Resolução – Matemática Básica
S12.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 01 ====================================

a) Encontrar 10% de um número é simplesmente dividir por 10, o que podemos encontrar movendo a vírgula uma casa para a esquerda e teríamos como resultado R$32,00.
b) 15% pode ser visto como 10% + 5%. Já vimos que 10% de 320 é 32, e 5% é exatamente metade disso, 16. Com isso, 15% é a soma desses dois valores, resultando em R$48,00.
c) 55% pode ser visto como 50% + 5%, sendo 50% metade do valor, ou 160. Com isso, nossa resposta será 160 + 16 que resulta em R$176,00.
d) 6,6% pode ser visto como 5% + 1% + 0,5% + 0,1%, todos esses valores individuais sendo rápidos de serem encontrados de cabeça, respectivamente, R$16,00, R$3,20, R$1,60 e R$0,32; totalizando R$21,12.

Resposta: a) R$ 32,00; b) R$ 48,00; c) R$ 176,00 e d) R$ 21,12.

Exercício 02 ====================================

Podemos enxergar 25% como um quarto do valor, ou dividir por 2 duas vezes, e teremos que um quarto de 180 é 45. Com isso, o preço total a ser pago será 180 + 45 = R$225,00.

Esse valor total será dividido em 5 parcelas iguais. A melhor estratégia para dividir esse valor por 5, é dividir por 10 e depois multiplicar por 2.

225 divido por 10 resulta em 22,5, e isso vezes 2 dá R$45,00.

Resposta: a) R$ 225,00 e b) R$ 45,00.

Exercício 03 ====================================

Se R$60,00 é 15% do preço, podemos encontrar o preço total por regra de 3:

$$\frac{15\%}{100\%}=\frac{60}{x}$$
$$X=\frac{60\cdot 100}{15}$$
$$X=400$$

E o preço total é R$400,00.

Se o lucro a ser obtido é de R$60,00, o preço de venda deve ser R$460,00.

Resposta: a) R$ 400,00 e b) R$ 460,00.

Exercício 04 ====================================

Se a razão entre o número de automóveis novos e usados é 3/5, isso quer dizer que a cada 3 carros novos, há 5 carros usados. Ou seja, a cada 8 carros na concessionária, 3 são novos e 5 são usados.

Logo, para descobrir a fração dos carros que são novos, basta encontrar a razão entre o número de novos e o total:

$$\frac{3}{8}=0,375=37,5\%$$

E ficamos com a **Letra B.**

Resposta: Letra B.

Exercício 05 ====================================

a) Para descobrirmos se o preço aumentou, diminuiu ou se manteve constante vamos escrever uma expressão em relação ao preço inicial ($P_{inicial}$) em que um aumento de 20% ($Aum.20\%$) é o mesmo que multiplicar por 1,2. Enquanto uma redução de 40% ($Red.40\%$) é o mesmo que multiplicar por 0,6. Assim temos a seguinte expressão:

$$P_{novo}=P_{inicial}\cdot Aum.20\%\cdot Aum.20\%\cdot Red.40\%$$
$$P_{novo}=P_{inicial}\cdot 1,2\cdot 1,2\cdot 0,6$$

Resolvendo a expressão acima, obtemos:

$$P_{novo}=P_{inicial}\cdot 1,2\cdot 1,2\cdot 0,6$$
$$P_{novo}=P_{inicial}\cdot 1,44\cdot 0,6$$
$$P_{novo}=P_{inicial}\cdot 1,44\cdot(0,5+0,1)$$
$$P_{novo}=P_{inicial}\cdot(0,72+0,144)$$
$$P_{novo}=P_{inicial}\cdot 0,864$$

Com isso concluímos que o preço novo é menor que o preço inicial.

Resposta: O preço diminuiu em relação ao valor inicial.

Observação: Uma outra forma de resolvermos que mudaria apenas na mudança apenas na forma de fazer as contas seria:

$$P_{novo}=P_{inicial}\cdot Aum.20\%\cdot Aum.20\%\cdot Red.40\%$$
$$P_{novo}=P_{inicial}\cdot\frac{120}{100}\cdot\frac{120}{100}\cdot\frac{60}{100}$$
$$P_{novo}=P_{inicial}\cdot\frac{2\cdot 6}{2\cdot 5}\cdot\frac{2\cdot 6}{2\cdot 5}\cdot\frac{2\cdot 3}{2\cdot 5}$$
$$P_{novo}=P_{inicial}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{3}{5}$$
$$P_{novo}=P_{inicial}\cdot\frac{108}{125}$$

Resolução – Matemática Básica
S12.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Como a fração $\frac{108}{125}$ é menor do que 1, ou seja, numerador menor que o denominador. Concluímos que o preço diminuiu em relação ao preço inicial.

b) Agora para calcularmos qual deveria ser o aumento de preço para a mercadoria voltar ao seu valor inicial, montamos a seguinte equação, onde x representa o valor que devemos aumentar no preço da mercadoria:

$$P_{novo} = P_{inicial} \cdot 0,864 \cdot x$$

Resolvendo a expressão acima, e ainda que o $P_{novo} = P_{inicial}$ para que assim a mercadoria volte ao seu valor inicial, temos:

$$\begin{aligned}
&P_{novo} = P_{inicial} \cdot 0,864 \cdot x \\
&P_{inicial} = P_{inicial} \cdot 0,864 \cdot x \\
&1 = 0,864 \cdot x \rightarrow x = \frac{1}{0,864} \\
&x \cong 1,,1574
\end{aligned}$$

Como queremos o aumento que é necessário basta subtrairmos 1 do valor de x, valendo assim:

$$\begin{aligned}
&aumento \cong x - 1 \rightarrow aumento \cong 1,1574 - 1 \\
&aumento \cong 0,1574 \rightarrow aumento \cong 15,74\%
\end{aligned}$$

Resposta: O aumento necessário é de aproximadamente 15,74%.

Exercício 06 ===================================

Primeiro temos que dois descontos sucessivos de 10% equivalem a um desconto de:

$$\begin{aligned}
&Desconto = 1 - 0,9 \bullet 0,9 \rightarrow Desconto = 1 - 0,81 \\
&Desconto = 0,19 \rightarrow Desconto = 19\%
\end{aligned}$$

Agora, aplicando esses dois descontos sucessivos e mais o desconto de R$ 100,00 sobre o valor inicial e igualando aos R$ 710,00. Obtemos que o valor inicial da mercadoria é:

$$\begin{aligned}
&valor\ inicial \bullet (1 - 0,19) - 100 = 710 \\
&valor\ inicial \bullet 0,81 - 100 = 710 \\
&valor\ inicial \bullet 0,81 = 810 \\
&valor\ inicial = \frac{810}{\frac{81}{100}} \rightarrow valor\ inicial = 810 \bullet \frac{100}{81} \\
&valor\ inicial = 1.000\ reais
\end{aligned}$$

Resposta: R$ 1.000,00.

Exercício 07 ===================================

Primeiro, vamos calcular o preço da tv sem o desconto que é de:

$$\begin{aligned}
&valor\ a\ prazo = preço\ anunciado \bullet desconto \\
&3.200 = preço\ anunciado \bullet (1 - 0,08) \\
&3.200 = preço\ anunciado \bullet 0,92 \\
&preço\ anunciado = \frac{3.200}{0,92} \\
&preço\ anunciado = 3.478,26
\end{aligned}$$

Calculando, agora o valor do desconto para a compra à vista, esse desconto é de:

$$\begin{aligned}
&valor\ à vista = preço\ anunciado \bullet (1 - desconto) \\
&2.800 = \frac{3.200}{0,92} \bullet (1 - desconto) \rightarrow (1 - desconto) = \frac{2.800}{3.200} \bullet \frac{92}{100} \\
&(1 - desconto) = \frac{2 \bullet 2 \bullet 7}{2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2} \bullet \frac{2 \bullet 2 \bullet 23}{100} \\
&(1 - desconto) = \frac{161}{2} \bullet \frac{1}{100} \rightarrow (1 - desconto) = 80,5 \bullet \frac{1}{100} \\
&desconto = 1 - 0,805 \rightarrow desconto = 0,195 \\
&desconto = 19,5\%
\end{aligned}$$

Resposta: Letra A.

Exercício 08 ===================================

Em toda questão que envolve muitas multiplicações de números grandes, vale a pena a gente pensar em estratégias que facilitem nosso raciocínio rápido. Por exemplo, o primeiro passo nessa questão é converter o valor da compra de dólar para real, e para isso precisamos multiplicar o valor do produto pela taxa de câmbio. Em vez de só tentar multiplicar direto por 3,22; vamos ir resolvendo de um jeito que fique mais fácil de calcular:

$$\begin{aligned}
&500 \cdot 3,22 \\
&5 \cdot 322 \\
&322 \cdot 5 \\
&322 \cdot \frac{10}{2} = 1610
\end{aligned}$$

Ok, já encontramos o valor do produto em Real, mas ainda precisamos incluir os impostos para achar o preço total. Para isso precisamos aumentar em 1,1% o custo da compra, e em vez de tentar calcular essa porcentagem feia, vamos quebra-la em outras mais fáceis:

$$\begin{aligned}
&101,1\% \cdot 1610 \\
&100\% \cdot 1610 + 1\% \cdot 1610 + 0,1\% \cdot 1610 \\
&1610 + 16,1 + 1,61 \\
&1627,71
\end{aligned}$$

Resposta: Letra C.

Exercício 09 ====================================

Aqui temos um caso de porcentagens dentro de porcentagem. Primeiro vamos ver quantos brinquedos tem na caixa grande. A gente sabe que 80% dos brinquedos estão nela e, dessa porcentagem, 10% são vermelhos, então o total de brinquedos vermelhos nessa caixa é:

$$10\%\times 80\% = 8\%$$

Na caixa pequena, dá para a gente descobrir que estão 20% do total de brinquedos, já que os outros 80% estão na grande, e dessa porcentagem 20% são vermelhos, então o total de brinquedos vermelhos nessa caixa é:

$$20\%\times 20\% = 4\%$$

Então o total de brinquedos vermelhos é a soma do que há em cada caixa:

$$4\% + 8\% = 12\%$$

Resposta: Letra B.

Exercício 10 ====================================

Uma questão bem direta, a gente só precisa pegar os dados que o enunciado deu e jogar na fórmula para montante de juros compostos:

$$M = C\times(1+i)^t$$
$$53.240 = C\times(1+0{,}1)^3$$
$$C\times(1{,}1)^3 = 53.240$$
$$C = \frac{53.240}{11^3\times 10^{-3}}$$
$$C = 40\times 10^3 = 40.000$$

Resposta: R$40.000,00.

Exercício 11 ====================================

a) De acordo com o texto, em 2007, a média diária de verbetes publicado era de 2200 e em 2009, essa média era de 1300.

Para calcular o percentual de decréscimo do número de verbetes publicados diariamente na Wikipédia ao longo do período de 2007 a 2009 utilizamos a seguinte fórmula:

$$\frac{\text{Valor}_{\text{final}} - \text{Valor}_{\text{inicial}}}{\text{Valor}_{\text{inicial}}} = \frac{\text{Média Verbts}_{2009} - \text{Média Verbts}_{2007}}{\text{Média Verbts}_{2007}}$$

Substituindo os valores:

$$\frac{1300 - 2200}{2200} = \frac{-900}{2200} = \frac{-9}{22} \simeq -40{,}909...\%$$

Com isso o percentual de decréscimo foi de 40,90%.

b) A média de verbetes publicados ao longo dos anos de 2007, 2009 e 2011 será de 1344 logo:

$$\frac{\text{Verbetes}_{2007} + \text{Verbetes}_{2009} + \text{Verbetes}_{2011}}{3} = 1344$$

Substituindo os valores:

$$\frac{2200 + 1300 + \text{Verbetes}_{2011}}{3} = 1344$$
$$3500 + \text{Verbetes}_{2011} = 3\cdot 1344$$
$$3500 + \text{Verbetes}_{2011} = 3\cdot(1300+44)$$
$$3500 + \text{Verbetes}_{2011} = 3900 + 3\cdot(40+4)$$
$$3500 + \text{Verbetes}_{2011} = 3900 + 120 + 12$$
$$3500 + \text{Verbetes}_{2011} = 4032$$
$$\text{Verbetes}_{2011} = 4032 - 3500$$
$$\text{Verbetes}_{2011} = 532$$

O número esperado de verbetes publicados em 2011 é 532.

Resposta: a) 40,90% b) 532.

Exercício 12 ====================================

Fazendo os cálculos para cada opção:

I) À vista com 4%:

4% = 0,04

A máquina vai custar $R\$100.000\cdot(1-0{,}04) = R\$96.000$ no momento da compra. Portanto, investindo os R$ 4.000 restantes na aplicação financeira que rende 2% mensais ao final de 2 meses teremos:

$$R\$\,4.000\cdot(1{,}02) = R\$\,4.000 + R\$\,80 = R\$\,4.080 \text{ (1º Mês)}$$
$$R\$\,4.080\cdot(1{,}02) = R\$\,4.080 + R\$\,81{,}60 = R\$\,4161{,}60 \text{ (2º Mês)}$$

Valor final restante R$ 4.161,60

II) Duas prestações mensais iguais, sem desconto, com a primeira vencendo um mês após a compra:

A máquina custará R$ 100.000 divididos em duas parcelas de R$ 50.000.

Como a primeira parcela vence apenas um mês após a compra, é possível comprar a máquina e investir os R$ 100.000 por 1 mês e apenas após isso pagar a primeira parcela de R$ 50.000. Com isso teremos:

Ao final do 1º mês:

$$R\$100.000\cdot(1{,}02) = R\$100.000 + R\$\,2.000 = R\$102.000$$
$$R\$102.000 - 1^{\text{a}}\text{ Parcela} = R\$102.000 - R\$50.000 = R\$\,52.000$$

Ao final do 2º mês:

$$R\$\,52.000\cdot(1{,}02)=R\$\,52.000+R\$\,1.040=R\$\,53.040$$

$$R\$\,53.040-2^{a}\text{ Parcela}=R\$\,53.040-R\$\,50.000=R\$\,3.040$$

Valor final restante R$ 3.040,00

II) Duas prestações mensais iguais, com desconto de 2%, com a primeira vencendo no ato da compra

A máquina custará $R\$\,100.000\cdot(1-0{,}02)=R\$\,98.000$ divididos em duas parcelas de R$ 49.000.

Como a primeira parcela vence no ato da compra paga-se os R$ 100.000 – R$ 49.000 = R$ 51.000 no 1º mês e apenas após isso, se investe o dinheiro.

Ao final do 1º mês:

$$R\$\,100.000-1^{a}\text{ Parcela}=R\$\,100.000-R\$\,49.000=R\$\,51.000$$

$$R\$\,51.000\cdot(1{,}02)=R\$\,51.000+R\$\,1.020=R\$\,52.020$$

Ao final do 2º mês:

$$R\$\,52.020-2^{a}\text{ Parcela}=R\$\,52.020-R\$\,49.000=R\$\,3.020$$

$$R\$\,3.020\cdot(1{,}02)=R\$\,3.020+R\$\,60{,}40=R\$\,3.080{,}40$$

Valor final restante R$ 3.080,40

Portanto, a melhor das 3 opções será a (I) e a diferença entre esta é a pior (II) será de:

$$R\$\,4161{,}60-R\$\,3040{,}00=R\$\,1121{,}60$$

Resposta: Letra A.

Exercício 13 ===================================

Pelo enunciado, sabemos que a fruta *in natura* tem:

80% água e, consequentemente, 20% massa seca.

E a fruta desidratada tem:

10% água e, consequentemente, 90% massa seca.

Logo, se tenho 100 g da fruta em sua forma desidratada, desses 100g temos: 10g de água e 90g de massa seca.

Como o valor da massa seca em gramas não muda com a desidratação, esse 90g correspondem a 20% da fruta *in natura*. Portanto:

$$20\%\text{ da fruta } \textit{in natura} \rightarrow 90\text{g}$$

$$100\%\text{ da fruta } \textit{in natura} \rightarrow 90\text{g}\cdot 5=450\text{g}$$

Resposta: Letra D.

Exercício 14 ===================================

Durante o primeiro ano de investimento os R$ 10.000 rendeu a taxa de juros i, ficando o montante:

$$R\$\,10.000\cdot(1+i)$$

Como César sacou R$ 7.000 do fundo o restante ficou em:

$$R\$\,10.000\cdot(1+i)-R\$\,7.000$$

Esse valor restante aplicado por mais um ano, ao final do segundo ano será de:

$$\left[R\$\,10.000\cdot(1+i)-R\$\,7.000\right]\cdot(1+i)$$

E pelo enunciado sabemos que o saldo final é de R$ 6.000,00, portanto:

$$\left[R\$\,10.000\cdot(1+i)-R\$\,7.000\right]\cdot(1+i)=R\$\,6.000$$

Simplificando e resolvendo a equação acima:

$$\left[\,10.000\cdot(1+i)-7.000\right]\cdot(1+i)=6.000$$

(Simplificando os milhares)

$$\left[\,10+10i-7\right]\cdot(1+i)=6$$

$$10+10i-7+10i+10i^2-7i=6$$

$$10i^2+13i-3=0$$

Utilizando a fórmula de Bháskara:

$$i=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-13\pm\sqrt{13^2-4\cdot10\cdot(-3)}}{2\cdot10}$$

$$i=\frac{-13\pm\sqrt{169+120}}{20}=\frac{-13\pm\sqrt{289}}{20}$$

$$i=\frac{-13\pm17}{20}$$

Descobrindo os dois valores possíveis:

$$i_1=\frac{-13+17}{20}=\frac{4}{20}=0{,}2$$

$$i_2=\frac{-13-17}{20}=\frac{-30}{20}=-1{,}5$$

Descartamos o valor i_2, pois este é negativo e o enunciado informa que a taxa é positiva. Com isso, o valor da taxa de juros anual é 0,2 ou 20%.

Substituindo na equação $(4i-1)^2$:

$$(4i-1)^2=(4\cdot0{,}2-1)^2=(0{,}8-1)^2=(-0{,}2)^2=0{,}04$$

Resposta: Letra D.

Exercício 15 ====================================

Marca da lata	Preço	Quantidade em gramas
A	P_A	Q_A
B	P_B	Q_B
C	P_C	Q_C

Colocando as informações do enunciado em forma de equações:

"Cada lata da marca A custa 50% mais do que a da marca B e contém 10% menos gramas do que a da marca C."

$$P_A = 1{,}5P_B$$
$$Q_A = 0{,}9Q_C$$

"Cada lata da marca C contém 50% mais gramas do que a da marca B e custa 25% mais do que a da marca A."

$$P_C = 1{,}25P_A$$
$$Q_C = 1{,}5Q_B$$

Escrevendo todos os preços em função de P_B e todas as quantidade em função de Q_B.

$$\underline{P_A = 1{,}5P_B}$$
$$\underline{P_B = P_B}$$
$$P_C = 1{,}25 \cdot 1{,}5P_B = 1{,}875P_B$$
$$\underline{P_C = 1{,}875P_B}$$

$$Q_A = 0{,}9 \cdot 1{,}5Q_B = 1{,}35Q_B$$
$$\underline{Q_A = 1{,}35Q_B}$$
$$\underline{Q_B = Q_B}$$
$$\underline{Q_C = 1{,}5Q_B}$$

Para descobrir a marca mais econômica, devemos pegar a que tiver o menor preço por grama e para isso dividimos P_x por Q_x para cada marca x, onde x = A, B e C.

$$\frac{P_A}{Q_A} = \frac{1{,}5P_B}{1{,}35Q_B} = \frac{10P_B}{9Q_B}$$
$$\frac{P_B}{Q_B} = \frac{P_B}{Q_B}$$
$$\frac{P_C}{Q_C} = \frac{1{,}875P_B}{1{,}5Q_B} = \frac{5P_B}{4Q_B}$$

Comparando, vemos que:

$$\frac{P_B}{Q_B} < \frac{P_A}{Q_A} < \frac{P_C}{Q_C}$$

Portanto a marca mais econômica é a B, pois possui o menor preço por grama.

Resposta: Letra B.