

FUVEST 2003

Segunda Fase

Matemática

09/01/2003

Q.01

- a) Quantos múltiplos de 9 há entre 100 e 1000?
- b) Quantos múltiplos de 9 ou 15 há entre 100 e 1000?

Q.02

Um caminhão transporta maçãs, pêras e laranjas, num total de 10.000 frutas. As frutas estão condicionadas em caixas (cada caixa só contém um tipo de fruta), sendo que cada caixa de maçãs, pêras e laranjas, tem, respectivamente 50 maçãs, 60 pêras e 100 laranjas e custam, respectivamente, 20, 40 e 10 reais. Se a carga do caminhão tem 140 caixas e custa 3300 reais, calcule quantas maçãs, pêras e laranjas estão sendo transportadas.

Q.03

- a) A reta r passa pela origem do plano cartesiano e tem coeficiente angular $m > 0$. A circunferência C passa pelos pontos $(1, 0)$ e $(3, 0)$ e tem centro no eixo x . Para qual valor de m a reta r é tangente a C ?
- b) Suponha agora que o valor de m seja menor que aquele determinado no item anterior. Calcule a área do triângulo determinado pelo centro de C e pelos pontos de intersecção de r com C .

Q.04

Em uma equipe de basquete, a distribuição de idades dos seus jogadores é a seguinte:

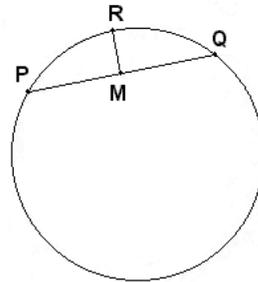
idade	Nº de jogadores
22	1
25	3
26	4
29	1
31	2
32	1

Será sorteada, aleatoriamente, uma comissão de dois jogadores que representará a equipe junto aos dirigentes.

- a) Quantas possibilidades distintas existem para formar esta comissão?
- b) Qual a probabilidade da média de idade dos dois jogadores da comissão sorteada ser estritamente menor que a média de idade de todos os jogadores?

Q.05

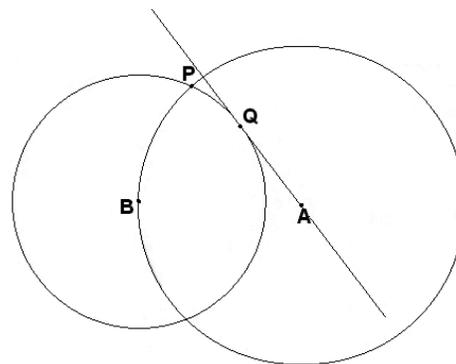
Na figura ao lado, M é o ponto médio da corda \overline{PQ} da circunferência e $PQ = 8$. O segmento \overline{RM} é perpendicular a \overline{PQ} e $RM = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. Calcule:



- O raio da circunferência.
- A medida do ângulo $\widehat{PÔQ}$, onde O é o centro da circunferência.

Q.06

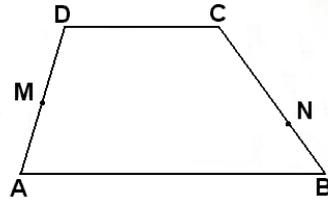
Na figura ao lado, as circunferências têm centros A e B. O raio da maior é $\frac{5}{4}$ do raio da menor; P é um ponto de intersecção delas e a reta \overline{AQ} é tangente à circunferência menor no ponto Q. Calcule:



- $\cos \widehat{A\hat{B}Q}$
- $\cos \widehat{A\hat{B}P}$
- $\cos \widehat{Q\hat{B}P}$

Q.07

No trapézio ABCD, M é o ponto médio do lado \overline{AD} ; N está sobre o lado \overline{BC} e $2BN = NC$. Sabe-se que as áreas dos quadriláteros ABNM e CDMN são iguais e que $DC = 10$. Calcule AB.



Q.08

Nos itens abaixo, z denota um número complexo e i a unidade imaginária ($i^2 = -1$). Suponha $z \neq i$.

a) Para quais valores de z tem-se $\frac{z+i}{1+iz} = 2$?

b) Determine o conjunto de todos os valores de z para os quais $\frac{z+i}{1+iz}$ é um número real.

Q.09

Determine os valores de x no intervalo $]0, 2\pi[$ para os quais $\cos x \geq \sqrt{3} \sin x + \sqrt{3}$.

Q.10

Um cilindro oblíquo tem raio das bases igual a 1, altura $2\sqrt{3}$ e está inclinado de um ângulo de 60° (ver figura). O plano β é perpendicular às bases do cilindro, passando por seus centros. Se P e A são os pontos representados na figura, calcule PA .

