

001/001

FUVEST 2009

2ª Fase - Matemática (08/01/2009)

BOX 000
000/000**FUVEST**

FUNDAÇÃO UNIVERSITÁRIA PARA O VESTIBULAR

**Leia atentamente as instruções
abaixo**

1. Aguarde a autorização do fiscal para abrir o caderno de questões e iniciar a prova.
2. Verifique se seu nome e seu número de inscrição estão corretos.
3. Duração da prova : **3 horas.**
4. A prova deve ser feita com caneta azul ou preta.
5. A solução de cada questão deve ser feita nos espaços correspondentes.
6. Este caderno de prova contém páginas destinadas a rascunho. O que estiver escrito nessas páginas **NÃO** será considerado na correção da prova.
7. Verifique se este caderno de prova contém 10 (dez) questões e se a impressão está legível.
8. **NÃO escreva no verso desta folha.**

BOA PROVA !

Ciente dessas informações, assino o canhoto abaixo.

Ordem	Inscrição	Prova	Escola/Sala/Fila/Lugar
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Nome do Candidato

MATEMÁTICA

Assinatura do Candidato

Matemática

LOTE

SEQ.

—	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	—
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	—
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	—
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	—

Q.01	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	—
	0	1	2	3	4	—
Q.02	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	—

Q.03	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	—
	0	1	2	3	4	—
Q.04	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	—

Q.05	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	—
	0	1	2	3	4	—
Q.06	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	—

Q.07	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	—
	0	1	2	3	4	—
Q.08	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	—

Q.09	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	—
	0	1	2	3	4	—
Q.10	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	—

—	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	—
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	—
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	—
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	—

**FUVEST 2009**

Inscrição	Nome do Candidato
<input type="text"/>	<input type="text"/>

Atesto, para os devidos fins, que o candidato com o número de inscrição e nome acima mencionados compareceu à prova de Matemática do concurso vestibular FUVEST , realizada em _____, no horário de _____

NÃO
ESCREVA
NESTA
FOLHA



ATENÇÃO

ESTE CADERNO CONTÉM 10 (DEZ) QUESTÕES E RESPECTIVOS ESPAÇOS PARA RESPOSTAS.

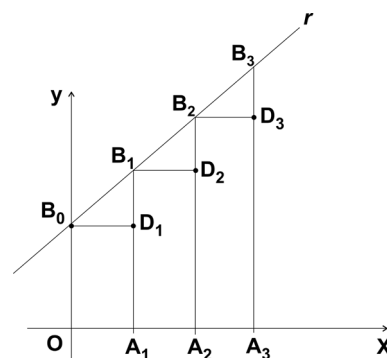
DURAÇÃO DA PROVA: 3 (TRÊS) HORAS.

- A correção de cada questão será restrita somente ao que estiver registrado no espaço correspondente, na página de respostas, à direita.
- É indispensável indicar a resolução das questões, não sendo suficiente apenas escrever as respostas.



Q.01

Na figura ao lado, a reta r tem equação $y = 2\sqrt{2}x + 1$ no plano cartesiano Oxy . Além disso, os pontos B_0, B_1, B_2, B_3 estão na reta r , sendo $B_0 = (0, 1)$. Os pontos A_0, A_1, A_2, A_3 estão no eixo Ox , com $A_0 = O = (0, 0)$. O ponto D_i pertence ao segmento $\overline{A_i B_i}$, para $1 \leq i \leq 3$. Os segmentos $\overline{A_1 B_1}, \overline{A_2 B_2}, \overline{A_3 B_3}$ são paralelos ao eixo Oy , os segmentos $\overline{B_0 D_1}, \overline{B_1 D_2}, \overline{B_2 D_3}$ são paralelos ao eixo Ox , e a distância entre B_i e B_{i+1} é igual a 9, para $0 \leq i \leq 2$.



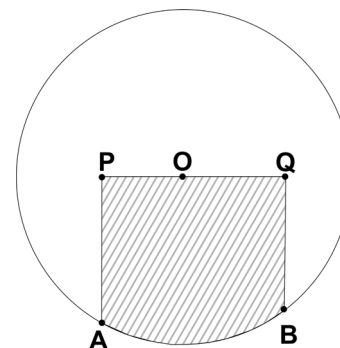
Nessas condições:

- Determine as abscissas de A_1, A_2, A_3 .
- Seja R_i o retângulo de base $A_i A_{i+1}$ e altura $A_{i+1} D_{i+1}$, para $0 \leq i \leq 2$, calcule a soma das áreas dos retângulos R_0, R_1 e R_2 .

Q.02

Na figura, estão representadas a circunferência \mathcal{C} , de centro O e raio 2, e os pontos A, B, P e Q , de tal modo que:

- O ponto O pertence ao segmento \overline{PQ} .
- $OP = 1, OQ = \sqrt{2}$.
- A e B são pontos da circunferência, $\overline{AP} \perp \overline{PQ}$ e $\overline{BQ} \perp \overline{PQ}$.



Assim sendo, determine:

- A área do triângulo APO .
- Os comprimentos dos arcos determinados por A e B em \mathcal{C} .
- A área da região hachurada.

ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA

ÁREA DELIMITADA PARA A RESPOSTA DA QUESTÃO 1 - NÃO ULTRAPASSE ESTA ÁREA!

ÁREA DELIMITADA PARA A RESPOSTA DA QUESTÃO 2 - NÃO ULTRAPASSE ESTA ÁREA!

	CORR 1	
	0	
	1	
	2	
	3	
	4	
	CORR 2	
	0	
	1	
	2	
	3	
	4	
	BRANCO	

	CORR 1	
	0	
	1	
	2	
	3	
	4	
	CORR 2	
	0	
	1	
	2	
	3	
	4	
	BRANCO	



Q.03

Considere o sistema de equações nas variáveis x e y , dado por

$$\begin{cases} 4x + 2m^2y = 0 \\ 2mx + (2m - 1)y = 0 \end{cases}$$

Desse modo:

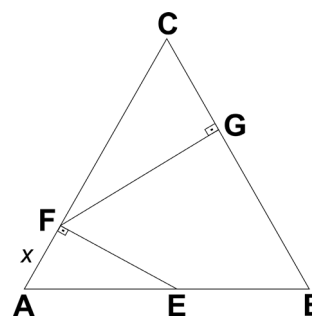
- Resolva o sistema para $m = 1$.
- Determine todos os valores de m para os quais o sistema possui infinitas soluções.
- Determine todos os valores de m para os quais o sistema admite uma solução da forma $(x, y) = (\alpha, 1)$, sendo α um número irracional.

Q.04

O triângulo ABC da figura ao lado é equilátero de lado 1. Os pontos E , F e G pertencem, respectivamente, aos lados \overline{AB} , \overline{AC} e \overline{BC} do triângulo. Além disso, os ângulos $\hat{A}FE$ e $\hat{C}GF$ são retos e a medida do segmento \overline{AF} é x .

Assim, determine:

- A área do triângulo AFE em função de x .
- O valor de x para o qual o ângulo $\hat{F}EG$ também é reto.





Q.05

A soma dos cinco primeiros termos de uma PG , de razão negativa, é $\frac{1}{2}$. Além disso, a diferença entre o sétimo termo e o segundo termo da PG é igual a 3.

Nessas condições, determine:

- A razão da PG .
- A soma dos três primeiros termos da PG .

Q.06

Um apreciador deseja adquirir, para sua adega, 10 garrafas de vinho de um lote constituído por 4 garrafas da Espanha, 5 garrafas da Itália e 6 garrafas da França, todas de diferentes marcas.

- De quantas maneiras é possível escolher 10 garrafas desse lote?
- De quantas maneiras é possível escolher 10 garrafas do lote, sendo 2 garrafas da Espanha, 4 da Itália e 4 da França?
- Qual é a probabilidade de que, escolhidas ao acaso, 10 garrafas do lote, haja exatamente 4 garrafas da Itália e, pelo menos, uma garrafa de cada um dos outros dois países?

ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA

ÁREA DELIMITADA PARA A RESPOSTA DA QUESTÃO 5 - NÃO ULTRAPASSE ESTA ÁREA!

ÁREA DELIMITADA PARA A RESPOSTA DA QUESTÃO 6 - NÃO ULTRAPASSE ESTA ÁREA!

	CORR 1	
	0	
	1	
	2	
	3	
	4	
	CORR 2	
	0	
	1	
	2	
	3	
	4	
	BRANCO	

	CORR 1	
	0	
	1	
	2	
	3	
	4	
	CORR 2	
	0	
	1	
	2	
	3	
	4	
	BRANCO	



Q.07

No plano cartesiano Oxy , a circunferência \mathcal{C} tem centro no ponto $A = (-5, 1)$ e é tangente à reta t de equação $4x - 3y - 2 = 0$ em um ponto P . Seja ainda Q o ponto de intersecção da reta t com o eixo Ox .

Assim:

- Determine as coordenadas do ponto P .
- Escreva uma equação para a circunferência \mathcal{C} .
- Calcule a área do triângulo APQ .

Q.08

Para cada número real m , considere a função quadrática $f(x) = x^2 + mx + 2$.

Nessas condições:

- Determine, em função de m , as coordenadas do vértice da parábola de equação $y = f(x)$.
- Determine os valores de $m \in \mathbb{R}$ para os quais a imagem de f contém o conjunto $\{y \in \mathbb{R} : y \geq 1\}$.
- Determine o valor de m para o qual a imagem de f é igual ao conjunto $\{y \in \mathbb{R} : y \geq 1\}$ e, além disso, f é crescente no conjunto $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$.
- Encontre, para a função determinada pelo valor de m do item c) e para cada $y \geq 2$, o único valor de $x \geq 0$ tal que $f(x) = y$.



Q.09

Seja x no intervalo $\left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$ satisfazendo a equação $\operatorname{tg} x + \frac{2}{\sqrt{5}} \sec x = \frac{3}{2}$.

Assim, calcule o valor de

a) $\sec x$.

b) $\operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Q.10

A figura representa uma pirâmide $ABCDE$, cuja base é o retângulo $ABCD$. Sabe-se que

$$AB = CD = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AD = BC = AE = BE = CE = DE = 1$$

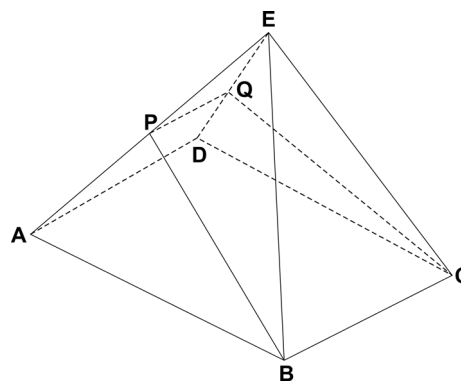
$$AP = DQ = \frac{1}{2}$$

Nessas condições, determine:

a) A medida de \overline{BP} .

b) A área do trapézio $BCQP$.

c) O volume da pirâmide $BPQCE$.



ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA ÁREA RESERVADA

ÁREA DELIMITADA PARA A RESPOSTA DA QUESTÃO 9 - NÃO ULTRAPASSE ESTA ÁREA!

ÁREA DELIMITADA PARA A RESPOSTA DA QUESTÃO 10 - NÃO ULTRAPASSE ESTA ÁREA!

	CORR 1	
	0	
	1	
	2	
	3	
	4	
	CORR 2	
	0	
	1	
	2	
	3	
	4	
	BRANCO	

	CORR 1	
	0	
	1	
	2	
	3	
	4	
	CORR 2	
	0	
	1	
	2	
	3	
	4	
	BRANCO	



FUVEST 2009
2ª Fase – Matemática (08/01/2009)

001 / 001

BOX 000
000 / 000