



**GRAVITAÇÃO**

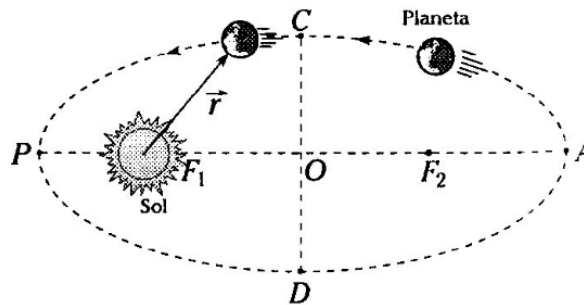
**GRAVITAÇÃO**

**Leis de Kepler**

As leis de Kepler são universais, ou seja, valem para todos os astros que orbitam ao redor de uma mesma massa.

**Lei das órbitas:** todo planeta que gira ao redor do Sol descreve uma órbita elíptica e em um dos focos se situa o Sol.

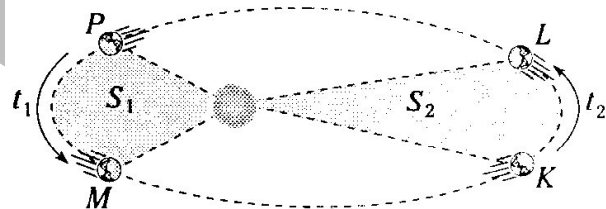
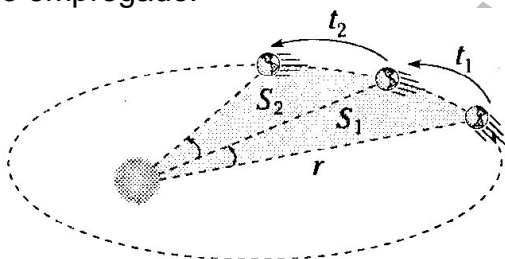
**P: Periélio**  
**A: Afélio**



**Atenção!**

Não se descarta a possibilidade da órbita ser circular. Devido, o círculo ser um caso particular da elipse.

**Lei das áreas:** o vetor posição  $\vec{r}$  de planeta varre áreas que são diretamente proporcionais ao tempo empregado.



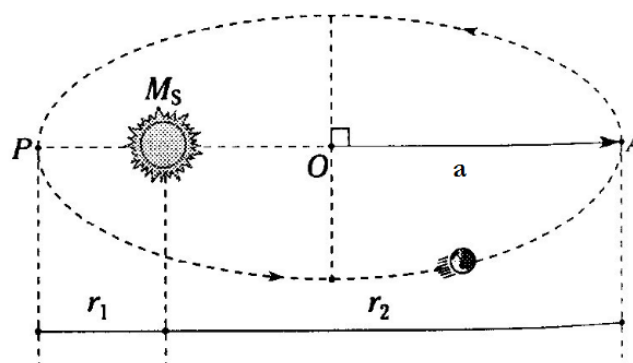
$$\frac{S_1}{t_1} = \frac{S_2}{t_2} = \text{cte (velocidade areolar)}$$

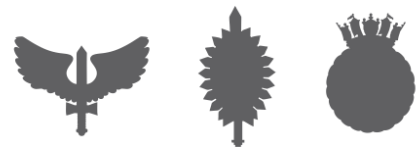
$$S_1 = S_2 \therefore t_1 = t_2$$

**Atenção!**

Com a segunda lei de Kepler comprova-se que quanto mais próximo o planeta estiver do Sol maior será a sua velocidade e vice-versa.

**Lei dos períodos:** o quadrado do período de órbita de qualquer planeta que gira em torno do Sol é diretamente proporcional ao cubo do semieixo maior da órbita elíptica que descreve.





$$T^2 = K.a^3$$

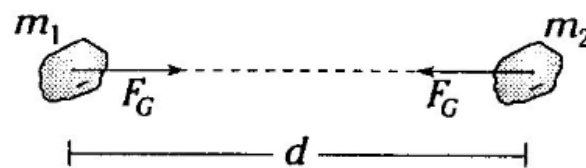
a = semieixo maior da elipse.

$$a = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

K: constante que depende da massa do na qual o astro gira em torno dela.

### Lei da gravitação universal

Duas partículas quaisquer se atraem mutuamente com uma força de módulo diretamente proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que as separa.



$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

G: constante gravitacional

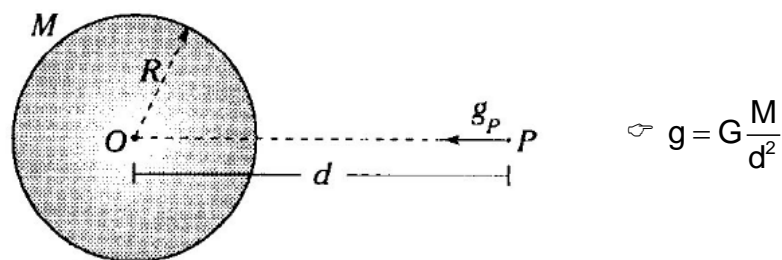
$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

$m_1$  e  $m_2$ : massas que interagem entre si

d: distância entre os centros de massas  $m_1$  e  $m_2$

### Campo gravitacional

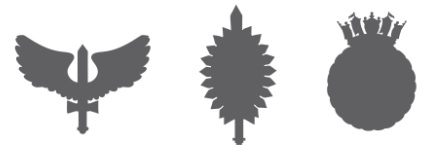
Toda massa **M** cria em sua volta um campo gravitacional que permite com que a mesma atraia outras massas em sua volta. Se a massa **M**, que criou o campo gravitacional, for uma esfera maciça homogênea a intensidade do campo gravitacional criado por ela em um ponto distante **d** do seu centro de massa é determinada por:



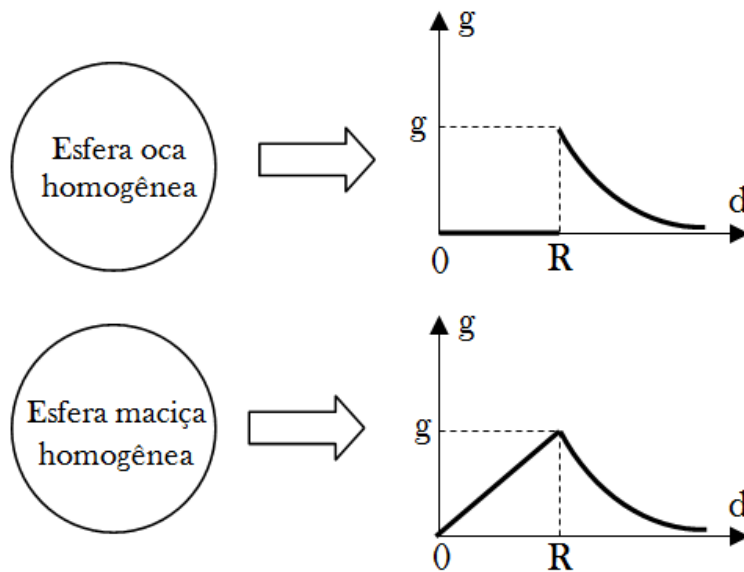
Pontos a uma distância  $d > R$   $\Leftrightarrow g = G \frac{M}{(h+R)^2}$

Pontos a uma distância  $d = R$   $\Leftrightarrow g = G \frac{M}{R^2}$

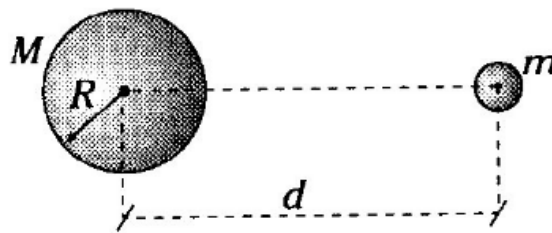
Pontos a uma distância  $d < R$   $\Leftrightarrow g = \underbrace{\frac{4}{3} \pi G \mu}_{cte} \cdot d$



Atenção!



Energia potencial gravitacional



$$E_p = -\frac{GmM}{d}$$

- G: constante gravitacional
- m: massa do planeta
- M: massa do Sol
- d: distância entre os centros de massa do planeta e do Sol

A força gravitacional é conservativa. Logo, a energia mecânica de um planeta se conserva.

Energia cinética

$$E_c = \frac{mv^2}{2}$$

- m: massa do planeta
- v: velocidade do planeta

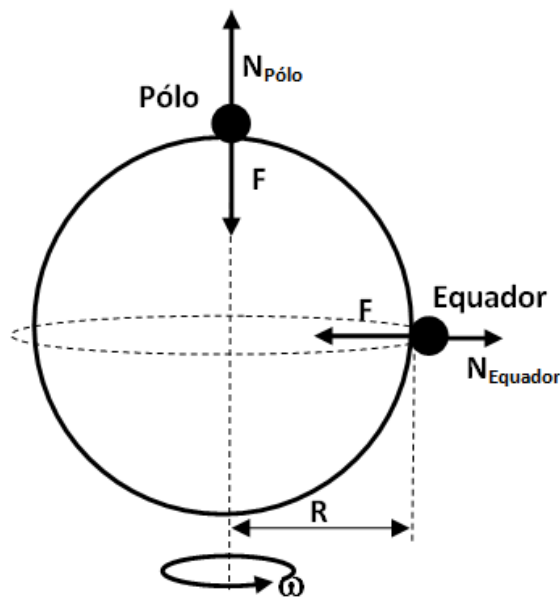
Energia mecânica

$$E_M = \uparrow E_c + \downarrow E_G = cte$$



**Influência da rotação da Terra no campo gravitacional**

O movimento de rotação da Terra influencia na aceleração da gravidade na sua superfície, vê a figura.



I. No Equador  $\omega \neq 0$ , então temos:

$$F_{CP} = ma_{CP}$$

$$F - N = m\omega^2 R$$

$$mg_p - mg_E = m\omega^2 R$$

$$g_E = g_p - \omega^2 R$$

II. No Polo  $\omega = 0$ , então temos:

$$g_E = g_p$$

**Velocidades cósmicas**

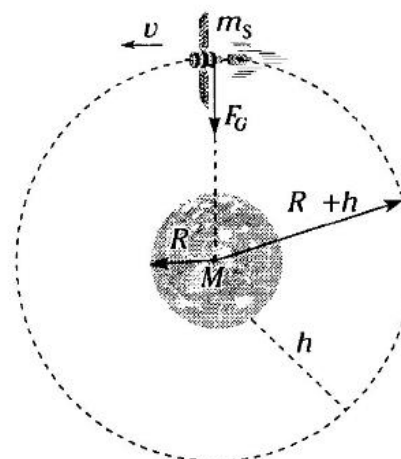
**Primeira velocidade cósmica:** é a velocidade para que um satélite fique em órbita circular ao redor da Terra.

$$F_G = F_{CP}$$

$$\frac{GmM}{d^2} = \frac{mv^2}{d}$$

$$\frac{GM}{d} = v^2$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{d}}$$





**Segunda velocidade cósmica:** é a velocidade mínima para que um satélite escape do campo gravitacional terrestre.

Para que uma determinada massa  $m$ , lançada perpendicularmente a superfície terrestre de uma distância  $d$  do centro da Terra, escape do campo gravitacional terrestre é necessário que ele seja lançada com uma velocidade  $v_2$  igual a:

$$E_{M_0} = E_M$$

$$E_{c_0} + E_{p_0} = E_c + E_p$$

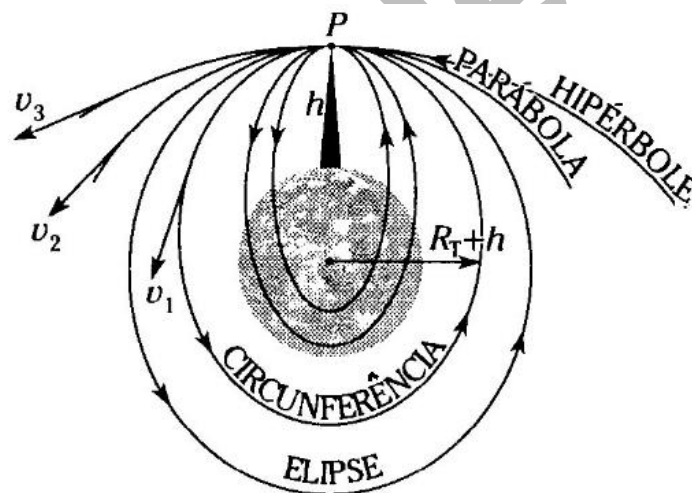
$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{GmM}{d} = 0$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{d}} \therefore v_2 = \sqrt{2} \sqrt{\frac{GM}{d}}$$

$$v_2 = \sqrt{2} \cdot v_1$$

**Terceira velocidade cósmica:** é a velocidade que permitira o satélite escapar do campo gravitacional da Terrestre e solar.

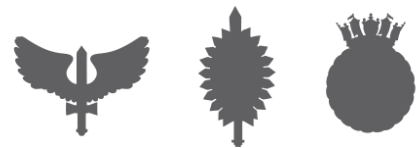
**Diagrama das trajetórias**



- I.  $v_s < v_1$  ☞ cai na superfície da Terra.
- II.  $v_1 \leq v_s < v_2$  ☞ entre em órbita ao redor da Terra.
- III.  $v_2 \leq v_s < v_3$  ☞ entre em órbita ao redor do Sol.
- IV.  $v_s \geq v_3$  ☞ escapa dos campos da Terra e do Sol.

**Imponderabilidade**

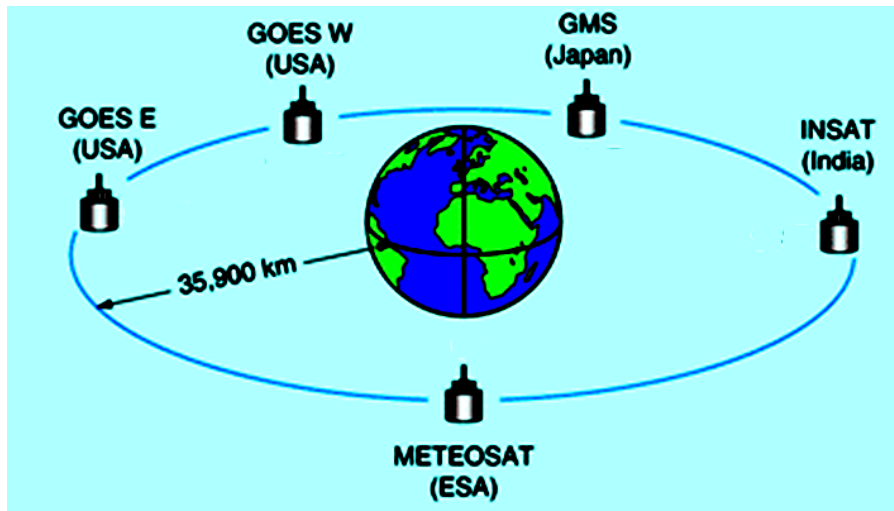
A imponderabilidade (“ausência de peso”) é um fenômeno físico pelo qual um corpo flutua mesmo que nele atue exclusivamente a força peso. Esse fato ocorre **por que o corpo está dentro de um sistema que tem uma aceleração igual a dele que igual a aceleração da gravidade**, ou seja, é como se o corpo estivesse em queda livre junto com o sistema.



## Satélites geoestacionários

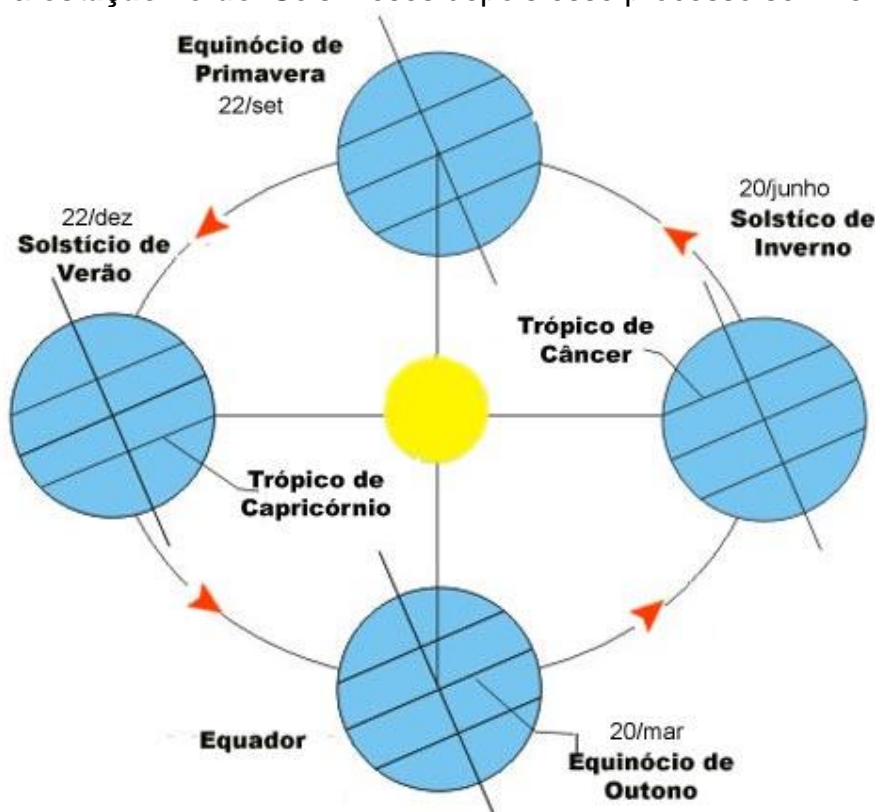
São satélites que estão parados em relação a Terra. Para um satélite ser geoestacionário ele deve estar em órbita no plano do Equador girando com mesma velocidade angular de rotação da Terra. Logo, o seu período de rotação é de 24 horas.

Todos os satélites geoestacionários estão na mesma órbita a uma determinada altitude da superfície da Terra



## Estações do ano

As estações do ano existem devido a inclinação do eixo principal da Terra durante a translação. Observa-se na figura abaixo que os raios solares chegam no Pólo Norte com um ângulo de inclinação grande em relação a esse eixo, predominando assim a **estação inverno**. Já no Pólo Sul os raios solares chegam com um ângulo de inclinação menor em relação ao eixo, predominando assim a **estação verão**. Seis meses depois esse processo se inverte.





**Atenção!**

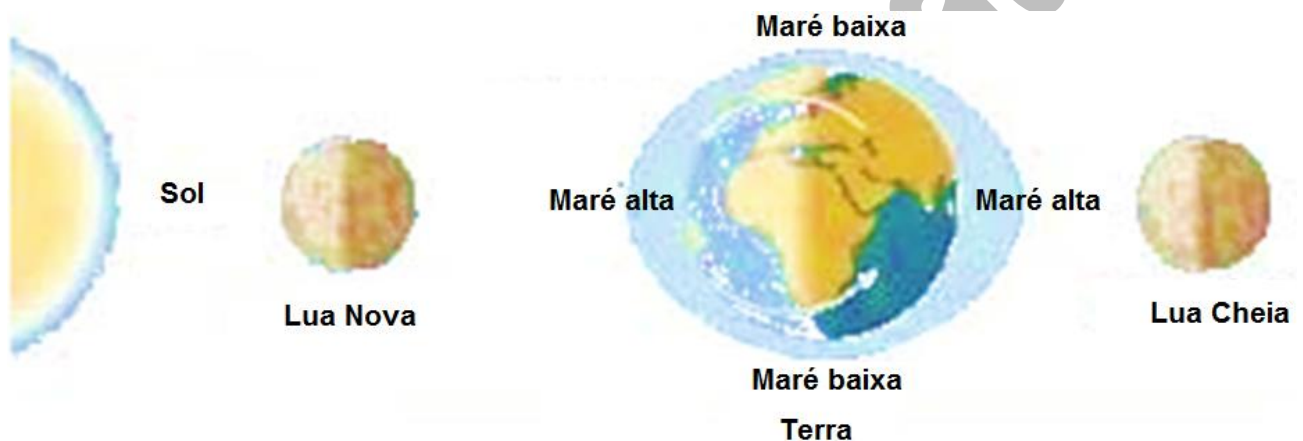
Nas regiões próximas a linha do Equador durante todo ano os raios solares praticamente apresentam a mesma inclinação. Logo, não há predominância de nenhuma estação. Um exemplo disso é o estado do Pará

**Marés**

O fenômeno das marés é explicado pela atração gravitacional que o Sol e a Lua exercem sobre as águas do mar. Sendo que, a influência da Lua é maior do que a do Sol devido ela está muito próxima da Terra do que o Sol. Nos dias de Lua cheia, Lua nova e eclipses o Sol a Terra e a Lua estão alinhados. Desse modo, a influência do Sol se soma com a da Lua e as marés ficam mais altas do que nos dias normais.

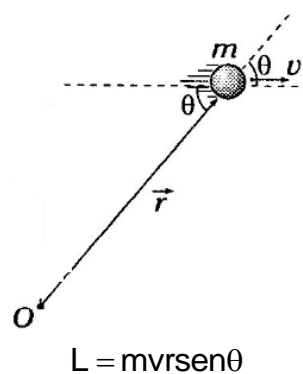
A inércia proveniente dos movimentos da Terra em torno do Sol, da Terra em torno do seu próprio eixo e da Terra em torno do centro de massa do sistema Terra-Lua também influencia na formação das marés.

O intervalo de tempo de anternância das marés é de aproximadamente seis horas e o de repetição doze horas. Desse modo, num dia surgem duas marés altas e duas marés baixas.



**Momentum angular**

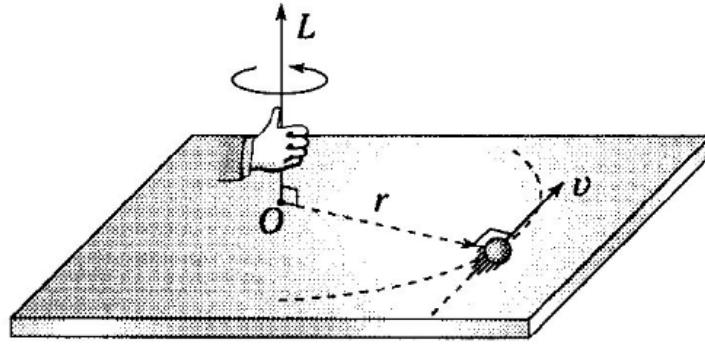
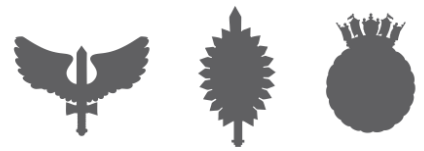
O módulo do vetor  $\vec{L}$  momentum angular de uma partícula de massa  $m$  e velocidade  $v$ , como mostra a figura é determinado por:



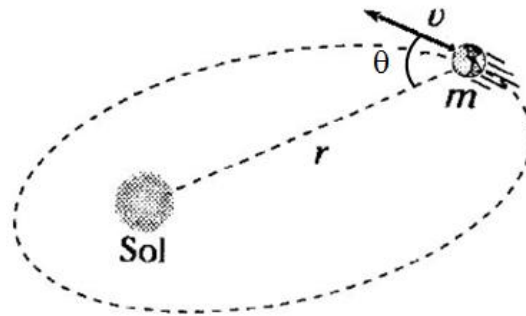
**Conservação do momentum angular**

Se sobre um corpo o momento resultante é nulo ( $MR = 0$ ); então o momentum angular se conserva.

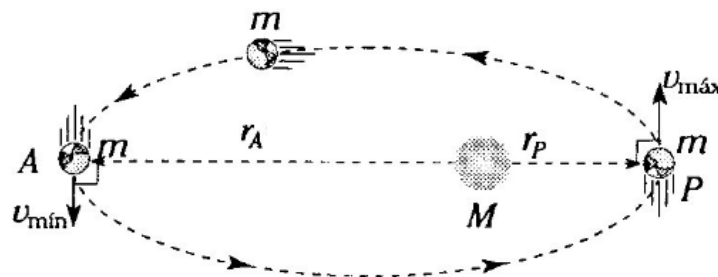
No caso, das órbitas planetárias o  $MR = 0$  em relação ao Sol. Logo, o momentum angular de cada planeta se conserva.



Movimento planetário



$$L = mvr\text{sen}\theta = \text{cte}$$



$$L_A = L_P$$

$$m v_{\text{mín}} r_A \underbrace{\text{sen}90^\circ}_1 = m v_{\text{máx}} r_P \underbrace{\text{sen}90^\circ}_1$$

$$v_{\text{mín}} r_A = v_{\text{máx}} r_P$$





**01. (EFOMM)** Dois satélites A e B descrevem uma órbita circular em torno da Terra. As massas e os raios são, respectivamente,  $m_A = m$  e  $m_B = 3m$ ,  $R_A = R$  e  $R_B = 3R$ . Considere as afirmativas seguintes:

(I) A velocidade do satélite B é menor do que a velocidade do satélite A por possuir maior massa.

(II) A energia cinética do satélite A é menor do que a do satélite B.

(III) Considere a razão  $T^2/r^3$ , onde T é o período e r é um raio de uma órbita qualquer. O resultado da razão para o satélite A será diferente do resultado para o satélite B.

(IV) A energia potencial entre o satélite A e a Terra é igual a menos o dobro da sua energia cinética. O mesmo vale para o satélite B.

Com relação a essas afirmativas, conclui-se que

A) apenas a IV é verdadeira.

B) apenas a III é falsa.

C) I e IV são falsas.

D) I e III são verdadeiras.

E) apenas a II é verdadeira.

**02. (EFOMM)** Um satélite encontra-se em órbita circular a 4800km de altura e em determinado momento realiza uma mudança de órbita, também circular, para uma altura de 1800 km. Considerar o raio da Terra como  $R = 6400$  km, a massa da terra como  $M = 6 \cdot 10^{24}$  kg e a constante gravitacional como  $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$  N.m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.

Marque a opção que indica, em valor aproximado, **respectivamente**, a velocidade da órbita inicial, a variação de velocidade, ao estabelecer a nova órbita, e o número de voltas em torno da Terra na nova órbita, por dia.

a) 25200 km/h, 21600 km/h e 24.

b) 21600 km/h, 25200 km/h e 12.

c) 21600 km/h, 3600 km/h e 2.

d) 21600 km/h, 25200 km/h e 2.

e) 21600 km/h, 3600 km/h e 12.

**03. (EFOMM)** Suponha dois pequenos satélites,  $S_1$  e  $S_2$ , girando em torno do equador terrestre em órbitas circulares distintas, tal que a razão entre os respectivos raios orbitais,  $r_1$  e  $r_2$ , seja  $r_2/r_1 = 4$ . A razão  $T_2/T_1$  entre os períodos orbitais dos dois satélites é

A) 1

B) 2

C) 4

D) 8

E) 10

**04. (EFOMM)** Considere um sistema formado por dois corpos celestes de mesma massa M, ligados pela força de atração gravitacional. Sendo d a distância entre seus centros e G a constante gravitacional, qual é a energia cinética total do sistema, sabendo que os dois corpos giram em torno do centro de massa desse sistema?

A)  $\frac{GM^2}{2d}$

B)  $\frac{GM^2}{4d}$

C)  $\frac{GM^2}{9d}$

D)  $\frac{GM^2}{16d}$

E)  $\frac{GM^2}{25d}$



**05. (EFOMM)** Considere o raio da Terra igual a  $6,39 \cdot 10^3$  km. Para que a aceleração da gravidade sobre um foguete seja 19% menor do que o seu valor na superfície da Terra, o foguete deverá atingir a altitude, em quilômetros, de

- A) 110  
D) 710  
B) 310  
C) 510  
E) 910

**06. (EFOMM)** Seja um satélite geostacionário orbitando a Terra a 35000 Km de distância e sabendo-se que o período de sua órbita é de 24 horas e o raio médio da Terra é de 6400 Km, estime a velocidade tangencial do satélite, em Km/h.

**Dado:**  $\pi \cong 3,1$

- A) 10695  
D) 14638  
B) 12437  
C) 13246  
E) 15732

**07. (EFOMM)** Considerando-se que o raio da Terra é de 6400 km, qual a altura aproximada, acima da superfície da Terra na qual a aceleração da gravidade seria 1/3 do seu valor na superfície?

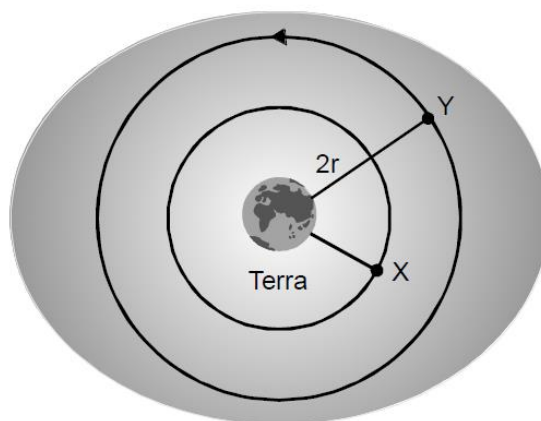
- A)  $1,68 \cdot 10^6$  m  
D)  $4,68 \cdot 10^6$  m  
B)  $2,38 \cdot 10^6$  m  
C)  $3,88 \cdot 10^6$  m  
E)  $5,78 \cdot 10^6$  m

**08. (EFOMM)** “Os astronautas do Programa Apolo deixaram, na superfície da Lua, refletores laser que têm sido utilizados por cientistas da NASA com o intuito de medir, com precisão, a distância entre a Terra e a Lua. Foi constatado, desde 1972, que a Lua tem se afastado da Terra, apesar da força gravitacional entre elas, a uma média de **2,5 centímetros** por ano.”

Caso fosse mantida esta taxa de afastamento, qual seria o tempo, **em MILÊNIOS**, para que a força gravitacional entre a Terra e a Lua ficasse reduzida a um terço (1/3) do seu valor atual, levando em consideração que a distância atual LUA - TERRA é de 300.000 km?

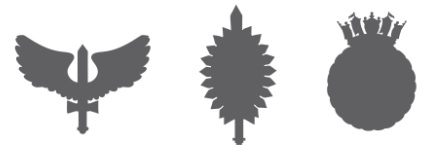
- A)  $9,976 \cdot 10^6$   
D)  $3,455 \cdot 10^6$   
B)  $8,784 \cdot 10^6$   
C)  $4,388 \cdot 10^6$   
E)  $1,345 \cdot 10^6$

**09. (EFOMM)**



Dois satélite artificiais X e Y são lançados da Terra e giram em órbitas circulares concêntricas de raios  $r$  e  $2r$ . Se ambos os satélites têm a mesma massa, a relação entre os períodos de rotação de X e Y é

- A)  $\sqrt{2}/4$   
D)  $2\sqrt{2}$   
B)  $\sqrt{5}$   
C)  $3\sqrt{3}/2$   
E)  $3\sqrt{3}$



**10. (EFOMM)** A massa de um planeta é 16 vezes maior que a massa da Terra, e o raio é 8 vezes maior que o raio da Terra. Se o valor da gravidade na superfície da Terra é de  $9,8 \text{ m/s}^2$ , o valor da gravidade na superfície do planeta em é:

- A)  $2,45 \text{ m/s}^2$                       B)  $8,07 \text{ m/s}^2$                       C)  $4,01 \text{ m/s}^2$   
 D)  $2,08 \text{ m/s}^2$                       E)  $3,02 \text{ m/s}^2$

**11. (EFOMM)** Sabendo-se que a massa da Terra é aproximadamente 80 vezes a da Lua e que seu raio é aproximadamente 4 vezes maior, um astronauta descendo na superfície da Lua faz oscilar um pêndulo simples de comprimento  $L$  e mede seu período  $T_L$ . Comparando com o período  $T_T$  desse mesmo pêndulo medido na Terra ele observa que:

- A)  $T_T \cong 80 T_L$                       B)  $T_L \cong 80 T_T$                       C)  $T_L \cong 16 T_T$   
 D)  $T_T \cong 160 T_L$                       E)  $T_T \cong 0,4 T_L$

**12. (EFOMM)** Um físico acha-se encerrado dentro de um caixa hermeticamente fechada que é transportada para algum ponto de espaço cósmico sem que ele saiba. Então abandonado um objeto dentro da caixa ele percebe que o mesmo cai com movimento acelerado. Baseado em sua observação ele pode afirmar com segurança que:

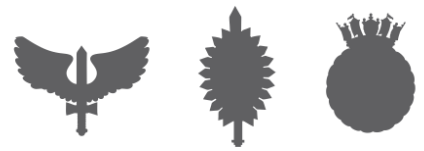
- A) estou parado num planeta que exerce força gravitacional sobre os objetos de minha caixa.  
 B) estou caindo sobre um planeta e é por isso que vejo o objeto caindo dentro da caixa.  
 C) minha caixa está acelerada no sentido contrário ao do movimento do objeto.  
 D) não tenho elementos para julgar se o objeto cai porque a caixa sobe com movimento acelerado ou se o objeto cai porque existe um campo gravitacional externo.  
 E) qualquer das afirmações acima que o físico tenha feito está errada.

**13. (EFOMM)** Um satélite artificial é lançado em órbita circular equatorial, no mesmo sentido da rotação da Terra de tal modo que o seu período seja de 24 horas. Assim sendo, m observador situado no equador poderá ver o satélite parado sempre sobre sua cabeça. Referindo-se a um sistema de coordenadas rigidamente ligado a Terra, esse observador dirá que isso aconteceu porque:

- A) sobre o satélite atua uma força centrífuga, que equilibra a força de gravidade da Terra.  
 B) existe uma força tangente à órbita que dá ao satélite um movimento igual ao da Terra e que impede a sua queda.  
 C) a força centrípeta que atua sobre o satélite é igual a força da gravidade.  
 D) em relação ao Sol o satélite também está parado.  
 E) na distância em que o satélite se encontra seu peso é nulo.

**14. (EFOMM)** Em uma certa galáxia, planetas orbitam em torno de uma estrela, de massa  $M$ , de maneira semelhante a do nosso sistema solar. Nesta galáxia, um planeta A possui  $m_A = m$  e outro planeta B, massa  $m_B = 3m$ . Se o módulo da velocidade de escape do planeta B é igual a duas vezes o módulo da velocidade de escape do planeta A, a razão entre os raios dos planetas ( $R_A/R_B$ ) é igual a

- A) 4  
 B) 2  
 C)  $2/3$   
 D)  $3/4$   
 E)  $4/3$



**15. (EFOMM)** Um foguete foi lançado da superfície da terra com uma velocidade  $v = 2v_e / 5$ , onde  $v_e$  é a velocidade de escape do foguete. Sendo  $R_T$ , o raio da terra, qual a altitude máxima alcançada pelo foguete?

- A)  $\frac{4}{31}R_T$                       B)  $\frac{2}{29}R_T$                       C)  $\frac{4}{27}R_T$   
 D)  $\frac{2}{25}R_T$                       E)  $\frac{4}{21}R_T$

**16. (EFOMM)** Um satélite artificial percorre uma órbita circular ao redor da Terra na altitude de  $9,63 \cdot 10^3$  km. Para atingir a velocidade de escape nessa altitude o satélite deve ter, através de um sistema de propulsão, o módulo da sua velocidade linear multiplicado por:

Dados:  $G.M = 4,00 \cdot 10^{14}$  N.m<sup>2</sup>/kg e  $R_T = 6,37 \cdot 10^3$  km ( $G$  é a constante de gravitação universal;  $M$  é a massa da Terra;  $R_T$  é o raio da Terra)

- A)  $\sqrt{2} / 2$                       B)  $\sqrt{2}$                       C) 2  
 D)  $\sqrt{5}$                       E) 5

**17. (EFOMM)** Dois pequenos satélites A e B, idênticos, descrevem órbitas circulares ao redor da Terra. A velocidade orbital do satélite A vale  $V_A = 2 \cdot 10^3$  m/s. Sabendo que os raios orbitais dos satélites são relacionados por  $R_B / R_A = 10^2$ , a velocidade orbital do satélite B, em m/s, vale

- A)  $2 \cdot 10^3$   
 B)  $1 \cdot 10^3$   
 C)  $4 \cdot 10^2$   
 D)  $2 \cdot 10^2$   
 E)  $1 \cdot 10^2$

**18. (EFOMM)** Sabe-se que a distância média do planeta Terra ao Sol é de  $1,5 \cdot 10^{11}$  m e a distância média do planeta Urano ao Sol é de  $3 \cdot 10^{12}$  m. Pode-se afirmar, então, que o período de revolução do planeta Urano, em anos terrestres, é aproximadamente

- A)  $2\sqrt{5}$   
 B) 20  
 C)  $40\sqrt{5}$   
 D) 400  
 E) 8000



GABARITO

01. A   02. E   03. D   04. A   05. D   06. A   07. D   08. B   09. A   10. A   11. E   12. D  
13. C   14. E   15. E   16. B   17. D   18. C

Maxwell Videoaulas