Gabarito

Resposta da questão 1:
[A]

$a_{ij} = i^3 - j^2$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1^3 - 1^2) & (1^3 - 2^2) & (1^3 - 3^2) \\ (2^3 - 1^2) & (2^3 - 2^2) & (2^3 - 3^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -3 & -8 \\ 7 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

Resposta da questão 2:
[E]

Multiplicando as matrizes, temos:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 10 \\ 50 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.10 + 1.50 + 1.30 \\ 1.10 + 2.50 + 0.30 \\ 2.10 + 0.50 + 2.30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 110 \\ 80 \end{pmatrix}$$

Resposta da questão 3:
[B]

Sabendo que $a_{11} = \log(1+1) = \log 2 \cong 0,3,$ tem-se que

$$\begin{aligned} x &= a_{23} \\ &= a_{32} \\ &= \log(2+3) \\ &= \log 5 \\ &= \log\left(\frac{10}{2}\right) \\ &= \log 10 - \log 2 \\ &\cong 1 - 0,3 \\ &= 0,7. \end{aligned}$$

Resposta da questão 4:
[A]

Tem-se que os totais transferidos, em milhões, por cada um dos bancos foram

$$\sum_{j=1}^{5} a_{1j} = 0+2+0+2+2 = 6,$$

$$\sum_{j=1}^{5} a_{2j} = 0+0+2+1+0 = 3,$$

$$\sum_{j=1}^{5} a_{3j} = 1+2+0+1+1 = 5,$$

$$\sum_{j=1}^{5} a_{4j} = 0+2+2+0+0 = 4$$

e

$$\sum_{j=1}^{5} a_{5j} = 3+0+1+1+0 = 5.$$

Portanto, é fácil ver que a resposta é o banco 1.

Resposta da questão 5:
[B]

Com os dados do enunciado, pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 12 \\ 15 & 18 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 6 \\ -7 & 11 \end{bmatrix}$$

Resposta da questão 6:
[A]

O dia é representado pelas colunas (j), assim as medições do dia 4 estão na quarta coluna. Calculando:

$$\text{Média} = \frac{44+48+52+40}{4} = 46 \text{ dB}$$

Resposta da questão 7:
[B]

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$2A^2 + 4B^2 = 2 \cdot \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} + 4 \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

Resposta da questão 8:
[E]

Tem-se que

$$T_1 \cdot T_2^t = \begin{bmatrix} 10 & 25 & 42 \\ 8 & 12 & 18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 25 & 15 \\ 6 & 12 & 10 \\ 5 & 60 & 50 \end{bmatrix}.$$

Portanto, sendo $a_{22} = 8 \cdot 25 + 12 \cdot 12 + 18 \cdot 60,$ podemos concluir que tal elemento representa o total arrecadado com fornecimento de energia elétrica na cidade B.

Resposta da questão 9:
[E]

Calculando:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -x & -y \\ 2z & 2w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -x = 1 \Rightarrow x = -1 \\ -y = 0 \Rightarrow y = 0 \\ 2z = 0 \Rightarrow z = 0 \\ 2w = 1 \Rightarrow w = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$x + y + z + w = -1 + 0 + 0 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

Resposta da questão 10:
[A]

O resultado é dado por

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,2 \\ 0,5 \\ 0,3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,2+0,5+0,6 \\ 0,6+1,5+0,3 \\ 0,8+2,5+1,8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,3 \\ 2,4 \\ 5,1 \end{bmatrix}.$$

Resposta da questão 11:
[E]

A média de cada matéria é a soma das notas dividido por 4, e a única matriz que possibilita esta condição é a da alternativa [E].

$$\begin{pmatrix} 5,9 & 6,2 & 4,5 & 5,5 \\ 6,6 & 7,1 & 6,5 & 8,4 \\ 8,6 & 6,8 & 7,8 & 9,0 \\ 6,2 & 5,6 & 6,9 & 7,7 \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5,9+6,2+4,5+5,5}{4} \\ \frac{6,6+7,1+6,5+8,4}{4} \\ \frac{8,6+6,8+7,8+9}{4} \\ \frac{6,2+5,6+5,9+7,7}{4} \end{pmatrix}$$

Resposta da questão 12:
[A]

Basta fazer o produto das matrizes

$$\begin{bmatrix} 340 & 520 & 305 & 485 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 35\% \\ 25\% \\ 30\% \\ 10\% \end{bmatrix} = 340 \cdot 0,35 + 520 \cdot 0,25 + 305 \cdot 0,30 + 485 \cdot 0,10 = 389 \text{ mg}.$$

Resposta da questão 13:
[D]

Calculando, conforme dados das tabelas:
$C = 0{,}1 \cdot 0{,}45 + 0{,}4 \cdot 0{,}25 + 0{,}5 \cdot 0{,}30 \rightarrow C = 0{,}295 \text{ g/kg}$

Resposta da questão 14:
[D]

Calculando:

$$B \cdot A = \begin{bmatrix} -10 & 27 \\ 21 & -39 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 27 \\ 21 & -39 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3a - c & 3b - d \\ -5a + 2c & -5b + 2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 27 \\ 21 & -39 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 3a - c \\ -5a + 2c \end{cases} \Rightarrow \left\langle \begin{matrix} a = 1 \\ c = 13 \end{matrix} \right.$$

$$\begin{cases} 3b - d \\ -5b + 2d \end{cases} \Rightarrow \left\langle \begin{matrix} b = 15 \\ d = 18 \end{matrix} \right.$$

$a + b + c + d = 1 + 13 + 15 + 18 = 47$

Resposta da questão 15:
[E]

Efetuando a soma das matrizes, temos:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+2 & 2+3 & 0+0 \\ 1+0 & 1+2 & 2+1 \\ 0+1 & 3+0 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Logo:
Rodrigo pagou para Otavio $a_{12} = 5$ temakis e Otávio pagou para Rodrigo apenas $a_{21} = 1$ temaki, logo Otavio deve 4 temakis a Rodrigo.

Resposta da questão 16:
[A]

Para que a multiplicação seja possível, a matriz K deve ser uma matriz de duas linhas e uma coluna, portanto:

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Resolvendo o sistema:

$$\begin{cases} 6x + 2y = -6 \\ 4x + 3y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -18x - 6y = 18 \\ 8x + 6y = 2 \end{cases}$$

$$-10x = 20 \rightarrow x = -2$$

$$6 \cdot (-2) + 2y = -6 \rightarrow 2y = 6 \rightarrow y = 3$$

A soma A soma de todos os elementos da matriz K será:

$$\left.\begin{matrix} x = -2 \\ y = 3 \end{matrix}\right\} -2 + 3 = 1$$

Resposta da questão 17:
[E]

Calculando:

$$A = \begin{bmatrix} -1^1 & (-1)^2 \\ (-2)^1 & -2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow \det A = 6$$

$$A' = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\overline{A} = (A')^t = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{6} \cdot \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

Resposta da questão 18:
[D]

Devemos, inicialmente, multiplicar a matriz dois pela matriz um.

$$\begin{pmatrix} 10 & 12 \\ 8 & 8 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 78 & 86 & 100 \\ 56 & 64 & 72 \\ 36 & 38 & 46 \end{pmatrix}$$

A matriz produto mostra o tipo de fechadura (linhas) utilizadas em cada tipo de porta (colunas).
Portanto, o número de fechaduras utilizadas na porta requinte é $100 + 72 + 46 = 218.$

Resposta da questão 19:
[D]

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$a_{11} = (-1)^{1+1} = 1$

$a_{12} = (-1)^{1+2} = -1$

$a_{13} = (-1)^{1+3} = 1$

$a_{21} = 2 - 1 = 1$

$a_{22} = (-1)^{2+2} = 1$

$a_{23} = (-1)^{2+3} = -1$

$a_{31} = 3 - 1 = 2$

$a_{32} = 3 - 2 = 1$

$a_{33} = (-1)^{3+3} = 1$

Então,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4$$

$$\det\left(A^{-1}\right) = \frac{1}{\det A} = \frac{1}{4}$$

Resposta da questão 20:
[C]

Do enunciado, temos:

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 \cdot 0 + 3 \cdot 1 & 1 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \\ 2 \cdot 0 + 0 \cdot 1 & 2 \cdot 1 + 0 \cdot 2 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$