1. Dados $\alpha = 3$ e $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$:
Verifique que α é raiz da equação $P(x) = 0$; resolva a equação $P(x) = 0$ e coloque $P(x)$ na forma fatorada.

$P(3) = 2.3^3 - 3.3^2 - 11.3 + 6$

$P(3) = 54 - 27 - 33 + 6$

$P(3) = 60 - 60$

$P(3) = 0$

$P(3) = 0 \rightarrow \alpha = 3$ é raiz de $P(x)$

3	2	-3	-11	6
	2	3	-2	0

$\underbrace{(2x^2 + 3x - 2)}.\underbrace{(x - 3)}_{1^\circ \text{ raiz}} = P(x)$

$\Delta = 3^2 - 4.2.-2$

$\Delta = 25$

$x_{1,2} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{25}}{2.2}$

$x_1 = \dfrac{-3+5}{4}$ $\quad x_1 = 1/2$ 2ª raiz

$x_2 = \dfrac{-3-5}{4}$ $\quad x_2 = -2$ 3ª raiz

$\boxed{P(x) = (x-3).(x-1/2).(x+2)}$

2. Resolva a equação $x^3 - 3x^2 - 10x + 24 = 0$, sabendo que uma das suas raízes pertence ao conjunto $\{0, 1, 2, 3\}$.

1ª raiz = ? $\quad \in \{0,1,2,3\}$

Fazendo o teste:

$0^3 - 3.0^2 - 10.0 + 24 \neq 0 \rightarrow$ 0 não é raiz

$1^3 - 3.1^2 - 10.1 + 24 \neq 0 \rightarrow$ 1 não é raiz

$2^3 - 3.2^2 - 10.2 + 24 = 0 \rightarrow$ 2 é raiz

2	1	-3	-10	24
	1	-1	-12	0

$P(x) = \underbrace{(x^2 - x - 12)}.(x-2)$

$\underline{-3} + \underline{4} = -b/a = 1$

$\underline{-3} . \underline{4} = c/a = -12$

raízes: $\{2, -3, 4\}$

$\boxed{P(x) = (x-2).(x+3).(x-4}$

3. Resolva a equação $2x^4 - 7x^3 - 17x^2 + 7x + 15 = 0$, sabendo que duas de suas raízes pertencem ao conjunto $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

1ª raiz:

$2.(-2)^4 - 7.(-2)^3 - 17.(-2)^2 + 7.(-2) + 15 \neq 0 \rightarrow$ -2 não é raiz de $P(x)$

$2.(-1)^4 - 7.(-1)^3 - 17.(-1)^2 + 7.(-1) + 15 = 0 \rightarrow$ -1 é a 1ª raiz de $P(x)$

2ª raiz:

$2.0^4 - 7.0^3 - 17.0^2 + 7.0 + 15 \neq 0 \rightarrow$ 0 não é raiz de $P(x)$

$2.1^4 - 7.1^3 - 17.1^2 + 7.1 + 15 = 0 \rightarrow$ 1 é a 2ª raiz de $P(x)$

-1	2	-7	-17	7	15
1	2	-9	-8	15	0
	2	-7	-15	0	0

$\rightarrow (2x^2 - 7x - 15).(x-1).(x+1) = P(x)$

$\rightarrow \Delta = 7^2 - 4.2.-15$

$\Delta = 169$

$x_{1,2} = \dfrac{-(-7) \pm \sqrt{169}}{2.2}$ $\quad x_1 = 5$ $\quad x_2 = -3/2$

$P(x) = (x+1).(x-1).(x-5).(x+3/2)$

raízes: $\{1, -1, 5, -3/2\}$

4. Calcule o coeficiente m de modo que o número 4 seja raiz de $6x^3 + mx^2 + 21x - 4 = 0$ e depois resolva a equação.

$x = 4$

$6.4^3 + m.4^2 + 21.4 - 4 = 0$

$384 + 16m + 84 - 4 = 0$

$16m = -464$ $\qquad \underline{m = -29}$

4	6	-29	21	-4
	6	-5	1	0

$(6x^2 - 5x + 1).(x-4) = P(x)$

$\rightarrow \Delta = (-5)^2 - 4.1.6$

$\Delta = 1$

$x_{1,2} = \dfrac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2.6}$ $\quad x_1 = 1/2$ $\quad x_2 = 1/3$

$m = -29$ e Raízes: $\{4, 1/2, 1/3\}$

5. Determine o valor de k de modo que a equação $3x^3 - 4x^2 + kx - k = 1$ admita a raiz $x = i$ e depois resolva-a.

$x = i$ $\qquad 3.i^3 - 4.i^2 + K.i - K = 1$

$-3i + 4 + Ki - K - 1 = 0$

$Re = 0$ e $Im = 0$

$4 - K - 1 = 0$ e $-3i + Ki = 0$

$K = 3$ $\qquad K = 3$

Se i é raiz = $-i$ também é raiz

$P(x) = (x - r_3).\underbrace{(x+i)}_{2^\circ \text{ raiz}}.\underbrace{(x-i)}_{1^\circ \text{ raiz}}$

$P(x) = 3x^3 - 4x^2 + Kx - K - 1$

$3x^3 - 4x^2 + 3x - 4$

$3x^3 - 4x^2 + 3x - 4 \;\underline{|\,(x+i).(x-i)}$

$(x - r_3)$ → 3ª raiz

$\cancel{3x^3} - 4x^2 + \cancel{3x} - 4 \;\underline{|\,x^2 + 1}$

$\underline{\cancel{-3x^3} + 0x^2 - \cancel{3x}}$ $\qquad \underbrace{3x - 4}_{3^\circ \text{ raiz}}$

$\cancel{-4x^2} - \cancel{4}$ $\qquad 3x - 4 = 0$

$\underline{\cancel{4x^2} + \cancel{4}}$ $\qquad x = 4/3$

0

$\boxed{K = 3 \;—\; \text{Raízes}: \{-i, +i \text{ e } 4/3\}}$

6. Obtenha um polinômio $P(x)$ de grau 2, na forma fatorada, sabendo que suas duas raízes são 3 e $\frac{2}{3}$, e que $P(0) = 6$.

$R(x) = (x - r_1).(x - r_2)$

$R(x) = (x-3).(x - 2/3)$

$R(x) = x^2 - 3x - 2/3\,x + 2 \rightarrow R(x) = x^2 - 1/3\,x + 2$

Mas, $P(0) = 6$ e temos que $R(0) = 2$

$3.R(x) = P(x)$

$3.R(0) = P(0)$

$3.2 = 6 \rightarrow \boxed{P(x) = 3x^2 - 11x + 6}$

7. Verifique que a equação $2x^3 - 5x^2 + x + 2 = 0$ possui uma raiz igual a 2. Obtenha as demais raízes e coloque o polinômio $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + x + 2 = 0$ na forma fatorada.

1ª raiz = 2

2	2	-5	1	2
	2	-1	-1	0

→ resto = 0 $\qquad$ 2 é raiz

$P(x) = (2x^2 - x - 1).(x-2)$

$\rightarrow \Delta = 1^2 - 4.2.-1$

$\Delta = 9$

$x_{1,2} = \dfrac{-(-1) \pm \sqrt{9}}{2.2}$

$x_1 = \dfrac{1+3}{4} \rightarrow x_1 = 1$

$x_2 = \dfrac{1-3}{4} \rightarrow x_2 = -1/2$

$P(x) = (x-2).(x-1).(x+1/2)$ ou $(x-2).(x-1).(2x+1)$

Raízes: $\{2, 1, -1/2\}$

8. Verifique que uma raiz da equação $x^3 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$ é o número 1. Obtenha as outras raízes e fatore

$$P(x) = x^3 - 3x^2 + +4x - 2 = 0.$$

1 é a 1ª raiz ???

1	1	-3	4	2
	1	-2	2	0

→ resto igual a zero

$\underline{1 \text{ é raiz}}$

$P(x) = (x^2 - 2x + 2).(x-1)$

$\rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4.1.2$

$\Delta = -4$

$x_{1,2} = -\dfrac{(-2) \pm \sqrt{-4}}{2.1}$

$x_1 = \dfrac{2+2i}{2} \rightarrow x_1 = 1+i$

$x_2 = \dfrac{2-2i}{2} \rightarrow x_2 = 1-i$

Raízes $\{1, 1 \pm i\}$

$\boxed{P(x) = (x-1).(x-1+i).(x-1-i)}$