Canguru de Matemática Brasil – 2016 – Nível B – Soluções

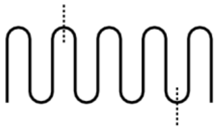
Problemas de 3 pontos

1. Marcos corta uma pizza em quatro partes iguais. Em seguida, corta cada um desses pedaços em três pedaços iguais. Cada um desses pedaços menores representa qual parte da pizza original?

(A) Um terço. (B) Um quarto. (C) Um sétimo. (D) Um oitavo. (E) Um doze-avo.

1. Alternativa E
O número total de pedaços iguais em que a pizza foi cortada era $3\times4=12$. Portanto, cada pedaço representa $\frac{1}{12}$ da pizza ou seja, um doze-avo da pizza.

2. Um cordão de comprimento 10 cm é dobrado em partes iguais conforme a figura. Em seguida, o cordão é cortado em três pedaços nos lugares indicados. Quais são os comprimentos dos três pedaços?

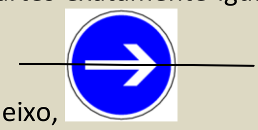
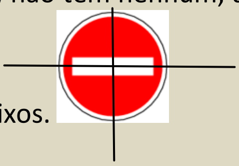


(A) 2cm, 3cm, 5cm (B) 2cm, 2cm, 6cm (C) 1cm, 4cm, 5cm (D) 1cm, 3cm, 6cm (E) 3cm, 3cm, 4cm

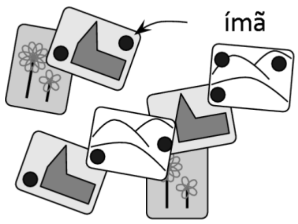
2. Alternativa A
Na figura, o pedaço à esquerda tem 3 partes, logo tem 3 centímetros e o pedaço da direita tem duas partes, logo tem 2 centímetros. Logo, o pedaço do meio tem cinco partes, isto é 5 centímetros. Portanto, os pedaços mede, em ordem crescente, 2 cm, 3 cm e 5 cm.

3. Qual dos sinais de tráfego a seguir tem o maior número de eixos de simetria?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

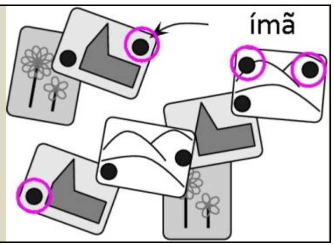
3. Alternativa E
O eixo de simetria de uma figura é a reta que divide a figura em duas partes exatamente iguais. Um dos lados da reta é o espelho do outro lado da reta. Assim, a figura (A) tem um eixo,  a figura (B) não tem nenhum, a figura (C) tem um eixo , a figura (D) não tem nenhum e a figura (E) tem dois eixos. 

4. Lisa tem vários cartões pendurados na porta de sua geladeira por meio de oito fortes ímãs. Qual é o maior número possível de ímãs que ela pode retirar sem que nenhum cartão caia no chão?



(A)2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

4. Alternativa C
Cada cartão necessita apenas de um ímã, que pode segurar um ou mais cartões. Os círculos coloridos indicam quais cartões podem ser retirados. Há outras formas de retirar os ímãs, mas a quantidade de ímãs que podem ser retirados sem que algum cartão caia é 4.

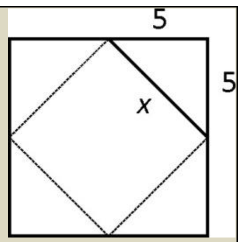


5. Catarina desenha um quadrado com lado de 10 cm. Ela liga os pontos médios dos lados do quadrado para obter um quadrado menor. Qual é a área do quadrado menor?


10 cm

(A) 10 cm^2 (B) 20 cm^2 (C) 25 cm^2 (D) 40 cm^2 (E) 50 cm^2

5. Alternativa E
Ligando os pontos médios de dois lados adjacentes do quadrado de lado 10 cm, obtemos um triângulo retângulo cujos catetos medem ambos 5 cm e cuja hipotenusa é o lado do quadrado menor, de medida *x*. Então, pelo Teorema de Pitágoras, $x^2 = 5^2 + 5^2 \Leftrightarrow x^2 = 50$. Mas a área desse quadrado é x^2, logo vale 50 cm^2.
Podemos resolver o problema quadriculando o quadrado maior e somando as áreas que compõem o quadrado interno.



6. A mãe de Alice quer que as facas fiquem do lado direito e os garfos do lado esquerdo de cada prato. Pelo menos quantas trocas de posições de um garfo e uma faca Alice terá que fazer para satisfazer à sua mãe?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

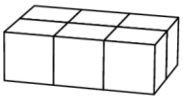
6. Alternativa B
Como há dois garfos ao lado direito, serão necessárias pelo menos duas trocas de posição. Isto basta, pois olhando da esquerda para a direita, podemos trocar de posição o segundo garfo com a primeira faca e depois a terceira faca com o terceiro garfo.

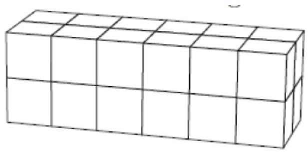
7. Uma centopeia tem 25 pares de sapatos, mas ela precisa de um sapato para cada pé. Quantos sapatos ela ainda precisa comprar?

(A) 15 (B) 20 (C) 35 (D) 50 (E) 75

7. Alternativa D
A centopeia tem 100 pés. Como ela tem 25 pares de sapatos, ela tem 25 x 2 = 50 sapatos. Logo ela ainda precisa de 100 – 50 = 50 sapatos.

8. Antônio e Manuel montam blocos retangulares usando a mesma quantidade de cubinhos iguais. Antônio fez o bloco ao lado. Manuel começou a montar o seu bloco, com a primeira camada representada à esquerda.



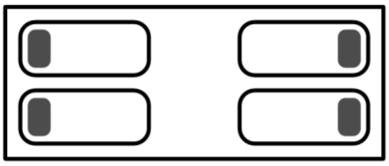


Quantas camadas terá o bloco de Manuel?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

8. Alternativa C
Antônio usou 6 x 2 x 2 = 24 cubinhos. Manuel usou na primeira camada do seu bloco 3 x 2 = 6 cubinhos, restando-lhe 24 – 6 = 18 cubinhos para usar. Como cada camada tem 6 cubinhos, ele poderá fazer mais $18 \div 6 = 3$ camadas. Logo, seu bloco terá 1 + 3 = 4 camadas.

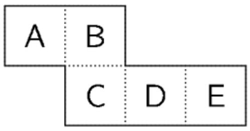
9. Ao lado esquerdo do quarto, Bia e Lia estão dormindo de frente uma para outra e ao lado direito, Ria e Pia estão dormindo de costas uma para outra. Todas elas dormem com suas cabeças apoiadas em seus travesseiros. Quantas estão dormindo com sua orelha direita sobre o travesseiro?



(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

9. Alternativa C
Lia e Bia têm a posição de suas orelhas trocadas, o mesmo acontecendo com Ria e Pia. Logo, há uma em cada dupla que dorme com a orelha direita em contato com o travesseiro. Portanto, duas pessoas nesse quarto dormem com a orelha direita sobre o travesseiro.

10. A peça de papel da figura é dobrada ao longo das linhas pontilhadas, de modo a formar uma caixa aberta. A caixa é colocada sobre uma mesa com a face aberta para cima. Qual face é o fundo da caixa?

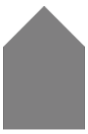


(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

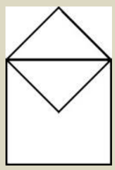
10. Alternativa B
Fazendo as dobras, vemos que a face B é vizinha das faces A, C, D e E. Logo, a face oposta a B não existe ou seja, B é o fundo da caixa.

Problemas de 4 pontos

11. Qual das figuras abaixo não pode ser formada com os dois quadrados iguais ao lado?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

11. Alternativa A
Colocando um quadrado sobre o outro, podemos formar as figuras em (B), (C), (D) e (E). Entretanto, a figura em (A) não pode ser feita, porque ela é composta de dois quadrados diferentes, já que um deles, aquele com dois lados horizontais, tem seu lado igual à diagonal do outro, aquele que está inclinado e na parte superior da figura, conforme ilustração.

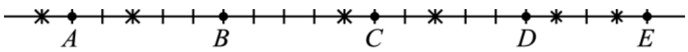


12. Maria, Ana e Nina trabalham numa creche. Todos os dias, de segunda a sexta, exatamente duas delas vão trabalhar. Maria trabalha três dias por semana e Ana trabalha quatro dias por semana. Quantos dias por semana Nina trabalha?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

12. Alternativa C
De segunda a sexta, são cinco dias. Se duas pessoas vão trabalhar a cada dia, temos 5 x 2 = 10 prestações de serviço. Maria presta três e Ana presta quatro, logo Nina vai trabalhar 10 – 3 – 4 = 3 vezes por semana.

13. Cinco esquilos A, B, C, D e E estão parados em uma linha reta, na qual estão caídas seis nozes, identificadas pelos asteriscos na figura. Num certo momento, todos os esquilos saem correndo com a mesma velocidade em direção à noz mais próxima e continuam a corrida até não sobrarem nozes. Qual dos esquilos conseguirá pegar duas nozes?



(A) C (B) A (C) E (D) D (E) B

13. Alternativa A

Os esquilos A, C, D e E têm uma noz a uma distância unitária. Logo, eles pegam uma noz cada um no primeiro momento (indicadas com um círculo vermelho na figura). Sobram então as duas nozes não assinaladas. B está mais próximo da noz à esquerda e C está mais próximo à noz à direita. Logo, C apanha duas nozes.

14. Numa classe com 30 alunos, todos os alunos sentam-se em duplas. Todos os meninos sentam-se ao lado de uma menina e metade das meninas senta-se com um menino. Quantos meninos há na classe?
(A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) 25

14. Alternativa B
Se x é o número de meninos, o número de meninas é $30 - x$. Como metade delas senta-se ao lado de um menino, concluímos que $\frac{30-x}{2} = x \Leftrightarrow 30 - x = 2x \Leftrightarrow 3x = 30 \Leftrightarrow x = 10$.

15. O número 2581953764 foi escrito numa tira de papel. Júlia corta a tira duas vezes, ficando com três números escritos, um em cada pedaço da tira. Qual é o menor número possível que ela poderá obter ao somar esses três números?

(A) 2675 (B) 2975 (C) 2978 (D) 4127 (E) 4298

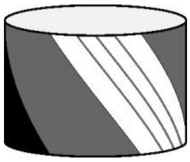
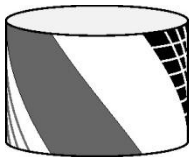
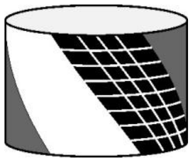
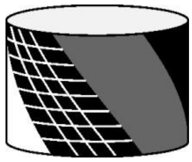
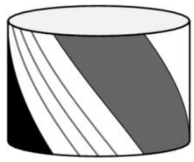
15. Alternativa B
O número tem 10 algarismos. Para que a soma seja a menor possível, é preciso que as parcelas sejam números com o menor número de algarismos. No caso, dois deles devem ter três algarismos e um deles, quatro algarismos. Há três possibilidades: 2 581 + 953 + 764, 258 + 1 953 + 764 ou 258 + 195 + 3 764. A soma mínima é 258 + 1953 + 764 = 2 975.

16. Vovó comprou comida para seus quatro gatos para durar 12 dias. Voltando para casa, ela trouxe mais dois gatos que ela encontrou na rua. Se ela der diariamente para cada gato a mesma quantidade de comida que ela dava antes, quantos dias vai durar essa comida que ela comprou?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

16. Alternativa E
Cada gato come uma quantidade *c* de comida por dia. Portanto, vovó comprou a quantidade de comida igual a $4c \times 12 = 48c$. Com dois gatos a mais, ela passa a ter 4 + 2 = 6 gatos. O número de dias que a comida vai durar é $\frac{48c}{6c} = 8$.

17. Rita decorou seu tambor para uma festa. Exatamente quatro das figuras a seguir mostram seu tambor em diferentes posições. Qual é a figura que não mostra o tambor de Rita?


(A)

(B)

(C)

(D)

(E)

17. Alternativa A
Podemos concluir que o tambor está pintado com seis faixas: uma branca, uma preta, uma com três linhas, uma preta com linhas brancas e duas cinzentas. Uma das duas figuras, (A) ou (E) não representa o tambor, pois a faixa com três linhas está entre duas cinzentas na primeira e entre uma preta e uma cinzenta na outra. A figura (E) é compatível com as demais, pois vemos na ordem horária a faixa preta, a faixa com as três linhas, uma faixa cinzenta, uma faixa branca, uma faixa preta com linhas brancas e outra cinzenta. Logo, a primeira figura não representa o tambor.

18. Cada letra da palavra PALMEIRA representa um dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 e letras diferentes representam algarismos diferentes. O número PALMEIRA é ímpar e divisível por 3. Qual algarismo corresponde à letra A?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 7

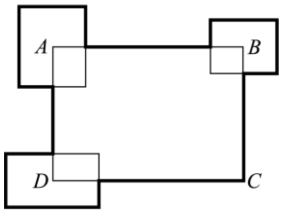
18. Alternativa D
A soma dos números de 1 a 7 é igual a 28. Se x é o valor da letra A, a única que aparece duas vezes, então x é ímpar, pois A representa o algarismo das unidades. Como x é menor do que 8, os possíveis valores de x são 1, 3, 5 e 7. Como 28 + x é divisível por 3, concluímos que x = 5. Logo, a letra A corresponde ao algarismo 5.

19. Ana, Lia e Cris são trigêmeas. Seu irmão Paulo é exatamente três anos mais novo que elas. Qual dos números a seguir poderia ser a soma das idades dos quatro irmãos?

(A) 53 (B) 54 (C) 56 (D) 59 (E) 60

19. Alternativa A
Se x é a idade de cada irmã, então $x - 3$ é a idade de Paulo. A soma das idades dos quatro irmãos é $x + x + x + x - 3 = 4x - 3$. Somando 3 a esse número, resulta um múltiplo de 4, caso do número 53, pois 53 + 3 = 56, múltiplo de 4. Portanto, a soma das idades dos quatro irmãos poderia ser 53.

20. O perímetro do retângulo *ABCD* é 30 cm. Três outros retângulos são desenhados de forma que seus centros coincidem com os pontos *A*, *B* e *C*, como na figura. A soma dos perímetros desses três retângulos é 20 cm. Qual é o comprimento total da linha mais grossa na figura?



(A) 25 cm (B) 30 cm (C) 35 cm (D) 40 cm (E) 50 cm

20. Alternativa D
Somando o perímetro do retângulo *ABCD* com os perímetros dos demais retângulos, temos $30+20=50$ cm. A linha grossa tem comprimento igual a esta soma menos a soma dos perímetros dos retângulos compostos pelas linhas mais finas na figura. Cada um desses retângulos tem seus lados iguais à metade dos lados dos retângulos em que estão contidos, logo a soma dos perímetros dos três retângulos é metade da soma dos perímetros dos retângulos em que estão, ou seja, $\frac{20}{2}=10$ cm. Portanto, o perímetro da linha mais grossa é $50-10=40$ cm.

Problemas de 5 pontos

21. Ricardo escreveu todos os números com as seguintes propriedades:

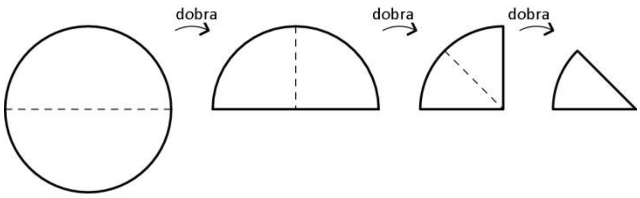
- O primeiro algarismo é 1.
- Cada um dos algarismos seguintes é maior ou igual ao anterior.
- A soma de todos os algarismos é 5.

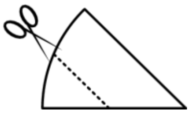
Quantos números ele escreveu?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

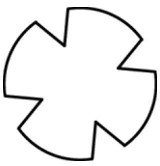
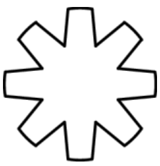
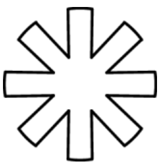
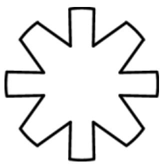
21. Alternativa B
Os números são 11111, 1112, 113, 14 e 122.

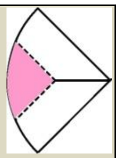
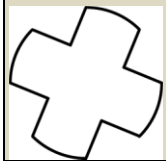
22. Ana dobra três vezes uma folha de papel circular, como na figura. Depois disso, ela faz um corte na folha dobrada, ao longo da linha pontilhada na figura abaixo.

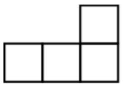


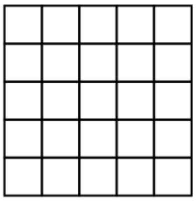


Ao desdobrar os pedaços, como irá aparecer a parte central da folha?

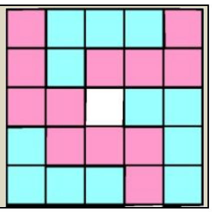
(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

22. Alternativa E

Depois da terceira dobra, há oito camadas de papel. O corte feito na folha dobrada vai destacar quatro pedaços de papel, limitando as possibilidades à primeira ou à quarta figura. Como a linha pontilhada do corte é de 45^{O} com a dobra horizontal, ao desdobrar os quatro pedaços cortados, teremos setores circulares de 90^{O}(ver figura à direita). Logo, a parte central da folha circular terá o aspecto ao lado.


23. Qual é o maior número de pedaços iguais a  que podem ser cortados do quadriculado 5×5 ao lado?



(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

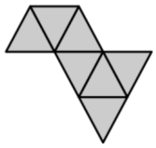
23. Alternativa D
O quadriculado é formado de $5 \times 5 = 25$ quadradinhos e cada pedaço é composto de 4 quadradinhos. Dividindo 25 por 4 obtemos quociente 6 e resto 1 (sobra um quadradinho). Mostramos na figura ao lado uma possível maneira de obter os 6 pedaços.


24. Luís abriu um pequeno restaurante e ganhou de seu amigo João algumas mesas quadradas e cadeiras. Se ele usar todas as mesas separadamente, com quatro cadeiras cada uma, ele vai precisar de mais seis cadeiras. Se ele juntar as mesas duas a duas, usando seis cadeiras, sobrarão quatro cadeiras. Quantas mesas ele ganhou de João?

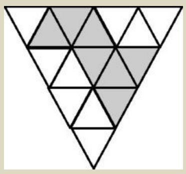
(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14 (E) 16

24. Alternativa B
Se x é o número de mesas quadradas e Luís deixá-las separadas, irá precisar de mais 6 cadeiras. Portanto, ele tem $4x - 6$ cadeiras. Se ele juntar as mesas em pares, terá $\frac{x}{2}$ mesas maiores, nas quais poderá colocar 6 cadeiras. Neste caso, 4 cadeiras não serão utilizadas, logo ele tem $\frac{x}{2} \cdot 6 + 4 = 3x + 4$ cadeiras. As duas expressões representam o mesmo número de cadeiras, logo $4x - 6 = 3x + 4 \Leftrightarrow x = 10$, isto é, Luís tem 10 mesas quadradas.

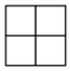
25. Clara quer construir um triângulo grande usando pequenos ladrilhos triangulares iguais. Ela já juntou alguns ladrilhos conforme mostrado na figura. Pelo menos quantos ladrilhos mais serão necessários para ela completar o triângulo?



(A) 5 (B) 9 (C) 12 (D) 15 (E) 18

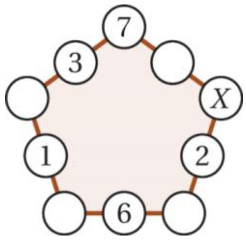
25. Alternativa B
Para construir triângulos equiláteros a partir de triângulos equilátero unitários, são necessários, em ordem crescente, 4, 9, 16, 25,..., triângulos. Como havia inicialmente 7 desses triângulos, o menor possível deve ter mais do que 7 deles. Como 9 não é possível, então tem pelo menos 16. Este de fato pode ser construído, conforme mostrado na figura. Serão necessários, portanto, 16 – 7 = 9 triângulos unitários.


26. Um cubo foi montado com oito cubinhos do mesmo tamanho, alguns brancos e outros pretos. Na figura, vemos cinco faces desse cubo. Qual das figuras a seguir representa a sexta face?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

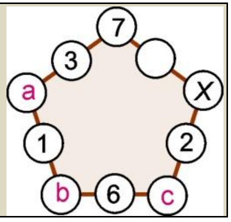
26. Alternativa D
Cada um dos oito cubinhos contém um vértice do cubo, logo cada um deles tem três faces visíveis na superfície do cubo. Para cada cubinho preto, são visíveis três de suas faces. Na figura dada são vistas seis faces. Se houvesse um terceiro cubo preto, alguma das faces do cubo maior mostrada na figura teria mais quadradinhos pretos. Logo, só há dois cubinhos pretos e nenhuma de suas faces pode ser vista na face não visível.

27. Cristina escreveu números inteiros em alguns círculos na figura. Ela quer escrever um número em cada um dos cinco círculos restantes, de modo que a soma dos três números em cada lado do pentágono seja a mesma para todos os lados. Qual será o número escrito no círculo com o *X* ?



(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 13 (E) 15

27. Alternativa D
Temos da figura que $a+3+7=a+1+b \Leftrightarrow b=9$. Então $c+6+b=c+2+x \Leftrightarrow 6+9=2+x \Leftrightarrow x=13$.



28. As letras *A*, *B* e *C* representam três algarismos diferentes. Se você somar os algarismos do número *ABA*, você obtém um número de dois algarismos *BC* e se você somar os algarismos do número *BC*, você obtém o número de um algarismo *B*. Qual é o algarismo representado pela letra *A*?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 9

28. Alternativa E
Temos $A+B+A=10B+C \Leftrightarrow 2A=9B+C$ e $B+C=B \Leftrightarrow C=0$. Como C = 0, temos na primeira equação: $2A=9B \Leftrightarrow A=\frac{9B}{2}$. Como *A* é diferente de zero e menor do que 10, pois é um algarismo, concluímos que *B* = 2 e *A* = 9.

29. O pequeno Canguru brinca com sua calculadora. Ele começa com o número 12 e o multiplica ou divide por 2 ou 3. O resultado ele multiplica ou divide por 2 ou 3, quando possível. Ele repete a ação, num total de 60 operações. Qual resultado a seguir não pode ser obtido dessa maneira?

(A) 12 (B) 18 (C) 36 (D) 72 (E) 108

29. Alternativa C

Temos $12=2^2\cdot 3$, ou seja, o expoente do fator 2 é par e o expoente do fator 3 é ímpar. Quando multiplicamos ou dividimos esse número por 2, muda a paridade do expoente do fator 2 e quando multiplicamos ou dividimos por 3, muda a paridade do expoente do fator 3, sempre mudando a paridade da soma dos dois expoentes. Assim, se o número total de operações é par, a paridade da soma dos expoentes não irá mudar. Vamos dar um exemplo. Para transformar $12=2^2\cdot 3^1$ em $18=2^2\cdot 3^1$ devemos dividir 12 por 2, obtendo $6=2^1\cdot 3^1$. Em seguida devemos multiplicar 6 por 3^x e dividir por 3^{x-1} pois $3^x \div 3^{x-1}=3^{x-(x-1)}=3^1$ onde $x+x-1=59 \Leftrightarrow x=30$. Resumindo: $12=2^2\cdot 3^1 \Rightarrow 12\cdot 2^{-1}\cdot 3^{30}\cdot 3^{-29}=2^2\cdot 3^1\cdot 2^{-1}\cdot 3^{30}\cdot 3^{-29}=2^1\cdot 3^2=18$ note que 1, 30 e 29 somam 60, número de operações). A soma dos expoentes dos fatores desses dois números é ímpar. Portanto, dentre os números apresentados, o único em que isto não acontece é o $36=2^2\cdot 3^2$, no qual a soma dos expoentes dos fatores é par. Logo, é o único que não pode ser obtido com 60 operações.

30. Os seis algarismos de dois números de três algarismos são todos diferentes. O primeiro algarismo do segundo número é o dobro do último algarismo do primeiro número. Qual é a menor soma possível desses dois números?

(A) 301 (B) 535 (C) 537 (D) 546 (E) 552

30. Alternativa C

Sejam ABC e DEF os dois números. Temos $D=2C$. O menor valor possível de *D*, então, é 2 (pois $D\neq 0$). Para $C=1$, a menor soma possível é 301 + 245 = 546. Para *C* = 2, a menor soma possível é 102 + 435 = 537. Se $C\geq 3$, então $D\geq 6$ e a soma dos números é maior do que 600. Portanto, a menor soma possível dos números é 537.