INTEGRAÇÃO

INTEGRAL INDEFINIDA

$$\int f(x)\,dx = \overbrace{F(x)+c}^{\text{Primitiva}} \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$$

INTEGRAIS IMEDIÁTAS

$\int k\,dx = kx + c$	$\int \operatorname{sen}x\,dx = -\cos x + c$
$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$	$\int \cos x\,dx = \operatorname{sen}x + c$
$\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$	$\int \sec^2 x\,dx = \operatorname{tg}x + c$
$\int e^x\,dx = e^x + c$	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \operatorname{arcsen}x + c = -\arccos x + c$
$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln\lvert x\rvert + c$	$\int \frac{1}{1+x^2}\,dx = \operatorname{arctg}x + c = -\operatorname{arc}\cot gx + c$

PROPRIEDADES DE INTEGRAÇÃO

- Sendo k = cte $\Rightarrow \int k\cdot f(x)\,dx = k\int f(x)\,dx$
- $\int [f(x)+g(x)]\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$

INTEGRAL DEFINIDA

$$\int_a^b f(x) = [F(x)+c]_a^b = F(b)+c-(F(a)+c) = F(b)-F(a)$$

$$\int_a^b f(x) = F(b)-F(a)$$

MÉTODOS DE INTEGRAÇÃO

- **POR SUBSTITUIÇÃO**

Ex.1 $\int \operatorname{tg}x\,dx$

Ex.2 $\int \operatorname{sen}(ax)\,dx$

Ex.3 $\int \left(x + \sec^2 3x \right) dx$

- **POR PARTES**

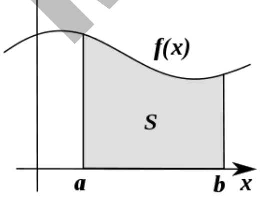
$$\int u\ dv = u \cdot v - \int v\ du$$

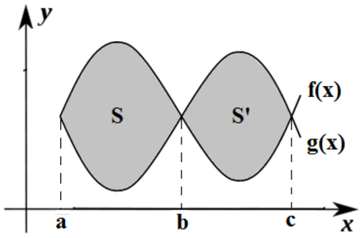
Ex.1 $\int \ln x\ dx$

Ex.2 $\int x e^{-2x}\ dx$

APLICAÇÕES DA INTEGRAL DEFINIDA

- **CÁLCULO DE ÁREA**

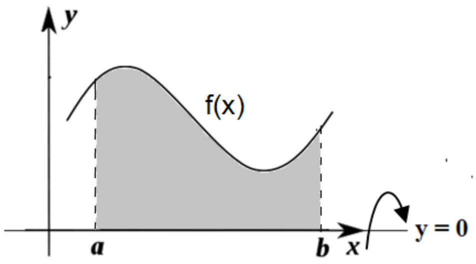




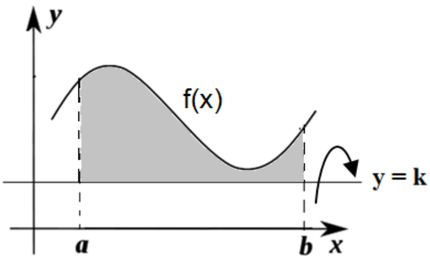
$$S = \int_a^b f(x) dx$$

$$S + S' = \int_a^b f(x) - g(x)\ dx + \int_b^c g(x) - f(x)\ dx$$

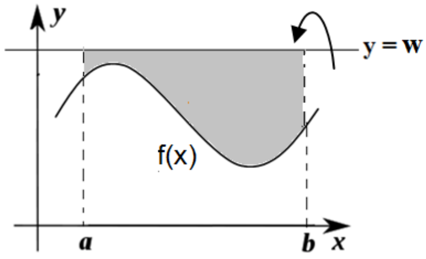
- **VOLUME DE UM SÓLIDO DE REVOLUÇÃO**



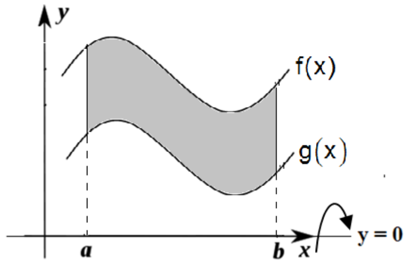
$$V = \pi\int_a^b \left[f(x)\right]^2 dx$$



$$V = \pi\int_a^b \left[f(x) - k\right]^2 dx$$

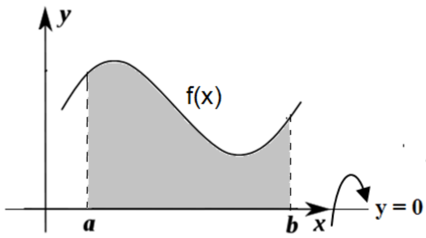


$$V = \pi\int_a^b \left[w - f(x)\right]^2 dx$$



$$V = \pi\int_a^b \left[f(x)\right]^2 - \left[g(x)\right]^2 dx$$

- **ÁREA DE UMA SUPERFÍCIE DE REVOLUÇÃO**



$$S = 2\pi\int_a^b f(x)\sqrt{1 + \left[f'(x)\right]^2} dx$$

EQUAÇÃO DIFERENCIAL ORDINÁRIA (EDO) DE VARIÁVEIS SEPARÁVEIS

Ex.1 $y' = 2x\sqrt{y-1}$

Ex.2 $y' = -\frac{y}{x}$

Ex.3 $y' = -\frac{(1+x)y}{(1-y)x}$

T.01 (EFOMM) Encontre-se para $\int \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{x}{2}\right)dx$ a expressão:

a) $-\frac{1}{2}\cos x + c$

b) $\frac{1}{2}\cos x + c$

c) $-\frac{1}{2}\cos\left(\frac{x}{2}\right) + c$

d) $-\frac{1}{2}\cos(2x) + c$

e) $\frac{1}{2}(1-\cos x) + c$

T.02 (EFOMM) A primitiva da função $f(x) = (x-1)^4$, que se anula para x = 2, tem a seguinte expressão:

a) $\frac{(x-1)^5}{5}$

b) $\frac{(x-1)^4}{4}$

c) $4(x-1)^5$

d) $\frac{(x-1)^5 - 1}{5}$

e) $4(x-1)^3$

T.03 (EFOMM) A solução de $\int \frac{e^{3y}}{\sqrt[3]{e^{3y}+3}}dy$ é:

a) $\frac{1}{2}\left(e^{3y}+3\right)^{3/2} + c$

b) $\frac{1}{3}\sqrt[3]{\left(e^{3y}+3\right)^2} + c$

c) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{\left(e^{3y}+3\right)^2} + c$

d) $\frac{1}{3}\left(e^{3y}+3\right)^{3/2} + c$

e) $\frac{1}{2}\left(e^{3y}+3\right)^{-2/3} + c$

T.04 (EFOMM) Sabendo que $f'(x)=\dfrac{x+2}{x^2+4x+11}$ e que $f(1)=0$, então o valor de $f(0)$ é:

a) $\ln\left(\dfrac{\sqrt{11}}{4}\right)$

b) $\dfrac{\ln 4}{\ln\sqrt{11}}$

c) $\dfrac{\ln\sqrt{11}}{\ln 4}$

d) $\sqrt{11}\ln 4$

e) $\ln\left(4\sqrt{11}\right)$

T.05 (EFOMM) O gráfico da função contínua $y=f(x)$, no plano xy, é uma curva situada acima do eixo x para $x > 0$ e possui a seguinte propriedade:
"A área da região entre a curva $y=f(x)$ e o eixo x no intervalo $a\le x\le b(a>0)$ é igual à área entre a curva e o eixo x no intervalo $ka\le x\le kb(k>0)$".
Se a área da região entre a curva $y=f(x)$ e o eixo x para x no intervalo $1\le x\le 3$ é número A então a área entre a curva $y=f(x)$ e o eixo x para x no intervalo $9\le x\le 243$ vale:

a) 2A
b) 3A
c) 4A
d) 5A
4) 6A

T.06 (EFOMM) Uma pesquisa indica a taxa decrescimento populacional de uma cidade através da função $P(x)=117+200x$, por pessoas anualmente há x anos. Passados 10 anos, o crescimento é dado pela integral $\int_0^{10}(117+200x)dx$. Pode-se afirmar que esse crescimento será de

a) 10130 pessoas
b) 11170 pessoas
c) 11200 pessoas
d) 11310 pessoas
e) 12171 pessoas

T.07 (EFOMM) O valor da integral $\int x\cdot e^{x^2}dx$ é

a) $\dfrac{1}{4}\cdot e^{x^2}+c.$

b) $\dfrac{x}{2}\cdot e^{x^2}+c.$

c) $\dfrac{1}{2}\cdot e^{x^2}+c.$

d) $\dfrac{1}{2}\cdot e^{x}+c.$

e) $\dfrac{1}{4}\cdot e^{x}+c.$

T.08 (EFOMM) Dada uma função F: $\Re \to \Re$, sabe-se que:
i) F’(x) = sem(3x)cos(5x), onde F’(x) é a derivada da função F, em relação à variável independente x;
ii) F(0) = 0.

O valor de $F\left(\frac{\pi}{16}\right)$ é

a) $\frac{1}{4}\left(\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}-\frac{3}{4}\right)$.

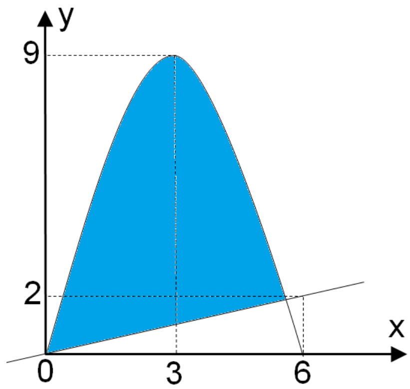
b) $\frac{1}{4}\left(-\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}+\frac{3}{4}\right)$.

c) $\frac{1}{4}\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}-\frac{3}{4}\right)$.

d) $\frac{1}{4}\left(-\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}+\frac{3}{4}\right)$.

e) $\frac{1}{4}\left(-\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}-\frac{3}{4}\right)$.

T.09 (EFOMM) A área de uma figura plana é dada pelo cálculo da integral $\int_a^b \left[g(x)-h(x)\right] dx$, onde g(x) é a função que limita a figura superiormente, h(x) limita a figura inferiormente e os valores a, b $\in \Re$representam o início e o fim da figura em relação ao eixo x, no plano cartesiano. Com isso, determine a área hachurada abaixo, definida superiormente por uma parábola e inferiormente por uma reta.



a) 42,7
b) 4913/162
c) 27
d) 21
e) $46\pi/7$

T.10 (EFOMM) O valor da integral $\int\left[\sqrt{2}\cdot \text{tg}^3(2x)\cdot \sec(2x)\right]^2 dx$, sem **c** uma constante, é:

a) $\sec^2(2x)+\text{tg}^2(2x)+c$

b) $\dfrac{\sec^2(2x)+\text{tg}^2(2x)+c}{\text{tg}(2x)}$

c) $\text{arctg}(\ln x)+c$

d) $\dfrac{\text{tg}^7(x)}{7}+c$

e) $\sqrt{\text{tg}(2x)}+\text{sen}(2x)+c$

T.11 (EFOMM) Seja $g(x)=4-\cos x$ e $f'(x)=4x-e^{2x}$. sabendo-se que $f(0)=g(0)$, determine $f(x)$.

a) $f(x)=3-2x$

b) $f(x)=2x^2-\dfrac{1}{2}e^{2x}+\dfrac{7}{2}$

c) $f(x)=e^{-2x}-6x-\dfrac{2}{3}$

d) $f(x)=e^{2x}-x^2+2$

e) $f(x)=e^{2x}+\text{sen}x-3$

T.12 (EFOMM) Calcule a integral indefinida $\int \text{tg}x\cdot\left(1+(\text{sen}x\cdot\sec x)^2\right)dx$.

a) $\dfrac{\sec^2 x}{2}+c$

b) $\text{tg}x\cdot\sec x+2x+c$

c) $\cos x+2\text{sen}x-\sec x+c$

d) $\dfrac{2\cos x-\text{sen}2x}{3}+c$

e) $\dfrac{\cos^2 x}{2}+c$

GABARITO

01. a	02. d	03. c	04. a	05. b	06. b	07. c	08. c	09. b	10. d	11. b	12. a