Estratégia
Militares

Aula 00

Vetores.

Prof. Vinícius Fulconi

Sumário

Apresentação

Querido aluno(a), seja bem-vindo(a) à nossa primeira aula!

Sou o professor **Vinícius Fulconi**, tenho vinte e quatro anos e estou cursando Engenharia Aeroespacial no Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Irei contar um pouco sobre minha trajetória pessoal, passando pelo mundo dos vestibulares com minhas principias aprovações, até fazer parte da equipe de física do Estratégia Militares.

No ensino médio, eu me comportava como um aluno mediano. No final do segundo ano do ensino médio, um professor me desafiou com a seguinte declaração: *Você **nunca vai passar** no ITA!* Essa fala do professor poderia ter sido internalizada como algo desestimulador e, assim como muitos, eu poderia ter me apegado apenas ao que negritei anteriormente. Muitos desistiriam! Entretanto, eu preferi negritar e gravar "***Você vai passar** no ITA!*

Querido aluno(a), a primeira lição que desejo te mostrar não é nenhum conteúdo de física. Quero que transforme seu sonho em vontade de vencer. Transforme seus medos e incapacidades em desafios a serem vencidos. Haverá muitos que duvidarão de você. O mais importante é você acreditar! **Nós do Estratégia Militares acreditamos no seu potencial** e ajudaremos você a realizar seu sonho!

Após alguns anos estudando para o ITA, usando muitos livros estrangeiros, estudando sem planejamento e frequentando diversos cursinhos do segmento, realizei meu sonho e entrei em umas das melhores faculdades de engenharia do mundo. 😊 Além de passar no ITA, ao longo da minha preparação, fui aprovado no IME, UNICAMP, Medicina (pelo ENEM) e fui medalhista na Olimpíada Brasileira de Física.

Minha resiliência e grande experiência em física, que obtive estudando por diversas plataformas e livros, fez com que eu me tornasse professor de física do Estratégia Militares. Tenho muito orgulho em fazer parte da família Estratégia e hoje, se você está lendo esse texto, também já é parte dela. Como professor, irei te guiar por toda física, alertando sobre os erros que cometi na minha preparação, mostrando os pontos em que obtive êxito e, assim, conseguirei identificar quais são seus pontos fortes e fracos, maximizando seu rendimento e te guiando até à faculdade dos seus sonhos.

Você deve estar se perguntando: **O que é necessário para começar esse curso?**

ALERTA!

Esse curso exige do candidato apenas **dedicação**, **perseverança** e **vontade de vencer**.

1. Introdução aos vetores

1. Definição e representação dos vetores.

1. Definição de vetor

Os vetores são ferramentas matemáticas que são utilizadas para descrever uma determinada grandeza.

Para que uma um objeto seja um vetor, esse objeto deve possuir três características.

- **Módulo.**
- **Direção.**
- **Sentido.**

Todos os objetos que possuírem essas três características são chamados de vetores. Para cada uma dessas características, iremos analisar profundamente.

1.2 Representação gráfica de um vetor

Para representar um vetor, criou-se uma notação gráfica para representar. Utilizamos o símbolo de uma "seta" para representar um vetor.

A seta é um trecho de um segmento orientado. O vetor liga dois pontos no espaço.

Exemplo: Vetor que liga o ponto A ao ponto B.

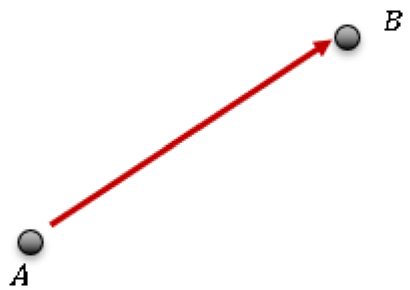


Figura 1: Vetor que liga o ponto A ao ponto B.

O ponto **A é chamado de origem** do vetor e o ponto **B é a extremidade do vetor.**

1.3 Representação textual do vetor que liga dois pontos.

Uma grandeza vetorial é representada por uma letra e uma "seta" sobre essa letra. Para o vetor representado na Figura 1, podemos representa-lo textualmente da seguinte maneira:

$$\overrightarrow{AB}$$

A representação acima é muito intuitiva. Ao ver "$\overrightarrow{AB}$", leia: ***Vetor que liga o ponto A ao ponto B***

Para a representação do vetor $\overrightarrow{BA}$, podemos pensar que temos um vetor que liga o ponto B ao ponto A.

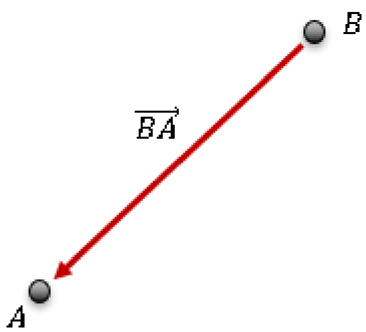


Figura 2: Representação do vetor.

1.4 Representação textual geral de um vetor

Para vetores que não ligam pontos diretamente, podemos fornecer uma nomenclatura simples. Essa é representada por uma letra e uma "seta" sobre a letra.

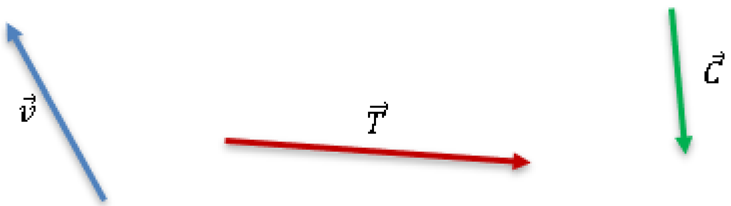


Figura 3: Representação gráfica geral de um vetor.

2. Módulo de um vetor

O módulo de um vetor é o comprimento deste vetor. Em outras palavras, é o tamanho do vetor.

Para representar esse módulo, utilizamos barras verticais entre o símbolo de vetor.

$$|\overrightarrow{AB}| = Comprimento\ do\ vetor$$

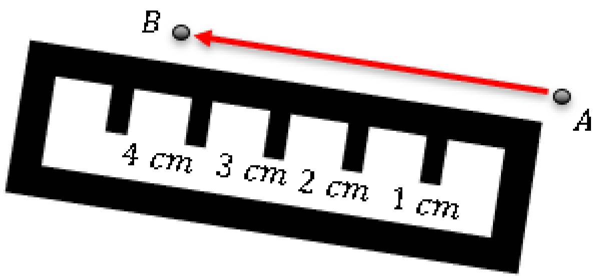


Figura 4: Módulo de um vetor.

Para o vetor da Figura 4, temos:

$$|\overrightarrow{AB}| = 4\ cm$$

2. Direção de um vetor

A direção de um vetor é dada pela reta suporte daquele vetor.

Dois ou mais vetores que estão na mesma reta têm a mesma direção.

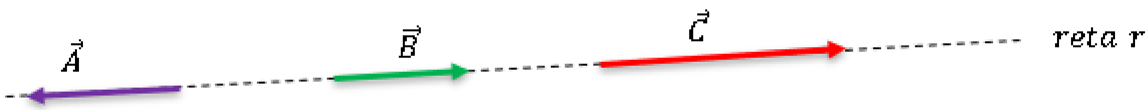


Figura 5: Vetores com a mesma direção.

Os três vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$ estão sobre a mesma reta e, portanto, tem a mesma direção.

Dois vetores são paralelos se estão sobre retas paralelas

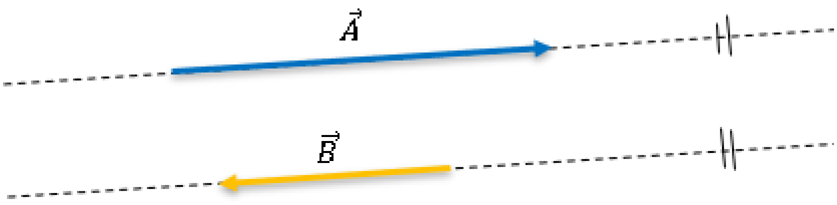


Figura 6: Vetores que tem a mesma direção pois estão sobre retas paralelas.

Os vetores $\vec{A}$ e estão sobre retas paralelas e, portanto, tem a mesma direção.

3. Sentido de um vetor

O sentido de um vetor é para onde "ele aponta". Associe o sentido do vetor aos conceitos de norte, sul, leste e oeste.

Considere os dois vetores abaixo. Eles apresentam a mesma direção pois estão sobre a mesma reta. Entretanto, um deles aponta para o leste e outro para o oeste. Estes vetores possuem sentidos distintos.

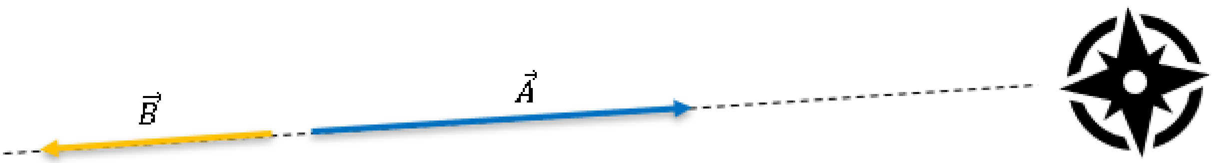


Figura 7: Vetores com a mesma direção e sentidos distintos.

3.1 Vetores com sentidos opostos

Dois vetores tem sentidos opostos quando têm a mesma direção e sentidos distintos. O ângulo entre vetores de sentidos opostos é de 180°.

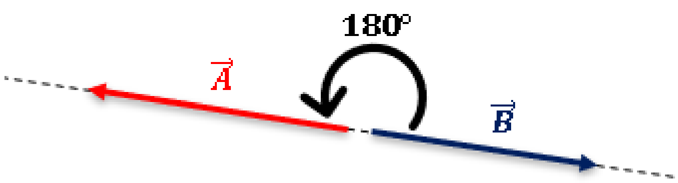


Figura 8: Os vetores A e B apresentam sentidos opostos.

4. Grandezas escalares versus grandezas vetoriais

Há dois tipos de grandezas.

1.1 Grandezas escalares

São as grandezas que possuem duas características:

- Módulo.
- Unidade

Exemplo: Tempo, massa, densidade, corrente elétrica, temperatura, capacidade térmica e outras.

1.2 Grandezas vetoriais

São grandezas que necessitam de quatro características.

- Módulo.
- Direção.
- Sentido.
- Unidade.

Exemplo: Velocidade, aceleração, posição, momento linear, força, campo elétrico, campo magnético e outras.

5. Igualdade entre vetores

Dois vetores são iguais se possuem três características iguais.

- Módulo.
- Direção.
- Sentido.

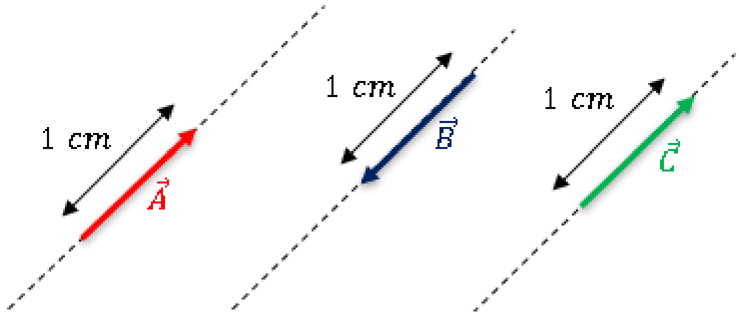


Figura 9: Comparação entre vetores.

As três retas são paralelas.

$$\vec{A}\ e\ \vec{B}\ possuem\ mesma(o) \begin{cases} Direção \\ Módulo \end{cases} e\ possuem\ sentidos\ opostos.$$

$$\vec{A}\ e\ \vec{C}\ possuem\ mesma(o) \begin{cases} Direção \\ Módulo \\ Sentido \end{cases}$$

$$\vec{B}\ e\ \vec{C}\ possuem\ mesma(o) \begin{cases} Direção \\ Módulo \end{cases} e\ possuem\ sentidos\ opostos.$$

Desta maneiras, apenas os vetores $\vec{A}$ e $\vec{C}$ são iguais.

2. Apêndice de geometria analítica

Faremos uma breve introdução de geometria analítica para que você consiga ter uma compreensão completa de vetores. Tratemos dos tópicos mais simples.

2.1 Sistema cartesiano XOY

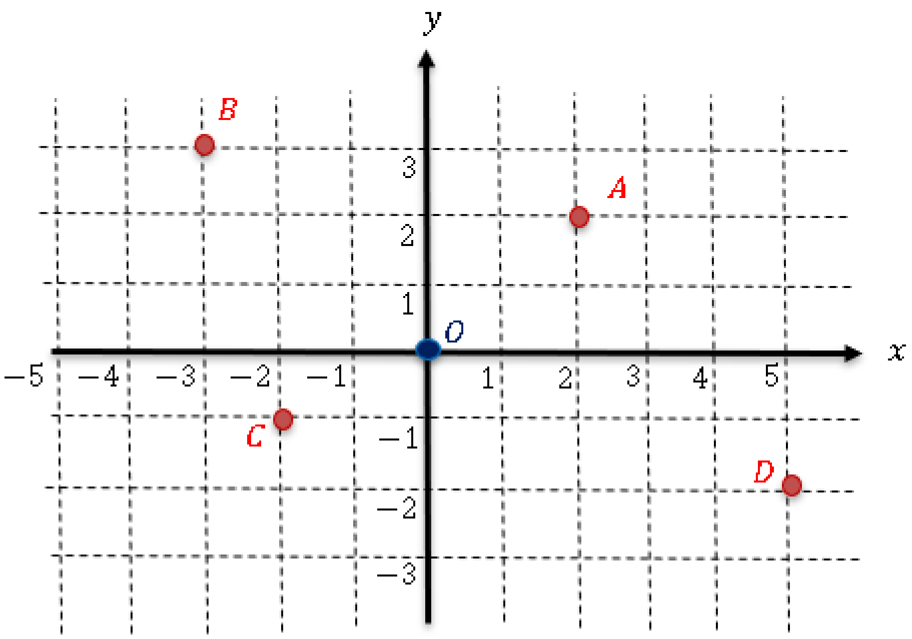
Para representar um ponto em um sistema de coordenadas, representamos **esse ponto** da seguinte maneira:

$$\boldsymbol{P} = (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$$

$$x - abscissa\ do\ ponto$$

$$y - ordenada\ do\ ponto$$

Exemplo: Considere os pontos A, B, C, D e O.



$$A = (2,2)$$

$$B = (-3,3)$$

$$C = (-2,-1)$$

$$D = (5, -2)$$

$$O = (0,0)$$

O ponto O é chamado de origem do sistema cartesiano.

2.2 Operação entre pontos

2.2.1 Soma e subtração

É possível realizar a soma e a subtração entre dois pontos. Considere os pontos

$$A = (x_A,\ y_A) \text{ e } B = (x_B,\ y_B)$$

Soma:

$$A + B = (x_A,\ y_A) + (x_B,\ y_B) = (x_A + x_B, y_A + y_B)$$

Subtração:

$$A - B = (x_A,\ y_A) - (x_B,\ y_B) = (x_A - x_B, y_A - y_B)$$

Exemplo: Considere os pontos $A = (2,\ -5)$ e $B = (7,\ 3)$.

a) Determine A + B.

b) Determine A - B.

Comentários:

a) Para determinar a soma entre os pontos, fazemos:

$$A + B = (2,\ -5)\ + (7,\ 3) = (2 + 7, -5 + 3)$$

$$\boxed{A + B = (9, -2)}$$

b) Para determinar a subtração entre os pontos, fazemos:

$$A - B = (2,\ -5)\ - (7,\ 3) = (2 - 7, -5 - 3)$$

$$\boxed{A - B = (-5, -8)}$$

Exemplo: Considere os pontos $\boldsymbol{A} = (\sqrt{\mathbf{2}} + \mathbf{2}\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ e $\mathbf{B} = (\boldsymbol{a},\ -\mathbf{3})$. Se A + B = (0,0), qual é o valor de a e b?

Comentários:

Fazendo a soma entre os pontos A e B, temos:

$$A + B = \left(\sqrt{\mathbf{2}} + \mathbf{2}\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}\right)\ + (\boldsymbol{a},\ -\mathbf{3}) = (\sqrt{2} + \mathrm{a} + \mathrm{a}\,, \mathrm{b} - 3)$$

$$A + B = \left(\sqrt{2} + 2\mathrm{a}\,, \mathrm{b} - 3\right) = (0,0)$$

$$\left(\sqrt{2} + 2\mathrm{a}\,, \mathrm{b} - 3\right) = (0,0)$$

Desta maneira, temos:

$$\begin{cases}\sqrt{2}+2a=0\\ b-3=0\end{cases}$$

$$\boxed{a=-\sqrt{2}}$$

$$\boxed{b=3}$$

2.2.2 Multiplicação de um ponto por um escalar

Considere o ponto $A=(x_A,\ y_A)$ *e o número real* λ*. Considere o ponto* $P=\lambda\cdot A$

$$P=\lambda\cdot A=\lambda\cdot(x_A,\ y_A)=(\lambda\cdot x_A,\ \lambda\cdot y_A)$$

Exemplo: Considere o pontos $\boldsymbol{A}=(\mathbf{2},\ -\mathbf{5})$

a) Determine o ponto $\mathbf{5}\cdot\boldsymbol{A}$

b) Determine o ponto $-\mathbf{3}\cdot\boldsymbol{A}$

Comentários:

a)

$$5\cdot A=5\cdot(2,\ -5)=\big(5\cdot 2, 5\cdot(-5)\big)$$

$$\boxed{5\cdot A=(10,-25)}$$

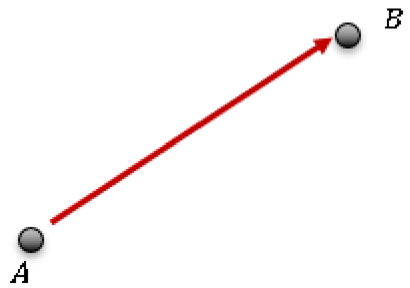
b)

$$-3\cdot A=-3\cdot(2,\ -5)=\big((-3)\cdot 2,(-3)\cdot(-5)\big)$$

$$\boxed{-3\cdot A=(-6,15)}$$

3. Representação de um vetor por pontos

Um vetor pode ser representado pela diferença entre dois pontos. Já vimos que o vetor $\overrightarrow{AB}$ leva o ponto A ao ponto B.



Considere que o ponto $A = (x_A,\ y_A)$ e o ponto $(x_B,\ y_B)$. O vetor $\overrightarrow{AB}$ pode ser representado como:

$$\boxed{\overrightarrow{AB} = B - A = (x_B,\ y_B) - (x_A,\ y_A) = (x_B - x_A, y_B - y_A)}$$

Quando associamos um vetor à diferença entre dois pontos, estamos colocando esse vetor localizado em um sistema de coordenadas. O vetor tem origem no sistema cartesiano e extremidade no ponto encontrado $(x_B - x_A, y_B - y_A)$.

Considere os pontos A, B, C e D.

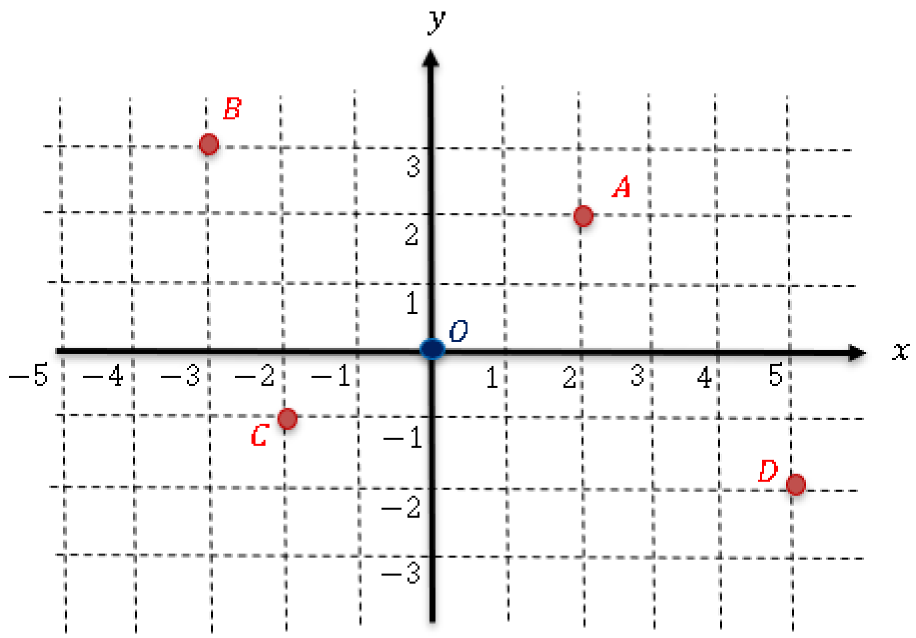


Figura 10: Representação dos pontos.

Construiremos os vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{CD}$. Primeiramente, iremos realizar a construção geométrica do vetor. Lembre-se que um vetor $\overrightarrow{AB}$ liga o ponto A ao ponto B e que o vetor $\overrightarrow{CD}$ liga o ponto C ao ponto D.

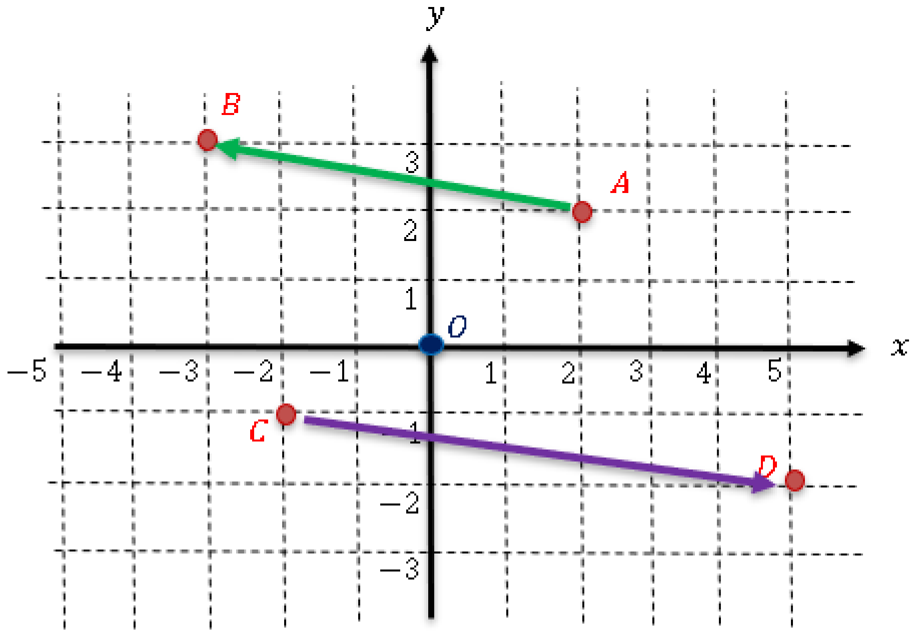


Figura 11: Representação geométrica de um vetor.

Agora, faremos a representação do vetor utilizando os pontos.

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (-3,\ 3) - (2,\ 2) = (-5,1)$$

$$\overrightarrow{AB} = (-5,1)$$

$$\overrightarrow{CD} = D - C = (5,\ -2) - (-2,\ -1) = (7,-1)$$

$$\overrightarrow{CD} = (7,-1)$$

Representaremos esses vetores no sistema de cartesiano:

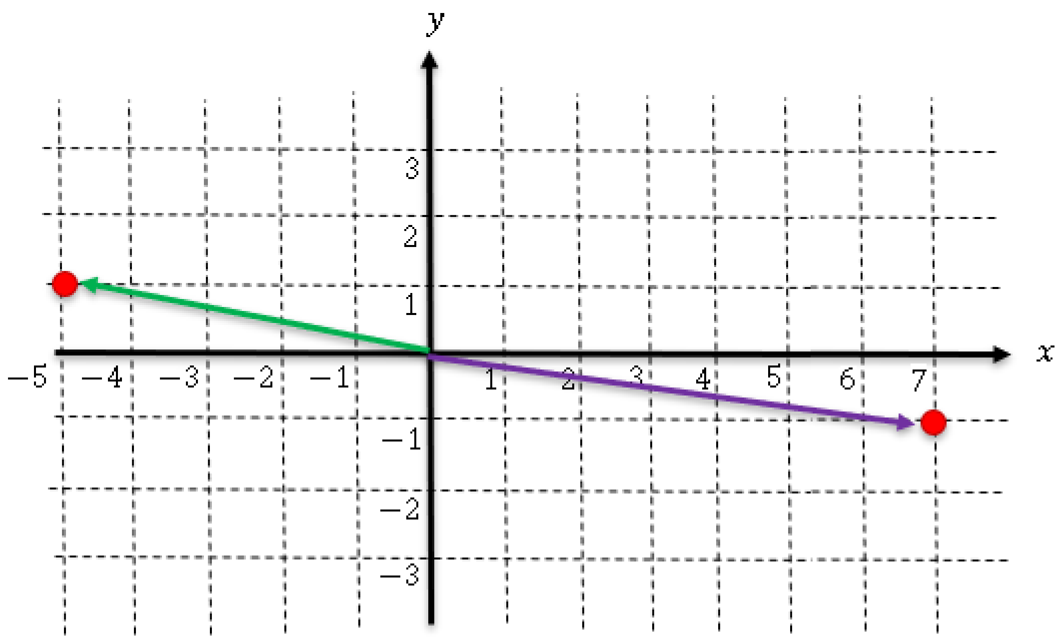
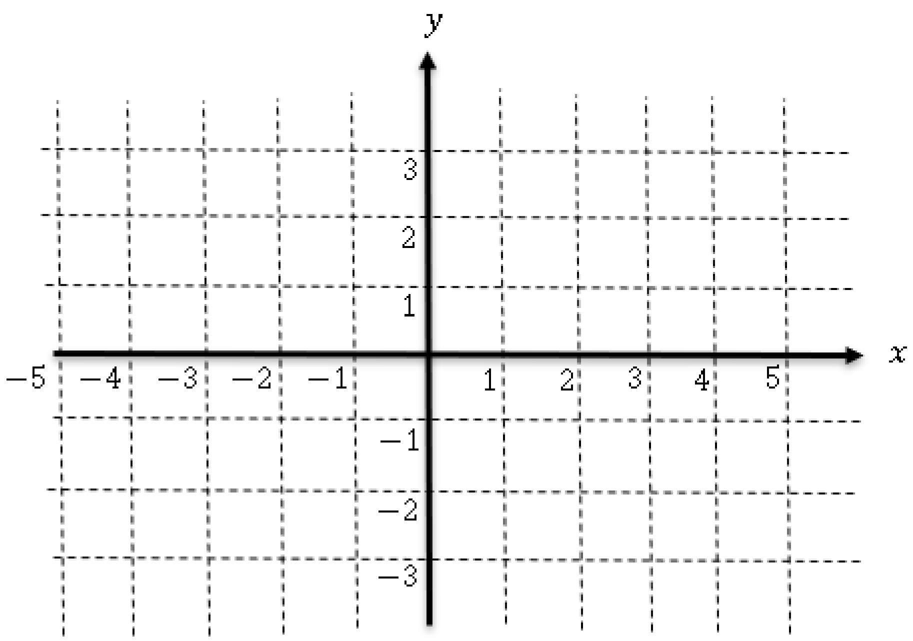


Figura 12: Representação do vetor por pontos.

Note que os vetores da *Figura 11* e os vetores *Figura 12* são iguais. Lembre-se que para dois vetores serem iguais eles devem ser ter apenas três características iguais (Módulo, direção e sentido). Portanto, podemos fazer a representação de um vetor utilizando pontos na geometria analítica.



4. Multiplicação de um vetor por um escalar

Ao multiplicar um vetor por um escalar podemos alterar o módulo e o sentido do vetor. Multiplicar um vetor por um escalar não altera a direção do vetor.

Multiplicação por um número positivo α maior que 1 ($\alpha > 1$)

Considere um vetor $\vec{A}$.

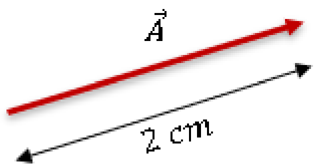


Figura 13: Vetor A

Ao multiplicarmos o vetor por α, temos um aumento do comprimento do vetor em $\alpha\ vezes$.

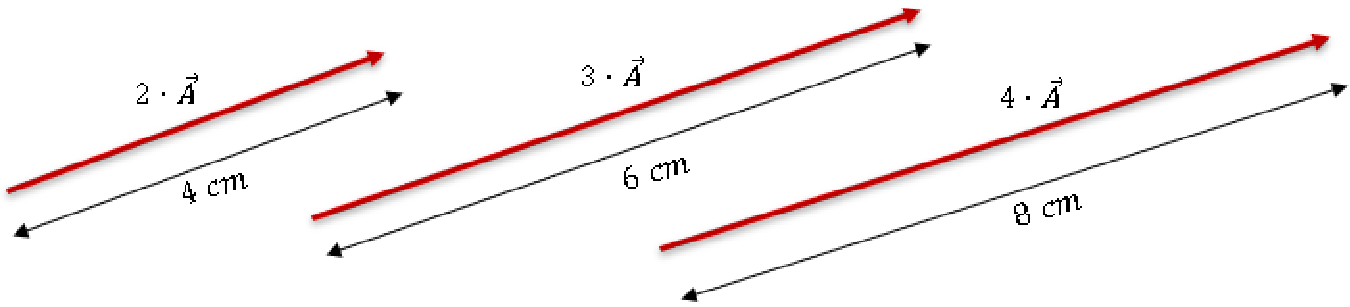


Figura 14: Multiplicação do vetor por escalar maior que 1.

Note que a direção e o sentido não são alterados.

Multiplicação por um número positivo α menor que 1 ($0 < \alpha < 1$)

Considere novamente um vetor $\vec{A}$.

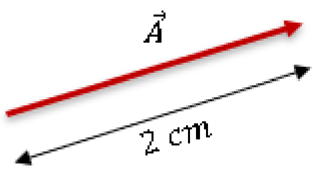


Figura 15: Vetor A.

Ao multiplicarmos o vetor por α, temos uma diminuição do vetor em $\alpha\ vezes$.

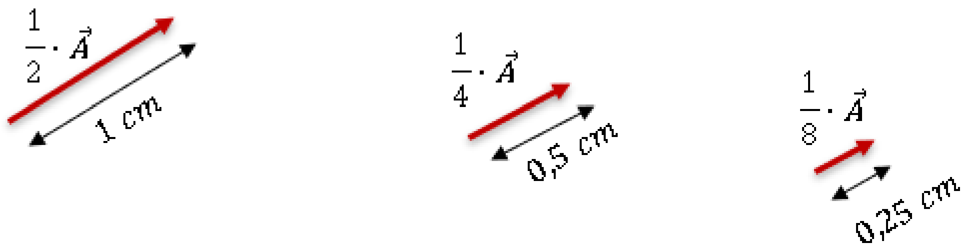


Figura 16: Multiplicação de vetor por um número positivo menor que 1.

Note que a direção e o sentido não são alterados.

Multiplicação por um número negativo α menor que -1 ($\alpha < -1$)

Considere um vetor $\vec{B}$.

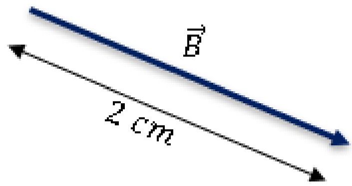


Figura 17: Vetor B.

Ao multiplicarmos o vetor por α, temos um aumento do comprimento do vetor em $\alpha\ vezes$, mas mudaremos o sentido.

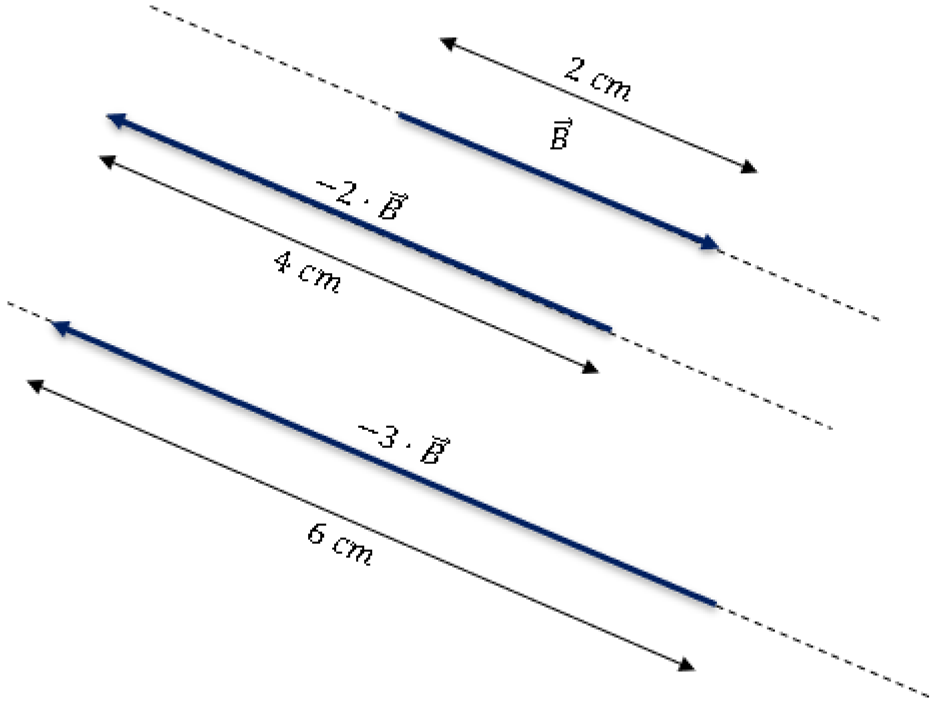


Figura 18: Multiplicação por um número negativo menor que -1.

Multiplicação por um número α negativo entre zero e -1 ($-1 < \alpha < 0$)

Considere um vetor $\vec{B}$.

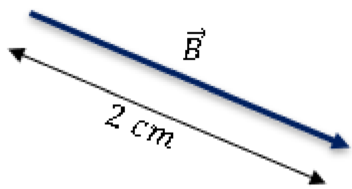


Figura 19: Vetor B.

Ao multiplicarmos o vetor por α, temos uma diminuição do comprimento do vetor em α $vezes$, mas mudaremos o sentido.

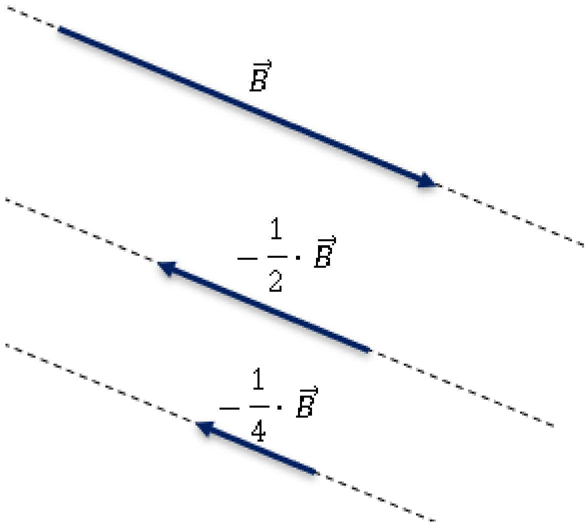


Figura 20: Multiplicação por um número negativo entre zero e -1.

Resumindo...

Número	Multiplicação	Módulo	Direção	Sentido
$\alpha > 1$	$\alpha \cdot \vec{v}$	Aumenta	Inalterada	Inalterado
$0 < \alpha < 1$	$\alpha \cdot \vec{v}$	Diminui	Inalterada	Inalterado
$\alpha < -1$	$\alpha \cdot \vec{v}$	Aumenta	Inalterada	Sentido oposto
$-1 < \alpha < 0$	$\alpha \cdot \vec{v}$	Diminui	Inalterada	Sentido oposto

5. Soma entre vetores

Para realizar a soma entre vetores, podemos fazer de diversas maneiras. Algumas maneiras são mais geométricas e outras são mais algébricas.

4.1 Soma geométrica – Método da poligonal

Regra da poligonal:

A soma geométrica entre vetores é feita graficamente. Para fazer a soma entre os vetores, devemos respeitar uma sequência de passos.

Para exemplificar, faremos a soma com o conjunto abaixo de vetores.

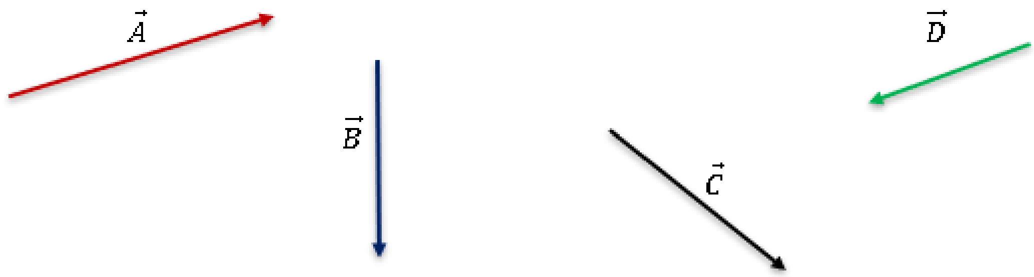


Figura 21: Conjunto de vetores.

1º Passo.

Escolha um dos vetores para começar a soma. Você pode escolher qualquer um. Por simplicidade, escolheremos o vetor $\vec{A}$.

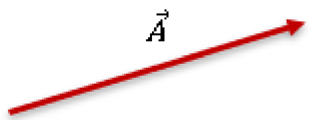


Figura 22: Primeiro vetor escolhido.

2º Passo.

Escolha um dos vetores para posicionar depois de $\vec{A}$. Coloque o próximo vetor de tal maneira que sua origem coincida com a extremidade do outro vetor. Escolheremos o vetor $\vec{B}$.

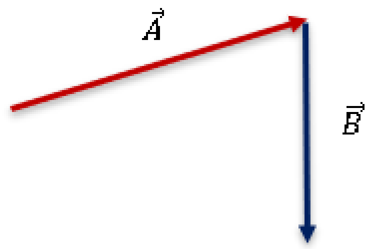


Figura 23: Segundo vetor escolhido.

3º Passo.

Escolha o próximo vetor para posicionar depois de $\vec{B}$. Faremos o mesmo procedimento: posicionar a origem do próximo vetor com a extremidade do vetor $\vec{B}$. Escolheremos o vetor $\vec{C}$.

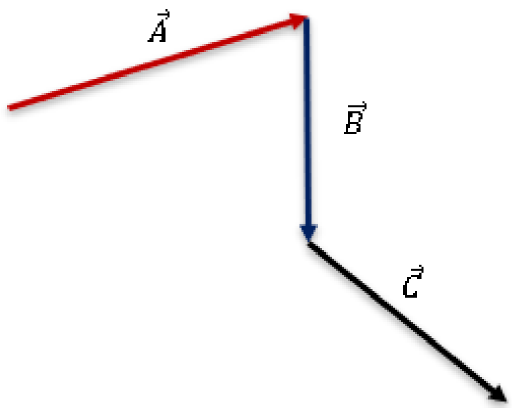


Figura 24: Terceiro vetor escolhido.

4º Passo.

Repita o passo anterior para os próximos vetores.

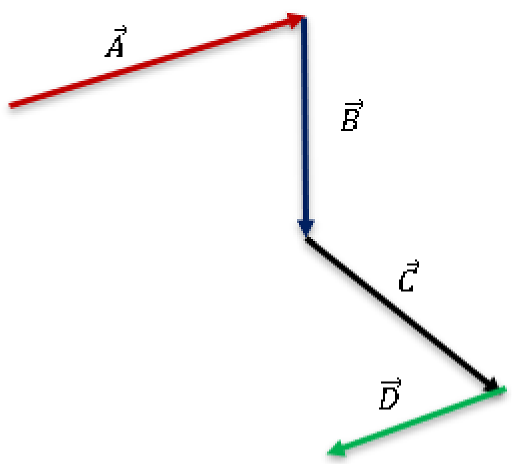


Figura 25: Quarto vetor escolhido.

5º Passo.

O vetor soma entre os vetores é obtido ligando o primeiro vetor escolhido ao último vetor posicionado. A origem do vetor soma tem a mesma origem que o primeiro vetor escolhido e mesma extremidade que o último vetor.

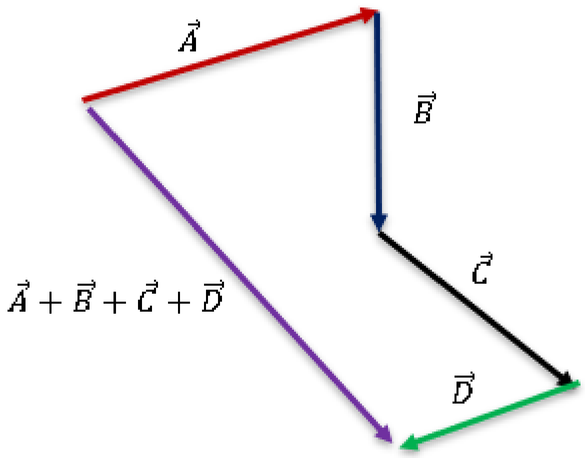


Figura 26: Obtenção do vetor soma.

Observações do método da poligonal:

- O método da poligonal é utilizado para somar uma quantidade ilimitada de vetores.
- Lembre-se que a soma deve ser feita posicionando a extremidade de um vetor com a origem do outro.
- Perceba que não é sempre válida a seguinte igualdade:

$$\left|\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}\right| \neq \left|\vec{A}\right| + \left|\vec{B}\right| + \left|\vec{C}\right| + \left|\vec{D}\right|$$

4.2 Soma geométrica – Método do paralelogramo

Método do paralelogramo:

O método do paralelogramo é utilizado para somar um par de vetores. Considere os dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$.

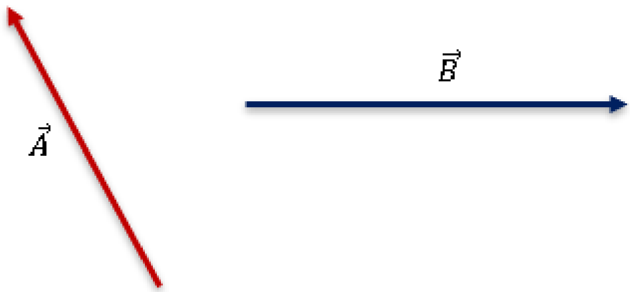


Figura 27: Conjunto de vetores.

1º Passo.

Colocar os dois vetores com a mesma origem. Colocar o origem de A coincidente com a origem de B.

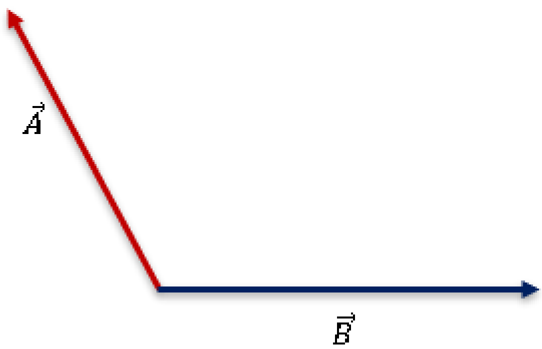


Figura 28: Colocar os vetores com a origem comum.

2º Passo.

Traçar retas paralelas aos dois vetores. Uma reta paralela ao vetor $\vec{A}$ e uma reta paralela ao vetor $\vec{B}$. Irá se forma um paralelogramo.

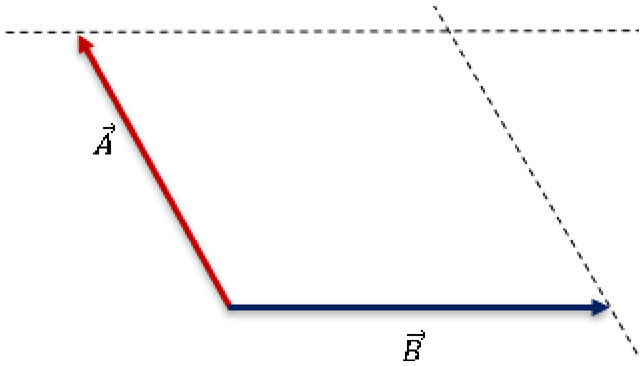


Figura 29: Retas paralelas.

3° Passo.

Para encontrar o vetor soma, a origem do vetor soma tem a origem comum com os outros dois vetores. A extremidade do vetor soma é o ponto de cruzamento entre as retas paralelas.

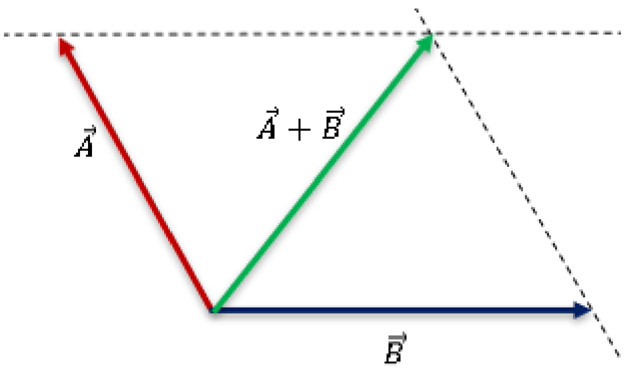


Figura 30: Determinação do vetor soma.

O vetor soma é determinado geometricamente pela figura acima.

Módulo do vetor soma

Considere que o ângulo entre os vetores seja θ.

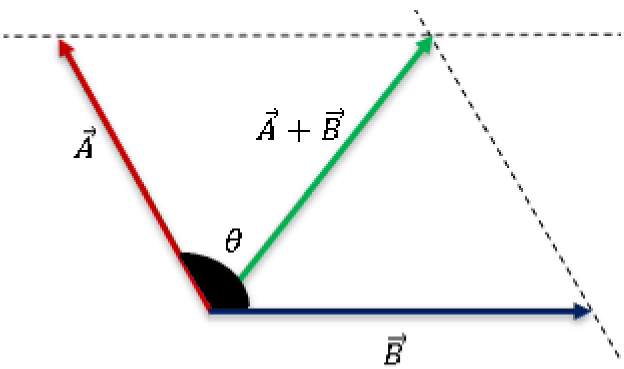
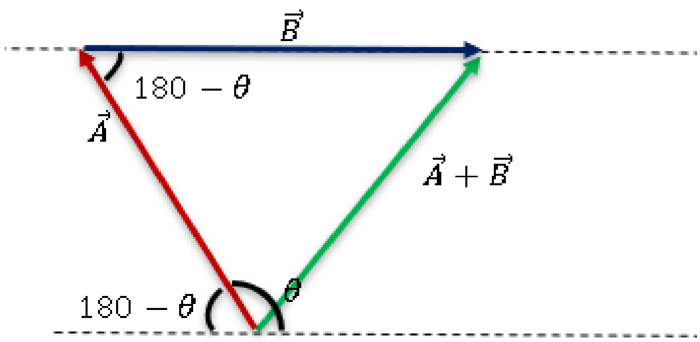
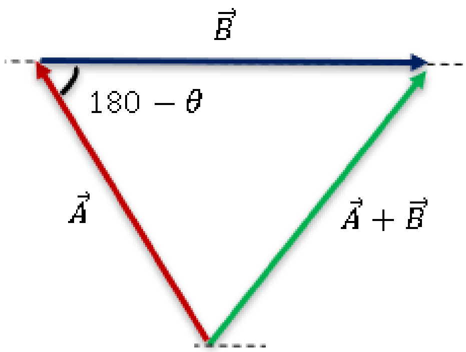


Figura 31: Ângulos entre os vetores.

Para a determinar o módulo do vetor soma, podemos formar o seguinte triângulo, deslocando o vetor $\vec{B}$.



Isolando apenas o triângulo, temos:



Aplicando a lei dos cossenos da matemática, temos:

$$\left|\vec{A} + \vec{B}\right|^2 = \left|\vec{A}\right|^2 + \left|\vec{B}\right|^2 - 2 \cdot \left|\vec{A}\right| \cdot \left|\vec{B}\right| \cdot \cos\,(180 - \theta)$$

Da trigonometria, temos:

$$\cos(180 - \theta) = -cos\theta$$

Portanto, temos:

$$\left|\vec{A} + \vec{B}\right|^2 = \left|\vec{A}\right|^2 + \left|\vec{B}\right|^2 - 2 \cdot \left|\vec{A}\right| \cdot \left|\vec{B}\right| \cdot (-cos\theta)$$

$$\boxed{\left|\vec{A} + \vec{B}\right|^2 = \left|\vec{A}\right|^2 + \left|\vec{B}\right|^2 + 2 \cdot \left|\vec{A}\right| \cdot \left|\vec{B}\right| \cdot cos\theta}$$

Por isso que a formula na física é com sinal positivo na lei dos cossenos. Veja que é uma consequência do ângulo que pegamos no triângulo. É muito importante que você use o ângulo entre os vetores, quando a origem dos vetores estão em comum.

6. Decomposição de vetores

Decompor um vetor é encontrar dois vetores ortogonais que somados resultem no vetor original. A decomposição é realizada em relação a um sistema de coordenadas.

Para decompor um vetor, você deve seguir os seguintes passos:

1° Passo:

Definir um sistema de coordenadas. Por simplicidade, defina um sistema cartesiano ortogonal.

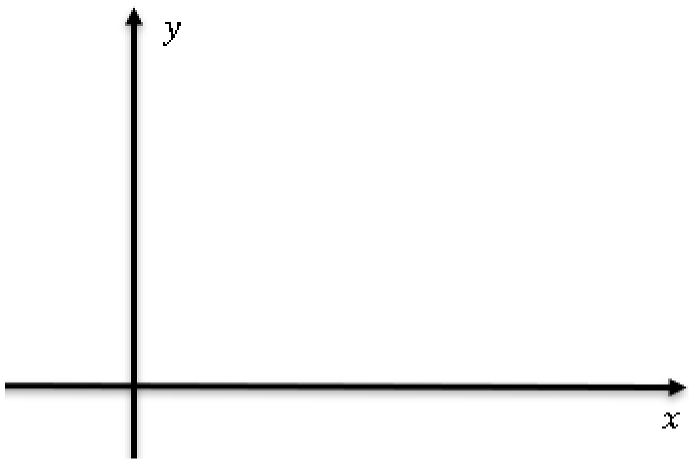


Figura 32: Eixos coordenados.

2° Passo:

Posicionar o vetor com a origem comum à origem do sistema de coordenadas.

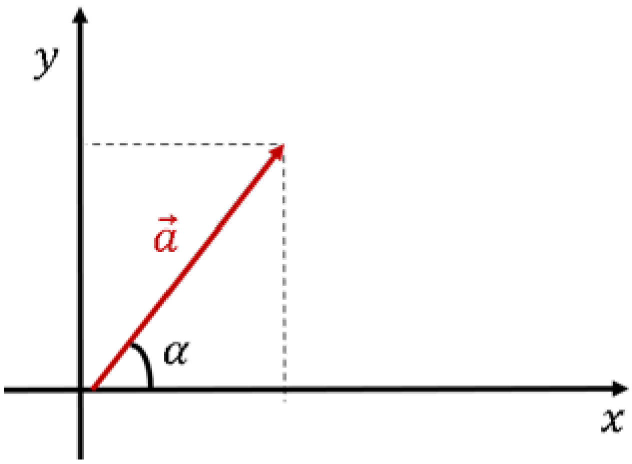


Figura 33: Posicionamento do vetor nos eixos coordenados.

3° Passo:

Calcular as projeções do vetor sobre os eixos. Note que se forma um triângulo retângulo.

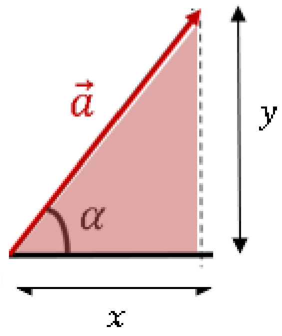


Figura 34: Triângulo que o vetor forma com os eixos.

$$x = |\vec{a}| \cdot cos\alpha$$

$$y = |\vec{a}| \cdot sen\alpha$$

4° Passo:

Substituir o vetor $\vec{a}$ por dois vetores perpendiculares que possuam módulo $|\vec{a}| \cdot cos\alpha$ e $|\vec{a}| \cdot sen\alpha$.

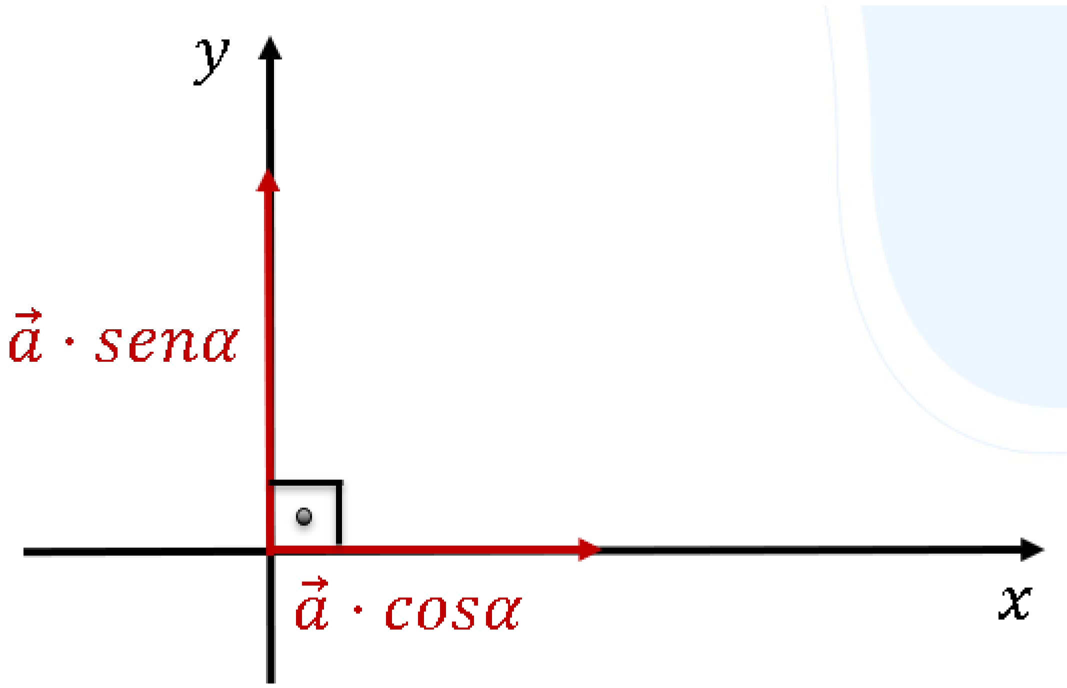


Figura 35: Vetores decompostos.

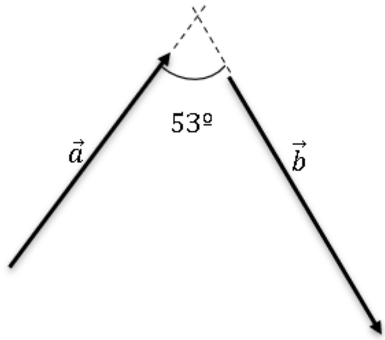
Note que os vetores decompostos são perpendiculares. Se somarmos esses vetores, resultaremos novamente no vetor original $\vec{a}$. Decompor um vetor é trocar ele por dois outros vetores perpendiculares, que somados resultem no origem.

A decomposição de vetores é muito útil para a resolução de problemas de dinâmica. Veremos mais à frente. Lá, você terá que decompor as forças na direção conveniente.

Lista de questões

1. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Na figura abaixo estão representados os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$com $|\vec{a}| = 5$ e $|\vec{b}| = 8$. Determine o modulo do vetor $\vec{s}$ tal que $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$.



a) $\sqrt{41}$

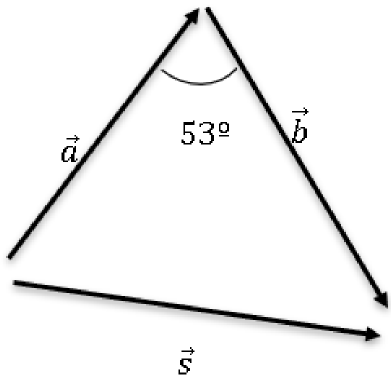
b) $\sqrt{39}$

c) $\sqrt{37}$

d) $\sqrt{21}$

2. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Para a situação do exercício anterior, determine o ângulo formado entre os vetores $\vec{a}$ e $\vec{s}$.



a) $\beta = arcsen\left(\frac{32\sqrt{41}}{205}\right)$

b) $\beta = arcsen\left(\frac{\sqrt{41}}{205}\right)$

c) $\beta = arccos\left(\frac{32\sqrt{41}}{205}\right)$

d) $\beta = arctg\left(\frac{32\sqrt{41}}{205}\right)$

3. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Seja $\vec{x}$ a resultante dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ representados abaixo. Determine $|\vec{x}|$, sabendo que $|\vec{a}| = 2$ e $|\vec{b}| = 3$.

a) 3

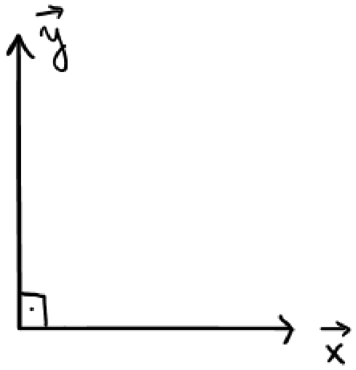
b) 2

c) 1

d) 0,5

4. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Determine o módulo da resultante dos vetores representados abaixo, sabendo que $|\vec{x}| = 6$ e $|\vec{y}| = 8$.



a) 13

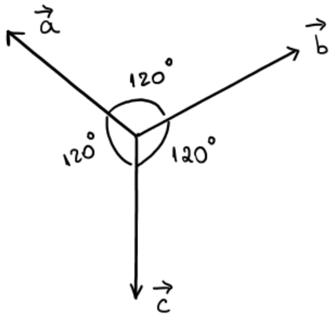
b) 14

c) 8

d) 10

5. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Determine o módulo da resultante $\vec{s}$ dos vetores força dados. Considere $|\vec{a}| = |b| = |\vec{c}| = 5\ N$.



a) $5\sqrt{2}$

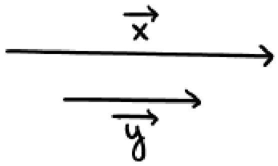
b) $15\sqrt{2}$

c) 0

d) 15

6. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

No exercício abaixo, temos $|\vec{x}| = 5$ e $|\vec{y}| = 2$. Determine o módulo do vetor $\vec{d}$ tal que $\vec{d} = \vec{x} - \vec{y}$.



a) 1

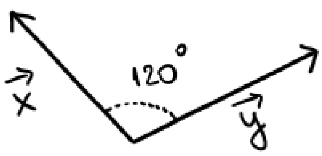
b) 3

c) 7

d) 10

7. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

No caso a seguir, considere $|\vec{x}| = 6$ e $|\vec{y}| = 4$. Determine o módulo do vetor $\vec{d}$ tal que $\vec{d} = \vec{x} - \vec{y}$.



a) $\sqrt{56}$

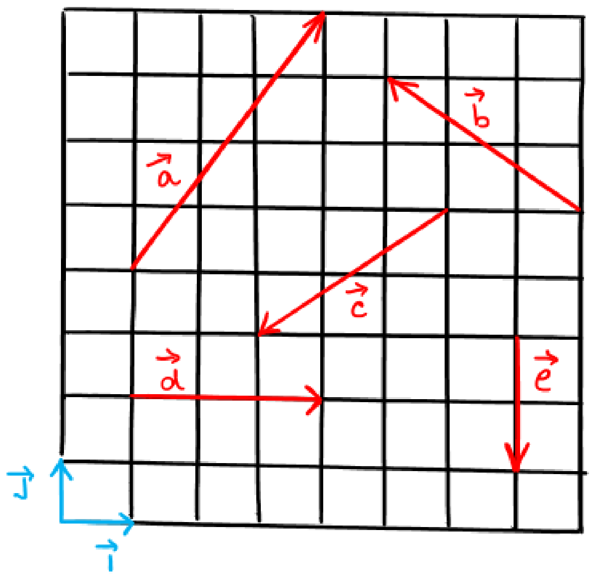
b) $\sqrt{66}$

c) $\sqrt{76}$

d) $\sqrt{86}$

8. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Na figura abaixo considere que cada divisão do quadriculado tem medida 1 e que os vetores $\vec{\imath}$ e $\vec{\jmath}$ são perpendiculares entre si. Após representar os vetores $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ e $\vec{e}$, em função de $\vec{\imath}$ e $\vec{\jmath}$, qual é a soma de todos os vetores?



a) $2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$

b) $2\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$

c) $2\vec{\imath}$

d) $2\vec{\jmath}$

9. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Uma grandeza física vetorial fica perfeitamente definida quando se lhe conhecem:

a) valor numérico, desvio e unidade.

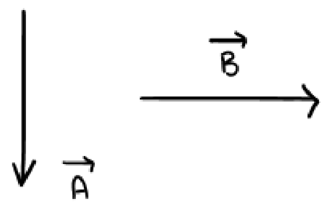
b) valor numérico, desvio, unidade e sentido.

c) valor numérico, desvio, unidade e sentido.

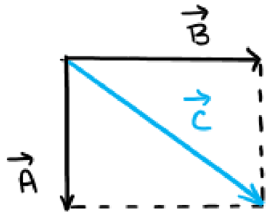
d) valor numérico, unidade, direção e sentido.

10. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

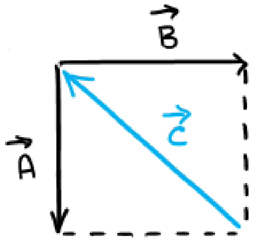
São dados os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$. Qual dos diagramas a seguir representa o vetor $\vec{C}$, soma de $\vec{A}$ e $\vec{B}$.



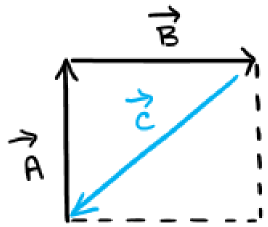
a)



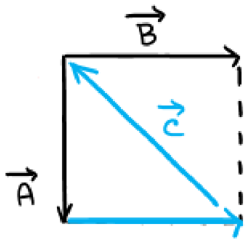
b)



c)

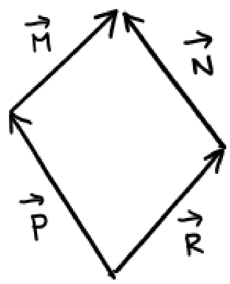


d)



11. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Qual é a relação entre os vetores $\vec{M}, \vec{N}, \vec{P}, e\ \vec{R}$ representados na figura?



a) $\vec{M} + \vec{N} + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

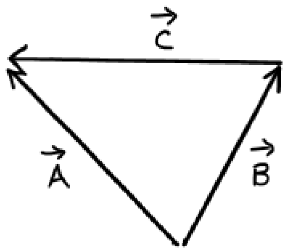
b) $\vec{M} + \vec{P} = \vec{N} + \vec{R}$

c) $\vec{P} + \vec{R} = \vec{M} + \vec{N}$

d) $\vec{P} - \vec{R} = \vec{M} - \vec{N}$

12. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

A figura mostra três vetores $\vec{A}, \vec{B}\ e\ \vec{C}$. De acordo com a figura podemos afirmar que:



a) $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{0}$

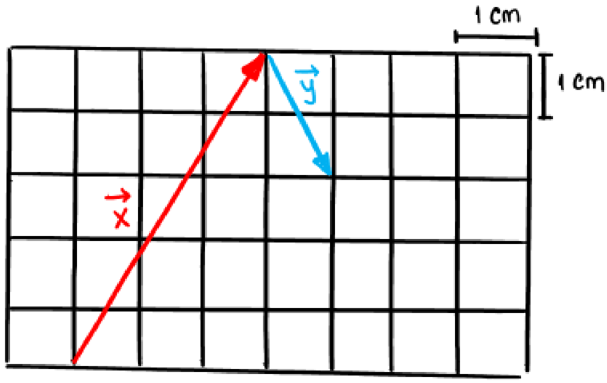
b) $\vec{A} = \vec{B} - \vec{C}$

c) $-\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$

d) $\vec{A} = \vec{B} + \vec{C}$

13. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Na figura estão desenhados dois vetores ($\vec{x}$ e $\vec{y}$). Esses vetores representam deslocamentos sucessivos de um corpo. Qual é o módulo do vetor igual a $\vec{x} + \vec{y}$?



a) 4 cm

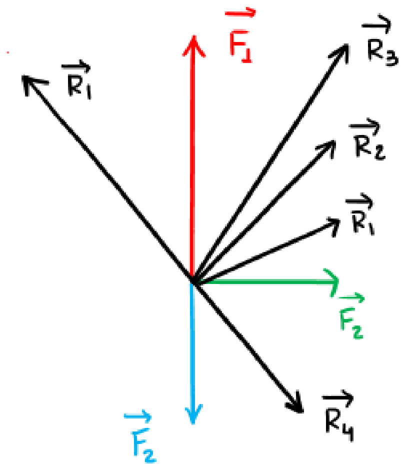
b) 5 cm

c) 8 cm

d) 13 cm

14. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

A resultante dos três vetores $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, e\ \overrightarrow{F_3}$ mostradas na figura é:



a) $\overrightarrow{R_1}$

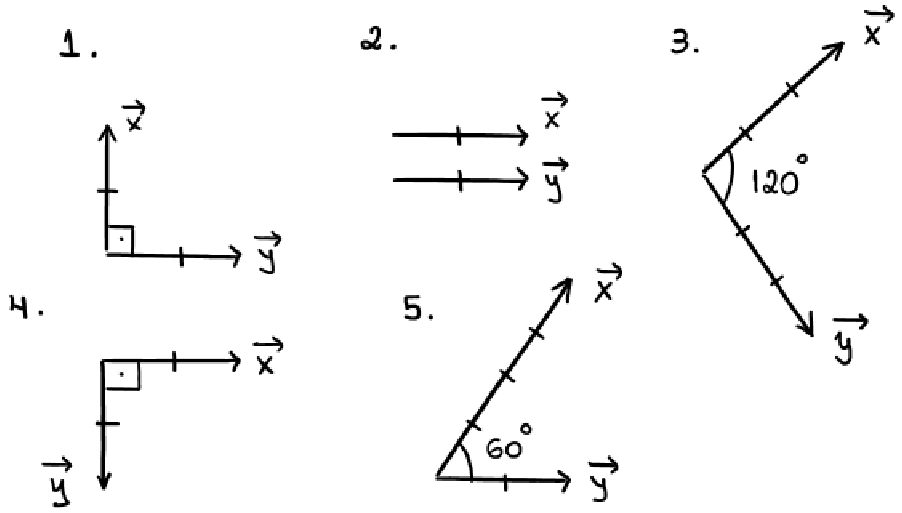
b) $\overrightarrow{R_2}$

c) $\overrightarrow{R_3}$

d) $\overrightarrow{R_4}$

15. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Nas figuras seguintes estão representados pares de vetores ($\vec{x}$ e $\vec{y}$), nos quais cada segmento orientado está subdividido em segmentos unitários.



Quais desses pares têm a mesma resultante?

a) 1 e 5

b) 1 e 4

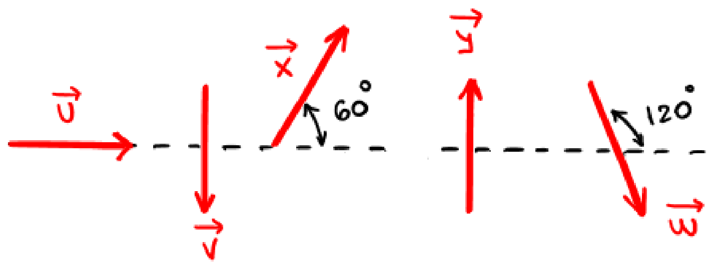
c) 3 e 5

d) 2 e 3

e) 2 e 5

16. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Dados os vetores $\vec{U}, \vec{V}, \vec{X}, \vec{Y}\ e\ \vec{Z}$ de mesmo módulo, qual das relações abaixo está correta?



a) $\vec{U} + \vec{W} = \vec{Y}$

b) $\vec{X} + \vec{W} = \vec{U}$

c) $\vec{X} + \vec{Y} = \vec{U}$

d) $\vec{X} + \vec{Y} + \vec{V} = \vec{U}$

17. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Considere um relógio com mostrador circular de 10 cm de raio e cujo ponteiro dos minutos tem comprimento igual ao raio do mostrador. Considere esse ponteiro como um vetor de origem no centro do relógio e direção variável. O módulo da soma dos três vetores determinados pela posição desse ponteiro quando o relógio marca exatamente 12 horas, 12 horas e 20 minutos e, por fim, 12 horas e 40 minutos é, em cm, igual a:

a) 30

b) $10(1+\sqrt{3})$

c) 20

d) zero

18. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

O vetor representativo de uma certa grandeza física possuía a intensidade igual a 2. As componentes ortogonais desses vetor medem $\sqrt{3}$ e 1. Qual é o ângulo que o vetor forma com a sua componente de maior intensidade?

a) $30°$

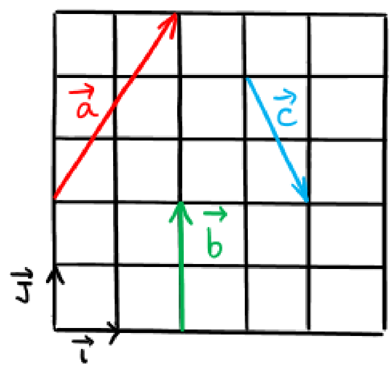
b) $45°$

c) $15°$

d) $90°$

19. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

No gráfico abaixo estão três vetores $\vec{a}, \vec{b}$ e $\vec{c}$. Os vetores $\vec{\imath}$ e $\vec{\jmath}$ são unitários. Analise as expressões:



I) $\vec{a} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$

II) $\vec{b} = 2\vec{\jmath}$

III) $\vec{b} + \vec{c} = 1\vec{\imath}$

Podemos afirmar que:

a) Apenas I e II são corretas.

b) Apenas II e III são corretas.

c) Apenas I e III são corretas.

d) Todas são corretas.

20.

Considere os vetores $\vec{N} = (3,2)$ e $\vec{M} = (0,2)$. Qual é o vetor $\vec{x}$ satisfaz a equação vetorial abaixo?

$10 \cdot \left(3\vec{N} - 4\vec{M} + \vec{x}\right) = \vec{0}$

a) $\vec{x} = (5,7)$

b) $\vec{x} = (0,0)$

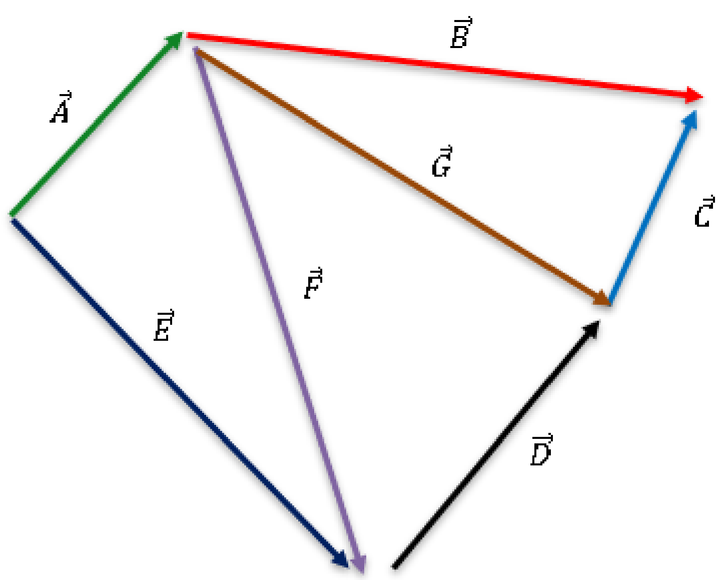
c) $\vec{x} = (-9,2)$

d) $\vec{x} = (14,-1)$

e) $\vec{x} = (4,8)$

21.

Assinale a alternativa correta.



a) $\vec{B} + \vec{C} = \vec{G}$

b) $\vec{A} + \vec{G} + \vec{D} + \vec{E} = \vec{0}$

c) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{E} + \vec{D} + \vec{C}$

d) $\vec{A} + \vec{E} = \vec{F}$

22. (UFAL)

Considere as grandezas físicas:

I. Velocidade
II. Temperatura
III. Quantidade de movimento
IV. Deslocamento
V. Força

Destas, a grandeza escalar é:

a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

23. (CESGRANRIO)

Das grandezas citadas nas opções a seguir assinale aquela que é de natureza vetorial:

a) pressão
b) força eletromotriz
c) corrente elétrica
d) campo elétrico
e) trabalho

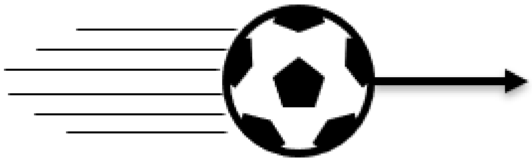
24. (FESP)

Num corpo estão aplicadas apenas duas forças de intensidades 12N e 8,0N. Uma possível intensidade da resultante será:

a) 22N
b) 3,0N
c) 10N
d) zero
e) 21N

25. (UEPG-PR)

Quando dizemos que a velocidade de uma bola é de 20m/s, horizontal e para a direita,



estamos definindo a velocidade como uma grandeza:

a) escalar.

b) algébrica.

c) linear.

d) vetorial

e) n.d.a

26.

Dois vetores ortogonais, isto é, são perpendiculares entre si, um de módulo igual a 18 e outro de módulo 24, então, o vetor soma terá módulos igual a:

a) 20

b) 25

c) 28

d) 30

e) 32

27.

Dentre as alternativas abaixo, assinale a alternativa correta. Considere $n \in \mathbb{R}_*$ e o vetor não-nulo $\vec{a}$.

a) a direção de $\vec{b} = n.\vec{a}$ tem sempre a mesma direção de $\vec{a}$.

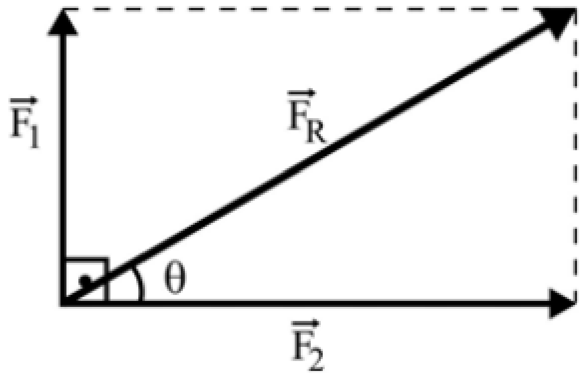
b) se $n < 0$ então a direção de $\vec{b} = n.\vec{a}$ é diferente da direção de $\vec{a}$.

c) independente do sinal de n, o vetor $\vec{b} = n.\vec{a}$ tem sempre o mesmo sentido de $\vec{a}$.

d) se $n > 0$ o vetor $\vec{b} = n.\vec{a}$ tem módulo maior que o módulo de $\vec{a}$.

28. (EEAR)

Um ponto material está sujeito simultaneamente a ação de duas forças perpendiculares de intensidade F1 e F2, conforme mostrado na figura a seguir. O ângulo tem valor igual a 30° e a força $\overrightarrow{F_1}$ tem intensidade igual a 7 N. Portanto, a força resultante $\overrightarrow{F_R}$ tem intensidade, em N, igual a:



a) 7

b) 10

c) 14

d) 49

29. (EEAR)

Um vetor de intensidade igual a F pode ser decomposto num sistema cartesiano de tal maneira que a componente F_X, que corresponde a projeção no eixo das abscissas, tem valor igual a $\sqrt{3} \cdot F_y/_2$, sendo F_y a componente no eixo das ordenadas. Portanto, o cosseno do ângulo θ formado entre o vetor F e a componente F_x vale:

a) $\frac{\sqrt{7}}{2}$

b) $\frac{2\sqrt{7}}{2}$

c) $\frac{\sqrt{21}}{7}$

d) $\sqrt{7}$

30. (EEAR)

O conceito de grandezas vetoriais e escalares é fundamental no estudo da Física para garantir uma correta compreensão dos fenômenos e a precisa determinação das intensidades destas grandezas. Dentre a alternativas a seguir, assinale aquela que contém, do ponto de vista da Física, apenas grandezas escalares.

a) Massa, peso e tempo.

b) Potência mecânica, comprimento e força.

c) Intensidade da corrente elétrica, temperatura e velocidade.

d) Intensidade da corrente elétrica, potência mecânica e tempo.

31. (EEAR)

Dois vetores V_1 e V_2 formam entre si um ângulo θ e possuem módulos iguais a 5 unidades e 12 unidades, respectivamente. Se a resultante entre eles tem módulo igual a 13 unidades, podemos afirmar corretamente que o ângulo θ entre os vetores V_1 e V_2 vale:

a) 0°

b) 45°

c) 90°

d) 180°

32. (EEAR)

A adição de dois vetores de mesma direção e mesmo sentido resulta num vetor cujo módulo vale 8. Quando estes vetores são colocados perpendicularmente, entre si, o módulo do vetor resultante vale $4\sqrt{2}$. Portanto, os valores dos módulos destes vetores são

a) 1 e 7.

b) 2 e 6.

c) 3 e 5.

d) 4 e 4

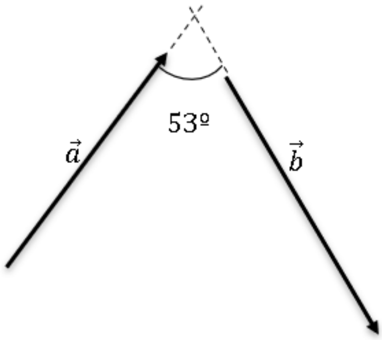
Gabarito

1. A
2. A
3. C
4. D
5. C
6. B
7. C
8. D
9. D
10. A
11. B
12. D
13. B
14. B
15. B
16. B
17. D
18. A
19. D
20. C
21. C
22. B
23. D
24. C
25. D
26. D
27. A
28. C
29. C
30. D
31. C
32. D

Questões comentadas

1. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Na figura abaixo estão representados os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$com $|\vec{a}| = 5$ e $|\vec{b}| = 8$. Determine o modulo do vetor $\vec{s}$ tal que $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$.



a) $\sqrt{41}$

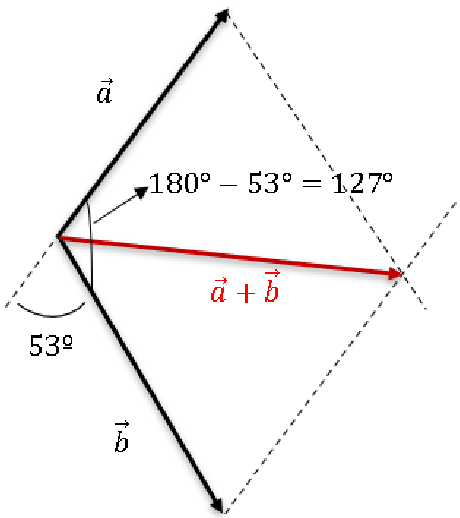
b) $\sqrt{39}$

c) $\sqrt{37}$

d) $\sqrt{21}$

Comentário:

Para a soma de dois vetores, podemos utilizar a lei dos cossenos. Entretanto, devemos colocar os vetores com a origem em comum.



Para a lei dos cossenos, devemos utilizar o ângulo entre os vetores:

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2 \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot cos\theta$$

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |5|^2 + |8|^2 + 2 \cdot |5| \cdot |8| \cdot cos127°$$

$$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2 = 25 + 64 + 80 \cdot (-0{,}6)$$

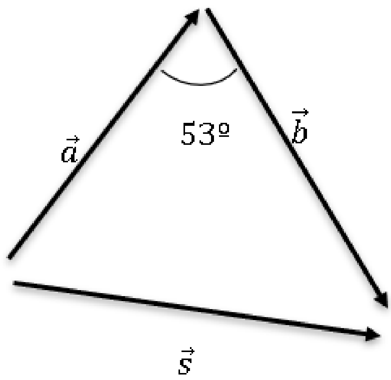
$$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2 = 25 + 64 - 48$$

$$\boxed{\left|\vec{a}+\vec{b}\right| = \sqrt{41}}$$

Gabarito: A

2. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Para a situação do exercício anterior, determine o ângulo formado entre os vetores $\vec{a}$ e $\vec{s}$.



a) $\beta = arcsen\left(\frac{32\sqrt{41}}{205}\right)$

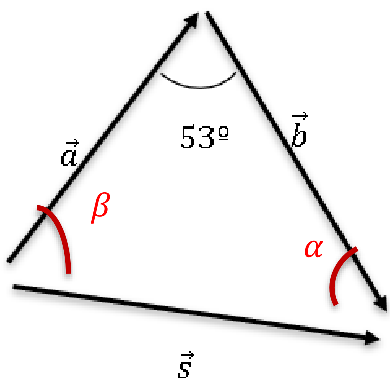
b) $\beta = arcsen\left(\frac{\sqrt{41}}{205}\right)$

c) $\beta = arccos\left(\frac{32\sqrt{41}}{205}\right)$

d) $\beta = arctg\left(\frac{32\sqrt{41}}{205}\right)$

Comentário:

Podemos enxergar os vetores como lados de um triângulo. Os comprimentos do lado são os módulos dos vetores.



Desta maneira, podemos aplicar a lei dos senos:

$$\frac{|\vec{a}|}{sen\alpha} = \frac{|\vec{b}|}{sen\beta} = \frac{|\vec{s}|}{sen53°}$$

$$\frac{5}{sen\alpha} = \frac{8}{sen\beta} = \frac{\sqrt{41}}{0,8}$$

Da segunda e da última, temos:

$$\frac{8}{sen\beta} = \frac{\sqrt{41}}{0,8}$$

$$\boxed{sen\beta = \frac{32\sqrt{41}}{205}}$$

Gabarito: A

---

3. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Seja $\vec{x}$ a resultante dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ representados abaixo. Determine $|\vec{x}|$, sabendo que $|\vec{a}| = 2$ e $|\vec{b}| = 3$.

a) 3

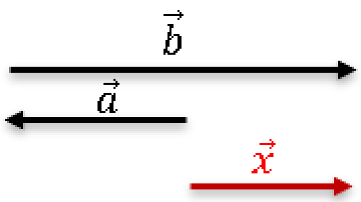
b) 2

c) 1

d) 0,5

Comentário:

Como os vetores estão na mesma direção, a resultante entre eles é simples. Como o módulo de $\vec{b}$ é maior, a resultante será para a direita.



$$|\vec{x}| = |\vec{b}| - |\vec{a}|$$

$$|\vec{x}| = 3 - 2$$

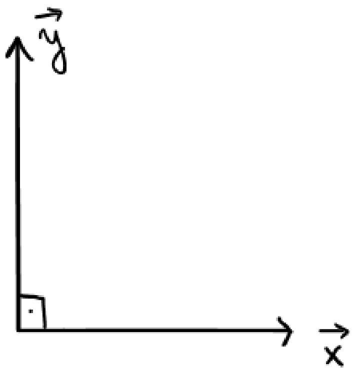
$$\boxed{|\vec{x}| = 1}$$

Gabarito: C

---

4. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Determine o módulo da resultante dos vetores representados abaixo, sabendo que $|\vec{x}| = 6$ e $|\vec{y}| = 8$.



a) 13

b) 14

c) 8

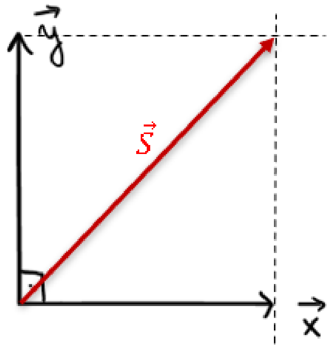
d) 10

Comentário:

A resultante entre dois vetores é soma deles:

$$\vec{x} + \vec{y} = \vec{S}$$

Podemos usar o método do paralelogramo:



Aplicando a lei dos cossenos, temos:

$$|\vec{x} + \vec{y}|^2 = |\vec{x}|^2 + |\vec{y}|^2 + 2 \cdot |\vec{x}| \cdot |\vec{y}| \cdot cos\theta$$

Note que o ângulo entre os vetores é de 90°

$$|\vec{S}|^2 = |\vec{x}|^2 + |\vec{y}|^2 + 2 \cdot |\vec{x}| \cdot |\vec{y}| \cdot cos90°$$

Mas, cos90°=0:

$$|\vec{S}|^2 = |\vec{x}|^2 + |\vec{y}|^2$$

Veja que chegamos no teorema de Pitágoras. Faz sentido! Sempre que o ângulo entre os vetores for de 90°, podemos formar um triângulo retângulo e, portanto, aplicar o teorema de Pitágoras.

$$\left|\vec{S}\right|^2 = |6|^2 + |8|^2$$

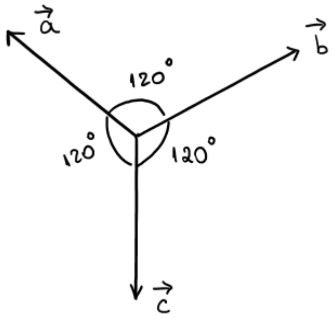
$$\boxed{\left|\vec{S}\right| = 10}$$

Gabarito: D

---

5. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Determine o módulo da resultante $\vec{s}$ dos vetores força dados. Considere $|\vec{a}| = |b| = |\vec{c}| = 5\ N$.



a) $5\sqrt{2}$

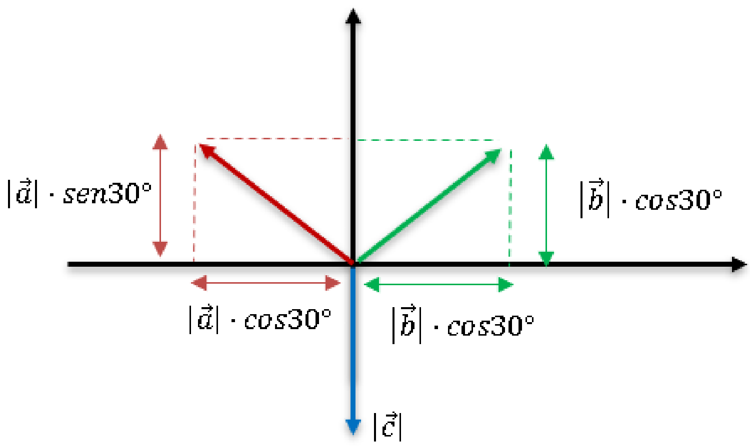
b) $15\sqrt{2}$

c) 0

d) 15

Comentário:

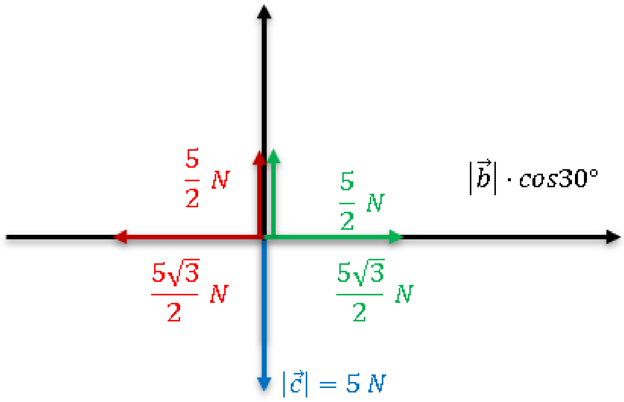
Como são três vetores, podemos utilizar a decomposição dos vetores. Vamos posicionar os vetores em relação a um sistema coordenado de referência. O vetor $\vec{c}$ já está naturalmente decomposto.



Desta maneira, decompondo os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, temos:

$$|\vec{a}| \cdot cos30° = 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2} N \qquad e \qquad \left|\vec{b}\right| \cdot cos30° = 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}\ N$$

$$|\vec{a}| \cdot sen30° = 5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{2} N \qquad e \qquad \left|\vec{b}\right| \cdot sen30° = 5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{2}\ N$$



Percebemos que se somarmos os vetores na horizontal a resultante será nula. De maneira análoga, a soma dos vetores que estão na vertical também será nula.

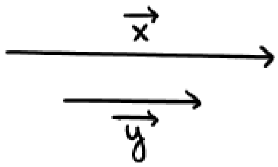
Desta maneira, o vetor resultante será nulo.

Gabarito: C

---

6. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

No exercício abaixo, temos $|\vec{x}| = 5$ e $|\vec{y}| = 2$. Determine o módulo do vetor $\vec{d}$ tal que $\vec{d} = \vec{x} - \vec{y}$.



a) 1

b) 3

c) 7

d) 10

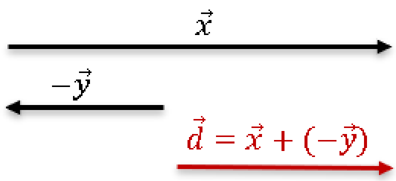
Comentário:

Podemos trabalhar com a operação como:

$$\vec{d} = \vec{x} - \vec{y}$$

$$\vec{d} = \vec{x} + (-\vec{y})$$

Podemos interpretar a diferença entre dois vetores, como sendo a soma do primeiro vetor com o oposto do segundo vetor. O vetor $(-\vec{y})$ tem a mesma direção e módulo iguais ao $\vec{y}$, mas tem sentido oposto.



$$|\vec{d}| = |\vec{x}| - |-\vec{y}| = |\vec{x}| - |\vec{y}|$$

$$|\vec{d}| = 5 - 2$$

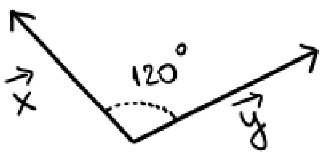
$$\boxed{|\vec{d}| = 3}$$

Gabarito: B

---

7. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

No caso a seguir, considere $|\vec{x}| = 6$ e $|\vec{y}| = 4$. Determine o módulo do vetor $\vec{d}$ tal que $\vec{d} = \vec{x} - \vec{y}$.



a) $\sqrt{56}$

b) $\sqrt{66}$

c) $\sqrt{76}$

d) $\sqrt{86}$

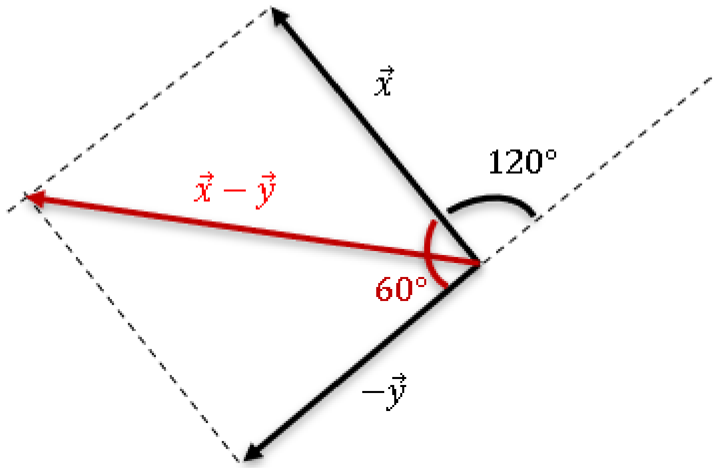
Comentário:

Podemos trabalhar com a operação como:

$$\vec{d} = \vec{x} - \vec{y}$$

$$\vec{d} = \vec{x} + (-\vec{y})$$

Vamos inverter o vetor $\vec{y}$.



Para a nova configuração, podemos aplicar a lei dos cossenos:

$$|\vec{x}-\vec{y}|^2 = |\vec{x}|^2 + |-\vec{y}|^2 + 2\cdot|\vec{x}|\cdot|-\vec{y}|\cdot cos\theta$$

$$|\vec{x}-\vec{y}|^2 = |\vec{x}|^2 + |\vec{y}|^2 + 2\cdot|\vec{x}|\cdot|\vec{y}|\cdot cos60°$$

$$|\vec{x}-\vec{y}|^2 = |6|^2 + |4|^2 + 2\cdot|6|\cdot|4|\cdot 0{,}5$$

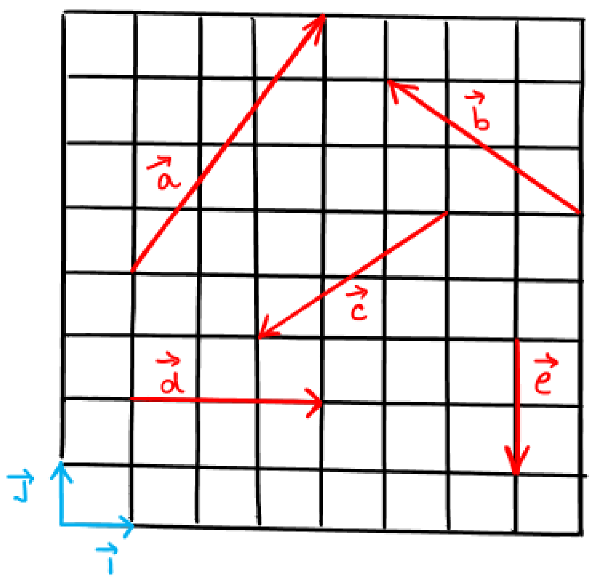
$$|\vec{x}-\vec{y}|^2 = 36 + 16 + 24$$

$$\boxed{|\vec{x}-\vec{y}| = \sqrt{76}}$$

Gabarito: C

8. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Na figura abaixo considere que cada divisão do quadriculado tem medida 1 e que os vetores $\vec{\imath}$ e $\vec{\jmath}$ são perpendiculares entre si. Após representar os vetores $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ e $\vec{e}$, em função de $\vec{\imath}$ e $\vec{\jmath}$, qual é a soma de todos os vetores?



a) $2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$

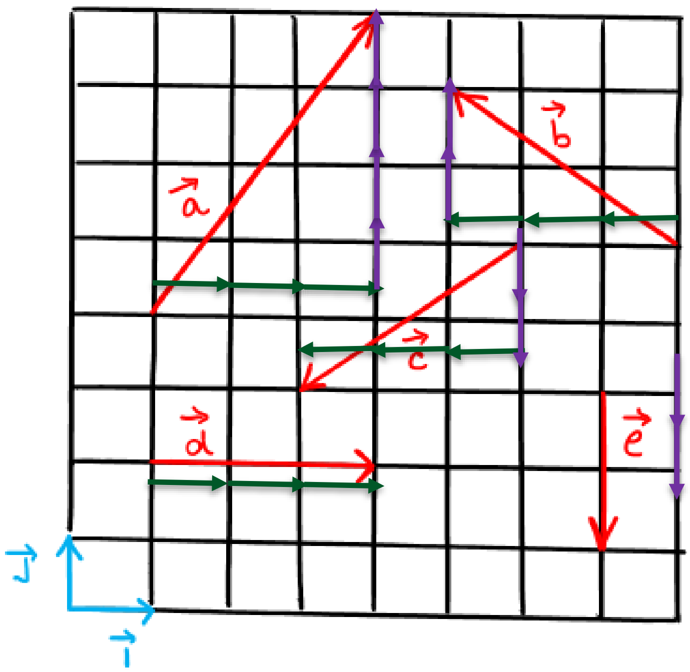
b) $2\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$

c) $2\vec{\imath}$

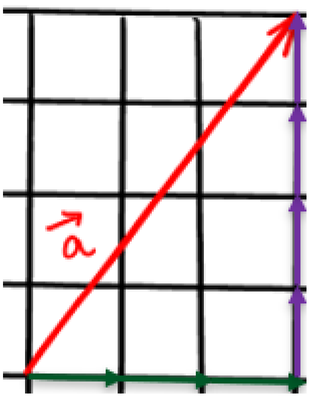
d) $2\vec{\jmath}$

Comentário:

Representar os vetores em função dos vetores $\vec{\imath}$ e $\vec{\jmath}$ é decompô-los na direção vertical e horizontal.

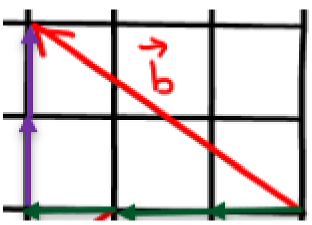


Para o vetor $\vec{a}$:



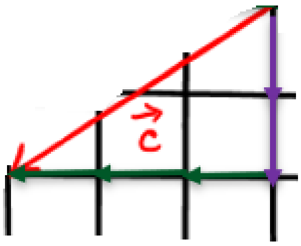
$\vec{a} = 3\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}$

Para o vetor $\vec{b}$:



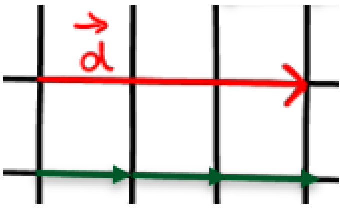
$\vec{b} = -3\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$

Para o vetor $\vec{c}$:



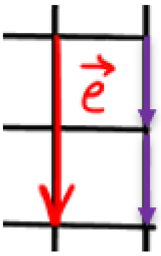
$\vec{c} = -3\vec{i} + (-2\vec{j})$

Para o vetor $\vec{d}$:



$\vec{d} = 3\vec{i}$

Para o vetor $\vec{e}$:



$\vec{e} = -2\vec{j}$

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{i} - 2\vec{j} = 2\vec{j}$$

Gabarito: D

9. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Uma grandeza física vetorial fica perfeitamente definida quando se lhe conhecem:

a) valor numérico, desvio e unidade.

b) valor numérico, desvio, unidade e sentido.

c) valor numérico, desvio, unidade e sentido.

d) valor numérico, unidade, direção e sentido.

Comentário:

Uma grandeza vetorial é definida por quatro características:

Módulo.

Direção.

Sentido.

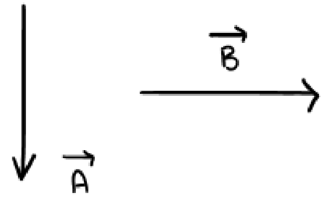
Unidade.

Gabarito: D

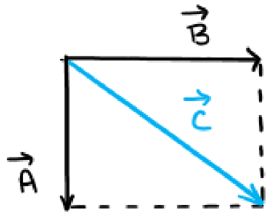
---

10. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

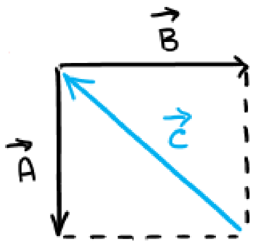
São dados os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$. Qual dos diagramas a seguir representa o vetor $\vec{C}$, soma de $\vec{A}$ e $\vec{B}$.



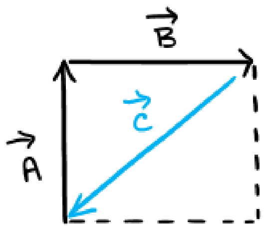
a)



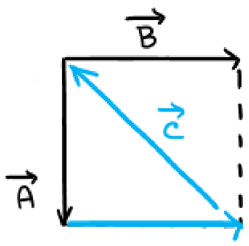
b)



c)

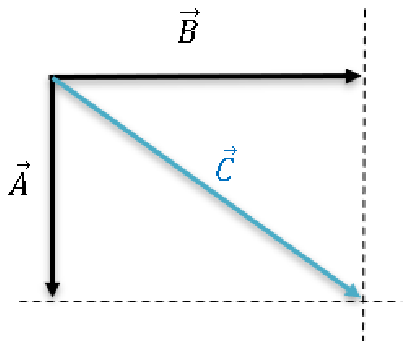


d)



Comentário:

Podemos utilizar o método do paralelogramo. Primeiramente, devemos colocar os vetores com a origem em comum.

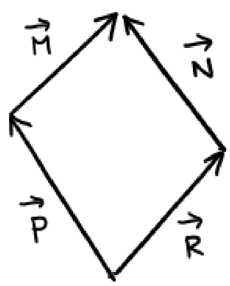


Gabarito: A

---

11. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Qual é a relação entre os vetores $\vec{M}, \vec{N}, \vec{P}, e\ \vec{R}$ representados na figura?



a) $\vec{M} + \vec{N} + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

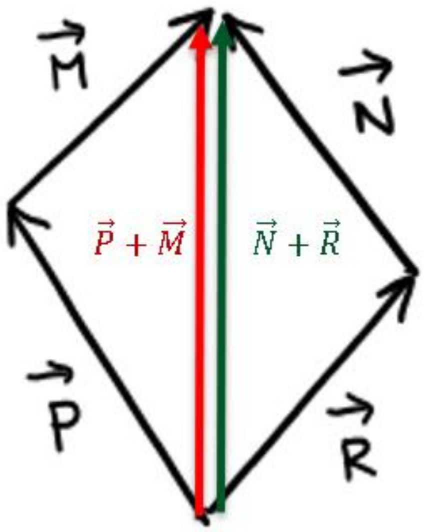
b) $\vec{M} + \vec{P} = \vec{N} + \vec{R}$

c) $\vec{P} + \vec{R} = \vec{M} + \vec{N}$

d) $\vec{P} - \vec{R} = \vec{M} - \vec{N}$

Comentário:

Podemos realizar a soma dos vetores utilizando a regra do polígono. Uma estratégia interessante é somar $(\vec{P} + \vec{M})$ e também somar $(\vec{R} + \vec{N})$.



Percebemos que os vetores $(\vec{R} + \vec{N})$ e $(\vec{P} + \vec{M})$ são iguais:

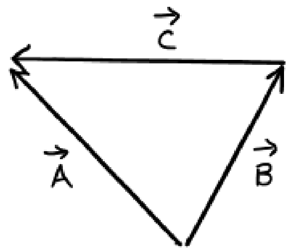
$$\vec{R} + \vec{N} = \vec{P} + \vec{M}$$

Gabarito: B

---

12. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

A figura mostra três vetores $\vec{A}, \vec{B}\ e\ \vec{C}$. De acordo com a figura podemos afirmar que:



a) $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{0}$

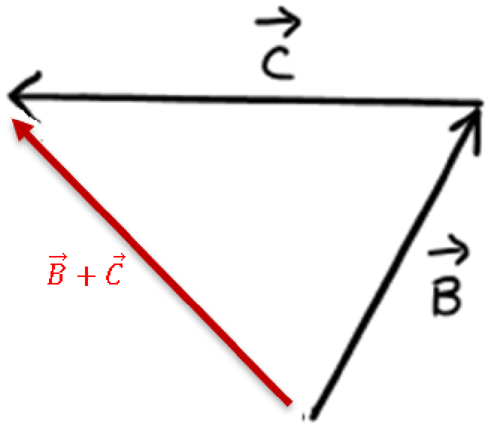
b) $\vec{A} = \vec{B} - \vec{C}$

c) $-\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$

d) $\vec{A} = \vec{B} + \vec{C}$

Comentário:

Para contemplar a regra do polígono, os vetores devem estar posicionados com a extremidade na origem do outro. Os vetores $\vec{B}$ e $\vec{C}$ estão posicionados respeitando a regra do paralelogramo.



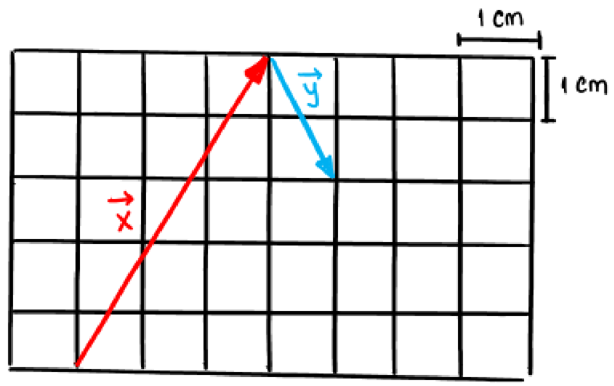
O vetor $\vec{B}+\vec{C}=\vec{A}$. Desta maneira, temos a alternativa $\vec{A}$.

Gabarito: D

---

13. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Na figura estão desenhados dois vetores ($\vec{x}$ e $\vec{y}$). Esses vetores representam deslocamentos sucessivos de um corpo. Qual é o módulo do vetor igual a $\vec{x}+\vec{y}$?



a) 4 cm

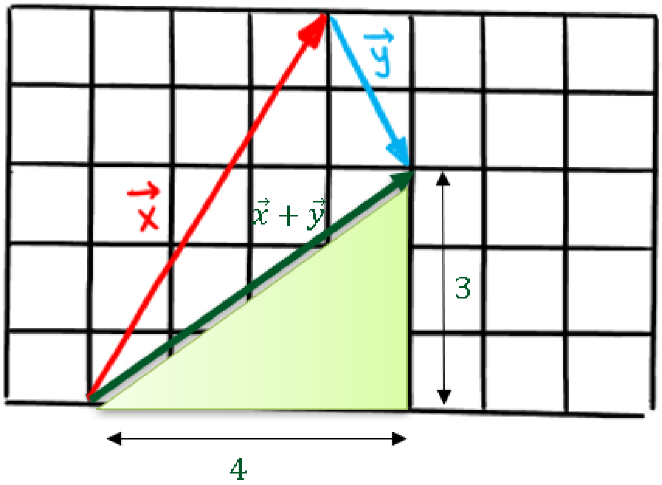
b) 5 cm

c) 8 cm

d) 13 cm

Comentário:

Podemos utilizar o método da poligonal para descobrir a soma entre os vetores:



Destacado em verde-limão, temos um triângulo retângulo:

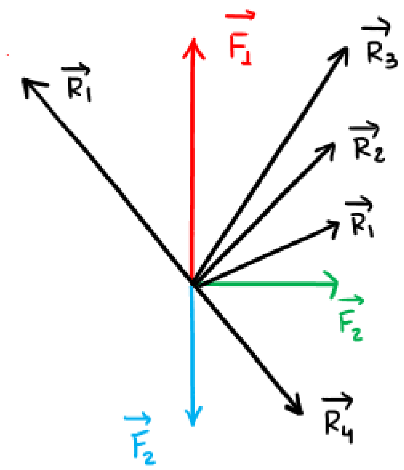
$$|\vec{x}+\vec{y}|^2 = 4^2 + 3^2$$
$$|\vec{x}+\vec{y}|^2 = 25$$
$$\boxed{|\vec{x}+\vec{y}| = 5\ cm}$$

Gabarito: B

---

14. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

A resultante dos três vetores $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, e\ \overrightarrow{F_3}$ mostradas na figura é:



a) $\overrightarrow{R_1}$

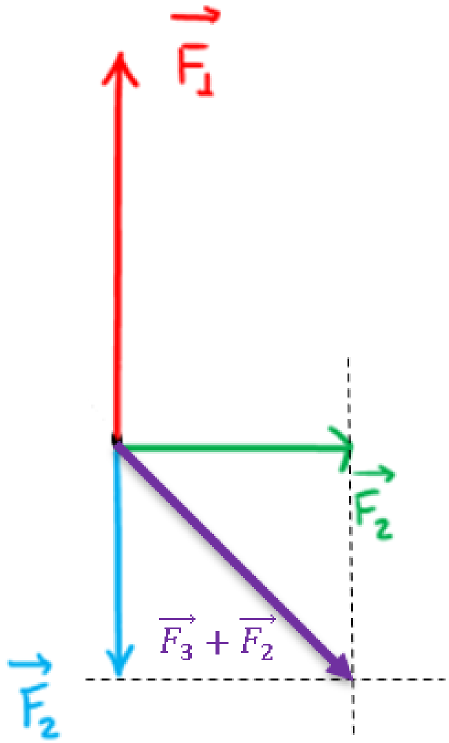
b) $\overrightarrow{R_2}$

c) $\overrightarrow{R_3}$

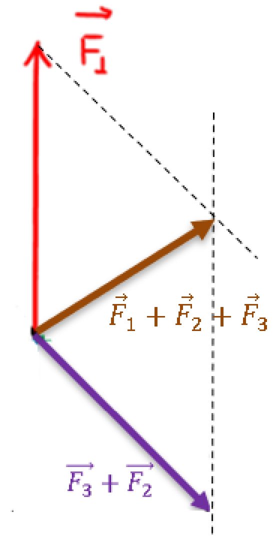
d) $\overrightarrow{R_4}$

Comentário:

A soma entre os vetores verde e azul é dada pelo vetor em roxo.



A soma entre o vetor $(\overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_2})$ e o vetor $\overrightarrow{F_1}$ é dado pelo vetor em laranja:



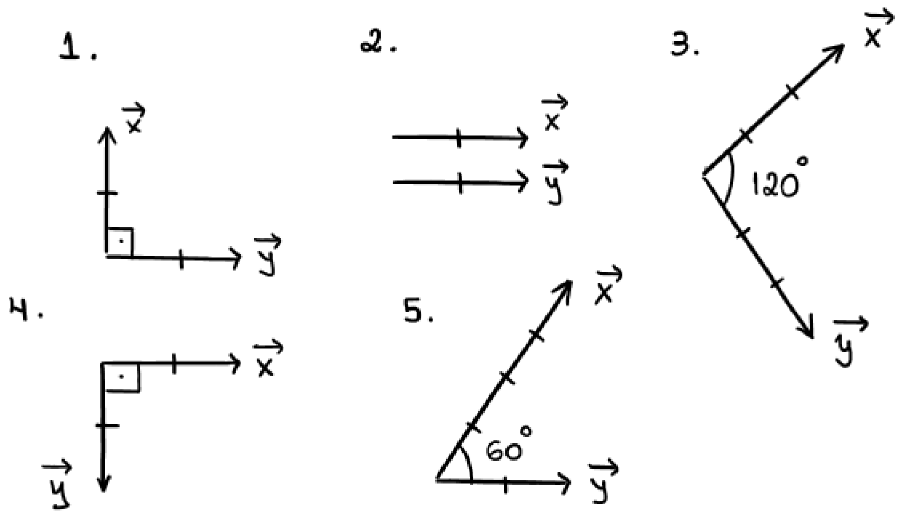
O vetor que mais se aproxima é o vetor $\overrightarrow{R_2}$.

Gabarito: B

---

15. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Nas figuras seguintes estão representados pares de vetores ($\vec{x}$ e $\vec{y}$), nos quais cada segmento orientado está subdividido em segmentos unitários.



Quais desses pares têm a mesma resultante?

a) 1 e 5

b) 1 e 4

c) 3 e 5

d) 2 e 3

e) 2 e 5

Comentário:

(I) Primeiro caso:

$$\begin{cases} |\vec{x}| = 2 \\ |\vec{y}| = 2 \end{cases}$$

Como os vetores são perpendiculares, temos:

$$|\vec{x} + \vec{y}|^2 = |\vec{x}|^2 + |y|^2$$

$$|\vec{x} + \vec{y}|^2 = |2|^2 + |2|^2$$

$$\boxed{|\vec{x} + \vec{y}| = 2\sqrt{2}}$$

(II) Segundo caso:

$$\begin{cases} |\vec{x}| = 2 \\ |\vec{y}| = 2 \end{cases}$$

Como os vetores são paralelos, temos:

$$|\vec{x} + \vec{y}| = |\vec{x}| + |\vec{y}|$$

$$|\vec{x} + \vec{y}| = |2| + |2|$$

$$\boxed{|\vec{x} + \vec{y}| = 4}$$

(III) Terceiro caso:

$$\begin{cases}|\vec{x}| = 3\\ |\vec{y}| = 3\end{cases}$$

Podemos usar a lei dos cossenos:

$$|\vec{x}+\vec{y}|^2 = |\vec{x}|^2 + |\vec{y}|^2 + 2\cdot|\vec{x}|\cdot|\vec{y}|\cdot cos\theta$$
$$|\vec{x}+\vec{y}|^2 = |3|^2 + |3|^2 + 2\cdot|3|\cdot|3|\cdot(-0{,}5)$$
$$|\vec{x}+\vec{y}|^2 = 18 + 2\cdot|3|\cdot|3|\cdot(-0{,}5)$$
$$|\vec{x}+\vec{y}|^2 = 9$$
$$\boxed{|\vec{x}+\vec{y}| = 3}$$

(IV) Quarto caso:

$$\begin{cases}|\vec{x}| = 2\\ |\vec{y}| = 2\end{cases}$$

Como os vetores são perpendiculares, temos:

$$|\vec{x}+\vec{y}|^2 = |\vec{x}|^2 + |y|^2$$
$$|\vec{x}+\vec{y}|^2 = |2|^2 + |2|^2$$
$$\boxed{|\vec{x}+\vec{y}| = 2\sqrt{2}}$$

(V) Quinto caso:

$$\begin{cases}|\vec{x}| = 4\\ |\vec{y}| = 2\end{cases}$$

Podemos usar a lei dos cossenos:

$$|\vec{x}+\vec{y}|^2 = |\vec{x}|^2 + |\vec{y}|^2 + 2\cdot|\vec{x}|\cdot|\vec{y}|\cdot cos\theta$$
$$|\vec{x}+\vec{y}|^2 = |4|^2 + |2|^2 + 2\cdot|4|\cdot|2|\cdot(0{,}5)$$
$$|\vec{x}+\vec{y}|^2 = 20 + 2\cdot|4|\cdot|2|\cdot(0{,}5)$$
$$|\vec{x}+\vec{y}|^2 = 28$$
$$\boxed{|\vec{x}+\vec{y}| = 2\sqrt{7}}$$

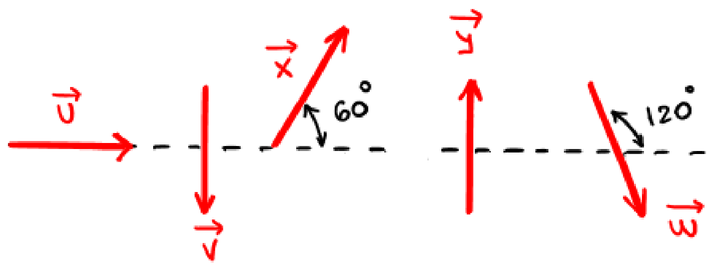
Desta maneira, a primeira e a quarta são iguais

Gabarito: B

---

16. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Dados os vetores $\vec{U}, \vec{V}, \vec{X}, \vec{Y}\ e\ \vec{Z}$ de mesmo módulo, qual das relações abaixo está correta?



a) $\vec{U} + \vec{W} = \vec{Y}$

b) $\vec{X} + \vec{W} = \vec{U}$

c) $\vec{X} + \vec{Y} = \vec{U}$

d) $\vec{X} + \vec{Y} + \vec{V} = \vec{U}$

Comentário:

Podemos decompor os vetores em relação a um eixo XOY. Suponha que o módulo de todos os vetores seja ρ.

$$\vec{U} = \rho(1{,}0)$$

$$\vec{V} = \rho(0, -1)$$

$$\vec{X} = \rho\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\vec{Y} = \rho(0{,}1)$$

$$\vec{W} = \rho\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

Desta maneira, a soma correta é dada por: $\vec{X} + \vec{W} = \vec{U}$

Gabarito: B

---

17. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

Considere um relógio com mostrador circular de 10 cm de raio e cujo ponteiro dos minutos tem comprimento igual ao raio do mostrador. Considere esse ponteiro como um vetor de origem no centro do relógio e direção variável. O módulo da soma dos três vetores determinados pela posição desse ponteiro quando o relógio marca exatamente 12 horas, 12 horas e 20 minutos e, por fim, 12 horas e 40 minutos é, em cm, igual a:

a) 30

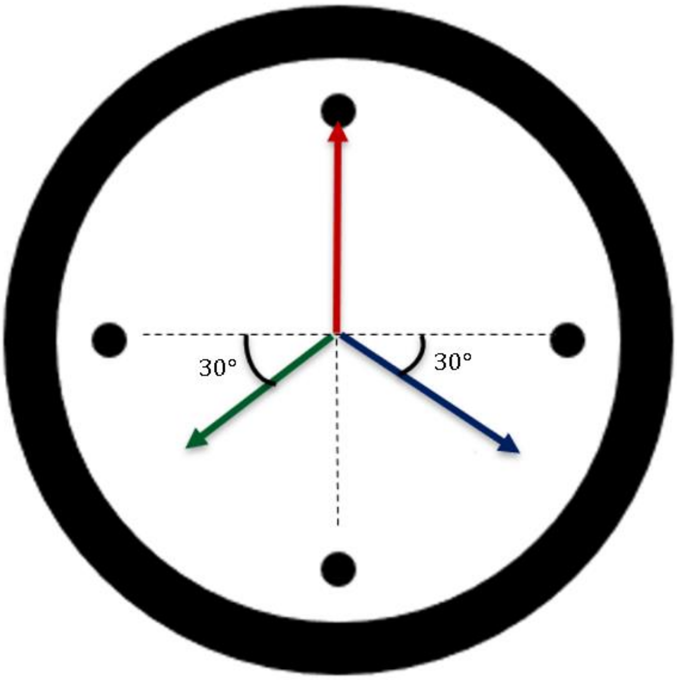
b) $10\left(1 + \sqrt{3}\right)$

c) 20

d) zero

Comentário:

Considere as posições dos ponteiros:



Como os vetores estão dispostos simetricamente e possuem o mesmo módulo, a soma deles é nula.

Gabarito: D

---

18. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

O vetor representativo de uma certa grandeza física possuía a intensidade igual a 2. As componentes ortogonais desses vetor medem $\sqrt{3}$ e 1. Qual é o ângulo que o vetor forma com a sua componente de maior intensidade?

a) $30°$

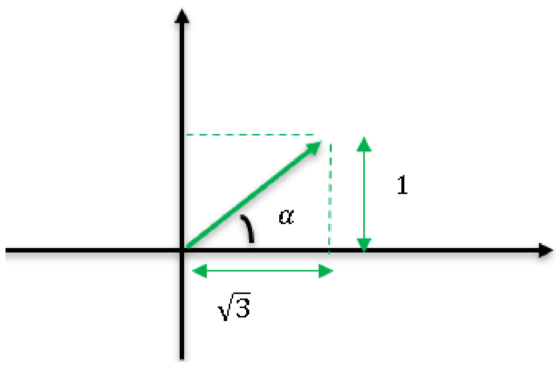
b) $45°$

c) $15°$

d) $90°$

Comentário:

Considere esse vetor posicionado em um sistema de coordenadas:



O ângulo que o vetor faz com a maior componente é o ângulo α.

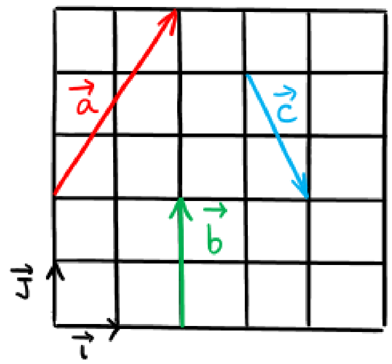
$$tg\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\boxed{\alpha = 30°}$$

Gabarito: A

19. (Sprint EEAR – INÉDITA – VÍNICIUS FULCONI)

No gráfico abaixo estão três vetores $\vec{a}, \vec{b}$ e $\vec{c}$. Os vetores $\vec{i}$ e $\vec{j}$ são unitários. Analise as expressões:



I) $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$

II) $\vec{b} = 2\vec{j}$

III) $\vec{b} + \vec{c} = 1\vec{i}$

Podemos afirmar que:

a) Apenas I e II são corretas.

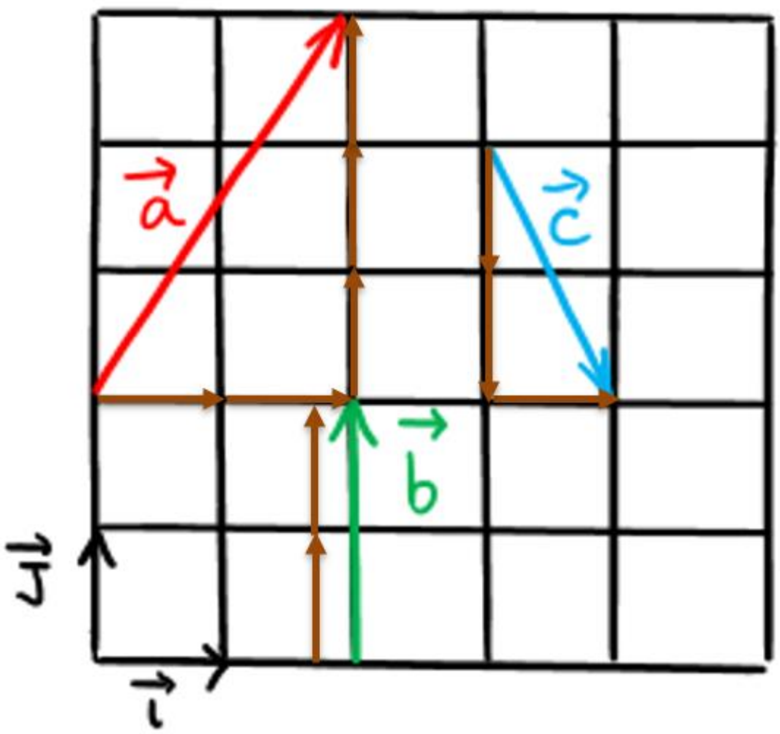
b) Apenas II e III são corretas.

c) Apenas I e III são corretas.

d) Todas são corretas.

Comentário:

Os vetores podem ser decompostos de acordo com a figura. Os vetores em laranja representam a quantidade de vetores $\vec{i}$ e $\vec{j}$ utilizados.



Desta maneira, temos:

$$\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$$
$$\vec{b} = 2\vec{j}$$
$$\vec{c} = 1\vec{i} - 2\vec{j}$$

Assim, temos a soma:

$$\vec{b} + \vec{c} = 1\vec{i}$$

Gabarito: D

20.

Considere os vetores $\vec{N} = (3,2)$ e $\vec{M} = (0,2)$. Qual é o vetor $\vec{x}$ satisfaz a equação vetorial abaixo?

$10 \cdot \left(3\vec{N} - 4\vec{M} + \vec{x}\right) = \vec{0}$

a) $\vec{x} = (5,7)$

b) $\vec{x} = (0,0)$

c) $\vec{x} = (-9,2)$

d) $\vec{x} = (14,-1)$

e) $\vec{x} = (4,8)$

Comentário:

Desenvolvendo a expressão, temos:

$10 \cdot \left(3\vec{N} - 4\vec{M} + \vec{x}\right) = \vec{0}$

$3\vec{N} - 4\vec{M} + \vec{x} = \vec{0}$

$\vec{x} = 4\vec{M} - 3\vec{N}$

$\vec{x} = 4 \cdot (0,2) - 3 \cdot (3,2)$

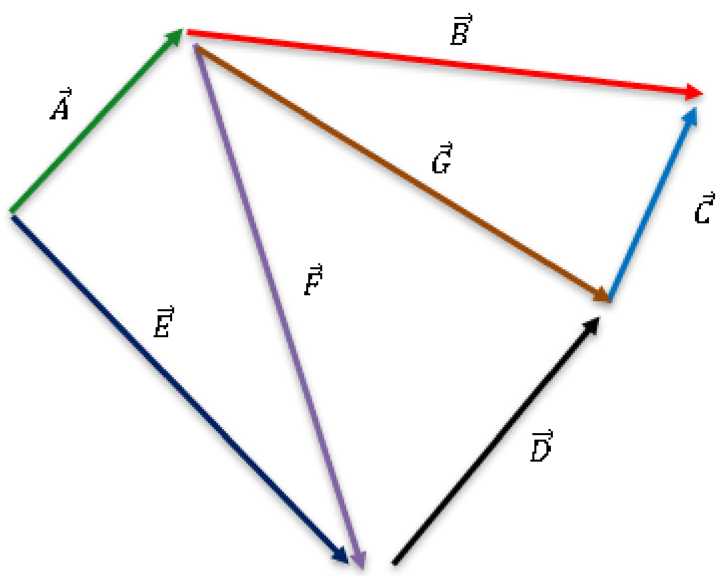
$\vec{x} = (0,8) - (9,6)$

$\boxed{\vec{x} = (-9,2)}$

Gabarito: C

21.

Assinale a alternativa correta.



a) $\vec{B} + \vec{C} = \vec{G}$

b) $\vec{A} + \vec{G} + \vec{D} + \vec{E} = \vec{0}$

c) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{E} + \vec{D} + \vec{C}$

d) $\vec{A} + \vec{E} = \vec{F}$

Comentário:

Pelo método da poligonal, temos:

a) Falsa:

O correto seria:

$\vec{B} = \vec{C} + \vec{G}$

b) Falsa:

O correto seria:

$\vec{A} + \vec{G} = \vec{D} + \vec{E}$

c) Verdadeira.

d) Falsa

O correto seria:

$\vec{A} + \vec{F} = \vec{E}$

Gabarito: C

---

22. (UFAL)

Considere as grandezas físicas:

I. Velocidade
II. Temperatura
III. Quantidade de movimento
IV. Deslocamento
V. Força

Destas, a grandeza escalar é:

a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

Comentários:

Grandezas escalares: Temperatura

Grandezas Vetoriais: Velocidade, quantidade de movimento, deslocamento e força.

Gabarito: B

---

23. (CESGRANRIO)

Das grandezas citadas nas opções a seguir assinale aquela que é de natureza vetorial:

a) pressão
b) força eletromotriz
c) corrente elétrica
d) campo elétrico
e) trabalho

Comentários:

Grandezas escalares: Pressão, força eletromotriz, corrente elétrica, trabalho.

Grandezas Vetoriais: Campo elétrico

Gabarito: D

---

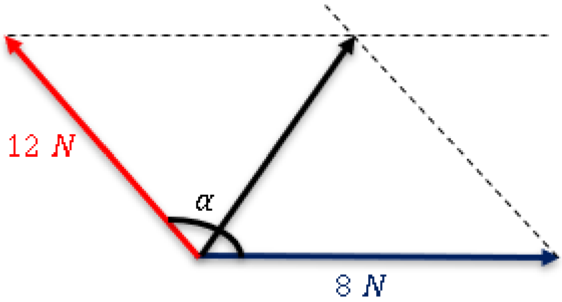
24. (FESP)

Num corpo estão aplicadas apenas duas forças de intensidades 12N e 8,0N. Uma possível intensidade da resultante será:

a) 22N
b) 3,0N
c) 10N
d) zero
e) 21N

Comentários:

Podemos usar o método do paralelogramo para determinar



$$|\vec{S}|^2 = 12^2 + 8^2 + 2 \cdot 12 \cdot 8 \cdot cos\alpha$$

$$|\vec{S}|^2 = 208 + 192 \cdot cos\alpha$$

$$\frac{|\vec{S}|^2 - 208}{192} = cos\alpha$$

Sabemos que o valor de $cos\alpha$ assume valores entre –1 e 1. Dessa maneira, temos:

$$-1 \leq cos\alpha \leq 1$$

$$-1 \leq \frac{|\vec{S}|^2 - 208}{192} \leq 1$$

$$-192 \leq |\vec{S}|^2 - 208 \leq 192$$

$$16 \leq |\vec{S}|^2 \leq 400$$

$$4 \leq |\vec{S}| \leq 20$$

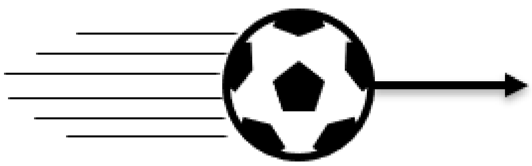
Desta maneira, o módulo do vetor soma está nesse intervalo. Dessa maneira, a única alternativa correta é a C.

Gabarito: C

---

25. (UEPG-PR)

Quando dizemos que a velocidade de uma bola é de 20m/s, horizontal e para a direita,



estamos definindo a velocidade como uma grandeza:

a) escalar.

b) algébrica.

c) linear.

d) vetorial

e) n.d.a

Comentário:

Definimos uma grandeza vetorial.

Gabarito: D

26.

Dois vetores ortogonais, isto é, são perpendiculares entre si, um de módulo igual a 18 e outro de módulo 24, então, o vetor soma terá módulos igual a:

a) 20

b) 25

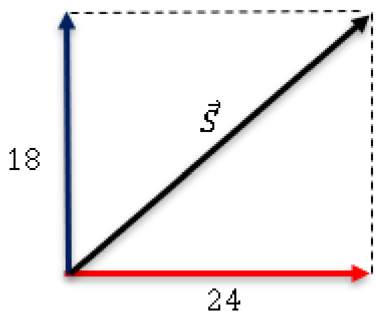
c) 28

d) 30

e) 32

Comentários:

Considere os vetores perpendiculares:



Podemos aplicar o teorema de Pitágoras:

$$|\vec{s}|^2 = 18^2 + 24^2$$

$$|\vec{s}|^2 = 900$$

$$\boxed{|\vec{s}| = 30}$$

Gabarito: D.

27.

Dentre as alternativas abaixo, assinale a alternativa correta. Considere $n \in \mathbb{R}_*$ e o vetor não-nulo $\vec{a}$.

a) a direção de $\vec{b} = n.\vec{a}$ tem sempre a mesma direção de $\vec{a}$.

b) se $n < 0$ então a direção de $\vec{b} = n.\vec{a}$ é diferente da direção de $\vec{a}$.

c) independente do sinal de n, o vetor $\vec{b} = n.\vec{a}$ tem sempre o mesmo sentido de $\vec{a}$.

d) se $n > 0$ o vetor $\vec{b} = n.\vec{a}$ tem módulo maior que o módulo de $\vec{a}$.

Comentários:

a) Verdadeira.

A multiplicação por escalar não altera a direção do vetor. Dessa maneira, $\vec{b}$ e $\vec{a}$ têm a mesma direção.

b) Falsa.

Mesma justificativa anterior.

c) Falsa.

$$\begin{cases} n > 0;\ \vec{a}\ e\ \vec{b}\ tem\ o\ mesmo\ sentido \\ n < 0;\ \vec{a}\ e\ \vec{b}\ tem\ \ sentido\ oposto \end{cases}$$

d) Falsa.

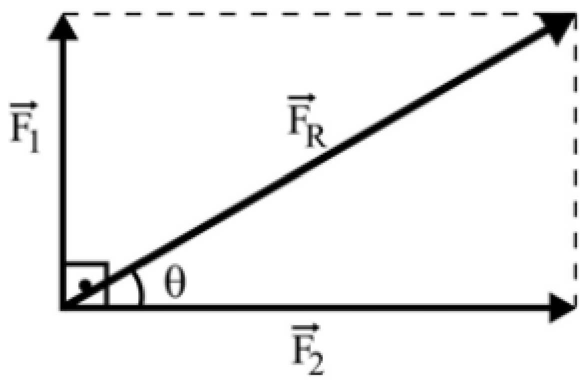
Se o valor de n for positiva e for menor que 1, o módulo diminui.

Gabarito: A

---

28. (EEAR)

Um ponto material está sujeito simultaneamente a ação de duas forças perpendiculares de intensidade F1 e F2, conforme mostrado na figura a seguir. O ângulo tem valor igual a 30° e a força $\overrightarrow{F_1}$ tem intensidade igual a 7 N. Portanto, a força resultante $\overrightarrow{F_R}$ tem intensidade, em N, igual a:



a) 7

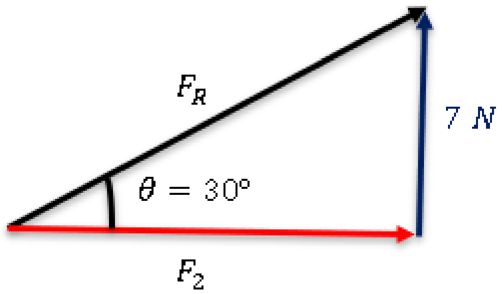
b) 10

c) 14

d) 49

Comentários:

Podemos formar um triângulo com os vetores.



$$sen30° = \frac{7}{F_R}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{7}{F_R}$$

$$\boxed{F_R = 14\ N}$$

Gabarito: C

---

29. (EEAR)

Um vetor de intensidade igual a F pode ser decomposto num sistema cartesiano de tal maneira que a componente F_X, que corresponde a projeção no eixo das abscissas, tem valor igual a $\sqrt{3} \cdot F_y / 2$, sendo F_y a componente no eixo das ordenadas. Portanto, o cosseno do ângulo θ formado entre o vetor F e a componente F_x vale:

a) $\frac{\sqrt{7}}{2}$

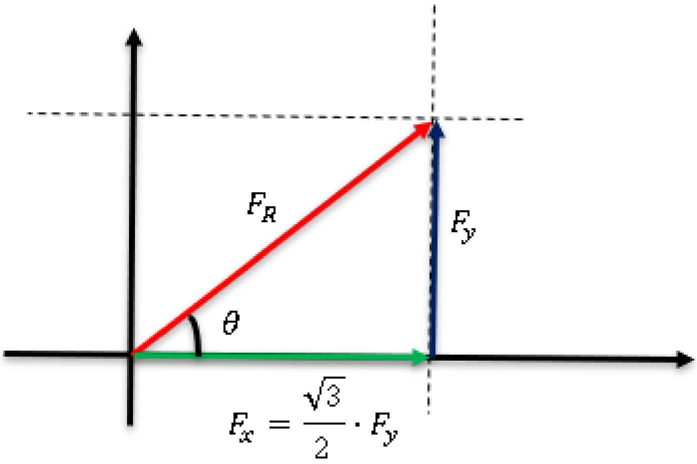
b) $\frac{2\sqrt{7}}{2}$

c) $\frac{\sqrt{21}}{7}$

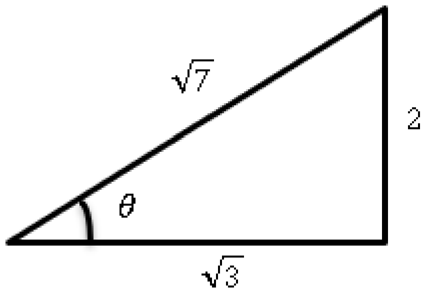
d) $\sqrt{7}$

Comentário:

Faremos a decomposição do vetor.



$$tg\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{F_y}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot F_y} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$



$$cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

$$\boxed{cos\theta = \frac{\sqrt{21}}{7}}$$

Gabarito: C

---

30. (EEAR)

O conceito de grandezas vetoriais e escalares é fundamental no estudo da Física para garantir uma correta compreensão dos fenômenos e a precisa determinação das intensidades destas grandezas. Dentre a alternativas a seguir, assinale aquela que contém, do ponto de vista da Física, apenas grandezas escalares.

a) Massa, peso e tempo.

b) Potência mecânica, comprimento e força.

c) Intensidade da corrente elétrica, temperatura e velocidade.

d) Intensidade da corrente elétrica, potência mecânica e tempo.

Comentários:

Grandezas escalares: Massa, tempo, potência, comprimento, corrente e temperatura.

Grandezas vetoriais: Peso, força e velocidade.

Gabarito: D

31. (EEAR)

Dois vetores V_1 e V_2 formam entre si um ângulo θ e possuem módulos iguais a 5 unidades e 12 unidades, respectivamente. Se a resultante entre eles tem módulo igual a 13 unidades, podemos afirmar corretamente que o ângulo θ entre os vetores V_1 e V_2 vale:

a) 0°

b) 45°

c) 90°

d) 180°

Comentários:

Podemos aplicar a lei dos cossenos:

$$|\vec{V}_R|^2 = |\vec{V}_1|^2 + |\vec{V}_2|^2 + 2 \cdot |\vec{V}_1| \cdot |\vec{V}_2| \cdot cos\theta$$

$$13^2 = 12^2 + 5^2 + 2 \cdot 12 \cdot 5 \cdot cos\theta$$

$$0 = 2 \cdot 12 \cdot 5 \cdot cos\theta$$

$$cos\theta = 0$$

$$\boxed{\theta = 90°}$$

Gabarito: C

32. (EEAR)

A adição de dois vetores de mesma direção e mesmo sentido resulta num vetor cujo módulo vale 8. Quando estes vetores são colocados perpendicularmente, entre si, o módulo do vetor resultante vale $4\sqrt{2}$. Portanto, os valores dos módulos destes vetores são

a) 1 e 7.

b) 2 e 6.

c) 3 e 5.

d) 4 e 4

Comentários:

$$\begin{cases} v_1 + v_2 = 8 \\ v_1^2 + v_2^2 = 4\sqrt{2} \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, temos:

$$\boxed{v_1 = v_2 = 4}$$

Gabarito: D

Considerações Finais

Querido aluno(a),

Se você está com certo receio em algum tópico, reveja toda a teoria e depois refaça os exercícios propostos. Uma valiosa dica é fazer a lista inteira e só depois olhar o gabarito com a resolução. Com isso, você se forçará a ter uma maior atenção na feitura de questões e, portanto, aumentará sua concentração no momento de prova.

Se as dúvidas persistirem, não se esqueça de acessar o Fórum de Dúvidas! Responderei suas dúvidas o mais rápido possível!

Você também pode me encontrar nas redes sociais! 😊

Conte comigo,

Vinícius Fulconi

@viniciusfulconi

vinicius.fulconi

Referências

[1] Tópicos da física 1: Volume 1 – Ricardo Helou Doca, Gualter José Biscuola, Newton Villas Boas – 21. Ed – São Paulo : Saraiva, 2012.

[2] Problemas de Física Elementar: Saraeva – Editora Mir Moscou.

[3] IIT JEE Problems: Cengage.