmações:
I- $\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+.......+\binom{n}{n-1}+\binom{n}{n} = 2^n, n \in N$
II- $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}. n \in N, k = 1,2,3.....,n$
III- Existem mais possibilidades de escolher 44 números diferentes entre os números inteiros de 1 a 50 do que escolher 6 números diferentes entre os números inteiros de 1 a 50.
Conclui-se que:
(A)Todas são verdadeiras
(B)Apenas a afirmação I e II são verdadeiras.
(C)Apenas I é verdadeira.
(D)Apenas II é verdadeira.
(E) Apenas II e III são verdadeiras.

05.(ITA - 1996) Considere o polinômio:
$P(z) = z^6 + 2z^5 + 6z^4 + 12z^3 + 8z^2 + 16z$
(A) Apenas uma é real.
(B) Apenas duas raízes são reais e distintas.
(C) Apenas duas raízes são reais e iguais.
(D) Quatro raízes são reais, sendo duas a duas distintas.
(E) Quatro raízes são reais, sendo apenas duas iguais.

06.(ITA - 1996) Seja $a \in R$ $[-\pi/4, \pi/4]$ um número real dado. A solução (x_0, y_0) do sistema de equações:

$$\begin{cases} (\operatorname{sen} a)y - (\cos a)x = -\operatorname{tg} a \\ (\cos a)y + (\operatorname{sen} a)x = -1 \end{cases}$$ é tal que:

(A) $x_0 . y_0 = \operatorname{tg} a$
(B) $x_0 . y_0 = - \sec a$
(C) $x_0 . y_0 = 0$
(D) $x_0 . y_0 = \operatorname{sen}^2 a$
(E) $x_0 . y_0 = \operatorname{sen} a$

07.(ITA - 1996) Seja $f : \Re_+^* \to \Re$ uma função injetora tal que $f(1) = 0$ e $f(x.y) = f(x) + f(y)$ pra todo $x > 0$ e $y > 0$. Se x_1, x_2, x_3, x_4 e x_5 formam nessa ordem uma progressão geométrica, onde $x_i > 0$ para $i = 1, 2, 3, 4, 5$ e sabendo que $\sum_{i=1}^{5} f(x_i) = 13f(2) + 2f(x_1)$ e $\sum_{i=1}^{4} f\left(\frac{x_i}{x_i+1}\right) = -2f(2x_1)$, então o valor de x_1 é:
(A) –2
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) 1

08.(ITA - 1996) Um hexágono regular e um quadrado estão inscritos no mesmo círculo de raio R e o hexágono possui uma aresta paralela a uma aresta do quadrado. A distância entre estas arestas paralelas será:
(A) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}R$
(B) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}R$
(C) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}R$
(D) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}R$
(E) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}R$

09.(ITA-96) Tangenciando externamente a elipse ε_1, tal que ε_1: $9x^2 + 4y^2 - 72x - 24y + 144 = 0$ considere uma elipse ε_2, de eixo maior sobre a reta que suporta o eixo menor de ε_1 e cujos eixos têm mesma medida que os eixos de ε_1. Sabendo que ε_2 está inteiramente contida no primeiro quadrante, o centro de ε_2 é:

(A) (7,3)
(B) (8,2)
(C) (8,3)
(D) (9,3)
(E) (9,2)

10.(ITA - 1996) São dadas as parábolas p_1: $y = -x^2 - 4x - 1$ e p_2: $y = x^2 - 3x + 11/4$ cujos vértices são denotados, respectivamente, por V_1 e V_2. Sabendo que r é a reta que contém V_1 e V_2, então a distância de r até à origem é:

(A) $5/\sqrt{26}$
(B) $7/\sqrt{26}$
(C) $7/\sqrt{50}$
(D) $17/\sqrt{50}$
(E) $11/\sqrt{74}$

11.(ITA - 1996) (ITA-96) Seja $a \in \Re$, $a > 1$. Para que:
$]4, 5[= \{x \in \Re_+^* ; \log_{1/a}[\log_a(x^2 - 15)] > 0\}$. O valor de a é:

(A) 2
(B) 3
(C) 5
(D) 9
(E) 10

12.(ITA - 1996) Se (x_0, y_0) é uma solução real do sistema
$\begin{cases} \log_2(X+Y) - \log_3(X-2Y) = 2 \\ X^2 - 4Y^2 = 4 \end{cases}$ então $x_0 + y_0$ é igual a:

(A) $7/4$
(B) $9/4$
(C) $11/4$
(D) $13/4$
(E) $17/4$

13.(ITA - 1996) Considere A e B matrizes reais 2x2, arbitrárias. Das afirmações abaixo assinale a verdadeira. No seu caderno de respostas, justifique a afirmação verdadeira e dê exemplo para mostrar que cada uma das demais é falsa.

(A) Se A é não nula então A possui inversa
(B) $(AB)^t = A^tB^t$
(C) det (AB) = det (BA)
(D) $\det A^2 = 2 \det A$
(E) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$

14. (ITA-96) Seja $a \in \Re$ e considere as matrizes reais 2x2.

$A = \begin{bmatrix} 3^a & -1 \\ -1 & 3^a \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 7^{a-1} & 8^{a-3} \\ 7 & 2^{-3} \end{bmatrix}$

O produto AB será inversível se e somente se:

(A) $a^2 - 5a + 6 \neq 0$
(B) $a^2 - 5a \neq 0$
(C) $a^2 - 3a \neq 0$
(D) $a^2 - 2a + 1 \neq 0$
(E) $a^2 - 2a \neq 0$

15.(ITA - 1996) Seja α um número real tal que $\alpha > 2(1+\sqrt{2})$ e considere a equação $x^2 - \alpha x + \alpha + 1 = 0$. Sabendo que as raízes dessa equação são cotangentes de dois dos ângulos internos de um triângulo, então o terceiro ângulo interno desse triângulo vale:

(A) 30^o
(B) 45^o
(C) 60^o
(D) 135^o
(E) 120^o

16.(ITA - 1996) Seja $\alpha \in [0, \pi/2]$, tal que: (sen x + cos x) = m.

Então, o valor de $y = \dfrac{\operatorname{sen} 2\alpha}{\operatorname{sen}^3 \alpha + \cos^3 \alpha}$ será:

(A) $\dfrac{2(m^2-1)}{m(4-m^2)}$
(B) $\dfrac{2(m^2+1)}{m(4+m^2)}$
(C) $\dfrac{2(m^2-1)}{m(3-m^2)}$
(D) $\dfrac{2(m^2-1)}{m(3+m^2)}$
(E) $\dfrac{2(m^2+1)}{m(3-m^2)}$

17.(ITA-96) A aresta de um cubo mede x cm. A razão entre o volume e a área total do poliedro cujos vértices são centros das faces do cubo será:

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{9}$ x cm
(B) $\dfrac{\sqrt{3}}{18}$ x cm
(C) $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$ x cm
(D) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ x cm
(E) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ x cm

18.(ITA - 1996) As dimensões x, y e z de um paralelepípedo retângulo estão em progressão aritmética. Sabendo que a soma dessas medidas é igual a 33 cm e que a área total do paralelepípedo é igual a 694 cm^2, então o volume deste paralelepípedo, em cm^3, é igual a:

(A) 1200
(B) 936
(C) 1155

(D) 728
(E) 834

19.(ITA - 1996) Três pessoas A, B e C, chegam no mesmo dia a uma cidade onde há cinco hotéis H_1, H_2, H_3, H_4 e H_5. Sabendo que cada hotel tem pelo menos três vagas, qual/quais das seguintes afirmações, referentes à distribuição das três pessoas nos cinco hotéis, é/são correta(s)?

I- Existe um total de 120 combinações
II- Existe um total de 60 combinações se cada pessoa pernoitar num hotel diferente
III- Existe um total de 60 combinações se duas e apenas duas pessoas pernoitarem no mesmo hotel

(A) Todas as afirmações são verdadeiras.
(B) Apenas a afirmação I é verdadeira.
(C) Apenas a afirmação II é verdadeira.
(D) Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.
(E) Apenas as afirmações II e III são verdadeiras.

20.(ITA - 1996) O valor da potência $\left(\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^{93}$ é:

(A) $\frac{-1+i}{\sqrt{2}}$
(B) $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$
(C) $\frac{-1-i}{\sqrt{2}}$
(D) $\left(\sqrt{2}\right)^{93} i$
(E) $\left(\sqrt{2}\right)^{93} + i$

21.(ITA - 1996) Sejam a_1, a_2, a_3 e a_4 quatro números reais (com $a_1 \neq 0$), formando nessa ordem uma progressão geométrica.

Então, o sistema em x e y $\begin{cases} a_1 x + a_3 x = 1 \\ a_1 a_2 x + a_1 a_4 x = a_2 \end{cases}$ é um sistema:

(A) Impossível.
(B) Possível e determinado.
(C) Possível e indeterminado.
(D) Possível determinado para $a_1 > 1$.
(E) Possível determinado para $a_1 < -1$.

22.(ITA - 1996) Considere as funções reais f e g definidas por:

$f(x) = \frac{1+2x}{1-x^2}$, $x \in R - \{-1, 1\}$ e $g(x) = \frac{x}{1+2x}$, $x \in R - \{-1/2\}$.

O maior subconjunto de R onde pode ser definida a composta fog, tal que (fog)(x) < 0, é:

(A)]-1, -1/2[$\cup$]-1/3, -1/4[
(B)]-∞, -1[$\cup$]-1/3, -1/4[
(C)]-∞, -1[$\cup$]-1/2, 1[
(D)]1, ∞[
(E)]-1/2, -1/3[

23.(ITA - 1996) Seja $f: R \to R$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 3, x \leq 0 \\ x^2 + 4x + 3, x > 0 \end{cases}$$

(A) f é bijetora e $(fof)(-2/3) = f^{-1}(21)$.
(B) f é bijetora e $(fof)(-2/3) = f^{-1}(99)$.
(C) f é sobrejetora mas não é injetora.
(D) f é injetora mas não é sobrejetora.
(E) f é bijetora e $(fof)(-2/3) = f^{-1}(3)$.

24.(ITA - 1996) Sabendo que o ponto (2,1) é ponto médio de uma corda AB da circunferência $(x - 1)^2 + y^2 = 4$, então a equação da reta que contém A e B é dada por:

(A) y = 2x – 3
(B) y = x-1
(C) y = -x + 3
(D) y = 3x/2 - 2
(E) y = -x/2 + 2

25.(ITA - 1996) São dadas as retas r: x - y + 1 + raiz2 = 0 e s: raiz3 x + y - 2 raiz3 = 0 e a circunferência C: $x^2 + 2x + y^2 = 0$. Sobre a posição relativa desses três elementos, podemos afirmar que:

(A) r e s são paralelas entre si e ambas são tangentes à C.
(B) r e s são perpendiculares entre si e nenhuma delas é tangente a C.
(C) r e s são concorrentes, r é tangente à C e s não é tangente à C.
(D) r e s são concorrentes, s é tangente à C e r não é tangente à C.
(E) r e s são concorrentes e ambas são tangentes à C.