MÓDULO 26

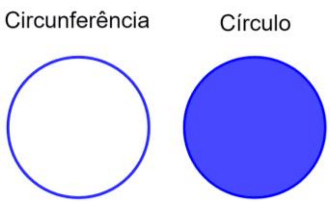
1. CIRCUNFERÊNCIAS E CÍRCULOS.

Circunferência

É o lugar geométrico dos pontos do plano eqüidistantes de um ponto fixo, denominado centro. A distância do ponto fixo à circunferência é o raio (**r).**

Círculo

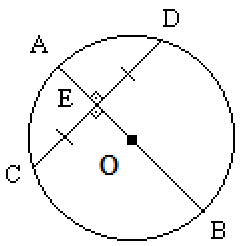
lugar geométrico dos pontos do plano cujas distâncias de um ponto fixo (centro) são menores ou iguais a uma constante (raio).



2. CORDA

É um segmento de reta que tem suas extremidades na circunferência.

Nomes importantes:
i) CA é uma **corda.**
ii) OB é o **raio.**
iii) AB é o **diâmetro.**
iv) AE é chamado de **flecha**.



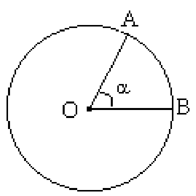
$$\overline{AB} \perp \overline{CD} \to \overline{CE} = \overline{ED}$$

1) O diâmetro é o dobro do raio (**d = 2r**).
2) O diâmetro divide a circunferência em duas partes congruentes.
3) O diâmetro é a maior corda de um círculo.
4) Se o diâmetro é perpendicular a uma corda, então ele a divide em duas partes congruentes.

2. ÂNGULO NA CIRCUNFERÊNCIA

2.1) Ângulo Central

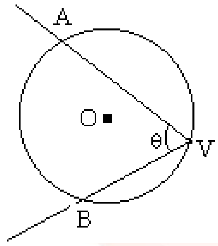
É o ângulo que possui o vértice no centro da circunferência.



$$\alpha = \widehat{AB}$$

2.2) Ângulo Inscrito

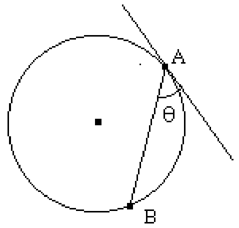
É o ângulo que possui o vértice na circunferência e tem os lados formados por duas secantes.



$$\theta = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

2.3) Ângulo de Segmento

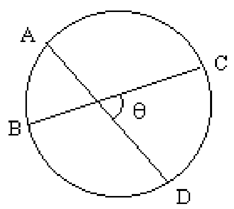
É o ângulo que possui o vértice na circunferência e tem os lados formados por uma secante e uma tangente.



$$\theta = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

2.4) Ângulo Excêntrico Interno

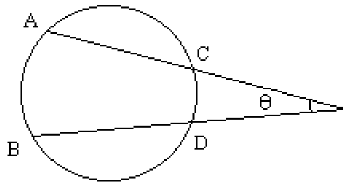
É o ângulo formado por duas cordas que se cortam no interior da circunferência.



$$\theta = \frac{\widehat{AB}+\widehat{CD}}{2}$$

2.5) Ângulo Excêntrico Externo

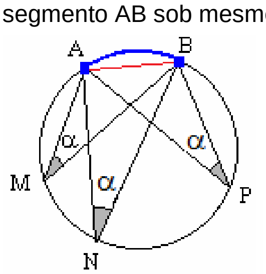
É o ângulo formado por duas secantes que se cortam no interior da circunferência.



$$\theta = \frac{\widehat{AB}-\widehat{CD}}{2}$$

2.9) Arco capaz

Quando consideramos uma corda AB de um círculo, verificamos que de qualquer ponto (M, N e P) de um dos arcos podemos ver o segmento AB sob mesmo ângulo α.



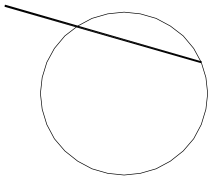
Quando isto ocorre, chamamos o arco de capaz o arco $\widehat{AMB}$. E ainda temos que o **AM̂B = AN̂B = AP̂B**.

3. POTÊNCIA DE UM PONTO

Passando por "P" uma secante que corta o círculo em A e B, chama-se potência de P em relação ao círculo o produto escalar $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$.

Ex. :

$$Pot"P" = \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = PA \cdot PB$$



Obs.: Se o ponto estiver :

a) Fora da circunferência (exteriormente)

A potência será positiva (+)

b) Dentro da circunferência :

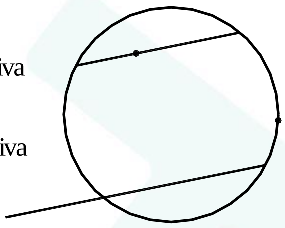
A potência será negativa (-)

c) Na circunferência :

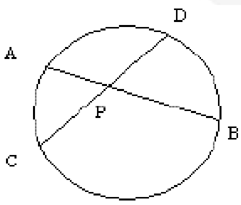
A potência será nula (0)

Ex. :

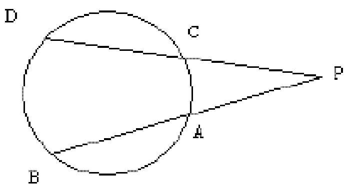
- $Pot(P) = \text{negativa}$
- $Pot(P_2) = \text{nula}$
- $Pot(P_1) = \text{positiva}$



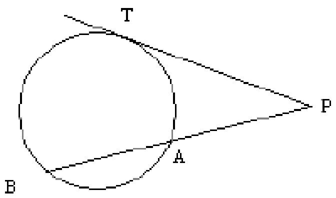
3. RELAÇÕES MÉTRICAS NO CÍRCULO



PA . PB = PC . PD

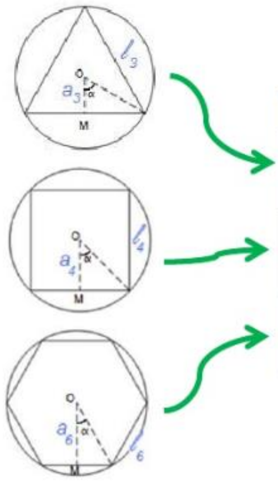


PA . PB = PC . PD



PT^2 = PA . PB

4. POLÍGONOS REGULARES INSCRITOS

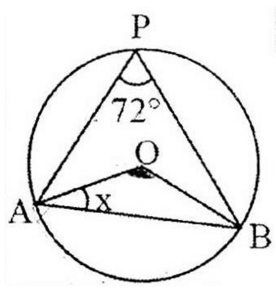


	Apótema	Lado
Triângulo	$a_3 = \frac{r}{2}$	$\ell_3 = r\sqrt{3}$
Quadrado	$a_4 = \frac{r}{2}\sqrt{2}$	$\ell_4 = r\sqrt{2}$
Hexágono	$a_6 = \frac{r}{2}\sqrt{3}$	$\ell_6 = r$

	POLÍGONO REGULAR INSCRITO		POLÍGONO REGULAR CIRCUNSCRITO	
POLÍGONO	LADO	APÓTEMA	LADO	APÓTEMA
TRIÂNGULO	$\ell_3 = R\sqrt{3}$	$a_p = \frac{R}{2}$	$\ell_3 = 2r\sqrt{3}$	$a_p = r$
QUADRADO	$\ell_4 = R\sqrt{2}$	$a_p = \frac{R\sqrt{2}}{2}$	$\ell_4 = 2r$	$a_p = r$
HEXÁGONO	$L_6 = R$	$a_p = \frac{R\sqrt{3}}{2}$	$\ell_6 = \frac{2r\sqrt{3}}{3}$	$a_p = r$

5. EXERCÍCIOS

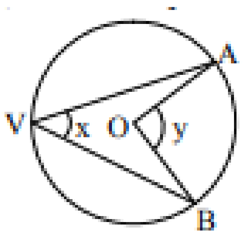
1) (EEAR – 2009)
Na figura, **O** é o centro da circunferência.



O valor de **x** é:
a) 18°
b) 20°
c) 22°
d) 24°

2) (EEAR – 2015)

Na circunferência da figura, **O** é o seu centro e **V**, **A** e **B** são três de seus pontos.

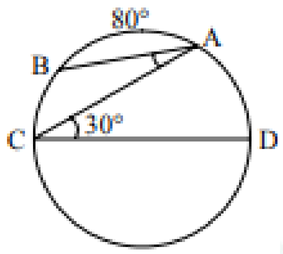


Se **x** e **y** são, respectivamente, as medidas dos ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{V}A$, então sempre é correto afirmar que:

a) $x = 2y$
b) $y = 2x$
c) $x + y = 90°$
e) $x - y = 90°$

3) (EEAR – 2015)

Na figura, **A** e **B** são pontos da circunferência e $\overline{CD}$ é seu diâmetro.

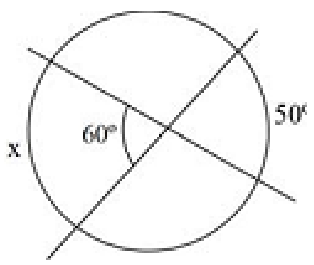


Assim, o ângulo BÂO mede:

a) 20°
b) 30°
c) 50°
d) 60°

4) (EEAR – 2016)

Duas cordas se cruzam num ponto distinto do centro da circunferência, conforme esboço.

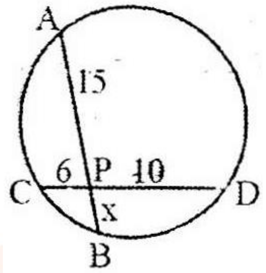


A partir do conceito de ângulo excêntrico interior, a medida do arco **x** é:

a) 40°
b) 70°
c) 110°
d) 120°

5) (EEAR – 2013)

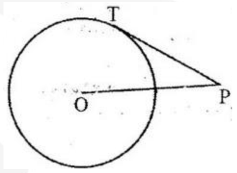
Utilizando a potência do ponto **P** em relação à circunferência dada, calcula-se que o valor de **x** é:



a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

6) (EEAR – 2012)

Na figura, $\overline{PT}$ é tangente, em **T**, à circunferência de centro **O** e raio 6 m.

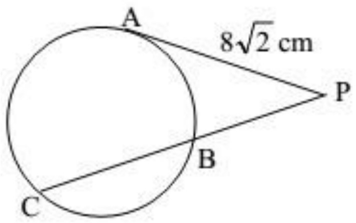


Sabendo que **P** está situado a 10 m de **O**, então PT = ___m.

a) 5
b) 6
c) 7
d) 8

7) (EEAR – 2010)

Na figura, $\overline{PA}$ é tangente à circunferência em A e B é ponto médio de $\overline{PC}$.



A medida de $\overline{PC}$, em cm, é:

a) $12\sqrt{2}$
b) $14\sqrt{2}$
c) 16
d) 20

8) (EEAR – 2011)

Um quadrado e um triângulo equilátero estão inscritos em uma circunferência de raio **R**.

A razão entre as medidas dos apótemas do quadrado e do triângulo é:

a) $\sqrt{2}$
b) $\sqrt{3}$
c) $2\sqrt{3}$
d) $3\sqrt{2}$

9) (EEAR – 2013)
A razão **r** entre o apótema e o lado de um hexágono regular é igual a:

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
c) $\frac{2}{3}$
d) $\frac{1}{3}$

10) (EEAR)
A razão entre as medidas dos apótemas do quadrado inscrito e do quadrado circunscrito numa circunferência de raio R é:

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
c) 2
d) $2\sqrt{3}$

6. GABARITO

1) A
2) B
3) A
4) B
5) D
6) D
7) C
8) A
9) A
10) A

7. ANOTAÇÕES

____

____

____

____

____

____

____