

Canguru 2009 – Nível S (3ª série)

1. Há 200 peixes em um aquário, dos quais 1% são azuis e o restante, amarelos. Quantos peixes amarelos devem ser retirados do aquário, de modo que os peixes azuis passem a representar 2% dos peixes do aquário?

- (A) 2 (B) 4 (C) 20 (D) 50 (E) 100

2. Qual é o maior dos números a seguir?

- (A) $\sqrt{2} - \sqrt{1}$ (B) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ (C) $\sqrt{4} - \sqrt{3}$ (D) $\sqrt{5} - \sqrt{4}$ (E) $\sqrt{6} - \sqrt{5}$

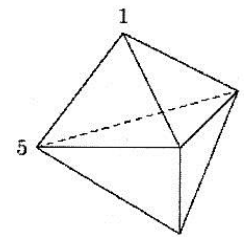
3. Para quantos inteiros positivo n o número $n^2 + n$ é primo?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) um número finito maior do que 2
(E) um número infinito

4. Maria, Vilmar e Osias foram a uma lanchonete. Cada um deles consumiu três copos de suco, dois sorvetes e cinco salgados. Qual dos valores a seguir poderia ser o valor total da conta, em reais?

- (A) 39,20 (B) 38,20 (C) 37,20 (D) 36,20 (E) 35,20

5. O sólido representado tem 6 faces triangulares, com um número em cada vértice. A soma dos números dos vértices em cada face é igual para todas as faces. Os números 1 e 5, conforme figura, são dois dos cinco números dos vértices. Qual é a soma desses cinco números?



- (A) 9 (B) 12 (C) 17 (D) 18 (E) 24

6. Duas circunferências, uma de centro F e raio 13 e outra de centro G e raio 15, intersectam-se nos pontos P e Q . O comprimento do segmento de reta \overline{PQ} é 24. Qual dos valores a seguir poderia ser o comprimento do segmento de reta \overline{FG} ?

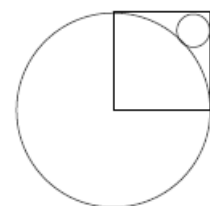
- (A) 2 (B) 5 (C) 9 (D) 14 (E) 18

7. Uma caixa contém 2 meias brancas, 3 vermelhas e 4 azuis. Luísa sabe que um terço das meias estão esburacadas, mas não sabe as cores das meias estragadas. Pegando ao acaso meias da caixa, ela espera encontrar duas meias em bom estado e da mesma cor. Quantas meias ela deve retirar até ter a certeza de ter esse par de meias?

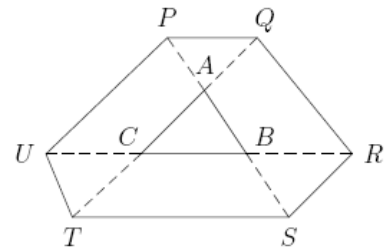
- (A) 2 (B) 3 (C) 6 (D) 7 (E) 8

8. O quadrado da figura tem lado de medida 1. Qual é o raio da circunferência menor?

- (A) $\sqrt{2} - 1$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (D) $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ (E) $(1 - \sqrt{2})^2$



9. Os lados do triângulo ABC são estendidos nos dois sentidos até os pontos P, Q, R, S, T e U de modo que $PA = AB = BS$, $TC = CA = AQ$ e $UC = CB = BR$. Se a área do triângulo ABC é 1, qual é a área do hexágono $PQRSTU$?



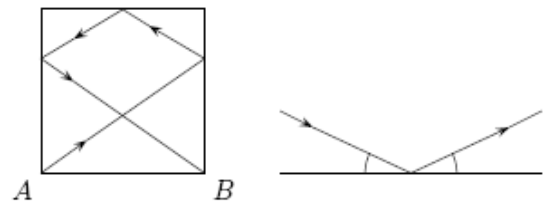
- (A) 9 (B) 10 (C) 12 (D) 13 (E) não há informações suficientes para o cálculo

10. Queremos pintar os quadrados do tabuleiro usando as cores A, B, C e D de modo que quadrados vizinhos não têm a mesma cor (quadrados com um vértice comum apenas também são considerados vizinhos). Alguns dos quadrados já foram pintados conforme figura. Quais cores seriam possíveis para o quadrado cinza?

A	B			
C	D			
		B		
B				

- (A) somente A e B (B) somente C (C) somente D
 (D) somente C e D (E) qualquer uma das 4 cores

11. Numa mesa de bilhar quadrada de lado 2 m, uma bola é atirada de um canto. Depois de tocar três lados, a bola atinge o canto B , conforme figura. Quantos metros a bola percorreu? (Lembre-se que o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão, conforme indicado na figura da direita).

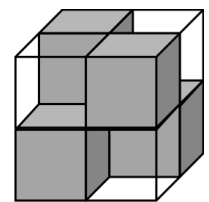


- (A) 7 (B) $2\sqrt{13}$ (C) 8 (D) $4\sqrt{3}$ (E) $2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

12. 2009 cangurus, alguns de cor clara e outros de cor escura, comparam suas alturas. Sabe-se que um canguru claro é mais alto do que exatamente 8 cangurus escuros, outro canguru claro é mais alto do que exatamente 9 cangurus, outro claro é mais alto do que exatamente 10 cangurus, e assim por diante, até o canguru claro que é mais alto do que todos os cangurus escuros. Qual é o número de cangurus claros?

- (A) 1000 (B) 1001 (C) 1002 (D) 1003 (E) a situação apresentada é impossível

13. Um cubo $2 \times 2 \times 2$ é formado por quatro cubos $1 \times 1 \times 1$ brancos transparentes e por quatro cubos $1 \times 1 \times 1$ pretos não transparentes, como na figura. Eles estão colocados de tal forma que o cubo maior é não transparente, no sentido de que não é possível ver através dele nem do topo para a base, nem da frente para o fundo e nem da esquerda para a direita. Pelo menos quantos cubos pretos teríamos que usar para formar um cubo $3 \times 3 \times 3$ não transparente?



- (A) 6 (B) 9 (C) 10 (D) 12 (E) 18

14. Na ilha dos verazes e mentirosos, 25 pessoas esperam numa fila. Todo mundo, exceto a primeira pessoa da fila, diz que a pessoa da frente é um mentiroso. O primeiro da fila disse que todos atrás dele são mentirosos. Quantos mentirosos há na fila? (os verazes sempre dizem a verdade, ao passo que os mentirosos sempre falam mentira)

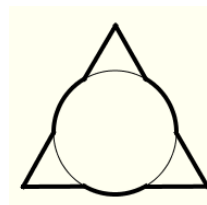
- (A) 0 (B) 12 (C) 13 (D) 24 (E) impossível determinar

15. Qual é o algarismo das unidades do número $1^2 - 2^2 + \dots - 2008^2 + 2009^2$?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

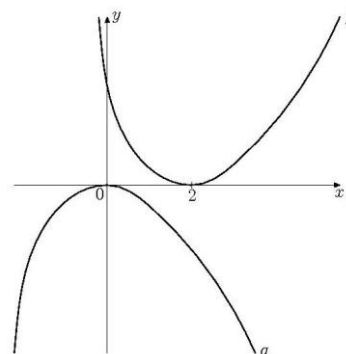
16. Colocamos sobre um triângulo de lado 3 um círculo de raio 1, fazendo coincidir os centros da duas figuras. Qual é o perímetro da figura que obtemos, representada em linha grossa no desenho?

- (A) $3 + 2\pi$ (B) $6 + \pi$ (C) $9 + \frac{\pi}{3}$ (D) 3π (E) $9 + \pi$



17. As funções f e g têm seus gráficos na figura. Qual das igualdades a seguir é uma relação entre essas funções?

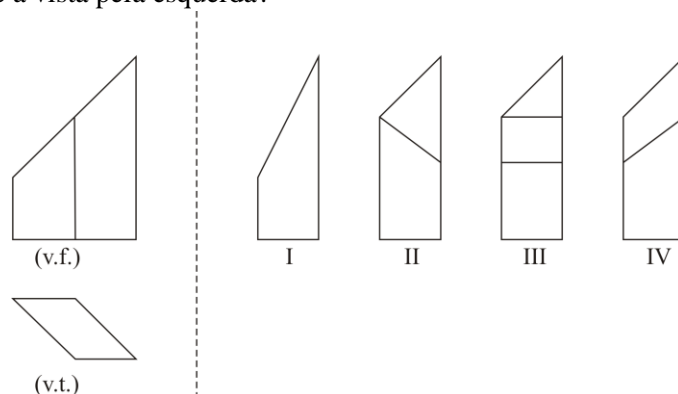
- (A) $g(x) = f(x + 2)$
 (B) $g(x - 2) = -f(x)$
 (C) $g(x) = -f(-x + 2)$
 (D) $g(-x) = -f(-x + 2)$
 (E) $g(2 - x) = -f(x)$



18. Quatro problemas foram propostos a cada um dos 100 participantes de uma olimpíada de Matemática. 90 deles resolveram o primeiro problema, 85 resolveram o segundo problema, 80 resolveram o terceiro problema e 70 resolveram o quarto problema. Pelo menos quantos participantes resolveram todos os quatro problemas?

- (A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25 (E) 30

19. Na figura abaixo, você tem a vista frontal (v.f.) e a vista de topo (v.t.) de um sólido geométrico. Qual das figuras de I a IV descreve a vista pela esquerda?



- (A) Figura I (B) Figura II (C) Figura III (D) Figura IV (E) Nenhuma delas

20. Na tabela 3×3 foram escritos números reais tais que a soma em cada linha, cada coluna e cada diagonal é a mesma. Dois desses números são mostrados na figura. Qual é o número escrito na casa com a letra a ?

a		
		47
	63	

- (A) 16 (B) 51 (C) 54 (D) 55 (E) 110

21. Dois corredores A e B correm ao redor de um estádio, mantendo sempre suas velocidades. O corredor A é mais rápido, levando apenas 3 minutos por volta. Os dois partiram juntos do mesmo lugar e 8 minutos depois, A alcançou B pela primeira vez. Quanto tempo leva o corredor B para dar uma volta completa?

- (A) 6 min (B) 8 min (C) 4 min 30 s (D) 4 min 48 s (E) 4 min 20 s

22. Seja Z a quantidade de números de 8 algarismos distintos e não nulos. Quantos números de 8 algarismos distintos e não nulos são divisíveis por 9?

- (A) $\frac{Z}{8}$ (B) $\frac{Z}{3}$ (C) $\frac{Z}{9}$ (D) $\frac{8Z}{9}$ (E) $\frac{7Z}{8}$

23. Considere os números de dez algarismos, sendo eles 1, 2 ou 3, de modo que dois algarismos vizinhos diferem de 1. Quantos números assim formados existem?

- (A) 16 (B) 32 (C) 64 (D) 80 (E) 100

24. Para quantos inteiros $n \geq 3$ existe um n -ângono convexo cujos ângulos encontram-se na razão $1:2:3:\dots:n$?

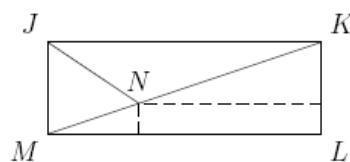
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) mais de 5

25. Participaram de uma olimpíada de Matemática 55 crianças. Na correção das provas, as questões foram marcadas com + (a questão foi resolvida corretamente) ou - (a questão resolvida erradamente) ou com 0 (a questão foi deixada em branco). Após a correção, verificou-se que não havia duas provas com o mesmo número de + e -. Pelo menos quantas questões havia na prova da olimpíada?

- (A) 6 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

26. Em um retângulo $JKLM$, a bissetriz do ângulo $K\hat{J}M$ corta a diagonal \overline{KM} no ponto N . As distâncias entre N e os lados \overline{LM} e \overline{KL} são, respectivamente, 1 e 8. Portanto, LM é igual a

- (A) $8+2\sqrt{2}$ (B) $11-\sqrt{2}$ (C) 10 (D) $8+3\sqrt{2}$ (E) $11+\frac{\sqrt{2}}{2}$



27. Quantos valores distintos existem para k , se $k = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b}$?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

28. Os números 1; 2; 3; ... ; 99 estão distribuídos em n grupos sob as condições:

- I. cada número está exatamente em um grupo;
 - II. há pelo menos dois números em cada grupo;
 - III. se dois números estão em um mesmo grupo, então sua soma não é divisível por 3.
- O menor número n com essa propriedade é:

- (A) 3 (B) 9 (C) 33 (D) 34 (E) 66

29. Samanta e suas três irmãs reservaram um camarote com quatro lugares no teatro. Samanta e duas irmãs chegam mais cedo e sentam-se aleatoriamente. Qual é a probabilidade de que Samanta tenha que sair do seu assento quando sua irmã mais nova chegar e insistir que quer o assento que lhe estava reservado e o mesmo façam as outras irmãs que se veem obrigadas a levantar?

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{6}$

30. Uma sequência de inteiros é definida por $a_0 = 1, a_1 = 2, a_{n+2} = a_n + (a_{n+1})^2$ para $n \geq 0$. Qual é o resto da divisão euclidiana de a_{2009} por 7?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 5 (E) 6