Guia de estudos: Livro 1 – Matemática – Frente 2
Página 132 – Revisando: 4
Página 134 – Propostos: 7, 16, 17, 18, 20, 22, 23
Página 146 – Complementares: 14, 21, 22

1. (utfpr 2015) O valor da expressão $\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{98}$ é:

a) $\sqrt{130}$.
b) $-5\sqrt{2}$.
c) $9\sqrt{2}$.
d) $5\sqrt{13}$.
e) $15\sqrt{2}$.

3. (Pucrj 2018) Simplificando $\left(\sqrt[3]{9} + \frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{24})$, encontramos:

a) 9
b) 10
c) $\sqrt[3]{3}$
d) 12
e) 1

4. (IFCE 2019) Simplificando a expressão $\dfrac{\sqrt{2\sqrt[3]{2}}.\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}{2^{\frac{1}{6}}}$, obtemos o número

a) 4
b) $\sqrt{2}$
c) 2
d) $\sqrt[3]{2}$
e) 1

5. (Pucrj 2015) O valor de $\sqrt{(-3)^2 + (-1)^6 - (-1{,}2)^0 + \sqrt[3]{4^6}}$ é:

a) 13
b) 15
c) 17
d) 19
e) 21

6. (Pucrj 2016) Quanto vale $\dfrac{\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3}}$?

a) $\sqrt[3]{3}$
b) $\sqrt[3]{9}$
c) $1 + \sqrt[3]{3}$
d) $1 + \sqrt[3]{9}$
e) $2\sqrt[3]{3}$

7. (ifce 2019) Ao ordenar corretamente os números reais $X = 2\sqrt{5}$; $Y = 3\sqrt{2}$ e $Z = 5\sqrt{3}$, obtemos

a) $X < Y < Z$.
b) $Z < Y < X$.
c) $Y < X < Z$.
d) $X < Z < Y$.
e) $Y < Z < X$.

8. Assinale a alternativa que apresenta o número diferente dos demais.

a) $\dfrac{2}{\sqrt{2} - 1}$
b) $\dfrac{2\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$
c) $\dfrac{2\sqrt{2} + 4}{\sqrt{2}}$
d) $\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} - 2}$
e) $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6} - \sqrt{3}}$

9. Encontre o valor da expressão numérica a seguir.
$2 \cdot (0{,}5)^3 + \sqrt{0{,}25} + 8^{\frac{-1}{3}}$

a) 1,3
b) 1,25
c) 1
d) 0,5
e) 0,25

10. (Puccamp 2017) Usando a *tecnologia* de uma calculadora pode-se calcular a divisão de 2 por $\sqrt[3]{4}$ e obter um resultado igual a

a) $\sqrt{4}$.
b) $\sqrt[3]{3}$.
c) $\sqrt{5}$.
d) $\sqrt[3]{2}$.
e) $\sqrt{4^2}$.

11. (Enem 2012) Dentre outros objetos de pesquisa, a Alometria estuda a relação entre medidas de diferentes partes do corpo humano. Por exemplo, segundo a Alometria, a área A da superfície corporal de uma pessoa relaciona-se com a sua massa m pela fórmula $A = k \times m^{\frac{2}{3}}$, em que k e uma constante positiva.

Se no período que vai da infância até a maioridade de um indivíduo sua massa é multiplicada por 8, por quanto será multiplicada a área da superfície corporal?

a) $\sqrt[3]{16}$
b) 4
c) $\sqrt{24}$
d) 8
e) 64

12. (Unisinos 2016) Simplificando-se a expressão $\sqrt{\dfrac{2^{37}}{2^{35} + 2^{38} + 2^{39}}}$, obtém-se o número

a) $\dfrac{\sqrt{19}}{4}$
b) $\dfrac{\sqrt{19}}{2}$
c) $0,4$
d) $0,16$
e) $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{37}}$

13. (ifce 2016) O número $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sqrt[3]{2^5}}}\cdot\sqrt[3]{2}$ é igual a

a) 0.
b) $\sqrt{2}$.
c) 1.
d) $\sqrt{3}$.
e) $1+\sqrt{2}$.

14. (Fmc 2020) O valor de $\dfrac{\sqrt{(-\pi)^2}-(-\pi)^2+\sqrt[5]{(-\pi)^{10}}}{2\pi}$ é igual a:

a) π
b) $-\pi$
c) $\dfrac{1}{2}\pi$
d) $-\dfrac{1}{2}$
e) $\dfrac{1}{2}$

15. (ifmt 2020) O valor de x na seguinte expressão $x=\dfrac{\sqrt[5]{0,00032}\cdot\sqrt[4]{0,0256}}{\sqrt[3]{0,125}}$ é:

a) $0,02$
b) $0,04$
c) $0,08$
d) $0,16$
e) $0,32$

16. (Upf 2018) Considere as afirmações abaixo, onde a e b são números reais.

I. $\sqrt{a^2}=a$
II. $\sqrt{a^2+b^2}=a+b$
III. $\sqrt{a^2\times b^2}=\sqrt{a^2}\times\sqrt{b^2}$
IV. $\sqrt{\dfrac{a^2}{b^2}}=\dfrac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{b^2}}, b\neq 0$

a) Apenas III e IV são verdadeiras.
b) Apenas IV é verdadeira.
c) Apenas II é falsa.
d) Apenas I, II e IV são verdadeiras.
e) Todas são verdadeiras.

17. (ifce 2012) Para todo número real positivo ***a***, a expressão $\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{a^3}+\sqrt{a^5}}{\sqrt{a}}$ é equivalente a

a) $1+\sqrt{a}+a$.
b) $1+a+a^2$.
c) $\sqrt{a}+a$.
d) $\sqrt{a}+a^2$.
e) $1+a$.

18. (Pucrj 2017) Assinale a alternativa correta.

a) $2\sqrt{16}=\sqrt{32}$
b) $\sqrt{50}-\sqrt{32}=\sqrt{2}$
c) $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$
d) $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5+\sqrt{2}}$
e) $5\sqrt{2}+2\sqrt{2}=14$

19. (utfpr 2016) Simplificando a expressão $\dfrac{2+\dfrac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}-1}$ obtemos:

a) $\dfrac{11\sqrt{2}}{2}$.
b) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}+3$.
c) $\dfrac{7}{2}+2\sqrt{2}$.
d) $3+\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.
e) $\dfrac{2+3\sqrt{2}}{2}$.

20. (Pucrj 2016) Quanto vale $\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$?

a) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}-1$
b) $\sqrt{2}+1$
c) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}-1$
d) $\dfrac{5}{2}$
e) 1

Aprofundamento:

21. (cmrj 2019) Assinale a opção que contém a afirmação correta.

a) Para a e b reais e n natural, $\sqrt[n]{a}=b\Leftrightarrow b^n=a$.
b) Para a e b reais positivos, $\sqrt{a^2+b^2}=a+b$.
c) Para a e b reais, se $a^2=b^2$ então $a=b$.
d) Para a e b reais positivos, $\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt[6]{a^2\cdot b^3}$.
e) Para qualquer a real, $\sqrt{a^2}=(\sqrt{a})^2$.

22. (cmrj 2020) A expressão numérica $\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}+\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}+\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ equivale a

a) $\sqrt{6}+2\sqrt{3}+1$
b) $\sqrt{6}+2\sqrt{2}+1$
c) $\sqrt{6}+5$
d) $\sqrt{6}+1$

23. (Fuvest/2013) As propriedades aritméticas e as relativas à noção de ordem desempenham um importante papel no estudo dos números reais. Nesse contexto, qual das afirmações abaixo é correta?

a) Quaisquer que sejam os números reais positivos *a* e *b*, é verdadeiro que $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}.$
b) Quaisquer que sejam os números reais *a* e *b* tais que $a^2-b^2=0,$ é verdadeiro que $a=b.$
c) Qualquer que seja o número real *a*, é verdadeiro que $\sqrt{a^2}=a.$
d) Quaisquer que sejam os números reais *a* e *b* não nulos tais que $a<b,$ é verdadeiro que $1/b<1/a.$
e) Qualquer que seja o número real *a*, com $0<a<1,$ é verdadeiro que $a^2<\sqrt{a}.$

Gabarito:

Resposta da questão 1: [C]

$$\sqrt{50}-\sqrt{18}+\sqrt{98}=\sqrt{5^2\cdot 2}+\sqrt{3^2\cdot 2}+\sqrt{7^2\cdot 2}=5\sqrt{2}-3\sqrt{2}+7\sqrt{2}=9\sqrt{2}.$$

Resposta da questão 3:[D]

$$\left(\sqrt[3]{9}+\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)\cdot\left(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{24}\right)=\frac{\sqrt[3]{27}+1}{\sqrt[3]{3}}\cdot\left(\sqrt[3]{3}+2\cdot\sqrt[3]{3}\right)=\frac{3+1}{\sqrt[3]{3}}\cdot 3\cdot\sqrt[3]{3}=12$$

Resposta da questão 4:[C]

$$\frac{\sqrt{2\cdot\sqrt[3]{2}}\cdot\sqrt[3]{2\cdot\sqrt{2}}}{2^{\frac{1}{6}}}=\frac{\left(2\cdot 2^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(2\cdot 2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{6}}}=\frac{2^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{1}{6}}\cdot 2^{\frac{1}{3}}\cdot 2^{\frac{1}{6}}}{2^{\frac{1}{6}}}=2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}}=2^1=2$$

Resposta da questão 5: [D]

$$\sqrt{(-3)^2}+(-1)^6-(-1{,}2)^0+\sqrt[3]{4^6}\Rightarrow 3+1-1+16=19.$$

Resposta da questão 6: [C]

Tem-se que

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3}}&=\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3}}+\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3}}\\&=1+\sqrt[3]{\frac{9}{3}}\\&=1+\sqrt[3]{3}.\end{aligned}$$

Resposta da questão 7: [C]

$$X=2\sqrt{5}=\sqrt{2^2\cdot 5}=\sqrt{20}$$

$$Y=3\sqrt{2}=\sqrt{3^2\cdot 2}=\sqrt{18}$$

$$Z=5\sqrt{3}=\sqrt{5^2\cdot 3}=\sqrt{75}$$

$$\sqrt{18}<\sqrt{20}<\sqrt{75}\Rightarrow Y<X<Z.$$

Resposta da questão 9: [B]

Calculando:

$$2\cdot(0{,}5)^3+\sqrt{0{,}25}+8^{\frac{-1}{3}}=2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3+\sqrt{\frac{1}{4}}+\left(2^3\right)^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{5}{4}=1{,}25$$

Resposta da questão 10: [D]

$$\frac{2}{\sqrt[3]{4}}=\frac{2}{\sqrt[3]{2^2}}\cdot\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}=\frac{2\cdot\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^3}}=\sqrt[3]{2}$$

Resposta da questão 11: [B]

$$k\cdot(8m)^{\frac{2}{3}}=8^{\frac{2}{3}}k\cdot m^{\frac{2}{3}}=\left(\sqrt[3]{8}\right)^2\cdot k\cdot m^{\frac{2}{3}}=4\cdot A$$

Logo, a área ficará multiplicada por $4.$

Resposta da questão 12: [C]

Tem-se que

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{2^{37}}{2^{35}+2^{38}+2^{39}}}&=\sqrt{\frac{2^{37}}{2^{35}(1+2^3+2^4)}}\\&=\sqrt{\frac{2^2}{25}}\\&=\frac{2}{5}\\&=0{,}4.\end{aligned}$$

Resposta da questão 13: [C]

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sqrt[3]{2^5}}}\cdot\sqrt[3]{2}=\frac{\sqrt[6]{2^3}}{\sqrt[6]{2^5}}\cdot\sqrt[6]{2^2}=\frac{\sqrt[6]{2^5}}{\sqrt[6]{2^5}}=1$$

Resposta da questão 14: [E]

Calculando:

$$\frac{\sqrt{(-\pi)^2}-(-\pi)^2+\sqrt[5]{(-\pi)^{10}}}{2\pi}=\frac{\pi-\cancel{\pi^2}+\cancel{\pi^2}}{2\pi}=\frac{\cancel{\pi}}{2\cancel{\pi}}=\frac{1}{2}$$

Resposta da questão 15: [D]

Calculando:

$$x = \frac{\sqrt[5]{2^5 \cdot 10^{-5}} \cdot \sqrt[4]{4^4 \cdot 10^{-4}}}{\sqrt[3]{5^3 \cdot 10^{-3}}} = \frac{2 \cdot 10^{-1} \cdot 4 \cdot 10^{-1}}{5 \cdot 10^{-1}} = 0{,}16$$

Resposta da questão 16: [A]

[I] Falsa. Se $a = -4$, então $\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{4^2} = 4$. Contradição.

[II] Falsa. Se $a = 1$ e $b = 2$, então $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$. Mas $1 + 2 = 3$.

[III] Verdadeira. De fato, seja $r \in \mathbb{R}$ tal que $r = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b^2}$. Logo, temos

$$\begin{aligned} r^2 &= (\sqrt{a^2} \times \sqrt{b^2})^2 \\ &= (\sqrt{a^2})^2 \times (\sqrt{b^2})^2 \\ &= a^2 \times b^2. \end{aligned}$$

Portanto, segue que $r = \sqrt{a^2 \times b^2}$.

[IV] Verdadeira. Com efeito, de acordo com raciocínio inteiramente análogo ao aplicado em [III].

Resposta da questão 17: [B]

$$\frac{\sqrt{a} + \sqrt{a^3} + \sqrt{a^5}}{\sqrt{a}} =$$

$$\frac{\sqrt{a} + \sqrt{a^3} + \sqrt{a^5}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a} + a\sqrt{a} + a^2\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}.\left(1 + a + a^2\right)}{\sqrt{a}} = \left(1 + a + a^2\right).$$

Resposta da questão 18:
[B]

Calculando:

$$\sqrt{50} - \sqrt{32} = \sqrt{2}$$
$$5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

Resposta da questão 19: [D]

Simplificando a expressão, tem-se:

$$\frac{2 + \frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2} - 1} \cdot \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{\left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \left(\sqrt{2} + 1\right)}{1} = 2\sqrt{2} + 3 + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{5 + 3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2} + 6}{2} = 3 + \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Resposta da questão 20: [B]

Racionalizando o denominador, obtemos

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2} - 1} &= \frac{1}{\sqrt{2} - 1} \cdot \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} \\ &= \frac{\sqrt{2} + 1}{(\sqrt{2})^2 - 1^2} \\ &= \sqrt{2} + 1. \end{aligned}$$

__Aprofundamento:__

Resposta da questão 21: [D]

[A] Falsa. Tomando $a = 9$, $b = -3$ e $n = 2$, vem $(-3)^2 = 9$. Porém, sabemos que $\sqrt{9} = 3$.

[B] Falsa. Considere $a = 1$ e $b = 2$. Logo, temos $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \neq 1 + 2 = 3$.

[C] Falsa. Tomando $a = -1$ e $b = 1$, temos $(-1)^2 = 1^2$. Mas, é claro que $-1 \neq 1$.

[D] Verdadeira. Com efeito, pois $\sqrt[3]{a} = \sqrt[3\cdot 2]{a^2} = \sqrt[6]{a^2}$ e $\sqrt{b} = \sqrt[3\cdot 2]{b^3} = \sqrt[6]{b^3}$. Logo, segue que $\sqrt[6]{a^2} \cdot \sqrt[6]{b^3} = \sqrt[6]{a^2 \cdot b^3}$.

[E] Falsa. Considere $a = -1$. Tem-se que $(\sqrt{-1})^2 = i^2 = -1$ e $\sqrt{(-1)^2} = 1$.

Resposta da questão 22: [A]

$$\frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + 2} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = ?$$

Racionalizando o denominador de cada parcela, obtemos:

$$\frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{\sqrt{6} - \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5} + 2} \cdot \frac{\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} - 2} = \frac{\sqrt{5} - 2}{5 - 4} = \sqrt{5} - 2$$

$$\frac{1}{2 - \sqrt{3}} \cdot \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2} - 1} \cdot \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{\sqrt{2} + 1}{2 - 1} = \sqrt{2} + 1$$

Portanto,

$$\frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + 2} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{6} - \sqrt{5} + \sqrt{5} - 2 + 2 + \sqrt{3} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{2} + 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + 2} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{6} + 2\sqrt{3} + 1$$

Resposta da questão 23: [E]

[A] Incorreta. Tomando $a = 9$ e $b = 4,$ segue que
$\sqrt{9+4} = \sqrt{13} \neq \sqrt{9} + \sqrt{4} = 3 + 2 = 5.$

[B] Incorreta. Para $a = 1$ e $b = -1,$ obtemos
$a^2 - b^2 = 1^2 - (-1)^2 = 1 - 1 = 0.$
Porém, $a \neq b.$

[C] Incorreta. Qualquer que seja o número real a, temos que $\sqrt{a^2} = |a|.$ Observe que, por exemplo, $\sqrt{(-1)^2} = |-1| = 1 \neq -1.$

[D] Incorreta. Sejam $a = -1$ e $b = 1.$ Temos que $-1 < 1$ e $\frac{1}{1} > \frac{1}{-1} \Leftrightarrow 1 > -1.$

[E] Como $0 < a < 1,$ segue que

$$\begin{aligned} 0 < a^2 < a &\Leftrightarrow 0 < \sqrt{a^2} < \sqrt{a} \\ &\Leftrightarrow 0 < |a| < \sqrt{a} \\ &\Leftrightarrow 0 < a < \sqrt{a}. \end{aligned}$$

Portanto,
$0 < a^2 < a < \sqrt{a} \Rightarrow 0 < a^2 < \sqrt{a}.$