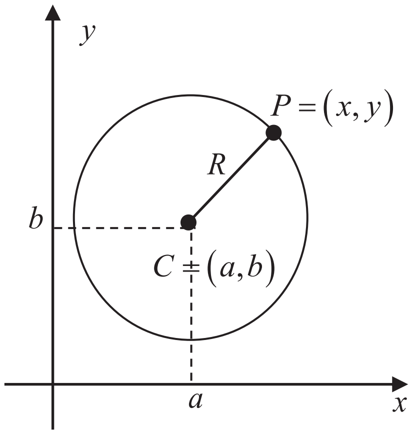
MESTRES
DA MATEMÁTICA

Geometria Analítica na Circunferência

ESTUDO ANALÍTICO DA CIRCUNFERÊNCIA

I) DEFINIÇÃO: Circunferência é o lugar geométrico dos pontos do plano euclidiano que são equidistantes de um ponto, chamado centro da circunferência.



1) EQUAÇÃO REDUZIDA DA CIRCUNFERENCIA: $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

EX: $(x-2)^2+(y-1)^2=9 \Rightarrow C=(2,1)$ e $R=3$

EX: $(x+1)^2+(y-5)^2=7 \Rightarrow C=(-1,5)$ e $R=\sqrt{7}$

EX: $(x-4)^2+y^2=4 \Rightarrow C=(4,0)$ e $R=2$

EX: $x^2+y^2=1 \Rightarrow C=(0,0)$ e $R=1$ (Ciclo Trigonométrico)

2) EQUAÇÃO GERAL DA CIRCUNFERENCIA: $x^2+y^2-2ax-2by+a^2+b^2-R^2=0$

EX: $x^2+y^2-4x-2y-4=0 \Rightarrow C=(2,1)$ e $R=3$

EX: $x^2+y^2+2x-10y+19=0 \Rightarrow C=(-1,5)$ e $R=\sqrt{7}$

EX: $x^2+y^2-8x+12=0 \Rightarrow C=(4,0)$ e $R=2$

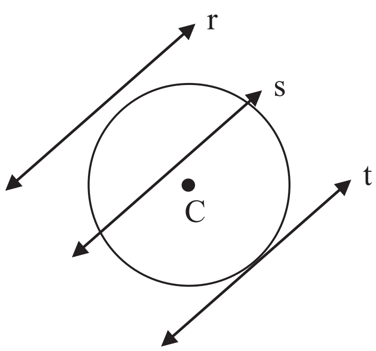
II) POSIÇÕES RELATIVAS

3) PONTO E CIRCUNFERENCIA

Dado o ponto $P=(x_{0,}y_0)$ e a circunferencia $\lambda:(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$, então:

$$\begin{cases}(x_0-a)^2+(y_0-b)^2=R^2 \Rightarrow P\in\lambda \\ (x_0-a)^2+(y_0-b)^2>R^2 \Rightarrow P \text{ é exterior a } \lambda \\ (x_0-a)^2+(y_0-b)^2<R^2 \Rightarrow P \text{ é interior a } \lambda\end{cases}$$

4) RETA E CIRCUNFERÊNCIA



$$\begin{cases} d(C,r) > R \Rightarrow r \text{ é exterior } (\Delta < 0) \\ d(C,s) < R \Rightarrow s \text{ é secante } (\Delta > 0) \\ d(C,t) = R \Rightarrow t \text{ é tangente } (\Delta = 0) \end{cases}$$

5) CIRCUNFERÊNCIA E CIRCUNFERÊNCIA

Sendo λ_1 a circunferência de centro C_1 e raio R_1 e λ_2 a circunferência de centro C_2 e raio R_2 temos

$$\begin{cases} D(c_1,c_2) > R_1 + R_2 \Rightarrow \lambda_1 \text{ e } \lambda_2 \text{ são exteriores } (\Delta < 0) \\ D(c_1,c_2) = R_1 + R_2 \Rightarrow \lambda_1 \text{ e } \lambda_2 \text{ são tangentes exteriores } (\Delta = 0) \\ R_1 - R_2 < D(c_1,c_2) < R_1 + R_2 \Rightarrow \lambda_1 \text{ e } \lambda_2 \text{ são secantes } (\Delta > 0) \\ D(c_1,c_2) = R_1 - R_2 \Rightarrow \lambda_1 \text{ e } \lambda_2 \text{ são tangentes interiores } (\Delta = 0) \\ D(c_1,c_2) < R_1 - R_2 \Rightarrow \lambda_1 \text{ e } \lambda_2 \text{ são interiores } (\Delta < 0) \end{cases}$$