INDICE MATEMÁTICA 3 - ARITMÉTICA

AULA 01 - PROGRESSÃO ARITMÉTICA - PA

Define-se como progressão aritmética a toda seqüência a_n, tal que:

$$a_n = \begin{cases} a_1 = 1^o\, termo \\ a_n = a_{n-1} + r \end{cases}$$

Podemos perceber, na forma acima, que a progressão aritmética (PA) representa o conjunto de seqüência em que um termo é a soma do termo anterior por uma constante, denominada razão (a partir do segundo termo).

CLASSIFICAÇÃO

Dada a progressão aritmética (PA) (a_1, a_2, ... ,a_n) de razão r, essa seqüência pode ser classificada em:

- Crescente, quando a razão r for positiva, ou seja, r > 0.
- Decrescente, quando a razão r for negativa, ou seja, r < 0.
- Constante, quando a razão r for nula, ou seja, r = 0.

TERMO GERAL

Na progressão aritmética (a_1, a_2,..., a_n) podemos perceber que, ao escrevermos os termos da seqüência, a razão é somada (n −1) vezes até a chegada em a_n, usando tal fato podemos estabelecer que:

$$a_n = a_1 + (n-1).r$$

PROPRIEDADE

Qualquer termo de uma PA pode ser obtido pela ***média aritmética*** entre dois termos eqüidistantes a ele. (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5,.....a_{n-1}, a_n). Exemplo:

$$a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2} = \frac{a_1 + a_5}{2} \ldots$$

REPRESENTAÇÃO ESPECIAL

PA de 3 termos e razão r
(x − r, x, x + r)

PA de 4 termos e razão 2r.
(x − 3r, x − r, x + r, x + 3r)

SOMA DOS TERMOS

$$\boxed{Sn = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}}$$

AULA 02 - PROGRESSÃO GEOMÉTRICA - PG

Define-se como progressão geométrica (PG) a toda seqüência (a_n) , tal que:

$$a_n = \begin{cases} a_1 = 1^o\, termo \\ a_n = (a_{n-1})q \end{cases}$$

Podemos perceber, na forma acima, que a progressão geométrica (PG) representa o conjunto de seqüências em que um termo é o produto do termo anterior por uma constante, denominada razão (a partir do segundo termo).

CLASSIFICAÇÃO

Dada a progressão geométrica (PG) (a_1, a_2, ... ,a_n) de razão q, essa seqüência pode ser classificada em:
Crescente, quando $a_1 > 0$ e $q > 1$ ou $a_1 < 0$ e $0 < q < 1$.
Decrescente, quando $a_1 > 0$ e $0 < q < 1$ ou $a_1 < 0$ e $q>1$.

TERMO GERAL

Na progressão geométrica (a_1, a_2, ... ,a_n) perceber que, ao escrevermos os termos da sequência, a razão é multiplicada (n -1) vezes até a chegada em a_n, usando tal fato podemos estabelecer que:

$$a_n = a_1.q^{n-1}$$

em que *q* representa a razão da Progressão Geométrica.

PROPRIEDADE

Qualquer termo de uma PG pode ser obtido pela ***média geométrica*** entre dois termos equidistantes a ele. (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5,.....a_{n-1}, a_n). Exemplo:

$$a_3 = \sqrt{a_2 a_4} = \sqrt{a_1 a_5} = \ldots$$

REPRESENTAÇÃO ESPECIAL

PG de 3 termos.

$$\left(\frac{x}{q},\quad x,\quad xq\right)$$

PG de 4 termos.

$$\left(\frac{x}{q^3},\quad \frac{x}{q},\quad xq,\quad xq^3\right)$$

SOMA DOS TERMOS

Se finita: $\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q-1}}$ Se infinita: $\boxed{S_\infty = \frac{a_1}{1-q}}$

PRODUTO DOS TERMOS DE UMA PG

$$(P_n)^2 = (a_1 a_n)^n \quad ou \quad P_n = (a_1)^n\, q^{\frac{n(n-1)}{2}}$$

AULA 03 - MATRIZ

Uma matriz do tipo m x n (lê-se: m por n), m, n $\geq$ 1, é uma disposição tabular formada por m.n elementos dispostos em m linhas e n colunas.

As matrizes são representadas através de parênteses ( ), colchetes [ ] ou através de barras duplas || ||

REPRESENTAÇÃO MATRICIAL

Uma matriz genericamente é representada por letras maiúsculas e seus elementos por letras minúsculas.

Sendo assim, uma matriz Am x n algebricamente pode ser representada assim:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \text{ com m e n} \in \mathbb{N}^*$$

Por vezes a matriz vem em uma forma condensada com uma lei de forma a ser seguida. Veja o exemplo:
Construa a matriz A_{3x3} onde:

$$aij = \begin{cases} i + j, & se \quad i = j \\ i.j, & se \quad i < j \\ i^2 + j^2, & se \quad i > j \end{cases}$$

Sendo assim:
$a_{11} = 1 + 1 = 2$
$a_{12} = 1.2 = 2$
...
$a_{33} = 3 + 3 = 6$

Deste modo a matriz passa a ter a seguinte cara:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 6 \\ 10 & 13 & 6 \end{pmatrix}$$

TIPOS DE MATRIZ

Existem muitos tipos de matriz, nesse momento vamos nos prender a 4 tipos apenas.

- **Matriz Quadrada**: numero de linhas igual número de colunas.
- **Matriz Identidade (In)**: todos os elementos da DP iguais a 1 e os demais termos 0.
- **Matriz Transposta (A^t)**: quando as linhas viram colunas e as colunas linhas.
- **Matriz Simétrica**: a DP funciona como eixo de simetria dos elementos.

OBS:
- Se a matriz é $m_x n$ sua transposta será $n_x m$.
- A matriz Identidade costuma ter sua ordem indicada por um só numero tendo em vista que n = m.

OPERAÇÂO COM MATRIZ

As matrizes possuem 3 operações: igualdade, soma e multiplicação sendo esta a mais delicada.

- **Igualdade matricial**: duas matrizes só pedem ser igualadas se a ordem delas for a mesma e esta condição sendo feita podemos afirmar que A = B quando $a_{11} = b_{11}$, $a_{12} = b_{12}$, ..., $a_{mxn} = b_{mxn}$
- **Soma Matricial**: duas matrizes so podem ser somadas se tiverem mesma ordem e esta condição sendo feita podemos afirmar que se A + B = C, então c11 = a11 + b11, c12 = a12 + b12, ... $c_{mxn} = a_{mxn} + b_{mxn}$.
- **Multiplicação Matricial**: duas matrizes só podem se multiplicadas se número de colunas da 1º for igual numero de linhas da 2º. Conclusão: $\boxed{A_{mxn} . B_{nxp} = C_{mxp}}$

Veja um exemplo de produto matricial.
Determine o produto de A.B onde:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \; e \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 9 & 2 \end{pmatrix}$$

Solução: O produto AxB é uma matriz obtida da seguinte forma:

$$AB = \begin{pmatrix} 3.(-1) + 0.9 & 3(-3) + 0.2 \\ 2(-1) + 1.9 & 2(-3) + 1.2 \end{pmatrix} \rightarrow AB = \begin{pmatrix} -3 & -9 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$$

PROPRIEDADES

1) A.(B.C) = (A.B).C
2) A.(B + C) = A.B + A.C
3) (B + C).A = B.A + C.A
4) A.I = I.A = A
5) AB $\neq$ BA

OBS
- Na multiplicação de matrizes geralmente A.B $\neq$ B.A. Se A.B = B.A dizemos que A e B se comutam.
- Na multiplicação de matrizes não vale a lei do anulamento, ou seja, podemos ter A.B = 0 mesmo com A $\neq$ 0 ou B $\neq$ 0.

AULA 04 - DETERMINANTE

Dada uma matriz quadrada de ordem **n**, podemos associar à ela, através de certas operações, um número real chamado **determinante da matriz**. Podemos simbolizar o determinante de uma matriz por duas barras verticais.

CÁLCULO DO DETERMINANTE

A forma de calcular o determinante de uma matriz vai depender do tipo da matriz e de sua ordem, portanto, quanto ao tipo de matriz, só existe determinante de matriz quadrada, já quanto a ordem veja os dois principais casos.

Matriz de ordem 2.

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{DetA = ad - bc}$$

Matriz de ordem 3.

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

$$\underline{DetA = (aei + bfg + cdh) - (ceg + afh + bdi)}$$

PROPRIEDADES DE DETERMINANTES

1ª PROPRIEDADE: Matriz singular (casos onde o determinante é nulo)
- Se uma matriz possui uma fila de elementos iguais a zero.
- Se uma matriz possui duas filas iguais.
- Se uma matriz possui duas filas proporcionais.
- Se uma fila de uma matriz for uma combinação linear de duas outras.

2ª PROPRIEDADE
Se multiplicarmos uma fila de uma matriz por um número **k**, o determinante da nova matriz fica multiplicado por **k**.

3ª PROPRIEDADE
Se trocarmos duas filas paralelas de uma matriz o determinante muda de sinal.

5ª PROPRIEDADE (TEOREMA DE BINET)
Se A e B são duas matrizes de ordem **n** o determinante do produto de A por B é o produto dos determinantes da matriz A pelo determinante da matriz B, ou seja:

$$\boxed{Det(AB) = DetA.DetB}$$

6ª PROPRIEDADE **(DetA = DetA^t)**
O determinante de uma matriz é igual ao determinante de sua transposta.

OBS
Da 2º propriedade podemos chegar a equação onde k é uma constante e n é a ordem da matriz A.

$$Det(kA) = k^n DetA$$

Sejam A e B duas matrizes quadradas. Se A.B = B.A = I, dizemos que B é a matriz inversa de A e indicamos por A^{-1}. Logo:

$$\boxed{A.A^{-1} = A^{-1}.A = In}$$

PROPRIEDADES DA INVERSA

$$(A^{-1})^{-1} = A \;\blacksquare\; (AB)^{-1} = B^{-1}.A^{-1} \;\blacksquare\; DetA^{-1} = \frac{1}{DetA}$$

OBS:
- Uma matriz só possui inversa se o seu determinante for diferente de zero, sendo assim, chamada de inversível.
- Uma matriz que não admite inversa é chamada de singular.
- Se a matriz A é inversível, então, ela é quadrada.
- Se a matriz A é inversível, então, a sua inversa é única.

CÁLCULO DA MATRIZ INVERSA

O processo de se obter a inversa de uma matriz muitas vezes é trabalhoso, pois recai na resolução de n sistemas de n equações e n incógnitas.

Vamos agora apresentar um processo que simplifica esse cálculo.

Teorema
Se A é uma matriz quadrada de ordem n e det A 0, então a inversa de A é:

$$\boxed{A^{-1} = \frac{1}{\det A} . \overline{A}}$$

Onde A representa a matriz adjunta.
Matriz Adjunta: É a matriz transposta da matriz dos cofatores de A.

Outra maneira seria, para uma matriz A sua inversa seria A^{-1} e resolver a equação:

$$A.A^{-1} = In$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

AULA 05 - SISTEMA LINEAR

Denomina-se Sistema Linear todo conjunto de **m** equações lineares com **n** incógnitas.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots\dots\dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots\dots\dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots\dots\dots + a_{mn}x_n = b_n \end{cases}$$

Se b_1, b_2, ..., b_n = 0 dizemos que o sistema é homogêneo.

SOLUÇÃO DE UM SISTEMA

Denomina-se solução de um sistema a seqüência de números reais (α_1, α_2,..., α_n) que satisfaz simultaneamente todas as equações do sistema.

SISTEMAS EQUIVALENTES

Dois Sistemas são ditos equivalentes se e somente se:
- São Possíveis e admitem as mesmas soluções
- São Impossíveis.

CLASSIFICAÇÃO

Um Sistema Linear pode ser classificado de acordo com o número de soluções que ele apresenta. Sendo assim ele pode ser:

SISTEMA
- POSSÍVEL
  - INDETERMINADO $\Delta = 0$
  - DETERMINADO $\Delta \neq 0$
- IMPOSSÍVEL $\Delta = 0$

REGRA DE CRAMER

A Regra de Cramer consiste num método para resolvermos sistemas Lineares de **n** equações e **n** incógnitas.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots\dots\dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots\dots\dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots\dots\dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

Para obtermos a solução para esse sistema vamos fazer alguns cálculos. Acompanhe:

DET S
Determinante associado à matriz formada pelos coeficientes das incógnitas.

$$\det S = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

DET Xi
Determinante associado à matriz obtida a partir de S, trocando a coluna dos coeficientes de Xi, pela coluna dos termos independentes do sistema.

$$\det X_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ b_2 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_n & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad \det X_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_2 & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & b_2 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & b_n & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad \det X_n = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & b_n \end{vmatrix}$$

A solução do Sistema é dada por:

$$x_1 = \frac{\det X_1}{\det S} \qquad x_2 = \frac{\det X_2}{\det S} \;\; \ldots\ldots \;\; x_n = \frac{\det X_n}{\det S}$$

Veja que só é possível aplicar a Regra de Cramer em sistemas **n $_x$ n** em que det S ≠ 0. Esses sistemas são denominados **normais.**

AULA 06 – PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM (PFC)

01. Dado um número natural, denomina-se fatorial de **n** e indica-se por **n!** a expressão:

n! = n.(n - 1) . (n - 2) . (n - 3). .... 3 . 2 . 1, com n ≥ 0.

Assim temos:
5! = 5. 4. 3. 2. 1 = <u>120</u> 4! = 4. 3. 2. 1 = <u>24</u> 3! = 3. 2. 1 = 6

OBS: 1! = 0! = 1 (**conceito primitivo**)

Observação: Podemos desenvolver um fatorial até um fator conveniente. Veja:
8! = 8. 7. 6. 5. <u>4. 3. 2. 1</u> = 8. 7. 6. 5. 4!
6! = 6. <u>5. 4. 3. 2. 1</u> = 6. 5!
n ! = n. (n - 1)**.**(n – 2) !

SIMBOLOGIAS

Existem alguns símbolos no estudo na Analise Combinatória que envolvem o fatorial. São eles:

- Permutação.
- Arranjo.
- Combinação.

Vamos assim ilustrar cada situação.

$$P_n = n!$$

$$C_{n,p} = C_n^p = \binom{n}{p} = \frac{n!}{(n-p)!\,p!}$$

$$A_{n,p} = A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

PRINCIPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM

Se uma decisão d_1 pode ser tomada de x maneiras e se, uma vez tomada a decisão d_1, a decisão d_2 puder ser tomada de y maneiras então o número de maneiras de se tomarem as decisões d_1 e d_2 é xy.

<u>Exemplo</u>: Numa sala há 3 homens e 4 mulheres. De quantos modos é possível selecionar um casal homem-mulher ?
Sol. Observe que para formar um casal devemos tomar as decisões
d_1: escolha do homem
d_2: escolha da mulher

o d_1 pode ser tomada de 3 maneiras e, depois disso, d_2 pode
mada de 4 maneiras, o número de maneiras de se formar um
,ou seja, de se tomar as decisões d_1 e d_2 é 3 x 4 = 12.

O princípio fundamental da contagem nos diz que sempre devemos multiplicar os números de opções entre as escolhas que podemos fazer. Veja:

<u>Exemplo</u>: Para montar um computador, temos 3 diferentes tipos de monitores, 4 tipos de teclados, 2 tipos de impressora e 3 tipos de “CPU”. Quantos tipos distintos de computador podemos montar?
Sol. Para saber o numero de diferentes possibilidades de computadores que podem ser montados com essas peças, somente multiplicamos as opções: 3 x 4 x 2 x 3 = 72
Então, têm-se 72 possibilidades de configurações diferentes.
Um problema que ocorre é quando aparece a palavra “ou”, como na questão:
Exemplo: Quantos pratos diferentes podem ser solicitados por um cliente de restaurante, tendo disponível 3 tipos de arroz, 2 de feijão, 3 de macarrão, 2 tipos de cervejas e 3 tipos de refrigerante, sendo que o cliente não pode pedir cerveja e refrigerante ao mesmo tempo, e que ele obrigatoriamente tenha de escolher uma opção de cada alimento?
Sol. A resolução é simples: 3 x 2 x 3 = 18 , somente pela comida. Como o cliente não pode pedir cerveja e refrigerantes juntos, não podemos multiplicar as opções de refrigerante pelas opções de cerveja. O que devemos fazer aqui é apenas somar essas possibilidades: (3 x 2 x 3) x (2 + 3) = 90
Resposta para o problema: existem 90 possibilidades de pratos que podem ser montados com as comidas e bebidas disponíveis.
Outro exemplo: No sistema brasileiro de placas de carro, cada placa é formada por três letras e quatro algarismos. Quantas placas onde o número formado pelos algarismos seja par, podem ser formadas?
Sol. Primeiro, temos de saber que existem 26 letras. Segundo, para que o numero formado seja par, teremos de limitar o ultimo algarismo à um numero par. Depois, basta multiplicar.
26 x 26 x 26 = 17.576 -> parte das letras
10 x 10 x 10 x 5 = 5.000 -> parte dos algarismos, note que na última casa temos apenas 5 possibilidades, pois queremos um número par (0 , 2 , 4 , 6 , 8).
Agora é só multiplicar as partes: 17.576 x 5.000 = 87.880.000
Resposta para a questão: existem 87.880.000 placas onde a parte dos algarismos forme um número par.

OBS

- Quando no enunciado do Princípio Fundamental de Contagem escreve-se que a decisão d_2 pode ser tomada uma vez que a decisão d_1 já foi tomada, estão implícitas as idéias de independência e sucessividade entre as decisões.
- Note que o Princípio Fundamental de Contagem permite obter o número de casais homem-mulher sem a necessidade de enumeração de um por um dos casais.
- Podemos generalizar o Princípio Fundamental de Contagem para um acontecimento com n decisões. Vejamos.

PERMUTAÇÃO

Agora devemos atentar que o PFC muito parece com a permutação. E da permutação temos a fórmula: $P_n = n!$

Porém, a permutação pode ter ou não repetição de elementos e a fórmula fica:

$$P_n^{a,b,c,..} = \frac{n!}{a!b!c!...}$$

Onde:

n – total de letras da palavra.
a, b, c .... – número de vezes que cada letra aparece.

Exemplo: Quantos anagramas podemos formar com a palavra ARARA?

Sol. Veja que ARARA tem letras repetidas então teremos n = 5, a = 3 (nº de vezes que aparece A) e b = 2 (nº de vezes que aparece R).

Assim sendo: $P_5^{3,2} = \frac{5!}{3!2!} \rightarrow 20$

PERMUTAÇÃO CIRCULAR

Outro caso, porem mais raro é a permutação circular que temos a seguinte fórmula:

$$\boxed{P_{CIRCULAR} = (n-1)!}$$

Onde n é o número de elementos que dispomos para posicioná-los em forma de círculo.

AULA 07 - ARRANJO X COMBINAÇÃO

Aqui vai um dos maiores desafios na analise combinatória: diferenciar arranjo de combinação. Em todo livro, site, apostila entre outros meios de estudo, é disponibilizado que:

Denominamos **arranjos simples** de **n** elementos distintos tomados **p** a **p** às *sucessões* formadas de **p** termos distintos escolhidos entre os **n** elementos dados. O número de arranjos simples dos n elementos tomados p a p é dado por

$$\boxed{A_n^p = A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}}.$$

E que:

Denominamos **combinações simples** de **n** elementos distintos tomados **p** a **p** aos *conjuntos* formados de **p** elementos distintos escolhidos entre os **n** elementos dados. O número de combinações simples de n elementos tomados p a p é dado por:

$$\boxed{C_n^p = C_{n,p} = \binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}}.$$

Vejamos agora uma dica infalível para essa possível dúvida. Bem, analise a situação, monte um grupo e troque a posição de dois elementos propositalmente e veja:

- Se **A**lterou o sentindo é **A**rranjo
- Se **C**ontinuou o sentido é **C**ombinação.

Exemplo: De quantas maneiras podemos criar uma senha de 4 algarismos no banco sem repetir algarismos?

Sol. Monte uma qualquer, sei lá, 1278. Agora mude a posição de dois elementos: 2178. Esse valor agora altera o sentido? Se sim Arranjo. Daí teremos:

$$A_{10,4} = \frac{10!}{4!} \rightarrow 10.9.8.7.6$$

Exemplo: Numa gincana deve ser escolhidas 3 alunas das 7 no grupo para representar a escola. De quantas maneiras posso mandar essas alunas representando a escola?

Sol. As alunas são: A, B, C , D, E, F e G. Digamos que quem vai é A, B e C. Mude nesse grupo a posição de duas delas, assim B, A e C. Continuou o sentido do mesmo grupo? Se sim é combinação. Daí teremos:

$$C_{7,3} = \frac{7!}{(4!)(3!)} \rightarrow 35$$

AULA 08 - PROBABILIDADE

EXPERIMENTO ALEATÓRIO

Todo experimento que, repetido em condições idênticas, pode apresentar diferentes resultados recebe o nome de **experimento aleatório**. A variabilidade de resultados deve-se exclusivamente ao acaso.

O estudo das Probabilidades é o ramo da Matemática que nos permite quantificar a chance de ocorrência de um fenômeno aleatório.

ESPAÇO AMOSTRAL

O total de possibilidades de um experimento aleatório é expresso por um conjunto indicado pela letra C e denominado **espaço amostral**.

Qualquer subconjunto do espaço amostral Ω é denominado **evento**. Vejamos um exemplo. Considere o lançamento de um dado não viciado e observe o número mostrado na face de cima. Note que Ω = {1,2,3,4,5,6}. Desta forma, ocorrer um número par no lançamento do dado consiste num evento, pois {2,4,6} é subconjunto de Ω.

OBS

- Note que o evento também é um conjunto. Desta forma, quando Ω = E, dizemos que E é o **evento certo**, ou seja, a chance de ocorrer o evento E é igual a 100%.
- Lembrando que o conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto, então quando E = φ, dizemos que E é um evento impossível de ocorrer.
- Ao evento que ocorre se, e somente se, o evento E não ocorrer, dá-se o nome de **evento complementar**. Indica-se por E^C. Note que E U E^C = Ω.

PROBABILIDADE EM ESPAÇO AMOSTRAL

Quando num espaço amostral **Ω** qualquer **subconjunto unitário** tem a mesma chance de ocorrer, dizemos que o espaço amostral é equiprovável.

Num espaço amostral equiprovável, definimos a <u>probabilidade de ocorrer um evento o quociente entre o número possibilidades favoráveis ao evento e o número de elementos do espaço amostral</u>.

Indicamos por p(E) a probabilidade de ocorrer o evento E. Assim sendo, temos:

$$P(E) = \frac{Favorável}{Total}$$

A probabilidade P(E) de um evento é sempre um valor limitado no intervalo:

$$\boxed{0 \leq P(E) \leq 1}$$

AULA 09- ESTATÍSTICA

É muito comum em época de eleições os noticiários apontarem as intenções de voto da população. Você já pensou como são feitas pesquisas como essas? Certamente não é necessário entrevistar toda a população para se chegar a uma determinada conclusão sobre ela. Chegar a esse tipo de conclusão é objeto da estatística.

FREQUÊNCIA

O número de vezes que um valor da variável é citado apresenta a **frequência absoluta** daquele valor. A **frequência**

relativa registra a frequência absoluta comparando-a com o total de citações. Desta forma, é comum expressarmos a frequência relativa em porcentagem.

Assim sendo, considerando n_i como sendo o número de vezes que uma variável é citada e n como sendo o total de citações, segue que a frequência relativa f_i é dada por:

$$f_i = \frac{n_i}{n}$$

TABELA DE DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA

A apresentação tabular é uma das modalidades mais utilizadas para a apresentação de dados estatísticos coletados na amostragem. Uma classificação metodológica usual para listarmos os dados encontrados na amostra, é verificar a natureza dos dados estatísticos.

Para representarmos **dados contínuos**, normalmente, separamos os objetos, em intervalos reais que contenham um **rol da amostra**(sequência de dados numéricos dispostos em ordem crescente ou decrescente) . Cada intervalo real é denominado **classe**.

Com o objetivo de não permitir que um elemento pertença a mais de uma classe ou que não pertença a nenhuma delas, adotamos alguns critérios para a formação de classes:

a) se **a** e **b** são, respectivamente, o menor e o maior elemento da amostra, então o extremo inferior da primeira classe deve ser menor ou igual a **a** e o extremo superior da última classe, deve ser maior ou igual a **b**.

b) o extremo inferior de cada classe, a partir da segunda, deve ser igual ao extremo superior da classe imediatamente anterior.

c) os extremos de cada classe não devem ser elementos da amostra, exceção feita ao extremo inferior da primeira classe e ao superior da última.

Notação:

$\vdash\!\!\!-\!\!-$ **ou** $-\!\!-\!\!\!\dashv$

Assim, temos:

10 ⊢—— 20, inclui o 10 e exclui o 20
20 ⊢—— 30, inclui o 20 e exclui o 30
30 ⊢—— 40, inclui o 30 e exclui o 40
40 ⊢—— 50, inclui o 40 e exclui o 50

OBS
Se **a** e **b** são os extremos de uma classe, com a < b, então o número **b** – **a** é a amplitude dessa classe.

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA

Já sabemos que uma distribuição de frequência pode ser representada graficamente. Tais gráficos dividem-se em duas categorias: **os de informação e os de análise**.

Os gráficos de informação têm como finalidade fornecer informações apenas quantitativas sobre a distribuição de frequência.

Os de análise se destinam a estudos mais profundos, exigindo portanto maior precisão e rigor. São gráficos de informação:

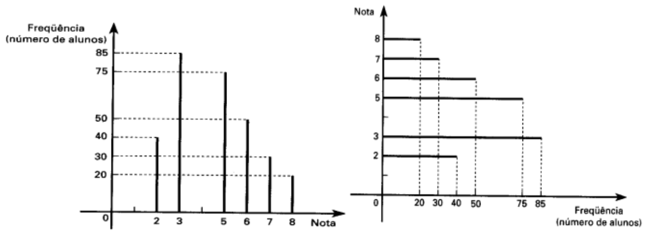
- Gráfico de barras.
- Gráfico por setores.
- Histograma.

Geralmente, usamos os gráficos de barras e por setores para representar dados discretos e histograma para representar gráficos contínuos. Veja.

Para se ter uma ideia do nível de ensino numa determinada região, escolheu-se uma amostra de trezentos alunos da primeira série colegial aplicou-se uma prova. A tabela de distribuição de frequência abaixo mostra o resultado.

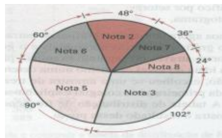
Classe (nota)	Frequência (número de alunos)
2,0	40
3,0	85
5,0	75
6,0	50
7,0	30
8,0	20

\# **Gráfico de barras verticais ou barras horizontais**.

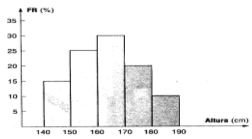


\# **Gráfico por setores.**

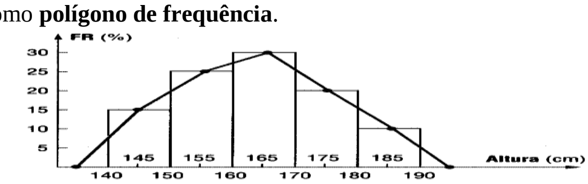
Dividimos o círculo em setores, com ângulos proporcionais às frequências das classes. Como o círculo representa um ângulo de 360º



\# **Histograma** com as classes relacionadas às frequências relativas.



Obs.: Os segmentos que ligam em sequência os pontos médios das bases superiores formam um gráfico de segmentos conhecido como **polígono de frequência**.



MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

1. Média aritmética

Definimos a média aritmética como sendo a razão entre a soma de todos os valores observados e o número total de observações. Assim sendo, considerando x_1, x_2, x_3, ..., x_n os valores de **n** observações de determinada variável x, definimos a média aritmética pela fórmula:

$$MA = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}$$

2. Mediana

Considerando os **n** valores ordenados de uma variável **x**, a mediana é o valor central, ou seja, a mediana é o valor tal que o número de observações menores (ou iguais) a ela é igual ao número de observações maiores (ou iguais) a ela.

3. Moda

Moda de um conjunto de valores é a realização mais frequente entre os valores observados.