RESOLUÇÃO SIMULADO ENEM 09 2021

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[C]

As distâncias dos postes até a praça constituem uma progressão aritmética de primeiro termo 80 e razão $20.$ Desse modo, o número, $n,$ de postes é dado por

$$\begin{aligned} 1380 = 80 + (n-1)\cdot 20 &\Leftrightarrow n = \frac{1300}{20} + 1 \\ &\Leftrightarrow n = 66. \end{aligned}$$

A resposta é $66 \cdot 8000 = \text{R\$ } 528.000,00.$

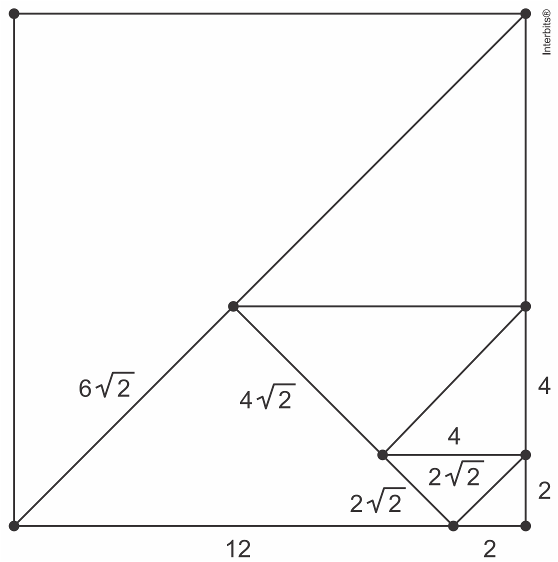
Resposta da questão 2:
[B]

Sendo 2014 o ponto médio do intervalo $[2013, 2015],$ e sabendo que a cobertura da campanha variou de forma linear, podemos concluir que a resposta é

$$\frac{67\% + 59\%}{2} = 63\%.$$

Resposta da questão 3:
[A]

É fácil ver que as hipotenusas dos triângulos retângulos crescem segundo uma progressão geométrica de primeiro termo $2\sqrt{2}\,\text{cm}$ e razão $\sqrt{2}.$



Portanto, de acordo com a figura, a resposta é $12 + 2 = 14\,\text{cm}.$

Resposta da questão 4:
[E]

O número de partidas disputadas decresce segundo uma progressão geométrica de primeiro termo $\frac{128}{2} = 64$ e razão $\frac{1}{2}$.

Por conseguinte, a resposta é $64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1$.

Resposta da questão 5:
[A]

Tem-se que os totais transferidos, em milhões, por cada um dos bancos foram

$$\sum_{j=1}^{5} a_{1j} = 0 + 2 + 0 + 2 + 2 = 6,$$

$$\sum_{j=1}^{5} a_{2j} = 0 + 0 + 2 + 1 + 0 = 3,$$

$$\sum_{j=1}^{5} a_{3j} = 1 + 2 + 0 + 1 + 1 = 5,$$

$$\sum_{j=1}^{5} a_{4j} = 0 + 2 + 2 + 0 + 0 = 4$$

e

$$\sum_{j=1}^{5} a_{5j} = 3 + 0 + 1 + 1 + 0 = 5.$$

Portanto, é fácil ver que a resposta é o banco 1.

Resposta da questão 6:
[C]

Em relação aos carros que ficarão na entrada, existem 4 maneiras de escolher o compacto e 6 modos de escolher a caminhonete. Já para o estande da região central, tem-se 3 escolhas para o compacto e 5 para a caminhonete. Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que o número de possibilidades para compor os estandes é igual a

$$\begin{aligned} 4 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 5 &= \binom{6}{2} \cdot 2 \cdot \binom{4}{2} \cdot 2 \\ &= \binom{4}{2} \cdot \binom{6}{2} \cdot 2 \cdot 2. \end{aligned}$$

Resposta da questão 7:
[D]

Após a colocação da primeira peça, existem $2 \cdot (n - 1)$ casas vazias na zona de combate. Ademais, temos $n^2 - 1$ casas quaisquer vazias e, assim, vem

$$\begin{aligned} \frac{2 \cdot (n-1)}{n^2 - 1} < \frac{1}{5} &\Rightarrow \frac{2}{n+1} < \frac{1}{5} \\ &\Rightarrow n > 9. \end{aligned}$$

A resposta é 10×10.

Resposta da questão 8:
[D]

Sendo 21 os dias letivos e $6\,h\,22\,min$ a mediana, podemos concluir que o rapaz chegou antes de $6\,h\,22\,min$ exatamente $\frac{21-1}{2}=10$ vezes. Logo, se a moda é $6\,h\,21\,min$ e n é o número de dias em que o rapaz chegou às $6\,h\,21\,min$, então a probabilidade pedida é igual a $\frac{10-n}{21}$.

Essa probabilidade é máxima quando n é mínimo. Ademais, como existem 6 observações menores do que $6\,h\,21\,min$, deve-se ter $n=3$, caso contrário, haveria pelo menos outra moda menor do que $6\,h\,21\,min$.

Portanto, a resposta é $\frac{10-3}{21}=\frac{7}{21}$.

Resposta da questão 9:
[D]

Se $\frac{1}{4}\cdot 20=5$ das vinte perguntas inicialmente depositadas na urna são de nível fácil e x é o número de perguntas de nível fácil que o gerente deve acrescentar, então

$$\frac{5+x}{20+x}=\frac{3}{4}\Leftrightarrow x=40.$$

Resposta da questão 10:
[C]

A nota do atleta 10 no último salto deve ser maior do que ou igual a $829-687{,}5=141{,}5$. Logo, como ele pode superar essa pontuação apenas em $T3$ $(2{,}6\cdot 55=143)$ e $T5$ $(3\cdot 53=159)$, conclui-se que ele deverá escolher o de tipo T3, uma vez que é o mais provável.

Resposta da questão 11:
[E]

Preliminarmente, tem-se que a probabilidade de extrair uma bola qualquer das urnas C ou D é igual a $\frac{1}{2}$.

Na opção 1, a probabilidade é igual a $\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{15}$.

Na opção 2, a probabilidade é igual a $\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9}=\frac{1}{15}$.

Na opção 3, a probabilidade é igual a $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{6}=\frac{2}{21}$.

Na opção 4, a probabilidade é igual a $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}=\frac{1}{5}$.

Na opção 5, a probabilidade é igual a $\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{6}=\frac{3}{14}$.

Portanto, como $\frac{3}{14}$ é a maior das probabilidades, segue o resultado.

Resposta da questão 12:
[A]

O número de cubinhos ausentes é igual a $9+2=11$. Logo, as únicas alternativas possíveis seriam [A] e [E]. Contudo, a face lateral direita apresenta seis cubinhos ausentes e, assim, só pode ser a alternativa [A].

Resposta da questão 13:
[D]

O número máximo de potes em cada caixa é dado por

$$\left[\frac{8}{4}\right]\cdot\left[\frac{8}{4}\right]\cdot\left[\frac{40}{6}\right]=2\cdot 2\cdot 6=24,$$

$$\left[\frac{8}{4}\right]\cdot\left[\frac{20}{4}\right]\cdot\left[\frac{14}{6}\right]=2\cdot 5\cdot 2=20,$$

$$\left[\frac{18}{4}\right]\cdot\left[\frac{5}{4}\right]\cdot\left[\frac{35}{6}\right]=4\cdot 1\cdot 5=20,$$

$$\left[\frac{20}{4}\right]\cdot\left[\frac{12}{4}\right]\cdot\left[\frac{12}{6}\right]=5\cdot 3\cdot 2=30$$

e

$$\left[\frac{24}{4}\right]\cdot\left[\frac{8}{4}\right]\cdot\left[\frac{14}{6}\right]=6\cdot 2\cdot 2=24.$$

Portanto, ele deve adquirir o modelo IV.

Observação: $[x]$ denota o maior inteiro menor do que ou igual a x.

Resposta da questão 14:
[B]

Os pares ordenados satisfazem as condições $0\le x\le 10,$ $y\ge 0$ e $y\le x,$ ou seja, $0\le y\le x\le 10.$

Resposta da questão 15:
[B]

Sem perda de generalidade, tomemos $A=(0,0)$ e $B=(30,0).$ Ademais, se $P=(x,y)$ é a posição de um bombeiro qualquer, então

$$\begin{aligned} d(A,P)=2\cdot d(B,P) &\Leftrightarrow \sqrt{x^2+y^2}=2\sqrt{(x-30)^2+y^2} \\ &\Leftrightarrow x^2+y^2=4(x-30)^2+4y^2 \\ &\Leftrightarrow (x-40)^2+y^2=20^2. \end{aligned}$$

Portanto, um bombeiro qualquer deve estar sobre uma circunferência de centro em $(40,0)$ e raio $20\text{ m}.$

A maior distância entre dois bombeiros ocorre quando ambos estão em extremidades distintas de um mesmo diâmetro, ou seja, $40\text{ m}.$

Resposta da questão 16:
[E]

Desde que $ABCO$ é um quadrado, e como uma reta passando por A pode atingir no máximo os pontos C e $D,$ podemos concluir que a maior pontuação é obtida com a circunferência de centro em $D=(2,2)$ e raio $2\sqrt{2},$ ou seja,

$$(x-2)^2+(y-2)^2=(2\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-2)^2=8.$$

Tal circunferência passa pelos pontos A, B e $C.$

Resposta da questão 17:
[C]

Em 1986, o número de transistores por centímetro quadrado era igual a
$$\frac{100000}{0,25}=400000.$$

Desse modo, o número de transistores ao longo do tempo constitui uma progressão geométrica de primeiro termo $4\cdot 10^5$ e razão $2.$ Ademais, se n é o número de períodos de 2 anos após $1986,$ então

$$\begin{aligned}4\cdot 10^5\cdot 2^n\ge 10^{11} &\Leftrightarrow 2^{n+2}\ge 10^6\\ &\Leftrightarrow \log 2^{n+2}\ge \log 10^6\\ &\Rightarrow (n+2)\cdot 0,3\ge 6\\ &\Leftrightarrow n\ge 18.\end{aligned}$$

A resposta é $1986+2\cdot 18=2022.$

Resposta da questão 18:
[C]

Sendo $i=0,0132$ ao mês, temos
$$\begin{aligned}P<0,75\cdot V &\Leftrightarrow P<0,75\cdot P(1+i)^n\\ &\Leftrightarrow (1,0132)^n>\frac{4}{3}\\ &\Leftrightarrow \ell n\,(1,0132)^n>\ell n\,\frac{4}{3}\\ &\Rightarrow n\cdot 0,0131>0,2877\\ &\Leftrightarrow n>\frac{2877}{131}\\ &\Leftrightarrow n>21+\frac{126}{131}.\end{aligned}$$

Por conseguinte, como o menor inteiro maior do que $21+\frac{126}{131}$ é $22,$ segue que a primeira parcela que poderá ser antecipada junto com a 30ª é a $(30+22)^{a}=52^{a}.$

Resposta da questão 19:
[B]

Seja v o valor inicial das parcelas. Tem-se que
$$v\cdot N=(v-200)\cdot(N+5)=(v+232)\cdot(N-4).$$

Donde vem o sistema
$$\begin{cases}v-40N=200\\ -v+58N=232\end{cases}.$$

Resolvendo, encontramos $N=24.$

Resposta da questão 20:
[C]

Se a criança desceu quatro andares e parou no quinto andar, então ela partiu do nono andar. Mas, sabemos que, para chegar ao nono andar, ela subiu nove andares e, assim, podemos afirmar que ela partiu do térreo.
Se ela desceu dez andares e, depois, mais treze andares para chegar ao térreo, então a criança partiu do 23º andar. Em consequência, sabendo que ela subiu sete andares para chegar ao 23º andar, concluímos que ela entrou no elevador no 16º andar.
O último andar do edifício é o 23º.

Resposta da questão 21:
ANULADA

Questão anulada no gabarito oficial.

Observação: *A questão foi anulada por ser similar a outra questão da fonte UFPR 2014.*

A menor pena possível seria a de 5 anos. Com o benefício da redução, o tempo de reclusão mínimo passaria a ser de $\frac{1}{3}\cdot 5 = 1$ ano e 8 meses.

Por outro lado, a maior pena possível seria a de 15 anos. Assim, no pior caso da redução, ele teria que cumprir $\frac{5}{6}\cdot 15 = 12$ anos e 6 meses.

Resposta da questão 22:
[E]

As pontuações dos alunos foram as seguintes:
1. Edu: $1\cdot 4 + 3\cdot 9 + 2\cdot 7 + 5\cdot 5 = 70;$
2. Dani: $2\cdot 4 + 5\cdot 9 + 1\cdot 7 + 3\cdot 5 = 75;$
3. Caio: $3\cdot 4 + 4\cdot 9 + 3\cdot 7 + 1\cdot 5 = 74;$
4. Bia: $4\cdot 4 + 1\cdot 9 + 5\cdot 7 + 2\cdot 5 = 70;$
5. Ana: $5\cdot 4 + 2\cdot 9 + 4\cdot 7 + 4\cdot 5 = 86.$

Portanto, como Ana teve a maior pontuação, segue que a sua poesia foi a vencedora.

Resposta da questão 23:
[B]

O tempo de espera nas máquinas $1, 2, 3, 4$ e 5 são, respectivamente, iguais a
$35\cdot 5 = 175$ s, $25\cdot 6 = 150$ s, $22\cdot 7 = 154$ s, $40\cdot 4 = 160$ s e $20\cdot 8 = 160$ s.

Portanto, o passageiro deverá se dirigir à máquina $2.$

Resposta da questão 24:
[E]

Sendo $\overline{AB} = \overline{AC}$ e $90° < B\hat{A}C < 180°,$ podemos afirmar que ABC é obtusângulo isósceles.

Resposta da questão 25:
[E]

Considerando *NO* a origem e o sentido anti-horário o dos arcos positivos, tem-se que inicialmente a posição da câmera é $45°$. Desse modo, após as três mudanças, a câmera estará na posição $45° + 135° - 60° + 45° = 165°$. Em consequência, a resposta é $165°$ no sentido horário.

Resposta da questão 26:
[A]

Entre os estágios 1 e 3, em qualquer instante, o segmento de reta MO corresponde à mediana do triângulo retângulo cuja hipotenusa tem comprimento igual ao comprimento da viga. Desse modo, como a mediana mede metade da hipotenusa, e esta é constante, segue que a resposta é o gráfico da alternativa [A].

Resposta da questão 27:
[D]

Sejam O e M, respectivamente, o centro do chafariz e o ponto médio do segmento de reta AB. Logo, se $R = \overline{OB}$ é o raio da praça e $r = \overline{OM}$ é o raio do chafariz, então, pelo Teorema de Pitágoras, vem

$$R^2 = r^2 + \left(\frac{16}{2}\right)^2 \Leftrightarrow R^2 - r^2 = 64.$$

A área do passeio é $\pi \cdot (R^2 - r^2) = 64\pi\ m^2$.

Resposta da questão 28:
[D]

Considere a tabela.

x_i	f_i	$x_i f_i$
0	50	0
1	17	17
2	15	30
3	10	30
4	6	24
5	2	10
	$\sum f_i = 100$	$\sum x_i f_i = 111$

A resposta é dada por

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{111}{100} = 1{,}11.$$

Resposta da questão 29:
[A]

Se ℓ é a medida real do segmento, então

$$\frac{1}{58000000} = \frac{7{,}6}{\ell} \Leftrightarrow \ell = 440800000\,\text{cm} = 4408\,\text{km}.$$

Resposta da questão 30:
[B]

Em 40 gramas de prata 950 temos $40 \cdot \frac{950}{1000} = 38\,\text{g}$ de prata pura e $40 - 38 = 2\,\text{g}$ de cobre. Logo, a resposta é $38 - 10 \cdot \frac{925}{1000} = 28{,}75\,\text{g}$ de prata pura e $30 - 28{,}75 = 1{,}25\,\text{g}$ de cobre.

Resposta da questão 31:
[C]

Sendo $15\,\text{m} = 1500\,\text{cm}$ e $90\,\text{m} = 9000\,\text{cm}$, temos

$$\frac{1}{X} \cdot 9000 > 4 \Leftrightarrow X < 2250.$$

e

$$\frac{1}{2} < 1500 \cdot \frac{1}{X} < 1 \Leftrightarrow 1500 < X < 3000.$$

Portanto, das duas condições, segue que $1500 < X < 2250.$

Resposta da questão 32:
[A]

Tem-se que

$$d_{\text{Alpha}} = 6 \cdot \frac{90}{60} = 9\,\text{km};$$

$$d_{\text{Beta}} = 5 \cdot \frac{90}{60} = 7{,}5\,\text{km}$$

e

$$d_{\text{Gama}} = 6{,}5 \cdot \frac{60}{60} = 6{,}5\,\text{km}.$$

Em consequência, vem $d_{\text{Gama}} < d_{\text{Beta}} < d_{\text{Alpha}}.$

Resposta da questão 33:
[A]

Se o número de anúncios na rádio é igual a $\frac{X}{120}$, e o número, em milhares, de panfletos produzidos e distribuídos é $\frac{Y}{180}$, então a resposta é

$$\frac{X}{120} \cdot 1500 + \frac{Y}{180} \cdot 1000 = \frac{50X}{4} + \frac{50Y}{9}.$$

Resposta da questão 34:
[B]

Desde que a razão entre as áreas corresponde ao quadrado da razão de semelhança linear, k, temos

$$k^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow k = \frac{1}{4}.$$

Portanto, segue que a fonte deve ser reduzida para o tamanho $\frac{1}{4} \cdot 192 = 48.$

Resposta da questão 35:
[E]

Sejam $A = (m_A, r_A), B = (m_B, r_B)$ e $C = (m_C, r_C).$ Logo, sendo $m_A = m_C < m_B$ e $r_A = r_B < r_C,$ temos
$\frac{km_C}{r_C^2} < \frac{km_A}{r_A^2} < \frac{km_B}{r_B^2} \Leftrightarrow F_C < F_A < F_B.$

Resposta da questão 36:
[B]

Sejam p_1 e $p_2,$ respectivamente, a produtividade da área de 120 hectares e a produtividade da área de 40 hectares, com $p_2 = 2{,}5 \cdot p_1.$ Logo, sendo q_1 e $q_2,$ respectivamente, a produção da área de 120 hectares e a produção da área de 40 hectares, temos $q_1 = 120 \cdot p_1$ e $q_2 = 40 \cdot p_2 = 100 \cdot p_1.$

A produção total antes da aquisição é dada por
$q_1 + q_2 = 120 \cdot p_1 + 100 \cdot p_1 = 220 \cdot p_1.$

Portanto, sofrendo um aumento de $15\%,$ a produção passará a ser $1{,}15 \cdot 220 \cdot p_1 = 253 \cdot p_1.$ Em consequência, se x é o resultado procurado, então

$$\begin{aligned}(120 + x) \cdot p_1 + 100 \cdot p_1 = 253 \cdot p_1 &\Rightarrow 120 + x + 100 = 253 \\ &\Rightarrow x = 33\text{ha}.\end{aligned}$$

Resposta da questão 37:
[D]

Sejam x e $n,$ respectivamente, o número de alunos que compraram 3 bilhetes e o número total de bilhetes vendidos. Logo, temos
$3x + 2 \cdot 45 + 0{,}2 \cdot n = x + 45 + 0{,}2 \cdot n + 80 + 33 \Leftrightarrow x = 34.$

Portanto, segue que
$3 \cdot 34 + 2 \cdot 45 = 0{,}8 \cdot n \Leftrightarrow n = 240.$

A resposta é $0{,}2 \cdot 240 = 48.$

Resposta da questão 38:
[C]

Se n é o número de pontos obtidos pelo estudante na quarta avaliação, então

$$\begin{aligned}46 \cdot 0{,}2 + 60 \cdot 0{,}1 + 50 \cdot 0{,}3 + n \cdot 0{,}4 \ge 60 &\Leftrightarrow 0{,}4n \ge 29{,}8 \\ &\Leftrightarrow n \ge 74{,}5.\end{aligned}$$

A resposta é, portanto, $74{,}5.$

Resposta da questão 39:
[D]

A resposta é dada por

$$\frac{0,9+1+1,5+0,4+8,2}{4,5+2+2,5+0,5+20,5}\cdot 100\% = \frac{12}{30}\cdot 100\%$$
$$= 40\%.$$

Resposta da questão 40:
[D]

Desde que a taxa de LDL passou a ser de $0,75\cdot 0,8\cdot 280 = 168\,\text{mg/dL}$, podemos afirmar que a classificação é alta.

Resposta da questão 41:
[A]

A inclinação atual é $\frac{200}{8} = 25\%.$ Porém, de acordo com as normas técnicas, a distância entre os níveis da garagem e da rua deveria ser $8\cdot 20 = 160\,\text{cm}.$
Em consequência, o nível da garagem deverá ser elevado em $200-160=40\,\text{cm}.$

Resposta da questão 42:
[B]

Seja h a altura do cilindro.
Na figura é possível perceber que foram dadas seis voltas em torno do cilindro. Logo o cateto adjacente ao ângulo de $30°$ mede $6\cdot 2\pi\cdot\frac{6}{\pi} = 72\,\text{cm}$ e, portanto, temos

$$\text{tg}30° = \frac{h}{72} \Leftrightarrow h = 24\sqrt{3}\,\text{cm}.$$

Resposta da questão 43:
[A]

O menor caminho, por inspeção, corresponde ao comprimento de 8 segmentos de reta de medida igual a 1, somado ao comprimento do arco definido pelo ângulo central de $\frac{4\pi}{6}\cdot 1 = \frac{2\pi}{3}\,\text{rad}$ e raio 1, ou seja, $\frac{2\pi}{3}+8.$

Resposta da questão 44:
[A]

A função f é do tipo $f(t) = a + b\,\text{sen}(mt).$ Logo, sendo $f(0) = 88,$ temos $a = 88.$ Ademais, pelo gráfico, sabemos que o período de f é 2π e, portanto, vem $m = 1.$
Finalmente, como $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 168,$ obtemos

$$168 = 88 + b \Leftrightarrow b = 80.$$

A resposta é $f(t) = 88 + 80\,\text{sen}\,t.$

Resposta da questão 45:
[D]

Se cada carro no pictograma corresponde a n carros elétricos vendidos, então

$$5n = 2n + 360 \Leftrightarrow n = 120.$$

A resposta é dada por $\frac{8n}{3} = \frac{8 \cdot 120}{3} = 320.$