

# FIS

**PRÉ-VESTIBULAR**  
FÍSICA

# 1



Avenida Dr. Nelson D'Ávila, 811  
Jardim São Dimas – CEP 12245-030  
São José dos Campos – SP  
Telefone: (12) 3924-1616  
www.sistemapoliedro.com.br

#### **Coleção PV**

Copyright © Editora Poliedro, 2021.

Todos os direitos de edição reservados à Editora Poliedro.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal, Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ISBN 978-65-5613-083-5

**Autoria:** Nicolau Arbex Sarkis, Marcílio Alberto de Faria Pires e  
André Oliveira de Guadalupe.

**Direção-geral:** Nicolau Arbex Sarkis

**Gerência editorial:** Wagner Nicaretta

**Coordenação de projeto editorial:** Brunna Mayra Vieira da Conceição

**Edição de conteúdo:** Aline Moojen Pedreira

**Analista editorial:** Débora Cristina Guedes

**Assistente editorial:** Grazielle Baltar Ferreira Antonio

**Gerência de design e produção editorial:** Ricardo de Gan Braga

**Coordenação de revisão:** Rogério Salles

**Revisão:** Amanda Andrade Santos, Ana Rosa Barbosa Ancosqui, Ellen Barros de Souza,

Mait Paredes Antunes, Rafaella de A. Vasconcellos e Sonia Galindo Melo

**Coordenação de arte:** Fabricio dos Santos Reis

**Diagramação:** Daniela Capezzuti, Gilbert Julian, Leonel N. Maneskul e  
Vivian dos Santos

**Projeto gráfico e capa:** Aurélio Camilo

**Coordenação de licenciamento e iconografia:** Leticia Palaria de Castro Rocha

**Auxiliar de licenciamento:** Jacqueline Ferreira Figueiredo

**Planejamento editorial:** Maria Carolina das Neves Ramos

**Coordenação de multimídia:** Kleber S. Portela

**Gerência de produção gráfica:** Guilherme Brito Silva

**Coordenação de produção gráfica:** Rodolfo da Silva Alves

**Produção gráfica:** Anderson Flávio Correia, Fernando Antônio Oliveira Arruda,  
Matheus Luiz Quinhonhes Godoy Soares e Vandré Luis Soares

**Colaboradores externos:** Carolina Rezende Moreira de Oliveira e Diogo Broch Canola  
(Edição); Flávio Vianna de Oliveira ME, Madrigais Produção Editorial (Revisão) e Casa de  
Tipos (Diagramação)

**Impressão e acabamento:** PifferPrint

**Foto de capa:** Martin Charles Hatch/Shutterstock.com

A Editora Poliedro pesquisou junto às fontes apropriadas a existência de eventuais detentores dos direitos de todos os textos e de todas as imagens presentes nesta obra didática. Em caso de omissão, involuntária, de quaisquer créditos, colocamo-nos à disposição para avaliação e consequente correção e inserção nas futuras edições, estando, ainda, reservados os direitos referidos no Art. 28 da lei 9.610/98.



# Sumário

## Frente 1

<b>1</b> Introdução à Cinemática .....	5
Conceitos fundamentais, 6	Texto complementar, 18
Espaço de um móvel, 8	Resumindo, 18
Velocidade, 10	Quer saber mais?, 18
Revisando, 12	Exercícios complementares, 19
Exercícios propostos, 14	
<b>2</b> Movimento uniforme .....	25
Movimento uniforme (MU), 26	Resumindo, 34
Revisando, 28	Quer saber mais?, 34
Exercícios propostos, 30	Exercícios complementares, 35
Texto complementar, 34	
<b>3</b> Movimento uniformemente variado .....	39
Movimentos variados, 40	Exercícios propostos, 52
Aceleração, 40	Texto complementar, 56
Movimento uniformemente variado (MUV), 42	Resumindo, 57
Movimento vertical no vácuo, 44	Quer saber mais?, 57
Revisando, 49	Exercícios complementares, 57
<b>4</b> Análise gráfica .....	65
Introdução, 66	Exercícios propostos, 77
Gráficos de espaço, velocidade e aceleração, 66	Texto complementar, 90
Gráficos do movimento uniforme, 69	Resumindo, 91
Gráficos do movimento uniformemente variado, 70	Quer saber mais?, 92
Revisando, 75	Exercícios complementares, 93
<b>5</b> Movimento circular .....	103
Grandezas angulares, 104	Exercícios propostos, 114
Movimento circular uniforme (MCU), 106	Texto complementar, 120
Movimento circular uniformemente variado (MCUV), 107	Resumindo, 120
Transmissão de movimento circular, 107	Quer saber mais?, 120
Revisando, 111	Exercícios complementares, 121

## Frente 2

<b>1</b> A natureza elétrica da matéria e a Lei de Coulomb .....	127
Contexto histórico, 128	Revisando, 143
A teoria atômica e a natureza elétrica da matéria, 131	Exercícios propostos, 146
Princípios da eletrostática, 132	Texto complementar, 151
Condutores e isolantes, 132	Resumindo, 151
Processos de eletrização, 133	Quer saber mais?, 151
Lei de Coulomb, 140	Exercícios complementares, 151
<b>2</b> Campo elétrico .....	161
Conceito de campo elétrico, 162	Revisando, 174
Campo elétrico gerado por cargas elétricas puntiformes, 164	Exercícios propostos, 176
Representação do campo elétrico por linhas de força, 166	Texto complementar, 181
Campo elétrico do condutor em equilíbrio eletrostático, 168	Resumindo, 182
Campo elétrico do condutor esférico, 169	Quer saber mais?, 182
Campo elétrico uniforme, 170	Exercícios complementares, 182

<b>3</b>	<b>Potencial elétrico.....</b>	<b>191</b>
	Introdução, 192	Energia potencial elétrica de sistema formado por duas cargas puntiformes, 201
	Trabalho e energia, 192	Revisando, 206
	Sistemas conservativos, 195	Exercícios propostos, 209
	Potencial elétrico, 196	Textos complementares, 215
	Espontaneidade e trabalho, 197	Resumindo, 215
	Cálculo do potencial elétrico devido a distribuições de carga elétrica, 197	Quer saber mais?, 216
	Superfícies equipotenciais, 200	Exercícios complementares, 216

<b>4</b>	<b>Corrente elétrica.....</b>	<b>225</b>
	Eletrostática × Eletrodinâmica, 226	Revisando, 234
	Forma de onda da corrente elétrica, 229	Exercícios propostos, 237
	Princípio da continuidade da corrente elétrica, 231	Texto complementar, 244
	Bipolo elétrico, 231	Resumindo, 244
	Resistência elétrica, 233	Quer saber mais?, 244
	Efeito Joule, 234	Exercícios complementares, 245

## Frente 3

<b>1</b>	<b>Termometria.....</b>	<b>249</b>
	Introdução, 250	Resumindo, 261
	Revisando, 254	Quer saber mais?, 261
	Exercícios propostos, 256	Exercícios complementares, 262
	Textos complementares, 259	

<b>2</b>	<b>Dilatação térmica.....</b>	<b>267</b>
	Dilatação dos sólidos, 268	Texto complementar, 281
	Dilatação dos líquidos, 273	Resumindo, 281
	Revisando, 275	Quer saber mais?, 281
	Exercícios propostos, 278	Exercícios complementares, 282

<b>3</b>	<b>Calorimetria.....</b>	<b>287</b>
	Calor, 288	Resumindo, 299
	Revisando, 294	Quer saber mais?, 299
	Exercícios propostos, 295	Exercícios complementares, 300
	Textos complementares, 298	

<b>4</b>	<b>Mudança de estado.....</b>	<b>305</b>
	Introdução, 306	Texto complementar, 320
	Diagrama de estado, 312	Resumindo, 321
	Revisando, 313	Quer saber mais?, 322
	Exercícios propostos, 316	Exercícios complementares, 323

<b>5</b>	<b>Propagação de calor.....</b>	<b>329</b>
	Tipos de propagação, 330	Resumindo, 344
	Revisando, 336	Quer saber mais?, 344
	Exercícios propostos, 337	Exercícios complementares, 344
	Textos complementares, 342	

<b>6</b>	<b>Gases e Termodinâmica.....</b>	<b>351</b>
	Gás ideal, 352	Resumindo, 380
	Revisando, 368	Quer saber mais?, 381
	Exercícios propostos, 370	Exercícios complementares, 381
	Textos complementares, 379	

	<b>Gabarito.....</b>	<b>393</b>
--	----------------------	------------



FRENTE 1

CAPÍTULO

1

## Introdução à Cinemática

Um carro, ao se deslocar de um ponto a outro no trânsito da cidade, ocupa um conjunto de posições que definem sua trajetória – observada como um rastro luminoso.



A Cinemática é a parte da Mecânica que estuda a geometria dos movimentos, tratando da descrição do movimento em termo de quatro grandezas: **posição, velocidade e aceleração**, todas como função do **tempo**. A Cinemática não trata das causas que produzem o movimento, assunto esse abordado em Dinâmica.

## Conceitos fundamentais

A seguir, estudaremos alguns conceitos muito importantes para a compreensão da Cinemática.

### Ponto material

Um corpo é considerado um ponto material, com o propósito de facilitar o seu estudo, quando suas dimensões são desprezíveis se comparadas com as dimensões envolvidas no fenômeno descrito por esse corpo. Nesses casos, o corpo também é chamado de partícula.

Já quando as dimensões não podem ser desprezadas no estudo do fenômeno, temos um corpo extenso.

Um ponto material, dessa forma:

- possui **dimensões desprezíveis**
- possui **estrutura interna desprezível**

Não podemos, no entanto, pensar que o ponto material perde todas as suas outras propriedades. Ao contrário:

- **possui massa, carga elétrica etc.**

Dessa definição, podemos observar que o conceito de ponto material é relativo, podendo o mesmo corpo ora ser encarado como partícula, ora não.

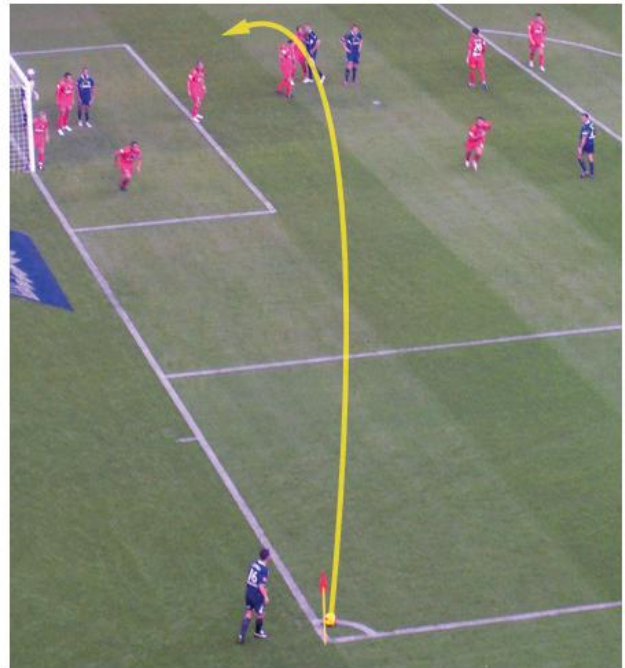
Por exemplo, se estamos interessados no estudo do movimento de um carro ao longo de uma rodovia, é correta a consideração do móvel como partícula, pois seu tamanho é muito menor do que o da estrada. Por outro lado, se estudamos a manobra de um carro dentro de uma garagem, ele não pode ser estudado como partícula (Fig. 1).

### Referencial

O referencial, ou sistema de referência, é um ponto a partir do qual se observa o movimento (ou repouso) de um corpo e sobre o qual é posicionado um sistema de coordenadas para, com base nessa observação, se obter os valores de posição, velocidade e aceleração da partícula como função do tempo.

Se, em um jogo de futebol, é cobrado um escanteio, o narrador esportivo, localizado na sua cabine, e um atacante que corre para cabecear, indo de encontro à bola, descrevem diferentemente o movimento desta.

Ambos os referenciais – o do narrador e o do atacante – são corretos, apesar de a descrição do movimento não ser a mesma.



Michael Pearson/Flickr

Fig. 2 O movimento da bola pode ser observado por diferentes referenciais.

A escolha desse sistema de referência é arbitrária, pois não interfere no movimento do corpo. No exemplo anterior, qualquer que seja o referencial, inclusive um torcedor à beira do gramado, não se modifica o movimento da bola.

Porém, durante todo o estudo do movimento, o referencial deve permanecer o mesmo.

Ao escolhermos um sistema de referência para resolver um exercício, tomaremos aquele que facilita o estudo e os cálculos ao máximo.

### ! Atenção

Se, em uma questão, não for especificado nenhum referencial, os movimentos serão considerados em relação à superfície da Terra.

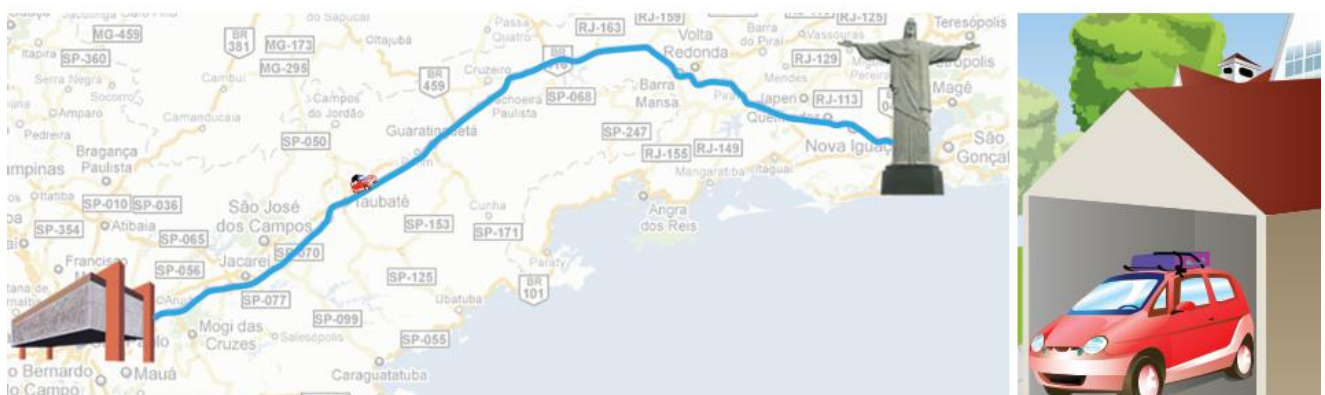


Fig. 1 Diferença entre ponto material e corpo extenso.

## Determinação da posição de um móvel

A localização de um corpo em relação a um referencial é fornecida pelas coordenadas desse corpo.

Vejamos alguns exemplos:

- I. Para o movimento de uma bola de boliche ao longo da canaleta, sua localização é dada pelo uso de apenas uma coordenada ( $x$ ).

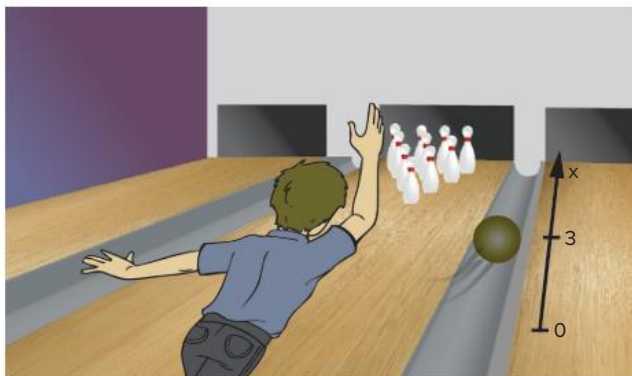


Fig. 3 Posição de uma bola de boliche ao longo da canaleta – eixo  $x$ .

Na figura 3, escolhemos um eixo com origem no referencial e orientação arbitrária.

Assim, pela coordenada  $x$ , podemos determinar a posição da bola. No nosso exemplo,  $x = 3$ .

- II. Para o movimento de uma bola sobre uma mesa de bilhar, sua localização é dada pelo uso de duas coordenadas ( $x$  e  $y$ ), pois com uma única coordenada não conseguimos determinar completamente a posição da bola sobre a mesa.

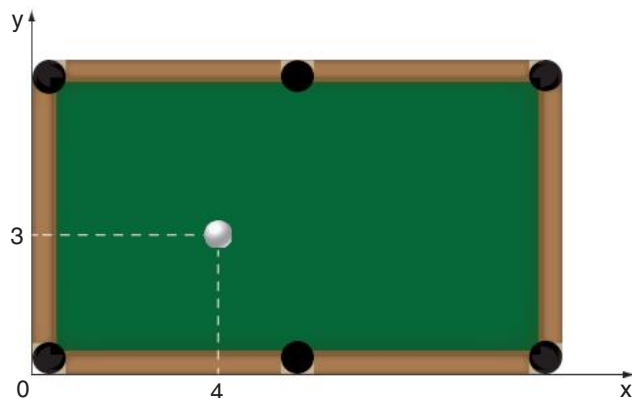


Fig. 4 Posição de uma bola de bilhar em uma mesa – eixos  $x$  e  $y$ .

Na figura 4, escolhemos dois eixos perpendiculares entre si, ambos com origem no referencial e com orientações arbitrárias.

Assim, pelas coordenadas  $x$  e  $y$ , podemos determinar a posição da bola. No nosso exemplo,  $x = 4$  e  $y = 3$ , ou  $(4; 3)$ , é a sua posição.

- III. Já para o movimento de um balão dentro de um quarto, sua localização é dada pelo uso de três coordenadas ( $x$ ,  $y$  e  $z$ ), pois com duas coordenadas não conseguimos determinar completamente a posição do balão.

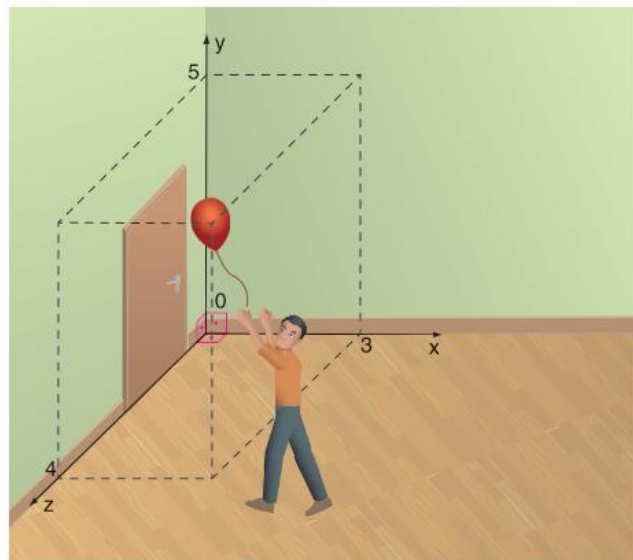


Fig. 5 Posição de um balão – eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

Na figura 5, escolhemos três eixos perpendiculares entre si dois a dois, com origem comum, que chamamos de sistema cartesiano triortogonal.

Assim, pelas coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , podemos determinar a posição do balão. No nosso exemplo,  $x = 3$ ,  $y = 5$  e  $z = 4$ , ou  $(3; 5; 4)$ , é a sua posição.

## Repouso e movimento

Uma moça dormindo dentro de um ônibus a 30 km/h está em repouso ou em movimento?

- Em repouso (para o colega de viagem).
- Em movimento (para uma criança sentada em um ponto de ônibus).

Como podemos observar, as respostas do passageiro e da criança foram totalmente diferentes.

Ambas estão corretas. O conceito de repouso e movimento é relativo, isto é, depende do referencial adotado. Para o passageiro do ônibus, a moça está em repouso; para a criança, ela está em movimento com a mesma velocidade do ônibus (30 km/h).



Fig. 6 Passageiro e criança observam diferentemente a moça sentada no ônibus.

Já vimos que, em relação a um referencial espacial qualquer, um ponto genérico possui 3 coordenadas.

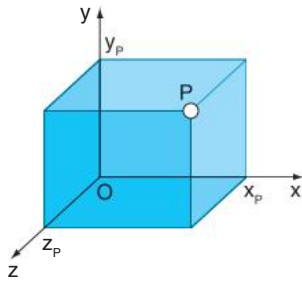


Fig. 7 Coordenadas  $x_p$ ,  $y_p$  e  $z_p$  de um ponto.

Dessa forma, um corpo é considerado em repouso em relação a um dado referencial se todas as suas 3 coordenadas naquele sistema não variam com o tempo.

Por outro lado, ele é considerado em movimento se pelo menos uma delas variar com o tempo.

## Trajatória

A trajetória é o conjunto de posições ocupadas por um corpo no decorrer do tempo.



Fig. 8 A trajetória pode ser observada pelo rastro da fumaça do avião.

Esse também é um conceito relativo, pois a posição de um ponto só pode ser descrita quando se escolhe um referencial, dependendo, portanto, deste.

Veja o exemplo a seguir, de uma pedra sendo solta de um avião que se movimenta em relação ao solo.

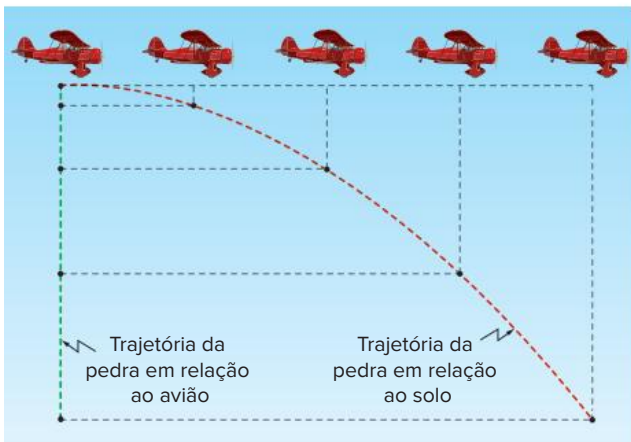


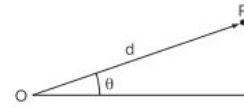
Fig. 9 A forma da trajetória depende do referencial.

A pedra executa trajetórias diferentes, dependendo de quem a observa:

- em relação ao piloto do avião, a pedra possui uma trajetória retilínea.
- em relação ao observador fixo no solo, a pedra possui uma trajetória curvilínea (veremos à frente que essa trajetória é parabólica).

## Atenção

- Se um corpo está em repouso, a sua trajetória se reduz a um ponto.
- Vale ressaltar que, em Física, existem muitos conceitos relativos, para os quais é necessária muita atenção.
- Podemos localizar um ponto de outras formas, além das coordenadas cartesianas, por exemplo, pela distância à origem e pelo ângulo que a reta forma com um eixo.



Coordenadas polares

Assim,  $d$  e  $\theta$  são as coordenadas. Esse sistema é chamado de coordenadas polares, e não será utilizado por nós.

Um dos tópicos de grande dificuldade, em Física, é a mudança do sistema de referência.

## Espaço de um móvel

### Espaço

Se um carro vai de São Paulo ao Rio de Janeiro e queremos saber a sua posição ao passar por São José dos Campos, podemos definir um sistema cartesiano triortogonal e determinar os valores das coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

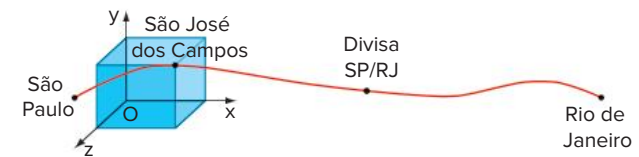


Fig. 10 Posição de São José dos Campos em um sistema cartesiano triortogonal.

Porém, isso seria muito complicado. Um modo mais simples é o de fornecer a posição do carro em relação à própria trajetória, já conhecida.

Para isso, um ponto  $O$  é escolhido de forma arbitrária como sendo a origem e uma orientação é dada à trajetória.

No nosso exemplo, a origem está na divisa SP/RJ e a orientação é positiva no sentido do Rio de Janeiro para São Paulo:

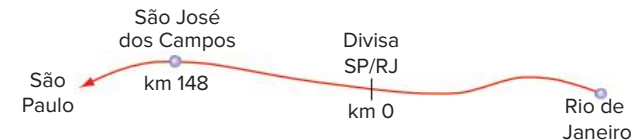


Fig. 11 Posição de São José dos Campos ao longo da Via Dutra.

Então, podemos afirmar que São José dos Campos se encontra no km 148 da Via Dutra.

Dessa forma, chamamos de espaço a posição de uma partícula em relação à sua trajetória.

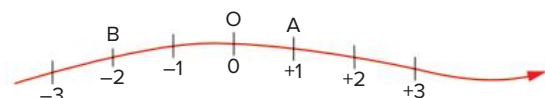


Fig. 12 Pontos A e B sobre trajetória orientada.



Na figura 12, com a origem em O:

- A posição de A é +1 m: A está a 1 m de O (origem dos espaços) e na região positiva.
- A posição de B é -2 m: B está a 2 m de O (origem dos espaços) e na região negativa.

### Atenção

A escolha da origem e da orientação não alteram o lugar em que se encontra o corpo. No exemplo da figura 11, o carro não deixaria de estar em São José dos Campos caso fosse escolhida outra origem ou outra orientação.

## Função horária do espaço

Se um corpo está em movimento em relação a um referencial, à medida que varia o tempo, também varia o valor do espaço do corpo.

A função horária do espaço é a função que relaciona os espaços  $s$  de um móvel com os correspondentes instantes  $t$ .

Se conhecemos a função horária, podemos determinar o espaço do móvel para cada instante de tempo.

Tomemos as seguintes funções horárias, com  $t$  em segundos e  $s$  em metros.

I.  $s = 4 + 2t$

$t = 0$ :  $s = 4 + 2 \cdot 0 \Rightarrow s = 4$  m

$t = 1$  s:  $s = 4 + 2 \cdot 1 \Rightarrow s = 6$  m

$t = 2$  s:  $s = 4 + 2 \cdot 2 \Rightarrow s = 8$  m

$t = 3$  s:  $s = 4 + 2 \cdot 3 \Rightarrow s = 10$  m

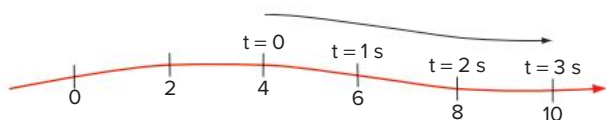


Fig. 13 Espaços para a função  $s = 4 + 2t$ .

II.  $s = 5 - 4t + t^2$

$t = 0$ :  $s = 5 - 4 \cdot 0 + 0^2 \Rightarrow s = 5$  m

$t = 1$  s:  $s = 5 - 4 \cdot 1 + 1^2 \Rightarrow s = 2$  m

$t = 2$  s:  $s = 5 - 4 \cdot 2 + 2^2 \Rightarrow s = 1$  m

$t = 3$  s:  $s = 5 - 4 \cdot 3 + 3^2 \Rightarrow s = 2$  m

$t = 4$  s:  $s = 5 - 4 \cdot 4 + 4^2 \Rightarrow s = 5$  m

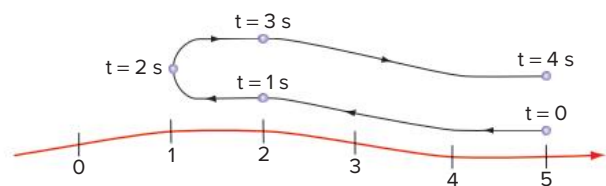


Fig. 14 Espaços para a função  $s = 5 - 4t + t^2$ .

O instante  $t = 0$  é chamado de origem dos tempos, representando o instante do disparo do cronômetro do observador. O espaço do móvel no instante  $t = 0$  é chamado de espaço inicial ( $s_0$ ).

No exemplo I,  $s_0 = 4$  m e, no exemplo II,  $s_0 = 5$  m.

Por outro lado, se conhecemos o espaço do móvel para cada instante de tempo, podemos determinar a função horária do espaço.

Tomemos os seguintes pares de espaço-tempo:

III.  $t = 0$ :  $s = 5$  m

$t = 1$  s:  $s = 4$  m

$t = 2$  s:  $s = 3$  m

$t = 3$  s:  $s = 2$  m

Dos dados fornecidos, podemos deduzir que:

$$s = 5 - t$$

Com base na função horária, podemos também calcular em que instante o espaço assume certo valor.

No exemplo III, se quisermos saber em que instante  $s = 1$  m, basta tomarmos:

$$5 - t = 1 \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

## Variação de espaço

Se um corpo, em um instante  $t_1$ , possui espaço  $s_1$  e, em um instante  $t_2$ , possui espaço  $s_2$ , temos:

$\Delta t = t_2 - t_1$  é a variação de tempo e

$\Delta s = s_2 - s_1$  é a variação de espaço.

**Observação:** A letra grega maiúscula delta ( $\Delta$ ), quando acompanhada de uma grandeza, indica a variação desta, ou seja, a diferença de valores dessa grandeza entre um instante inicial e um instante final.

Por exemplo, se a posição inicial de um corpo é 5 m e a sua posição final é 8 m, então:

$$\Delta s = s_{\text{final}} - s_{\text{inicial}} = 8 \text{ m} - 5 \text{ m} \Rightarrow \Delta s = 3 \text{ m}$$

Da definição de variação de espaço, podemos concluir:

- Se  $s_2 > s_1$ , então  $\Delta s > 0$  e o corpo se move aumentando seu espaço, portanto no sentido positivo da trajetória.

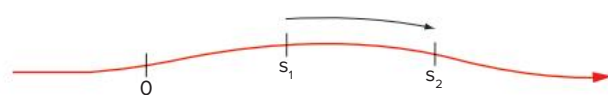


Fig. 15  $s_2 > s_1$ .

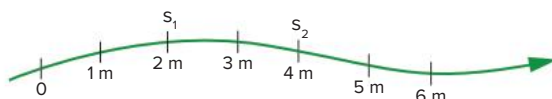


Fig. 16  $s_1 = 2$  m e  $s_2 = 4$  m, com  $\Delta s = 2$  m.

- Se  $s_2 < s_1$ , então  $\Delta s < 0$  e o corpo se move diminuindo seu espaço, portanto no sentido negativo da trajetória.

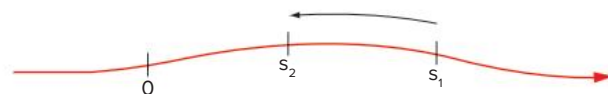


Fig. 17  $s_2 < s_1$ .

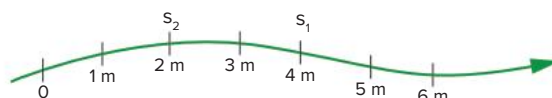


Fig. 18  $s_1 = 4$  m e  $s_2 = 2$  m, com  $\Delta s = -2$  m.

- Se  $s_2 = s_1$ , então  $\Delta s = 0$ , e não houve deslocamento ao longo da trajetória.

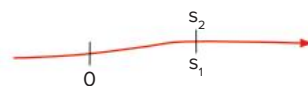


Fig. 19  $s_2 = s_1$ , com  $\Delta s = 0$ .

## Distância percorrida

Se um corpo vai de  $s_1 = 10$  km até  $s_2 = 70$  km e depois retorna a  $s_3 = 30$  km, temos:

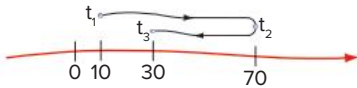


Fig. 20 Movimento de  $s_1 = 10$  km a  $s_3 = 30$  km.

- de  $t_1$  a  $t_2$ :  $\Delta s_{12} = 70 \text{ km} - 10 \text{ km} = 60 \text{ km}$
  - de  $t_2$  a  $t_3$ :  $\Delta s_{23} = 30 \text{ km} - 70 \text{ km} = -40 \text{ km}$
  - de  $t_1$  a  $t_3$ :  $\Delta s_{13} = 30 \text{ km} - 10 \text{ km} = 20 \text{ km}$
- ou:  $\Delta s_{13} = \Delta s_{12} + \Delta s_{23} = (60 \text{ km}) + (-40 \text{ km}) = 20 \text{ km}$

Temos acima os cálculos das variações de espaço para os três casos.

Porém, se desejarmos saber a distância efetivamente percorrida pelo corpo entre  $t_1$  e  $t_3$ , temos:

$$d = |\Delta s_{12}| + |\Delta s_{23}| = 60 \text{ km} + 40 \text{ km} \Rightarrow d = 100 \text{ km}$$

Dessa forma, a distância efetivamente percorrida é a soma dos módulos das variações de espaço em cada sentido do movimento.

A distância  $d$  coincide com o módulo da variação de espaço  $\Delta s$  quando o corpo se move em um único sentido entre os intervalos de tempo considerados:



Fig. 21 Movimento de  $s_1 = 70$  km a  $s_2 = 100$  km.

Temos  $\Delta s = 30$  km e  $d = 30$  km.

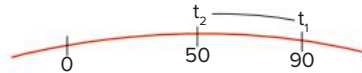


Fig. 22 Movimento de  $s_1 = 90$  km a  $s_2 = 50$  km.

Temos  $\Delta s = -40$  km  $\Rightarrow |\Delta s| = 40$  km e  $d = 40$  km.

### Atenção

Conversão de unidade:

$$1 \text{ m/s} = \frac{1}{1000} \frac{\text{km}}{\frac{1}{3600} \text{ h}} = 3,6 \text{ km/h}$$

Para converter m/s para km/h, multiplicamos por 3,6:

$$20 \text{ m/s} = 20 \cdot 3,6 \text{ km/h} = 72 \text{ km/h}$$

Para converter km/h para m/s, dividimos por 3,6:

$$108 \text{ km/h} = 108/3,6 \text{ m/s} = 30 \text{ m/s}$$

## Velocidade

### Velocidade escalar média

Vamos começar analisando um exemplo. Se um automóvel, em uma viagem, percorrer 200 km em 2 horas, podemos dizer que o carro percorreu, em média, 100 km a cada hora.

Daí afirmamos que a velocidade escalar média do automóvel foi de 100 km/h.

É importante observar que o automóvel não percorreu necessariamente 100 km a cada hora. Ele pode ter percorrido 120 km na 1ª hora e 80 km na 2ª hora, ou ainda, 50 km na 1ª hora e 150 km na 2ª hora.

De um modo geral, se um corpo está em  $s_1$  no instante  $t_1$  e em  $s_2$  no instante  $t_2$ , a velocidade média ( $v_m$ ) é definida como sendo a razão entre a variação de espaço ( $\Delta s$ ) e a variação de tempo ( $\Delta t$ ):

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

onde  $\Delta s = s_2 - s_1$  e  $\Delta t = t_2 - t_1$ .

Daí vem que a unidade de medida de velocidade é a razão entre a unidade de medida de espaço e a unidade de medida de tempo:

$$u(v) = \frac{u(s)}{u(t)}$$

No Sistema Internacional de Unidades (SI):

$$u(v) = \text{m/s}$$

### Atenção

Sobre o sinal da velocidade escalar média, podemos observar que, como  $\Delta t$  é sempre positivo, pois  $t_2 > t_1$ , o sinal de  $\Delta s$  determina o sinal de  $v_m$ :

- se  $s_2 > s_1 \Rightarrow \Delta s > 0 \Rightarrow v_m > 0$
- se  $s_2 < s_1 \Rightarrow \Delta s < 0 \Rightarrow v_m < 0$
- se  $s_2 = s_1 \Rightarrow \Delta s = 0 \Rightarrow v_m = 0$

## Velocidade escalar instantânea

No caso do automóvel que percorreu 200 km em 2 h, a velocidade média foi de 100 km/h. Porém, isso não significa que em todo instante a velocidade foi de 100 km/h. O automóvel pode ter até parado no caminho para fazer um abastecimento.

Para sabermos a velocidade do móvel em todo instante, a velocidade escalar média não nos serve; precisamos conhecer a velocidade escalar instantânea. Ela é a velocidade indicada pelo velocímetro do carro.



Fig. 23 Velocímetro a 80 km/h.

A velocidade escalar instantânea pode ser definida como a velocidade escalar média quando o intervalo de tempo se torna extremamente pequeno, ou seja, tendendo a zero ( $\Delta t \rightarrow 0$ ).

Nesse caso,  $\Delta s$  também tende a zero, porém o quociente  $\frac{\Delta s}{\Delta t}$  tende a um valor limite, que é a velocidade escalar instantânea:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_m$$

Logo:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$



## Movimento progressivo e movimento retrógrado

O movimento é chamado progressivo quando o móvel se desloca no mesmo sentido da orientação positiva da trajetória.

Nesse caso, o espaço cresce com o decorrer do tempo, o que implica em variação positiva de espaço ( $\Delta s > 0$ ) e consequente velocidade escalar positiva ( $v > 0$ ).

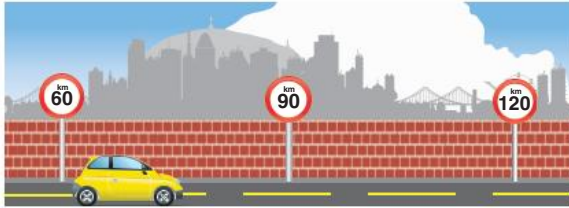


Fig. 24 Movimento progressivo:  $\Delta s > 0$  e  $v > 0$ .

O movimento é chamado retrógrado quando o móvel se desloca no sentido contrário ao da orientação positiva da trajetória.

Nesse caso, o espaço decresce com o decorrer do tempo, o que implica em variação negativa de espaço ( $\Delta s < 0$ ) e consequente velocidade escalar negativa ( $v < 0$ ).



Fig. 25 Movimento retrógrado:  $\Delta s < 0$  e  $v < 0$ .

### Atenção

Como a escolha da orientação positiva é arbitrária, um movimento progressivo passa a ser retrógrado se invertermos a orientação, e vice-versa. Portanto, essa classificação depende do referencial adotado.

## Exercícios resolvidos

- 1 A velocidade de um avião é de 360 km/h. Qual é o valor dessa velocidade em m/s?

**Resolução:**

$$v = 360 \text{ km/h} = \frac{360}{3,6} \text{ m/s} \Rightarrow v = 100 \text{ m/s}$$

- 2 Um automóvel passa pelo marco quilométrico 218 de uma estrada às dez horas e quinze minutos e pelo marco 236 às dez horas e meia. Determine a velocidade média do automóvel em km/h.

**Resolução:**

$$t_1 = 10\text{h}15 \text{ para } s_1 = 218 \text{ km}$$

$$t_2 = 10\text{h}30 \text{ para } s_2 = 236 \text{ km}$$

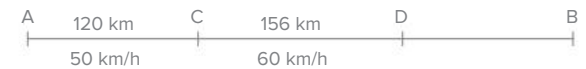
$$\Delta s = s_2 - s_1 = 236 \text{ km} - 218 \text{ km} = 18 \text{ km}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 10\text{h}30 - 10\text{h}15 = 15\text{min} = \frac{1}{4} \text{ h}$$

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{18 \text{ km}}{\frac{1}{4} \text{ h}} \Rightarrow v_m = 72 \text{ km/h}$$

- 3 A distância entre duas cidades, A e B, de 546 km, é percorrida por um ônibus em 8 horas. O primeiro trecho, de 120 km, é percorrido com velocidade constante de 50 km/h e o segundo trecho, de 156 km, com velocidade constante de 60 km/h. Calcule a velocidade, suposta constante, no trecho que resta.

**Resolução:**



Se  $AB = 546 \text{ km}$ ,  $AC = 120 \text{ km}$  e  $CD = 156 \text{ km}$ , então:  
 $DB = 546 \text{ km} - 120 \text{ km} - 156 \text{ km} \Rightarrow DB = 270 \text{ km}$

$$\Delta t_{AC} = \frac{\Delta s_{AC}}{v_{m,AC}} = \frac{120 \text{ km}}{50 \text{ km/h}} = 2,4 \text{ h}$$

$$\Delta t_{CD} = \frac{\Delta s_{CD}}{v_{m,CD}} = \frac{156 \text{ km}}{60 \text{ km/h}} = 2,6 \text{ h}$$

Se  $\Delta t_{AB} = 8 \text{ h}$ , então:

$$\Delta t_{DB} = 8 \text{ h} - 2,4 \text{ h} - 2,6 \text{ h} = 3 \text{ h}$$

Logo:

$$v_{m,DB} = \frac{\Delta s_{DB}}{\Delta t_{DB}} = \frac{270 \text{ km}}{3 \text{ h}} \Rightarrow v_{m,DB} = 90 \text{ km/h}$$

- 4 Uma partícula percorre uma trajetória retilínea AB, em que M é o ponto médio, sempre no mesmo sentido e com movimento uniforme em cada um dos trechos AM e MB. A velocidade da partícula no trecho AM é de 3 m/s e no trecho MB é de 6 m/s. Determine a velocidade média entre os pontos A e B.

**Resolução:**



Vamos tomar  $AM = MB = d$

$$v_{m,AB} = \frac{\Delta s_{AB}}{\Delta t_{AB}}$$

Mas:

$$\Delta_{AB} = \Delta_{AM} + \Delta_{MB} = d + d \Rightarrow \Delta_{AB} = 2d$$

$$\Delta_{AB} = \Delta_{AM} + \Delta_{MB}$$

$$\Delta t_{AM} = \frac{\Delta s_{AM}}{v_{m,AM}} = \frac{d}{3 \text{ m/s}}$$

$$\Delta_{MB} = \frac{\Delta s_{MB}}{v_{m,MB}} = \frac{d}{6 \text{ m/s}}$$

$$v_{m,AB} = \frac{2d}{\frac{d}{3 \text{ m/s}} + \frac{d}{6 \text{ m/s}}} = \frac{2d}{\frac{2d}{2}} \text{ m/s} \Rightarrow v_{m,AB} = 4 \text{ m/s}$$

## Revisando

- 1 **UFRJ** Heloísa, sentada na poltrona de um ônibus, afirma que o passageiro sentado à sua frente não se move, ou seja, está em repouso. Ao mesmo tempo, Abelardo, sentado à margem da rodovia, vê o ônibus passar e afirma que o referido passageiro está em movimento. De acordo com os conceitos de movimento e repouso usados em Mecânica, explique de que maneira devemos interpretar as afirmações de Heloísa e Abelardo para dizer que ambas estão corretas.



- 2 Um avião de ajuda humanitária, voando sempre a uma velocidade constante, solta uma carga de alimentos sobre uma região isolada. Represente a trajetória da carga de alimentos:
- em relação ao piloto do avião.
  - em relação a uma pessoa em repouso na Terra, não situada no plano de movimento da carga.
- 3 Um carro vai da cidade A para a cidade B e, depois, para a cidade C, todas situadas ao longo de uma mesma rodovia. Sabendo que as cidades A, B e C situam-se, respectivamente, nas posições 50 km, 90 km e 60 km, determine a variação de espaço e a distância percorrida:
- entre A e B.
  - entre B e C.
  - entre A e C.
- 4 **UFRJ** Um maratonista percorre a distância de 42 km em duas horas e quinze minutos. Determine a velocidade escalar média, em km/h, do atleta ao longo do percurso.
- 5 **UFRJ** Um estudante a caminho da UFRJ trafega 8,0 km na Linha Vermelha a 80 km/h (10 km/h a menos que o limite permitido nessa via). Se ele fosse insensato e trafegasse a 100 km/h, calcule quantos minutos economizaria nesse mesmo percurso.

- 6 FEI (Adapt.)** Um automóvel percorre 300 km. Na primeira metade deste percurso, sua velocidade é de 75 km/h e, na segunda metade, sua velocidade é o dobro da velocidade na primeira metade. Quanto tempo ele levará para realizar todo o percurso?
- 7** Um ciclista pedala durante 2 horas a uma velocidade de 30 km/h e outras 2 horas a uma velocidade de 10 km/h. Qual a velocidade média do ciclista no percurso total?
- 8** Um ciclista pedala 10 km a uma velocidade de 30 km/h e outros 10 km a uma velocidade de 10 km/h. Qual a velocidade média do ciclista no percurso total?
- 9** Um motorista, partindo de São Paulo às 14 h, pretende chegar a Ribeirão Preto, distante 390 km, às 17h30. Durante os primeiros 50 min da viagem, ele mantém uma velocidade média de 120 km/h, quando um defeito mecânico o obriga a parar durante 15 min. A velocidade média que ele deve manter no restante do percurso, para chegar no horário previsto, é de quantos km/h?

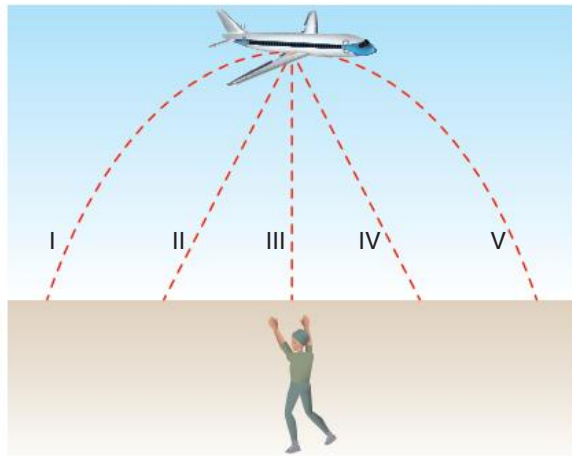
## Exercícios propostos

- 1 **IFCE 2016** A respeito dos conceitos de movimento e repouso, é **falso** dizer-se que
- A se um corpo A está em repouso em relação a B, o corpo B estará também em repouso em relação a A.
  - B é possível que um móvel esteja em movimento em relação a um referencial e em repouso em relação a outro.
  - C o Sol está em movimento em relação à Terra.
  - D se um móvel está em movimento em relação a um sistema de referência, então ele estará em movimento em relação a qualquer outro referencial.
  - E é possível um corpo A estar em movimento em relação a dois outros corpos, B e C, e B estar em repouso em relação a C.

- 2 **UFF** Recentemente, o PAM (Programa Alimentar Mundial) efetuou lançamentos aéreos de 87 t de alimentos (sem uso de paraquedas) na localidade de Luvemba, em Angola. Os produtos foram ensacados e amarrados sobre placas de madeira para resistirem ao impacto da queda.

Disponível em: <[www.angola.org](http://www.angola.org)>.

A figura ilustra o instante em que um desses pacotes é abandonado do avião. Para um observador em repouso na Terra, o diagrama que melhor representa a trajetória do pacote depois de abandonado, é:



- A I
- B II
- C III
- D IV
- E V

- 3 **Unitau** Um móvel parte do km 50, indo até o km 60, de onde, mudando o sentido do movimento, vai até o km 32. A variação de espaço e a distância efetivamente percorrida são, respectivamente:
- A 28 km e 28 km
  - B 18 km e 38 km
  - C -18 km e 38 km
  - D -18 km e 18 km
  - E 38 km e 18 km

- 4 **Uece 2018** Considere um carro que viaja em linha reta de forma que sua posição seja uma função linear do tempo. É correto afirmar que, entre dois instantes de tempo  $t_1$  e  $t_2$ :
- A a velocidade média é igual à soma das velocidades instantâneas nesses tempos.
  - B a velocidade instantânea é uma função crescente do tempo.
  - C a velocidade instantânea é uma função decrescente do tempo.
  - D a velocidade média é igual à média das velocidades instantâneas nesses tempos.

- 5 **Mackenzie 2019**

### Mbappé mais rápido que Bolt?



Kylian Mbappé é marcado por Javier Mascherano e Nicolas Tagliafico no jogo contra a Argentina (Foto: Getty Images).

Além dos dois gols na vitória da França sobre a Argentina por 4 a 3, o camisa 10 francês protagonizou uma arrancada incrível ainda no primeiro tempo da partida disputada na Arena Kazan, válida pelas oitavas de final da “Copa do Mundo da Rússia 2018”.

Mbappé percorreu 64 m do gramado com uma velocidade média de 38 km/h. O lance culminou em um pênalti a favor da seleção europeia, convertido por Griezmann. Uma comparação com Usain Bolt foi feita em relação ao atual recorde mundial na prova dos 100 m rasos, em 2009. Usain Bolt atingiu a marca de 9,58 s de tempo de prova.

O tempo de prova dos 100 metros rasos, caso um atleta mantivesse uma velocidade média igual a de Mbappé, nesse famoso episódio da copa, seria

- A igual ao recorde mundial.
- B de aproximadamente 1,0 s a mais que o recorde mundial.
- C de aproximadamente 0,2 s a mais que o recorde mundial.
- D de aproximadamente 0,1 s a menos que o recorde mundial.
- E de aproximadamente 0,5 s a menos que o recorde mundial.

**6 Fuvest** Um avião vai de São Paulo a Recife em uma hora e 40 minutos. A distância entre essas cidades é de aproximadamente 3000 km.

▶ **Adote:** velocidade do som no ar = 340 m/s.

- a) Qual a velocidade média do avião?  
b) Prove que o avião é supersônico.

**7 Fatec** Uberlândia situa-se a 575 km de São Paulo. Um automóvel sai de São Paulo às 13h12, chegando a Uberlândia às 18h57.

Podemos afirmar que esse percurso foi desenvolvido com velocidade média de:

- A 115 km/h      C 85 km/h      E 20 m/s  
B 100 km/h      D 30 m/s

**8 UEL** Em 1984, o navegador Amyr Klink atravessou o oceano Atlântico em um barco a remo, percorrendo a distância de, aproximadamente, 7000 km em 100 dias. Nessa tarefa, sua velocidade média foi, em km/h, igual a:

- A 1,4      C 6,0      E 70  
B 2,9      D 7,0

**9 Unicamp 2018** Situado na costa peruana, Chankillo, o mais antigo observatório das Américas, é composto por treze torres que se alinham de norte a sul ao longo da uma colina. Em 21 de dezembro, quando ocorre o solstício de verão no Hemisfério Sul, o Sol nasce à direita da primeira torre (sul), na extrema direita, a partir de um ponto de observação definido. À medida que os dias passam, a posição em que o Sol nasce se desloca entre as torres rumo à esquerda (norte). Pode-se calcular o dia do ano, observando-se qual torre coincide com posição do Sol ao amanhecer. Em 21 de junho, solstício de inverno no Hemisfério Sul, o Sol nasce à esquerda da última torre na extrema esquerda e, à medida que os dias passam, vai se movendo rumo à direita, para reiniciar o ciclo no dezembro seguinte. Sabendo que as torres de Chankillo se posicionam ao longo de 300 metros no eixo norte-sul, a velocidade escalar média com a qual a posição do nascer do Sol se desloca através das torres é de aproximadamente:



- A 0,8 m/dia.      C 25 m/dia.  
B 1,6 m/dia.      D 50 m/dia.

**10 FEI** Um patinador percorre uma pista oval, com perímetro de 200 m. Sabendo-se que a prova possui 72 voltas completas e o tempo total gasto pelo patinador durante a prova foi de 4 h, qual foi a velocidade média do patinador?

- A 14400 m/h      C 3,6 m/s      E 14,4 m/s  
B 3,6 km/h      D 14,4 km/h

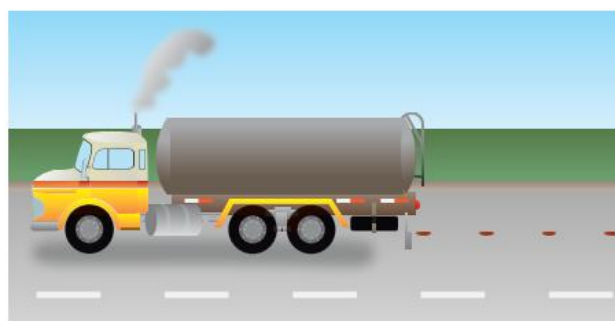
**11 UFBA** As comemorações dos 40 anos da chegada do homem à Lua trouxeram à baila o grande número de céticos que não acreditam nessa conquista humana. Em um programa televisivo, um cientista informou que foram deixados na Lua espelhos refletivos para que, da Terra, a medida da distância Terra-Lua pudesse ser realizada periodicamente, e com boa precisão, pela medida do intervalo de tempo  $\Delta t$  que um feixe de *laser* percorre o caminho de ida e volta.

Um grupo acompanhou uma medida realizada por um cientista, na qual  $\Delta t = 2,5$  s. Considerando que a velocidade da luz, no vácuo, é igual a  $3 \cdot 10^8$  m/s e desprezando os efeitos da rotação da Terra, calcule a distância Terra-Lua.

**12 UFRJ** Um atleta dá 150 passos por minuto, cada passo com um metro de extensão.

Calcule quanto tempo ele gasta, nessa marcha, para percorrer 6,0 km.

**13 Vunesp** Num caminhão-tanque em movimento, uma torneira mal fechada goteja à razão de duas gotas por segundo. Determine a velocidade do caminhão, sabendo que a distância entre marcas sucessivas deixadas pelas gotas no asfalto é de 2,5 m.



**14 Enem** As cidades de Quito e Cingapura encontram-se próximas à linha do equador e em pontos diametralmente opostos no globo terrestre. Considerando o raio da Terra igual a 6370 km, pode-se afirmar que um avião saindo de Quito, voando em média 800 km/h, descontando as paradas de escala, chega a Cingapura em aproximadamente

- A 16 horas.      C 25 horas.      E 36 horas.  
B 20 horas.      D 32 horas.

**15 Famema 2019** Uma formiga cortadeira, movendo-se a 8 cm/s, deixa a entrada do formigueiro em direção a uma folha que está 8 m distante do ponto em que se encontrava. Para cortar essa folha, a formiga necessita de 40 s. Ao retornar à entrada do formigueiro pelo mesmo caminho, a formiga desenvolve uma velocidade de 4 cm/s, por causa do peso da folha e de uma brisa constante contra o seu movimento. O tempo total gasto pela formiga ao realizar a sequência de ações descritas foi

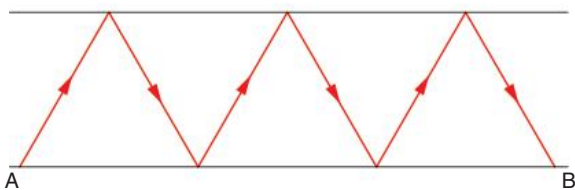
- A 340 s.      C 260 s.      E 200 s.  
B 420 s.      D 240 s.



- 16 Unesp 2018** Juliana pratica corridas e consegue correr 5,0 km em meia hora. Seu próximo desafio é participar da corrida de São Silvestre, cujo percurso é de 15 km. Como é uma distância maior do que a que está acostumada a correr, seu instrutor orientou que diminuísse sua velocidade média habitual em 40% durante a nova prova. Se seguir a orientação de seu instrutor, Juliana completará a corrida de São Silvestre em:
- A 2h40min.      C 2h15min.      E 1h52min.  
 B 3h00min.      D 2h30min.

- 17 Enem 2012** Uma empresa de transportes precisa efetuar a entrega de uma encomenda o mais breve possível. Para tanto, a equipe de logística analisa o trajeto desde a empresa até o local de entrega. Ela verifica que o trajeto apresenta dois trechos de distâncias diferentes e velocidades máximas permitidas diferentes. No primeiro trecho, a velocidade é máxima permitida é de 80 km/h e a distância percorrida é de 80 km. No segundo trecho, cujo comprimento vale 60 km, a velocidade máxima permitida é de 120 km/h. Supondo que as condições de trânsito sejam favoráveis para que o veículo da empresa ande continuamente na velocidade máxima permitida, qual será o tempo necessário, em horas, para a realização da entrega?
- A 0,7      C 1,5      E 3,0  
 B 1,4      D 2,0

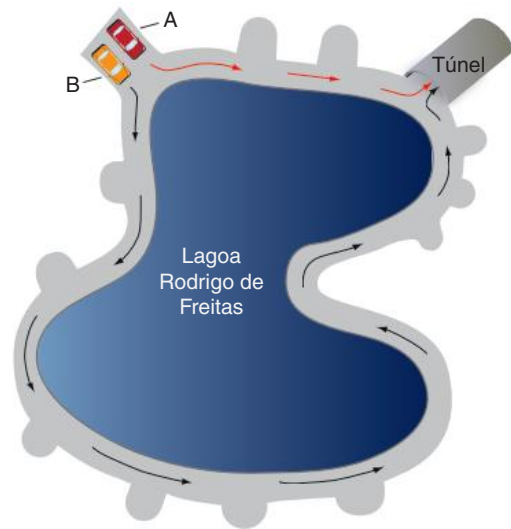
- 18 Fuvest** Um carteiro, ao fazer sua entrega, caminha através de uma rua retilínea, descrevendo a trajetória indicada, com velocidade média de 30 m/min. Os segmentos formam com a rua triângulos equiláteros de 20 m de lado.



- a) Quantos metros o carteiro caminhou desde o ponto A até o ponto B?  
 b) Quanto tempo ele levou para ir de A até B?
- 19 UFJF 2020** Uma viagem de ônibus entre Juiz de Fora e o Rio de Janeiro normalmente é realizada com velocidade média de 60 km/h e tem duração de 3 horas, entre suas respectivas rodoviárias. Uma estudante fez esta viagem de ônibus, e relatou que, após 2 horas do início da viagem, devido a obras na pista, o ônibus ficou parado por 30 minutos. Depois disso, a pista foi liberada e o ônibus seguiu sua viagem, mas, devido ao engarrafamento na entrada da cidade do Rio de Janeiro até a rodoviária, a estudante demorou mais 2 horas. Qual foi a velocidade média do ônibus na viagem relatada pela estudante?
- A 60 km/h      C 45 km/h      E 36 km/h  
 B 72 km/h      D 40 km/h

- 20 Cesgranrio** Você faz determinado percurso em 2 horas, de automóvel, se a sua velocidade média for 75 km/h. Se você fizesse essa viagem a uma velocidade média de 100 km/h, você ganharia:
- A 75 min      D 30 min  
 B 35 min      E 25 min  
 C 50 min

- 21 UFRJ** Dois motoristas, A e B, que desejam atravessar o túnel Rebouças, chegam simultaneamente ao mesmo ponto da pista que contorna a Lagoa Rodrigo de Freitas e optam por caminhos diferentes, como mostra a figura:



O motorista A escolhe o caminho mais curto, porém mais engarrafado, percorrendo a distância de 1,0 km até a entrada do túnel com uma velocidade média de 10 km/h. O motorista B escolhe o caminho mais longo, porém mais livre, percorrendo a distância de 7,0 km até a entrada do túnel com uma velocidade média de 60 km/h. Qual deles chega primeiro à entrada do Rebouças?

- 22 Fuvest** Dirigindo-se a uma cidade próxima, por uma autoestrada plana, um motorista estima seu tempo de viagem, considerando que consiga manter uma velocidade média de 90 km/h. Ao ser surpreendido pela chuva, decide reduzir sua velocidade média para 60 km/h, permanecendo assim até a chuva parar, quinze minutos mais tarde, quando retoma sua velocidade média inicial. Essa redução temporária aumenta seu tempo de viagem, com relação à estimativa inicial, em:
- A 5 minutos.      D 15 minutos.  
 B 7,5 minutos.      E 30 minutos.  
 C 10 minutos.

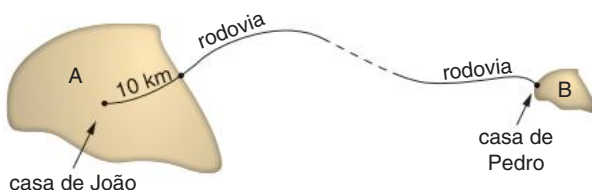
- 23 Esal** Numa prova de rali, os concorrentes são obrigados a cumprir em 30 minutos um percurso de 40 km, para não perderem pontos. No marco zero do percurso, um concorrente tem seu veículo avariado, perdendo 10 minutos no reparo. Qual a velocidade média mínima para que esse concorrente não perca ponto?

**24 Mackenzie** Um motorista deseja fazer uma viagem de 230 km em 2,5 horas. Se na primeira hora ele viajar com velocidade média de 80 km/h, a velocidade média no restante do percurso deve ser de:

- A 120 km/h      C 100 km/h      E 85 km/h  
 B 110 km/h      D 90 km/h

**25** Um corpo desloca-se em uma trajetória orientada, sempre em um mesmo sentido. Durante certo intervalo de tempo, o corpo vai de um ponto M até um ponto N com velocidade escalar média  $v_1$ . Durante um novo intervalo de tempo igual ao anterior, ele vai do ponto N até um ponto Q com velocidade escalar média  $v_2$ . Determine a velocidade escalar média do corpo no percurso de M a Q.

**26 UFRJ** João fez uma pequena viagem de carro de sua casa, que fica no centro da cidade A, até a casa de seu amigo Pedro, que mora bem na entrada da cidade B. Para sair de sua cidade e entrar na rodovia que conduz à cidade em que Pedro mora, João percorreu uma distância de 10 km em meia hora. Na rodovia, ele manteve uma velocidade escalar constante até chegar à casa de Pedro. No total, João percorreu 330 km e gastou quatro horas e meia.



- a) Calcule a velocidade escalar média do carro de João no percurso dentro da cidade A.  
 b) Calcule a velocidade escalar constante do carro na rodovia.

**27 UFRJ** Numa competição, Fernanda nadou 6,0 km e, em seguida, correu outros 6,0 km. Na etapa de natação, conseguiu uma velocidade escalar média de 4,0 km/h; na corrida, sua velocidade escalar média foi de 12 km/h.

- a) Calcule o tempo gasto por Fernanda para nadar os 6,0 km.  
 b) Calcule a velocidade escalar média de Fernanda no percurso total da prova.

**28 ITA** Um automóvel faz a metade de seu percurso com velocidade média igual a 40 km/h e o restante com velocidade média de 60 km/h. Determine a velocidade média do carro no percurso total.

**29 Unesp 2015** João mora em São Paulo e tem um compromisso às 16h em São José dos Campos, distante 90 km de São Paulo. Pretendendo fazer uma viagem tranquila, saiu, no dia do compromisso, de São Paulo às 14h, planejando chegar ao local pontualmente no horário marcado. Durante o trajeto, depois de ter percorrido um terço do percurso com velocidade média

de 45 km/h, João recebeu uma ligação em seu celular pedindo que ele chegasse meia hora antes do horário combinado.



(www.google.com.br. Adaptado.)

Para chegar ao local do compromisso no novo horário, desprezando-se o tempo parado para atender a ligação, João deverá desenvolver, no restante do percurso, uma velocidade média, em km/h, no mínimo, igual a

A 120.    B 60.    C 108.    D 72.    E 90.

**30 Enem Libras 2017** No Brasil, a quantidade de mortes decorrentes de acidentes por excesso de velocidade já é tratada como epidemia. Uma forma de profilaxia é a instalação de aparelhos que medem a velocidade dos automóveis e registram, por meio de fotografias, os veículos que trafegam acima do limite de velocidade permitido. O princípio de funcionamento desses aparelhos consiste na instalação de dois sensores no solo, de forma a registrar os instantes em que o veículo passa e, em caso de excesso de velocidade, fotografar o veículo quando ele passar sobre uma marca no solo, após o segundo sensor. Considere que o dispositivo representado na figura esteja instalado em uma via com velocidade máxima permitida de 60 km/h.



No caso de um automóvel que trafega na velocidade máxima permitida, o tempo, em milissegundos, medido pelo dispositivo, é:

- A 8,3    B 12,5    C 30,0    D 45,0    E 75,0

**31 UFPE** Quatro cidades, A, B, C e D, estão dispostas de tal forma que as distâncias rodoviárias entre A e B, B e C e C e D são, respectivamente,  $AB = 60$  km,  $BC = 100$  km e  $CD = 90$  km. Se um automóvel vai de A até B a uma velocidade escalar média de 60 km/h, da cidade B até C a uma velocidade escalar média de 50 km/h e de C até D a uma velocidade escalar média de 45 km/h, determine a velocidade escalar média desse automóvel, em km/h, para o percurso de A até D.

## Relatividade do movimento

[...]

O filósofo Pablo Rubén Mariconda, em sua palestra intitulada *De Galileu a Einstein: do tempo da física ao tempo vivido*, estabeleceu uma relação entre as ideias de Galileu e Einstein sobre a questão da relatividade do movimento, recorrendo às teses do polonês Nicolau Copérnico (1473-1543).

No século XVI, ao apresentar a sua hipótese do duplo movimento da Terra (rotação e translação), Copérnico introduz o chamado princípio da relatividade óptica do movimento, que determina três situações possíveis na relação entre o observador e o objeto observado: o movimento pode ser produzido pelo observador, pela própria coisa observada ou por ambos. “Esse princípio chama a atenção para a relatividade do conceito de movimento e de repouso em relação ao observador”, explicou o filósofo.

Galileu aprofunda essa concepção na direção da relatividade mecânica, segundo a qual o movimento e o repouso são estados relativos e complementares dos corpos: um só pode ser definido em relação ao outro. Ou seja, o movimento só pode ser caracterizado em função dos corpos que não participam desse movimento. “Segundo Galileu, o movimento é totalmente extrínseco à natureza das coisas”, disse Mariconda. “Ele é definido como uma simples modificação das relações espaço-temporais entre as coisas.” De acordo com as ideias do cientista italiano, dois corpos animados pelo mesmo movimento estão em repouso entre si e, ao mesmo tempo, em movimento em relação a todos os outros corpos que estão fora desse movimento comum.

O princípio da relatividade de Galileu possui uma importante consequência experimental: um observador situado no interior de um sistema em movimento não consegue definir se esse sistema mecânico está em repouso ou em movimento uniforme. Galileu, portanto, mostra as diferenças entre um observador interno e outro externo a um sistema em movimento. “A relatividade einsteiniana aprofunda essa perspectiva”, comentou Mariconda. Einstein muda de maneira muito peculiar a posição do observador em seus experimentos de pensamento. O físico imagina, por exemplo, o que aconteceria se fosse possível postar um observador se movendo à velocidade da luz (300 mil quilômetros por segundo). Uma das consequências dos estudos de Einstein é demolir a noção de que há um tempo absoluto, como dizia Isaac Newton. Para um observador em movimento na velocidade da luz, o tempo passa mais lentamente do que para as demais pessoas, segundo a relatividade de Einstein.

PIVETTA, Marcos. “Pablo Mariconda – Filósofo da USP diz que Einstein desenvolveu as ideias de Galileu”. Revista *Fapesp Online*.

Disponível em: <<http://revistapesquisa.fapesp.br/?art=3725&bd=1&pg=1&lg=>>>. Acesso: dez. 2008. (Adapt.).

## Resumindo

A Cinemática trata de aspectos fundamentais para a correta descrição de movimentos de toda a Física. Os conceitos de **ponto material**, **espaço**, **trajetória**, **repouso** e **movimento** são importantes para a resolução de problemas. Também é crucial que se defina um **sistema de referência**, que é um sistema de coordenadas para medir as grandezas físicas, como posição, velocidade e aceleração.

Localizar o espaço de um corpo em função de suas coordenadas, utilizar a **equação do espaço** e diferenciar corretamente **variação de espaço** e **distância percorrida** também são tarefas fundamentais.

O conceito de **velocidade média**,  $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ , é uma importante ferramenta na resolução de alguns problemas da Cinemática.

A velocidade média tomada em um intervalo de tempo que tende a zero é definida como **velocidade escalar instantânea**:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Quando um móvel se desloca com velocidade escalar positiva ( $v > 0$ ), no mesmo sentido da orientação positiva da trajetória, o movimento é chamado **progressivo**.

Quando o móvel se desloca com velocidade escalar negativa ( $v < 0$ ), no sentido contrário da orientação positiva da trajetória, o movimento é chamado **retrógrado**.

## Quer saber mais?



### Sites

- Sistemas de referência  
<[http://efisica.if.usp.br/mecanica/universitario/cinematica/sist\\_referencia/](http://efisica.if.usp.br/mecanica/universitario/cinematica/sist_referencia/)>.
- Sistemas de referência e velocidade relativa  
<[www6.ufrgs.br/engcart/Teste/coord\\_exp.html](http://www6.ufrgs.br/engcart/Teste/coord_exp.html)>.
- Sistemas de referência e velocidade relativa  
<[www.youtube.com/watch?v=ZSmz2XAJ1E](http://www.youtube.com/watch?v=ZSmz2XAJ1E)>.



## Exercícios complementares

### 1 Fesp Das afirmações:

- I. Uma partícula em movimento em relação a um referencial pode estar em repouso em relação a outro referencial.
- II. A forma da trajetória de uma partícula depende do referencial adotado.
- III. Se a distância entre duas partículas permanece constante, então uma está em repouso em relação à outra.

São corretas:

- A apenas I e II.
- B apenas III.
- C apenas I e III.
- D todas.
- E apenas II e III.

### 2 UFMG 2011 Numa corrida de revezamento, dois atletas, por um pequeno intervalo de tempo, andam juntos para a troca do bastão. Nesse intervalo de tempo:

- I. em um referencial fixo na pista, os atletas têm velocidades iguais.
- II. em um referencial fixo em um dos atletas, a velocidade do outro é nula.
- III. o movimento real e verdadeiro dos atletas é aquele que se refere a um referencial inercial fixo nas estrelas distantes.

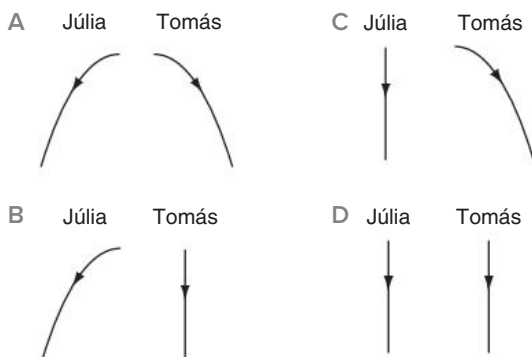
Está(ão) correta(s):

- A apenas I.
- B apenas II.
- C apenas III.
- D apenas I e II.
- E I, II e III.

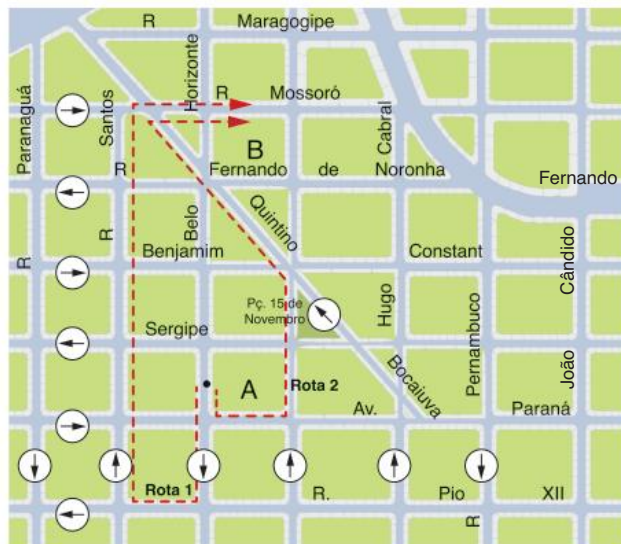
### 3 UFMG Júlia está andando de bicicleta, com velocidade constante, quando deixa cair uma moeda. Tomás está parado na rua e vê a moeda cair.

Considere desprezível a resistência do ar.

Assinale a alternativa em que melhor estão representadas as trajetórias da moeda, como observadas por Júlia e por Tomás.



### 4 UEL Um ciclista percorre as rotas 1 e 2 para se deslocar do ponto A ao ponto B, como mostrado no mapa a seguir, e registra em cada uma a distância percorrida.



Assinale a alternativa que apresenta os valores aproximados da distância percorrida na rota 1 e na rota 2. Considere como aproximação todos os quarteirões quadrados com 100 m de lado. As rotas 1 e 2 encontram-se tracejadas.

- A rota 1  $\approx$  800 m; rota 2  $\approx$  800 m.
- B rota 1  $\approx$  700 m; rota 2  $\approx$  700 m.
- C rota 1  $\approx$  800 m; rota 2  $\approx$  900 m.
- D rota 1  $\approx$  900 m; rota 2  $\approx$  700 m.
- E rota 1  $\approx$  900 m; rota 2  $\approx$  600 m.

### 5 EsPCEX 2016 Um trem de 150 m de comprimento se desloca com velocidade escalar constante de 16 m/s. Esse trem atravessa um túnel e leva 50 s desde a entrada até a saída completa de dentro dele.

O comprimento do túnel é de:

- A 500 m.
- B 650 m.
- C 800 m.
- D 950 m.
- E 1100 m.

### 6 Fuvest Uma escada rolante, de 6 m de altura e 8 m de base, transporta uma pessoa da base até o topo da escada num intervalo de tempo de 20 s. A velocidade média dessa pessoa, em m/s, é:

- A 0,3
- B 0,5
- C 0,7
- D 0,8
- E 1,0

**7 FCM-MG** Um professor, ao aplicar uma prova a seus 40 alunos, passou uma lista de presença. A distância média entre cada dois alunos é de 1,2 m e a lista gastou cerca de 13 minutos para que todos assinassem. A velocidade escalar média dessa lista de presença foi, aproximadamente, igual a:

- A zero.
- B 3,0 m/s
- C 6,0 cm/s
- D 13 cm/s
- E 92 cm/s

**8 ESPM** Um homem, através de uma janela, vê um relâmpago, seguido de trovão, destruir uma árvore que está a 300 m de onde ele observa. Considerando que a velocidade de propagação do som e da luz são, respectivamente, 300 m/s e 300 000 km/s, podemos afirmar que:

- A a velocidade da luz é mil vezes mais rápida que o som e demora  $10^{-3}$  s para chegar até o homem que está na janela.
- B a velocidade da luz é um milhão de vezes mais rápida que o som, e este demora 1 s para chegar até o homem que está na janela.
- C a velocidade da luz é um milhão de vezes mais rápida que o som, e este demora  $10^{-3}$  s para chegar até o homem que está na janela.
- D a velocidade da luz é mil vezes mais rápida que o som, e este demora 1 s para chegar até o homem que está na janela.
- E a velocidade da luz é mil vezes mais rápida que o som e demora  $10^3$  s para chegar até o homem que está na janela.

**9 Unicamp 2019** O físico inglês Stephen Hawking (1942-2018), além de suas contribuições importantes para a cosmologia, a física teórica e sobre a origem do universo, nos últimos anos de sua vida passou a sugerir estratégias para salvar a raça humana de uma possível extinção, entre elas, a mudança para outro planeta. Em abril de 2018, uma empresa americana, em colaboração com a Nasa, lançou o satélite TESS, que analisará cerca de vinte mil planetas fora do sistema solar. Esses planetas orbitam estrelas situadas a menos de trezentos anos-luz da Terra, sendo que um ano-luz é a distância que a luz percorre no vácuo em um ano. Considere um ônibus espacial atual que viaja a uma velocidade média  $v = 2,0 \times 10^4$  km/s. O tempo que esse ônibus levaria para chegar a um planeta a uma distância de 100 anos-luz é igual a

- A 66 anos.
- B 100 anos.
- C 600 anos.
- D 1500 anos.

**10 UFPA** Certa pessoa viajava em um automóvel cujo velocímetro não funcionava. Desejando saber qual a velocidade escalar média do automóvel e sabendo que os postes da rede elétrica dispostos à margem da estrada distam 60 m um do outro, a pessoa começou

a marcar o tempo no instante em que passou em frente de um certo poste (chamemos de 1º poste), e constatou que transcorreram 45,6 s até o instante em que passou diante do 20º poste. Assim constatou que, no intervalo de tempo durante o qual ele se deslocou do 1º ao 20º poste, a velocidade escalar média do automóvel era, em km/h, de:

- A 25
- B 69
- C 90
- D 95
- E 98

**11 Mackenzie** Na última volta de um grande prêmio automobilístico, os dois primeiros pilotos que finalizaram a prova descreveram o trecho da reta de chegada com a mesma velocidade constante de 288 km/h. Sabendo que o primeiro colocado recebeu a bandeirada final cerca de 2,0 s antes do segundo colocado, a distância que os separava neste trecho derradeiro era de:

- A 80 m
- B 144 m
- C 160 m
- D 288 m
- E 576 m

**12 Fuvest** Em um prédio de 20 andares (além do térreo) o elevador leva 36 s para ir do térreo ao 20º andar. Uma pessoa no andar X chama o elevador, que está inicialmente no térreo, e 39,6 s após a chamada a pessoa atinge o andar térreo. Se não houve paradas intermediárias, e os tempos de abertura e fechamento da porta do elevador e de entrada e saída do passageiro são desprezíveis, podemos dizer que o andar X é o:

- A 9º
- B 11º
- C 16º
- D 18º
- E 19º

**13 Fuvest** Um passageiro, viajando de metrô, fez o registro de tempo entre duas estações e obteve os valores indicados na tabela.

	Chegada	Pistorius
Vila Maria	0:00 min	1:00 min
Felicidade	5:00 min	6:00 min

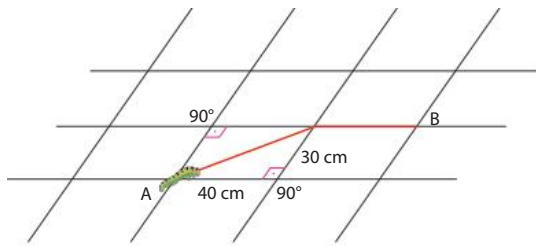
Supondo que a velocidade média entre duas estações consecutivas seja sempre a mesma e que o trem pare o mesmo tempo em qualquer estação da linha, de 15 km de extensão, é possível estimar que um trem, desde a partida da Estação Bosque até a chegada à Estação Terminal, leva aproximadamente:



- A 20 min
- B 25 min
- C 30 min
- D 35 min
- E 40 min

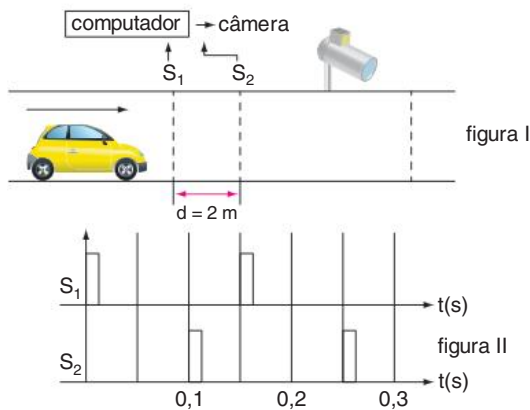
**14 UFRJ** Um senhor estava esperando o trem sentado num banco da estação. Distraidamente, olhou para o chão e viu uma lagartinha que começava a cruzar a lajota retangular do piso de dimensões 40 cm x 30 cm. O senhor, como não dispunha de relógio, começou a contar suas pulsações enquanto a lagartinha fazia seu

trajeto. Ela cruzou a primeira lajota diagonalmente e depois prosseguiu pela junta das lajotas, como indica a figura. O senhor contou ao todo 300 pulsações no trecho entre A e B. Sabendo que seu batimento cardíaco costuma ser, em média, 75 pulsações por minuto, responda:



- Qual a distância total percorrida pela lagartinha?
- Qual é a velocidade escalar média da lagartinha em cm/s?

- 15 Unicamp** A figura a seguir mostra o esquema simplificado de um dispositivo colocado em uma rua para controle de velocidade de automóveis (dispositivo popularmente chamado de radar). Os sensores  $S_1$  e  $S_2$  e a câmera estão ligados a um computador. Os sensores enviam um sinal ao computador sempre que são pressionados pelas rodas de um veículo. Se a velocidade do veículo está acima da permitida, o computador envia um sinal para que a câmera fotografe sua placa traseira no momento em que esta estiver sobre a linha tracejada. Para um certo veículo, os sinais dos sensores foram os seguintes:



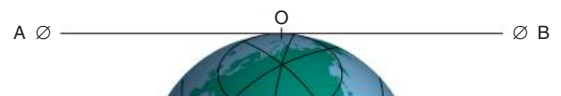
- Determine a velocidade do veículo em km/h.
- Calcule a distância entre os eixos do veículo.

- 16 Fuvest** Um filme comum é formado por uma série de fotografias individuais que são projetadas à razão de 24 imagens (ou quadros) por segundo, o que nos dá a sensação de um movimento contínuo. Esse fenômeno é devido ao fato de que nossos olhos retêm a imagem por um intervalo de tempo um pouco superior a  $\frac{1}{20}$  de segundo.

Esta retenção é chamada de persistência na retina.

- Numa projeção de filme com duração de 30 segundos, quantos quadros são projetados?
- Uma pessoa deseja filmar o desabrochar de uma flor, cuja duração é de aproximadamente 6 horas, e pretende apresentar esse fenômeno num filme de 10 minutos de duração. Quantas fotografias individuais do desabrochar da flor devem ser tiradas?

- 17 Fuvest** O Sistema GPS (Global Positioning System) permite localizar um receptor especial, em qualquer lugar da Terra, por meio de sinais emitidos por satélites. Numa situação particular, dois satélites, A e B, estão alinhados sobre uma reta que tangencia a superfície da Terra no ponto O e encontram-se à mesma distância de O. O protótipo de um novo avião, com um receptor R, encontra-se em algum lugar dessa reta e seu piloto deseja localizar sua própria posição.



Os intervalos de tempo entre a emissão dos sinais pelos satélites A e B e sua recepção por R são, respectivamente,  $\Delta t_A = 68,5 \cdot 10^{-3}$  s e  $\Delta t_B = 64,8 \cdot 10^{-3}$  s. Desprezando possíveis efeitos atmosféricos e considerando a velocidade de propagação dos sinais como igual à velocidade  $c$  da luz no vácuo, determine:

**Dado:**  $c = 300\,000$  km/s.

- a distância  $D$ , em km, entre cada satélite e o ponto O.
- a distância  $X$ , em km, entre o receptor R, no avião, e o ponto O.

- 18 UFG 2013** Nos jogos paraolímpicos de Londres, o sul-africano biamputado Oscar Pistorius, após perder a medalha de ouro para o brasileiro Alan Fonteles, indignado, reclamou do tamanho das próteses de Fonteles. Antes dos jogos, elas foram trocadas por um par 5,0 cm maior, que, no entanto, estavam dentro do limite estabelecido pelo regulamento. Porém, mesmo com próteses mais longas, as amplitudes de passada de Fonteles foram menores do que as de Pistorius, conforme o quadro da prova de 200 metros rasos apresentado a seguir.

Dados da corrida	Fonteles	Pistorius
Altura	1,82 m	1,86 m
Altura máxima permitida	1,85 m	1,93 m
Amplitude média da passada	2,04 m	2,17 m
Número de passadas	98	92
Tempo	21,45 s	21,52 s

Considere que Fonteles consiga aumentar a amplitude média de sua passada em 1,0 cm, mantendo a mesma frequência de passadas. Nessas circunstâncias, quantos segundos, aproximadamente, será a nova vantagem de Fonteles?

- 0,05
- 0,07
- 0,10
- 0,17
- 0,35

- 19 Enem** O tempo que um ônibus gasta para ir do ponto inicial ao ponto final de uma linha varia, durante o dia, conforme as condições do trânsito, demorando mais nos horários de maior movimento. A empresa que opera essa linha forneceu, no gráfico abaixo, o tempo médio de duração da viagem conforme o horário de saída do ponto inicial, no período da manhã.



De acordo com as informações do gráfico, um passageiro que necessita chegar até as 10h30 ao ponto final dessa linha deve tomar o ônibus no ponto inicial, no máximo, até as:

- A 9h20  
 B 9h30  
 C 9h  
 D 8h30  
 E 8h50

- 20 Enem** João e Antônio utilizam os ônibus da linha mencionada na questão anterior para ir trabalhar, no período considerado no gráfico, nas seguintes condições:

- trabalham vinte dias por mês;
- João viaja sempre no horário em que o ônibus faz o trajeto no menor tempo;
- Antônio viaja sempre no horário em que o ônibus faz o trajeto no maior tempo;
- na volta do trabalho, ambos fazem o trajeto no mesmo tempo de percurso.

Considerando-se a diferença de tempo de percurso, Antônio gasta, por mês, em média:

- A 5 horas a mais que João.  
 B 10 horas a mais que João.  
 C 20 horas a mais que João.  
 D 40 horas a mais que João.  
 E 60 horas a mais que João.

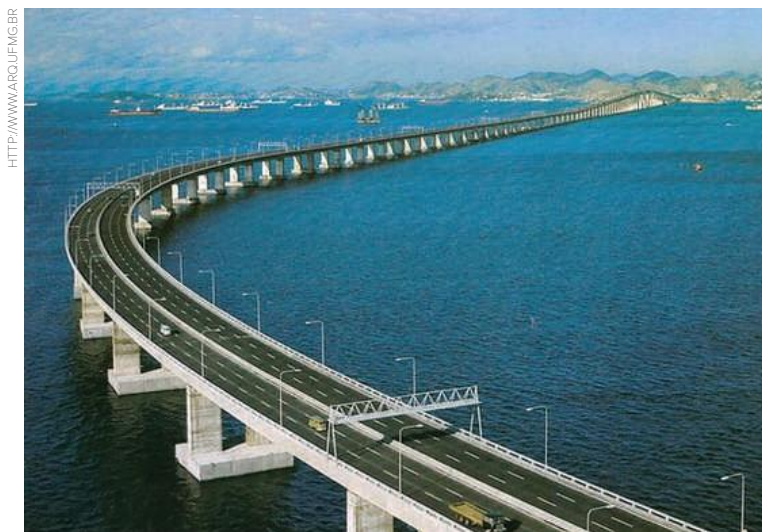
- 21 ITA** Um motorista deseja perfazer a distância de 20 km com velocidade escalar média de 80 km/h. Se viajar durante os primeiros 15 minutos com velocidade de 40 km/h, com que velocidade escalar média deverá fazer o percurso restante?

- 22 Cesgranrio** Para multar motoristas com velocidade superior a 90 km/h, um guarda rodoviário, munido de binóculo e cronômetro, aciona o cronômetro quando avista o automóvel passando pelo marco A e faz a leitura no cronômetro quando vê o veículo passar pelo marco B, situado a 1500 m de A. Um motorista passa por A a 144 km/h e mantém essa velocidade durante 10 segundos, quando percebe a presença do guarda. Que velocidade média deverá manter, em seguida, para não ser multado?

- 23 Uece** Na disputa de uma corrida, dois ciclistas, X e Y, partem juntos, mantendo constante o sentido do movimento. O ciclista X percorre 12 km nos primeiros 10 minutos, 20 km nos 15 minutos seguintes e 4 km nos 5 minutos finais. O ciclista Y mantém durante todo o percurso uma velocidade uniforme. Ao final da corrida, eles chegam juntos, isto é, empatam. A velocidade constante do ciclista Y, em km/h, é:

- A 18  
 B 24  
 C 36  
 D 72

- 24 UFF** Inaugurada em 1974, a Ponte Presidente Costa e Silva, mais conhecida como Ponte Rio-Niterói, foi projetada para receber pouco mais de 50 mil veículos por dia. Hoje, recebe cerca de 120 mil, de modo que, na hora de maior movimento, sempre ocorre grande congestionamento.



Considere que um estudante do Rio, vindo para a UFF, percorra os primeiros 7 km da ponte com uma velocidade constante de 70 km/h e gaste 20 minutos para atravessar os 6 km restantes.

Supondo que na volta ele gaste 10 minutos para atravessar toda a ponte, é correto afirmar que a velocidade média na vinda e a velocidade média na volta são, em km/h, respectivamente, iguais a:

- A 30 e 78  
B 44 e 78  
C 30 e 130  
D 44 e 130  
E 88 e 78
- 25 Uerj** Ao se deslocar do Rio de Janeiro a Porto Alegre, um avião percorre essa distância com velocidade média  $v$  no primeiro  $\frac{1}{9}$  do trajeto e  $2v$  no trecho restante.

A velocidade média do avião no percurso total foi igual a:

- A  $\frac{9}{5}v$   
B  $\frac{8}{5}v$   
C  $\frac{5}{3}v$   
D  $\frac{5}{4}v$

- 26 UnB** Um fazendeiro percorre, com seu jipe, os limites de sua fazenda, que tem o formato de um losango, com os lados aproximadamente iguais. Devido às peculiaridades do terreno, cada lado foi percorrido com uma velocidade média diferente: o primeiro a 20 km/h, o segundo a 30 km/h, o terceiro a 40 km/h e, finalmente, o último a 60 km/h.

A velocidade média desenvolvida pelo fazendeiro para percorrer todo o perímetro da fazenda, em km/h, foi de:

- A 50  
B 45  
C 38  
D 36  
E 32

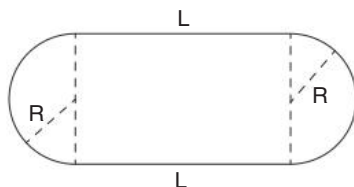
- 27 FGV-SP** Um ponto material move-se em linha reta, percorrendo dois trechos consecutivos MN e NP. O trecho MN é percorrido com velocidade escalar média igual a 20 km/h e o trecho NP com uma velocidade escalar média igual a 60 km/h. O trecho NP é o triplo do trecho MN. Pode-se afirmar que a velocidade escalar média no trecho MP foi de:

- A 10 km/h  
B 60 km/h  
C 100 km/h  
D 40 km/h  
E 25 km/h

- 28 UFMS** Um motoqueiro obtém velocidades médias ( $v$ ) e ( $Kv$ ) na primeira metade e no percurso todo, respectivamente, onde  $K$  é uma constante positiva. Se  $Kv \neq 0$ , é correto afirmar que:
- 01 a velocidade média, na segunda metade do percurso, foi igual a  $K$ .
- 02 a velocidade média, na segunda metade do percurso, foi  $\frac{(1+K)v}{2}$ .
- 04 é impossível que se tenha  $K = 2$ .
- 08 o tempo gasto, no percurso todo, foi o dobro daquele gasto na primeira metade.
- 16 é impossível determinar a razão entre os tempos gastos na primeira e na segunda metade.

Soma:

- 29 UEL** Um ciclista descreve uma volta completa em uma pista que se compõe de duas retas de comprimento  $L$  e duas semicircunferências de raio  $R$  conforme representado na figura a seguir.



A volta dá-se de forma que a velocidade escalar média nos trechos retos seja  $\bar{v}$  e nos trechos curvos seja  $\frac{2}{3}\bar{v}$ .

O ciclista completa a volta com uma velocidade escalar média em todo o percurso igual a  $\frac{4}{5}\bar{v}$ .

A partir dessas informações, é correto afirmar que o raio dos semicírculos é dado pela expressão:

- A  $L = \pi R$
- B  $L = \frac{\pi R}{2}$
- C  $L = \frac{\pi R}{3}$
- D  $L = \frac{\pi R}{4}$
- E  $L = \frac{3\pi R}{2}$





freemovey/Shutterstock.com

FRENTE 1

CAPÍTULO

2

## Movimento uniforme

Uma pessoa em uma escada rolante, movendo-se com velocidade constante, percorre distâncias iguais em intervalos de tempo iguais.

## Movimento uniforme (MU)

O movimento uniforme é aquele em que a velocidade escalar instantânea é constante e diferente de zero.

Nesse caso, não fazemos qualquer restrição quanto à trajetória do corpo, que pode ser retilínea ou curvilínea. Se a trajetória do MU for uma reta, teremos um movimento retilíneo uniforme (MRU). Se a trajetória do MU for uma circunferência, teremos um movimento circular uniforme (MCU).

Um exemplo de movimento uniforme é o de um carro que mantenha sua velocidade sempre igual a 80 km/h. Se olharmos para o velocímetro, a todo momento a indicação será de 80 km/h. Ao calcular a velocidade média para um intervalo de tempo qualquer, encontraremos sempre 80 km/h.

Logo, a velocidade escalar média será também constante e igual à velocidade escalar instantânea no MU:

$$v_m = v \Rightarrow v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Dessa forma, para intervalos de tempo iguais, o móvel em MU percorre distâncias iguais.

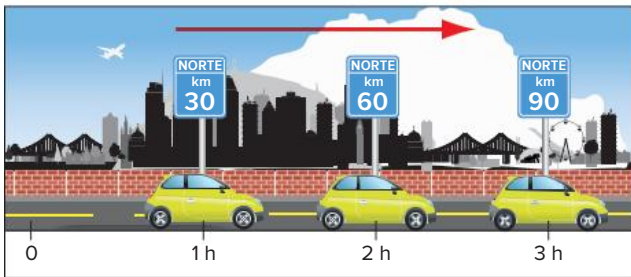


Fig. 1 Movimento uniforme com  $v = 30 \text{ km/h}$ ;  $\Delta s$  iguais para  $\Delta t$  iguais.

## Função horária do espaço no MU

No MU, temos:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

pois a velocidade escalar instantânea coincide com a velocidade escalar média.

Se um móvel, no instante  $t_0$  (início do movimento), está em um ponto de espaço  $s_0$  (espaço inicial) e, em um instante qualquer  $t$ , está em um ponto de espaço  $s$ , então:

$$\Delta s = s - s_0 \text{ e } \Delta t = t - t_0$$

Para simplificar, vamos tomar o início do movimento na origem dos tempos:  $t_0 = 0$ .

Assim:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s - s_0}{t - t_0} = \frac{s - s_0}{t - 0} \Rightarrow v \cdot t = s - s_0$$

Logo:

$$s = s_0 + v \cdot t$$

Essa é a função horária do espaço no movimento uniforme, expressão do 1º grau, em que:

- $s$  é o espaço para um instante qualquer  $t$ .
- $s_0$  é o espaço para o instante  $t = 0$ .
- $v$  é a velocidade escalar instantânea e diferente de zero.
- $s_0$  e  $v$  são constantes.

### Atenção

Se tomarmos o início do movimento em  $t_0 \neq 0$ , a função horária do espaço no movimento uniforme é expressa por:

$$s = s_0 + v \cdot (t - t_0)$$

onde  $s_0$  é o espaço para o instante  $t_0 \neq 0$ .

## Exercícios resolvidos

- 1 A tabela a seguir fornece, em vários instantes, a posição  $s$  de um automóvel, em movimento uniforme, em relação ao km zero da estrada em que está.

t (h)	0,0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0
s (km)	50	80	110	140	170	200

Determine:

- o espaço inicial e a velocidade escalar do automóvel.
- se o movimento é progressivo ou retrógrado.
- a função horária do espaço.

Resolução:

- a) Da tabela:  $s_0 = 50 \text{ km}$  para  $t = 0$

$$\text{No MU: } v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\text{Para } \Delta t = 2 \text{ h } \quad 0 = 2 \text{ h,}$$

$$\text{temos } \Delta s = 80 \text{ km} - 50 \text{ km} = 30 \text{ km.}$$

$$\text{Logo, } v = \frac{30 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 15 \text{ km/h, no mesmo sentido da}$$

orientação da trajetória.

Note que, como a velocidade é constante, qualquer outro espaço, além do inicial, pode ser utilizado no cálculo da velocidade.

- Como  $v > 0$ , o movimento é progressivo.
- A função horária do espaço é da forma:

$$s = s_0 + v \cdot t$$

$$\text{Se } s_0 = 50 \text{ km e } v = 15 \text{ km/h, então:}$$

$$s = 50 + 15t \text{ (s em km e t em h).}$$

- 2 Um corpo obedece à equação  $s = 20 - 5t$ , em unidades do Sistema Internacional. Determine:

- o espaço inicial e a velocidade escalar do corpo.
- se o movimento é progressivo ou retrógrado.
- o espaço do corpo para  $t = 3 \text{ s}$ .
- o instante em que o corpo passa pela origem dos espaços.
- o instante em que  $s = -10 \text{ m}$ .

Resolução:

- a) Como a função horária é do 1º grau, o movimento é uniforme:

$$s = s_0 + v \cdot t$$

$$\text{Se } s = 20 - 5t, \text{ então } s_0 = 20 \text{ m e } v = -5 \text{ m/s}$$



- b) Como  $v < 0$ , o movimento é retrógrado.  
 c) Substituindo  $t = 3$  s em  $s = 20 - 5t$ :  
 $s = 20 - 5 \cdot 3 \Rightarrow s = 5$  m  
 d) O corpo passa pela origem dos espaços quando  $s = 0$ :  
 $0 = 20 - 5t \Rightarrow 5t = 20 \Rightarrow t = 4$  s  
 e)  $s = -10$  m:  $-10 = 20 - 5t \Rightarrow 5t = 30 \Rightarrow t = 6$  s

**3** Dois móveis, A e B, percorrem a mesma trajetória, sendo suas funções horárias dadas por:

$$s_A = 20 + 2t \text{ e } s_B = 30 - 3t$$

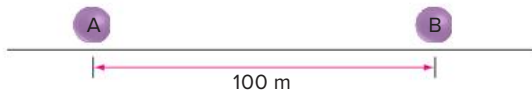
Determine:

- a) o instante do encontro dos móveis.  
 b) a posição do encontro.  
 c) a distância percorrida por A até o encontro.

**Resolução:**

- a) O encontro dos móveis se dá quando eles ocupam o mesmo espaço, ou seja, quando  $s_A = s_B$ .  
 $s_A = s_B \Rightarrow 20 + 2t = 30 - 3t$   
 $5t = 10 \Rightarrow t = 2$  s  
 b) Para a posição do encontro, podemos substituir  $t = 2$  s em qualquer uma das funções horárias.  
 $t = 2$  s:  $s_A = 20 + 2t = 20 + 2 \cdot 2 \Rightarrow s = 24$  m  
 ou  
 $t = 2$  s:  $s_B = 30 - 3t = 30 - 3 \cdot 2 \Rightarrow s = 24$  m  
 c) Se o móvel A se movimenta sempre no mesmo sentido, a distância percorrida é igual ao módulo da variação de espaço.  
 $t = 0$ :  $s_A = 20 + 2 \cdot 0 = 20$  m  
 $t = 2$  s:  $s_A = 24$  m  
 então,  $d_A = \Delta s_A = 24 \text{ m} - 20 \text{ m} \Rightarrow d_A = 4$  m

**4** Duas partículas, A e B, de dimensões desprezíveis, possuem movimento uniforme, com velocidades respectivamente iguais a 30 m/s e 20 m/s. No instante  $t = 0$ , as partículas encontram-se nas posições indicadas na figura.



Determine o instante do encontro:

- a) se ambas se movem para a direita.  
 b) se a partícula A se move para a direita e a partícula B para a esquerda.

**Resolução:**

Devemos, primeiro, determinar as funções horárias de A e B. Para isso, vamos escolher uma orientação e uma origem para a trajetória. Tomando a origem no ponto de partida de A e a orientação de A para B:



Dessa forma, temos:

$$s_{0,A} = 0 \text{ e } s_{0,B} = 100 \text{ m}$$

a)



Se ambas se movem para a direita, no sentido da orientação, então as velocidades são positivas:

$$v_A = 30 \text{ m/s e } v_B = 20 \text{ m/s}$$

como  $s = s_0 + v \cdot t$ :

$$s_A = 30t$$

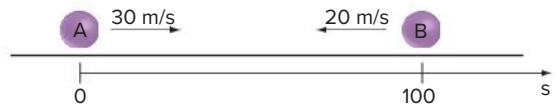
$$s_B = 100 + 20t$$

No encontro, os espaços de A e B são iguais:

$$s_A = s_B \Rightarrow 30t = 100 + 20t$$

$$10t = 100 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

b)



Se A se move para a direita, no sentido da orientação, sua velocidade é positiva:

$$v_A = 30 \text{ m/s}$$

Se B se move para a esquerda, no sentido contrário ao da orientação, sua velocidade é negativa:

$$v_B = -20 \text{ m/s}$$

Como  $s = s_0 + v \cdot t$ :

$$s_A = 30t$$

$$s_B = 100 - 20t$$

No encontro, os espaços de A e B são iguais:

$$s_A = s_B \Rightarrow 30t = 100 - 20t$$

$$50t = 100 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

**5** Um carro A parte de um ponto, com velocidade de 8 m/s em movimento uniforme. 4 s depois, outro carro, B, parte do mesmo ponto, com velocidade de 12 m/s em movimento uniforme no mesmo sentido de A. Quanto tempo após a partida de A este será ultrapassado por B?

**Resolução:**

Como no exercício anterior, vamos determinar as funções horárias de A e B.



Com a origem dos espaços no ponto de partida:

$$s_{0,A} = 0 \text{ e } s_{0,B} = 0$$

$$v_A = 8 \text{ m/s e } v_B = 12 \text{ m/s}$$

Porém, quando A andou um tempo de 5 s, B andou 1 s;

quando A andou um tempo de 6 s, B andou 2 s.

Generalizando:

Quando A andou um tempo  $t$ , B andou  $(t - 4)$ .

Dessa forma:

$$s_A = 8t$$

$$s_B = 12 \cdot (t - 4)$$

A ultrapassagem acontecerá quando A e B estiverem no mesmo espaço:

$$s_A = s_B \Rightarrow 8t = 12 \cdot (t - 4) \Rightarrow 8t = 12t - 48$$

$$4t = 48 \Rightarrow t = 12 \text{ s}$$

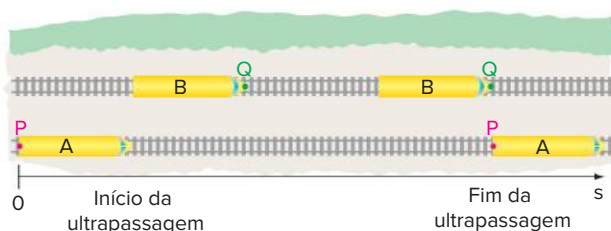
Como  $t$  é contado a partir do início do movimento de A, se quiséssemos saber quanto tempo após a partida de B este ultrapassa A, teríamos como resposta  $t - 4$ , ou seja, 8 s.

- 6 Dois trens, A e B, de 400 m de comprimento cada, percorrem trajetórias paralelas e no mesmo sentido, com velocidades respectivamente iguais a 40 m/s e 20 m/s. Quanto tempo durará a ultrapassagem de A sobre B?

#### Resolução:

Como a velocidade de A é maior que a de B, a ultrapassagem se inicia quando a extremidade dianteira de A se encontra com a extremidade traseira de B. A ultrapassagem termina quando a extremidade traseira de A se encontra com a extremidade dianteira de B.

Para facilitar a resolução, vamos tomar dois pontos P e Q sobre A e B, respectivamente, em que P se localiza na extremidade traseira de A e Q na extremidade dianteira de B.



Pela figura, a ultrapassagem começará ( $t = 0$ ) quando:

$$s_{0,P} = 0 \text{ e } s_{0,Q} = 400 \text{ m} + 400 \text{ m} = 800 \text{ m}$$

e terminará quando  $s_Q = s_P$

mas  $v_P$  é a própria velocidade do trem A:

$$v_P = 40 \text{ m/s}$$

$v_Q$  é a própria velocidade do trem B:

$$v_Q = 20 \text{ m/s}$$

Logo:

$$s_P = 40t$$

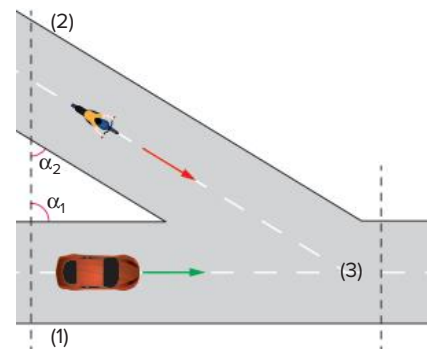
$$s_Q = 800 + 20t$$

$$s_P = s_Q \Rightarrow 40t = 800 + 20t \Rightarrow 20t = 800 \Rightarrow t = 40 \text{ s}$$

## Revisando

- 1 Um automóvel percorre uma estrada em movimento uniforme, com função horária do espaço dada por  $s = -12 + 4t$ , em unidades do SI. Determine, para o móvel:
- o espaço inicial.
  - a velocidade escalar.
  - se o movimento é progressivo ou retrógrado.
  - o espaço para  $t = 5$  s.
  - o instante em que passa pela origem dos espaços.
  - o instante em que passa por  $s = 16$  m.

- 2 PUC-SP** O esquema ao lado representa duas estradas retilíneas que convergem para o cruzamento (3). Num determinado instante, passam pelos pontos (1) e (2), respectivamente, um carro e uma motocicleta, ambos dotados de movimentos retilíneos e uniformes. Sabe-se que  $\alpha_1 = 90^\circ$ ,  $\alpha_2 = 30^\circ$  e que  $v_1$ , velocidade do carro, vale 40 km/h. Qual deve ser a velocidade da moto para chegar ao cruzamento juntamente com o carro?



- 3** Um atirador ouve o ruído do projétil atingindo o alvo 7 s após dispará-lo. Sabendo que sua distância ao alvo é de 1600 m e que a velocidade do som é de 320 m/s, determine a velocidade do projétil.
- 4 UFMG** Dois carros, A e B, movem-se numa estrada retilínea com velocidades constantes,  $v_A = 20$  m/s e  $v_B = 18$  m/s, respectivamente. O carro A está, inicialmente, 500 m atrás do carro B. Quanto tempo o carro A gasta para alcançar o carro B?
- 5** Dois automóveis partem, simultaneamente, de dois pontos distantes 700 m um do outro, com velocidades, respectivamente, iguais a 108 km/h e 5 m/s, em sentidos opostos. Determine o tempo que esses automóveis levam desde a partida até o encontro.
- 6 FMABC** Dois foguetes espaciais são enviados, da Terra, com 48 horas de intervalo. O primeiro tem velocidade constante de 30 000 km/h e o segundo, de 40 000 km/h. Ambas as velocidades têm mesmo sentido e mesma direção. O sistema de referência é a Terra. Para que o primeiro foguete seja ultrapassado pelo segundo, durante quantas horas, pelo menos, este último deverá voar?

- 7 Dois trens, A e B, de 300 m de comprimento percorrem trajetórias paralelas com velocidades, respectivamente, iguais a 20 m/s e 10 m/s. Determine:
- o tempo que o trem A leva para passar por uma ponte de 200 m de comprimento.
  - o tempo que o trem A leva para ultrapassar o trem B quando se deslocam no mesmo sentido.
  - o tempo que os trens levam para ultrapassar um ao outro quando se deslocam em sentidos opostos.

## Exercícios propostos

- 1 Dadas as funções horárias a seguir, determine a posição inicial e a velocidade escalar (no SI) e classifique o movimento em progressivo ou retrógrado.
- $s = 4t$
  - $s = -3t$
  - $s = 5 + 2t$
  - $s = 10 - 4t$
  - $s = -7 + 3t$
  - $s = -8 - 5t$

- 2 A equação horária  $s = 3 + 4t$ , em unidades do Sistema Internacional, traduz, em um dado referencial, o movimento de uma partícula. Para o instante  $t = 3$  s, determine:

- a posição da partícula.
- a velocidade da partícula.

- 3 FEI A posição de um móvel, em movimento uniforme, varia com o tempo conforme a tabela a seguir:

$s$ (m)	25	21	17	13	9	5
$t$ (s)	0	1	2	3	4	5

A equação horária desse movimento é:

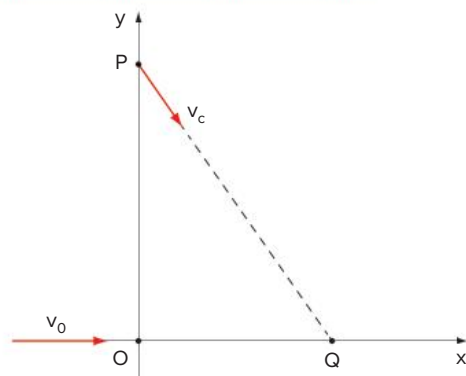
- A  $s = 4 - 25t$                       D  $s = -4 + 25t$   
 B  $s = 25 + 4t$                       E  $s = 25 - 4t$   
 C  $s = 25 - 4t$

- 4 PUC-SP Dois barcos partem simultaneamente de um mesmo ponto, seguindo rumos perpendiculares entre si. Sendo de 30 km/h e 40 km/h suas velocidades, a distância entre eles após 6 minutos vale:

- 7 km
- 1 km
- 300 km
- 5 km
- 450 km

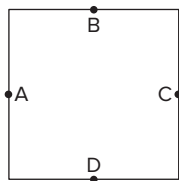
- 5 Vunesp Um ciclista está correndo com velocidade constante  $v_0$ , ao longo da reta x (figura). Ao passar por O é visto por um cão, em P, que decide interceptá-lo no ponto Q, correndo com velocidade constante  $v_c$ . Qual será efetivamente o valor de  $v_0$  se o cão chegar ao ponto Q junto com o ciclista?

▶ Dados:  $v_c = 20$  m/s;  $OP = 80$  m;  $OQ = 60$  m.



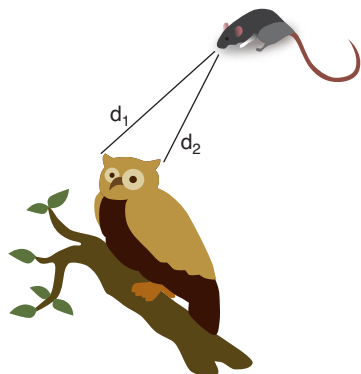
- 20 m/s
- 23,3 m/s
- 24 m/s
- 12 m/s
- 10 m/s

- 6 Os pontos A, B, C e D representam pontos médios dos lados de uma mesa quadrada de bilhar. Uma bola é lançada de A, atingindo os pontos B, C e D, sucessivamente, e retornando a A, sempre com velocidade de módulo constante  $v_1$ . Em outro ensaio, a bola é lançada de A para C e retorna a A, com velocidade de módulo constante  $v_2$  e levando o mesmo tempo que o do lançamento anterior.



Podemos afirmar que a relação  $\frac{v_1}{v_2}$  vale:

- A  $\frac{1}{2}$   
 B 1  
 C  $\sqrt{2}$   
 D 2  
 E  $2\sqrt{2}$
- 7 A velocidade média do ultrassom, na água do mar, é de 1500 m/s. O operador do sonar de um barco pesqueiro observou no aparelho o registro de duas reflexões. A primeira,  $\frac{1}{4}$  de segundo após a emissão do ultrassom, era correspondente a um cardume que passava. A outra, recebida 2 segundos após a emissão, era do próprio fundo do mar. Com esses dados, responda a que profundidade se encontrava o cardume e qual a profundidade do fundo do mar no ponto assinalado.
- 8 UFRJ A coruja é um animal de hábitos noturnos que precisa comer vários ratos por noite. Um dos dados utilizados pelo cérebro da coruja para localizar um rato com precisão é o intervalo de tempo entre a chegada de um som emitido pelo rato a um dos ouvidos e a chegada desse mesmo som ao outro ouvido. Imagine uma coruja e um rato, ambos em repouso; num dado instante, o rato emite um chiado. As distâncias da boca do rato aos ouvidos da coruja valem  $d_1 = 12,780$  m e  $d_2 = 12,746$  m.



Sabendo que a velocidade do som no ar é de 340 m/s, calcule o intervalo de tempo entre as chegadas do chiado aos dois ouvidos da coruja.

- 9 Unicamp O menor intervalo de tempo entre dois sons percebido pelo ouvido humano é de 0,10 segundo. Considere uma pessoa defronte a uma parede em um local onde a velocidade do som é de 340 m/s.



- a) Determine a distância  $x$  para a qual o eco é ouvido 3,0 s após a emissão da voz.  
 b) Determine a menor distância para que a pessoa possa distinguir a sua voz do eco.
- 10 UFU 2019 O morcego é um animal que possui um sistema de orientação por meio da emissão de ondas sonoras. Quando esse animal emite um som e recebe o eco 0,3 segundos após, significa que o obstáculo está a que distância dele? (Considere a velocidade do som no ar de 340 m/s).
- A 102 m.  
 B 51 m.  
 C 340 m.  
 D 1133 m.

- 11 Fatec 2019 A linha 1 (Azul) do metrô de São Paulo foi inaugurada em setembro de 1974 e opera hoje com uma extensão aproximada de 21000 metros distribuídos por 23 estações, da estação Jabaquara à estação Tucuruvi. O tempo médio, para percorrer o trajeto entre as duas estações terminais citadas, é de, aproximadamente, 45 minutos. Se um passageiro entra no vagão de um trem (metrô) na estação Jabaquara e desce apenas na estação Tucuruvi, podemos afirmar corretamente que a sua velocidade escalar média, em km/h, é, mais próxima de
- A 20.                      C 40.                      E 60.  
 B 30.                      D 50.

- 12 Famerp 2020 Existem várias versões do Caminho de Santiago, que são trajetos percorridos anualmente por milhares de peregrinos que se dirigem à cidade de Santiago de Compostela, na Espanha, com a finalidade de venerar o apóstolo Santiago Maior. Considere que uma pessoa percorreu um desses caminhos em 32 dias, andando a distância total de 800 km e caminhando com velocidade média de 3,0 km/h. O tempo que essa pessoa caminhou por dia, em média, foi de
- A 7 horas e 20 minutos.  
 B 8 horas e 20 minutos.  
 C 7 horas e 40 minutos.  
 D 8 horas e 40 minutos.  
 E 9 horas e 40 minutos.

- 13 UFRGS 2018** Em grandes aeroportos e *shoppings*, existem esteiras móveis horizontais para facilitar o deslocamento de pessoas. Considere uma esteira com 48 m de comprimento e velocidade de 1,0 m/s. Uma pessoa ingressa na esteira e segue caminhando sobre ela com velocidade constante no mesmo sentido de movimento da esteira. A pessoa atinge a outra extremidade 30 s após ter ingressado na esteira. Com que velocidade, em m/s, a pessoa caminha sobre a esteira?
- A 2,6.  
B 1,6.  
C 1,0.  
D 0,8.  
E 0,6.

- 14 EEAR 2018** Um móvel completa  $\frac{1}{3}$  de um percurso com o módulo da sua velocidade média igual a 2 km/h e o restante com o módulo da velocidade média igual a 8 km/h. Sendo toda a trajetória retilínea, podemos afirmar que a velocidade média desse móvel durante todo o percurso, em km/h, foi igual a
- A 4  
B 5  
C 6  
D 10

- 15 Uerj 2016** A figura abaixo mostra dois barcos que se deslocam em um rio em sentidos opostos. Suas velocidades são constantes e a distância entre eles, no instante  $t$ , é igual a 500 m.

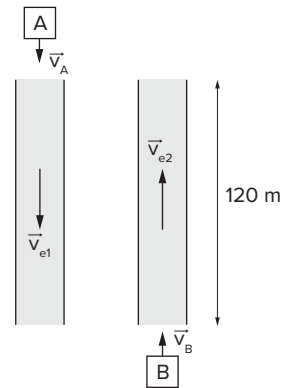


Nesse sistema, há três velocidades paralelas, cujos módulos, em relação às margens do rio, são:

- $|v_{\text{barco } 1}| = |v_{\text{barco } 2}| = 5 \text{ m/s}$ ;
- $|v_{\text{águas do rio}}| = 3 \text{ m/s}$ .

Estime, em segundos, o tempo necessário para ocorrer o encontro dos barcos, a partir de  $t$ .

- 16 Unicamp 2018** Esteiras rolantes horizontais são frequentemente instaladas em grandes aeroportos para facilitar o deslocamento das pessoas em longos corredores. A figura a seguir mostra duas esteiras rolantes que se deslocam em sentidos opostos com velocidades constantes em relação ao piso em repouso ( $\vec{v}_{e1}$  e  $\vec{v}_{e2}$ ) e de mesmo módulo, igual a 1,0 m/s. Em um mesmo instante, duas pessoas (representadas por A e B) que se deslocavam com velocidade constante de módulo igual a  $v_A = 1,5 \text{ m/s}$  e  $v_B = 0,5 \text{ m/s}$  em relação ao piso e em sentidos contrários entram nas esteiras e continuam caminhando como anteriormente, como mostra a figura. As esteiras rolantes têm comprimento total de 120 m.



- a) Calcule o tempo necessário para que a pessoa A chegue até a outra extremidade da esteira rolante.  
b) Quanto tempo depois de entrarem nas esteiras as pessoas A e B passam uma pela outra?

- 17 Faap** Dois ciclistas, distanciados 60 m um do outro, possuem funções horárias  $s_1 = 20 + 2t$  e  $s_2 = -40 + 3t$ , em relação a um mesmo referencial. Verifique quando e onde os dois ciclistas se encontrarão (considere  $s_1$  e  $s_2$  em metros e  $t$  em segundos).

- 18 Fuvest** Um automóvel que se desloca com uma velocidade constante de 72 km/h ultrapassa outro que se desloca com uma velocidade constante de 54 km/h, numa mesma estrada reta. O primeiro encontra-se 200 m atrás no instante  $t = 0$ . Em que instante o primeiro estará ao lado do segundo?

- 19 UEL** Duas cidades, A e B, distam entre si 400 km. Da cidade A parte um móvel P dirigindo-se à cidade B e, no mesmo instante, parte de B outro móvel Q dirigindo-se a A. Os móveis P e Q executam movimentos uniformes e suas velocidades escalares são de 30 km/h e 50 km/h, respectivamente. A distância da cidade A ao ponto de encontro dos móveis P e Q, em quilômetros, vale:

- A 120  
B 150  
C 200  
D 240  
E 250

- 20 Mackenzie** Dois pontos, A e B, de uma mesma reta estão separados por uma distância  $d$ . Simultaneamente, passam pelo ponto A, rumo ao ponto B, dois móveis com velocidades constantes, respectivamente iguais a 3 m/s e 7 m/s. Sabendo-se que o móvel com velocidade maior leva dois segundos a menos para percorrer AB, então a distância  $d$ , em metros, é igual a:

- A 5,0  
B 10,5  
C 21,5  
D 30,5  
E 50,0

- 21 PUC-Campinas** Dois carros deslocam-se em pista retilínea, no mesmo sentido, com velocidades constantes. O carro que está na frente desenvolve 20 m/s e o que está atrás, 35 m/s. Num certo instante, a distância entre eles é de 225 m. A partir desse instante, que distância o carro de trás deve percorrer para alcançar o da frente?
- 22 PUC-Campinas** Numa linha férrea, dois trens trafegam no mesmo sentido, com velocidades escalares constantes, durante um intervalo de tempo de 30 min. No início desse intervalo de tempo, a distância que os separa é de 8,0 km; e 10 min mais tarde, a distância aumenta para 13,0 km. Sendo a velocidade do trem mais veloz igual a 60 km/h, a velocidade do trem mais lento, em km/h, é igual a:
- A 55  
B 30  
C 23  
D 6,0  
E 5,0
- 23 FGV-SP** Um batalhão de infantaria sai do quartel para uma marcha de exercícios às 5 horas da manhã, ao passo de 5 km/h. Depois de uma hora e meia, uma ordenança sai do quartel de jipe para levar uma informação ao comandante da marcha, ao longo da mesma estrada e a 80 km/h. Quantos minutos a ordenança levará para alcançar o batalhão?
- A 11 min  
B 1 min  
C 5,625 min  
D 3,5 min  
E 6 min
- 24 Cesgranrio** Um trem sai da estação de uma cidade, em percurso retilíneo, com velocidade constante de 50 km/h. Quanto tempo depois de sua partida deverá sair, da mesma estação, um segundo trem com velocidade constante de 75 km/h para alcançá-lo a 120 km da cidade?
- A 24 min  
B 48 min  
C 96 min  
D 144 min  
E 288 min
- 25 Fuvest** Uma composição ferroviária com 19 vagões e uma locomotiva desloca-se a 20 m/s. Sendo o comprimento de cada elemento da composição 10 m, qual é o tempo que o trem gasta para ultrapassar:
- a) um sinaleiro?  
b) uma ponte de 100 m de comprimento?
- 26 Unitau** Uma motocicleta com velocidade constante de 20 m/s ultrapassa um trem de comprimento 100 m e velocidade 15 m/s.
- a) A duração da ultrapassagem é:  
A 5 s  
B 15 s  
C 20 s  
D 25 s  
E 30 s
- b) O deslocamento da motocicleta durante a ultrapassagem é:  
A 400 m  
B 300 m  
C 200 m  
D 150 m  
E 100 m
- 27 Fuvest** Um homem correndo ultrapassa uma composição ferroviária de 100 m de comprimento, que se move vagarosamente no mesmo sentido que ele. A velocidade do homem é o dobro da velocidade do trem. Em relação à Terra, qual o espaço percorrido pelo homem desde o instante em que ele alcança a composição até o instante em que a ultrapassa?
- 28 PUC-PR** Dois trens, A e B, de 200 m e 250 m de comprimento, respectivamente, correm em linhas paralelas com velocidades de 18 km/h e 27 km/h, em sentidos opostos. O tempo que decorre, desde o instante em que começam a se cruzar até o instante em que terminam o cruzamento, é de:
- A 10 s  
B 25 s  
C 36 s  
D 40 s  
E 50 s
- 29 Unaerp** Um trem percorre uma via no sentido norte-sul, seu comprimento é 100 m e sua velocidade de 72 km/h. Um outro trem percorre uma via paralela no sentido sul-norte com velocidade de 72 km/h. Considere o instante  $t = 0$  aquele em que os trens estão com as frentes na mesma posição. O tempo que o segundo trem leva para ultrapassar totalmente o primeiro é de 6 s. O comprimento do segundo trem é:
- A 42 m  
B 58 m  
C 240 m  
D 140 m  
E 100 m



## Texto complementar

### Espiral de Arquimedes

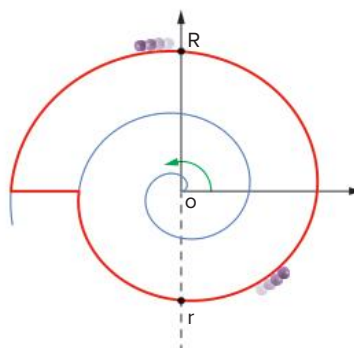
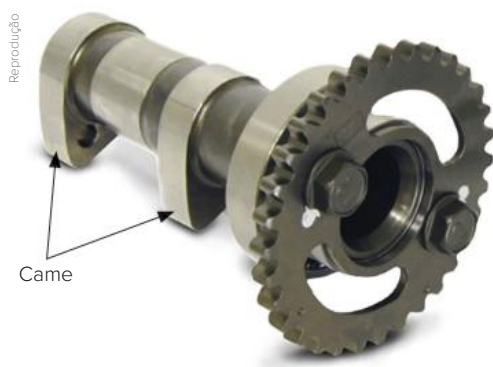
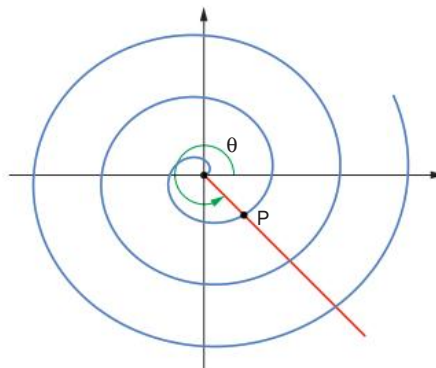
Uma das bases da Cinemática moderna encontra-se no tratado *Das espirais*, de Arquimedes (287-212 a.C.). Nesse texto matemático, ao se estabelecer o princípio de geração da espiral, define-se o conceito mecânico do movimento retilíneo uniforme e do movimento circular. Uma das proposições dessa obra, acompanhada de sua demonstração, foi parte importante do estudo do movimento uniforme de Galileu.

A espiral de Arquimedes é definida por uma curva gerada por um ponto ao se mover com velocidade constante (movimento “igualmente rápido”) sobre uma reta, que, por sua vez, está em rotação com velocidade angular também constante sobre um ponto de origem fixo.

Com a espiral de Arquimedes, observa-se a proporcionalidade entre uma distância em linha reta e uma medida angular, fato que possui aplicação física, com a conversão do movimento retilíneo uniforme em movimento circular uniforme e vice-versa.

A came, uma espécie de roda excêntrica que transmite o movimento de uma peça a outra em um sistema mecânico, é um exemplo da aplicação do princípio de geração da espiral.

As espirais de Arquimedes também podem ser observadas nos sulcos de alguns dos primeiros discos de vinil, em que as linhas igualmente espaçadas maximizavam o tempo de gravação na área do disco.



## Resumindo

O **movimento uniforme** é aquele em que a **velocidade escalar instantânea é constante** e igual à velocidade escalar média.

$$v_m = v \Rightarrow v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

A **função horária do movimento uniforme** é definida por:

$$s = s_0 + vt$$

Um aspecto que merece atenção é a correta utilização dos valores e sinais de espaço e velocidade; já a escolha da orientação da trajetória é arbitrária e não modifica o resultado do problema.

## Quer saber mais?



Site

NETO, Joaquim Lopes. *Espirais*. Mestrado Profissional em Ensino de Física – IF-UFRJ.

Disponível em: <[https://www.if.ufrj.br/~pef/aulas\\_seminarios/seminarios/2008\\_2\\_12\\_joaquim.pdf](https://www.if.ufrj.br/~pef/aulas_seminarios/seminarios/2008_2_12_joaquim.pdf)>. Acesso em: 20 ago. 2020.



## Exercícios complementares

- 1 Fatec 2019** Leia a notícia, divulgada em maio 2017, para responder a questão:

### Navio autônomo e elétrico

O primeiro navio autônomo — e, além disso, totalmente elétrico — já tem data marcada para começar a navegar. O Yara Birkeland (homenagem ao cientista norueguês Kristian Birkeland) deverá começar a operar na segunda metade de 2018, levando produtos da fábrica de fertilizantes da Yara, em Porsgrunn, até as cidades de Brevik e Larvik — todas na Noruega.

O navio elétrico e autônomo deverá substituir 100 caminhões que fazem 40 000 viagens por ano. Ele operará exclusivamente nessa rota, um trajeto de 12 milhas náuticas, pouco mais de 22 km. Com 70 metros de calado<sup>1</sup> e 4 500 toneladas de porte bruto, o navio autônomo poderá atingir até 18,5 km/h (10 nós), mas deverá operar em velocidade de cruzeiro de 11 km/h (6 nós).

Ele será impulsionado por dois mecanismos azimutais, em que o motor inteiro se movimenta para fazer o navio virar. Seu conjunto de baterias pode prover até 4 MWh.

A navegação autônoma se baseará em um extenso conjunto de sensores redundantes, incluindo câmeras no visível e no infravermelho, RADAR (*Radio Detection And Ranging*), LIDAR (*Light Detection And Ranging*) e AIS (*Automatic Identification System*), um sistema de monitoramento de curto alcance já utilizado em navios e serviços de tráfego de embarcações.

<https://www.inovacaotecnologica.com.br/noticias/noticia.php?artigo=primeiro-navio-autonomo-eletrico-estrea-2018&id=010170170523#.Xvs9X1dKjIV>. Acesso em: 10.10.2018. Adaptado.

<sup>1</sup>Calado — distância vertical entre a superfície da água e a parte mais baixa do navio naquele ponto.

Desconsiderando as acelerações de saída e de chegada do navio nos portos de Brevik e Larvik, é correto afirmar que

- A 1 nó é igual a aproximadamente 1,85 km.
- B milha náutica é também unidade de medida percentente ao SI.
- C a velocidade média do navio nessa rota seria, obrigatoriamente, 8 nós.
- D o menor tempo possível da viagem nesse percurso seria exatamente 1 h.
- E o navio, mantendo a velocidade de cruzeiro, levaria aproximadamente 2 h no percurso.

- 2 Fuvest 2020** Um estímulo nervoso em um dos dedos do pé de um indivíduo demora cerca de 30 ms para chegar ao cérebro. Nos membros inferiores, o pulso elétrico, que conduz a informação do estímulo, é transmitido pelo nervo ciático, chegando à base do tronco em 20 ms. Da base do tronco ao cérebro, o pulso é conduzido na medula espinhal. Considerando que a altura média do brasileiro é de 1,70 m e supondo uma razão média de 0,6 entre o comprimento dos membros inferiores e a altura de uma pessoa, pode-se concluir que as velocidades médias de propagação do pulso nervoso desde os dedos do pé até o cérebro e da base do tronco até o cérebro são, respectivamente:

- A 51 m/s e 51 m/s
- B 51 m/s e 57 m/s
- C 57 m/s e 57 m/s
- D 57 m/s e 68 m/s
- E 68 m/s e 68 m/s

- 3 Efomm 2020** Um circuito muito veloz da Fórmula 1 é o GP de Monza, onde grande parte do circuito é percorrida com velocidade acima dos 300 km/h. O campeão em 2018 dessa corrida foi Lewis Hamilton com sua Mercedes V6 Turbo Híbrido, levando um tempo total de 1h 16min 54s, para percorrer as 53 voltas do circuito que tem 5,79 km de extensão. A corrida é finalizada quando uma das duas situações ocorre antes: ou o número estipulado de voltas é alcançado, ou a duração da corrida chega a 2 horas. Suponha que o regulamento seja alterado, e agora a corrida é finalizada apenas pelo tempo de prova. Considere ainda que Hamilton tenha mantido a velocidade escalar média. Quantas voltas a mais o piloto completará até que a prova seja finalizada pelo tempo?

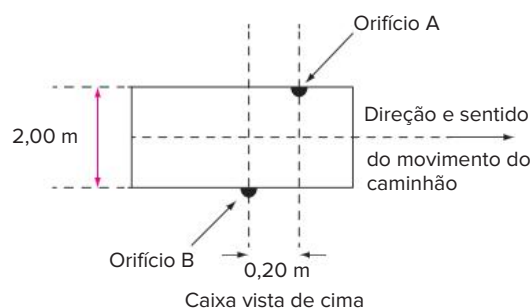
- A 29
- B 46
- C 55
- D 61
- E 70

- 4 Uerj 2020** A Polícia Rodoviária Federal revelou que os radares da Ponte Rio-Niterói são do tipo “inteligentes”, ou seja, calculam a velocidade média do condutor na via. Dessa forma, o motorista que passar pelo primeiro aparelho terá o horário e a velocidade registrados pelo equipamento. Se ele alcançar o segundo radar antes do tempo necessário para percorrer o trecho, será multado.

Adaptado de [oglobo.globo.com](http://oglobo.globo.com), 29/12/2017.

Admita que a distância entre dois radares sucessivos na Ponte Rio-Niterói corresponde a um trecho de 1 km. Um motorista percorreu 0,81 km desse trecho com velocidade de 90 km/h. Sabendo que a velocidade máxima permitida na Ponte Rio-Niterói é de 80 km/h, estime a velocidade média máxima, em km/h, que o motorista deverá manter no restante do trecho para não ser multado.

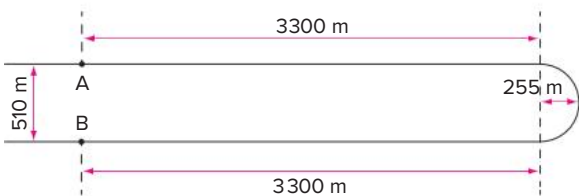
- 5 Vunesp** Uma caixa de papelão vazia, transportada na carroceria de um caminhão que trafega a 90 km/h num trecho reto de uma estrada, é atravessada por uma bala perdida. A largura da caixa é de 2,00 m e a distância entre as retas perpendiculares às duas laterais perfuradas da caixa e que passam, respectivamente, pelos orifícios de entrada e de saída da bala (ambos na mesma altura) é de 0,20 m.



- a) Supondo que a direção do disparo seja perpendicular às laterais perfuradas da caixa e ao deslocamento do caminhão e que o atirador estava parado na estrada, determine a velocidade da bala.
- b) Supondo, ainda, que o caminhão se desloque para a direita, determine qual dos orifícios, A ou B, é o de entrada.

**6 UFCE** Uma lâmpada pende de um teto ficando a uma altura  $H$  do solo. Um atleta de altura  $h$  passa sob a lâmpada se deslocando em linha reta com velocidade constante  $v$ . Se  $H = 5$  m,  $h = 2$  m e  $v = 6$  m/s, determine a velocidade, em m/s, com que a sombra da parte superior da cabeça do atleta se desloca no solo.

**7 Fuvest** Um trecho dos trilhos de aço de uma ferrovia tem a forma e as dimensões dadas a seguir. Um operário bate com uma marreta no ponto A dos trilhos. Um outro trabalhador, localizado no ponto B, pode ver o primeiro, ouvir o ruído e sentir com os pés as vibrações produzidas pelas marretadas no trilho.



- a) Supondo que a luz se propague instantaneamente, qual o intervalo de tempo  $\Delta t$  decorrido entre os instantes em que o trabalhador em B vê uma marretada e ouve seu som?
- b) Qual a velocidade de propagação do som no aço, sabendo que o trabalhador em B, ao ouvir uma marretada, sente simultaneamente as vibrações no trilho?

► **Dado:** velocidade do som no ar = 340 m/s. Use  $p = 3$ .

**8 Ufes** Um atirador ouve o ruído da bala atingindo um alvo 3 s após dispará-la com velocidade de 680 m/s. Sabendo que a velocidade do som é de 340 m/s, a distância, em metros, entre o atirador e o alvo é de:

A 340                                    D 1530  
 B 680                                    E 2040  
 C 1020

**9 ITA** Um avião a jato passa sobre um observador, em voo horizontal. Quando ele está exatamente na vertical que passa pelo observador, o som parece vir de um ponto atrás do avião, numa direção inclinada  $30^\circ$  com a vertical. Sendo  $v_s$  a velocidade do som, calcule a velocidade escalar do avião.

**10 Fuvest** Marta e Pedro combinaram encontrar-se em um certo ponto de uma autoestrada plana, para seguir viagem juntos. Marta, ao passar pelo marco zero

da estrada, constatou que, mantendo uma velocidade média de 80 km/h, chegaria na hora certa ao ponto de encontro combinado. No entanto, quando ela já estava no marco do quilômetro 10, ficou sabendo que Pedro tinha se atrasado e, só então, estava passando pelo marco zero, pretendendo continuar sua viagem a uma velocidade média de 100 km/h. Mantendo essas velocidades, seria previsível que os dois amigos se encontrassem próximos a um marco da estrada com indicação de

- A  $\boxed{\begin{matrix} \text{km} \\ 20 \end{matrix}}$                                     D  $\boxed{\begin{matrix} \text{km} \\ 50 \end{matrix}}$   
 B  $\boxed{\begin{matrix} \text{km} \\ 30 \end{matrix}}$                                     E  $\boxed{\begin{matrix} \text{km} \\ 60 \end{matrix}}$   
 C  $\boxed{\begin{matrix} \text{km} \\ 40 \end{matrix}}$

**11 AFA** Considere dois veículos deslocando-se em sentidos opostos, numa mesma rodovia. Um tem velocidade escalar de 60 km/h e o outro de 90 km/h, em valor absoluto.

Um passageiro viajando no veículo mais lento resolve cronometrar o tempo decorrido até que os veículos se cruzem e encontra o intervalo de 30 segundos. A distância, em km, de separação dos veículos no início da cronometragem era de:

- A 0,25                                    C 2,0  
 B 1,25                                    D 2,5

**12 UFC** Duas pessoas pegam simultaneamente escadas rolantes, paralelas, de mesmo comprimento  $\ell$ , em uma loja, sendo que uma delas desce e a outra sobe. A escada que desce tem velocidade  $v_A = 1$  m/s e a que sobe é  $v_B$ . Considere o tempo de descida da escada igual a 12 s. Sabendo-se que as pessoas se cruzam a  $\frac{1}{3}$  do

caminho percorrido pela pessoa que sobe, determine:

- a) a velocidade  $v_B$  da escada que sobe.  
 b) o comprimento das escadas.  
 c) a razão entre os tempos gastos na descida e na subida das pessoas.

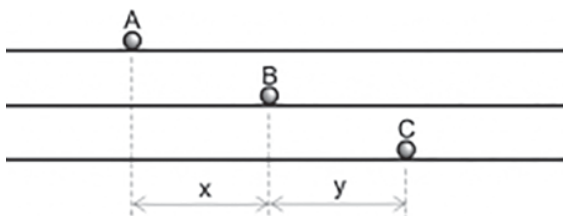
**13 Unifor** Aquiles e uma criança estão correndo na mesma estrada e no mesmo sentido. Num dado instante, Aquiles está 1,6 km atrás da criança, que passa por P. Quando Aquiles passa por P, a criança está 0,8 km adiante, passando por Q. Quando Aquiles passa por Q, a criança está em R, 0,4 km adiante e, assim, sucessivamente. Dessa forma, Aquiles alcançará a criança:

- A após um tempo infinito, pois a criança sempre estará na frente.  
 B 3,2 km depois de P.  
 C 2,4 km depois de P.  
 D 1,6 km depois de P.  
 E 1,5 km depois de P.

**14 FGV** De duas cidadezinhas ligadas por uma estrada reta de 10 km de comprimento, partem simultaneamente, uma em direção à outra, duas carroças, puxadas cada uma por um cavalo e andando à velocidade de 5 km/h. No instante de partida, uma mosca, que estava pousada na testa do primeiro cavalo, parte voando em linha reta, com velocidade de 15 km/h e vai pousar na testa do segundo cavalo. Após um intervalo de tempo desprezível, ela parte novamente e volta, com a mesma velocidade de antes, em direção ao primeiro cavalo, até pousar em sua testa. E assim prossegue nesse vaivém, até que os dois cavalos se encontram e a mosca morre esmagada entre as duas testas. Quantos quilômetros percorreu a mosca?

**15** Considere certo número de soldados dispostos em fila indiana, separados uns dos outros por uma distância constante  $d = 2$  m. Eles iniciam uma marcha com ritmo de 120 passos por minuto, obedecendo às batidas regulares de um tambor conduzido pelo primeiro da fila. Sabe-se que cada soldado inicia a sua marcha com o pé direito ao ouvir a primeira batida do tambor. Iniciada a marcha, observa-se, então, que o último soldado da fila (e somente ele) está rigorosamente dando seus passos com o pé trocado com relação ao primeiro da fila. Sendo a velocidade do som igual a 340 m/s, determine o número de soldados contidos na fila.

**16 AFA 2019** Três partículas, A, B e C, movimentam-se, com velocidades constantes, ao longo de uma mesma direção. No instante inicial,  $t_0 = 0$ , a distância entre A e B vale  $x$ , e entre B e C vale  $y$ , conforme indica a figura a seguir.



Em  $t = 2$  s, a partícula A cruza com a partícula B. Em  $t = 3$  s, a partícula A cruza com a partícula C. A partícula C alcançará a partícula B no instante dado pela relação

- A  $\frac{6y}{2y - x}$
- B  $\frac{6(y - x)}{2y - 3x}$
- C  $\frac{y - x}{3x}$
- D  $\frac{3y}{y - x}$

**17 Fuvest** Um automóvel e um ônibus trafegam em uma estrada plana mantendo velocidades constantes em torno de 100 km/h e 75 km/h, respectivamente. Os

dois veículos passam lado a lado em um posto de pedágio. Quarenta minutos  $\left(\frac{2}{3}$  de hora) depois, nessa mesma estrada, o motorista do ônibus vê o automóvel ultrapassá-lo. Ele supõe, então, que o automóvel deve ter realizado, nesse período, uma parada com duração aproximada de:

- A 4 minutos
- B 7 minutos
- C 10 minutos
- D 15 minutos
- E 25 minutos

**18 PUC-SP** Alberto saiu de casa para o trabalho exatamente às 7 horas, desenvolvendo, com seu carro, uma velocidade constante de 54 km/h. Pedro, seu filho, percebe imediatamente que o pai esqueceu sua pasta com documentos e, após 1 min de hesitação, sai para encontrá-lo, movendo-se também com velocidade constante. Excelente aluno em Física, calcula que, como saiu 1 min após o pai, demorará exatamente 3 min para alcançá-lo.

Para que isso seja possível, qual a velocidade escalar do carro de Pedro?

- A 60 km/h
- B 66 km/h
- C 72 km/h
- D 80 km/h
- E 90 km/h

**19 Famema 2020** De dentro do ônibus, que ainda fazia manobras para estacionar no ponto de parada, o rapaz, atrasado para o encontro com a namorada, a vê indo embora pela calçada. Quando finalmente o ônibus para e o rapaz desce, a distância que o separa da namorada é de 180 m.

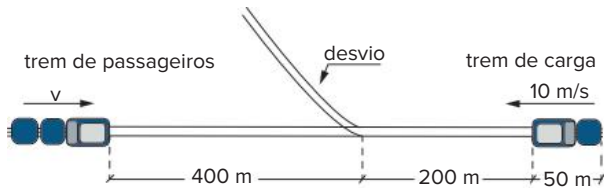
Sabendo que a namorada do rapaz se movimenta com velocidade constante de 0,5 m/s e que o rapaz pode correr com velocidade constante de 5 m/s, o tempo mínimo para que ele consiga alcançá-la é de

- A 10 s.
- B 45 s.
- C 25 s.
- D 50 s.
- E 40 s

**20 ESALQ** Dois navios,  $N_1$  e  $N_2$ , partem de um mesmo ponto e se deslocam sobre uma mesma reta com velocidades de 35 km/h e 25 km/h, em valores absolutos. A comunicação entre os dois navios é possível, pelo rádio, enquanto a distância entre eles não ultrapassar 600 km. Determine o tempo durante o qual os dois navios podem se comunicar, admitindo que:

- a) os dois navios partem ao mesmo tempo e movem-se no mesmo sentido.
- b) o navio mais lento parte 2 horas antes do outro e move-se no mesmo sentido que ele.
- c) os dois navios partem ao mesmo tempo e movem-se em sentidos opostos.

**21 UFRJ** Dois trens, um de carga e outro de passageiros, movem-se nos mesmos trilhos retilíneos, em sentidos opostos, um aproximando-se do outro, ambos com movimentos uniformes. O trem de carga, de 50 m de comprimento, tem uma velocidade de módulo igual a 10 m/s e o de passageiros, uma velocidade de módulo igual a  $v$ . O trem de carga deve entrar num desvio para que o de passageiros possa prosseguir viagem nos mesmos trilhos, como ilustra a figura. No instante focalizado, as distâncias das dianteiras dos trens ao desvio valem 200 m e 400 m, respectivamente.



Calcule o valor máximo de  $v$  para que não haja colisão.

**22 Unifap** Suponha que você esteja dirigindo um automóvel de 3 m de comprimento, em uma estrada, a uma velocidade de 90 km/h, e inicia a ultrapassagem sobre um caminhão de 12 m de comprimento, que trafega a 72 km/h à sua frente. Em segundos, o tempo aproximado necessário para você se colocar 1 m à frente do caminhão será:

- A 0,8
- B 1,4
- C 2,7
- D 3,2
- E 4,5

**23 UFC** Dois trens, de comprimentos 60 m e 90 m, correm em trilhos paralelos e em sentidos opostos. O trem menor move-se com o dobro da velocidade do maior, para um referencial fixo na Terra. Uma pessoa no trem menor observa que o trem maior gasta 2 s para passar por sua janela. Determine a velocidade, em m/s, do trem menor.

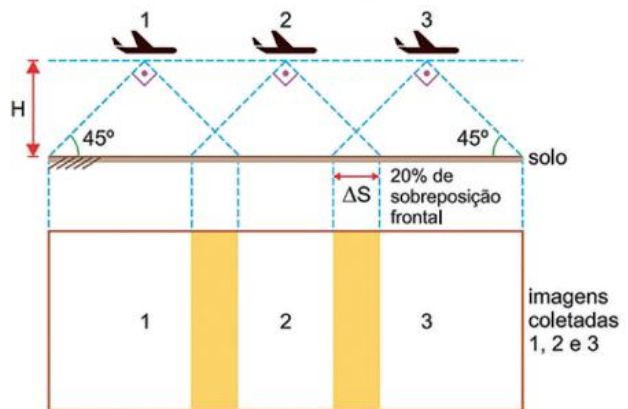
**24 UFSC** Um trem A, de 150 metros de comprimento, deslocando-se do sul para o norte, começa a atravessar uma ponte férrea de pista dupla, no mesmo instante em que um outro trem B, de 500 metros de comprimento, que se desloca do norte para o sul, inicia a travessia da ponte. O maquinista do trem A observa que seu trem se desloca com velocidade constante de 36 km/h, enquanto o maquinista do trem B verifica que o seu trem está a uma velocidade constante de 72 km/h, ambas as velocidades medidas em relação ao solo. Um observador, situado em uma das extremidades da ponte, observa que os trens completam a travessia da ponte ao mesmo tempo. Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 Como o trem B tem o dobro da velocidade do trem A, ele leva a metade do tempo para atravessar a ponte independentemente do comprimento dela.
- 02 A velocidade do trem A, em relação ao trem B, é de 108 km/h.
- 04 Não podemos calcular o comprimento da ponte, pois não foi fornecido o tempo gasto pelos trens para atravessá-la.
- 08 O comprimento da ponte é 200 metros.
- 16 Os trens atravessam a ponte em 35 segundos.
- 32 A velocidade do trem B, em relação ao trem A, é de 108 km/h.
- 64 O comprimento da ponte é 125 metros e os trens a atravessam em 15 segundos.

Soma:

**25 Enem 2019** A agricultura de precisão reúne técnicas agrícolas que consideram particularidades locais do solo ou lavoura a fim de otimizar o uso de recursos. Uma das formas de adquirir informações sobre essas particularidades é a fotografia aérea de baixa altitude realizada por um veículo aéreo não tripulado (vant). Na fase de aquisição é importante determinar o nível de sobreposição entre as fotografias. A figura ilustra como uma sequência de imagens é coletada por um vant e como são formadas as sobreposições frontais. 20% de sobreposição frontal

### Vant com câmera fotográfica



O operador do vant recebe uma encomenda na qual as imagens devem ter uma sobreposição frontal de 20% em um terreno plano. Para realizar a aquisição das imagens, seleciona uma altitude  $H$  fixa de voo de 1000 m, a uma velocidade constante de 50 ms<sup>-1</sup>. A abertura da câmera fotográfica do vant é de 90°. Considere  $\text{tg}(45^\circ) = 1$ .

Natural Resources Canada. *Concepts of Aerial Photography*. Disponível em: [www.nrcan.gc.ca](http://www.nrcan.gc.ca). Acesso em: 26 abr. 2019 (adaptado).

Com que intervalo de tempo o operador deve adquirir duas imagens consecutivas?

- A 40 segundos.
- B 32 segundos.
- C 28 segundos.
- D 16 segundos.
- E 8 segundos.





FRENTE 1

CAPÍTULO

3

## Movimento uniformemente variado

Um corpo em movimento uniformemente variado possui aceleração constante. Gotas de chuva em trajetória vertical estão sujeitas à aceleração da gravidade,  $g$ .



## Movimentos variados

Já estudamos no capítulo 2 o movimento em que a velocidade escalar instantânea é constante, chamado de movimento uniforme.

Mas na natureza é mais comum encontrarmos movimentos em que a velocidade escalar instantânea não é constante, ou seja, varia com o tempo. Esses movimentos são chamados de variados.

Se no movimento uniforme a velocidade escalar instantânea é constante e, portanto, igual à velocidade escalar média para qualquer intervalo de tempo, no movimento variado isso não acontece.

Sabemos que a grandeza velocidade escalar mede a variação de espaço em função do tempo. Temos necessidade agora de medir a variação da velocidade escalar. A grandeza responsável por essa medida é denominada aceleração escalar.

Do mesmo modo que para a velocidade escalar definimos velocidade média e instantânea, para a aceleração escalar definimos aceleração média e instantânea.

### ! Atenção

O conceito de aceleração é bastante conhecido no nosso dia a dia. Quando dizemos que precisamos acelerar o carro, queremos dizer que precisamos aumentar a sua velocidade, fazendo-a, portanto, variar. Se queremos diminuir a sua velocidade, variando-a também, dizemos que precisamos desacelerar o carro.

Neste capítulo, a palavra aceleração indica variação de velocidade, valendo tanto para o seu aumento, quanto para a sua diminuição.

**Observação:** Da mesma forma que a velocidade pode variar, a aceleração também pode variar. Porém, a variação da aceleração não será medida por nenhuma grandeza em especial.

## Aceleração

### Aceleração escalar média

Vamos começar analisando um exemplo. Se um automóvel, em uma viagem, passou da velocidade de 40 km/h para a velocidade de 100 km/h em 6 minutos, podemos dizer que o carro aumentou, em média, 10 km/h em sua velocidade a cada minuto.

Daí afirmamos que a aceleração média do automóvel foi:

$$\frac{10 \text{ km/h}}{1 \text{ min}} = \frac{10 \text{ km/h}}{\frac{1}{60} \text{ h}} = \frac{10 \cdot 60 \text{ km/h}}{\text{h}} = 600 \text{ km/h}^2$$

É importante observar que o automóvel não aumentou necessariamente 10 km/h a cada minuto. Ele pode ter aumentado 45 km/h nos 3 primeiros minutos e mais 15 km/h nos 3 minutos seguintes.

De um modo geral, se um corpo tem velocidade  $v_1$  no instante  $t_1$  e velocidade  $v_2$  no instante  $t_2$ , a aceleração média ( $a_m$ ) é definida como sendo a razão entre a variação de velocidade ( $\Delta v$ ) e a variação de tempo ( $\Delta t$ ):

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

onde  $\Delta v = v_2 - v_1$  e  $\Delta t = t_2 - t_1$ .

Daí vem que a unidade de medida de aceleração é a razão entre a unidade de medida de velocidade e a unidade de medida de tempo:

$$u(a) = \frac{u(v)}{u(t)}$$

$$\text{No SI: } u(a) = \frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \text{m/s}^2$$

### ! Atenção

Sobre o sinal da aceleração escalar média, podemos observar que, como  $\Delta t$  é sempre positivo, pois  $t_2 > t_1$ , o sinal de  $\Delta v$  determina o sinal de  $a_m$ :

$$\text{se } v_2 > v_1 \Rightarrow \Delta v > 0 \Rightarrow a_m > 0$$

$$\text{se } v_2 < v_1 \Rightarrow \Delta v < 0 \Rightarrow a_m < 0$$

$$\text{se } v_2 = v_1 \Rightarrow \Delta v = 0 \Rightarrow a_m = 0$$

## Aceleração escalar instantânea

No caso do automóvel que aumentou sua velocidade de 40 km/h para 100 km/h em 6 minutos, a aceleração média foi de 600 km/h<sup>2</sup>. Porém, isso não significa que em todo instante a aceleração foi de 600 km/h<sup>2</sup>. O automóvel pode ter mantido sua velocidade constante por algum intervalo de tempo, ou até diminuído sua velocidade ao encontrar um caminho à sua frente.

Para sabermos a aceleração do móvel em todo instante, a aceleração escalar média não nos serve; precisamos conhecer a aceleração escalar instantânea.

A aceleração escalar instantânea pode ser definida como a aceleração escalar média quando o intervalo de tempo se torna extremamente pequeno, ou seja, tendendo a zero ( $\Delta t \rightarrow 0$ ).

Nesse caso,  $\Delta v$  também tende a zero, porém o quociente  $\frac{\Delta v}{\Delta t}$  tende a um valor limite, que é a aceleração escalar instantânea:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} a_m$$

Logo:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

### ! Atenção

Se, em todos os instantes, a velocidade escalar instantânea é constante (movimento uniforme), a aceleração escalar instantânea é nula.

## Movimento acelerado e movimento retardado

### Movimento acelerado

O movimento de um corpo é acelerado se ele se move cada vez mais rapidamente com o passar do tempo.

Dessa forma, definimos o movimento como acelerado quando o módulo da velocidade escalar aumenta com o tempo:  $|v|$  aumenta.

**Observação:** Não devemos confundir esse conceito com velocidade cada vez maior, pois um corpo cuja velocidade passa de  $-20$  km/h para  $-60$  km/h está acelerando, apesar de  $-60$  km/h ser menor que  $-20$  km/h. Acelerar significa aumentar o módulo!

O movimento acelerado pode ser progressivo ou retrógrado. Para mostrar isso, vamos tomar como exemplo um automóvel que tem sua velocidade alterada de  $60$  km/h para  $90$  km/h. É claro que esse movimento é acelerado, pois há um aumento do módulo da velocidade escalar.

a. Se orientarmos a trajetória no sentido do movimento do carro:



Fig. 1 Movimento acelerado progressivo.

A velocidade escalar é sempre positiva ( $v > 0$ ), pois o móvel se desloca no mesmo sentido da orientação positiva da trajetória, o que implica o movimento ser **progressivo**.

$$\Delta v = v_2 - v_1 = (+90 \text{ km/h}) - (+60 \text{ km/h}) = +30 \text{ km/h}$$

Logo:  $\Delta v > 0$ .

Como  $\Delta t > 0$ , então  $a_m > 0$ .

Assim, no movimento progressivo acelerado:  $v > 0$  e  $a > 0$ .

b. Se orientarmos a trajetória no sentido contrário ao do movimento do carro:



Fig. 2 Movimento acelerado retrógrado.

A velocidade escalar é sempre negativa ( $v < 0$ ), pois o móvel se desloca no sentido contrário ao da orientação positiva da trajetória, o que implica o movimento ser **retrógrado**.

$$\Delta v = v_2 - v_1 = (-90 \text{ km/h}) - (-60 \text{ km/h}) = -30 \text{ km/h}$$

Logo:  $\Delta v < 0$ .

Como  $\Delta t > 0$ , então  $a_m < 0$ .

Assim, no movimento retrógrado acelerado:  $v < 0$  e  $a < 0$ .

## Movimento retardado

O movimento de um corpo é retardado se ele se move cada vez mais lentamente com o passar do tempo.

Dessa forma, definimos o movimento como retardado quando o módulo da velocidade escalar diminui com o tempo:  $|v|$  diminui.

**Observação:** Não devemos confundir esse conceito com velocidade cada vez menor, pois um corpo cuja velocidade passa de  $-60$  km/h para  $-20$  km/h está retardando, apesar de  $-20$  km/h ser maior que  $-60$  km/h. Retardar significa diminuir o módulo!

O movimento retardado também pode ser progressivo ou retrógrado. Para mostrar isso, vamos tomar como exemplo um automóvel que tem sua velocidade alterada de  $90$  km/h para  $60$  km/h. É claro que esse movimento é retardado, pois há uma diminuição do módulo da velocidade escalar.

a. Se orientarmos a trajetória no sentido do movimento do carro:



Fig. 3 Movimento retardado progressivo.

A velocidade escalar é sempre positiva ( $v > 0$ ), pois o móvel se desloca no mesmo sentido da orientação positiva da trajetória, o que implica o movimento ser **progressivo**.

$$\Delta v = v_2 - v_1 = (+60 \text{ km/h}) - (+90 \text{ km/h}) = -30 \text{ km/h}$$

Logo:  $\Delta v < 0$ .

Como  $\Delta t > 0$ , então  $a_m < 0$ .

Assim, no movimento progressivo retardado:  $v > 0$  e  $a < 0$ .

b. Se orientarmos a trajetória no sentido contrário ao do movimento do carro:



Fig. 4 Movimento retardado retrógrado.

A velocidade escalar é sempre negativa ( $v < 0$ ), pois o móvel se desloca no sentido contrário ao da orientação positiva da trajetória, o que implica o movimento ser **retrógrado**.

$$\Delta v = v_2 - v_1 = (-60 \text{ km/h}) - (-90 \text{ km/h}) = +30 \text{ km/h}$$

Logo:  $\Delta v > 0$ .

Como  $\Delta t > 0$ , então  $a_m > 0$ .

Assim, no movimento retrógrado retardado:  $v < 0$  e  $a > 0$ .

Vemos que o sinal da aceleração escalar não define sozinho se um movimento é acelerado ou retardado. Ao contrário, o sinal da velocidade escalar define sozinho se

um movimento é progressivo ou retrógrado:  $v > 0$  (progressivo) e  $v < 0$  (retrógrado), como visto no capítulo anterior.

### Atenção

- se os sinais de velocidade e aceleração são os mesmos, temos movimento acelerado:  
( $v > 0$  e  $a > 0$ ) ou ( $v < 0$  e  $a < 0$ ).
- se os sinais de velocidade e aceleração são contrários, temos movimento retardado:  
( $v > 0$  e  $a < 0$ ) ou ( $v < 0$  e  $a > 0$ ).

**Observação:** Um mesmo movimento pode ser progressivo ou retrógrado, dependendo da escolha da orientação da trajetória, porém essa escolha não interfere na classificação de movimento acelerado ou retardado.

## Movimento uniformemente variado (MUV)

O movimento uniformemente variado é aquele em que a aceleração escalar instantânea é constante e diferente de zero.

Novamente não fazemos qualquer restrição quanto à trajetória do corpo. Se a trajetória do MUV for uma reta, teremos um movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV). Se a trajetória do MUV for uma circunferência, teremos um movimento circular uniformemente variado (MCUV).

Um exemplo de movimento uniformemente variado é o de uma bola em queda livre, que será visto ainda neste capítulo.

Como a aceleração escalar instantânea é constante, a aceleração escalar média será também constante e igual à aceleração escalar instantânea no MUV:

$$a_m = a \Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Dessa forma, para intervalos de tempo iguais, o móvel em MUV tem variações de velocidade iguais.

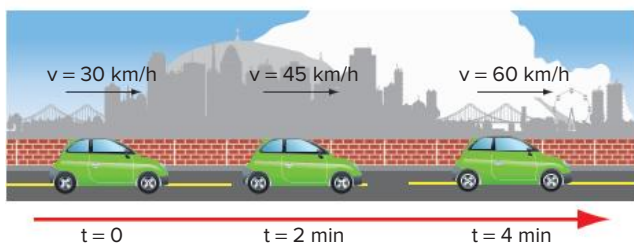


Fig. 5  $\Delta v$  iguais para  $\Delta t$  iguais.

### Função horária da velocidade no MUV

No MUV, temos:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t},$$

pois a aceleração escalar instantânea coincide com a aceleração escalar média.

Se um móvel, no instante  $t_0$  (início do movimento), possui velocidade  $v_0$  (velocidade inicial) e, em um instante qualquer  $t$ , possui velocidade  $v$ , então:

$$\Delta v = v - v_0 \text{ e } \Delta t = t - t_0$$

Para simplificar, vamos tomar o início do movimento na origem dos tempos:  $t_0 = 0$ .

Assim:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{v - v_0}{t - 0} \Rightarrow a \cdot t = v - v_0$$

Logo:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

Essa é a função horária da velocidade no movimento uniformemente variado, expressão do 1º grau, em que:

- $v$  é a velocidade para um instante qualquer  $t$ .
- $v_0$  é a velocidade para o instante  $t = 0$ .
- $a$  é a aceleração escalar instantânea e diferente de zero.
- $v_0$  e  $a$  são constantes.

### Atenção

Se tomarmos o início do movimento em  $t_0 \neq 0$ , a função horária da velocidade no movimento uniformemente variado é expressa por:

$$v = v_0 + a \cdot (t - t_0)$$

onde  $v_0$  é a velocidade para o instante  $t_0 \neq 0$ .

## Função horária do espaço no MUV

Vamos tomar um móvel cujo espaço e velocidade no instante  $t = 0$  são respectivamente iguais a  $s_0$  e  $v_0$ . No instante qualquer  $t$ , espaço e velocidade são respectivamente iguais a  $s$  e  $v$ .

O gráfico da velocidade em função do tempo no MUV ( $v = v_0 + a \cdot t$ ), para uma aceleração positiva, é dado por:

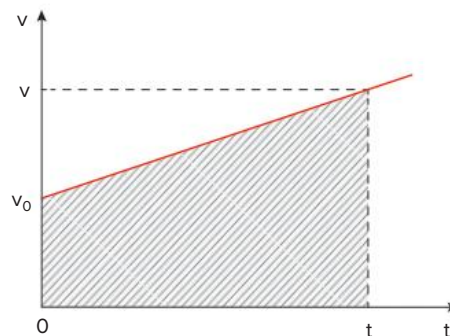


Fig. 6 Área no gráfico  $v \times t$ .

Para deduzir a função horária do espaço, vamos utilizar um conceito que será melhor fixado no capítulo 4.

A área hachurada no gráfico acima é numericamente igual à variação do espaço  $\Delta s$  no intervalo de tempo  $\Delta t$ .

Temos a figura hachurada de um trapézio, cuja área é dada por:

$$A = \frac{(\text{base maior} + \text{base menor}) \cdot \text{altura}}{2}$$

$$\text{Logo: } \Delta s = \frac{(v + v_0)}{2} \cdot \Delta t$$

$$\text{Mas: } \Delta t = t - 0 = t \Rightarrow \Delta s = \frac{(v + v_0)}{2} \cdot t$$

Sabemos que a velocidade  $v$  para um instante qualquer  $t$  é dada por:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

Logo:

$$\Delta s = \frac{(v_0 + a \cdot t + v_0)}{2} \cdot t = \frac{(2v_0 + a \cdot t)}{2} \cdot t = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$\Delta s = s - s_0 \Rightarrow s - s_0 = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

Logo:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

Essa é a função horária do espaço no movimento uniformemente variado, expressão do 2º grau, em que:

- $s$  é o espaço para um instante qualquer  $t$ .
- $s_0$  é o espaço para o instante  $t = 0$ .
- $v_0$  é a velocidade para o instante  $t = 0$ .
- $a$  é a aceleração escalar instantânea e diferente de zero.
- $s_0$ ,  $v_0$  e  $a$  são constantes.

### Atenção

Se tomarmos o início do movimento em  $t_0 \neq 0$ , a função horária do espaço no movimento uniformemente variado é expressa por:

$$s = s_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{a}{2} \cdot (t - t_0)^2$$

onde  $s_0$  e  $v_0$  são, respectivamente, o espaço e a velocidade para o instante  $t_0 \neq 0$ .

Se conhecemos a função horária do espaço, podemos determinar os valores de  $s_0$ ,  $v_0$  e  $a$ , e também a função horária da velocidade. Observe a tabela 1, em que as unidades estão expressas no Sistema Internacional.

$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$	$s_0$	$v_0$	$a$	$v = v_0 + a \cdot t$
$s = 4 - 3t + t^2$	4 m	-3 m/s	2 m/s <sup>2</sup>	$v = -3 + 2t$
$s = -2 + 5t + 3t^2$	-2 m	5 m/s	6 m/s <sup>2</sup>	$v = 5 + 6t$
$s = 5 - 2t^2$	5 m	0	-4 m/s <sup>2</sup>	$v = -4t$
$s = 6t - t^2$	0	6 m/s	-2 m/s <sup>2</sup>	$v = 6 - 2t$
$s = 4t^2$	0	0	8 m/s <sup>2</sup>	$v = 8t$

Tab. 1 Determinação de  $s_0$ ,  $v_0$ ,  $a$  e  $v$  a partir da função horária.

Por outro lado, se conhecermos a função horária da velocidade, podemos determinar os valores de  $v_0$  e  $a$ , e, se conhecermos também o valor de  $s_0$ , podemos determinar a função horária do espaço.

## Velocidade escalar média

Somente no MU a velocidade escalar média é igual à velocidade escalar instantânea. Para calcularmos a velocidade escalar média entre os instantes  $t_1$  e  $t_2$  quaisquer de um MUV, temos:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Da equação horária do espaço:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

para  $t = t_1$ :  $s_1 = s_0 + v_0 \cdot t_1 + \frac{a}{2} \cdot t_1^2$

para  $t = t_2$ :  $s_2 = s_0 + v_0 \cdot t_2 + \frac{a}{2} \cdot t_2^2$

$$\Delta s = s_2 - s_1$$

$$\Delta s = \left( s_0 + v_0 \cdot t_2 + \frac{a}{2} \cdot t_2^2 \right) - \left( s_0 + v_0 \cdot t_1 + \frac{a}{2} \cdot t_1^2 \right)$$

$$= v_0 \cdot t_2 - v_0 \cdot t_1 + \frac{a}{2} \cdot t_2^2 - \frac{a}{2} \cdot t_1^2$$

$$= v_0 \cdot (t_2 - t_1) + \frac{a}{2} \cdot (t_2^2 - t_1^2)$$

$$= v_0 \cdot (t_2 - t_1) + \frac{a}{2} \cdot (t_2 + t_1) \cdot (t_2 - t_1)$$

$$= (t_2 - t_1) \cdot \left[ v_0 + \frac{a}{2} \cdot (t_2 + t_1) \right]$$

Como  $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$  e  $\Delta t = t_2 - t_1$ , temos:

$$v_m = \frac{(t_2 - t_1) \cdot \left[ v_0 + \frac{a}{2} \cdot (t_2 + t_1) \right]}{(t_2 - t_1)}$$

$$= v_0 + \frac{a}{2} \cdot (t_2 + t_1) = \frac{2v_0 + a \cdot t_2 + a \cdot t_1}{2}$$

$$= \frac{(v_0 + a \cdot t_1) + (v_0 + a \cdot t_2)}{2}$$

Mas:  $v = v_0 + a \cdot t$

Logo:  $v_1 = v_0 + a \cdot t_1$  e  $v_2 = v_0 + a \cdot t_2$

Então:

$$v_m = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

### Atenção

Essa dedução permite-nos concluir que, no caso particular do MUV, e apenas nele, a velocidade escalar média entre dois instantes quaisquer pode ser calculada como a média aritmética entre as velocidades escalares instantâneas nesses dois instantes.

Nos casos em que a velocidade instantânea variar de forma não linear com o tempo, a velocidade média deverá ser unicamente calculada de acordo com a expressão:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

## Equação de Torricelli

Em muitos casos do MUV é interessante resolver um problema sem a necessidade de utilizar o tempo nos cálculos; isso se faz relacionando diretamente a velocidade com o espaço.

No MUV:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \quad (I)$$

$$v = v_0 + a \cdot t \quad (II)$$

Isolando o valor de  $t$  na equação (II):

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

Substituindo na equação (I):

$$s = s_0 + v_0 \cdot \left( \frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{a}{2} \cdot \left( \frac{v - v_0}{a} \right)^2$$

$$s - s_0 = \frac{v_0 \cdot v - v_0^2}{a} + \frac{a}{2} \cdot \frac{(v^2 - 2 \cdot v \cdot v_0 + v_0^2)}{a^2}$$

$$= \frac{2 \cdot v_0 \cdot v - 2 \cdot v_0^2}{2 \cdot a} + \frac{v^2 - 2 \cdot v \cdot v_0 + v_0^2}{2 \cdot a}$$

$$s - s_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a} \Rightarrow (s - s_0) \cdot 2a = v^2 - v_0^2$$

Se  $\Delta s = s - s_0$ , então:

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s$$

que é a equação de Torricelli, em que:

- $v$  é a velocidade para um instante qualquer  $t$ .
- $\Delta s$  é a variação de espaço entre o instante  $t = 0$  e um instante qualquer  $t$ .
- $v_0$  é a velocidade para o instante  $t = 0$ .
- $a$  é a aceleração escalar instantânea e diferente de zero.
- $v_0$  e  $a$  são constantes.

**Observação:** A equação de Torricelli não se altera quando  $t_0 \neq 0$ .

## Movimento vertical no vácuo

Um corpo que é lançado verticalmente no vácuo (para cima ou para baixo), ou simplesmente abandonado (ou seja, é solto, sem velocidade inicial), sofre a ação de uma aceleração, denominada aceleração da gravidade ( $g$ ).

O valor da aceleração da gravidade varia com a altitude e a latitude. Porém, se o movimento se der em uma região onde estas duas variáveis têm pequenas mudanças, podemos considerar a aceleração da gravidade constante.

Sendo assim, o lançamento vertical no vácuo pode ser estudado como um caso particular de movimento uniformemente variado.

Podemos observar que um corpo em movimento vertical para cima, sujeito exclusivamente à aceleração da gravidade, tem o módulo de sua velocidade reduzido durante a subida, o que constitui um movimento retardado.

Do mesmo modo, um corpo em movimento vertical para baixo, sujeito exclusivamente à aceleração da gravidade, tem o módulo de sua velocidade aumentado durante a descida, o que constitui um movimento acelerado.

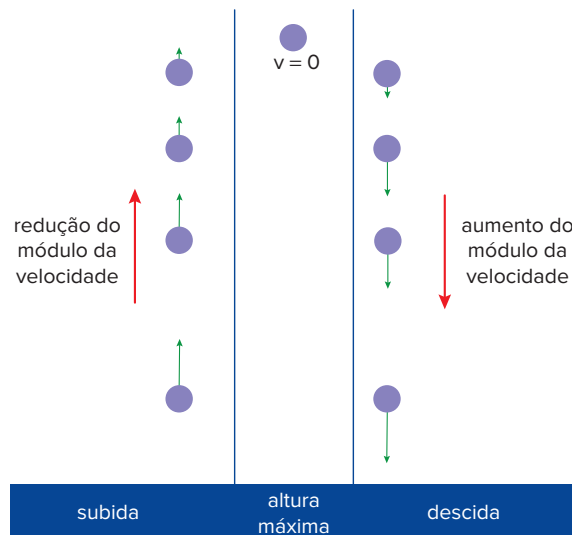


Fig. 7 Variações do módulo da velocidade em lançamento vertical.



### ! Atenção

Se o movimento não for no vácuo, o ar faz resistência ao deslocamento do corpo. Por enquanto, nós desconsideraremos os efeitos da resistência do ar em nosso estudo.

É muito importante, na resolução de um problema, a atenção aos sinais das grandezas físicas: espaço, velocidade e aceleração, de acordo com a origem e a orientação escolhidas para a trajetória. Vale lembrar que essas escolhas não alteram o resultado do exercício ou o próprio movimento.

Senão vejamos:

Se orientamos a trajetória para cima, enquanto o corpo sobe, a velocidade é positiva ( $v > 0$ ), pois o corpo se movimenta no mesmo sentido da trajetória. Como o movimento de subida é retardado,  $a$  e  $v$  devem ter sinais contrários, ou seja, se  $v > 0$ , então  $a < 0$ . Enquanto o corpo desce, a velocidade é negativa ( $v < 0$ ), pois o corpo se movimenta no sentido contrário ao da trajetória. Como o movimento de descida é acelerado,  $a$  e  $v$  devem ter os mesmos sinais, ou seja, se  $v < 0$ , então  $a < 0$ .

Daí concluímos que, para a orientação da trajetória para cima, a aceleração da gravidade é sempre negativa, quer na subida ou na descida; o que muda na inversão do sentido do movimento é o sinal da velocidade e não da aceleração.

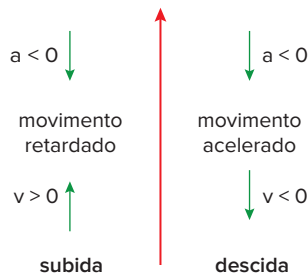


Fig. 8 Lançamento vertical com orientação positiva para cima.

Se orientamos a trajetória para baixo, enquanto o corpo sobe, a velocidade é negativa ( $v < 0$ ), pois o corpo se movimenta no sentido contrário ao da trajetória. Como o movimento de subida é retardado,  $a$  e  $v$  devem ter sinais contrários, ou seja, se  $v < 0$ , então  $a > 0$ . Enquanto o corpo desce, a velocidade é positiva ( $v > 0$ ), pois o corpo se movimenta no mesmo sentido da trajetória. Como o movimento de descida é acelerado,  $a$  e  $v$  devem ter os mesmos sinais, ou seja, se  $v > 0$ , então  $a > 0$ .

Daí concluímos que, para a orientação da trajetória para baixo, a aceleração da gravidade é sempre positiva, quer na subida ou na descida; o que muda na inversão do sentido do movimento é, novamente, o sinal da velocidade e não da aceleração.

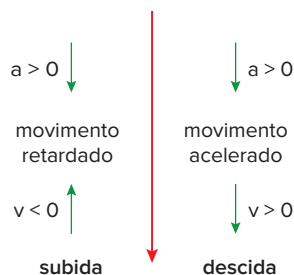


Fig. 9 Lançamento vertical com orientação positiva para baixo.

### ! Atenção

Dessa forma, as equações que descrevem o movimento vertical no vácuo são:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s$$

$a = -g$  quando a trajetória é orientada para cima e

$a = +g$  quando a trajetória é orientada para baixo

Determinaremos agora alguns parâmetros no lançamento vertical, com conclusões muito importantes para o nosso estudo.

### Altura máxima

Se um corpo é lançado para cima com velocidade inicial  $v_0$ , a altura máxima é atingida quando há inversão no sentido do movimento, ou seja, quando a velocidade se anula ( $v = 0$ ).

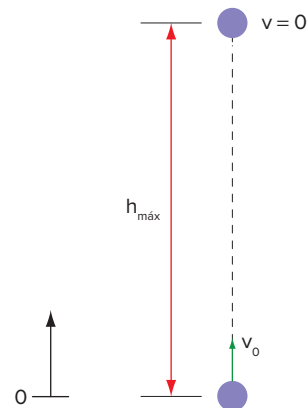


Fig. 10 Altura máxima.

Se orientamos a trajetória para cima, com base na equação de Torricelli, temos:

$$v^2 = v_0^2 - 2g \cdot \Delta s$$

Mas:

$$v = 0 \text{ e } \Delta s = h_{\text{máx}} \quad 0 = h_{\text{máx}}$$

Logo:

$$0 = v_0^2 - 2g \cdot h_{\text{máx}}$$

$$h_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{2g}$$

### Tempo de subida

Utilizando para o mesmo problema anterior a equação horária da velocidade, temos:

$$v = v_0 - g \cdot t$$

Ao atingir a altura máxima, a velocidade é nula:

$$v = 0$$

Logo, o tempo de subida,  $t_s$ , será:

$$0 = v_0 - g \cdot t_s$$

$$t_s = \frac{v_0}{g}$$

## Velocidade ao passar por altura $h$ qualquer

Se um corpo é lançado para cima com velocidade inicial  $v_0$ , queremos saber a sua velocidade  $v$  ao passar por uma altura  $h$  qualquer.

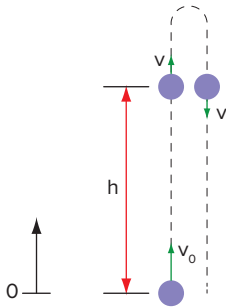


Fig. 11 Velocidade em um ponto qualquer da trajetória.

Se orientamos a trajetória para cima, com base na equação de Torricelli, temos:

$$v^2 = v_0^2 - 2g \cdot \Delta s \Rightarrow v^2 = v_0^2 - 2g \cdot h$$

$$v = \pm \sqrt{v_0^2 - 2g \cdot h}$$

Portanto, há dois valores de velocidade que satisfazem o problema. Isso significa que as velocidades de um corpo ao passar pela mesma altura na subida e na descida são iguais em módulo, mas de sentidos contrários.

Assim, de acordo com a orientação escolhida na figura 11:

$v_s = +\sqrt{v_0^2 - 2g \cdot h}$ : a velocidade ao passar por  $h$  na subida é positiva.

$v_d = -\sqrt{v_0^2 - 2g \cdot h}$ : a velocidade ao passar por  $h$  na descida é negativa.

## Tempo de subida e descida entre dois pontos quaisquer

Se um corpo é lançado para cima com velocidade inicial  $v_A$  de um ponto A qualquer e queremos saber qual o tempo necessário para atingir um ponto B na subida, por onde passa com velocidade  $v_B$ , temos, com orientação positiva para cima:

$$v_B = v_A - g \cdot t_{AB} \Rightarrow t_{AB} = \frac{v_A - v_B}{g}$$

Na descida, o corpo passa por B com velocidade  $-v_B$  e por A com velocidade  $-v_A$ . Se queremos saber o tempo para ir de B a A:

$$-v_A = -v_B - g \cdot t_{BA} \Rightarrow t_{BA} = \frac{v_A - v_B}{g}$$

Logo:  $t_{AB} = t_{BA}$

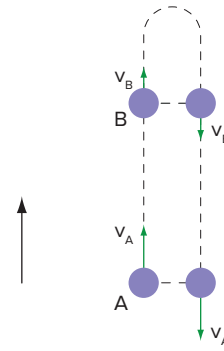


Fig. 12 Passagem de partícula por duas posições iguais na subida e na descida.

Esse resultado também é muito importante, pois nos diz que os intervalos de tempo que um corpo leva para passar por dois pontos, na subida ou na descida, são iguais.

## Exercícios resolvidos

- 1 Um móvel se desloca em MUV com seus espaços variando com o tempo de acordo com a seguinte função:

$$s = -5 + 6t - t^2 \text{ (SI)}$$

Determine:

- o espaço inicial ( $s_0$ ), a velocidade inicial ( $v_0$ ) e a aceleração ( $a$ ).
- o instante em que o móvel passa pela origem dos espaços.
- a função horária da velocidade.
- o instante em que a velocidade se anula.
- a posição no instante em que a velocidade se anula.
- a velocidade média entre 0 e 3 s.

**Resolução:**

- A função horária do espaço no MUV é dada por:  
 $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$   
 Do exercício:  
 $s = -5 + 6t - t^2$   
 Comparando os termos:  
 $s_0 = -5 \text{ m}$   
 $v_0 = 6 \text{ m/s}$   
 $\frac{1}{2} a = -1 \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$
- Na origem dos espaços:  
 $s = 0 \Rightarrow -5 + 6t - t^2 = 0$   
 resolvendo a equação do 2º grau:  
 $t = 1 \text{ s}$  ou  $t = 5 \text{ s}$   
 ou seja, o móvel passa duas vezes pela origem dos espaços.
- Sabemos que:  
 $v = v_0 + at \Rightarrow v = 6 - 2t$
- $v = 0 \Rightarrow 6 - 2t = 0 \Rightarrow 2t = 6 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$
- Para  $t = 3 \text{ s}$ , temos:  
 $s = -5 + 6 \cdot 3 - 3^2 \Rightarrow s = 4 \text{ m}$
- $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$   
 $t = 0: s_0 = -5 \text{ m}$   
 $t = 3 \text{ s}: s_1 = 4 \text{ m}$

Logo:

$$\Delta s = 4 \text{ m} - (-5 \text{ m}) = 9 \text{ m}$$

$$\Delta t = 3 \text{ s} - 0 = 3 \text{ s}$$

Daí:

$$v_m = \frac{9 \text{ m}}{3 \text{ s}} \Rightarrow v_m = 3 \text{ m/s}$$

Também no MUV é válido dizer:

$$v_m = \frac{v_0 + v_1}{2}$$

$$t = 0: v_0 = 6 \text{ m/s}$$

$$t = 3 \text{ s}: v_1 = 0$$

Daí:

$$v_m = \frac{6+0}{2} \Rightarrow v_m = 3 \text{ m/s}$$

- 2** Um carro é freado quando estava em uma velocidade de 72 km/h e para em 10 s. Determine:

- a aceleração escalar média.
- a distância percorrida pelo carro até parar.

**Resolução:**

$$v_0 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$

para a parada:

$$v = 0 \text{ em } t = 10 \text{ s}$$

- a) Sabemos que:

$$v = v_0 + at \Rightarrow 0 = 20 + a \cdot 10$$

$$a = -2 \text{ m/s}^2$$

Logo, há desaceleração com módulo igual a 2 m/s<sup>2</sup>.

- b) Da equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s \Rightarrow 0^2 = 20^2 + 2 \cdot (-2) \cdot \Delta s$$

$$4\Delta s = 400 \Rightarrow \Delta s = 100 \text{ m}$$

- 3** Dois móveis se deslocam na mesma trajetória segundo as seguintes funções horárias:

$$s_A = 6 - 2t - t^2 \text{ e } s_B = -3 - 8t + 2t^2 \text{ (SI)}$$

Determine:

- o instante do encontro.
- os espaços de A e B nesse instante.
- as velocidades de A e B nesse instante.

**Resolução:**

- a) No encontro:

$$s_A = s_B \Rightarrow 6 - 2t - t^2 = -3 - 8t + 2t^2$$

$$3t^2 - 6t - 9 = 0 \Rightarrow t^2 - 2t - 3 = 0$$

resolvendo a equação do 2º grau:

$$t = -1 \text{ s (não convém, pois o movimento começa em } t = 0)$$

$$t = 3 \text{ s}$$

- b) Como  $s_A = s_B$ , podemos calcular qualquer um dos dois:

$$s_A = 6 - 2 \cdot 3 - 3^2 \Rightarrow s_A = -9 \text{ m e } s_B = -9 \text{ m}$$

- c) Com base nas equações de espaço de A e B, obtemos:

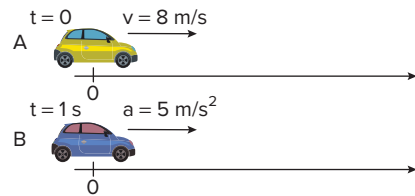
$$v_A = -2 - 2t \text{ e } v_B = -8 + 4t$$

$$t = 3 \text{ s}: v_A = -2 - 2 \cdot 3 \Rightarrow v_A = -8 \text{ m/s}$$

$$t = 3 \text{ s}: v_B = -8 + 4 \cdot 3 \Rightarrow v_B = 4 \text{ m/s}$$

- 4** Um móvel A parte de um ponto com velocidade constante e igual a 8 m/s. Um segundo depois, parte do repouso, a partir do mesmo ponto, um móvel B com aceleração constante e igual a 5 m/s<sup>2</sup>. Determine:

- o instante do encontro.
- a velocidade de B nesse instante.
- o espaço onde ocorre o encontro.



**Resolução:**

- Para o corpo A:  
 $s_0 = 0; v = 8 \text{ m/s}; t_0 = 0; a = 0$

Logo:

$$s_A = 8t$$

- Para o corpo B:  
 $s_0 = 0; v_0 = 0; t_0 = 1 \text{ s}; a = 5 \text{ m/s}^2$

Logo:

$$s_B = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (t-1)^2$$

- a) No encontro:

$$s_A = s_B \Rightarrow 8t = \frac{5}{2}(t-1)^2$$

$$16t = 5t^2 - 10t + 5 \Rightarrow 5t^2 - 26t + 5 = 0$$

Resolvendo a equação do 2º grau:

$$t = 0,2 \text{ s (não convém, pois B só inicia seu movimento em } t = 1 \text{ s)}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

- b)  $s_B = \frac{5}{2} \cdot (t-1)^2$   $v_B = 5 \cdot (t-1)$

$$t = 5 \text{ s}: v_B = 5 \cdot (5-1) \Rightarrow v_B = 20 \text{ m/s}$$

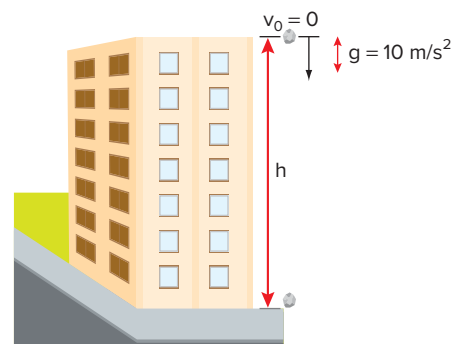
- c)  $s_A = 8 \cdot 5 \Rightarrow s_A = 40 \text{ m e } s_B = 40 \text{ m}$

- 5** Uma pedra é abandonada do alto de um edifício e leva 2 s para atingir o solo. Determine, considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$ :

- a altura do edifício.
- a velocidade com que a pedra atinge o solo.

**Resolução:**

Vamos escolher a origem da trajetória no alto do edifício:



- a) Com base nos dados do problema, temos:

$$s = h; s_0 = 0; v_0 = 0 \text{ e } a = 10 \text{ m/s}^2$$

Mas:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Logo:

$$h = 5t^2$$

$$t = 2 \text{ s: } h = 5 \cdot 2^2 \Rightarrow h = 20 \text{ m}$$

- b) Temos ainda:

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = 10 \cdot t$$

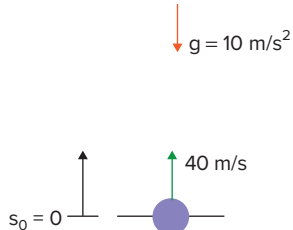
$$t = 2 \text{ s: } v = 10 \cdot 2 \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$

- 6 Um corpo é arremessado verticalmente para cima, do solo, com velocidade escalar igual a 40 m/s. Desprezando a resistência do ar e adotando  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , determine:

- as funções horárias do espaço e da velocidade.
- o tempo de subida.
- o instante em que o corpo chega ao solo.
- a altura máxima atingida.
- a velocidade do corpo ao atingir o solo.
- o espaço e o sentido do movimento do corpo para  $t = 5 \text{ s}$ .
- o instante em que o corpo passa pela altura de 60 m.

#### Resolução:

Vamos primeiramente escolher a orientação da trajetória para cima com origem no solo:



- a) Com base nos dados do problema, temos:

$$s_0 = 0; v_0 = 40 \text{ m/s}; a = -10 \text{ m/s}^2$$

Mas:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \text{ e } v = v_0 + at$$

Logo:

$$s = 40t - 5t^2 \text{ e } v = 40 - 10t$$

- O tempo de subida é aquele necessário para que  $v = 0$ :  
 $0 = 40 - 10t_s \Rightarrow t_s = 4 \text{ s}$
- Como o tempo de subida é igual ao tempo de descida, então  $t_d = 4 \text{ s}$ .  
 Logo, o tempo para o corpo chegar ao solo é:  
 $t = t_s + t_d \Rightarrow t = 8 \text{ s}$   
 Esse valor também pode ser obtido fazendo  $s = 0$ :  
 $0 = 40t - 5t^2$   
 Resolvendo a equação do 2º grau:  
 $t = 0$  (instante do lançamento)  
 $t = 8 \text{ s}$
- A altura máxima é o valor de  $s$  quando  $t = 4 \text{ s}$ :  
 $h_{\text{máx}} = 40 \cdot 4 - 5 \cdot 4^2 \Rightarrow h_{\text{máx}} = 80 \text{ m}$

Esse valor também pode ser obtido pela equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s$$

Mas:

$$v = 0; v_0 = 40 \text{ m/s e } a = -10 \text{ m/s}^2$$

Com:

$$\Delta s = h_{\text{máx}} \quad 0 = h_{\text{máx}}$$

Logo:

$$0 = 40^2 + 2 \cdot (-10) \cdot h_{\text{máx}} \Rightarrow h_{\text{máx}} = 80 \text{ m}$$

- e) A velocidade com que o corpo atinge o solo é a mesma com que sai do solo, mas de sinal contrário:

$$v = -40 \text{ m/s}$$

Esse valor também pode ser obtido fazendo  $t = 8 \text{ s}$  na equação da velocidade:

$$v = 40 - 10 \cdot 8 \Rightarrow v = -40 \text{ m/s}$$

Outra forma é utilizar a equação de Torricelli:

$$\Delta s = 0 \quad (s_{\text{final}} = s_{\text{inicial}} = 0)$$

$$v^2 = 40^2 + 2 \cdot (-10) \cdot 0$$

$v = +40 \text{ m/s}$  (velocidade no lançamento) e

$v = -40 \text{ m/s}$  (velocidade na chegada ao solo)

- f)  $t = 5 \text{ s: } s = 40 \cdot 5 - 5 \cdot 5^2 \Rightarrow s = 75 \text{ m}$

$$t = 5 \text{ s: } v = 40 - 10 \cdot 5 \Rightarrow v = -10 \text{ m/s}$$

Como  $v < 0$ , então o corpo estará descendo.

- g)  $s = 60 \text{ m} \Rightarrow 60 = 40t - 5t^2$

$$t^2 - 8t + 12 = 0$$

Resolvendo a equação do 2º grau:

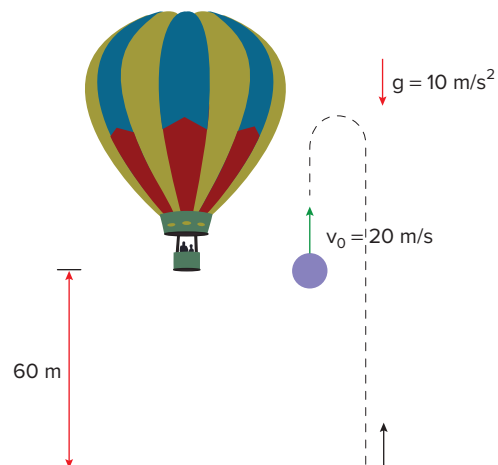
$$t = 2 \text{ s (passa pela altura de 60 m na subida)}$$

$$t = 6 \text{ s (passa pela altura de 60 m na descida)}$$

- 7 Um balão sobe verticalmente com velocidade igual a 20 m/s. Quando sua altura é de 60 m em relação ao solo, um saco de areia é abandonado. Desprezando a resistência do ar e adotando  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , determine:

- a altura máxima em relação ao solo atingida pelo saco de areia.
- o tempo gasto pelo saco, após ser solto, para atingir a altura máxima.
- o tempo gasto pelo saco, após ser solto, para atingir o solo.
- a velocidade com que atinge o solo.

#### Resolução:



Quando o saco de areia é abandonado, ele possui, em relação ao solo, a mesma velocidade do balão, e passa a estar sujeito à aceleração da gravidade:

$$s_0 = 60 \text{ m}; v_0 = 20 \text{ m/s e } a = -10 \text{ m/s}^2$$

a) Sabemos que:

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s$$

A altura máxima é atingida quando a velocidade se anula:

$$0^2 = 20^2 + 2 \cdot (-10) \cdot \Delta s \Rightarrow \Delta s = 20 \text{ m}$$

Como  $s_0 = 60 \text{ m}$ , então:

$$h = 60 \text{ m} + 20 \text{ m} \Rightarrow h = 80 \text{ m}$$

b) Para a função horária da velocidade:

$$v = v_0 + at \Rightarrow 0 = 20 - 10t \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

c) Quando atinge o solo:  $s = 0$ .

Mas:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

Logo:

$$0 = 60 + 20t - 5t^2 \Rightarrow t^2 - 4t - 12 = 0$$

Resolvendo a equação do 2º grau:

$$t = -2 \text{ s (não convém, pois } t \text{ deve ser positivo)}$$

$$t = 6 \text{ s}$$

d) Como  $v = 20 - 10 \cdot t$

$$t = 6 \text{ s: } v = 20 - 10 \cdot 6 \Rightarrow v = -40 \text{ m/s}$$

## Revisando

1 Um automóvel percorre uma estrada em movimento uniforme variado, com função horária do espaço dada por  $s = t^2 - 2t - 8$ , em unidades do SI. Determine, para o móvel:

- o espaço inicial.
- a velocidade escalar inicial.
- a aceleração.
- o instante em que passa pela origem dos espaços.
- a função horária da velocidade.
- o instante em que a velocidade se anula.
- a posição no instante em que a velocidade se anula.
- a velocidade média entre 0 e 5 s.
- se o movimento é acelerado ou retardado em  $t = 3 \text{ s}$ .

2 Em um teste, um automóvel acelera de 0 a 108 km/h em 10 s, em MUV. Determine, em unidades do SI:

- a aceleração do carro.
- a distância percorrida durante o intervalo de tempo.



- 3 PUC-Campinas** Um esquiador desce por uma pista de esqui com aceleração constante. Partindo do repouso do ponto P, ele chega ao ponto T, a 100 m de P, com velocidade de 30 m/s. Com qual velocidade, em m/s, o esquiador passa por um ponto Q, a 36 m de P?
- 4 UFRJ** Um paraquedista radical pretende atingir a velocidade do som. Para isso, seu plano é saltar de um balão estacionário na alta atmosfera, equipado com roupas pressurizadas. Como nessa altitude o ar é muito rarefeito, a força de resistência do ar é desprezível. Suponha que a velocidade inicial do paraquedista em relação ao balão seja nula e que a aceleração da gravidade seja igual a  $10 \text{ m/s}^2$ . A velocidade do som nessa altitude é 300 m/s. Calcule:
- em quanto tempo ele atinge a velocidade do som.
  - a distância percorrida nesse intervalo de tempo.
- 5** Uma bola foi arremessada para cima em um planeta de gravidade desconhecida. Sabendo que essa bola, após 2 s, atingiu a altura máxima de 10 m, determine a aceleração nesse planeta.
- 6** No instante em que um corpo é arremessado para baixo, com velocidade de 10 m/s do alto de um prédio de 40 m de altura, um homem começa a correr com velocidade constante, em linha reta, para pegar o corpo rente ao chão. Sabendo que a distância do homem, no início de sua corrida, à vertical de onde cai o corpo é de 10 m e que  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , determine a mínima velocidade do homem para alcançar o corpo.

- 7 Um móvel A parte do repouso com aceleração constante de  $4 \text{ m/s}^2$ . No mesmo instante e  $10 \text{ m}$  à frente do primeiro, um móvel B inicia um movimento uniforme com velocidade de  $8 \text{ m/s}$ . Determine:
- o instante do encontro a partir do início do movimento de ambos os corpos.
  - as distâncias percorridas por A e B até o encontro.
  - a velocidade de A no instante do encontro.
- 8 Um corpo A é arremessado para cima, com velocidade de  $10 \text{ m/s}$  em um planeta em que a aceleração da gravidade é igual a  $6 \text{ m/s}^2$ . Depois de  $1 \text{ s}$ , um corpo B é solto do repouso de uma altura de  $15 \text{ m}$ . Determine o tempo que o corpo A leva, a partir do arremesso, para encontrar B.

## Exercícios propostos

Considere, quando necessário,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 1 Um móvel obedece à equação horária

$$s = -20 + 4t - 3t^2$$

em unidades do Sistema Internacional.

- Qual a posição inicial da partícula?
- Qual a velocidade inicial da partícula?
- Qual a aceleração da partícula?
- Qual é a equação da velocidade instantânea?
- Em que instante a partícula fica em repouso?

- 2 **FMABC** A função horária do movimento de uma partícula é expressa por  $s = t^2 - 10t + 24$  (SI). A posição do móvel ao mudar de sentido é:

- |         |       |
|---------|-------|
| A 24 m  | D 1 m |
| B -25 m | E 1 m |
| C 25 m  |       |

- 3 **Fuvest** Um corpo se movimenta sobre o eixo  $x$  com aceleração constante, de acordo com a equação horária  $x = 2 + 2t - 2t^2$ , em que  $t$  é dado em segundos e  $x$  em metros.

- Qual a velocidade média entre os instantes  $t = 0$  e  $t = 2$  s?
- Qual a velocidade no instante  $t = 2$  s?

- 4 **Unicamp** As faixas de aceleração das autoestradas devem ser longas o suficiente para permitir que um carro partindo do repouso atinja a velocidade de 100 km/h em uma estrada horizontal. Um carro popular é capaz de acelerar de 0 a 100 km/h em 18 segundos. Suponha que a aceleração seja constante.

- Qual o valor da aceleração?
- Qual a distância percorrida em 10 segundos?
- Qual deve ser o comprimento mínimo da faixa de aceleração?

- 5 **UFC** Um trem composto de uma locomotiva de comprimento  $L$  e de 19 vagões, todos também de comprimento  $L$ , está se deslocando, com aceleração constante, em um trecho da ferrovia. Um estudante, parado à margem da estrada e munido de equipamento adequado, mediu a velocidade do trem em dois instantes:  $V_i = 15 \text{ m/s}$  quando passou por ele a extremidade dianteira do trem e, 20 segundos mais tarde,  $V_f = 25 \text{ m/s}$ , quando por ele passou a extremidade traseira.

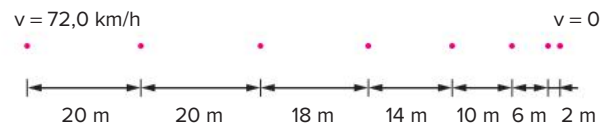
Determine, em metros, o comprimento  $L$  de cada vagão. Despreze o espaço entre os vagões.

- 6 **Uece** Um automóvel, avançando à velocidade de 36 km/h (ou 10 m/s), sofre uma colisão frontal contra um muro de concreto. Observa-se que o carro para completamente após amassar 0,50 m de sua parte

frontal. A desaceleração do carro, suposta constante, durante a colisão, em  $\text{m/s}^2$ , é:

- |      |       |
|------|-------|
| A 50 | C 100 |
| B 75 | D 125 |

- 7 **Udesc** Um caminhão-tanque desloca-se numa estrada reta com velocidade constante de 72,0 km/h. Devido a um vazamento, o caminhão perde água à razão de uma gota por segundo. O motorista, vendo um obstáculo, freia o caminhão uniformemente, até parar. As manchas de água deixadas na estrada estão representadas na figura a seguir.



O valor do módulo da desaceleração durante a frenagem do caminhão (em  $\text{m/s}^2$ ) é:

- |       |       |
|-------|-------|
| A 4,0 | D 2,8 |
| B 2,2 | E 3,4 |
| C 4,4 |       |

- 8 **Fuvest** Um carro viaja com velocidade de 90 km/h (ou seja, 25 m/s) num trecho retilíneo de uma rodovia quando, subitamente, o motorista vê um animal parado na sua pista. Entre o instante em que o motorista avista o animal e aquele em que começa a frear, o carro percorre 15 m. Se o motorista frear o carro à taxa constante de  $5,0 \text{ m/s}^2$ , mantendo-o em sua trajetória retilínea, ele só evitará atingir o animal, que permanece imóvel durante todo o tempo, se o tiver percebido a uma distância de, no mínimo:

- |           |          |         |
|-----------|----------|---------|
| A 15 m    | C 52,5 m | E 125 m |
| B 31,25 m | D 77,5 m |         |

- 9 **UFSC** Um carro está a 20 m de um sinal de tráfego quando este passa de verde a amarelo. Supondo que o motorista acione o freio imediatamente, aplicando ao carro uma desaceleração de  $10 \text{ m/s}^2$ , calcule, em km/h, a velocidade máxima que o carro pode ter, antes de frear, para que ele pare antes de cruzar o sinal.

- 10 **Unifal** Um trem de 160 m de comprimento está parado, com a frente da locomotiva colocada exatamente no início de uma ponte de 200 m de comprimento, num trecho de estrada retilíneo. Num determinado instante, o trem começa a atravessar a ponte com aceleração escalar de  $0,80 \text{ m/s}^2$ , que se mantém constante até que ele termina de atravessar completamente a ponte.

- Qual a velocidade escalar do trem no instante em que ele abandona completamente a ponte?
- Qual o tempo gasto pelo trem para atravessar completamente a ponte?

**11 Acafe 2018** Por uma mesma estrada reta, dois caminhões idênticos trafegam com a mesma velocidade. O caminhão 1 leva uma carga duas vezes mais pesada que o caminhão 2. Ao deparar-se com um obstáculo na pista, os dois motoristas freiam no mesmo instante e os caminhões param depois de um mesmo tempo curto. Considere o exposto e assinale a alternativa correta que completa a lacuna da frase a seguir.

Até parar, a distância percorrida pelo caminhão 1 é \_\_\_\_\_ a distância percorrida pelo caminhão 2.

- A igual.
- B duas vezes maior.
- C duas vezes menor.
- D quatro vezes maior.

**12 UEPG 2017** A velocidade escalar de um ponto material num determinado referencial é descrito pela função:  $v = 40 - 4t$ , dada em m/s. No instante inicial, o móvel se encontra na origem do referencial. Sobre o fenômeno, assinale o que for correto.

- 01 No instante  $t = 8$  s, o movimento é retardado.
- 02 No instante  $t = 12$  s, o movimento é acelerado.
- 04 O módulo da velocidade média do móvel, entre os instantes  $t = 8$  s e  $t = 10$  s, é 4 m/s.
- 08 No instante  $t = 12$  s, o móvel estará a uma distância de 192 m da origem.
- 16 A mudança de sentido do movimento ocorre para  $t = 10$  s.

Soma:

**13 Uece 2018** Considere que um vagão de metrô sofre uma aceleração de  $5 \text{ m/s}^2$  durante a partida. Assuma que a aceleração da gravidade é  $10 \text{ m/s}^2$ . Assim, é correto afirmar que, durante esse regime de deslocamento, a cada segundo, a velocidade (em m/s) aumenta

- A 5.
- B 10.
- C 50.
- D 2.

**14 UFJF 2019** O sistema de freios ABS (*Anti-lock Braking System*) aumenta a segurança dos veículos, fazendo com que as rodas não travem e continuem girando, evitando que os pneus derrapem. Uma caminhonete equipada com esse sistema de freios encontra-se acima da velocidade máxima de 110 km/h permitida num trecho de uma rodovia. O motorista dessa caminhonete avista um Fusca que se move no mesmo sentido que ele, a uma velocidade constante de módulo  $v = 108 \text{ km/h}$ , num longo trecho plano e retilíneo da rodovia, como mostra a figura. Ele percebe que não é possível ultrapassar o Fusca, já que um ônibus está vindo na outra pista. Então, ele imediatamente pisa no freio, fazendo com que a caminhonete diminua sua velocidade a uma razão de 14,4 km/h por segundo.

Após 5 s, depois de acionar os freios, a caminhonete atinge a mesma velocidade do automóvel, evitando uma possível colisão.



Camionete desacelerando para não colidir com o Fusca.

O módulo da velocidade  $v_0$  da caminhonete no momento em que o motorista pisou no freio era de:

- A 128 km/h
- B 135 km/h
- C 145 km/h
- D 150 km/h
- E 180 km/h

**15 UEPG 2019** Sobre os conceitos físicos envolvidos na Cinemática, assinale o que for correto.

- 01 Um jogador de futebol que desenvolve uma velocidade média de 8 m/s em 90 minutos de jogo, percorrerá uma distância de 720 m.
- 02 Quando um corpo qualquer se movimenta com velocidade escalar constante, sua aceleração escalar é nula.
- 04 Se a velocidade de um carro varia de 0 a 20 m/s em um intervalo de tempo de 5 s, pode-se concluir que sua aceleração escalar média é de  $4 \text{ m/s}^2$ .
- 08 O movimento é sempre relativo. Ele existe ou não, em relação a um determinado referencial.

Soma:

**16 UFSC 2018** A construção de uma linha de metrô de superfície é uma das alternativas estudadas para a melhoria do sistema viário da Grande Florianópolis. O projeto inicialmente prevê uma linha de 14 quilômetros entre o bairro Barreiros e a Universidade Federal de Santa Catarina, passando pelos 800 m da ponte Hercílio Luz. Considere que seja construída uma estação em cada cabeceira da ponte (com parada obrigatória), que a velocidade máxima do metrô sobre a ponte seja de 20,0 m/s e que as acelerações durante os movimentos acelerado e retardado – que são os únicos movimentos do metrô – sejam uniformes e de mesmo módulo.

De acordo com o projeto acima, é correto afirmar que:

- 01 o tempo do percurso entre as duas estações será de 80,0 s.
- 02 a aceleração máxima do metrô durante a travessia da ponte terá módulo de  $1,0 \text{ m/s}^2$ .
- 04 a velocidade escalar média do metrô durante a travessia da ponte será de 10,0 m/s.
- 08 o deslocamento do metrô na travessia da ponte no tempo  $t = 4,0$  s será de 4,0 m.
- 16 a velocidade escalar média do metrô será maior na primeira metade da travessia da ponte do que no trecho completo.

Soma:

**17 Acafe 2018** A Física é a ciência responsável pelos fenômenos que acontecem ao nosso redor, sendo que a relação com a Matemática traduz-se em expressões algébricas ou fórmulas matemáticas, que embasam os fundamentos teóricos. Em um M.R.U.V. para um determinado móvel a velocidade do mesmo é descrita pela equação  $v = 50 - 10t$  (em unidades do SI).

Neste caso, a alternativa correta que apresenta o instante, em s, que o móvel inverte o sentido do movimento é:

- A 0,5
- B 5,0
- C 1,0
- D 0,2

**18 Uerj 2018** Um guarda rodoviário, ao utilizar um radar, verifica que um automóvel em movimento uniformemente variado passa por um ponto de uma rodovia com velocidade de 10 m/s. Cinco segundos depois, o automóvel passa por outro ponto da mesma rodovia com velocidade de 25 m/s. Admita que a infração por excesso de velocidade seja aplicada quando, nesse intervalo de tempo, a distância entre esses dois pontos é superior a 120 m.

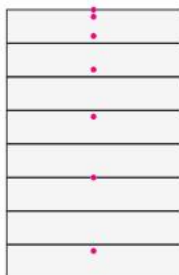
Indique se o automóvel foi multado, justificando sua resposta com base nos cálculos.

**19 Vunesp** Uma experiência simples, realizada com a participação de duas pessoas, permite medir o tempo de reação de um indivíduo. Para isso, uma delas segura uma régua de madeira, de 1 m de comprimento, por uma de suas extremidades, mantendo-a pendente na direção vertical. Em seguida, pede ao colega para colocar os dedos em torno da régua, sem tocá-la, próximos da marca correspondente a 50 cm, e o instrui para agarrá-la tão logo perceba que foi solta. Mostre como, a partir da aceleração da gravidade ( $g$ ) e da distância ( $d$ ) percorrida pela régua na queda, é possível calcular o tempo de reação dessa pessoa.

**20 Unicamp** Uma torneira, situada a uma altura de 1,0 m acima do solo, pinga lentamente à razão de 3 gotas por minuto.

- a) Com que velocidade uma gota atinge o solo?
- b) Que intervalo de tempo separa as batidas de duas gotas consecutivas no solo?

**21 Faap** Em um planeta, um astronauta faz a seguinte experiência: abandona uma bola na frente de uma tela vertical que possui marcadas linhas horizontais, separadas por 50 cm; simultaneamente é acionada uma máquina fotográfica de flash múltiplo, onde o intervalo entre os flashes é de 0,1 s. A partir da fotografia da queda da bola, indicada na figura, o astronauta calcula o módulo da aceleração da gravidade. Qual é o valor encontrado?

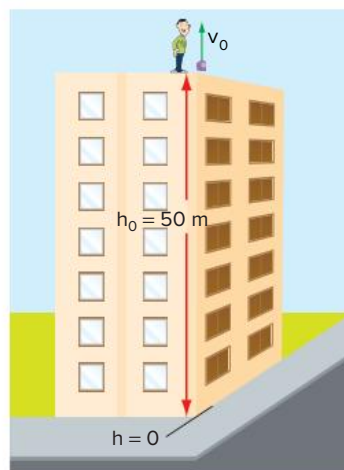


**22 UPF 2017** Um vaso de cerâmica cai da janela de um prédio, a qual está a uma distância de 31 m do solo. Sobre esse solo, está um colchão de 1 m de altura. Após atingir o colchão, o vaso penetra 0,5 m nesse objeto. Nessas condições e desprezando a resistência do ar durante a queda livre, a desaceleração do vaso, em  $m/s^2$ , depois de atingir o colchão é de, aproximadamente

▶ Adote:  $g = 10 m/s^2$

- A 600
- B 300
- C 15
- D 150
- E 30

**23 Cefet-MG (Adapt.)** Um objeto é lançado, verticalmente para cima, do alto de um prédio de altura  $h_0 = 50$  m, com uma velocidade inicial  $v_0 = 15$  m/s.



Calcule:

- a) o tempo gasto para alcançar a altura máxima.
- b) a velocidade 4 s após o lançamento.
- c) sua posição em relação ao nível  $h = 0$ , no instante 4 s após o lançamento.
- d) sua velocidade em  $h = 0$ .

**24 UFPE** Um paraquedista, descendo na vertical, deixou cair sua lanterna quando estava a 90 m do solo. A lanterna levou 3 segundos para atingir o solo. Qual era a velocidade do paraquedista, em m/s, quando a lanterna foi solta?

**25 Cesgranrio** A distância ( $d$ ) que um objeto percorre em queda livre, a partir do repouso, durante um tempo ( $t$ ), é expressa por  $d = 0,5 \cdot g \cdot t^2$ . Uma pequena esfera é solta de um ponto situado a 1,80 m de altura.

- a) A distância que ela percorrerá, entre os instantes  $t = 0,2$  s e  $t = 0,3$  s, contados a partir do momento em que foi solta, vale, em metros:
  - A 0,05
  - B 0,15
  - C 0,25
  - D 0,35
  - E 0,45



- b) O tempo gasto para atingir o solo vale, em segundos:
- A 0,3
  - B 0,4
  - C 0,5
  - D 0,6
  - E 0,7

**26 Mackenzie** Um corpo é lançado do solo verticalmente para cima. Sabe-se que, durante o decorrer do terceiro segundo do seu movimento ascendente, o móvel percorre 15 m. A velocidade com que o corpo foi lançado do solo era de:

- A 10 m/s
- B 20 m/s
- C 30 m/s
- D 40 m/s
- E 50 m/s

**27 UEPG 2019** Um objeto de massa igual a 100 g é lançado verticalmente para cima, com uma velocidade inicial de 20 m/s, a partir de uma altura de 1 m em relação ao solo. A tabela a seguir apresenta os valores da posição em função do tempo para o movimento do objeto. A partir do enunciado e desprezando os efeitos de atrito, assinale o que for correto.

t (s)	0	1	2	3	4
y (m)	1	16	21	16	1

- 01 Para um observador fixo ao solo, a trajetória do objeto é uma parábola.
- 02 O módulo da velocidade com que o objeto atinge o solo é menor que 22 m/s.
- 04 O objeto atinge o solo no tempo  $t = 5$  s.
- 08 Entre os tempos  $t = 3$  s e  $t = 4$  s, o movimento do objeto é retrógrado e acelerado.
- 16 A altura máxima atingida pelo objeto em relação ao solo é 22 m.

Soma:

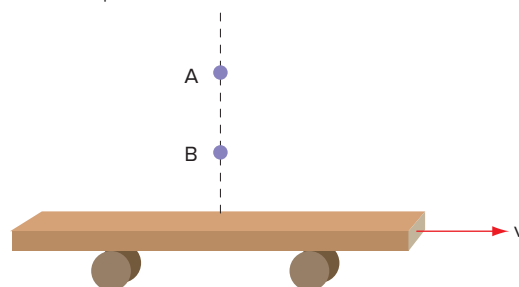
**28 UFPR** Dois móveis, A e B, partem simultaneamente de um mesmo ponto, com direções perpendiculares entre si. O móvel A tem velocidade constante e igual a 10 m/s e o móvel B, movimento uniformemente acelerado, partindo do repouso com aceleração de  $4 \text{ m/s}^2$ . A distância entre os dois móveis, após 5 s, será, aproximadamente, de:

- A 100 m
- B 5000 m
- C 710 m
- D 50 m
- E 71 m

**29 IME** De dois pontos, A e B, situados sobre a mesma vertical, respectivamente, a 45 metros e a 20 metros do solo, deixa-se cair no mesmo instante duas esferas, conforme mostra a figura a seguir. Uma prancha se desloca no solo, horizontalmente, com movimento

uniforme. As esferas atingem a prancha em pontos que distam 2,0 metros.

Desprezando a resistência do ar, determine a velocidade da prancha.



**30 Fuvest** Um ciclista, A, inicia uma corrida a partir do repouso com aceleração constante de  $0,5 \text{ m/s}^2$ . Nesse instante, passa por ele outro ciclista, B, com velocidade constante de 5 m/s, no mesmo sentido de A. Determine:

- a) quanto tempo após a largada A alcança B.
- b) a distância percorrida por A para alcançar B.
- c) a velocidade de A no instante em que alcança B.
- d) a velocidade média de A desde a largada até o segundo encontro.

**31 Unifor** Um móvel, saindo do repouso, mantém aceleração constante de  $2,0 \text{ m/s}^2$ , indo no mesmo sentido de outro que se move com velocidade constante de 6,0 m/s. Sabendo que este se encontra a 16 m do primeiro no instante da partida, podemos concluir que o encontro dos móveis se dá após:

- A 2,0 s
- B 4,0 s
- C 8,0 s
- D 16 s
- E 32 s

**32 EEP** Em uma estrada reta, dois carros, A e B, estão trafegando com velocidade constante de 20 m/s, sendo que A está 25 m à frente de B. Repentinamente, A é acometido de um defeito no motor e desacelera em  $2 \text{ m/s}^2$ . A distância percorrida por ele até ser ultrapassado por B e o módulo da diferença das velocidades dos carros no momento da ultrapassagem são, respectivamente:

- A 50 m e 20 m/s
- B 50 m e 10 m/s
- C 75 m e 20 m/s
- D 75 m e 10 m/s
- E 100 m e 10 m/s

**33 ITA** De uma estação parte um trem A com velocidade constante  $v_A = 80 \text{ km/h}$ . Depois de certo tempo, parte dessa mesma estação outro trem B, com velocidade constante  $v_B = 100 \text{ km/h}$ . Depois de um tempo de percurso, o maquinista de B verifica que seu trem encontra-se a 3 km de A. A partir desse instante ele aciona os freios indefinidamente, comunicando ao trem uma aceleração  $a = -50 \text{ km/h}^2$ . O trem A continua no seu movimento anterior. Nessas condições:

- A não houve encontro dos trens.
- B depois de 2 horas o trem B para e a distância que o separa de A é de 64 km.
- C houve encontro dos trens depois de 12 minutos.
- D houve encontro dos trens depois de 36 minutos.
- E não houve encontro dos trens, eles continuam caminhando e a distância que os separa agora é de 2 km.

**34 UFBA** Um corpo é lançado verticalmente para cima com velocidade  $v_0$ . Ao atingir sua altitude máxima igual a 100 m, um segundo corpo é lançado do mesmo local e com velocidade inicial igual ao primeiro. Determine a altura  $h$  em que os corpos se encontram. Despreze a resistência do ar.

**35 Uefs 2018** Dois carros, A e B, entram simultaneamente em um túnel retilíneo. Sabe-se que o carro A atravessa todo o túnel em movimento uniforme, com velocidade de 20 m/s, e que o carro B entra no túnel com velocidade de 10 m/s e o atravessa em movimento uniformemente acelerado.



Desprezando as dimensões dos carros e sabendo que eles saem juntos do túnel 40 s após terem entrado, a velocidade do carro B no instante em que ele sai do túnel é de

- A 22 m/s.
- B 24 m/s.
- C 26 m/s.
- D 28 m/s.
- E 30 m/s.

**36 PUC-SP** Dois corpos,  $P_1$  e  $P_2$ , são abandonados em queda livre de alturas  $h_1$  e  $h_2$ , respectivamente. Sabe-se que  $h_1 = 9h_2$  e que  $P_1$  foi abandonado no instante  $t = 0$ , tendo chegado ao solo no instante 0,18 s simultaneamente com  $P_2$ , que foi abandonado no instante:

- A 0,060 s
- B 0,080 s
- C 0,10 s
- D 0,12 s
- E 0,14 s

**37 ITA** Um elevador está descendo com velocidade constante. Durante este movimento, uma lâmpada, que o iluminava, desprende-se do teto e cai. Sabendo que o teto está a 3,0 m de altura acima do piso do elevador, o tempo que a lâmpada demora para atingir o piso é:

▶ Dado:  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

- A 0,61 s
- B 0,78 s
- C 1,54 s
- D infinito, pois a lâmpada só atingirá o piso se o elevador sofrer uma desaceleração.
- E indeterminado, pois não se conhece a velocidade do elevador.

**38 UEL** Um corpo A é abandonado da altura de 180 m, sob ação exclusiva da gravidade, cuja aceleração pode ser considerada  $10 \text{ m/s}^2$ . Do mesmo ponto, outro corpo B é abandonado 2,0 s mais tarde. Nesta queda de 180 m, a máxima distância entre A e B é de:

- A 180 m
- B 100 m
- C 80 m
- D 40 m
- E 20 m

## Texto complementar

### Queda livre

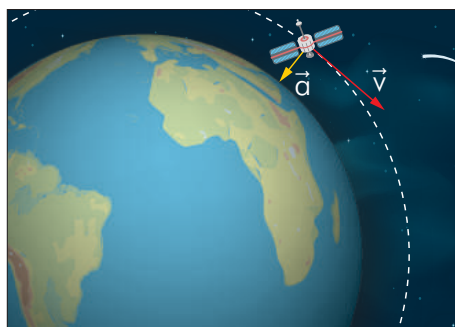
A física descrita nos trabalhos do filósofo grego Aristóteles (384-322 a.C.) estabelecia que o mundo era composto de quatro elementos terrestres, cuja proporção relativa na composição de um objeto determinava seu peso. Desse modo, Aristóteles afirmara que objetos com pesos diferentes dispunham-se em camadas diferentes com relação ao centro da Terra: o ar sobre a superfície, o fogo acima dele, a água e a terra, mais pesados, mais próximos do centro. Todos os objetos se moveriam, para cima ou para baixo, de modo que ocupassem seu lugar "natural". Assim, a velocidade de um objeto seria diretamente proporcional ao seu peso. Em queda livre, por exemplo, objetos mais pesados cairiam mais rápido que objetos mais leves.

Um famoso experimento, para alguns historiadores apenas uma lenda, teria sido realizado por Galileu Galilei (1564-1642) para refutar a ideia aristotélica de que objetos mais pesados caem mais rápido. No experimento, esferas de pesos diferentes foram abandonadas do topo da famosa Torre de Pisa e os tempos de queda foram medidos. As esferas atingiram o solo simultaneamente; então, concluiu-se que "corpos abandonados de uma mesma altura e ao mesmo tempo chegam ao solo juntos, independente de seus pesos".

De fato, sabe-se que um objeto em queda livre sobre a superfície da Terra, ou seja, sob influência somente da gravidade, cai com uma aceleração de, aproximadamente,  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Portanto, pode-se pensar que, se um corpo cai mais lentamente, deve existir algo além de seu peso que imponha resistência ao movimento; nesse caso, a chamada resistência do ar, que depende de fatores como a densidade do ar e a geometria

do objeto. Logo, a afirmação anterior de que os corpos chegam ao solo juntos só seria rigorosamente verdadeira se o experimento fosse realizado no vácuo.

Um exemplo interessante com relação à queda livre é o de um objeto orbitando a Terra. Devido à força gravitacional, esse objeto, que possui velocidade tangente à órbita, está sujeito a uma aceleração (da gravidade) na direção radial. Se essa velocidade orbital for suficiente, ele se manterá em movimento circular ao redor da Terra, apesar de a aceleração gravitacional mantê-lo constantemente "em queda" em direção ao centro do planeta. Esse movimento pode ser observado na figura a seguir.



Astronautas em uma nave orbitando a Terra parecem flutuar na ausência de gravidade, quando na verdade estão caindo continuamente ao redor da Terra.

## Resumindo

Ao contrário do movimento uniforme, no movimento variado existe variação de velocidade e é a grandeza aceleração que mede esta variação. A aceleração, juntamente com o espaço, velocidade e tempo são as grandezas utilizadas na Cinemática.

A aceleração escalar média pode ser definida como a razão entre variação de velocidade e variação de tempo:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

A aceleração escalar instantânea pode ser definida como a aceleração escalar média tomada em um intervalo de tempo que tende a zero:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

O conceito de movimento acelerado e retardado também é importante no estudo do movimento uniformemente variado.

O movimento uniformemente variado é aquele em que a aceleração escalar instantânea é constante e diferente de zero. Nesse tipo de movimento, a aceleração escalar instantânea é igual à aceleração escalar média e, então, pode-se definir a função horária da velocidade e a função horária do espaço no movimento uniformemente variado como:

$$v = v_0 + a \cdot t \quad \text{e} \quad s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

A relação entre espaço, velocidade e aceleração, sem a necessidade da grandeza tempo, é descrita pela equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s$$

É importante prestar atenção nos sinais e valores de espaço, velocidade e aceleração, para que o problema possa ser corretamente modelado e resolvido. Outro caso de bastante interesse é o movimento vertical no vácuo, um caso particular do MUV, cujos exercícios são muito explorados. Vale lembrar que, no lançamento vertical, as equações são as mesmas, com as seguintes considerações:

- $a = -g$  quando a trajetória é orientada para cima;
- $a = +g$  quando a trajetória é orientada para baixo.

## Quer saber mais?



### Sites

- Tempo de queda na ausência da resistência do ar.  
<[www.labvirt.fe.usp.br/simulacoes/fisica/sim\\_cinematica\\_maca.htm](http://www.labvirt.fe.usp.br/simulacoes/fisica/sim_cinematica_maca.htm)>.
- Experimento de queda livre na Lua.  
<[www.youtube.com/watch?v=GN\\_xYLeihc](http://www.youtube.com/watch?v=GN_xYLeihc)>.

## Exercícios complementares

Considere, quando necessário,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 1 UFC** A velocidade instantânea de uma partícula que se desloca na direção  $x$  é dada por:

$$v(t) = 1 + 2t$$

Determine o deslocamento da partícula entre os instantes  $t_1 = 1,0 \text{ s}$  e  $t_2 = 5,0 \text{ s}$ .

- 2 ITA** Um móvel parte da origem do eixo  $x$  com velocidade constante igual a  $3 \text{ m/s}$ . No instante  $t = 6 \text{ s}$  o móvel sofre uma aceleração  $a = -4 \text{ m/s}^2$ . A equação horária, a partir do instante  $t = 6 \text{ s}$ , será:

**A**  $x = 3t - 2t^2$

**B**  $x = 18 + 3t - 2t^2$

**C**  $x = 18 - 2t^2$

**D**  $x = -72 + 27t - 2t^2$

**E**  $x = 27t - 2t^2$

- 3 Unesp 2018** Um foguete lançador de satélites, partindo do repouso, atinge a velocidade de  $5400 \text{ km/h}$  após  $50$  segundos. Supondo que esse foguete se desloque em trajetória retilínea, sua aceleração escalar média é de

**A**  $30 \text{ m/s}^2$ .

**B**  $150 \text{ m/s}^2$ .

**C**  $388 \text{ m/s}^2$ .

**D**  $108 \text{ m/s}^2$ .

**E**  $54 \text{ m/s}^2$ .

- 4 Vunesp** O tempo de reação (intervalo de tempo entre o instante em que uma pessoa recebe a informação e o instante em que reage) de certo motorista é 0,7 s, e os freios podem reduzir a velocidade de seu veículo à razão máxima de 5 m/s em cada segundo. Supondo que esteja dirigindo à velocidade constante de 10 m/s, determine:
- o tempo mínimo decorrido entre o instante em que avista algo inesperado, que o leva a acionar os freios, até o instante em que o veículo para.
  - a distância percorrida nesse tempo.
- 5 PUC-Campinas** Um motorista freia seu veículo no momento em que o velocímetro indica 72 km/h, percorrendo, em movimento retilíneo, uma distância  $d$  até parar. Sendo o módulo da aceleração igual a  $5,0 \text{ m/s}^2$ , a velocidade do veículo, no ponto médio do percurso de frenagem, é, em m/s, mais aproximadamente igual a:
- A 4,0    B 8,0    C 12    D 14    E 16
- 6 Mackenzie 2016** Nos testes realizados em um novo veículo, observou-se que ele percorre 100 m em 5 s, a partir do repouso. A aceleração do veículo é constante nesse intervalo de tempo e igual a
- A  $2 \text{ m/s}^2$     C  $6 \text{ m/s}^2$     E  $10 \text{ m/s}^2$   
 B  $4 \text{ m/s}^2$     D  $8 \text{ m/s}^2$
- 7 Efomm 2017** Um trem deve partir de uma estação A e parar na estação B, distante 4 km de A. A aceleração e a desaceleração podem ser, no máximo, de  $5,0 \text{ m/s}^2$ , e a maior velocidade que o trem atinge é de 72 km/h. O tempo mínimo para o trem completar o percurso de A a B é, em minutos, de:
- A 1,7    B 2,0    C 2,5    D 3,0    E 3,4
- 8 Unicamp** Os avanços tecnológicos nos meios de transporte reduziram de forma significativa o tempo de viagem ao redor do mundo. Em 2008 foram comemorados os 100 anos da chegada, em Santos, do navio Kasato Maru, que, partindo de Tóquio, trouxe ao Brasil os primeiros imigrantes japoneses. A viagem durou cerca de 50 dias. Atualmente, uma viagem de avião entre São Paulo e Tóquio dura em média 24 horas. A velocidade escalar média de um avião comercial no trecho São Paulo-Tóquio é de 800 km/h.
- O comprimento da trajetória realizada pelo Kasato Maru é igual a, aproximadamente, duas vezes o comprimento da trajetória do avião no trecho São Paulo-Tóquio. Calcule a velocidade escalar média do navio em sua viagem ao Brasil.
  - A conquista espacial possibilitou uma viagem do homem à Lua realizada em poucos dias e proporcionou a máxima velocidade de deslocamento que um ser humano já experimentou. Considere um foguete subindo com uma aceleração resultante constante de módulo  $a_R = 10 \text{ m/s}^2$  e calcule o tempo que o foguete leva para percorrer uma distância de 800 km, a partir do repouso.
- 9 Vunesp** Um jovem afoito parte com seu carro, do repouso, numa avenida horizontal e retilínea, com uma aceleração constante de  $3 \text{ m/s}^2$ . Mas, 10 s depois da partida, ele percebe a presença da fiscalização logo adiante. Nesse instante ele freia, parando junto ao posto onde se encontram os guardas.
- Se a velocidade máxima permitida nessa avenida é 80 km/h, ele deve ser multado? Justifique.
  - Se a freagem durou 5 s com aceleração constante, qual a distância total percorrida pelo jovem, desde o ponto de partida ao posto de fiscalização?
- 10 Unicamp** Em muitas praças de pedágio de rodovias existe um sistema que permite a abertura automática da cancela. Ao se aproximar, um veículo munido de um dispositivo apropriado é capaz de trocar sinais eletromagnéticos com outro dispositivo na cancela. Ao receber os sinais, a cancela abre-se automaticamente e o veículo é identificado para posterior cobrança. Para as perguntas a seguir, desconsidere o tamanho do veículo.
- Um veículo aproxima-se da praça de pedágio a 40 km/h. A cancela recebe os sinais quando o veículo se encontra a 50 m de distância. Qual é o tempo disponível para a completa abertura da cancela?
  - O motorista percebe que a cancela não abriu e aciona os freios exatamente quando o veículo se encontra a 40 m desta, imprimindo uma desaceleração de módulo constante. Qual deve ser o valor dessa desaceleração para que o veículo pare exatamente na cancela?
- 11 FGV-SP 2018** A figura ilustra um tubo cilíndrico contendo óleo de cozinha em seu interior e uma trena para graduar a altura da quantidade de óleo. A montagem tem como finalidade o estudo do movimento retilíneo de uma gota de água dentro do óleo. Da seringa, é abandonada, do repouso e bem próxima da superfície livre do óleo, uma gota de água que vai descer pelo óleo. As posições ocupadas pela gota, em função do tempo, são anotadas na tabela, e o marco zero da trajetória da gota é admitido junto à superfície livre do óleo.



(Física em contextos - Mauricio Pietrocola e outros)

S (cm)	t (s)
1,0	2,0
4,0	4,0
9,0	6,0
16,0	8,0

- É correto afirmar que a gota realiza um movimento
- A com aceleração variável, crescente com o tempo.  
 B com aceleração variável, decrescente com o tempo.  
 C uniformemente variado, com aceleração de  $1,0 \text{ cm/s}^2$ .  
 D uniformemente variado, com aceleração de  $0,5 \text{ cm/s}^2$ .  
 E uniformemente variado, com aceleração de  $0,25 \text{ cm/s}^2$ .

## 12 Fepar 2017

### Em Curitiba, oito em cada dez ciclistas usam a Via Calma para trabalhar ou estudar

TOTAL DO TRECHO				
Somatória dos sentidos centro e bairro e dos turnos manhã e tarde				
LOCAL \ ANO	2015		2016	
	absoluto	porcentual	absoluto	porcentual
Canaleta	247	93,21%	85	28,15%
Via Lenta / Via Calma	18	6,79%	217	71,85%
TOTAL	265	100,00%	302	100,00%

Nota – Em 2015, Via Lenta; em 2016, com a implantação da Via Calma. Fonte: IPUC

Pesquisa mostra que 78% usam a bicicleta como modo de transporte e se sentem seguros em compartilhar esse tipo de via, em que o limite de velocidade é de 30 km/h.

Pesquisa realizada pelo Instituto de Pesquisa e Planejamento Urbano de Curitiba (IPUC), entre junho e dezembro de 2015, confirmou o tráfego intenso de ciclistas nas avenidas João Gualberto e Paraná.

A pesquisa realizada no ano passado indicava um dado preocupante: 93,21% dos ciclistas seguiam pela canaleta do ônibus Expresso, enquanto apenas 6,79% usavam a via lenta. Uma nova pesquisa realizada esta semana, entre os dias 27 e 28 de junho, demonstrou mudança de comportamento.

Apenas 10 dias depois de inaugurada a segunda Via Calma, uma nova contagem de ciclistas demonstrou que 71,85% dos usuários deixaram de usar a canaleta, ocupando o espaço compartilhado por carros e bicicletas.

(BEM PARANÁ, 30 jun. 2016)

Considere as informações e julgue as afirmativas.

- A De acordo com a tabela, de 2015 para 2016 ocorreu um aumento de aproximadamente 14% no número total de ciclistas que usam o trecho pesquisado.
- B Um carro que se desloca na via calma respeitando o limite de velocidade estabelecido pode percorrer uma quadra de 800 metros num tempo médio de 1 minuto 40 segundos.
- C Se um carro, parado em um sinaleiro, arrancar com uma aceleração de  $2 \text{ m/s}^2$ , em 10 m de deslocamento terá ultrapassado a velocidade máxima permitida na Via Calma.

- D De acordo com os dados da pesquisa, para cada 100 ciclistas que utilizavam o trecho em 2015, em média menos de 7 ciclistas não utilizavam a canaleta.
- E Se a velocidade média de um ciclista é de 10 km/h e a do carro, na Via Calma, é de 30 km/h, independentemente do tamanho todos os trechos serão sempre percorridos com a mesma diferença absoluta de tempo.

- 13 UFRGS 2017 Um atleta, partindo do repouso, percorre 100 m em uma pista horizontal retilínea, em 10 s, e mantém a aceleração constante durante todo o percurso. Desprezando a resistência do ar, considere as afirmações abaixo, sobre esse movimento.

- I. O módulo de sua velocidade média é 36 km/h.  
 II. O módulo de sua aceleração é  $10 \text{ m/s}^2$ .  
 III. O módulo de sua maior velocidade instantânea é 10 m/s.

Quais estão corretas?

- A Apenas I. C Apenas III. e II.  
 B Apenas II. D Apenas I E I, II e III.

- 14 UFJF 2017 Uma pequena aeronave não tripulada, de aproximadamente dois metros de comprimento, chamada X-43A, foi a primeira aeronave hipersônica que utilizou com sucesso um sistema de propulsão por foguete chamado Scramjet. Ao contrário de foguetes, que devem carregar tanto o combustível quanto o comburente, os Scramjets transportam apenas combustível e utilizam como comburente o oxigênio da atmosfera. Isso reduz o peso, aumentando sua eficiência. Assim, durante os testes, o X-43A, partindo do repouso, conseguiu atingir incríveis 12 150 km/h ( $3\,375 \text{ m/s}$ ) durante os dez primeiros segundos de voo.

Fonte: adaptado de <http://www.tecmundo.com.br/veiculos/13811-os-10-objetosmais-velozes-construidos-pelo-homem.htm>. Acesso em 01/09/2016.

Com base nessa notícia, e considerando que a aceleração da aeronave permaneceu constante durante todo o teste, podemos dizer que o X-43A percorreu uma distância de:

- A 16,875 km. D 3337,0 km.  
 B 33,730 km. E 12 446,0 km.  
 C 242,850 km.

- 15 ITA Um avião de vigilância aérea está voando a uma altura de 5,0 km, com velocidade de  $50\sqrt{10} \text{ m/s}$  no rumo norte, e capta no radiogoniômetro um sinal de socorro vindo da direção noroeste, de um ponto fixo no solo. O piloto então liga o sistema de pós-combustão da turbina, imprimindo uma aceleração constante de  $6,0 \text{ m/s}^2$ . Após  $\frac{40\sqrt{10}}{3} \text{ s}$ , mantendo a mesma direção, ele agora constata que o sinal está chegando da direção oeste. Neste instante, em relação ao avião, o transmissor do sinal se encontra a uma distância de:

- A 5,2 km C 12 km E 28 km  
 B 6,7 km D 13 km





- 25 Unicamp** Um malabarista de circo deseja ter três bolas no ar em todos os instantes. Ele arremessa uma bola a cada 0,40 s.
- Quanto tempo cada bola fica no ar?
  - Com que velocidade inicial deve o malabarista atirar cada bola para cima?
  - A que altura se elevará cada bola acima de suas mãos?

- 26 PUC-SP** Um projétil é atirado verticalmente, de baixo para cima, com velocidade  $v_0 = 25 \text{ m/s}$ . Uma pessoa situada a 30 m de altura o vê passar na subida e, após um intervalo de tempo  $\Delta t$ , o vê voltar. Desprezando a resistência do ar, o tempo  $\Delta t$  decorrido entre as duas observações foi de:
- 0,5 s
  - 1,0 s
  - 2,0 s
  - 2,5 s
  - 3,0 s

- 27 Unitau** Uma esfera de massa  $m = 200 \text{ g}$  é lançada verticalmente para baixo, dentro de um poço. Sabe-se que a esfera atinge a água 3 s depois de arremessada e que o som é ouvido 3,2 s após o arremesso. Desprezando os efeitos do ar, podemos dizer que a velocidade final da esfera vale:

► **Adote:** Velocidade do som no ar igual a 300 m/s.

- zero.
- 20 m/s
- 30 m/s
- 35 m/s
- 45 m/s

- 28 Unicamp** Uma atração que está se tornando muito popular nos parques de diversão consiste em uma plataforma que despenca, a partir do repouso, em queda livre de uma altura de 75 m. Quando a plataforma se encontra 30 m acima do solo, ela passa a ser freada por uma força constante e atinge o repouso quando chega ao solo.
- Qual é o valor absoluto da aceleração da plataforma durante a queda livre?
  - Qual é a velocidade da plataforma quando o freio é acionado?
  - Qual é o valor da aceleração necessária para imobilizar a plataforma?

- 29 ITA** Um corpo cai, em queda livre, de uma altura tal que durante o último segundo de queda ele percorre  $\frac{1}{4}$  da altura total. Calcular o tempo de queda, supondo nula a velocidade inicial do corpo.

- 30 Mackenzie** Um corpo, abandonado de uma altura  $H$ , percorre 25 metros no último segundo de queda. Desprezando a resistência do ar e adotando  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , o valor de  $H$  é:
- 20 m
  - 30 m
  - 45 m
  - 60 m
  - 90 m

- 31 UFSCar** Um corpo é abandonado livremente do topo de um edifício. Supondo a aceleração da gravidade constante de módulo  $g$  e desprezando a resistência do ar, qual a distância percorrida pelo corpo durante o  $n$ -ésimo segundo?

- 32 EEAR 2019** Um atleta pratica salto ornamental, fazendo uso de uma plataforma situada a 5 m do nível da água da piscina. Se o atleta saltar desta plataforma, a partir do repouso, com que velocidade se chocará com a água? Obs.: despreze a resistência do ar e considere o módulo da aceleração da gravidade  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .
- 10 m/s.
  - 20 m/s.
  - 30 m/s.
  - 50 m/s.

- 33 Uece 2019** Em função da diferença de massa entre a Terra e a Lua, a gravidade aqui é cerca de seis vezes a encontrada na Lua. Desconsidere quaisquer forças de atrito. Um objeto lançado da superfície da Terra com uma dada velocidade inicial  $v_T$  atinge determinada altura. O mesmo objeto deve ser lançado a uma outra velocidade  $v_L$  caso seja lançado do solo lunar e atinja a mesma altura. A razão entre a velocidade de lançamento na Terra e a de lançamento na Lua, para que essa condição seja atingida é, aproximadamente,
- 6.
  - 10.
  - $\sqrt{10}$
  - $\sqrt{6}$

- 34 Fuvest 2018** Em uma tribo indígena de uma ilha tropical, o teste derradeiro de coragem de um jovem é deixar-se cair em um rio, do alto de um penhasco. Um desses jovens se soltou verticalmente, a partir do repouso, de uma altura de 45 m em relação à superfície da água. O tempo decorrido, em segundos, entre o instante em que o jovem iniciou sua queda e aquele em que um espectador, parado no alto do penhasco, ouviu o barulho do impacto do jovem na água é, aproximadamente,
- 3,1.
  - 4,3.
  - 5,2.
  - 6,2.
  - 7,0.

► **Note e adote:**

Considere o ar em repouso e ignore sua resistência. Ignore as dimensões das pessoas envolvidas. Velocidade do som no ar: 360 m/s. Aceleração da gravidade:  $10 \text{ m/s}^2$ .

- 35 Fuvest** Numa filmagem, no exato instante em que um caminhão passa por uma marca no chão, um dublê se larga de um viaduto para cair dentro de sua caçamba. A velocidade  $v$  do caminhão é constante e o dublê inicia sua queda a partir do repouso, de uma altura de 5 m da caçamba, que tem 6 m de comprimento. A velocidade ideal do caminhão é aquela em que o dublê cai bem no centro da caçamba, mas a velocidade real  $v$  do caminhão poderá ser diferente e ele cairá mais à frente ou mais atrás do centro da caçamba. Para que o dublê caia dentro da caçamba,  $v$  pode diferir da velocidade ideal, em módulo, no máximo:
- 1 m/s
  - 3 m/s
  - 5 m/s
  - 7 m/s
  - 9 m/s

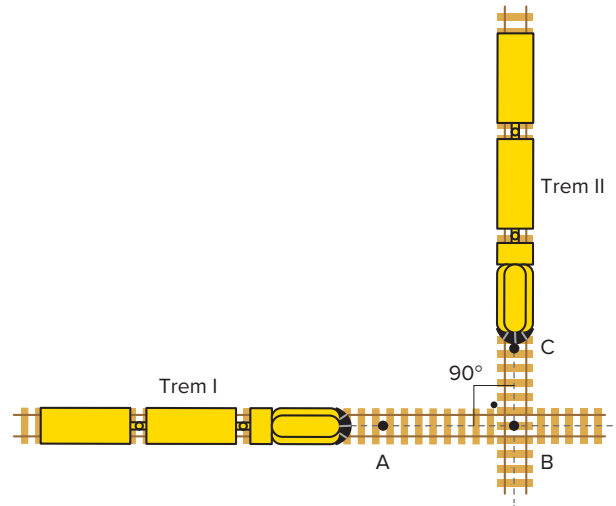
- 36 IME** O trem I desloca-se em linha reta, com velocidade constante de 54 km/h, aproximando-se do ponto B, como mostra a figura. Determine quanto tempo após a locomotiva do trem I atingir o ponto A deve o trem II partir do repouso em C, com aceleração constante de  $0,2 \text{ m/s}^2$ , de forma que 10 segundos após terminar a sua passagem pelo ponto B o trem I inicie a passagem pelo mesmo ponto.

**Notas:** Ambos os trens medem 100 metros de comprimento, incluindo suas locomotivas, que viajam à frente.

As distâncias ao ponto B são:

$$\overline{AB} = 3000 \text{ m}$$

$$\overline{CB} = 710 \text{ m}$$



- 37 Unicamp** Para se dirigir prudentemente, recomenda-se manter do veículo da frente uma distância mínima de um carro (4,0 m) para cada 16 km/h. Um carro segue um caminhão em uma estrada, ambos a 108 km/h.

- De acordo com a recomendação dada, qual deveria ser a distância mínima separando os dois veículos?
- O carro mantém uma separação de apenas 10 m quando o motorista do caminhão freia bruscamente. O motorista do carro demora 0,50 s para perceber a freada e pisar em seu freio. Ambos os veículos percorreriam a mesma distância até parar, após acionarem os seus freios. Mostre numericamente que a colisão é inevitável.

- 38 FEI** Um móvel parte de um certo ponto com um movimento que obedece à seguinte lei horária:  $s = 4 \cdot t^2$ , válida no SI;  $s$  é a abscissa do móvel e  $t$  o tempo. Um segundo depois, parte outro móvel do mesmo ponto do primeiro, com movimento uniforme e seguindo a mesma trajetória. Qual a menor velocidade que deverá ter esse segundo móvel a fim de encontrar o primeiro?

- 39 IMT** Um móvel parte do repouso de um ponto A executando um movimento retilíneo uniformemente acelerado sobre uma reta AB. No mesmo instante, parte do ponto B, rumo a A, outro móvel que percorre a reta AB com velocidade constante. A distância entre os pontos A e B é igual a 50 m. Depois de 10 s da partida, os móveis se cruzam exatamente no meio do segmento entre A e B.

Determine:

- a velocidade do móvel que partiu de B.
- a velocidade com que o móvel que partiu de A irá chegar a B.

- 40 Mackenzie 2019** Um bitrem, também chamado de treminhão, é comum nas zonas rurais do Brasil. Eles são enormes caminhões com três carretas e seu comprimento beira os vinte metros. Um deles, irregular, com 22,5 m de comprimento, trafega carregado por uma rodovia e passa por um posto rodoviário com velocidade constante de 20 m/s. O policial, que está sobre uma motocicleta assimilável a um ponto material, decide abordar o treminhão quando o ponto extremo traseiro deste está a uma distância de 42 m. Acelera então constantemente com módulo  $1,0 \text{ m/s}^2$ . Alcança o ponto extremo traseiro e prossegue com a mesma aceleração constante até o ponto extremo dianteiro para dar sinal ao motorista. Pode-se afirmar corretamente que o módulo aproximado da velocidade da motocicleta, em km/h, no momento em que o policial dá sinal ao motorista vale:

A 100

B 120

C 135

D 150

E 155

**41 UEM 2017** Funções horárias da Cinemática Escalar podem ser consideradas em quaisquer instantes de tempo, seja ele do passado ( $t < 0$ ), do presente ( $t = 0$ ) ou do futuro ( $t > 0$ ). Sendo assim, pode-se dizer que a função horária  $x_A = t^2$  representa as posições ocupadas por um ponto material A que se movimenta do infinito em direção à origem do sistema de referência adotado em movimento uniformemente retardado. Ao atingir a origem no instante  $t = 0$ , ele inverte o sentido de seu movimento e retorna para o infinito em movimento uniformemente acelerado. A função horária  $x_B = 10t$  representa as posições ocupadas por um ponto material B que se encontra sempre em movimento uniforme com velocidade constante, deslocando-se do menos infinito em direção à origem do mesmo sistema de referência adotado anteriormente. Ao passar pela origem no instante  $t = 0$ , ele mantém o seu movimento uniforme em direção ao infinito. Supondo que as funções horárias estejam expressas no Sistema Internacional de Unidades (SI), pode-se afirmar que

- 01 a aceleração escalar do ponto material A é de  $1 \text{ m/s}^2$ .
- 02 a velocidade escalar do ponto material B é de  $10 \text{ m/s}$ .
- 04 os dois pontos materiais se encontram em dois instantes de tempo diferentes, ou seja, na origem no instante  $t = 0 \text{ s}$  e na posição  $x = 100 \text{ m}$  no instante  $t = 10 \text{ s}$ .
- 08 a velocidade escalar dos dois pontos materiais será a mesma no instante  $t = 5 \text{ s}$ .
- 16 Os dois pontos materiais encontram-se separados por uma distância de  $24 \text{ m}$  em quatro instantes de tempo diferentes.

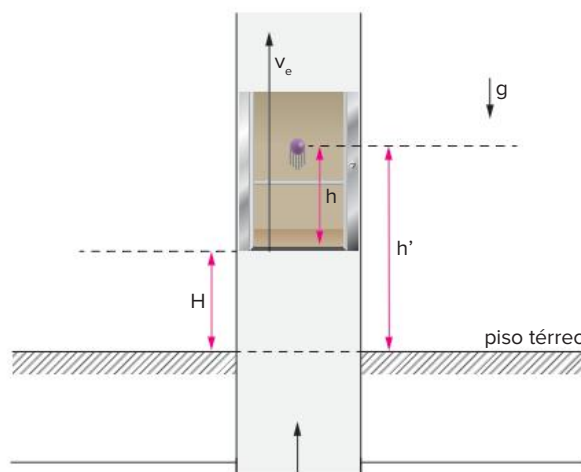
Soma:

**42 Cesgranrio** Considere três esferas idênticas, A, B e C, com as quais se fizeram os seguintes experimentos:  
 Experimento 1: As esferas são soltas simultaneamente, porém de pontos diferentes, sobre uma mesma vertical, sendo que a esfera A é solta do ponto mais baixo e a C do ponto mais elevado.  
 Experimento 2: as esferas são soltas de um mesmo ponto, porém a intervalos de tempo iguais, sendo que a esfera A foi a primeira a ser solta e a C foi a última.

Ambos os experimentos foram feitos de forma a se poder desprezar a influência do ar e a considerar  $g$  constante. Considere  $d_{AB}$  e  $d_{BC}$ , respectivamente, as distâncias entre A e B e entre B e C, durante a queda. Sobre  $d_{AB}$  e  $d_{BC}$  é correto afirmar que:

- A se mantêm inalteradas nos dois experimentos.
- B se mantêm inalteradas no 1º experimento e aumentam igualmente no 2º experimento.
- C aumentam igualmente nos dois experimentos.
- D aumentam igualmente no 1º experimento e  $d_{AB}$  aumenta mais que  $d_{BC}$  no 2º.
- E  $d_{AB}$  aumenta mais que  $d_{BC}$  nos dois experimentos.

**43 Fuvest** Um elevador, aberto em cima, vindo do subsolo de um edifício, sobe mantendo sempre uma velocidade constante  $v_e = 5,0 \text{ m/s}$ . Quando o piso do elevador passa pelo piso do térreo, um dispositivo colocado no piso do elevador lança verticalmente, para cima, uma bolinha, com velocidade inicial  $v_b = 10,0 \text{ m/s}$  em relação ao elevador. Na figura,  $h$  e  $h'$  representam, respectivamente, as alturas da bolinha em relação aos pisos do elevador e do térreo e  $H$  representa a altura do piso do elevador em relação ao piso do térreo. No instante  $t = 0$  do lançamento da bolinha,  $H = h = h' = 0$ .



- a) Construa e identifique os gráficos  $H(t)$ ,  $h(t)$  e  $h'(t)$ , entre o instante  $t = 0$  e o instante em que a bolinha retorna ao piso do elevador.
- b) Indique o instante  $t_{m\acute{a}x}$  em que a bolinha atinge sua altura máxima, em relação ao piso do andar térreo.

- 44 AFA** Um balão sobe verticalmente com movimento uniforme. Seis segundos após a partida, o piloto abandona uma pedra que alcança o solo nove segundos após a saída do balão. Determine, em metros, a altura em que a pedra foi abandonada. Despreze o efeito do ar e adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .
- A 27                                      B 30                                      C 36                                      D 54
- 45 IME** Um elevador parte do repouso e sobe com aceleração constante igual a  $2 \text{ m/s}^2$  em relação a um observador fixo, localizado fora do elevador. Quando sua velocidade atinge o valor  $v = 6 \text{ m/s}$ , uma pessoa que está dentro do elevador larga um pacote de uma altura  $h = 2,16 \text{ m}$ , em relação ao piso do elevador. Considerando que o elevador continue em seu movimento acelerado ascendente, determine para o observador fixo e para o localizado no interior do elevador:
- o tempo de queda.
  - a distância total percorrida pelo pacote até que este encontre o piso do elevador.
  - se o pacote entra em movimento descendente.



FRENTE 1

CAPÍTULO

4

## Análise gráfica

A relação entre duas variáveis pode ser representada por um gráfico, em que cada ponto é associado a dois números (suas coordenadas). Por meio de um gráfico, podem ser representados matematicamente diferentes fenômenos do dia a dia para que estes sejam analisados. O eletrocardiograma, por exemplo, é um registro gráfico de fenômenos elétricos gerados durante a atividade cardíaca em um intervalo de tempo. Um tacógrafo registra graficamente a velocidade e o tempo de uso de um veículo, bem como a distância percorrida por ele. As flutuações da crosta terrestre podem ser medidas e representadas graficamente por um sismógrafo.

## Introdução

Passaremos a uma breve revisão de conceitos importantes para o desenvolvimento deste capítulo.

## Trigonometria

Seja um triângulo retângulo ABC:

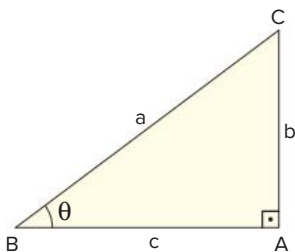


Fig. 1 Triângulo retângulo.

Em relação ao ângulo  $\theta$ , temos:

$$\begin{aligned} \text{sen } \theta &= \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \Rightarrow \text{sen } \theta = \frac{b}{a} \\ \text{cos } \theta &= \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} \Rightarrow \text{cos } \theta = \frac{c}{a} \\ \text{tg } \theta &= \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} \Rightarrow \text{tg } \theta = \frac{b}{c} \end{aligned}$$

Para  $0 < \theta < 90^\circ$ :

$$\text{sen } \theta > 0 \quad \text{cos } \theta > 0 \quad \text{tg } \theta > 0$$

Para  $90^\circ < \theta < 180^\circ$ :

$$\text{sen } \theta > 0 \quad \text{cos } \theta < 0 \quad \text{tg } \theta < 0$$

## Função do primeiro grau

A representação da função do primeiro grau  $y = ax + b$  no plano cartesiano é:

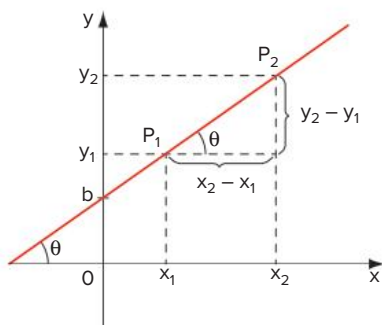


Fig. 2 Função do primeiro grau.

em que:

$a$  – coeficiente angular da reta

$b$  – coeficiente linear da reta

Quando  $x = 0$ , temos  $y = a \cdot 0 + b = b$

Logo, a reta corta o eixo  $y$  no ponto  $(0; b)$ .

Substituindo as coordenadas dos pontos  $P_1$  e  $P_2$  na equação da reta, temos:

$$\left. \begin{aligned} P_1(x_1; y_1) &\Rightarrow y_1 = ax_1 + b \\ P_2(x_2; y_2) &\Rightarrow y_2 = ax_2 + b \end{aligned} \right\} \Rightarrow y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1)$$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Assim:

$$a = \text{tg } \theta$$

ou seja, o coeficiente angular  $a$  é numericamente igual à tangente trigonométrica do ângulo entre a reta e o eixo  $x$ .

## Gráficos de espaço, velocidade e aceleração

Se uma partícula percorre uma trajetória, a descrição de seu movimento pode ser feita pelo estudo de como variam suas grandezas em função do tempo.

Já estudamos que, se conhecermos o espaço como função do tempo, podemos determinar velocidade e aceleração também como função do tempo.

Há várias maneiras de representarmos essas funções.

No caso de um movimento uniforme, temos, por exemplo:

a. Equação

A equação  $s = -6 + 4t$  (SI) é a expressão de um movimento uniforme.

b. Tabela

Esse mesmo movimento pode ser descrito pela seguinte tabela.

$s$ (m)	-6	-2	2	6
$t$ (s)	0	1	2	3

c. Gráfico

A partir da equação  $s = -6 + 4t$ , podemos construir um gráfico  $s \times t$ :

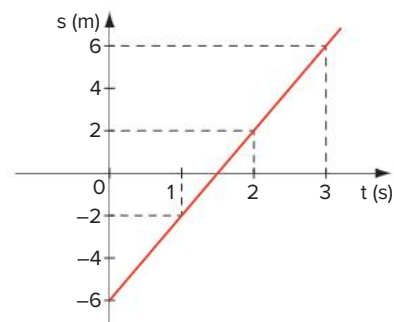


Fig. 3 Gráfico de  $s = -6 + 4t$ .

As três formas nos dão, para cada instante  $t$ , o espaço  $s$  ocupado pelo móvel.

### Atenção

Não podemos confundir gráfico com trajetória. O gráfico indica como se relacionam duas variáveis de um movimento (no exemplo anterior,  $s$  e  $t$ ), enquanto a trajetória é o conjunto de posições ocupadas por um ponto material no decorrer do tempo.

Veja que, apesar de o gráfico  $s \times t$  ser uma reta, não se pode afirmar nada sobre a trajetória, que pode ser circular, elíptica ou até uma reta. Sabemos apenas, nesse caso, que o móvel percorre espaços iguais para tempos iguais.

## Velocidade escalar média

Para determinarmos graficamente a velocidade escalar média, vamos tomar um gráfico  $s \times t$  qualquer. Não estamos aqui especificando qualquer movimento.

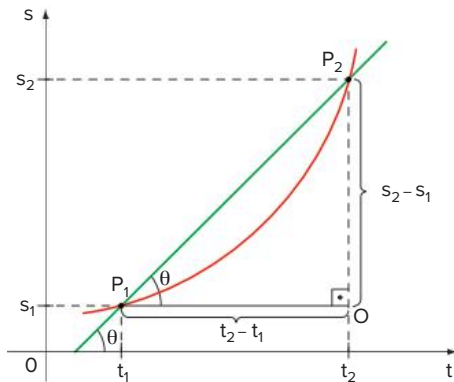


Fig. 4 Determinação da velocidade escalar média.

Sobre o gráfico:

- $P_1$  é o ponto em que  $s_1$  é o espaço para o instante  $t_1$ .
- $P_2$  é o ponto em que  $s_2$  é o espaço para o instante  $t_2$ . Podemos observar que o triângulo  $OP_1P_2$  é retângulo em  $O$ .

Da trigonometria:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

em que  $\theta$  é o ângulo formado entre a reta secante ao gráfico que passa pelos pontos  $P_1$  e  $P_2$  e o eixo  $t$ .

Mas:  $\Delta s = s_2 - s_1$  e  $\Delta t = t_2 - t_1$

Como:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

Então:

$$v_m = \operatorname{tg} \theta$$

Isso significa que, para calcular graficamente a velocidade escalar média entre dois instantes  $t_1$  e  $t_2$  de um movimento qualquer, basta determinarmos o valor da tangente trigonométrica do ângulo formado entre a reta que passa pelos pontos do gráfico  $s \times t$  correspondentes a  $t_1$  e  $t_2$  ( $P_1$  e  $P_2$ ) e o eixo  $t$ .

Ou ainda, como  $\operatorname{tg} \theta$  é numericamente igual ao coeficiente angular da reta  $P_1P_2$ , a velocidade escalar média entre  $t_1$  e  $t_2$  é o coeficiente angular de  $P_1P_2$ .

## Velocidade escalar instantânea

Se quisermos calcular a velocidade escalar instantânea em  $t_1$ , vamos nos valer da definição:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Isso significa que, para calcular a velocidade escalar instantânea, basta calcularmos a velocidade escalar média entre dois instantes muito próximos.

Se  $\Delta t$  tender a zero,  $t_2$  tende a  $t_1$ , aproximando-se deste. À medida que  $t_2$  se aproxima de  $t_1$ ,  $P_2$  se aproxima de  $P_1$ , e a reta que passa pelos dois pontos, de secante ao gráfico, tende a ser tangente ao gráfico no ponto  $P_1$ .

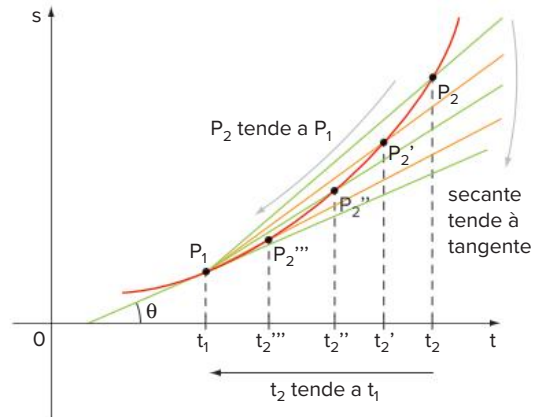


Fig. 5 Determinação da velocidade escalar instantânea.

Se, para dois instantes  $t_1$  e  $t_2$ , a  $v_m$  é numericamente igual ao coeficiente angular da reta secante,  $P_1P_2$ , à medida que  $\Delta t$  tende a zero, a velocidade escalar média tende ao valor da velocidade escalar instantânea.

Logo:

$$v = \operatorname{tg} \theta$$

ou seja, a velocidade escalar instantânea em  $t_1$  é numericamente igual ao coeficiente angular da tangente geométrica ao gráfico no ponto  $P_1$ .

No caso do MU, a tangente ao gráfico  $s \times t$  será a mesma para qualquer ponto e coincidirá com o próprio gráfico. Assim, no MU, a velocidade escalar instantânea será constante e igual ao coeficiente angular da reta  $s \times t$ .

Esse resultado já era conhecido, pois, no MU:

$s = s_0 + v \cdot t$ , com  $v$  constante.

## Aceleração escalar média

Analogamente ao caso da velocidade escalar média, em um gráfico  $v \times t$  qualquer:

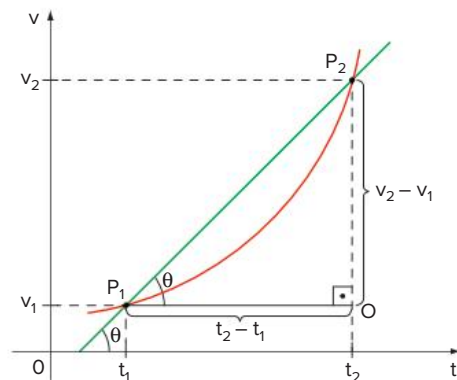


Fig. 6 Determinação da aceleração escalar média.

teremos:

$$a_m = \operatorname{tg} \theta$$

Isso significa que, para calcular graficamente a aceleração escalar média entre dois instantes  $t_1$  e  $t_2$  de um movimento qualquer, basta determinarmos o valor da tangente trigonométrica do ângulo formado entre a reta que passa pelos pontos do gráfico  $v \times t$  correspondentes a  $t_1$  e  $t_2$  ( $P_1$  e  $P_2$ ) e o eixo  $t$ .

Ou ainda, como  $\text{tg } \theta$  é numericamente igual ao coeficiente angular da reta  $P_1P_2$ , a aceleração escalar média entre  $t_1$  e  $t_2$  é o coeficiente angular de  $P_1P_2$ .

## Aceleração escalar instantânea

Analogamente ao caso da velocidade escalar instantânea, em um gráfico  $v \times t$  qualquer:

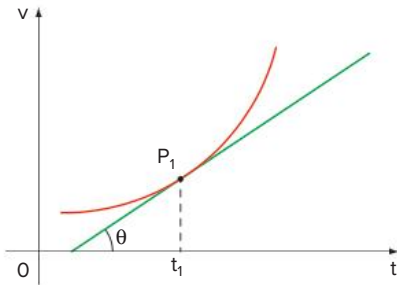


Fig. 7 Determinação da aceleração escalar instantânea.

teremos:

$$a = \text{tg } \theta^N$$

ou seja, a aceleração escalar instantânea em  $t_1$  é numericamente igual ao coeficiente angular da tangente geométrica ao gráfico no ponto  $P_1$ .

No caso do MUV, a tangente ao gráfico  $v \times t$  será a mesma para qualquer ponto e coincidirá com o próprio gráfico. Assim, no MUV, a aceleração escalar instantânea será constante e igual ao coeficiente angular da reta  $v \times t$ .

Esse resultado já era conhecido, pois, no MUV:  $v = v_0 + a \cdot t$ , com  $a$  constante.

Dessa forma, observamos que, a partir de um gráfico  $s \times t$ , podemos obter o valor da velocidade escalar instantânea para qualquer  $t$ ; portanto, o gráfico  $v \times t$ .

A partir do gráfico  $v \times t$ , podemos obter o valor da aceleração escalar instantânea para qualquer  $t$ ; portanto, o gráfico  $a \times t$ .

## Variação do espaço

Para calcular, a partir de um gráfico  $v \times t$ , o valor da variação do espaço entre dois instantes  $t_1$  e  $t_2$ , vamos utilizar como exemplo o movimento uniforme.

No MU, a velocidade escalar instantânea é constante e igual à velocidade escalar média:

$$v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Graficamente:

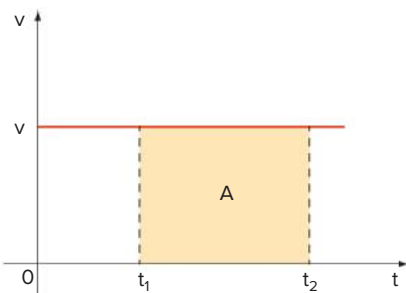


Fig. 8 Variação de espaço no MU.

O retângulo colorido tem área dada por:

$$\text{área do retângulo} = \text{base} \times \text{altura}$$

Logo:

$$A = v \cdot (t_2 - t_1)$$

Como  $\Delta t = t_2 - t_1$ , então  $A = v \cdot \Delta t$

Mas:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta s = v \cdot \Delta t$$

Então:

$$\Delta s = A^N$$

ou seja, a variação de espaço entre dois instantes quaisquer  $t_1$  e  $t_2$  é numericamente igual à área limitada pelo gráfico  $v \times t$ , pelo eixo  $t$  e pelas perpendiculares ao eixo  $t$  que passam por  $t_1$  e  $t_2$ .

Apesar de termos provado essa propriedade para o gráfico  $v \times t$  de um movimento uniforme, ela é válida para o gráfico  $v \times t$  de qualquer movimento.

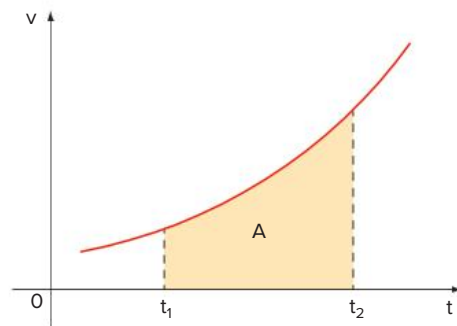


Fig. 9 Variação de espaço em um movimento qualquer.

**Observação:** A demonstração dessa propriedade para  $v \times t$  qualquer utiliza recursos matemáticos ainda não estudados.

Portanto, teremos sempre para um gráfico  $v \times t$ :

$$\Delta s = A^N$$

## Variação da velocidade escalar

Analogamente ao que fizemos para o cálculo da variação do espaço, se agora tomarmos o gráfico  $a \times t$  de um movimento uniformemente variado, em que a aceleração escalar instantânea é constante e igual à aceleração escalar média:

$$a = a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

teremos:

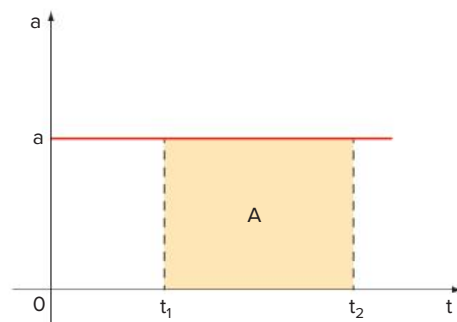


Fig. 10 Variação de velocidade no MUV.



Podemos provar que:

$$\Delta v = A$$

Essa propriedade pode também ser aplicada para um gráfico  $a \times t$  qualquer:

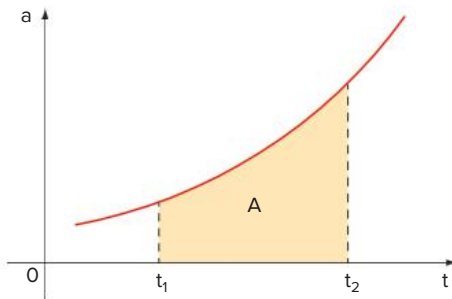


Fig. 11 Variação de velocidade em um movimento qualquer.

**Atenção**

Quando a área estiver situada abaixo do eixo  $t$  no gráfico  $v \times t$ , a variação de espaço é numericamente igual à área, mas com um sinal negativo.

Analogamente, quando a área estiver situada abaixo do eixo  $t$  no gráfico  $a \times t$ , a variação da velocidade é numericamente igual à área, mas com sinal negativo.

Veja o exemplo:

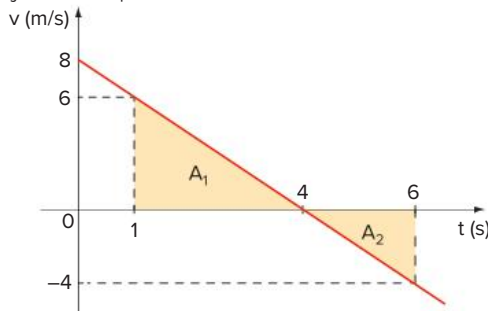


Fig. 12 Variação de espaço negativa.

Entre 1 s e 4 s:  $A_1 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 9$

Como a área está acima do eixo  $t$ , então:  $\Delta s_1 = 9 \text{ m}$

Entre 4 s e 6 s:  $A_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4$

Como a área está abaixo do eixo  $t$ , então:  $\Delta s_2 = -4 \text{ m}$

Entre 1 s e 6 s:  $\Delta s = \Delta s_1 + \Delta s_2$

$\Delta s = (9 \text{ m}) + (-4 \text{ m}) \Rightarrow \Delta s = 5 \text{ m}$

Sabemos que a distância efetivamente percorrida é a soma dos módulos das variações de espaço em cada sentido do movimento. Assim, a distância percorrida entre 1 s e 6 s é dada por:

$d = |\Delta s_1| + |\Delta s_2| = (9 \text{ m}) + (4 \text{ m}) \Rightarrow d = 13 \text{ m}$

No instante  $t = 4 \text{ s}$ , houve inversão no sentido do movimento.

## Gráficos do movimento uniforme

### Análise do gráfico $s \times t$

A função horária do espaço é dada por:

$$s = s_0 + v \cdot t$$

com  $s_0$  e  $v$  constantes.

Essa é uma função do primeiro grau em  $t$ ; portanto, o gráfico  $s \times t$  é uma reta, sendo:

$s_0$  – coeficiente linear

$v$  – coeficiente angular

Se  $v > 0$ , o movimento é progressivo, e a função é crescente.

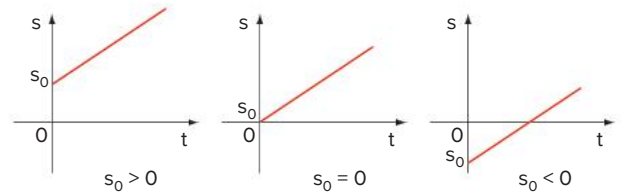


Fig. 13 Gráficos  $s \times t$  no MU progressivo.

Se  $v < 0$ , o movimento é retrógrado, e a função é decrescente.

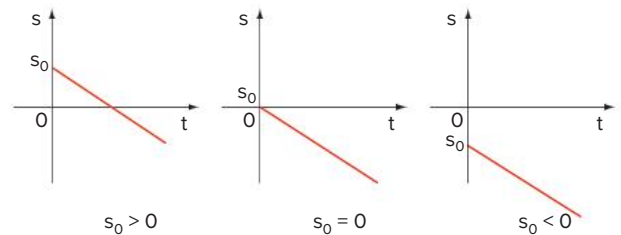


Fig. 14 Gráficos  $s \times t$  no MU retrógrado.

Como  $v$  é o coeficiente angular da reta, para uma reta qualquer, então:

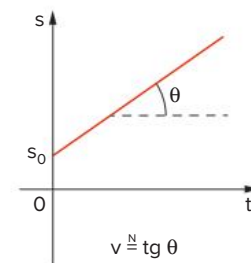


Fig. 15 Coeficiente angular da reta  $s \times t$  no MU.

### Análise do gráfico $v \times t$

A função horária da velocidade é constante:

$$v = \text{constante}$$

Se a velocidade não varia com o tempo, o gráfico  $v \times t$  é uma reta paralela ao eixo  $t$ .

Se  $v > 0$ , o movimento é progressivo, e a reta está acima do eixo  $t$ .

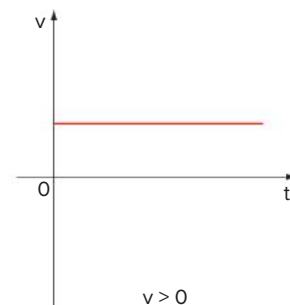


Fig. 16 Gráfico  $v \times t$  no MU progressivo.



Se  $v < 0$ , o movimento é retrógrado, e a reta está abaixo do eixo  $t$ .

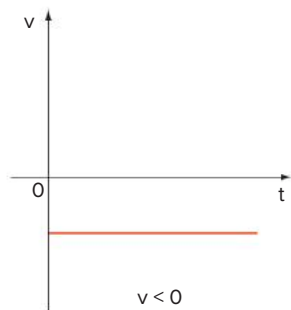


Fig. 17 Gráfico  $v \times t$  no MU retrógrado.

### Análise do gráfico $a \times t$

A função horária da aceleração é nula:

$$a = 0$$

O gráfico  $a \times t$  é uma reta coincidente com o eixo  $t$ , tanto para  $v > 0$  como para  $v < 0$ .

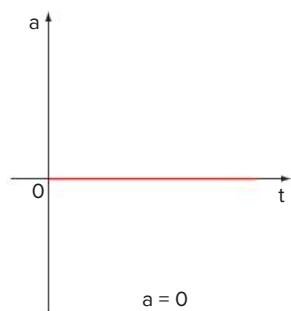


Fig. 18 Gráfico  $a \times t$  no MU.

Na figura 19, temos os gráficos de espaço, velocidade e aceleração no movimento uniforme.

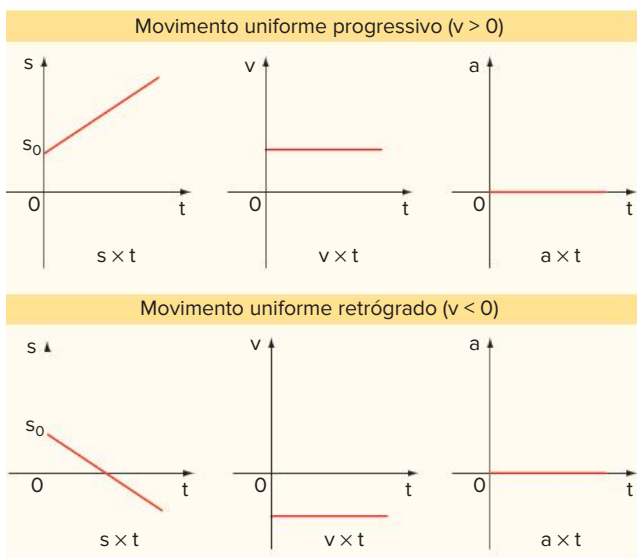


Fig. 19 Gráficos  $s \times t$ ,  $v \times t$  e  $a \times t$  no MU.

#### Atenção

Quando a velocidade é nula, não temos movimento uniforme, e sim repouso, pois o espaço não varia quando a partícula estiver em repouso.

## Gráficos do movimento uniformemente variado

### Análise do gráfico $s \times t$

A função horária do espaço é dada por:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

com  $s_0$ ,  $v_0$  e  $a$  constantes.

Essa é uma função do segundo grau em  $t$ , portanto o gráfico  $s \times t$  é uma parábola.

Se  $a > 0$ , a parábola tem concavidade voltada para cima:

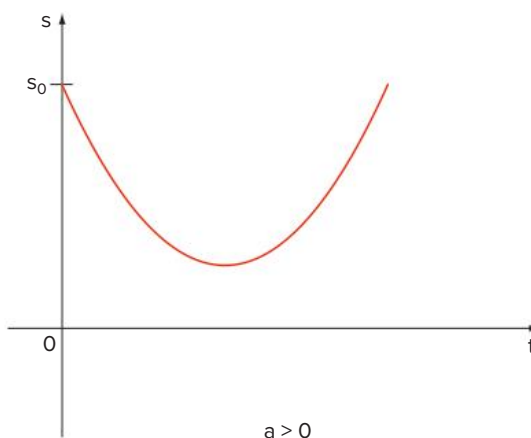


Fig. 20 Gráfico  $s \times t$  no MUV com  $a > 0$ .

Se  $a < 0$ , a parábola tem concavidade voltada para baixo:

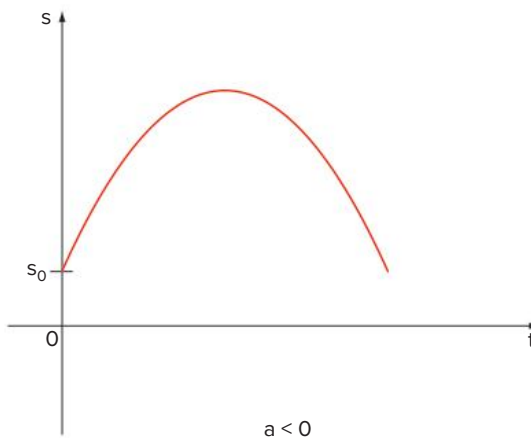


Fig. 21 Gráfico  $s \times t$  no MUV com  $a < 0$ .

Vale lembrar que, nos dois gráficos anteriores, podemos ter  $s_0 > 0$ ,  $s_0 = 0$  ou  $s_0 < 0$ .

A parábola pode interceptar o eixo  $t$  em dois, um ou nenhum ponto, o que significa que o móvel passa pela origem dos espaços duas, uma ou nenhuma vez, respectivamente.

Vamos analisar mais detalhadamente os dois casos:  $a > 0$  e  $a < 0$ .

I.  $a > 0$

Quando a aceleração escalar é positiva, temos um gráfico  $s \times t$  como na figura 22. O ponto P é o vértice da parábola e representa o espaço mínimo  $s_p$  atingido pelo móvel no instante  $t_p$ .

- Para  $t < t_p$ :

O espaço é decrescente, o que significa velocidade escalar negativa ( $v < 0$ ). Como  $a > 0$  para todo o movimento,  $a$  e  $v$  têm sinais contrários, portanto o movimento é retardado. Logo, o módulo da velocidade escalar diminui.

- No ponto P ( $t = t_p$ ):

A velocidade se anula, e o móvel muda o sentido de seu movimento.

- Para  $t > t_p$ :

O espaço é crescente, o que significa velocidade escalar positiva ( $v > 0$ ). Como  $a > 0$  para todo o movimento,  $a$  e  $v$  têm mesmos sinais, portanto o movimento é acelerado. Logo, o módulo da velocidade escalar aumenta.

Em todo o movimento, a aceleração é sempre positiva, apesar de haver mudança no sinal da velocidade.

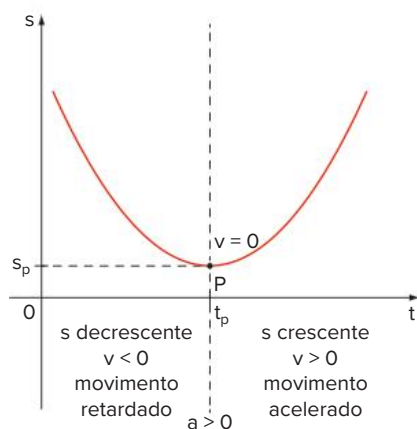


Fig. 22 Análise do MUV com  $a > 0$ .

II.  $a < 0$

Quando a aceleração escalar é negativa, temos um gráfico  $s \times t$  como na figura 23. O ponto P é o vértice da parábola e representa o espaço máximo  $s_p$  atingido pelo móvel no instante  $t_p$ .

- Para  $t < t_p$ :

O espaço é crescente, o que significa velocidade escalar positiva ( $v > 0$ ). Como  $a < 0$  para todo o movimento,  $a$  e  $v$  têm sinais contrários e, portanto, o movimento é retardado. Logo, o módulo da velocidade escalar diminui.

- No ponto P ( $t = t_p$ ):

A velocidade se anula, e o móvel muda o sentido de seu movimento.

- Para  $t > t_p$ :

O espaço é decrescente, o que significa velocidade escalar negativa ( $v < 0$ ). Como  $a < 0$  para todo o movimento,  $a$  e  $v$  têm mesmos sinais e, portanto,

o movimento é acelerado. Logo, o módulo da velocidade escalar aumenta.

Em todo o movimento, a aceleração é sempre negativa, apesar de haver mudança no sinal da velocidade.

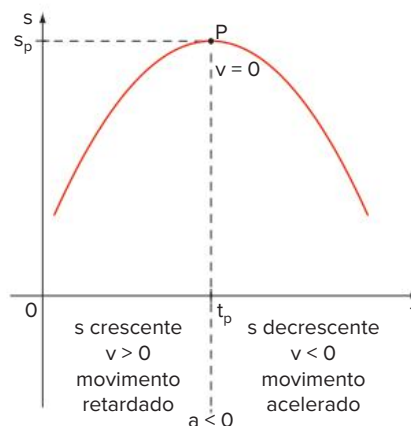


Fig. 23 Análise do MUV com  $a < 0$ .

**Observação:** Podemos observar que a velocidade se anula quando o espaço é máximo ou mínimo. Isso acontece não só para o MUV como para qualquer movimento variado.

Verificamos também que, para  $t < t_p$ , em ambos os casos, o movimento é sempre retardado. Para  $t > t_p$ , em ambos os casos, o movimento é sempre acelerado.

### Análise do gráfico $v \times t$

A função horária da velocidade é dada por:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

com  $v_0$  e  $a$  constantes.

Essa é uma função do primeiro grau em  $t$ ; portanto, o gráfico  $v \times t$  é uma reta, sendo:

$v_0$  – coeficiente linear

$a$  – coeficiente angular

Se  $a > 0$ , a função é crescente:

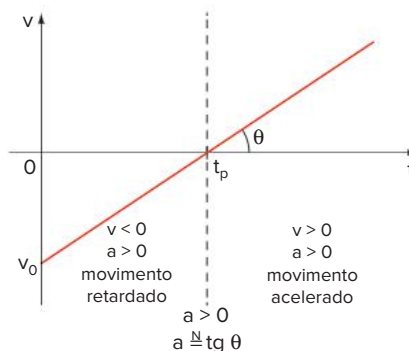


Fig. 24 Gráfico  $v \times t$  no MUV com  $a > 0$ .

Esse gráfico mostra o que já foi analisado no gráfico  $s \times t$  da figura 22.

Para  $t < t_p$ , temos  $v < 0$ . Como  $a > 0$ , o movimento é retardado.

Para  $t = t_p$ , temos  $v = 0$ .

Para  $t > t_p$ , temos  $v > 0$ . Como  $a > 0$ , o movimento é acelerado.

Se  $a < 0$ , a função é decrescente:

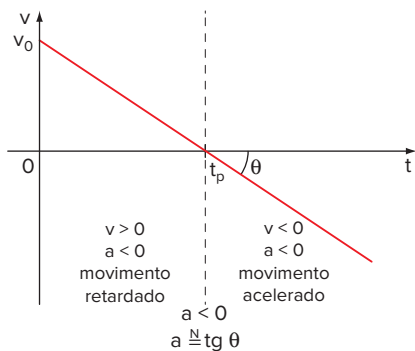


Fig. 25 Gráfico  $v \times t$  no MUV com  $a < 0$ .

Esse gráfico mostra o que já foi analisado no gráfico  $s \times t$  da figura 23.

Para  $t < t_p$ , temos  $v > 0$ . Como  $a < 0$ , o movimento é retardado.

Para  $t = t_p$ , temos  $v = 0$ .

Para  $t > t_p$ , temos  $v < 0$ . Como  $a < 0$ , o movimento é acelerado.

### Análise do gráfico $a \times t$

A função horária da aceleração é constante:

$$a = \text{constante}$$

Se a aceleração não varia com o tempo, o gráfico  $a \times t$  é uma reta paralela ao eixo  $t$ .

Se  $a > 0$ , a reta está acima do eixo  $t$ .

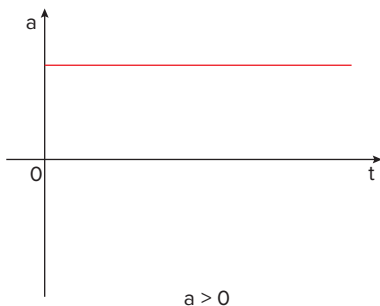


Fig. 26 Gráfico  $a \times t$  no MUV com  $a > 0$ .

Se  $a < 0$ , a reta está abaixo do eixo  $t$ .

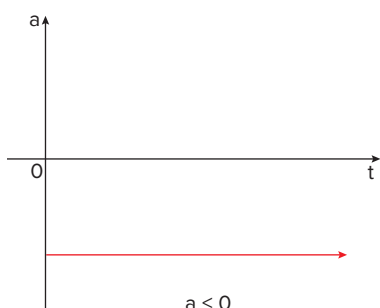


Fig. 27 Gráfico  $a \times t$  no MUV com  $a < 0$ .

### Atenção

Quando a aceleração é nula, não temos movimento uniformemente variado, e sim movimento uniforme.

Na figura 28, temos os gráficos de espaço, velocidade e aceleração no movimento uniformemente variado.

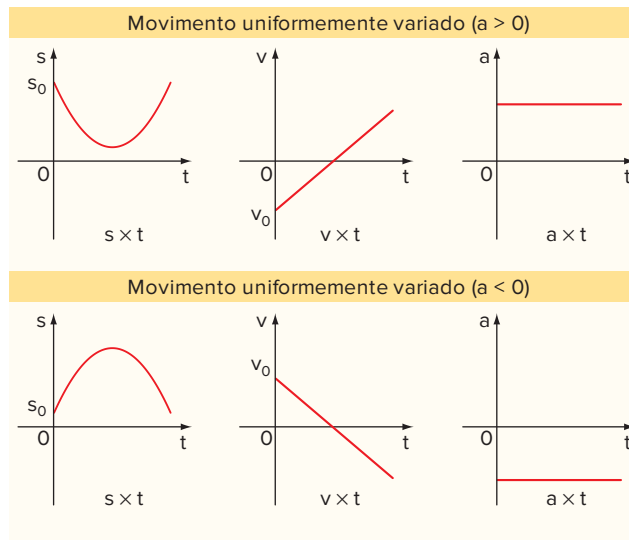
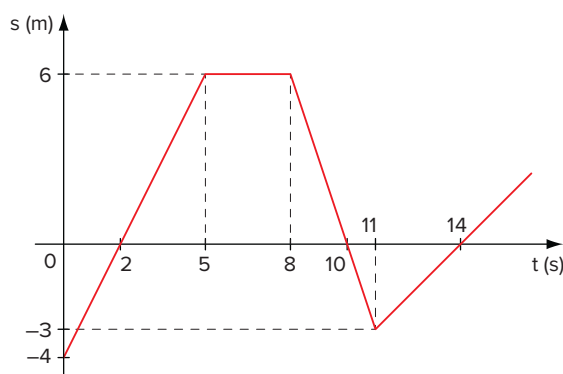


Fig. 28 Gráficos  $s \times t$ ,  $v \times t$  e  $a \times t$  no MUV.

## Exercícios resolvidos

1 O gráfico a seguir refere-se ao espaço de uma partícula em função do tempo.



Determine:

- o espaço inicial.
- os instantes em que a partícula passa pela origem dos espaços.
- os intervalos em que o movimento é progressivo.
- os intervalos em que o movimento é retrógrado.
- a equação horária do espaço para  $t < 5$  s.
- o gráfico  $v \times t$ .

### Resolução:

- a) Em  $t = 0$ , temos  $s_0 = -4$  m.  
b) A partícula passa pela origem dos espaços quando  $s = 0$ .  
Isso se dá para  $t = 2$  s,  $t = 10$  s e  $t = 14$  s.  
c) O movimento é progressivo quando os espaços crescem com o tempo, ou seja, entre 0 e 5 s e para tempo maior que 11 s.  
d) O movimento é retrógrado quando os espaços diminuem com o tempo, ou seja, entre 8 s e 11 s.  
e) Para  $t < 5$  s, a função é do primeiro grau; logo, o movimento é uniforme.

$$s = s_0 + v \cdot t$$

Sabemos que:  $s_0 = -4$  m

$$v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(+6) - (-4)}{5 - 0} = \frac{10}{5} \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

Logo:  $s = -4 + 2t$

- f) 0 a 5 s:  $v = 2$  m/s

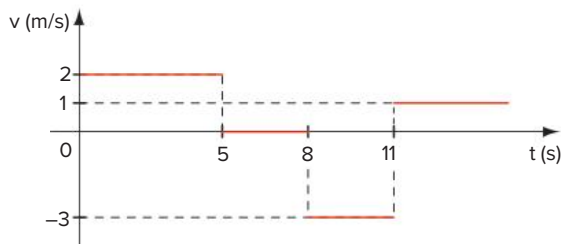
5 s a 8 s:  $v = 0$

8 s a 11 s:

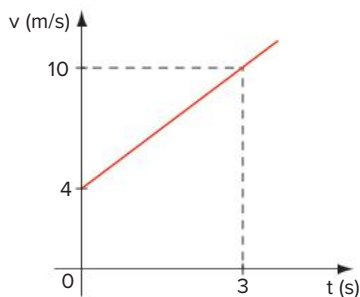
$$v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(-3) - (+6)}{11 - 8} = \frac{-9}{3} \Rightarrow v = -3 \text{ m/s}$$

11 s em diante:

$$v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(0) - (-3)}{14 - 11} = \frac{3}{3} \Rightarrow v = 1 \text{ m/s}$$



- 2 No gráfico  $v \times t$  a seguir, determine:



- a) a velocidade inicial.  
b) a aceleração.  
c) a função horária da velocidade.  
d) a variação de espaço de 0 a 3 s.  
e) a velocidade média de 0 a 3 s.

### Resolução:

- a) Para  $t = 0$ , temos  $v_0 = 4$  m/s.  
b) Como a função horária da velocidade é do primeiro grau, então o movimento é uniformemente variado:

$$a = a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 4}{3 - 0} = \frac{6}{3} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

- c) No MUV:

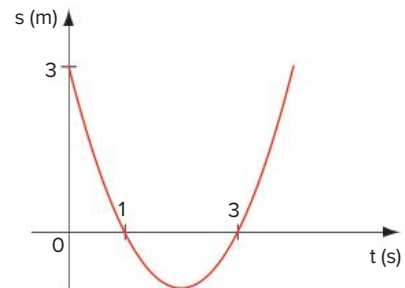
$$v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow v = 4 + 2t$$

- d)  $\Delta s = \overset{N}{\text{área}}$

$$\Delta s = \frac{1}{2} \cdot (10 + 4) \cdot 3 \Rightarrow \Delta s = 21 \text{ m}$$

- e)  $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{21 \text{ m}}{3 \text{ s}} \Rightarrow v_m = 7 \text{ m/s}$

- 3 A parábola da figura representa o espaço de uma partícula em função do tempo, em movimento uniformemente variado.



Determine:

- a) a função horária do espaço.  
b) a função horária da velocidade.

### Resolução:

- a) Se temos uma parábola:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$t = 0$  para  $s = 3$  m:

$$3 = s_0 + v_0 \cdot 0 + \frac{1}{2} a \cdot 0^2 \Rightarrow s_0 = 3 \text{ m}$$

$t = 1$  s para  $s = 0$ :

$$0 = 3 + v_0 \cdot 1 + \frac{1}{2} a \cdot 1 \Rightarrow v_0 + \frac{a}{2} = -3 \quad (I)$$

$t = 3$  s para  $s = 0$ :

$$0 = 3 + v_0 \cdot 3 + \frac{1}{2} a \cdot 3^2 \Rightarrow 3v_0 + \frac{9a}{2} = -3 \quad (II)$$

Subtraindo o triplo da equação (I) da equação (II):

$$\frac{6a}{2} = 6 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$v_0 + \frac{2}{2} = -3 \Rightarrow v_0 = -4 \text{ m/s}$$

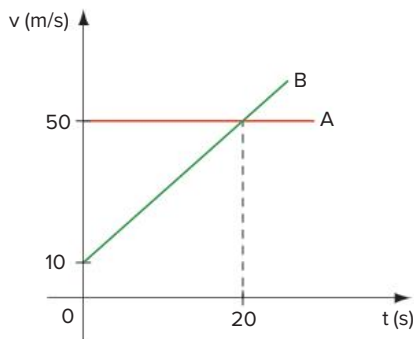
Logo:

$$s = 3 - 4t + \frac{1}{2} \cdot 2t^2 \Rightarrow s = 3 - 4t + t^2$$

- b) No MUV:

$$v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow v = -4 + 2t$$

- 4 O gráfico a seguir representa as velocidades de dois móveis, A e B, que partem da mesma posição.



Determine:

- a função horária do espaço de A.
- a função horária do espaço de B.
- o instante em que A e B se encontram.

#### Resolução:

Vamos adotar o ponto comum de partida dos móveis como a origem dos espaços.

- a) Como a velocidade de A é constante, o seu movimento é uniforme:

$$s_A = s_{0,A} + v_A \cdot t$$

Mas:

$$s_{0,A} = 0 \text{ e } v_A = 50 \text{ m/s}$$

Logo:

$$s_A = 50t$$

- b) O gráfico  $v \times t$  de B é uma reta; portanto, o movimento é uniformemente variado:

$$s_B = s_{0,B} + v_{0,B} \cdot t + \frac{1}{2} a_B \cdot t^2$$

Mas:

$$s_{0,B} = 0 \text{ e } v_{0,B} = 10 \text{ m/s}$$

$$a_B = a_{m,B} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{50 - 10}{20 - 0} = \frac{40}{20} \Rightarrow a_B = 2 \text{ m/s}^2$$

Logo:

$$s_B = 10t + \frac{1}{2} \cdot 2t^2 \Rightarrow s_B = 10t + t^2$$

- c) A e B se encontram quando  $s_A = s_B$ :

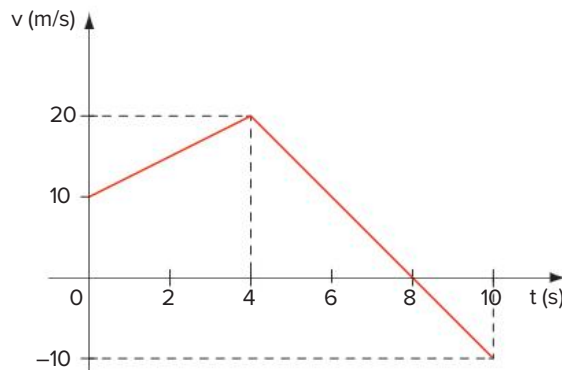
$$50t = 10t + t^2 \Rightarrow t^2 - 40t = 0$$

Resolvendo a equação do segundo grau:

$t = 0$  (no início do movimento, A e B estavam na mesma posição).

$$t = 40 \text{ s}$$

- 5 Seja o seguinte diagrama horário da velocidade de uma partícula:

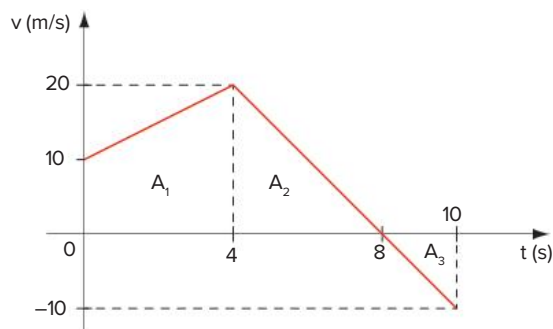


Determine:

- a variação de espaço de 0 a 10 s.
- a distância efetivamente percorrida de 0 a 10 s.
- a velocidade média de 0 a 10 s.

#### Resolução:

- a) Para o cálculo da variação de espaço, primeiro precisamos determinar as áreas do gráfico  $v \times t$ .



$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot (10 + 20) \cdot 4 = 60 \Rightarrow \Delta s_1 = 60 \text{ m}$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 4 = 40 \Rightarrow \Delta s_2 = 40 \text{ m}$$

$$A_3 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2 = 10 \Rightarrow \Delta s_3 = -10 \text{ m}$$

Então:

$$\Delta s = \Delta s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3 = (60 \text{ m}) + (40 \text{ m}) + (-10 \text{ m})$$

$$\Delta s = 90 \text{ m}$$

- b)  $d = |\Delta s_1| + |\Delta s_2| + |\Delta s_3| = 60 \text{ m} + 40 \text{ m} + 10 \text{ m}$

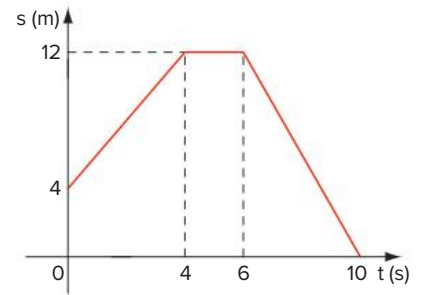
$$d = 110 \text{ m}$$

- c)  $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{90 \text{ m}}{10 \text{ s}} \Rightarrow v_m = 9 \text{ m/s}$

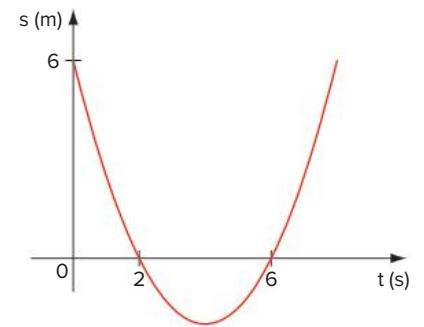


## Revisando

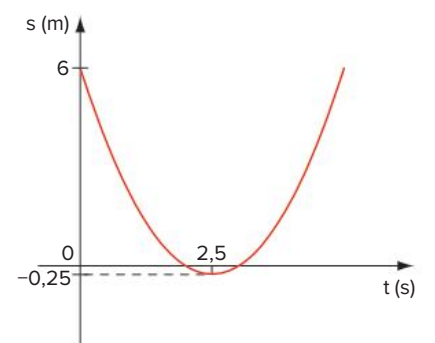
- 1 O gráfico ao lado representa a posição em função do tempo de um móvel. Determine:
- a posição em  $t = 3$  s e em  $t = 7$  s.
  - a velocidade em  $t = 2$  s, em  $t = 5$  s e  $t = 9$  s.
  - a velocidade média entre  $t = 0$  e  $t = 10$  s.



- 2 O gráfico ao lado representa a posição em função do tempo de um móvel em MUV. Determine:
- a função horária da posição.
  - a função horária da velocidade.
  - a aceleração.
  - o instante em que o móvel inverte o sentido de sua velocidade.

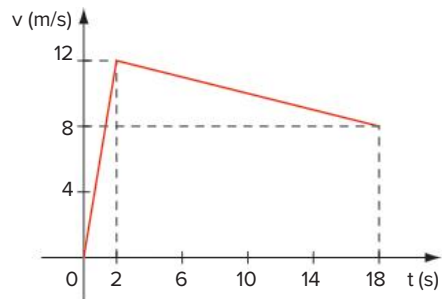


- 3 **Ufes (Adapt.)** Uma partícula que realiza movimento retilíneo uniformemente variado tem seu gráfico ( $s \times t$ ) representado ao lado. Qual a equação horária que descreve o movimento dessa partícula?



**4 UFRJ** Nas provas de atletismo de curta distância (até 200 m), observa-se um aumento muito rápido da velocidade nos primeiros segundos da prova e, depois, um intervalo de tempo relativamente longo, em que a velocidade do atleta permanece praticamente constante para, em seguida, diminuir lentamente. Para simplificar a discussão, suponha que a velocidade do velocista em função do tempo seja dada pelo gráfico ao lado. Calcule:

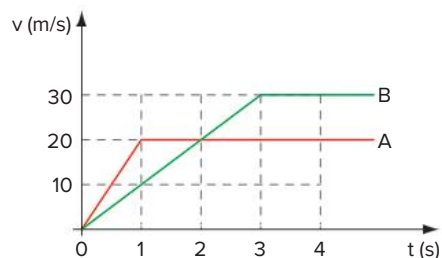
- as acelerações, nos dois primeiros segundos da prova e no movimento subsequente.
- a velocidade média nos primeiros 10 s de prova.



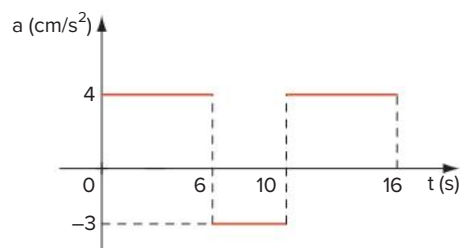
**5** Um móvel que parte do repouso acelera durante 10 segundos e atinge a velocidade de 40 m/s. Essa velocidade é sustentada por mais 20 segundos, quando, então, começa a diminuir até o móvel parar. A desaceleração do veículo é de  $2 \text{ m/s}^2$ , em módulo. Qual é a distância total percorrida pelo móvel? Sugestão: Faça uma solução por meio do gráfico velocidade  $\times$  tempo.

**6** O gráfico ao lado representa a variação da velocidade em relação ao tempo  $t$  de dois móveis, A e B, que partem da mesma origem. Determine:

- a distância entre os móveis no instante em que eles alcançam a mesma velocidade.
- o instante em que eles se encontram novamente após a partida.

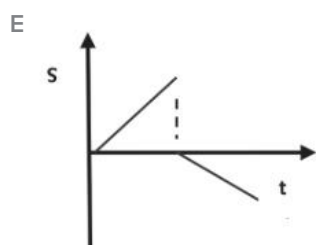
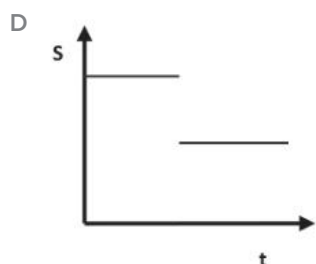
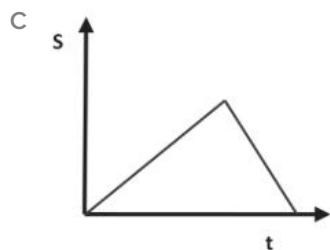
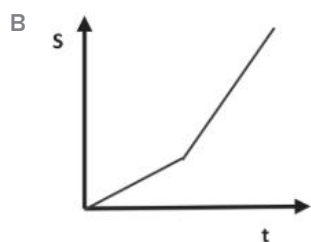
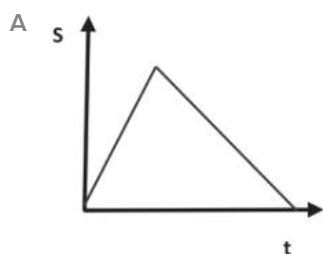


**7 Uerj** Um trem de brinquedo, com velocidade inicial de  $2 \text{ cm/s}$ , é acelerado durante 16 s. O comportamento da aceleração nesse intervalo de tempo é mostrado no gráfico ao lado. Calcule, em  $\text{cm/s}$ , a velocidade do corpo imediatamente após esses 16 s.

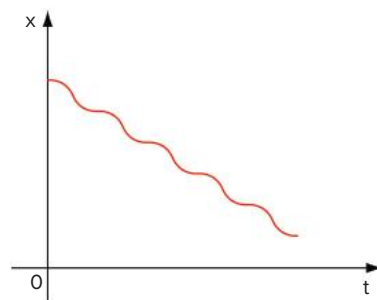


## Exercícios propostos

**1 UPF 2017** Considere a situação em que um jogador de futebol esteja treinando e, para isso, chute uma bola contra uma parede vertical. Suponha-se que a bola realize um movimento em linha reta de ida e volta (jogador-parede-jogador), com velocidade constante na ida, e que, na volta, a velocidade também seja constante, mas menor do que a da ida. Nessas condições e considerando que o tempo de contato com a parede seja muito pequeno e possa ser desprezado, o gráfico que melhor representa o deslocamento ( $S$ ) da bola em relação ao tempo de movimento ( $t$ ) é:



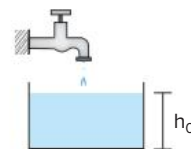
**2 UEL** O gráfico a seguir representa a posição  $x$  de um corpo em função do tempo  $t$ .



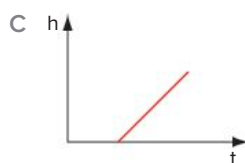
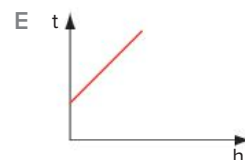
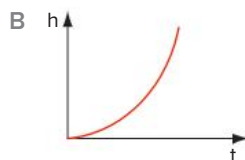
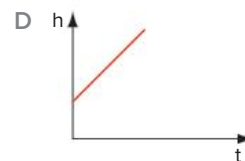
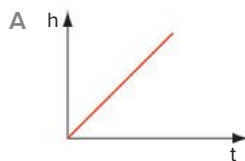
O movimento representado no gráfico pode ser o de um:

- A automóvel em um congestionamento.
- B avião se aproximando de um aeroporto.
- C corpo em queda livre.
- D garoto escorregando em um tobogã.
- E corredor numa prova de 100 metros.

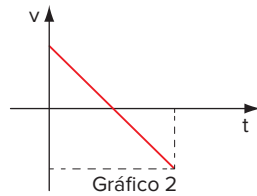
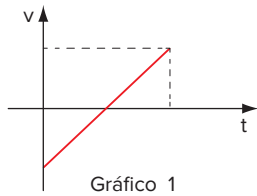
**3 FEI-SP** No sistema a seguir, o recipiente está inicialmente vazio. A torneira é aberta e, após algum tempo, o cronômetro é acionado.



Sabendo-se que a vazão da água é constante, qual dos gráficos a seguir representa a altura da água em função do tempo?



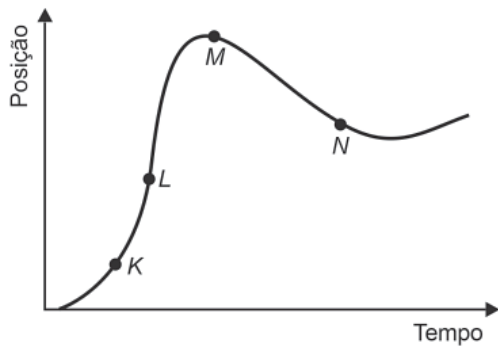
**4 PUC-Minas** Uma pedra é lançada verticalmente para cima a partir do solo. Duas pessoas em repouso no solo, para explicarem o movimento descrito pelas pedras, construíram os gráficos  $v \times t$ , mostrados a seguir.



É correto afirmar:

- A o gráfico 1 está errado, porque representa um movimento apenas de subida.
- B o gráfico 2 está errado, porque mostra somente a trajetória na descida.
- C os dois gráficos estão errados.
- D os dois gráficos estão corretos, dependendo apenas do referencial adotado.
- E o gráfico 1 está correto, porque adota como positivo o movimento de subida.

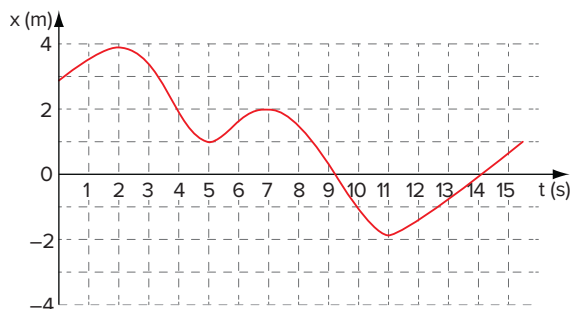
**5 Enem PPL 2018** Um piloto testa um carro em uma reta longa de um autódromo. A posição do carro nessa reta, em função do tempo, está representada no gráfico.



Os pontos em que a velocidade do carro é menor e maior são, respectivamente

- A K e M.
- B N e K.
- C M e L.
- D N e L.
- E N e M.

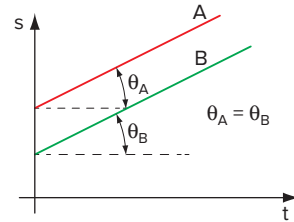
**6 Vunesp** O gráfico na figura mostra a posição  $x$  de um objeto em movimento sobre uma trajetória retilínea, em função do tempo  $t$ .



A partir desse gráfico, é possível concluir que a velocidade instantânea do objeto anulou-se somente:

- A no instante 0 segundo.
- B nos instantes 9 e 14 segundos.
- C nos instantes 2 e 7 segundos.
- D nos instantes 5 e 11 segundos.
- E nos instantes 2, 5, 7 e 11 segundos.

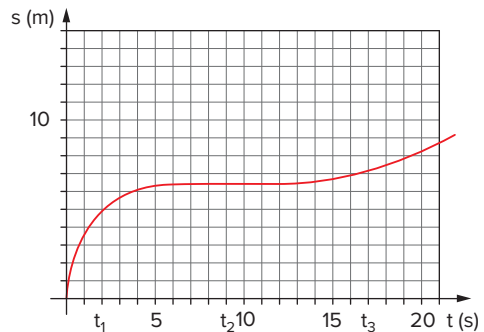
**7 Efoa** O gráfico representa as posições de dois corpos A e B em função do tempo.



Por este gráfico, podemos inferir que tais corpos partem de pontos:

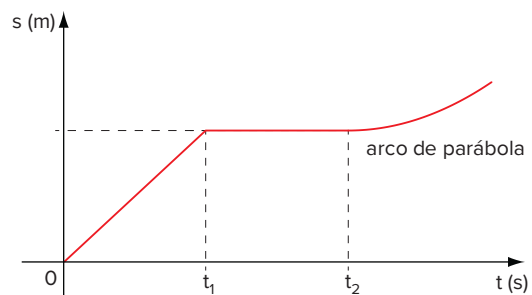
- A diferentes no espaço e se aproximam.
- B diferentes no espaço e se afastam.
- C diferentes no espaço e mantêm-se na mesma distância um do outro.
- D iguais e se aproximam.
- E iguais e se afastam.

**8 UFRJ** O gráfico abaixo mostra a abscissa da posição de uma partícula que se move ao longo do eixo  $x$  em função do tempo  $t$  e destaca três instantes de tempo distintos  $t_1$ ,  $t_2$  e  $t_3$ .

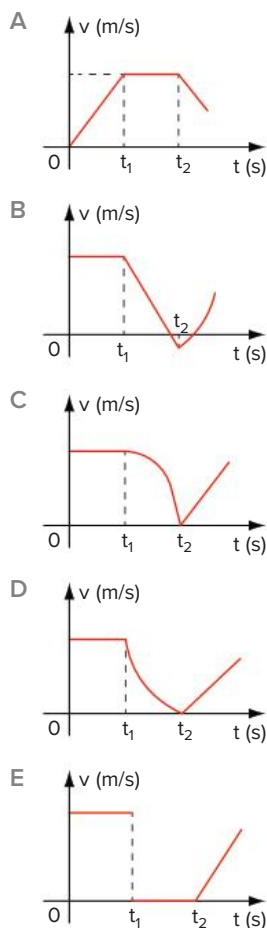


Coloque em ordem crescente os valores das velocidades escalares instantâneas da partícula nos instantes  $t_1$ ,  $t_2$  e  $t_3$ .

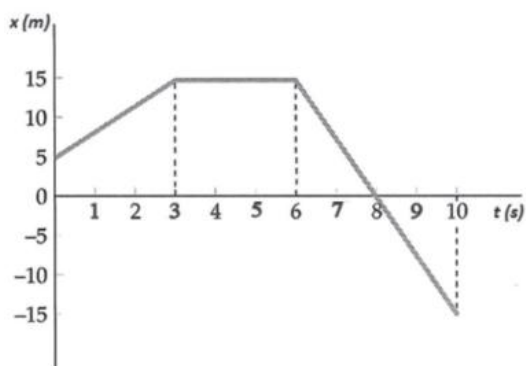
**9 Unifor** O gráfico a seguir representa o espaço  $s$  em função do tempo  $t$ , para o movimento de um corpo.



Para esse movimento, o gráfico da velocidade  $v$  em função do tempo  $t$  está representado em:



- 10 IFSul 2018** Uma partícula realizou um movimento unidimensional ao longo de um eixo  $ox$  e o comportamento da sua posição  $x$ , em função do tempo  $t$ , foi representado em um gráfico, ilustrado na figura abaixo.



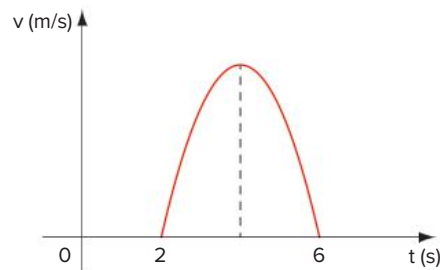
Analise as seguintes afirmativas referentes ao movimento realizado por essa partícula:

- I. Entre os instantes 3 s e 6 s, a partícula realizou um movimento uniforme.
- II. Entre os instantes 0 s e 3 s, a partícula realizou um movimento acelerado.
- III. Entre os instantes 3 s e 6 s, a partícula estava em repouso.
- IV. No instante 8 s, a partícula estava na origem do eixo  $ox$ .

Estão corretas apenas as afirmativas

- A I e II.
- B I e IV.
- C II e III.
- D III e IV.

- 11 FEI-SP** O arco de parábola no gráfico a seguir representa a variação da velocidade em função do tempo.

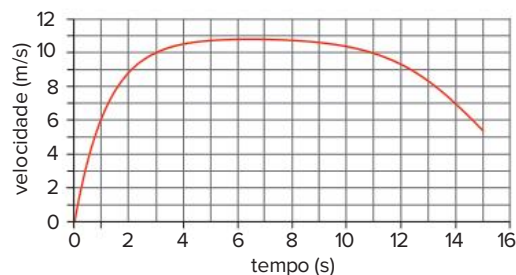


No instante  $t = 5$  s, podemos afirmar que o movimento é:

- A progressivo, retardado.
- B progressivo, acelerado.
- C regressivo, acelerado.
- D regressivo, retardado.
- E uniforme.

Texto para as questões **12** e **13**.

Em uma prova de 100 m rasos, o desempenho típico de um corredor padrão é representado pelo gráfico a seguir.



- 12 Enem** Baseado no gráfico, em que intervalo de tempo a velocidade do corredor é aproximadamente constante?

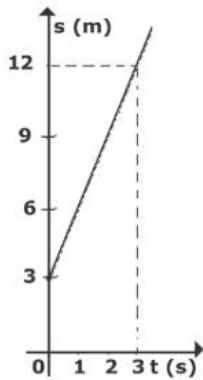
- A Entre 0 e 1 segundo.
- B Entre 1 e 5 segundos.
- C Entre 5 e 8 segundos.
- D Entre 8 e 11 segundos.
- E Entre 12 e 15 segundos.

- 13 Enem** Em que intervalo de tempo o corredor apresenta aceleração máxima?

- A Entre 0 e 1 segundo.
- B Entre 1 e 5 segundos.
- C Entre 5 e 8 segundos.
- D Entre 8 e 11 segundos.
- E Entre 9 e 15 segundos.



**14 EsPCEX 2020** Considere um objeto que se desloca em movimento retilíneo uniforme durante 10 s. O desenho abaixo representa o gráfico do espaço em função do tempo.

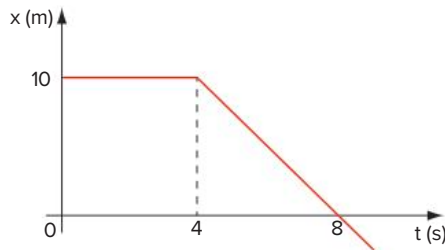


Desenho ilustrativo – Fora de Escala

O espaço do objeto no instante  $t = 10$  s, em metros, é

A 25 m.                      C 33 m.                      E 40 m.  
 B 30 m.                      D 36 m.

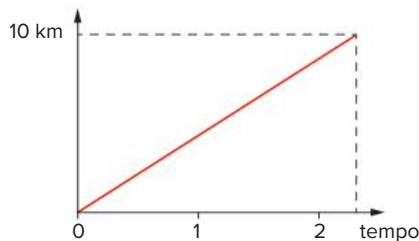
**15 Mackenzie** Um observador registra, a partir do instante zero, as posições ( $x$ ) assumidas por uma partícula em função do tempo ( $t$ ). A trajetória descrita é retilínea e o gráfico obtido está ilustrado a seguir.



A posição assumida pela partícula no instante 19 s é:

A -10,0 m                      C -15,0 m                      E -37,5 m  
 B -8,75 m                      D -27,5 m

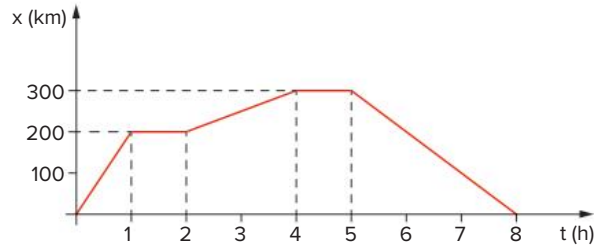
**16 Enem** O gráfico a seguir modela a distância percorrida, em km, por uma pessoa em certo período de tempo. A escala de tempo a ser adotada para o eixo das abscissas depende da maneira como essa pessoa se desloca.



Qual é a opção que apresenta a melhor associação entre meio ou forma de locomoção e unidade de tempo, quando são percorridos 10 km?

- A carroça – semana                      D bicicleta – minuto  
 B carro – dia                                  E avião – segundo  
 C caminhada – hora

**17 UFC** Um trem de passageiros executa viagens entre algumas estações. Durante uma dessas viagens, um passageiro anotou a posição do trem e o instante de tempo correspondente e colocou os dados obtidos no gráfico abaixo.



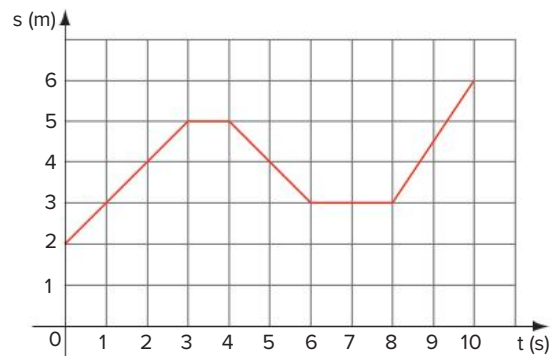
Com base no gráfico, considere as seguintes alternativas.

- I. Nessa viagem, o trem para em quatro estações diferentes.
- II. O trem retorna à primeira estação após oito horas de viagem.
- III. O trem executa movimento uniforme entre as estações.
- IV. O módulo da velocidade do trem, durante a primeira hora de viagem, é menor do que em qualquer outro trecho.

Assinale a alternativa correta.

- A Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.  
 B Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.  
 C Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.  
 D Somente as afirmativas II e IV são verdadeiras.  
 E Somente as afirmativas III e IV são verdadeiras.

**18 UEL** O gráfico a seguir representa o movimento de uma partícula.

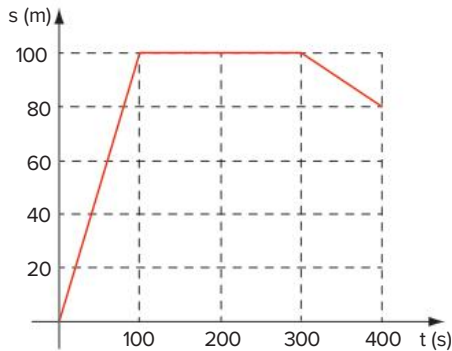


Analise as afirmativas seguintes.

- I. A velocidade escalar média entre  $t = 4$  s e  $t = 6$  s é de 1 m/s.
- II. O módulo do deslocamento entre  $t = 4$  s e  $t = 10$  s é de 1 m.
- III. A distância total percorrida desde  $t = 0$  até  $t = 10$  s vale 8 m.

- A Somente I é correta.  
 B Somente I e II são corretas.  
 C Somente I e III são corretas.  
 D Somente II e III são corretas.  
 E I, II e III são corretas.

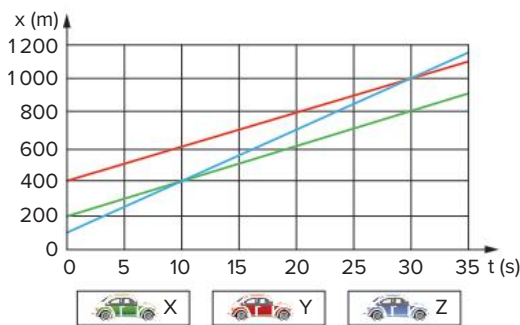
- 19 Fuvest** O gráfico a seguir ilustra a posição  $s$ , em função do tempo  $t$ , de uma pessoa caminhando em linha reta durante 400 segundos.



Assinale a alternativa correta.

- A A velocidade no instante  $t = 200$  s vale  $0,5$  m/s.
- B Em nenhum instante a pessoa parou.
- C A distância total percorrida durante os 400 segundos foi 120 m.
- D O deslocamento durante os 400 segundos foi 180 m.
- E O valor de sua velocidade no instante  $t = 50$  s é menor do que no instante  $t = 350$  s.

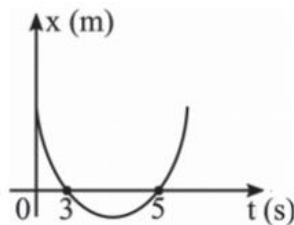
- 20 UFPE** O gráfico abaixo mostra a posição, em função do tempo, de três carros que se movem no mesmo sentido e na mesma estrada retilínea.



O intervalo de tempo que o carro Z leva entre ultrapassar o carro X e depois ultrapassar o carro Y é de:

- A 10 s
- B 15 s
- C 20 s
- D 25 s
- E 30 s

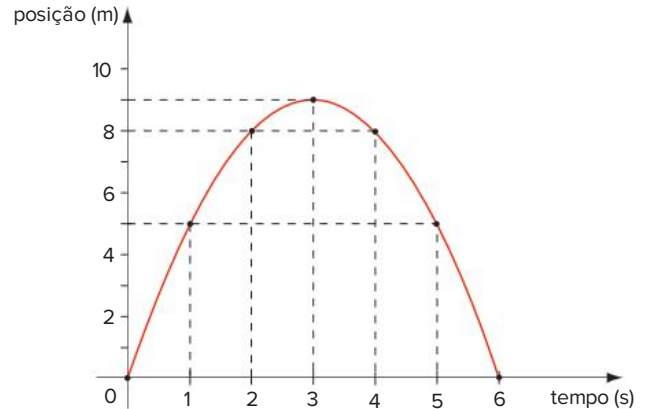
- 21 EEAR 2018** A posição ( $x$ ) de um móvel em função do tempo ( $t$ ) é representado pela parábola no gráfico a seguir.



Durante todo o movimento o móvel estava sob uma aceleração constante de módulo igual a  $2 \text{ m/s}^2$ . A posição inicial desse móvel, em  $m$ , era

- A 0
- B 2
- C 15
- D -8

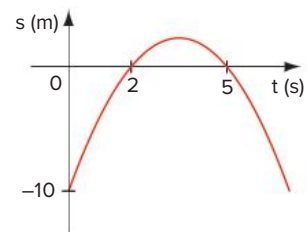
- 22 Fuvest** A figura representa o gráfico posição-tempo do movimento de um corpo lançado verticalmente para cima com velocidade inicial  $v_0$ , na superfície de um planeta.



Qual é o valor:

- a) da aceleração da gravidade na superfície do planeta?
- b) da velocidade inicial  $v_0$ ?

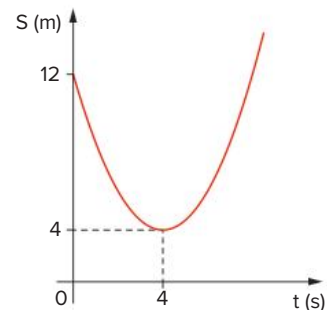
- 23** O movimento de um móvel está representado, a seguir, pelo gráfico das posições ( $s$ ) em função do tempo ( $t$ ).



A função da velocidade desse móvel é dada pela expressão:

- A  $v = 2 - 10t$
- B  $v = 3,5 - t$
- C  $v = 7 - 2t$
- D  $v = 1 - 6t$
- E  $v = -5t$

- 24 UFMS** Um móvel executa movimento uniformemente variado representado abaixo pelo gráfico do espaço  $S$  em função do tempo  $t$ .

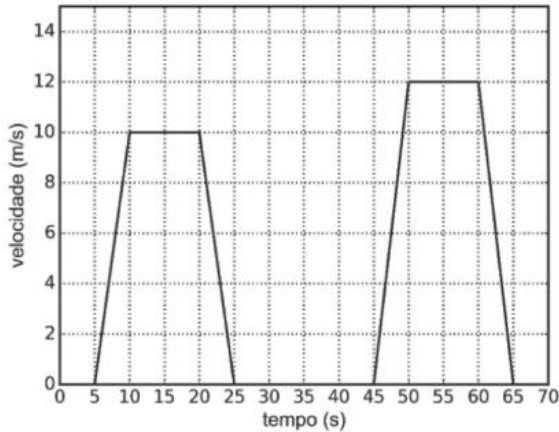


Assinale a(s) alternativa(s) correta(s).

- 01 Entre 0 e 4 segundos, a velocidade do móvel é negativa.
- 02 Entre 0 e 4 segundos, a aceleração do móvel é negativa.
- 04 No instante  $t = 4$  s, a aceleração do móvel é nula.
- 08  $S = 12 - 4t + \frac{t^2}{2}$  no SI.
- 16 A velocidade  $v$  do móvel é dada por  $v = 4 - t$  no SI.

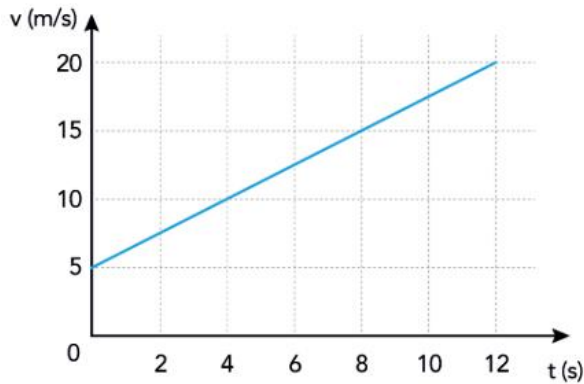
Soma:

**25 Unicamp 2017** O semáforo é um dos recursos utilizados para organizar o tráfego de veículos e de pedestres nas grandes cidades. Considere que um carro trafega em um trecho de uma via retilínea, em que temos 3 semáforos. O gráfico abaixo mostra a velocidade do carro, em função do tempo, ao passar por esse trecho em que o carro teve que parar nos três semáforos. A distância entre o primeiro e o terceiro semáforo é de



- A 330 m.
- B 440 m.
- C 150 m.
- D 180 m.

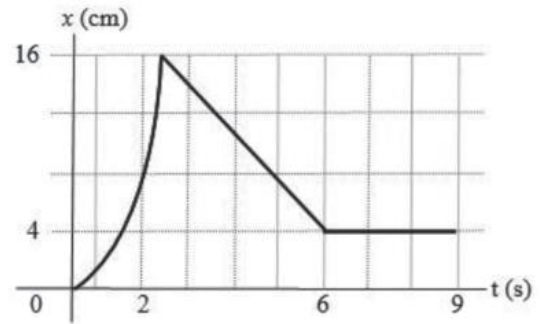
**26 Uerj 2018** Um carro se desloca ao longo de uma reta. Sua velocidade varia de acordo com o tempo, conforme indicado no gráfico.



A função que indica o deslocamento do carro em relação ao tempo  $t$  é:

- A  $5t - 0,55t^2$
- B  $5t + 0,625t^2$
- C  $20t - 1,25t^2$
- D  $20t + 2,5t^2$

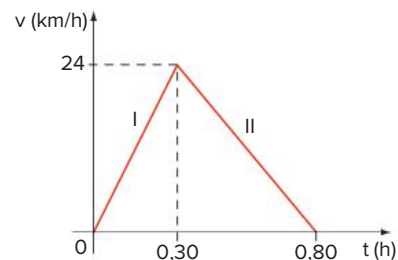
**27 Udesc 2018** O gráfico mostrado na figura a seguir foi construído com base nos dados experimentais acerca do movimento de um carrinho, que iniciou o movimento do repouso, ao longo de uma linha reta, sobre o plano horizontal. A partir deste gráfico, podem-se obter muitas informações sobre o movimento deste carrinho.



Assinale a alternativa que apresenta as informações corretas, sobre o movimento do carrinho, obtidas a partir deste gráfico.

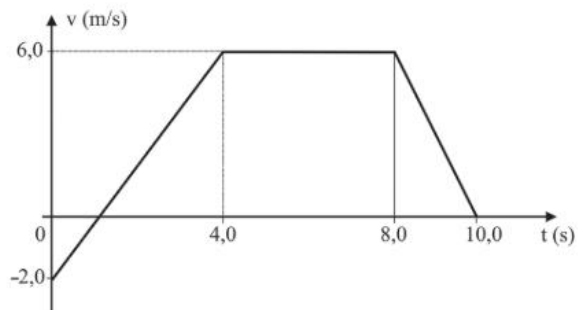
- A De 0 s a 2 s o movimento do carrinho é MRU com  $v = 8 \text{ cm/s}$ ; de 2 s a 6 s o movimento é MRUV com  $a = -3 \text{ cm/s}^2$ ; de 6 s a 9 s o carrinho deslocou-se por 4 cm.
- B De 0 s a 2 s o movimento do carrinho é MRUV com  $a = 8 \text{ cm/s}^2$ ; de 2 s a 6 s o movimento é MRU com  $v = -3 \text{ cm/s}$ ; de 6 s a 9 s o carrinho ficou em repouso.
- C De 0 s a 2 s o movimento do carrinho é MRUV com  $a = 8 \text{ cm/s}^2$ ; de 2 s a 6 s o deslocamento do carrinho foi de 12 cm; de 6 s a 9 s a velocidade do carrinho é de 1,3 cm/s.
- D De 0 s a 2 s a aceleração do carrinho aumenta com o tempo; de 2 s a 6 s a velocidade do carrinho diminui com o tempo; de 6 s a 9 s o movimento do carrinho é oscilatório.
- E De 0 s a 2 s o carrinho move-se com aceleração de  $4,0 \text{ cm/s}^2$ ; de 2 s a 6 s o carrinho se afasta da origem; de 6 s a 9 s o movimento do carrinho é MRU.

**28 Unicamp** O diagrama da velocidade escalar, em função do tempo, de um atleta inexperiente numa corrida de São Silvestre é mostrado na figura.



Calcule a aceleração escalar do atleta nos trechos I e II.

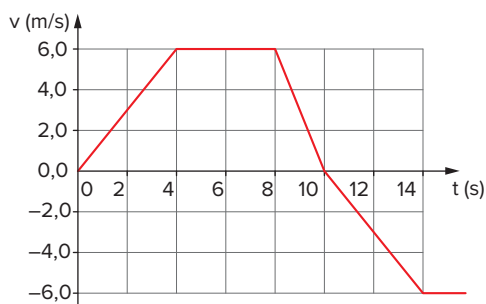
**29 Mackenzie 2017**



Um móvel varia sua velocidade escalar de acordo com o diagrama acima. A velocidade escalar média e a aceleração escalar média nos 10,0 s iniciais são, respectivamente,

- A 3,8 m/s e 0,20 m/s<sup>2</sup>
- B 3,4 m/s e 0,40 m/s<sup>2</sup>
- C 3,0 m/s e 2,0 m/s<sup>2</sup>
- D 3,4 m/s e 2,0 m/s<sup>2</sup>
- E 4,0 m/s e 0,60 m/s<sup>2</sup>

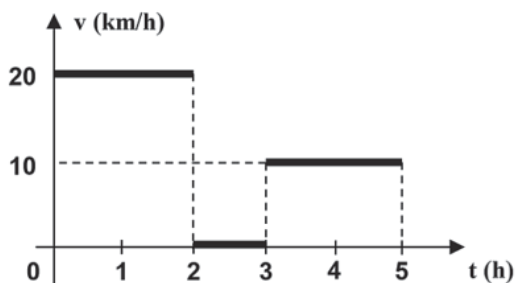
**30 UFPE** O gráfico a seguir representa, aproximadamente, a velocidade de um atleta, em função do tempo, em um trecho de um percurso retilíneo.



No instante em que ocorreu a mudança no sentido do movimento, a quantos metros da sua posição inicial (em  $t = 0$ ) se encontrava o atleta?

- A 12
- B 24
- C 30
- D 36
- E 42

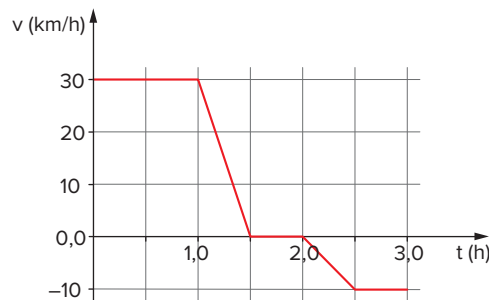
**31 Mackenzie 2018**



Uma pessoa realiza uma viagem de carro em uma estrada retilínea, parando para um lanche, de acordo com gráfico acima. A velocidade média nas primeiras 5 horas deste movimento é

- A 10 km/h.
- B 12 km/h.
- C 15 km/h.
- D 30 km/h.
- E 60 km/h.

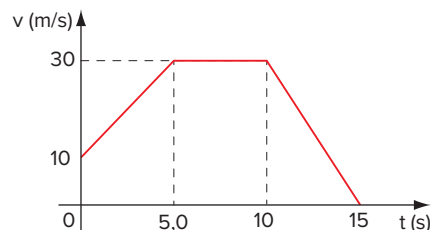
**32 UFPE** O gráfico a seguir representa a velocidade de um ciclista, em função do tempo, em um determinado percurso retilíneo.



Qual a velocidade média do ciclista, em km/h, no percurso considerado?

- A 10
- B 15
- C 20
- D 25
- E 30

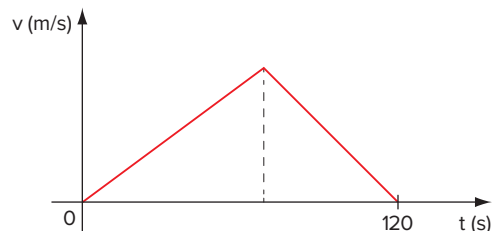
**33 PUC-Campinas** O gráfico a seguir representa a velocidade escalar de um móvel durante 15 s de movimento.



Com base no gráfico, é correto afirmar que:

- A o móvel está parado entre os instantes 5,0 s e 10 s.
- B o movimento do móvel é sempre acelerado.
- C o móvel muda de sentido nos instantes 5,0 s e 10 s.
- D a velocidade escalar média do móvel foi de 15 m/s.
- E o móvel percorreu 100 m nos primeiros 5,0 s.

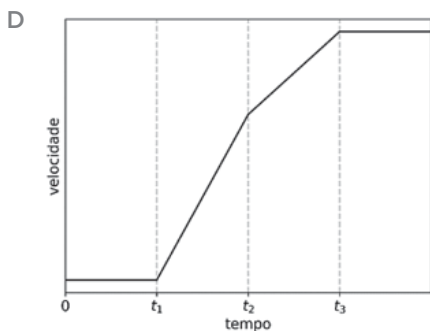
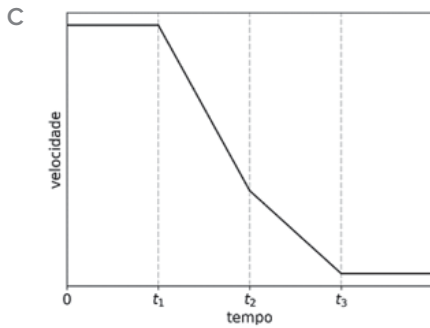
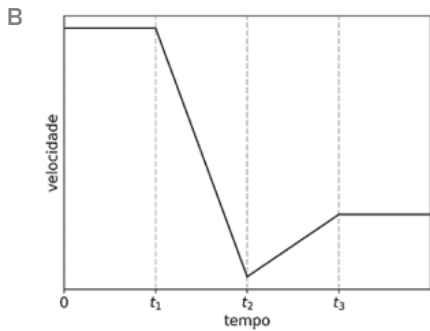
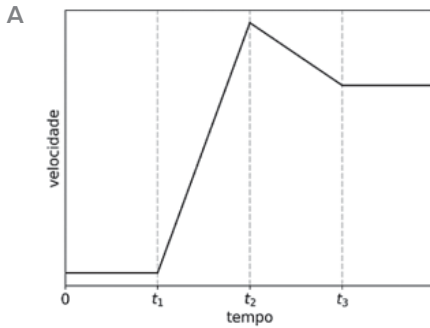
**34 Fesp** O gráfico a seguir representa o movimento de um trem, em trajetória retilínea, entre duas estações distanciadas de 1800 m.



Qual a velocidade máxima, em km/h, atingida pelo trem?

- A 120
- B 180
- C 72
- D 108
- E 54

**35 Unicamp 2020** A volta da França é uma das maiores competições do ciclismo mundial. Num treino, um ciclista entra num circuito reto e horizontal (movimento em uma dimensão) com velocidade constante e positiva. No instante  $t_1$ , ele acelera sua bicicleta com uma aceleração constante e positiva até o instante  $t_2$ . Entre  $t_2$  e  $t_3$ , ele varia sua velocidade com uma aceleração também constante, porém negativa. Ao final do percurso, a partir do instante  $t_3$ , ele se mantém em movimento retilíneo uniforme. De acordo com essas informações, o gráfico que melhor descreve a velocidade do atleta em função do tempo é



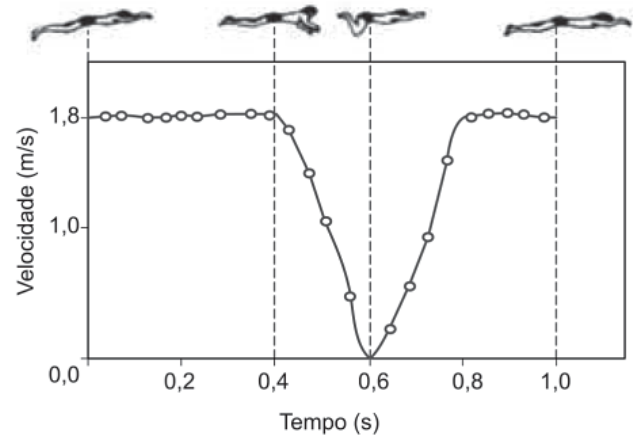
**36 Vunesp** Um atleta de corridas de curto alcance, partindo do repouso, consegue imprimir a si próprio uma aceleração constante de  $5,0 \text{ m/s}^2$  durante  $2,0 \text{ s}$  e, depois, percorre o resto do percurso com a mesma velocidade adquirida no final do período de aceleração.

- Esboce o gráfico da velocidade do atleta em função do tempo, numa corrida de  $5 \text{ s}$ .
- Qual é a distância total que ele percorre nessa corrida de  $5 \text{ s}$ ?

**37 Fuvest** Um trem de metrô parte de uma estação com aceleração uniforme até atingir, após  $10 \text{ s}$ , a velocidade de  $90 \text{ km/h}$ , que é mantida durante  $30 \text{ s}$ . Então, desacelera uniformemente durante  $10 \text{ s}$ , até parar na estação seguinte.

- Represente graficamente a velocidade em função do tempo.
- Calcule a distância entre as duas estações.

**38 Unesp 2020** O gráfico representa a velocidade escalar de um nadador em função do tempo, durante um ciclo completo de braçadas em uma prova disputada no estilo nado de peito, em uma piscina.



(www.if.ufrj.br. Adaptado.)

Considerando que, em um trecho de comprimento  $36 \text{ m}$ , o nadador repetiu esse ciclo de braçadas e manteve o ritmo de seu nado constante, o número de braçadas completas dadas por ele foi em torno de

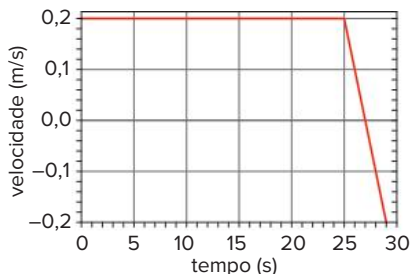
- 20.
- 35.
- 15.
- 30.
- 25.

**39 EEM** A maior aceleração (ou retardamento) tolerável pelos passageiros de um trem urbano é  $1,5 \text{ m/s}^2$ . Sabe-se que a distância entre estações é de  $600 \text{ m}$  e que a composição estaciona durante  $20 \text{ s}$  em cada estação.

- Determine a maior velocidade que pode ser atingida pelo trem.
- Calcule a máxima velocidade média do trem, numa viagem.



**40 Unicamp**



O gráfico apresentado, em função do tempo, descreve a velocidade de um carro sendo rebocado por um guincho na subida de uma rampa. Após 25 s de operação, o cabo de aço do guincho rompe-se e o carro desce rampa abaixo.

- Qual a velocidade constante com que o carro é puxado, antes de se romper o cabo de aço?
- Qual é a aceleração depois do rompimento do cabo de aço?
- Que distância o carro percorreu na rampa até o momento em que o cabo se rompeu?

**41 UFJF 2019** Automóveis cada vez mais potentes estão sempre sendo apresentados na mídia, de modo a atrair compradores. O desempenho de um novo modelo é registrado no gráfico abaixo:

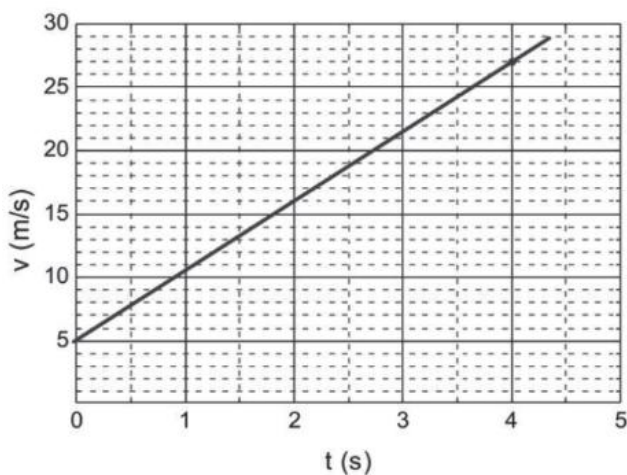
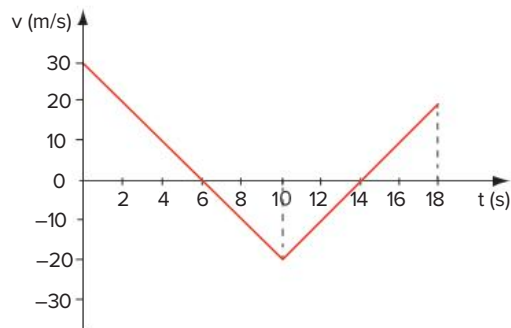


Gráfico da variação da velocidade do carro em função do tempo

Se esse automóvel continuar se deslocando com a mesma aceleração dos 4 primeiros segundos de contagem do tempo, ele atingirá, aos 10 segundos, uma velocidade de:

- 108 km/h
- 198 km/h
- 216 km/h
- 230 km/h
- 243 km/h

**42 UFPR** O gráfico a seguir representa a velocidade em função do tempo para uma partícula em movimento retilíneo.

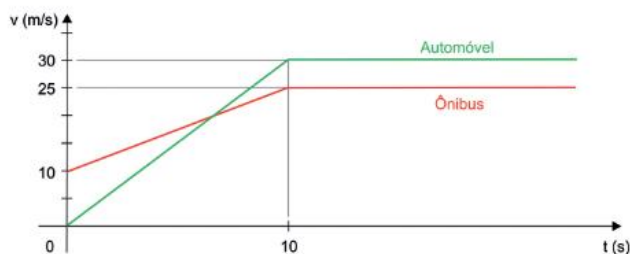


Com base nesse gráfico, é correto afirmar que:

- no instante  $t = 6$  s, a velocidade é nula.
- no intervalo entre  $t = 2$  s e  $t = 4$  s, a velocidade é negativa.
- no intervalo entre  $t = 0$  e  $t = 6$  s, a aceleração vale  $-5 \text{ m/s}^2$ .
- entre  $t = 12$  s e  $t = 14$  s, a aceleração é positiva.
- o deslocamento da partícula no intervalo entre  $t = 0$  e  $t = 6$  s vale 45 m.
- o valor de velocidade no instante  $t = 4$  s não volta a se repetir em nenhum instante posterior.

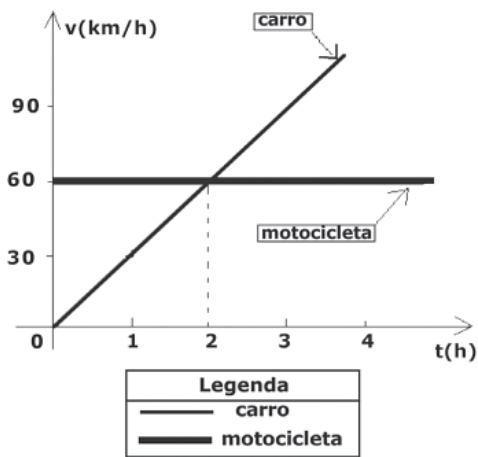
Soma:

**43 Famerp 2020** Em uma estrada, no instante em que um automóvel partiu do repouso de uma cabine de pedágio com cobrança manual, um ônibus passou pela cabine eletrônica com velocidade de 10 m/s. O gráfico mostra as variações das velocidades dos veículos, em função do tempo, a partir desse instante.



- Calcule a aceleração do ônibus, em  $\text{m/s}^2$ , entre os instantes zero e dez segundos. Considerando a origem das posições na cabine de pedágio, escreva a equação horária do movimento do ônibus, em unidades do SI, para esse mesmo intervalo de tempo.
- Desprezando as dimensões dos veículos, calcule a que distância das cabines de pedágio, em metros, o automóvel alcançou o ônibus.

- 44 EsPCEx** O gráfico a seguir está associado ao movimento de uma motocicleta e de um carro que se deslocam ao longo de uma estrada retilínea. Em  $t = 0$  h ambos se encontram no quilômetro 0 (zero) dessa estrada.



Desenho Ilustrativo Fora de Escala

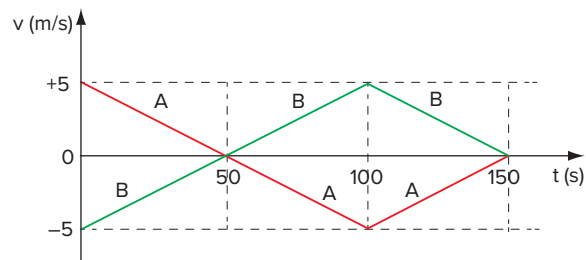
Com relação a esse gráfico, são feitas as seguintes afirmações:

- I. A motocicleta percorre a estrada em movimento uniformemente retardado.
- II. Entre os instantes 0 h e 2 h, o carro e a motocicleta percorreram, respectivamente, uma distância de 60 km e 120 km.
- III. A velocidade do carro aumenta 30 km/h a cada hora.
- IV. O carro e a motocicleta voltam a estar na mesma posição no instante  $t = 2$  h.

Das afirmações acima, está(ão) correta(s) apenas a(s)

- A IV. D II e III.  
 B II, III e IV. E I e III.  
 C I, III e IV.

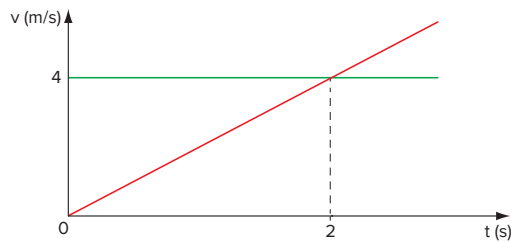
- 45 Fuvest** Dois trens, A e B, fazem manobra em uma estação ferroviária deslocando-se paralelamente sobre trilhos retilíneos. No instante  $t = 0$ , eles estão lado a lado. O gráfico representa as velocidades dos dois trens a partir do instante  $t = 0$  até  $t = 150$  s, quando termina a manobra.



A distância entre os dois trens no final da manobra é:

- A 0  
 B 50 m  
 C 100 m  
 D 250 m  
 E 500 m

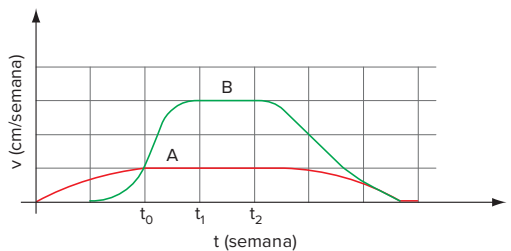
- 46 UFRJ** Duas partículas se deslocam ao longo de uma mesma trajetória. A figura a seguir representa, em gráfico cartesiano, como suas velocidades variam em função do tempo.



Suponha que, no instante em que se iniciaram as observações ( $t = 0$ ), elas se encontravam na mesma posição.

- a) Determine o instante em que elas voltam a se encontrar.
- b) Calcule a maior distância entre elas, desde o instante em que se iniciaram as observações até o instante em que voltam a se encontrar.

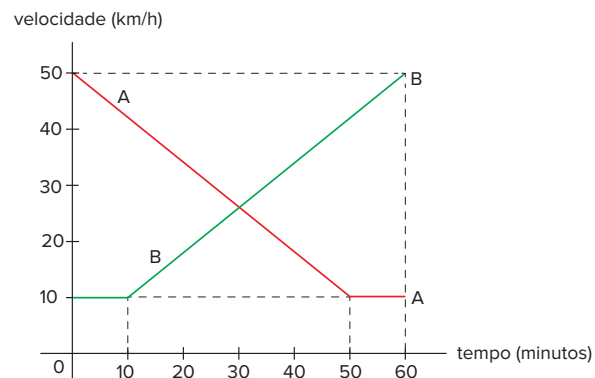
- 47 Fuvest** As velocidades de crescimento vertical de duas plantas, A e B, de espécies diferentes, variaram, em função do tempo decorrido após o plantio de suas sementes, como mostra o gráfico.



É possível afirmar que:

- A A atinge uma altura final maior do que B.  
 B B atinge uma altura final maior do que A.  
 C A e B atingem a mesma altura final.  
 D A e B atingem a mesma altura no instante  $t_0$ .  
 E A e B mantêm altura constante entre os instantes  $t_1$  e  $t_2$ .

- 48 UFC** Dois veículos, A e B, estão emparelhados, no tempo  $t = 0$ , em um ponto situado ao longo de uma estrada horizontal reta. A figura a seguir mostra como as velocidades de A e B variaram com o tempo, a partir do instante inicial.

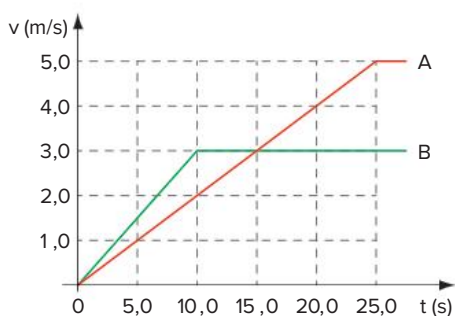


Analise as opções a seguir e assinale as que você achar corretas.

- 01 Os dois veículos percorreram distâncias iguais após viajarem durante 60 minutos.
- 02 Ao fim dos 30 minutos iniciais de viagem, os dois veículos estão novamente emparelhados.
- 04 Ao fim dos 30 minutos iniciais de viagem, ambos os veículos estão a uma mesma velocidade.
- 08 Ao fim dos 30 minutos iniciais de viagem, as acelerações dos veículos apontam em sentidos opostos.

Soma:

**49 Udesc** Dois ciclistas, A e B, partem da mesma posição no instante  $t = 0$  e movimentam-se no mesmo sentido e em trajetória retilínea. Na figura a seguir, são mostrados os gráficos da velocidade em função do tempo dos dois ciclistas.



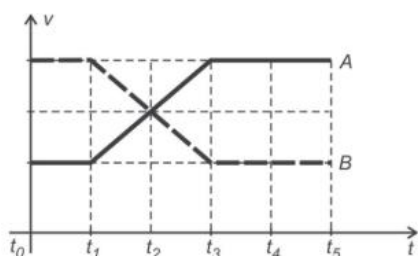
Leia com atenção e analise as afirmações sobre os gráficos.

- I. A aceleração do ciclista B no intervalo de  $t = 0$  a  $t = 10,0$  s foi maior do que a aceleração do ciclista A no intervalo de  $t = 0$  a  $t = 25,0$  s.
- II. No instante  $t = 15,0$  s, o ciclista A ultrapassou o ciclista B.
- III. Decorridos  $20,0$  s, o ciclista A estava na frente do ciclista B.
- IV. Decorridos  $25,0$  s, o ciclista A estava na frente de B e a distância entre eles era igual a  $2,5$  m.

Assinale a alternativa correta.

- A Todas as afirmativas estão corretas.
- B Somente estão corretas as afirmações I e IV.
- C Somente estão corretas as afirmações I, III e IV.
- D Somente estão corretas as afirmações II e III.
- E Somente estão corretas as afirmações II, III e IV.

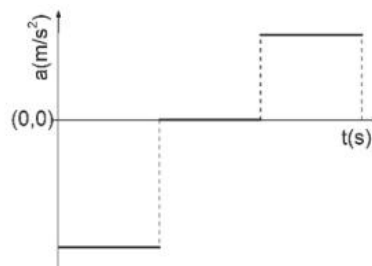
**50 AFA 2016** Dois móveis, A e B, partindo juntos de uma mesma posição, porém com velocidades diferentes, que variam conforme o gráfico a seguir, vão se encontrar novamente em um determinado instante.



Considerando que os intervalos de tempo  $t_1 - t_0$ ,  $t_2 - t_1$ ,  $t_3 - t_2$ ,  $t_4 - t_3$  e  $t_5 - t_4$  são todos iguais, os móveis A e B novamente se encontrarão no instante

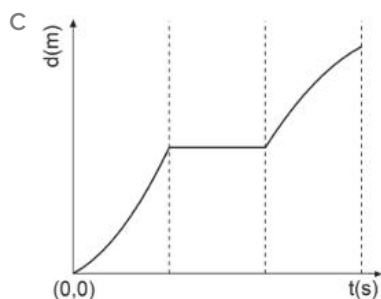
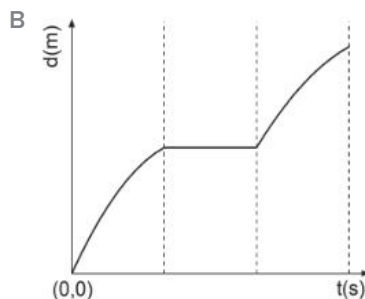
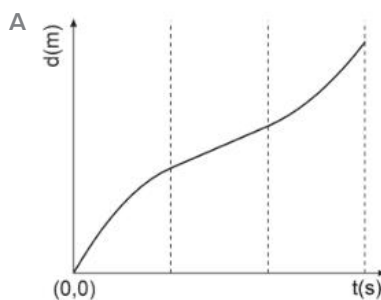
- A  $t_4$
- B  $t_5$
- C  $t_2$
- D  $t_3$

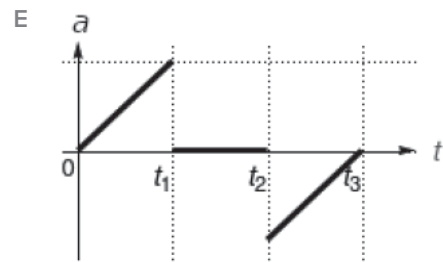
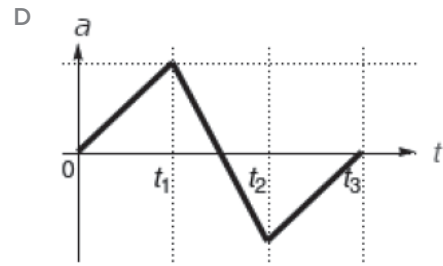
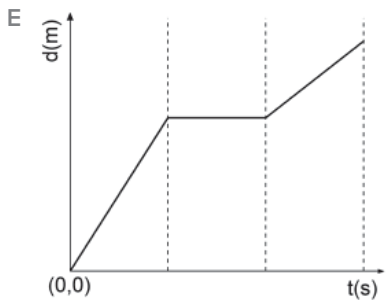
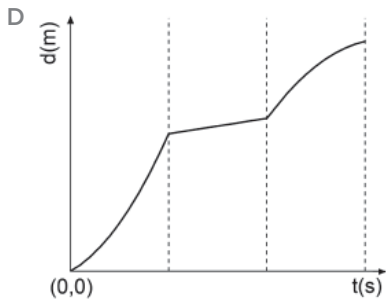
**51 UFRGS 2019** Um automóvel viaja por uma estrada retilínea com velocidade constante. A partir de dado instante, considerado como  $t = 0$ , o automóvel sofre acelerações distintas em três intervalos consecutivos de tempo, conforme representado no gráfico abaixo.



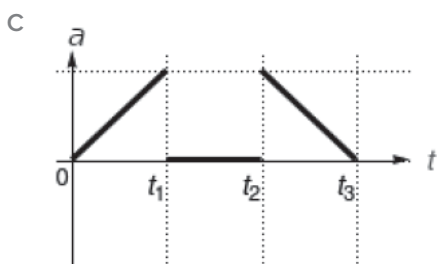
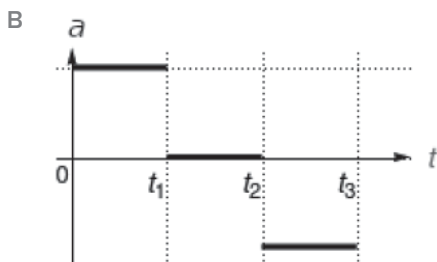
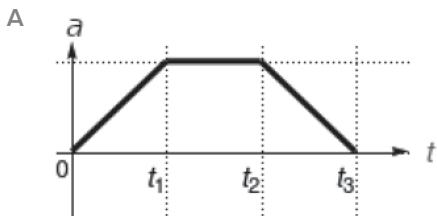
Assinale a alternativa que contém o gráfico que melhor representa o deslocamento do automóvel, nos mesmos intervalos de tempo.

Informação: nos gráficos,  $(0, 0)$  representa a origem do sistema de coordenadas.

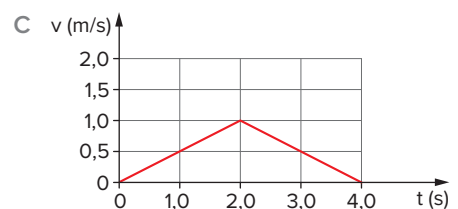
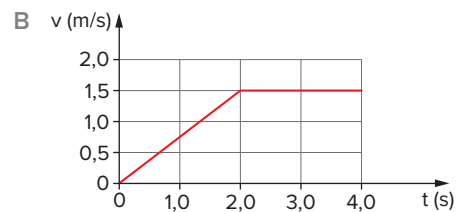
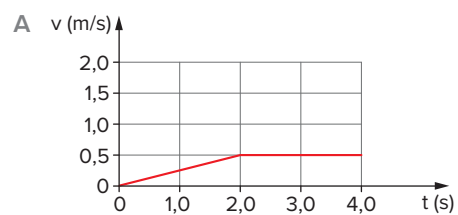
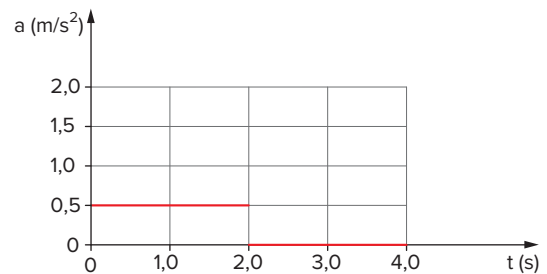


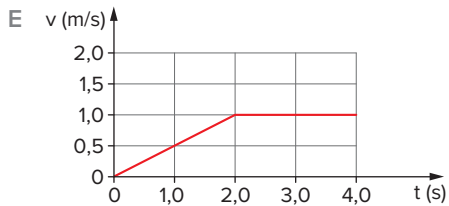
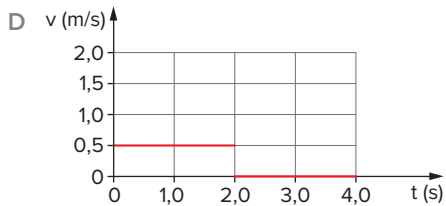


**52 UFJF 2020** Um teste de um carro esportivo foi realizado em uma pista longa, lisa, plana e reta. O carro partiu do repouso em  $t$  igual a zero, foi uniformemente acelerado até um instante  $t_1$ , foi mantido com velocidade constante entre os instantes  $t_1$  e  $t_2$  e, a partir de  $t_2$ , paraquedas traseiros foram acionados para frear o carro, em um movimento uniformemente desacelerado, até parar no instante  $t_3$ . Selecione a alternativa que contém o gráfico que representa corretamente a aceleração do carro em função do tempo.

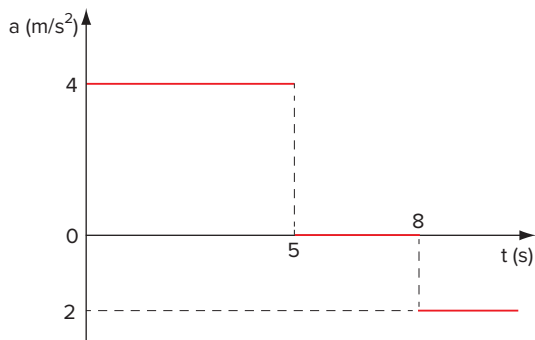


**53 UFPE** Em  $t = 0$ , um objeto parte do repouso a partir da posição  $x = 1,0$  m, executando um movimento retilíneo, com aceleração em função do tempo mostrada no gráfico a seguir. Dos gráficos apresentados em seguida, indique qual representa corretamente a dependência da velocidade com o tempo.





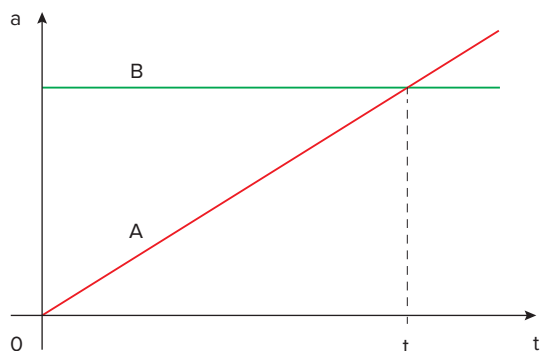
**54 Mackenzie** A aceleração de um móvel, que parte do repouso, varia com o tempo de acordo com o gráfico a seguir.



O instante, contado a partir do início do movimento, no qual o móvel para, é:

- A 18 s
- B 13 s
- C 8 s
- D 6 s
- E 5 s

**55 PUC-Minas** Dois corpos, A e B, partem, em linha reta, simultaneamente, do repouso e da mesma posição. Os movimentos desses dois corpos estão representados no gráfico aceleração em função do tempo.

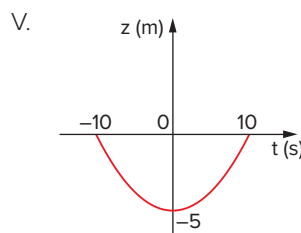
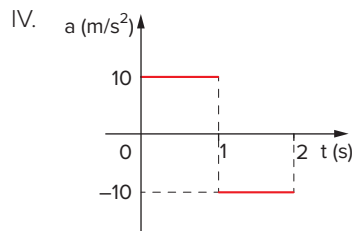
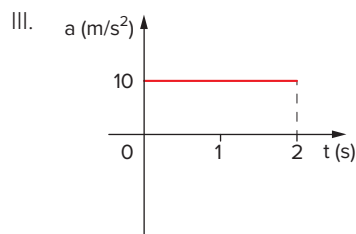
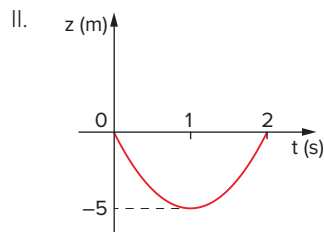
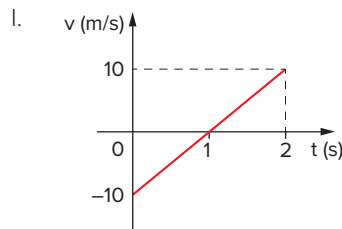


Para o intervalo de tempo de 0 a  $t$ , é correto afirmar que:

- A o movimento de B é uniforme.
- B a aceleração de A é inversamente proporcional ao tempo.
- C no instante  $t$ , as velocidades de A e B são iguais.
- D a distância percorrida por A é maior que a de B.
- E a variação da velocidade de B é maior que a de A.

**56 UFPB** Enquanto espera o ônibus, um garoto fica brincando com a sua bola de tênis, lançando-a com a mão para cima e pegando-a de volta no mesmo ponto do lançamento. Ele consegue lançar a bola para cima, completamente na vertical, com uma velocidade em módulo de 10 m/s.

A partir dessas informações, entre os gráficos a seguir, identifique os que podem representar o movimento de subida e descida da bola.





Cálculo diferencial e integral

O cálculo diferencial e integral, desenvolvido inicialmente por Leibniz e Newton no início do século XVII, é uma ferramenta concebida a partir da Álgebra e da Geometria, muito utilizada para a resolução de problemas complexos de maneira mais simples.

Toda a base do cálculo é construída sobre a relação de dependência entre duas variáveis, a qual consiste na análise de como uma variável se comporta em relação à outra. Dessa análise, feita a partir do conceito de limite, surgem outros dois importantes conceitos: a **derivação**, ou diferenciação, e a **integração**.

Por meio da **derivação**, pode-se calcular a velocidade de um corpo por meio dos registros de dados de seu deslocamento. E por meio da **integração**, pode-se também calcular o deslocamento escalar de um móvel através do histórico de sua velocidade.

Em um deslocamento, por exemplo, uma variação  $\Delta s$  é acompanhada de uma variação  $\Delta t$ . O quociente  $\frac{\Delta s}{\Delta t}$  representa a taxa de variação média de uma função  $s$  em determinado intervalo  $\Delta t$ .

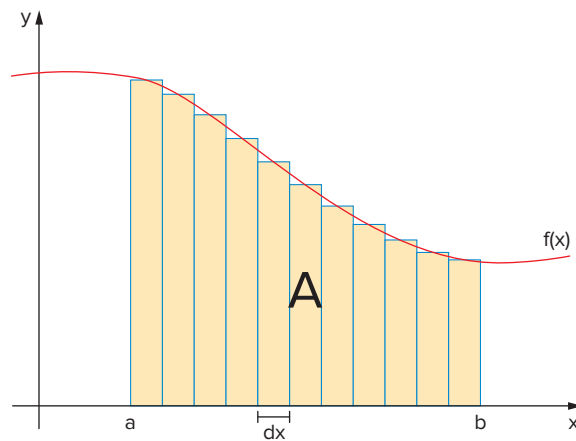
Para se chegar ao conceito de derivada, pode-se pensar na variação das grandezas  $s$  e  $t$  como uma sucessão de valores infinitamente pequenos, sendo a diferença entre esses valores sucessivos  $ds$  e  $dt$ . Da relação entre a variação em  $s$  e  $t$ , vem a derivada  $\frac{ds}{dt}$ , taxa de variação pontual da função  $s$  (deslocamento) em relação a  $t$  (tempo), que tem como resultado a velocidade.

O gráfico de uma função registra todo o comportamento de uma variável  $y$  com relação a um argumento  $x$ , também variável. Para descrever o comportamento de uma função qualquer, à medida que seu argumento se aproxima de um determinado valor, utiliza-se o conceito de limite. Essa é a diferença essencial entre Álgebra e Cálculo.

Encontrar o limite das somas é o principal problema da integração, que trata da soma de inúmeros valores sucessivos infinitamente pequenos.

Um exemplo de aplicação da integral é o cálculo da área de superfícies curvas, que pode ser dividida em infinitas partes (retângulos) infinitesimais, facilitando a determinação dessa área.

A área é o limite da soma quando  $dx \rightarrow 0$ , a integral.



$$A = \int_a^b f(x) dx$$

A integração pode ser aplicada na resolução de diversos problemas da Física, como a determinação da posição relativa de um corpo em todos os instantes de sua trajetória, partindo de sua velocidade instantânea.

O teorema fundamental do Cálculo afirma que a integração e a derivação são operações inversas. Desse modo:

$$v(t) = \frac{ds}{dt}$$

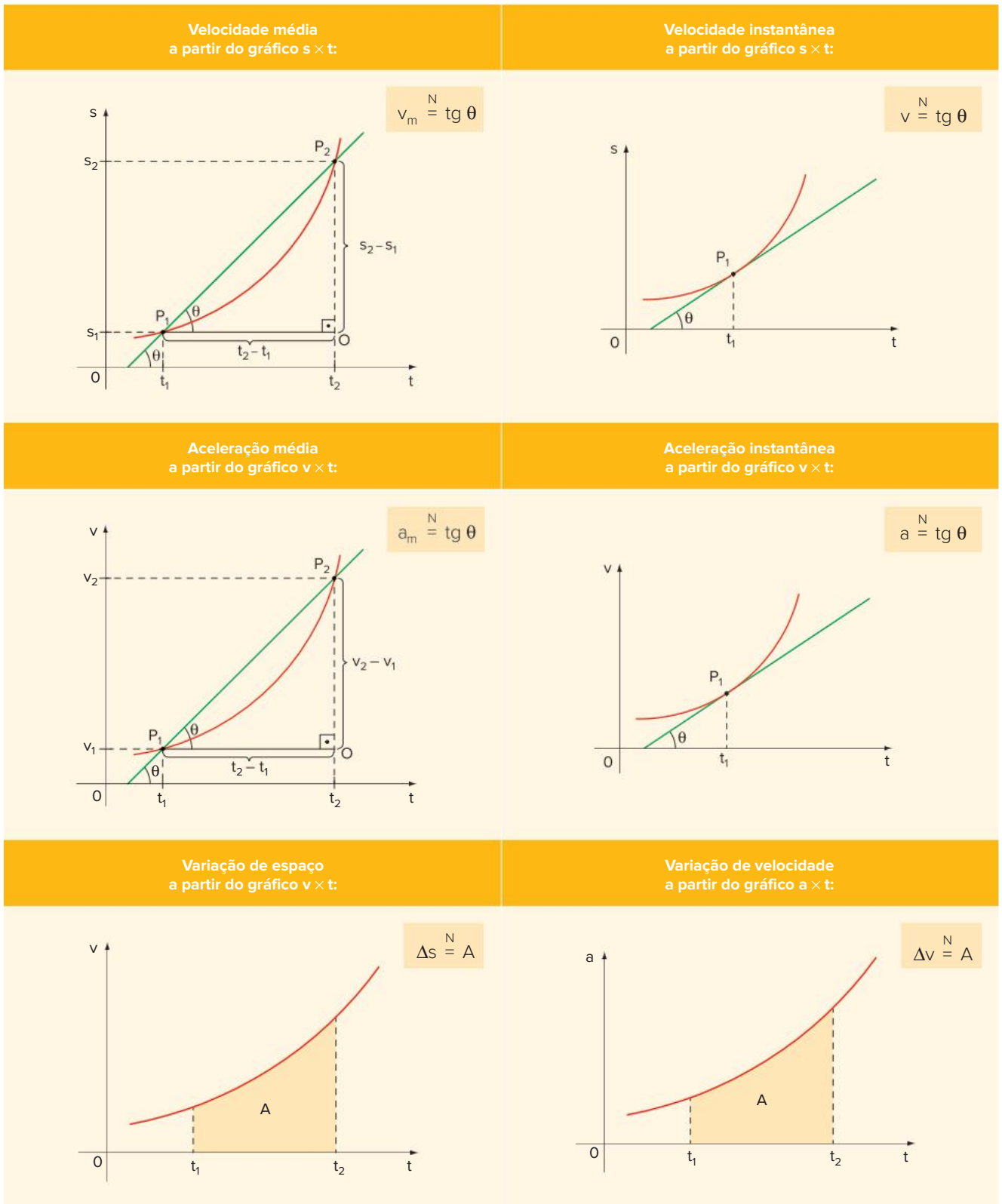
$$\int v(t) dt = s(t)$$

Livia Santa Clara. Original para esta publicação.

## Resumindo

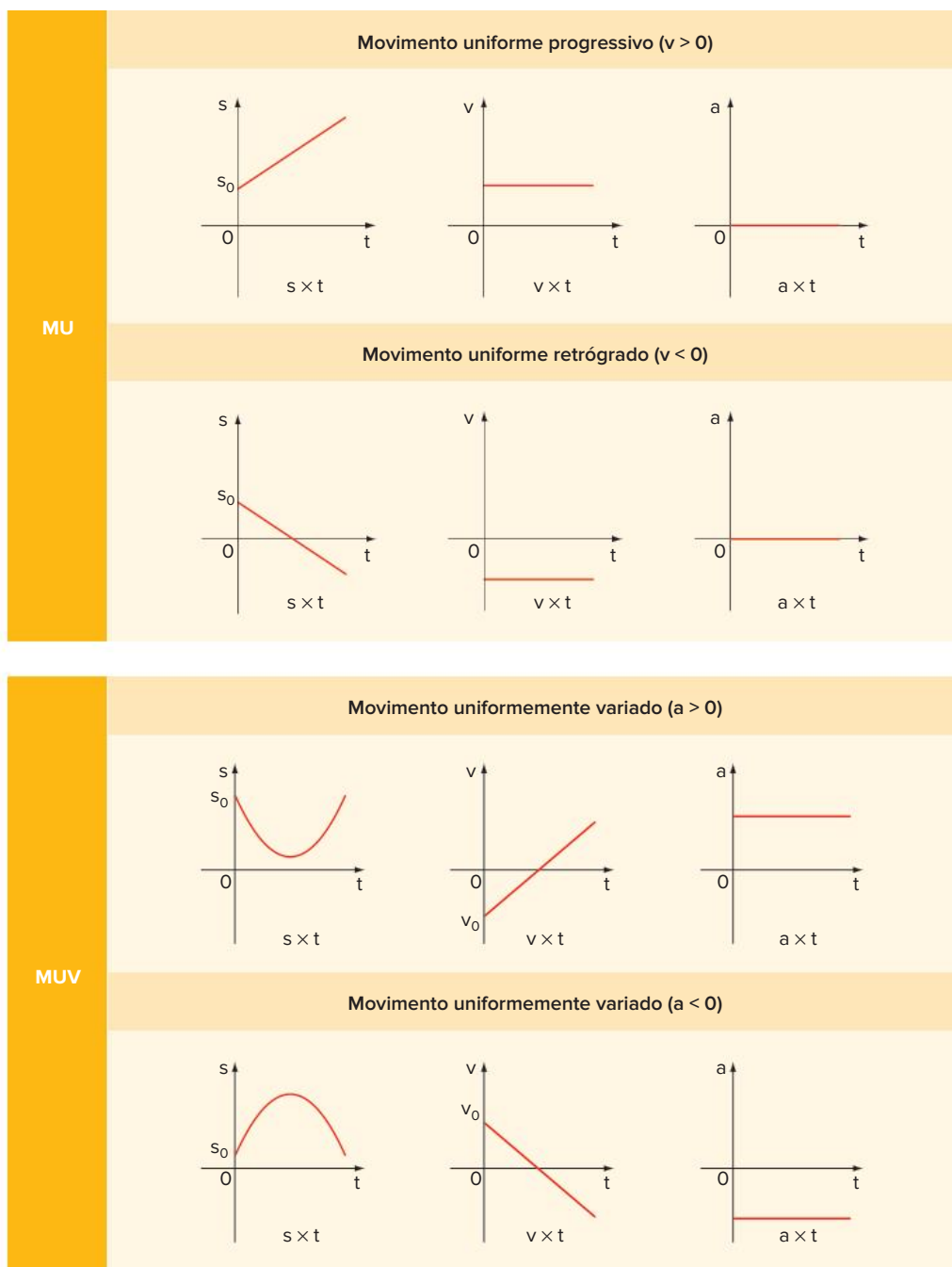
A aplicação da **análise gráfica** em Física é muito comum e fundamental para o desenvolvimento de alguns conceitos. Conceitos de trigonometria e função de 1º grau são necessários para esse tipo de análise.

Grandezas como **velocidade média**, **velocidade instantânea**, **aceleração média**, **aceleração instantânea**, **variação de espaço** e **variação de velocidade** podem ser calculadas de forma gráfica.



É importante, em todos os casos, analisar os sinais positivos e negativos de áreas e coeficientes angulares.

Problemas do **movimento uniforme** (MU) e do **movimento uniformemente variado** (MUV), que tratam de variáveis como espaço, velocidade e aceleração, também podem ser tratados do ponto de vista gráfico.



### Quer saber mais?



#### Livros

- **BARBONI, Ayrton; PAULETTE, Walter.** *Fundamentos de Matemática – Cálculo e análise – Cálculo diferencial e integral a uma variável.* Rio de Janeiro: LTC, 2008.
- **MENDELSON, Elliot.** *Introdução ao cálculo.* 2. ed. Bookman, 2007.

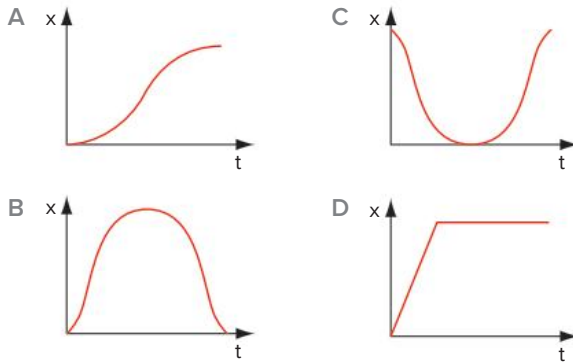


#### Sites

- Cálculo  
<<http://ocw.mit.edu/resources/res-18-001-calculus-online-textbook-spring-2005/textbook/>>.
- Cálculo diferencial e integral  
<<http://ecalculo.if.usp.br/>>.

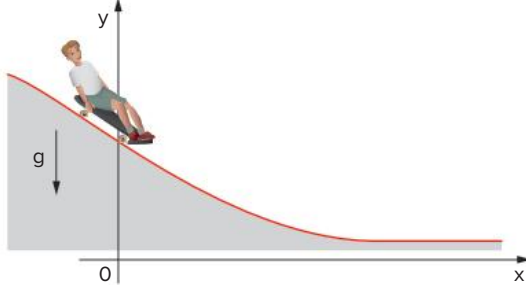
## Exercícios complementares

**1 UFMG** Um ônibus está parado em um sinal. Quando o sinal abre, esse ônibus entra em movimento e aumenta sua velocidade até determinado valor. Ele mantém essa velocidade até se aproximar de um ponto de ônibus quando, então, diminui a velocidade até parar. O gráfico da posição  $x$  em função do tempo  $t$  que melhor representa esse movimento é:

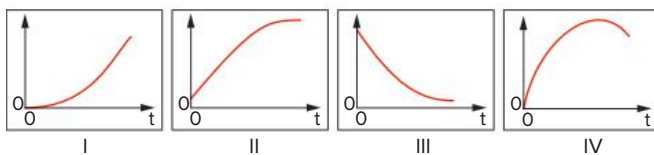


**2 Fuvest** Na Cidade Universitária (USP), um jovem, em um carrinho de rolimã, desce a rua do Matão, cujo perfil está representado na figura abaixo, em um sistema de coordenadas em que o eixo  $Ox$  tem a direção horizontal.

No instante  $t = 0$ , o carrinho passa em movimento pela posição  $y = y_0$  e  $x = 0$ .



Entre os gráficos das figuras abaixo, os que melhor poderiam descrever a posição  $x$  e a velocidade  $v$  do carrinho em função do tempo  $t$  são, respectivamente:

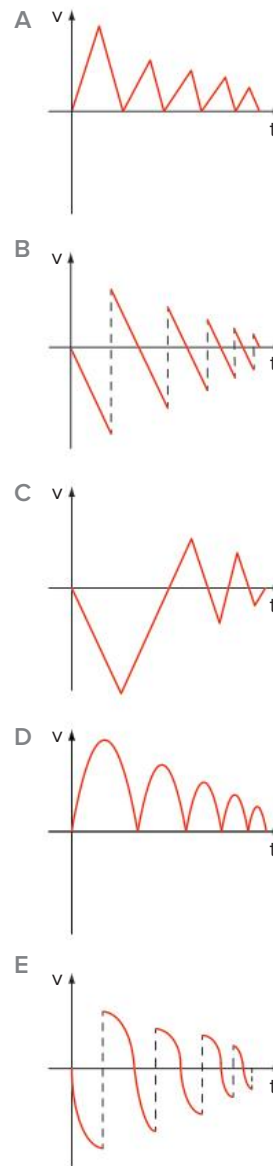


A I e II.  
B I e III.

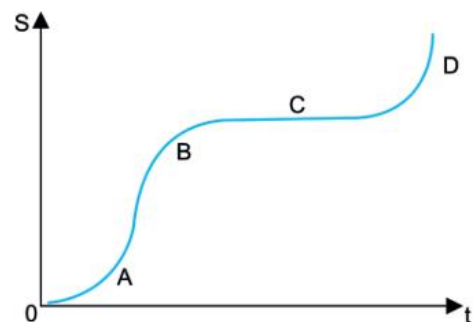
C II e IV.  
D III e II.

E IV e III.

**3 Cesgranrio** Uma pequena esfera de aço é abandonada, a partir do repouso, de uma certa altura inicial. A bola quica repetidas vezes colidindo com o chão, perdendo uma mesma fração de sua energia a cada colisão. Qual das opções a seguir melhor representa o gráfico velocidade  $\times$  tempo desse movimento? (Despreze a resistência do ar.)



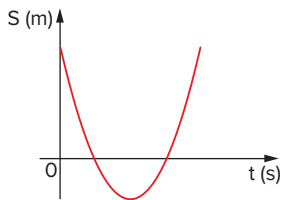
**4 FGV-SP 2017** O gráfico horário da posição ( $S$ ), em função do tempo ( $t$ ), descreve, qualitativamente, o deslocamento de um veículo sobre uma trajetória. As curvas, nos trechos A, B e D, são arcos de e parábola cujos vértices estão presentes no gráfico.



Analisando o gráfico, é correto concluir que

- A a trajetória por onde o veículo se move é sinuosa nos trechos A, B e D e retilínea no trecho C.
- B a trajetória por onde o veículo se move é toda retilínea, mas com lombada em B e valetas em A e D.
- C o trecho B é percorrido em movimento uniformemente desacelerado e retrógrado.
- D nos trechos A e D, o veículo se desloca em movimentos uniformemente acelerados com velocidade inicial nula.
- E a velocidade escalar do veículo no trecho C é constante e não nula, sendo variável nos outros trechos.

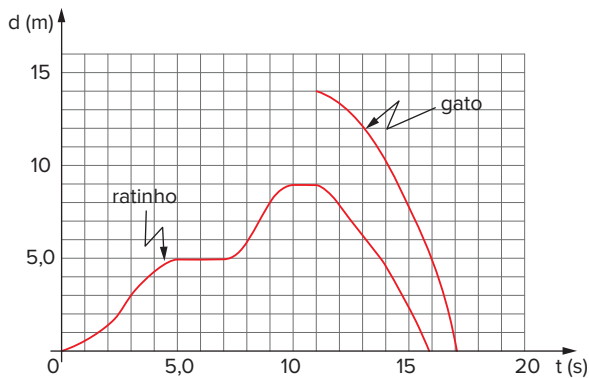
5 **UFMS** Considere o gráfico do espaço em função do tempo para uma partícula em movimento uniformemente variado.



É correto afirmar que:

- A a trajetória da partícula foi parabólica.
- B a partícula não passou pela origem dos espaços.
- C a velocidade da partícula jamais foi nula.
- D a velocidade inicial da partícula foi negativa.
- E a aceleração da partícula foi inicialmente positiva, depois negativa.

6 **UFSC** Um ratinho afasta-se de sua toca em busca de alimento, percorrendo uma trajetória retilínea. No instante  $t = 11$  s, um gato pula sobre o caminho do ratinho e ambos disparam a correr: o ratinho retornando sobre a mesma trajetória em busca da segurança da toca e o gato atrás do ratinho. O gráfico da figura representa as posições do ratinho e do gato, em função do tempo, considerando que, no instante  $t = 0$ , o ratinho partiu da posição  $d = 0$ , isto é, da sua toca.



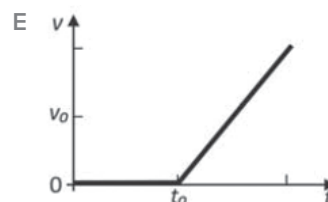
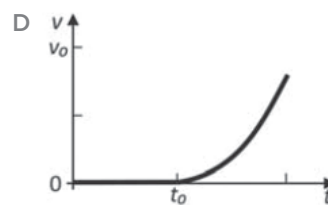
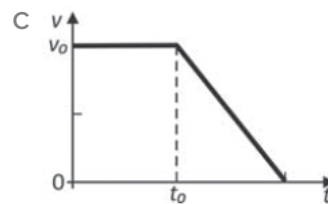
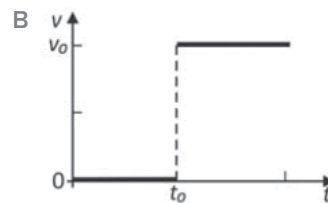
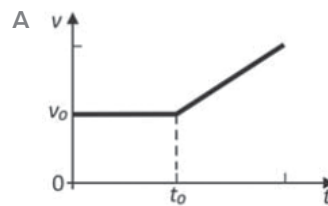
Assinale a(s) proposição(ões) correta(s) sobre o movimento do ratinho e do gato.

- 01 No instante  $t = 10$  s, o ratinho encontra-se a 10 m da sua toca, isto é, do seu ponto de partida.
- 02 O ratinho deslocou-se com velocidade constante entre os instantes  $t = 5,0$  s e  $t = 7,0$  s.

- 04 O movimento do ratinho foi sempre retilíneo e uniforme, tanto na ida como na volta.
- 08 O gato encontrava-se a 5,0 metros do ratinho quando começou a persegui-lo.
- 16 O ratinho parou duas vezes no seu trajeto de ida e volta até a toca.
- 32 O ratinho chega 1,0 segundo antes do gato, que, portanto, não consegue alcançá-lo.
- 64 O gato percorre uma distância maior que a do ratinho, em menor tempo, por isso alcança-o antes que ele possa chegar à toca.

Soma:

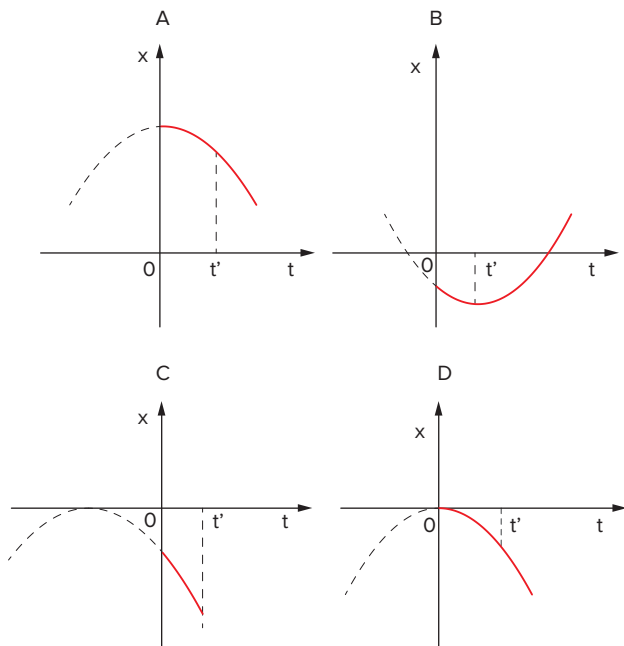
7 **Fuvest 2017** Um elevador sobe verticalmente com velocidade constante  $v_0$ , e, em um dado instante de tempo  $t_0$ , um parafuso desprende-se do teto. O gráfico que melhor representa, em função do tempo  $t$ , o módulo da velocidade  $v$  desse parafuso em relação ao chão do elevador é



► **Note e adote:** Os gráficos se referem ao movimento do parafuso antes que ele atinja o chão do elevador.



8 **UFSC** Os diagramas de posição *versus* tempo,  $x \times t$ , mostrados a seguir, representam os movimentos retilíneos de quatro corpos.

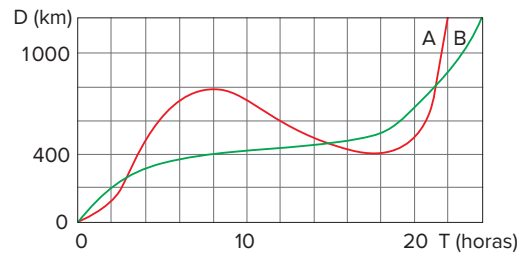


Em relação ao intervalo de tempo entre os instantes 0 e  $t'$ , é correto afirmar que:

- 01 no instante  $t_0 = 0$ , o corpo cujo movimento é representado no diagrama C está na origem do referencial.
- 02 o movimento do corpo representado no diagrama D, no intervalo entre 0 e  $t'$ , é retilíneo uniformemente retardado.
- 04 a velocidade média entre os instantes 0 e  $t'$ , das curvas representadas nos gráficos, é numericamente igual ao coeficiente angular da reta que passa pelos pontos que indicam as posições nestes dois instantes.
- 08 no movimento representado no diagrama B, no intervalo de tempo entre 0 e  $t'$ , o corpo vai se aproximando da origem do referencial.
- 16 no movimento representado no diagrama A, a velocidade inicial do corpo é nula.
- 32 o movimento do corpo representado no diagrama B, no intervalo de tempo entre 0 e  $t'$ , é retilíneo uniformemente acelerado.
- 64 o movimento representado no diagrama B poderia ser o de um corpo lançado verticalmente para cima.

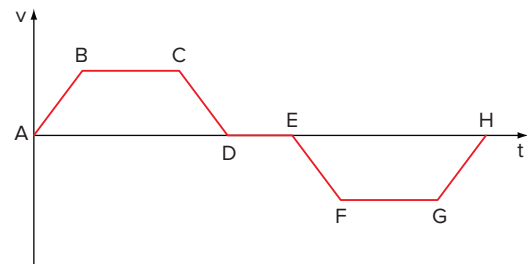
Soma:

9 **FCC** A distância entre as cidades A e B, ligadas por duas vias férreas paralelas, é de 1200 km. Todos os dias, à zero hora, sai um trem A da cidade A e sai um trem B da cidade B. O gráfico a seguir mostra a distância D entre cada trem e sua cidade de origem, em função do tempo T, em horas:



Quantas vezes, a cada 24 horas, os trens se cruzam?

10 **Mackenzie** O gráfico a seguir indica a velocidade em função do tempo de um corpo que se movimenta sobre uma trajetória retilínea.

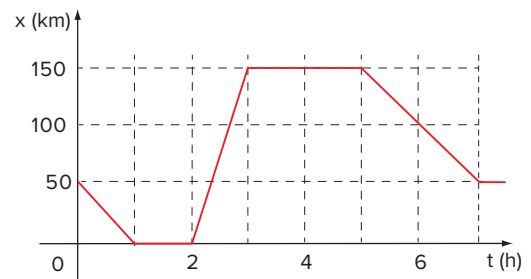


Assinale a alternativa correta.

Obs.: o ponto A é a origem dos eixos.

- A O movimento é acelerado nos trechos AB e GH.
- B O movimento é acelerado nos trechos AB e CD.
- C O movimento é acelerado o tempo todo.
- D O movimento é retardado nos trechos CD e GH.
- E O móvel está parado nos trechos BC, DE e FG.

11 **UnB** Considere o gráfico de  $x$  e  $t$  para um móvel que se desloca ao longo de uma estrada (eixo Ox), onde a velocidade máxima permitida é de 80 km/h.

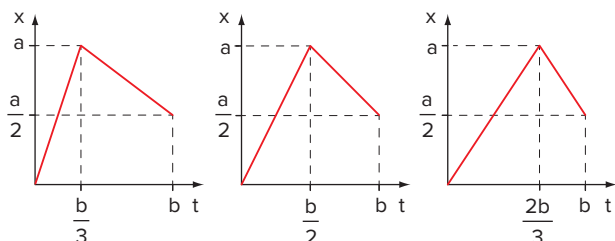


Quais são as afirmações corretas?

- 0 O móvel partiu da origem.
- 1 O móvel nunca se afastou mais do que 100 km do seu ponto de partida.
- 2 O móvel excedeu o limite de velocidade entre a 2ª e a 3ª hora.
- 3 O móvel deslocou-se sempre, afastando-se da origem.
- 4 O móvel esteve sempre em movimento entre  $t = 0$  e  $t = 7$  h.
- 5 A distância entre o ponto de partida e a posição em  $t = 7$  h é de 30 km.

- A 0 e 4
- B 1 e 2
- C 3 e 5
- D 2 e 3
- E 1 e 4

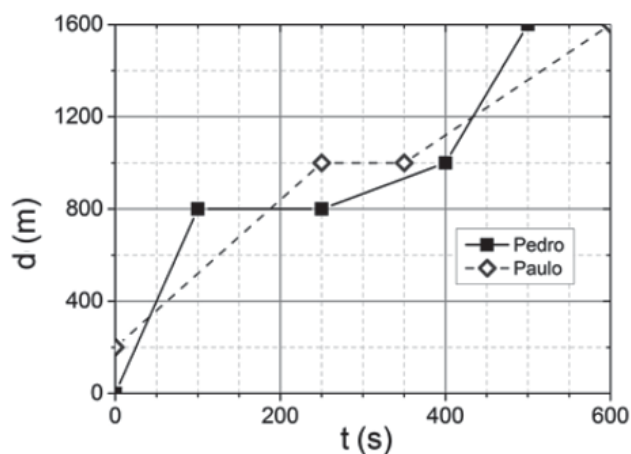
**12 Fuvest** Os gráficos a seguir referem-se a movimentos unidimensionais de um corpo em três situações diversas, representando a posição como função do tempo.



Nas três situações, são iguais:

- A as velocidades médias.
- B as velocidades máximas.
- C as velocidades iniciais.
- D as velocidades finais.
- E os valores absolutos das velocidades.

**13 UFRGS 2016** Pedro e Paulo diariamente usam bicicletas para ir ao colégio. O gráfico abaixo mostra como ambos percorreram as distâncias até o colégio, em função do tempo, em certo dia.



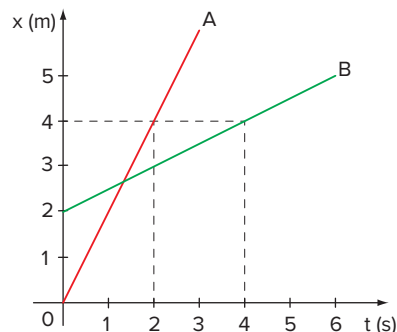
Com base no gráfico, considere as seguintes afirmações.

- I. A velocidade média desenvolvida por Pedro foi maior do que a desenvolvida por Paulo.
- II. A máxima velocidade foi desenvolvida por Paulo.
- III. Ambos estiveram parados pelo mesmo intervalo de tempo, durante seus percursos.

Quais estão corretas?

- A Apenas I.
- B Apenas II.
- C Apenas III.
- D Apenas II e III.
- E I, II e III.

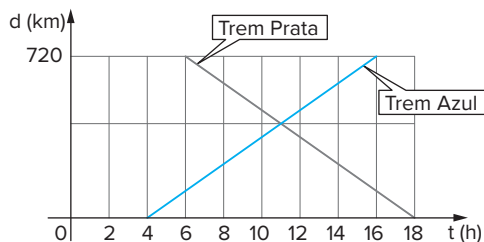
**14** Dois móveis, A e B, percorrem a mesma trajetória retilínea. A figura a seguir representa as posições (x), dadas em metros, em função do tempo (t), dado em segundos, para esses dois móveis.



No instante  $t = 5$  s, a distância entre A e B vale, em metros:

- A 2,5
- B 3
- C 4
- D 5,5
- E 6

**15 UFSC** Dois trens partem, em horários diferentes, de duas cidades situadas nas extremidades de uma ferrovia, deslocando-se em sentidos contrários. O trem Azul parte da cidade A com destino à cidade B, e o trem Prata da cidade B com destino à cidade A. O gráfico a seguir representa as posições dos dois trens em função do horário, tendo como origem a cidade A ( $d = 0$ ).



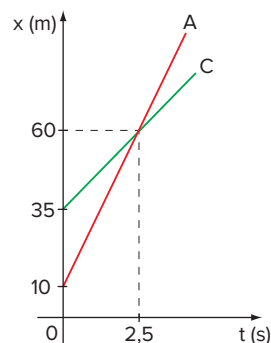
Considerando a situação descrita e as informações do gráfico, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 A distância entre as duas cidades é de 720 km.
- 02 Os dois trens gastam o mesmo tempo no percurso: 12 horas.
- 04 A velocidade média dos trens é de 60 km/h.
- 08 O trem Azul partiu às 4 horas da cidade A.
- 16 O tempo de percurso do trem Prata é de 18 horas.
- 32 Os dois trens se encontram às 11 horas.

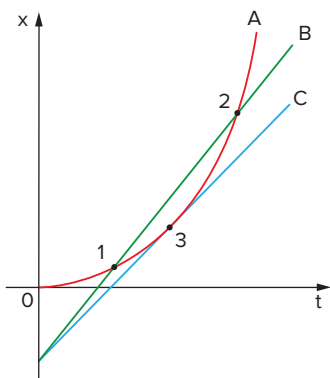
Soma:

**16 PUC-Campinas** Um caminhão C de 25 m de comprimento e um automóvel A de 5,0 m de comprimento estão em movimento em uma estrada. As posições dos móveis, marcadas pelo parachoque dianteiro dos veículos, estão indicadas no gráfico para um trecho do movimento. Em determinado intervalo de tempo, o automóvel ultrapassa o caminhão. Durante a ultrapassagem completa do caminhão, o automóvel percorre uma distância, em metros, igual a:

- A 5
- B 15
- C 18
- D 20
- E 60



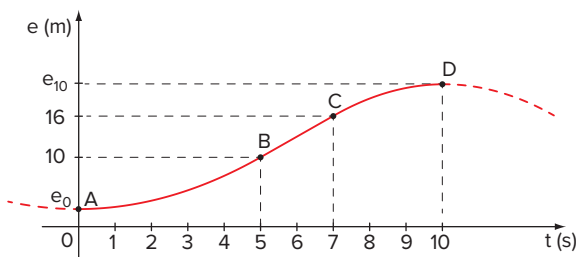
**17 UFC** Três automóveis, A, B e C, deslocam-se sobre uma mesma estrada reta, de acordo com o gráfico a seguir.



Acerca do gráfico, marque a alternativa correta.

- A Em  $t = 0$ , os três automóveis têm velocidade iguais.
- B B e C deslocam-se com o mesmo valor de velocidade constante.
- C A e C encontram-se no ponto 3, onde têm diferentes velocidades.
- D A e B encontram-se nos pontos 1 e 2, onde têm a mesma velocidade.
- E B ultrapassa A no ponto 1, voltando a ser ultrapassado por A no ponto 2.

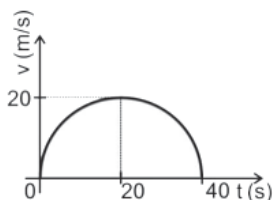
**18 UFC** O espaço ( $e$ ) de uma partícula variou com o tempo ( $t$ ), conforme indica o diagrama a seguir.



No gráfico, os trechos AB e CD são arcos de parábola, ao passo que o trecho BC é um segmento de reta. Determine:

- a) o espaço inicial ( $e_0$ ) da partícula.
- b) a aceleração escalar no trecho CD.
- c) o espaço ( $e_{10}$ ) da partícula em  $t = 10$  s.

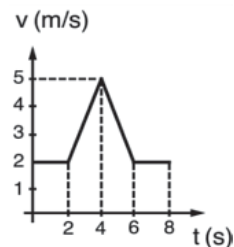
**19 Acafe 2017** O gráfico a seguir mostra o comportamento da velocidade de um automóvel em função do tempo.



A distância percorrida, em metros, por esse automóvel nos primeiros 20 segundos do movimento é:

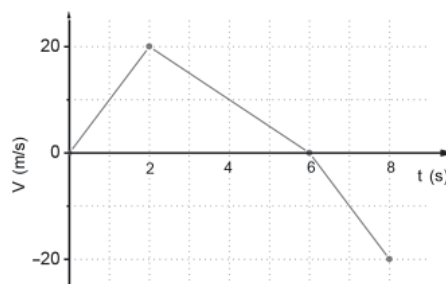
- A  $400\pi$
- B  $10\pi$
- C  $100\pi$
- D  $200\pi$

**20 UPE 2017** Em um treino de corrida, a velocidade de um atleta foi registrada em função do tempo, conforme ilustra a figura a seguir. A distância total percorrida pelo corredor, em metros, durante o período de tempo em que ele possuía aceleração diferente de zero, é



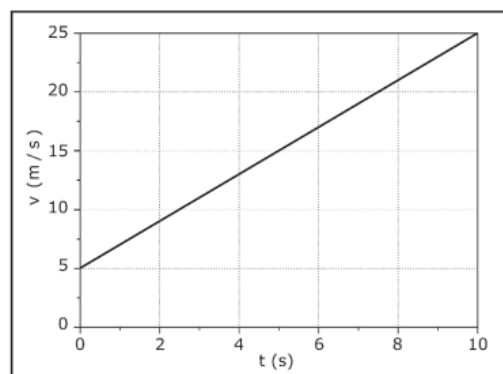
- A 4
- B 7
- C 8
- D 14
- E 22

**21 UPF 2018** Um veículo trafegando sobre uma estrada retilínea tem sua velocidade variando em função do tempo de acordo com o gráfico a seguir. Nessas condições, pode-se afirmar que a distância percorrida em 8 segundos, em  $m$ , será de:



- A 80
- B 60
- C 50
- D 40
- E 30

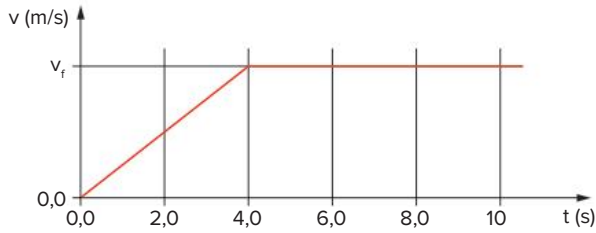
**22 UEPG 2017** Uma partícula se movimenta horizontalmente em linha reta e sua posição inicial é 10 m. O gráfico da velocidade em função do tempo é mostrado na figura abaixo. Assinale o que for correto.



- 01 O movimento é uniformemente acelerado e progressivo.
- 02 A velocidade inicial da partícula é 5 m/s.
- 04 O deslocamento da partícula ao final de 10 s será 150 m.
- 08 A velocidade média da partícula, entre os instantes  $t = 2$  s e  $t = 7$  s, é 14 m/s.
- 16 O valor da aceleração da partícula é  $2,5 \text{ m/s}^2$ .

Soma:

- 23 UFPE** O gráfico mostra a velocidade, em função do tempo, de um atleta que fez a corrida de 100 m rasos em 10 s.

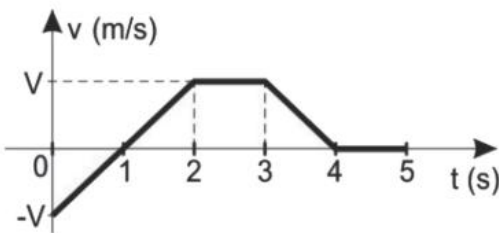


Qual a distância percorrida, em m, nos primeiros 4,0 segundos?

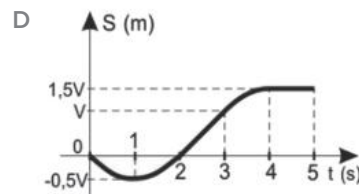
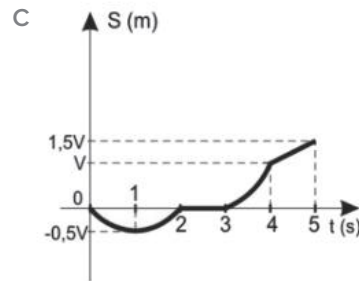
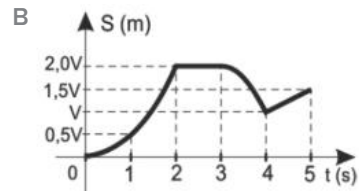
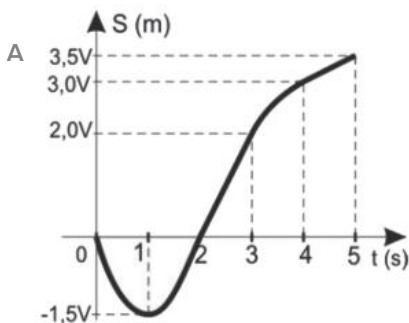
- 24 Enem 2017** Um motorista que atende a uma chamada de celular é levado à desatenção, aumentando a possibilidade de acidentes ocorrerem em razão do aumento de seu tempo de reação. Considere dois motoristas, o primeiro atento e o segundo utilizando o celular enquanto dirige. Eles aceleram a uma emergência, freiam com uma desaceleração igual a  $5,00 \text{ m/s}^2$ . O motorista atento aciona o freio à velocidade de  $14,0 \text{ m/s}$ , enquanto o desatento, em situação análoga, leva  $1,00$  segundo a mais para iniciar a frenagem. Que distância o motorista desatento percorre a mais do que o motorista atento, até a parada total dos carros?

- A 2,90 m
- B 14,0 m
- C 14,5 m
- D 15,0 m
- E 17,4 m

- 25 AFA 2018** O gráfico seguinte representa a velocidade escalar  $v$  de uma partícula em movimento retilíneo.



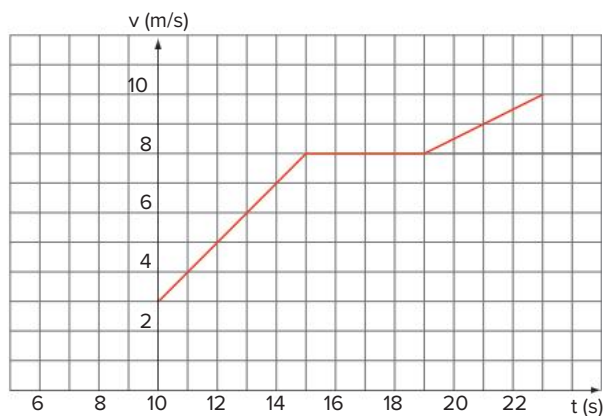
Considerando que, em  $t = 0$ , a partícula está na origem dos espaços ( $S_0 = 0$ ), o gráfico que melhor representa a posição ( $S$ ) dessa partícula até o instante  $t = 5 \text{ s}$  é



- 26 UEL** Certo trem começa a ser observado quando sua velocidade é de  $30 \text{ m/s}$  e ele mantém essa velocidade durante  $15 \text{ s}$ ; logo após, ele freia com aceleração constante de módulo  $0,50 \text{ m/s}^2$  até parar numa estação. O trem começou a ser observado quando estava distante da estação:

- A 450 m
- B 900 m
- C 1350 m
- D 1850 m
- E 2250 m

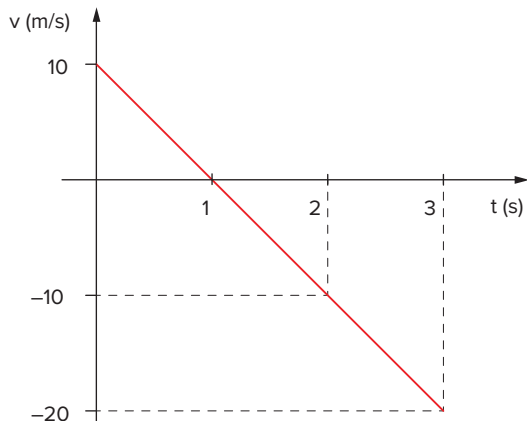
- 27 Fuvest** Um carro se desloca numa trajetória retilínea e sua velocidade em função do tempo, a partir do instante  $t = 10 \text{ s}$ , está representada no gráfico a seguir.



Se o carro partiu do repouso e manteve uma aceleração constante até  $t = 15 \text{ s}$ , a distância percorrida, desde sua partida até atingir a velocidade de  $6 \text{ m/s}$ , vale:

- A 12,5 m
- B 18,0 m
- C 24,5 m
- D 38,0 m
- E 84,5 m

- 28 UFRJ** De um ponto localizado a uma altura  $h$  do solo, lança-se uma pedra verticalmente para cima. A figura abaixo representa, em gráfico cartesiano, como a velocidade escalar da pedra varia, em função do tempo, entre o instante do lançamento ( $t = 0$ ) e o instante em que chega ao solo ( $t = 3$  s).



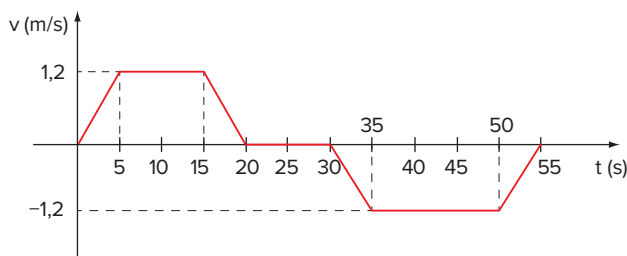
- a) Em que instante a pedra retorna ao ponto de partida?  
b) Calcule de que altura  $h$  a pedra foi lançada.

- 29 EEM** Por questões de segurança, uma composição do metrô não deve ultrapassar os seguintes máximos:

velocidade = 20 m/s,  
aceleração = 4,0 m/s<sup>2</sup>,  
frenagem = 2,0 m/s<sup>2</sup>.

- a) Determine o menor tempo que a composição leva para partir de uma estação e parar em outra, distantes entre si 4,00 km.  
b) Desenhe o diagrama cartesiano da velocidade em função do tempo, correspondente ao movimento.

- 30 UFPE** O movimento de um elevador está representado pelo gráfico da sua velocidade em função do tempo, mostrado a seguir, onde a velocidade é positiva quando o elevador sobe.



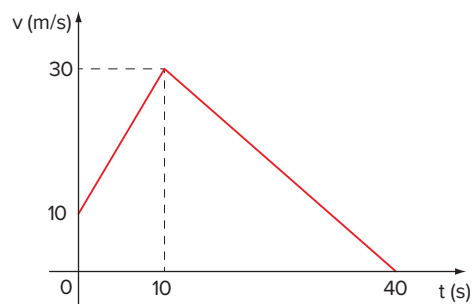
Supondo que o elevador esteja inicialmente parado no 4º andar e que cada andar tem 3 metros de altura, podemos afirmar que:

- A O prédio tem pelo menos 10 andares.  
B O elevador passa pelo primeiro andar após 50 segundos.  
C O elevador não esteve abaixo do 4º andar.  
D O elevador volta à posição inicial decorridos 55 segundos.  
E No trecho em que a velocidade é positiva, a aceleração é sempre positiva.

- 31 Unicamp 2019** Nos cruzamentos de avenidas das grandes cidades é comum encontrarmos, além dos semáforos tradicionais de controle de tráfego de carros, semáforos de fluxo de pedestres, com cronômetros digitais que marcam o tempo para a travessia na faixa de pedestres.

- a) No instante em que o semáforo de pedestres se torna verde e o cronômetro inicia a contagem regressiva, uma pessoa encontra-se a uma distância  $d = 20$  m do ponto de início da faixa de pedestres, caminhando a uma velocidade inicial  $v_0 = 0,5$  m/s. Sabendo que ela inicia a travessia da avenida com velocidade  $v = 1,5$  m/s, calcule a sua aceleração constante no seu deslocamento em linha reta até o início da faixa.  
b) Considere agora uma pessoa que atravessa a avenida na faixa de pedestres, partindo de um lado da avenida com velocidade inicial  $v_0 = 0,4$  m/s e chegando ao outro lado com velocidade final  $v = 1,2$  m/s. O pedestre realiza todo o percurso com aceleração constante em um intervalo de tempo de  $t = 15$  s. Construa o gráfico da velocidade do pedestre em função do tempo e, a partir do gráfico, calcule a largura da avenida.

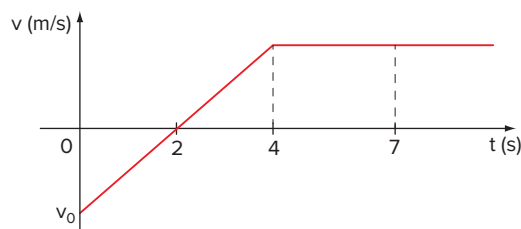
- 32 Uece** Um corpo, em movimento retilíneo, tem velocidade escalar  $v$ , variando com o tempo  $t$  de acordo com o gráfico a seguir.



É correto afirmar que a(o):

- A aceleração média entre 0 e 10 s é 2 m/s<sup>2</sup>.  
B movimento entre 0 e 40 s é uniforme.  
C velocidade média entre 0 e 40 s é 15 m/s.  
D variação do espaço entre 10 s e 40 s é 900 m.

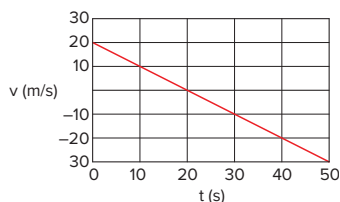
- 33 Mackenzie** Estudando o movimento de um corpo, a partir do instante zero, obtivemos o gráfico a seguir.



Entre os instantes 4 s e 7 s, o deslocamento do corpo foi de 24 m. O valor da velocidade no instante zero ( $v_0$ ) era:

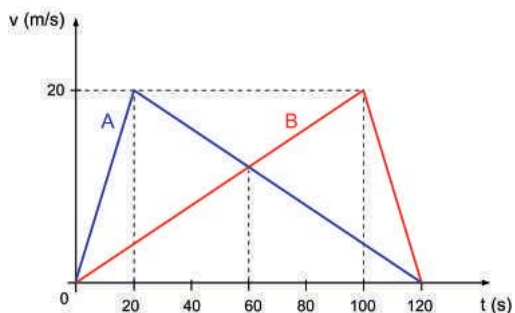
- A -2 m/s  
B -4 m/s  
C -6 m/s  
D -8 m/s  
E -10 m/s

- 34 UFPE** O gráfico abaixo mostra a velocidade de um objeto em função do tempo, em movimento ao longo do eixo x. Sabendo-se que, no instante  $t = 0$ , a posição do objeto é  $x = -10$  m, determine a equação  $x(t)$  para a posição do objeto em função do tempo.



- A  $x(t) = -10 + 20t - 0,5t^2$       D  $x(t) = -10 - 20t + 5t^2$   
 B  $x(t) = -10 + 20t + 0,5t^2$       E  $x(t) = -10 - 20t - 0,5t^2$   
 C  $x(t) = -10 + 20t - 5t^2$

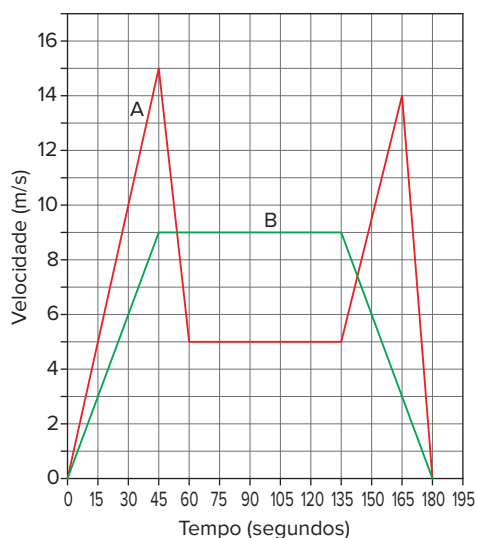
- 35 Unifesp 2016** Dois veículos, A e B, partem simultaneamente de uma mesma posição e movem-se no mesmo sentido ao longo de uma rodovia plana e retilínea durante 120 s. As curvas do gráfico representam, nesse intervalo de tempo, como variam suas velocidades escalares em função do tempo.



Calcule:

- a) o módulo das velocidades escalares médias de A e de B, em m/s, durante os 120 s.  
 b) a distância entre os veículos, em metros, no instante  $t = 60$  s.

- 36 UFSC** Dois ciclistas, A e B, disputam uma corrida cuja distância total é de 1200 metros, do ponto de partida até a faixa de chegada. O gráfico a seguir mostra a velocidade dos ciclistas A e B em função do tempo.

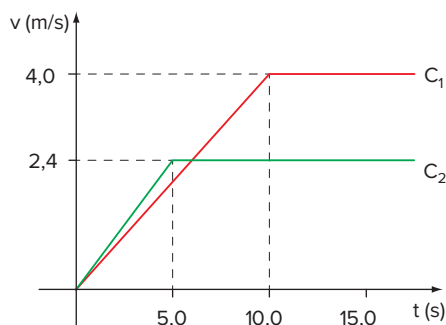


Observando o gráfico apresentado, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 No sexagésimo segundo, o ciclista A está 150 metros à frente do ciclista B.  
 02 A aceleração do ciclista A, nos primeiros quarenta e cinco segundos, é de  $1 \text{ m/s}^2$ .  
 04 No centésimo trigésimo quinto segundo, o ciclista B está 150 metros à frente do ciclista A.  
 08 O ciclista B nunca alcança o ciclista A.  
 16 O ciclista A venceu a disputa porque percorreu os 1.200 metros em 150 segundos, e o ciclista B gastou 165 segundos.  
 32 No centésimo sexagésimo quinto segundo, o ciclista B está a apenas 7,5 metros da faixa de chegada, e o ciclista A encontra-se a 52,5 metros da faixa de chegada. Portanto, o ciclista B vence a corrida.  
 64 A corrida termina empatada, pois ambos os ciclistas percorrem os 1200 metros em 165 segundos.

Soma:

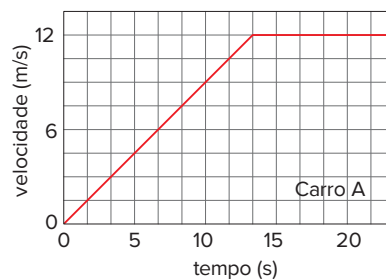
- 37 Unicamp** Na figura são mostrados os gráficos da velocidade em função do tempo de dois ciclistas,  $C_1$  e  $C_2$ . Ambos partem da origem dos espaços em  $t = 0$  e descrevem trajetórias retilíneas com movimentos no mesmo sentido.



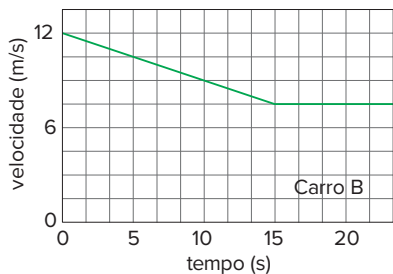
Com base nos dados da figura, determine:

- a) o valor da aceleração do ciclista  $C_1$  no instante  $t = 5,0$  s.  
 b) a distância entre os dois ciclistas no instante em que eles têm a mesma velocidade.

- 38 Vunesp** Um carro, A, está parado diante de um semáforo. Quando a luz verde se acende, A se põe em movimento e, nesse instante, outro carro, B, movimentando-se no mesmo sentido, o ultrapassa. Os gráficos seguintes representam a velocidade em função do tempo, para cada um dos carros, a partir do instante em que a luz verde se acende.

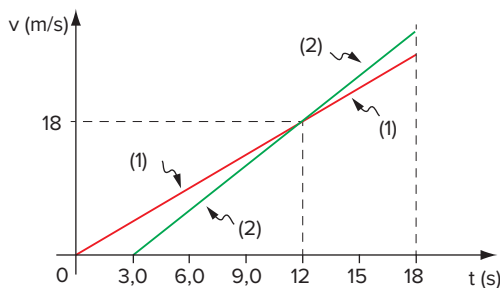






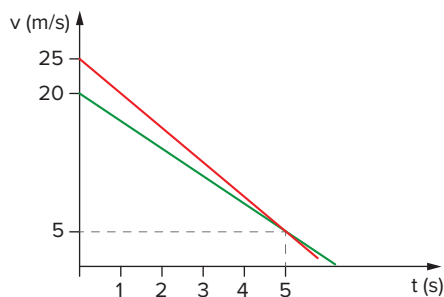
- a) Examinando os gráficos, determine o instante em que as velocidades de ambos os carros se igualem.  
 b) Nesse instante, qual é a distância entre os dois carros?

- 39 UFRJ** Dois móveis, (1) e (2), partem do repouso de um mesmo ponto e passam a se mover na mesma estrada. O móvel (2), no entanto, parte 3,0 s depois do móvel (1). A figura abaixo representa, em gráfico cartesiano, como suas velocidades escalares variam em função do tempo durante 18 s a contar da partida do móvel (1).



- a) Calcule as acelerações escalares dos móveis (1) e (2) depois de iniciados os seus movimentos.  
 b) Verifique se, até o instante  $t = 18$  s, o móvel (2) conseguiu alcançar o móvel (1).

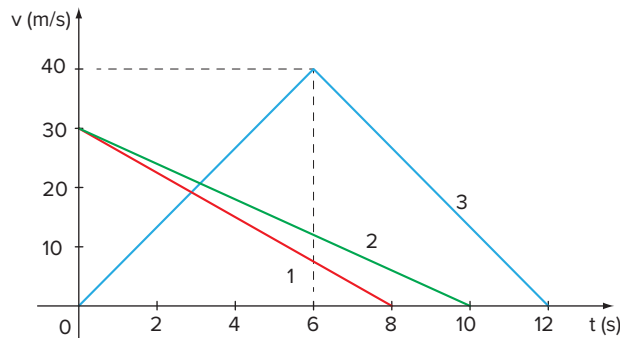
- 40 UFC** O gráfico da figura a seguir representa a variação da velocidade com o tempo para dois carros, A e B, que viajam em uma estrada retilínea e no mesmo sentido. No instante  $t = 0$ , o carro B ultrapassa o carro A. Nesse mesmo instante, os dois motoristas percebem um perigo à frente e acionam os freios simultaneamente.



Tomando como base o gráfico, determine:

- A a aceleração dos dois carros.  
 B a equação horária da posição para os dois carros.  
 C a equação horária da velocidade para os dois carros.  
 D a distância entre os dois carros no instante em que suas velocidades são iguais.

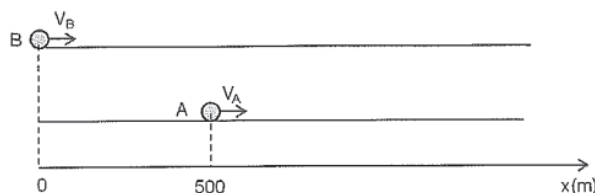
- 41 ITA** Três carros percorrem uma estrada plana e reta, com as velocidades, em função do tempo, representadas pelo gráfico. No instante  $t = 0$ , os três carros passam por um semáforo. A 140 m desse semáforo, há outro sinal luminoso permanentemente vermelho.



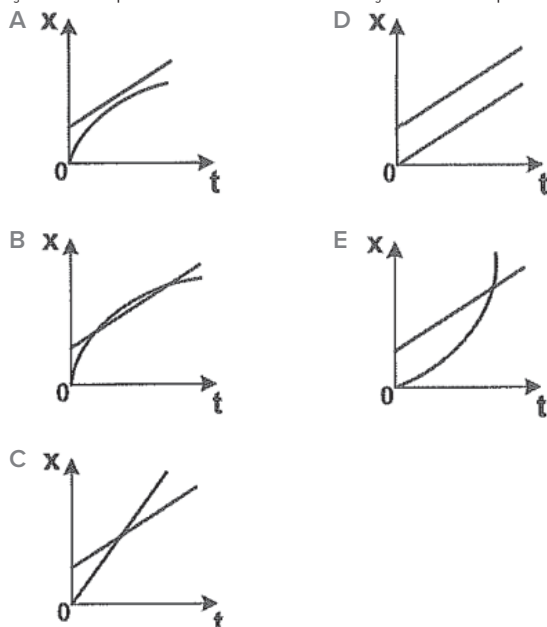
Quais os carros que ultrapassarão o segundo farol?

- A Nenhum dos três. D 1 e 2  
 B 2 e 3 E 1, 2 e 3  
 C 1 e 3

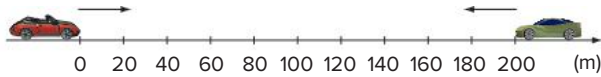
- 42 Escola Naval 2016** Analise a figura abaixo.



A figura acima mostra duas partículas A e B se movendo em pistas retas e paralelas, no sentido positivo do eixo  $x$ . A partícula A se move com velocidade constante de módulo  $v_A = 8,0$  m/s. No instante em que A passa pela posição  $x = 500$  m, a partícula B passa pela origem,  $x = 0$ , com velocidade de  $v_B = 45$  m/s e uma desaceleração constante cujo módulo é  $1,5$  m/s<sup>2</sup>. Qual dos gráficos abaixo pode representar as posições das partículas A e B em função do tempo?



- 43 Fuvest** Numa via com neblina, dois automóveis avistam-se frente a frente quando estão a 200 m um do outro, caminhando com velocidades opostas de 72 km/h e 108 km/h. Nesse momento, começam a frear com desacelerações constantes de  $4,0 \text{ m/s}^2$  e  $5,0 \text{ m/s}^2$ , respectivamente.

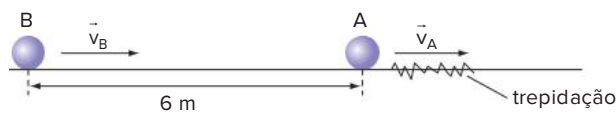


- a) Os carros conseguirão parar antes de haver colisão?  
b) Construa as curvas que mostram a variação da velocidade dos automóveis com o tempo.

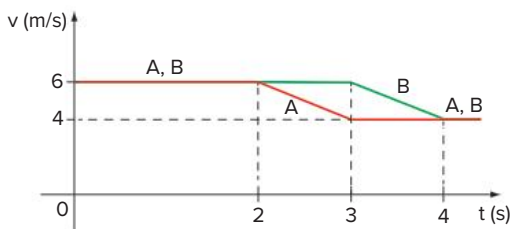
- 44 Fuvest** Duas bolinhas são lançadas verticalmente para cima, a partir de uma mesma altura, com mesma velocidade inicial de  $15 \text{ m/s}$ , mas com intervalo de tempo de  $0,5 \text{ s}$  entre os lançamentos.

- a) Desprezando a resistência do ar, faça, num mesmo sistema de eixos, os gráficos de velocidade em função do tempo para as duas bolinhas. Indique nos eixos as unidades de medida ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).  
b) Qual o instante em que as alturas das duas bolinhas coincidem?

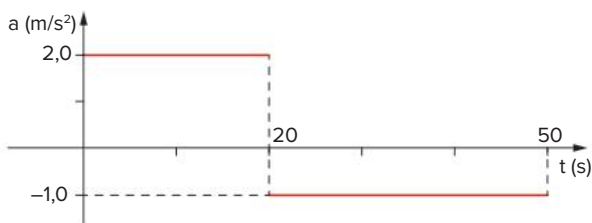
- 45** Dois pontos materiais, A e B, caminham numa mesma trajetória retilínea, e os módulos de suas velocidades são dados pelo gráfico a seguir. No instante  $t = 2 \text{ s}$ , a distância entre eles era  $6 \text{ m}$ , conforme a figura.



Devido a uma trepidação no solo, a velocidade escalar de A diminuiu. Logo em seguida, o móvel B também passou pela trepidação, e sua velocidade também diminuiu. A partir do instante  $t = 4 \text{ s}$ , os dois já possuíam uma mesma velocidade constante. Determine a nova distância entre eles a partir do instante  $t = 4 \text{ s}$ .

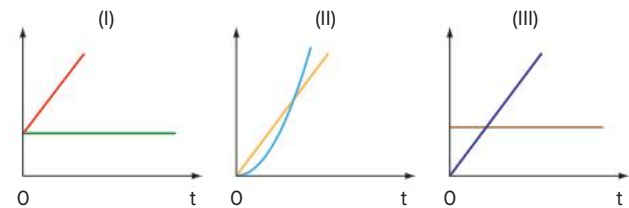


- 46 UFRJ** Um móvel parte do repouso e descreve uma trajetória retilínea durante um intervalo de tempo de  $50 \text{ s}$ , com a aceleração indicada no gráfico a seguir.



- a) Faça um gráfico da velocidade do móvel no intervalo de 0 até  $50 \text{ s}$ .  
b) Calcule a distância percorrida pelo móvel nesse intervalo.

- 47 UFPR** Um carro está parado diante de um sinal fechado. Quando o sinal abre, o carro começa a mover-se com aceleração constante de  $2,0 \text{ m/s}^2$  e, neste instante, passa por ele uma motocicleta com velocidade constante de módulo  $14 \text{ m/s}$ , movendo-se na mesma direção e sentido. Nos gráficos abaixo, considere a posição inicial do carro como origem dos deslocamentos e o instante em que o sinal abre como origem dos tempos. Em cada gráfico, uma curva refere-se ao movimento do carro e a outra ao movimento da motocicleta.

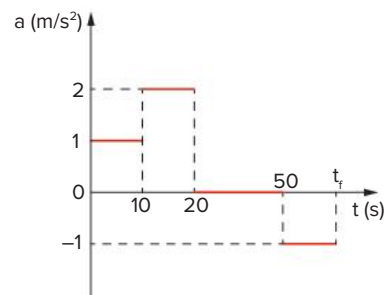


É correto afirmar:

- 01 o carro alcançará a motocicleta quando suas velocidades forem iguais.  
02 o carro alcançará a motocicleta no instante  $t = 14 \text{ s}$ .  
04 o carro alcançará a motocicleta na posição  $x = 64 \text{ m}$ .  
08 as acelerações do carro e da motocicleta, em função do tempo, podem ser representadas pelo gráfico II.  
16 os deslocamentos do carro e da motocicleta, em função do tempo, podem ser representados pelo gráfico I.  
32 as velocidades do carro e da motocicleta, em função do tempo, podem ser representadas pelo gráfico III.

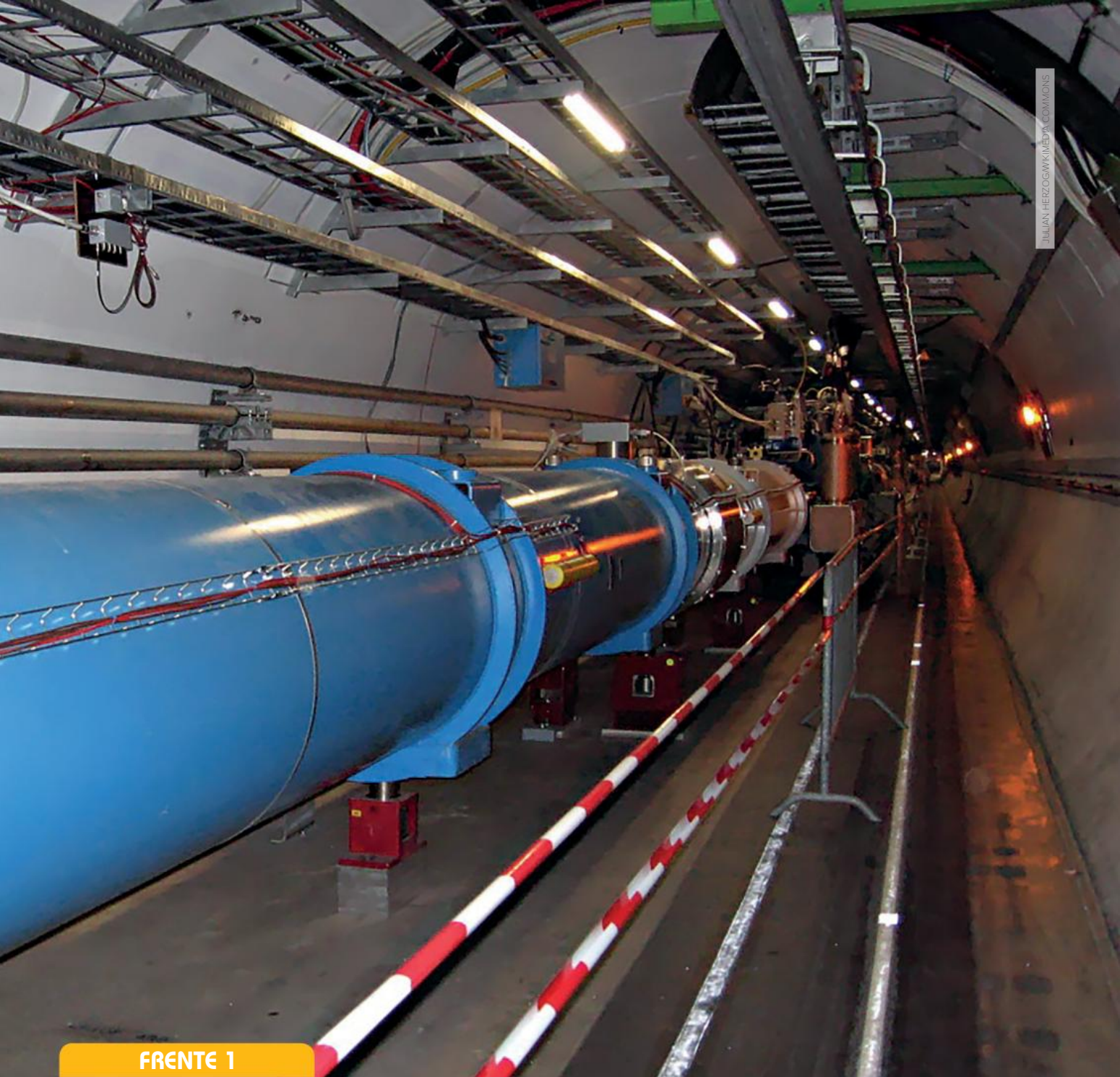
Soma:

- 48 UFC** Um trem, após parar em uma estação, sofre uma aceleração, de acordo com o gráfico da figura a seguir, até parar novamente na próxima estação.



Assinale a alternativa que apresenta os valores corretos de  $t_f$ , o tempo de viagem entre as duas estações, e da distância entre as estações.

- A 80 s, 1600 m                      D 65 s, 1500 m  
B 65 s, 1600 m                      E 90 s, 1500 m  
C 80 s, 1500 m

**FRENTE 1****CAPÍTULO****5**

## Movimento circular

Aceleradores de partículas são equipamentos em que diversas hipóteses da Física teórica são testadas com o estudo de partículas resultantes de colisões a altas energias. Para que essas colisões ocorram, feixes de partículas devem ser acelerados até que atinjam determinada energia. Partículas em movimento circular podem ser aceleradas continuamente e transitar indefinidamente pelo equipamento até que seja determinado o instante da colisão. Devido à natureza do movimento, para oferecer a mesma energia, a instalação de um acelerador cíclico ocupa uma área muito menor do que a necessária para a construção de um acelerador linear.



## Grandezas angulares

Estudamos até aqui a descrição dos movimentos por meio das grandezas escalares lineares (espaço linear, velocidade escalar linear e aceleração escalar linear), que são grandezas cujas definições já vistas estão relacionadas a medidas de comprimento.

Ao iniciar o estudo de movimentos em trajetórias circulares, além das grandezas lineares, podemos utilizar as grandezas angulares (espaço angular, velocidade escalar angular e aceleração escalar angular), que são grandezas cujas definições estão relacionadas a medidas de ângulos.

### Ângulos

Em uma circunferência de centro C e raio R:

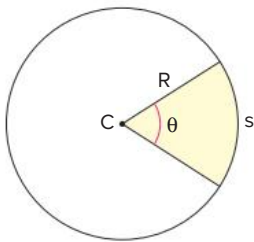


Fig. 1 Ângulo central em uma circunferência.

temos:

C – centro da circunferência

θ – ângulo central

s – comprimento do arco de circunferência

O ângulo pode ser expresso em:

- **grau (°)** – ângulo central correspondente a  $\frac{1}{360}$  do ângulo de uma volta completa. Assim, uma volta completa tem  $360^\circ$ .

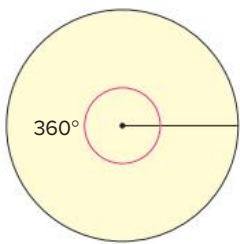


Fig. 2 Ângulo de  $360^\circ$ .

- **radiano (rad)** – ângulo central para o qual o comprimento do arco de circunferência s vale R.

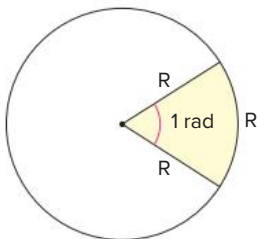


Fig. 3 Ângulo de 1 rad.

Dessa forma, podemos estabelecer a seguinte regra de três:

Ângulo		Arco
1 rad	—	R
θ rad	—	s

Então:

$$\frac{1}{\theta} = \frac{R}{s}$$

Logo:

$$s = \theta \cdot R \quad \text{ou} \quad \theta = \frac{s}{R}$$

Essa equação é muito importante, pois relaciona a medida de um ângulo qualquer θ em uma circunferência de raio R com a medida do arco s que esse ângulo determina na circunferência.

#### ! Atenção

- Na fórmula citada, θ deve estar sempre em radianos.
- O ângulo é uma grandeza adimensional, pois é o quociente entre duas grandezas de mesma dimensão (comprimento).

Sabemos que o comprimento de uma circunferência de raio R é  $2\pi R$ , em que  $\pi \cong 3,14$ .

$$\begin{cases} s = 2\pi R \\ s = \theta \cdot R \end{cases} \Rightarrow 2\pi R = \theta \cdot R \Rightarrow \theta = 2\pi \text{ rad}$$

Ou seja, uma volta completa tem ângulo  $2\pi$  rad:

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

### Espaço angular

Consideremos um móvel em uma trajetória circular de raio R. Como já fizemos anteriormente, vamos escolher uma origem O e orientar a trajetória.

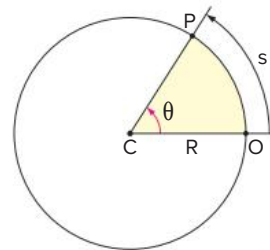


Fig. 4 Espaço angular em uma circunferência de raio R.

A posição de um móvel, ao passar pelo ponto P em um instante t, pode ser determinada tanto pelo espaço linear s quanto pelo espaço angular θ, também chamado de fase.

A relação entre os espaços já foi vista:

$$\theta = \frac{s}{R}, \text{ com } \theta \text{ em radianos.}$$

## Velocidade escalar angular

### Velocidade escalar angular média

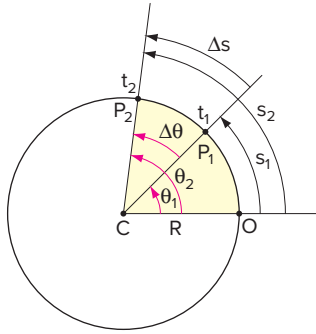


Fig. 5 Variação de espaço angular.

Se uma partícula em movimento circular ocupa, no instante  $t_1$ , o espaço angular  $\theta_1$  e, no instante  $t_2$ , o espaço angular  $\theta_2$ , então a variação de espaço angular ( $\Delta\theta$ ) entre  $t_1$  e  $t_2$  vale:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

Da figura 5, vemos que  $\Delta s = \Delta\theta \cdot R$ .

Portanto, a velocidade escalar angular média ( $\omega_m$ ) é definida como a razão entre a variação de espaço angular ( $\Delta\theta$ ) e a variação de tempo ( $\Delta t$ ):

$$\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

com  $\Delta t = t_2 - t_1$ .

Sabemos que a velocidade escalar linear média é dada por:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Mas:

$$\Delta s = \Delta\theta \cdot R \Rightarrow v_m = \frac{\Delta\theta \cdot R}{\Delta t} \Rightarrow v_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \cdot R$$

$$v_m = \omega_m \cdot R \text{ ou } \omega_m = \frac{v_m}{R}$$

### Velocidade escalar angular instantânea

A velocidade escalar angular instantânea é definida como o valor limite da velocidade escalar angular média quando o intervalo de tempo tende a zero ( $\Delta t \rightarrow 0$ ), ou seja:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \omega_m$$

Logo:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Para a velocidade escalar linear instantânea, temos:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta \cdot R}{\Delta t} = \left( \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \right) \cdot R$$

Logo:

$$v = \omega \cdot R \text{ ou } \omega = \frac{v}{R}$$

Se  $v = \omega \cdot R$ , também podemos concluir que:

$$\Delta v = \Delta\omega \cdot R$$

Se o espaço angular é expresso em rad e o tempo em s, então a velocidade escalar angular será expressa, no SI, em rad/s.

## Aceleração escalar angular

### Aceleração escalar angular média

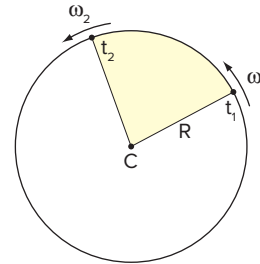


Fig. 6 Variação de velocidade angular.

Se uma partícula em movimento circular possui, no instante  $t_1$ , velocidade escalar angular  $\omega_1$  e, no instante  $t_2$ , velocidade escalar angular  $\omega_2$ , então a variação de velocidade escalar angular ( $\Delta\omega$ ) entre  $t_1$  e  $t_2$  vale:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$$

Portanto, a aceleração escalar angular média ( $\gamma_m$ ) é definida como a razão entre a variação de velocidade escalar angular ( $\Delta\omega$ ) e a variação de tempo ( $\Delta t$ ):

$$\gamma_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Sabemos que a aceleração escalar linear média é dada por:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Mas:

$$\Delta v = \Delta\omega \cdot R \Rightarrow a_m = \frac{\Delta\omega \cdot R}{\Delta t} \Rightarrow a_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \cdot R$$

$$a_m = \gamma_m \cdot R \text{ ou } \gamma_m = \frac{a_m}{R}$$

### Aceleração escalar angular instantânea

A aceleração escalar angular instantânea é definida como o valor limite da aceleração escalar angular média quando o intervalo de tempo tende a zero ( $\Delta t \rightarrow 0$ ), ou seja:

$$\gamma = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \gamma_m$$

Logo:

$$\gamma = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Para a aceleração escalar linear instantânea, temos:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega \cdot R}{\Delta t} = \left( \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \right) \cdot R$$

Logo:

$$a = \gamma \cdot R \quad \text{ou} \quad \gamma = \frac{a}{R}$$

Se a velocidade escalar angular é expressa em rad/s e o tempo em s, então a aceleração escalar angular será expressa, no SI, em rad/s<sup>2</sup>.

De forma geral, a grandeza linear é obtida multiplicando a grandeza angular pelo raio.

Grandeza linear	=	Grandeza angular	×	Raio
s (m)	=	$\theta$ (rad)	×	R (m)
v (m/s)	=	$\omega$ (rad/s)	×	R (m)
a (m/s <sup>2</sup> )	=	$\gamma$ (rad/s <sup>2</sup> )	×	R (m)

Tab. 1 Relação entre grandezas lineares e grandezas angulares.

## Período e frequência

Um movimento é chamado periódico quando todas as suas características repetem-se para intervalos de tempo iguais.

O menor intervalo de tempo para que ocorra uma repetição é chamado de período (T).

A unidade de período no SI é o segundo.

O movimento da Terra em torno do Sol é periódico, e o período é de, aproximadamente, 365 dias.

A frequência (f) é o número de repetições que ocorrem por unidade de tempo. Assim:

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

em que:

n – número de repetições

$\Delta t$  – intervalo de tempo considerado

As repetições, ou ciclos, no movimento circular serão voltas, ou rotações.

Se  $n$  é dado em ciclos e  $\Delta t$  em segundos, a unidade de frequência no SI será ciclos/s, também chamada de hertz (Hz).

No movimento circular, ciclos por segundo são rotações por segundo (rps).

Em  $f = \frac{n}{\Delta t}$ , se  $n = 1$  ciclo, então, pela definição de período,  $t = T$  e:

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{ou} \quad T = \frac{1}{f}$$

## Movimento circular uniforme (MCU)

O movimento circular uniforme é um movimento uniforme em trajetória circular. Logo, a velocidade escalar linear instantânea é constante e diferente de zero; portanto, igual à velocidade escalar média.

Como  $\omega = \frac{v}{R}$  e  $v$  e  $R$  são constantes, então a velocidade escalar angular instantânea também é constante e igual à velocidade escalar angular média.

$$\omega_m = \omega \Rightarrow \omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

Dessa forma, para intervalos de tempo iguais, o móvel em MCU percorre espaços angulares iguais.

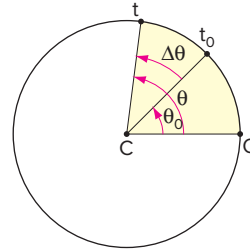


Fig. 7 Variação angular no MCU.

Se um móvel, no instante  $t_0$  (início do movimento), está em um ponto de espaço angular  $\theta_0$  (espaço angular inicial) e, em um instante qualquer  $t$ , está em um ponto de espaço angular  $\theta$ , então:

$$\Delta \theta = \theta - \theta_0 \quad \text{e} \quad \Delta t = t - t_0$$

Para simplificar, vamos tomar o início do movimento na origem dos tempos:  $t_0 = 0$ .

Assim:

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0} = \frac{\theta - \theta_0}{t} \Rightarrow \omega \cdot t = \theta - \theta_0$$

Logo:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t$$

Essa é a função horária do espaço angular no movimento circular uniforme, expressão do 1º grau, em que:

- $\theta$  é o espaço angular para um instante qualquer  $t$ .
- $\theta_0$  é o espaço angular para o instante  $t = 0$ .
- $\omega$  é a velocidade escalar angular instantânea e diferente de zero.
- $\theta_0$  e  $\omega$  são constantes.

### ! Atenção

Se tomarmos o início do movimento em  $t_0 \neq 0$ , a função horária do espaço angular no movimento circular uniforme é expressa por:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot (t - t_0)$$

em que  $\theta_0$  é o espaço angular para o instante  $t_0 \neq 0$ .

Como, no movimento uniforme,  $a = 0$ , então, no MCU,  $\gamma = 0$ .

A função horária do espaço angular também poderia ser obtida tomando a função horária do espaço do MU e dividindo-a por  $R$  (raio da circunferência):

$$s = s_0 + v \cdot t \Rightarrow \frac{s}{R} = \frac{s_0}{R} + \frac{v}{R} \cdot t \Rightarrow \theta = \theta_0 + \omega \cdot t$$



Se tomarmos um período do movimento circular uniforme, então  $\Delta t = T$ , tempo em que o móvel executa uma volta completa, ou seja,  $\Delta\theta = 2\pi$  rad.

Como  $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ , então:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ ou } \omega = 2\pi f$$

Temos ainda:

$$v = 2\pi f \cdot R$$

## Movimento circular uniformemente variado (MCUV)

O movimento circular uniformemente variado, como todo MUV, é aquele em que a aceleração escalar instantânea é constante e diferente de zero.

Como  $\gamma = \frac{a}{R}$  e  $a$  e  $R$  são constantes, então a aceleração escalar angular instantânea também é constante e igual à aceleração escalar angular média.

Em vez de deduzirmos todas as equações do MCVU, tomemos as equações do MUV:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s$$

e dividamos as duas primeiras equações por  $R$  e a terceira por  $R^2$ :

$$\frac{s}{R} = \frac{s_0}{R} + \frac{v_0}{R} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{R} \cdot t^2 \Rightarrow \theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{\gamma}{2} \cdot t^2$$

$$\frac{v}{R} = \frac{v_0}{R} + \frac{a}{R} \cdot t \Rightarrow \omega = \omega_0 + \gamma \cdot t$$

$$\frac{v^2}{R^2} = \frac{v_0^2}{R^2} + 2 \cdot \frac{a}{R} \cdot \frac{\Delta s}{R} \Rightarrow \omega^2 = \omega_0^2 + 2\gamma \cdot \Delta\theta$$

que são as equações do movimento circular uniformemente variado.

### Atenção

Se tomarmos o início do movimento em  $t_0 \neq 0$ , as equações do movimento circular uniformemente variado são expressas por:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 n (t - t_0) + \frac{\gamma}{2} n (t - t_0)^2$$

$$\omega = \omega_0 + \gamma \cdot (t - t_0)$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\gamma \cdot \Delta\theta$$

em que  $\theta_0$  e  $\omega_0$  são, respectivamente, o espaço angular e a velocidade angular para o instante  $t_0 \neq 0$ .

Vale observar que o MCVU não é periódico, pois a velocidade escalar angular não é constante, o que implica o fato de cada volta ser realizada em intervalos de tempo diferentes.

Tanto para o MCU quanto para o MCVU, todas as considerações sobre a análise gráfica já realizadas sobre o MU e o

MUV são igualmente válidas, bastando, para isso, substituímos espaço linear por espaço angular, velocidade escalar linear por velocidade escalar angular e aceleração escalar linear por aceleração escalar angular, ou:

$s$  por  $\theta$ ,  $v$  por  $\omega$  e  $a$  por  $\gamma$

## Transmissão de movimento circular

### Correia comum a duas rodas

Podemos transmitir o movimento circular de uma roda, ou polia, para outra utilizando uma correia, ou corrente, entre as duas rodas.

Esse procedimento é muito utilizado, por exemplo, na bicicleta, em que A representa a coroa do pedal e B, a catraca da roda traseira.

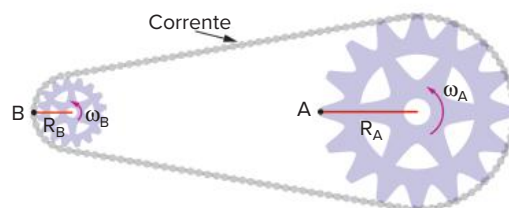


Fig. 8 Catraca e coroa unidas por uma corrente comum.

Nesse caso, A e B movem-se no mesmo sentido, e todos os pontos da corrente têm a mesma velocidade escalar linear para qualquer instante de tempo. Não havendo escorregamento entre a corrente e a coroa e/ou a catraca, qualquer ponto de A e de B em contato com a corrente também deve ter a mesma velocidade.

Assim:

$$v_A = v_B$$

Mas:

$$v_A = \omega_A \cdot R_A \text{ e } v_B = \omega_B \cdot R_B$$

Logo:

$$\omega_A \cdot R_A = \omega_B \cdot R_B$$

se  $R_A > R_B$ , então  $\omega_A < \omega_B$ .

Essa análise também é válida quando, em vez de usar uma correia ligando as rodas, colocamo-nas em contato diretamente.

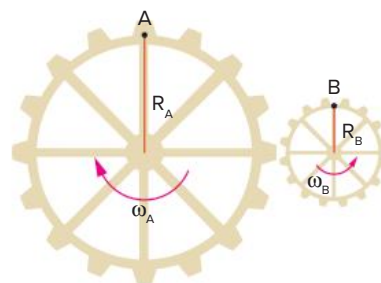


Fig. 9 Duas rodas em contato.

Se não houver escorregamento, também teremos:

$$v_A = v_B \text{ e } \omega_A \cdot R_A = \omega_B \cdot R_B$$

A única diferença para o caso anterior é que A e B, quando as rodas estão em contato, movem-se em sentidos opostos.

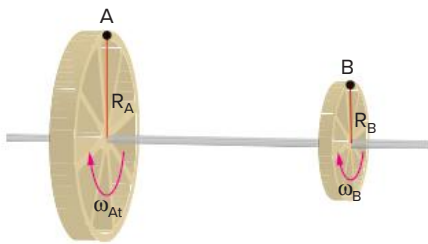
Arquivo Brumaz



**Fig. 10** Transmissão de movimento circular por contato dos cilindros e engrenagens de uma moenda.

### Eixo de rotação comum a duas rodas

Também podemos transmitir o movimento circular acoplado duas rodas ao mesmo eixo de rotação.



**Fig. 11** Duas rodas unidas por eixo comum.

Esse procedimento outra vez tem como exemplo a bicicleta, em que A representa a roda traseira e B, a engrenagem dessa roda.

Nesse caso, as rodas giram com a mesma velocidade escalar angular do eixo de rotação.

Assim:

$$\omega_A = \omega_B$$

Mas:

$$\omega_A = \frac{v_A}{R_A} \text{ e } \omega_B = \frac{v_B}{R_B}$$

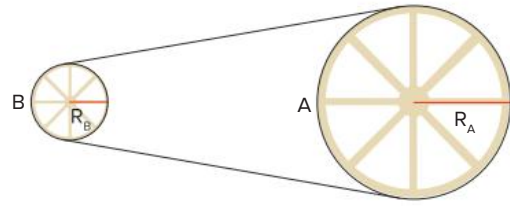
Logo:

$$\frac{v_A}{R_A} = \frac{v_B}{R_B}$$

se  $R_A > R_B$ , então  $v_A > v_B$ .

Toda a análise feita, seja para a correia comum a duas rodas, seja para o eixo de rotação comum a duas rodas, é válida para qualquer tipo de movimento circular, uniforme ou não. Apesar de termos estudado somente a grandeza velocidade escalar (linear e angular), podemos repetir as mesmas análises e deduções para espaço (linear e angular) e aceleração escalar (linear e angular).

Portanto, para rodas com correia comum, as grandezas lineares são iguais.

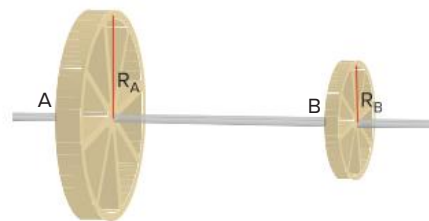


**Fig. 12** Duas rodas com correia comum.

	Grandezas lineares iguais	Grandezas angulares dadas pelas relações
Espaço	$\Delta s_A = \Delta s_B$	$\Delta \theta_A \cdot R_A = \Delta \theta_B \cdot R_B$
Velocidade	$v_A = v_B$	$\omega_A \cdot R_A = \omega_B \cdot R_B$
Aceleração	$a_A = a_B$	$\gamma_A \cdot R_A = \gamma_B \cdot R_B$

**Tab. 2** Relações entre grandezas lineares e relações entre grandezas angulares para duas rodas com correia comum.

Para rodas com eixo comum, as grandezas angulares são iguais.



**Fig. 13** Duas rodas com eixo comum.

	Grandezas lineares dadas pelas relações	Grandezas angulares iguais
Espaço	$\frac{\Delta s_A}{R_A} = \frac{\Delta s_B}{R_B}$	$\Delta \theta_A = \Delta \theta_B$
Velocidade	$\frac{v_A}{R_A} = \frac{v_B}{R_B}$	$\omega_A = \omega_B$
Aceleração	$\frac{a_A}{R_A} = \frac{a_B}{R_B}$	$\gamma_A = \gamma_B$

**Tab. 3** Relações entre grandezas lineares e relações entre grandezas angulares para duas rodas com eixo comum.

## Exercícios resolvidos

- Um corpo em movimento circular tem frequência de 300 rpm. Se a trajetória tem 10 cm de raio, determine:
  - a frequência em Hz.
  - o período do movimento.
  - a velocidade angular.
  - a velocidade linear.

### Resolução:

- a) A frequência é de 300 rpm, ou seja:

$$f = 300 \frac{\text{rotações}}{\text{min}} = \frac{300 \text{ rotações}}{60 \text{ s}}$$

$$f = 5 \text{ rps} \Rightarrow f = 5 \text{ Hz}$$

- b) O período é o inverso da frequência, então:

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{5} \text{ s} \Rightarrow T = 0,2 \text{ s}$$

- c) A velocidade angular é:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0,2} \Rightarrow \omega = 10\pi \text{ rad/s}$$

- d)  $v = \omega \cdot r$

$$r = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m} \Rightarrow v = 10\pi \cdot 0,1 \text{ m/s} \Rightarrow v = \pi \text{ m/s}$$

- 2 Um móvel, em trajetória circular de raio 20 m, possui velocidade escalar linear média igual a 30 m/s. Determine:

- a) a velocidade escalar angular média.  
b) o ângulo descrito em 3 s.

### Resolução:

- a) Temos:

$$r = 20 \text{ m e } v_m = 30 \text{ m/s}$$

Como:

$$v_m = \omega_m \cdot r$$

Então:

$$30 = \omega_m \cdot 20 \Rightarrow \omega_m = 1,5 \text{ rad/s}$$

- b) Temos:

$$\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\theta = \omega_m \cdot \Delta t$$

$$\Delta\theta = 1,5 \cdot 3 \text{ rad} \Rightarrow \Delta\theta = 4,5 \text{ rad}$$

- 3 Se um móvel, em MCU de raio 4 m, tem velocidade linear de 20 m/s e seu espaço angular inicial vale 1 rad, determine:

- a) a função horária do espaço angular.  
b) o período e a frequência do movimento.

### Resolução:

- a) A função horária do espaço angular no MCU é:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t$$

$$\theta_0 = 1 \text{ rad}$$

$$v = 20 \text{ m/s e } r = 4 \text{ m}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{20}{4} \text{ rad/s} \Rightarrow \omega = 5 \text{ rad/s}$$

Logo:

$$\theta = 1 + 5t$$

- b)  $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{5} \text{ s}$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{5}{2\pi} \text{ Hz}$$

- 4 Um móvel em MCUV de raio 2 m tem sua velocidade angular modificada de  $30\pi \text{ rad/s}$  para  $10\pi \text{ rad/s}$  em 4 s. Determine:

- a) a aceleração angular.  
b) a aceleração linear.  
c) a função horária da velocidade angular.  
d) o instante em que o móvel para.  
e) o número de voltas realizadas em 4 s.

### Resolução:

- a) Sabemos que:

$$\gamma = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Mas:

$$\Delta\omega = \omega_f - \omega_i = 10\pi - 30\pi \Rightarrow \Delta\omega = -20\pi \text{ rad/s}$$

$$\Delta t = 4 \text{ s}$$

Logo:

$$\gamma = \frac{-20\pi}{4} \text{ rad/s}^2 \Rightarrow \gamma = -5\pi \text{ rad/s}^2$$

- b)  $a = \gamma \cdot R \Rightarrow a = -5\pi \cdot 2 \text{ m/s}^2 \Rightarrow a = -10\pi \text{ m/s}^2$

- c) A função horária da velocidade angular é:

$$\omega = \omega_0 + \gamma \cdot t$$

$$\omega_0 = 30\pi \text{ rad/s e } \gamma = -5\pi \text{ rad/s}^2$$

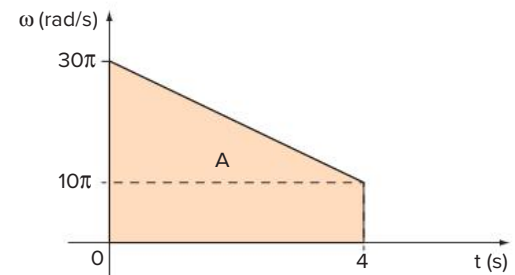
Então:

$$\omega = 30\pi - 5\pi \cdot t$$

- d) O móvel para quando  $\omega = 0$ :

$$0 = 30\pi - 5\pi \cdot t \Rightarrow 5\pi \cdot t = 30\pi \Rightarrow t = 6 \text{ s}$$

- e) Podemos aqui utilizar a equação de Torricelli ou resolver por meio do gráfico  $\omega \times t$ :



$$A \stackrel{N}{=} \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{1}{2} \cdot (30\pi + 10\pi) \cdot 4 = 80\pi \text{ rad}$$

Por regra de três:

$$2\pi \text{ rad} \quad \text{—} \quad 1 \text{ volta}$$

$$80\pi \text{ rad} \quad \text{—} \quad n$$

Logo:  $n = 40$  voltas.

- 5 Dois móveis, A e B, percorrem a mesma circunferência com velocidades angulares constantes e iguais a  $2\pi \text{ rad/s}$  e  $3\pi \text{ rad/s}$ . Se eles partem juntos do mesmo ponto, determine o tempo que levam para se encontrar:

- a) quando se deslocam no mesmo sentido.  
b) quando se deslocam em sentidos contrários.

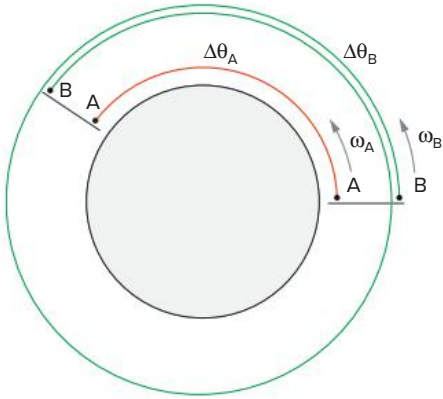
### Resolução:

$$\omega_A = 2\pi \text{ rad/s e } \omega_B = 3\pi \text{ rad/s}$$

Após um tempo  $t$ , os espaços angulares percorridos por A e B são:

$$\Delta\theta_A = 2\pi \cdot t \text{ e } \Delta\theta_B = 3\pi \cdot t$$

a)

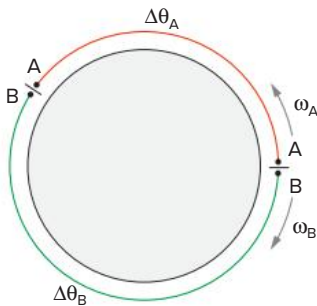


Se os móveis deslocam-se no mesmo sentido e B é mais rápido que A, eles se encontram quando B dá uma volta a mais que A, ou seja:

$$\Delta\theta_B = \Delta\theta_A + 2\pi \Rightarrow 3\pi \cdot t = 2\pi \cdot t + 2\pi$$

$$\pi \cdot t = 2\pi \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

b)

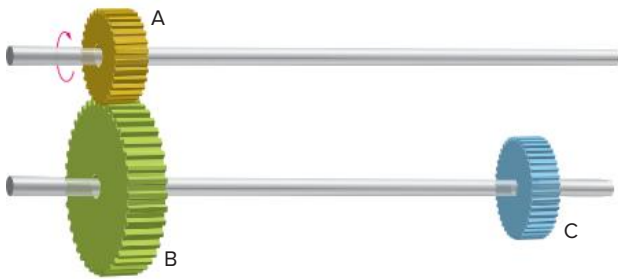


Se os móveis deslocam-se em sentidos contrários, eles se encontram quando a soma dos ângulos descritos por A e B vale  $2\pi$  rad:

$$\Delta\theta_A + \Delta\theta_B = 2\pi \Rightarrow 2\pi \cdot t + 3\pi \cdot t = 2\pi$$

$$5\pi \cdot t = 2\pi \Rightarrow t = 0,4 \text{ s}$$

6 Três engrenagens de raios  $R_A = 20$  cm,  $R_B = 40$  cm e  $R_C = 10$  cm estão dispostas como na figura.



Se a frequência de A vale 120 rpm em sentido horário, determine:

- a velocidade linear de um ponto na periferia de A.
- a velocidade linear de um ponto na periferia de B.
- a velocidade angular e o sentido do movimento de B.
- a velocidade angular e o sentido do movimento de C.
- a velocidade linear de um ponto na periferia de C.

### Resolução:

a) Da relação entre as velocidades:

$$v_A = \omega_A \cdot R_A$$

$$\omega_A = 120 \frac{\text{rotações}}{\text{min}} = 120 \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} \Rightarrow \omega_A = 4\pi \text{ rad/s}$$

$$\text{Então: } v_A = 4\pi \cdot 0,2 \text{ m/s} \Rightarrow v_A = 0,8\pi \text{ m/s}$$

b) Como A e B estão em contato, então possuem a mesma velocidade linear:  $v_B = 0,8\pi$  m/s.

c) A e B giram em sentidos contrários.

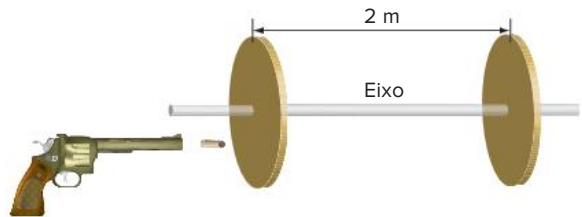
Logo, B tem sentido de movimento anti-horário.

$$v_B = \omega_B \cdot R_B \Rightarrow 0,8\pi = \omega_B \cdot 0,4 \Rightarrow \omega_B = 2\pi \text{ rad/s}$$

d) B e C giram no mesmo sentido e com a mesma velocidade angular. Logo, C tem sentido de movimento anti-horário e  $\omega_C = 2\pi$  rad/s.

$$e) v_C = \omega_C \cdot R_C \Rightarrow v_C = 2\pi \cdot 0,1 \text{ m/s} \Rightarrow v_C = 0,2\pi \text{ m/s}$$

7 A figura a seguir mostra dois discos de papelão fixados a um mesmo eixo, que gira com frequência igual a 50 Hz. Os discos foram fixados a locais distantes 2 m um do outro.



Um projétil é disparado paralelamente ao eixo, movendo-se em movimento suposto retilíneo e uniforme, perfurando os dois discos. O ângulo entre o plano que contém o eixo e o furo no primeiro disco e o plano que contém o eixo e o furo do segundo disco é igual a  $45^\circ$ . Determine a velocidade do projétil.

### Resolução:

O tempo gasto pelo projétil para percorrer a distância entre os dois discos é igual ao tempo gasto pelos discos para girar  $45^\circ$ .

Para o projétil:

$$\Delta t_p = \frac{\Delta s_p}{v_p} = \frac{2 \text{ m}}{v_p}$$

Para o disco:

$$\Delta\theta_d = 45^\circ = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$\omega_d = 50 \frac{\text{ciclos}}{\text{s}} = 50 \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{s}} = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$\Delta t_d = \frac{\Delta\theta_d}{\omega_d} = \frac{\frac{\pi}{4} \text{ rad}}{100\pi \text{ rad/s}} = \frac{1}{400} \text{ s}$$

Como  $\Delta t_p = \Delta t_d$ , então:

$$\frac{2 \text{ m}}{v_p} = \frac{1}{400} \text{ s} \Rightarrow v_p = 800 \text{ m/s}$$

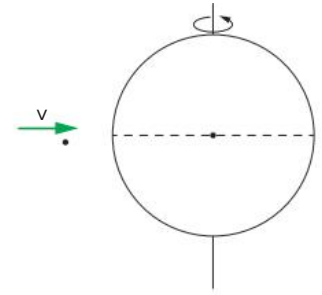
## Revisando

- 1 Um corpo descreve uma trajetória circular de raio 60 cm com período igual a 4 s. Determine:
  - a) a frequência em Hz.
  - b) a frequência angular em rpm.
  - c) a velocidade angular em rad/s.
  - d) a velocidade linear em m/s.
  
- 2 Um móvel, em MCU de raio 3 m, tem velocidade linear de 12 m/s e seu espaço angular inicial vale 2 rad. Sabendo que o movimento é progressivo, determine:
  - a) a velocidade angular.
  - b) o período.
  - c) a frequência.
  - d) a função horária do espaço angular.
  - e) o espaço angular em  $t = 5$  s.
  
- 3 Um relógio de parede possui ponteiros de horas, minutos e segundos com comprimentos, respectivamente, iguais a 15 cm, 20 cm e 18 cm. Determine a velocidade angular, em rad/min, e a velocidade linear, em cm/min, da extremidade do ponteiro:
  - a) das horas.
  - b) dos minutos.
  - c) dos segundos.



- 4 Um móvel parte do repouso e percorre uma circunferência de raio 20 cm em MCUV. Após 2 s, percorreu 5 voltas. Determine:
- a aceleração angular.
  - a aceleração linear.
  - a velocidade linear ao final das 5 voltas.
  - o tempo necessário para percorrer 20 voltas.
- 5 Duas partículas, A e B, partem de um mesmo ponto e descrevem órbitas circulares concêntricas com períodos iguais a 2 s e 6 s, respectivamente. Determine:
- a velocidade angular de A.
  - a velocidade angular de B.
  - o tempo necessário para se encontrarem pela primeira vez quando se movem no mesmo sentido.
  - o tempo necessário para se encontrarem pela primeira vez quando se movem em sentidos contrários.

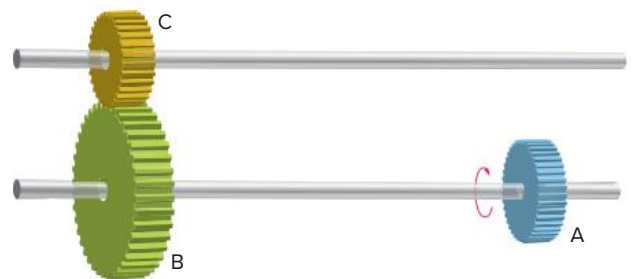
- 6 **Sesp (Adapt.)** Uma esfera oca feita de papel tem diâmetro igual a 0,50 m e gira com determinada frequência  $f_0$ , conforme a figura ao lado. Um projétil é disparado numa direção que passa pelo equador da esfera, com velocidade  $v = 500$  m/s. Observa-se que, devido à frequência de rotação da esfera, a bala sai pelo mesmo orifício feito pelo projétil quando penetra na esfera. Determine a frequência mínima da esfera.



- 7 Três engrenagens, A, B e C, de raios, respectivamente, iguais a 20 cm, 40 cm e 10 cm estão dispostas como na figura ao lado.

Sabendo que a velocidade angular de A vale 10 rad/s em sentido horário, determine:

- a velocidade linear de um ponto na periferia de A.
- a velocidade angular e o sentido do movimento de B.
- a velocidade linear de um ponto na periferia de B.
- a velocidade linear de um ponto na periferia de C.
- a velocidade angular e o sentido do movimento de C.



## Exercícios propostos

- 1 Transforme:
- 240 voltas por minuto para Hz.
  - 40 Hz para rpm.
  - 720 voltas por hora para rad/s.
  - $6\pi$  rad/s para rpm.
  - $0,01\pi$  rad/min para rph.
- 2 **Uece 2019** Considere um carrossel que gira com velocidade angular tal que cada cavalo percorre duas voltas completas em  $\frac{4\pi}{3}$  segundos. Assim, a velocidade angular do carrossel, em radianos/s, é

A  $\frac{4}{3}$ .      B 3.      C  $\frac{4\pi}{3}$ .      D  $\frac{2\pi}{3}$

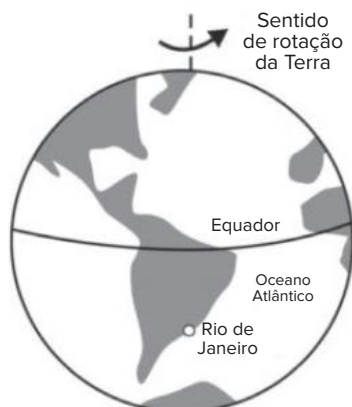
- 3 **Vunesp** Segundo uma estatística de tráfego, nas vésperas de feriado, passam por certo posto de pedágio 30 veículos por minuto, em média.
- Determine a frequência média de passagem de veículos. (Dê a resposta em hertz.)
  - Determine o período médio de passagem de veículos. (Dê a resposta em segundos.)

- 4 **Uerj 2019** Em um equipamento industrial, duas engrenagens, A e B, giram 100 vezes por segundo e 6000 vezes por minuto, respectivamente. O período da engrenagem A equivale a  $T_A$  e o da engrenagem B, a  $T_B$ .

A razão  $\frac{T_A}{T_B}$  é igual a:

A  $\frac{1}{6}$       B  $\frac{3}{5}$       C 1      D 6

- 5 **Enem 2019** Na madrugada de 11 de março de 1978, partes de um foguete soviético reentraram na atmosfera acima da cidade do Rio de Janeiro e caíram no Oceano Atlântico. Foi um belo espetáculo, os inúmeros fragmentos entrando em ignição devido ao atrito com a atmosfera brilharam intensamente, enquanto “cortavam o céu”. Mas se a reentrada tivesse acontecido alguns minutos depois, teríamos uma tragédia, pois a queda seria na área urbana do Rio de Janeiro e não no oceano.



LAS CASAS, R. *Lixo espacial*. Observatório Astronômico Frei Rosário, ICEx, UFMG. Disponível em: [www.observatorio.ufmg.br](http://www.observatorio.ufmg.br). Acesso em: 27 set. 2011 (adaptado).

De acordo com os fatos relatados, a velocidade angular do foguete em relação à Terra no ponto de reentrada era

- igual à da Terra e no mesmo sentido.
- superior à da Terra e no mesmo sentido.
- inferior à da Terra e no sentido oposto.
- igual à da Terra e no sentido oposto.
- superior à da Terra e no sentido oposto.

- 6 **Famerp 2019** Uma pessoa parada sobre a linha do equador terrestre apresenta uma velocidade tangencial, devido à rotação da Terra, de módulo próximo a 1700 km/h.

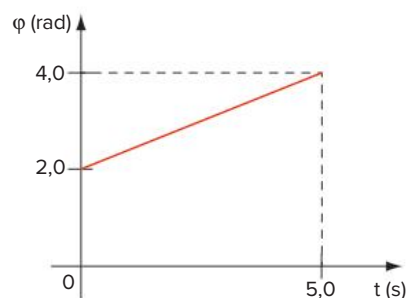


Sabendo que  $\sin 21^\circ = 0,36$  e  $\cos 21^\circ = 0,93$ , uma pessoa em repouso sobre o solo, em São José do Rio Preto, cuja latitude é aproximadamente  $\phi = 21^\circ$  Sul, tem uma velocidade tangencial de módulo próximo a

- 1830 km/h.
- 610 km/h.
- 1700 km/h.
- 4700 km/h.
- 1580 km/h.

- 7 **Uece 2019** Um disco, do tipo DVD, gira com movimento circular uniforme, realizando 30 rpm. A velocidade angular dele, em rad/s, é
- $30\pi$ .
  - $2\pi$ .
  - $\pi$ .
  - $60\pi$ .

- 8 **UFBA** O gráfico representa a variação de posição angular de um móvel, em movimento circular, em função do tempo.



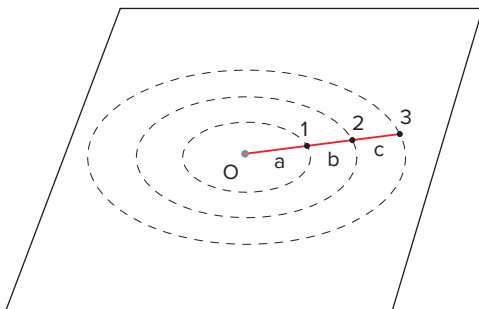
- O coeficiente angular do gráfico representa:
  - a posição inicial do móvel.
  - a aceleração tangencial.
  - a aceleração angular.
  - a velocidade tangencial.
  - a velocidade angular.

- b) A posição angular do móvel no instante  $t = 6,0$  s é:
- A 4,4 rad  
 B 4,8 rad  
 C 5,2 rad  
 D 6,4 rad  
 E 8,4 rad

**9 UFF** No parque de diversões, a mãe leva o filho para andar num carrossel que gira com certa velocidade angular. Por precaução, senta-se com a criança no colo, próximo do eixo de rotação do carrossel. Essa decisão foi tomada porque:

- A a velocidade angular e a linear são menores perto do eixo do carrossel.  
 B a velocidade angular é menor perto do eixo do carrossel, enquanto a linear é a mesma em qualquer ponto do carrossel.  
 C a velocidade angular é menor perto do eixo do carrossel, enquanto a linear é maior.  
 D a velocidade angular é a mesma em qualquer ponto do carrossel, enquanto a linear é menor perto do eixo do carrossel.  
 E a velocidade angular e a linear são iguais em qualquer ponto do carrossel.

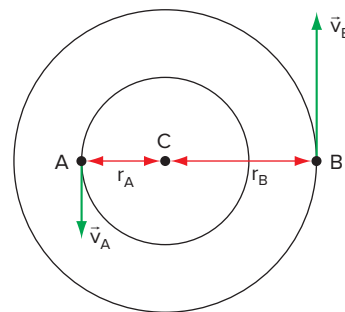
**10 PUC-Minas** Na figura, 1, 2 e 3 são partículas de massa  $m$ . A partícula 1 está presa ao ponto  $O$  pelo fio  $a$ . As partículas 2 e 3 estão presas, respectivamente, à partícula 1 e à partícula 2, pelos fios  $b$  e  $c$ . Todos os fios são inextensíveis e de massa desprezível. Cada partícula realiza um movimento circular uniforme com centro em  $O$ .



Sobre as frequências angulares  $\omega$  e as velocidades lineares  $v$  para cada partícula, é correto dizer que:

- A  $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$  e  $v_1 = v_2 = v_3$   
 B  $\omega_1 > \omega_2 > \omega_3$  e  $v_1 = v_2 = v_3$   
 C  $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$  e  $v_1 < v_2 < v_3$   
 D  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$  e  $v_1 > v_2 > v_3$   
 E  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$  e  $v_1 < v_2 < v_3$

**11 Fuvest** Um sistema binário isolado é formado por duas estrelas, A e B, que giram ao redor de um centro comum C, em órbitas circulares de raios  $r_A$  e  $r_B$ , respectivamente, animadas de velocidades de translação  $v_A$  e  $v_B$ , conforme mostra a figura a seguir. A relação  $\frac{v_A}{v_B}$  vale:



- A  $\frac{r_B}{r_A}$   
 B  $\frac{r_A}{r_B}$   
 C  $\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$   
 D  $\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2$   
 E  $\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3$

**12 Fuvest** O tronco vertical de um eucalipto é cortado rente ao solo e cai, em 5 s, num terreno plano e horizontal, sem se desligar por completo de sua base.

- a) Qual a velocidade angular média do tronco durante a queda?  
 b) Qual a velocidade escalar média de um ponto do tronco do eucalipto a 10 m da base?

**13 Efofm 2018** Um automóvel viaja em uma estrada horizontal com velocidade constante e sem atrito. Cada pneu desse veículo tem raio de 0,3 metro e gira em uma frequência de 900 rotações por minuto. A velocidade desse automóvel é de aproximadamente:

**Dado:** considere  $\pi = 3,1$ .

- A 21 m/s  
 B 28 m/s  
 C 35 m/s  
 D 42 m/s  
 E 49 m/s

**14 Unicamp** A evolução da sociedade tem aumentado a demanda por energia limpa e renovável.

Um sitiente pretende instalar em sua propriedade uma roda-d'água e a ela acoplar um gerador elétrico. A partir do fluxo de água disponível e do tipo de roda d'água, ele avalia que a velocidade linear de um ponto da borda externa da roda deve ser  $v = 2,4$  m/s. Além disso, para que o gerador funcione adequadamente, a frequência de rotação da roda d'água deve ser igual a 0,20 Hz. Qual é o raio da roda d'água a ser instalada?

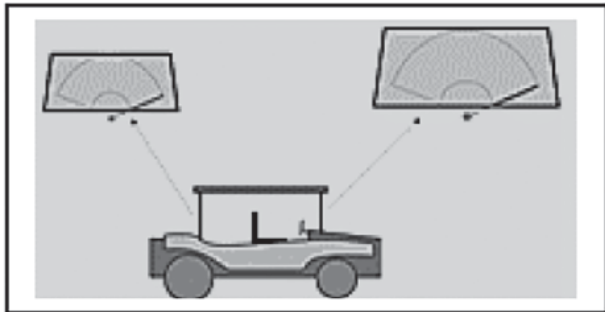
**Use:**  $\pi = 3$ .

**15 Vunesp** Um farol marítimo projeta um fecho de luz contínuo, enquanto gira em torno do seu eixo à razão de 10 rotações por minuto. Um navio, com o costado perpendicular ao fecho, está parado a 6 km do farol. Com que velocidade um raio luminoso varre o costado do navio?

- A 60 m/s  
 B 60 km/s  
 C 6,3 km/s  
 D 630 m/s  
 E 1,0 km/s

- 16 Acafe 2018** O funcionamento do limpador de para-brisa deve ser verificado com o motor ligado, nas respectivas velocidades de acionamento, devendo existir no mínimo 02 (duas) velocidades distintas e parada automática (quando aplicável). A velocidade menor deve ser de 20 ciclos por minuto e a maior com, no mínimo, 15 ciclos por minuto a mais do que a menor.

Fonte: Disponível em: < MINISTÉRIO DO DESENVOLVIMENTO, INDÚSTRIA E COMÉRCIO EXTERIOR MDIC INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, NORMALIZAÇÃO E QUALIDADE INDUSTRIAL – INMETRO Portaria n.º 30 de 22 de janeiro de 2004>. Acesso em: 25 de ago. 2017.



Considere um automóvel com o limpador de para-brisa dianteiro (raio de 40 cm) e traseiro (raio de 20 cm), como mostra a figura ao lado.

Com base no exposto, assinale a alternativa correta para as razões  $\omega_{\text{dianteiro}}/\omega_{\text{traseiro}}$  e  $v_{\text{dianteiro}}/v_{\text{traseiro}}$ , respectivamente, para pontos na extremidade dos limpadores deste automóvel, se a velocidade de acionamento do traseiro for a menor e do dianteiro for a maior.

(Tome os movimentos como MCU).

- A 4/3 e 3/4                      C 7/4 e 7/2  
B 4/3 e 7/4                      D 7/2 e 4/3

- 17 Mackenzie** Os ponteiros dos relógios convencionais descrevem, em condições normais, movimentos circulares uniformes (MCU). A relação entre a velocidade angular do ponteiro das horas e a do ponteiro dos minutos  $\left(\frac{\omega_h}{\omega_{\text{min}}}\right)$  é:

- A  $\frac{1}{12}$                                       D  $\frac{1}{60}$   
B  $\frac{1}{24}$                                       E  $\frac{1}{1440}$   
C  $\frac{1}{48}$

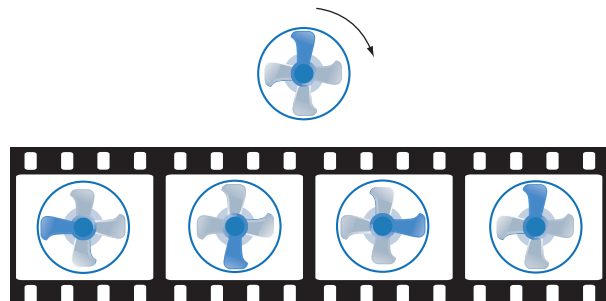
- 18 FEI** Em uma bicicleta com roda de 1 m de diâmetro, um ciclista necessita dar uma pedalada para que a roda gire duas voltas. Quantas pedaladas por minuto deve dar o ciclista para manter a bicicleta com uma velocidade constante de  $6\pi$  km/h?

- A 300                                      D 100  
B 200                                      E 50  
C 150

- 19 UFRJ** O olho humano retém durante  $\frac{1}{24}$  de segundo as imagens que se formam na retina. Essa memória visual permitiu a invenção do cinema. A filmadora bate 24 fotografias (fotogramas) por segundo. Uma vez revelado, o filme é projetado à razão de 24 fotogramas por segundo. Assim, o fotograma seguinte é projetado no exato instante em que o fotograma anterior está desaparecendo de nossa memória visual, o que nos dá a sensação de continuidade.

Filma-se um ventilador cujas pás estão girando no sentido horário. O ventilador possui quatro pás simetricamente dispostas, uma das quais pintada de cor diferente, como ilustra a figura a seguir.

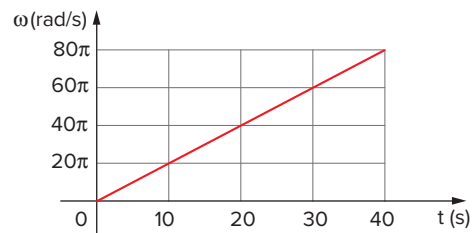
Ao projetarmos o filme, os fotogramas aparecem na tela na seguinte sequência:



o que nos dá a sensação de que as pás estão girando no sentido anti-horário.

Calcule quantas rotações por segundo, no mínimo, as pás devem estar efetuando para que isso ocorra.

- 20 UFBA** O gráfico a seguir representa a velocidade angular, em função do tempo, de uma polia que gira ao redor de um eixo.



- a) A aceleração angular da polia é igual a:

- A  $2\pi \text{ rad/s}^2$   
B  $15\pi \text{ rad/s}^2$   
C  $20\pi \text{ rad/s}^2$   
D  $100\pi \text{ rad/s}^2$   
E  $200\pi \text{ rad/s}^2$

- b) O número de voltas completas realizadas pela polia, de 0 a 40 s, é igual a:

- A  $3,0 \cdot 10^2$   
B  $4,0 \cdot 10^2$   
C  $8,0 \cdot 10^2$   
D  $1,2 \cdot 10^3$   
E  $1,6 \cdot 10^3$



**21 FEI** Um móvel em trajetória circular de raio  $r = 5$  m parte do repouso com aceleração angular constante de  $10 \text{ rad/s}^2$ . Quantas voltas ele percorre nos 10 primeiros segundos?

- A 500                      C  $100\pi$                       E  $500\pi$   
 B  $\frac{250}{\pi}$                       D  $\frac{500}{\pi}$

**22 Unaerp** Um “motorzinho” de dentista gira com frequência de 2000 Hz até a broca de raio 2,0 mm encostar no dente do paciente, quando, após 1,5 segundo, este passa a ter frequência de 500 Hz. O módulo da aceleração escalar média, nesse intervalo de tempo, é, em  $\text{m/s}^2$ :

- A  $2\pi$                       C  $4\pi$                       E  $6\pi$   
 B  $3\pi$                       D  $5\pi$

**23 Fuvest** Dois carros percorrem uma pista circular, de raio  $R$ , no mesmo sentido, com velocidades de módulos constantes e iguais a  $v$  e  $3v$ . O tempo decorrido entre dois encontros sucessivos vale:

- A  $\frac{\pi R}{3v}$                       C  $\frac{\pi R}{v}$                       E  $\frac{3\pi R}{v}$   
 B  $\frac{2\pi R}{3v}$                       D  $\frac{2\pi R}{v}$

**24 UFPE** Dois atletas percorrem uma pista circular, com períodos iguais a 1,0 min e 1,1 min. Supondo que eles mantenham suas velocidades constantes, após quanto tempo, em minutos, o atleta mais rápido terá dado uma volta a mais que o outro?

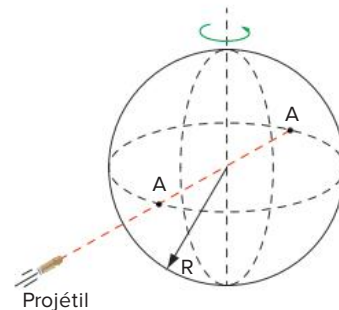
**25 FEI** Dois móveis, A e B, percorrem a mesma pista circular com movimentos uniformes, partindo do mesmo ponto e caminhando no mesmo sentido. Determinar as velocidades angulares desses móveis, sabendo que, 0,5 s após a partida, eles se alinham pela primeira vez com o centro da pista e que a velocidade angular de B é o triplo da velocidade angular de A.

**26 Unioeste** Dois carros percorrem uma mesma pista circular com sentidos contrários. Um deles percorre toda a pista em três minutos e o outro o faz em dois minutos. Qual é, em segundos, o intervalo de tempo decorrido entre dois encontros consecutivos?

**27 Fuvest** Um disco contendo um orifício situado próximo a sua borda gira defronte a uma fonte de luz *laser*, à razão de 10 voltas por segundo. Um pulso de luz passa pelo orifício, reflete-se num espelho situado a uma distância  $d$  do sistema do disco e passa pelo mesmo orifício após o disco ter completado uma volta. Sabendo-se que a luz se propaga nesse meio a  $300\,000 \text{ km/s}$ , podemos afirmar que a distância  $d$  vale:

- A 15000 km                      D 300000 km  
 B 30000 km                      E 3000000 km  
 C 150000 km

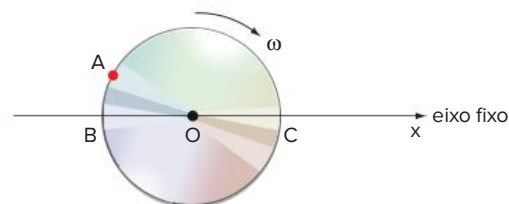
**28 Sesp** Uma esfera oca, de raio  $R = 5$  m, gira em torno de seu eixo vertical, conforme a figura. Seu movimento é uniforme, efetuando 120 rpm. Um projétil lançado contra essa esfera a perfura em A, passando, então, pelo seu centro. Supondo que o movimento do projétil no interior da esfera seja uniforme e retilíneo, calcule sua velocidade máxima para que o projétil saia pelo ponto A.



- A 10 m/s  
 B 20 m/s  
 C 30 m/s  
 D 40 m/s  
 E 80 m/s

**29 UFRGS** Determine a velocidade de um projétil disparado contra um alvo rotativo disposto a 15 m de distância, sabendo-se que o alvo executa 300 revoluções por minuto e que o arco medido entre o ponto visado no momento do disparo e o ponto de impacto do projétil no alvo é de  $18^\circ$ .

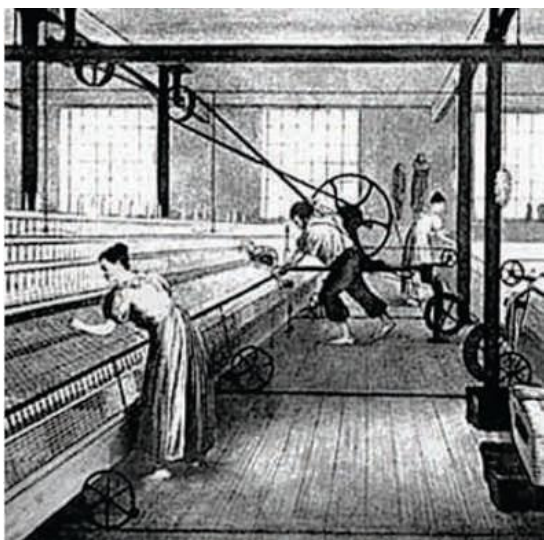
**30 Fuvest** Um disco tem seu centro fixo no ponto O do eixo fixo  $x$  da figura e possui uma marca no ponto A de sua periferia. O disco gira com velocidade angular constante  $\omega$  em relação ao eixo. Uma pequena esfera é lançada do ponto B do eixo em direção ao centro do disco, no momento em que o ponto A passa por B. A esfera desloca-se sem atrito, passa pelo centro do disco e, após 6 s, atinge sua periferia exatamente na marca A, no instante em que esta passa pelo ponto C do eixo  $x$ .



Se o tempo gasto pela esfera para percorrer o segmento BC é superior ao necessário para que o disco dê uma volta, mas é inferior ao tempo necessário para que o disco dê duas voltas, o período de rotação do disco é de:

- A 2 s  
 B 3 s  
 C 4 s  
 D 5 s  
 E 6 s

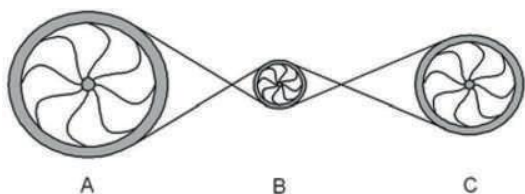
**31 UEL 2018** Analise a figura a seguir e responda à questão.



Máquina de tear industrial.

(Disponível em: <[http://www.sohistoria.com.br/resumos/revolucaoindustrial\\_clip\\_image001.jpg](http://www.sohistoria.com.br/resumos/revolucaoindustrial_clip_image001.jpg)>. Acesso em: 2 maio 2017)

Suponha que a máquina de tear industrial (figura) seja composta por 3 engrenagens (A, B e C), conforme a figura a seguir.



Suponha também que todos os dentes de cada engrenagem são iguais e que a engrenagem A possui 200 dentes e gira no sentido anti-horário a 40 rpm. Já as engrenagens B e C possuem 20 e 100 dentes, respectivamente. Com base nos conhecimentos sobre movimento circular, assinale a alternativa correta quanto à velocidade e ao sentido.

- A A engrenagem C gira a 800 rpm e sentido anti-horário.
- B A engrenagem B gira a 40 rpm e sentido horário.
- C A engrenagem B gira a 800 rpm e sentido anti-horário.
- D A engrenagem C gira a 80 rpm e sentido anti-horário.
- E A engrenagem C gira a 8 rpm e sentido horário.

**32 Uece 2019** Considere dois pares de polias. Em cada par, as polias giram mecanicamente acopladas uma à outra. Em cada conjunto de duas polias acopladas, uma tem diâmetro 20 cm e a outra 50 cm. O par identificado pela letra C tem cada polia girando em eixos independentes e as polias são acopladas por uma correia (C) que não desliza. Nesse conjunto, as velocidades angulares das polias são  $\omega_{20}^C$  e  $\omega_{50}^C$ . O par identificado pela letra E gira em um mesmo eixo (E) que não desliza em relação às polias. Nesse outro

conjunto, as velocidades angulares das polias são  $\omega_{20}^E$  e  $\omega_{50}^E$ . Os índices 20 e 50 indicam os diâmetros das polias. Assim, é correto afirmar que

- A  $\frac{\omega_{50}^C}{\omega_{20}^C} = 1$  e  $\frac{\omega_{50}^E}{\omega_{20}^E} = \frac{5}{2}$ .
- B  $\frac{\omega_{50}^C}{\omega_{20}^C} = \frac{5}{2}$  e  $\frac{\omega_{50}^E}{\omega_{20}^E} = 1$ .
- C  $\frac{\omega_{50}^C}{\omega_{20}^C} = 1$  e  $\frac{\omega_{50}^E}{\omega_{20}^E} = \frac{2}{5}$ .
- D  $\frac{\omega_{50}^C}{\omega_{20}^C} = \frac{2}{5}$  e  $\frac{\omega_{50}^E}{\omega_{20}^E} = 1$ .

**33 Insuper 2019** A figura mostra uma réplica do Benz Patent Motorwagen, de 1885, carro de dois lugares e três rodas. O diâmetro da roda dianteira mede 60 cm, e o das rodas traseiras mede 80 cm.

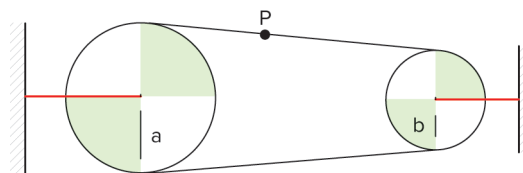


(Wikipedia)

Em um teste recém-realizado, o veículo percorreu, em linha reta, 7,2 km em 12 minutos, mantendo sua velocidade praticamente constante. Assim, considerando  $\pi = 3$ , a frequência de giro das rodas dianteira e traseiras deve ter sido, em Hz, aproximada e respectivamente, de

- A 5,5 e 4,2.
- B 5,5 e 4,4.
- C 5,6 e 4,2.
- D 5,6 e 4,4.
- E 5,8 e 4,5.

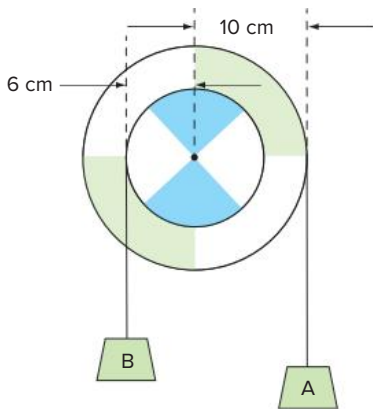
**34 Fuvest** Duas polias de raios a e b estão acopladas entre si por meio de uma correia, como mostra a figura a seguir. A polia maior, de raio a, gira em torno de seu eixo, levando um tempo T para completar uma volta.



Supondo que não haja deslizamento entre as polias e a correia, calcule:

- a) o módulo V da velocidade do ponto P da correia.
- b) o tempo t que a polia menor leva para dar uma volta completa.

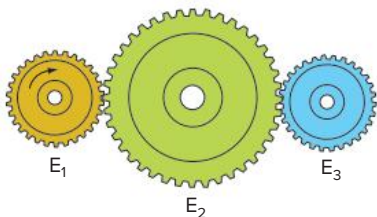
**35 PUC-SP** Numa polia diferencial, ligados por cordas inextensíveis, que distam, respectivamente, 10 cm e 6 cm do eixo da polia, estão suspensos dois corpos, A e B. Num certo instante, o corpo A tem aceleração constante de  $10 \text{ cm/s}^2$  e velocidade de  $15 \text{ cm/s}$ , ambas dirigidas de baixo para cima.



Nesse instante, a velocidade e a aceleração de B têm valores, respectivamente, iguais a:

- A 25 cm/s e 6 cm/s<sup>2</sup>      D 9 cm/s e 10 cm/s<sup>2</sup>  
 B 25 cm/s e 10 cm/s<sup>2</sup>      E 15 cm/s e 5 cm/s<sup>2</sup>  
 C 9 cm/s e 6 cm/s<sup>2</sup>

- 36 UFMG** A figura mostra três engrenagens,  $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$ , fixas pelos seus centros, e de raios  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ , respectivamente. A relação entre os raios é  $R_1 = R_3 < R_2$ . A engrenagem da esquerda ( $E_1$ ) gira no sentido horário com período  $T_1$ .

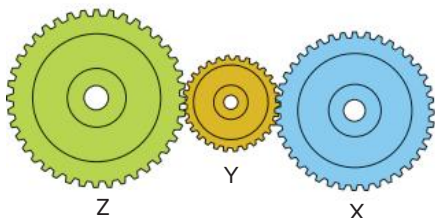


Se  $T_2$  e  $T_3$  os períodos de  $E_2$  e  $E_3$ , respectivamente, pode-se afirmar que as engrenagens vão girar de tal maneira que:

- A  $T_1 = T_2 = T_3$ , com  $E_3$  girando em sentido contrário a  $E_1$ .  
 B  $T_1 = T_3 \neq T_2$ , com  $E_3$  girando em sentido contrário a  $E_1$ .  
 C  $T_1 = T_2 = T_3$ , com  $E_3$  girando no mesmo sentido que  $E_1$ .  
 D  $T_1 = T_3 \neq T_2$ , com  $E_3$  girando no mesmo sentido que  $E_1$ .

- 37 FMPA** A figura a seguir mostra um sistema de engrenagem com três discos acoplados, cada um girando em torno de um eixo fixo. Os dentes dos discos são de mesmo tamanho e o número deles ao longo de sua circunferência é o seguinte:

X = 30 dentes, Y = 10 dentes, Z = 40 dentes



Se o disco X dá 12 voltas, o disco Z dará:

- A 1      B 4      C 9      D 16      E 144

Texto para as questões de **38 a 40**.

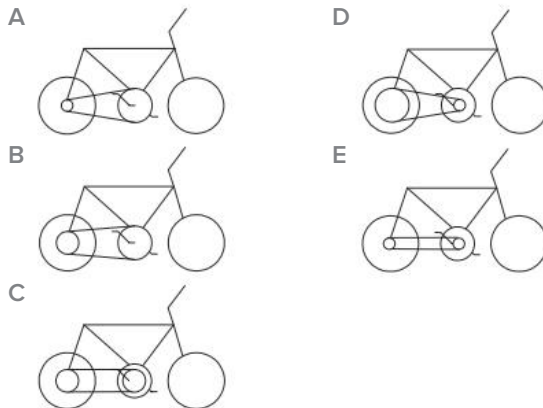
As bicicletas possuem uma corrente que liga uma coroa dentada dianteira, movimentada pelos pedais, a

uma coroa localizada no eixo da roda traseira, como mostra a figura.

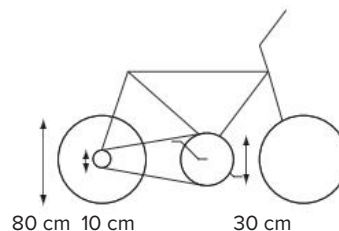
O número de voltas dadas pela roda traseira a cada pedalada depende do tamanho relativo destas coroas.



- 38 Enem** Em que opção a seguir a roda traseira dá o maior número de voltas por pedalada?



- 39 Enem** Quando se dá uma pedalada na bicicleta a seguir (isto é, quando a coroa acionada pelos pedais dá uma volta completa), qual é a distância aproximada percorrida pela bicicleta, sabendo-se que o comprimento de um círculo de raio  $R$  é igual a  $2\pi R$ , onde  $\pi \approx 3$ ?



- A 1,2 m      C 7,2 m      E 48,0 m  
 B 2,4 m      D 14,4 m

- 40 Enem** Com relação ao funcionamento de uma bicicleta de marchas, onde cada marcha é uma combinação de uma das coroas dianteiras com uma das coroas traseiras, são formuladas as seguintes afirmativas.

- I. Numa bicicleta que tenha duas coroas dianteiras e cinco traseiras, temos um total de dez marchas possíveis, onde cada marcha representa a associação de uma das coroas dianteiras com uma das traseiras.
- II. Em alta velocidade, convém acionar a coroa dianteira de maior raio com a coroa traseira de maior raio também.
- III. Em uma subida íngreme, convém acionar a coroa dianteira de menor raio e a coroa traseira de maior raio.

Entre as afirmações anteriores, está(ão) correta(s):

- A I e III apenas.      D II apenas.  
 B I, II e III.      E III apenas.  
 C I e II apenas.

## Órbita geoestacionária

Existem alguns tipos de órbitas que satélites podem manter ao redor de um corpo celeste. No caso dos satélites lançados para orbitar a Terra, a órbita que mais desperta atenção é a geoestacionária.

Um satélite em órbita geoestacionária é aquele que parece estar parado em relação à superfície da Terra. Ele precisa ter inclinação zero, ou seja, deve ficar sobre o Equador; do contrário, começa a “andar” em uma faixa de latitudes. Além disso, precisa se deslocar para leste com a mesma velocidade de rotação da Terra. Nesse caso, o satélite comporta-se como se a ponta de um eixo o ligasse diretamente ao centro da Terra. Assim, a altura da órbita é de 35786 km ou, aproximadamente, 36000 km e o período do satélite é de 23h56min04s. Esses satélites estabilizam-se através do *spin*, girando em torno de seu próprio eixo com rotações de 50 a 100 rpm. Existe apenas uma órbita geoestacionária, que é ocupada por centenas de satélites. A grande vantagem de operar nessa órbita é que as estações terrestres podem manter as antenas fixas.

Esse curioso fenômeno foi descoberto em 1945 (doze anos antes de o primeiro satélite, o *Sputnik I*, ser lançado) pelo oficial inglês Arthur C. Clarke aos 38 anos. Mais tarde, ele se tornou um famoso cientista e escritor de ficção científica, autor do livro *2001 – Uma odisseia no espaço*, adaptado para o cinema. Clarke previu que, colocando três satélites de telecomunicações em posições equidistantes na órbita geoestacionária, cobrir-se-ia a Terra inteira.

A órbita geoestacionária é extremamente valiosa, estratégica e economicamente. Por ela, passam as redes de telecomunicações por satélites, que prestam serviços de telefonia, transmissão de rádio e televisão, transmissão de dados, internet, entre outros. É de longe o maior negócio espacial do nosso tempo, mobilizando dezenas de bilhões de dólares.

Graças a esses motivos, essa órbita é um dos elementos essenciais que permitiram a grande revolução das comunicações na segunda metade do século XX. Vários satélites situam-se nessa órbita e até congestionam alguns de seus melhores trechos, provocando disputas e controvérsias. Há uma grande disputa legal sobre os direitos dos países de utilizarem essa órbita, visto que ela é um “recurso” limitado.

## Resumindo

O movimento sobre uma trajetória circular, o chamado **movimento circular**, pode ser estudado de forma linear ou angular. **Grandezas angulares**, como espaço angular, velocidade angular e aceleração angular, guardam relações com as respectivas grandezas lineares da seguinte forma:

$$s = \theta \cdot R; v = \omega \cdot R; a = \gamma \cdot R$$

Por meio das quais se definem as seguintes grandezas:

- velocidade angular média:  $\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$
- velocidade angular instantânea:  $\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$
- aceleração angular média:  $\gamma_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$
- aceleração angular instantânea:  $\gamma = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$

Os conceitos de **período** e **frequência**, cuja relação é  $f = \frac{1}{T}$ , além da relação  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , são fundamentais no estudo do movimento circular.

O **movimento circular uniforme** (MCU) nada mais é do que o MU em uma trajetória circular, ou seja, possui velocidade angular constante – portanto, igual à velocidade angular média. A partir daí, deduz-se a função horária do espaço angular:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t$$

O **movimento circular uniformemente variado** (MCUV) é o MUV em uma trajetória circular. As funções horárias de espaço angular e velocidade angular, além da equação de Torricelli, são dadas no MCVU por:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot t^2 \quad \omega = \omega_0 + \gamma \cdot t \quad \omega^2 = \omega_0^2 + 2\gamma \cdot \Delta\theta$$

O movimento circular pode ser transmitido de uma roda, ou polia, para outra de três maneiras: por uma **correia comum** a elas, ou **contato entre as suas periferias**, em que as **grandezas lineares são iguais**; ou por um **eixo comum** a elas, em que as **grandezas angulares são iguais**.

## Quer saber mais?



### Site

- Grande Colisor de Hádrons (LHC)

<cdsweb.cern.ch/record/1165534/files/CERN-Brochure-2009-003-Eng.pdf>. Acesso em: 21 ago. 2020.

<www.observatorio.ufmg.br/Pas96.htm>. Acesso em: 21 ago. 2020.

## Exercícios complementares

**1 UFPR** Em 10 de setembro de 2008, a Organização Europeia para Pesquisa Nuclear (sigla internacional CERN) ligou pela primeira vez o acelerador de partículas Grande Colisor de Hádrons (LHC, em inglês), máquina com a qual se espera descobrir partículas elementares que comprovarão ou não o modelo atual das partículas nucleares. O colisor foi construído em um gigantesco túnel circular de 27 km de comprimento, situado sob a fronteira entre a Suíça e a França e a uma profundidade de 50 a 120 m. Prótons são injetados no tubo circular do LHC e, após algum tempo em movimento, atingem velocidades próximas à da luz no vácuo (c). Supondo que após algumas voltas os prótons atinjam a velocidade constante de  $0,18c$ , com base nas informações acima e desprezando os efeitos relativísticos, determine:

▶ Dado:  $c = 300\,000$  km/s.

- quantas voltas os prótons dariam ao longo do túnel no intervalo de um minuto.
- a velocidade angular desses prótons.

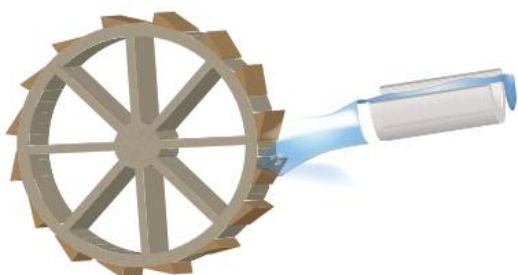
**2 Unicamp** Um rapaz e uma menina caminham, abraçados, à velocidade de  $1,2$  m/s. Os comprimentos do passo do rapaz e do passo da menina são, respectivamente,  $60$  cm e  $40$  cm.

- Qual é a razão entre a frequência dos passos da menina e a frequência dos passos do rapaz?
- Se ambos começam a caminhada levantando o pé direito, após quanto tempo estarão colocando simultaneamente o pé esquerdo no chão?

**3 Uece 2019** Considere um carrinho sobre trilhos em uma trajetória circular, como em um brinquedo de parque de diversões. Por questões de segurança, foi necessário duplicar o raio da trajetória sem que haja mudança na velocidade linear do carrinho. Para isso, a velocidade angular do móvel deve

- dobrar de valor.
- manter-se constante.
- quadruplicar.
- ser reduzida à metade.

**4 Fuvest** A figura ilustra uma roda d'água constituída de 16 cubas. Cada cuba recebe 5 litros de água de uma bica cuja vazão é de 160 litros/min. A roda gira em movimento uniforme.

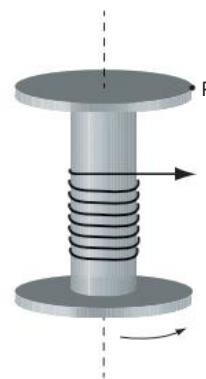


- Qual o período de rotação da roda?
- Qual a quantidade de água utilizada em uma hora de funcionamento do sistema?

**5 Fuvest 2019** Em uma fábrica, um técnico deve medir a velocidade angular de uma polia girando. Ele apaga as luzes do ambiente e ilumina a peça somente com a luz de uma lâmpada estroboscópica, cuja frequência pode ser continuamente variada e precisamente conhecida. A polia tem uma mancha branca na lateral. Ele observa que, quando a frequência de *flashes* é  $9$  Hz, a mancha na polia parece estar parada. Então aumenta vagarosamente a frequência do piscar da lâmpada e só quando esta atinge  $12$  Hz é que, novamente, a mancha na polia parece estar parada. Com base nessas observações, ele determina que a velocidade angular da polia, em rpm, é

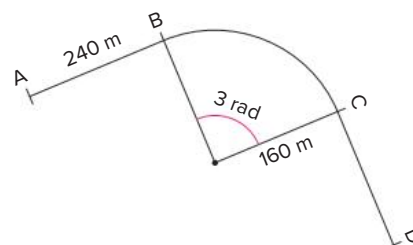
- |         |       |      |
|---------|-------|------|
| A 2 160 | C 309 | E 36 |
| B 1 260 | D 180 |      |

**6 Fuvest** O raio do cilindro de um carretel mede  $2$  cm. Uma pessoa, em  $10$  s, desenrola uniformemente  $50$  cm de linha que está em contato com o cilindro.



- Qual o valor da velocidade linear de um ponto da superfície do cilindro?
- Qual a velocidade angular de um ponto P distante  $4$  cm do eixo de rotação?

**7 PUC-SP** Um automóvel, partindo do repouso em A, percorre AB com movimento uniformemente acelerado e o arco de circunferência BC com movimento uniforme. O tempo gasto em AB é de 20 segundos.



- Qual a aceleração escalar no trecho AB?
- Qual o tempo gasto pelo automóvel no trecho BC?



**8 IME 2019** Duas pessoas executam um experimento para medir o raio da Terra a partir da observação do pôr do Sol. No momento em que uma pessoa, deitada, observa o pôr do Sol a partir do nível do mar, uma outra pessoa, de pé, inicia a contagem do tempo até que ela observe o pôr do Sol a partir da altura dos seus olhos. Sabendo-se que o intervalo de tempo entre as duas observações é  $\Delta t$ , o raio da Terra obtido por meio desse experimento é

► **Observações:**

- considere a terra uma esfera perfeita;
- considere o eixo de rotação do planeta perpendicular ao plano de translação;
- o experimento foi executado na linha do Equador; e
- desconsidere o movimento de translação da Terra.

► **Dados:**

- período de rotação da Terra:  $T$ ; e
- distância vertical entre os olhos do segundo observador e o nível do mar:  $h$ .

A  $\frac{h}{1 - \cos\left(2\pi \frac{\Delta t}{T}\right)}$       D  $h \cdot \operatorname{cosec}\left(2\pi \frac{\Delta t}{T}\right)$

B  $\frac{h}{\sec\left(2\pi \frac{\Delta t}{T}\right) - 1}$       E  $\frac{h \cdot \sin\left(2\pi \frac{\Delta t}{T}\right)}{1 - \cos\left(2\pi \frac{\Delta t}{T}\right)}$

C  $h \cdot \operatorname{cotg}\left(2\pi \frac{\Delta t}{T}\right)$

**9 UEM 2017** Ao realizar a manutenção de uma esteira em uma montadora de veículos, um técnico percebe uma pequena rachadura na borda de uma polia. Com seu dispositivo móvel (*smartphone*), ele captura duas imagens da polia (antes de ela completar uma volta) e, a partir dessas imagens, identifica as posições angulares da rachadura nos instantes  $t = 0$  s e  $t = 2$  s.

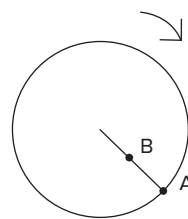
Essas posições angulares são  $\frac{\pi}{6}$  rad e  $\frac{\pi}{3}$  rad, respectivamente, medidas em relação à horizontal e no sentido anti-horário. Sabendo que o raio da polia mede 5 cm e supondo que sua velocidade angular é constante, assinale o que for correto sobre o movimento da rachadura. Se necessário, use  $\pi = 3,14$ .

- 01 A frequência do movimento é de  $\frac{11}{24}$  Hz.  
 02 A velocidade escalar é maior que 10 cm/s.  
 04 A velocidade angular é menor que 1,5 rad/s.  
 08 A rachadura completa uma volta em  $\frac{24}{7}$  s.  
 16 No instante  $t = 1$  s, a posição angular da rachadura é de  $\frac{3\pi}{4}$  rad.

Soma:

**10 Efofm 2017** Considere uma polia girando em torno de seu eixo central, conforme figura abaixo. A velocidade dos pontos A e B são, respectivamente, 60 cm/s

e 0,3 m/s. A distância AB vale 10 cm. O diâmetro e a velocidade angular da polia, respectivamente, valem:



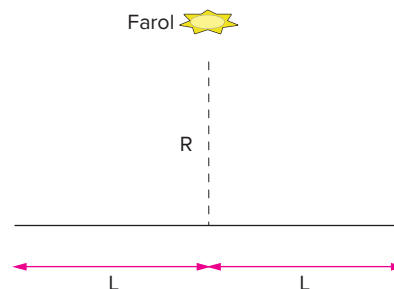
- A 10 cm e 1,0 rad/s      D 50 cm e 0,5 rad/s  
 B 20 cm e 1,5 rad/s      E 60 cm e 2,0 rad/s  
 C 40 cm e 3,0 rad/s

**11 Insuper 2018** A indústria automobilística estabelecida no Brasil produz uma imensa variedade de automóveis, tanto de pequeno, como de médio ou de grande porte. São diversos tipos de motorização, de acabamento, de opcionais visando ao conforto e à segurança, tudo para atrair o consumidor.

Imagine dois automóveis F e R deslocando-se pela mesma rodovia. As rodas de F têm diâmetro de 13 polegadas, enquanto as de R têm diâmetro de 16 polegadas; os pneus de F têm perfil de 3,5 polegadas (total de 7 polegadas) enquanto os pneus de R têm perfil de 4 polegadas (total de 8 polegadas). O automóvel R desloca-se a uma velocidade 20% maior que a de F. É correto afirmar que a frequência de giro das rodas de R é

- A 26% maior que a de F.  
 B 35% menor que a de F.  
 C praticamente a mesma de F.  
 D 16% maior que a de F.  
 E 13% menor que a de F.

**12 ITA** Em um farol de sinalização, o feixe de luz está acoplado a um mecanismo rotativo que realiza uma volta completa a cada  $T$  segundos. O farol se encontra a uma distância  $R$  do centro de uma praia de comprimento  $2L$ , conforme a figura.

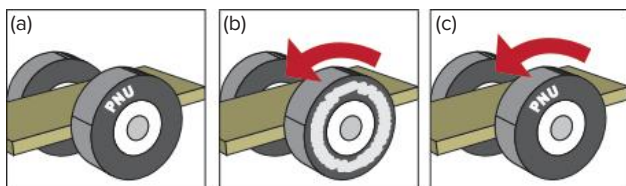


O tempo necessário para o feixe de luz “varrer” a praia, em cada volta, é:

- A  $\operatorname{arctg}\left(\frac{L}{R}\right) \cdot \frac{T}{2\pi}$       D  $\operatorname{arctg}\left(\frac{L}{2R}\right) \cdot \frac{T}{2\pi}$   
 B  $\operatorname{arctg}\left(\frac{2L}{R}\right) \cdot \frac{T}{2\pi}$       E  $\operatorname{arctg}\left(\frac{2L}{R}\right) \cdot \frac{T}{\pi}$   
 C  $\operatorname{arctg}\left(\frac{L}{R}\right) \cdot \frac{T}{\pi}$



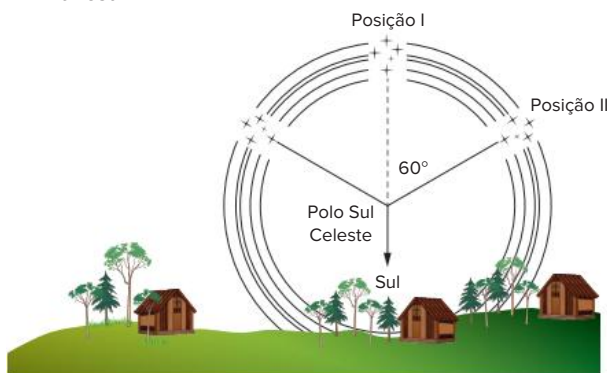
### 13 Unicamp



O quadro (a) refere-se à imagem de televisão de um carro parado, em que podemos distinguir claramente a marca do pneu ("PNU"). Quando o carro está em movimento, a imagem da marca aparece como um borrão em volta de toda a roda, como ilustrado em (b). A marca do pneu volta a ser nítida, mesmo com o carro em movimento, quando este atinge uma determinada velocidade. Essa ilusão de movimento na imagem gravada ocorre devido à frequência de gravação de 30 quadros por segundo (30 Hz). Considerando que o diâmetro do pneu seja igual a 0,6 m e  $\pi = 3,0$ , responda:

- Quantas voltas o pneu completa em um segundo quando a marca filmada pela câmara aparece parada na imagem, mesmo estando o carro em movimento?
- Qual a menor frequência angular  $\omega$  do pneu em movimento quando a marca aparece parada?
- Qual a menor velocidade linear (em m/s) que o carro pode ter na figura (c)?

### 14 Fuvest

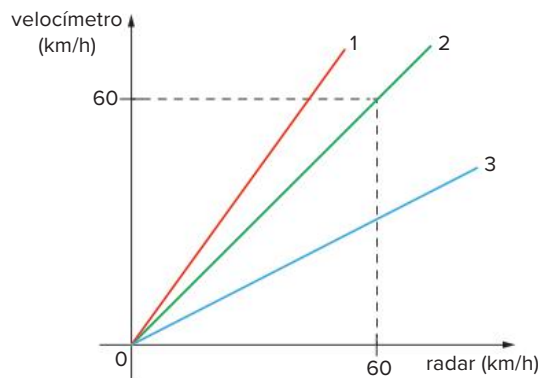


Uma regra prática para orientação no hemisfério Sul, em uma noite estrelada, consiste em identificar a constelação do Cruzeiro do Sul e prolongar três vezes e meia o braço maior da cruz, obtendo-se assim o chamado polo Sul Celeste, que indica a direção sul. Suponha que, em determinada hora da noite, a constelação seja observada na posição I. Nessa mesma noite, a constelação foi/será observada na posição II, cerca de:

- |                       |                        |
|-----------------------|------------------------|
| A duas horas antes.   | D quatro horas depois. |
| B duas horas depois.  | E seis horas depois.   |
| C quatro horas antes. |                        |

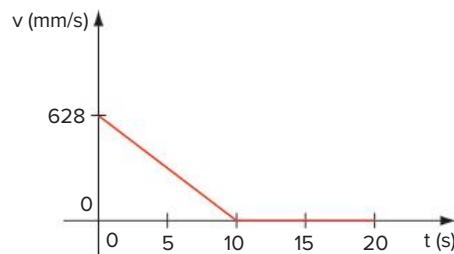
**15 UFBA** Um indivíduo, preocupado com as constantes multas que tem recebido por dirigir o seu automóvel em excesso de velocidade, relata o fato a dois companheiros. Os três amigos não conseguem compreender a razão das multas, já que todos eles observam os limites de velocidade nas vias públicas, através do

velocímetro de seus carros. Os seus veículos, de mesmo modelo, têm nos pneus a única característica distinta. O carro A usa os pneus indicados pelo fabricante do veículo; o carro B usa pneus com diâmetro maior do que o indicado, pois o seu proprietário visita, periodicamente, seus familiares no interior, viajando por estradas e caminhos irregulares; o carro C usa pneus com diâmetro menor do que o indicado, uma vez que o seu proprietário gosta de veículos rebaixados, com aspecto esportivo. Os três amigos decidem fazer um experimento, alugam um aparelho de radar e vão para uma estrada deserta. Após realizarem várias medições, construíram o gráfico a seguir.



Com base na análise do gráfico, identifique a correspondência existente entre os carros A, B e C e as linhas 1, 2 e 3, que representam as velocidades desses carros, verificando qual dos três amigos deve ser mais precavido ao circular em estradas e avenidas vigiadas pelo radar.

**16 Unicamp** Um disco de 100 mm de raio rola sem escorregar sobre um plano. O gráfico mostra como varia a velocidade  $v$  do centro do disco, em função do tempo  $t$ .



Obtenha o número de voltas dadas pelo disco:

- do instante inicial até  $t = 10$  s.
- de  $t = 10$  s até  $t = 20$  s.

► Considere:  $\pi = 3,14$ .

**17 Mackenzie** Determine o número de rotações que uma roda faz em 20 s, se sua velocidade angular varia, nesse intervalo de tempo, de 3 rad/s para 10 rad/s, com aceleração angular constante.

**18 UFPR** Um ventilador gira à razão de 900 rpm. Ao ser desligado, seu movimento passa a ser uniformemente retardado, até parar após 75 voltas. Qual o tempo transcorrido desde o momento em que o ventilador é desligado até sua parada completa?

**19** Duas partículas movem-se em uma mesma trajetória circular, com movimentos uniformes de mesmo sentido. Sendo as frequências dos movimentos dessas partículas iguais a 4 rpm e 6 rpm e sabendo que em  $t = 0$  elas estão na mesma posição, determine quantas vezes elas se encontram no intervalo de  $t = 0$  a  $t = 1$  h.

**20 UFC** Um relógio analógico possui um ponteiro A, que marca as horas, e um ponteiro B, que marca os minutos. Assinale a alternativa que contém o tempo em que os ponteiros A e B se encontram pela primeira vez após as três horas.

- A 15 min  $16\frac{81}{90}$  s      D 16 min  $21\frac{81}{99}$  s  
 B 15 min  $21\frac{81}{99}$  s      E 16 min  $21\frac{81}{90}$  s  
 C 16 min  $16\frac{81}{99}$  s

**21 Uerj** Dois móveis, A e B, percorrem uma pista circular em movimento uniforme. Os dois móveis partiram do mesmo ponto e no mesmo sentido com as velocidades de 1,5 rad/s e 3,0 rad/s, respectivamente; o móvel B, porém, partiu 4 segundos após o A. Calcule o intervalo de tempo decorrido, após a partida de A, no qual o móvel B alcançou o móvel A pela primeira vez.

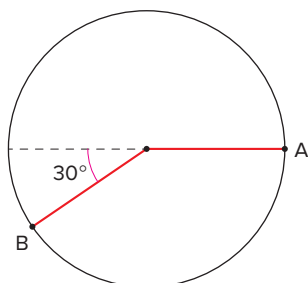
**22 UFRN** Duas partículas partem no mesmo instante, de um mesmo ponto de uma circunferência, com movimentos uniformes de períodos 3 s e 7 s, respectivamente, no mesmo sentido. As partículas estarão novamente juntas na mesma posição de partida após um intervalo de tempo de:

- A 3 s      B 7 s      C 10 s      D 14 s      E 21 s

**23 Fuvest** Dois corredores, A e B, partem do mesmo ponto de uma pista circular de 120 m de comprimento com velocidades  $v_A = 8$  m/s e  $v_B = 6$  m/s.

- a) Se partirem em sentidos opostos, qual será a menor distância entre eles, medida ao longo da pista, após 20 s?  
 b) Se partirem no mesmo sentido, após quanto tempo o corredor A estará com uma volta de vantagem sobre o B?

**24** Em um certo instante, um ponto material parte de A com MCU de período igual a 30 s, em sentido anti-horário. Um segundo depois, parte de B outro ponto material com MCU de período igual a 120 s, em sentido horário.



Determine quanto tempo depois da partida de A os pontos se encontrarão pela primeira vez.

**25 PUC-Campinas** Dois corredores percorrem uma pista circular de comprimento 600 m, partindo do mesmo ponto e no mesmo instante. Se a percorrerem no mesmo sentido, o primeiro encontro entre eles acontecerá depois de 5,0 minutos. Se a percorrerem em sentidos opostos, o primeiro encontro ocorrerá 1,0 minuto após a partida. Admitindo constantes as velocidades dos corredores, em módulo e em m/s, seus valores serão, respectivamente:

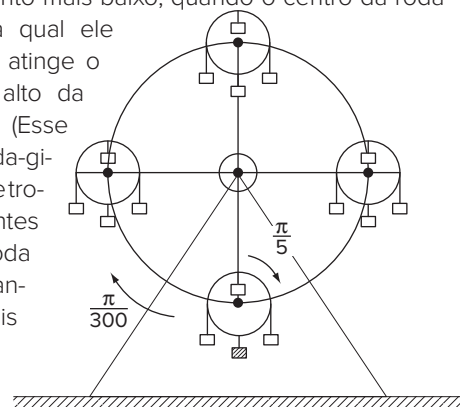
- A 5,0 e 5,0      C 8,0 e 6,0      E 12 e 6,0  
 B 6,0 e 4,0      D 10 e 5,0

**26 UEM 2017** Considere um cilindro reto e oco, cuja geratriz mede 5 m, e o raio, 4 cm. Suponha que o cilindro gire em torno do seu eixo a 120 rpm. Um projétil é lançado paralelamente ao seu eixo, perfurando suas bases nos pontos 1 e 2. Ao projetar perpendicularmente uma base sobre a outra, observa-se que o ângulo  $\phi$ , formado pelos raios que passam pelos pontos 1 e 2, é de  $\frac{\pi}{2}$  rad e que menos de meia volta é completada pelo cilindro no percurso do projétil. Supondo que o movimento do projétil no interior do cilindro é retilíneo e uniforme, assinale o que for correto.

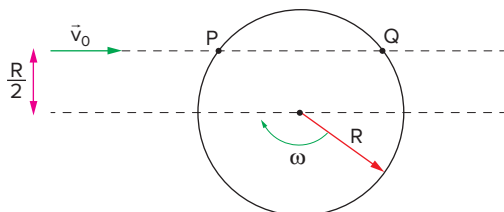
- 01 O período de rotação é  $\frac{1}{4}$  s.  
 02 A velocidade angular  $\omega$  do cilindro é  $4\pi$  rad/s.  
 04 O tempo de percurso entre os pontos 1 e 2 do projétil é de  $\frac{1}{4}$  s.  
 08 Durante o tempo em que o projétil entra no ponto 1 e sai no ponto 2, um ponto na superfície do cilindro percorre  $2\pi$  cm.  
 16 A velocidade do projétil é de 60 m/s.

Soma:

**27 UFPE** A figura a seguir mostra um tipo de brinquedo de um parque de diversões. As rodas menores giram com uma velocidade angular de  $\frac{\pi}{5}$  rad/s, independentemente da roda maior que gira a  $\frac{\pi}{300}$  rad/s. Qual o número de voltas completas da roda pequena que terá dado o ocupante da cadeira hachurada, inicialmente no ponto mais baixo, quando o centro da roda pequena, na qual ele se encontra, atinge o ponto mais alto da roda maior? (Esse tipo de roda-gigante permite trocar os ocupantes de uma roda menor, enquanto os demais se divertem!)



- 28 Vunesp** Um disco horizontal de raio  $R = 0,50$  m gira em torno de seu eixo com velocidade angular  $\omega = 2\pi$  rad/s. Um projétil é lançado de fora no mesmo plano do disco e rasante a ele, sem tocá-lo, com velocidade  $v_0$  (veja a figura), passando sobre o ponto P. O projétil sai do disco pelo ponto Q, no instante em que o ponto P está passando por aí pela primeira vez. Qual é a velocidade de  $v_0$ ?

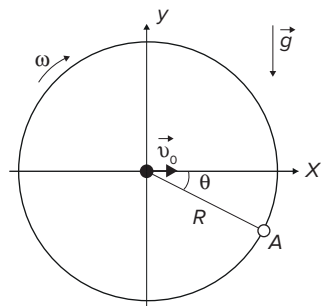


- A 1,5 m/s      C 3,0 m/s      E 6,28 m/s  
B 2,6 m/s      D 5,2 m/s

- 29 UPE 2018** Um atuador linear é um conjunto parafuso-porca, que transforma o movimento de rotação do parafuso num movimento linear de uma porca. Considerando que, para cada volta do parafuso, a porca desloca-se 2 mm, assinale a alternativa correta.

- A A relação entre a velocidade angular do parafuso e a velocidade linear da porca é uma constante.  
B Se a velocidade de rotação do parafuso é de 360 rpm, a velocidade linear da porca é de 6 mm/s.  
C Se o parafuso realiza 10 voltas completas, o deslocamento linear da porca é igual a 20 cm.  
D Se a velocidade de rotação do motor aumenta de zero até 360 rpm em 6 s, a aceleração linear da porca é de 120 mm/s<sup>2</sup>.  
E Quando a velocidade de rotação do parafuso é constante e igual a 120 rpm, a aceleração linear da porca é igual a 2 mm/s<sup>2</sup>.

- 30 ITA 2020** Na figura, o anel de raio  $R$  gira com velocidade angular  $\omega$  constante e dispõe de um alvo pontual A que cruza o eixo  $x$  no mesmo instante em que, do centro do anel, é disparado em sua direção um projétil puntiforme com velocidade  $\vec{v}_0$ .



Desconsiderando a resistência do ar,

- a) determine o ângulo  $\theta$ , em relação ao eixo  $x$ , em que o projétil acerta o alvo;  
b) determine o intervalo de tempo  $\Delta t$  dispendido pelo projétil para acertar o alvo;  
c) a velocidade angular  $\omega$  é determinada apenas por  $\theta$  e  $\Delta t$ ? Justifique.

- 31 UFSC 2019** A cadeira de rodas é um instrumento muito utilizado por pessoas que apresentam dificuldades de locomoção. As mais simples movimentam-se por meio da força do próprio usuário ou da força da pessoa que a empurra. Todavia, existem as elétricas, cuja força motriz provém de um motor elétrico acoplado a ela. Hoje, muitas delas são encontradas em residências, no entanto seu uso é bem comum em hospitais e clínicas médicas.

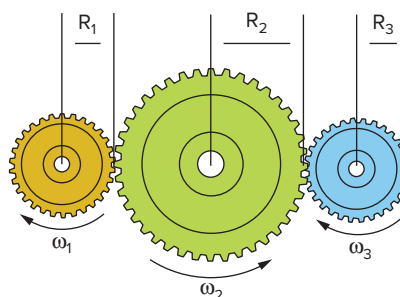


Considere um senhor de 80 kg que percorreu com movimento uniforme 18,0 m em 10 s utilizando uma dessas cadeiras. A roda traseira da cadeira mede 60,0 cm de diâmetro e a roda dianteira mede 20,0 cm de diâmetro. Com base no exposto acima, é correto afirmar que:

- 01 a velocidade linear da roda dianteira da cadeira de rodas é maior que a velocidade linear da roda traseira.  
02 em 10 s a roda traseira realiza dez voltas completas.  
04 o período de rotação da roda traseira da cadeira de rodas é 1,0 s.  
08 a velocidade angular da roda dianteira da cadeira de rodas é igual à velocidade angular da roda traseira.  
16 o conjunto homem + cadeira realizou um movimento retilíneo e uniforme.  
32 a frequência de rotação da roda dianteira da cadeira de rodas é de 3 Hz.

Soma:

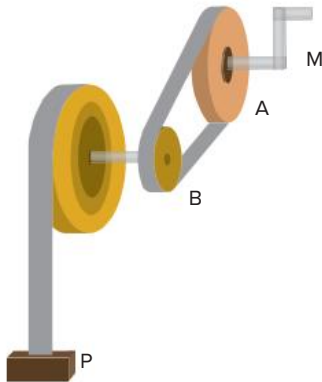
- 32 UFF** Três engrenagens de raios  $R_1$ ,  $R_2 = \left(\frac{3}{2}\right) R_1$  e  $R_3 = \left(\frac{2}{3}\right) R_1$  estão conectadas tal como indicado na figura a seguir.



A razão  $\frac{\omega_1}{\omega_3}$  entre as velocidades angulares da primeira e da terceira engrenagem é:

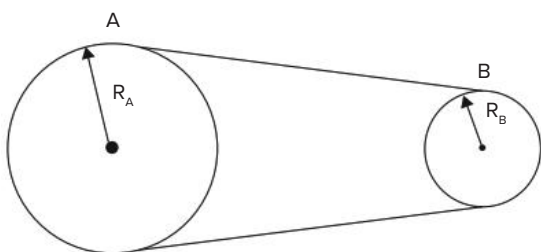
- A  $\frac{1}{3}$       B  $\frac{1}{2}$       C  $\frac{2}{3}$       D 1      E  $\frac{3}{2}$

- 33 Unirio** O mecanismo apresentado na figura a seguir é utilizado para enrolar mangueiras após terem sido usadas no combate a incêndios. A mangueira é enrolada sobre si mesma, camada sobre camada, formando um carretel cada vez mais espesso. Considerando ser o diâmetro da polia A maior que o diâmetro da polia B, quando giramos a manivela M com velocidade constante, verificamos que a polia B gira \_\_\_\_\_ que a polia A, enquanto a extremidade P da mangueira sobe com o movimento \_\_\_\_\_.



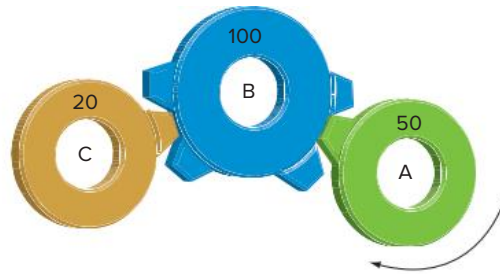
Preenche corretamente as lacunas anteriores a opção:

- A mais rapidamente – acelerado.  
 B mais rapidamente – uniforme.  
 C com a mesma velocidade – uniforme.  
 D mais lentamente – uniforme.  
 E mais lentamente – acelerado.
- 34 EsPCEx 2020** Duas polias, A e B, ligadas por uma correia inextensível, têm raios  $R_A = 60$  cm e  $R_B = 20$  cm, conforme o desenho abaixo. Admitindo que não haja escorregamento da correia e sabendo que a frequência da polia A é  $f_A = 30$  rpm, então a frequência da polia B é



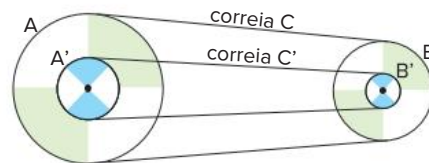
Desenho ilustrativo – fora de escala

- A 10 rpm.  
 B 20 rpm.  
 C 80 rpm.  
 D 90 rpm.  
 E 120 rpm.
- 35 Unicamp** Considere as três engrenagens acopladas simbolizadas na figura a seguir. A engrenagem A tem 50 dentes e gira no sentido horário, indicado na figura, com velocidade angular de 100 rpm (rotação por minuto). A engrenagem B tem 100 dentes e a C tem 20 dentes.



- a) Qual é o sentido de rotação da engrenagem C?  
 b) Quanto vale a velocidade tangencial da engrenagem A em dentes/minuto?  
 c) Qual é a velocidade angular de rotação (em rpm) da engrenagem B?

- 36 UFPE** A polia A' de raio  $r_{A'} = 12$  cm é concêntrica à polia A, de raio  $r_A = 30$  cm, e está rigidamente presa a ela. A polia A é acoplada a uma terceira polia B de raio  $r_B = 20$  cm pela correia C, conforme indicado na figura. Qual deve ser o raio da polia B', concêntrica a B e rigidamente presa a ela, de modo que A' e B' possam ser conectadas por uma outra correia C', sem que ocorra deslizamento das correias?



- A 12 cm  
 B 10 cm  
 C 8,0 cm  
 D 6,0 cm  
 E 4,0 cm

- 37 Unicamp** Em 1885, Michaux lançou o biciclo com uma roda dianteira diretamente acionada por pedais (Fig. A). Através do emprego da roda dentada, que já tinha sido concebida por Leonardo da Vinci, obteve-se melhor aproveitamento da força nos pedais (Fig. B). Considere que um ciclista consiga pedalar 40 voltas por minuto em ambas as bicicletas.

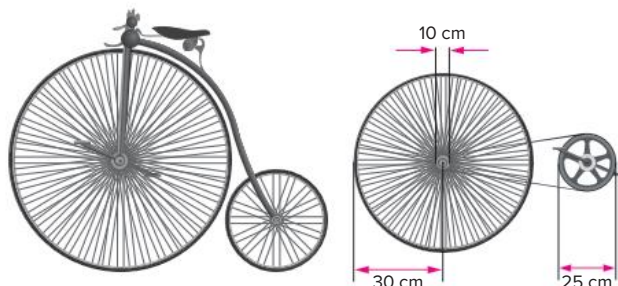


Figura A

Figura B

- a) Qual a velocidade de translação do biciclo de Michaux para um diâmetro da roda de 1,20 m?  
 b) Qual a velocidade de translação para a bicicleta padrão aro 60 (Fig. B)?





FRENTE 2

CAPÍTULO

1

## A natureza elétrica da matéria e a Lei de Coulomb

A figura mostra cartuchos de impressão de uma impressora a jato de tinta. Esse equipamento tão presente no dia a dia utiliza a eletricidade para formar as letras no papel. Em uma das técnicas, as gotas são eletrizadas e, por ação de força elétrica, são direcionadas para o exato ponto do papel formando as letras e palavras.

## Contexto histórico

A eletricidade é uma realidade do dia a dia, seja nas casas das pessoas fornecendo a energia para o funcionamento de praticamente todos os equipamentos modernos, seja nos fenômenos naturais como raios, ou ainda em processos biológicos como a condução nervosa. Pode-se dizer que o entendimento da eletricidade é parte fundamental do entendimento do mundo que nos cerca.

Certamente os fenômenos elétricos são conhecidos desde a mais remota antiguidade. Apesar de não saberem a origem desses fenômenos, foram os gregos que primeiramente o descreveram. Foi o filósofo Tales de Mileto (c. 624-c. 548 a.C.) que afirmou que quando se atritava âmbar com lã os dois se atraíam. O nome original em grego da palavra “âmbar”, resina fossilizada de coníferas, é *eléktron*, daí o nome “eletricidade”. Tales de Mileto explicou o fenômeno afirmando que o âmbar tinha alma própria. O fato positivo dessa explicação é que ela não dependia dos deuses, já que essa era a explicação dada, naquela época, para qualquer fenômeno natural que não pudesse ser entendido.

### Saiba mais

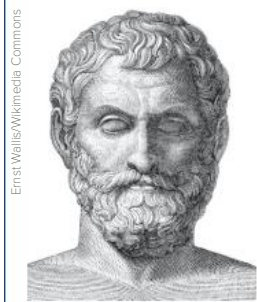


Fig. 1 Retrato de Tales de Mileto.

#### Tales de Mileto (c. 624-c. 548 a.C.)

É considerado o pai da filosofia grega e aparece na lista dos Sete Sábios da Grécia. Os pensadores de Mileto iniciaram uma física e uma cosmologia; para eles o universo era considerado um campo com pares opostos das qualidades sensíveis. Aristóteles afirmou que Tales foi o primeiro a atribuir uma causa material para a origem do Universo. Tales também era matemático, geômetra e físico. Acredita-se que tenha previsto um eclipse solar e calculado a altura de uma pirâmide. Diz-se que Tales acreditava que tudo está cheio de deuses, ou seja, a matéria é viva.

Disponível em: <[www.saladefisica.cbj.net.br](http://www.saladefisica.cbj.net.br). In: <[www.histedbr.fae.unicamp.br/navegando/glossario/verb\\_b\\_tales\\_de\\_mileto.htm](http://www.histedbr.fae.unicamp.br/navegando/glossario/verb_b_tales_de_mileto.htm)>. (Adapt.).

Durante os séculos seguintes, foram feitas tentativas de explicar a origem dos fenômenos elétricos e magnéticos. Lucretius (98-55 a.C.), um atomista romano, tentou explicar a força magnética entre a magnetita, um mineral com imantação permanente, e o ferro, afirmando que partículas eram emanadas da magnetita e originavam um vácuo em volta da mesma, sugando o ferro.

A virtude dessa explicação é também o fato de ela não depender de deuses ou de algo sobrenatural e a tentativa de estabelecer um modelo para a compreensão do fenômeno físico. Com o final do Império Romano do Ocidente no século V, o mundo entra na Idade Média, período de poucos avanços no campo da investigação científica. Foi apenas no final da Idade Média que algo mais significativo ocorreu: a descoberta da bússola, cuja importância tornou-se evidente com o início das grandes navegações, já na Idade Moderna.

Foi no século XVI que um médico da família real britânica e chefe do *Royal College of Physicians* (Colégio Real de Médicos), chamado William Gilbert, deu ao mundo um início de explicação científica sobre esse assunto em seu livro *De Magnete*. Gilbert entendeu que a Terra era um magneto gigante, tendo construído uma miniatura do planeta feita de magnetita, a qual ele chamou **Terrela**. Por meio de medidas experimentais e de acurado senso científico, ele chegou a importantes conclusões, como o fato de a força elétrica ou magnética variar com a distância entre os corpos.

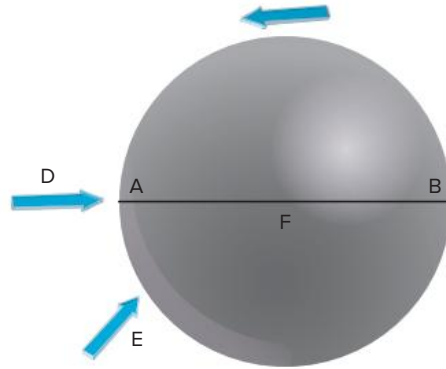


Fig. 2 Terrela, miniatura da Terra feita de magnetita.

### Saiba mais



Fig. 3 Retrato do Doutor William Gilbert.

#### William Gilbert (1540-1603)

Foi físico e médico inglês de Elizabeth I e James I. Estendeu as observações de Peregrinus sobre o magnetismo em sua obra *De magnete, magneticisque corporibus, et de magno magnete tellure* (Sobre o magnetismo, corpos magnéticos e o grande ímã Terra, 1600). Nela, demonstra que a Terra era um grande ímã e que o “polo Norte” (porque apontava para o Norte) era capaz de atrair o polo sul de outro ímã. Gilbert também estudou os efeitos elétricos e notou as principais diferenças entre eletricidade e magnetismo a partir de observações experimentais simples.

Disponível em: <<http://plato.if.usp.br/1-2003/fmt0405d/apostila/renasc7/node8.html>>. (Adapt.).

Nos idos de 1660, quando não se conhecia a força elétrica de repulsão, o alemão Otto von Guericke (1602-1686), que era advogado, matemático, engenheiro e político e que tinha uma extraordinária capacidade experimental, inventou uma máquina capaz de eletrizar corpos. Tratava-se de uma esfera de enxofre do tamanho aproximado de uma bola de futebol que girava. Ao ser atritada com borracha, por exemplo, a esfera passava inicialmente a atrair objetos tais como tiras metálicas e penas. Porém, quando os objetos encostavam na esfera, eram repelidos.

Até essa época não se conhecia a força elétrica de repulsão então, aproveitando esse fenômeno, Guericke fazia demonstrações públicas guiando as penas até o lugar onde desejava.



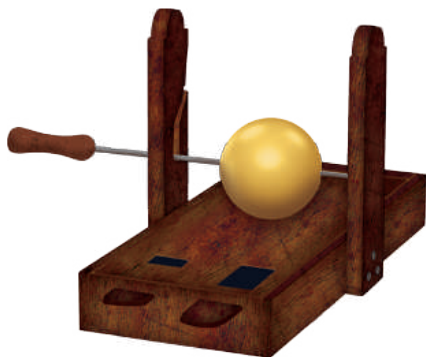


Fig. 4 Globo de enxofre de Otto von Guericke.

Em 1746, na Universidade de Leyden na Holanda, foi criado um dispositivo capaz de armazenar cargas elétricas, denominado garrafa de Leyden. Esse dispositivo, atualmente conhecido como capacitor, era feito de garrafas revestidas por fora e por dentro com folhas de metal que tinham a capacidade de armazenar grandes quantidades de carga.

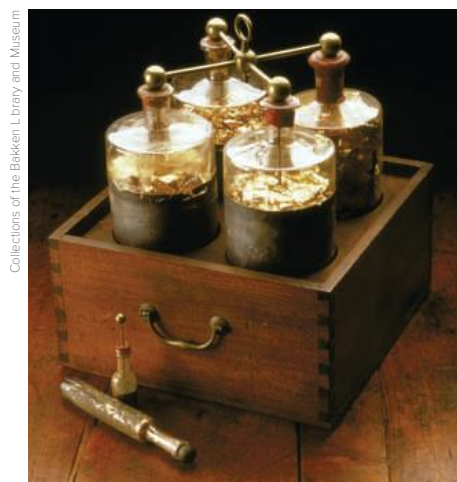
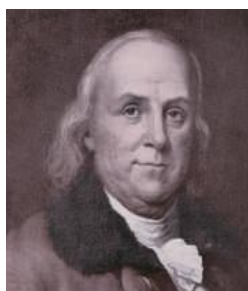


Fig. 5 Um arranjo de garrafas de Leyden.



### Saiba mais



The Home and School Education Society/ Wikimedia Commons

#### Benjamin Franklin

Nascido em 30 de junho de 1706, em Boston, ainda colônia inglesa, e falecido em 16 de março de 1790, na Filadélfia, EUA. Falar de Benjamin Franklin é falar de um dos mais notáveis homens de nossa história. Sua educação formal teve a duração de apenas dois anos, assim ele foi um notável autodidata. Foi grá-

Fig. 6 Retrato de Benjamin Franklin.

fico, embaixador, revolucionário americano, para mencionar apenas algumas de suas atividades. Além disso, foi inventor e apresentou trabalhos pioneiros na teoria da eletricidade. Participou de diversas associações científicas de vários países, destacando-se a Real Sociedade Inglesa de Ciências, pela qual foi agraciado com a prestigiosa medalha Copley pelos seus trabalhos na área da eletricidade, e da Sociedade Americana de Filosofia, da qual foi o fundador. Recebeu muitos títulos honorários, inclusive o de doutor pela Universidade de St. Andrews.

Em 1750, o norte-americano Benjamin Franklin realizou a célebre experiência da pipa, onde pôde verificar a natureza elétrica do raio. Nessa experiência, feita quando se aproximava uma tempestade, Franklin empinou uma pipa de seda com uma ponta de metal presa a um fio de algodão úmido e a outra ponta presa em uma garrafa de Leyden. Franklin verificou que, após o surgimento dos raios perto da pipa, a garrafa de Leyden ficava carregada, provando assim a natureza elétrica do raio.

Durante todos esses estudos, sabia-se que havia “tipos” diferentes de eletricidade, porém não se sabia quantos. Foi Charles Du Fay (1698-1739), um cientista francês, que identificou dois tipos de eletricidade, os quais Benjamin Franklin denominou de positivo (+) e negativo (-). Para que houvesse um padrão, Franklin atritou um bastão de vidro em seda e chamou a eletricidade adquirida pelo bastão de positiva e aquela adquirida pela seda de negativa.

Até aquela época, os fenômenos elétricos tinham sido produzidos por meio de processos puramente físicos. Porém, no final do século XVIII, o cientista italiano Alessandro Volta (1745-1827) demonstrou que era possível produzir eletricidade também por processos químicos. O dispositivo criado por Volta ficou conhecido como a primeira pilha elétrica. Essa pilha era constituída por metais diferentes postos em contato com uma solução ácida. Dessa forma, era possível se manter uma corrente elétrica constante e não apenas descargas elétricas. Como a natureza normalmente é uma via de duas mãos, o inglês Humphry Davy (1778-1829) mostrou que não somente reações químicas poderiam produzir eletricidade, mas também a eletricidade poderia produzir reações químicas, processo esse conhecido por eletrólise e que é amplamente utilizado na indústria moderna.

Com a descoberta de Volta, foi possível realizar em laboratórios experiências mais elaboradas. O século XIX marca o surgimento de motores elétricos e de geradores elétricos, em que teve importância capital o cientista inglês Michael Faraday, considerado até hoje o maior cientista experimental de todos os tempos, tendo escrito vários artigos científicos sem a utilização de nenhuma fórmula matemática.

O trabalho de vários cientistas que contribuíram para a compreensão do eletromagnetismo foi compilado pelo físico escocês James Clerk Maxwell. O trabalho de Maxwell permitiu a compreensão da luz como sendo uma onda eletromagnética e permitiu, já no final do século XIX e início do século XX, que o homem entrasse na era das comunicações sem fio, com o brasileiro Landell de Moura (1861-1928) e o italiano Guglielmo Marconi (1874-1937).

## Saiba mais



Fig. 7 Retrato de Michael Faraday.

### Michael Faraday (1791-1867)

Funcionário de uma livraria inglesa e com educação formal precária, Faraday era um ávido leitor, interessado em ciências, especialmente em eletricidade. Antigo assistente do químico Humphry Davy, Faraday começou a conduzir seus próprios experimentos e escreveu artigos relacionados aos fenômenos da eletricidade e magnetismo.

Foi um dos maiores cientistas experimentais de todos os tempos, inventou o dínamo – aparelho capaz de converter eletricidade em movimento – e desenvolveu o conceito de campo para descrever as forças elétrica e magnética.

Disponível em: <<http://scienceworld.wolfram.com/biography/Faraday.html>>. (Adapt.).

## Saiba mais



Fig. 8 Retrato de J. C. Maxwell.

### James Clerk Maxwell (1831-1879)

Foi um físico e matemático britânico. Ele é mais conhecido por ter dado forma final à teoria moderna do eletromagnetismo, escrevendo um conjunto de equações fundamentais que governam o comportamento do campo elétrico e magnético. Suas formulações de eletricidade

e magnetismo foram publicadas em *Um tratado sobre eletricidade e magnetismo* (1873). Maxwell escreveu ainda diversos artigos sobre eletricidade, nos quais tinha a intenção de apresentá-la na sua forma mais simples, além de inúmeras contribuições para a termodinâmica.

Uma das coisas mais interessantes a respeito dessa breve revisão histórica é que a humanidade adquiriu uma grande compreensão dos fenômenos elétricos e magnéticos sem possuir um entendimento da relação entre a estrutura íntima da matéria e esses fenômenos. Em outras palavras, não se sabia qual era a característica da matéria que conferia a ela a propriedade de apresentar eletricidade e magnetismo, já que o modelo atômico reinante até a segunda metade do século XIX era o átomo de Dalton, que nada dizia a respeito da eletricidade.

Foi no final do século XIX, quando a Física passou por uma verdadeira revolução, que descobertas importantes foram feitas revelando a natureza elétrica da matéria. Foi nessa época que o físico inglês J. J. Thomson descobriu o elétron. Com essa descoberta, foi necessário propor um novo modelo atômico que levasse em conta o elétron. Sendo a matéria neutra, Thomson propôs o modelo do “**Pudim de Passas**”. O “pudim” teria carga positiva, e os elétrons, com carga negativa, seriam as passas.

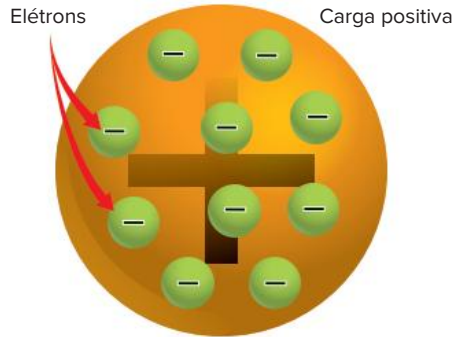


Fig. 9 O modelo atômico de Thomson – Pudim de Passas.

O modelo de Thomson foi o primeiro a levar em conta a natureza elétrica da matéria. Porém, a descoberta da radioatividade de Becquerel (1852-1908) e os experimentos de Ernest Rutherford (1871-1937) levaram a um novo modelo do átomo, constituído por partículas positivas em um núcleo denso e de dimensões desprezíveis, em comparação ao tamanho do átomo, e por elétrons, partículas negativas que se movimentam em torno do núcleo.

## Saiba mais

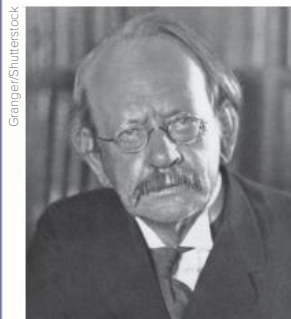


Fig. 10 Retrato de J. J. Thomson.

### Sir Joseph John Thomson (1856-1940)

Também conhecido por J. J. Thomson, foi um físico britânico que descobriu o elétron e propôs o modelo atômico do Pudim de Passas. Aos 14 anos, ingressou na Owens College e mais tarde obteve o grau de bacharel em Matemática pela Trinity College, em Cambridge.

Em 1884, o jovem Thomson tornou-se professor de Física nos Laboratórios Cavendish, onde teve como aluno o físico Ernest Rutherford, que mais tarde trabalhou no mesmo cargo. Em 1906, Thomson recebeu o prêmio Nobel de Física por suas investigações teóricas e experimentais da condução de eletricidade por gases.

Disponível em: <<http://scienceworld.wolfram.com/biography/Thomson.html>>. (Adapt.).

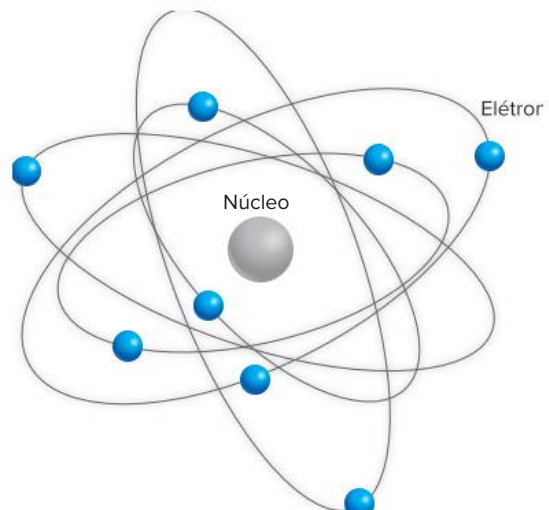


Fig. 11 Modelo atômico de Rutherford estilizado.

Atualmente, depois dos trabalhos de Max Planck (1858-1947), Werner Heisenberg (1901-1976), Erwin Schrödinger (1887-1961), entre outros, o tratamento do átomo se dá através da mecânica quântica. Porém, mesmo nessa moderna teoria, eletricamente falando, o átomo ainda é composto de prótons e elétrons, que possuem a mesma carga, em módulo, e sinais opostos.

## A teoria atômica e a natureza elétrica da matéria

A contextualização histórica permite compreender que os fenômenos elétricos ocorrem devido ao fato de que o átomo, na sua estrutura mais íntima, é constituído por cargas elétricas. Demorou muito para que o homem pudesse ter esse entendimento. Isso não impediu, porém, que muitos fenômenos pudessem ser compreendidos e até aplicados no dia a dia.

Assim, para o estudo da eletricidade, basta que pensem no átomo como constituído por um núcleo onde existem prótons – partículas positivamente carregadas –, nêutrons – partículas sem carga elétrica – e uma eletrosfera, externa ao núcleo, onde existem partículas negativamente carregadas, os elétrons.

A rigor, a Física já foi capaz de detectar mais de 200 partículas subatômicas, entre elas os quarks e os mésons. Porém, como afirmado anteriormente, para o estudo da eletricidade, basta a compreensão dos prótons, elétrons e nêutrons.

O conhecimento atual sobre as características de carga e massa das principais subpartículas do átomo é visto na tabela a seguir.

Partícula	Massa relativa	Carga relativa	Local
Prótons	1.836	+1	Núcleo
Nêutrons	≈ 1.836	0	Núcleo
Elétrons	1	-1	Eletrosfera

Tab. 1 Tabela comparativa entre cargas e massas de prótons, nêutrons e elétrons.

A observação dessa tabela leva a algumas conclusões interessantes. Enquanto não se tem uma simetria de massa, ou seja, cada uma das partículas tem massas distintas, observa-se uma perfeita simetria de carga. Da análise da tabela 1, verifica-se que, para que um corpo tenha carga nula, basta que o seu átomo tenha o mesmo número de prótons e de elétrons.

A menor unidade de carga elétrica mensurável é aquela carregada pelo elétron, em módulo, denominada **carga elétrica elementar (e)**.

A medida da carga elementar é uma das mais importantes da história da Física. O autor desse experimento foi o norte-americano Robert A. Millikan que, utilizando uma câmara na qual injetava gotas de óleo, mediu com notável precisão a carga do elétron.

No sistema internacional de unidades (SI), a unidade de carga elétrica é o coulomb (C), e a carga elétrica elementar é igual a:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Outra informação muito importante é que todos os processos de trocas de carga entre corpos ocorrem devido à

movimentação dos elétrons, já que os prótons e nêutrons encontram-se firmemente ligados ao núcleo por ação de forças muito intensas. Assim sendo, eles são incapazes de se movimentar pela estrutura do átomo.

Dessa forma, pode-se definir o que vem a ser um **corpo neutro**, um **corpo positivamente carregado** e um **corpo negativamente carregado**.

### Saiba mais

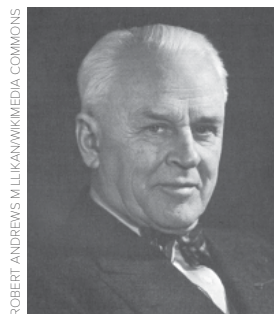


Fig. 12 Robert Andrews Millikan.

**Robert Andrews Millikan (1868-1953)**

Foi um físico norte-americano, nascido em Morrison, Illinois, ganhador do Prêmio Nobel de Física (1923) pela determinação da carga do elétron e verificações experimentais relacionadas ao efeito fotoelétrico. Recebeu seu Ph.D. em 1895, pela Universidade de Columbia, por suas conclusões sobre a polarização da luz emitida por superfícies incandescentes. Como professor na Universidade de Chicago, Millikan trabalhou para simplificar o ensino da Física. Robert Millikan foi responsável por inúmeras descobertas, nas áreas de eletricidade, óptica e física molecular, entre elas estão contribuições significantes para o estudo da radiação cósmica.

Disponível em: <[www.dec.ufcg.edu.br/biografias/RobertAnd.html](http://www.dec.ufcg.edu.br/biografias/RobertAnd.html)>. (Adapt.).

## Corpo neutro

De acordo com o exposto anteriormente, pode-se dizer que um corpo está neutro quando possui o mesmo número de prótons e elétrons. Afirmar que um corpo neutro não possui cargas elétricas é um erro, já que, sendo o corpo constituído por átomos, sabe-se que o mesmo possui prótons e elétrons.

## Corpo positivamente carregado

Um corpo é dito estar positivamente carregado quando o número de prótons nesse corpo é maior do que o número de elétrons.

De acordo com o que foi estudado anteriormente, esse número de prótons a mais deve-se a elétrons que foram perdidos, e não a um ganho de prótons.

## Corpo negativamente carregado

Um corpo é dito estar negativamente carregado quando o seu número de elétrons é maior que o número de prótons. Da mesma forma que no caso do corpo positivamente carregado, não se deve pensar que o excesso de elétrons se deva a prótons perdidos. Um corpo fica negativamente carregado por receber elétrons excedentes em relação ao número de prótons.

## A quantização da carga elétrica

Uma grandeza é dita quantizada quando ela não pode assumir qualquer valor, e sim múltiplos inteiros de um mínimo. A palavra latina para esse tipo de mínimo é *quantum*, daí o nome “quantizado”.



Como se observou anteriormente, um corpo muda de estado de eletrização por perder ou ganhar elétrons. Assim, a carga elétrica do corpo é sempre um múltiplo inteiro da carga do elétron, já que não é possível ceder ou retirar um número não natural de elétrons do corpo.

Pode-se dizer que a carga  $Q$  adquirida por um corpo é igual ao número  $n$  de elétrons excedentes ou faltantes multiplicado pela carga elétrica elementar  $e$ . Tal que:

$$Q = \pm n \cdot e$$

### ! Atenção

Na verdade, existem os quarks, com cargas elétricas  $\left(\frac{1}{3}\right)e$  e  $\left(\frac{2}{3}\right)e$ , o que parece contrariar a definição de carga elementar para a carga de um próton; no entanto, vale lembrar que essa fração de carga não pode ser diretamente observada.

## Exercício resolvido

1 Sabe-se que a carga do elétron vale  $-1,6 \cdot 10^{-19}$  C. Considere um bastão de vidro que foi atirado e perdeu elétrons, ficando positivamente carregado com a carga de  $5,0 \cdot 10^{-6}$  C. Determine, aproximadamente, o número de elétrons retirados do bastão.

### Resolução:

Utilizando-se a expressão apresentada:

$$Q = \pm n \cdot e$$

Tem-se  $Q = 5 \cdot 10^{-6}$  C e  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C, assim:

$$n = \frac{Q}{e} = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cong 3,1 \cdot 10^{13} \text{ elétrons.}$$

## Princípios da eletrostática

A eletrostática estuda a interação entre cargas elétricas em corpos em equilíbrio eletrostático, isto é, em corpos nos quais as cargas estão distribuídas em equilíbrio e qualquer movimentação se deve à agitação térmica. O conceito de equilíbrio eletrostático será explorado mais à frente neste capítulo.

A eletrostática baseia-se em dois princípios:

- **Princípio da atração e da repulsão:** Partículas eletrizadas com cargas de sinais opostos se atraem, enquanto partículas com cargas de sinais iguais se repelem.

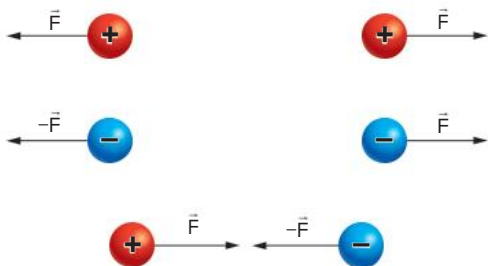


Fig. 13 Representação esquemática das forças entre cargas elétricas.

### ! Atenção

Corpos neutros também podem sofrer atração eletrostática.

- **Princípio da conservação de cargas elétricas:** Em um sistema eletricamente isolado, o somatório algébrico das cargas, aquele que leva em conta os sinais das cargas a serem somadas, mantém-se constante. Esse princípio pode ser explicitado da seguinte forma: cargas elétricas não podem ser criadas nem destruídas, elas são transferidas de um corpo para outro.

### ! Atenção

Por sistema eletricamente isolado, pode-se entender um sistema que não tem a possibilidade de trocar cargas com o meio externo.

Para entender melhor, observe a figura 14.

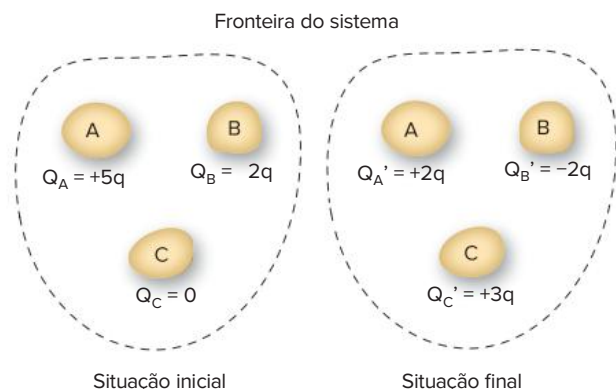


Fig. 14 Princípio da conservação da carga.

Vemos na figura 14 um sistema eletricamente isolado. Após sucessivos contatos entre seus componentes, notamos apenas uma redistribuição da carga elétrica do sistema, já que:

$$\text{Carga inicial} = +5q + (-2q) + 0 = +3q$$

$$\text{Carga final} = +2q + (-2q) + (+3q) = +3q$$

Notamos, então, que a quantidade de carga elétrica do sistema permanece constante, já que a fronteira do sistema não permite passagem de carga em nenhum sentido.

## Condutores e isolantes

Para entender os processos de eletrização, é muito importante a diferenciação do comportamento elétrico dos materiais chamados **condutores** daqueles chamados **isolantes**. O conceito intuitivo da diferença entre materiais que conduzem bem a eletricidade e aqueles que não o fazem é obtido desde a infância. O fato de um material conduzir bem a eletricidade tem a ver com a mobilidade dos portadores de carga no interior de sua estrutura.

### Saiba mais

Existem ainda os materiais supercondutores. A supercondutividade foi descoberta pelo físico holandês Kamerlingh-Onnes (1853-1926) e trata de materiais que apresentam resistência elétrica nula abaixo de determinada temperatura, denominada temperatura crítica. A interpretação teórica do fenômeno ainda não é completa, mas a aplicação de materiais supercondutores no cotidiano é cada vez mais comum, e varia desde a construção de aceleradores de partículas, computadores até a movimentação de trens-bala.

## Condutores

Um corpo é dito condutor quando possui portadores de carga que podem se movimentar facilmente pela sua estrutura. Assim, quando nos referimos a um corpo como condutor, subentende-se que ele é um bom condutor. Podemos subdividir os condutores em três espécies:

- Condutores de 1ª espécie – São aqueles condutores em que os portadores livres de carga são os elétrons. Esses elétrons são os que se encontram mais distanciados do núcleo, nas camadas mais externas, e são capazes de se desprender da força eletrostática do núcleo e adquirir liberdade de movimento. São condutores de primeira espécie os metais e a grafite.
- Condutores de 2ª espécie – São aqueles condutores em que os portadores livres de carga são os íons positivos (cátions) ou negativos (ânions). Os íons são átomos que adquirem ou perdem elétrons, ficando assim carregados eletricamente. São exemplos de condutores de segunda espécie as soluções salinas com sais de elevada solubilidade, soluções aquosas ácidas e básicas.
- Condutores de 3ª espécie – São aqueles condutores em que os portadores livres de carga podem ser os íons positivos e negativos, como também os elétrons livres. Podemos encontrar esses condutores nas lâmpadas fluorescentes em nossas casas. Ao aplicarmos uma diferença de potencial nessas lâmpadas, o gás ioniza-se, e a movimentação das cargas no seu interior faz com que ele emita luz. São condutores de terceira espécie os gases ionizados.

## Isolantes

Um corpo é denominado isolante quando satisfaz uma das condições a seguir.

- O corpo não possui portadores livres de carga elétrica, tais como íons ou elétrons de condução. É o caso da borracha, do giz, entre outros.
- O corpo possui portadores de carga elétrica, mas eles não conseguem se movimentar pela estrutura e permitir a condução elétrica. Neste caso, os portadores de carga estão presos à estrutura do material e, desta forma, não têm mobilidade. É o caso dos sais no estado sólido.

### Saiba mais

Um bom exemplo do caráter isolante e condutor de um material é o  $\text{NaCl}$ . Apesar de apresentar uma ligação iônica na qual se tem íons  $\text{Na}^+$  e  $\text{Cl}^-$ , o  $\text{NaCl}$ , o  $\text{NaCl}$  sólido é um isolante, pois os seus íons estão presos à estrutura cristalina do material. Porém, quando o  $\text{NaCl}$  é jogado em água, há uma dissociação iônica, e seus íons adquirem mobilidade. Assim, uma solução aquosa de  $\text{NaCl}$  torna-se boa condutora.

## Processos de eletrização

Eletrizar um corpo significa ceder ou retirar elétrons de sua estrutura de forma que provoque o aparecimento de cargas positivas, correspondendo a uma falta de elétrons, ou negativas, no caso de excesso de elétrons.

Tanto um condutor quanto um isolante podem ser eletrizados. A diferença é que nos isolantes a carga fica concentrada na região onde se deu o processo de eletrização, não se espalhando devido à falta de mobilidade dos portadores de carga na sua estrutura. No caso dos condutores, é muito importante o conceito de equilíbrio eletrostático e as suas consequências, para que se compreendam os processos de eletrização.

Conforme definido anteriormente, um corpo está em equilíbrio eletrostático quando o movimento das cargas ocorre somente devido à agitação térmica. No caso de condutores, devido à mobilidade das cargas, estas procuram sempre minimizar a repulsão existente entre elas. Assim, em um condutor em equilíbrio eletrostático, as cargas estarão sempre na sua superfície, concentrando-se nas pontas, efeito este conhecido como **poder das pontas** ou **efeito das pontas**.

## Eletrização por atrito

Esse é o primeiro processo de eletrização conhecido pelo homem. Atritando-se, por exemplo, seda e um bastão de vidro, constata-se que o bastão adquire cargas positivas, enquanto a seda adquire cargas negativas. É importante notar que, como os materiais são isolantes, a carga fica confinada no local onde se deu o atrito. Devido a isto, o processo de eletrização por atrito presta-se para isolantes, não sendo útil para condutores.

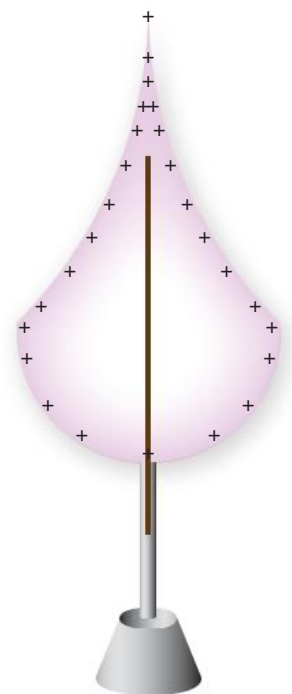


Fig. 15 Efeito das pontas.



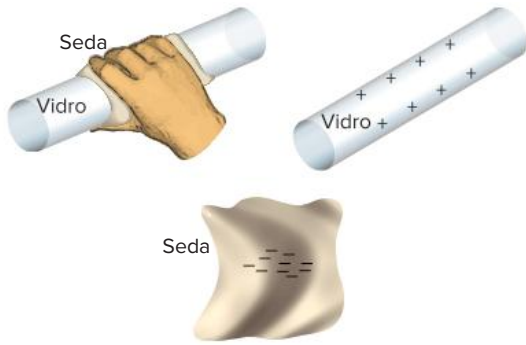


Fig. 16 Eletrizção por atrito.

Para determinar quem fica positivo e quem fica negativo na eletrizção por atrito, deve-se recorrer a uma srie triboeltrica. Essas sries possuem uma extensa relao de materiais e carga eltrica por eles adquirida no atrito.

Substância	
Pele humana seca	
Couro	
Vidro	
Cabelo humano	
Lã	
Seda	
Papel	
Borracha	
Plástico	
Isopor	

Tab. 2 Srie triboeltrica.

## Eletrizção por contato

O processo de eletrizção por contato é um processo que se presta muito bem à eletrizção de condutores.

Neste estudo, iremos nos concentrar na eletrizção de condutores esféricos que, por não apresentarem pontas, possuem uma distribuio homogênea de carga na superfície quando não estão na presença de outros corpos carregados.



Fig. 17 Distribuio de cargas em um condutor esférico em equilíbrio eletrostático.

Para o entendimento da eletrizção por contato, considere duas esferas condutoras, uma negativamente carregada e outra neutra, com raios diferentes, como na figura 18.

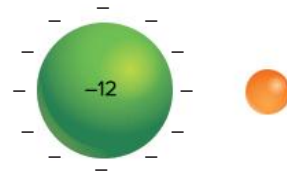


Fig. 18 Condutores de raios diferentes com cargas diferentes.

Ao colocarmos as duas esferas em contato, forma-se um novo condutor, no qual o excesso de elétrons flui da esfera maior para a menor. É muito importante observar que nesse momento não existe equilíbrio eletrostático, pois existe um movimento ordenado de cargas de uma esfera para a outra, o que contraria a definição dada para o equilíbrio eletrostático.

Esse movimento de elétrons prossegue até que o novo condutor, formado pelo contato dos outros dois, atinja o equilíbrio eletrostático. Nesse caso, conforme estudaremos no capítulo 3, as cargas distribuem-se na mesma proporção dos raios das esferas.

### ! Atenção

Quando dois ou mais condutores são colocados em contato, eles podem ser analisados como se formassem um único condutor e, no equilíbrio eletrostático, as cargas encontram-se na superfície externa desse condutor.

Se a relação entre os raios for de 2 para 1, tem-se no equilíbrio a situação esquematizada na figura 19.

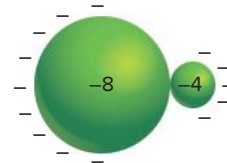


Fig. 19 Divisio das cargas proporcionalmente aos raios.

Observe que o novo condutor formado pelo contato das duas esferas não tem formato esférico, e, no equilíbrio eletrostático, as cargas tendem a se concentrar nas regiões mais extremas. Devido ao fato de que, no condutor, as cargas possuem mobilidade, elas tendem a se afastar o máximo possível, concentrando-se nas extremidades.

Finalmente, separando-se os condutores, cada um manterá sua carga adquirida após o contato:

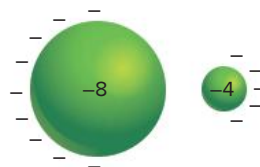


Fig. 20 Condutores são afastados após o contato.

**Atenção**

Quando atingido o equilíbrio eletrostático na eletrização de condutores por contato, todos os condutores em contato terão carga de mesmo sinal.

Sobre o processo anterior deve-se enfatizar que, como era de se esperar, houve conservação da carga total do sistema.

$$\text{Carga inicial} = -12 = (-8) + (-4) = \text{Carga final}$$

Uma pergunta interessante para se responder é: o que aconteceria se colocássemos dois isolantes carregados em contato?

A resposta é simples: como as cargas não têm mobilidade em isolantes, haveria uma troca de cargas única e exclusivamente no ponto onde o contato ocorreu, como se vê na figura 21, em que se tem o corpo A positivamente carregado, e o corpo B, neutro, ambos isolantes.

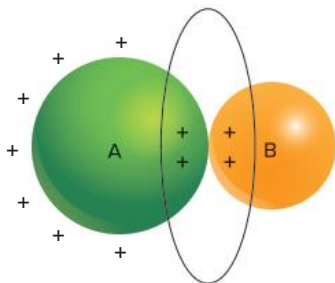


Fig. 21 Eletrização por contato entre materiais não condutores.

**Eletrização por contato entre condutores esféricos idênticos**

Um caso de particular interesse é o do contato entre condutores esféricos carregados de mesmo raio. Para dois condutores A e B, com cargas  $Q_A$  e  $Q_B$ , respectivamente, tem-se que a carga final de cada condutor será exatamente igual à metade da carga total do sistema. Isto se deve ao fato de que, sendo os raios iguais, as cargas no equilíbrio também serão iguais.

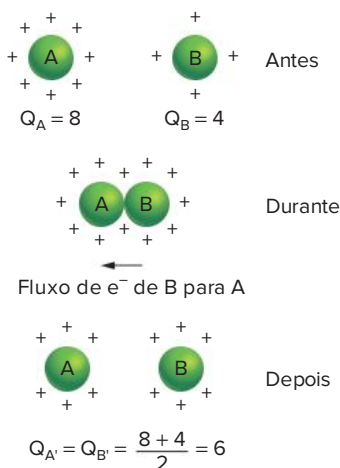


Fig. 22 Processo de eletrização por contato entre condutores idênticos, ambos com carga.

Se houver  $n$  condutores esféricos idênticos e carregados, colocados em contato, a carga no equilíbrio é dada por:

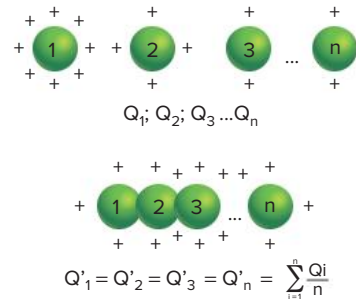


Fig. 23 Processo de eletrização por contato entre  $n$  condutores esféricos carregados idênticos.

**A Terra**

Um dos conceitos da eletrostática mais próximos do nosso dia a dia é o conceito de Terra. Ele está presente nos aterramentos elétricos feitos em instalações elétricas, em circuitos elétricos etc. Para o nosso estudo, definimos a Terra como:

- uma esfera condutora;
- de potencial neutro;
- de raio infinito.



Fig. 24 Contato entre uma esfera condutora e a Terra.

Essa definição exige cuidados, pois a Terra não é perfeitamente esférica, já que é achatada nos polos. A carga elétrica da Terra não é realmente zero, na verdade é por volta de  $-680$  kC; porém, a Terra é adotada como tendo potencial elétrico nulo. Finalmente, ela não tem raio infinito, mas, considerando as dimensões dos objetos em sua superfície, a afirmação pode ser aceita sem grandes erros.

Diante dessa definição, pode-se perguntar o que acontece quando se coloca um condutor isolado, ou seja, aquele que não está na presença de nenhum corpo carregado, em contato com a Terra. A resposta é simples: como as cargas distribuem-se proporcionalmente aos raios, conclui-se que toda a carga elétrica vai para a Terra.

Caso o corpo condutor esteja positivamente carregado, quando colocado em contato com a Terra, elétrons fluem da Terra para o corpo, neutralizando-o. Se o corpo estiver negativamente carregado, quando colocado em contato com a Terra, os elétrons excedentes fluem do corpo para a Terra.

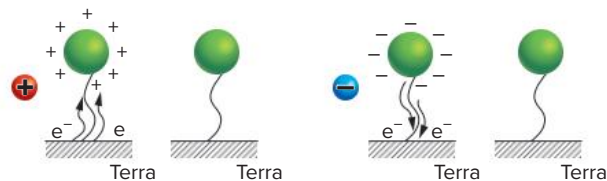


Fig. 25 Representação esquemática de condutores carregados isolados colocados em contato com a Terra.

### Atenção

Todo condutor isolado carregado, ao ser colocado em contato com a Terra, fica neutro.

## Eletrização por indução

O terceiro e último processo estudado neste capítulo é o de eletrização por indução. Apesar de ser possível induzir eletrostaticamente corpos isolantes, a eletrização obtida não é eficiente. Assim, pode-se dizer que o processo de eletrização por indução é utilizado basicamente com condutores. A indução eletrostática pode ser entendida como a separação de cargas que ocorre quando aproximamos de um corpo qualquer outro eletricamente carregado.

Na figura 26, observa-se o efeito de aproximarmos um bastão positivamente carregado de uma esfera condutora. Os elétrons livres da esfera aproximam-se do bastão de vidro e dessa forma tem-se, à direita, uma concentração de cargas negativas. Como a esfera está neutra, no lado esquerdo, tem-se uma concentração de cargas positivas.

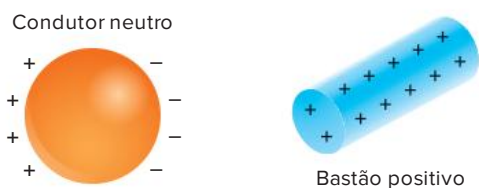


Fig. 26 Representação esquemática da eletrização por indução.

Devido a essa separação de cargas, é possível eletrizar o corpo conforme os passos que serão descritos a seguir.

- I. Conforme se observa na figura 27, o primeiro passo para a eletrização de um corpo por indução é aproximarmos dele um corpo carregado, denominado indutor. Isso irá provocar no induzido (corpo que sofre a indução) uma separação de cargas.

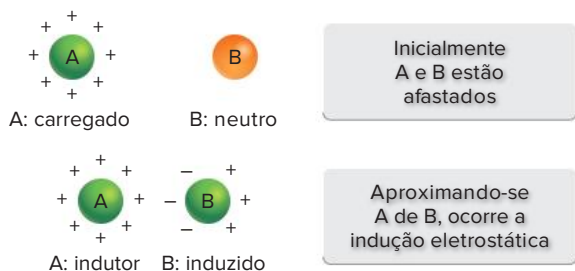


Fig. 27 Processo de indução eletrostática.

Neste ponto, é importante notar que surgem forças atrativas e repulsivas no induzido, devido à presença do indutor. Como as cargas que causam a força atrativa estão mais próximas do indutor do que as cargas que causam as forças repulsivas, a resultante no induzido é atrativa; matematicamente podemos dizer que:

$$F_1 > F_2$$

Assim, o efeito global do indutor sobre o induzido é atrativo.

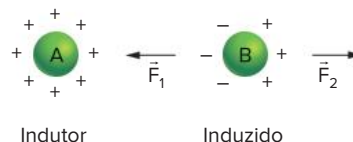


Fig. 28 Forças que agem sobre o condutor induzido.

Do exposto anteriormente, podemos concluir que, se a atração entre dois corpos é mútua, existem três possibilidades para os seus estados de eletrização. No caso de um corpo neutro, a atração é muito mais intensa se ele for condutor.

Atração	
Positivo	Negativo
Positivo	Neutro
Negativo	Neutro

Tab. 3 Situações possíveis de ocorrer atração.

Assim, ao contrário do que muitas pessoas pensam, se dois corpos se atraem, eles não precisam necessariamente ter cargas de sinais opostos, um deles pode até estar neutro.

Para que haja repulsão, os corpos devem estar necessariamente carregados com cargas de mesmo sinal.

Repulsão	
Positivo	Positivo
Negativo	Negativo

Tab. 4 Situações possíveis de ocorrer repulsão.

- II. O segundo passo é realizar, na presença do indutor, o aterramento do induzido. Isto faz com que as cargas que estão sendo repelidas, no caso da figura as cargas positivas do induzido, sejam neutralizadas, pois, quando o contato com a Terra for feito, elétrons fluirão da Terra para o induzido.

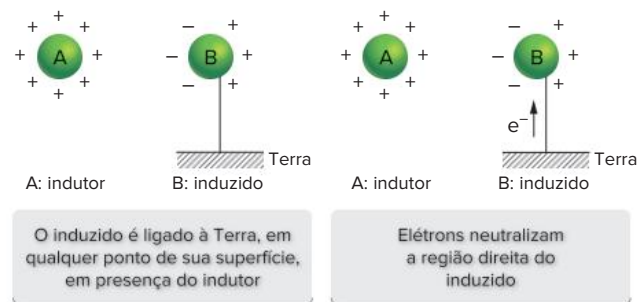


Fig. 29 Aterramento de um corpo condutor induzido.

Observa-se que, mesmo o induzido estando aterrado, ele não está neutro, pois não está isolado.

Outro detalhe importante é o fato de que o aterramento pode ser feito em qualquer lugar, ou seja, o contato com a Terra poderia ser feito tanto no lado esquerdo quanto no lado direito da esfera, pois as cargas negativas serão mantidas no induzido devido à presença do indutor.

III. O terceiro passo é desfazer o contato entre o induzido e a Terra na presença do indutor. Dessa forma, garante-se que o induzido esteja eletrizado, pois caso desfizéssemos o contato com a Terra após afastarmos o indutor, o excesso de cargas negativas do induzido fluiria para a Terra.

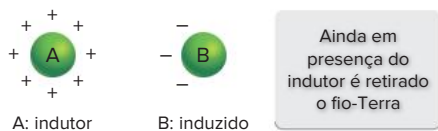


Fig. 30 Rompimento do contato entre o induzido e a Terra.

Uma observação importante é que ao contrário da eletrização por contato, em que todos os corpos adquirem cargas de mesmo sinal, na eletrização por indução, o indutor e o induzido têm, ao final do processo, cargas de sinais opostos.

IV. O último passo é afastarmos o indutor. Se o induzido tiver formato esférico, estando ele isolado, as cargas distribuem-se uniformemente na sua superfície.

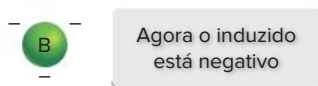


Fig. 31 Distribuição de cargas no corpo induzido isolado.

### Atenção

Note que, se a carga do indutor fosse negativa, o processo ocorreria de forma similar. Nesse caso, a carga final do induzido seria positiva.

## Indução parcial e indução total

Dependendo da posição e geometria do indutor ou induzido, a indução pode ser parcial ou total. A indução é dita parcial quando a quantidade de carga induzida é menor que a quantidade de carga do indutor, e ela é dita total quando a quantidade de carga induzida é igual à quantidade de carga do indutor. É importante ressaltar que a carga induzida nunca será maior, em módulo, que o módulo da carga do indutor.

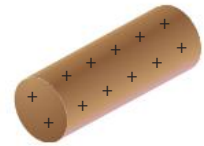
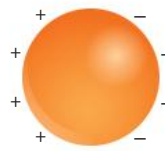
### Indução parcial

A figura 32 mostra um condutor neutro que sofreu indução. Percebe-se que as cargas induzidas no condutor neutro (+4) e (-4) são, em módulo, menores que a carga do corpo que provoca a indução (+12).

Os fatores que podem alterar a carga induzida são a distância entre o indutor e o induzido e a quantidade

de carga do indutor. É fácil intuir que quanto menor a distância entre o indutor e o induzido, maior será a quantidade de carga induzida. Da mesma forma, quanto mais carga tiver o indutor, mais cargas ele será capaz de induzir.

Condutor neutro



Bastão positivo

Fig. 32 Indução parcial.

### Indução total

Considere um condutor oco com carga total +Q distribuída ao longo de sua superfície mais externa.

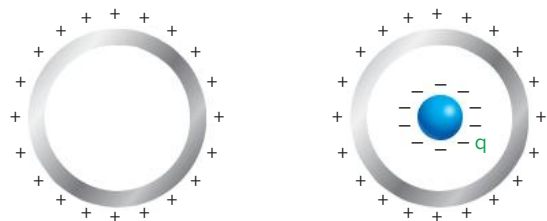


Fig. 33 Condutor esférico carregado positivamente com uma carga negativa introduzida no seu interior.

Percebemos que a carga na sua superfície mais interna é nula. A seguir, introduziremos em seu interior uma pequena esfera com carga elétrica  $-q$ . Essa esfera fará o papel de indutor.

A carga negativa induzirá na superfície interna do condutor oco uma carga de igual módulo, mas de sinal oposto. Nesse caso, a carga será  $+q$ .

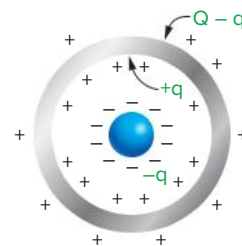


Fig. 34 Indução total.

A carga da superfície mais externa do condutor oco se altera, a fim de que a soma total de suas cargas continue inalterada.

$$+q + (Q - q) = +Q$$

Esse tipo de indução é denominada **indução total**, pelo fato de que a carga induzida tem mesmo valor da carga do indutor. Ela só ocorre quando o indutor carregado encontra-se no interior do condutor oco, que é o induzido.

Outro exemplo é o capacitor plano, no qual a indução também é total. O estudo dos capacitores será feito mais adiante.



## Exercícios resolvidos

Um exemplo interessante da eletrização por atrito é o gerador Van de Graaff, cujo nome se deve ao seu criador, Robert J. Van de Graaff (1901-1967). Esse gerador é capaz de acumular uma grande quantidade de carga, gerando diferenças de potencial na casa de milhões de volts.

Seu princípio de funcionamento baseia-se em eletrização por atrito e por indução. É constituído basicamente por uma esfera metálica condutora apoiada em um suporte isolante. Do interior do condutor esférico pende um pente metálico encostado na correia de borracha presa entre duas roldanas. A polia é acionada pelo motor, e a correia de borracha é atritada em uma substância específica.

Ao iniciar o movimento do motor, a roldana inferior eletriza-se negativamente, e, devido à sua alta densidade de cargas elétricas, forma-se o plasma, um gás ionizado, próximo ao pente inferior, atraindo os núcleos positivos que se aderem à correia. A correia move-se para cima e ao chegar à roldana superior encontra-a positivamente carregada. Novamente há a formação de um plasma, e os elétrons da esfera são atraídos e escoam para a correia, neutralizando-a. Esse fluxo de elétrons ocorre através do pente utilizando-se do efeito das pontas. Dessa forma, a esfera fica positivamente carregada, podendo atingir elevados valores de tensão. É importante notar que, para que as roldanas adquiram cargas de sinais opostos, elas devem ser feitas de materiais diferentes.

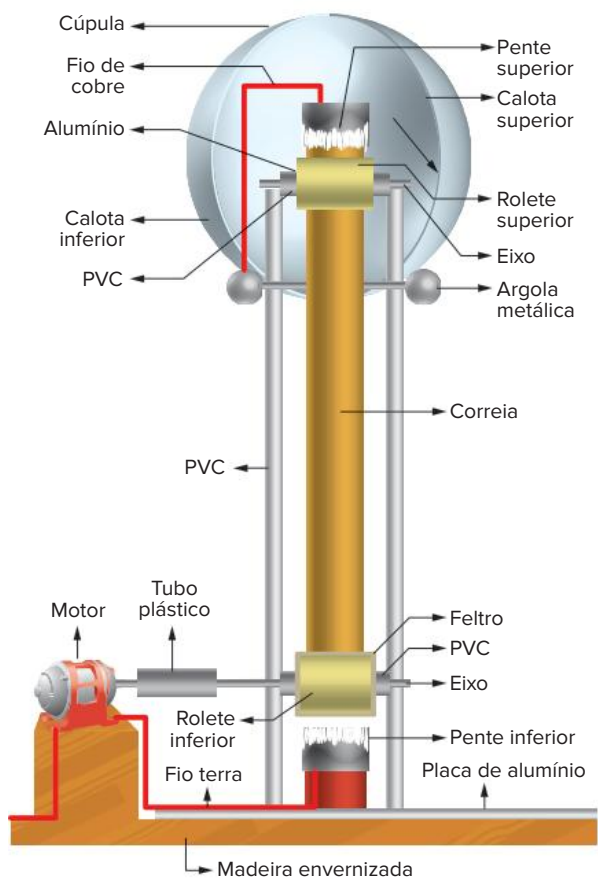


Fig. 35 Esquema de montagem de um gerador de Van de Graaff.

- 2 Fatec** Considere três pequenas esferas metálicas X, Y e Z, de diâmetros iguais. A situação inicial das esferas é a seguinte: X neutra, Y carregada com carga  $+Q$  e Z carregada com carga  $-Q$ . As esferas não trocam cargas elétricas com o ambiente. Fazendo-se a esfera X tocar primeiro na esfera Y e depois na esfera Z. Determine a carga final de X.

### Resolução:

X está neutra  $\rightarrow Q_x = 0$

Y está com carga  $+Q$

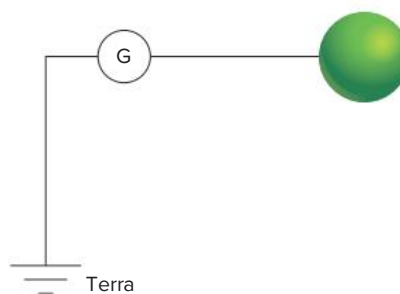
Z está com carga  $-Q$

As três esferas são condutoras e idênticas:

$$\text{Primeiro contato: } Q_x = Q_y = \frac{0+Q}{2} = \frac{+Q}{2}$$

$$\text{Segundo contato: } Q_x = Q_y = \frac{\frac{+Q}{2} - Q}{2} = \frac{-Q}{4}$$

- 3 Vunesp** A figura a seguir mostra uma esfera condutora ligada à Terra por meio de um galvanômetro G.



Com essa montagem, observou-se que o galvanômetro indica:

- um pulso de corrente, enquanto se aproxima da esfera condutora um bastão carregado com cargas positivas, e
- outro pulso de corrente, mas de sentido contrário ao primeiro, quando se leva para longe da esfera o mesmo bastão.

Usando a seguinte representação:

carga positiva:  $+$

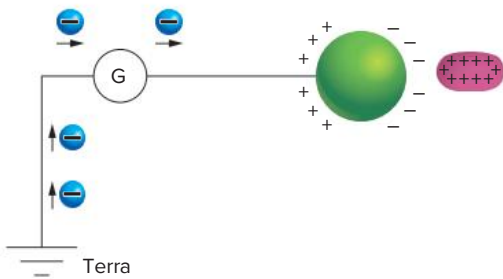
carga negativa:  $-$

carga nula:  $n$

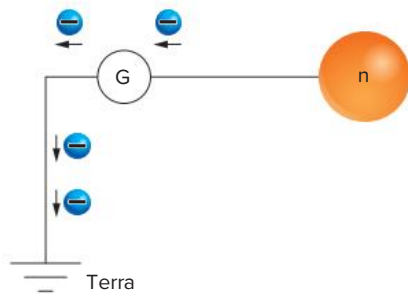
- a) Copie e complete a figura, mostrando tanto a distribuição de cargas na esfera condutora como o sentido da corrente de elétrons que flui pelo galvanômetro G, enquanto se aproxima da esfera o bastão carregado.
- b) Copie novamente e complete a figura, mostrando tanto a distribuição de cargas na esfera condutora como o sentido da corrente de elétrons que flui pelo galvanômetro G, quando se leva para longe da esfera o bastão carregado.



### Resolução:



Observar que, na aproximação do bastão positivamente carregado, tem-se um movimento de elétrons da Terra para o corpo, o que faz com que ele fique negativo.



No afastamento do bastão carregado, tem-se um movimento dos elétrons para a Terra, ficando a esfera neutra.

## Eletroscópios

Eletroscópios são dispositivos utilizados para se determinar o estado de eletrização de um corpo. Para tal, é necessário saber se um determinado corpo está ou não eletrizado e, caso esteja, determinar o sinal de sua carga.

Os eletroscópios mais utilizados são o pêndulo eletrostático e o eletroscópio de folhas. A seguir serão descritos os procedimentos necessários para o uso de cada um deles.

### Pêndulo eletrostático

O pêndulo eletrostático consiste de um suporte com um fio isolante, do qual pende uma esfera leve e condutora. O procedimento para verificar se um corpo está ou não eletrizado e qual o sinal de sua carga é simples. O seu princípio de funcionamento baseia-se no fenômeno de indução, conforme se vê adiante.

Ao aproximarmos do pêndulo eletrostático um corpo neutro, nada acontece.



Fig. 36 Pêndulo eletrostático.

No entanto, se aproximarmos corpos eletrizados do eletroscópio, a sua esfera condutora será atraída por indução, acusando a eletrização do corpo que foi aproximado.

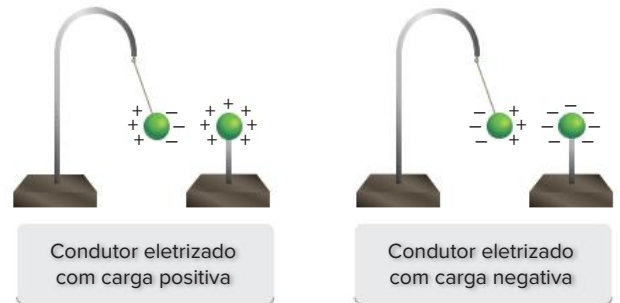


Fig. 37 Pêndulo é atraído caso o corpo esteja carregado.

Após notar a presença de cargas no corpo, como saber o sinal destas cargas?

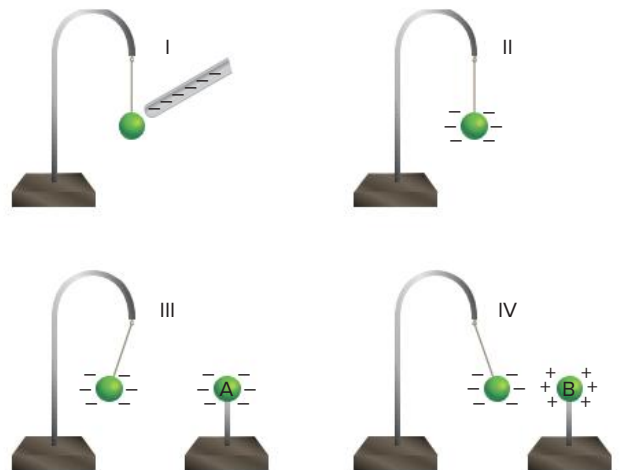


Fig. 38 Verificação da carga do corpo eletrizado.

A sequência mostra o procedimento do uso do pêndulo eletrostático, para descobrir o sinal da carga elétrica de um corpo eletrizado:

- I. Eletriza-se a esfera do pêndulo com carga de sinal conhecido. No exemplo, foi usada carga negativa.
- II. A esfera do pêndulo já está eletrizada.
- III. Se a esfera é **repelida** quando aproximamos dela um corpo eletrizado, podemos concluir que esse corpo está eletrizado com carga de **sinal igual** ao da esfera. Na figura, o corpo A possui carga elétrica negativa.
- IV. Se a esfera é **atraída** quando aproximamos dela um corpo, podemos concluir que esse corpo está eletrizado com carga de **sinal oposto** ao da esfera. Na figura, o corpo B possui carga elétrica positiva.

### Eletroscópio de folhas

O eletroscópio de folhas é um outro tipo de dispositivo utilizado para se determinar a eletrização de um corpo que dele se aproxima. Ele consiste de uma esfera metálica ligada a duas folhas metálicas móveis por meio de uma haste condutora.



Fig. 39 Eletroscópio de folhas.

Assim também, por meio do fenômeno da indução, é possível determinar o estado de eletrização de um corpo, conforme se vê na figura 40. Se o corpo estiver neutro, as folhas permanecem fechadas. Caso o corpo esteja carregado, as folhas se abrem, pois possuem cargas de mesmo sinal.

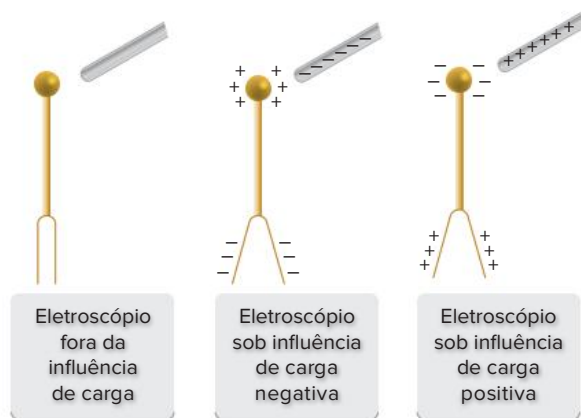


Fig. 40 Eletroscópio de folhas na presença de um corpo neutro e de corpos carregados.

Então, como detectar o sinal da carga eventualmente presente?

A resposta é simples e o princípio é similar ao do pêndulo eletrostático: carregando-se o eletroscópio com carga de sinal conhecido previamente, o resultado pode ser observado na figura 41.

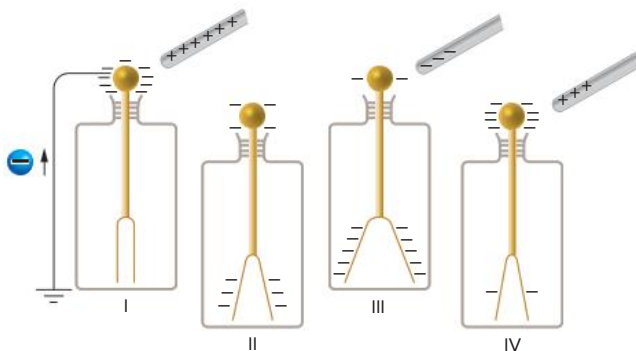


Fig. 41 Processo de utilização do eletroscópio de folhas.

- I. Eletriza-se o eletroscópio com carga de sinal conhecido. No exemplo, foi usada carga negativa, através da eletrização por indução.
- II. As folhas se afastam um pouco devido à repulsão, já que o eletroscópio encontra-se eletrizado.

- III. Se um bastão eletrizado negativamente for aproximado da esfera do eletroscópio, alguns elétrons serão repelidos a ponto de descer para as folhas, aumentando a repulsão entre elas. Tais folhas se afastam ainda mais, devido ao aumento da repulsão entre elas.
- IV. Se, ao contrário, aproximarmos da esfera do eletroscópio um bastão eletrizado positivamente, alguns elétrons serão atraídos pelo bastão a ponto de subir até a esfera do eletroscópio, abandonando as folhas. Tais folhas, então, se aproximam devido à diminuição da repulsão entre elas.

## Lei de Coulomb

Foi o francês Charles Augustin de Coulomb quem comprovou experimentalmente em 1785 as ideias do cientista inglês Priestley, que afirmara 10 anos antes que as forças de repulsão e atração entre as cargas deveriam ser regidas por uma lei semelhante à da gravitação universal. Essa comprovação experimental é conhecida como Lei de Coulomb, que é válida para partículas eletrizadas.

O enunciado da Lei de Coulomb pode ser apresentado da seguinte forma:

As forças de interação entre duas partículas eletrizadas possuem intensidades iguais e são sempre dirigidas segundo o segmento de reta que as une. Suas intensidades são diretamente proporcionais ao módulo do produto das cargas e inversamente proporcionais ao quadrado da distância entre as partículas.

Recordemos que se deve entender por **partículas** os corpos de **dimensões desprezíveis** em comparação com as demais dimensões consideradas. A interação entre partículas eletrizadas manifesta-se através de forças de **atração** ou de **repulsão**, dependendo dos sinais das cargas.

Sejam duas partículas eletrizadas com cargas  $Q$  e  $q$ , a uma distância  $d$  uma da outra. De acordo com a Lei de Coulomb, a intensidade da força de interação (atração ou repulsão) entre as cargas é calculada por:

$$F = K \frac{|Q| \cdot |q|}{d^2}$$

Na equação apresentada,  $K$  é uma constante de proporcionalidade, denominada **constante eletrostática**, cujo valor depende do meio em que as cargas elétricas se encontram. Essa constante é definida, no SI, por:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon}, \text{ sendo } \epsilon \text{ a permissividade absoluta do meio.}$$

Em nosso estudo, de forma geral, o meio considerado é o vácuo, cuja permissividade absoluta é no SI:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{C}^2$$

Substituindo na equação anterior:

$$K_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \frac{1}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}$$

Portanto:  $K_0 \cong 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

É comum encontrar os termos **permissividade relativa** ou **constante dielétrica**, denominações referentes a uma mesma grandeza, definida pela relação:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

Assim, a permissividade relativa ( $\epsilon_r$ ) de um meio é o quociente da permissividade absoluta desse meio ( $\epsilon$ ) pela permissividade absoluta do vácuo ( $\epsilon_0$ ).

A seguir, apresentamos uma tabela com os valores das permissividades relativas de alguns dielétricos.

Meio	Constante dielétrica ( $\epsilon_r$ )
Vácuo	1,00000
Ar	1,00054
Água (a 0 °C)	88
Papel	3,5
Mica	5,4
Âmbar	2,7
Porcelana	6,0
Vidro pirex	4,5
Baquelita	4,8
Polietileno	2,3
Teflon	2,1

Tab. 5 Constantes dielétricas de vários materiais do cotidiano.

## Unidade de carga elétrica

Conforme mencionado anteriormente, a unidade de carga elétrica no sistema internacional é o coulomb (C). Como 1 coulomb é uma carga muito grande, na prática, são muito utilizados os submúltiplos:

$$\begin{aligned} \text{milicoulomb} &= \text{mC} = 10^{-3} \text{ C} \\ \text{microcoulomb} &= \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C} \\ \text{nanocoulomb} &= \text{nC} = 10^{-9} \text{ C} \\ \text{picocoulomb} &= \text{pC} = 10^{-12} \text{ C} \end{aligned}$$

A carga elementar, expressa em coulomb, vale  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

### Atenção

A grandeza fundamental da eletricidade não é a carga elétrica, e sim a corrente elétrica que é medida em amperes (A). Um ampere é equivalente a uma corrente elétrica correspondente a uma carga de 1 C que atravessa uma área de seção no intervalo de 1 s, ou seja,  $1 \text{ A} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ s}}$ . Esse assunto será visto com mais profundidade adiante.

## Exercício resolvido

4 Duas cargas elétricas puntiformes  $Q_1 = 8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$  e  $Q_2 = -2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$  estão fixas no vácuo, separadas por uma distância  $d = 6 \text{ cm}$ . Determine:

a) a intensidade da força elétrica de atração.

b) a intensidade da força elétrica resultante, que age sobre uma carga  $Q_3 = 10^{-8} \text{ C}$ , colocada no ponto médio do segmento que une  $Q_1$  a  $Q_2$ .

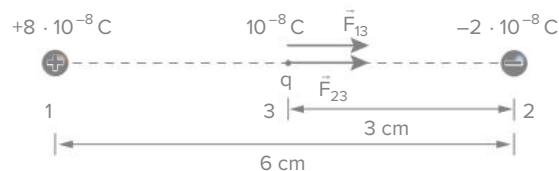
### Resolução:

Utilizando-se a Lei de Coulomb, para o vácuo, tem-se:

$$F = \frac{K \cdot |Q_1| \cdot |q|}{d^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{(6 \cdot 10^{-2})^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = 4 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

A figura abaixo ilustra a situação:



Observa-se que o módulo da força resultante é igual à soma dos módulos das forças  $\vec{F}_{13}$  e  $\vec{F}_{23}$ .

Assim, pela Lei de Coulomb:

$$\begin{aligned} F_R &= \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-8}}{(3 \cdot 10^{-2})^2} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-8}}{(3 \cdot 10^{-2})^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow F_R = 10^{-2} \text{ N} \end{aligned}$$

A Lei de Coulomb, que ora acabamos de enunciar, foi obtida experimentalmente e, para determiná-la, Coulomb usou uma balança de torção (veja a figura 42). Ela fornece a intensidade da força em função do ângulo de torção medido em uma escala previamente calibrada.



Fig. 42 Balança de torção. Coleção de Física do Museu da Ciência da Universidade de Coimbra, nº de inventário FIS.0210.

José Pessoa/Diário de documentação fotográfica do Instituto dos Museus e da Conservação

## A Lei de Coulomb para sistemas com mais de duas cargas

No tópico anterior, estudou-se a Lei de Coulomb aplicada para um sistema formado por duas cargas. Neste tópico, será abordado o caso de um sistema formado por três ou mais cargas. Nesse caso, o procedimento será aplicar o princípio da superposição, que pode ser enunciado como:

O efeito final da ação de várias cargas sobre uma outra carga é igual à soma dos efeitos individuais de cada uma dessas cargas sobre a carga em questão.

Dessa forma, para se determinar a força elétrica resultante sobre uma carga qualquer em um sistema formado por  $n$  cargas, determina-se a força devido a cada uma das outras  $n - 1$  cargas e calcula-se o somatório vetorial dessas forças (Fig. 43).

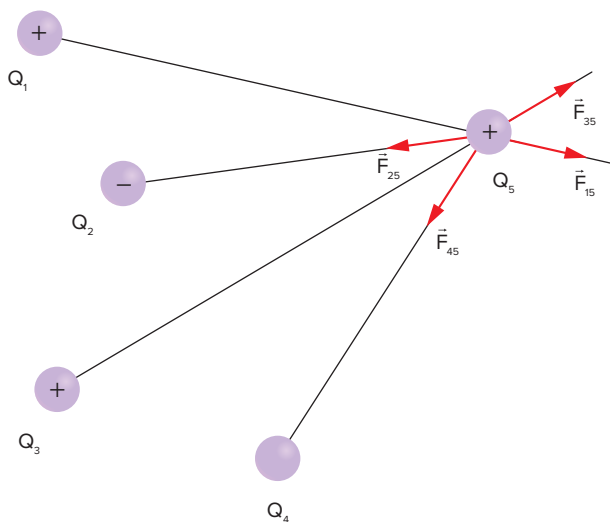


Fig. 43 Princípio da superposição para cargas pontiformes em repouso.

$$\vec{F}_5 = \vec{F}_{15} + \vec{F}_{25} + \vec{F}_{35} + \vec{F}_{45}$$

Em muitos exercícios, deseja-se obter a força resultante em uma carga devido à ação de dois vetores de direções diferentes. Nesse caso, é muito útil a lei dos cossenos aplicada à soma de vetores. Para a obtenção do vetor soma, basta colocar os dois vetores que se deseja somar em origem comum, verificar o ângulo  $\alpha$  formado entre eles e aplicar a regra do paralelogramo.

A regra do paralelogramo consiste em, partindo da extremidade dos vetores, traçar paralelas aos mesmos. O ponto de interseção dessas paralelas é ligado à origem comum dos vetores a serem somados tal que:

$$F_R^2 = F_{21}^2 + F_{31}^2 + 2F_{21}F_{31} \cos \alpha$$

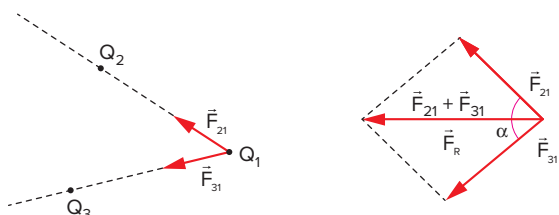
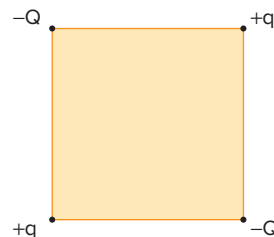


Fig. 44 Regra do paralelogramo.

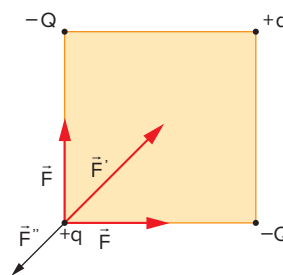
## Exercícios resolvidos

- 5 UEL Quatro cargas elétricas estão fixadas nos vértices de um quadrado de lado  $L$ , como na figura a seguir, estando indicados os módulos e os sinais das cargas. Determine, em função de  $q$ , o valor do módulo da carga  $-Q$  para que a força elétrica resultante em uma das cargas  $+q$  seja nula.



### Resolução:

Isolando-se uma das cargas  $+q$ , tem-se o seguinte diagrama de forças.



As forças de módulo  $F$  fazem ângulo de  $90^\circ$ , logo a sua resultante tem a mesma direção da diagonal do quadrado que liga as cargas  $+q$ , tal que, pelo Teorema de Pitágoras:

$$F'^2 = F^2 + F^2 = 2F^2$$

$$F' = \sqrt{2F^2} = \sqrt{2}F$$

Da Lei de Coulomb:

$$F = \frac{K|Q||q|}{d^2}$$

Já a força entre as cargas  $+q$  é dada por:

$$F'' = \frac{Kq^2}{\left(\frac{2L}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{Kq^2}{2L^2}$$

Para que a carga  $+q$  esteja em equilíbrio, tem-se que:

$$F' = F''$$

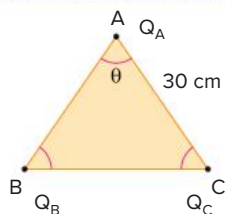
$$\sqrt{2} \frac{KQq}{L^2} = \frac{Kq^2}{2L^2} \Rightarrow Q = \frac{q}{2\sqrt{2}}$$

$$Q = \frac{q\sqrt{2}}{4}, \text{ em módulo.}$$

- 6 Na figura a seguir, tem-se um triângulo equilátero de lado  $30 \text{ cm}$  nos quais tem-se nos vértices A, B e C cargas pontiformes iguais a  $1 \mu\text{C}$ ,  $6 \mu\text{C}$  e  $-4 \mu\text{C}$ . Nessas condições, supondo que as cargas estão no vácuo, determine a força elétrica resultante sobre a carga

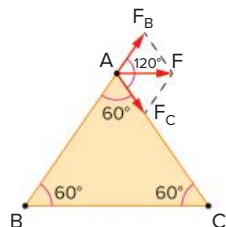
colocada no vértice A, devido às cargas colocadas nos vértices B e C.

▶ **Dado:**  $k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ .



### Resolução:

Na figura a seguir, tem-se os vetores representativos das forças que as cargas colocadas em B e C exercem sobre a carga colocada em A. Na mesma figura, foi utilizada a regra do paralelogramo para se obter a força resultante.



Utilizando a lei dos cossenos, tem-se que a força resultante é dada por:

$$F^2 = F_B^2 + F_C^2 + 2F_B F_C \cos(120^\circ)$$

$$F^2 = F_B^2 + F_C^2 - F_B F_C$$

Resta agora a aplicação da Lei de Coulomb para a determinação de  $F_B$  e  $F_C$ , tal que:

$$F_B = \frac{k_0 |Q_A| |Q_B|}{d_{AB}^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-1})^2} = 6 \cdot 10^{-1} \text{ N}$$

Da mesma forma, tem-se para  $F_C$  que:

$$F_C = \frac{k_0 |Q_A| |Q_C|}{d_{AC}^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-1})^2} = 4 \cdot 10^{-1} \text{ N}$$

Substituindo-se esses valores na expressão inicial, tem-se que:

$$F^2 = (6 \cdot 10^{-1})^2 + (4 \cdot 10^{-1})^2 - (6 \cdot 10^{-1}) \cdot (4 \cdot 10^{-1})$$

$$F = 2\sqrt{7} \cdot 10^{-1} \text{ N}$$

## Revisando

- 1 Determine a carga elétrica de um condutor que, estando inicialmente neutro, perdeu  $5,0 \cdot 10^{13}$  elétrons.

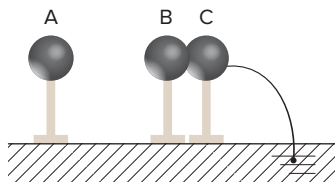
▶ **Dado:**  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

- 2 Qual é a carga elétrica de um corpo que possui 2980 prótons e 3010 elétrons?

▶ **Dado:** carga do próton =  $+1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .



- 3 Fuvest (Adapt.)** Três esferas metálicas iguais, A, B e C, estão apoiadas em suportes isolantes, tendo a esfera A carga elétrica negativa. Próximas a ela, as esferas B e C estão em contato entre si, sendo que C está ligada à Terra por um fio condutor, como na figura.



A partir dessa configuração, o fio é retirado e, em seguida, a esfera A é levada para muito longe. Finalmente, as esferas B e C são afastadas uma da outra. Após esses procedimentos, determinar o sinal das cargas das esferas A, B e C.

- 4 Fuvest 2016 (Adapt.)** Duas pequenas esferas,  $E_1$  e  $E_2$ , feitas de materiais isolantes diferentes, inicialmente neutras, são atritadas uma na outra durante 5 s e ficam eletrizadas. Em seguida, as esferas são afastadas e mantidas a uma distância de 30 cm, muito maior que seus raios. A esfera  $E_1$  ficou com carga elétrica positiva de 0,8 nC. Determine
- a diferença  $N$  entre o número de prótons e o de elétrons da esfera  $E_1$ , após o atrito;
  - o sinal e o valor da carga elétrica  $Q$  de  $E_2$ , após o atrito;
  - o módulo da força elétrica  $F$  que atua entre as esferas depois de afastadas.

► **Note e adote:**

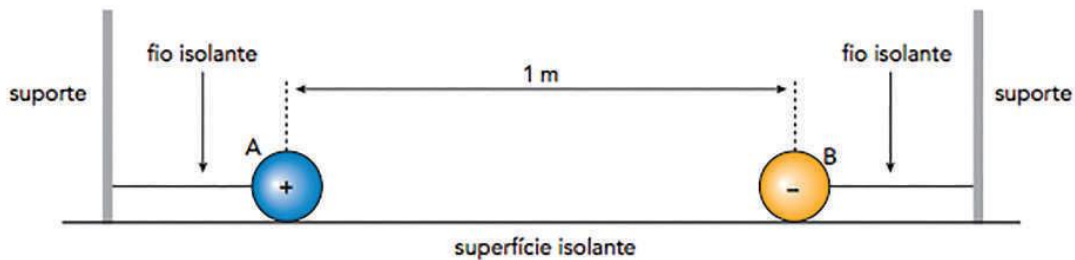
$$1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}$$

$$\text{Carga do elétron} = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{Constante eletrostática: } k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$$

Não há troca de cargas entre cada esfera e o ambiente.

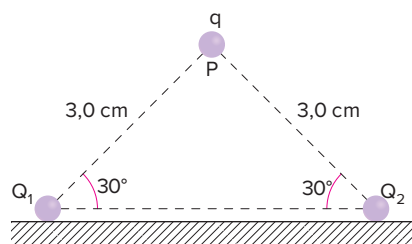
- 5 **Uerj 2018** O esquema abaixo representa as esferas metálicas A e B, ambas com massas de  $10^{-3}$  kg e carga elétrica de módulo igual a  $10^{-6}$  C. As esferas estão presas por fios isolantes a suportes, e a distância entre elas é de 1 m.



Admita que o fio que prende a esfera A foi cortado e que a força resultante sobre essa esfera corresponde apenas à força de interação elétrica.

Calcule a aceleração, em  $\text{m/s}^2$ , adquirida pela esfera A imediatamente após o corte do fio.

- 6 **Mackenzie (Adapt.)** Duas cargas elétricas puntiformes idênticas,  $Q_1$  e  $Q_2$ , cada uma com  $1,0 \cdot 10^{-7}$  C, encontram-se fixas sobre um plano horizontal, conforme a figura adiante. Uma terceira carga  $q$ , de massa 10 g, encontra-se em equilíbrio no ponto P, formando assim um triângulo isósceles vertical. Sabendo que as únicas forças que agem em  $q$  são as de interação eletrostática com  $Q_1$  e  $Q_2$  e seu próprio peso, determine o valor da terceira carga.



## Exercícios propostos

**1 Cesgranrio** Um pedaço de cobre eletricamente isolado contém  $2 \cdot 10^{22}$  elétrons livres, sendo a carga de cada um igual a  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C. Para que o metal adquira uma carga de  $3,2 \cdot 10^{-9}$  C, será preciso remover, desses elétrons livres, um em cada:

- A  $10^4$                       C  $10^{12}$                       E  $10^{20}$   
 B  $10^8$                       D  $10^{16}$

**2** De acordo com os últimos estudos sobre o núcleo dos átomos, os prótons e os nêutrons são formados por três quarks. O próton é formado por um quark “d” e dois quarks “u”, enquanto que o nêutron é constituído de dois “d” e um “u”.

Determine qual deve ser a carga elétrica de cada tipo de quark de maneira que o próton fique com a carga +1 e que a carga de nêutron seja 0.

**3** Um átomo de hélio possui número de massa 4 e número atômico 2. Chamando de  $x$  a carga de cada próton, qual a carga total de prótons e qual a carga total de elétrons?

**4 FMI** O coulomb é uma unidade muito grande, sendo por isso que na prática a carga de um corpo é bem menor que 1 C, justificando os submúltiplos microcoulombs, nanocoulombs.

Quantos elétrons deveriam ser retirados de um corpo qualquer para que ele fique com a carga de 1 C?

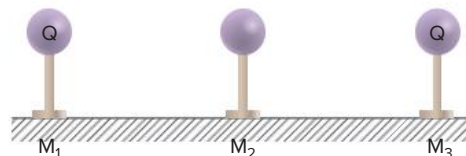
**Dado:** carga elétrica elemental:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C.

- A  $4,23 \cdot 10^{17}$  elétrons.  
 B  $6,25 \cdot 10^{18}$  elétrons.  
 C  $1,60 \cdot 10^{17}$  elétrons.  
 D  $3,13 \cdot 10^{18}$  elétrons.  
 E n.r.a.

**5 EEAR 2019** Considere quatro esferas metálicas idênticas, A, B, C e D, inicialmente separadas entre si. Duas delas, B e D, estão inicialmente neutras, enquanto as esferas A e C possuem cargas elétricas iniciais, respectivamente, iguais a  $3Q$  e  $-Q$ . Determine a carga elétrica final da esfera C após contatos sucessivos com as esferas A, B e D, nessa ordem, considerando que após cada contato, as esferas são novamente separadas.

- A  $\frac{Q}{4}$   
 B  $\frac{Q}{2}$   
 C  $2Q$   
 D  $4Q$

**6 Fuvest** Três esferas metálicas,  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$ , de mesmo diâmetro e montadas em suportes isolantes, estão bem afastadas entre si e longe de outros objetos.



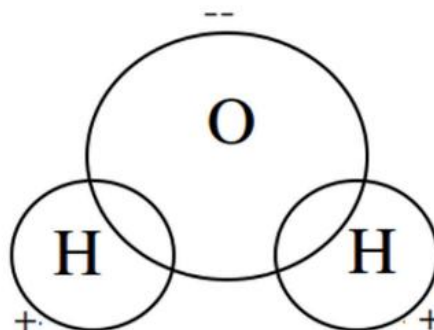
Inicialmente,  $M_1$  e  $M_3$  têm cargas iguais, com valor  $Q$ , e  $M_2$  está descarregada. São realizadas duas operações na sequência indicada.

- I. A esfera  $M_1$  é aproximada de  $M_2$  até que ambas fiquem em contato elétrico. A seguir,  $M_1$  é afastada até retornar à sua posição inicial.
- II. A esfera  $M_3$  é aproximada de  $M_2$  até que ambas fiquem em contato elétrico. A seguir,  $M_3$  é afastada até retornar à sua posição inicial.

Após essas duas operações, as cargas nas esferas serão cerca de:

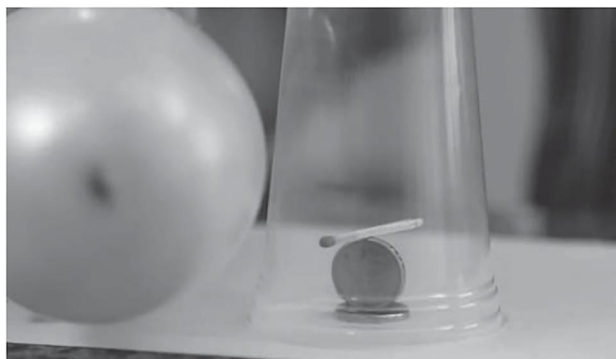
	$M_1$	$M_2$	$M_3$
A	$\frac{Q}{2}$	$\frac{Q}{4}$	$\frac{Q}{4}$
B	$\frac{Q}{2}$	$\frac{3Q}{4}$	$\frac{3Q}{4}$
C	$\frac{2Q}{3}$	$\frac{2Q}{3}$	$\frac{2Q}{3}$
D	$\frac{3Q}{4}$	$\frac{Q}{2}$	$\frac{3Q}{4}$
E	$Q$	zero	$Q$

**7 UFJF/Pism 2019** A água é uma molécula polar, ou seja, embora tenha carga elétrica total nula, há uma separação entre as cargas na mesma molécula devido à diferença de eletronegatividade entre o átomo de oxigênio e os átomos de hidrogênio, conforme mostra a figura. Baseado nisso, um aluno resolveu realizar o seguinte experimento: quando uma torneira de água estava gotejando, colocou um bastão de vidro, previamente atritado em um pano de lã, próximo à trajetória das gotas. Assinale a alternativa **CORRETA**:



- A As gotas de água são repelidas pelo bastão, devido às cargas positivas provenientes do atrito com o pano.
- B As gotas de água são atraídas pelo bastão, quaisquer que sejam as cargas adquiridas no atrito com o pano.
- C As gotas de água não serão nem atraídas nem repelidas pelo bastão, pois moléculas polares sofrem apenas rotações, e não forças resultantes.
- D As gotas de água podem ser atraídas ou repelidas pelo bastão, dependendo de suas cargas ao deixarem a torneira.
- E As gotas de água não serão nem atraídas nem repelidas pelo bastão, pois o atrito de vidro com lã não gera cargas elétricas.

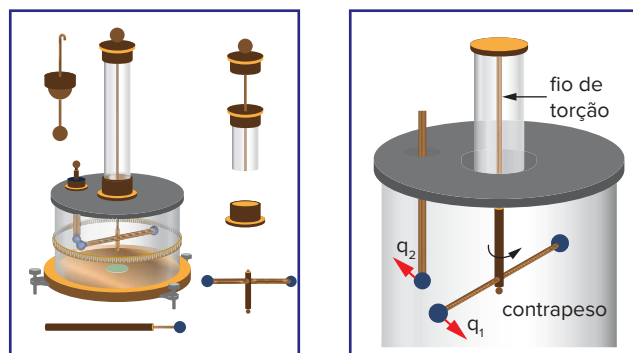
**8 UFU 2019** Um estudante realiza um experimento, utilizando duas moedas, um palito de fósforo, um balão de festa e um copo plástico descartável transparente. Primeiramente, ele coloca o palito de fósforo em equilíbrio sobre uma moeda posicionada na vertical, que se equilibra sobre a segunda moeda na horizontal. Em seguida, cobre o sistema com o copo descartável. Em um outro momento, ele infla o balão e o esfrega no próprio cabelo. Por fim, ele aproxima o balão do palito de fósforo pelo lado de fora do copo de plástico e movimentou o balão em volta do copo. Como resultado, o estudante observa que o palito de fósforo gira sobre a moeda, acompanhando o movimento do balão. A figura mostra o dispositivo montado.



Qual a explicação para o fato de o palito acompanhar o movimento do balão?

- A O balão se magnetiza ao ser inflado, e ele atrai o palito pelo fato de o material que compõe a cabeça do palito ser um material magnético.
- B O balão se aquece após o atrito com o cabelo e, ao se aproximar do copo, provoca correntes de convecção no ar em seu interior, gerando o movimento do palito de fósforo.
- C As moléculas do balão se ionizam após o atrito com o cabelo e, ao se aproximarem da moeda condutora, a ionizam com carga oposta, gerando um campo elétrico que faz o palito de fósforo se mover.
- D O balão se eletriza após atrito com o cabelo e, ao se aproximar do palito de fósforo, o atrai por indução eletrostática.

**9 UFJF/Pism 2016** Em 1785, Charles Augustin de Coulomb, com um auxílio de uma balança de torção, investigou a interação entre cargas elétricas. A balança é composta por uma haste isolante, com duas esferas em suas extremidades, sendo uma isolante (contrapeso) e outra condutora, como mostram as figuras abaixo. Todo o conjunto é suspenso por um fio de torção. Quando o sistema entra em equilíbrio, a esfera condutora é carregada com uma carga  $q_1$  e outra esfera, com carga  $q_2$ , é aproximada da esfera metálica. O sistema sofre uma torção, que depende do sinal e intensidade das cargas. Com isso, é possível determinar a força de interação entre as esferas carregadas em função do ângulo de rotação. Assim, assinale a alternativa que descreve a Lei de Coulomb.



- A A força elétrica é proporcional ao produto das cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas.
- B A força elétrica é proporcional ao produto das massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas.
- C A força elétrica é proporcional ao somatório das cargas e inversamente proporcional à distância entre elas.
- D Independentemente dos sinais das cargas, a torção no fio não irá mudar de direção.
- E Quanto maior a massa das esferas, maior a aceleração causada pela força Coulombiana.

**10 EEAR 2017** Duas esferas idênticas A e B, de cargas iguais a  $Q_A = -3 \mu\text{C}$  e  $Q_B = -8 \mu\text{C}$ , estão inicialmente isoladas uma da outra. Em seguida, ambas são colocadas em contato e depois separadas por uma distância de 30 cm no vácuo. Determine o valor aproximado, em newton, da força elétrica que passa a atuar entre as cargas.

▶ **Dado:** constante eletrostática no vácuo  $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$

- A 2
- B 3
- C 6
- D 9

- 11 FEI** Duas cargas puntiformes  $q_1 = +2 \mu\text{C}$  e  $q_2 = -6 \mu\text{C}$  estão fixas e separadas por uma distância de 600 mm no vácuo. Uma terceira carga  $q_3 = 3 \mu\text{C}$  é colocada no ponto médio do segmento que une as cargas. Qual é o módulo da força elétrica que atua sobre a carga  $q_3$ ?

**Dado:**  $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ .

- A 1,2 N                      C 3,6 N                      E  $3,6 \cdot 10^{-3}$  N  
 B 2,4 N                      D  $1,2 \cdot 10^{-3}$  N

- 12 UEL** A força de repulsão entre duas cargas elétricas puntiformes, que estão a 20 cm uma da outra, é 0,030 N. Esta força aumentará para 0,060 N se a distância entre as cargas for alterada para:

- A 5,0 cm                      C 14 cm                      E 40 cm  
 B 10 cm                      D 28 cm

- 13 Unirio** Duas esferas metálicas idênticas, de dimensões desprezíveis, eletrizadas com cargas elétricas de módulos  $Q$  e  $3Q$  atraem-se com força de intensidade  $3,0 \cdot 10^{-1}$  N quando colocadas a uma distância  $d$ , em certa região do espaço. Se forem colocadas em contato e, após equilíbrio eletrostático, levadas à mesma região do espaço e separadas pela mesma distância  $d$ , a nova força de interação elétrica entre elas será:

- A repulsiva de intensidade  $1,0 \cdot 10^{-1}$  N.  
 B repulsiva de intensidade  $1,5 \cdot 10^{-1}$  N.  
 C repulsiva de intensidade  $2,0 \cdot 10^{-1}$  N.  
 D atrativa de intensidade  $1,0 \cdot 10^{-1}$  N.  
 E atrativa de intensidade  $2,0 \cdot 10^{-1}$  N.

- 14 Vunesp** Dois corpos pontuais em repouso, separados por certa distância e carregados eletricamente com cargas de sinais iguais, repelem-se de acordo com a Lei de Coulomb.

- a) Se a quantidade de carga de um dos corpos for triplicada, a força de repulsão elétrica permanecerá constante, aumentará (quantas vezes?) ou diminuirá (quantas vezes?)  
 b) Se forem mantidas as cargas iniciais, mas a distância entre os corpos for duplicada, a força de repulsão elétrica permanecerá constante, aumentará (quantas vezes?) ou diminuirá (quantas vezes?)

- 15 Unicamp** O fato de os núcleos atômicos serem formados por prótons e nêutrons suscita a questão da coesão nuclear, uma vez que os prótons, que têm carga positiva  $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C, repelem-se através da força eletrostática. Em 1935, H. Yukawa propôs uma teoria para a força nuclear forte, que age a curtas distâncias e mantém os núcleos coesos.

- a) Considere que o módulo da força nuclear forte entre dois prótons  $F_N$  é igual a vinte vezes o módulo da força eletrostática entre eles  $F_E$ , ou seja,  $F_N = 20F_E$ . O módulo da força eletrostática entre dois prótons separados por uma distância  $d$  é dado por  $F_E = K \frac{q^2}{d^2}$ , onde  $K = 9,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ .

Obtenha o módulo da força nuclear forte  $F_N$  entre os dois prótons, quando separados por uma distância  $d = 1,6 \cdot 10^{-15}$  m, que é uma distância típica entre prótons no núcleo.

- b) As forças nucleares são muito maiores que as forças que aceleram as partículas em grandes aceleradores como o LHC. Num primeiro estágio de acelerador, partículas carregadas deslocam-se sob a ação de um campo elétrico aplicado na direção de acelerador, partículas carregadas deslocam-se sob a ação de um campo elétrico aplicado na direção do movimento. Sabendo que um campo elétrico de módulo  $E = 2,0 \cdot 10^6 \text{ N/C}$  age sobre um próton num acelerador, calcule a força eletrostática que atua no próton.

- 16 Unifesp** Duas partículas de cargas elétricas  $q_1 = 4,0 \cdot 10^{-16}$  C e  $q_2 = 6,0 \cdot 10^{-16}$  C estão separadas no vácuo por uma distância de  $3,0 \cdot 10^{-9}$  m. Sendo  $K = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ , a intensidade da força de interação entre elas, em newtons, é de:

- A  $1,2 \cdot 10^5$   
 B  $1,8 \cdot 10^{-4}$   
 C  $2,0 \cdot 10^{-4}$   
 D  $2,4 \cdot 10^{-4}$   
 E  $3,0 \cdot 10^{-3}$

- 17 Mackenzie** Um pequeno corpo, eletrizado com carga  $-q$ , descreve um movimento circular uniforme, de velocidade escalar  $v$ , em torno de um outro, eletrizado com carga  $+q$ , supostamente fixo. O raio da trajetória descrita pelo primeiro corpo é  $r$ . Se esse mesmo corpo descrever seu movimento numa trajetória de raio  $2r$ , sua velocidade escalar será igual a:

- A  $\frac{v\sqrt{2}}{2}$                       C  $v\sqrt{2}$                       E  $4v$   
 B  $v$                       D  $2v$

- 18 Mackenzie** Dois corpúsculos eletrizados com cargas elétricas idênticas estão situados no vácuo ( $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ ) e distantes 1,0 cm um do outro. A intensidade da força de interação eletrostática entre eles é  $3,6 \cdot 10^2$  N. A carga elétrica de cada um desses corpúsculos pode ser:

- A  $9 \mu\text{C}$                       C  $6 \mu\text{C}$                       E  $2 \mu\text{C}$   
 B  $8 \mu\text{C}$                       D  $4 \mu\text{C}$

- 19 IFSul 2019** Considere duas partículas eletrizadas,  $P_1$  e  $P_2$ , ambas com cargas iguais e positivas, localizadas, respectivamente, a 0,5 metros à esquerda e a 0,5 metros à direita da origem de um eixo X. Nesse eixo, sabe-se que não há influência de outras cargas.

- Se uma terceira carga de prova for colocada na origem do eixo X, ela  
 A ficará em repouso.  
 B será acelerada para a direita.  
 C será acelerada para a esquerda.  
 D entrará em movimento retilíneo uniforme.



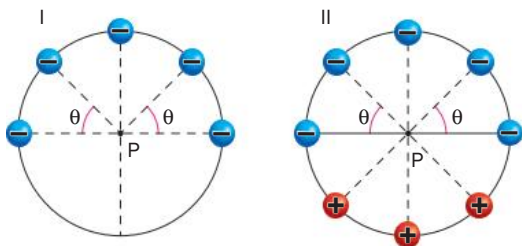
- 20 PUC-Campinas** As cargas elétricas puntiformes  $Q_1$  e  $Q_2$  posicionadas em pontos fixos conforme o esquema a seguir, mantêm, em equilíbrio, a carga elétrica puntiforme  $q$  alinhada com as duas primeiras.



De acordo com as indicações do esquema, o módulo da razão  $\frac{Q_1}{Q_2}$  é igual a:

- A 36      B 9      C 2      D  $\frac{3}{2}$       E  $\frac{2}{3}$

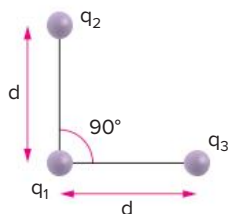
- 21 Fuvest** Pequenas esferas, carregadas com cargas elétricas negativas de mesmo módulo  $Q$ , estão dispostas sobre um anel isolante e circular, como indicado na figura I. Nessa configuração, a intensidade da força elétrica que age sobre uma carga de prova negativa, colocada no centro do anel (ponto P), é  $F_1$ .



Se forem acrescentadas sobre o anel três outras cargas de mesmo módulo  $Q$ , mas positivas, como na figura II, a intensidade da força elétrica no ponto P passará a ser:

- A zero      C  $\left(\frac{3}{4}\right)F_1$       E  $2F_1$   
 B  $\left(\frac{1}{2}\right)F_1$       D  $F_1$

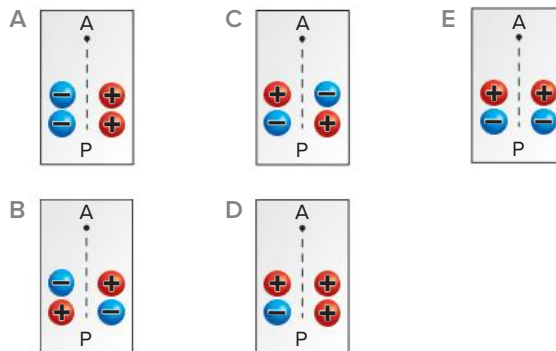
- 22 Unifesp** Considere a seguinte “unidade” de medida: a intensidade da força elétrica entre duas cargas  $q$ , quando separadas por uma distância  $d$ , é  $F$ . Suponha em seguida que uma carga  $q_1 = q$  seja colocada frente a duas outras cargas,  $q_2 = 3q$  e  $q_3 = 4q$ , segundo a disposição mostrada na figura:



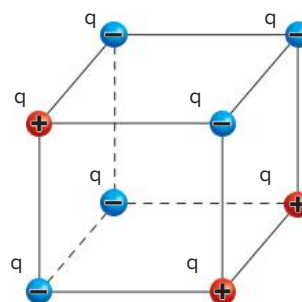
A intensidade da força elétrica resultante sobre a carga  $q_1$ , devido às cargas  $q_2$  e  $q_3$ , será:

- A 2F      C 4F      E 9F  
 B 3F      D 5F

- 23 Fuvest** Um pequeno objeto, com carga elétrica positiva, é largado da parte superior de um plano inclinado, no ponto A, e desliza, sem ser desviado, até atingir o ponto P. Sobre o plano, estão fixados quatro pequenos discos com cargas elétricas de mesmo módulo. As figuras representam os discos e sinais das cargas, vendo-se o plano de cima. Das configurações a seguir, a única compatível com a trajetória retilínea do objeto é:



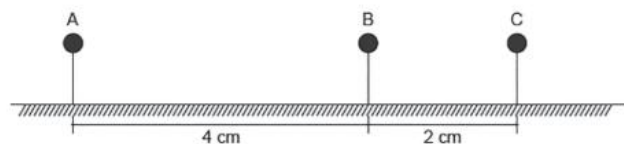
- 24 PUC** Em cada um dos vértices de uma caixa cúbica de aresta  $\ell$  foram fixadas cargas elétricas de módulo  $q$  cujos sinais estão indicados na figura.



Sendo  $K$  a constante eletrostática do meio, o módulo da força elétrica que atua sobre uma carga, pontual de módulo  $2q$ , colocada no ponto de encontro das diagonais da caixa cúbica é:

- A  $\frac{4kq^2}{3\ell^2}$       D  $\frac{8kq^2}{\ell^2}$   
 B  $\frac{8kq^2}{3\ell^2}$       E  $\frac{4kq^2}{\ell^2}$   
 C  $\frac{16kq^2}{3\ell^2}$

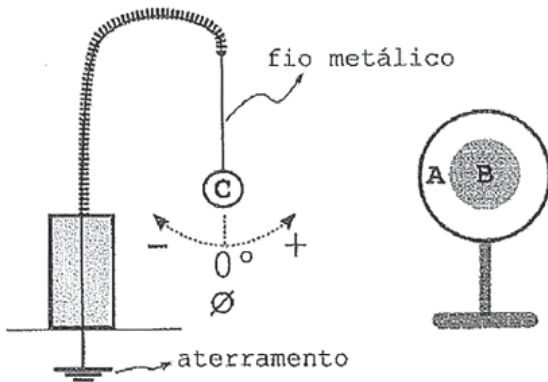
- 25 PUC-RS 2016** Três esferas de dimensões desprezíveis A, B e C estão eletricamente carregadas com cargas elétricas respectivamente iguais a  $2q$ ,  $q$  e  $q$ . Todas encontram-se fixas, apoiadas em suportes isolantes e alinhadas horizontalmente, como mostra a figura abaixo:



O módulo da força elétrica exercida por **B** na esfera **C** é **F**. O módulo da força elétrica exercida por **A** na esfera **B** é

- A F/4    B F/2    C F    D 2F    E 4F

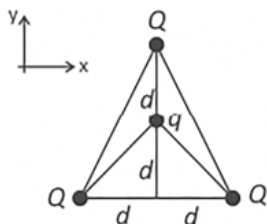
**26 Esc. Naval 2016** Analise a figura abaixo.



Na figura acima temos uma esfera AB, maciça, de material isolante elétrico, dividida em duas regiões concêntricas, A e B. Em B há um excesso de carga elétrica  $Q$ , de sinal desconhecido. A região A está eletricamente neutra. No pêndulo eletrostático temos a esfera metálica C aterrada por um fio metálico. Ao se aproximar a esfera isolante AB da esfera metálica C pela direita, conforme indica a figura, qual será a inclinação do fio metálico?

- A Negativa, se  $Q < 0$ .  
 B Nula, se  $Q < 0$ .  
 C Positiva, independente do sinal de  $Q$ .  
 D Negativa, se  $Q > 0$ .  
 E Nula, independente do sinal de  $Q$ .

**27 Fuvest 2019** Três pequenas esferas carregadas com carga positiva  $Q$  ocupam os vértices de um triângulo, como mostra a figura. Na parte interna do triângulo, está afixada outra pequena esfera, com carga negativa  $q$ . As distâncias dessa carga às outras três podem ser obtidas a partir da figura.



Sendo  $Q = 2 \times 10^{-4} \text{ C}$ ,  $q = -2 \times 10^{-5} \text{ C}$  e  $d = 6 \text{ m}$ , a força elétrica resultante sobre a carga  $q$

- A é nula.  
 B tem direção do eixo  $y$ , sentido para baixo e módulo 1,8 N.  
 C tem direção do eixo  $y$ , sentido para cima e módulo 1,0 N.  
 D tem direção do eixo  $y$ , sentido para baixo e módulo 1,0 N.  
 E tem direção do eixo  $y$ , sentido para cima e módulo 0,3 N.

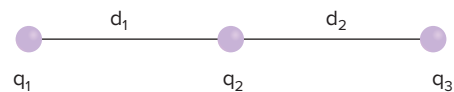
**Note e adote:** A constante  $k_0$  da lei de Coulomb vale  $9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$

**28 UFBA** Um cilindro de vidro transparente possui internamente, na sua base inferior, uma esfera eletrizada, fixa, com carga  $Q = 8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ . Uma segunda esfera, de carga  $q = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  e peso  $P = 9 \cdot 10^{-1} \text{ N}$ , é introduzida na abertura superior do cilindro e se mantém em equilíbrio nessa posição.

Considerando  $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$  e  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , determine a distância que separa os centros das esferas.

**29 ITA** Tem-se três pequenas esferas carregadas com cargas  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$ . Sabendo que:

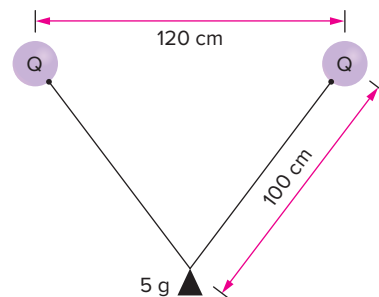
- I. estas três esferas estão colocadas no vácuo, sobre um plano horizontal sem atrito.
- II. os centros dessas esferas estão em uma mesma reta horizontal.
- III. as esferas estão em equilíbrio nas posições indicadas na figura abaixo.
- IV. a carga da esfera  $q_2$  vale  $+2,7 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ .
- V.  $d_1 = d_2 = 0,12 \text{ m}$ .



- a) Quais os sinais das cargas  $q_1$  e  $q_3$ ?
- b) Quais os módulos de  $q_1$  e  $q_3$ ?
- c) Fixadas em suas posições  $q_1$  e  $q_3$  e admitindo que  $q_2$  só pode deslocar ao longo da reta determinada pelas posições de  $q_1$  e  $q_3$ , qual o tipo de equilíbrio de  $q_2$ ?

**30 Unifei** Dois balões iguais, após serem preenchidos com gás hélio, são atritados com um tecido até que cada um adquira uma carga  $Q$ . A massa  $M$  de cada balão é igual a 20,0 g. Após ligados a um corpo de massa 5,0 g, uma criança percebe que eles flutuam em equilíbrio, como se vê na figura.

**Dado:**  
 $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ .



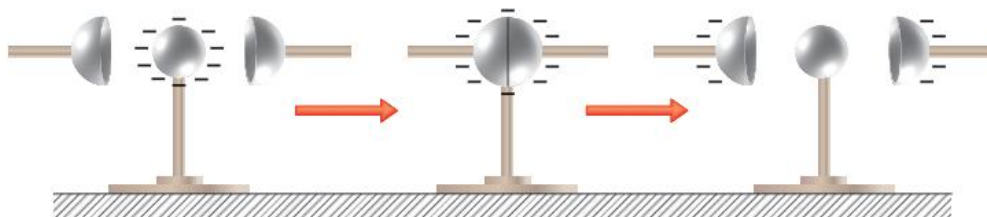
- a) Determine o valor de  $Q$  em coulomb.
- b) Determine em newtons o módulo da força de empuxo que atua sobre os balões.

## Texto complementar

### Hemisférios de Cavendish

Foi Henry Cavendish (1731-1810) que criou um dispositivo capaz de mostrar, experimentalmente, que as cargas elétricas distribuem-se apenas pela superfície externa de um condutor eletrizado. Para tanto, tomou uma esfera condutora e dois hemisférios metálicos que nela se encaixavam

perfeitamente (acompanhe observando as figuras). Em seguida, eletrizou a esfera e cobriu-a com os hemisférios. Feito isso, Cavendish separou os hemisférios e observou que a esfera estava neutra, enquanto as faces externas dos hemisférios apresentavam uma carga de eletrização igual à existente originalmente na esfera. Isto ocorreu porque os elétrons deixaram a esfera e passaram para a parte exterior dos hemisférios.



Representação da experiência de Cavendish.

## Resumindo

Os fenômenos relacionados à eletricidade já há muito tempo intrigam o homem. Na Grécia Antiga, já eram observadas forças de atração entre dois corpos, ao atritar o âmbar com outros materiais. Como a palavra âmbar em grego é *elektron*, esta parte da Física ficou conhecida por eletricidade. Como vimos, a eletricidade é muito participante de nossas vidas, pois a utilizamos como principal fonte de energia. Para a compreensão correta de como a eletricidade pode ser uma fonte de energia, precisamos inicialmente entender o comportamento das cargas elétricas em repouso, a eletrostática.

Neste capítulo, estudamos algumas propriedades da matéria, bem como os princípios fundamentais da eletrostática e vimos também alguns processos de eletrização de corpos e finalmente algumas aplicações da importante Lei de Coulomb, escrita como:

$$F = \frac{K \cdot |Q| \cdot |q|}{d^2}$$

Nesta equação,  $F$  representa a intensidade da força de interação entre as cargas,  $Q$  e  $q$  representam os módulos das cargas que estão interagindo,  $d$  é a distância entre elas e  $K$  é uma constante que depende do meio.

## Quer saber mais?



### Sites

- **FIORAVANTI, Carlos.** Eletricidade – No ar, na água, por toda parte. *Revista Pesquisa Fapesp*, ed. 158, abr. 2009. <<https://revistapesquisa.fapesp.br/eletricidade-no-ar-na-agua-por-toda-parte/>>. Acesso em: 6 ago. 2020.
- Projeto Experimentos de Física com Materiais do Dia-a-Dia – Unesp/Bauru – Bexigas carregadas <[www2.fc.unesp.br/experimentosdefisica/ele05.htm](http://www2.fc.unesp.br/experimentosdefisica/ele05.htm)>. Acesso em: 6 ago. 2020.

## Exercícios complementares

1 **UFMG** Dadas as afirmações:

- o elétron é uma partícula que apresenta a menor carga elétrica conhecida e repele prótons.
- o próton é uma partícula que também apresenta a menor carga elétrica conhecida e atrai elétrons.
- os prótons repelem os elétrons por possuírem cargas de sinais diferentes.

Assinale:

- A se apenas a afirmativa III for correta.
- B se apenas a afirmativa II for correta.
- C se apenas a afirmativa I for correta.

- D se apenas as afirmativas I e II forem corretas.
- E se apenas as afirmativas II e III forem corretas.

2 Se um corpo encontra-se eletrizado positivamente, pode-se afirmar que ele possui:

- A falta de prótons.
- B excesso de elétrons.
- C falta de elétrons.
- D excesso de nêutrons.
- E falta de nêutrons.

- 3 Unicamp** Duas cargas elétricas  $Q_1$  e  $Q_2$  atraem-se quando colocadas próximas uma da outra.
- O que se pode afirmar sobre os sinais de  $Q_1$  e de  $Q_2$ ?
  - A carga  $Q_1$  é repelida por uma terceira carga,  $Q_3$ , positiva. Qual é o sinal de  $Q_2$ ?

- 4 PUC-Campinas** Duas pequenas esferas suspensas por fios isolantes estão eletrizadas negativamente e repelem-se mutuamente. Observa-se que, com o tempo, a distância entre elas diminui gradativamente.



Pode-se afirmar que isso ocorre porque as esferas, através do ar:

- recebem prótons.
  - perdem prótons.
  - recebem elétrons.
  - trocam prótons e elétrons.
  - perdem elétrons.
- 5** Dizer que a carga é quantizada significa que ela:
- pode ser isolada em qualquer quantidade.
  - só pode existir como múltipla de quantidade mínima definida.
  - só pode ser positiva ou negativa.
  - pode ser subdividida em frações tão pequenas quanto se queira.
  - só pode ser isolada quando positiva.
- 6 Cefet** Em um corpo de prova mediu-se a carga de  $7,209 \cdot 10^{19}$  C. Baseados no princípio de quantização de carga elétrica, podemos afirmar que:
- o corpo está positivamente carregado.
  - o corpo está negativamente carregado.
  - o corpo está quase sem carga.
  - a medida está indicando a carga de vários prótons.
  - a medida está errada e não merece confiança.
- 7 Fesp** O Princípio da Conservação das Cargas pode ser assim enunciado:
- O número total de cargas elétricas de um sistema isolado permanece constante.
  - Cargas elétricas da mesma espécie se repelem e de espécies diferentes se atraem.
  - O próton e o elétron são as menores cargas elétricas que podem existir em liberdade.
  - Num sistema eletricamente isolado, a soma algébrica das cargas positivas e negativas, em qualquer instante, nunca varia.
  - A carga elétrica é quantizada.

- 8** Determinar o número de elétrons que deverá ser fornecido a um condutor metálico, inicialmente neutro, para que fique eletrizado com carga elétrica igual a  $-1,0$  C.

**Dado:**  $e = 1,6 \cdot 10^{19}$  C.

- 9 Vunesp** Em 1990 transcorreu o cinquentário da descoberta dos “chuveiros penetrantes” nos raios cósmicos, uma contribuição da Física brasileira que alcançou repercussão internacional.

*O Estado de S. Paulo, 21 out. 1990, p. 30.*

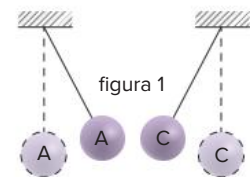
No estudo dos raios cósmicos, são observadas partículas chamadas píons. Considere um píon com carga elétrica  $+e$  se desintegrando (isto é, se dividindo) em duas outras partículas: um múon com carga elétrica  $+e$  e um neutrino. De acordo com o Princípio de Conservação da Carga, o neutrino deverá ter carga elétrica:

- $+e$
- $-e$
- $+2e$
- $-2e$
- nula.

- 10 UFRJ** Três pequenas esferas metálicas idênticas, A, B e C, estão suspensas, por fios isolantes, a três suportes. Para testar se elas estão carregadas, realizam-se três experimentos durante os quais se verifica como elas interagem eletricamente, duas a duas:

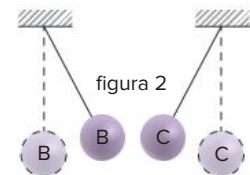
*Experimento 1:*

As esferas A e C, ao serem aproximadas, atraem-se eletricamente, como ilustra a figura 1.



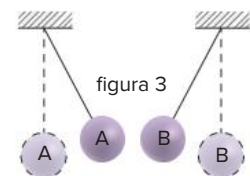
*Experimento 2:*

As esferas B e C, ao serem aproximadas, também se atraem eletricamente, como ilustra a figura 2.



*Experimento 3:*

As esferas A e B, ao serem aproximadas, também se atraem eletricamente, como ilustra a figura 3.



Formulam-se três hipóteses:

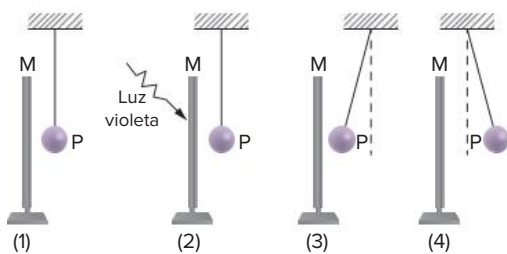
- as três esferas estão carregadas.
- apenas duas esferas estão carregadas com cargas de mesmo sinal.
- apenas duas esferas estão carregadas, mas com cargas de sinais contrários.

Analisando o resultados dos três experimentos, indique a hipótese correta. Justifique sua resposta.

- 11 Cesgranrio** Uma pequena esfera de isopor, aluminizada, suspensa por um fio *nylon*, é atraída por um pente plástico negativamente carregado. Pode-se afirmar que a carga elétrica da esfera é:
- A apenas negativa.
  - B apenas nula.
  - C apenas positiva.
  - D negativa, ou então nula.
  - E positiva, ou então nula.

- 12 UFRGS 2018** Uma carga negativa  $Q$  é aproximada de uma esfera condutora isolada, eletricamente neutra. A esfera é, então, aterrada com um fio condutor. Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do enunciado abaixo, na ordem em que aparecem. Se a carga  $Q$  for afastada para bem longe enquanto a esfera está aterrada, e, a seguir, for desfeito o aterramento, a esfera ficará \_\_\_\_\_.
- Por outro lado, se primeiramente o aterramento for desfeito e, depois, a carga  $Q$  for afastada, a esfera ficará \_\_\_\_\_.
- A eletricamente neutra – positivamente carregada
  - B eletricamente neutra – negativamente carregada
  - C positivamente carregada – eletricamente neutra
  - D positivamente carregada – negativamente carregada
  - E negativamente carregada – positivamente carregada

- 13 Fuvest** Dispõe-se de uma placa metálica  $M$  e de uma esferinha metálica  $P$ , suspensa por um fio isolante, inicialmente neutras e isoladas. Um feixe de luz violeta é lançado sobre a placa retirando partículas elementares da mesma. As figuras (1) a (4) abaixo, ilustram o desenrolar dos fenômenos ocorridos.

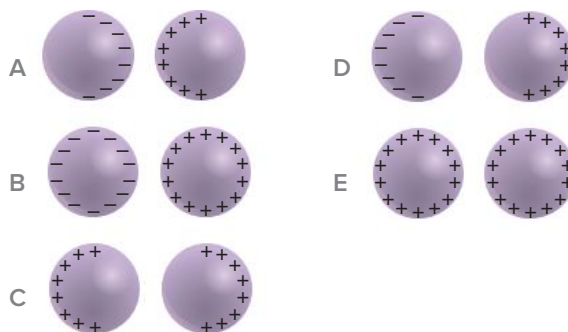


- Podemos afirmar que na situação (4):
- A  $M$  e  $P$  estão eletrizadas positivamente.
  - B  $M$  está negativa e  $P$  neutra.
  - C  $M$  está neutra e  $P$  positivamente eletrizada.
  - D  $M$  e  $P$  estão eletrizadas negativamente.
  - E  $M$  e  $P$  foram eletrizadas por indução.

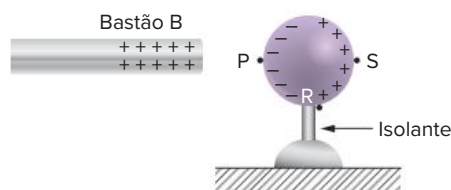
- 14 Fuvest** Aproximando-se uma barra eletrizada de duas esferas condutoras, inicialmente descarregadas e encostadas uma na outra, observa-se a distribuição de cargas no esquema a seguir.



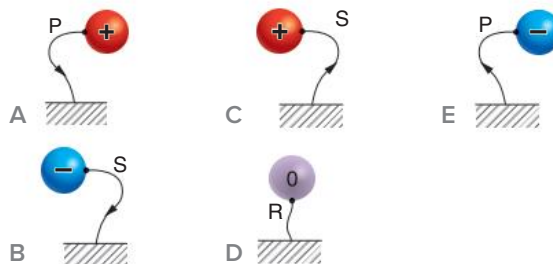
Em seguida, sem tirar do lugar a barra eletrizada, afasta-se um pouco uma esfera da outra. Finalmente, sem mexer mais nas esferas, move-se a barra, levando-a para muito longe das esferas. Nessa situação final, a alternativa que melhor representa a distribuição de cargas nas duas esferas é:



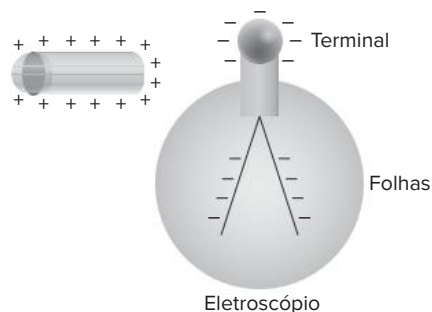
- 15 Fuvest** Quando se aproxima um bastão  $B$ , eletrizado positivamente, de uma esfera metálica, isolada e inicialmente descarregada, observa-se a distribuição de cargas representada na figura a seguir.



Mantendo o bastão na mesma posição, a esfera é conectada a terra por um fio condutor que pode ser ligado a um dos pontos  $P$ ,  $R$  ou  $S$  da superfície da esfera. Indicando por  $(\rightarrow)$  o sentido do fluxo transitório  $(\Phi)$  de elétrons (se houver) e por  $(+)$ ,  $(-)$  ou  $(0)$  o sinal da carga final  $(Q)$  da esfera, o esquema que representa  $\Phi$  e  $Q$  é:



- 16 ITA** Um objeto metálico carregado positivamente, com carga  $+Q$ , é aproximado de um eletroscópio de folhas, que foi previamente carregado negativamente com carga igual a  $-Q$ .



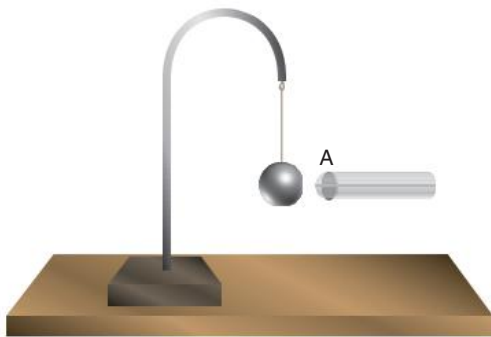


- I. À medida que o objeto for se aproximando do eletroscópio, as folhas vão se abrindo além do que já estavam.
- II. À medida que o objeto for se aproximando, as folhas permanecem como estavam.
- III. Se o objeto tocar o terminal externo do eletroscópio, as folhas devem necessariamente fechar-se.

Neste caso, pode-se afirmar que:

- A somente a afirmativa I é correta.
- B as afirmativas II e III são corretas.
- C afirmativas I e III são corretas.
- D somente a afirmativa III é correta.
- E nenhuma das alternativas é correta.

- 17 PUC-Campinas** Uma pequena esfera, leve e recoberta por papel alumínio, presa a um suporte por um fio isolante, funciona como eletroscópio. Aproxima-se da esfera um corpo carregado A, que a atrai até que haja contato com a esfera. A seguir, aproxima-se da esfera outro corpo B, que também provoca a atração da esfera.



Considere as afirmações a seguir.

- I. A e B podem ter cargas de sinais opostos.
- II. A e B estão carregados positivamente.
- III. A esfera estava, inicialmente, carregada.

Pode-se afirmar que apenas:

- A I é correta.
- B II é correta.
- C III é correta.
- D I e III são corretas.
- E II e III são corretas.

- 18 Unaerp** Um bastão não condutor e descarregado foi atritado em uma das suas extremidades até ficar negativamente eletrizada. Dos seguintes esquemas que representam secções longitudinais do bastão, o que melhor indica a distribuição de cargas é:



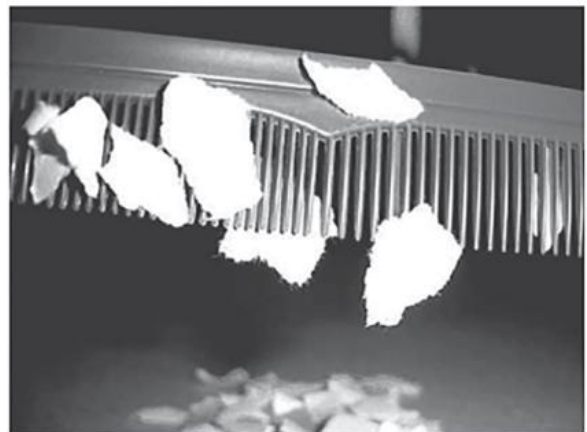
- 19 Fuvest** Três esferas de isopor, M, N e P, estão suspensas por fios isolantes. Quando se aproxima N de P, nota-se uma repulsão entre essas esferas; quando se aproxima N de M, nota-se uma atração.

Possibilidades	Cargas		
	M	N	P
1ª	+	+	-
2ª	-	-	+
3ª	zero	-	zero
4ª	-	+	+
5ª	+	-	-

Das possibilidades apontadas na tabela, quais são compatíveis com as observações?

- A A 1ª e a 3ª
- B A 2ª e a 4ª
- C A 3ª e a 5ª
- D A 4ª e a 5ª
- E A 1ª e a 2ª

- 20 Enem Libras 2017** Um pente plástico é atritado com papel toalha seco. A seguir ele é aproximado de pedaços de papel que estavam sobre a mesa. Observa-se que os pedaços de papel são atraídos e acabam grudados ao pente, como mostra a figura.



Nessa situação, a movimentação dos pedaços de papel até o pente é explicada pelo fato de os papéizinhos

- A serem influenciados pela força de atrito que ficou retida no pente.
- B serem influenciados pela força de resistência do ar em movimento.
- C experimentarem um campo elétrico capaz de exercer forças elétricas.
- D experimentarem um campo magnético capaz de exercer forças magnéticas.
- E possuírem carga elétrica que permite serem atraídos ou repelidos pelo pente.

**21 IFSP 2016** A tabela a seguir mostra a série triboelétrica.

Pele de coelho
Vidro
Cabelo humano
Mica
Lã
Pele de gato
Seda
Algodão
Âmbar
Ebonite
Poliéster
Isopor
Plástico

Através dessa série é possível determinar a carga elétrica adquirida por cada material quando são atritados entre si. O isopor ao ser atritado com a lã fica carregado negativamente.

O vidro ao ser atritado com a seda ficará carregado:

- A positivamente, pois ganhou prótons.
- B positivamente, pois perdeu elétrons.
- C negativamente, pois ganhou elétrons.
- D negativamente, pois perdeu prótons.
- E com carga elétrica nula, pois é impossível o vidro ser eletrizado.

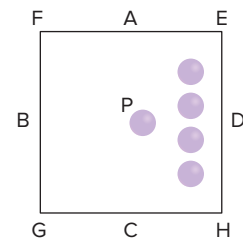
**22 Fuvest 2017** Um objeto metálico, X, eletricamente isolado, tem carga negativa  $5,0 \cdot 10^{-12}$  C. Um segundo objeto metálico, Y, neutro, mantido em contato com a Terra, é aproximado do primeiro e ocorre uma faísca entre ambos, sem que eles se toquem. A duração da faísca é 0,5 s e sua intensidade é  $10^{-11}$  A. No final desse processo, as cargas elétricas totais dos objetos X e Y são, respectivamente,

- A zero e zero.
- B zero e  $-5,0 \cdot 10^{-12}$  C.
- C  $-2,5 \cdot 10^{-12}$  C e  $-2,5 \cdot 10^{-12}$  C.
- D  $-2,5 \cdot 10^{-12}$  C e  $+2,5 \cdot 10^{-12}$  C.
- E  $+5,0 \cdot 10^{-12}$  C e zero.

**23 Cesesp** Dois cilindros condutores estão dispostos de tal modo que um se situa dentro do outro, isolados entre si e de qualquer outro corpo. O cilindro externo é eletrizado, o interno está neutro. Por meio de um fio condutor, liga-se um ao outro. Pode-se afirmar que:

- A toda a carga passa para o cilindro interno.
- B se o cilindro interno estivesse eletrizado e o externo fosse neutro, o resultado da experiência seria o mesmo.
- C metade da carga passa para o cilindro interno.
- D não há passagem de carga do cilindro externo para o interno.
- E nenhuma das respostas anteriores.

**24 Fuvest** A figura ilustra uma cuba, vista de cima, contendo quatro esferas condutoras, inicialmente neutras. Uma quinta esfera condutora e eletrizada é fixada no centro P da cuba. Desprezam-se os atritos e a eletrização da cuba. Após algum tempo, as quatro esferas estão em repouso.



A configuração final das esferas será:

- A uma em cada ponto A, B, C e D.
- B duas no canto E e duas no canto H.
- C uma em cada canto da cuba.
- D todas no centro da cuba.
- E uma em cada ponto A, E, H e C.

**25 Unicamp 2016** Sabe-se atualmente que os prótons e nêutrons não são partículas elementares, mas sim partículas formadas por três *quarks*. Uma das propriedades importantes do *quark* é o sabor, que pode assumir seis tipos diferentes: *top*, *bottom*, *charm*, *strange*, *up* e *down*. Apenas os *quarks up* e *down* estão presentes nos prótons e nos nêutrons. Os *quarks* possuem carga elétrica fracionária. Por exemplo, o *quark up* tem carga elétrica igual a  $q_{up} = +2/3$  e o *quark down*  $q_{down} = -1/3$  e, onde  $e$  é o módulo da carga elementar do elétron.

- a) Quais são os três *quarks* que formam os prótons e os nêutrons?
- b) Calcule o módulo da força de atração eletrostática entre um *quark up* e um *quark down* separados por uma distância  $d = 0,2 \cdot 10^{-15}$  m. Caso necessário, use  $K = 9 \cdot 10^9$  Nm<sup>2</sup>/C<sup>2</sup> e  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C.

**26 EEAR 2017** Duas esferas idênticas e eletrizadas com cargas elétricas  $q_1$  e  $q_2$  se atraem com uma força de 9 N. Se a carga da primeira esfera aumentar cinco vezes e a carga da segunda esfera for aumentada oito vezes, qual será o valor da força, em newtons, entre elas?

- A 40
- B 49
- C 117
- D 360

**27 FEI** Duas cargas elétricas puntiformes positivas e iguais a Q estão situadas no vácuo a 3 m de distância. Sabe-se que a força de repulsão entre as cargas tem intensidade 0,1 N. Qual é o valor de Q?

▶ Dado:  $K_0 = 9 \cdot 10^9$  N·m<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>.

- A  $1 \cdot 10^{-3}$  C
- B  $1 \cdot 10^{-8}$  C
- C  $3 \cdot 10^{-8}$  C
- D  $3 \cdot 10^8$  C
- E  $1 \cdot 10^{-5}$  C

**28 Mackenzie** No vácuo ( $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ ), são colocadas duas cargas elétricas puntiformes de  $2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  e  $5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ , distante 50 cm uma da outra. A força de repulsão entre essas duas cargas tem intensidade:

- A  $63 \cdot 10^{-3} \text{ N}$                       D  $36 \cdot 10^{-2} \text{ N}$   
 B  $126 \cdot 10^{-3} \text{ N}$                   E  $18 \cdot 10^{-2} \text{ N}$   
 C  $45 \cdot 10^{-2} \text{ N}$

**29 Mackenzie** Nos pontos A e B do vácuo ( $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ ) são colocadas as cargas elétricas puntiformes  $q_A = 8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  e  $q_B = 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ , respectivamente. A força de repulsão entre essas cargas tem intensidade de 1,2 N. A distância entre os pontos A e B é:

- A 20 cm                                      D 60 cm  
 B 36 cm                                      E 72 cm  
 C 48 cm

**30 Vunesp** Considere duas pequenas esferas condutoras iguais, separadas pela distância  $d = 0,3 \text{ m}$ . Uma delas possui carga  $Q_1 = 1 \cdot 10^{-9} \text{ C}$  e a outra  $Q_2 = -5 \cdot 10^{-10} \text{ C}$ . Utilizando  $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ :

- a) Calcule a força elétrica  $F$  de uma esfera sobre a outra, declarando se a força é atrativa ou repulsiva.  
 b) A seguir, as esferas são colocadas em contato uma com a outra e recolocadas em suas posições originais. Para esta nova situação, calcule a força elétrica  $F$  de uma esfera sobre a outra, declarando se a força é atrativa ou repulsiva.

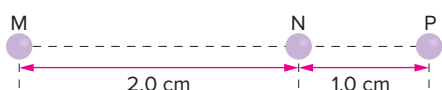
**31 PUC-Campinas** Duas pequenas esferas idênticas estão eletrizadas com cargas  $q$  e  $-5q$  e se atraem com uma força elétrica de intensidade  $F$ , quando estão separadas de uma distância  $d$ . Colocando-as em contato e posicionando-as, em seguida, a uma distância  $2d$  uma da outra, a intensidade de nova força de interação elétrica entre as esferas será:

- A  $\frac{F}{2}$                       C  $\frac{F}{4}$                       E  $\frac{F}{10}$   
 B  $\frac{F}{3}$                       D  $\frac{F}{5}$

**32 Udesc 2016** Duas pequenas esferas estão separadas por uma distância de 30 cm. As duas esferas repelem-se com uma força de  $7,5 \cdot 10^{-6} \text{ N}$ . Considerando que a carga elétrica das duas esferas é 20 nC, a carga elétrica de cada esfera é, respectivamente:

- A 10 nC e 10 nC                      D 12 nC e 8 nC  
 B 13 nC e 7 nC                      E 15 nC e 5 nC  
 C 7,5 nC e 10 nC

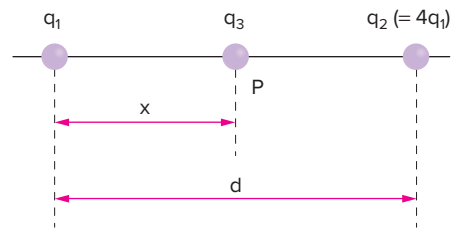
**33 PUC-Campinas** Três pequenas partículas M, N e P, eletrizadas com cargas iguais, estão fixas nas posições indicadas na figura a seguir.



A força de interação elétrica entre as partículas M e P tem intensidade  $4,0 \cdot 10^{-4} \text{ N}$ . Nessas condições, a força elétrica resultante sobre a partícula N, em newtons, tem intensidade:

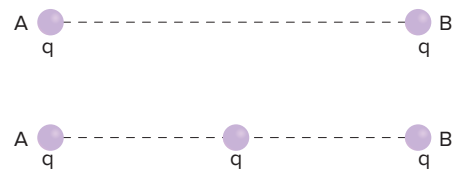
- A  $3,6 \cdot 10^{-3}$                       C  $1,8 \cdot 10^{-3}$                       E  $4,0 \cdot 10^{-4}$   
 B  $2,7 \cdot 10^{-3}$                       D  $9,0 \cdot 10^{-4}$

**34 Fuvest** Duas cargas pontuais positivas,  $q_1$  e  $q_2 = 4q_1$ , são fixadas a uma distância  $d$  uma da outra. Uma terceira carga negativa  $q_3$  é colocada no ponto P entre  $q_1$  e  $q_2$ , a uma distância  $x$  da carga  $q_1$ , conforme mostra a figura.



- a) Calcule o valor de  $x$  para que a força sobre a carga  $q_3$  seja nula.  
 b) Verifique se existe um valor de  $q_3$  para o qual tanto a carga  $q_1$  como a  $q_2$  permanecem em equilíbrio, nas posições do item a), sem necessidade de nenhuma outra força além das eletrostáticas entre as cargas. Caso exista, calcule este valor de  $q_3$ ; caso não exista, escreva "não existe" e justifique.

**35 Cesgranrio** Duas pequenas esferas, A e B, possuem a mesma carga elétrica  $q$  e se repelem com uma força de intensidade  $F$ . No ponto médio da distância que as separa, introduz-se uma terceira carga elétrica  $q$ , conforme indica o desenho.



Assim, a resultante das forças elétricas que agem sobre a esfera A passou a valer:

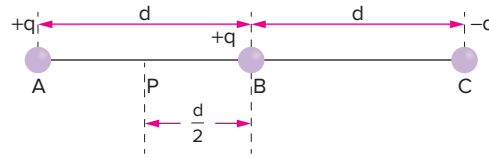
- A  $5F$                       C  $3F$                       E  $F$   
 B  $4F$                       D  $2F$

**36 PUC-Rio 2018** Uma carga  $q_0$  é colocada em uma posição fixa. Ao colocar uma carga  $q_1 = 2q_0$  a uma distância  $d$  de  $q_0$ ,  $q_1$  sofre uma força repulsiva de módulo  $F$ . Substituindo  $q_1$  por uma carga  $q_2$  na mesma posição,  $q_2$  sofre uma força atrativa de módulo  $2F$ .

Se as cargas  $q_1$  e  $q_2$  são colocadas a uma distância  $2d$  entre si, a força entre elas é

- A repulsiva, de módulo  $F$   
 B repulsiva, de módulo  $2F$   
 C atrativa, de módulo  $F$   
 D atrativa, de módulo  $2F$   
 E atrativa, de módulo  $4F$

- 37 UFRGS** Duas partículas, cada uma com carga elétrica positiva  $q$ , estão colocadas nas posições A e B, conforme indica a figura a seguir. Outra partícula, com carga elétrica negativa  $-q$ , ocupa a posição C. A força elétrica exercida sobre a carga em B, devido às cargas em A e C, tem módulo  $2F$ .



Se a carga que está em A for colocada na posição P, a força elétrica exercida sobre a carga em B terá módulo:

- A 1F  
 B 2F  
 C 3F  
 D 4F  
 E 5F

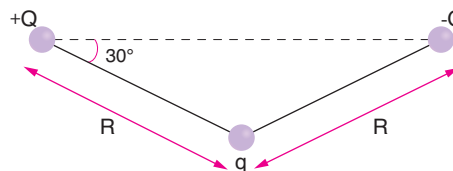
- 38 UEM 2016** Duas esferas idênticas, A e B, têm cargas iguais a  $q$ . Elas estão separadas por uma distância muito maior que seus diâmetros, e a força elétrica entre elas tem módulo  $F$ . Uma terceira esfera, C, é idêntica às outras duas e pode ou não estar eletricamente carregada. Assinale o que for correto.

- 01 C está descarregada e é encostada em A e depois em B, e então removida. A força elétrica resultante entre A e B é  $3F/4$ .  
 02 C está descarregada e é encostada em A e então removida. A força elétrica resultante entre A e B é  $F/2$ .  
 04 C está carregada com  $q$  e é encostada em A e depois em B, e então removida. A força elétrica resultante entre A e B é  $2F$ .  
 08 C está carregada com  $-q$  e é encostada em A e então removida. A força elétrica resultante entre A e B é nula.  
 16 C está carregada com  $-q$  e é encostada em A e depois em B, e então removida. A força elétrica resultante entre A e B é  $F/2$ .

Soma:

- 39 Fuvest** O módulo  $F$  da força eletrostática entre duas cargas elétricas pontuais  $q_1$  e  $q_2$ , separadas por uma distância  $d$ , é  $F = \frac{kq_1q_2}{d^2}$ , onde  $k$  é uma constante.

Considere as três cargas pontuais representadas na figura adiante por  $+Q$ ,  $-Q$  e  $q$ .



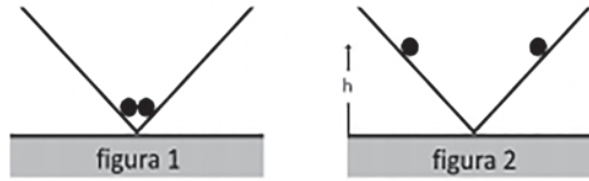
O módulo da força eletrostática total que age sobre a carga  $q$  será:

- A  $\frac{2kQq}{R^2}$   
 B  $\frac{\sqrt{3}kQq}{R^2}$   
 C  $\frac{kQ^2q}{R^2}$   
 D  $\left[ \frac{(\sqrt{3})}{2} \right] \frac{kQq}{R^2}$   
 E  $\left[ \frac{(\sqrt{3})}{2} \right] \frac{kQ^2q}{R^2}$

- 40 ITA** Três cargas elétricas puntiformes estão nos vértices A, B e C de um triângulo retângulo isósceles. Sabe-se que a força que atua sobre a carga localizada no vértice C do ângulo reto tem a mesma direção que a da reta AB. Aplicando-se a Lei de Coulomb a essa situação, conclui-se que:

- A as cargas localizadas em A e B são de sinais contrários e de valores absolutos iguais.  
 B as cargas localizadas nos pontos A e B têm valores absolutos diferentes e sinais contrários.  
 C as três cargas são de valores absolutos iguais.  
 D as cargas localizadas nos pontos A e B têm o mesmo valor absoluto e o mesmo sinal.  
 E nenhuma das afirmações acima é verdadeira.

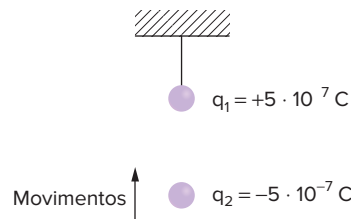
- 41 UFRGS 2019** Duas pequenas esferas idênticas, contendo cargas elétricas iguais, são colocadas no vértice de um perfil quadrado de madeira, sem atrito, conforme representa a figura 1 abaixo.



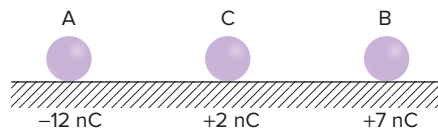
As esferas são liberadas e, devido à repulsão elétrica, sobem pelas paredes do perfil e ficam em equilíbrio a uma altura  $h$  em relação à base, conforme representa a figura 2.

Sendo  $P$ ,  $F_e$  e  $N$ , os módulos, respectivamente, do peso de uma esfera, da força de repulsão elétrica entre elas e da força normal entre uma esfera e a parede do perfil, a condição de equilíbrio ocorre quando

- A  $P = F_e$ .
  - B  $P = -F_e$ .
  - C  $P - F_e = N$ .
  - D  $F_e - P = N$ .
  - E  $P + F_e = N$ .
- 42 Unicamp** Uma pequena esfera isolante de massa igual a  $5 \cdot 10^{-3}$  kg e carregada com uma carga positiva de  $5 \cdot 10^{-7}$  C está presa ao teto através de um fio de seda. Uma segunda esfera com carga negativa de  $5 \cdot 10^{-7}$  C, movendo-se na direção vertical, é aproximada da primeira. Considere  $K_0 = 9 \cdot 10^9$  N·m<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>.



- a) Calcule a força eletrostática entre as duas esferas quando a distância entre os seus centros é de 0,5 m.
  - b) Para uma distância de  $5 \cdot 10^{-3}$  m entre os centros, o fio de seda se rompe. Determine a tração máxima suportada pelo fio.
- 43 Cesgranrio** A figura a seguir mostra três esferas iguais: A e B, fixas sobre um plano horizontal e carregadas eletricamente com  $q_A = -12$  nC e  $q_B = +7$  nC e C, que pode deslizar sem atrito sobre o plano, carregada com  $q_C = +2$  nC (1 nC =  $10^{-9}$  C).



Não há troca de carga elétrica entre as esferas e o plano.

Estando solta, a esfera C dirige-se de encontro à esfera A, com a qual interage eletricamente, retornando de encontro à B, e assim por diante, até que o sistema atinge o equilíbrio, com as esferas não mais se tocando.

Nesse momento, as cargas A, B e C, em nC, serão, respectivamente:

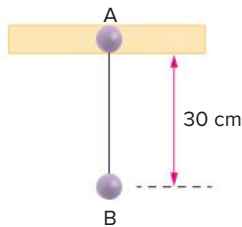
- A  $-1, -1$  e  $-1$
- B  $-2, -\frac{1}{2}$  e  $-\frac{1}{2}$
- C  $+2, -1$  e  $+2$
- D  $-3, \text{zero}$  e  $+3$
- E  $-\frac{3}{2}, \text{zero}$  e  $-\frac{3}{2}$



**44 Fuvest** A uma distância  $d$  uma da outra, encontram-se duas esferinhas metálicas idênticas, de dimensões desprezíveis, com cargas  $-Q$  e  $+9Q$ . Elas são postas em contato e, em seguida, colocadas à distância  $2d$ . A razão entre os módulos das forças que atuam após o contato e antes do contato é:

- A  $\frac{2}{3}$     B  $\frac{4}{9}$     C 1    D  $\frac{9}{2}$     E 4

**45 Mackenzie** Um corpúsculo fixo em A, eletrizado com carga elétrica  $q_A = 5 \mu\text{C}$ , equilibra no vácuo o corpúsculo B eletrizado com carga  $q_B = -4 \mu\text{C}$ , como mostra a figura.

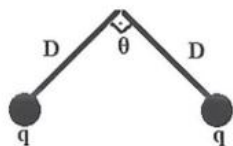


Se  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e  $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ , então a massa do corpúsculo B é:

- A 540 g    D 120 g  
B 200 g    E 360 g  
C 180 g

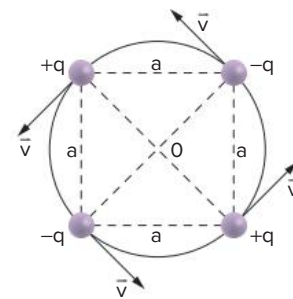
**46 Efofm 2020** Duas esferas condutoras idênticas de carga  $q = 2,0 \mu\text{C}$  estão penduradas em fios não condutores de comprimento  $D = 30,0 \text{ cm}$ , conforme apresentado na figura abaixo. Se o ângulo entre os fios vale  $\theta = 90^\circ$ , qual é o valor das massas das esferas?

► **Dados:** constante dielétrica  $k = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ ; aceleração da gravidade  $g = 10,0 \text{ m/s}^2$ .



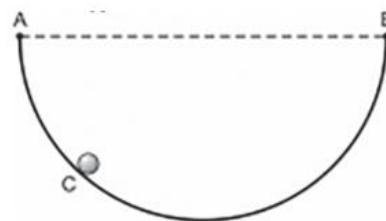
- A 20 g    D 80 g  
B 40 g    E 100 g  
C 60 g

**47 Fuvest** Quatro pequenas esferas de massa  $m$  estão carregadas com carga de mesmo valor absoluto  $q$ , sendo duas negativas e duas positivas, como mostra a figura. As esferas estão dispostas formando um quadrado de lado  $a$  e giram numa trajetória circular de centro  $O$ , no plano do quadrado, com velocidade de módulo constante  $v$ . Suponha que as únicas forças atuantes sobre as esferas são devidas à interação eletrostática. A constante de permissividade elétrica é  $\epsilon_0$ . Todas as grandezas (dadas e solicitadas) estão em unidades SI.



- a) Determine a expressão do módulo da força eletrostática resultante  $\vec{F}$  que atua em cada esfera e indique sua direção.  
b) Determine a expressão do módulo da velocidade tangencial  $\vec{v}$  das esferas.

**48 EPCar 2017** Uma pequena esfera C, com carga elétrica de  $+5 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ , é guiada por um aro isolante e semicircular de raio  $R$  igual a  $2,5 \text{ m}$ , situado num plano horizontal, com extremidades A e B, como indica a figura abaixo.

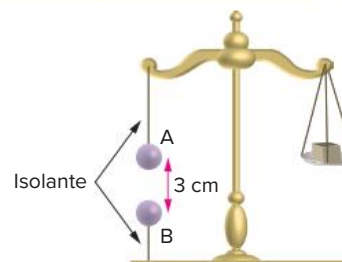


A esfera pode se deslocar sem atrito tendo o aro como guia. Nas extremidades A e B deste aro são fixadas duas cargas elétricas puntiformes de  $+8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  e  $+1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ , respectivamente. Sendo a constante eletrostática do meio  $4\sqrt{5} \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$ , na posição de equilíbrio da esfera C, a reação normal do aro sobre a esfera, em N, tem módulo igual a

- A 1    B 2    C 4    D 5

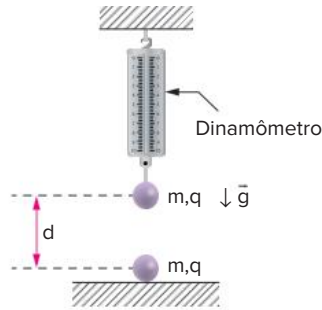
**49 Fuvest** Um dos pratos de uma balança em equilíbrio é uma esfera eletrizada A. Aproxima-se de A uma esfera B com carga igual, mas de sinal contrário. O equilíbrio é restabelecido, colocando-se uma massa de  $2,5 \text{ g}$  no prato da balança. A figura ilustra a situação.

► **Dados:**  $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ ;  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



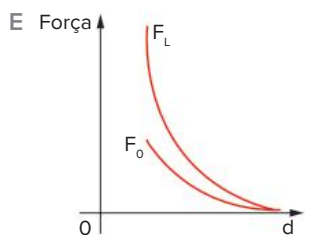
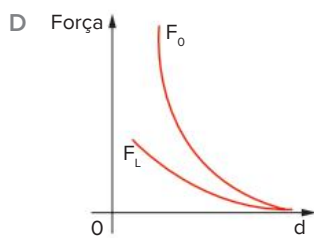
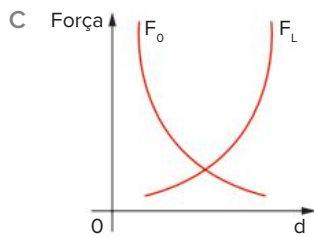
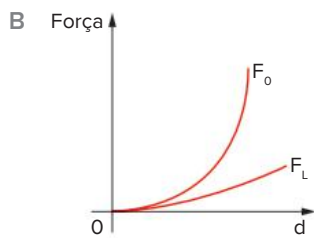
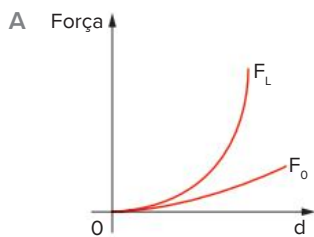
- a) Qual a intensidade da força elétrica?  
b) Qual o valor da carga de A?

- 50 Inatel** Dois corpos de massa  $m$  e carga  $q$  desconhecidas encontram-se na situação mostrada na figura. Quando a distância de separação é  $d_1 = 20,0$  cm, o dinamômetro acusa  $F_1 = 6,45$  N, quando  $d_2 = 10,0$  cm, o dinamômetro indica  $F_2 = 3,75$  N. Calcule  $m$  e  $q$ .



**Dados:**  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  e  $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ .

- 51 Vunesp** A força elétrica entre duas pequenas partículas carregadas foi medida, em função da distância  $d$  entre elas, em dois meios diferentes, no vácuo e no interior de um líquido isolante. Assinale a alternativa que melhor representa o módulo da força medida no vácuo ( $F_0$ ), comparada com o módulo da força medida no líquido ( $F_L$ ), em função da distância  $d$ .



**FRENTE 2****CAPÍTULO****2****Campo elétrico**

O modelo de campos é utilizado para a explicação das forças de interação entre dois ou mais corpos e de como essas forças podem ser transmitidas a distância. Os campos podem ter origens diversas, como gravitacional, quando são gerados por massas, magnética, quando são gerados por ímãs ou cargas elétricas em movimento, ou elétrica, quando gerados por cargas elétricas. O campo elétrico permite explicar, por exemplo, por que ocorrem os relâmpagos ou outras descargas elétricas. Esse será o nosso objeto de estudo ao longo deste capítulo.

# Conceito de campo elétrico

## Introdução

Na natureza, um dos tipos mais comuns de força são as **forças de campo**. O efeito dessas forças pode ser sentido mesmo a distância, ainda que não haja contato entre os corpos. Um modelo que se mostrou extremamente eficiente para explicar a ação de tais forças é o modelo de campos. Nesse modelo, assume-se que um corpo gera ao seu redor um campo, o qual é expresso matematicamente por um vetor que em cada ponto do espaço possui um módulo, uma direção e um sentido.

Os campos podem ter origens diversas, tais como gravitacional, quando gerados por massas, magnética ou elétrica, quando gerados por ímãs e/ou cargas elétricas. Neste capítulo será estudado o campo elétrico, uma importante grandeza física cuja correta compreensão permitiu todos os avanços na área de comunicação sem fio, visto que o campo elétrico é parte fundamental do modelo de ondas eletromagnéticas, uma das bases mais importantes dos avanços tecnológicos da sociedade moderna.

Para facilitar a compreensão do campo elétrico, será utilizada uma analogia com o campo gravitacional.

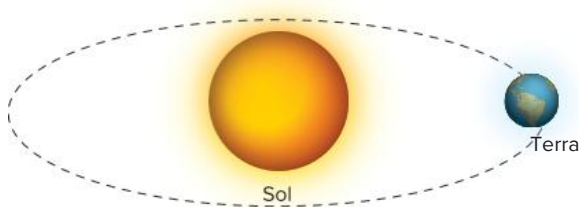


Fig. 1 A Terra é atraída pelo Sol para manter a órbita.

A Terra orbita o Sol devido à força de atração gravitacional que existe entre eles. A força que um exerce sobre o outro é “sentida” mesmo não havendo contato entre esses corpos. No modelo de campos, isso é possível devido à ação do **campo gravitacional** que transmite a força de atração gravitacional de um corpo ao outro.

Todos os corpos, por terem massa, criam em torno de si um campo gravitacional, cuja função é transmitir uns aos outros a força gravitacional. Daí a explicação da força existente entre, por exemplo, a Terra e o Sol.

Analogamente, as cargas elétricas também são capazes de exercer forças a distância. Dessa forma, pode-se modelar a ação dessas forças, assumindo a existência de um campo em torno das cargas, nesse caso o elétrico, que é capaz de transmitir tais forças.

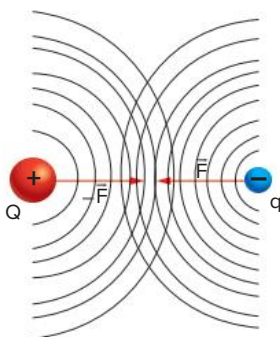


Fig. 2 Interação entre duas cargas colocadas no vácuo.

Prótons e elétrons se atraem, mesmo a distância, devido à existência de um campo elétrico gerado por essas cargas. Generalizando, se há ação de uma força a distância, a transmissão dessa força é modelada pela existência de um campo relacionado.

### Atenção

Na natureza, de forma geral, distinguimos apenas três tipos de força:

- forças de campo
- forças de contato
- forças nucleares

Além das forças gravitacional e elétrica, a força magnética também é uma força de campo, que se propaga pelo espaço através do campo magnético e será estudada no módulo de magnetismo.

É muito importante ressaltar que a teoria de campos, conforme apresentada, é apenas um conjunto de princípios, não sendo de forma alguma a verdade definitiva a respeito da ação de forças a distância.

Atualmente, novas teorias vêm sendo formuladas, indicando a presença de partículas capazes de transmitir essas forças a distância, como veremos nos tópicos de Física Moderna.

Um detalhe importante é que, ao contrário do que Newton pensava, a transmissão de forças a distância não é instantânea, ou seja, leva um tempo para que um corpo sinta a presença do outro. A teoria da relatividade de Einstein mostra que a velocidade máxima para que isso ocorra é a velocidade da luz.

## Definição de campo elétrico

Considere que a Terra causa, em um ponto A de suas imediações, um campo gravitacional de intensidade  $\vec{g}$ . Se uma massa  $m$  for colocada nesse ponto, ficará sujeita a uma força gravitacional de intensidade  $\vec{P}$  (peso).



Fig. 3 Massa sob a ação do campo gravitacional da Terra.

Sabemos que o campo gravitacional  $\vec{g}$  pode ser dado por:

$$\vec{g} = \frac{\vec{P}}{m}$$

Na equação anterior, é importante ressaltar que sendo a massa sempre um número positivo, a força peso tem sempre a mesma direção e sentido da aceleração da gravidade.

De forma análoga, pode-se afirmar que uma carga elétrica fonte, Q, cria em torno de si um campo elétrico, de tal forma que, se uma **carga de prova** q (isto é, uma partícula carregada usada como teste) for colocada nas proximidades da carga fonte, ela experimenta uma força  $\vec{F}$ . Supondo que as cargas tenham sinais opostos, a ação do campo criado pela carga fonte sob a carga de prova pode ser observada na figura 4.

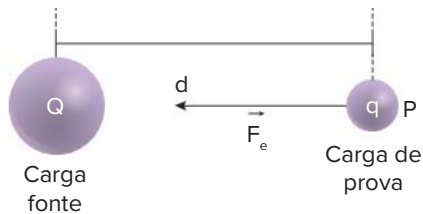


Fig. 4 Força sobre q devido ao campo gerado por Q.

Assim, seja um ponto P desse campo elétrico colocado a uma distância  $d$  da carga fonte Q, se uma carga de prova é colocada no ponto P, conforme observado na figura anterior, ela fica sujeita a uma força de intensidade de  $\vec{F}_e$ . Dessa forma, assim como na definição do campo gravitacional, pode-se definir o campo elétrico como:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q}$$

Observa-se que a equação acima tem um formato muito similar àquele do campo gravitacional, porém com uma diferença muito importante. Enquanto a massa é sempre positiva, a carga pode ser positiva ou negativa. Assim, podemos afirmar que, quando a carga de prova é positiva, campo elétrico e força elétrica têm mesma direção e mesmo sentido. No caso em que a carga de prova é negativa, os sentidos da força elétrica e do campo elétrico são opostos.

Dessa forma, percebe-se que:

- uma massa  $m$ , quando imersa em um campo gravitacional de intensidade  $g$ , fica sujeita a uma força peso, cujo módulo é dado por  $P = mg$ .
- uma carga de módulo  $q$ , quando imersa em um campo elétrico de intensidade  $E$ , fica sujeita a uma força elétrica  $\vec{F}_e$ , cujo módulo é dado por  $F_e = qE$ .

Logo, verificamos que, exceto os sinais das cargas e da massa, há uma grande analogia nas definições dos campos gravitacional e elétrico e as respectivas forças; mostrada no quadro a seguir.

Força de campo		Agente que sofre a ação do campo		Campo de força
P	=	m	·	g
$F_e$	=	q	·	E

Tab. 1 Comparação entre o campo elétrico e o campo gravitacional.

## Orientação do vetor campo elétrico devido a cargas puntiformes

A orientação do vetor campo elétrico depende única e exclusivamente da carga fonte que o gera. Nesse ponto do estudo, serão determinados a direção e o sentido do campo elétrico gerado por cargas puntiformes positivas e negativas. O sentido obtido para cargas puntiformes pode ser aplicado a quaisquer outras distribuições de carga, observando-se os seus sinais e como essas cargas se distribuem.

## Campo elétrico gerado por cargas fontes positivas

Na figura, tem-se uma carga fonte positiva Q.

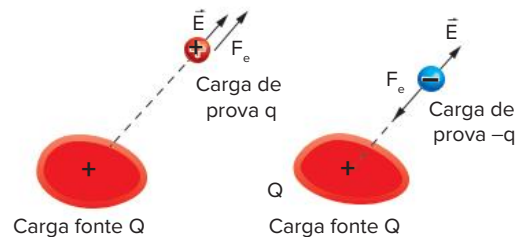


Fig. 5 Carga fonte positiva próxima a cargas de prova de sinais diferentes.

Ao se aproximar dessa carga fonte uma carga de prova também positiva  $+q$ , observa-se uma força repulsiva. Ora, como a carga de prova é positiva, o campo elétrico tem a mesma direção e sentido da força elétrica, ou seja, apontando para fora da carga. No caso de se aproximar uma carga de prova negativa  $-q$ , a força passa a ser atrativa e o sentido do campo elétrico torna-se contrário ao da força elétrica, ou seja, ele aponta para fora da carga.

Assim, conclui-se que o campo elétrico causado por cargas fontes positivas  $+Q$  diverge delas, isto é, o campo  $\vec{E}$  aponta para fora dessas cargas.

## Campo elétrico gerado por cargas fontes negativas

Na figura abaixo tem-se uma carga fonte negativa  $-Q$ .

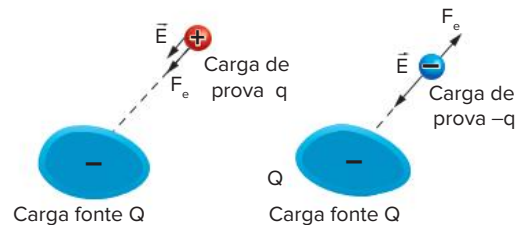


Fig. 6 Carga fonte negativa próxima a cargas de prova de sinais diferentes.

Ao se aproximar dessa carga fonte uma carga de prova positiva  $+q$ , observa-se uma força atrativa. Ora, como a carga de prova é positiva, o campo elétrico tem a mesma direção e sentido da força elétrica, ou seja, apontando para a carga fonte. No caso de se aproximar uma carga de prova negativa  $-q$ , a força passa a ser repulsiva e o sentido do campo elétrico torna-se contrário ao da força elétrica, ou seja, ele aponta para a carga fonte.

Assim, conclui-se que o campo elétrico causado por cargas fontes negativas converge para elas, ou seja, aponta para elas.

## O vetor campo elétrico

O que foi exposto anteriormente permite concluir que o vetor campo elétrico é tal que:

- o seu módulo é dado por  $E = \frac{F}{|q|}$ , em que  $F$  é a intensidade da força que age sobre uma carga de prova de módulo  $|q|$  colocada em um ponto do campo elétrico. A unidade do campo elétrico no SI é N/C (newton/coulomb) ou V/m (volt/metro).



- sua direção é a mesma da força  $\vec{F}$  que age sobre a carga de prova  $q$ .
- seu sentido é o mesmo da força  $\vec{F}$  no caso em que a carga de prova é positiva, e oposto à força no caso em que a carga de prova é negativa.

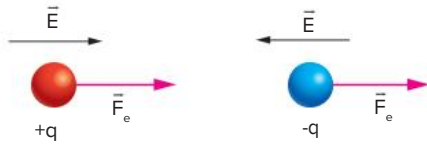
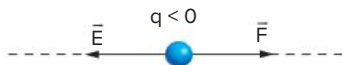


Fig. 7 Ação do campo elétrico sobre cargas de prova positiva e negativa.

## Exercício resolvido

- 1 Em um ponto de um campo elétrico, o vetor campo elétrico tem direção horizontal, sentido da direita para a esquerda e intensidade  $10^5$  N/C. Coloca-se, nesse ponto, uma carga puntiforme de  $-3 \mu\text{C}$ . Determine a intensidade, a direção e o sentido da força que atua na carga.



### Resolução:

A força  $\vec{F}$  que atua na carga tem:

$$\begin{aligned} \text{Intensidade: } F &= |q| \cdot E \\ F &= 3 \cdot 10^{-6} \cdot 10^5 \\ F &= 0,3 \text{ N} \end{aligned}$$

Direção: horizontal (mesma de  $\vec{E}$ )

Sentido: da esquerda para a direita (oposto ao de  $\vec{E}$ , pois  $q < 0$ )

Portanto, a força elétrica que atua em  $q$  tem intensidade 0,3 N, direção horizontal e sentido da esquerda para a direita.

## Campo elétrico gerado por cargas elétricas puntiformes

As cargas puntiformes são as estruturas mais simples capazes de gerar campos elétricos. Dessa forma, é muito simples determinar-se o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico gerado por elas. A figura a seguir ilustra o vetor campo elétrico gerado por tais cargas.

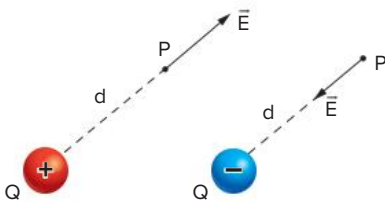


Fig. 8 Campo gerado por cargas puntiformes positiva e negativa em um ponto P.

A figura ilustra o que já é sabido a respeito da direção e sentido do campo elétrico gerado em um ponto P distante da carga por uma distância  $d$ . Uma observação

importante é que a força elétrica surge quando existem, em uma certa região do espaço, pelo menos duas cargas elétricas. Já o campo elétrico existe quando uma única carga elétrica é colocada nessa região.

Para a determinação do módulo do campo elétrico, será utilizada a lei de Coulomb. Imagine uma carga de prova  $q$  colocada no ponto P da figura anterior.

A lei de Coulomb afirma que:

$$F = \frac{K|Q||q|}{d^2} \quad (I)$$

Da definição do campo elétrico, tem-se que:

$$E = \frac{F}{|q|} \quad (II)$$

Substituindo-se a equação (I) em (II), tem-se que:

$$E = \frac{K|Q|}{d^2}$$

A equação anterior mostra matematicamente que o campo elétrico gerado por uma carga puntiforme positiva de módulo  $|Q|$  depende única e exclusivamente do meio, com propriedades definidas pela constante eletrostática  $K$ , da distância  $d$  da carga ao ponto e do módulo da carga elétrica  $|Q|$ , responsável pela geração do campo. Novamente, é importante ressaltar que este campo não depende das cargas de prova que são colocadas em sua presença.

A representação gráfica do módulo do campo elétrico gerado por uma carga puntiforme em função da distância é mostrada na figura 9.

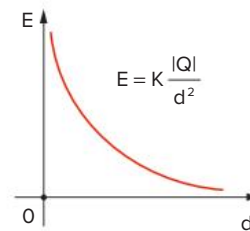


Fig. 9 Gráfico do campo elétrico gerado por carga puntiforme em função da distância.

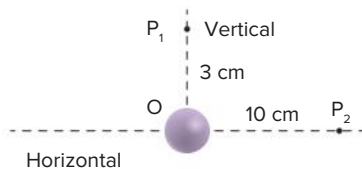
Observa-se o decaimento do campo com o inverso do quadrado da distância, assim como na lei de Coulomb, e que o campo elétrico no ponto onde a carga se encontra ( $d = 0$ ) tende a infinito. Na verdade, o valor do campo elétrico não está definido para  $d = 0$ . Pode-se dizer que a carga não sofre a ação do campo elétrico que ela mesma cria, caso contrário ela poderia acelerar-se sob a ação de uma força elétrica gerada por ela própria, o que viola a lei da inércia, que afirma que um corpo não pode, por si só, alterar a sua velocidade.

Essa afirmativa leva à conclusão de que uma carga de prova, ao ser colocada em um ponto qualquer de um campo elétrico, não altera o campo existente nesse ponto. Assim, o vetor campo elétrico em um ponto independe da carga de prova que possa existir ali.

## Exercício resolvido

- 2 Determine a intensidade, a direção e o sentido do vetor campo elétrico nos pontos  $P_1$  e  $P_2$  indicados na figura. O campo elétrico é gerado pela carga puntiforme  $Q = 2 \mu\text{C}$  e o meio é o vácuo.

▶ Dado:  $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$



Determine, a seguir, a intensidade da força elétrica que atua em  $q = 10^{-7} \text{ C}$  colocada em  $P_1$ .

### Resolução:

O vetor campo  $\vec{E}_1$  em  $P_1$  tem as seguintes características:

Intensidade: A intensidade do campo no ponto  $P_1$  originado pela carga puntiforme  $Q$  fixa é dada por:

$$E_1 = K_0 \frac{|Q|}{d^2}$$

Sendo:

$d_1 = 3 \text{ cm} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ ,  $Q = 2 \mu\text{C} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  e  $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ , temos:

$$E_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-2})^2} \Rightarrow E_1 = 2 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

Direção: vertical, isto é, da reta  $OP_1$ .

Sentido: para cima, pois  $Q > 0$  origina campo de afastamento.

O vetor campo  $\vec{E}_2$  em  $P_2$  tem as características:

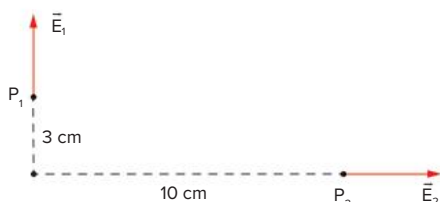
Intensidade:

$$E_2 = k_0 \cdot \frac{|Q|}{d^2}. \text{ Sendo } d_2 = 10 \text{ cm} = 10^{-1} \text{ m, temos:}$$

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{(10^{-1})^2} \Rightarrow E_2 = 18 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

Direção: horizontal

Sentido: da esquerda para a direita.



A intensidade da força elétrica que atua em  $q = 10^{-7}$

colocada em  $P_1$  é dada por:

$$F_1 = qE_1 \therefore F_1 = 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^7$$

$$F_1 = 2 \text{ N}$$

Logo:

$$E_1 = 2 \cdot 10^7 \text{ N/C, vertical, para cima; } E_2 = 18 \cdot 10^5 \text{ N/C,}$$

horizontal, para a direita e  $F_1 = 2 \text{ N}$ .

## Campo elétrico gerado por duas ou mais cargas puntiformes

Para o caso em que existe mais de uma carga, será aplicado o princípio da superposição, estudado no capítulo 1. Desta forma, o campo elétrico resultante em um ponto  $P$ , devido a várias cargas puntiformes que o circundam, é igual ao somatório vetorial dos campos elétricos individuais gerados por cada uma das cargas.

Para ilustrar o princípio, considera-se um ponto  $P$  de uma determinada região do espaço, livre da ação de cargas elétricas. Em seguida, coloca-se em dois pontos  $A$  e  $B$  dessa região duas partículas com cargas  $Q_A$  e  $Q_B$ , respectivamente. A figura 10 mostra três configurações distintas, (I), (II) e (III), para os pontos  $A$  e  $B$ .

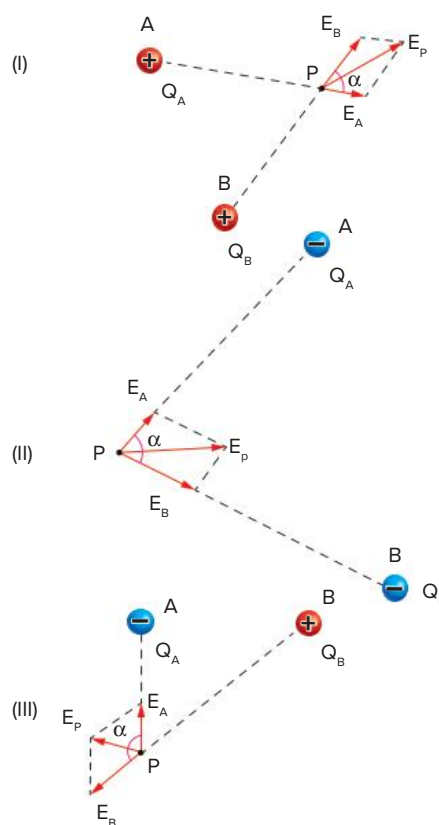


Fig. 10 Determinação do campo elétrico gerado por duas cargas puntiformes em um ponto não colinear a elas.

Nas três situações observa-se que o ponto  $P$  fica sob a ação dos campos gerados pelas cargas  $Q_A$  e  $Q_B$ , e que o campo elétrico resultante, em  $P$ , é dado pela **soma vetorial** dos campos gerados por  $Q_A$  e  $Q_B$ . Assim:

$$\vec{E}_P = \vec{E}_A + \vec{E}_B$$

Dessa forma, o procedimento utilizado para a obtenção do campo elétrico no ponto  $P$  pode ser resumido em três etapas.

1. Identificação dos campos criados no ponto de interesse pelas diversas cargas que o circundam.
2. Cálculo desses campos, utilizando-se a expressão obtida anteriormente:  $E = \frac{K|Q|}{d^2}$ .

$$E = \frac{K|Q|}{d^2}$$

3. Soma dos vetores através dos métodos de decomposição vetorial (recomendável quando há três ou mais vetores envolvidos) ou da lei dos cossenos aplicada à soma de vetores.

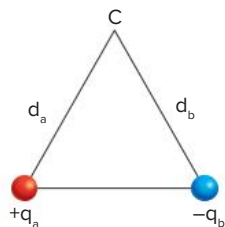
Generalizando o que foi dito no parágrafo inicial desta seção, se houver  $n$  cargas puntiformes, o campo elétrico resultante em um ponto P pode ser matematicamente escrito como:

$$\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

Na equação acima,  $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_n$  são, respectivamente, os campos elétricos gerados pelas cargas 1, 2, ...,  $n$  no ponto de interesse P.

## Exercício resolvido

- 3 Determine o campo elétrico resultante da ação das cargas  $q_a = +6 \mu\text{C}$  e  $q_b = -6 \mu\text{C}$  sobre o ponto vértice C do triângulo equilátero abaixo, de lado 30 cm:

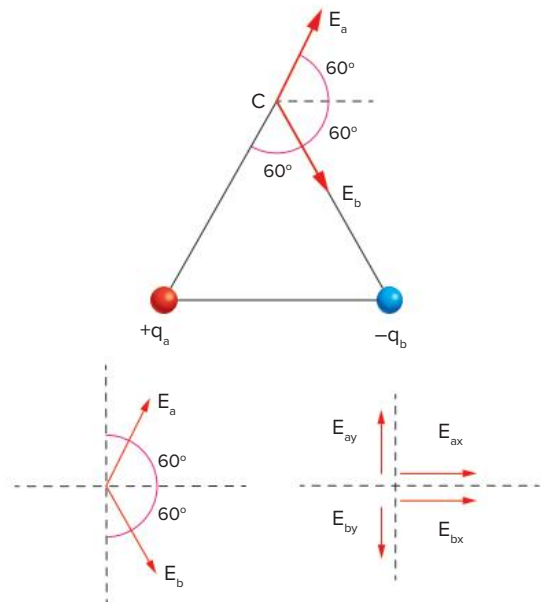


### Resolução:

Para calcular o campo elétrico resultante sobre o vértice C, precisamos determinar o campo que cada carga gera individualmente naquele vértice:

$$E_a = \frac{K \cdot |q_a|}{(d_a)^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{(30 \cdot 10^{-2})^2} = 6 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_b = \frac{K \cdot |q_b|}{(d_b)^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{(30 \cdot 10^{-2})^2} = 6 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

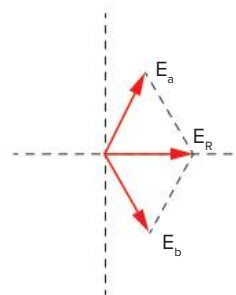


Vemos, no esquema anterior, a decomposição dos vetores. As componentes verticais  $E_{ay}$  e  $E_{by}$  se cancelam, por serem iguais mas de sentidos contrários. Para determinar  $E_R$ , é suficiente somar as componentes horizontais  $E_{ax}$  e  $E_{bx}$ :

$$E_{ax} = E_a \cdot \cos 60^\circ = 6 \cdot 10^5 \cdot 0,5 = 3 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_{bx} = E_b \cdot \cos 60^\circ = 6 \cdot 10^5 \cdot 0,5 = 3 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_R = E_{ax} + E_{bx} = 6 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$



Assim, a intensidade do campo elétrico resultante vale:

$$E_R = 6 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

## Representação do campo elétrico por linhas de força

No tópico anterior, pôde-se observar que a determinação da direção e sentido do vetor campo elétrico ponto a ponto envolve uma soma vetorial. Dessa forma, se o que se desejasse fosse obter a direção e o sentido do vetor campo elétrico em vários pontos do espaço, o trabalho seria muito grande, dado o número de somas vetoriais a serem feitas. Para sobrepujar essa dificuldade, utiliza-se a representação do campo elétrico através de linhas de força.

Linhas de força de um campo elétrico são linhas que tangenciam, em cada ponto, o vetor campo elétrico resultante associado ao ponto considerado.

As linhas de força do campo elétrico orientam-se no mesmo sentido do vetor campo, ou seja, das cargas positivas para as cargas negativas. Para partículas puntiformes, as representações das linhas de força podem ser vistas nas figuras 11 e 12.

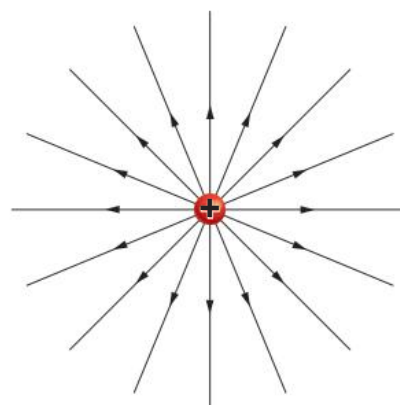


Fig. 11 Linhas de força para uma carga puntiforme positiva.

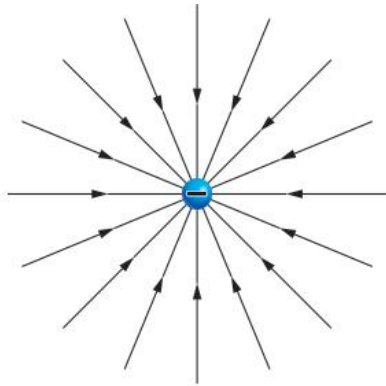


Fig. 12 Linhas de força para uma carga pontiforme negativa.

Para duas partículas eletrizadas com cargas de módulos iguais e sinais opostos, tem-se a representação a seguir.

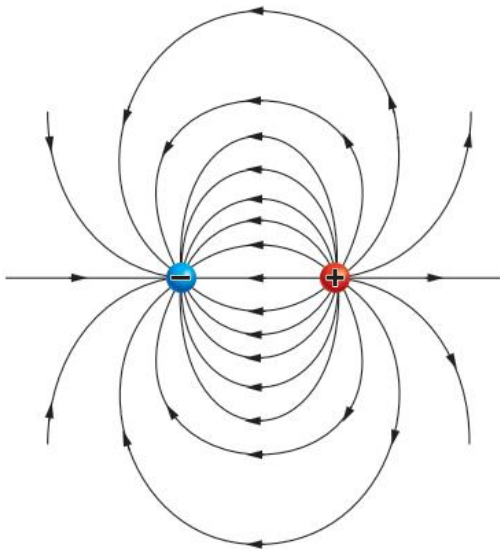


Fig. 13 Linhas de força para um par de cargas positiva e negativa.

No caso de duas partículas de módulos e cargas iguais, as linhas são representadas como na figura 14.

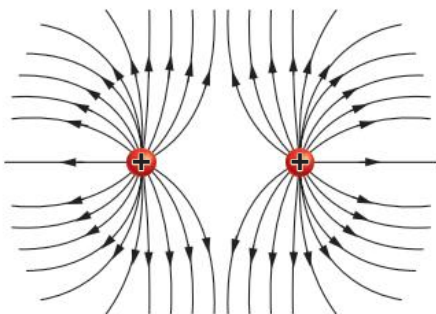


Fig. 14 Linhas de força para sistema formado por 2 cargas positivas.

### ! Atenção

As linhas de força do campo elétrico nunca se cruzam. Isso é fácil de entender pensando que o campo elétrico em cada ponto tem sempre uma única direção e um único sentido. Caso as linhas de campo se cruzassem, teríamos duas indicações distintas da direção do campo, dois vetores campo elétrico definidos em um mesmo ponto, conforme se observa na figura 15.

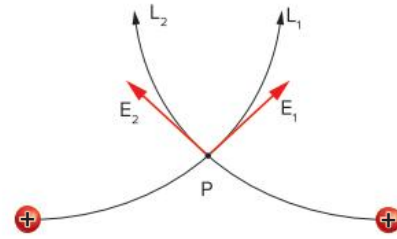


Fig. 15 Configuração impossível de linhas de força.

Na figura, tem-se apenas duas linhas de força do campo elétrico resultante naquela região.

Observa-se que a linha de força  $L_1$  informa que o campo elétrico resultante em P é  $\vec{E}_1$ , enquanto a linha  $L_2$  informa que  $\vec{E}_2$  é que é o campo elétrico resultante. Isso é absurdo, pois o campo elétrico resultante em P é único. Como  $\vec{E}_2 \neq \vec{E}_1$ , conclui-se que  $L_1$  e  $L_2$  não podem se cruzar em nenhum ponto.

## Informações que podem ser obtidas a partir de uma configuração de linhas de força

Uma representação do campo elétrico é muito rica em informações. Da mesma forma que um mapa, uma configuração de linhas de força deve ser feita com atenção para que todos os dados envolvidos sejam corretamente representados. Nesse caso, podem-se deduzir várias características do campo através delas. Essas informações são: direção e sentido do vetor campo elétrico, intensidade relativa do vetor em diversos pontos do campo, sinais das cargas dos corpos que geram o campo elétrico e relação entre os módulos dessas cargas.

### Direção e sentido do vetor campo elétrico

Da definição de linhas de força tem-se que a direção e o sentido do vetor campo elétrico são sempre tangentes a elas, conforme se observa na figura abaixo.

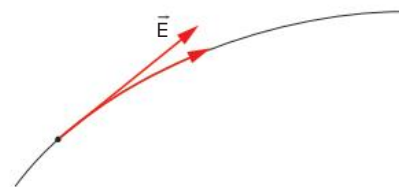


Fig. 16 Campo elétrico tangente à linha de força.

### Intensidade relativa do vetor campo elétrico

A intensidade do campo elétrico em uma dada região é tanto maior quanto maior for a densidade de linhas de força naquela região. Considere a figura a seguir, que representa, através de linhas de força, uma região onde existe um campo elétrico.

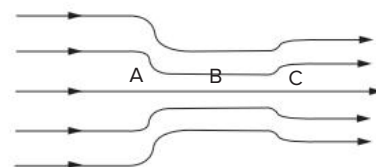


Fig. 17 Configuração de linhas de força de diferentes densidades.

Partindo desse exemplo, pode-se dizer que a intensidade do vetor campo elétrico é maior no ponto B e menor no ponto A, tal que:

$$E_B > E_C > E_A$$

Deve-se entender por densidade de linhas de força a quantidade dessas linhas que “perfuram” cada unidade de área em um plano perpendicular a elas, na região considerada.

Na figura 18, observam-se duas representações de um campo elétrico. Na figura da esquerda tem-se um campo elétrico que sai do plano do papel em direção ao observador, e na figura da direita tem-se um campo elétrico que entra no plano do papel. A intensidade do campo elétrico é maior na região Q, onde a densidade de linhas de força é maior que na região P.

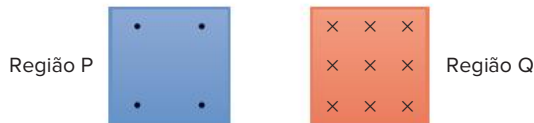


Fig. 18 Regiões P e Q de diferentes densidades de linhas de força e sentido do campo elétrico.

## Sinal da carga do corpo que gera o campo elétrico

O sinal da carga do corpo que gera o campo elétrico é determinado observando-se o fluxo líquido de linhas de campo que entram e saem dele. Se houver mais linhas entrando do que saindo, a carga do corpo será negativa. Por outro lado, se houver mais linhas saindo do que entrando a carga do corpo será positiva. Se o número de linhas saindo e entrando for o mesmo, o corpo será eletricamente neutro. Veja o exemplo seguinte, que mostra dois corpos condutores, A e B.

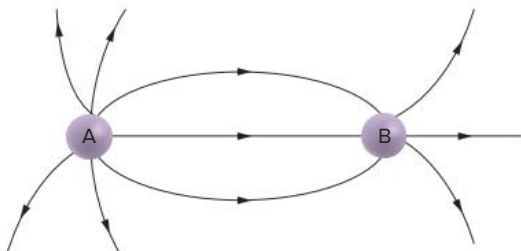


Fig. 19 Fluxo de linhas de campo nos corpos A e B. O corpo A tem carga positiva, e o corpo B é neutro.

Na figura anterior, o corpo A está positivamente carregado, pois há apenas linhas de força saindo dele. O corpo B está neutro, pois a quantidade de linhas de campo que saem e que entram nele é a mesma. Esse exemplo é característico de um corpo condutor neutro com cargas orientadas em razão da proximidade de outro condutor carregado: o corpo A, positivamente carregado, induz uma separação de cargas em B. Assim, o lado esquerdo do corpo B fica negativamente carregado – linhas entrando – e o lado direito fica positivamente carregado – linhas saindo.



Fig. 20 Indução do corpo condutor B por um corpo A positivamente carregado.

## Relação entre os módulos das cargas dos corpos que geram o campo

Na representação do campo elétrico através de linhas de força é importante levar-se em conta a relação entre os módulos das cargas que geram o campo.

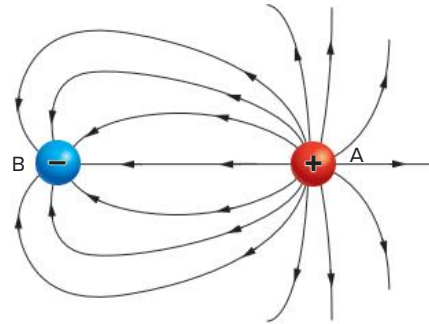


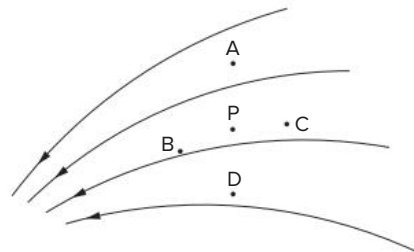
Fig. 21 Linhas de força para sistema formado por cargas de sinais contrários e módulos diferentes.

Na figura anterior, observa-se que da partícula eletrizada A saem 14 linhas e na partícula eletrizada B entram 7 linhas de campo. Isso permite concluir que:

$$\frac{|Q_A|}{n_A} = \frac{|Q_B|}{n_B} \Rightarrow \frac{|Q_A|}{14} = \frac{|Q_B|}{7} \Rightarrow |Q_A| = 2 \cdot |Q_B|$$

## Exercício resolvido

- 4 A figura representa as linhas de força do campo elétrico que existe em certa região do espaço. Sobre uma carga de prova positiva colocada em P agiria uma força em que direção e sentido?



### Resolução:

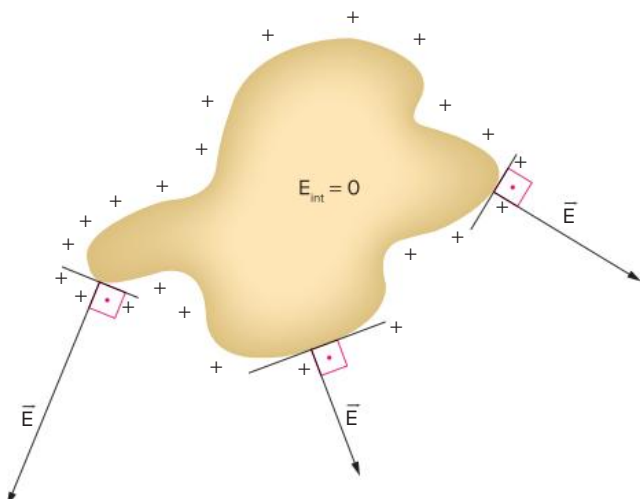
Aparecerá uma força na direção tangente às linhas de força (direção BC) e orientada no mesmo sentido que as linhas (dirigida para B), já que a carga de prova é positiva.

## Campo elétrico do condutor em equilíbrio eletrostático

A condição de equilíbrio eletrostático exige que não haja movimento das cargas, a não ser devido à agitação térmica. Sendo assim, não pode haver campo no interior do condutor que gere movimentos de cargas em uma dada direção. Esse fato leva à importante conclusão de que **o campo elétrico no interior do condutor em equilíbrio eletrostático é nulo.**



Do capítulo anterior, sabe-se que as cargas em um condutor em equilíbrio distribuem-se em sua superfície se acumulando nas pontas. Assim, **o campo elétrico na região externa e infinitamente próxima à superfície não é nulo, sendo perpendicular à superfície em todos os seus pontos e mais intenso nas extremidades**, conforme se observa na figura 22.

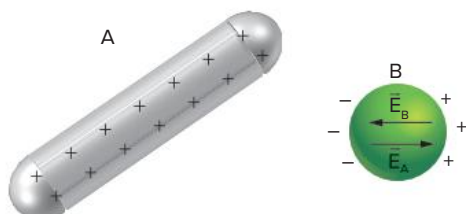


**Fig. 22** Campo elétrico no exterior da superfície de um condutor em equilíbrio eletrostático.

## Blindagem eletrostática

O processo de eletrização por indução foi estudado no capítulo anterior e neste momento o leitor é capaz de entender a indução eletrostática sob o ponto de vista do campo elétrico.

Na figura abaixo, tem-se um indutor A que é aproximado de um corpo condutor neutro B, que sofre o processo de indução.

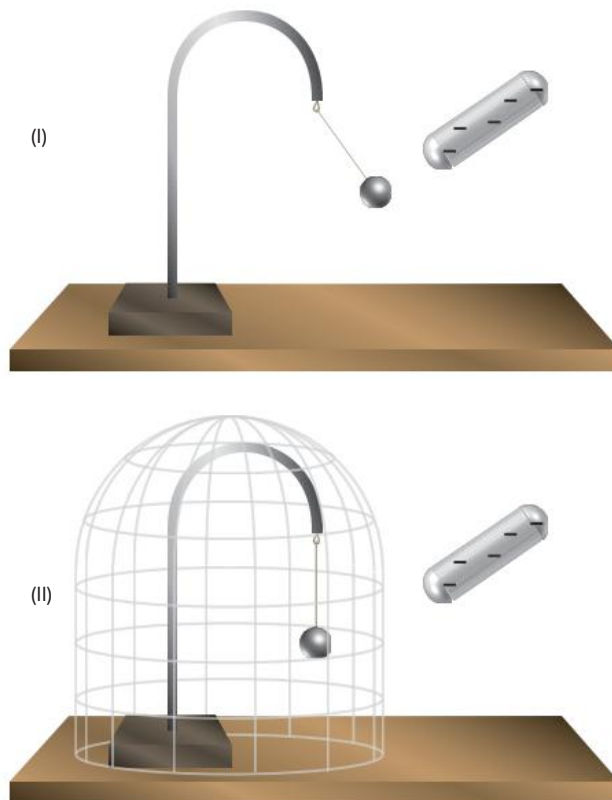


**Fig. 23** Campo elétrico em um processo de indução eletrostática.

A figura mostra que no interior do induzido B tem-se um campo elétrico devido ao indutor A ( $\vec{E}_A$ ), orientado da esquerda para a direita, e um campo devido às cargas induzidas ( $\vec{E}_B$ ) no sentido oposto, que anula o campo elétrico gerado pelo indutor.

Dessa forma, pode-se afirmar que as cargas induzidas garantem a condição de equilíbrio eletrostático no interior do condutor. Pode-se dizer que o interior do condutor está **blindado eletrostaticamente**, ou seja, o campo no interior do condutor em equilíbrio não é afetado por quaisquer distribuições externas de carga, pois as cargas elétricas irão se distribuir na superfície desse condutor de maneira a garantir a condição de equilíbrio eletrostático. No interior do condutor, o campo elétrico é nulo.

O efeito da blindagem eletrostática é observado na figura 24. Ao aproximar-se de um pêndulo eletrostático um corpo carregado, observa-se uma atração, em (I). O pêndulo é, então, colocado no interior de uma gaiola condutora, também chamada de **gaiola de Faraday**, e repete-se o procedimento, em (II). Observa-se que a esfera do pêndulo não é atraída, pois as cargas distribuem-se na superfície da gaiola, garantindo que o campo elétrico no interior dela seja nulo. Assim, não há força sobre a esfera do pêndulo quando ele se encontra no interior da gaiola.



**Fig. 24** Experimento de blindagem eletrostática.

## Campo elétrico do condutor esférico

Um condutor esférico não possui saliências nem reentrâncias. Assim, ao ser eletrizado, as cargas distribuem-se uniformemente pela sua superfície externa, de tal modo que a sua densidade superficial de cargas é a mesma em todas as regiões. Daí dizer-se que a superfície de uma esfera condutora, ao receber cargas, fica uniformemente eletrizada.

Assim, pode-se afirmar, para um condutor esférico eletrizado em equilíbrio eletrostático, que:

- nos pontos internos, o vetor campo elétrico é nulo:

$$\vec{E}_{\text{int}} = \vec{0}$$

- em pontos externos, o campo elétrico é dado por:

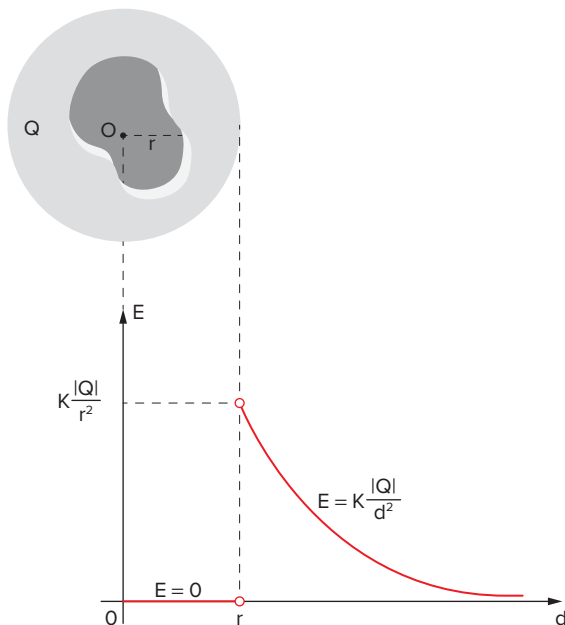
$$E_{\text{próx}} = K \frac{|Q|}{d^2}$$

Na equação anterior,  $d$  é a distância de um ponto externo P, onde se quer medir o campo, ao centro O da esfera.

Note que, **para pontos externos ao condutor, tudo se passa como se a carga estivesse totalmente concentrada no centro da esfera**. Isso ocorre em razão da simetria esférica da consequente distribuição uniforme de cargas na superfície.

**Exatamente sobre a superfície do condutor, o módulo do campo elétrico não está definido**. Entretanto, é possível obtê-lo em pontos infinitamente próximos ao condutor.

Para entender melhor, observe o gráfico a seguir, que mostra o comportamento do campo elétrico gerado por um condutor esférico carregado de raio  $r$ , em função da distância  $d$  de seu centro até o ponto em que o campo é medido.



**Fig. 25** Gráfico do campo elétrico  $E$  gerado por um condutor esférico de raio  $r$  e carga  $Q$  em função da distância  $d$  ao centro da esfera.

Com base no gráfico, concluímos que:

- para  $d$  tendendo a  $r$  pela direita (exterior da esfera):

$$E_{\text{próx.}} \rightarrow E_{\text{ext.}} = K \frac{|Q|}{r^2}$$

- para  $d$  tendendo a  $r$  pela esquerda (interior da esfera):

$$E_{\text{próx.}} = E_{\text{int.}} = 0$$

**Observação:** Em situações em que se pede o campo elétrico infinitamente próximo à superfície do condutor, mas não é informado se a aproximação ocorre pelo meio externo ou interno, assume-se que a região considerada é a externa ao condutor (campo elétrico diferente de zero).

## Exercício resolvido

**5** É dada uma esfera condutora de raio  $R = 1$  m, eletrizada e situada no vácuo. Em um ponto  $P$  à distância de  $d = 3$  m do centro da esfera, o campo elétrico tem intensidade  $9 \cdot 10^{-3}$  N/C. Determine:

- a carga elétrica  $Q$ , distribuída pela superfície da esfera. Admita  $Q > 0$ ;

- a intensidade do campo elétrico em um ponto externo e bem próximo da superfície.

**Dado:** Dado:  $K_0 = 9 \cdot 10^9$  unidades do S.I.

**Resolução:**

- A intensidade do campo em um ponto externo é calculada como se a carga  $Q$  fosse puntiforme e estivesse no centro da esfera. Assim:

$$E_{\text{ext}} = K_0 \cdot \frac{|Q|}{d^2}$$

Sendo  $E_{\text{ext}} = 9 \cdot 10^{-3}$  N/C e  $d = 3$  m, podemos calcular  $Q$ :

$$9 \cdot 10^{-3} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{|Q|}{3^2} \Rightarrow |Q| = 9 \cdot 10^{-12} \text{ C.}$$

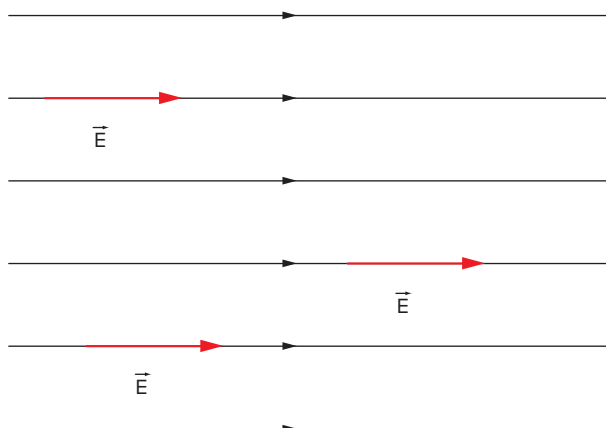
Como  $Q > 0$ , então:  $Q = 9 \cdot 10^{-12}$  C.

- Em um ponto externo e bem próximo da superfície, o campo tem intensidade:

$$\begin{aligned} E_{\text{próx.}} &= K \frac{|Q|}{r^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow E_{\text{próx.}} &= 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{9 \cdot 10^{-12}}{1^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow E_{\text{próx.}} &= 8,1 \cdot 10^{-2} \text{ N/C} \end{aligned}$$

## Campo elétrico uniforme

Uma importante configuração de campo elétrico é aquela na qual o vetor campo elétrico tem mesmo módulo, direção e sentido em todos os pontos (Fig. 26).



**Fig. 26** Campo elétrico uniforme.

Observe que a representação do campo elétrico uniforme, a partir de linhas de força do campo elétrico, é feita através de linhas paralelas e uniformemente espaçadas. O paralelismo garante que a direção e sentido do vetor campo elétrico é o mesmo em todos os pontos, e o fato de elas serem uniformemente espaçadas garante que a densidade de linhas seja constante, indicando que o campo é uniforme.

Então, qual a distribuição de cargas capaz de gerar um campo elétrico uniforme? É o que será visto a seguir.

## Densidade superficial de cargas

Uma quantidade física extremamente importante no estudo do campo elétrico em condutores é a densidade superficial de cargas, indicada pela letra grega sigma ( $\sigma$ ). A necessidade da utilização de uma densidade superficial advém do fato de que em condutores a carga nunca se encontra distribuída volumetricamente, ou seja, no equilíbrio a carga sempre está distribuída na superfície. Supondo-se um condutor de área  $A$  e carga total  $Q$ , distribuída em sua superfície, define-se densidade superficial média de carga a razão:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \quad (\text{C/m}^2)$$

O termo densidade média decorre do fato de que, em condutores não esféricos, há um acúmulo de cargas nas pontas, o conhecido efeito das pontas. Para o caso em que a carga é homoganeamente distribuída, pode-se dizer que a densidade superficial de cargas é a mesma em todos os pontos da superfície do condutor.

## Distribuição de cargas em superfície plana e infinita uniformemente carregada

A principal distribuição de cargas capaz de gerar um campo elétrico uniforme é uma superfície plana e infinita, uniformemente carregada com uma densidade superficial de carga  $\sigma$ . Supondo que essa superfície encontra-se imersa em um meio cuja permissividade elétrica é igual a  $\epsilon$ , demonstra-se que o campo elétrico em qualquer ponto, seja ele próximo ou afastado da superfície, é dado por:

$$E = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon}$$

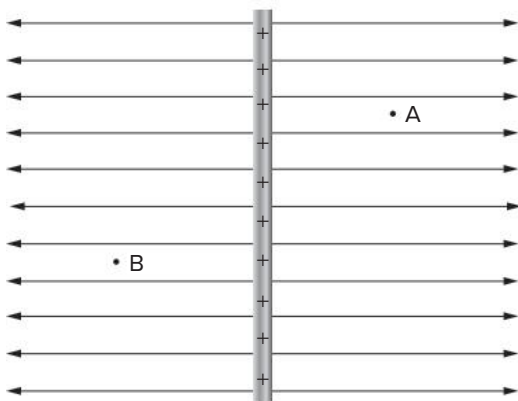


Fig. 27 Campo gerado por uma superfície infinita carregada positivamente.

Na figura anterior, nota-se que, se a carga da placa fosse negativa, a orientação do campo elétrico seria oposta àquela mostrada.

Neste momento, o aluno deve estar se questionando se, como não existem superfícies planas e infinitas, o estudo do campo elétrico uniforme não é por demais teórico, sem aplicação prática. De fato, um campo elétrico muito próximo do uniforme é obtido quando se colocam duas placas planas paralelas e com densidades superficiais de

carga de mesmo módulo e de sinais contrários, tal como o observado na figura 28. Neste caso, é importante ressaltar que a distância entre as placas carregadas deve ser bem menor do que os seus comprimentos.

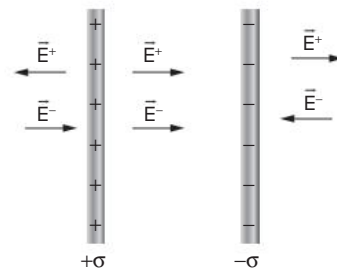


Fig. 28 Campo elétrico gerado por duas placas paralelas de sinais contrários.

Observa-se que o campo elétrico na região fora das placas se anula, enquanto o campo elétrico na região entre as placas é dado por:

$$E_r = \frac{2 \cdot \sigma}{2 \cdot \epsilon} \quad \therefore \quad E_r = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

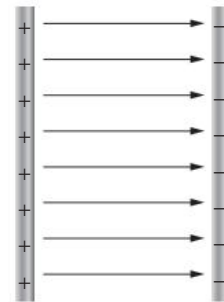


Fig. 29 Campo gerado por duas superfícies infinitas de sinais contrários.

Os campos elétricos uniformes são utilizados em capacitores, aceleradores de partículas, entre outras aplicações. Assim, o seu valor prático é inestimável.

## Cargas sujeitas a campos elétricos uniformes

Do exposto anteriormente, pode-se concluir que cargas submetidas a campos elétricos uniformes ficam sujeitas a forças que têm mesmo módulo, direção e sentido em todos os pontos do campo. Da aplicação da 2ª lei de Newton, tem-se que a aceleração  $a_E$  devido ao campo também é constante, tal que:

$$F_e = |q|E = ma_E$$

$$a_E = \frac{|q|E}{m} = \text{constante}$$

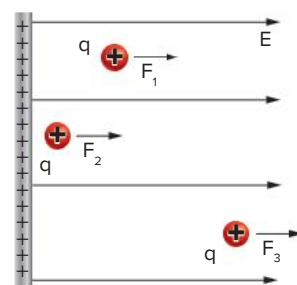


Fig. 30 Carga  $Q$  sujeita a força elétrica em um campo elétrico uniforme.

Na figura anterior tem-se a carga  $q$  colocada em três pontos diferentes de um campo elétrico uniforme. Como o campo tem o mesmo módulo, direção e sentido em todos os pontos, tem-se que as forças  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$  são iguais, ou seja:

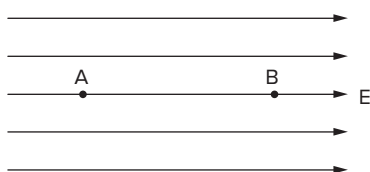
$$\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{F}_3$$

Do curso de cinemática, tem-se que, se um corpo está submetido a uma aceleração constante, o seu movimento, na direção da aceleração, é um MUV (Movimento Uniformemente Variado). Esse tipo de raciocínio é o mesmo aplicado na análise de movimento de corpos próximos à superfície da Terra, segundo o qual se considera que o campo gravitacional terrestre é uniforme.

Outra colocação importante está relacionada com a dependência da aceleração  $a_E$  com a relação carga-massa do corpo submetido a essa aceleração. Esse problema tem raízes históricas, com a primeira medida importante realizada por J. J. Thomson, que mediu a relação carga-massa do elétron. Foi somente com Millikan que a carga elementar foi medida, determinando-se, assim, a massa do elétron.

## Exercício resolvido

- 6 Uma carga elétrica puntiforme  $q = 1 \mu\text{C}$  e de massa  $m = 10^{-6} \text{ kg}$  é abandonada, em repouso, em um ponto A de um campo elétrico uniforme de intensidade  $E = 10^6 \text{ N/C}$ , conforme a figura.



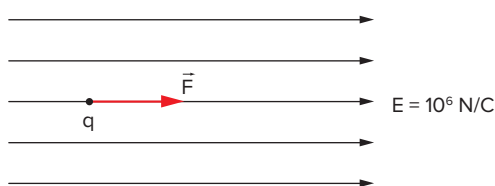
Determine:

- a intensidade da força elétrica que atua em  $q$ ;
- a aceleração do movimento de  $q$ ;
- a velocidade que  $q$  possui ao passar por B, situado a 2 m de A.

Despreze as ações gravitacionais.

**Resolução:**

- d) Como  $q > 0$ ,  $\vec{F}$  tem mesmo sentido que  $\vec{E}$ .



A intensidade da força elétrica em  $q$  é dada por:

$$F = |q| \cdot E. \text{ Sendo } q = 1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C e}$$

$$E = 10^6 \text{ N/C, então: } F = 10^{-6} \cdot 10^6$$

$$\text{Logo: } F = 1 \text{ N}$$

- e) Pela equação fundamental da Dinâmica,  $F = ma$ . Como  $F = 10^{-1} \text{ N}$  e  $m = 10^{-6} \text{ kg}$ , então:  $1 = 10^{-6} \cdot a$ . Logo:  $a = 10^6 \text{ m/s}^2$ .

Observe que, sendo o campo uniforme, resulta que  $E$  é constante. Portanto, a partícula abandonada em repouso executa movimento retilíneo uniformemente variado e, no caso, acelerado. Se a partícula fosse lançada na direção do campo, mas em sentido contrário, o movimento inicial seria retilíneo, uniformemente variado e retardado.

- f) Sendo o movimento uniformemente variado, podemos aplicar a equação de Torricelli:

$$v_B^2 = v_A^2 + 2a\Delta s$$

$$v_B^2 = 0 + 2 \cdot 10^6 \cdot 2$$

$$\text{Logo: } v_B = 2 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

## Lançamento oblíquo de cargas puntiformes em campo elétrico uniforme

Considere uma partícula puntiforme de carga  $q$  positiva e massa  $m$  que entra em uma região de campo elétrico uniforme de módulo  $E$ . A velocidade dessa partícula, ao entrar nessa região, tem módulo  $v_0$  e faz um ângulo  $\alpha$  com a normal ao campo. Veja a figura a seguir.

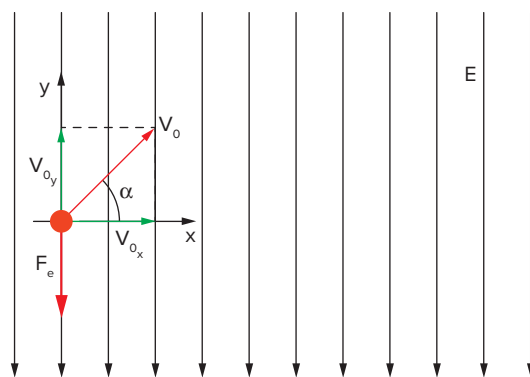


Fig. 31 Lançamento oblíquo de carga puntiforme em campo elétrico uniforme.

Supondo que a força peso possa ser desprezada em face da força elétrica nessa situação, haverá somente a força elétrica atuando sobre a partícula, o que altera seu movimento. Logo:

$$F_R = m \cdot a = q \cdot E$$

A fim de facilitar o estudo do movimento da partícula, escolhemos os eixos coordenados de forma que a direção de  $y$  coincida com a da força elétrica e decompos a velocidade inicial  $\vec{v}_0$  nas direções de  $x$  e  $y$ .

No eixo  $x$ , não há forças agindo sobre a partícula. Logo, o movimento é uniforme ( $a_x = 0$ ). Assim, podemos usar as equações de Cinemática para o MU a fim de estudar o movimento nessa direção. Aplicando a função horária dos espaços ao movimento da partícula em  $x$ , temos:

$$x = v_x \cdot t = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$$

$$v_x = v_0 \cdot \cos \alpha$$

No eixo  $y$ , temos uma força constante para baixo, e o movimento nessa direção é uniformemente variado. Considera-se que a carga  $q$  é positiva e que a sua massa é igual a  $m$ . Assim, as funções de posição e velocidade nesse eixo são dadas por:

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}a_y t^2 = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} \cdot \frac{qE}{m} t^2$$

$$y = v_{0y}t - a_y t^2 = v_0 \sin \alpha t - \frac{qE}{m} t^2$$

$$a_y = -\frac{qE}{m}$$

O sinal negativo da aceleração deve-se à orientação dada para o eixo  $y$  e ao sinal da carga  $q$ , o que leva a força elétrica a ser para baixo, enquanto o eixo  $y$  está orientado para cima. Isolando-se o tempo na equação de posição no eixo horizontal, temos:

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

Substituindo-se o valor obtido anteriormente na equação de posição do eixo  $y$ , temos:

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot \left( \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right) - \frac{1}{2} \cdot \frac{qE}{m} \cdot \left( \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2$$

$$y = \underbrace{\frac{\operatorname{tg} \alpha}{C_1}} \cdot x - \underbrace{\frac{qE}{2mv_0^2 \cos^2 \alpha}} \cdot x^2$$

### Atenção

Observa-se que os termos que multiplicam os termos em  $x$  e em  $x^2$  são constantes, o que permite que se escreva a equação da trajetória, ou seja, a equação que relaciona os valores de  $y$  e  $x$  ao longo do deslocamento, como:

$$y = C_1 x - C_2 x^2$$

A equação anterior é claramente a equação de uma parábola. Assim, o movimento da carga puntiforme no interior do campo elétrico uniforme é um movimento parabólico. A análise foi feita compondo-se um movimento uniforme, no eixo  $x$ , e um movimento uniformemente variado, no eixo  $y$ . Uma possível trajetória é mostrada na figura 32.

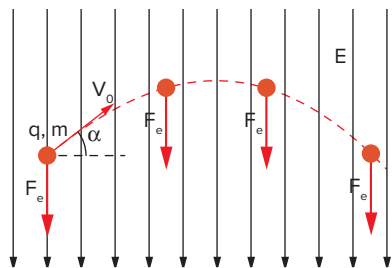
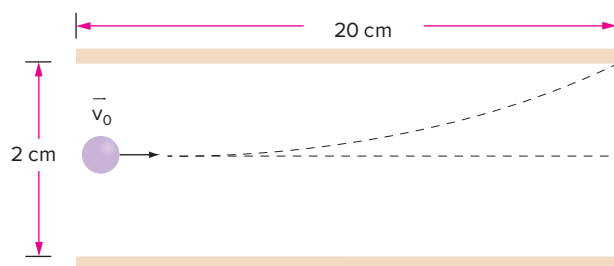


Fig. 32 Trajetória de uma carga puntiforme, em lançamento oblíquo, em um campo elétrico uniforme.

No caso de a orientação do campo ou o sinal da carga mudar, basta mudar o sinal e/ou a orientação dos eixos para que as equações de posição e velocidade possam ser escritas adequadamente.

## Exercício resolvido

7 Uma partícula de carga  $5,0 \cdot 10^{-4} \text{ C}$  e massa  $1,6 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$  é lançada com velocidade de  $10^2 \text{ m/s}$ , perpendicularmente ao campo elétrico uniforme produzido por placas paralelas de comprimento igual a  $20 \text{ cm}$ , distanciadas  $2 \text{ cm}$  entre si. A partícula penetra no campo, em um ponto equidistante das placas, e sai tangenciando a borda da placa superior, conforme representado na figura a seguir. Desprezando a ação gravitacional, determine, em  $10^3 \text{ V/m}$ , a intensidade do campo elétrico.



### Resolução:

I. Tempo entre as placas:

$$\text{Em } x: v_0 = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow 10^2 = \frac{0,20}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

II. Aceleração em  $y$  em função de  $E$ :

Em  $y$ :

$$F_R = ma \Rightarrow F_e = ma \Rightarrow qE = ma \Rightarrow a = \frac{qE}{m}$$

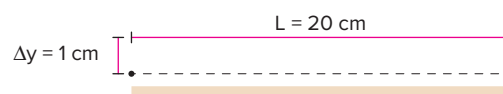
$$a = \frac{5,0 \cdot 10^{-4}}{1,6 \cdot 10^{-3}} \cdot E \Rightarrow a = 3,125 \cdot 10^{-1} \cdot E$$

III. Cálculo de  $E$ :

$$\Delta y = v_{0y} \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

$$\text{Em } y: 0,01 = \frac{1}{2} \cdot 3,125 \cdot 10^{-1} \cdot E \cdot (2,0 \cdot 10^{-3})^2$$

$$E = 16 \cdot 10^3 \text{ V/m}$$





## Revisando

- 1 Determinou-se, experimentalmente, que o vetor campo elétrico no ponto P de um campo elétrico tinha módulo  $E = 4,0 \text{ N/C}$ , direção e sentido dados pela figura a seguir.



- a) Determinar a força eletrostática  $\vec{F}_1$  que se origina em uma carga pontual  $q_1 = +2,0 \mu\text{C}$  colocada em P.

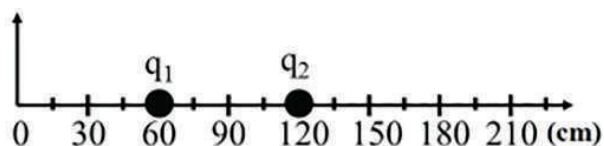
- b) Determinar a força eletrostática  $\vec{F}_2$  que se origina em uma carga pontual  $q_2 = -2,0 \mu\text{C}$  colocada em P.

- 2 **Mackenzie (Adapt.)** Millikan realizou um célebre experimento para medição da carga elétrica elementar. Um ensaio poderia consistir em equilibrar uma gotícula de óleo sujeita exclusivamente à gravidade  $\vec{g}$  e a um campo elétrico vertical  $\vec{E}$ . Admita que o peso da gotícula seja  $mg = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ N}$ , que o campo elétrico tenha intensidade  $|\vec{E}| = 100 \text{ N/C}$  e que a gotícula possua um elétron excedente. Calcule a carga do elétron e indique o sentido do campo  $\vec{E}$  (ascendente  $\uparrow$  ou descendente  $\downarrow$ ):

- 3 Uerj 2020** Em uma impressora a jato de tinta, gotículas de tinta com carga elétrica  $q$  atravessam um campo elétrico uniforme  $\vec{E}$  de intensidade igual a  $8 \times 10^5 \text{ N/C}$ , sendo depositadas em uma folha de papel. Admita que cada gotícula tenha massa  $m = 3,2 \times 10^{-9} \text{ g}$  e adquira aceleração de  $10^4 \text{ m/s}^2$ , durante a interação com o campo  $\vec{E}$ . Desprezando a ação do campo gravitacional e a resistência do ar, determine a quantidade de elétrons em cada gotícula.

▶ **Dado:** carga elétrica do elétron =  $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

- 4 UFJF 2017** Duas cargas elétricas,  $q_1 = +1 \mu\text{C}$  e  $q_2 = -4 \mu\text{C}$ , estão no vácuo, fixas nos pontos 1 e 2, e separadas por uma distância  $d = 60 \text{ cm}$ , como mostra a figura abaixo.

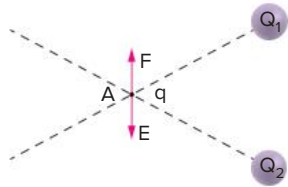


Com base nas informações, determine:

- A intensidade, a direção e o sentido do vetor campo elétrico resultante no ponto médio da linha reta que une as duas cargas.
- O ponto em que o campo elétrico resultante é nulo à esquerda de  $q_1$ .

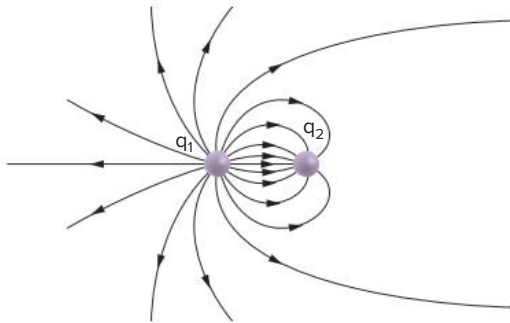
## Exercícios propostos

- 1 Fesp** Considere a figura abaixo, onde  $\vec{E}$  é o vetor campo elétrico resultante em A, gerado pelas cargas fixas  $Q_1$  e  $Q_2$ .  $\vec{F}$  é a força elétrica na carga de prova  $q$ , colocada em A. Dadas as alternativas abaixo, assinale a correta:



- A  $Q_1 < 0, Q_2 > 0$  e  $q < 0$       D  $Q_1 > 0, Q_2 < 0$  e  $q < 0$   
 B  $Q_1 > 0, Q_2 < 0$  e  $q > 0$       E  $Q_1 < 0, Q_2 < 0$  e  $q > 0$   
 C  $Q_1 > 0, Q_2 > 0$  e  $q < 0$

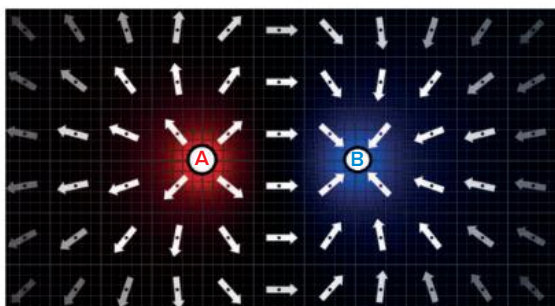
- 2 Unicamp (Adapt.)** A figura a seguir mostra as linhas de força do campo eletrostático criado por um sistema de 2 cargas puntiformes  $q_1$  e  $q_2$ .



- a) Nas proximidades de que carga o campo eletrostático é mais intenso? Por quê?  
 b) Qual é o sinal do produto  $q_1 \cdot q_2$ ?  
 c) Qual a relação  $|q_1|/|q_2|$ ?

- 3 UEMG 2019** Fundado em 2002 pelo Prêmio Nobel Carl Wieman, o projeto PhET Simulações Interativas da Universidade de Colorado Boulder (EUA) cria simulações interativas gratuitas de matemática e ciências. As simulações PhET baseiam-se em extensa pesquisa em educação e envolvem os alunos através de um ambiente intuitivo, estilo jogo, onde os alunos aprendem através da exploração e da descoberta.

Disponível em: [https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/](https://phet.colorado.edu/pt_BR/). Acesso: 11 dez. 2018.



A figura acima foi obtida pelo PhET, sendo que duas partículas A e B, eletricamente carregadas, foram colocadas em uma determinada região do espaço. As

setas indicam a direção e o sentido das linhas de força do vetor campo elétrico do sistema.

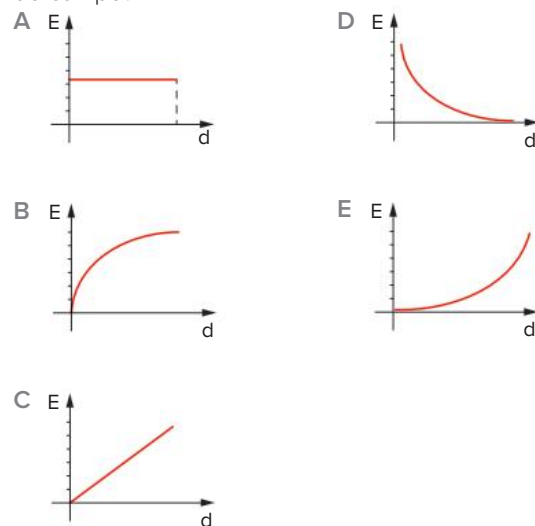
A respeito das cargas elétricas A e B, é **CORRETO** afirmar que:

- A Ambas são eletricamente positivas.  
 B Ambas são eletricamente negativas.  
 C B é eletricamente positiva e A é negativa.  
 D A é eletricamente positiva e B é negativa.

- 4 UFABC** Para explicar como dois corpos podem interagir sem estar em contato, alguns físicos propuseram a teoria de campo. O campo elétrico, por exemplo, é uma alteração produzida no espaço pela presença de uma carga elétrica, de modo que outra carga, no entorno da primeira, detecte a existência desta por meio dessa alteração. Para “visualizar” a forma do campo elétrico, criou-se o conceito de linhas de força. Em cada ponto dessas linhas de força o vetor campo elétrico é:

- A tangente à linha e com o sentido oposto ao dela.  
 B tangente à linha e com o mesmo sentido dela.  
 C perpendicular à linha e com o sentido oposto ao dela.  
 D perpendicular à linha e com o mesmo sentido dela.  
 E paralelo à linha e com o sentido oposto ao dela.

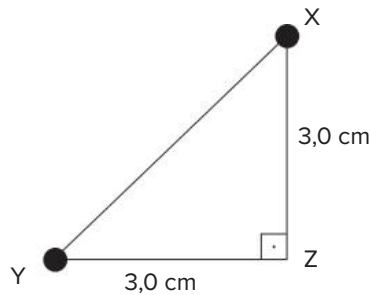
- 5** Qual dos seguintes gráficos melhor representa a intensidade (E) do campo elétrico de uma carga pontual em função da distância (d) entre a carga e um ponto do campo?



- 6 EsPCEx 2020** No triângulo retângulo isósceles XYZ, conforme desenho a seguir, em que  $XZ = YZ = 3,0$  cm, foram colocadas uma carga elétrica puntiforme  $Q_X = +6$  nC no vértice X e uma carga elétrica puntiforme  $Q_Y = +8$  nC no vértice Y.

A intensidade do campo elétrico resultante em Z, devido às cargas já citadas é

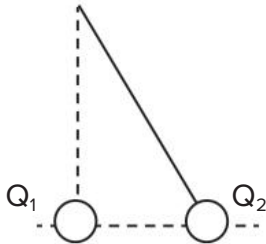
**Dados:** o meio é o vácuo e a constante eletrostática do vácuo é  $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ .



Desenho Ilustrativo - Fora de Escala

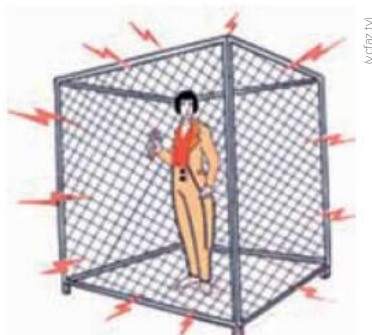
- A  $2 \cdot 10^5$  N/C.      C  $8 \cdot 10^4$  N/C.      E  $10^5$  N/C.  
 B  $6 \cdot 10^3$  N/C.      D  $10^4$  N/C.

- 7 UEPG 2018** Duas esferas idênticas de massa igual a 100 g e carga  $Q$  estão dispostas em equilíbrio como mostrada na figura abaixo. Uma das esferas está presa a um fio ideal, de massa desprezível, inextensível e sem carga elétrica. Considerando que o comprimento do fio é 50 cm e a distância entre as cargas é 30 cm, assinale o que for correto.



- 01 O módulo da carga elétrica em cada esfera é  $\frac{\sqrt{30}}{2} \cdot 10^{-6}$  C.  
 02 O módulo da tensão no fio é 1,25 N.  
 04 Se as cargas forem colocadas em contato e depois separadas, a força elétrica entre elas será necessariamente nula.  
 08 No ponto médio entre as cargas, o módulo do campo elétrico total é nulo.  
 16 O módulo da força elétrica entre as cargas é 0,75 N.  
 Soma:

- 8 FGV 2018** A gaiola de Faraday é um curioso dispositivo que serve para comprovar o comportamento das cargas elétricas em equilíbrio. A pessoa em seu interior não sofre descarga.



Dessa experiência, conclui-se que o campo elétrico no interior da gaiola é

- A uniforme e horizontal, com o sentido dependente do sinal das cargas externas.  
 B nulo apenas na região central onde está a pessoa.  
 C mais intenso próximo aos vértices, pois é lá que as cargas mais se concentram.  
 D uniforme, dirigido verticalmente para cima ou para baixo, dependendo do sinal das cargas externas.  
 E inteiramente nulo.

- 9 Mackenzie** Quando um condutor está em equilíbrio eletrostático, podemos afirmar, sempre, que:

- A a soma das cargas do condutor é igual a zero.  
 B as cargas se distribuem uniformemente em seu volume.  
 C as cargas se distribuem uniformemente em sua superfície.  
 D o campo elétrico no interior do condutor é nulo.  
 E o potencial elétrico no interior do condutor é nulo.

- 10 FEI** Considere as afirmações seguintes.

- I. O campo elétrico no interior de um condutor esférico, seja maciço ou oco, é nulo.  
 II. Na superfície de um condutor eletrizado em equilíbrio, o campo elétrico é normal à superfície.  
 III. O campo elétrico originado por um condutor esférico de raio  $R$ , eletrizado com carga  $Q$ , em pontos externos à esfera, é calculado considerando-se que  $Q$  seja puntiforme e concentrada no centro da esfera.

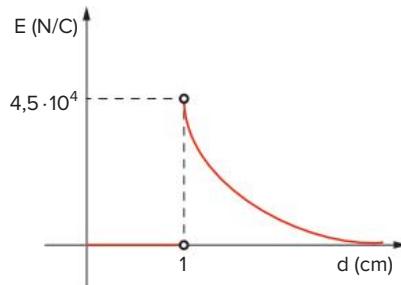
- A Todas as afirmações estão erradas.  
 B Todas as afirmações estão corretas.  
 C Só a afirmação I está correta.  
 D Só a afirmação II está correta.  
 E Só a afirmação III está correta.

- 11 Enem** Duas irmãs que dividem o mesmo quarto de estudos combinaram de comprar duas caixas com tampas para guardarem seus pertences dentro de suas caixas, evitando, assim, a bagunça sobre a mesa de estudos. Uma delas comprou uma metálica, e a outra, uma caixa de madeira de área e espessura lateral diferentes, para facilitar a identificação. Um dia as meninas foram estudar para a prova de Física e, ao se acomodarem na mesa de estudos, guardam seus celulares ligados dentro de suas caixas. Ao longo desse dia, uma delas recebeu ligações telefônicas, enquanto os amigos da outra tentavam ligar e recebiam mensagem de que o celular estava fora da área de cobertura ou desligado.

Para explicar essa situação, um físico deveria afirmar que o material da caixa cujo telefone celular não recebeu as ligações é de:

- A madeira, e o telefone não funcionava porque a madeira não é um bom condutor de eletricidade.
- B metal, e o telefone não funcionava devido à blindagem eletrostática que o metal proporcionava.
- C metal, e o telefone não funcionava porque o metal refletia todo tipo de radiação que nele incidia.
- D metal, e o telefone não funcionava porque a área lateral da caixa de metal era maior.
- E madeira, e o telefone não funcionava porque a espessura dessa caixa era maior que a espessura da caixa de metal.

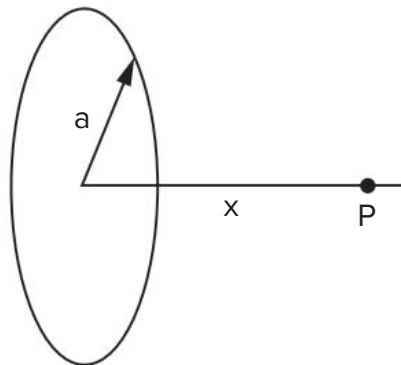
12 Um condutor esférico de raio  $r$  e carga elétrica de módulo  $Q$  gera um campo elétrico de módulo  $E$ . O comportamento de  $E$  em função da distância  $d$  ao seu centro pode ser representado pelo seguinte gráfico:



Com base no gráfico, pode-se concluir que o valor de  $Q$  é:

▶ **Dado:** constante eletrostática do meio  $K = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$

- A  $5 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ .
  - B  $5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ .
  - C  $5 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ .
  - D  $5 \cdot 10^{-10} \text{ C}$ .
  - E nenhuma das anteriores.
- 13 UEG 2016 A figura a seguir descreve um anel metálico, de raio  $a$ , carregado positivamente com carga  $Q$ , no ponto P, o campo elétrico dado pela expressão.



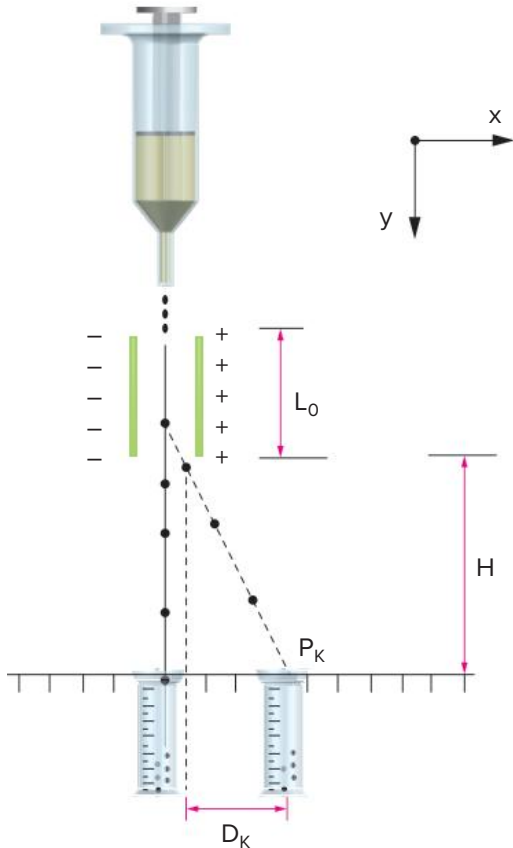
$$E_p = \frac{kQx}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$$

No limite de  $x \gg a$  (leia-se  $x$  muito maior que  $a$ ), a expressão do campo elétrico  $E_p$  é equivalente

- A ao campo elétrico de uma carga pontual com a carga do anel.
  - B à aproximação de  $a \gg x$ , que leva a um valor nulo nas duas situações.
  - C à mesma expressão apresentada no enunciado do problema.
  - D à equação  $E_p$ , salvo uma correção necessária no valor de  $Q$ .
- 14 Unicamp Um elétron é acelerado, a partir do repouso, ao longo de 8,8 mm, por um campo elétrico constante e uniforme de módulo  $E = 1,0 \cdot 10^5 \text{ V/m}$ . Sabendo-se que a razão carga/massa do elétron vale  $e/m = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$ , calcule:
- a) a aceleração do elétron.
  - b) a velocidade final do elétron.  
Ao abandonar o campo elétrico, o elétron penetra perpendicularmente a um campo magnético constante e uniforme de módulo  $B = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ T}$ .
  - c) Qual o raio da órbita descrita pelo elétron?



- 15 PUC** Um selecionador eletrostático de células biológicas produz, a partir da extremidade de um funil, um jato de gotas com velocidade  $V_{0y}$  constante. As gotas, contendo as células que se quer separar, são eletrizadas. As células selecionadas, do tipo K, em gotas de massa  $M$  e eletrizadas com carga  $-Q$ , são desviadas por um campo elétrico uniforme  $E$ , criado por duas placas paralelas carregadas, de comprimento  $L_0$ . Essas células são recolhidas no recipiente colocado em  $P_K$ , como na figura.

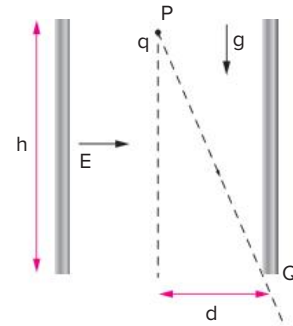


Para as gotas contendo células do tipo K, utilizando em suas respostas apenas  $Q$ ,  $M$ ,  $E$ ,  $L_0$ ,  $H$  e  $V_{0y}$ , determine:

- a aceleração horizontal  $A_x$  dessas gotas, quando elas estão entre as placas.
- a componente horizontal  $V_x$  da velocidade com que essas gotas saem, no ponto A, da região entre as placas.
- a distância  $D_K$ , indicada no esquema, que caracteriza a posição em que essas gotas devem ser recolhidas.

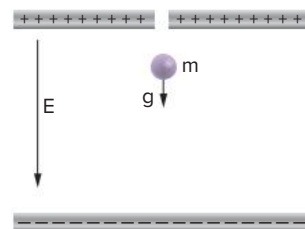
(Nas condições dadas, os efeitos gravitacionais podem ser desprezados).

- 16 Unesp** Em um seletor de cargas, uma partícula de massa  $m$  e eletrizada com carga  $q$  é abandonada em repouso em um ponto P, entre as placas paralelas de um capacitor polarizado com um campo elétrico  $E$ . A partícula sofre deflexão em sua trajetória devido à ação simultânea do campo gravitacional e do campo elétrico e deixa o capacitor em um ponto Q, como registrado na figura.



Deduz a razão  $q/m$ , em termos do campo  $E$  e das distâncias  $d$  e  $h$ .

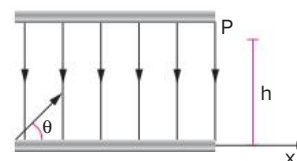
- 17 Unesp** Um dispositivo para medir a carga elétrica de uma gota de óleo é constituído de um capacitor polarizado no interior de um recipiente convenientemente vedado, como ilustrado na figura.



A gota de óleo, com massa  $m$ , é abandonada a partir do repouso no interior do capacitor, onde existe um campo elétrico uniforme  $E$ . Sob ação da gravidade e do campo elétrico, a gota inicia um movimento de queda com aceleração  $0,2g$ , onde  $g$  é a aceleração da gravidade. O valor absoluto (módulo) da carga pode ser calculado através da expressão:

- |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| A $Q = 0,8 \frac{mg}{E}$ | D $Q = 1,2 \frac{mg}{E}$ |
| B $Q = 1,2 \frac{E}{mg}$ | E $Q = 0,8 \frac{E}{mg}$ |
| C $Q = 1,2 \frac{m}{gE}$ |                          |

- 18 Unesp** Um feixe de partículas eletricamente carregadas precisa ser desviado utilizando-se um capacitor como o mostrado na figura. Cada partícula deve entrar na região do capacitor com energia cinética  $K$ , em uma direção cuja inclinação  $\theta$ , em relação à direção  $x$ , é desconhecida inicialmente, e passar pelo ponto de saída P com velocidade paralela à direção  $x$ . Um campo elétrico uniforme e perpendicular às placas do capacitor deve controlar a trajetória das partículas.

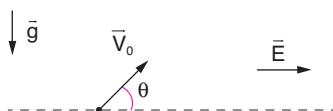


Se a energia cinética de cada partícula no ponto P for  $K/4$ , a sua carga for  $Q$  e desprezando o efeito da gravidade, calcule:

- a) o ângulo  $\theta$ .  
 b) o campo elétrico que deve ser aplicado para desviar o feixe conforme requerido, em termos de  $Q$ ,  $h$  e  $K$ .

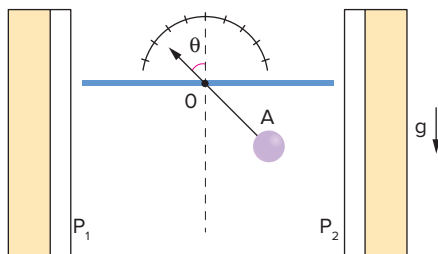
$\theta$	$\text{sen } \theta$	$\text{cos } \theta$	$\text{tg } \theta$
$30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

- 19 AFA** Na figura abaixo, uma partícula com carga elétrica positiva  $q$  e massa  $m$  é lançada obliquamente de uma superfície plana, com velocidade inicial de módulo  $V_0$ , no vácuo, inclinada de um ângulo  $\theta$  em relação à horizontal.



Considere que, além do campo gravitacional de intensidade  $g$ , atua também um campo elétrico uniforme de módulo  $E$ . Pode-se afirmar que a partícula voltará à altura inicial de lançamento após percorrer, horizontalmente, uma distância igual a:

- A  $\frac{V_0}{2g} \left( 1 + \frac{qE}{m} \text{sen } 2\theta \right)$   
 B  $\frac{V_0^2}{2g} \text{sen } \theta \left( \text{cos } \theta + \frac{qE}{m} \text{sen } \theta \right)$   
 C  $\frac{V_0}{g} \left( \text{sen } 2\theta + \frac{qE}{mg} \right)$   
 D  $\frac{V_0^2}{g} \text{sen } 2\theta \left( 1 + \frac{qE}{mg} \text{tg } \theta \right)$
- 20 Fuvest** Um campo elétrico uniforme, de módulo  $E$ , criado entre duas grandes placas paralelas carregadas,  $P_1$  e  $P_2$ , é utilizado para estimar a carga presente em pequenas esferas. As esferas são fixadas na extremidade de uma haste isolante rígida e muito leve, que pode girar em torno do ponto  $O$ . Quando uma pequena esfera  $A$ , de massa  $M = 0,015 \text{ kg}$  e carga  $Q$ , é fixada na haste, e sendo  $E$  igual a  $500 \text{ kV/m}$ , a esfera assume uma posição de equilíbrio, tal que a haste forma com a vertical um ângulo  $\theta = 45^\circ$ . Para essa situação:



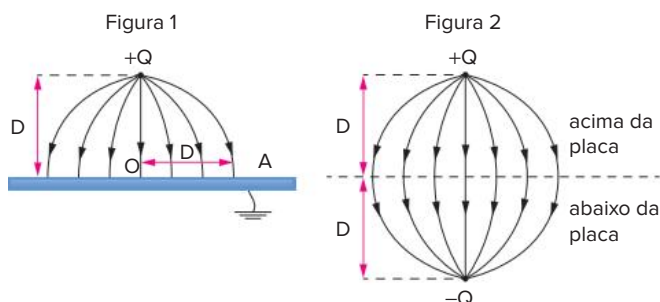
- a) Represente a força gravitacional  $P$  e a força elétrica  $F_E$  que atuam na esfera  $A$ , quando ela está em equilíbrio sob ação do campo elétrico. Determine os módulos dessas forças, em newtons.  
 b) Estime a carga  $Q$ , em coulombs, presente na esfera.  
 c) Se a esfera se desprender da haste, represente a trajetória que ela iria percorrer, indicando-a pela letra  $T$ .

**Note e adote:** Desconsidere efeitos de indução eletrostática.

- 21 Unifei** Considere duas placas planas, paralelas, separadas por uma distância  $d$  e com cargas  $+Q$  e  $-Q$ , respectivamente. Suponha que num determinado instante sejam simultaneamente libertados, na região entre as placas, um elétron da placa negativa e um próton da placa positiva. Calcule a razão entre as velocidades das duas partículas no

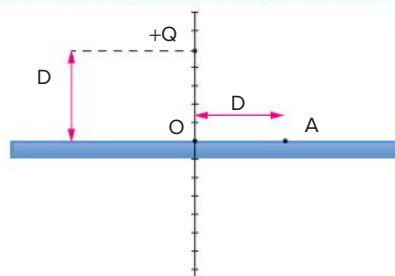
instante em que atingem as placas opostas. Considere a massa do próton igual a 1600 vezes maior que a do elétron e que possam ser desprezadas as forças gravitacionais. Considere ainda que as cargas do elétron ou do próton, em módulo, sejam desprezíveis quando comparadas com  $Q$ .

- 22 Fuvest** Uma pequena esfera, com carga elétrica positiva  $Q = 1,5 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ , está a uma altura  $D = 0,05 \text{ m}$  acima da superfície de uma grande placa condutora, ligada à Terra, induzindo sobre essa superfície cargas negativas, como na figura 1. O conjunto dessas cargas estabelece um campo elétrico que é idêntico, apenas na parte do espaço acima da placa, ao campo gerado por uma carga  $+Q$  e uma carga  $-Q$ , como se fosse uma “imagem” de  $Q$  que estivesse colocada na posição representada na figura 2.



- Determine a intensidade da força  $F$ , em N, que age sobre a carga  $+Q$ , devida às cargas induzidas na placa.
- Determine a intensidade do campo elétrico  $E_0$ , em  $\text{V/m}$ , que as cargas negativas induzidas na placa criam no ponto onde se encontra a carga  $+Q$ .
- Represente, no diagrama a seguir, no ponto A, os vetores campo elétrico  $\vec{E}_+$  e  $\vec{E}_-$ , causados, respectivamente, pela carga  $+Q$  e pelas cargas induzidas na placa, bem como o campo resultante,  $\vec{E}_A$ . O ponto A está a uma distância  $D$  do ponto O da figura e muito próximo à placa, mas acima dela.
- Determine a intensidade do campo elétrico resultante  $E_A$ , em  $\text{V/m}$ , no ponto A.

► **Note e adote:**  
 $F = kQ_1Q_2/r^2$ ;  $E = kQ/r^2$ , onde  $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ ;  
 $1 \text{ V/m} = 1 \text{ N/C}$ .



## Texto complementar

### A atmosfera e a eletricidade: raios, relâmpagos e trovões

As nuvens pesadas, do tipo *cúmulus-nimbus*, apresentam-se, geralmente, eletrizadas. Entre partes da própria nuvem, e entre a nuvem e o solo, formam-se campos elétricos muito intensos. Quando a intensidade desses campos ultrapassa certos valores, há uma descarga elétrica que denominamos raio. Essa descarga se dá através da ionização do ar pelo campo elétrico.

O raio é, portanto, um movimento ordenado de cargas elétricas e que se dá de forma invisível. A luz observada nos raios é emitida pela ionização do ar e é denominada relâmpago.

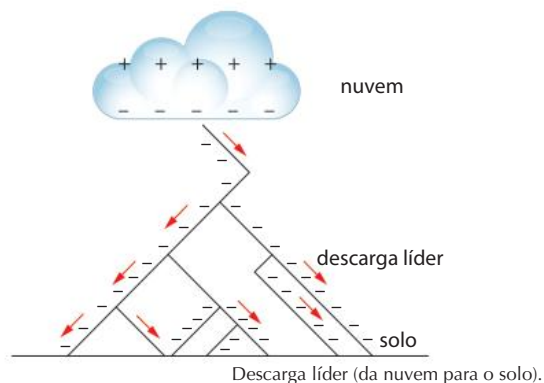
A passagem da corrente elétrica pelo ar libera calor que aquece o meio, ocasionando brusca expansão, que por sua vez gera uma onda sonora de elevada amplitude, o trovão.

Observações experimentais indicam que as nuvens que geram os raios são, em geral, positivas na sua parte superior e negativas na sua parte inferior. As diferenças de potencial são da ordem de 1000000 volts a 10000000 volts e as correntes variam de 10000 amperes a 200000 amperes.

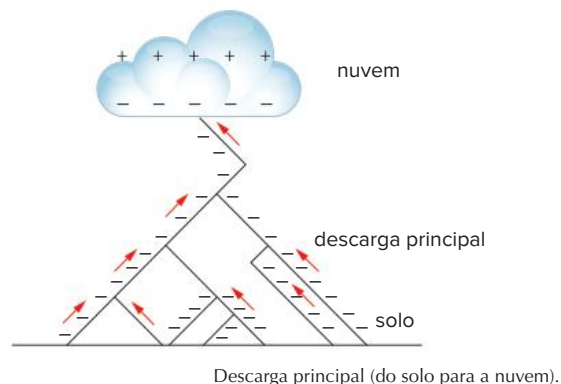
### A formação do raio

Considerando-se o caso mais comum, ou seja, a nuvem eletrizada positivamente na sua parte superior e negativamente na parte inferior, o raio é formado por uma sucessão de eventos, descritos a seguir.

A parte inferior da nuvem induz cargas positivas no solo, formando um campo elétrico; ao se atingir determinados valores de intensidade desse campo, há uma descarga, da nuvem para o solo, denominada descarga líder. Essa descarga é pouco visível e passa através de regiões de maior condutividade, na forma de uma árvore invertida, ionizando o ar e tornando-o condutor.



Estando o ar ionizado e portanto um condutor, a descarga principal dá-se da terra para a nuvem. Essa descarga apresenta grande luminosidade e corrente muito elevada. Esse processo pode acontecer várias vezes em um curto espaço de tempo, enquanto puder haver recombinação de cargas.



## Resumindo

- Uma teoria que explica a transmissão da força elétrica de uma carga a outra sem a necessidade do meio natural é a teoria do campo elétrico.
- Essas forças existem na natureza e são muito comuns no nosso dia a dia, como exemplo, podemos citar a força gravitacional, bem como o objeto do nosso estudo: a força elétrica.
- A transmissão da força elétrica a distância pode ser explicada supondo-se que em torno de corpos eletrizados haja um campo elétrico que é o responsável pela transmissão dessas forças elétricas.
- O campo elétrico  $\vec{E}$ , da mesma forma que a força coulombiana  $\vec{F}$ , tem natureza vetorial, isto é, necessita de módulo, direção e sentido para ser caracterizado e é definido como:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

- Na expressão acima,  $\vec{F}$  é a força que age sobre uma carga de prova  $q$ . Neste capítulo, estudamos o campo criado por cargas pontiformes, condutores esféricos e o campo elétrico uniforme.

## Quer saber mais?

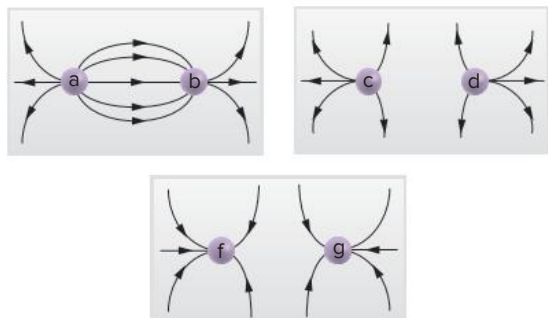


### Sites

- INPE/ELAT – Grupo de Eletricidade Atmosférica  
<[www.inpe.br/webelat/homepage](http://www.inpe.br/webelat/homepage)>. Acesso em: 8 ago. 2020.
- Simulação de campo elétrico para três cargas pontuais  
**BLINDER, S. M.** “Electric Fields for Three Point Charges”. *The Wolfram Demonstrations Project*.  
<<http://demonstrations.wolfram.com/ElectricFieldsForThreePointCharges>>. Acesso em: 8 ago. 2020.
- **FIELDS, R. D.** *O sentido elétrico dos tubarões*.  
<<http://www.leb.esalq.usp.br/leb/aulas/lce1302/tubarao.html>>. Acesso em: 8 ago. 2020.

## Exercícios complementares

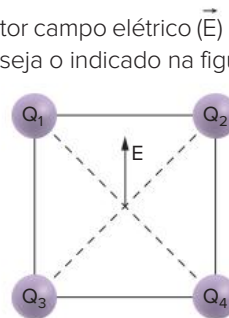
- 1 Ufes** As figuras abaixo mostram 3 (três) pares de cargas, a e b, c e d, f e g, e a configuração das linhas de força para o campo elétrico correspondente a cada par:



Com relação aos sinais das cargas, podemos afirmar que:

- A a, f e g são negativas.  
 B b, f e g são positivas.  
 C b, c e d são positivas.  
 D a, c e d são positivas.  
 E c, d, f e g são negativas.
- 2 UEM** Quatro cargas elétricas pontuais, de módulos iguais, estão fixadas nos vértices de um quadrado, como ilustra a figura a seguir. A alternativa que representa os sinais das cargas  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  e  $Q_4$ , respectivamente,

para que o vetor campo elétrico ( $\vec{E}$ ) resultante no centro do quadrado seja o indicado na figura, é:

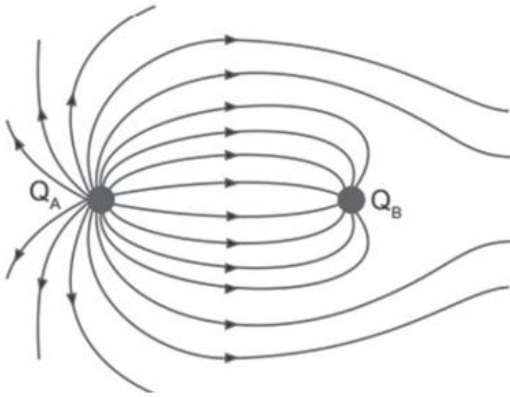


- A +; +; -; -  
 B +; -; +; -  
 C -; -; -; -  
 D +; +; +; +  
 E -; -; +; +

- 3 Cefet** Um cubo é feito de alumínio e está eletrizado e em equilíbrio eletrostático. Quanto ao campo elétrico, podemos dizer que este é:

- A mais intenso nas proximidades dos centros das faces do cubo.  
 B mais intenso nas proximidades dos centros das arestas do cubo.  
 C mais intenso nas proximidades dos vértices do cubo.  
 D de igual intensidade nas proximidades de qualquer parte do cubo.  
 E tão intenso nas proximidades quanto no seu interior.

- 4 **PUC-RS 2016** Para responder à questão, considere a figura abaixo, que representa as linhas de força do campo elétrico gerado por duas cargas pontuais  $Q_A$  e  $Q_B$ .

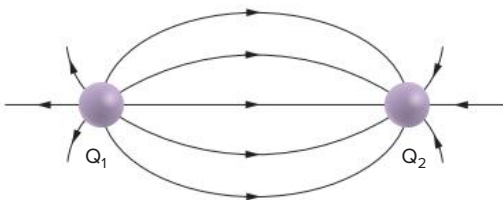


- A soma  $Q_A + Q_B$  é necessariamente um número
- par.
  - ímpar.
  - inteiro.
  - positivo.
  - negativo.

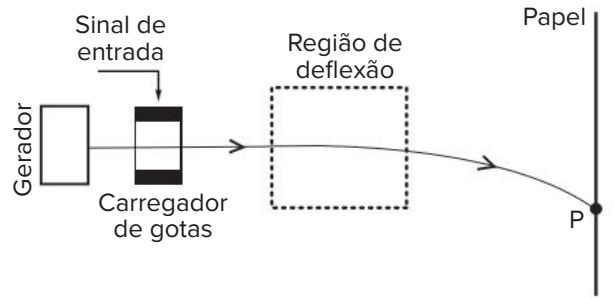
- 5 **Fatec** No ponto A da figura existe um campo elétrico orientado para o ponto C. Se for colocada neste ponto uma carga elétrica negativa  $-q$ , ela ficará sujeita a uma força orientada para:



- B
  - C
  - cima, perpendicular ao segmento BC.
  - baixo, perpendicular ao segmento BC.
- 6 **Acafe** A figura representa, na convenção usual, a configuração de linhas de força associadas a duas cargas puntiformes  $Q_1$  e  $Q_2$ . Podemos afirmar que:



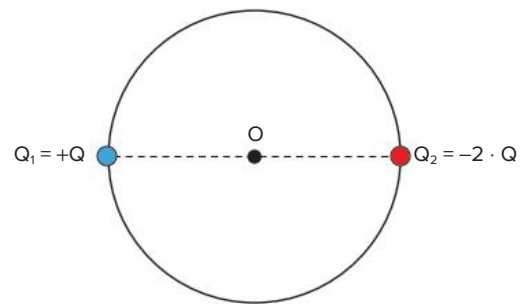
- $Q_1$  e  $Q_2$  são cargas negativas.
  - $Q_1$  é positiva e  $Q_2$  é negativa.
  - $Q_1$  e  $Q_2$  são cargas positivas.
  - $Q_1$  é negativa e  $Q_2$  é positiva.
  - $Q_1$  e  $Q_2$  são neutras.
- 7 **Acafe 2016** Na figura a seguir, temos o esquema de uma impressora jato de tinta que mostra o caminho percorrido por uma gota de tinta eletrizada negativamente, numa região onde há um campo elétrico uniforme. A gota é desviada para baixo e atinge o papel numa posição P.



O vetor campo elétrico responsável pela deflexão nessa região é:

- $\uparrow$
- $\downarrow$
- $\rightarrow$
- $\leftarrow$

- 8 **Uefs 2018** Duas cargas elétricas puntiformes,  $Q_1$  e  $Q_2$ , estão fixas sobre uma circunferência de centro O, conforme a figura.



Considerando que  $\vec{E}$  representa o vetor campo elétrico criado por uma carga elétrica puntiforme em determinado ponto e que E representa o módulo desse vetor, é correto afirmar que, no ponto O:

- $\vec{E}_2 = -2 \cdot \vec{E}_1$
- $\vec{E}_2 = 2 \cdot \vec{E}_1$
- $\vec{E}_2 = \vec{E}_1$
- $E_2 = -2 \cdot E_1$
- $E_2 = -E_1$

- 9 **Fuvest** Sobre uma partícula carregada atuam exclusivamente as forças devidas aos campos elétrico e gravitacional terrestres. Admitindo que os campos sejam uniformes e que a partícula caia verticalmente, com velocidade constante, podemos afirmar que:

- a intensidade do campo elétrico é igual à intensidade do campo gravitacional.
- a força devida ao campo elétrico é menor, em módulo, do que o peso da partícula.
- a força devida ao campo elétrico é maior, em módulo, do que o peso da partícula.
- a força devida ao campo elétrico é igual, em módulo, ao peso da partícula.
- a direção do campo elétrico é perpendicular à direção do campo gravitacional.

- 10 **UFU** A figura abaixo representa uma carga Q e um ponto P do seu campo elétrico onde é colocada uma carga de prova q.





Analise as afirmativas abaixo, observando se elas representam corretamente o sentido do vetor campo elétrico em P e da força que atua sobre q.

- I. se  $Q > 0$  e  $q < 0$ .
- II. se  $Q > 0$  e  $q > 0$ .
- III. se  $Q < 0$  e  $q < 0$ .
- IV. se  $Q < 0$  e  $q > 0$ .

São corretas:

- A todas as afirmações.  
 B apenas I, II e III.  
 C apenas II, III e IV.  
 D apenas III e IV.  
 E apenas II e III.

- 11 PUC Uma carga de prova negativa  $q$  é colocada num ponto A, onde há um campo elétrico  $\vec{E}$  gerado por uma carga  $Q$  positiva. Fica, então, sujeita a uma força de intensidade 10 N. Sendo  $q = -50 \mu\text{C}$ , indique a opção que fornece o valor correto da intensidade do vetor campo elétrico em A, bem como as orientações corretas dos vetores  $\vec{E}$  e  $\vec{F}$ .

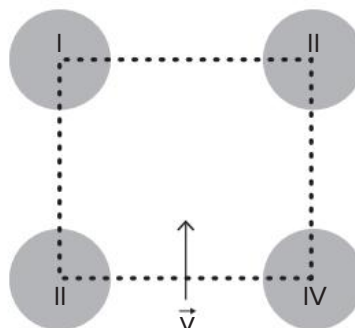
- 
- A  $2,0 \cdot 10^1 \text{ N/C}$
- B  $2,0 \cdot 10^2 \text{ N/C}$
- C  $2,0 \cdot 10^5 \text{ N/C}$
- D  $2,0 \cdot 10^5 \text{ N/C}$
- E  $2,0 \cdot 10 \text{ N/C}$

- 12 Considere as afirmativas a seguir:

- A direção do vetor campo elétrico, em um determinado ponto do espaço, coincide sempre com a direção da força que atua sobre uma carga de prova colocada no mesmo ponto.
- Cargas negativas, colocadas em um campo elétrico, tenderão a se mover em sentido contrário ao do campo.
- A intensidade do campo elétrico criado por uma carga pontual é, em cada ponto, diretamente proporcional ao quadrado da carga que o criou e inversamente proporcional à distância do ponto à carga.
- A intensidade do campo elétrico pode ser expressa em newton/coulomb.

Dentre elas, quais são as verdadeiras e quais são as falsas?

- 13 Fuvest 2016 Os centros de quatro esferas idênticas, I, II, III e IV, com distribuições uniformes de carga, formam um quadrado. Um feixe de elétrons penetra na região delimitada por esse quadrado, pelo ponto equidistante dos centros das esferas III e IV, com velocidade inicial  $\vec{v}$  na direção perpendicular à reta que une os centros de III e IV, conforme representado na figura.



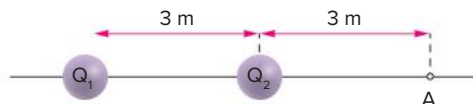
A trajetória dos elétrons será retilínea, na direção de  $\vec{v}$ , e eles serão acelerados com velocidade crescente dentro da região plana delimitada pelo quadrado, se as esferas I, II, III e IV estiverem, respectivamente, eletrizadas com cargas

- A  $+Q, -Q, -Q, +Q$       D  $-Q, -Q, +Q, +Q$   
 B  $+2Q, -Q, +Q, -2Q$       E  $+Q, +2Q, -2Q, -Q$   
 C  $+Q, +Q, -Q, -Q$

Note e adote:  $Q$  é um número positivo.

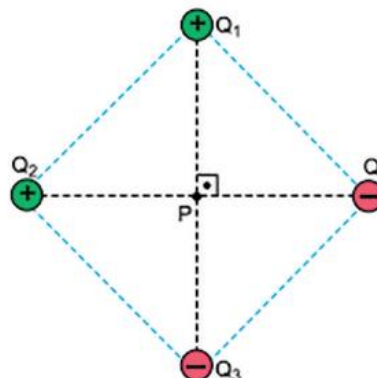
- 14 AFA Sejam duas cargas pontiformes,  $Q_1$  e  $Q_2$ , dispostas segundo a figura abaixo. A intensidade do vetor campo elétrico, em  $\text{V/m}$ , no ponto A da figura, vale:

Dados:  $Q_1 = 10^{-8} \text{ C}$ ;  $Q_2 = -10^{-9} \text{ C}$ .



- A 1,0    B 1,5    C 2,5    D 3,5    E 4,0

- 15 Famerp 2017 Quatro cargas elétricas pontiformes,  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  e  $Q_4$ , estão fixas nos vértices de um quadrado, de modo que  $|Q_1| = |Q_2| = |Q_3| = |Q_4|$ . As posições das cargas e seus respectivos sinais estão indicados na figura.



Se E for o módulo do campo elétrico no ponto P, centro do quadrado, devido à carga  $Q_1$ , o campo elétrico resultante no ponto P, devido à presença das quatro cargas, terá módulo

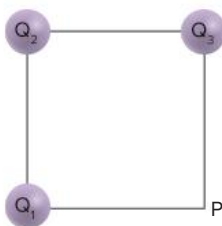
- A zero
- B  $4 \cdot E$
- C  $\sqrt{2} \cdot E$
- D  $2\sqrt{2} \cdot E$
- E  $4\sqrt{2} \cdot E$

**16 Unicamp** Duas pequenas esferas metálicas idênticas, inicialmente carregadas com cargas  $Q_1 = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  e  $Q_2 = -3,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ , são colocadas em contato e depois afastadas uma da outra até uma distância de 60 cm.

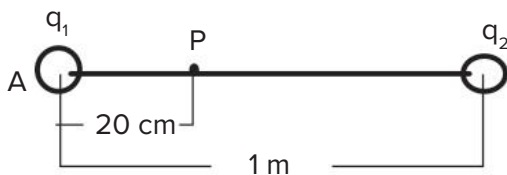
- a) Qual é a força eletrostática (em intensidade, direção e sentido) que atua sobre cada uma das cargas?
- b) Calcule o campo elétrico (em intensidade, direção e sentido) no ponto P situado sobre a mediatriz do segmento de reta que une as duas cargas, a 50 cm de distância de uma delas.

**Dado:**  $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ .

**17 Faap** A figura mostra três cargas,  $Q_1$ ,  $Q_2$  e  $Q_3$ , localizadas nos vértices de um quadrado. Sendo  $Q_1 = Q_3 = 4,0 \mu\text{C}$ , calcule  $Q_2$  para que o campo eletrostático no ponto P seja nulo.



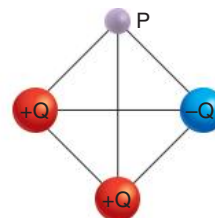
**18 IFSul 2017** As cargas elétricas puntiformes  $q_1 = 20 \mu\text{C}$  e  $q_2 = 64 \mu\text{C}$  estão fixas no vácuo ( $k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ ), respectivamente nos pontos A e B, conforme a figura a seguir.



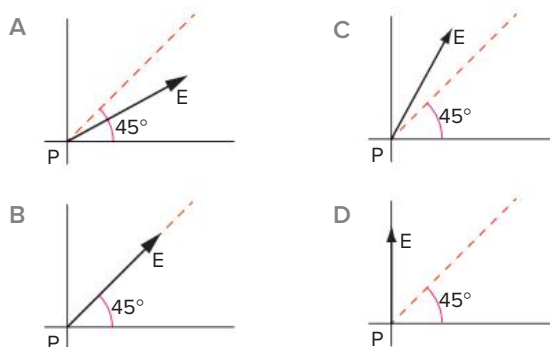
O campo elétrico resultante no ponto P tem intensidade de

- A  $3,0 \cdot 10^6 \text{ N/C}$
- B  $3,6 \cdot 10^6 \text{ N/C}$
- C  $4,0 \cdot 10^6 \text{ N/C}$
- D  $4,5 \cdot 10^6 \text{ N/C}$

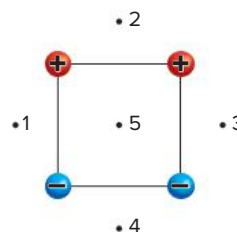
**19 Fatec** O esquema a seguir representa um quadrado com três vértices ocupados por cargas elétricas puntiformes. Essas cargas produzem o vértice P campo eletrostático  $\vec{E}$ .



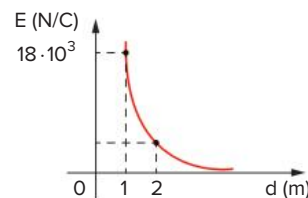
Esse campo em P é mais bem representado no esquema:



**20** Quatro cargas pontuais fixas estão dispostas nos vértices de um quadrado, como mostra a figura adiante. Em módulo, todas têm a mesma carga, e seus sinais também estão indicados na figura. Os pontos 1, 2, 3 e 4 são vértices do quadrado circunscrito ao quadrado das cargas. O ponto 5 é o centro comum aos dois quadrados. Em que ponto é maior a intensidade do campo elétrico, devido aos campos das 4 cargas?



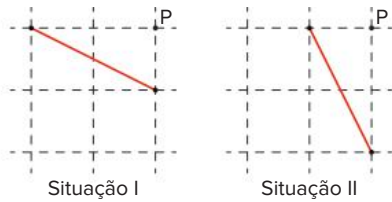
**21** O gráfico abaixo representa a variação da intensidade do campo gerado por uma carga  $Q$  puntiforme, positiva, em função da distância à carga. Admitindo-se que o meio seja o vácuo  $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$  determine:



- a) o valor da carga  $Q$ .
- b) a intensidade da força elétrica que atua em  $q = -10^{-5} \text{ C}$ , colocada a 2 m de  $Q$ .
- c) a intensidade da força elétrica que atua em  $q = 10^{-5} \text{ C}$ , colocada a 1 m de  $Q$ .

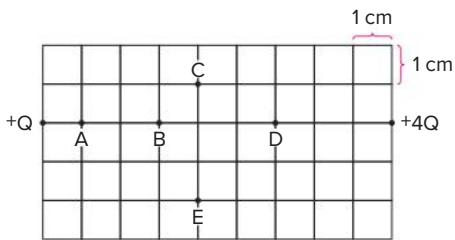
**22 Fuvest** Duas pequenas esferas, com cargas elétricas iguais, ligadas por uma barra isolante, são inicialmente colocadas como descrito na situação I. Em seguida, aproxima-se uma das esferas de P, reduzindo-se à

metade sua distância até esse ponto, ao mesmo tempo em que se duplica a distância entre a outra esfera e P, como na situação II. O campo elétrico em P, no plano que contém o centro das duas esferas, possui, nas duas situações indicadas:



- A a mesma direção e intensidade.
- B direções diferentes e mesma intensidade.
- C mesma direção e maior intensidade em I.
- D direções diferentes e maior intensidade em I.
- E direções diferentes e maior intensidade em II.

**23 Unirio** A figura a seguir mostra como estão distanciadas, entre si, duas cargas elétricas puntiformes, Q e 4Q, no vácuo. Pode-se afirmar que o módulo do campo elétrico (E) é nulo no ponto:



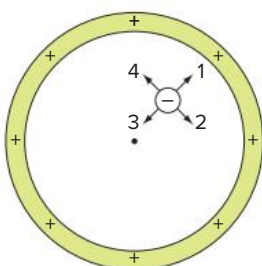
- A A
- B B
- C C
- D D
- E E

**24** O raio de uma esfera condutora é igual a 10 cm. Ela está uniformemente eletrizada. Sua carga é positiva igual a  $100 \mu\text{C}$ . Ela está imersa no vácuo. Determinar a intensidade do campo elétrico:

Adote:  $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ .

- a) no seu interior;
- b) infinitamente próximo à superfície;
- c) na superfície.

**25 UFRGS** Uma partícula carregada negativamente é abandonada no interior de uma casca esférica isolante, carregada uniformemente com carga positiva, no ponto indicado na figura. Nestas condições, a força elétrica que atua na partícula:



- A aponta em direção a 1.
- B aponta em direção a 2.
- C aponta em direção a 3.
- D aponta em direção a 4.
- E é nula.

**26** Uma esfera metálica de raio R foi eletrizada com uma carga elétrica positiva Q. Para que uma outra esfera metálica de raio 2R tenha a mesma densidade superficial de cargas da primeira esfera, é necessário eletrizá-la com que carga?

**27** Uma esfera condutora possui raio  $R = 1,0 \text{ m}$  e carga elétrica excedente igual a  $2,0 \text{ nC}$ . O meio em que ela se encontra é o vácuo. Esboce qualitativa e quantitativamente o gráfico da intensidade do campo elétrico gerado por essa esfera em função da distância ao seu centro.

Dado:  $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ .

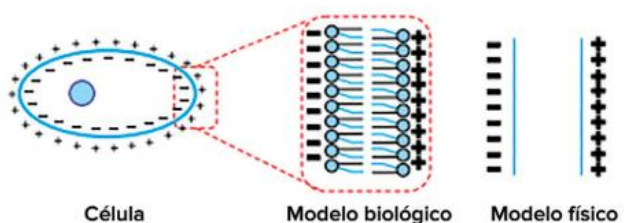
**28 FCM** Uma esfera condutora tem raio de 10 cm e carga elétrica de  $1,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ , uniformemente distribuída em sua superfície. Num ponto, no ar, a 1 m do centro da esfera, essa carga gera um campo elétrico que, em V/m, é expresso mais aproximadamente pelo valor:

- A zero.
- B 9
- C  $10^7$
- D  $10^{-8}$
- E  $10^{-9}$

**29 PUC** Uma esfera encontra-se no vácuo. Seu raio é 10 cm. Sua carga é positiva e igual a  $3,0 \mu\text{C}$ . Ela está imersa no vácuo. Determinar a intensidade do campo elétrico:

- a) a 5 cm de seu centro.
- b) infinitamente próximo à superfície.

**30 Famerp 2020** Nas Ciências, muitas vezes, se inicia o estudo de um problema fazendo uma aproximação simplificada. Um desses casos é o estudo do comportamento da membrana celular devido à distribuição do excesso de íons positivos e negativos em torno dela. A figura mostra a visão geral de uma célula e a analogia entre o modelo biológico e o modelo físico, o qual corresponde a duas placas planas e paralelas, eletrizadas com cargas elétricas de tipos opostos.



Com base no modelo físico, considera-se que o campo elétrico no interior da membrana celular tem sentido para

- A fora da célula, com intensidade crescente de dentro para fora da célula.
- B dentro da célula, com intensidade crescente de fora para dentro da célula.
- C dentro da célula, com intensidade crescente de dentro para fora da célula.
- D fora da célula, com intensidade constante.
- E dentro da célula, com intensidade constante.

**31 Cesgranrio** A aceleração de uma partícula de massa “m” e carga elétrica “q” quando, a partir do repouso, percorre uma distância “d”, numa região onde existe campo elétrico uniforme de módulo “E”, constante é:

- A  $\frac{(qEd)}{m}$
- B  $\frac{(qE)}{m}$
- C  $\frac{(mEd)}{q}$
- D  $E \cdot d$
- E  $E\sqrt{\frac{q}{m}}$

**32 UFJF/Pism 2018** Para uma feira de ciências, os alunos pretendem fazer uma câmara “antigravidade”. Para isso, os estudantes colocaram duas placas metálicas paralelas entre si, paralelas à superfície da Terra, com uma distância de 10,0 cm entre elas. Ligando essas placas a uma bateria, eles conseguiram criar um campo elétrico uniforme de 2,0 N/C. Para demonstrar o efeito “antigravidade”, eles devem carregar eletricamente uma bolinha de isopor e inseri-la entre as placas. Sabendo que a massa da bolinha é igual a 0,50 g e que a placa carregada negativamente está localizada no fundo da caixa, escolha a opção que apresenta a carga com que se deve carregar a bolinha para que ela flutue. Considere que apenas a força elétrica e a força peso atuam sobre a bolinha.

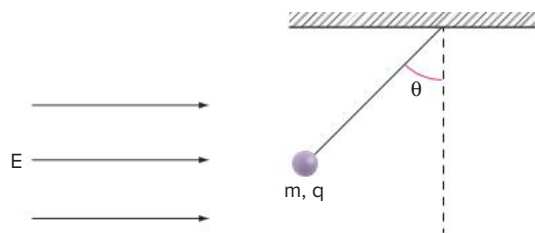
- A  $3,5 \times 10^{-2}$  C
- B  $-3,5 \times 10^{-2}$  C
- C  $-2,5 \times 10^{-3}$  C
- D  $2,5 \times 10^{-3}$  C
- E  $-3,5 \times 10^{-3}$  C

**33 Unicamp** Partículas  $\alpha$  (núcleo de um átomo de Hélio), partículas  $\beta$  (elétrons) e radiação  $\gamma$  (onda eletromagnética) penetram, com velocidades comparáveis, perpendicularmente a um campo elétrico uniforme existente numa região do espaço, descrevendo as trajetórias esquematizadas na figura a seguir.



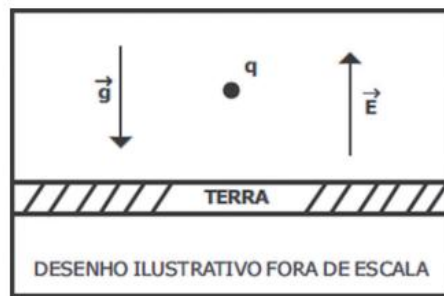
- a) Reproduza a figura anterior e associe  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  a cada uma das três trajetórias.
- b) Qual é o sentido do campo elétrico?

**34 Unicamp** Considere uma esfera de massa  $m$  e carga  $q$  pendurada no teto e sob a ação da gravidade e do campo elétrico  $E$  como indicado na figura a seguir.



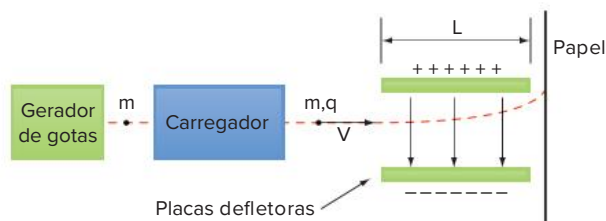
- a) Qual é o sinal da carga  $q$ ? Justifique sua resposta.
- b) Qual é o valor do ângulo  $\theta$  no equilíbrio?

**35 EsPCEX 2017** Uma partícula de carga  $q$  e massa  $10^{-6}$  kg foi colocada num ponto próximo à superfície da Terra onde existe um campo elétrico uniforme, vertical e ascendente de intensidade  $E = 10^5$  N/C. Sabendo que a partícula está em equilíbrio, considerando a intensidade da aceleração da gravidade  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>, o valor da carga  $q$  e o seu sinal são respectivamente:



- F  $10^{-3}$   $\mu$ C, negativa
- G  $10^{-5}$   $\mu$ C, positiva
- H  $10^{-5}$   $\mu$ C, negativa
- I  $10^{-4}$   $\mu$ C, positiva
- J  $10^{-4}$   $\mu$ C, negativa

**36 Unicamp** Nas impressoras a jato de tinta, os caracteres são feitos a partir de minúsculas gotas de tinta que são arremessadas contra a folha de papel. O ponto no qual as gotas atingem o papel é determinado eletrostaticamente. As gotas são inicialmente formadas, e depois carregadas eletricamente. Em seguida, elas são lançadas com velocidade constante  $v$  em uma região onde existe um campo elétrico uniforme entre duas pequenas placas metálicas. O campo deflete as gotas conforme a figura a seguir. O controle da trajetória é feito escolhendo-se convenientemente a carga de cada gota. Considere uma gota típica com massa  $m = 1,0 \cdot 10^{-10}$  kg, carga elétrica  $q = -2,0 \cdot 10^{-13}$  C, velocidade horizontal  $v = 6,0$  m/s atravessando uma região de comprimento  $L = 8,0 \cdot 10^{-3}$  m onde há um campo elétrico  $E = 1,5 \cdot 10^6$  N/C.

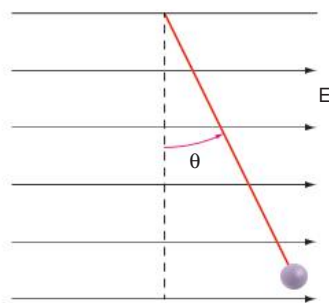


- a) Determine a razão  $F_E/F_P$  entre os módulos da força elétrica e da força peso que atuam sobre a gota de tinta.
- b) Calcule a componente vertical da velocidade da gota após atravessar a região com campo elétrico.

**37 Ufes** Um elétron de massa  $9,0 \cdot 10^{-31}$  kg e carga elétrica  $-1,6 \cdot 10^{-19}$  C, inicialmente em repouso, é submetido a um campo elétrico horizontal constante de módulo 20 V/m ao longo de uma distância de 100 m. O módulo da aceleração da gravidade vale  $10 \text{ m/s}^2$  e age na vertical.

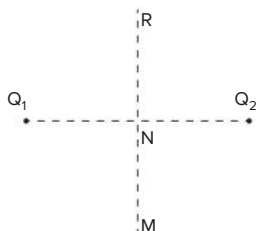
- a) Qual será o valor da componente horizontal da velocidade do elétron ao final dos 100 m?
- b) Qual será o valor da deflexão vertical ao final do mesmo trajeto?
- c) Calcule a razão entre os módulos das forças gravitacional e elétrica durante o trajeto.

**38 UFV** Um pêndulo simples, cuja extremidade inferior é composta por um corpo de massa "m" e carga elétrica positiva "q", está imerso em um campo elétrico uniforme de intensidade "E", conforme a ilustração a seguir. Considere como "g" o módulo da aceleração da gravidade local.



- a) Represente, em uma figura, todas as forças que atuam sobre o corpo de massa "m".
- b) Expresse, em termos das grandezas "m", "q", "E" e "g", o ângulo  $\theta$  correspondente à situação de equilíbrio acima.

**39 PUC-Campinas** Considere o campo elétrico gerado pelas cargas elétricas  $Q_1$  e  $Q_2$ , positivas e de mesmo módulo, posicionadas como indica o esquema adiante. Nesse campo elétrico, uma partícula P eletrizada positivamente, submetida somente às forças de repulsão de  $Q_1$  e  $Q_2$ , passa, em movimento retilíneo, pelos pontos M, N e R. Nessas condições, o movimento da partícula P é:



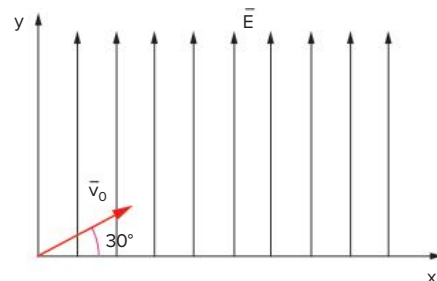
- A uniforme no trecho de M a R.  
 B retardado, no trecho de M a R.  
 C acelerado, no trecho de M a R.  
 D retardado no trecho de N a R.  
 E uniformemente acelerado no trecho de M a R.

Para o exercício 40, caso necessário, utilize os seguintes valores para constantes:

Carga do elétron:  $-1,6 \cdot 10^{-19}$  C

Massa de repouso do elétron:  $9,11 \cdot 10^{-31}$  kg

**40 ITA** No instante  $t = 0$  s, um elétron é projetado em um ângulo de  $30^\circ$  em relação ao eixo x, com velocidade  $v_0$  de  $4 \cdot 10^5$  m/s, conforme o esquema a seguir. Considerando que o elétron se move num campo elétrico constante  $E = 100$  N/C, o tempo que o elétron levará para cruzar novamente o eixo x é de:



- A 10 ns                      C 23 ns                      E 18 ns  
 B 15 ns                      D 12 ns

**41 EsPCEx 2019** Considere uma esfera metálica de massa igual a  $10^{-6}$  kg e carga positiva de  $10^{-3}$  C. Ela é lançada verticalmente para cima com velocidade inicial  $v_0 = 50$  m/s, em uma região onde há um campo elétrico uniforme apontado verticalmente para baixo, de módulo  $E = 10^{-2}$  N/C.

A máxima altura que a esfera alcança, em relação ao ponto de onde foi lançada, é de

**Dado:** considere a aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$ .

- A 32,5 m.                      C 62,5 m.                      E 82,7 m.  
 B 40,5 m.                      D 70,0 m.

**42 PUC** Uma esfera condutora neutra está colocada em um campo elétrico constante de 5,0 N/C produzido por uma placa extensa, carregada com carga positiva distribuída uniformemente.

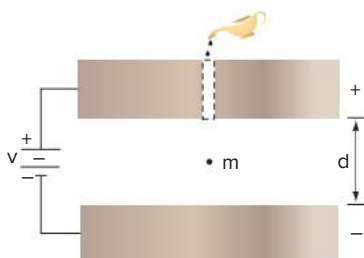




Nessas condições, é correto afirmar que haverá dentro da esfera um campo cuja intensidade é:

- A maior que 5,0 N/C.
- B menor que 5,0 N/C, mas não nula.
- C igual a 5,0 N/C.
- D nula, mas a carga total na esfera é também nula.
- E nula, mas a carga total na esfera não é nula.

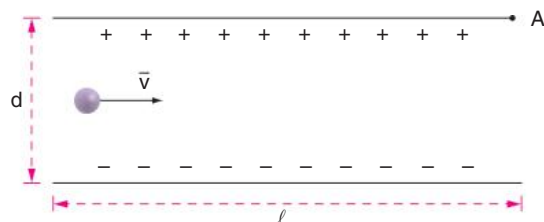
- 43 UnB** O cientista americano Milikan conseguiu medir a carga elétrica elementar, usando um campo elétrico para contrabalançar a força gravitacional que age sobre uma gotícula de óleo com carga elétrica resultante não nula. O aparato que ele construiu consistia de uma câmara contendo duas placas metálicas paralelas, separadas por uma distância  $d$ , conforme ilustra a figura a seguir.



As gotículas com cargas elétricas não nulas são introduzidas na câmara através de um orifício no centro da placa metálica superior e sofrem as ações opostas do campo elétrico e da força gravitacional, ficando em suspensão entre as duas placas. Sabendo que, ao se aplicar uma tensão elétrica  $V$  entre as placas, cria-se um campo elétrico cujo módulo é igual à razão entre a tensão aplicada e a distância  $d$  que as separa e considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e  $d = 1,0 \text{ cm}$ , julgue os itens seguintes.

- No experimento de Milikan descrito pela figura, a gotícula tem de estar carregada negativamente para ficar em suspensão entre as placas.
- A força elétrica que contrabalança a força gravitacional é, em módulo, igual ao produto da carga elétrica resultante da gotícula pelo campo elétrico entre as placas.
- Se uma gotícula fica em suspensão entre as duas placas para  $V = 200$  volts, então a razão entre a carga e a massa da gotícula é igual a  $4,0 \cdot 10^{-5} \text{ C/kg}$ .
- Milikan só obteve sucesso em seu experimento porque conseguiu isolar uma molécula de óleo que, do ponto de vista elétrico, comportou-se como um íon com carga elétrica elementar por ter sofrido um processo de oxidação.

- 44 Mackenzie** Na figura, um elétron de carga  $-e$  e massa  $m$ , é lançado com velocidade inicial  $\vec{v}$ , no campo elétrico uniforme entre as placas planas e paralelas, de comprimento  $\ell$  e separadas pela distância  $d$ . O elétron entra no campo, perpendicularmente às linhas de força, num ponto equidistante das placas. Desprezando as ações gravitacionais e sabendo que o elétron tangencia a placa superior (ponto A) ao emergir do campo, então a intensidade deste campo elétrico é:

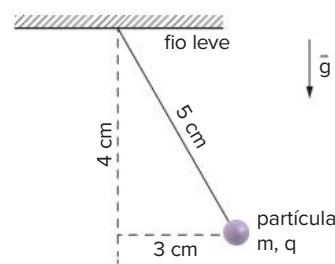


- A  $E = \frac{e\ell^2}{mdv^2}$
- B  $E = \frac{e\ell}{mdv}$
- C  $E = \frac{mdv}{e\ell}$
- D  $E = \frac{mdv^2}{e\ell^2}$
- E  $E = \frac{mdv^2}{2e\ell^2}$

- 45 Mackenzie** Existe um campo elétrico uniforme no espaço compreendido entre duas placas metálicas eletrizadas com cargas opostas. Um elétron (massa  $m$ , carga  $-e$ ) parte do repouso, da placa negativa, e incide, após um tempo  $t$ , sobre a superfície da placa oposta que está a uma distância  $d$ . Desprezando-se as ações gravitacionais, o módulo do campo elétrico  $E$  entre as placas é:

- A  $\frac{4md}{et^2}$
- B  $\frac{d}{2met^2}$
- C  $\frac{md}{2et^2}$
- D  $\frac{2md}{et^2}$
- E  $\frac{md}{et^2}$

- 46 Unicamp** Uma partícula de massa  $m$ , carregada com carga elétrica  $q$  e presa a um fio leve e isolante de 5 cm de comprimento, encontra-se em equilíbrio, como mostra a figura, numa região onde existe um campo elétrico uniforme de intensidade  $E$ , cuja direção, no plano da figura, é perpendicular à do campo gravitacional de intensidade  $g$ .

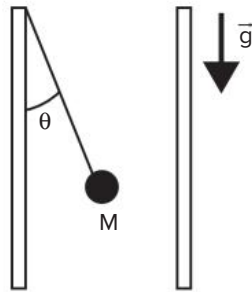


Sabendo que a partícula está afastada 3 cm da vertical, podemos dizer que a razão  $\frac{q}{m}$  é igual a:

- A  $\frac{\left(\frac{5}{3}\right)g}{E}$
- B  $\frac{\left(\frac{4}{3}\right)g}{E}$
- C  $\frac{\left(\frac{5}{4}\right)g}{E}$
- D  $\frac{\left(\frac{3}{4}\right)g}{E}$
- E  $\frac{\left(\frac{3}{5}\right)g}{E}$

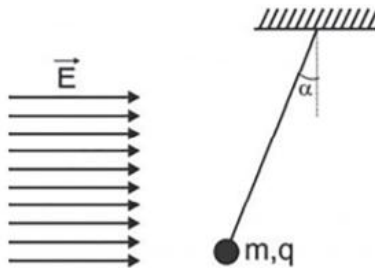
- 47 EsPCEx 2016** Uma pequena esfera de massa  $M$  igual a  $0,1 \text{ kg}$  e carga elétrica  $q = 1,5 \mu\text{C}$  está, em equilíbrio estático, no interior de um campo elétrico uniforme gerado por duas placas paralelas verticais carregadas com cargas elétricas de sinais opostos. A esfera está suspensa por um fio isolante preso a uma das placas conforme o desenho abaixo. A intensidade, a direção e o sentido do campo elétrico são, respectivamente,

► **Dados:**  $\cos\theta = 0,8$  e  $\sin\theta = 0,6$ ; intensidade da aceleração da gravidade  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



Desenho ilustrativo - fora de escala

- A  $5 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ , horizontal, da direita para a esquerda.  
 B  $5 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ , horizontal, da esquerda para a direita.  
 C  $9 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ , horizontal, da esquerda para a direita.  
 D  $9 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ , horizontal, da direita para a esquerda.  
 E  $5 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ , vertical, de baixo para cima.
- 48 Faap** Considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e um campo elétrico vertical ascendente de intensidade  $5 \cdot 10^5 \text{ V/m}$ . Nessa região, uma partícula de carga igual a  $2 \text{ nC}$  e massa de  $0,5 \text{ grama}$  é lançada verticalmente para cima com velocidade de  $16 \text{ m/s}$ . Calcule a altura máxima atingida pela partícula.
- 49 UEM/PAS 2016** Uma pequena massa  $m$  com carga  $q$  se encontra em equilíbrio, como mostrado abaixo.



O campo elétrico  $\vec{E}$  é uniforme e constante. A aceleração da gravidade é  $g$ . Assinale o que for correto.

01 A carga  $q$  é positiva.

02 O ângulo  $\alpha$  é dado por  $\alpha = \arctg \frac{|q| \cdot E}{m \cdot g}$ .

04 O módulo da tensão no fio vale  $T = \sqrt{q^2 \cdot E^2 + m^2 \cdot g^2}$ .

08 Se quisermos colocar a partícula na horizontal ( $\alpha \rightarrow \pi/2$ ), devemos aplicar um campo elétrico infinito.

16 Se o fio se romper, a coordenada horizontal da partícula varia linearmente com o tempo  $t$ .

Soma:



## FRENTE 2

### CAPÍTULO

# 3

## Potencial elétrico

O objetivo de um para-raios é proteger uma certa região, um edifício, por exemplo, da ação danosa de um raio, estabelecendo um percurso seguro da descarga principal entre a Terra e a nuvem. Quando uma nuvem eletrizada passa nas proximidades do para-raios, induz no aparelho cargas de sinal contrário. O campo elétrico nas cercanias do para-raios torna-se tão intenso que ioniza o ar e força a descarga elétrica através dele. Porém, o para-raios é aterrado, isto é, não há diferença de potencial elétrico entre o topo do prédio e o solo. É essa diferença que resulta no movimento de cargas, por isso o para-raios evita descargas elétricas na estrutura da construção.



## Introdução

Os conceitos discutidos até agora, embora muito importantes, são um pouco distantes da realidade da maioria das pessoas. Neste capítulo, o estudo da eletrostática começa a se aproximar do dia a dia. Atualmente, muitos aparelhos domésticos, por exemplo, ainda necessitam que se observe a tensão correta na tomada para que se escolha entre 127 V ou 220 V, e há ainda o caso dos aparelhos que só funcionam em uma tensão.



Fig. 1 As tomadas brasileiras têm três pinos e são, em sua maioria, de 127 V ou 220 V.

Outro detalhe importante que estudaremos neste capítulo está relacionado ao fato de que as grandezas consideradas até agora, como a força elétrica e o campo elétrico, são vetoriais. Isso implica um esforço matemático maior, no caso de termos que operar com elas. Uma grandeza escalar como o potencial elétrico, por outro lado, permite a resolução de problemas complexos de maneira mais simples, pois o conceito de potencial pode ser relacionado ao conceito de energia, facilitando o estudo e a abordagem dos problemas.

## Trabalho e energia

A fim de iniciar-se o estudo de potencial elétrico, faz-se necessário o estudo de alguns conceitos importantes como trabalho e energia.

As grandezas escalares, trabalho e energia, são extremamente úteis para a solução de problemas em Física. Para exemplificar, tome dois problemas cuja solução vetorial é complexa.

Na figura 2, tem-se o clássico problema do tobogã, que consiste em calcular a velocidade do garoto ao final da descida – supondo o tobogã liso e sem resistência do ar. Nesse caso, se aplicássemos as leis de Newton, a solução seria extremamente complicada, mas tudo fica mais simples considerando-se o conceito de conservação da energia.

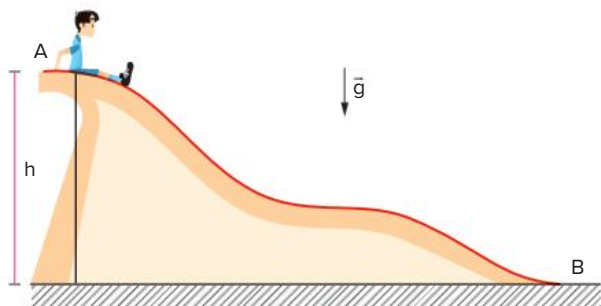


Fig. 2 Conservação da energia na queda de um tobogã liso.

Na figura 3, o problema consiste em determinar a velocidade de uma carga  $q$ , ao passar por um ponto B, após ter sido abandonada em repouso de um ponto A. Consideremos que a carga  $q$  é sujeita a um campo elétrico criado por uma carga  $+Q$  em repouso no ponto P.

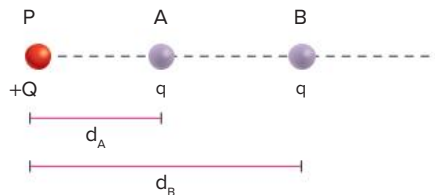


Fig. 3 Carga positiva sob a ação da força elétrica.

Nesse caso, o problema está no fato de que, se as cargas têm sinais iguais, a força elétrica de repulsão diminui durante o trajeto AB, já que a distância entre elas aumenta. A aplicação dos conceitos de energia e potencial tornam a solução mais simples.

A partir daí, fazendo-se uma analogia com o que é conhecido da mecânica, é possível chegar ao conceito de potencial elétrico de forma natural.

## Trabalho de uma força ao longo de um deslocamento

O trabalho de uma força  $\vec{F}$  ao longo de um deslocamento  $\vec{d}$  é definido como:

$$\tau = F d \cos \theta$$

No SI, a unidade de trabalho é o **joule (J)**.

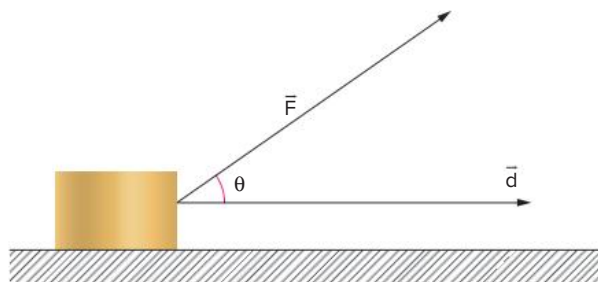


Fig. 4 Trabalho de uma força ao longo de um deslocamento.

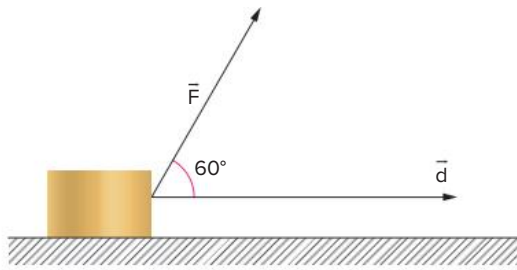
Observa-se, na figura 4, que o ângulo  $\theta$  é o ângulo entre a força aplicada ao corpo e o deslocamento por ela executado.

Apesar de a força  $\vec{F}$  e o deslocamento  $\vec{d}$  serem grandezas vetoriais, o trabalho é uma grandeza escalar, sendo definido através de um valor numérico e uma unidade física.

## Exercício resolvido

- 1 Um corpo de 10 kg de massa executa um deslocamento de 10 m sob a ação de uma força de 10 N. Determine o trabalho da força ao longo do deslocamento.

▶ Dado:  $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ .

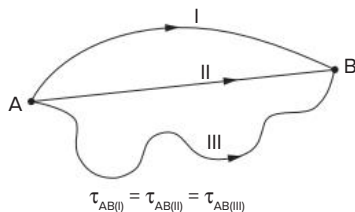


**Resolução:**

$$\tau = F d \cos \theta = 10 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50 \text{ J}$$

## Forças conservativas

As forças conservativas podem ser entendidas como aquelas forças cujo trabalho entre dois pontos não depende da trajetória escolhida.



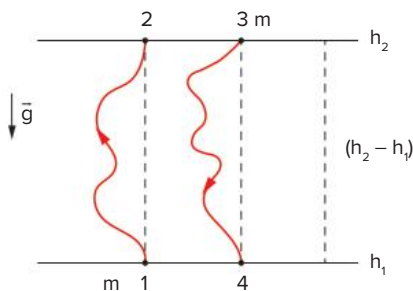
**Fig. 5** Trabalho de forças conservativas entre os pontos A e B para as trajetórias I, II e III.

A figura 5 mostra três trajetórias possíveis, mas a definição se aplica a qualquer trajetória. Uma conclusão óbvia para o caso de forças conservativas é que o trabalho realizado por elas ao longo de uma trajetória fechada é nulo.

## Trabalho da força peso

A força peso, por sua importância, merece atenção especial, e é fundamental saber calcular bem o seu trabalho; supondo uma região na qual se tem um campo gravitacional uniforme.

O trabalho da força peso é mostrado na figura 6, onde as alturas  $h_2$  e  $h_1$  são medidas em relação a uma altura arbitrária, considerada como altura zero.



**Fig. 6** Trabalho da força peso independente da trajetória – força conservativa.

Da definição de trabalho e de forças conservativas, observa-se que o trabalho da força peso para ir de 1 a 2, quer seja pelo caminho direto ou pela outra trajetória, é sempre igual a:

$$\tau_{12} = \underbrace{mgh}_{P} \cos 180^\circ = -mg(h_2 - h_1)$$

Para ir do ponto 3 ao ponto 4, quer seja pelo caminho direto ou pela outra trajetória, o trabalho é dado por:

$$\tau_{34} = \underbrace{mgh}_{P} \cos 0^\circ = mg(h_2 - h_1)$$

Observa-se que o sinal do trabalho da força peso para ir de 3 a 4 foi positivo, enquanto o trabalho para ir de 1 até 2 foi negativo. Isso porque, no caso da trajetória entre os pontos 3 e 4, os vetores deslocamento e força peso têm o mesmo sentido, e na trajetória entre os pontos 1 e 2 o sentido do deslocamento é oposto ao da força peso.

O sinal é muito importante na análise do trabalho. Trabalho com sinal positivo é chamado de **trabalho motor**, aquele que ocorre espontaneamente. Trabalho com sinal negativo é chamado de **trabalho resistente**, aquele que não ocorre espontaneamente. No exemplo anterior, é lógico que o corpo não iria de 1 para 2 espontaneamente, devido à ação da força peso.

Assim sendo, conclui-se que o trabalho da força peso independe da trajetória, depende somente da posição inicial e da posição final, podendo ser ele motor ou resistente.

## Energia

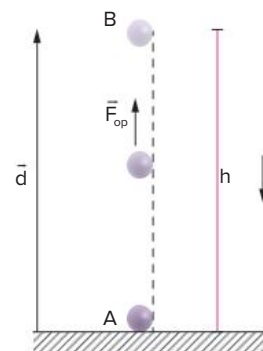
Uma das formas de explicar o que é energia, que se aplica a este estudo, é aquela que afirma que **energia é a capacidade de realizar trabalho ou realizar uma ação**.

Assim, surge naturalmente o conceito de energia potencial e energia cinética. É importante ressaltar que, assim como o trabalho, a energia também é uma grandeza escalar.

## Energia potencial gravitacional

Imagine um bloco de massa  $m$ , sobre o chão, em uma região onde age um campo gravitacional uniforme  $\vec{g}$ . Se uma pessoa pega esse bloco e o eleva até uma altura  $h$  em relação ao solo, com velocidade constante, o trabalho realizado é dado por:

$$\tau_{op} = Fd \cos \theta = F_{op} h \cos 0^\circ = + mgh$$



**Fig. 7** Trabalho motor.

Na figura 7, a força realizada pelo operador  $\vec{F}_{op}$  e o deslocamento  $\vec{d}$  têm a mesma direção e sentido, logo o trabalho realizado pelo operador (pessoa que ergue o bloco) é motor.



Ao mesmo tempo em que o operador realiza trabalho, há também o trabalho realizado pela força peso, conforme se observa na figura 8.

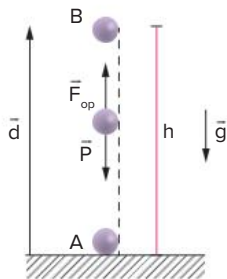


Fig. 8 Trabalho resistente.

$$\tau_{\text{peso}} = Ph \cos 180^\circ = -mgh$$

Observe que o ângulo entre a força peso  $\vec{P}$  e o deslocamento  $\vec{d}$  é igual a  $180^\circ$ , pois a força peso aponta para baixo enquanto o deslocamento é para cima. Assim, o trabalho da força peso é resistente.

Um detalhe importante que deve ser ressaltado é que, como a velocidade do corpo é constante no deslocamento de A para B, a força resultante é nula (1ª Lei de Newton). Assim sendo, o trabalho da resultante também deve ser nulo. De fato:

$$\tau_{AB} = \tau_{\text{op}} + \tau_{\text{peso}} = mgh - mgh = 0$$

Então, o corpo possui energia se estiver no ponto B? Em outras palavras, o corpo, no ponto B, possui capacidade de realizar trabalho? A resposta é obtida pensando-se no que acontece se ele for solto. Nesse caso, o corpo cai acelerando-se de encontro ao solo até o choque, em queda livre. A força responsável pela aceleração é a força peso, que realiza um trabalho motor dado por:

$$\tau_{BA} = \tau_{\text{peso}} = Fd \cos \theta = Ph \cos 0^\circ = mgh$$

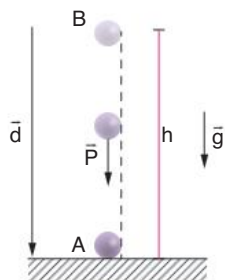


Fig. 9 Trabalho motor realizado pela força peso.

A análise anterior permite afirmar que o corpo no ponto B possui a capacidade em potencial de realizar trabalho. A esta capacidade damos o nome de energia potencial gravitacional  $E_p$ , que pode ser definida como:

$$E_p = \pm mgh \quad (\text{J})$$

Na equação anterior, tem-se a expressão da energia potencial gravitacional, armazenada no campo gravitacional quando uma massa  $m$  está a uma altura  $h$  de uma referência arbitrada como nula e colocada em uma região onde age um campo gravitacional uniforme  $\vec{g}$ .

O sinal  $\pm$  deve-se ao fato de que o corpo pode estar acima da altura de referência e, nesse caso, a energia potencial gravitacional é positiva, ou abaixo da altura de referência e, nesse outro caso, a energia potencial gravitacional é negativa.

## O potencial gravitacional

A definição de forças conservativas e de energia potencial gravitacional permite que o conceito de potencial gravitacional seja apresentado. Sendo a força peso conservativa, pode-se concluir que o trabalho independe da trajetória, ou seja, depende somente da altura inicial e da altura final. Logo, a cada altura do campo gravitacional pode ser associada uma grandeza escalar, chamada **potencial gravitacional**  $V_g$ , de forma que o trabalho da força peso para ir de um ponto a outro do campo dependa somente do potencial inicial e do potencial final. No caso de um campo gravitacional uniforme, o potencial gravitacional de uma massa  $m$  colocada em uma altura  $h$ , em relação à altura de potencial nulo, será definido como:

$$V_g = \pm gh \quad (\text{J/kg})$$

Assim, a definição de energia potencial pode ser reescrita como:

$$E_p = \pm mgh = mV_g$$

Fisicamente, essa definição pode ser entendida da seguinte forma:

Uma massa  $m$  ao ser colocada em um potencial gravitacional  $V_g$  faz com que o campo adquira uma energia potencial gravitacional, que é na verdade uma capacidade de realizar trabalho. Pensando-se na definição de potencial gravitacional e aplicando-a à situação da figura 6, tem-se que:

$$\begin{aligned} \tau_{12} &= -mg \cdot (h_2 - h_1) = mgh_1 - mgh_2 = mV_{g1} - mV_{g2} = \\ &= m \cdot (V_{g1} - V_{g2}) \end{aligned}$$

A equação anterior mostra que o trabalho para ir de um ponto a outro, nesse caso do ponto 1 ao ponto 2, independe da maneira como se vai desse ponto ao outro, depende somente do potencial gravitacional inicial  $V_{g1}$  e do potencial gravitacional final  $V_{g2}$ .

Essa conclusão é a síntese do nosso capítulo. Assumindo-se que o campo elétrico gerado por cargas elétricas é conservativo, todas as conclusões feitas para o campo gravitacional são válidas para o campo elétrico.

## Energia potencial elástica

Outra forma de energia potencial é aquela relacionada com a força de mola. A Lei de Hooke permite escrever que uma mola ao ser deformada de uma distância  $x$ , dentro de sua região elástica, apresenta uma força elástica  $\vec{F}_{\text{elástica}}$  cuja intensidade é dada por:

$$F_{\text{elástica}} = kx \quad (\text{N})$$

Na equação anterior,  $k$  é a constante elástica da mola (N/m). O sinal negativo deve-se ao fato de que a força tem direção contrária ao deslocamento.

Agora, imagine uma situação na qual se tem um corpo preso a uma mola em equilíbrio. Nesta situação um operador puxa o corpo de uma distância  $x$  a partir da situação inicial, conforme se vê na figura 10.

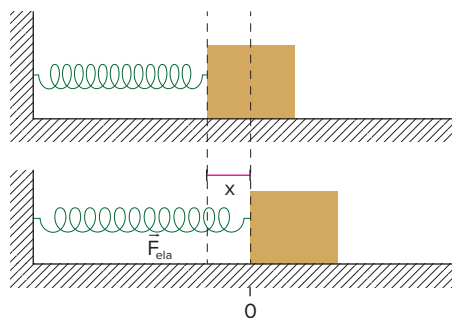


Fig. 10 Trabalho da força elástica.

Na situação descrita, tem-se que o trabalho da força elástica é negativo, pois a força e o deslocamento têm sentidos contrários ( $\theta = 180^\circ$ ).

Nesse caso, o trabalho não pode ser calculado diretamente, uma vez que a força elástica não é constante ao longo do deslocamento. Nessa situação, o trabalho é dado pela área do gráfico  $F \times d$ , conforme se vê na figura 11.

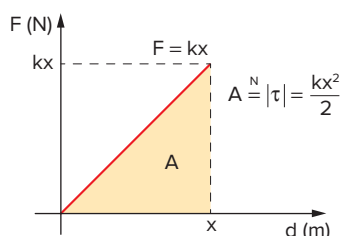


Fig. 11 Trabalho da força elástica em função da distância  $d$ .

No caso da mola ser comprimida ou distendida, o trabalho da força elástica é resistente. A energia gasta para comprimir ou distender a mola não é perdida, ela fica armazenada na forma de energia potencial elástica, dada por:

$$E_{p(\text{elástica})} = \frac{1}{2}kx^2 \quad (\text{J})$$

A força elástica também é um exemplo de força conservativa.

## Energia cinética

A energia cinética é a energia relacionada ao movimento. É fácil de entender que quando uma massa  $m$  tem uma velocidade de módulo  $v$  ela tem energia. Basta pensar em uma colisão entre dois carros.

A definição de energia cinética pode ser obtida utilizando-se a equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$$

Multiplicando a equação acima pela massa, em ambos os lados, tem-se que:

$$mv^2 = mv_0^2 + 2m\Delta s$$

Manipulando algebricamente a equação anterior, chega-se ao trabalho da força resultante que age em um corpo de massa  $m$ .

$$\underbrace{ma\Delta s}_F = F\Delta s = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$$

$$\tau_{\text{resultante}} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = E_{c(\text{final})} - E_{c(\text{inicial})}$$

$$\tau_{\text{resultante}} = \Delta E_c$$

O teorema acima é conhecido como **teorema da energia cinética**. Ele afirma que o trabalho realizado por todas as forças que agem em um corpo, ou seja, pela força resultante, é igual à variação da energia que essas forças produzem no corpo. Esse teorema é extremamente poderoso e de grande auxílio na resolução de vários problemas. Assim, a energia cinética  $E_c$  de um corpo de massa  $m$  e com velocidade  $v$  é dada por:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad (\text{J})$$

## Energia mecânica

A energia mecânica de um sistema é a soma de sua energia cinética e potencial, quer a energia potencial seja elástica, gravitacional ou elétrica. Assim, a energia mecânica de um sistema é definida como:

$$E_{\text{mecânica}} = E_{\text{potencial (elétrica, gravitacional, elástica)}} + E_{\text{cinética}}$$

Uma aplicação importante do conceito de energia mecânica é em exercícios onde as grandezas vetoriais tornam a resolução pouco prática, ou até impraticável.

## Sistemas conservativos

Um sistema é conservativo quando nele agem somente forças conservativas. A importância destes sistemas é que neles a quantidade de energia mecânica se mantém constante.

Pode-se pensar em um exemplo onde uma bola é atirada para cima em uma região onde possa se desprezar a resistência do ar. Admite-se altura igual a zero no ponto onde a bola foi lançada, momento em que ela possui somente energia cinética, ou energia de movimento. A partir desse momento ela começa a trocar velocidade por altura, ou seja, a energia cinética converte-se aos poucos em energia potencial gravitacional. Ao chegar na altura máxima, a sua velocidade e, portanto, a sua energia cinética são nulas. Nesse ponto houve uma total troca da energia cinética inicial por energia potencial gravitacional.

A partir daí, a bola passa a trocar energia potencial gravitacional por energia cinética até retornar à mão do lançador com a mesma velocidade da partida. Pode-se observar que

a soma das energias cinética e potencial é constante todo o tempo. Do exposto anteriormente, pode-se concluir que em um sistema conservativo:

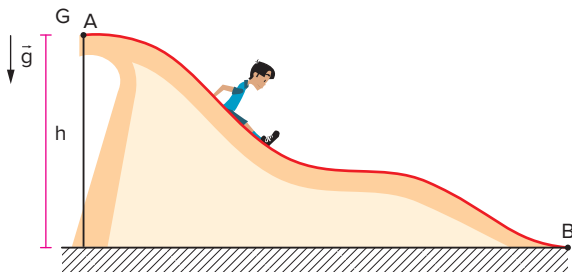
$$\Delta E_{\text{mecânica}} = 0$$

Se no sistema houver forças dissipativas, tem-se que o trabalho é a variação da energia mecânica, ou seja:

$$\Delta E_{\text{mecânica}} = \tau_{\text{forças dissipativas}}$$

## Exercício resolvido

- 2 Considere um garoto G, sob a ação de um campo gravitacional uniforme  $\vec{g}$ , no topo de um tobogã liso de altura  $h$ , como na figura a seguir. Determine a velocidade do garoto ao atingir a parte mais baixa do tobogã, admitindo-se que a resistência do ar é desprezível.



### Resolução:

Adotando-se a referência de altura nula na parte mais baixa do tobogã (ponto B), tem-se que o sistema é conservativo. Logo, a energia mecânica  $E_M$  é constante, ou seja:

$$E_{M(A)} = E_{M(B)}$$

Em A, o garoto possui somente energia potencial gravitacional, já no ponto B ele possui somente energia cinética.

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

Observe que essa velocidade é a mesma que o garoto teria caso estivesse em queda livre, indicando novamente que o trabalho da força peso independe da trajetória, e sim da altura inicial e da altura final.

## Potencial elétrico

O estudo feito até agora permite que o conceito de potencial elétrico seja corretamente definido. Considerando-se que o campo elétrico gerado por cargas elétricas é conservativo, tem-se que o trabalho da força elétrica entre dois pontos independe da trajetória, ou seja, depende somente dos pontos inicial e final.

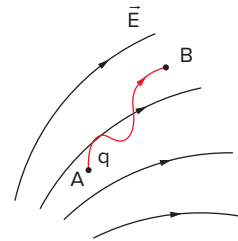


Fig. 12 Trabalho da força elétrica independente da trajetória.

Dessa forma, pode-se associar a cada ponto do campo elétrico uma grandeza escalar, que será chamada de **potencial elétrico**  $V$ , tal que o trabalho da força elétrica para se levar uma carga  $q$  de um ponto A ao ponto B do campo elétrico depende exclusivamente da **diferença de potencial**  $U_{AB}$ , também denominada **ddp**:

$$\tau_{AB} = q(V_A - V_B) = qU_{AB}$$

De forma análoga, surge o conceito de energia potencial elétrica. Ao colocarmos uma carga elétrica  $q$  em uma região onde age um campo elétrico  $\vec{E}$ , o campo elétrico armazena uma energia **potencial elétrica**  $E_p$ , dada por:

$$E_p = qV \text{ (J)}$$

Com o uso da expressão anterior, pode-se definir a unidade de potencial elétrico no sistema internacional de unidades, tal que:

$$V = \frac{E_p}{q} \text{ (J/C)}$$

$$1 \text{ volt [V]} = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}}$$

Essa unidade, de uso cotidiano, expressa a quantidade de energia potencial armazenada no campo elétrico por unidade de carga elétrica.

### ! Atenção

A energia potencial elétrica estudada neste capítulo é aquela gerada por distribuições de cargas elétricas, já que o campo elétrico gerado por variação do vetor indução magnética não é conservativo, como veremos no decorrer do curso.

## Exercício resolvido

- 3 Uma carga de  $-2 \mu\text{C}$  foi abandonada num ponto de um campo elétrico onde o potencial elétrico vale  $+30 \text{ V}$ . Determine a energia potencial elétrica armazenada por essa carga.

### Resolução:

A energia potencial elétrica é dada pela expressão:

$$E_p = qV = (-2 \cdot 10^{-6} \text{ C}) \cdot (+30 \text{ V}) = -6 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

Perceba que as grandezas devem ser substituídas com os seus respectivos sinais algébricos.

## Espontaneidade e trabalho

A definição do trabalho da força elétrica e do potencial permite a compreensão do conceito de espontaneidade. Conforme discutido anteriormente, o trabalho ocorre espontaneamente quando positivo e não ocorre espontaneamente quando negativo.

O conceito de espontaneidade também pode ser percebido quando se pensa em energia potencial elétrica. Sistemas físicos tendem espontaneamente a minimizar sua energia potencial elétrica. Assim, analisam-se os casos em que tem-se o deslocamento de cargas positivas e negativas:

- Cargas positivas – quando uma carga positiva  $q$  é levada de um ponto A para um ponto B, o trabalho da força elétrica é dado por:

$$\tau_{AB} = q(V_A - V_B)$$

Sendo a carga  $q$  positiva, para que o trabalho  $\tau_{AB}$  seja positivo tem-se que  $(V_A - V_B) > 0$ , ou ainda  $V_A > V_B$ . Conclui-se, portanto, que **cargas positivas procuram espontaneamente menores potenciais**, da mesma forma que massas procuram espontaneamente alturas menores (potenciais menores).

Se o raciocínio fosse feito em termos de energia potencial elétrica, sendo a carga  $q$  positiva, para que a energia potencial elétrica dada por  $E_p = qV$  seja cada vez menor, requer-se que o potencial seja cada vez menor, o que concorda plenamente com a análise feita com o trabalho.

- Cargas negativas – quando uma carga negativa  $q$  é levada de um ponto A para um ponto B, o trabalho da força elétrica é dado por:

$$\tau_{AB} = q(V_A - V_B)$$

Sendo a carga  $q$  negativa, para que o trabalho  $\tau_{AB}$  seja positivo, tem-se que  $(V_A - V_B) < 0$ , ou ainda  $V_A < V_B$ . Conclui-se, portanto, que **cargas negativas procuram espontaneamente maiores potenciais**.

Se o raciocínio fosse feito em termos de energia potencial elétrica, sendo a carga  $q$  negativa, para que a energia potencial elétrica dada por  $E_p = qV$  seja cada vez menor, requer-se que o potencial seja cada vez maior, o que concorda plenamente com a análise feita com o trabalho.

## Cálculo do potencial elétrico devido a distribuições de carga elétrica

No capítulo referente ao campo elétrico, foram calculados os campos devido a cargas puntiformes, a várias cargas puntiformes, condutores em equilíbrio eletrostático e o campo elétrico uniforme. A partir de agora o esforço será realizar o mesmo para o potencial elétrico. A analogia utilizada entre campo gravitacional e o campo elétrico será muito útil neste momento.

No início do capítulo, o potencial gravitacional foi definido como:

$$V_g = \pm gh$$

A definição acima é obviamente válida para campos gravitacionais uniformes, mas pode ser facilmente generalizada se for observado o fato de que o potencial é na verdade numericamente igual à área (A) sob a curva do gráfico do campo gravitacional em função da distância. Todavia, é importante definir-se uma posição na qual se considera o potencial gravitacional nulo, ou seja, uma referência na qual  $V_g = 0$ . Para o caso de campos que diminuem com o quadrado da distância, normalmente admite-se potencial nulo no infinito  $V_g(\infty) = 0$ .

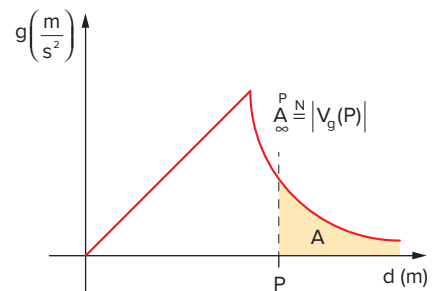


Fig. 13 Cálculo do potencial gravitacional.

De maneira similar, tem-se para o campo elétrico uniforme que o potencial elétrico em um dado ponto é dado por:

$$V = \pm Ed$$

Na equação anterior,  $d$  é a distância do ponto à referência arbitrária como tendo o potencial elétrico nulo.

Para os casos em que o campo não é uniforme, recorre-se ao mesmo procedimento utilizado para o campo gravitacional, ou seja, para campos que diminuem com o quadrado da distância, arbitra-se o potencial nulo no infinito e calcula-se a área desde o infinito até o ponto onde se deseja o potencial elétrico. Dessa forma, todos os valores de potencial são obtidos em relação ao infinito.

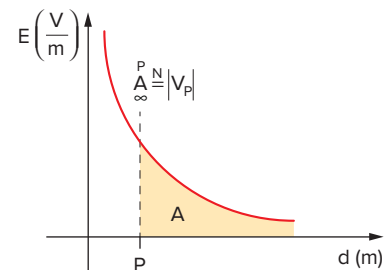


Fig. 14 Cálculo do potencial elétrico a partir do campo elétrico.

Da definição do potencial elétrico a partir do campo elétrico, tem-se a unidade mais utilizada de campo elétrico.

$$E = \frac{V}{d} \quad (V/m)$$

## Potencial elétrico devido a cargas puntiformes

Uma carga puntiforme  $Q$  gera, a uma distância  $d$ , um campo elétrico de intensidade  $E$ , dado por:

$$E = \frac{K|Q|}{d^2}$$

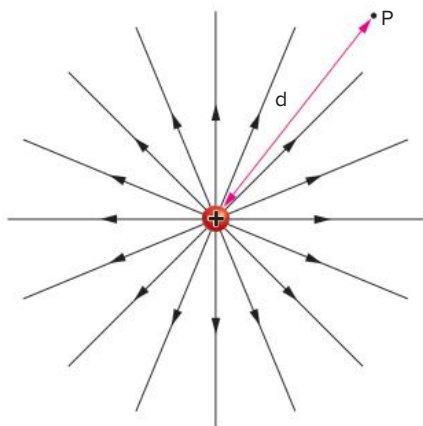


Fig. 15 Configuração de linhas de força de uma carga puntiforme positiva.

O campo elétrico descrito na expressão anterior é representado graficamente na figura 16.

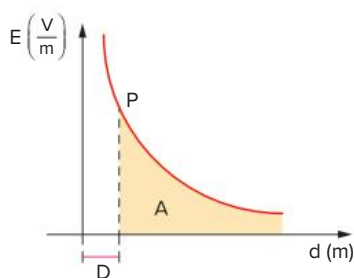


Fig. 16 Campo elétrico gerado por uma carga puntiforme a uma distância  $D$ .

De acordo com o que foi visto anteriormente, tem-se que o potencial elétrico no ponto  $P$  é numericamente igual a área  $A$  do gráfico, desde o infinito, onde se admite potencial nulo, até o ponto  $P$ . O resultado dessa área é igual a:

$$V_p = V(d=D) = \frac{KQ}{D}$$

Observa-se que cargas positivas geram potenciais positivos e cargas negativas geram potenciais negativos. Os gráficos que representam esses potenciais têm o formato de uma hipérbole equilátera, como ilustrado a seguir.

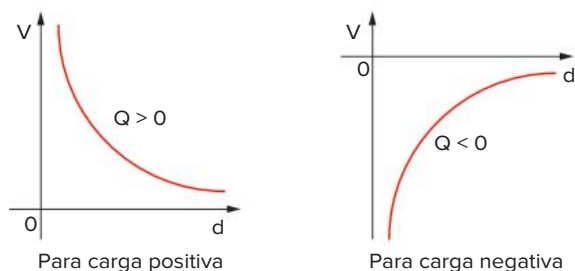
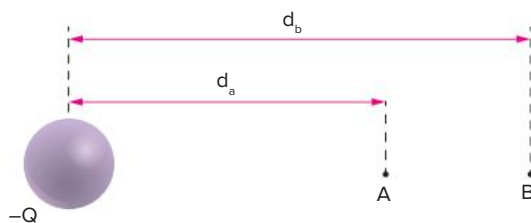


Fig. 17 Potencial elétrico gerado por carga puntiforme em função da distância.

## Exercícios resolvidos

- 4 Determine o potencial elétrico causado por uma carga de  $4 \mu\text{C}$  nos pontos  $A$  e  $B$ , distantes respectivamente  $20 \text{ cm}$  e  $30 \text{ cm}$  da carga.

Resolução:



$$V_A = \frac{KQ}{d_a} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-4 \cdot 10^{-6})}{20 \cdot 10^{-2}} = -180 \cdot 10^3 \text{ V} = -180 \text{ kV}$$

$$V_B = \frac{KQ}{d_b} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-4 \cdot 10^{-6})}{30 \cdot 10^{-2}} = -120 \cdot 10^3 \text{ V} = -120 \text{ kV}$$

- 5 Uma carga puntiforme de  $+2 \mu\text{C}$  é abandonada em repouso no ponto  $B$  do exemplo anterior. Devido à atração, essa carga desloca-se aceleradamente em direção ao ponto  $A$ . Determine:

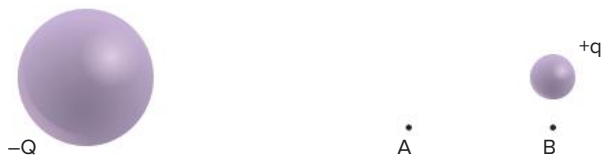
- a energia potencial elétrica da carga puntiforme quando abandonada no ponto  $B$ ;
- a energia potencial elétrica da carga puntiforme quando passar pelo ponto  $A$ ;
- o trabalho realizado pela força elétrica nesse deslocamento;
- a energia cinética da carga puntiforme ao passar por  $A$ .

Resolução:

A partir da expressão da energia potencial elétrica, vem:

$E_{pB} = qV_B = (+2 \cdot 10^{-6}) \cdot (-120 \cdot 10^3) = -2,4 \cdot 10^{-1} \text{ J}$   
que é a energia potencial elétrica armazenada pela carga puntiforme, quando localizada no ponto  $B$ ;

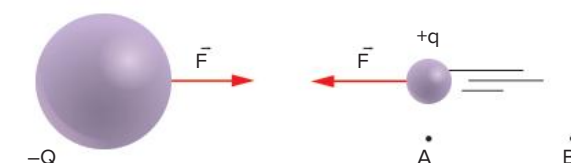
carga fonte fixa



A seguir, calcularemos a sua energia potencial elétrica, ao passar pelo ponto  $A$ :

$$E_{pA} = qV_A = (+2 \cdot 10^{-6}) \cdot (-180 \cdot 10^3) = -3,6 \cdot 10^{-1} \text{ J}$$

carga fonte fixa





Perceba que a força elétrica atrativa entre as cargas de sinais opostos varia; aumenta durante a aproximação da carga de prova, já que a distância entre elas diminui.

Assim, não podemos lançar mão da expressão  $\tau = Fd$  para o cálculo do trabalho da força elétrica.

O trabalho realizado pela força elétrica no deslocamento da carga puntiforme de B até A é calculado pela variação da energia potencial elétrica:

$$\tau_{B \rightarrow A} = E_{\text{pot-B}} - E_{\text{pot-A}} = -2,4 \cdot 10^{-1} \text{ J} - (-3,6 \cdot 10^{-1} \text{ J}) = +0,12 \text{ J}$$

O trabalho realizado pela força elétrica foi positivo; isso é uma indicação de que o deslocamento da carga de prova foi espontâneo. De fato, a carga de prova desloca-se espontaneamente, devido à atração.

A determinação da energia cinética da carga ao passar pelo ponto A pode ser efetuada a partir do teorema do trabalho da força resultante:

$$\tau_{F-\text{Res}} = E_{c-\text{final}} - E_{c-\text{inicial}}$$

Como, nesse caso, a força resultante coincide com a força elétrica, vem:

$$\begin{aligned} \tau_{F-\text{Res}} = \tau_{B \rightarrow A} &\Rightarrow E_{c-\text{final}} - E_{c-\text{inicial}} = 0,12 \text{ J} = \\ &\Rightarrow E_{c-\text{final}} - 0 = 0,12 \text{ J} \\ &\Rightarrow E_{c-\text{final}} = +0,12 \text{ J} \end{aligned}$$

Determinamos, assim, a energia cinética da carga puntiforme, ao se deslocar meros 10 cm do ponto B até o ponto A, atraída pela carga fonte. O aluno talvez não tenha percebido o significado fantástico desse valor de energia cinética aparentemente pequeno.

Para dar um significado mais real a esse número, suponhamos que essa carga puntiforme  $+q$  tenha uma massa de  $3 \cdot 10^{-15} \text{ kg}$ , o que é razoável, lembrando que a massa de um elétron vale  $9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ . Determinemos a velocidade da carga puntiforme, ao passar pelo ponto A:

$$E_c = \frac{m V_A^2}{2} \Rightarrow 0,12 = \frac{6 \cdot 10^{-16} \cdot V_A^2}{2}$$

$$V_A = 2 \cdot 10^7 \text{ m/s} \quad \text{ou} \quad V_A = 72 \cdot 10^6 \text{ km/h}$$

## Potencial elétrico gerado por várias cargas puntiformes

O princípio aplicado para o cálculo do potencial elétrico gerado por uma distribuição de cargas puntiformes em um determinado ponto, em relação ao infinito, é o mesmo que foi utilizado para o cálculo do campo elétrico, ou seja, o princípio da superposição. Assim, o potencial elétrico gerado em um determinado ponto devido a uma distribuição de cargas puntiformes é o somatório algébrico dos potenciais gerados por cada uma das cargas.

Uma diferença fundamental entre o cálculo do campo elétrico e o cálculo do potencial elétrico é que enquanto aquele é vetorial, este é escalar. Dessa forma, o cálculo

do potencial elétrico não envolve soma de vetores, mas sim a soma de grandezas escalares, levando-se em conta os sinais dos potenciais gerados por cada uma das cargas.

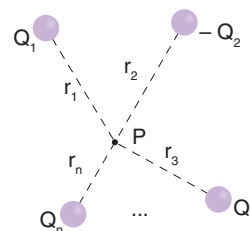
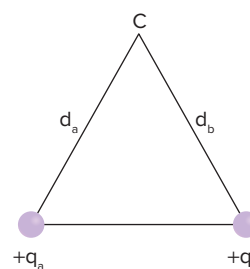


Fig. 18 Potencial elétrico gerado por várias cargas puntiformes.

$$V_p = \frac{KQ_1}{r_1} + \frac{K(-Q_2)}{r_2} + \frac{KQ_3}{r_3} + \dots + \frac{KQ_n}{r_n}$$

## Exercícios resolvidos

- 6 Duas cargas puntiformes  $q_a = +12 \mu\text{C}$  e  $q_b = -6 \mu\text{C}$  localizam-se nos vértices de um triângulo equilátero, de lado 30 cm. Determine o potencial elétrico resultante no vértice C.



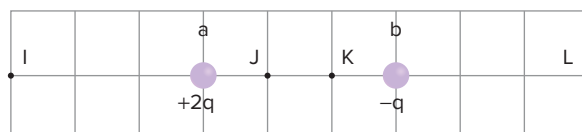
### Resolução:

O potencial resultante no ponto C é calculado pela soma algébrica dos potenciais que cada carga  $q_a$  e  $q_b$ , individualmente, causam no referido ponto.

Matematicamente:

$$\begin{aligned} V_c &= V_{a-c} + V_{b-c} = \frac{K q_a}{d_a} + \frac{K q_b}{d_b} = \\ &= \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 12 \cdot 10^{-6}}{30 \cdot 10^{-2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-6 \cdot 10^{-6})}{30 \cdot 10^{-2}} = \\ &= 360 \text{ kV} - 180 \text{ kV} = 180 \text{ kV} \end{aligned}$$

- 7 A figura a seguir representa duas cargas elétricas puntiformes, mantidas fixas em suas posições, de valores  $+2q$  e  $-q$ , sendo  $q$  o módulo de uma carga de referência.



Considerando-se zero o potencial elétrico infinito, é correto afirmar que o potencial elétrico criado pelas duas cargas será zero também em que pontos?

**Resolução:**

Seja  $V_p = \frac{Kq}{d}$ , o potencial será nulo nos pontos em que o potencial das cargas têm o mesmo módulo.  
Em K:

$$V_{P_a} = \frac{K2q}{2d} = \frac{Kq}{d}$$

$$V_{P_b} = -\frac{Kq}{d}$$

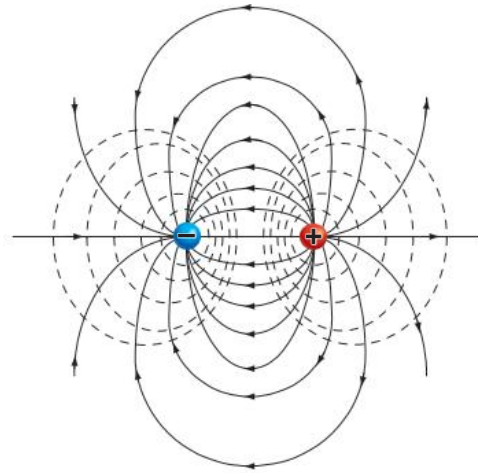
$$|V_{P_a}| = |V_{P_b}| = \frac{Kq}{d}$$

Em L:

$$V_{P_a} = \frac{K2q}{6d} = \frac{Kq}{3d}$$

$$V_{P_b} = -\frac{Kq}{3d}$$

$$|V_{P_a}| = |V_{P_b}| = \frac{Kq}{3d}$$



**Fig. 20** Configuração das equipotenciais (tracejados) e das linhas de força do campo elétrico de um sistema de duas cargas de sinais contrários.

**Atenção**

Para o caso do campo elétrico uniforme, as equipotenciais são sempre perpendiculares às linhas de força, ou seja, são retas ou planos normais à direção definida pelas linhas de força.

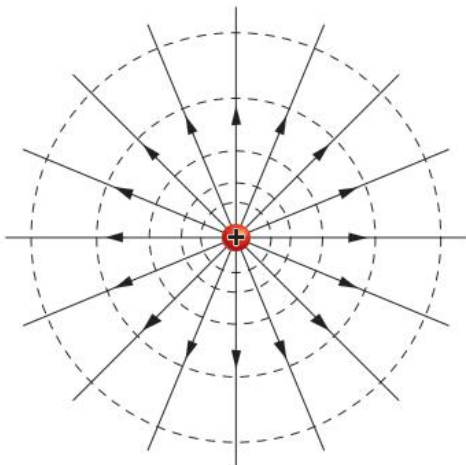


**Fig. 21** Configuração das equipotenciais (tracejados) e das linhas de força de um campo elétrico uniforme.

## Superfícies equipotenciais

As superfícies equipotenciais, como o próprio nome indica, são superfícies nas quais o potencial elétrico é o mesmo em todos os pontos. Caso tenhamos uma representação no plano, as superfícies equipotenciais tornam-se linhas equipotenciais.

Para o caso de cargas puntiformes, nas quais o potencial elétrico é função exclusiva da distância, as superfícies equipotenciais são esferas concêntricas, conforme se observa na figura 19.

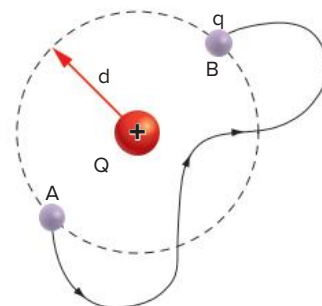


**Fig. 19** Configuração das equipotenciais (tracejados) e das linhas de força do campo elétrico de uma carga elétrica puntiforme.

Caso houvesse um dipolo elétrico, as linhas de força do campo elétrico, bem como as linhas equipotenciais, seriam representadas conforme a figura 20.

## Trabalho ao longo de superfícies equipotenciais

De acordo com a definição de superfícies equipotenciais, a diferença de potencial entre dois pontos quaisquer de uma mesma equipotencial é nula. Desta forma, como o trabalho da força elétrica para se levar uma carga de um ponto a outro de um campo elétrico depende somente do potencial inicial e do potencial final, conclui-se que o trabalho da força elétrica para levar uma carga de um ponto a outro da mesma equipotencial é nulo, independente da trajetória seguida por essa carga.



**Fig. 22** Trabalho é nulo ao longo de uma mesma equipotencial.

Conforme se observa na figura 22, o trabalho da força elétrica para levar a carga  $q$  do ponto A até o ponto B é dado por:

$$\tau_{AB} = q(V_A - V_B)$$

Mas  $V_A = V_B$ , pois os pontos A e B pertencem à mesma equipotencial. Logo:

$$\tau_{AB} = 0$$

## Demonstração da perpendicularidade das linhas de campo e superfícies equipotenciais

Neste ponto do desenvolvimento teórico já se tem condições de demonstrar a perpendicularidade entre as linhas de força do campo elétrico e as superfícies equipotenciais.

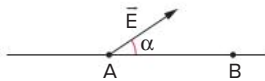


Fig. 23 Pontos A e B ao longo de uma equipotencial em um campo elétrico  $\vec{E}$ .

Supondo a linha AB uma equipotencial, na qual A e B são dois pontos a ela pertencentes. Seja  $\vec{E}$  um campo elétrico que faz com a superfície um ângulo  $\alpha$  qualquer, este campo pode ser decomposto em uma componente normal  $\vec{E}_n$  e uma componente tangente à equipotencial,  $\vec{E}_t$ , como se observa na figura 24.

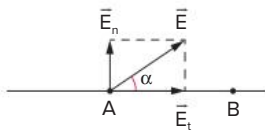


Fig. 24 Decomposição do campo elétrico  $\vec{E}$  nas componentes normal  $\vec{E}_n$  e tangencial  $\vec{E}_t$ .

Da figura 24, tem-se que:

$$E_t = E \cos \alpha$$

$$E_n = E \sin \alpha$$

Supondo que a carga pudesse se deslocar exclusivamente ao longo da equipotencial, tem-se que o trabalho da força elétrica para ir de A até B é dado por:

$$\tau_{AB} = F_{\text{elétrica}} d_{AB} = qE_t d_{AB} = qE \cos \alpha d_{AB}$$

Porém, sendo os pontos A e B pertencentes à mesma equipotencial, o trabalho  $\tau_{AB}$  deve ser nulo. Dessa forma, o ângulo  $\alpha$  deve ser forçosamente igual a  $90^\circ$ .

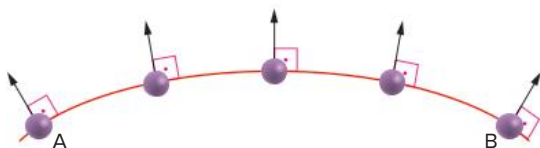


Fig. 25 Campo elétrico perpendicular à equipotencial.

Outra observação extremamente importante sobre a relação entre as linhas de força do campo elétrico e o potencial elétrico é que elas se direcionam sempre do maior potencial para o menor potencial, como se observa na figura 26.

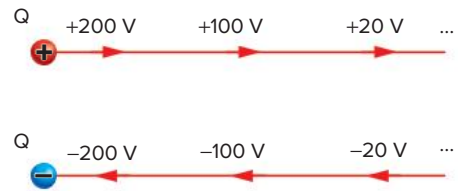


Fig. 26 Valores de potenciais ao longo da linha de força.

Esse arranjo é coerente com a informação dada anteriormente, de que cargas positivas se movimentam espontaneamente no sentido das linhas de campo, buscando menores potenciais elétricos, enquanto cargas negativas se movimentam no sentido contrário das linhas de força, buscando maiores potenciais elétricos.

## Energia potencial elétrica de sistema formado por duas cargas puntiformes

Dois cargas puntiformes  $Q$  e  $q$  são colocadas em um mesmo meio de constante eletrostática  $K$ , a uma distância  $d$  uma da outra. Independentemente dos seus sinais, este sistema tem energia potencial elétrica, pois se uma ou ambas as cargas for abandonada haverá deslocamento ocasionado pela força elétrica, ou seja, há capacidade de realizar trabalho.

A tarefa a ser executada é calcular qual é essa energia potencial elétrica armazenada no campo elétrico. Tendo-se como referencial o infinito, no qual o potencial elétrico e, portanto, a energia potencial elétrica são nulos. A figura 27 mostra o sistema formado por duas cargas puntiformes.

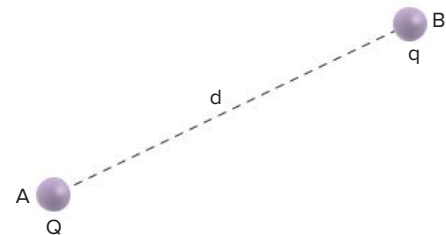


Fig. 27 Sistema formado por duas cargas elétricas puntiformes.

**Caso 1:**  $Q$  é a carga fonte e  $q$  a carga de prova.

O potencial elétrico que  $Q$  causa no ponto B vale:

$$V_B = \frac{KQ}{d}$$

A energia potencial armazenada por  $q$ , quando colocada em B, vale:

$$E_p = V_B q = \frac{KQ}{d} q \Rightarrow E_p = \frac{KQq}{d}$$

**Caso 2:**  $q$  é a carga fonte e  $Q$  a carga de prova.

O potencial elétrico que a carga fonte  $q$  causa no ponto A vale:

$$V_A = \frac{Kq}{d}$$

E a energia potencial que  $Q$  armazenará, quando colocada em  $A$ , vale:

$$E_p = V_A \cdot Q = \frac{Kq}{d} Q \Rightarrow E_p = \frac{KQq}{d}$$

Mostrando ser indiferente quem será considerada a carga fonte no sistema, pois este é simétrico.

Desse modo, a energia potencial elétrica armazenada no sistema da figura 27 é:

$$E_p = \frac{KQq}{d}$$

### ! Atenção

A energia potencial e o potencial elétrico são grandezas escalares algébricas, podendo ser positivas, negativas ou nulas.

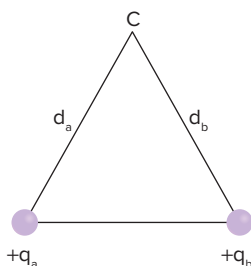
### Quem armazena a energia potencial no sistema, a carga ou o campo?

Rigorosamente, a energia potencial elétrica do sistema está armazenada no campo elétrico. Essa energia está disponível para movimentar as cargas através do campo, sendo convertida em energia cinética durante o deslocamento.

Em geral, considera-se fixa a carga fonte, podendo se movimentar pelo campo apenas a carga de prova. Nesse caso, como a energia potencial elétrica só está disponível para a carga de prova, dizemos, por força de expressão, que toda a energia potencial está armazenada na carga de prova  $q$ . Durante o movimento da carga de prova, sua energia potencial vai sendo convertida em energia cinética.

### Exercício resolvido

- 8 Duas cargas puntiformes  $q_a = +12 \mu\text{C}$  e  $q_b = -6 \mu\text{C}$  localizam-se nos vértices de um triângulo equilátero, de lado 30 cm.



Determine a energia potencial elétrica armazenada por uma carga de  $4 \mu\text{C}$ , quando colocada no vértice  $C$ .

#### Resolução:

Utilizando o potencial elétrico do ponto  $C$ , calculado no exercício resolvido 6, calculamos a energia potencial elétrica armazenada pela carga de prova quando colocada no vértice  $C$ :

$$E_p = qV_c = 4 \cdot 10^{-6} \cdot (180 \cdot 10^3) = 0,72 \text{ J}$$

## Energia potencial elétrica em um sistema de partículas

### Sistema contendo três partículas

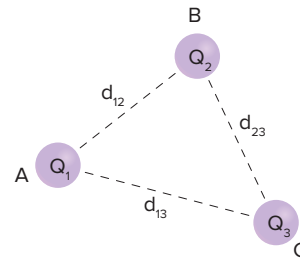


Fig. 28 Sistema formado por mais de duas cargas puntiformes.

A energia potencial total do sistema é a soma das energias potenciais de cada uma das ligações do sistema, como se fosse uma molécula contendo três ligações químicas.

$$E_{P_3} = E_{L_{12}} + E_{L_{13}} + E_{L_{23}}$$

$$E_{P_3} = \frac{KQ_1Q_2}{d_{12}} + \frac{KQ_1Q_3}{d_{13}} + \frac{KQ_2Q_3}{d_{23}}$$

A equação acima nos mostra como calcular a energia potencial elétrica total do sistema. Cada uma das 3 parcelas que constitui a expressão acima corresponde à energia de uma das ligações do sistema.

Um aspecto interessante é notar que essa energia potencial corresponde exatamente à energia necessária para afastar infinitamente as 3 cargas elétricas que compõem a “molécula” acima, rompendo as 3 ligações da molécula.

Para o caso de mais de três cargas, a energia potencial elétrica é calculada levando-se em conta todas as combinações possíveis de cargas. Assim, para um sistema formado por  $n$  cargas puntiformes, tem-se um total de combinações  $C$  dado por:

$$C = \frac{n(n-1)}{2}$$

## Potencial elétrico do condutor carregado e em equilíbrio eletrostático

Nesse ponto do tratamento do conceito de potencial elétrico, é possível a análise do potencial de um condutor carregado e em equilíbrio eletrostático. Essa análise é muito simples se for feita à luz das ideias de espontaneidade e trabalho.

Em um condutor, as cargas têm livre movimento. Como foi visto anteriormente, cargas positivas movimentam-se espontaneamente para potenciais menores e cargas negativas movimentam-se espontaneamente para potenciais maiores. Se não há movimento ordenado de cargas, como no caso do equilíbrio eletrostático,

conclui-se que o potencial elétrico deve ser o mesmo em todos os pontos, quer seja na sua superfície ou no interior do condutor.

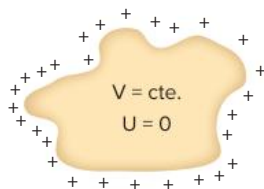


Fig. 29 Potencial elétrico do condutor carregado e em equilíbrio eletrostático.

## A indução eletrostática do ponto de vista do potencial elétrico

O mesmo procedimento realizado com o campo elétrico, quando se estudou a indução eletrostática, será feito agora do ponto de vista do potencial.

Um condutor C, neutro, é colocado na presença de um indutor I. Como se sabe, há uma separação de cargas no condutor. Se a análise for feita pensando-se no potencial elétrico, por que isso ocorre?

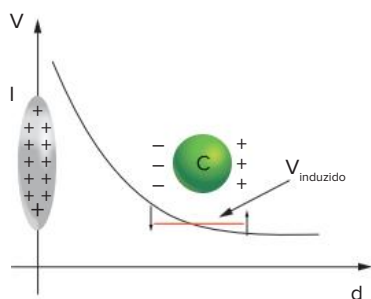


Fig. 30 Análise da indução eletrostática do ponto de vista do potencial.

A figura 30 mostra o condutor C induzido, ou seja, com uma separação de cargas devido à presença do indutor I. A figura também mostra o esboço do potencial elétrico criado pelo indutor e a deformação deste potencial devido às cargas induzidas no condutor. Observa-se que, do lado esquerdo, as cargas negativas fazem com que o potencial elétrico diminua. Já no lado direito, as cargas positivas fazem com que o potencial elétrico no induzido aumente.

O efeito final é que o potencial elétrico no induzido fica constante. Assim, pode-se afirmar que as cargas induzidas distribuem-se na superfície do condutor de modo a garantir que o potencial elétrico seja o mesmo, quer seja na sua superfície, quer seja no seu interior.

Nota-se que, apesar de o induzido estar neutro, seu potencial não é nulo. Isso deve-se ao fato de ele estar induzido.

## Linhas de campo em condutores em equilíbrio eletrostático

Neste capítulo, estudou-se que as linhas de campo sempre se orientam no sentido de menor potencial. Como o condutor em equilíbrio encontra-se todo em um mesmo potencial elétrico, é correto afirmar que linhas

de campo não podem nascer e morrer em um mesmo condutor em equilíbrio eletrostático.

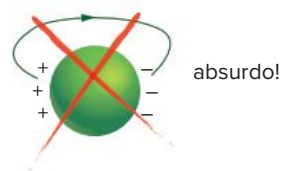


Fig. 31 Linhas de força não podem nascer e morrer em um mesmo condutor em equilíbrio eletrostático.

## Potencial elétrico do condutor esférico uniformemente carregado e em equilíbrio eletrostático

O potencial elétrico em um condutor esférico é simples de ser determinado utilizando-se o que foi estudado anteriormente. A figura 32 ilustra a situação onde se tem dois condutores esféricos de raio R, uniformemente carregados com cargas +Q e -Q. Os gráficos dos potenciais gerados por tais condutores, adotando-se o infinito com potencial elétrico nulo ( $V_{\infty} = 0$ ), está superposto às respectivas figuras.

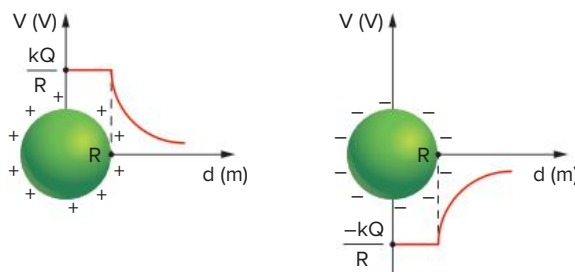


Fig. 32 Potencial elétrico em condutores esféricos carregados.

Os gráficos, na figura 32, mostram que o cálculo do potencial elétrico de condutores esféricos uniformemente carregados e em equilíbrio eletrostático pode ser assim resumido:

- I. O potencial elétrico do condutor esférico, em pontos internos, ou na sua superfície, é igual a:

$$V_{\text{int}} = V_{\text{sup}} = \frac{KQ}{R}$$

- II. Em pontos externos, o potencial elétrico é calculado de maneira idêntica ao de uma carga puntiforme, supondo a carga colocada no centro da esfera.

$$V_{\text{externo}} = \frac{KQ}{d}$$

Na expressão acima,  $d$  é a distância do ponto considerado até o centro da esfera.

## Equilíbrio eletrostático de condutores esféricos postos em contato entre si

No início do capítulo 1, aprendemos que, quando duas esferas metálicas idênticas eram colocadas em contato, a carga total dessas esferas era dividida meio a meio entre elas.



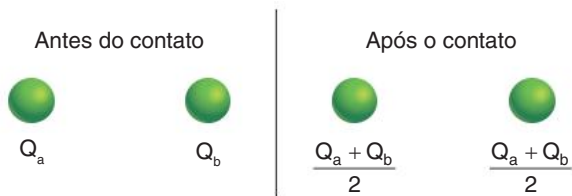


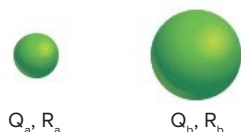
Fig. 33 Condutores carregados, antes e após o contato.

Mas o que acontece se ligarmos, entre si, esferas metálicas eletrizadas de raios diferentes?

Para entender melhor essa questão, vamos propor o seguinte exercício:

### Exercício resolvido

- 9 Sejam duas esferas metálicas A e B, de raios  $R_a$  e  $R_b$ , eletrizadas com cargas, respectivamente, iguais a  $Q_a$  e  $Q_b$ .



Pede-se determinar:

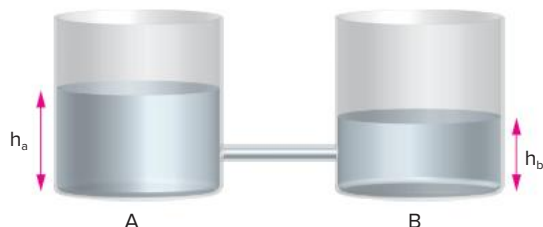
- os potenciais iniciais de cada esfera.
- o potencial final das esferas, após ligarmos uma à outra.
- as cargas finais  $Q_a'$  e  $Q_b'$ .

#### Resolução:

- a) Seus potenciais iniciais podem ser facilmente calculados pela expressão vista na seção anterior:

$$V_a = \frac{KQ_a}{R_a}; \quad V_b = \frac{KQ_b}{R_b}$$

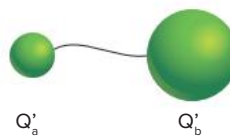
- b) Mas o que acontece se ligarmos entre si esferas metálicas eletrizadas de raios diferentes?



Para uma perfeita compreensão, façamos uma breve analogia: Observe os dois cilindros acima. O potencial gravitacional ( $V_g = gh$ ) do líquido A está, inicialmente, superior ao do líquido B. Assim, ao ligarmos os cilindros de um cano, o líquido A fluirá em direção ao cilindro B até que seus potenciais gravitacionais se tornem iguais ( $V_{ga} = V_{gb}$ ), o que, obviamente, ocorrerá quando seus níveis estiverem iguais ( $h_a = h_b$ ).

Analogamente, quando conectarmos as esferas através de um fio condutor, elétrons fluirão de uma

esfera a outra até que seus potenciais elétricos se tornem iguais ( $V_a = V_b$ ).



A partir daí, quando a diferença de potencial ( $U = V_a - V_b$ ) entre as tais esferas se anular, cessará a corrente elétrica de uma a outra, e o sistema terá atingido o equilíbrio eletrostático.

Sendo  $Q_a'$  e  $Q_b'$  as cargas finais das esferas A e B após atingido o equilíbrio eletrostático, pelo princípio da conservação das cargas, podemos escrever:

$$Q_a + Q_b = Q_a' + Q_b' \quad (1)$$

Queremos calcular o potencial final  $V_f$  das esferas. Sobre  $V_f$ , podemos escrever:

$$V_f = \frac{KQ_a'}{R_a} = \frac{KQ_b'}{R_b} \quad (2)$$

Pela propriedade das proporções, podemos escrever:

$$V_f = \frac{KQ_a' + KQ_b'}{R_a + R_b}$$

$$\frac{K(Q_a' + Q_b')}{R_a + R_b} = \frac{K(Q_a + Q_b)}{R_a + R_b}$$

$$V_f = \frac{KQ_a + KQ_b}{R_a + R_b}, \text{ mas como temos:}$$

$$V_a = \frac{KQ_a}{R_a}; \quad V_b = \frac{KQ_b}{R_b}$$

podemos escrever:

$$V_f = \frac{V_a R_a + V_b R_b}{R_a + R_b} \quad (3)$$

A equação (3) é extremamente útil pois expressa o potencial de equilíbrio  $V_f$  das esferas apenas em função de seus potenciais iniciais  $V_a$  e  $V_b$  e de seus raios.

- c) E como calcularemos as cargas finais  $Q_a'$  e  $Q_b'$  das esferas?

Ora, de posse da equação (3), determinamos  $V_f$ .

$$V_f = \frac{V_a R_a + V_b R_b}{R_a + R_b} \quad (3)$$

Substituindo-se  $V_f$  na equação (2), facilmente determinamos  $Q_a'$  e  $Q_b'$ . Confira:

$$V_f = \frac{KQ_a'}{R_a} = \frac{KQ_b'}{R_b}$$

Finalmente, algumas propriedades importantes dos condutores em equilíbrio eletrostático.

- **Cargas** se distribuem apenas na *superfície mais externa* e se movem *desordenadamente*.
- Qualquer **linha de força** de campo elétrico que toque o condutor, será *perpendicular* ao mesmo na superfície.
- O **campo elétrico interno** ao condutor é sempre *nulo*.
- Se houver uma **cavidade no condutor**, contendo uma carga  $Q$  produzindo indução total, haverá *campo elétrico apenas dentro da cavidade* (região oca). Na região metálica o campo elétrico ainda será nulo.
- Sua **superfície** é uma *equipotencial*, com potencial constante.
- O **potencial interno** coincide com o potencial elétrico na superfície do condutor.
- **Linhas de campo** não podem “nascer” e “morrer” na sua superfície.
- A **distribuição de cargas** em sua superfície externa não precisa ser uniforme (densidade superficial de cargas) e dependerá da presença de outras cargas nas proximidades do condutor, da geometria (formato do condutor) etc.
- O **condutor** pode estar neutro e, ainda assim, ter *potencial elétrico diferente de zero*.
- Quando **ligado à Terra**, todo condutor assume *potencial zero* em relação à mesma.

### ! Atenção

Definiu-se a Terra como uma esfera condutora, neutra e de raio infinito. Considerando nula sua carga elétrica, o potencial elétrico da Terra é, em relação ao infinito, considerado nulo. Como o raio da Terra é assumido infinito, qualquer condutor colocado em contato com a Terra adquire potencial elétrico nulo.

## Potencial em um campo elétrico uniforme

O campo elétrico é um exemplo de campo onde se deve estipular a equipotencial de potencial nulo. Normalmente, para as cargas puntiformes e condutores esféricos arbitra-se o potencial nulo no infinito.

Observe a figura 34, em que se tem um campo elétrico uniforme e três equipotenciais 1, 2 e 3.

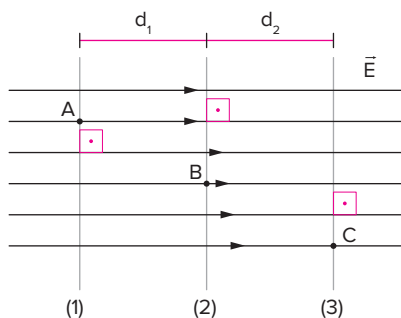


Fig. 34 Campo elétrico uniforme.

Considerando-se que as linhas de força apontam sempre do maior potencial para o menor potencial, pode-se escrever que:

$$V_1 > V_2 > V_3$$

Sendo o campo elétrico uniforme, é simples calcular o trabalho para se levar uma carga puntiforme do ponto 1 da equipotencial para o ponto 2, tal que:

$$\tau_{12} = q(V_1 - V_2)$$

$$Fd_1 = qU_{12}$$

$$qEd_1 = qU_{12}$$

Conclui-se, portanto, que a diferença de potencial entre as equipotenciais 1 e 2 é dada por:

$$U_{12} = Ed_1$$

Definindo-se a equipotencial 2 com potencial nulo, ou seja,  $V_2 = 0$ , tem-se que os potenciais dos pontos A e C são dados por:

$$V_A = +Ed_1$$

$$V_C = -Ed_2$$

Generalizando, se uma determinada equipotencial de um campo elétrico uniforme é arbitrada como tendo potencial nulo, qualquer outro ponto do campo terá um potencial dado por:

$$V = \pm Ed$$

Na equação acima,  $d$  é a distância entre a equipotencial que contém o ponto no qual se deseja calcular o potencial e a equipotencial arbitrada com potencial elétrico nulo. O potencial no ponto será positivo caso ele esteja situado em uma equipotencial em sentido contrário ao do campo elétrico, em relação à equipotencial arbitrada com potencial nulo, e será negativo caso a equipotencial que contém o ponto esteja situada no mesmo sentido do campo, também em relação à referência de potencial nulo.

## Energia potencial elétrica em um campo elétrico uniforme

Para o estudo da energia potencial elétrica em um campo elétrico uniforme, propõe-se o seguinte exemplo.

Considere um campo elétrico uniforme  $\vec{E}$ , no qual é lançada uma carga puntiforme  $+q$  com velocidade inicial  $\vec{v}_0$ . Sabe-se que a carga sai tangenciando a placa superior, conforme mostra a figura 35.

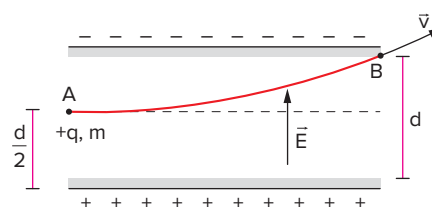


Fig. 35 Carga elétrica puntiforme lançada no interior de um campo elétrico uniforme.

Nessas condições, pede-se determinar o módulo da velocidade que a carga tem ao sair da região onde age o campo elétrico.

Definiu-se, anteriormente, a energia potencial elétrica que uma carga puntiforme  $q$  adquire ao ser colocada em um potencial  $V$  como:

$$E_p = qV$$

Considerando-se a equipotencial que contém o ponto A como aquela cujo potencial é nulo, tem-se que:

$$V_A = 0$$

$$V_B = -E \frac{d}{2}$$

Sendo a força elétrica conservativa, há conservação da energia mecânica, ou seja:

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$E_{C_A} + E_{P_A} = E_{C_B} + E_{P_B}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + qV_A = \frac{1}{2}mv^2 + qV_B$$

Na expressão acima,  $E_{C_A}$  e  $E_{C_B}$  são as energias cinéticas em A e B. Utilizando-se os valores dos potenciais em A e B, obtidos escolhendo-se a equipotencial que passa em A como aquela de potencial nulo, tem-se finalmente que:

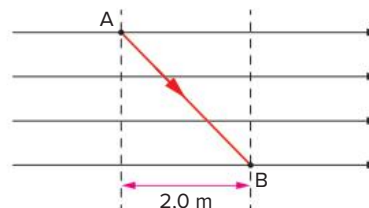
$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 - qE \frac{d}{2}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + \frac{qEd}{m}}$$

Observe que este resultado foi obtido com bem menos esforço matemático do que aquele obtido com o uso da cinemática.

## Exercício resolvido

- 10 No esquema abaixo representa-se um campo elétrico uniforme, de intensidade  $E = 8,0 \cdot 10^4$  V/m. Uma carga puntiforme  $q = 2,0 \cdot 10^{-6}$  C é deslocada de A a B, conforme a trajetória indicada. Qual é o trabalho da força elétrica realizado sobre a carga nesse deslocamento?



### Resolução:

Como a diferença de potencial entre dois pontos de um campo elétrico uniforme só depende da distância entre os pontos ao longo do campo, a diferença de potencial entre os pontos A e B é dada por:

$$U = Ed = 8 \cdot 10^4 \cdot 2 = 16 \cdot 10^4 \text{ V}$$

Pelo fato de que o trabalho da força elétrica só depende do potencial inicial e final temos que:

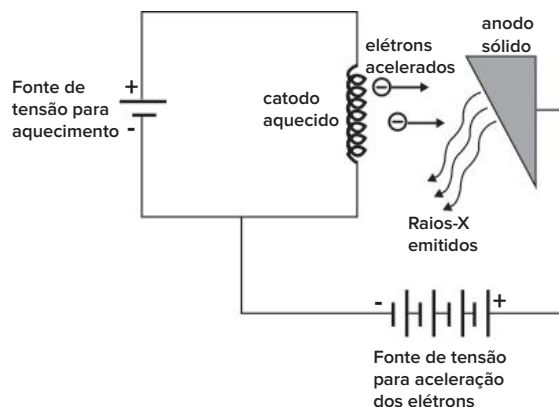
$$\tau_{ab} = q \cdot (V_a - V_b) = 2 \cdot 10^{-6} (16 \cdot 10^4) = 32 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

## Revisando

- 1 **PUC-Rio 2016** Duas partículas com cargas  $Q$  e  $-Q$  têm posições iniciais  $(x, y, z) = (0, 0, R)$  e  $(0, 0, 0)$ , respectivamente. A carga  $-Q$  está fixa enquanto uma força (variável) leva a carga  $Q$ , em velocidade muito baixa e constante, até a nova posição  $(0, 0, 2R)$ . Considere a constante eletrostática  $k$  conhecida.
- a) Calcule a diferença de energia potencial do sistema entre a posição final e a posição inicial.

- b) O trabalho total realizado pelas forças eletrostáticas nas cargas  $Q$  e  $-Q$ , ao longo do processo descrito no item anterior, é positivo, nulo ou negativo? Justifique.

**2 UFU 2019** Os raios X compreendem uma faixa do espectro de radiação eletromagnética de alta frequência e comprimentos de onda que variam de 1 picômetro ( $10^{-12}$  m) até 1 nanômetro ( $10^{-9}$  m). Um esquema simplificado de um aparelho de raios X está indicado na figura abaixo. Nele, elétrons são acelerados por meio de uma alta diferença de potencial, a partir de um catodo constituído de um filamento metálico aquecido por corrente elétrica, em direção ao anodo, que é constituído de um sólido maciço. Quando os elétrons colidem com o anodo e sua velocidade se reduz drasticamente, ocorre a produção de raios X.



- a) Supondo-se que a diferença de potencial entre o anodo e o catodo é de 30000 volts, desprezando as dissipações e a velocidade inicial dos elétrons, qual é a energia cinética que os elétrons irão colidir com o anodo? A carga do elétron em módulo é  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C.
- b) Os raios X são de grande importância para a humanidade apesar de serem classificados como radiações ionizantes. Cite e explique um exemplo de uso de raios X e um possível efeito negativo de seu uso.

---



---



---



---

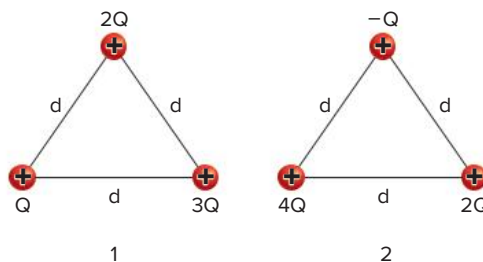


---



---

**3** Se o sistema 1 armazena 110 J de energia potencial elétrica em relação ao infinito, qual a energia potencial elétrica do sistema 2 em relação ao infinito?



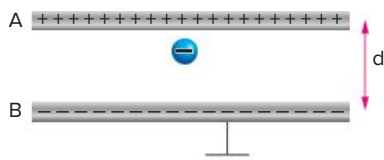
4 Eletriza-se uma esfera de alumínio até que ela atinja o potencial de  $9,0 \times 10^4$  V, no ar. Seu raio é de 50 cm. Determine:

a) a intensidade do campo elétrico e o potencial a 10 cm do centro;

b) a intensidade do campo elétrico em um ponto imediatamente próximo da esfera;

c) o potencial de uma superfície esférica equipotencial, concêntrica com a esfera metálica e de raio 1,0 m.

5 Entre duas placas eletrizadas dispostas horizontalmente existe um campo elétrico uniforme. Uma partícula com carga de  $-3,0 \mu\text{C}$  e massa  $m$  é colocada entre as placas, permanecendo em repouso.

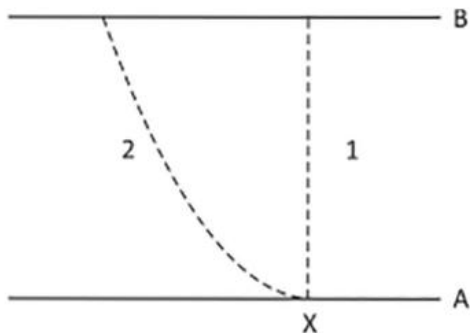


Sabendo que o potencial da placa A é de 500 V, que a placa B está ligada à Terra, que a aceleração da gravidade no local vale  $10 \text{ m/s}^2$  e que a distância  $d$  entre as placas vale 2,0 cm, determine a massa  $m$  da partícula.



## Exercícios propostos

- 1 Fuvest 2018** Na figura, A e B representam duas placas metálicas; a diferença de potencial entre elas é  $V_B - V_A = 2,0 \times 10^4$  V. As linhas tracejadas 1 e 2 representam duas possíveis trajetórias de um elétron, no plano da figura.



Considere a carga do elétron igual a  $-1,6 \times 10^{-19}$  C e as seguintes afirmações com relação à energia cinética de um elétron que sai do ponto X na placa A e atinge a placa B:

- I. Se o elétron tiver velocidade inicial nula, sua energia cinética, ao atingir a placa B, será  $3,2 \times 10^{-15}$  J.
- II. A variação da energia cinética do elétron é a mesma, independentemente de ele ter percorrido as trajetórias 1 ou 2.
- III. O trabalho realizado pela força elétrica sobre o elétron na trajetória 2 é maior do que o realizado sobre o elétron na trajetória 1.

Apenas é correto o que se afirma em

- A I.
- B II.
- C III.
- D I e II.
- E I e III.

- 2 EEM** Entre dois pontos A e B existe uma diferença de potencial eletrostático  $V_A - V_B = +40$  V. Uma carga puntiforme  $q = 1,5 \cdot 10^{-8}$  C é deslocada do ponto A até o ponto B, sobre a reta AB, vagarosamente.
- a) Calcule o trabalho realizado pelo campo elétrico nesse deslocamento e explique o significado do seu sinal algébrico.
  - b) Seria possível calcular o trabalho realizado se a partícula se deslocasse de A até B, porém não sobre a reta AB? Por quê?
  - c) Calcule o trabalho do operador.

- 3 PUC-Campinas 2018** No interior das *válvulas* que comandavam os tubos dos antigos televisores, os elétrons eram acelerados por um campo elétrico. Suponha que um desses campos, uniforme e de intensidade  $4,0 \times 10^2$  N/C, acelerasse um elétron durante um percurso de  $5,0 \times 10^4$  m. Sabendo que o módulo da

- carga elétrica do elétron é  $1,6 \times 10^{-19}$  C, a energia adquirida por esse elétron nesse deslocamento era de
- A  $2,0 \times 10^{-25}$  J.
  - B  $3,2 \times 10^{-20}$  J.
  - C  $8,0 \times 10^{-19}$  J.
  - D  $1,6 \times 10^{-17}$  J.
  - E  $1,3 \times 10^{-13}$  J.

- 4 Fuvest** Com o objetivo de criar novas partículas, a partir de colisões entre prótons, está sendo desenvolvido no CERN (Centro Europeu de Pesquisas Nucleares), um grande acelerador de partículas (LHC). Nele, através de um conjunto de ímãs, feixes de prótons são mantidos em órbita circular, com velocidades muito próximas à velocidade  $c$  da luz no vácuo. Os feixes percorrem longos tubos, que juntos formam uma circunferência de 27 km de comprimento, onde é feito vácuo. Um desses feixes contém  $N = 3,0 \cdot 10^{14}$  prótons, distribuídos uniformemente ao longo dos tubos, e cada próton tem uma energia cinética  $E$  de  $7,0 \cdot 10^{12}$  eV. Os prótons repassam inúmeras vezes por cada ponto de sua órbita, estabelecendo, dessa forma, uma corrente elétrica no interior dos tubos. Analisando a operação desse sistema, estime:
- a) a energia cinética total  $E_c$ , em joules, do conjunto de prótons contidos no feixe.
  - b) a velocidade  $V$ , em km/h, de um trem de 400 toneladas que teria uma energia cinética equivalente à energia do conjunto de prótons contidos no feixe.
  - c) a corrente elétrica  $I$ , em amperes, que os prótons em movimento estabelecem no interior do tubo onde há vácuo.

### Note e adote:

$$q = \text{Carga elétrica de um próton} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

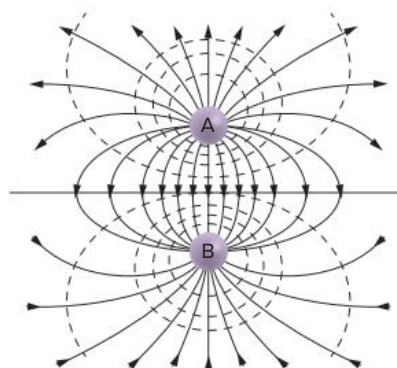
$$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$1 \text{ elétron-volt} = 1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Atenção!

Não utilize expressões envolvendo a massa do próton, pois, como os prótons estão a velocidades próximas à da luz, os resultados seriam incorretos.

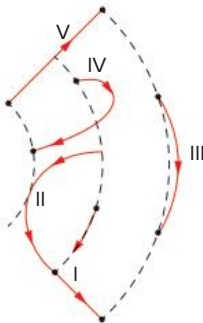
- 5 Unifesp** A figura representa a configuração de um campo elétrico gerado por duas partículas carregadas, A e B.



Assinale a linha da tabela que apresenta as indicações corretas para convenções gráficas que ainda não estão apresentadas nessa figura (círculos A e B) e para explicar as que já estão apresentadas (linhas cheias e tracejadas).

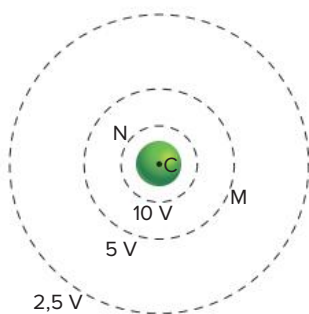
	Carga da partícula A	Carga da partícula B	Linhas cheias com setas	Linhas tracejadas
A	(+)	(+)	linha de força	superfície equipotencial
B	(+)	(-)	superfície equipotencial	linha de força
C	(-)	(-)	linha de força	superfície equipotencial
D	(-)	(+)	superfície equipotencial	linha de força
E	(+)	(-)	linha de força	superfície equipotencial

- 6 **Unifesp** Na figura, as linhas tracejadas representam superfícies equipotenciais de um campo elétrico; as linhas cheias I, II, III, IV e V representam cinco possíveis trajetórias de uma partícula de carga  $q$ , positiva, realizadas entre dois pontos dessas superfícies, por um agente externo que realiza trabalho mínimo.



A trajetória em que esse trabalho é maior, em módulo, é:  
 A I.    B II.    C III.    D IV.    E V.

- 7 **Unesp** A figura é a interseção de um plano com o centro C de um condutor esférico e com três superfícies equipotenciais ao redor desse condutor.

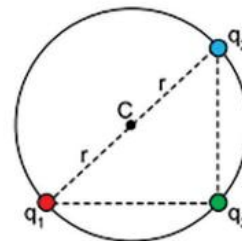


Uma carga de  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  é levada do ponto M ao ponto N. O trabalho realizado para deslocar essa carga foi de:  
 A  $3,2 \cdot 10^{-20} \text{ J}$     C  $8,0 \cdot 10^{-19} \text{ J}$     E  $3,2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$   
 B  $16,0 \cdot 10^{-19} \text{ J}$     D  $4,0 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

- 8 **Uece 2016** Os aparelhos de televisão que antecederam a tecnologia atual, de LED e LCD, utilizavam um tubo de raios catódicos para produção da imagem. De modo simplificado, esse dispositivo produz uma diferença de potencial da ordem de 25 kV entre pontos distantes de 50 cm um do outro. Essa diferença de potencial gera um campo elétrico que acelera elétrons até que se choquem com a frente do monitor, produzindo os pontos luminosos que compõem a imagem. Com a simplificação acima, pode-se estimar corretamente que o campo elétrico por onde passa esse feixe de elétrons é  
 A 0,5 kV/m.    C 50000 V/m.  
 B 25 kV.    D 1250 kV·cm.

- 9 **PUC-Rio 2016** Um sistema A é formado por cargas elétricas positivas e negativas situadas em posições fixas. A energia eletrostática total do sistema é  $54 \mu\text{J}$ . Seja um outro sistema B similar ao sistema A, exceto por duas diferenças: as cargas em B têm o dobro do valor das cargas em A; as distâncias entre as cargas em B são o triplo das distâncias em A. Calcule em  $\mu\text{J}$  a energia eletrostática do sistema B.  
 A 18    D 108  
 B 54    E 162  
 C 72

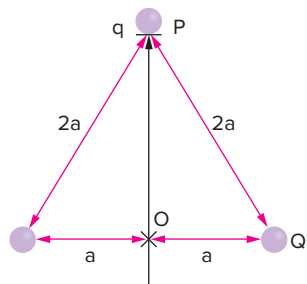
- 10 **Unesp 2017** Três esferas puntiformes, eletrizadas com cargas elétricas  $q_1 = q_2 = +Q$  e  $q_3 = -2Q$ , estão fixas e dispostas sobre uma circunferência de raio  $r$  e centro C, em uma região onde a constante eletrostática é igual a  $k_0$ , conforme representado na figura.



Considere  $V_C$  o potencial eletrostático e  $E_C$  o módulo do campo elétrico no ponto C devido às três cargas. Os valores de  $V_C$  e  $E_C$  são, respectivamente,

- A zero e  $\frac{4 \cdot k_0 \cdot Q}{r^2}$     D  $\frac{2 \cdot k_0 \cdot Q}{r}$  e  $\frac{2 \cdot k_0 \cdot Q}{r^2}$   
 B  $\frac{4 \cdot k_0 \cdot Q}{r}$  e  $\frac{k_0 \cdot Q}{r^2}$     E zero e  $\frac{2 \cdot k_0 \cdot Q}{r^2}$   
 C zero e zero

- 11 **Fuvest** Duas pequenas esferas, com cargas positivas e iguais a  $Q$ , encontram-se fixas sobre um plano, separadas por uma distância  $2a$ . Sobre esse mesmo plano, no ponto P, a uma distância  $2a$  de cada uma das esferas, é abandonada uma partícula com massa  $m$  e carga  $q$  negativa. Desconsidere o campo gravitacional e efeitos não eletrostáticos.



Determine, em função de  $Q$ ,  $K$ ,  $q$ ,  $m$  e  $a$ :

- a diferença de potencial eletrostático,  $V = V_O - V_P$ , entre os pontos  $O$  e  $P$ .
- a velocidade  $v$  com que a partícula passa por  $O$ .
- a distância máxima  $D_{\text{máx}}$ , que a partícula consegue afastar-se de  $P$ . Se essa distância for muito grande, escreva  $D_{\text{máx}} = \text{infinito}$ .

- 12 Fuvest** Duas pequenas esferas iguais,  $A$  e  $B$ , carregadas, cada uma, com uma carga elétrica  $Q$  igual a  $-4,8 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ , estão fixas e com seus centros separados por uma distância de 12 cm. Deseja-se fornecer energia cinética a um elétron, inicialmente muito distante das esferas, de tal maneira que ele possa atravessar a região onde se situam essas esferas, ao longo da direção  $x$ , indicada na figura, mantendo-se equidistante das cargas.

**Dados:**

Considere  $V = 0$  no infinito.

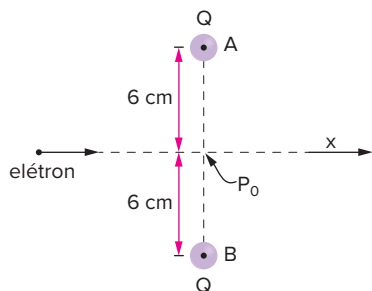
Num ponto  $P$ ,  $V = K Q/r$ , onde

$r$  é a distância da carga  $Q$  ao ponto  $P$ .

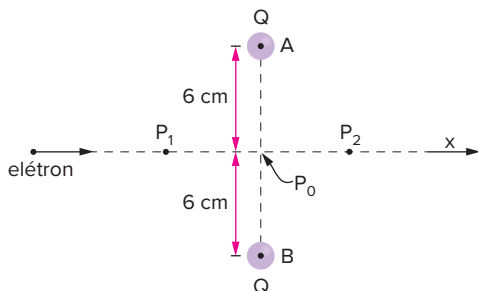
$K = 9 \cdot 10^9 \text{ (N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2\text{)}$ .

$q_e = \text{carga do elétron} = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .



- Esquematize, na figura a seguir, a direção e o sentido das forças resultantes  $F_1$  e  $F_2$ , que agem sobre o elétron quando ele está nas posições indicadas por  $P_1$  e  $P_2$ .



- Calcule o potencial elétrico  $V$ , em volts, criado pelas duas esferas no ponto  $P_0$ .
- Estime a menor energia cinética  $E$ , em eV, que deve ser fornecida ao elétron, para que ele ultrapasse o ponto  $P_0$  e atinja a região à direita de  $P_0$  na figura.

- 13 Uece 2018** Seja o sistema composto por duas cargas elétricas mantidas fixas a uma distância  $d$  e cujas massas são desprezíveis. A energia potencial do sistema é
- inversamente proporcional a  $1/d^2$ .
  - proporcional a  $d^2$ .
  - proporcional a  $1/d$ .
  - proporcional a  $d$ .

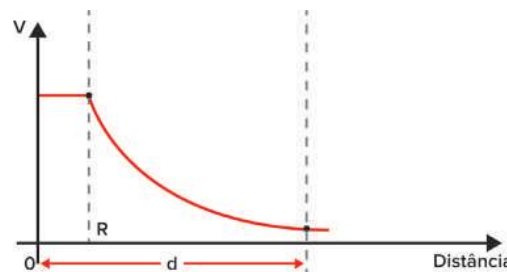
- 14 EEAR 2019** Considere as seguintes afirmações a respeito de uma esfera homogênea carregada em equilíbrio eletrostático:

- As cargas elétricas se distribuem pela superfície da esfera, independentemente de seu sinal.
- Na superfície dessa esfera o campo elétrico é nulo.
- Na superfície dessa esfera o campo elétrico é normal à superfície e no seu interior ele é nulo.
- A diferença de potencial elétrico entre dois pontos quaisquer da sua superfície é nula.

A respeito dessas afirmações, pode-se dizer que:

- Todas estão corretas
- Apenas I está correta
- I, III e IV estão corretas
- II, III e IV estão corretas

- 15 IFSul 2019** A figura abaixo ilustra, graficamente, o comportamento do potencial elétrico  $V$ , em função da distância até o centro, de uma esfera condutora de raio  $R$ , eletrizada com carga positiva  $Q$  e em equilíbrio eletrostático. Considere a origem do sistema de coordenadas localizado no centro da esfera.



Com base no gráfico e em seus conhecimentos de eletrostática, analise as seguintes afirmativas:

- O potencial elétrico no interior da esfera é nulo.
- O potencial elétrico no interior da esfera é igual em todos os pontos.
- O campo elétrico no interior da esfera é nulo.

Estão corretas as afirmativas

- I e II, apenas.
- II e III, apenas.
- I e III, apenas.
- I, II e III.

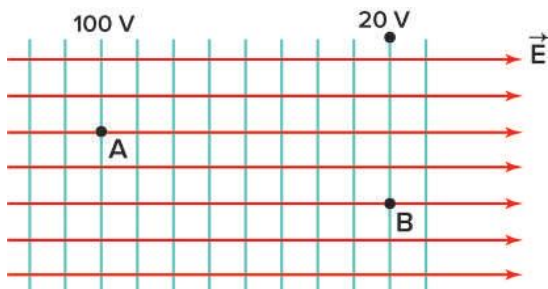
**16 Unifei** O conhecimento da distribuição de cargas e do valor do campo elétrico nos materiais permite que se possam compreender os princípios físicos do funcionamento dos dispositivos eletroeletrônicos baseados nesses materiais. Suponha que um material condutor está sendo analisado. Qual das afirmativas abaixo está **errada**?

- A O módulo do campo elétrico no exterior de uma esfera uniformemente carregada depende apenas da carga total e da distância do ponto exterior ao centro da esfera.
- B O campo elétrico dentro de uma esfera uniformemente carregada ou no interior de uma casca cilíndrica infinitamente extensa é constante e não nulo.
- C O potencial elétrico em qualquer ponto dentro de um condutor é constante.
- D As cargas em excesso somente podem estar na superfície externa de um condutor.

**17 UEM 2017** Em um laboratório de Física, duas esferas metálicas de tamanhos diferentes estão penduradas por fios isolantes, sem terem contato entre si (despreze a atração eletrostática entre elas). A esfera 1 tem raio  $r_1$  e está carregada com uma carga  $q_1$ . A esfera 2 tem raio  $r_2$  e está descarregada. As duas esferas são, então, conectadas por meio de um fio condutor de resistência desprezível (a presença de carga no fio também é desprezível). Após a conexão, as esferas passam a ter cargas  $q_1^*$  e  $q_2^*$ , respectivamente.  $V_1$  é o potencial elétrico da esfera 1 na situação inicial.  $V_1^*$  e  $V_2^*$  são os potenciais das esferas 1 e 2, respectivamente, após a conexão. Sobre a carga elétrica e o potencial elétrico das esferas, antes e depois da conexão, assinale o que for correto.

- 01  $V_1 = V_1^* + V_2^*$ .
  - 02  $q_1^* = q_2^*$ .
  - 04  $q_2^*/q_1^* = r_2/r_1$ .
  - 08  $q_1^* + q_2^* = q_1$ .
  - 16  $V_1^* = V_2^*$ .
- Soma:

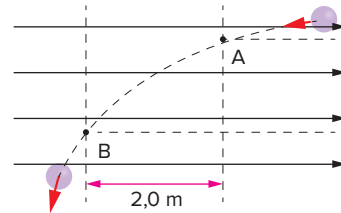
**18 Uerj 2016** O esquema abaixo representa um campo elétrico uniforme  $\vec{E}$ , no qual as linhas verticais correspondem às superfícies equipotenciais. Uma carga elétrica puntiforme, de intensidade  $400 \mu\text{C}$ , colocada no ponto A, passa pelo ponto B após algum tempo.



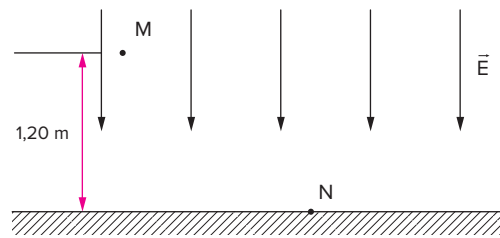
Determine, em joules, o trabalho realizado pela força elétrica para deslocar essa carga entre os pontos A e B.

**19** Uma partícula eletrizada positivamente com carga  $q = 2,0 \cdot 10^{-10} \text{ C}$  é lançada em um campo elétrico uniforme de intensidade  $4,0 \cdot 10^3 \text{ N/C}$ , descrevendo o movimento representado na figura. Não há ação gravitacional.

- a) Qual a intensidade da força que atua sobre a partícula no interior do campo elétrico?
- b) Qual a variação da energia cinética da partícula entre os pontos A e B?



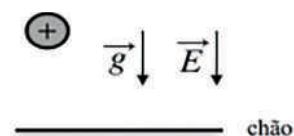
**20 Unifesp** A presença de íons na atmosfera é responsável pela existência de um campo elétrico dirigido e apontado para a Terra. Próximo ao solo, longe de concentrações urbanas, num dia claro e limpo, o campo elétrico é uniforme e perpendicular ao solo horizontal e sua intensidade é de  $120 \text{ V/m}$ . A figura mostra as linhas de campo e dois pontos dessa região M e N.



O ponto M está a  $1,20 \text{ m}$  do solo, e N está no solo. A diferença de potencial entre os pontos M e N é:

- A 100 V
- B 120 V
- C 125 V
- D 134 V
- E 144 V

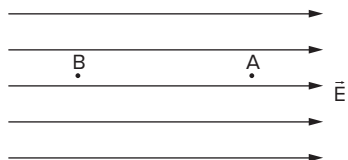
**21 Unicamp 2020** Existem na natureza forças que podemos observar em nosso cotidiano. Dentre elas, a força gravitacional da Terra e a força elétrica. Num experimento, solta-se uma bola com carga elétrica positiva, a partir do repouso, de uma determinada altura, numa região em que há um campo elétrico dirigido verticalmente para baixo, e mede-se a velocidade com que ela atinge o chão. O experimento é realizado primeiramente com uma bola de massa  $m$  e carga  $q$ , e em seguida com uma bola de massa  $2m$  e mesma carga  $q$ .



Desprezando a resistência do ar, é correto afirmar que, ao atingir o chão,

- A as duas bolas terão a mesma velocidade.
- B a velocidade de cada bola não depende do campo elétrico.
- C a velocidade da bola de massa  $m$  é maior que a velocidade da bola de massa  $2m$ .
- D a velocidade da bola de massa  $m$  é menor que a velocidade da bola de massa  $2m$ .

**22 Unifei** As linhas de força de um campo elétrico uniforme estão representadas na figura abaixo.



Uma carga  $q = 20 \text{ mC}$  é transportada do ponto A ao ponto B. Para ser levada de A para B, a força elétrica realiza um trabalho igual a  $-40 \text{ J}$ . Sabendo que o potencial em A é  $V_A = 100 \text{ V}$  e o módulo do campo elétrico  $\vec{E}$  vale  $1,0 \cdot 10^3 \text{ V/m}$ , determine:

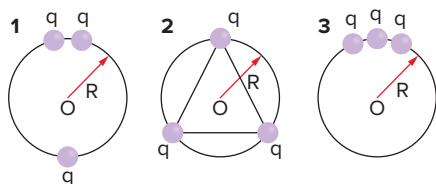
- a) o potencial elétrico no ponto B;
- b) a energia potencial de  $q$  no ponto B;
- c) a distância entre os pontos A e B.

**23 UFPR 2018** Numa experiência feita para investigar relações entre grandezas eletrostáticas, duas placas condutoras paralelas A e B, separadas por uma distância  $d = 5 \text{ cm}$ , foram submetidas a uma diferença de potencial  $U = 100 \text{ V}$ , sendo que a placa que tem o potencial elétrico mais alto é a B. Por hipótese, como as dimensões das placas são muito maiores que a distância que as separa, o campo elétrico que se estabeleceu entre elas pode ser considerado, para todos os efeitos, como sendo uniforme.

- a) Determine o módulo do campo elétrico existente na região entre as placas.
- b) Uma partícula com carga  $q = 3,2 \text{ }\mu\text{C}$  sai da placa B e chega à placa A. Qual o trabalho realizado pela força elétrica sobre essa partícula durante esse movimento?

**24 Cesgranrio** Nas figuras, três cargas positivas e pontuais  $q$  são localizadas sobre a circunferência de um círculo de raio  $R$  de três maneiras diferentes. As afirmações seguintes referem-se ao potencial eletrostático em O, centro da circunferência (o zero dos potenciais está no infinito).

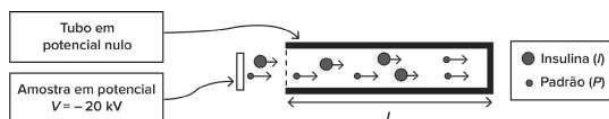
- I. O potencial em O nas figuras 1 e 3 é dirigido para baixo.
- II. O potencial em O tem o mesmo valor (não nulo) nos três casos.
- III. O potencial em O na figura 2 é nulo.



Está(ão) certa(s) a(s) afirmação(ões):

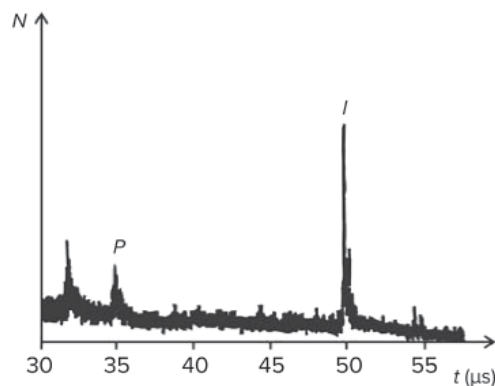
- A I e II somente.
- B II somente.
- C III somente.
- D I somente.
- E I e III somente.

**25 Fuvest 2017** A determinação da massa da molécula de insulina é parte do estudo de sua estrutura. Para medir essa massa, as moléculas de insulina são previamente ionizadas, adquirindo, cada molécula, a carga de um elétron. Esses íons (I) são liberados com velocidade inicial nula a partir de uma amostra submetida a um potencial  $V = -20 \text{ kV}$ . Os íons são acelerados devido à diferença de potencial entre a amostra e um tubo metálico, em potencial nulo, no qual passam a se mover com velocidade constante. Para a calibração da medida, adiciona-se à amostra um material padrão cujas moléculas também são ionizadas, adquirindo, cada uma, a carga de um elétron; esses íons (P) têm massa conhecida igual a  $2846 \text{ u}$ . A situação está esquematizada na figura.



- a) Determine a energia cinética  $E$  dos íons, quando estão dentro do tubo.

O gráfico abaixo mostra o número  $N$  de íons em função do tempo  $t$  despendido para percorrerem o comprimento  $L$  do tubo.



Determine

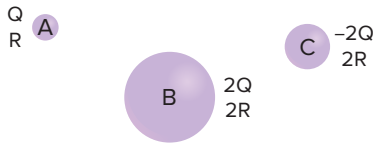
- b) a partir dos tempos indicados no gráfico, a razão  $R_V = \frac{v_I}{v_P}$  entre os módulos das velocidades  $v_I$ , de um íon de insulina, e  $v_P$ , de um íon P, em movimento dentro do tubo;
- c) a razão  $R_M = \frac{m_I}{m_P}$  entre as massas  $m_I$  e  $m_P$ , respectivamente, de um íon de insulina e de um íon P;
- d) a massa  $m_I$  de um íon de insulina, em unidades de massa atômica (u).

**Note e adote:**

A amostra e o tubo estão em vácuo.  
 $u =$  unidade de massa atômica.  
 Carga do elétron:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$   
 $1 \text{ }\mu\text{s} = 10^{-6} \text{ s}$



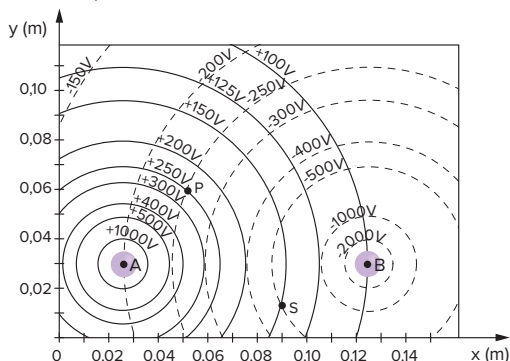
- 26 PUC** Três esferas condutoras, uma de raio  $R$  com uma carga  $Q$  denominada esfera A, outra de raio  $2R$  e carga  $2Q$ , denominada esfera B, e a terceira de raio  $2R$  e carga  $-2Q$  denominada esfera C, estão razoavelmente afastadas.



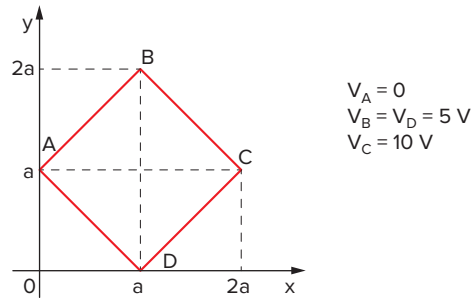
Quando elas são ligadas entre si por fios condutores longos, é correto prever que:

- A cada uma delas terá uma carga de  $Q/3$ .  
 B A terá carga  $Q$  e B e C, cargas nulas.  
 C cada uma terá uma carga de  $5(Q/3)$ .  
 D A terá  $Q/5$  e B e C terão  $2(Q/5)$  cada uma.  
 E A terá  $Q$ , B terá  $2Q$  e C terá  $-2Q$ .
- 27 Fuvest** Duas pequenas esferas metálicas, A e B, são mantidas em potenciais eletrostáticos constantes, respectivamente, positivo e negativo. As linhas cheias do gráfico a seguir representam as interseções, com o plano do papel, das superfícies equipotenciais esféricas geradas por A, quando não há outros objetos nas proximidades. De forma análoga, as linhas tracejadas representam as interseções com o plano do papel, das superfícies equipotenciais geradas por B. Os valores dos potenciais elétricos dessas superfícies estão indicados no gráfico a seguir. As questões se referem à situação em que A e B estão na presença uma da outra, nas posições indicadas no gráfico, com seus centros no plano do papel.

- a) Trace em toda a extensão do gráfico a seguir, a linha de potencial  $V = 0$ , quando as duas esferas estão nas posições indicadas. Identifique claramente essa linha por  $V = 0$ .
- b) Determine, em volt/metro, utilizando dados do gráfico, os módulos dos campos elétricos  $E_{PA}$  e  $E_{PB}$  criados, no ponto P, respectivamente, pelas esferas A e B.
- c) Represente, em uma escala conveniente, no gráfico, com origem no ponto P, os vetores  $E_{PA}$ ,  $E_{PB}$  e o vetor campo elétrico  $E_p$  resultante em P. Determine, a partir desta construção gráfica, o módulo de  $E_p$ , em volt/metro.
- d) Estime o módulo do valor do trabalho  $\tau$ , em joules, realizado quando uma pequena carga  $q = 2,0 \text{ nC}$  é levada do ponto P ao ponto S, indicados no gráfico. ( $2,0 \text{ nC} = 2,0 \text{ nanocoulombs} = 2,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ ).

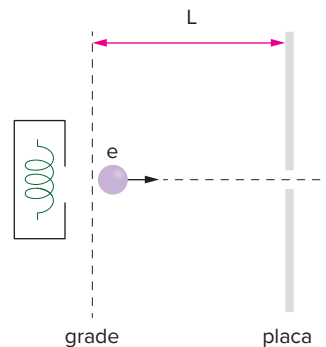


- 28 AFA** Os valores do potencial elétrico  $V$  em cada vértice de um quadrado estão indicados na figura abaixo.



Os valores desses potenciais condizem com o fato de que o quadrado está situado num campo eletrostático:

- A uniforme, na direção bissetriz do 1º quadrante.  
 B criado por duas cargas puntiformes situadas no eixo  $y$ .  
 C criado por duas cargas puntiformes situadas nas bissetrizes dos quadrantes ímpares.  
 D uniforme, na direção do eixo  $x$ .
- 29 Unesp** Os elétrons de um feixe de um tubo de TV são emitidos por um filamento de tungstênio dentro de um compartimento com baixíssima pressão. Esses elétrons, com carga  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , são acelerados por um campo elétrico existente entre uma grade plana e uma placa, separadas por uma distância  $L = 12,0 \text{ cm}$  e polarizadas com uma diferença de potencial  $V = 15 \text{ kV}$ . Passam então por um orifício da placa e atingem a tela do tubo. A figura ilustra esse dispositivo.



Considerando que a velocidade inicial dos elétrons é nula, calcule:

- a) o campo elétrico entre a grade e a placa, considerando que ele seja uniforme.  
 b) a energia cinética de cada elétron, em joules, quando passa pelo orifício.

### Potencial elétrico da Terra

No estudo da eletrostática, o planeta Terra é considerado uma enorme esfera condutora eletrizada negativamente com carga elétrica estimada em  $-600\,000\text{ C}$ .

Sendo o seu raio de aproximadamente  $6\,400\text{ km}$ , o potencial elétrico da Terra em relação ao infinito, suposta isolada no universo, vale:  $V_t \approx -8 \cdot 10^8\text{ volts}$ .

Embora, a rigor, o potencial resultante na Terra sofra influência das cargas elétricas dos corpos celestes vizinhos, as cargas elétricas separadas pela atividade humana praticamente não produzem efeitos sensíveis no seu potencial elétrico.

Assim, para todos os efeitos, a Terra atua como um padrão invariável de potencial elétrico e, portanto, pode ser tomada como nível de referência para potenciais elétricos.

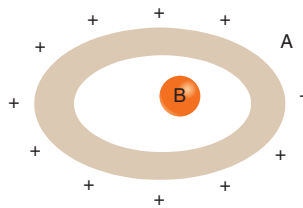
Para isso, consideramos nula sua carga elétrica e, a partir daí, convenciamos que o seu potencial elétrico é igual a zero em relação ao infinito, sendo constante e imutável em qualquer fenômeno.

Se ligarmos um condutor eletrizado negativamente à Terra, haverá escoamento dos seus elétrons em excesso para ela até que sua carga se anule (longe da presença de outros corpos que possam causar indução no condutor).

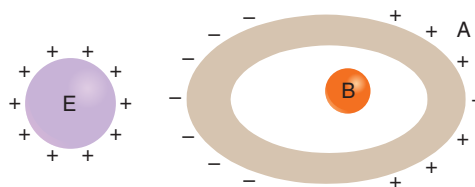
### Blindagem eletrostática

Consideremos um condutor oco (A), eletrizado ou não. Ele apresenta as mesmas propriedades que um condutor maciço: é nulo o campo elétrico em seu interior e as cargas elétricas em excesso, se existirem,

distribuem-se pela sua superfície. Se considerarmos um corpo B, neutro, no interior de A, o campo elétrico no seu interior será nulo; mesmo que A esteja eletrizado, B não será induzido.



Se, agora, aproximarmos de A um corpo E, eletrizado, haverá indução eletrostática em A, mas não em B.



Observamos que o condutor oco A protege eletrostaticamente os corpos no seu interior. Dizemos que o condutor oco A constitui uma **blindagem eletrostática**.

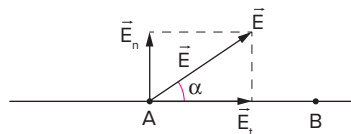
A carcaça metálica de um amplificador eletrônico é uma blindagem eletrostática. A carcaça metálica de um carro ou de um ônibus é uma blindagem eletrostática.

## Resumindo

- **Forças conservativas:** forças cujo trabalho entre dois pontos não depende da trajetória escolhida.
- **Trabalho motor:** aquele que ocorre espontaneamente, tem sinal positivo.
- **Trabalho resistente:** aquele que não ocorre espontaneamente, tem sinal negativo.
- **Energia:** capacidade de realizar trabalho ou realizar uma ação, pode ser potencial gravitacional, elástica, elétrica.
- **Energia potencial elétrica:**  $E_p = \frac{KQq}{d}$
- **Sistema conservativo:** sistema em que agem somente forças conservativas, neles a quantidade de energia mecânica se mantém constante.
- **Potencial elétrico:** grandeza escalar associada a cada ponto de um campo elétrico conservativo tal que o trabalho da força elétrica entre dois pontos do campo independe da trajetória, somente dos pontos inicial e final (a diferença de potencial).  $V = \pm Ed$
- **Espontaneidade e trabalho:** sistemas físicos tendem espontaneamente a minimizar sua energia potencial elétrica, portanto cargas negativas procuram espontaneamente maiores potenciais e cargas positivas procuram espontaneamente menores potenciais, da mesma forma que massas procuram espontaneamente alturas menores (potenciais menores).
- **Equipotenciais:** regiões nas quais o potencial elétrico é o mesmo em todos os pontos, portanto, o trabalho da força elétrica para levar uma carga de um ponto a outro da mesma equipotencial é nulo. Podem ser superfícies esféricas no espaço ou linhas no plano. Para o campo elétrico uniforme as equipotenciais são sempre perpendiculares à direção definida pelas linhas de força.
- **Linhas de campo:** sempre se orientam no sentido de menor potencial. Linhas de campo não podem nascer e morrer em um mesmo condutor

em equilíbrio eletrostático, já que esse condutor encontra-se todo em um mesmo potencial elétrico.

- **Perpendicularidade das linhas de campo e superfícies equipotenciais**



$$E_t = E \cos \alpha$$

$$E_n = E \sin \alpha$$

- **Potencial elétrico devido a cargas puntiformes**

$$V_p = V(d=D) = \frac{KQ}{D}$$

- **Potencial elétrico gerado por várias cargas puntiformes**

$$V_p = \frac{KQ_1}{r_1} + \frac{K(-Q_2)}{r_2} + \frac{KQ_3}{r_3} + \dots + \frac{KQ_n}{r_n}$$

- **Potencial elétrico do condutor carregado:** deve ser o mesmo em todos os pontos do condutor, na sua superfície ou no seu interior.

- **Potencial elétrico do condutor esférico uniformemente carregado**

Interior e superfície:  $V_{\text{int}} = V_{\text{sup}} = \frac{KQ}{R}$

Exterior:  $V_{\text{externo}} = \frac{KQ}{r}$



Sites

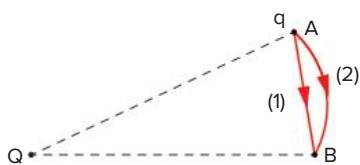
- Simulação: Trabalho independente da trajetória em um campo conservativo  
<<http://demonstrations.wolfram.com/WorksIndependentOfPathInAConservativeField>>. Acesso em: 13 ago. 2020.

- **LOPES, Reinaldo José.** Bactérias eletrizantes. *Revista Pesquisa Fapesp*, Ed. 167, jan. 2010.  
<<https://revistapesquisa.fapesp.br/bact%C3%A9rias-eletrizantes/>>. Acesso em: 13 ago. 2020.

Exercícios complementares

- Num campo elétrico, leva-se uma carga puntiforme  $q = 5 \cdot 10^{-6}$  C de um ponto A até um ponto B. O trabalho da força elétrica é de  $-10^{-4}$  J. Qual a ddp entre os pontos A e B?
- Dois pontos A e B de um campo elétrico têm potenciais iguais a 150 V e 100 V, respectivamente, em relação a um certo ponto de referência. Qual o novo potencial de A, adotando-se B como referencial?
- FEI** A diferença de potencial elétrico entre dois pontos A e B é  $V_A - V_B = 10$  V. O trabalho realizado pela força elétrica no transporte de uma carga  $q = 2,0 \mu\text{C}$  de A para B é, em joules:  

A $5,0 \cdot 10^{-6}$	D $-2,0 \cdot 10^{-5}$
B $-5,0 \cdot 10^{-6}$	E zero
C $2,0 \cdot 10^{-5}$	
- No campo de uma carga elétrica puntiforme Q, o trabalho da força elétrica que atua em  $q$ , no deslocamento de A até B, segundo a trajetória (1), é  $\tau_1$  e, segundo a trajetória (2),  $\tau_2$ .



Desse modo, deve-se ter:

- |                     |                                  |
|---------------------|----------------------------------|
| A $\tau_1 > \tau_2$ | D $\tau_1 = 0$ e $\tau_2 \neq 0$ |
| B $\tau_1 < \tau_2$ | E $\tau_2 = 0$ e $\tau_1 \neq 0$ |
| C $\tau_1 = \tau_2$ |                                  |
- O trabalho das forças elétricas que atuam numa carga elétrica puntiforme  $q$ , quando essa se desloca de A até B, é:
 

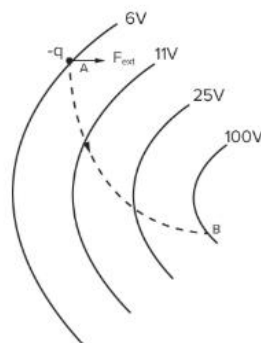
A igual ao produto da carga elétrica $q$ pela diferença entre as intensidades dos campos elétricos em A e B, nessa ordem.
B dependente da trajetória seguida entre os pontos A e B.
C sempre positivo.
D sempre negativo.
E nulo, se A e B tivessem o mesmo potencial elétrico.

- Examine as afirmativas a seguir.
  - Se  $F$  é o módulo da força eletrostática que atua sobre uma carga  $q$  colocada num certo ponto, o produto  $F \cdot q$  representa a intensidade do campo elétrico nesse ponto.
  - O vetor campo elétrico, em um ponto, tem sempre a mesma direção e o mesmo sentido da força que atua sobre uma carga positiva colocada nesse ponto.
  - O potencial elétrico é uma grandeza vetorial, cuja intensidade obedece à Lei do inverso do quadrado das distâncias.
  - O potencial elétrico é uma grandeza escalar, e corresponde à energia potencial elétrica adquirida por unidade de carga colocada num ponto de um campo elétrico.

Para a resposta, use o código a seguir:

- |  |
|--|
| A se somente I e II estiverem corretas.  |
| B se somente II e IV estiverem corretas. |
| C se somente I e III estiverem corretas. |
| D se todas estiverem corretas.           |
| E se todas estiverem erradas.            |

- Esc. Naval 2018** Analise a figura abaixo.

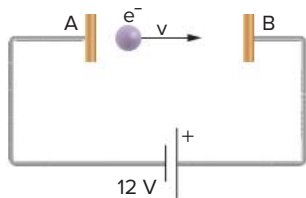


Na figura acima, a linha pontilhada mostra a trajetória de uma partícula de carga  $q = -3,0$  C que percorre 6,0 metros, ao se deslocar do ponto A, onde estava em repouso, até o ponto B, onde foi conduzida novamente ao repouso. Nessa região do espaço, há um campo elétrico conservativo, cujas superfícies equipotenciais estão representadas na figura. Sabe-se que, ao longo desse deslocamento da partícula, atuam somente duas forças sobre ela, onde uma delas é a

força externa  $F_{\text{ext}}$ . Sendo assim, qual o trabalho, em quilojoules, realizado pela força  $F_{\text{ext}}$  no deslocamento da partícula do ponto A até o ponto B?

- A -0,28                      C -0,56                      E -0,85  
 B +0,28                      D +0,56

- 8 **Cesesp** Na figura a seguir, a placa A é aquecida liberando elétrons com velocidades muito pequenas, praticamente nulas. Devido à bateria de 12 volts, esses elétrons são acelerados para a placa B.

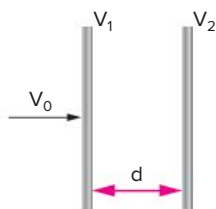


A velocidade dos elétrons, ao atingirem a placa, será aproximadamente (em m/s):

► **Dado para o elétron:**  $\frac{e}{m} = 1,7 \cdot 10^{11} \text{ C/Kg}$

- A  $2,0 \cdot 10^4$                       D  $3,0 \cdot 10^8$   
 B  $5,0 \cdot 10^7$                       E  $4,0 \cdot 10^5$   
 C  $2,0 \cdot 10^6$

- 9 **Vunesp** Uma partícula de carga  $q$  positiva e massa  $m$ , tal que  $m/q = 1,0 \cdot 10^{-8} \text{ kg/C}$ , penetra, perpendicularmente, com velocidade  $v_0 = 4,0 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ , por um orifício, entre duas placas planas e paralelas (ver figura). As placas estão submetidas aos potenciais  $V_1$  e  $V_2$ , com  $V_2 > V_1$ , separadas por uma distância  $d$ . Qual deve ser a diferença de potencial  $\Delta V = V_2 - V_1$ , para que a partícula chegue na placa 2 com velocidade nula?



- 10 Uma superfície equipotencial de um campo elétrico é um local do espaço onde todos os pontos estão a um mesmo potencial elétrico. Afirma-se, corretamente, que o trabalho desenvolvido para uma carga livre ir de um ponto a outro ao longo de uma destas superfícies é nulo porque:
- A o campo elétrico é sempre perpendicular às superfícies equipotenciais.  
 B a força elétrica é, nestes casos, nula.  
 C o deslocamento de uma superfície inexiste.  
 D a diferença de potencial entre dois pontos de uma superfície equipotencial é sempre constante e diferente de zero.  
 E uma linha de campo está sempre inteiramente contida em uma superfície equipotencial.

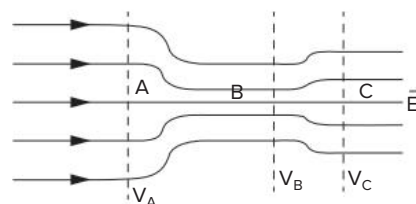
- 11 **FCMSC** As linhas de força de um campo elétrico são:
- A perpendiculares às superfícies equipotenciais e dirigidas dos pontos de menor potencial para os de maior potencial.  
 B perpendiculares às superfícies equipotenciais e dirigidas dos pontos de maior para os de menor potencial.  
 C inclinadas em relação às superfícies equipotenciais.  
 D tangentes às superfícies equipotenciais.  
 E necessariamente retilíneas e suas direções nada têm a ver com as superfícies equipotenciais.

- 12 **Unip** A respeito das linhas de força de um campo eletrostático, assinale a opção **falsa**.
- A À medida que caminhamos ao longo da linha de força e no seu sentido, o potencial elétrico vai diminuindo.  
 B As linhas de força não podem ser fechadas.  
 C As linhas de força encontram perpendicularmente as superfícies equipotenciais.  
 D No interior de um condutor em equilíbrio eletrostático não existem linhas de força.  
 E A linha de força pode “nascer” e “morrer” em um mesmo condutor em equilíbrio eletrostático.

- 13 **Cefet** Sobre a superfície equipotencial, definida como lugar geométrico do espaço formado por pontos de um mesmo potencial elétrico, podemos afirmar que a alternativa **errada** é:
- A Todos seus pontos apresentam potenciais iguais, pela própria definição.  
 B O trabalho para movimentar uma partícula eletrizada sobre ela é nulo, pois a força elétrica sobre ela é normal à trajetória.  
 C As linhas de força são sempre perpendiculares à superfície equipotencial.  
 D Duas superfícies equipotenciais de potenciais diferentes se interceptam em apenas um único ponto do espaço.  
 E Uma carga puntiforme isolada tem superfícies equipotenciais, que são superfícies esféricas concêntricas à carga que as gera.

Este enunciado refere-se às questões 14 e 15.

Ao se mapear uma região do espaço onde existe um campo elétrico produzido por uma determinada distribuição de carga, encontrou-se o seguinte conjunto de linhas de força:

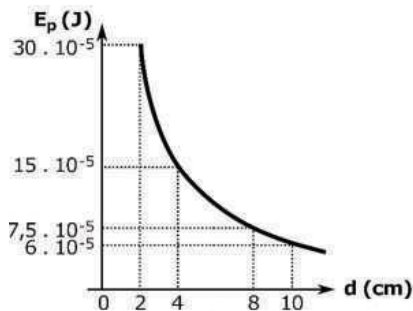


- 14 A respeito das intensidades do campo elétrico nos pontos A, B e C, podemos afirmar que:
- A  $E_A = E_B$                       C  $E_A > E_C$                       E  $E_A = E_C$   
 B  $E_A > E_B$                       D  $E_B > E_C$

15 A respeito dos potenciais  $V_A$ ,  $V_B$  e  $V_C$  das equipotenciais que passam pelos pontos A, B e C, podemos afirmar que:

- A  $V_A = V_B$
- B  $V_A > V_C$
- C  $V_C > V_B$
- D  $V_B > V_A$
- E  $V_C > V_A$

16 UEPG 2017 O comportamento de uma carga elétrica de prova de  $1,2 \cdot 10^{-8}$  C, situada no vácuo, está representado no diagrama ( $E_p \times d$ ), em que  $E_p$  é a energia potencial e  $d$  é a distância do ponto considerado até a carga elétrica geradora do campo elétrico. Assinale o que for correto.

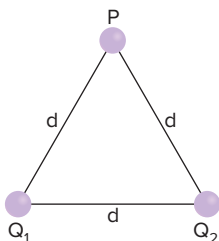


- 01 O campo e o potencial elétrico gerados pela carga de prova são grandezas escalares.
- 02 O potencial elétrico independe da carga de prova. Ele é função da carga geradora, do meio em que esta se encontra e da distância do ponto considerado até a carga elétrica geradora.
- 04 O potencial elétrico para uma distância de 4 cm será de 12 500 V.
- 08 O valor da carga elétrica geradora é de aproximadamente  $55,6 \cdot 10^{-9}$  C.
- 16 Para 50 cm de distância, o potencial elétrico será de 1000 V.

Soma:

► Se necessário, utilize: constante eletrostática  $k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ .

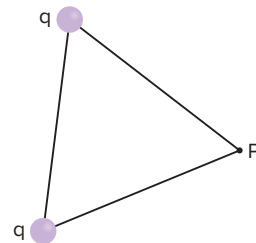
17 Unirio A figura a seguir mostra duas cargas elétricas puntiformes  $Q_1 = +10^{-6}$  C e  $Q_2 = -10^{-6}$  C localizadas nos vértices de um triângulo equilátero de lado  $d = 0,3$  m. O meio é o vácuo, cuja constante eletrostática é  $k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ . O potencial elétrico e a intensidade do campo elétrico resultantes no ponto P são, respectivamente:



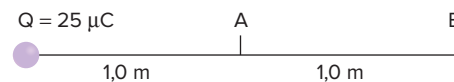
- A  $0 \text{ V}; 10^5 \text{ V/m}$
- B  $0 \text{ V}; \sqrt{3} \cdot 10^5 \text{ V/m}$
- C  $3 \cdot 10^4 \text{ V}; \sqrt{3} \cdot 10^5 \text{ V/m}$
- D  $6 \cdot 10^4 \text{ V}; 10^5 \text{ V/m}$
- E  $6 \cdot 10^4 \text{ V}; 2 \cdot 10^5 \text{ V/m}$

18 UFPE A figura a seguir mostra duas cargas iguais  $q = 1,0 \cdot 10^{-11}$  C, colocadas em dois vértices de um triângulo equilátero de lado igual a 1 cm. Qual o valor, em Volts, do potencial elétrico no terceiro vértice do triângulo (ponto P)?

► Dado:  $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ .



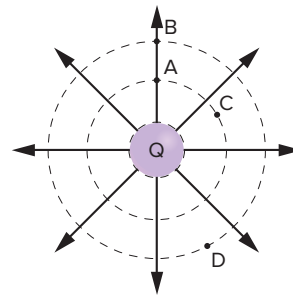
19 Mackenzie Uma partícula eletrizada com carga  $q = 1 \mu\text{C}$  e massa 1 g é abandonada em repouso, no vácuo ( $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ ), num ponto A distante 1,0 m de outra carga  $Q = 25 \mu\text{C}$ , fixa.



A velocidade da partícula, em m/s, quando passa pelo ponto B, distante 1,0 m de A é:

- A 1
- B 5
- C 8
- D 10
- E 15

20 UFV Na figura a seguir estão representadas algumas linhas de força do campo criado pela carga Q. Os pontos A, B, C e D estão sobre circunferências centradas na carga. Assinale a alternativa **falsa**.



- A Os potenciais elétricos em A e C são iguais.
- B O potencial elétrico em A é maior do que em D.
- C Uma carga elétrica positiva colocada em A tende a se afastar da carga Q.
- D O trabalho realizado pelo campo elétrico para deslocar uma carga de A para C é nulo.
- E O campo elétrico em B é mais intenso do que em A.

21 Uece 2017 Considere a energia potencial elétrica armazenada em dois sistemas compostos por: (i) duas cargas elétricas de mesmo sinal; (ii) duas cargas de



sinais opostos. A energia potencial no primeiro e no segundo sistema, respectivamente,

- A diminui com o aumento da distância entre as cargas e aumenta se a separação cresce.
- B aumenta com a distância crescente entre as cargas e diminui com a redução da separação.
- C diminui com a distância decrescente entre as cargas e não depende da separação.
- D aumenta com a distância crescente entre as cargas e não depende da separação.

**22 UEPG 2018** Uma carga elétrica puntiforme de  $2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ , no vácuo, situa-se na origem de um sistema de referencial inercial. Uma carga teste de  $-3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  é utilizada para estudar as propriedades elétricas da região próxima à primeira carga. Considerando um ponto A situado a 20 cm da origem e um ponto B situado a 10 cm da origem, assinale o que for correto.

- 01 O campo elétrico no ponto A é  $4,5 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ .
- 02 O potencial elétrico no ponto B é 180 kV.
- 04 O trabalho realizado pela força elétrica na carga teste depende do caminho percorrido entre os pontos A e B.
- 08 Se a carga teste é largada a partir do repouso quando ela se encontra no ponto A, a variação da sua energia cinética quando ela se encontra no ponto B é 0,54 J.
- 16 Se a carga teste é mantida em repouso no ponto A, o módulo da força entre as duas cargas é 1,35 N.

Soma:

► Se necessário, utilize:

constante eletrostática  $k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ .

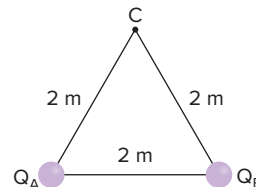
**23 PUC-PR 2017** Um sistema de cargas pontuais é formado por duas cargas positivas  $+q$  e uma negativa  $-q$ , todas de mesma intensidade, cada qual fixa em um dos vértices de um triângulo equilátero de lado  $r$ . Se substituirmos a carga negativa por uma positiva de mesma intensidade, qual será a variação da energia potencial elétrica do sistema? A constante de Coulomb é denotada por  $k$ .

- A  $2kq^2/r$
- B  $-2kq^2/r$
- C  $-4kq^2/r$
- D  $4kq^2/r$
- E  $kq^2/r$

**24** Numa região onde o meio é o vácuo, são colocadas duas partículas eletrizadas, com cargas de  $+5,0 \mu\text{C}$  e  $-3,0 \mu\text{C}$ , em dois pontos A e B, respectivamente. Sabe-se que a distância entre os dois pontos é de 2,0 m e que o valor da constante eletrostática do vácuo é  $9,0 \cdot 10^9$  unidades do SI. Determine:

- a) a intensidade do campo elétrico do ponto M, médio, do segmento AB;
- b) o valor do potencial no ponto M;
- c) a intensidade da força que apareceria numa carga de prova de  $+2,0 \mu\text{C}$ , se a mesma fosse colocada no ponto M;
- d) a energia potencial elétrica adquirida pela referida carga de prova, em M.

**25** Nos vértices A e B do triângulo equilátero representado a seguir, foram fixadas duas partículas eletrizadas com cargas  $Q_A = +6,0 \mu\text{C}$  e  $Q_B = -4,0 \mu\text{C}$ .



Considerando a constante eletrostática do meio igual a  $1,0 \cdot 10^{10} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ , determine:

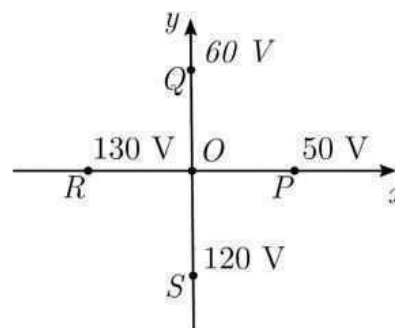
- a) o potencial elétrico resultante no vértice C;
- b) a energia potencial elétrica armazenada no sistema;
- c) a energia potencial adquirida por uma carga de prova  $q = +2,0 \mu\text{C}$ , ao ser colocada no vértice C.

**26** Num meio de constante eletrostática igual a  $9,0 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ , são colocadas duas cargas puntiformes  $Q_A$  e  $Q_B$  distantes 40 cm uma da outra. Sabe-se que a carga  $Q_A$  é positiva, enquanto  $Q_B$  é negativa. Sabe-se, ainda, que, no ponto médio de AB, o campo elétrico resultante tem intensidade igual a  $1,8 \cdot 10^3 \text{ N/C}$  e o potencial elétrico vale  $-90 \text{ V}$ . Determine os valores de  $Q_A$  e  $Q_B$ .

**27 Mackenzie** Num ponto A do universo, constata-se a existência de um campo elétrico de intensidade  $9,0 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ , devido exclusivamente a uma carga puntiforme Q situada a 10 cm dele. Num outro ponto B, distante 30 cm da mesma carga, o vetor campo elétrico tem intensidade  $1,0 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ . A ddp entre A e B é:

- A  $8,0 \cdot 10^5 \text{ V}$
- B  $6,0 \cdot 10^5 \text{ V}$
- C  $6,0 \cdot 10^4 \text{ V}$
- D  $2,0 \cdot 10^4 \text{ V}$
- E  $1,8 \cdot 10^4 \text{ V}$

**28 ITA 2019** Na figura mostra-se o valor do potencial elétrico para diferentes pontos P (50 V), Q (60 V), R (130 V) e S (120 V) situados no plano xy. Considere o campo elétrico uniforme nessa região e o comprimento dos segmentos  $\overline{OP}$ ,  $\overline{OQ}$ ,  $\overline{OR}$  e  $\overline{OS}$  igual a 5,0 m. Pode-se afirmar que a magnitude do campo elétrico é igual a



- A 12,0 V/m.
- B 8,0 V/m.
- C 6,0 V/m.
- D 10,0 V/m.
- E 16,0 V/m.

**29 UEPG 2018** Uma esfera metálica inicialmente descarregada, de 10 cm de raio, é colocada em contato com outra esfera metálica (de mesmo material) de 5 cm de raio, inicialmente carregada com uma carga  $2 \mu\text{C}$ . Sobre o assunto, assinale o que for correto.

- 01 Após a separação, cada esfera possuirá uma carga de  $1 \mu\text{C}$ .
- 02 O excesso de carga elétrica, ou seja, a carga “líquida”, é distribuído na superfície das esferas.
- 04 O valor do potencial elétrico para qualquer ponto situado numa esfera metálica, após alcançado o equilíbrio, não varia em função da distância ao seu centro.
- 08 O valor do campo elétrico para qualquer ponto situado no interior de uma esfera metálica, após alcançado o equilíbrio, é nulo.
- 16 Após a separação, a força elétrica que uma esfera exerce na outra é igual em módulo.

Soma:

► Se necessário, utilize:

constante eletrostática  $k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$

**30** Uma esfera condutora de raio  $R$  é eletrizada com uma carga de  $4,0 \mu\text{C}$ . Qual é o valor de  $R$ , sabendo-se que a 70 cm da superfície da esfera, no vácuo, o potencial vale 30 kV? Considere, nos cálculos, a constante eletrostática do vácuo igual a  $9,0 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$  (ponto externo à esfera).

**31** Uma esfera condutora de 30 cm de raio é eletrizada com uma carga de  $8,0 \mu\text{C}$ . Determinar:

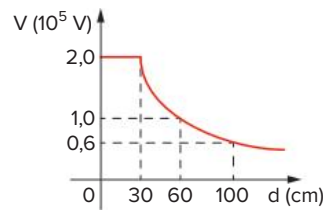
- a) o potencial da esfera;
- b) o potencial de um ponto externo localizado a 60 cm da superfície da esfera.

► Dado:  $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ .

**32 Eformm 2019** Um condutor esférico P, de raio 4,0 cm e carregado com carga  $8,0 \text{ nC}$ , está inicialmente muito distante de outros condutores e no vácuo. Esse condutor é a seguir colocado concentricamente com um outro condutor T, que é esférico, oco e neutro. As superfícies interna e externa de T têm raios 8,0 cm e 10,0 cm, respectivamente. Determine a diferença de potencial entre P e T, quando P estiver no interior de T.

- A  $154,8 \cdot 10^2 \text{ V}$
- B  $16 \cdot 10^1 \text{ V}$
- C  $9,0 \cdot 10^2 \text{ V}$
- D  $9,8 \cdot 10^1 \text{ V}$
- E  $180,0 \cdot 10^2 \text{ V}$

**33** O gráfico a seguir representa o potencial criado por uma esfera condutora eletrizada em função da distância ao seu centro.



Sabendo-se que a constante eletrostática do meio vale  $1,0 \cdot 10^{10} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ , determinar:

- a) o raio da esfera;
- b) a carga elétrica existente na esfera.

**34 UFPA** Considere um condutor esférico de raio  $R$ , eletrizado e em equilíbrio eletrostático, num meio material homogêneo e isotrópico. Nessas condições, indique a soma correspondente aos valores numéricos das afirmações corretas.

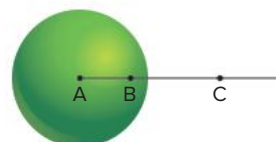
- 01 O módulo da força elétrica entre o condutor e uma carga de prova independe da natureza do meio.
- 02 O módulo do vetor campo elétrico, no interior do condutor, é nulo.
- 04 O vetor campo elétrico tem direção radial, em cada ponto da superfície do condutor.
- 08 A diferença de potencial, entre dois pontos internos do condutor, é constante e diferente de zero
- 16 A capacitância do condutor depende de  $R$ .

Soma:

**35 Unirio** Analise as afirmativas e assinale aquela que **não** condiz com a verdade.

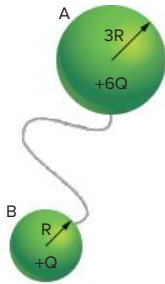
- A O campo elétrico no interior de uma esfera metálica eletrizada e em equilíbrio eletrostático é nulo, quer seja ela maciça ou oca.
- B A superfície de um condutor em equilíbrio eletrostático é uma equipotencial.
- C Mantendo-se um condutor em equilíbrio eletrostático, o trabalho realizado para mover uma partícula eletrizada ao longo de sua superfície independe da intensidade do campo elétrico.
- D Para um condutor esférico eletrizado positivamente, o potencial gerado por sua carga varia, diminuindo com o inverso da distância ao seu centro.
- E O campo elétrico criado por uma esfera metálica eletrizada e em equilíbrio eletrostático pode ser calculado em pontos externos, supondo-se que toda a carga esteja concentrada no centro da esfera.

**36** Consideremos um condutor esférico eletrizado positivamente e em equilíbrio eletrostático. Sejam  $V_A$ ,  $V_B$  e  $V_C$  os potenciais elétricos nos pontos A, B e C indicados na figura, pode-se afirmar que:



- A  $V_A > V_B > V_C$
- B  $V_A < V_B > V_C$
- C  $V_A = V_B = V_C$
- D  $V_A = V_B > V_C$
- E  $V_A > V_B = V_C$

- 37 FUABC** Duas esferas A e B, de raios  $3R$  e  $R$ , estão isoladas e em equilíbrio eletrostático. Ambas estão eletrizadas com cargas positivas  $6Q$  e  $Q$ , respectivamente.



Interligando-as com fio metálico, podemos afirmar que:

- A os elétrons vão de B para A.  
 B os elétrons vão de A para B.  
 C cargas positivas movimentar-se-ão de A para B.  
 D não há passagem de cargas elétricas.  
 E cargas positivas movimentar-se-ão de B para A.

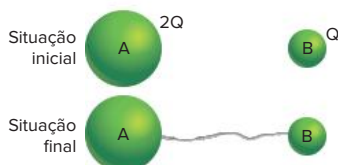
- 38 FMPA** Considere um condutor eletrizado e em equilíbrio eletrostático. Das afirmativas seguintes, qual **não** é verdadeira?

- A Apesar de o condutor estar eletrizado, o campo elétrico é nulo em seu interior.  
 B Se o condutor estiver eletrizado positivamente, a carga estará distribuída em sua superfície.  
 C Todos os pontos do condutor estão no mesmo potencial.  
 D Em qualquer ponto externo ao condutor e bem próximo, o campo elétrico tem a mesma intensidade.  
 E Se o condutor estiver negativamente eletrizado, a carga estará distribuída em sua superfície.

- 39 Unirio** Assinale a afirmação correta.

- A Um condutor encontra-se em equilíbrio eletrostático quando nele ocorre um movimento ordenado de cargas elétricas.  
 B A intensidade do campo elétrico no interior de um condutor eletrizado é proporcional ao seu volume.  
 C O potencial elétrico em qualquer ponto de um condutor em equilíbrio eletrostático é o mesmo.  
 D O potencial elétrico num ponto qualquer de um condutor esférico é inversamente proporcional à distância do centro do condutor ao ponto.  
 E O campo elétrico no interior de um condutor esférico em equilíbrio eletrostático é proporcional à distância do centro do condutor ao ponto.

- 40 PUC** Uma esfera condutora A de raio  $2R$  tem uma carga positiva  $2Q$ , e está bem distante de outra esfera condutora B de raio  $R$ , que está carregada com uma carga  $Q$ .



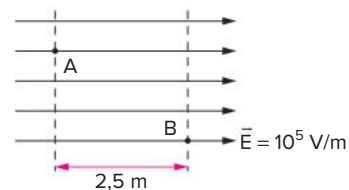
Se elas forem ligadas por um fio condutor, a distribuição final das cargas será:

- A  $2Q$  em cada uma delas.  
 B  $Q$  em cada uma delas.  
 C  $3Q/2$  em cada uma delas.  
 D  $2Q$  em A e  $Q$  em B.  
 E  $Q$  em A e  $2Q$  em B.

- 41 PUC** O funcionamento de um para-raios é baseado:

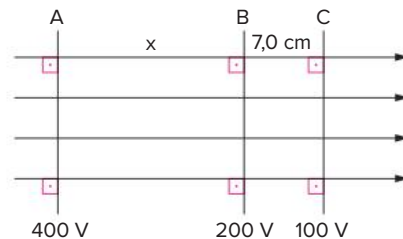
- A na indução eletrostática e no poder das pontas.  
 B na blindagem eletrostática e no poder das pontas.  
 C na indução e na blindagem eletromagnética.  
 D no efeito Joule e no poder das pontas.  
 E no efeito Joule e na indução eletrostática.

- 42** A diferença de potencial entre os pontos A e B vale:



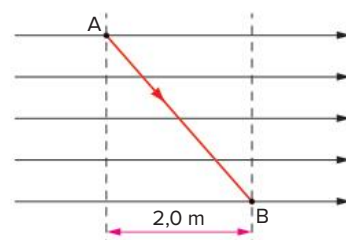
- A  $2,5 \cdot 10^8$  V                      D 2,5 V  
 B  $2,5 \cdot 10^5$  V                      E n.d.a.  
 C  $2,5 \cdot 10^2$  V

- 43** A figura mostra linhas de força e equipotenciais de um campo elétrico uniforme:

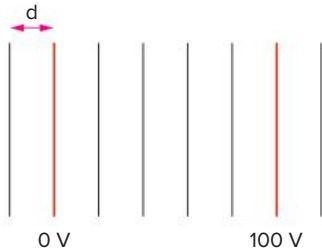


Com os dados fornecidos, determine a distância  $x$  entre as equipotenciais A e B.

- 44** No esquema a seguir, representa-se um campo elétrico uniforme de intensidade  $E = 8,0 \cdot 10^4$  V/m. Uma carga puntiforme  $q = 2,0 \cdot 10^{-6}$  C é deslocada de A a B, conforme a trajetória indicada. Qual é o trabalho da força elétrica realizado sobre a carga nesse deslocamento?

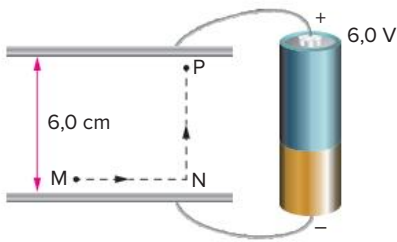


- 45** Na figura a seguir, estão representadas as superfícies equipotenciais, planas, paralelas e separadas pela distância  $d = 2 \text{ cm}$ , referentes a um campo elétrico uniforme:

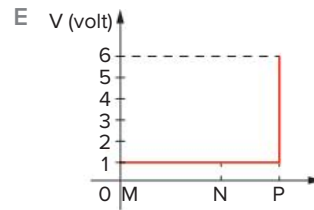
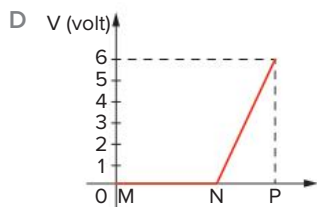
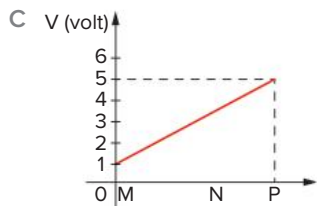
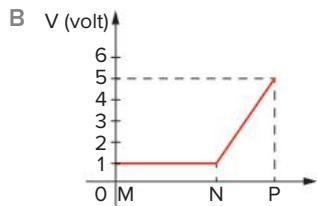
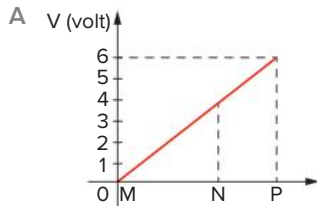


Determine a direção, o sentido e o módulo do campo elétrico.

- 46** Duas placas condutoras paralelas, distando  $6,0 \text{ cm}$  uma da outra, estão ligadas a uma pilha de  $6,0 \text{ V}$ . O potencial da placa inferior é zero. Os pontos M e P distam  $1,0 \text{ cm}$ , respectivamente, da placa inferior (-) e da placa superior (+). O segmento MN é paralelo às placas.



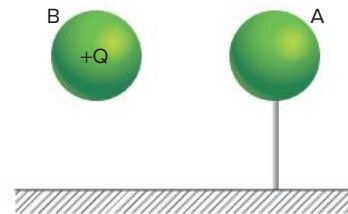
Ao se percorrer o caminho  $M \rightarrow N \rightarrow P$ , o potencial elétrico varia em função da distância como no gráfico:



- 47** A figura a seguir representa uma família de superfícies equipotenciais de um campo elétrico uniforme. Desenhe um feixe de linhas de força convenientemente orientadas a fim de representar qualitativamente este campo.



- 48 Fuvest** Duas esferas metálicas A e B estão próximas uma da outra. A esfera A está ligada à Terra, cujo potencial é nulo, por um fio condutor.



A esfera B está isolada e carregada com carga  $+Q$ . Considere as seguintes afirmações.

- I. O potencial da esfera A é nulo.
- II. A carga total da esfera A é nula.
- III. A força elétrica total sobre a esfera A é nula.

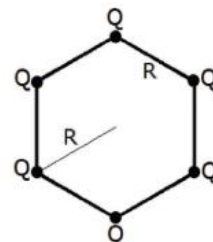
Está correto apenas o que se afirma em:

- A I.
- B I e II.
- C I e III.
- D II e III.
- E I, II e III.

- 49 Mackenzie 2017** A intensidade do campo elétrico ( $\vec{E}$ ) e do potencial elétrico ( $V$ ) em um ponto P gerado pela carga puntiforme Q são, respectivamente,  $50 \text{ N/C}$  e  $100 \text{ V}$ . A distância d que a carga puntiforme se encontra do ponto P, imersa no ar, é

- A  $1,0 \text{ m}$
- B  $2,0 \text{ m}$
- C  $3,0 \text{ m}$
- D  $4,0 \text{ m}$
- E  $5,0 \text{ m}$

- 50 UFRGS 2017** Seis cargas elétricas iguais a Q estão dispostas, formando um hexágono regular de aresta R, conforme mostra a figura abaixo.



Com base nesse arranjo, sendo  $k$  a constante eletrostática, considere as seguintes afirmações.

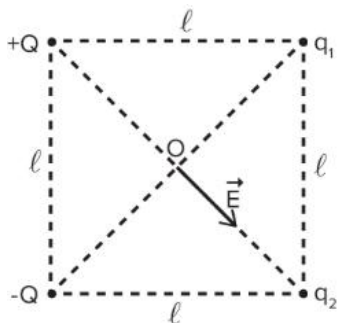
- I. O campo elétrico resultante no centro do hexágono tem módulo igual a  $6kQ/R^2$ .
- II. O trabalho necessário para se trazer uma carga  $q$ , desde o infinito até o centro do hexágono, é igual a  $6kQq/R$ .
- III. A força resultante sobre uma carga de prova  $q$ , colocada no centro do hexágono, é nula.

Quais estão corretas?

- A Apenas I. D Apenas II e III.  
 B Apenas II. E I, II e III.  
 C Apenas I e III.

**51 FEI** Duas esferas condutoras de raios  $R_1 = 10$  cm e  $R_2 = 15$  cm estão eletrizadas, no vácuo, e os seus potenciais são, respectivamente,  $V_1 = 1000$  V e  $V_2 = 2000$  V. As esferas são colocadas em contato e depois afastadas uma da outra. Qual o novo potencial de cada esfera?

**52 AFA 2017** Um sistema é composto por quatro cargas elétricas puntiformes fixadas nos vértices de um quadrado, conforme ilustrado na figura abaixo.



As cargas  $q_1$  e  $q_2$  são desconhecidas. No centro O do quadrado o vetor campo elétrico  $\vec{E}$ , devido às quatro cargas, tem a direção e o sentido indicados na figura. A partir da análise deste campo elétrico, pode-se afirmar que o potencial elétrico em O

- A é positivo. C é nulo.  
 B é negativo. D pode ser positivo.

**53 UFF** Dadas as afirmativas:

- I. Na superfície de um condutor, eletrizado e em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico é normal à superfície.
- II. Na superfície de um condutor, eletrizado e em equilíbrio eletrostático, o potencial é constante.
- III. Na superfície de um condutor, eletrizado e em equilíbrio eletrostático, a densidade superficial de carga é maior em pontos de menor raio de curvatura.

Podemos afirmar que:

- A somente a I está correta.  
 B somente a II está correta.  
 C somente a III está correta.  
 D todas estão corretas.  
 E nenhuma delas está correta.

**54 UEM 2016** Uma molécula é formada por dois íons, um positivo e outro negativo, separados por uma distância de  $3,00 \cdot 10^{-10}$  m. Os módulos da carga elétrica do íon positivo e do íon negativo são iguais a  $1,60 \cdot 10^{-19}$  C. Considere  $K = 9,00 \cdot 10^9$  N·m<sup>2</sup>/C<sup>2</sup> e assinale a(s) alternativa(s) correta(s).

- 01 A força elétrica de atração entre estes íons é de 2,56 nN ( $n = 10^{-9}$ ).
- 02 Se a molécula é inserida em um campo elétrico externo uniforme de intensidade  $2,00 \cdot 10^{10}$  V/m, a intensidade da força elétrica sobre a carga positiva devido a este campo é de aproximadamente 3,20 nN.
- 04 O módulo do campo elétrico na posição do íon negativo, devido à carga do íon positivo, é de  $1,60 \cdot 10^{10}$  N/C.
- 08 Se o módulo da carga elétrica do íon positivo e a distância entre os íons dobrarem, a força entre os íons dobra.
- 16 Se a molécula for deslocada 1,0 mm em um caminho perpendicular ao campo elétrico uniforme de intensidade  $2,0 \cdot 10^{10}$  V/m, o trabalho realizado será de 1,0 mJ.

Soma:

**55 Unicamp** Duas esferas condutoras A e B, distantes, possuem o mesmo raio R e estão carregadas com cargas  $Q_A = -q$  e  $Q_B = +2q$ , respectivamente. Uma terceira esfera condutora C, de mesmo raio R porém descarregada, é trazida desde longe e é levada a tocar primeiramente a esfera A, depois a esfera B e em seguida é levada novamente para longe.

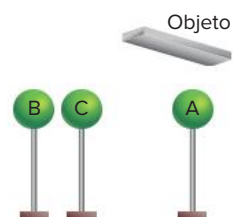
- a) Qual é a diferença de potencial entre as esferas A e B antes de a esfera C tocá-las?
- b) Qual é a carga final da esfera C?

**56 UFU** Uma esfera condutora de raio  $R = 10$  cm encontra-se isolada e carregada com uma carga  $Q = -8,0 \cdot 10^{-2}$  C. Pede-se:

- a) a quantidade de elétrons que a esfera deve perder para ficar neutra;
- b) o módulo do campo elétrico na superfície da esfera;
- c) o trabalho para deslocar uma carga de prova  $q_0 = 1,0 \mu\text{C}$  do infinito à superfície da esfera.

► Dados:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C;  $K_0 = 9 \cdot 10^9$  N·m<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>.

**57 Fuvest** A figura a seguir ilustra três esferas condutoras, inicialmente neutras, isoladas da Terra por meio de hastes adequadas. As esferas B e C estão em contato entre si. Toca-se a esfera A com um objeto eletrizado e, após isso, separam-se as esferas B e C. Verifica-se que a esfera C recebeu cerca de  $10^6$  elétrons.



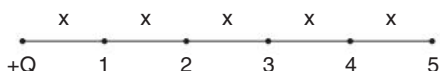


- a) Qual o sinal da carga do objeto que eletrizou a esfera A? Justifique.
- b) Sabendo-se que a carga de um elétron é igual a  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C; qual a carga da esfera B após o experimento acima descrito?

**58 PUC** Um corpúsculo eletrizado é abandonado num ponto de um campo elétrico. A trajetória por ele seguida, sob a ação do campo:

- A é certamente uma linha de força.  
 B nunca poderá ser uma linha de força.  
 C está contida numa superfície equipotencial.  
 D é certamente curvilínea.  
 E pode coincidir com uma linha de força.

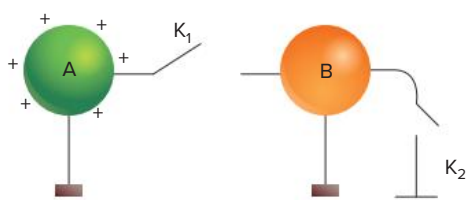
**59 FCMSC** Uma carga elétrica pontual positiva Q e cinco pontos 1, 2, 3, 4 e 5 estão alinhados, como mostra a figura abaixo, sendo x a distância de separação entre dois pontos consecutivos. Entre quais dos seguintes pontos é maior o módulo da diferença de potencial elétrico devido somente à presença dessa carga Q?



- A 1 e 2  
 B 2 e 3  
 C 2 e 4  
 D 2 e 5  
 E 3 e 5

**60** Considere que a esfera A possui inicialmente uma carga de 160 pC enquanto B está neutra. Considere as operações:

- 1ª) fechar  $K_1$ , mantendo  $K_2$  aberta;  
 2ª) abrir  $K_1$ ;  
 3ª) fechar  $K_2$ .



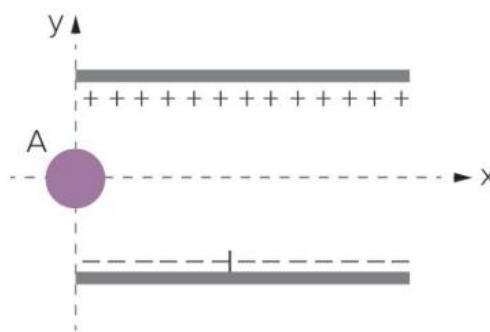
Sabendo que as esferas são idênticas:

- a) quantas vezes deve-se executar o grupo de operações acima até que a carga A se reduza a 10 pC?  
 b) nessas condições, qual será a carga final de B?

**61 PUC** Um campo elétrico é criado por uma carga puntiforme. As superfícies equipotenciais são superfícies concêntricas, com centro na carga. Considerando superfícies equipotenciais cujos correspondentes valores do potencial diferem por uma constante (por ex.: 20, 18, 16, 14, ...), podemos afirmar que estas superfícies se apresentam:

- A igualmente espaçadas.  
 B cada vez mais espaçadas à medida que a distância à carga aumenta.  
 C cada vez mais juntas à medida que a distância à carga aumenta.  
 D mais afastadas ou mais juntas dependendo do valor da carga que cria o campo.

**62 Mackenzie** As armaduras de um capacitor plano, distanciadas entre si de 1,00 mm, estão submetidas a uma ddp de 1,67 kV. Em um certo instante, um próton ( $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg;  $q = +e = 1,60 \cdot 10^{-19}$  C) chega ao ponto A com energia de  $3,34 \cdot 10^{-1}$  MeV, segundo a direção orientada do eixo x. O ponto A é a origem do sistema de referências.



No ponto de abscissa  $x = 4,00$  mm, a ordenada de sua posição é, segundo o referencial indicado na figura, aproximadamente igual a:

- A  $+0,20 \mu\text{m}$   
 B  $-0,20 \mu\text{m}$   
 C  $+2,00 \mu\text{m}$   
 D  $-2,00 \mu\text{m}$   
 E  $-20,0 \mu\text{m}$

► Desprezar os efeitos gravitacionais e os efeitos relativísticos.

Dado:  $1 \text{ MeV} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J}$



FRENTE 2

CAPÍTULO

4

## Corrente elétrica

As lâmpadas e diversos outros equipamentos elétricos e eletrônicos, tão presentes em nossa vida, funcionam porque neles os portadores de carga elétrica movimentam-se ordenadamente, entregando a esses equipamentos energia recebida da tomada ou das pilhas.

A foto mostra a lâmpada incandescente mais duradoura do mundo, conhecida como Lâmpada Centenária de Livermore, localizada na Califórnia, Estados Unidos. Ela se encontra em funcionamento desde 1901 e, por isso, já foi tema de documentários e incluída no *Guinness World Records*, uma publicação anual de coletânea de recordes mundiais.

## Eletrostática × Eletrodinâmica

Nos capítulos anteriores, estudou-se a condição de equilíbrio eletrostático. Nessa condição, as cargas elétricas não apresentam movimento ordenado. Dessa forma, para um condutor em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico no interior do condutor é nulo, e o potencial elétrico é o mesmo em todos os seus pontos, sejam eles internos, sejam da superfície.

Ainda no capítulo anterior, verificou-se que, sempre que há uma diferença de potencial (ddp), cargas elétricas tendem a se mover no sentido de diminuir a energia potencial. Assim, pode-se afirmar que o que provoca a movimentação de cargas é a diferença de potencial, criada pela presença de um campo elétrico.

Neste capítulo, iniciaremos o estudo da Eletrodinâmica, que é exatamente o estudo da carga elétrica em movimento ordenado, com direção e sentido preferenciais. A esse movimento ordenado de cargas elétricas dá-se o nome de **corrente elétrica**.

Assim, conclui-se que, para que haja corrente elétrica, os portadores de carga elétrica devem ser capazes de se movimentar com certa facilidade no material, o que caracteriza os materiais condutores. Nessa condição, as cargas elétricas dotadas de energia são capazes de fazer funcionar equipamentos elétricos e eletrônicos.

Para que se possa entender melhor a questão do movimento das cargas e a diferença de potencial, pode-se considerar a diferença de potencial elétrico análoga à diferença de potencial gravitacional.

### Diferença de potencial gravitacional

Considere a situação na qual há dois vasos cilíndricos com níveis diferentes de água. Os cilindros se comunicam através de um tubo na base, que contém uma torneira (Fig.1).

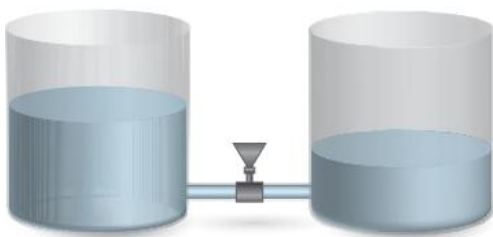


Fig. 1 Cilindros A e B com diferentes níveis de água ocasionando uma diferença de potencial gravitacional.

Estando a torneira fechada, vemos que o cilindro da esquerda apresenta um potencial gravitacional maior do que o potencial gravitacional do cilindro da direita, dado que a altura da coluna de água em A é maior do que em B.

Ao abriremos a torneira, o sistema buscará o equilíbrio equalizando as alturas nos dois cilindros, ou seja, haverá um fluxo de água de A para B até que as alturas (potenciais gravitacionais) sejam iguais em ambos os cilindros. Nesse caso, verifica-se que o sistema entrou em equilíbrio. Dessa forma, pode-se afirmar que houve um fluxo ordenado de água do cilindro A para o cilindro B devido à diferença de potencial gravitacional entre A e B.

Se houvesse a necessidade da existência de um fluxo contínuo de água de A para B através do tubo que os liga, seria necessária uma bomba de água que retirasse o líquido de B e retornasse para A, conforme a figura 2.

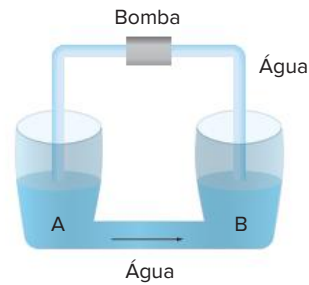


Fig. 2 Fluxo contínuo de água de A para B.

É claro que essa bomba necessitaria de uma fonte de energia para funcionar. Dessa forma, a bomba converteria a energia que recebe externamente em energia mecânica. Pode-se ter como exemplo a situação em que a bomba é alimentada por um motor a gasolina. Nesse caso, ela converteria a energia química da gasolina em energia mecânica, jogando água de um cilindro para outro.

### Diferença de potencial elétrico

A mesma análise feita anteriormente pode ser aplicada ao caso em que há duas chapas condutoras, uma delas carregada positivamente e outra carregada negativamente, conforme a figura 3.

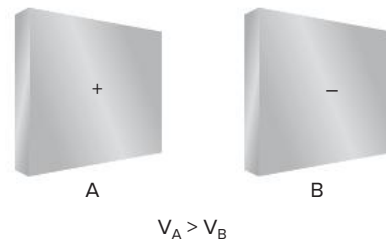


Fig. 3 Chapas metálicas A e B com diferentes potenciais elétricos.

Assim como no caso dos cilindros, há entre essas chapas uma diferença de potencial, nesse caso elétrico. As cargas não se movimentam de uma placa para outra exatamente pelo fato de estarem separadas por um meio isolante. Porém, se ligarmos as duas por um condutor, conforme se observa na figura 4, teremos um movimento ordenado de elétrons, ou seja, uma corrente elétrica fluindo de uma chapa para outra.

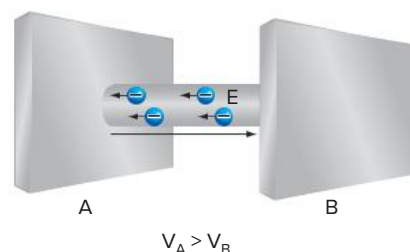


Fig. 4 Chapas metálicas A e B colocadas em contato entre si.

Observa-se nesse caso que, com o movimento de elétrons da chapa negativa para a positiva, o potencial elétrico da chapa B aumenta, pois ela está perdendo elétrons, e o da chapa A diminui, pois ela está ganhando elétrons. Passado certo tempo, o potencial elétrico entre as duas chapas é igual, e o movimento das cargas cessa. Essa situação é análoga ao caso em que o nível de água nos dois cilindros é o mesmo.

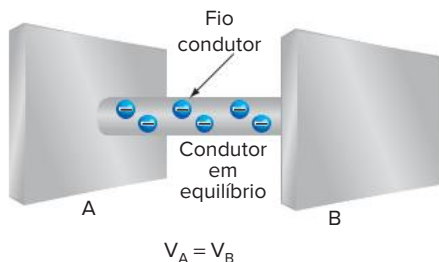


Fig. 5 Chapas metálicas A e B com mesmo potencial elétrico.

É importante notar o que ocorreu do ponto de vista da Eletrostática. No momento em que as chapas foram colocadas em contato, as condições de equilíbrio eletrostático foram violadas, ou seja, havia um campo elétrico que apontava da chapa positiva para a negativa e, associada a esse campo, uma ddp entre as chapas. Em virtude da existência desse campo, os elétrons ficaram sujeitos a uma força elétrica, movimentando-se da chapa B para a A até que não houvesse mais a ddp, e o campo se anulasse.

Porém, de que adianta uma corrente elétrica que ocorre transitoriamente, ou seja, que só existe enquanto houver diferença de potencial entre as chapas? De fato, da mesma forma que no caso dos cilindros comunicantes, inseriu-se uma bomba mecânica para manter o fluxo de água de um cilindro para outro, pode-se também pensar em uma “bomba elétrica”, que vai manter a diferença de potencial entre as placas a fim de que a corrente elétrica se mantenha constante entre A e B.

### Gerador elétrico

Conforme explicado no parágrafo anterior, o gerador elétrico é um dispositivo fundamental para que haja a continuidade da corrente elétrica, já que ele é capaz de manter a diferença de potencial necessária para que haja a movimentação contínua dos portadores de carga no interior do condutor. A figura 6 mostra a ligação do gerador nas chapas metálicas A e B e o fluxo dos elétrons na ligação realizada.

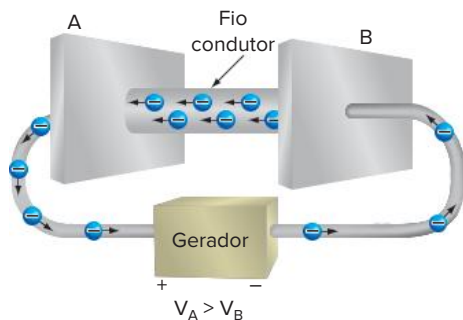


Fig. 6 Diferença de potencial mantida através do gerador.

Observa-se que, da mesma maneira que a bomba mecânica necessitava de uma forma de energia para fazê-la

movimentar a água de um cilindro para outro, o gerador gastará energia para fazer que os portadores de carga mantenham-se em movimento de um lado para outro nos condutores.

Assim, pode-se afirmar que o gerador elétrico é um dispositivo que converte uma forma qualquer de energia (mecânica, química, nuclear, solar etc.) em energia elétrica. A presença dos geradores é muito comum no dia a dia; utilizamos pilhas, baterias, dínamos, entre outros dispositivos rotineiramente.



Fig. 7 Geradores que convertem energia química em energia elétrica.

A representação dos geradores em circuitos elétricos é observada na figura 8, na qual a barra maior representa o polo positivo do gerador e a barra menor, o polo negativo. Também é indicada a diferença de potencial que o gerador consegue manter nos seus terminais.

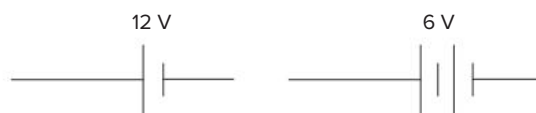


Fig. 8 Representações do gerador em circuitos elétricos.

### Circuito elétrico

O circuito elétrico pode ser definido como o caminho fechado pelo qual a corrente elétrica pode fluir. Na figura 9, tem-se a representação de um circuito elétrico.

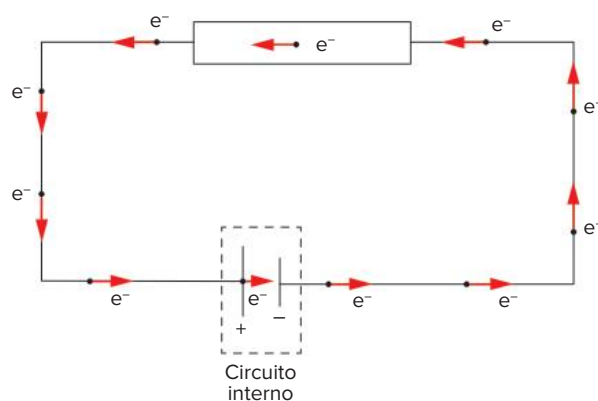


Fig. 9 Representação de um circuito interno.

Verifica-se que há um trecho onde os elétrons fluem do polo negativo do gerador para o positivo. Nesse trecho, o movimento dos elétrons é espontâneo, e essa parte do circuito é denominada circuito externo. Porém, observa-se que, no gerador, o elétron deve passar do polo positivo para o negativo; nesse trecho, o movimento não é espontâneo, havendo a necessidade de gasto de energia. Esse trecho do circuito é denominado circuito interno.

Birgit Reitz-Hofmann/23f.com

## Sentido convencional da corrente elétrica

Convencionalmente, adota-se o sentido da corrente elétrica, daqui em diante indicada pela letra  $i$ , como o sentido do campo elétrico no circuito externo. De outra forma, pode-se dizer que, no circuito externo, a corrente flui do polo positivo para o polo negativo do gerador, ou seja, de potenciais elétricos maiores para potenciais elétricos menores. O sentido convencional da corrente elétrica pode ser visto na figura 10.

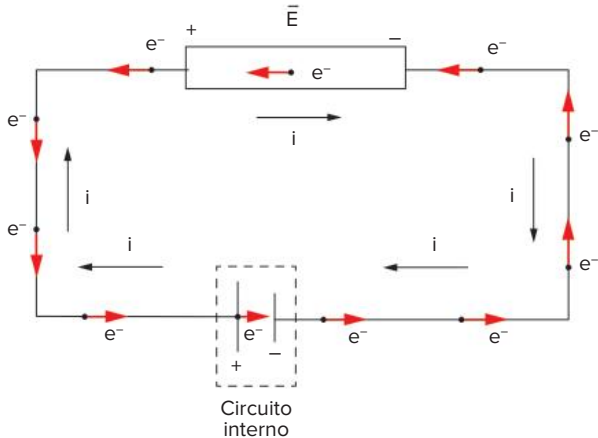


Fig. 10 Sentido da corrente e campo elétrico em um circuito elétrico.

Observa-se que o sentido convencional da corrente é oposto ao movimento dos elétrons. Isso não acrescenta nenhuma dificuldade, já que o sentido convencional é arbitrário e em nada modifica a análise da corrente elétrica e dos seus efeitos.

## Definição matemática de corrente elétrica

A seguir é dada a definição matemática de corrente elétrica. Essa definição é válida tanto para condutores em que os portadores livres de carga são os elétrons (condutores de 1ª espécie) quanto para materiais em que os portadores livres de carga são os íons ou soluções eletrolíticas (condutores de 2ª espécie).

### Corrente elétrica em condutores de 1ª espécie

Considera-se uma seção transversal qualquer de um condutor, como na figura 11.

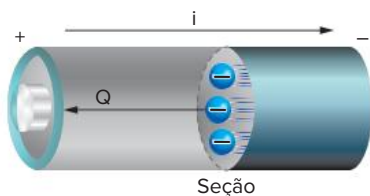


Fig. 11 Elétrons passando através de uma seção transversal de um condutor.

Durante certo intervalo de tempo  $\Delta t$ , passa pela seção considerada um número  $n$  de elétrons, que totalizam uma carga  $Q$  negativa de módulo  $|Q| = ne$ , em que  $e$  é a carga elétrica elemental ( $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C).

Define-se então que a intensidade média de corrente elétrica através da seção considerada é o quociente do

módulo da carga elétrica que atravessa a seção pelo intervalo de tempo em que isso ocorre. Assim:

$$i_n = \frac{|Q|}{\Delta t} \quad \text{com} \quad |Q| = ne$$

Se, em intervalos de tempo arbitrariamente pequenos e iguais, a quantidade de carga que atravessa a seção for sempre a mesma, teremos uma corrente  $i_n$ ; em um intervalo de tempo qualquer, coincidirá com a intensidade instantânea de corrente  $i$  em qualquer instante.

$$i = \frac{|Q|}{\Delta t}$$

No SI, a unidade de medida da intensidade de corrente elétrica é o ampere (**A**), cuja definição só poderá ser apresentada em Eletromagnetismo. Contudo, é correto afirmar que uma corrente elétrica constante tem intensidade 1 A se, em cada segundo, passar pela seção considerada uma carga elétrica de módulo igual a 1 C. Isso só não pode ser aceito como definição de ampere porque ela é uma unidade fundamental, sendo o coulomb uma unidade derivada do ampere. Então, temos:

$$i = \frac{|Q|}{\Delta t}$$

Fazendo  $\Delta t = 1$  s e  $|Q| = 1$  C, obtemos:

$$i = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ s}} = 1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$$

São usados também, com muita frequência, alguns submúltiplos do ampere:

$$\begin{aligned} \text{mA} &= 10^{-3} \text{ A} \quad (\text{milliampere}) \\ \mu\text{A} &= 10^{-6} \text{ A} \quad (\text{microampere}) \\ \text{nA} &= 10^{-9} \text{ A} \quad (\text{nanoampere}) \\ \text{pA} &= 10^{-12} \text{ A} \quad (\text{picoampere}) \end{aligned}$$

### Corrente elétrica em condutores de 2ª espécie

Para completar, consideram-se correntes elétricas em soluções eletrolíticas ou em gases ionizados. Nesses casos, os portadores livres podem ter carga positiva ou negativa; por exemplo, um cano de vidro contendo solução aquosa de NaCl (cloreto de sódio, ou "sal de cozinha") e as extremidades fechadas por discos metálicos ligados aos terminais de uma pilha, como na figura 12.

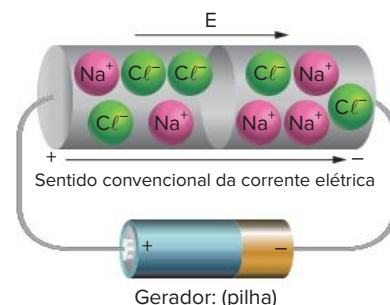


Fig. 12 Corrente iônica através de um condutor eletrolítico.



Quando o  $\text{NaCl}$  é dissolvido em água, aparecem muitos íons livres positivos ( $\text{Na}^+$ ) e muitos íons livres negativos ( $\text{Cl}^-$ ). A pilha estabelece um campo elétrico no interior da solução, fazendo os íons positivos se deslocarem no sentido do campo, e os negativos, em sentido contrário.

Durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ , passa por uma seção transversal do cano certo número de íons positivos (totalizando uma carga positiva  $Q_p$ ) e certo número de íons negativos (totalizando uma carga negativa  $Q_n$ ). Assim, temos:

$$|Q| = |Q_p| + |Q_n|$$

A intensidade média de corrente elétrica através da seção continua definida por:

$$i_m = \frac{|Q|}{\Delta t} = \frac{|Q_p| + |Q_n|}{\Delta t}$$

Observa-se que o sentido convencional para a corrente elétrica continua sendo o sentido do campo elétrico ou dos potenciais decrescentes. Assim, o sentido convencional para a corrente elétrica coincide com o sentido do movimento das cargas positivas, mas opõe-se ao sentido do movimento das cargas negativas.

Nessa solução, nota-se que apenas os íons são portadores de carga elétrica. No fio metálico, os elétrons é que são os portadores de carga.

## Forma de onda da corrente elétrica

A forma de onda da corrente elétrica é a representação algébrica dos valores assumidos pela corrente em função do tempo. Na figura 13, tem-se a representação de uma forma de onda de corrente.

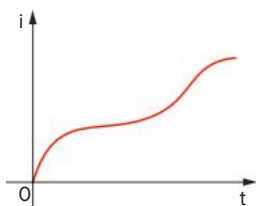


Fig. 13 Forma de onda de uma corrente elétrica qualquer.

As correntes classificam-se em contínua e alternada, cada uma dessas formas de onda com sua aplicação prática.

Uma característica importante da forma de onda, que deriva da definição da corrente elétrica, é que a área compreendida em um intervalo de tempo, no gráfico da corrente elétrica em função do tempo, é igual ao módulo da carga elétrica que atravessou uma seção reta do condutor naquele intervalo de tempo. Essa afirmação é apresentada na figura 14.

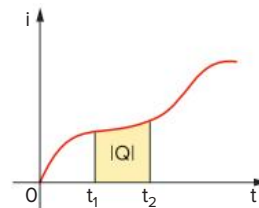
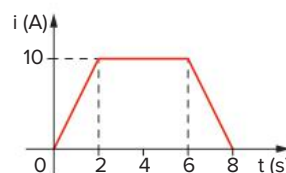


Fig. 14 Determinação da carga que atravessa uma seção através da área no gráfico  $i \times t$ .

## Exercício resolvido

1 A intensidade da corrente elétrica que passa por um condutor metálico varia com o tempo, de acordo com o diagrama a seguir.



Determine:

- o módulo da carga elétrica total que passa por uma seção transversal desse condutor, nos 8 segundos.
- a intensidade média de corrente elétrica nesse intervalo de tempo.

**Resolução:**

- Observe que a quantidade de carga que atravessa a área da seção transversal do condutor é igual, em módulo, à área sob a curva  $i \times t$ , tal que:

$$|Q| \stackrel{N}{=} \text{área} = \left( \frac{8 + 4}{2} \right) \cdot 10 = 60 \text{ C (área de um trapézio)}$$

- A corrente média nesse intervalo de tempo é calculada utilizando-se a definição de corrente elétrica, ou seja:

$$i_m = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{60}{8} = 7,5 \text{ A}$$

## Corrente contínua

Uma corrente é dita contínua quando os portadores de carga elétrica movimentam-se sempre no mesmo sentido. A corrente contínua é utilizada em dispositivos eletrônicos e em situações nas quais se deseja acumular cargas elétricas para posterior utilização, como em pilhas recarregáveis, por exemplo. As correntes contínuas podem ser classificadas em constantes ou alternantes. O tipo de movimentação dos portadores de carga na corrente contínua pode ser visto na figura 15.

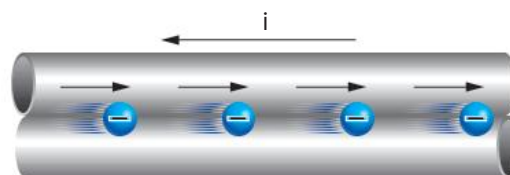


Fig. 15 Movimento dos elétrons em um fio percorrido por corrente contínua.

## Corrente contínua constante

Uma corrente elétrica é dita contínua constante quando mantém intensidade e sentido constantes, no decorrer do tempo. Sua forma de onda é um segmento de reta paralelo ao eixo dos tempos:



Fig. 16 Forma de onda da corrente contínua.

Nesse caso, a intensidade média da corrente coincide com a intensidade instantânea.

Um exemplo de corrente contínua é a corrente gerada por pilhas na lâmpada de uma lanterna ligada.

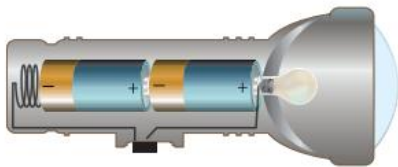


Fig. 17 A lanterna caseira utiliza-se de corrente contínua.

Uma lanterna a pilha, após ser ligada, tem em seu circuito corrente elétrica de intensidade constante com o tempo (evidentemente, não por muito tempo).

## Corrente contínua pulsante

Chama-se corrente **contínua pulsante** aquela cuja intensidade passa, em geral periodicamente, por máximos e mínimos, embora tenha sentido constante. Devido ao fato de essa corrente não mudar de sentido, sua forma de onda não inverte o sinal em nenhum instante.

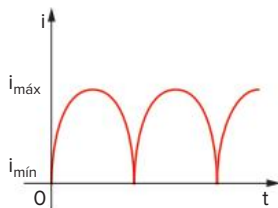


Fig. 18 Exemplo de forma de onda de corrente pulsante (também chamada de alternada retificada).

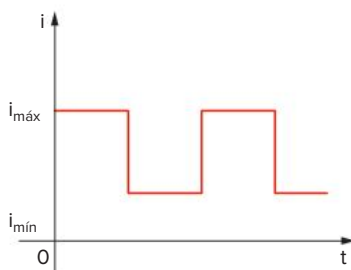


Fig. 19 Exemplo de forma de onda de corrente pulsante retificada.

## Corrente alternada

A corrente alternada é aquela na qual o sentido da corrente é invertido periodicamente. Pode-se dizer que, na corrente alternada, o sentido de movimento dos portadores de carga se altera periodicamente. A corrente alternada senoidal, com frequência de 60 Hz, é aquela encontrada nas residências brasileiras, nos sistemas públicos de iluminação e na alimentação de motores de grande porte; é o tipo de forma de onda gerada nas hidrelétricas e usualmente utilizada na distribuição de energia elétrica.

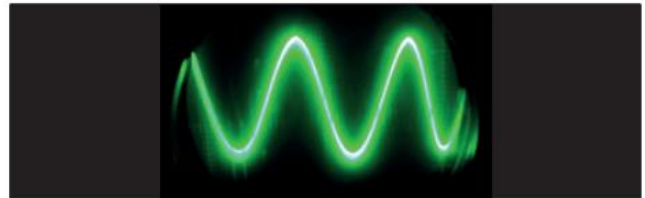


Fig. 20 Representação da forma de onda da corrente alternada senoidal.

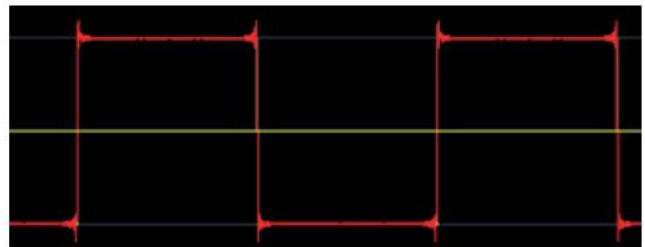


Fig. 21 Representação da forma de onda da corrente alternada quadrada.



Fig. 22 Representação da forma de onda da corrente alternada triangular.

### Saiba mais

Em nossas casas, apesar de termos corrente alternada, muitos equipamentos eletrônicos utilizam-se de corrente contínua. Assim, é muito comum o uso de retificadores, que transformam a corrente alternada em contínua.

A movimentação dos portadores de carga no interior de um condutor, para a corrente alternada, pode ser observada na figura 23.

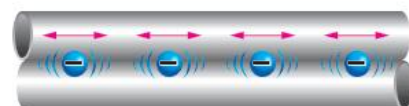


Fig. 23 Movimento dos elétrons em um fio percorrido por corrente alternada.

É importante ressaltar que neste capítulo será abordada a corrente contínua. O processo de geração da corrente alternada será abordado mais adiante, ao estudarmos indução magnética.

## Princípio da continuidade da corrente elétrica

Em um condutor, a intensidade de corrente elétrica é a mesma em qualquer seção, ainda que ele tenha seção transversal variável.

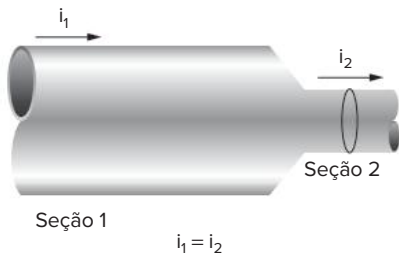


Fig. 24 Continuidade da corrente elétrica em um fio com diferentes áreas de seção.

Como consequência, se no “caminho” da corrente elétrica ocorrer uma bifurcação, a soma das correntes nas derivações será igual à corrente total, isto é, àquela anterior à bifurcação.

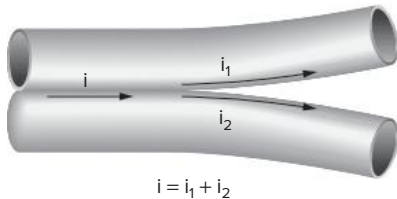


Fig. 25 Continuidade da corrente elétrica em um fio com bifurcação.

## Bipolo elétrico

Denomina-se **bipolo elétrico** qualquer dispositivo que apresente dois terminais elétricos que podem ser ligados a um circuito elétrico.

Quando o bipolo está presente nos circuitos usuais, a corrente elétrica sempre “entra” por um dado terminal e “sai” pelo outro terminal.

Um bipolo elétrico, quando presente em um dado circuito, ou está consumindo energia, ou está cedendo energia a esse circuito.

Exemplos de bipolo são resistores, lâmpadas, geradores em geral, ferro de engomar, entre outros.



Fig. 26 Bipolo elétrico.

## Potência elétrica e energia elétrica desenvolvida por um bipolo elétrico ligado a um gerador

Consideremos um bipolo qualquer, de terminais A e B. Sejam  $U$  o módulo da diferença de potencial entre seus terminais e  $i$  a intensidade de corrente elétrica através dele:

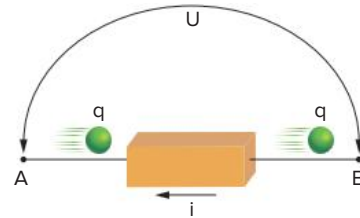


Fig. 27 Bipolo elétrico submetido a uma diferença de potencial.

Quando uma carga elétrica  $q$  atravessa o bipolo, deslocando-se de A para B, as forças elétricas realizam sobre ela um trabalho dado, como vimos na Eletrostática, por:

$$\tau = q(V_A - V_B)$$

Esse trabalho mede a quantidade de energia elétrica que o bipolo troca (cede ou recebe) com o resto do circuito, e seu módulo é:

$$|\tau| = |q| U, \text{ em que } U = |V_A - V_B|$$

Dividindo o módulo desse trabalho pelo intervalo de tempo  $\Delta t$  durante o qual ele foi realizado, obtemos a potência elétrica média trocada pelo bipolo. Assim:

$$P_m = \frac{|\tau|}{\Delta t} = \frac{|q| U}{\Delta t}, \text{ em que } \frac{|q|}{\Delta t} = i_m$$

$$\text{Então, } P_m = U i_m$$

Em um instante qualquer, temos:

$$P = U i$$

A potência elétrica que um bipolo desenvolve entre seus terminais, fisicamente, informa a rapidez com que o referido bipolo fornece ou consome energia elétrica do sistema. Veja:

A unidade de potência, no SI, é o watt (W).

$$\text{Potência} = \frac{\text{Energia}}{\text{Tempo}} \Rightarrow 1 \text{ W} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ s}} = 1 \text{ J/s}$$

Do exposto anteriormente, tem-se que a potência elétrica  $P$  fornecida ou consumida por um dipolo elétrico é igual ao produto da ddp nos seus terminais  $U$  pela corrente  $i$  que o atravessa, ou seja:

$$P = U i$$

Para determinar a energia  $E$  consumida ou fornecida pelo bipolo, devemos multiplicar a potência pelo tempo de funcionamento  $t$  do dipolo, tal que:

$$E = P t$$

### ! Atenção

Apesar de a unidade de energia no SI ser o joule, nas contas de energia elétrica e em várias outras aplicações, utiliza-se como unidade de energia o kWh, tal que a correspondência entre o kWh e o joule é dada por:

$$1 \text{ kWh} = 1000 \text{ J/s} \cdot 3600 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

⚡ ENERGIAS DO BRASIL ⚡					
<b>Nota Fiscal / Conta de Energia Elétrica</b>					
Nome	Vencimento: <b>07.05.2020</b>				
Endereço	Apresentação: <b>24.04.2020</b>				
Cidade: <b>S J DOS CAMPOS</b>	Rotômetro de Leitura: <b>16 179 77595 01300</b>				
Cep	Tipo de Conta				
<b>PARA SUA MAIOR COMODIDADE E SEGURANÇA AUTORIZE O DÉBITO AUTOMÁTICO</b>					
Nome					
Endereço da Unidade Consumidora	Cidade: <b>S J DOS C</b>				
CNPJ/CPF	Inscrição Estadual				
Classificação da Unidade Consumidora: <b>Comercial Trifásico</b>	Tensão Nominal				
Rotômetro de Leitura Local: <b>16 179 77595 01300</b>	Emissão: <b>20.04.2020</b>				
Apresentação: <b>24.04.2020</b>					
Descrição: <b>Tarifa Convencional 12600 kWh X 0,18717000 ICMS Multa Atraso Pagamento 03/2020</b>					
Consumo no Período (kWh): <b>12600</b>					
Medidor: <b>6106165</b>	Leitura: <b>6195</b>				
Consumo nos Meses Anteriores (kWh)					
7080-Mar/2020	9720-Sep/2019				
3680-Fev/2020	5400-Ago/2019				
2760-Jan/2020	5400-Jul/2019				
7800-Dez/2019	7920-Jun/2019				
11040-Nov/2019	7760-Ma/2019				
8720-Out/2019	11920-Abr/2019				
Continuidade da Distribuição de Energia Elétrica					
Conjunto: <b>SAO JOSE DOS CAMPOS</b>					
Mês: <b>Fevereiro /2001</b>					
Metas:					
DEC	FEC	DIC	FIC	Valores apurados:	FEC
2,70	3,00	20,00	12,00	0,81	0,85
ICMS - Lei Estadual 6374 de 01.03.89		Base de Cálculo		Alíquota, Valor (R\$)	
		2.876,02		18% 517,68	
NÃO ACUSAMOS PGTO 01 CTA - MES 03		- NO TOTAL DE R\$		1.616,68	

Fig. 28 Exemplo de conta de energia elétrica. O valor em destaque é o consumo de energia do mês, em kWh.

Para se encontrar o consumo de energia de um bipolo elétrico:

- Deve-se observar a unidade de energia que se deseja obter (J ou kWh) e então transformar as potências desenvolvidas pelos bipolos em W ou kW, respectivamente. A tabela 1 mostra as relações de potência, energia e tempo.

Energia	Potência	Tempo
J	W	s
kWh	kW	h

Tab. 1 Unidades usuais de energia, potência e tempo.

- Em seguida, deve-se multiplicar a potência de consumo pelo tempo que o bipolo elétrico ficou funcionando. Novamente, deve-se frisar que, para a determinação do consumo em kWh, a unidade de tempo utilizada é a hora e, para a determinação do consumo em joules, a unidade de tempo utilizada é o segundo.

## Exercícios resolvidos

2 Uma casa tem os seguintes equipamentos, com as suas respectivas potências e tempos diários de utilização.

- Chuveiro elétrico de 4400 W, utilizado 1 hora por dia.
- TV de 150 W, utilizada 4 horas por dia.

- Computador de 250 W, utilizado 4 horas por dia.
  - 8 lâmpadas incandescentes de 100 W, utilizadas 6 horas por dia.
  - Geladeira de consumo de 120 kWh por mês.
- Supondo que os únicos equipamentos existentes na casa sejam esses e que a concessionária de energia elétrica cobra R\$ 0,30 pelo kWh, como fazer para estimar o valor da conta de energia elétrica da casa?

### Resolução:

Das definições de potência e energia, tem-se o consumo diário dos aparelhos citados acima, em kWh.

- $$E_{\text{chuveiro}} = P_{\text{chuveiro}} t_{\text{uso}}$$

$$E_{\text{chuveiro}} = (4,4 \text{ kW}) \cdot (1 \text{ h}) = 4,4 \text{ kWh/dia}$$
- $$E_{\text{TV}} = P_{\text{TV}} t_{\text{uso}}$$

$$E_{\text{TV}} = (0,15 \text{ kW}) \cdot (4 \text{ h}) = 0,6 \text{ kWh/dia}$$
- $$E_{\text{computador}} = P_{\text{computador}} t_{\text{uso}}$$

$$E_{\text{computador}} = (0,25 \text{ kW}) \cdot (4 \text{ h}) = 1 \text{ kWh/dia}$$
- $$E_{\text{lâmpadas}} = P_{\text{lâmpadas}} t_{\text{uso}}$$

$$E_{\text{lâmpadas}} = (0,1 \text{ kW}) \cdot (6 \text{ h}) \cdot (8 \text{ lâmpadas}) = 4,8 \text{ kWh/dia}$$

O consumo mensal desses aparelhos juntos é obtido multiplicando-se o consumo diário pelo número de dias do mês, considerado 30.

$$E_{\text{chuveiro+TV+computador+lâmpadas}} = 30 \cdot (4,4 + 0,6 + 1 + 4,8) \text{ kWh} = 324 \text{ kWh/mês}$$

A esse valor ainda deve ser somada a energia consumida mensalmente pela geladeira (V). Assim, o consumo total da casa é dado por:

$$E_{\text{total}} = (324 + 120) = 444 \text{ kWh/mês}$$

Finalmente, o custo mensal é obtido multiplicando-se o consumo total de energia pelo preço do kWh, ou seja:

$$\text{custo} = \text{consumo} \cdot \text{preço} = 444 \text{ kWh/mês} \cdot \text{R\$ } \frac{0,30}{\text{kWh}} = \text{R\$ } \frac{133,20}{\text{mês}}$$

3 Quando ligado a uma tensão de 100 V, um aquecedor elétrico recebe uma potência elétrica de 1800 W. Calcule:

- a intensidade da corrente elétrica que circula no aquecedor.
- a energia elétrica recebida pelo aquecedor, em 1 h de funcionamento, em joules.

### Resolução:

- A intensidade de corrente elétrica que circula no aquecedor é determinada pela equação  $P = Ui$ , tal que:

$$P = Ui$$

$$i = \frac{P}{U} = \frac{1800}{100} = 18 \text{ A}$$

- A energia elétrica recebida é dada por:

$$E = Pt \Rightarrow E = (1800 \text{ J/s}) \cdot (3600 \text{ s}) = 6,48 \cdot 10^6 \text{ J}$$

## Resistência elétrica

Seja um condutor, submetido a uma tensão elétrica  $U$ , quando percorrido por uma corrente elétrica  $i$ . Define-se como resistência elétrica ( $R$ ) o quociente:

$$R = \frac{U}{i}$$

### Unidade de resistência elétrica

No SI, a grandeza resistência elétrica é medida em ohm ( $\Omega$ ).

$$1 \Omega = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A}}$$

Observe que um condutor não precisa, necessariamente, apresentar o quociente acima constante, ou seja, sua resistência pode variar com a corrente, temperatura etc. É o caso do condutor cuja curva característica  $U \times i$  é dada a seguir.

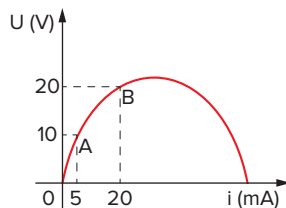


Fig. 29 Gráfico de tensão por corrente de um condutor não ôhmico.

É fácil ver que a resistência desse condutor diminui quando a corrente elétrica através dele aumenta.

Para determinar o valor da resistência elétrica em cada ponto da curva, basta aplicar a equação de definição de resistência elétrica, calculando o quociente  $U/i$  em cada ponto:

$$R_A = \frac{10 \text{ V}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 2 \cdot 10^3 \Omega$$

$$R_B = \frac{20 \text{ V}}{20 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 1 \cdot 10^3 \Omega$$

Pelos cálculos anteriores, percebemos que o condutor, de fato, não apresenta resistência constante.

A seguir, trataremos de condutores que apresentam resistência constante quando a temperatura é mantida constante.

## A primeira lei de Ohm

Consideremos a seguinte experiência: um pedaço de fio condutor, de cobre, por exemplo, é submetido a uma diferença de potencial de valor crescente e conhecido. Mantendo-se o fio a uma temperatura constante e medindo-se a intensidade da corrente elétrica, verifica-se que esta é tanto maior quanto maior é a ddp aplicada entre seus terminais.

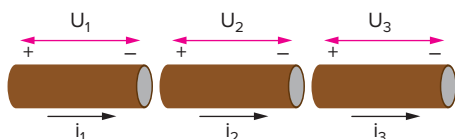


Fig. 30 Característica de tensão  $\times$  corrente de um condutor ôhmico.

Esse resultado é previsível, uma vez que quanto maior é  $U$ , maior o valor do campo elétrico gerado. Consequentemente, os elétrons tendem a uma velocidade limite maior. Verifica-se, assim, que:

$$\frac{U_1}{i_1} = \frac{U_2}{i_2} = \frac{U_3}{i_3} = \dots = \text{constante}$$

Como se pode notar, a corrente elétrica que atravessa esses condutores é diretamente proporcional à tensão aplicada entre seus terminais. Em outras palavras, sua resistência elétrica é constante (a uma temperatura constante).

Agora, estamos preparados para enunciar a primeira lei de Ohm:

**Existe uma classe particular de condutores que, a uma temperatura constante, apresenta resistência elétrica constante.**

Essa classe particular de condutores é denominada condutores ôhmicos, pois obedecem à primeira lei de Ohm.

A primeira lei de Ohm, que não deve ser confundida com a definição de resistência elétrica, é fruto do trabalho do físico alemão Georg Simon Ohm.

Condutores que não obedecem à primeira lei de Ohm são denominados condutores não ôhmicos, como é o caso do condutor cuja curva característica  $U \times i$  foi apresentada anteriormente.

### Saiba mais

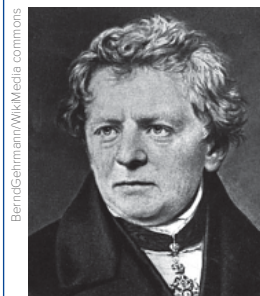


Fig. 31 Georg Simon Ohm.

#### Georg Simon Ohm (1789-1854)

Foi um físico alemão que enunciou a lei que afirma que a corrente elétrica através de um condutor é diretamente proporcional à diferença de potencial e inversamente proporcional à resistência. Ohm foi professor de Matemática no Colégio Jesuíta de Colônia e na Escola Politécnica Municipal de Nuremberg, na Alemanha. Em 1852, tornou-se professor de Física experimental na Universidade de Munique. Entre 1826 e 1827, Ohm desenvolveu a primeira teoria matemática da condução elétrica em circuitos, baseando-se no estudo da condução de calor de Fourier. Seu trabalho influenciou teoria e aplicações da eletricidade atual.

Disponível em: <<http://www.britannica.com/EBchecked/topic/426058/Georg-Simon-Ohm>>. Adaptado. Acesso em: 14 ago. 2020.

## Curva característica de um condutor ôhmico

Suponha que, em um laboratório, apliquemos tensões elétricas cada vez maiores a um condutor ôhmico e, para cada tensão, anotemos a corrente elétrica em um gráfico  $U \times i$ . O gráfico que será obtido terá as seguintes características:

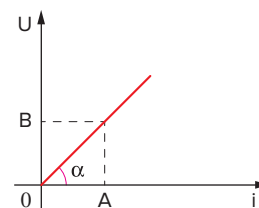


Fig. 32 Gráfico de tensão  $\times$  corrente elétrica de um condutor ôhmico.



Esse gráfico nos diz que o referido condutor apresenta resistência elétrica constante, independentemente da tensão aplicada ou da corrente que o atravessa. Sua resistência só depende da temperatura, que supomos constante. As características mais importantes do gráfico são:

- É sempre uma reta.
- Necessariamente passa pela origem dos eixos
- $0 < \alpha < 90^\circ$ .
- $R_{cte} = \frac{B}{A}$  = tangente geométrica de  $\alpha$ .

### ! Atenção

Se para um dado condutor qualquer uma das condições acima falhar, ele é não ôhmico.

## Efeito Joule

O efeito Joule consiste na conversão de energia elétrica em energia térmica. Esse efeito ocorre sempre que a corrente elétrica passar através de um condutor, dado que a resistência elétrica na prática nunca é nula.

Os elétrons de condução nos condutores, quando submetidos a uma ddp e, portanto, a um campo elétrico, são acelerados, adquirindo velocidade (energia cinética).

Ainda que submetidos ao campo elétrico, sua velocidade de deslocamento não cresce indefinidamente, devido aos constantes choques com a rede metálica do condutor, que passa a vibrar com amplitudes crescentes.

Parte da energia cinética dos elétrons é transformada em energia térmica (durante as colisões) responsável pela

vibração da rede metálica e, conseqüentemente, pelo aumento de sua temperatura. É o efeito Joule.

Assim, pouco tempo após o fechamento do circuito, a velocidade dos elétrons atinge um valor limite que se mantém durante todo o processo. Em outras palavras, a corrente elétrica assume um valor definitivo quase que instantaneamente.

O efeito Joule encontra aplicações em aquecedores de ambiente, ferros elétricos de passar roupa, chuveiros elétricos, soldadores elétricos, fusíveis de proteção etc. Em muitos casos, entretanto, esse efeito é totalmente dispensável, pois provoca perdas de energia. É o caso, por exemplo, do aquecimento ocorrido nas lâmpadas incandescentes, nos fios dos enrolamentos de um motor elétrico, nos fios usados para a transmissão de energia elétrica etc.

### Saiba mais

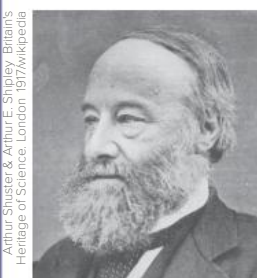


Fig. 33 James Prescott Joule.

#### James Prescott Joule (1818-1889)

Foi um físico britânico inicialmente interessado na eficiência de motores elétricos. Joule estudou a natureza do calor e descobriu uma relação para o calor dissipado por um resistor, a chamada lei de Joule. Determinou também o equivalente mecânico de calor, importante para a formulação da teoria da conservação de energia. A nomenclatura joule para unidades de trabalho no SI só veio após sua morte. Joule também contribuiu com lord Kelvin para desenvolver a escala absoluta de temperatura.

## Revisando

- 1 PUC-SP (Adapt.)** O filamento de uma lâmpada de incandescência é percorrido por uma corrente elétrica de 0,20 A. Sabendo que a lâmpada é mantida acesa durante 30 minutos, determine o valor da carga elétrica que passa pelo filamento durante esse intervalo de tempo.
- 2 Unesp 2018** Uma bateria de smartphone de 4000 mA·h e 5,0 V pode fornecer uma corrente elétrica média de 4000 mA durante uma hora até que se descarregue.
  - a) Calcule a quantidade de carga elétrica, em coulombs, que essa bateria pode fornecer ao circuito.

b) Considerando que, em funcionamento contínuo, a bateria desse smartphone se descarregue em 8,0 horas, calcule a potência média do aparelho, em watts.

3 Um condutor metálico é atravessado por uma corrente elétrica, cuja intensidade ( $i$ ) varia em função do tempo ( $t$ ), conforme a expressão:  $i = 10 - t$  (SI).

a) Construa o gráfico  $i \times t$ .

b) Determine o módulo da carga elétrica que passa por uma seção transversal desse condutor, nos 10 primeiros segundos.

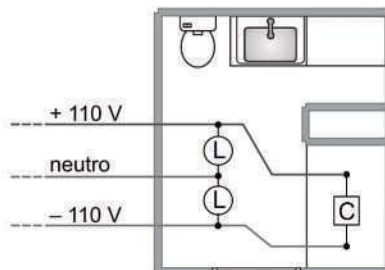
c) Determine a intensidade média de corrente elétrica através do condutor, nos 10 primeiros segundos.

- 4 **Unesp 2020** O Programa Brasileiro de Etiquetagem (PBE) tem o objetivo de orientar o consumidor quanto ao consumo e à eficiência energética dos principais eletrodomésticos nacionais. A figura 1 ilustra a etiqueta de um chuveiro elétrico, apresentando a tensão nominal de funcionamento e as potências nominal e econômica (potência máxima e mínima do chuveiro). Em um banheiro, foram instalados esse chuveiro (C) e duas lâmpadas idênticas (L), de valores nominais (110 V – 60 W) cada, conforme a figura 2.

FIGURA 1

Energia (Elétrica)		Chuveiro
Marca	Abcdefg	EFICIÊNCIA ENERGÉTICA SUPERIOR A XX %
Modelo	Água quente	
Tensão nominal	220 V	
Potência nominal	6 000 W	
Potência econômica	2 200 W	
Classe de Potência		
2 400 W		
3 500 W		
4 600 W		
5 700 W		
6 800 W		
7 900 W		

FIGURA 2



- a) Calcule a intensidade da corrente elétrica, em amperes, que atravessa o chuveiro e determine a resistência elétrica, em  $\Omega$ , desse chuveiro quando ele opera com sua potência econômica.
- b) Considere que as duas lâmpadas desse banheiro fiquem acesas simultaneamente por 30 minutos e que, nesse intervalo de tempo, o chuveiro permaneça ligado por 20 minutos, operando com sua potência nominal. Admitindo que 1 kWh de energia elétrica custe R\$ 0,50, calcule o gasto, em reais, gerado nos 30 minutos desse banho, devido ao funcionamento do chuveiro e das lâmpadas.

## Exercícios propostos

**1 PUC-SP** Uma corrente elétrica de intensidade 11,2 mA percorre um condutor metálico. A carga elementar é  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C. O tipo e número de partículas carregadas que atravessam uma seção transversal desse condutor por segundo são:

- A prótons;  $7,0 \cdot 10^{13}$  partículas.
- B íons de metal;  $14,0 \cdot 10^{16}$  partículas.
- C prótons;  $7,0 \cdot 10^{19}$  partículas.
- D elétrons;  $14,0 \cdot 10^{16}$  partículas.
- E elétrons;  $7,0 \cdot 10^{16}$  partículas.

**2 UFMT** A corrente elétrica por um fio de cobre é constituída pelo deslocamento de:

- A elétrons.
- B prótons.
- C íons negativos de cobre.
- D íons positivos de cobre.
- E átomos de cobre.

**3 UEL** Considere as seguintes afirmativas a respeito de um segmento AB de um fio metálico por onde passa uma corrente elétrica contínua e constante.

- I. A corrente elétrica em AB é um fluxo de elétrons.
- II. A carga elétrica total de AB é nula.
- III. Há uma diferença de potencial elétrico entre os extremos de AB.

Quais destas afirmativas são verdadeiras?

- A Somente I.
- B Somente II.
- C Somente III.
- D Somente I e II.
- E I, II e III.

**4 IFSP 2017** Dois dos principais efeitos causados pela passagem de uma corrente elétrica são:

- I. *Efeito térmico ou Joule* – uma corrente elétrica, pela sua passagem, provoca uma variação de temperatura num condutor.
- II. *Efeito magnético* – toda corrente elétrica cria ao seu redor um campo magnético no espaço em torno de si. Isto pode ser verificado experimentalmente aproximando-se uma bússola de um condutor sendo percorrido por corrente elétrica: a agulha sofre deflexão.

Considerando um condutor metálico percorrido por uma corrente de intensidade de 1 A, assinale a alternativa correta.

- A A corrente de intensidade de 1 A corresponde a 2 coulombs (C) por segundo.
- B Em 12 s, a quantidade de carga que atravessar uma região do condutor será de 10 C.
- C Esta corrente elétrica corresponde a um fluxo de  $6,25 \times 10^{18}$  elétrons por segundo, considerando a carga elementar igual a  $1,6 \times 10^{-19}$  C.

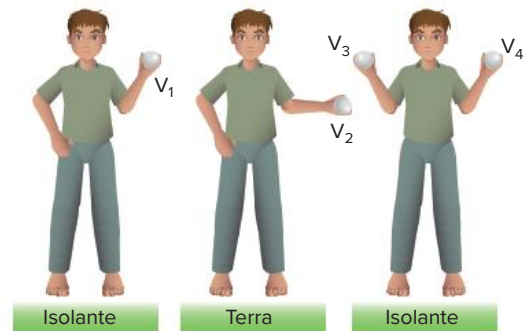
- D A velocidade média dos elétrons que constituem a corrente é igual à velocidade da luz no vácuo.
- E O sentido convencional da corrente é igual ao movimento dos elétrons livres dentro do condutor.

**5 Uerj 2017** Pela seção de um condutor metálico submetido a uma tensão elétrica, atravessam  $4,0 \times 10^{18}$  elétrons em 20 segundos.

A intensidade média da corrente elétrica, em ampere, que se estabelece no condutor corresponde a:

- A  $1,0 \times 10^{-2}$
- B  $3,2 \times 10^{-2}$
- C  $2,4 \times 10^{-3}$
- D  $4,1 \times 10^{-3}$

**6 UnB** Nas figuras a seguir,  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  e  $V_4$  são potenciais elétricos, medidos em relação à Terra (considerada no potencial zero volt).



Em qual das situações seguintes a pessoa levará maior choque?

- A  $V_1 = 220$  V
- B  $V_2 = -30$  V
- C  $V_3 = 50$  V e  $V_4 = -60$  V
- D  $V_3 = -30$  V e  $V_4 = -60$  V

**7 Uece 2017** Considere um resistor ligado a uma bateria e dissipando calor por efeito Joule. Pelo resistor, são medidos 3  $\mu$ C/s de carga elétrica. Assim, a corrente elétrica pelo resistor é:

- A  $3 \cdot 10^6$  A.
- B  $3 \cdot 10^{-6}$   $\mu$ A.
- C  $3 \cdot 10^6$   $\mu$ A.
- D  $3 \cdot 10^{-6}$  A.

**8 Unicamp 2019** Drones vêm sendo utilizados por empresas americanas para monitorar o ambiente subaquático. Esses drones podem substituir mergulhadores, sendo capazes de realizar mergulhos de até cinquenta metros de profundidade e operar por até duas horas e meia.

Considere um drone que utiliza uma bateria com carga total  $q = 900$  mAh. Se o drone operar por um intervalo de tempo igual a  $\Delta t = 90$  min, a corrente média fornecida pela bateria nesse intervalo de tempo será igual a

- A 10 mA.
- B 600 mA.
- C 1350 mA.
- D 81000 mA.

**9 UCS** Pela secção reta de um condutor de cobre passam 320 coulombs de carga elétrica em 20 segundos. A intensidade de corrente elétrica no condutor vale:

- A 5 A  
B 8 A  
C 10 A  
D 16 A  
E 20 A

**10 Fatec** Num circuito de corrente contínua circula, durante 5 minutos, a corrente de 2 amperes.

A carga que atravessa o circuito, neste intervalo de tempo, é de:

- A 2 A  
B 10 C  
C  $4 \cdot 10^3$  C  
D 600 C  
E n.d.a.

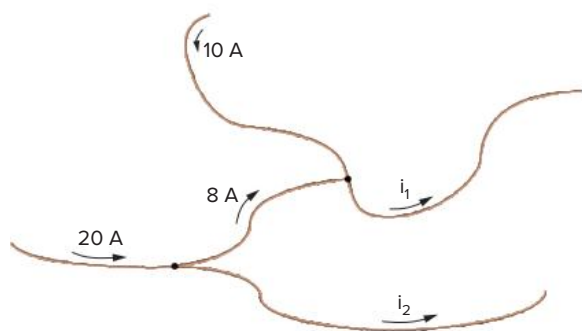
**11 FMPA** Pela secção transversal de um condutor passam  $10^{11}$  elétrons de carga  $-e$  ( $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C), durante  $1,0 \cdot 10^{-6}$  s. A intensidade de corrente elétrica nesse condutor é:

- A  $1,6 \cdot 10^{-6}$  A  
B  $1,6 \cdot 10^2$  A  
C  $0,625 \cdot 10^2$  A  
D  $1,6 \cdot 10^8$  A  
E  $0,625 \cdot 10^{-8}$  A

**12** Uma corrente elétrica de intensidade 5,0 A percorre um condutor durante 4,0 minutos. Quantos elétrons atravessam uma seção reta do condutor durante esse tempo, se a carga de um elétron vale  $-1,6 \cdot 10^{-19}$  C?

- A  $650 \cdot 10^{20}$   
B  $8,9 \cdot 10^{21}$   
C  $79 \cdot 10^{15}$   
D  $7,5 \cdot 10^{21}$   
E  $6,5 \cdot 10^{21}$

**13** A figura ilustra fios de cobre interligados.



Considerando as intensidades e os sentidos das correntes elétricas indicadas, calcule  $i_1$  e  $i_2$ .

**14 Cesgranrio**

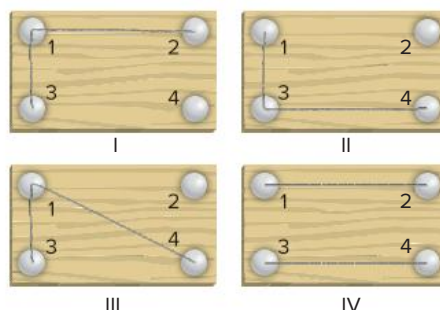


Como na figura, uma prancheta de madeira apresenta quatro terminais metálicos: 1, 2, 3 e 4. Existem dois fios condutores debaixo da prancheta, os quais não

podem ser vistos por você. Cada fio liga dois terminais entre si. Para saber quais são as ligações, você faz três experiências (com uma pilha, uma lâmpada de lanterna e fios condutores), cujos resultados são apresentados nas figuras a seguir.



Você conclui que as ligações existentes entre os terminais são como as mostradas em:



- A II somente.  
B III somente.  
C I ou IV somente.  
D II ou III somente.  
E I ou III somente.

**15 Fuvest** A energia proveniente de uma queda-d'água, utilizada para acender uma lâmpada, sofreu basicamente a seguinte transformação:

- A mecânica → elétrica → calorífica  
B elétrica → calorífica → mecânica  
C calorífica → elétrica → mecânica  
D calorífica → mecânica → elétrica  
E elétrica → mecânica → calorífica

**16 Vunesp** Assinale a alternativa que indica um dispositivo ou componente que só pode funcionar com corrente elétrica alternada ou, em outras palavras, que é inútil quando percorrido por corrente contínua.

- A Lâmpada incandescente.  
B Fusível.  
C Eletroímã.  
D Resistor.  
E Transformador.

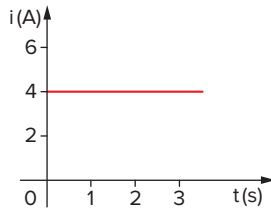
**17 Enem PPL 2018** Com o avanço das multifunções dos dispositivos eletrônicos portáteis, como os *smartphones*, o de um telefone celular diz que a quantidade de carga fornecida pela sua bateria é de 1500 mAh.

A quantidade de carga fornecida por essa bateria, em coulomb, é de

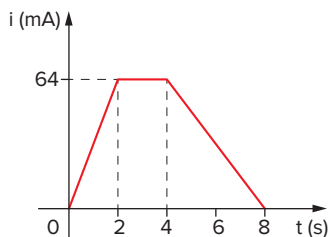
- A 90.  
B 1500.  
C 5400.  
D 90 000.  
E 5400 000.



- 18 UFRGS** O gráfico a seguir representa a intensidade de corrente  $i$  em um fio condutor, em função do tempo transcorrido  $t$ . Calcule a carga elétrica  $Q$  que passa por uma seção do condutor nos dois primeiros segundos.



- 19 IME** A intensidade de corrente elétrica em um condutor metálico varia, com o tempo, de acordo com o gráfico abaixo.

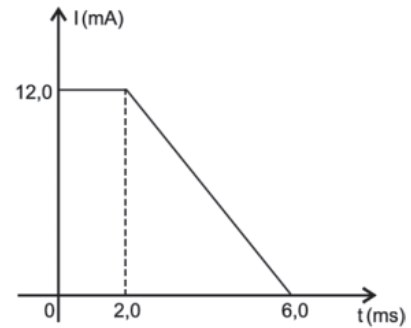


Sendo a carga elementar  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , determine:

- a carga elétrica que atravessa uma seção do condutor em 8 s.
- o número de elétrons que atravessa uma seção do condutor durante esse mesmo tempo.
- a intensidade média de corrente entre os instantes zero e 8 s.

- 20 Unifesp** Uma das especificações mais importantes de uma bateria de automóvel é o ampere-hora (Ah), uma unidade prática que permite ao consumidor fazer uma avaliação prévia da durabilidade da bateria. Em condições ideais, uma bateria de 50 Ah funciona durante 1 h quando percorrida por uma corrente elétrica de intensidade 50 A, ou durante 25 h, se a intensidade da corrente for 2 A. Na prática, o ampere-hora nominal de uma bateria só é válido para correntes de baixa intensidade – para correntes de alta intensidade, o valor efetivo do ampere-hora chega a ser um quarto do valor nominal. Tendo em vista essas considerações, pode-se afirmar que o ampere-hora mede a:
- potência útil fornecida pela bateria.
  - potência total consumida pela bateria.
  - força eletromotriz da bateria.
  - energia potencial elétrica fornecida pela bateria.
  - quantidade de carga elétrica fornecida pela bateria.

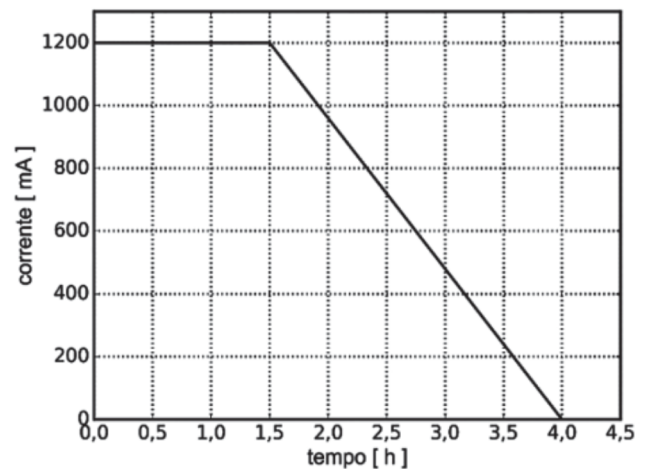
- 21 Uefs 2017** A figura representa a intensidade da corrente elétrica  $I$ , que percorre um fio condutor, em função do tempo  $t$ .



Nessas condições, é correto afirmar que a corrente média circulando no condutor no intervalo de tempo entre  $t = 0$  e  $t = 6,0$  ms, em mA, é igual a

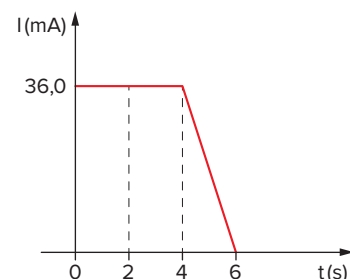
- 6,0
- 7,0
- 8,0
- 9,0

- 22 Unicamp 2017** Tecnologias móveis como celulares e tablets têm tempo de autonomia limitado pela carga armazenada em suas baterias. O gráfico abaixo apresenta, de forma simplificada, a corrente de recarga de uma célula de bateria de íon de lítio, em função do tempo. Considere uma célula de bateria inicialmente descarregada e que é carregada seguindo essa curva de corrente. A sua carga no final da recarga é de



- 3,3 C.
- 11880 C.
- 1200 C.
- 3300 C.

- 23 Unifei** O gráfico abaixo mostra como a corrente elétrica, no interior de um condutor metálico, varia com o tempo. Determine a carga elétrica que atravessa uma seção do condutor em 6 (seis) segundos.



- 24 Enem 2018** Alguns peixes, como o poraquê, a enguia-elétrica da Amazônia, podem produzir uma corrente elétrica quando se encontram em perigo. Um poraquê de 1 metro de comprimento, em perigo, produz uma corrente em torno de 2 amperes e uma voltagem de 600 volts. O quadro apresenta a potência aproximada de equipamentos elétricos.

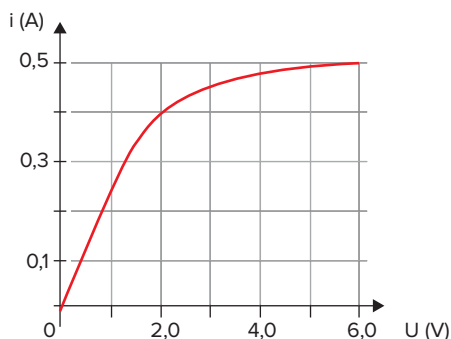
Equipamento elétrico	Potência aproximada (watt)
Exaustor	150
Computador	300
Aspirador de pó	600
Churrasqueira elétrica	1200
Secadora de roupas	3600

O equipamento elétrico que tem potência similar àquela produzida por esse peixe em perigo é o(a)

- A exaustor.  
 B computador.  
 C aspirador de pó.  
 D churrasqueira elétrica.  
 E secadora de roupas.
- 25 ITA** A casa de um certo professor de Física do ITA, em São José dos Campos, tem dois chuveiros elétricos que consomem 4,5 kW cada um. Ele quer trocar o disjuntor geral da caixa de força por um que permita o funcionamento dos dois chuveiros simultaneamente com um aquecedor elétrico (1,2 kW), um ferro elétrico (1,1 kW) e 7 lâmpadas comuns (incandescentes) de 100 W. Disjuntores são classificados pela corrente máxima que permitem passar. Considerando que a tensão da cidade seja de 220 V, o disjuntor de menor corrente máxima que permitirá o consumo desejado é então de:
- A 30 A                      C 50 A                      E 80 A  
 B 40 A                      D 60 A

- 26 Cesgranrio** Se uma lâmpada de 100 W permanecer ligada durante dez horas, quantos kWh consumirá de energia elétrica?

- 27 Famerp 2020** O gráfico mostra a intensidade da corrente elétrica que percorre o filamento de uma pequena lâmpada incandescente em função da diferença de potencial aplicada entre seus terminais.



A potência elétrica dissipada pelo filamento dessa lâmpada, quando ele é percorrido por uma corrente elétrica de intensidade 0,4 A, é

- A 5,00 W.  
 B 0,68 W.  
 C 3,20 W.  
 D 0,20 W.  
 E 0,80 W.

- 28 Fuvest 2017** Na bateria de um telefone celular e em seu carregador, estão registradas as seguintes especificações:

**BATERIA**  
 1650 mAh  
 3,7 V  
 6,1 Wh

**CARREGADOR**  
 Entrada AC: 100 — 240 V  
 50 — 60 Hz  
 0,2 A  
 Saída DC: 5 V; 1,3 A

Com a bateria sendo carregada em uma rede de 127 V, a potência máxima que o carregador pode fornecer e a carga máxima que pode ser armazenada na bateria são, respectivamente, próximas de

- A 25,4 W e 5940 C.  
 B 25,4 W e 4,8 C.  
 C 6,5 W e 21960 C.  
 D 6,5 W e 5940 C.  
 E 6,1 W e 4,8 C.

► **Note e adote:** AC: corrente alternada;  
 DC: corrente contínua.

- 29 UFU 2018** Relâmpagos são eventos elétricos, normalmente de curta duração, gerados a partir de nuvens carregadas que possuem potenciais elétricos com altos valores em relação à superfície da Terra e, durante a sua incidência, podem atingir elevados módulos de corrente elétrica. Um dado relâmpago tem a duração de 1 segundo, é gerado em uma nuvem que possui um potencial elétrico de 300 000 000 V em relação a terra, e atinge o solo com uma corrente elétrica média de 36 000 A.

Quantas lâmpadas, de 60 W cada, seriam mantidas acesas durante 10 minutos com a energia desse relâmpago?

- A  $3,0 \times 10^8$ .  
 B  $5,0 \times 10^5$ .  
 C  $6,0 \times 10^7$ .  
 D  $3,6 \times 10^4$ .

**30 UEG 2019** Quatro estudantes recém-aprovados no vestibular se mudam para um apartamento antigo, cuja tensão elétrica é de 110 V. Em sua primeira semana de aula resolvem fazer um lanche com os colegas e ligam ao mesmo tempo três aparelhos elétricos: uma torradeira de 770 W, uma cafeteira de 660 W e um forno elétrico de 1 320 W. Porém, ao ligarem todos os aparelhos juntos, o fusível de proteção do apartamento queimou, pois eles não sabiam que a corrente elétrica máxima suportada pelo fusível era de 20 A. Qual é o percentual de corrente a mais que fez o fusível queimar?

- A 30%                      C 20%                      E 10%  
 B 25%                      D 15%

**31 UEMG 2019** Para calcular o preço do consumo elétrico de seu banho, Roberta utiliza suas aulas de física para a realização dessa tarefa. Primeiramente, ela verifica que, no manual de instruções de seu chuveiro, a potência é de 5 000 W quando ligado em 127 V. Além disso, ela verifica em sua conta de energia que o preço de 1 kWh é igual a R\$ 0,70.

Supondo que Roberta tome um banho de 15 minutos por dia, assinale a alternativa que apresenta o custo aproximado de cada banho.

(Considere que o chuveiro esteja ligado corretamente em 127 V).

- A R\$ 0,47.                      C R\$ 0,88.  
 B R\$ 0,75.                      D R\$ 1,25.

**32 UFU 2019** Um circuito, utilizando um conjunto gerador de células fotovoltaicas e um resistor, é montado conforme mostra a Figura A. O gráfico da Figura B indica as curvas de Diferença De Potencial (DDP) em função da corrente elétrica do conjunto gerador de células fotovoltaicas e do resistor indicados na Figura A.

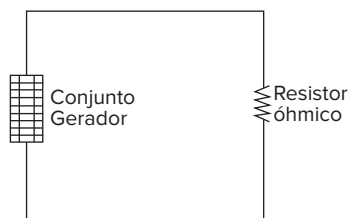


Figura A

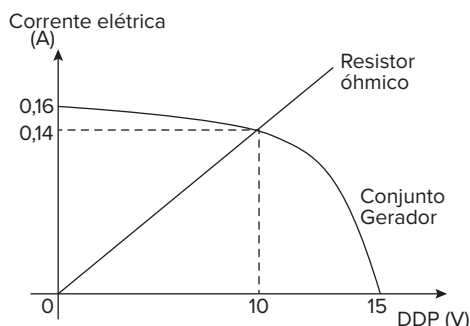


Figura B

Qual a potência que o conjunto gerador de células fotovoltaicas fornece ao resistor nas condições do circuito da Figura A?

- A 1,60 W.    B 0,21 W.    C 0,30 W.    D 1,40 W.

**33 Acafe 2019** O quadro abaixo apresenta algumas informações de uma fatura da conta de energia elétrica de uma residência por um período de 30 dias.

Concessionária de energia elétrica		Unidade consumidora XXXXXXXXXX	
Mês	Vencimento	Consumo faturado (kWh)	Valor (R\$)
09/2018	10/10/2018	375	297,89
Tensão da rede: 220V Frequência: 60 hz			
Dados da medição	Unidade de medida	Leitura atual	Leitura anterior
Consumo	kWh	1831	1456

Sabe-se que uma chaleira elétrica é utilizada todos os dias por quinze minutos e que a energia gasta por ela, em 30 dias, representa 2% do consumo de energia da casa.

A alternativa correta que apresenta o valor da potência dessa chaleira, em watt, é:

- A 1500    B 1200    C 1000    D 800

**34 Famema 2018** A tabela apresenta parte das informações contidas em uma conta de energia elétrica de determinada residência.

Consumo de energia mensal (kWh)	Vaor a ser pago pelo consumidor (R\$)
140	70,00

Considere que, nessa residência, 8 lâmpadas de 60 W fiquem acessas durante 4 horas por dia, durante um mês de 30 dias. O valor a ser pago por esse consumo será de

- A R\$ 28,80.    C R\$ 25,20.    E R\$ 3,60.  
 B R\$ 21,60.    D R\$ 14,40.

**35 UEG 2019** Visando economizar energia elétrica em sua casa, um estudante resolveu trocar todas as lâmpadas de gás, conhecidas como econômicas, por lâmpadas de LED. As características das lâmpadas de gás estão na tabela a seguir:

Quantidade de lâmpadas	Potência	Tempo que a lâmpada fica ligada por dia
4	40 W	5 h
2	20 W	4 h
1	15 W	1 h

Considerando que ele troque todas as lâmpadas por lâmpadas de LED de 10 W, sua economia diária, no consumo de energia, em kWh, será de

- A 0,975  
 B 0,290  
 C 0,450  
 D 0,685  
 E 1,265

**36 Fatec 2019** Em uma aula de laboratório de calorimetria, um aluno da Fatec precisa determinar o calor específico de um material desconhecido de massa 1,0 kg. Para isso, ele usa, por 1 min, um forno elétrico que opera em 220 V e 10 A. Após decorrido esse tempo, ele observa uma variação de temperatura de 220 °C. Considerando que o forno funciona de acordo com as características apresentadas, podemos afirmar que o calor específico determinado, em J/kg·K, foi de

► **Lembre que:**  $Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$

- A  $4,2 \times 10^3$       C  $6,0 \times 10^2$       E  $1,5 \times 10^2$   
 B  $8,4 \times 10^2$       D  $4,9 \times 10^2$

**37 Vunesp** Uma lâmpada incandescente (de filamento) apresenta em seu rótulo as seguintes especificações: 60 W e 120 V.

Determine:

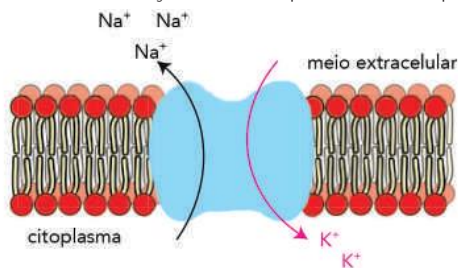
- a) a corrente elétrica  $I$  que deverá circular pela lâmpada, se ela for conectada a uma fonte de 120 V.  
 b) a resistência elétrica  $R$  apresentada pela lâmpada, supondo que ela esteja funcionando de acordo com as especificações.

**38 Uece 2019** USB é a sigla para Universal Serial Bus. Esta sigla se tornou bastante conhecida com a popularização de telefones celulares. Trata-se de uma tecnologia para conexão de dispositivos como teclados, impressoras, carregadores de celular, dentre outros. Pode-se usar a porta USB de um computador também como uma fonte de energia para ligar componentes eletrônicos como, por exemplo, um resistor. O padrão USB 2.0 fornece 5 V de tensão e até 500 mA de corrente. O menor valor de uma resistência, em ohms, que pode ser ligada de modo seguro em uma porta USB 2.0 é:

- A 0,01.      B 10.      C 2500.      D 100.

Utilize as informações a seguir para responder a questão **39**.

A produção e a transmissão do impulso nervoso nos neurônios têm origem no mecanismo da bomba de sódio-potássio. Esse mecanismo é responsável pelo transporte de íons  $\text{Na}^+$  para o meio extracelular e  $\text{K}^+$  para o interior da célula, gerando o sinal elétrico. A ilustração abaixo representa esse processo.



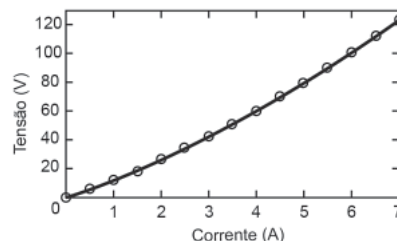
**39 Uerj 2020** O impulso nervoso, ou potencial de ação, é uma consequência da alteração brusca e rápida da diferença de potencial transmembrana dos neurônios. Admita que a diferença de potencial corresponde a 0,07 V e a intensidade da corrente estabelecida, a  $7,0 \times 10^{-6}$  A.

A ordem de grandeza da resistência elétrica dos neurônios, em ohms, equivale a:

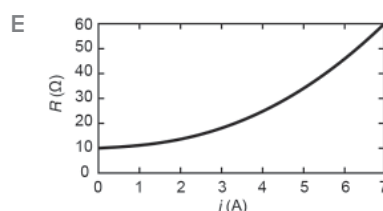
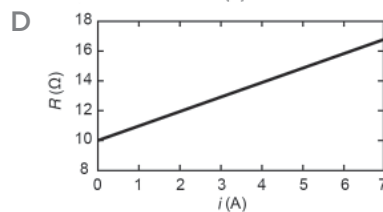
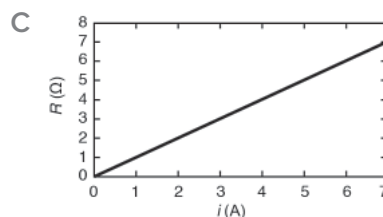
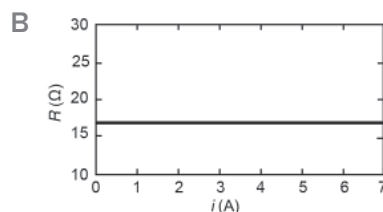
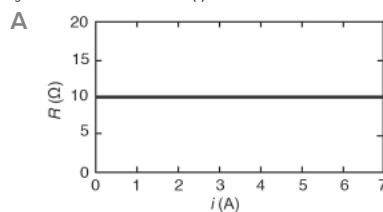
- A  $10^2$       B  $10^3$       C  $10^4$       D  $10^5$

- 40** Um determinado fio, submetido a uma diferença de potencial (ddp) de 220 volts, é percorrido por 120 coulombs em um intervalo de tempo de 30 s. Determine:  
 a) a corrente elétrica  $i$  que percorre o fio.  
 b) a resistência elétrica do fio.

**41 Enem 2018** Ao pesquisar um resistor feito de um novo tipo de material, um cientista observou o comportamento *versus* corrente.



Após a análise do gráfico, ele concluiu que a tensão em função da corrente é dada pela equação  $V = 10i + i^2$ . O gráfico da resistência elétrica ( $R$ ) do resistor em função da corrente ( $i$ ) é



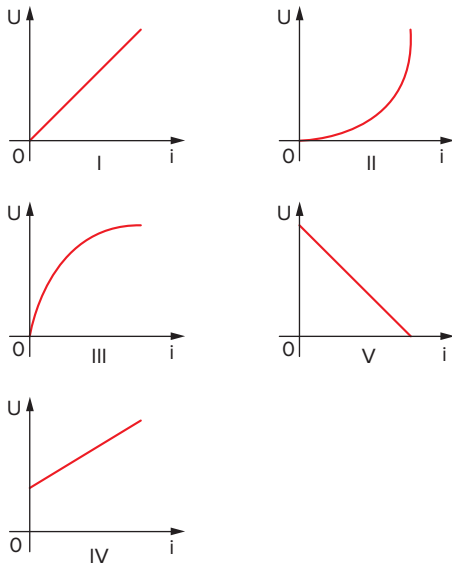
**42 Cesgranrio** A relação entre a tensão ( $V$ ) e a corrente elétrica ( $I$ ) num condutor, que obedece a lei de Ohm, pode ser expressa por:

- A  $V = k \cdot I$     D  $V = k/I$   
 B  $V = k \cdot I^2$                                         E  $V = k/I^2$   
 C  $V = k \cdot \frac{1}{I^2}$

**43 UFPR 2019** Um certo resistor dissipa uma potência de 1 W quando percorrido por uma corrente de 100 mA. Assinale a alternativa que expressa corretamente a tensão  $V$  aplicada a esse resistor quando percorrido por uma corrente de 50 mA.

- A 2,5 V.                                  C 7,5 V.                                  E 12 V.  
 B 5 V.                                     D 10 V.

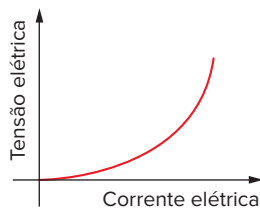
**44 PUC-Campinas** Considere os gráficos a seguir, que representam a tensão ( $U$ ) nos terminais de componentes elétricos em função da intensidade da corrente ( $i$ ) que os percorre.



Dentre esses gráficos, pode-se utilizar para representar componentes ôhmicos somente:

- A I.    C I, II e III.                                  E I, IV e V.  
 B I e IV.                                        D I, II e IV.

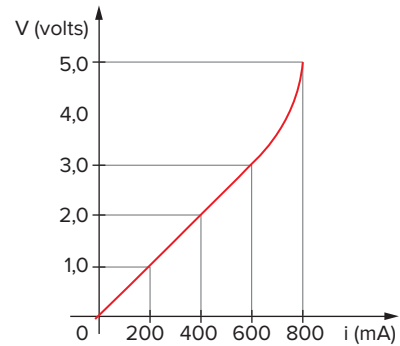
**45 UFMG** O gráfico a seguir mostra como varia a tensão elétrica em um resistor mantido a uma temperatura constante em função da corrente elétrica que passa por esse resistor.



Com base nas informações contidas no gráfico, é correto afirmar que:

- A a corrente elétrica no resistor é diretamente proporcional à tensão elétrica.  
 B a resistência elétrica do resistor aumenta quando a corrente elétrica aumenta.  
 C a resistência do resistor tem o mesmo valor qualquer que seja a tensão elétrica.  
 D dobrando-se a corrente elétrica através do resistor, a potência elétrica consumida quadruplica.  
 E o resistor é feito de um material que obedece a Lei de Ohm.

**46 UFSC** Um técnico eletricista, para obter as características de um determinado resistor, submete o mesmo a vários valores de diferença de potencial, obtendo as intensidades de corrente elétrica correspondentes. Com os valores obtidos, o técnico constrói o gráfico  $V \times i$  mostrado abaixo, concluindo que o gráfico caracteriza a maioria dos resistores reais.



Analise o gráfico e assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 A resistência desse resistor tende a aumentar com o seu aquecimento, devido ao aumento da corrente.  
 02 No trecho de 0 a 600 mA, o resistor é considerado ôhmico, pois o valor da resistência é constante.  
 04 No trecho de 600 mA até 800 mA, a relação  $R = \frac{V}{i}$  não pode ser aplicada, pois o resistor não é mais ôhmico.  
 08 Quando passa pelo resistor uma corrente de 800 mA, a resistência elétrica do mesmo é  $5 \Omega$ .  
 16 Se o técnico desejar construir um resistor de resistência igual a 5, utilizando um fio de níquel cromo ( $\rho = 1,5 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$ ) com área da secção reta de  $1,5 \text{ mm}^2$ , o comprimento deste fio deverá ter 5 m.  
 32 Quando a intensidade da corrente aumenta de 200 mA para 400 mA, a potência dissipada por efeito Joule no referido resistor duplica.

Soma:



## Energia na ponta dos dedos

Hamsters ajudam a enfrentar a crise energética mundial? Apesar do exagero, esses pequenos roedores, ao carregar minúsculos geradores de eletricidade, estão participando no desenvolvimento de novas formas de energia renovável.

Com o uso da mesma aplicação nanotecnológica, um grupo de cientistas do Instituto de Tecnologia da Geórgia, nos Estados Unidos, conseguiu produzir eletricidade a partir do bater dos dedos. A ideia é fazer com que celulares e *notebooks* possam ser alimentados pelo próprio movimento de apertar as teclas.

“Por meio da nanotecnologia, demonstramos formas de converter até mesmo energia biomecânica irregular em eletricidade. Podemos converter qualquer perturbação mecânica em energia elétrica”, disse Zhong Lin Wang, coordenador do estudo e um dos principais especialistas no mundo em nanotecnologia.

A nova demonstração de conversão de energia biomecânica em eletricidade foi descrita no periódico *Nano Letters*. O estudo demonstra que nanogeradores – que vêm sendo desenvolvidos por Wang e equipe desde 2005 – podem ser alimentados por movimentos mecânicos irregulares, como a vibração de cordas vocais ou a oscilação de uma bandeira ao vento, além do bater dos dedos ou da corrida de um hamster.

Segundo os autores do estudo, obter energia de baixa frequência representa uma importante conquista, justamente por conta de a energia biomecânica ser variável, diferentemente dos movimentos regulares usados atualmente para a geração de eletricidade em larga escala.

A energia do nanogerador é produzida por meio do efeito piezoelétrico, um fenômeno de acordo com o qual certos materiais – como fios de óxido de zinco – produzem cargas elétricas quando são dobrados e depois relaxados. Os fios usados no estudo têm entre 100 e 800 nanômetros

(bilionésimo de metro) em diâmetro e entre 100 e 500 micrômetros (milionésimo de metro) de largura.

Para construir os geradores, os cientistas encapsularam fios individuais de óxido de zinco em um polímero flexível. Os fios foram colocados com contatos elétricos em cada ponta e com uma barreira em um dos lados para controlar a corrente elétrica.

Em seguida, ligaram um dos geradores na junta de um dedo indicador e combinaram quatro em uma jaqueta que foi vestida por hamsters. A corrida do pequeno roedor e o movimento do dedo flexionaram o substrato no qual os nanofios foram encapsulados, produzindo minúsculas quantidades de uma corrente elétrica alternada.

Os quatro nanogeradores alimentados pelos movimentos do hamster produziram até 0,5 nanoampere e uma corrente menor resultou no único gerador no dedo.

Wang estima que, para alimentar um aparelho eletrônico portátil, como um telefone celular, serão precisos milhares desses nanogeradores de fio único, que poderiam ser montados em módulos tridimensionais.

Mas o mais importante foi a demonstração do potencial da tecnologia. Segundo o professor do Instituto de Tecnologia da Geórgia, tais módulos poderiam, por exemplo, ser implantados no corpo humano para acumular energia do movimento de fontes como músculos ou vasos sanguíneos.

A eletricidade resultante seria usada em dispositivos nanométricos para medir a pressão sanguínea ou outros sinais vitais. “Esse estudo mostra que podemos realmente usar movimentos animais ou humanos para gerar corrente para alimentar nanogeradores”, disse Wang.

O artigo “Converting biomechanical energy into electricity by a muscle-movement-driven nanogenerator”, de Zhong Lin Wang e outros, pode ser lido por assinantes da *Nano Letters* em <http://pubs.acs.org/journal/nalefd>.

Energia na ponta dos dedos. Agência Fapesp, 11 mar. 2009. Disponível em: <<http://www.ciencias.seed.pr.gov.br/modules/noticias/article.php?storyid=171>>. Acesso em: 14 ago. 2020.

## Resumindo

Até agora, detivemo-nos bastante nas características das cargas elétricas em equilíbrio e de corpos em equilíbrio eletrostático. Apesar da grande importância desses conceitos para o entendimento do resto do curso de eletricidade, o que está mais próximo do nosso dia a dia são as cargas em movimento: a corrente elétrica.

Quando se liga um aparelho na tomada, a diferença de potencial elétrico que é mantida pela central de distribuição de energia faz os portadores de cargas, os elétrons, movimentarem ordenadamente, gerando uma corrente elétrica; a energia desse movimento é então convertida em outros tipos

de energia, tais como luminosa, calorífica, sonora etc.

Os conceitos aprendidos até agora são muito importantes para que se entenda o que é a corrente elétrica, definida como:

$$i = \frac{|\Delta Q|}{\Delta t}$$

em que  $i$  é a corrente elétrica, medida em amperes,  $\Delta Q$  é o módulo da quantidade de carga que passa através da seção do condutor e  $\Delta t$  é o intervalo de tempo em que a carga passou.

## Quer saber mais?



Site

- **SABBATINI, Renato M. E.** A história da estimulação elétrica cerebral. *Revista Cérebro & Mente*, dez. 2003 a fev. 2004.

Disponível em: <[www.cerebromente.org.br/n18/history/stimulation\\_p.htm](http://www.cerebromente.org.br/n18/history/stimulation_p.htm)>. Acesso em: 14 ago. 2020.

## Exercícios complementares

**1 UCMG** Uma carga  $+q$  move-se numa circunferência de raio  $R$  com uma velocidade escalar  $v$ . A intensidade de corrente média em um ponto da circunferência é:

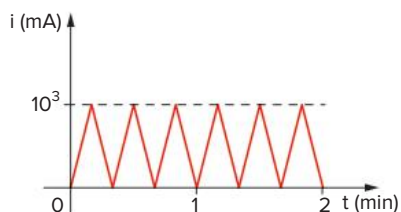
- A  $\frac{qR}{v}$     D  $\frac{2\pi qR}{v}$   
 B  $\frac{qv}{R}$     E  $2pqRv$   
 C  $\frac{qv}{2\pi R}$

**2 FCC** A que tipo de corrente elétrica, alternada ou contínua, estão associadas, respectivamente, as afirmações I, II e III abaixo?

- I. É adotada para transporte de energia elétrica a grandes distâncias, usando-se alta tensão para diminuir as perdas de energia elétrica.
- II. Permite armazenar energia elétrica em acumuladores, para posterior devolução à rede, em horas de alto consumo.
- III. É produzida em baterias de automóvel.

- A Alternada, contínua e contínua.  
 B Alternada, contínua e alternada.  
 C Alternada, alternada e contínua.  
 D Contínua, contínua e alternada.  
 E Contínua, alternada e contínua.

**3 PUC-SP** No interior de um condutor homogêneo, a intensidade da corrente elétrica varia com o tempo, como mostra o diagrama abaixo.



Pode-se afirmar que o valor médio da intensidade de corrente, entre os instantes 1 min e 2 min, é de:

- A  $\frac{1}{6}$  A    C 500 A    E 0,05 A  
 B  $\frac{10^3}{6}$  A    D 0,5 A

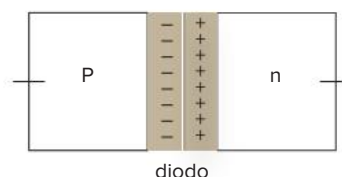
**4 UFMG** Estes circuitos representam uma pilha ligada a duas lâmpadas e uma chave interruptora.



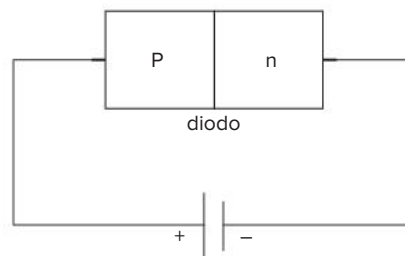
A alternativa que apresenta o(s) circuito(s) em que a ação da chave apaga ou acende as duas lâmpadas, simultaneamente, é:

- A I.  
 B II.  
 C III.  
 D I e II.  
 E I e III.

**5 Vunesp** A figura representa esquematicamente um diodo, dispositivo eletrônico formado pela junção de dois cristais semicondutores, um com excesso de portadores de carga positiva, denominado p, e outro com excesso de portadores de cargas negativas, denominado n.



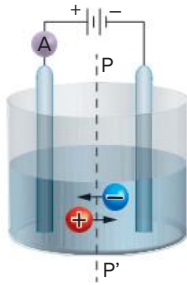
Junto à região de contato desses cristais, representada pela faixa sombreada, nota-se que, por difusão, parte dos portadores de carga positiva do cristal p passa para o cristal n e parte dos portadores de carga negativa passa do cristal n para o cristal p. Liga-se esse diodo a uma pilha, formando o circuito da figura a seguir.



Pode-se afirmar que, nessas condições, o diodo:

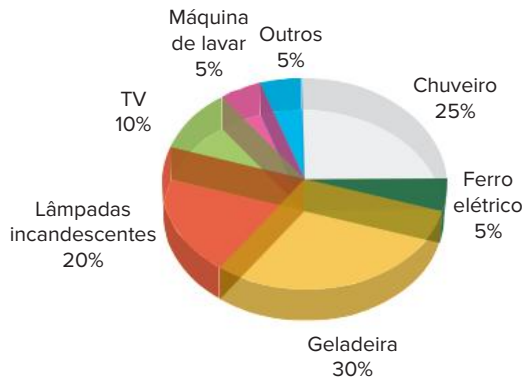
- A vai ser percorrido por uma corrente elétrica formada de portadores de carga negativa, no sentido de p para n, e de portadores de carga positiva, no sentido de n para p.
- B vai ser percorrido por uma corrente elétrica formada de portadores de carga negativa, no sentido de n para p, e de portadores de carga positiva, no sentido de p para n.
- C vai ser percorrido por uma corrente elétrica formada de portadores de cargas positiva e negativa no sentido de n para p.
- D vai ser percorrido por uma corrente elétrica formada de portadores de cargas positiva e negativa no sentido de p para n.
- E não será percorrido por nenhuma corrente elétrica em qualquer sentido.

- 6 **Vunesp** Suponha que num experimento de eletrólise, representado pela figura a seguir, 3 coulombs de carga positiva e 3 coulombs de carga negativa atravessem o plano PP' durante 1 segundo.



A corrente em amperes indicada pelo amperímetro A será:

- A 0  
B 1  
C 2  
D 3  
E 6
- 7 **Enem** A distribuição média, por tipo de equipamento, do consumo de energia elétrica nas residências no Brasil é apresentada no gráfico a seguir.



Como medida de economia, em uma residência com 4 moradores, o consumo mensal médio de energia elétrica foi reduzido para 300 kWh. Se essa residência obedece à distribuição dada no gráfico, e se nela há um chuveiro de 5000 W, pode-se concluir que o banho diário de cada morador passou a ter uma duração média, em minutos, de:

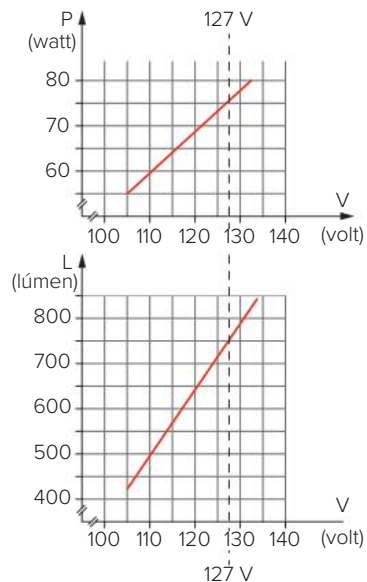
- A 2,5  
B 5,0  
C 7,5  
D 10,0  
E 12,0
- 8 **Unesp 2018** Em uma sala estão ligados um aparelho de ar condicionado, um televisor e duas lâmpadas idênticas, como mostra a figura. A tabela informa a potência e a diferença de potencial de funcionamento desses dispositivos.



(http://t3.gstatic.com)

Dispositivo	Potência (W)	DDP (V)
Ar-condicionado	1100	110
Televisor	44	110
Lâmpada	22	110

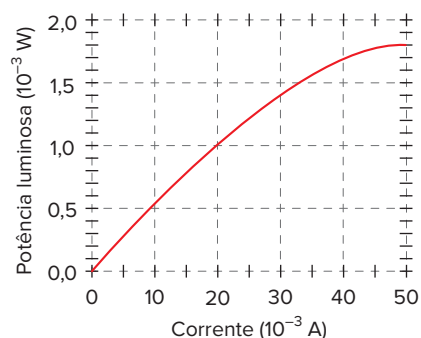
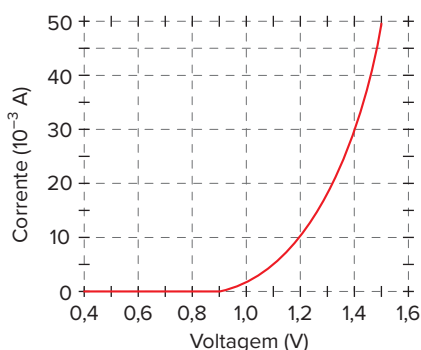
- a) Considerando o custo de 1 kWh igual a R\$ 0,30 e os dados da tabela, calcule, em reais, o custo total da energia elétrica consumida pelos quatro dispositivos em um período de 5,0 horas.
- b) Considerando que os dispositivos estejam associados em paralelo e funcionando conforme as especificações da tabela, calcule a intensidade da corrente elétrica total para esse conjunto, em amperes.
- 9 **Fuvest** Os gráficos, apresentados ao lado, caracterizam a potência  $P$ , em watt, e a luminosidade  $L$ , em lúmen, em função da tensão, para uma lâmpada incandescente. Para iluminar um salão, um especialista programou utilizar 80 dessas lâmpadas, supondo que a tensão disponível no local seria de 127 V. Entretanto, ao iniciar-se a instalação, verificou-se que a tensão no local era de 110 V. Foi necessário, portanto, um novo projeto, de forma a manter a mesma luminosidade no salão, com lâmpadas desse mesmo tipo.



Para esse novo projeto, determine:

- o número  $N$  de lâmpadas a serem utilizadas.
- a potência adicional  $P_A$ , em watts, a ser consumida pelo novo conjunto de lâmpadas, em relação à que seria consumida no projeto inicial.

- 10 Unicamp** Um LED (do inglês *Light Emitting Diode*) é um dispositivo semicondutor para emitir luz. Sua potência depende da corrente elétrica que passa através desse dispositivo, controlada pela voltagem aplicada. Os gráficos abaixo representam as características operacionais de um LED com comprimento de onda na região do infravermelho, usado em controles remotos.



- Qual é a potência elétrica do diodo, quando uma tensão de 1,2 V é aplicada?
- Qual é a potência de saída (potência elétrica transformada em luz) para essa voltagem? Qual é a eficiência do dispositivo?
- Qual é a eficiência do dispositivo sob uma tensão de 1,5 V?

- 11 UEL 2018** Em 1947 (portanto, há exatos 70 anos), foi criado o primeiro transistor pelos cientistas John Bardeen e Walter H. Brattain, nos laboratórios da Bell Telephone, nos Estados Unidos. Hoje, estes dispositivos são a base dos componentes que executam as funções lógicas nos mais diversos equipamentos eletrônicos, como o caixa eletrônico de bancos, o sistema de injeção eletrônica de automóveis, os computadores e os *smartphones*. Um transistor do tipo bipolar de junção é representado pelo símbolo da Figura 1, onde são indicados os três terminais do dispositivo, a Base, o Emissor e o Coletor.

Figura 1

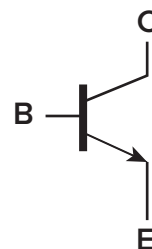
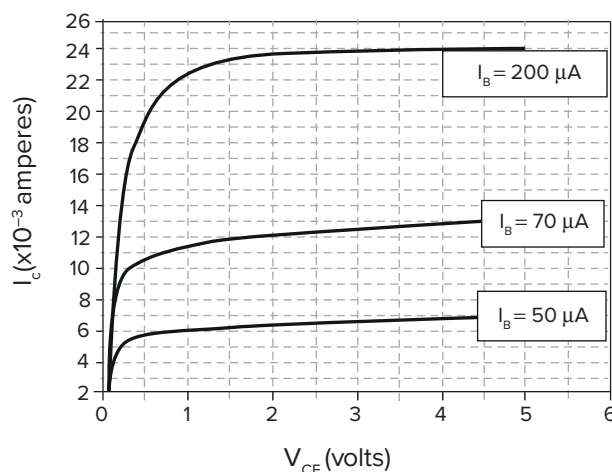


Figura 2



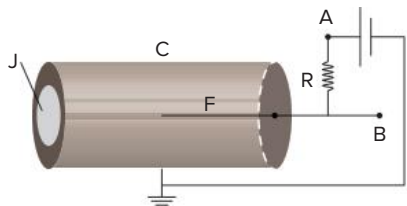
No gráfico da Figura 2, são dadas as curvas características desse transistor (na configuração de emissor comum). Nesse gráfico, a corrente elétrica  $I_C$  no coletor, estabelecida pela ddp  $V_{CE}$  aplicada entre os terminais do coletor e do emissor, é controlada pelo valor da corrente elétrica  $I_B$  aplicada ao terminal da base.

Considerando que a corrente na base é de  $I_B = 200 \mu\text{A}$ , obtenha a resistência elétrica entre o coletor e o emissor do transistor quando a ddp  $V_{CE} = 0,5 \text{ V}$ .

Justifique sua resposta, apresentando os cálculos envolvidos na resolução desta questão.

- 12 Fuvest** A figura representa uma câmara fechada  $C$ , de parede cilíndrica de material condutor, ligada a terra. Em uma de suas extremidades, há uma película  $J$ , de pequena espessura, que pode ser atravessada por partículas. Coincidente com o eixo da câmara, há um fio condutor  $F$  mantido em potencial positivo em relação a terra. O cilindro está preenchido com um gás de tal forma que partículas alfa, que penetram em  $C$ , através de  $J$ , colidem com moléculas do gás podendo arrancar elétrons das mesmas. Neste processo, são formados íons positivos e igual número de elétrons livres que se dirigem, respectivamente, para  $C$  e para  $F$ . O número de pares elétron-ion formados é proporcional à energia depositada na câmara pelas partículas alfa, sendo que, para cada 30 eV de energia perdida por uma partícula alfa, um par é criado. Analise a situação em que um número  $n = 2 \cdot 10^4$  partículas alfa, cada uma com energia cinética igual a 4,5 MeV,

penetram em C, a cada segundo, e lá perdem toda a sua energia cinética. Considerando que apenas essas partículas criam os pares elétron-ion, determine:



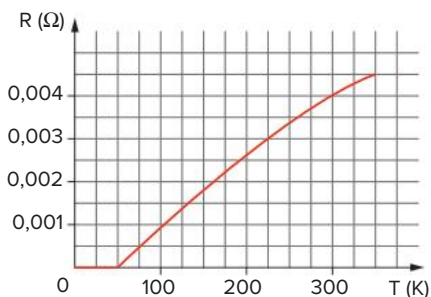
- **Note e adote:** 1) A carga de um elétron é  $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$   
 2) elétron-volt (eV) é uma unidade de energia  
 3)  $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$

- a) o número N de elétrons livres produzidos na câmara C a cada segundo.  
 b) a diferença de potencial V entre os pontos A e B da figura, sendo a resistência  $R = 5 \cdot 10^7 \Omega$ .

**13 UFJF 2019** Durante uma viagem, você compra um chuveiro elétrico com especificação na embalagem de 220 V e 7000 W. Ao chegar em casa, após a instalação, você percebe que sua rede elétrica fornece apenas 127 V. Em relação ao funcionamento do chuveiro instalado em 220 V, se você ligá-lo na potência máxima e em 127 V:

- A o chuveiro irá queimar, e a água sairá fria.  
 B a água sairá aquecida à mesma temperatura.  
 C a água sairá aquecida, porém, mais fria.  
 D a água sairá aquecida, porém, mais quente.  
 E o chuveiro não irá funcionar, e a água sairá fria.

**14 Fuvest** O gráfico adiante representa o comportamento da resistência de um fio condutor em função da temperatura em K. O fato de o valor da resistência ficar desprezível abaixo de uma certa temperatura caracteriza o fenômeno da supercondutividade. Pretende-se usar o fio na construção de uma linha de transmissão de energia elétrica em corrente contínua. À temperatura ambiente de 300 K a linha seria percorrida por uma corrente de 1000 A, com uma certa perda de energia na linha. Qual seria o valor da corrente na linha, com a mesma perda de energia, se a temperatura do fio fosse baixada para 100 K?

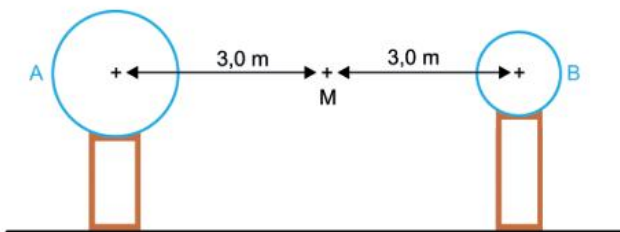


- A 500 A                      C 2000 A                      E 4000 A  
 B 1000 A                     D 3000 A

**15 Fuvest 2019** Um chuveiro elétrico que funciona em 220 V possui uma chave que comuta entre as posições “verão” e “inverno”. Na posição “verão”, a sua resistência elétrica tem o valor  $22 \Omega$ , enquanto na posição “inverno” é  $11 \Omega$ . Considerando que na posição “verão” o aumento de temperatura da água, pelo chuveiro, é  $5^\circ \text{C}$ , para o mesmo fluxo de água, a variação de temperatura, na posição “inverno”, em  $^\circ \text{C}$ , é

- A 2,5  
 B 5,0  
 C 10,0  
 D 15,0  
 E 20,0

**16 Famerp 2019** Duas esferas metálicas de dimensões diferentes, situadas no ar, são eletrizadas e colocadas sobre suportes isolantes com seus centros distando 6,0 metros entre si. As esferas são unidas com um fio condutor até que atinjam o equilíbrio eletrostático, situação em que a esfera A fica eletrizada com carga positiva de valor  $8,0 \times 10^{-8} \text{ C}$  e a esfera B com carga também positiva de valor  $5,0 \times 10^{-8} \text{ C}$ .



- a) Considerando que, para atingir o equilíbrio,  $2,0 \times 10^{11}$  elétrons foram transferidos entre as esferas, que a carga de cada elétron é, em módulo,  $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$  e que o processo durou  $4,0 \times 10^{-6}$  segundos, calcule a intensidade média da corrente elétrica, em amperes, que percorreu o condutor nesse intervalo de tempo.  
 b) Considerando a constante eletrostática do ar igual a  $9,0 \times 10^9 \text{ (N}\cdot\text{m}^2)/\text{C}^2$ , calcule a intensidade do campo elétrico, em N/C, resultante da ação das cargas elétricas das duas esferas no ponto M.





## FRENTE 3

### CAPÍTULO

# 1

## Termometria

Corpos com temperatura acima do zero absoluto (0 K ou  $-273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) emitem radiação no infravermelho. Técnicas de termografia permitem que a temperatura superficial de um corpo seja observada. Com uma câmera de infravermelho, pode-se obter uma imagem térmica que mostra os padrões de distribuição de temperatura em uma estrutura física. As regiões mais frias aparecem mais escuras e as mais quentes, mais iluminadas.

## Introdução

A preocupação do homem em compreender os conceitos relacionados ao calor vem desde a era do fogo (há aproximadamente 12 mil anos), pois o homem, ao descobrir o fogo como forma de cozer a carne e abrigar-se do desconforto térmico nas noites frias, na verdade, estava tratando, mesmo sem saber, dos conceitos envolvidos com calor, temperatura e equilíbrio térmico.

As sensações de frio e quente são muito relativas; pessoas das regiões Sul e Norte do Brasil podem ter sensações diferentes do clima de uma cidade localizada no Sudeste do nosso país. Uma ducha morna pode gerar sensações distintas para uma pessoa que saiu de uma sauna a vapor e para uma pessoa que saiu de uma piscina com água gelada.

Criar uma grandeza física que pudesse representar e concretizar um conceito de quente e de frio foi uma tarefa inicialmente desenvolvida pelos gregos, há mais de dois mil anos. Entretanto, foi a partir do século XVIII que o homem conseguiu realmente mensurar essa grandeza e parametrizá-la.

## Grandezas

### Macro × Micro

Na Física, podemos efetuar a medida de dois tipos de grandeza: as macroscópicas e as microscópicas. Com uma boa aproximação, podemos afirmar que as grandezas macroscópicas podem ser percebidas pelos nossos sentidos, por exemplo: o comprimento de uma barra, o volume de um líquido, a massa de um corpo.

Já as grandezas microscópicas exigem um estudo mais aprofundado a respeito da constituição da matéria e de sua estrutura molecular e, conseqüentemente, devem ser medidas de forma indireta.

## Temperatura

A temperatura não pode ser medida como uma grandeza macroscópica, pois, dessa forma, recairíamos na subjetividade do “quente e frio”. Para perceber o que estamos falando, basta lembrar como nossa mãe procedia quando suspeitava que tínhamos febre. Ela simplesmente colocava a mão espalmada em nossa testa e já determinava se estávamos ou não com febre. Nessa situação, a grandeza foi medida de forma subjetiva, por comparação, o que não pode ser admitido como ciência.

### Afinal de contas, o que é temperatura?

Todos os corpos são constituídos de matéria, e essa matéria é, aproximadamente, constituída de pequenas partículas, átomos, moléculas ou íons, que podemos representar por esferinhas, conforme a figura 1.

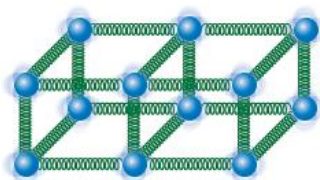


Fig. 1 Representação esquemática das partículas em vibração que constituem um corpo.

As partículas constituintes da matéria estão em constante vibração, que vamos entender como agitação térmica. Quanto maior a agitação térmica, maior será a temperatura do corpo, e quanto menor for a agitação térmica, menor será a temperatura do corpo. Isso quer dizer que a agitação térmica e a temperatura são grandezas diretamente proporcionais.

### ! Atenção

Temperatura é uma medida do nível de agitação térmica das partículas, ou medida do nível de energia térmica, por partícula, de um corpo ou de um sistema físico.

A medição da temperatura é feita de forma indireta. Experimentalmente, verifica-se que determinados corpos apresentam características físicas que podem se alterar à medida que a agitação térmica das partículas constituintes da matéria se altera, como:

- o comprimento de uma barra;
- o volume de um líquido;
- a resistência elétrica de um condutor;
- a pressão de um gás.

Através da medida de uma dessas grandezas, podemos mensurar a temperatura de um dado corpo. Nesse caso, teremos uma grandeza termométrica.

A **termometria** é a parte da Física, mais propriamente dito da **termologia**, que estuda a medição da temperatura através de processos indiretos, ou seja, tem por objetivo mensurar um número a cada estado térmico de um corpo e, conseqüentemente, permitir comparações entre estados térmicos distintos.

### ! Atenção

Se dois corpos estão com a mesma agitação térmica, estão com a mesma temperatura e, se estiverem com agitações térmicas distintas, estarão com temperaturas distintas.

## Equilíbrio térmico

Quando dois corpos,  $C_1$  com temperatura  $T_1$  e  $C_2$  com temperatura  $T_2$  igual a  $T_1$ , estão em contato térmico, diz-se que estão em equilíbrio térmico.

Equilíbrio térmico entre dois corpos significa que eles possuem o mesmo estado de agitação das partículas.

### Princípio zero da termodinâmica

Se dois corpos,  $C_1$  e  $C_2$ , estão em equilíbrio térmico com um terceiro corpo,  $C_3$ , então  $C_1$  e  $C_2$  também estão em equilíbrio térmico entre si.

## Calor

Ao contrário do que muitos pensam, **calor** e **temperatura** não são grandezas equivalentes. Temperatura, como vimos anteriormente, é uma medida de agitação das partículas; portanto, um corpo tem determinada temperatura. Entretanto, um corpo não possui calor, pois calor é uma forma de energia em trânsito que só existe quando dois corpos em diferentes temperaturas interagem de forma térmica.

**Calor é energia térmica em trânsito que se desloca do corpo de maior temperatura para o corpo de menor temperatura.** Podemos dizer que calor é um fluxo de energia com sentido único e obrigatório.

É importante lembrar que, mesmo que um corpo extenso esteja com suas extremidades em temperaturas diferentes, ele não possuirá calor, mas existirá um fluxo de calor entre suas extremidades até que a diferença de temperatura desapareça e, conseqüentemente, nenhuma parte do corpo tenha maior ou menor temperatura em relação à outra. Calor só existe enquanto o equilíbrio térmico não é estabelecido. Observe a figura 2.

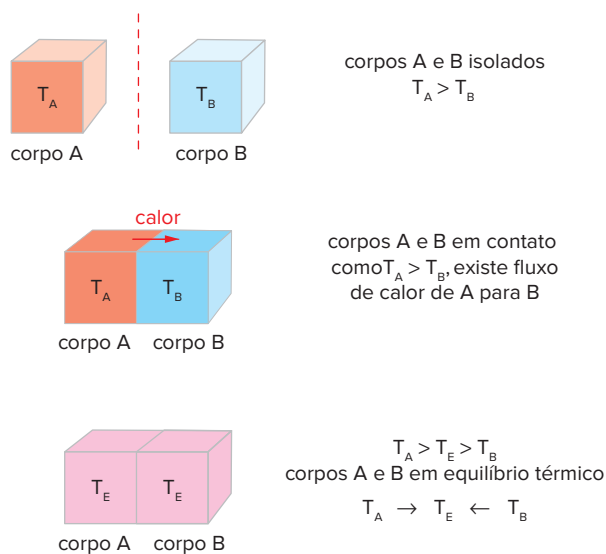


Fig. 2 Fluxo de calor levando ao equilíbrio térmico.

Com base nesses conceitos, faz sentido dizer que há um frioquinho entrando pelo vão da janela?

## Equação termométrica

Uma equação termométrica é uma forma de atribuímos a cada estado térmico, relativo a uma grandeza termométrica, um valor de temperatura. Assim podemos graduar, através de uma propriedade variável com a temperatura, valores fixos para a temperatura de um determinado corpo.

Consideremos uma grandeza  $G$  cujo valor se altera com a mudança do estado térmico. A cada valor de grandeza  $G_1, G_2, \dots, G_n$  associa-se um valor de temperatura  $T_1, T_2, \dots, T_n$ .

A relação  $G = f(T)$ , que relaciona a cada valor de propriedade termométrica um único valor de temperatura, é chamada equação termométrica.

### Atenção

Uma equação termométrica dá origem a uma escala de temperatura.

## Pontos fixos

Para estabelecermos uma equação termométrica e, conseqüentemente, uma escala de temperatura, devemos escolher dois ou mais estados térmicos **perfeitamente definidos** e de **exata reprodução**, denominados pontos fixos.

Considere o gráfico a seguir (Fig. 3), em que representamos uma relação entre uma grandeza termométrica e a temperatura. Observe que, desta forma, você tem, para cada valor de temperatura, um único valor da grandeza termométrica e vice-versa.

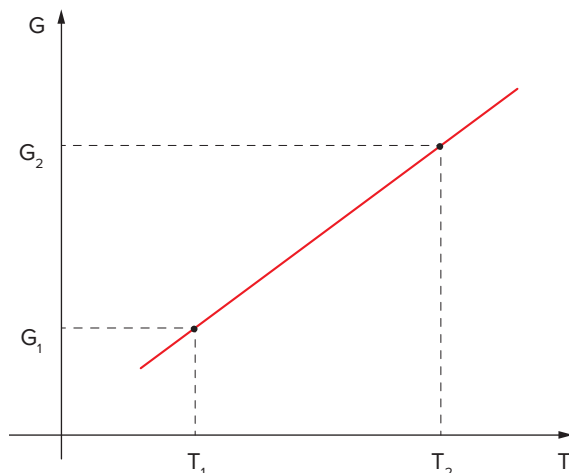


Fig. 3 Grandeza termométrica  $\times$  agitação térmica (temperatura),  $G_1 \neq G_2 \Leftrightarrow T_1 \neq T_2$ .

Você deve estar se perguntando se a relação grandeza  $\times$  temperatura deve, obrigatoriamente, ser uma relação linear (equação do 1º grau). A resposta é não. Entretanto, é conveniente a escolha de uma equação termométrica linear, pois nesse caso são necessários apenas dois pontos,  $(G_1, T_1)$  e  $(G_2, T_2)$ , para estabelecer uma relação. É dessa forma que foram estabelecidas as duas principais escalas de temperatura utilizadas atualmente.

## Pontos fixos fundamentais

Como foi dito, os pontos devem ser perfeitamente definidos; para isso, em 1742, o sueco Anders Celsius (1701-1744) definiu para a substância pura água, sob pressão normal, os pontos fixos fundamentais.

- Ponto gelo (PG): Gelo fundente, isto é, gelo em equilíbrio térmico com água líquida.
- Ponto vapor (PV): Água em ebulição, isto é, vapor em equilíbrio térmico com água líquida.

Dessa forma, podemos atribuir valores arbitrários para os pontos fixos e, por essa razão, podemos criar várias escalas de temperatura diferentes entre si, denominadas escalas relativas de temperatura.

## Escalas relativas de temperatura

Atualmente, existem duas escalas relativas utilizadas amplamente pelo mundo. São elas:

### Escala Celsius

Tem por pontos fixos fundamentais, para  $P = 1 \text{ atm}$ :

- Ponto gelo:  $0 \text{ }^\circ\text{C}$
- Ponto vapor:  $100 \text{ }^\circ\text{C}$

Conseqüentemente, existem 100 divisões entre os pontos gelo e vapor. Dessa forma, o grau Celsius é a variação de  $\frac{1}{100}$  do intervalo entre os pontos fixos.



## Escala Fahrenheit

A escala Fahrenheit foi construída, em 1727, por Daniel G. Fahrenheit (1686-1736). Ele utilizou como ponto fixo inferior uma mistura de água, gelo e sal, para a qual ele atribuiu o valor zero, e como ponto fixo superior a temperatura do corpo humano, para a qual ele atribuiu o valor cem. Consequentemente, cada parte ou fração inteira dessa escala é denominada grau Fahrenheit ( $^{\circ}\text{F}$ ). Ao traçar o paralelo com a escala Celsius, obtemos os pontos fixos fundamentais.

- Ponto gelo:  $32^{\circ}\text{F}$
- Ponto vapor:  $212^{\circ}\text{F}$

Para  $P = 1 \text{ atm}$ .

Portanto, existem 180 divisões entre os pontos gelo e vapor. Dessa forma, o grau Fahrenheit é a variação de  $\frac{1}{180}$  do intervalo entre os pontos fixos.

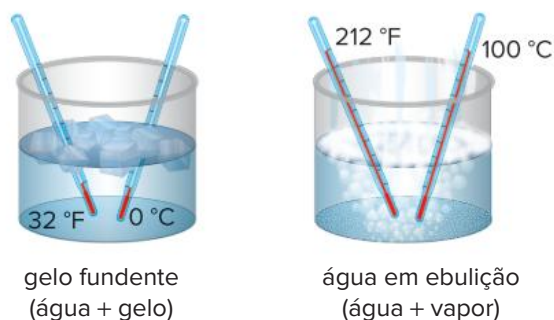


Fig. 4 Situações físicas definidas possuem valores numéricos diferentes para escalas de temperatura diferentes.

Na figura 4, temos gelo fundente e água em ebulição à pressão atmosférica normal ( $P = 1 \text{ atm}$ ).

### Atenção

Pressão normal:

- $1 \text{ atm}$
- $760 \text{ mmHg}$
- $10^5 \text{ Pa}$
- $10 \text{ mca}$  (metros de coluna de água)

Obs.: valores aproximadamente equivalentes.

## Escala absoluta de temperatura

Escala absoluta de temperatura é uma escala baseada no zero absoluto. Mas o que é zero absoluto? Pois bem, vamos falar sobre os limites inferiores e superiores da agitação das partículas que constituem um dado corpo. O limite superior é difícil de imaginar, e a própria ciência tem dificuldade em afirmar se há um limite superior para a vibração das partículas, isto é, quanto mais energia elas possuírem, mais agitadas vão ficar. Entretanto, o limite inferior é claro, basta as partículas não se agitarem, isto é, ficarem paradas. O ponto de zero absoluto é um estado térmico de zero agitação molecular, isto é, as partículas não possuem energia de vibração.

A escala absoluta do Sistema Internacional de Unidades (SI) é a escala Kelvin, que possui seu zero em aproximadamente  $-273,15^{\circ}\text{C}$  e como unidade a mesma variação na escala Celsius.

### Atenção

Você está habituado aos nomes “grau Celsius”, “grau Fahrenheit” etc. Nesses nomes, a palavra “grau” indica um intervalo de temperatura. Na escala Kelvin, a palavra “Kelvin” corresponde a um intervalo de temperatura, de modo que não se utiliza a palavra “grau” entre o valor numérico e a unidade.

William Thomson (1824-1907), homenageado com o título de Lord Kelvin, ao estudar o comportamento dos gases considerados ideais (assunto que será estudado no capítulo 6 deste livro), observou que o volume ocupado por determinada amostra de gás aumentava com a elevação da temperatura, quando se mantinha a pressão constante. Lord Kelvin, em seus experimentos, utilizou as escalas disponíveis na época, entre elas a escala Celsius.

No gráfico da figura 5, observa-se que, com o aumento da temperatura em  $^{\circ}\text{C}$ , para determinada pressão constante, há um aumento proporcional do volume.

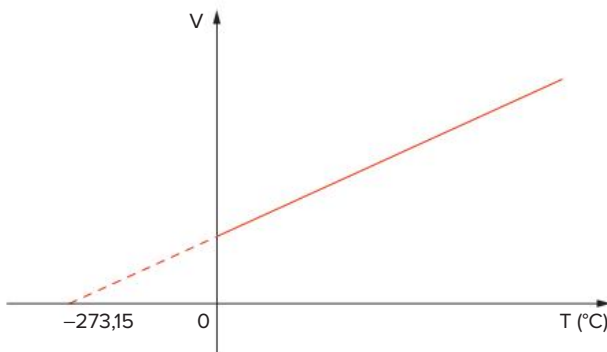


Fig. 5 Variação do volume e da temperatura para um gás ideal a  $P = \text{cte}$ .

Consequentemente, à medida que a temperatura diminui, o volume ocupado pelo gás é reduzido. Para um volume teórico igual a zero, zero agitação molecular, temos o zero absoluto, que na escala Celsius corresponde a  $-273,15^{\circ}\text{C}$ .

Teoricamente, uma vez que não se pode obter uma agitação menor do que a nula, define-se a menor temperatura possível como **zero absoluto**.

**Observação:** Ao longo deste capítulo, trabalharemos com o valor aproximado de  $-273^{\circ}\text{C}$  para o zero absoluto.

## Comparação entre as escalas de temperatura

Observe que as escalas, tanto relativas quanto absolutas, simplesmente são escalas que fornecem números a estados termicamente definidos; portanto, o que “menos importa” é o número associado ao estado, mas sim o estado físico em si. Entretanto, as relações entre as três escalas mais importantes tornam-se necessárias.

Na figura 6, há três escalas com seus respectivos valores em dois pontos fixos: ponto gelo e ponto vapor.

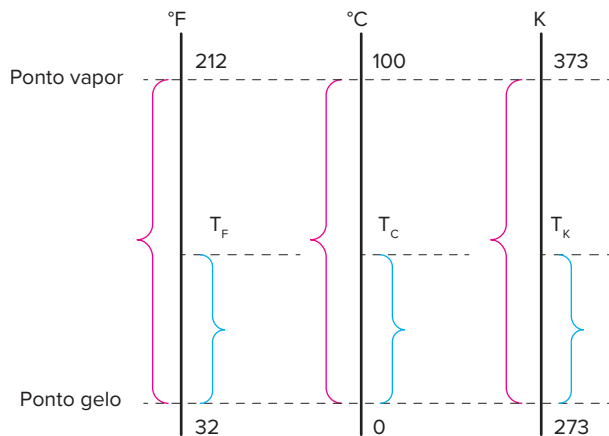


Fig. 6 Relação entre as principais escalas de temperatura.

Com a utilização do teorema de Tales, vemos que:

$$\frac{T_F - 32}{212 - 32} = \frac{T_C - 0}{100 - 0} = \frac{T_K - 273}{373 - 273} \Rightarrow$$

$$\frac{T_F - 32}{180} = \frac{T_C}{100} = \frac{T_K - 273}{100} \Rightarrow$$

$$\frac{T_F - 32}{9} = \frac{T_C}{5} = \frac{T_K - 273}{5}$$

### Relação entre °C e °F

A expressão que nos dá a relação entre essas escalas pode ser simplificada, dividindo-se o denominador por 20. Obtemos, então:

$$\frac{T_F - 32}{9} = \frac{T_C}{5}$$

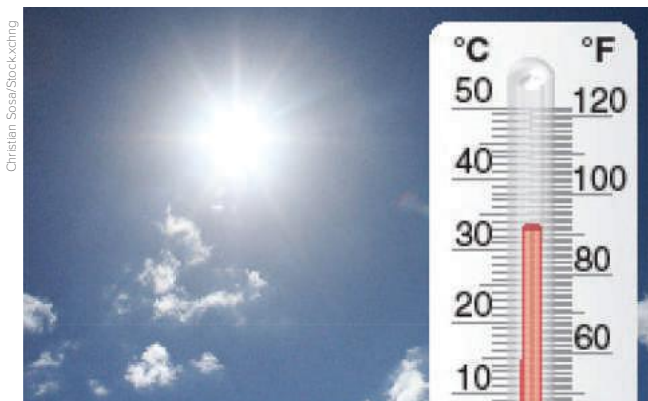


Fig. 7 Relação entre as escalas Celsius e Fahrenheit em um termômetro.

### Relação entre °C e K

A expressão que nos dá a relação entre essas escalas pode ser simplificada, dividindo-se o denominador por 100. Obtemos, então:

$$T_C = T_K - 273 \quad \text{ou} \quad T_K = T_C + 273$$

Observe que, se considerarmos apenas a variação de temperatura nas escalas Celsius, Fahrenheit e Kelvin, temos:

$$\frac{\Delta T_C}{100} = \frac{\Delta T_F}{180} = \frac{\Delta T_K}{100} \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta T_C}{5} = \frac{\Delta T_F}{9} = \frac{\Delta T_K}{5} \Rightarrow \begin{cases} \Delta T_F = 1,8 \Delta T_C \\ \Delta T_C = \Delta T_K \end{cases}$$

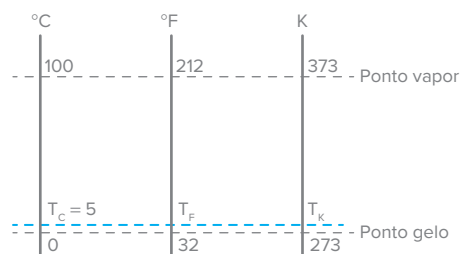
## Exercício resolvido

1 Em um dia de sol, um aluno resolve tomar um refrigerante. Vai até a geladeira e retira uma latinha que estava a 5 °C.

- Qual a temperatura nas escalas Fahrenheit e Kelvin?
- Se o aluno, antes de abrir o refrigerante, o deixar em cima de uma mesa até que a temperatura atinja 30 °C, qual será a variação de temperatura do refrigerante nas escalas Celsius, Fahrenheit e Kelvin?

### Resolução:

- Considere a seguinte relação entre as escalas de temperatura:



Dessa relação, podemos concluir que:

$$\text{I. } \frac{T_F - 32}{212 - 32} = \frac{T_C - 0}{100 - 0} \Rightarrow \frac{T_F - 32}{180} = \frac{T_C}{100} \Rightarrow$$

$$\frac{T_F - 32}{9} = \frac{T_C}{5} \Rightarrow \frac{T_F - 32}{9} = \frac{5}{5} \Rightarrow T_F - 32 = 9$$

$$T_F = 41 \text{ °F}$$

$$\text{II. } \frac{T_K - 273}{373 - 273} = \frac{T_C - 0}{100 - 0} \Rightarrow \frac{T_K - 273}{100} = \frac{T_C}{100} \Rightarrow$$

$$T_K - 273 = T_C = 5 \Rightarrow T_K = 278 \text{ K}$$

- A variação de temperatura na escala Celsius é dada por:

$$\Delta T_C = T_{\text{final}} - T_{\text{inicial}}$$

$$\Delta T_C = 30 - 5$$

$$\Delta T_C = 25 \text{ °C}$$

Na escala Fahrenheit, temos:

$$\frac{\Delta T_C}{5} = \frac{\Delta T_F}{9} \Rightarrow \frac{25}{5} = \frac{\Delta T_F}{9} \Rightarrow$$

$$\Delta T_F = 45 \text{ °F}$$

Na escala Kelvin, temos:

$$\Delta T_K = \Delta T_C \Rightarrow \Delta T_K = 25 \text{ K}$$



## Termômetro

### Termômetro de mercúrio

Nesse termômetro, a propriedade termométrica é a altura da coluna de líquido em um capilar. Mas por que utilizar mercúrio?

Eis as razões:

- o mercúrio se dilata uniformemente com a temperatura e se apresenta no estado líquido em um amplo intervalo térmico cujos extremos são  $-38\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $360\text{ }^{\circ}\text{C}$ ;
- pode ser obtido em excelente estado de pureza;
- é opaco e tem cor contrastante com a do vidro, o que facilita a leitura;
- o mercúrio não molha o vidro, isto é, não deixa resíduos aderentes no vidro, de modo que a massa de mercúrio que participa das medições permanece constante, podendo-se dotar o instrumento de uma escala que permita a leitura direta da temperatura.

### Termômetro clínico

É importante conhecer um dos tipos especiais de termômetro de mercúrio, chamado de termômetro clínico, dada a sua frequente utilização na vida diária.

O termômetro clínico se destina a indicar a temperatura do corpo humano e, por isso, sua graduação compreende apenas o intervalo entre  $35\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $43\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Nas proximidades do bulbo, o capilar apresenta um estrangulamento. Quando a temperatura aumenta, o mercúrio

se dilata, atravessando o estrangulamento. Atingida a temperatura máxima, o mercúrio tende a se contrair, ocorrendo então o rompimento da coluna de mercúrio na altura do estrangulamento.

Fica, assim, no capilar, a coluna de mercúrio que corresponde à temperatura máxima atingida, mesmo que o termômetro seja afastado do sistema cuja temperatura está sendo determinada.

Portanto, o termômetro clínico é um **termômetro de máximo**. Para forçar a volta do mercúrio ao bulbo, basta imprimir ao termômetro um movimento rápido, provocando a passagem do mercúrio pelo estrangulamento.

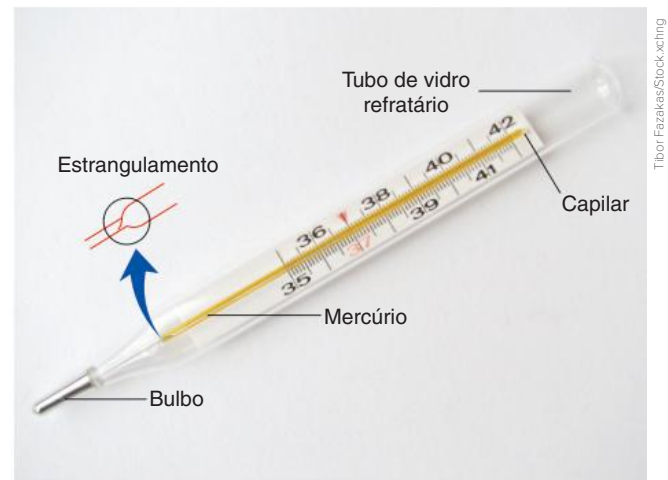


Fig. 8 Esquema simplificado de um termômetro clínico.

## Revisando

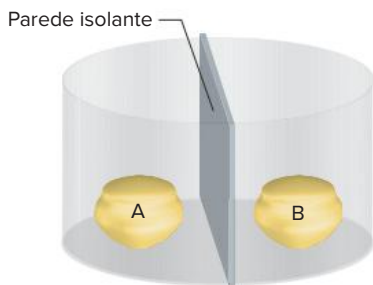
- Qual é a temperatura em que as indicações das escalas Celsius e Fahrenheit assumem valores iguais?
- Qual a temperatura cuja indicação na escala Fahrenheit supera em 100 unidades a correspondente indicação da escala Celsius?

- 3** Responda:
- a) Um corpo sofre um aquecimento de  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Se esse aquecimento fosse acompanhado pela escala Fahrenheit, qual seria a variação nessa escala?
  - b) Um corpo sofre um aquecimento de  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Se esse aquecimento fosse acompanhado pela escala Kelvin, qual seria a variação nessa escala?

- 4 UnirG 2017** O Brasil é reconhecidamente um país de contrastes. Entre eles podemos apontar a variação de temperatura das capitais brasileiras. Palmas, por exemplo, atingiu, em 1<sup>o</sup> de julho de 1998, a temperatura de  $13\text{ }^{\circ}\text{C}$  e, em 19 de setembro de 2013, a temperatura de  $42\text{ }^{\circ}\text{C}$  (com sensação térmica de  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ ). Na escala Kelvin, a variação da temperatura na capital do Tocantins, entre os dois registros realizados, corresponde a:
- A  $13\text{ K}$
  - B  $29\text{ K}$
  - C  $42\text{ K}$
  - D  $50\text{ K}$

## Exercícios propostos

- 1 PUC-Campinas** Um termoscópio é um aparelho que indica variações numa propriedade que é função da temperatura. Por exemplo, a resistência elétrica de um fio aumenta com o aumento da temperatura. Dois corpos, A e B, são colocados num recipiente de paredes adiabáticas, separados por outra parede isolante.



Um termoscópio de resistência elétrica é colocado em contato com o corpo A. Após estabilização, a leitura do termoscópio é 40,0. Colocado, a seguir, em contato com o corpo B, o mostrador do termoscópio indica também 40,0.

Retirando a parede divisória e colocando o termoscópio em contato com A e B, a sua indicação deverá ser:

- A 10,0  
B 20,0  
C 40,0  
D 80,0  
E 160
- 2 Unifesp** Quando se mede a temperatura do corpo humano com um termômetro clínico de mercúrio em vidro, procura-se colocar o bulbo do termômetro em contato direto com regiões mais próximas do interior do corpo e manter o termômetro assim, durante algum tempo, antes de fazer a leitura. Esses dois procedimentos são necessários porque:
- A o equilíbrio térmico só é possível quando há contato direto entre dois corpos e porque demanda sempre algum tempo para que a troca de calor entre o corpo humano e o termômetro se efetive.  
B é preciso reduzir a interferência da pele, órgão que regula a temperatura interna do corpo, e porque demanda sempre algum tempo para que a troca de calor entre o corpo humano e o termômetro se efetive.  
C o equilíbrio térmico só é possível quando há contato direto entre dois corpos e porque é preciso evitar a interferência do calor específico médio do corpo humano.  
D é preciso reduzir a interferência da pele, órgão que regula a temperatura interna do corpo, e porque o calor específico médio do corpo humano é muito menor que o do mercúrio e do vidro.  
E o equilíbrio térmico só é possível quando há contato direto entre dois corpos e porque é preciso reduzir a interferência da pele, órgão que regula a temperatura interna do corpo.

- 3 UEPB (Adapt.)** No fim do século XVIII, Benjamin Thompson, engenheiro americano exilado na Inglaterra (país onde recebeu o título de Conde Rumford), realizou os primeiros experimentos convincentes sobre a natureza do calor, mas estes só seriam levados a sério em meados do século XIX, principalmente pelas contribuições de Julius Robert von Mayer (1814-1878), James Prescott Joule (1818-1889), e outros, que vieram corroborar com a teoria do calor. Assim, Conde Rumford escreveu:

Foi por acaso que me vi levado a realizar as experiências que vou relatar agora. Estando ocupado, ultimamente, em supervisionar a perfuração de canhões nas oficinas do arsenal militar de Munich, chamou-me a atenção o elevado grau de aquecimento de um canhão de bronze, atingido em tempos muito curtos, durante o processo de perfuração; bem como a temperatura ainda mais alta (acima do ponto de ebulição da água, conforme verifiquei) das aparas metálicas removidas pela perfuração.

A partir das experiências realizadas sobre a natureza do calor, somos naturalmente levados a refletir sobre a grande questão que tem sido objeto de tantas especulações filosóficas:

O que é calor? Existe alguma coisa que possamos chamar de calórico? Calor e temperatura são a mesma coisa? Etc.

Acerca do assunto tratado no texto acima, atualmente, com base na Teoria do Calor, analise as proposições a seguir, escrevendo V ou F, conforme sejam Verdadeiras ou Falsas, respectivamente.

- Se o trabalho físico pode ser convertido em calor, então o calor é uma característica do corpo.  
 O calor é um fluido invisível chamado calórico.  
 O equivalente mecânico da caloria nos dá a taxa de conversão entre energia mecânica e calor.  
 Temperatura é a quantidade de calor existente em um corpo. O calor contribui para a variação de temperatura dos corpos.  
 Quando o calor de um corpo aumenta, suas partículas se movem rapidamente e sua temperatura fica maior, isto é, ao elevar-se, o corpo esquenta e dilata.

Assinale a alternativa que corresponde à sequência correta.

- A V, V, F, F, V  
B F, V, F, V, F  
C V, V, F, F, F  
D F, F, V, F, F  
E V, F, V, V, V
- 4 Cesgranrio** Qualquer indicação na escala absoluta de temperaturas é:
- A sempre inferior ao zero absoluto.  
B sempre igual ao zero absoluto.  
C nunca superior ao zero absoluto.  
D sempre superior ao zero absoluto.  
E sempre negativa.

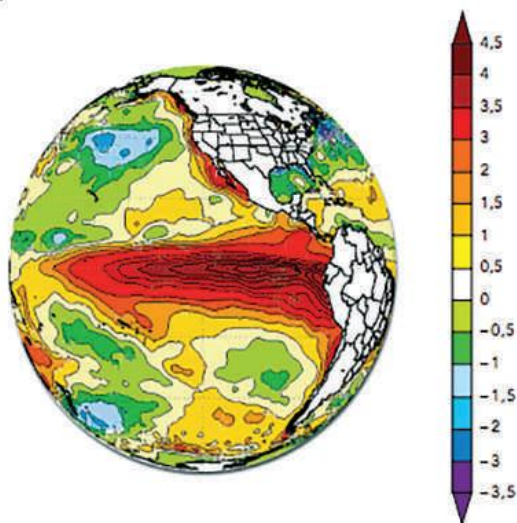
**5 UFPR 2017** Vários turistas frequentemente têm tido a oportunidade de viajar para países que utilizam a escala Fahrenheit como referência para medidas da temperatura. Considerando-se que quando um termômetro graduado na escala Fahrenheit assinala 32 °F, essa temperatura corresponde ao ponto de gelo, e quando assinala 212 °F, trata-se do ponto de vapor. Em um desses países, um turista observou que um termômetro assinalava temperatura de 74,3 °F. Assinale a alternativa que apresenta a temperatura, na escala Celsius, correspondente à temperatura observada pelo turista.

- A 12,2 °C.
- B 18,7 °C.
- C 23,5 °C.
- D 30 °C.
- E 33,5 °C.

**6 Unaerp** Com respeito a temperatura, assinale a afirmativa mais correta.

- A A escala Celsius é utilizada em todos os países do mundo e é uma escala absoluta. A escala Kelvin só é usada em alguns países por isso é relativa.
- B A Kelvin é uma escala absoluta, pois trata do estado de agitação das moléculas, e é usada em quase todos os países do mundo.
- C A escala Celsius é uma escala relativa e representa, realmente, a agitação das moléculas.
- D As escalas Celsius e Kelvin referem-se ao mesmo tipo de medida e só diferem-se de um valor constante e igual a 373.

**7 Uerj 2015** No mapa abaixo, está representada a variação média da temperatura dos oceanos em um determinado mês do ano. Ao lado, encontra-se a escala, em graus Celsius, utilizada para a elaboração do mapa.



Adaptado de enos.cptec.inpe.br.

Determine, em graus Kelvin, o módulo da variação entre a maior e a menor temperatura da escala apresentada.

**8 Uema 2015**

[...] Ainda existem discordâncias sobre o local ideal para mensurar a temperatura corporal. Pode ser axilar, bucal, timpânico, esofágico, nasofaríngeo, vesical e retal. Os locais habitualmente mensurados são

- Axilar: temperatura normal encontra-se entre 35,5 a 37,0°C, com média de 36,0 a 36,5°C.
- Bucal: temperatura normal encontra-se entre 36,0 a 37,4°C.
- Retal: temperatura normal encontra-se entre 36,0 a 37,5°C.

Fonte: Disponível em: <[http://fisiologia.med.up.pt/Textos\\_Apoio/outros/Termorreg.pdf](http://fisiologia.med.up.pt/Textos_Apoio/outros/Termorreg.pdf)>. Acesso em: 10 jun. 2014. (adaptado)

Transformando esses valores para escala Kelvin, a temperatura normal, na região bucal, encontra-se entre:

- A 308,0 a 311,5
- B 308,5 a 310,0
- C 309,0 a 310,4
- D 309,0 a 310,5
- E 310,2 a 310,4

**9 Mackenzie** Os termômetros são instrumentos utilizados para efetuarmos medidas de temperaturas. Os mais comuns se baseiam na variação de volume sofrida por um líquido considerado ideal, contido num tubo de vidro cuja dilatação é desprezada.

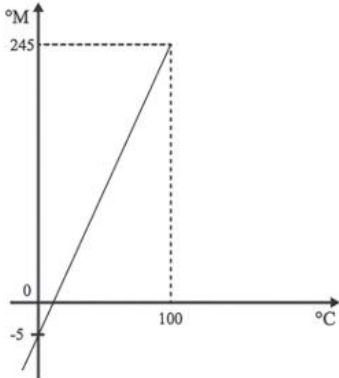
Num termômetro em que se utiliza Hg, mercúrio, vemos que a coluna desse líquido “sobe” cerca de 2,7 cm para um aquecimento de 3,6 °C. Se a escala termométrica fosse a Fahrenheit, para um aquecimento de 3,6 °F, a coluna de mercúrio “subiria”:

- A 11,8 cm
- B 3,6 cm
- C 2,7 cm
- D 1,8 cm
- E 1,5 cm

**10 Cefet-PR** Quatro amigos preparam-se para ir a quatro diferentes regiões do planeta (A, B, C e D), e pesquisando na internet descobrem que no mês em que vão viajar a temperatura média nestas regiões é, em graus Fahrenheit, de, respectivamente, 10 °F, 20 °F, 30 °F e 40 °F. Para fazerem suas respectivas malas, podemos dizer que a melhor opção para eles é que, preferencialmente:

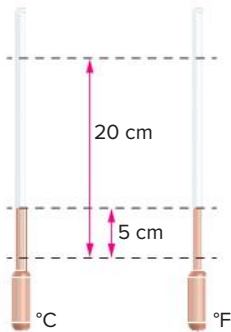
- A todos levem roupas para frio.
- B os três primeiros levem roupas para frio e o quarto leve roupas para calor.
- C os dois primeiros levem roupas para frio e os dois últimos levem roupas para calor.
- D o primeiro leve roupas para frio e os três últimos levem roupas para calor.
- E todos levem roupas para calor.

- 11 **Mackenzie 2020** Uma escala de temperatura foi criada e batizada com o nome "Escala Mackenzie (°M)". Como parâmetros, foram atribuídas as temperaturas de  $-5\text{ }^\circ\text{M}$  e  $245\text{ }^\circ\text{M}$  para os pontos de fusão e ebulição da água a nível do mar, respectivamente. A situação descrita acima pode ser observada a partir do gráfico abaixo, que relaciona a escala Mackenzie com a escala Celsius.



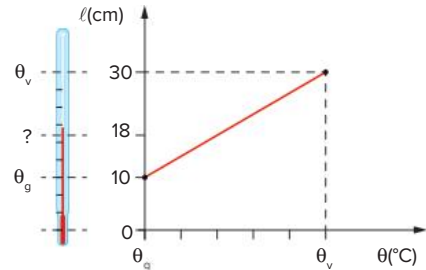
A temperatura, na escala Celsius ( $^\circ\text{C}$ ), que corresponde a  $45\text{ }^\circ\text{M}$  é de

- A 10  
B 20  
C 30  
D 35  
E 15
- 12 **UFBA** As indicações para os pontos de fusão do gelo e de ebulição da água sob pressão normal de dois termômetros, um na escala Celsius e outro na escala Fahrenheit, distam 20 cm, conforme a figura. A 5 cm do ponto de fusão do gelo, os termômetros registram temperaturas iguais a:



- A  $25\text{ }^\circ\text{C}$  e  $77\text{ }^\circ\text{F}$   
B  $20\text{ }^\circ\text{C}$  e  $40\text{ }^\circ\text{F}$   
C  $20\text{ }^\circ\text{C}$  e  $45\text{ }^\circ\text{F}$   
D  $25\text{ }^\circ\text{C}$  e  $45\text{ }^\circ\text{F}$   
E  $25\text{ }^\circ\text{C}$  e  $53\text{ }^\circ\text{F}$
- 13 **Cesgranrio** Com o objetivo de recalibrar um velho termômetro com a escala totalmente apagada, um estudante o coloca em equilíbrio térmico, primeiro, com gelo fundente e, depois, com água em ebulição sob pressão atmosférica normal. Em cada caso, ele anota a altura atingida pela coluna de mercúrio: 10,0 cm e 30,0 cm, respectivamente, medida sempre a partir do centro do bulbo. A seguir, ele espera que o

termômetro entre em equilíbrio térmico com o laboratório e verifica que, nesta situação, a altura da coluna de mercúrio é de 18,0 cm. Qual a temperatura do laboratório na escala Celsius deste termômetro?



- A  $20\text{ }^\circ\text{C}$   
B  $30\text{ }^\circ\text{C}$   
C  $40\text{ }^\circ\text{C}$   
D  $50\text{ }^\circ\text{C}$   
E  $60\text{ }^\circ\text{C}$
- 14 **ITA** Ao tomar a temperatura de um paciente, um médico só dispunha de um termômetro graduado em graus Fahrenheit. Para se precaver, ele fez, antes, alguns cálculos e marcou no termômetro a temperatura correspondente a  $42\text{ }^\circ\text{C}$  (temperatura crítica do corpo humano). Em que posição da escala do seu termômetro ele marcou essa temperatura?
- A 106,2  
B 107,6  
C 102,6  
D 180,0  
E 104,4

- 15 **Mackenzie** Deseja-se graduar um termômetro X na escala Celsius. Feita a graduação verificou-se que:
- a) quando o termômetro foi colocado no gelo fundente ele marcava  $-0,5\text{ }^\circ\text{C}$  e,
- b) quando colocado no vapor de água em ebulição ele marcava  $101,5\text{ }^\circ\text{C}$ .
- Deduzir uma expressão que permita colocar na escala Celsius a temperatura lida no termômetro X.

- 16 **UFRGS** Qual das substâncias da tabela é a mais indicada para substância termométrica em um termômetro cuja escala permita leituras entre  $-50\text{ }^\circ\text{C}$  e  $50\text{ }^\circ\text{C}$ ?

Substância	Ponto de fusão ( $^\circ$ )	Ponto de ebulição ( $^\circ$ )
Água	0	100
Éter	-114	34,5
Mercúrio	-39	357
Álcool	-114	78,3
Parafina	60	300

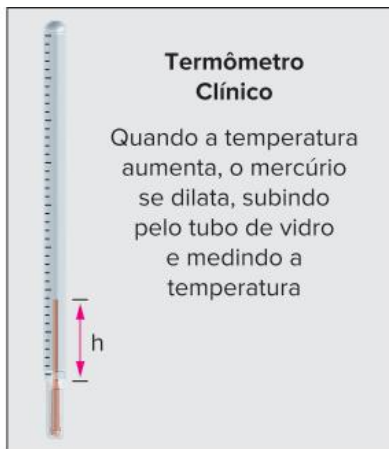
(\*) em  $^\circ\text{C}$  e à pressão atmosférica normal.

- A água.  
B éter.  
C mercúrio.  
D álcool.  
E parafina.



- 17 UEPB A avaliação da temperatura do corpo humano é de grande importância na Medicina, pois em muitas doenças ocorrem sua variação. Quando a temperatura corporal aumenta além de  $37\text{ }^{\circ}\text{C}$  (que pode ser considerado em valor médio normal), dizemos que a pessoa está com febre ou hipertermia. Há também situações de anormalidade em que a temperatura diminui abaixo de  $37\text{ }^{\circ}\text{C}$ , caracterizando uma hipotermia.

E.R. Junior. *Os Fundamentos da Física*. 8 ed., v. 2. São Paulo: Moderna, 2003, p. 11.



Um médico inglês mede a temperatura de um paciente com suspeita de infecções e obtém em seu termômetro clínico o valor de  $104,0\text{ }^{\circ}\text{F}$  (grau Fahrenheit). Tem ele motivo de preocupação com o paciente? Com o auxílio do texto acima, assinale a alternativa correta:

- A Sim, pois corresponde a  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ .  
B Não, pois corresponde a  $36\text{ }^{\circ}\text{C}$ .  
C Sim, pois corresponde a  $311\text{ K}$ .  
D Sim, pois corresponde a  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ .  
E Sim, pois corresponde a  $308\text{ K}$ .

- 18 Um estudante de Física adquiriu em uma loja um termômetro graduado na escala Celsius. Chegando em casa procurou verificar sua exatidão. Observou que no gelo fundente ele assinalava  $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$  e no ponto de vapor  $103\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Determine:
- a) a equação de correção determinada pelo estudante, para esse termômetro.  
b) a indicação desse termômetro quando colocado em um líquido a  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ .  
c) a indicação desse termômetro que não requer correção.

- 19 PUC-GO 2020 A falta de conscientização das pessoas vem intensificando o aquecimento global. Como consequência desse fenômeno, atividades humanas estão sendo impactadas. Em Ontário, no Canadá, por exemplo, um efeito aparentemente paradoxal desse fenômeno fez com que a temperatura despencasse para o extremo de  $58\text{ }^{\circ}\text{F}$ . Em consequência, escolas e o comércio foram fechados temporariamente. Marque a alternativa que corresponde corretamente ao valor desse extremo de temperatura nas escalas Celsius e Kelvin:
- A  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $250\text{ K}$ .                      C  $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $246\text{ K}$ .  
B  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $227\text{ K}$ .                      D  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $223\text{ K}$ .

## Textos complementares

### Radiador no bico

Há alguns séculos, os cientistas levantam hipóteses sobre a utilidade do grande bico dos tucanos. Finalmente, o enigma pode estar resolvido: o bico funciona como um eficiente radiador, que controla o calor do corpo do animal conforme suas necessidades.

A descoberta foi realizada por cientistas da Universidade Estadual Paulista (Unesp) e da Universidade Brock, no Canadá, em estudo publicado na edição de 24 de julho de 2009 da revista *Science*.

Os cientistas monitoraram tucanos da espécie *Ramphastos toco* em um equipamento de termografia infravermelha, enquanto os pássaros eram expostos a diferentes temperaturas. Conforme o ambiente esquentava ou esfriava, a temperatura da superfície do bico mudava rapidamente.

O estudo foi feito por Glenn Tattersall, da Universidade Brock, Denis Andrade e Augusto Abe, do Departamento de Zoologia do Instituto de Biociências de Rio Claro (SP), da Unesp. Abe é coordenador do Instituto Nacional de Pesquisas em Fisiologia Comparada, um projeto temático financiado pela Fapesp em parceria com o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Segundo Andrade, o tucano utiliza o bico para regular a quantidade de calor trocada com o ambiente. Essa função, no entanto, nunca havia sido proposta até agora.

“Em uma situação de frio, o tucano pode diminuir o fluxo sanguíneo para o bico e conservar o calor no corpo. Em uma situação de calor, o fluxo é aumentado e o bico fica mais quente, facilitando a perda de calor do corpo do animal para o ambiente”, disse Andrade à Agência Fapesp.



Fig. 9 Presença de vasos sanguíneos no bico de um tucano.

De acordo com o professor da Unesp, o experimento realizado foi relativamente simples. “Os animais foram colocados em uma câmara climática cuja temperatura pode ser manipulada. Para monitorar a variação de temperatura, usamos uma câmera de infravermelho, que permite detectar a temperatura superficial do objeto em seu interior, fornecendo uma imagem térmica com riqueza de detalhes muito grande”, disse Andrade.

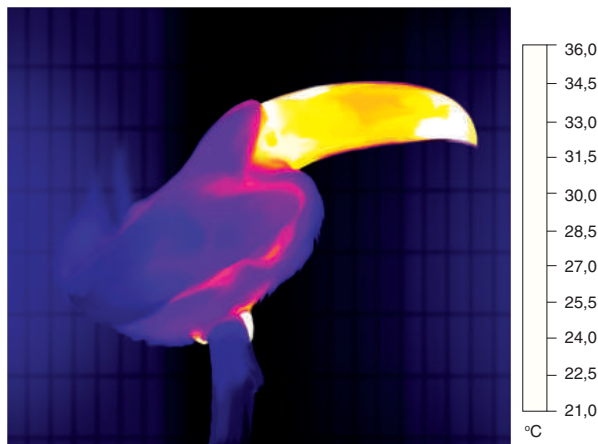


Fig. 10 Imagem térmica da superfície do bico de um tucano.

No estudo, os pesquisadores observaram que a temperatura da superfície do bico mudava rapidamente conforme o ambiente esquentava ou esfriava. Durante o pôr do sol, enquanto os pássaros preparavam-se para dormir, os bicos esfriavam cerca de 10 °C em questão de minutos. Foram utilizados na pesquisa quatro animais adultos e dois filhotes com dois meses de idade. Um total de 110 horas de dados de vídeo foram coletados para a análise, sendo cerca de seis horas de dados obtidos por tucano a cada dia.

O bico do tucano, segundo o estudo, tem características singulares no mundo animal, formando cerca de um terço do comprimento total do corpo do pássaro. É o bico mais comprido em relação ao tamanho do corpo entre todas as aves existentes. Diversas hipóteses sobre a utilização do bico já haviam sido levantadas, como o uso para atrair companheiros ou para comer determinadas frutas.

“O bico tem todas as características de uma janela térmica, como a grande superfície, a boa vascularização e a ausência de isolamento térmico. É até surpreendente que ninguém tenha levantado antes essa hipótese”, disse Andrade. Outros exemplos de janelas térmicas, segundo ele, são as barrigas de cães e as orelhas de elefantes e lebres.

De acordo com Andrade, especula-se que outros pássaros também poderiam utilizar o bico para a regulação da temperatura corporal. “Há evidências de que três espécies de patos e marrecos utilizem o bico para regular o calor. Mas o tamanho do bico do tucano faz com que esse procedimento seja muito eficiente para ele”, disse.

Segundo o pesquisador, os pássaros não suam. Como os cães, eles ofegam quando a temperatura aumenta demais. “Quando a temperatura sobe, o tucano começa a jogar o calor fora pelo bico. Se aumentar acima de certo ponto, ele abre o bico e começa a ofegar”, explicou.

O artigo *Heat Exchange from the Toucan Bill Reveals a Controllable Vascular Thermal Radiator*, de Glenn Tattersall, Denis Andrade e Augusto Abe, pode ser lido por assinantes da *Science* em [www.sciencemag.org](http://www.sciencemag.org).

Fábio de Castro. Agência Fapesp, 24 jul. de 2009.  
Disponível em: <[www.agencia.fapesp.br/materia/10812/especiais/radiador-no-bico.htm](http://www.agencia.fapesp.br/materia/10812/especiais/radiador-no-bico.htm)>.

## Galileu Galilei

Galileu Galilei (1564-1642) foi talvez o primeiro pensador a se preocupar com a metodologia do conhecimento, sendo assim considerado o precursor dos Fundamentos da Física moderna. No campo da termologia, Galileu desenvolveu o primeiro termoscópio, sendo atribuído a ele a descoberta do termômetro como o concebemos hoje.

Você estudará mais adiante em seu curso de Física que, no campo da óptica, Galileu aperfeiçoou o telescópio, com o qual descobriu as quatro luas de Júpiter. Inventou, ainda, o microscópio, a luneta astronômica e aperfeiçoou a “Teoria Heliocêntrica”, defendida por Copérnico, colocando o Sol como centro do universo. Isso foi fundamental para o posicionamento do homem na medida de si mesmo, princípio maior do Renascimento. Por suas ideias, que entravam em choque com os dogmas da Igreja, Galileu Galilei foi julgado e condenado.

Galileu foi contemporâneo a um dos grandes nomes da literatura mundial, Shakespeare, e na literatura portuguesa dividiu sua época com Padre Vieira. No ano de sua morte, nasceu Isaac Newton.



Fig. 11 Termoscópio de Galileu, 1592.

## Resumindo

As **grandezas macroscópicas**, como comprimento, volume e massa, podem ser percebidas pelos nossos sentidos, ao contrário das **grandezas microscópicas**, como a temperatura, que exigem o estudo da constituição e estrutura da matéria e devem ser medidas indiretamente.

O nível de agitação térmica das partículas é medido pela **temperatura**, cuja alteração pode resultar em mudanças em algumas características físicas dos corpos. Corpos com partículas com o mesmo estado de agitação estão em **equilíbrio térmico**; logo, como determina o **princípio zero da termodinâmica**: se dois corpos estão em equilíbrio térmico com um terceiro corpo, eles também estão em equilíbrio térmico entre si, ou seja, dois corpos estão em equilíbrio térmico quando têm a mesma temperatura.

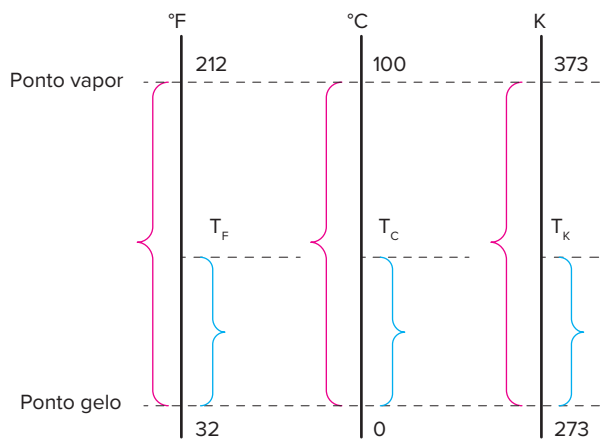
A energia térmica que se desloca do corpo de maior temperatura para o corpo de menor temperatura é denominada **calor**, um fluxo de energia com sentido único e obrigatório que só existe enquanto o equilíbrio térmico não é estabelecido.

A relação entre uma grandeza, cujo valor se altera com a mudança do estado térmico e um valor de temperatura  $T$ , pode ser expressa pela **equação termométrica**, que dá origem a uma escala de temperatura.

As escalas de temperatura mais utilizadas são as **escalas relativas Celsius e Fahrenheit** e a **escala absoluta Kelvin**, com os seguintes pontos fixos fundamentais:

Escala de temperatura	Ponto gelo	Ponto vapor
Celsius	0 °C	100 °C
Fahrenheit	32 °F	212 °F
Kelvin	273 K	373 K

A relação entre essas três escalas é:



$$\frac{T_C}{5} = \frac{T_F - 32}{9} = \frac{T_K - 273}{5}$$
$$\frac{\Delta T_C}{5} = \frac{\Delta T_F}{9} = \frac{\Delta T_K}{5} \Rightarrow \begin{cases} \Delta T_C = \Delta T_K \\ \Delta T_F = 1,8 \cdot \Delta T_C \end{cases}$$

### Quer saber mais?



#### Artigo

- PIRES, Denise Prazeres Lopes *et al.* "Do termoscópio ao termômetro digital: quatro séculos de termometria". *Química Nova*, v. 29, n. 6, p. 1393-1400, 2006. Disponível em: <[www.scielo.br/pdf/qn/v29n6/40.pdf](http://www.scielo.br/pdf/qn/v29n6/40.pdf)>.

## Exercícios complementares

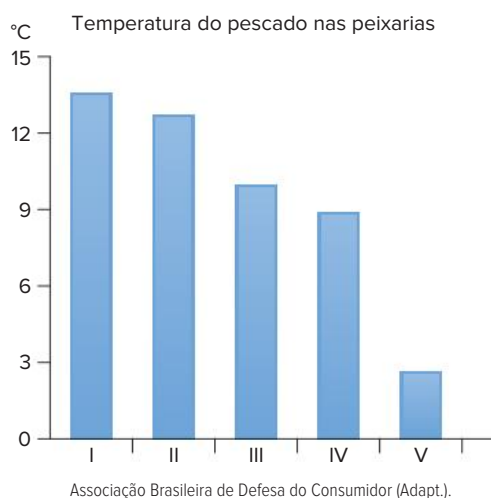
**1** Um turista, aluno de Física, em passeio pela cidade de Maceió – AL, deseja realizar a mistura de dois sucos: acerola e mangaba. Ele dispõe de 3 jarras iguais. A primeira jarra está 50% cheia de suco de acerola, enquanto a segunda jarra está 25% cheia de suco de mangaba. Usando um termômetro ele verifica que os dois sucos estão à mesma temperatura.

Cuidadosamente ele mistura o conteúdo das duas jarras, que passa a ficar com suco de “acerogaba”.

Com relação à temperatura do suco de “acerogaba”, classifique as seguintes informações em verdadeiras (V) ou falsas (F), considerando o sistema isolado e a pressão constante.

- Agora, a jarra, 75% cheia, passa a ter uma temperatura maior, pois apresenta um maior volume ocupado.
- Como a nova jarra está 75% cheia, a temperatura deve ser menor que a do suco de acerola, pois a temperatura diminui de maneira inversamente proporcional ao volume.
- O suco de “acerogaba” apresenta a mesma temperatura que o suco de acerola e de mangaba, pois a mistura já está em equilíbrio térmico.

**2 Enem** Uma das principais causas da degradação de peixes frescos é a contaminação por bactérias.



O gráfico apresenta resultados de um estudo acerca da temperatura de peixes frescos vendidos em cinco peixarias. O ideal é que esses peixes sejam vendidos com temperaturas entre 2 °C e 4 °C. Selecionando-se aleatoriamente uma das cinco peixarias pesquisadas, a probabilidade de ela vender peixes frescos na condição ideal é igual a:

- A  $\frac{1}{2}$
- B  $\frac{1}{3}$
- C  $\frac{1}{4}$
- D  $\frac{1}{5}$
- E  $\frac{1}{6}$

**3 UEPB** Ao trabalhar com alguns utensílios, quando preparava uma comida, a dona da casa questionou: “Estranho isso! Quando coloco minha mão direita nesta travessa de alumínio e a mão esquerda sobre estes panos secos, tenho sensações diferentes: a travessa está mais fria. Por que isso acontece, se tanto um como o outro estão sobre este balcão numa mesma temperatura?”

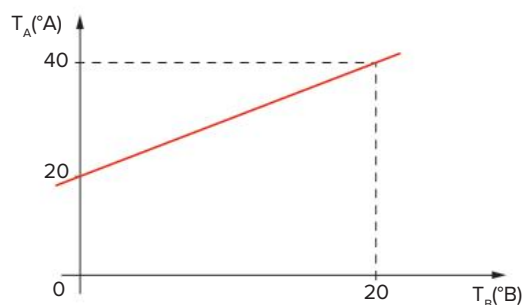
A explicação para a curiosidade desta dona de casa é:

- A a dona de casa jamais poderia estar espantada com essa situação, pois essa sensação só seria possível se a travessa de alumínio estivesse em temperatura inferior à dos panos secos;
- B a travessa de alumínio e os panos secos estão numa mesma temperatura, mas os últimos são melhores condutores de calor;
- C a travessa de alumínio e os panos secos estão numa mesma temperatura, mas a dona de casa estava em temperatura diferente de ambos;
- D a travessa de alumínio e os panos secos estão numa mesma temperatura, porém a travessa, por ser um bom isolante térmico, impede que o calor seja transmitido para o balcão;
- E a travessa de alumínio e os panos secos estão numa mesma temperatura, mas a travessa é melhor condutora de calor.

**4 UCB-DF 2020** Ao ser atendido em um hospital no exterior, um bolsista de intercâmbio brasileiro é informado que está com uma temperatura de 104 °F. Sabendo que, na escala Fahrenheit, no nível do mar, a água congela em 32 °F e ferve a 212 °F, assinale a alternativa que apresenta a temperatura aferida.

- A 40 °C
- B 36 °C
- C 37 °C
- D 38 °C
- E 39 °C

**5** O diagrama fornece a relação entre as temperaturas  $T_A$  e  $T_B$  de duas escalas termométricas A e B, respectivamente. Qual é a temperatura correspondente a 50 °A na escala B?



**6 Fatec** Um cientista coloca um termômetro em um béquer contendo água no estado líquido. Supondo que o béquer esteja num local ao nível do mar, a única leitura que pode ter sido feita pelo cientista é:

- A -30 K
- B 36 K
- C 130 °C
- D 250 K
- E 350 K

7 Em um termômetro de mercúrio, a grandeza termométrica (altura da coluna de Hg) assume os valores 5,0 cm e 30 cm nos pontos do gelo e de vapor, respectivamente. Determinar:

- a equação termométrica deste termômetro para a escala Celsius;
- a temperatura do éter em ebulição sabendo que, quando o termômetro nele foi colocado, a altura da coluna assumiu o valor 14 cm no equilíbrio térmico.

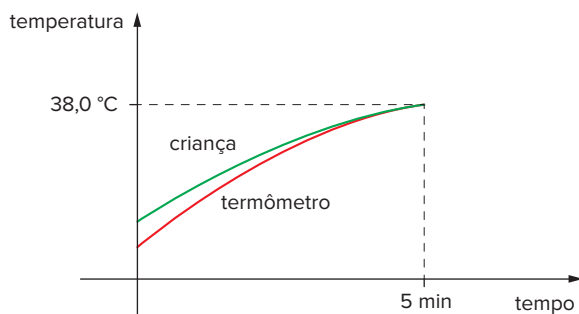
8 **Unirio** Um pesquisador, ao realizar a leitura da temperatura de um determinado sistema, obteve o valor  $-450$ . Considerando as escalas usuais (Celsius, Fahrenheit e Kelvin), podemos afirmar que o termômetro utilizado certamente não poderia estar graduado:

- apenas na escala Celsius.
- apenas na escala Fahrenheit.
- apenas na escala Kelvin.
- nas escalas Celsius e Kelvin.
- nas escalas Fahrenheit e Kelvin.

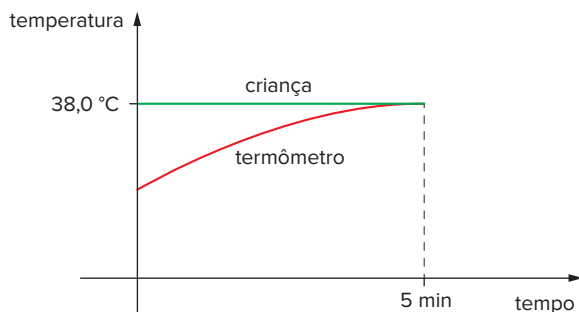
9 **Fuvest** Um termômetro malconstruído assinala  $+1\text{ }^\circ\text{C}$  à temperatura de solidificação da água e  $99\text{ }^\circ\text{C}$  à temperatura de ebulição, sob pressão normal. Qual é a verdadeira temperatura correspondente a uma leitura de  $25\text{ }^\circ\text{C}$  e em que temperatura a indicação do termômetro é exata?

10 **Cesgranrio** Uma criança está febril, e a mãe coloca-lhe um termômetro clínico debaixo do braço. Depois de 5 minutos, o termômetro é retirado e marca  $38,0\text{ }^\circ\text{C}$ . Qual das opções abaixo melhor apresenta os gráficos temperatura  $\times$  tempo da criança e do termômetro?

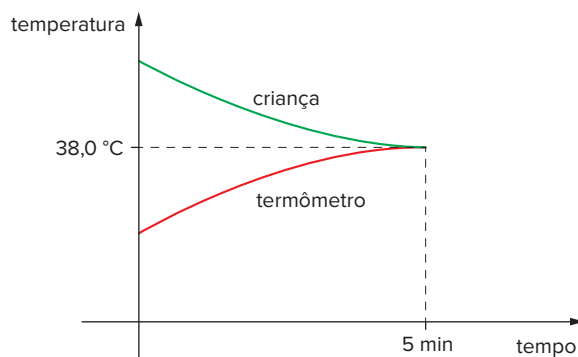
A



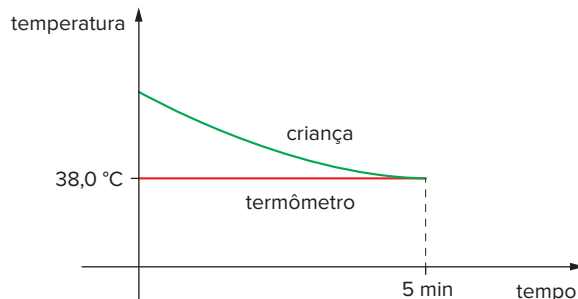
B



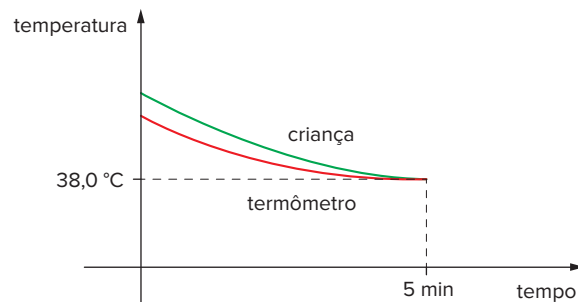
C



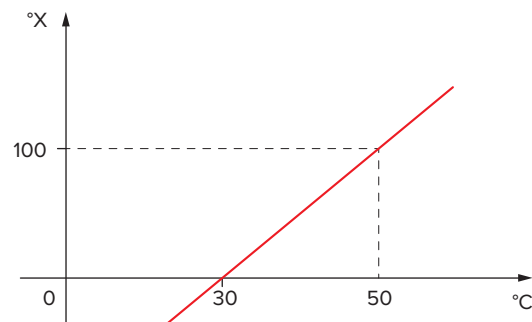
D



E



11 **UEL** Uma escala de temperatura arbitrária X está relacionada com a escala Celsius, conforme o gráfico abaixo.

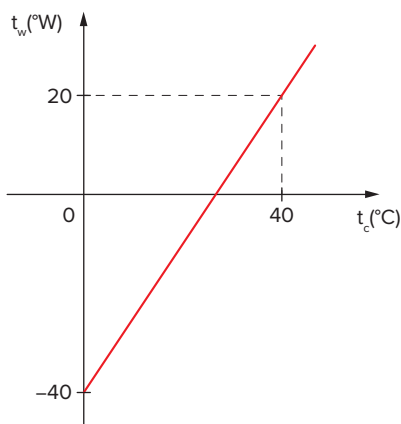


As temperaturas de fusão do gelo e ebulição da água, sob pressão normal, na escala X são, respectivamente,

- $-60$  e  $250$
- $-100$  e  $200$
- $-150$  e  $350$
- $-160$  e  $400$
- $-200$  e  $300$



- 12 UFGD 2019** Para se construir um termômetro volumétrico usando material adequado, ou seja, que siga uma proporção linear entre temperatura e volume, deve-se usar como referências as temperaturas de ebulição e de solidificação da água pura à pressão de 1 atm. Sendo assim, na temperatura de solidificação da água, o termômetro hipotético deve marcar um volume de 13 ml e, na temperatura de ebulição, 93 ml. Então, qual seria a temperatura em Kelvin, quando o termômetro marcar 45 ml?
- A 366,15 K  
 B 313,15 K  
 C 286,15 K  
 D 80 K  
 E 40 K
- 13 ITA** Um pesquisador achou conveniente construir uma escala termométrica (escala P) baseada nas temperaturas de fusão e ebulição do álcool etílico, tomadas como pontos zero e cem da sua escala. Acontece que na escala Celsius aqueles dois pontos extremos da escala do pesquisador têm valores  $-118\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $78\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Ao usar o seu termômetro para medir a temperatura de uma pessoa com febre, o pesquisador encontrou 80 graus P. Calcule a temperatura da pessoa doente em graus Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ).
- 14 Cesupa (Adapt.)** Um termômetro graduado numa escala arbitrária X assinala  $80\text{ }^{\circ}\text{X}$  e  $20\text{ }^{\circ}\text{X}$  quando um outro termômetro, também graduado numa outra escala arbitrária Y, registra  $30\text{ }^{\circ}\text{Y}$  e  $10\text{ }^{\circ}\text{Y}$ , respectivamente. Nestas condições, pode-se afirmar que:
- A estas escalas nunca registrarão um mesmo valor.  
 B a unidade de medida da escala X é menor do que a unidade de medida da escala Y.  
 C a variação da unidade de medida da escala X é o triplo da variação da unidade de medida da escala Y.  
 D qualquer indicação da escala Y será sempre igual à metade do valor assinalado pela escala X.
- 15 Mackenzie** Em dois termômetros distintos, a escala termométrica utilizada é a Celsius, porém um deles está com defeito. Enquanto o termômetro A assinala  $74\text{ }^{\circ}\text{C}$ , o termômetro B assinala  $70\text{ }^{\circ}\text{C}$  e quando o termômetro A assinala  $22\text{ }^{\circ}\text{C}$ , o B assinala  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Apesar disso, ambos possuem uma temperatura em que o valor medido é idêntico. Esse valor corresponde, na escala Kelvin, a:
- A 293 K  
 B 273 K  
 C 253 K  
 D 243 K  
 E 223 K
- 16 PUC-SP** O gráfico representa a relação entre a temperatura medida em uma escala de temperatura hipotética W e a temperatura medida na escala Celsius, sob pressão normal.



A temperatura de fusão do gelo e a de ebulição da água são, em graus W, respectivamente iguais a:

- A  $-40$  e  $40$   
 B  $-40$  e  $110$   
 C  $20$  e  $110$   
 D  $-40$  e  $100$   
 E  $20$  e  $100$

**17 UnitaU 2019** Um termômetro desconhecido X mede, em condições normais de temperatura e de pressão, a temperatura de fusão do gelo, e registra  $20^\circ \text{X}$ , e para a temperatura de ebulição da água registra  $220^\circ \text{X}$ . É CORRETO afirmar que a temperatura de  $70^\circ \text{X}$  de uma substância qualquer medida por esse termômetro equivalerá a quantos graus Fahrenheit?

- A 77
- B 54
- C 45
- D 32
- E 23

**18 Fatec 2019** Recentemente, uma empresa britânica apresentou um protótipo de um motor a jato supersônico que permitirá às aeronaves comerciais voarem a uma velocidade muito acima da velocidade do som, fazendo com que uma viagem de São Paulo à Austrália dure, aproximadamente, 4 horas (atualmente essa viagem dura cerca de 24 horas). Isso só é possível devido ao fato de o motor ser alimentado por uma mistura de hidrogênio e oxigênio. Esse motor “suga” o ar à sua frente fazendo com que os gases, antes de entrarem no combustor, sejam resfriados por um sistema denominado pre-cooler. Esse dispositivo consegue resfriar os gases variando a temperatura 1000 K em cerca de 50 ms. Assim, ele aumenta a eficiência de combustível.

Com base nessas informações, podemos afirmar que a taxa de variação de resfriamento térmico, em  $^\circ\text{C/s}$ , é

- A 25460
- B 20000
- C 2546
- D 2000
- E 250

**19 UEM 2019** Uma residência tem um sistema de aquecimento solar de água. O tanque onde a água quente fica armazenada tem a forma de um cilindro circular reto de 1,5 m de altura e diâmetro da base medindo 80 cm. Dentro desse tanque há um medidor de temperatura, e essa temperatura pode ser visualizada em um aplicativo de celular. Baseando-se nos dados de temperatura obtidos via esse aplicativo, o proprietário modelou essa temperatura  $T$  (em  $^\circ\text{C}$ ) para um dado dia, em função do tempo  $t$  (em horas). Para facilitar os cálculos, esse proprietário considerou que oito horas da manhã representava 0 h no modelo. Ele obteve a seguinte função modeladora:  $T(t) = -t^2 + 12t + 20$  em que  $0 \leq t \leq 10$ . Despreze a espessura das paredes do tanque. Com base nessas informações e em conhecimentos correlatos, assinale o que for correto.

Dado:  $T_C = \frac{5 \cdot (T_F - 32)}{9}$  em que  $T_C$  representa a temperatura em graus Celsius e  $T_F$  representa a temperatura em graus Fahrenheit.

- 01 O tanque tem capacidade para armazenar pelo menos 700 L de água.
- 02 Ao meio-dia, a temperatura da água no tanque era de  $52^\circ\text{C}$ .
- 04 Às 8 horas da manhã a temperatura da água no tanque era de  $72^\circ\text{F}$ .
- 08 A temperatura máxima da água dentro do tanque ocorreu às 14 h.
- 16 No intervalo  $0 \leq t \leq 10$  o gráfico da função  $T(t)$  não intercepta nenhum dos eixos coordenados.

Soma:

**20 Vunesp** Dois termômetros,  $T$  (escala centígrada) e  $T'$  (não centígrada), são baseados na expansão do mercúrio,  $T$  tem uma equação dada por  $t = aX + b$  ( $^\circ\text{C}$ ) e  $T'$  é representado por  $t' = cX^2 + d$  (graus), onde  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  são constantes a determinar. Verifica-se que, para  $X = 10$  cm,  $t' = t = 0$  e para  $X = 30$  cm,  $t' = t = 100$ . Nos outros pontos, as escalas discordam. Qual será a temperatura  $t'$  (em graus), quando  $t = 40^\circ\text{C}$ ?

- A 40 graus.
- B 125 graus.
- C 28 graus.
- D 18 graus.
- E 47,8 graus.

**21 UFPB** Durante uma temporada de férias na casa de praia, em certa noite, o filho caçula começa a apresentar um quadro febril preocupante. A mãe, para saber, com exatidão, a temperatura dele, usa um velho termômetro de mercúrio, que não mais apresenta com nitidez os números referentes à escala de temperatura em graus Celsius. Para resolver esse problema e aferir com precisão a temperatura do filho, a mãe decide graduar novamente a escala do termômetro usando como pontos fixos as temperaturas do gelo e do vapor da água. Os valores que ela obtém são: 5 cm para o gelo e 25 cm para o vapor. Com essas aferições em mãos, a mãe coloca o termômetro no filho e observa que a coluna de mercúrio para de crescer quando atinge a marca de 13 cm.

Com base nesse dado, a mãe conclui que a temperatura do filho é de:

- A 40,0 °C
- B 39,5 °C
- C 39,0 °C
- D 38,5 °C
- E 38,0 °C

**22 Vunesp** Um estudante, no laboratório, deveria aquecer uma certa quantidade de água desde 25 °C até 70 °C. Depois de iniciada a experiência, ele quebrou o termômetro de escala Celsius e teve de continuá-la com outro de escala Fahrenheit. Em que posição do novo termômetro ele deve ter parado o aquecimento?



### FRENTE 3

#### CAPÍTULO

# 2

## Dilatação térmica

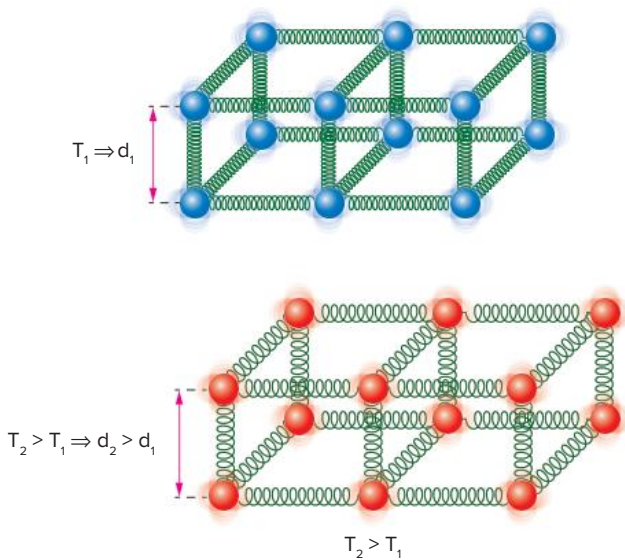
A variação da temperatura provoca variações nas dimensões dos corpos, a chamada dilatação térmica. Uma ferrovia pode ter a sua estrutura alterada devido a uma grande variação de temperatura, que provoca a dilatação dos trilhos ao longo de seu comprimento. Para evitar que isso ocorra, são introduzidas juntas de dilatação. A foto acima mostra a dilatação dos trilhos de uma ferrovia em um dia quente de verão.



## Dilatação dos sólidos

No capítulo anterior, estudamos o conceito de temperatura e como se relacionam as escalas, através das quais podemos mensurar a temperatura de um dado corpo. Lembre-se de que temperatura é uma medida da agitação das partículas, portanto quanto maior a temperatura, maior será a agitação das partículas que constituem o corpo.

Consequentemente, uma alteração da agitação molecular provoca alterações métricas nos corpos, e são essas alterações que passaremos a estudar neste capítulo. À variação das dimensões dos corpos como consequência única da variação da temperatura dá-se o nome de **dilatação térmica**. Observe a figura 1, que representa, esquematicamente, a distância média entre as partículas constituintes de um corpo quando ele é submetido a um aquecimento.



**Fig. 1** A uma temperatura  $T_1$ , a distância média entre as partículas é  $d_1$ . Quando o corpo é aquecido a uma temperatura  $T_2 > T_1$ , a distância média entre as partículas, via de regra, aumenta para  $d_2 > d_1$ .

**Observação:** A distância média entre as partículas é função de sua energia. À medida que a temperatura aumenta, a distância média entre as partículas aumenta, caracterizando a dilatação térmica.

### Atenção

Neste livro, estudaremos apenas os sólidos isotrópicos, isto é, aqueles cujas propriedades físicas, em torno de qualquer um de seus pontos, independem da direção em que são observadas. Em outras palavras, quando aquecemos um corpo isotrópico, ele se dilata por igual em todas as direções.

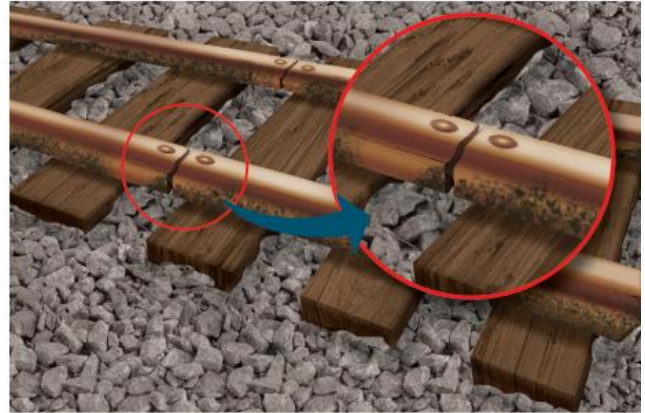
(Um corpo não isotrópico recebe o nome de anisótropo. De modo geral, os cristais são corpos anisotrópicos.)

Apenas para fins didáticos, as dilatações dos corpos sólidos são divididas em três partes:

## Dilatação unidimensional

Refere-se a quando levamos em conta somente a dilatação em uma única dimensão (dilatação 1-D).

Por exemplo, a dilatação de um trilho de trem ou de um fio elétrico. Nesse caso, é estudada a dilatação ao longo de seu comprimento, não interessando a dilatação de sua área transversal.



**Fig. 2** Junta de dilatação prevendo a dilatação dos trilhos.

## Dilatação bidimensional

Refere-se a quando levamos em conta a dilatação em duas dimensões (dilatação 2-D).

Por exemplo, a dilatação de um azulejo de banheiro ou uma chapa de pequena espessura com um furo. Nesse caso, é estudada a dilatação da área da chapa ou da área de superfície do azulejo, não interessando a dilatação de sua espessura.



**Fig. 3** Nesses casos, a espessura do corpo em estudo é desprezível, interessando-nos apenas a dilatação superficial, bidimensional.

## Dilatação tridimensional

Refere-se a quando levamos em conta a dilatação nas três dimensões (dilatação 3-D).

Por exemplo, a dilatação de um bloco de obturação dentária (amálgama). Nesse caso, é estudada a dilatação em todas as dimensões, pois todas as direções dela são importantes.





Fig. 4 No caso da obturação dentária, todas as direções da dilatação são importantes.

**Observação:** É importante salientar que a dilatação ocorre sempre nas três dimensões, porém, para simplificar, só estudamos a dilatação na direção que é determinante.

## Dilatação linear

Considere uma haste de comprimento  $L_0$  a uma temperatura  $T_0$  e de secção transversal desprezível. A experiência mostra que, se a haste for aquecida até a temperatura genérica  $T_f$ , seu comprimento passará ao valor genérico  $L$  (Fig. 5).

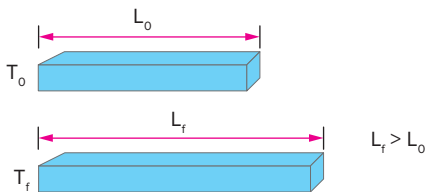


Fig. 5 Variação do comprimento de uma haste, com área transversal desprezível, devido a uma variação de temperatura  $\Delta T$ .

A diferença  $\Delta L = L_f - L_0$  é denominada alongamento, correspondente ao intervalo térmico  $\Delta T = (T_f - T_0)$ .

A experiência revela os seguintes fatos:

- $\Delta L$  é diretamente proporcional ao comprimento inicial  $L_0$ .
  - $\Delta L$  é diretamente proporcional ao intervalo térmico  $\Delta T$ .
- As observações empíricas citadas acima podem ser resumidas na expressão:  $\Delta L \sim L_0 \cdot \Delta T$ , em que o sinal “ $\sim$ ” indica proporcionalidade.

Para transformar a relação de proporcionalidade anterior em uma equação, é preciso introduzir um coeficiente de proporcionalidade, que indicaremos por  $\alpha$  e que é chamado **coeficiente de dilatação linear**.

Portanto:

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

Observe que a equação anterior pode ser trabalhada até chegarmos ao comprimento final da haste.

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow L_f - L_0 = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$$L_f = L_0 + L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow L_f = L_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

## Exercícios resolvidos

1 Um fio metálico tem comprimento de 100 m, a  $0^\circ\text{C}$ . Sabendo que esse fio é feito de um material com coeficiente de dilatação linear igual a  $17 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , determine:

- a) a variação no comprimento do fio quando este é aquecido até  $10^\circ\text{C}$ .
- b) o comprimento final do fio na temperatura de  $10^\circ\text{C}$ .

**Resolução:**

a) Sabemos que  $\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot T$ , logo:

$$\Delta L = 100 \cdot 17 \cdot 10^{-6} \cdot (10 - 0)$$

$$\Delta L = 17 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

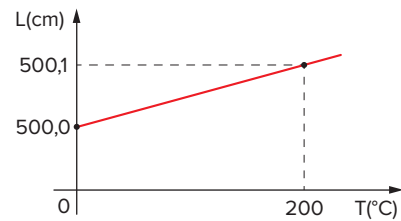
$$\Delta L = 17 \text{ mm}$$

b) Como  $\Delta L = L_f - L_0$ , temos:

$$17 \text{ mm} = 0,017 \text{ m} = L_f - 100$$

$$\text{Portanto: } L_f = 100,017 \text{ m}$$

2 O gráfico a seguir nos mostra como varia o comprimento de uma barra metálica em função de sua temperatura.



- a) Qual é o coeficiente de dilatação linear do material que constitui a barra?
- b) Se uma barra constituída por esse material tiver 200 m de comprimento a  $10^\circ\text{C}$ , determine seu comprimento final quando ela for aquecida a  $110^\circ\text{C}$ .

**Resolução:**

a) Pelo gráfico, temos:

• para  $0^\circ\text{C} \Rightarrow L_{\text{barra}} = 500,0 \text{ cm}$

• para  $200^\circ\text{C} \Rightarrow L_{\text{barra}} = 500,1 \text{ cm}$

Para um  $\Delta T = 200^\circ\text{C}$ , temos:

$\Delta L = 0,1 \text{ cm}$ , a partir de um  $L_0 = 500 \text{ cm}$ ; logo:

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow \alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \cdot \Delta T} \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{0,1}{500 \cdot 200}$$

logo:  $\alpha = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

b) Sabemos que  $\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$  e que

$$L_f = L_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

$$\text{Portanto: } L_f = 200 (1 + 1 \cdot 10^{-6} (110 - 10))$$

$$L_f = 200,02 \text{ m}$$

A constante  $\alpha$  é uma característica de cada material e é chamada de coeficiente de dilatação linear. Vale salientar que a expressão  $\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$  representa a dilatação linear no caso de  $\Delta L > 0$ , mas também pode representar a contração linear para o caso de  $\Delta L < 0$ , dependendo do valor de  $\Delta T$ .

A dilatação linear ( $\Delta L$ ) apresenta a mesma unidade de grandeza da dimensão inicial ( $L_0$ ), enquanto o coeficiente de dilatação linear ( $\alpha$ ) apresenta como unidade de medida o inverso da unidade de temperatura apresentada. Observe:

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow \alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \cdot \Delta T} \Rightarrow$$

$$[\alpha] = \frac{1}{\text{unidade de temperatura}}$$

Por exemplo, para  $\Delta T$  em  $^{\circ}\text{C} \Rightarrow \alpha = ^{\circ}\text{C}^{-1}$ .

Veja a seguir uma tabela com o coeficiente de dilatação linear de alguns importantes materiais.

Material	Valor aproximado de $\alpha$ ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )
Vidro pirex	$3 \cdot 10^{-6}$
Porcelana	$3 \cdot 10^{-6}$
Vidro comum	$8 \cdot 10^{-6}$
Ferro (Fe)	$12 \cdot 10^{-6}$
Cobre (Cu)	$17 \cdot 10^{-6}$
Alumínio (Al)	$22 \cdot 10^{-6}$
Chumbo (Pb)	$27 \cdot 10^{-6}$

Tab. 1 Coeficiente de dilatação linear de alguns materiais.

## Dilatação superficial

No estudo da dilatação superficial, passaremos a considerar a dilatação em duas dimensões. Para isso, pensaremos em uma placa feita de um material isotrópico de espessura desprezível, ou seja, um corpo em que uma das dimensões (a espessura) é desprezível em relação às duas outras dimensões em estudo.

Considere uma placa que tenha uma área superficial  $S_0$  a uma temperatura  $T_0$ . Se a temperatura passar para  $T_f$ , a área da superfície passará ao valor  $S$ .

A diferença  $\Delta S = S_f - S_0$  é chamada variação da área da superfície, no intervalo  $\Delta T$ .

A experiência revela fatos análogos aos que foram estudados na dilatação linear, portanto  $\Delta S \sim S_0 \cdot \Delta T$ .

Para transformar a informação experimental em uma igualdade, bastará introduzir o coeficiente de proporcionalidade  $\beta$ , denominado **coeficiente de dilatação superficial**.

Portanto:

$$\Delta S = S_0 \cdot \beta \cdot \Delta T$$

Analogamente, a área final pode ser representada por:

$$\Delta S = S_0 \cdot \beta \cdot \Delta T \Rightarrow S_f - S_0 = S_0 \cdot \beta \cdot \Delta T$$

$$S_f = S_0 + S_0 \cdot \beta \cdot \Delta T \Rightarrow S_f = S_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T)$$

**Observação:** Todas as características apresentadas pelo coeficiente  $\alpha$  são também válidas para o coeficiente  $\beta$ .

## Relação entre $\beta$ e $\alpha$

Considere uma placa feita de material isotrópico, o coeficiente de dilatação linear  $\alpha$  será o mesmo qualquer que seja a direção considerada.



Fig. 6 Placa retangular de material isotrópico com dimensões  $a$  e  $b$  e superfície  $S$ .

Para a superfície  $S$ , você pode escrever:

$$S = a \cdot b$$

Considerando a dilatação linear nas dimensões  $a$  e  $b$ , temos:

$$a = a_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \text{ e } b = b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

Portanto:

$$S_f = [a_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)] \cdot [b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)] \Rightarrow$$

$$S_f = a_0 \cdot b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)^2 = S_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)^2 \Rightarrow$$

$$S_f = S_0 \cdot (1 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta T + \alpha^2 \cdot \Delta T^2)$$

Lembrando que:

$S_f = S_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T)$  e que a parcela  $\alpha^2 \cdot \Delta T^2$  é desprezível, podemos concluir que:

$$S_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T) = S_0 \cdot (1 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow$$

$$1 + \beta \cdot \Delta T = 1 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow$$

$$\beta \cdot \Delta T = 2 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow \beta = 2\alpha$$

Portanto, a relação entre  $\alpha$  e  $\beta$  é dada por:  $\beta = 2\alpha$ , isto é, o coeficiente de dilatação superficial de um corpo isotrópico é igual ao dobro do seu coeficiente de dilatação linear.

### ! Atenção

O coeficiente de dilatação  $\alpha$  é um número da ordem de milionésimos, ou seja,  $10^{-6}$ . Por isso, nas considerações teóricas, abandonamos as potências de  $\alpha$  superiores à primeira, ou seja  $\alpha^2$ ,  $\alpha^3$ , ...; com isso estaremos cometendo um erro não mensurável experimentalmente.

## Exercício resolvido

3 Uma placa de alumínio, cujo coeficiente de dilatação linear vale  $22 \cdot 10^{-6} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$ , tem, a  $0 \text{ } ^{\circ}\text{C}$ , área igual a  $10 \text{ m}^2$ . Qual será a área dessa placa a  $200 \text{ } ^{\circ}\text{C}$ ?

### Resolução:

Sabemos que  $\Delta S = S_0 \cdot \beta \cdot \Delta T$  e que  $\beta = 2\alpha$ ; dessa forma:

$$\Delta S = S_0 \cdot 2 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$$\Delta S = 10 \cdot 2 \cdot 22 \cdot 10^{-6} (200 - 0)$$

$$\Delta S = 0,888 \text{ m}^2$$

Como o que foi pedido é a área final, temos:

$$\Delta S = S_f - S_0 \Rightarrow S_f = S_0 + \Delta S; \text{ logo: } S_f = 10,888 \text{ m}^2$$

## Dilatação volumétrica

Vejam agora a dilatação em três dimensões, ou seja, a dilatação volumétrica. Para isso, consideremos um bloco feito de um material isotrópico e que tenha, à temperatura  $T_0$ , o volume  $V_0$ . Se a temperatura aumentar para  $T_f$ , o bloco passará a ter volume  $V_f$ .

A diferença  $\Delta V = V_f - V_0$  é chamada variação do volume, correspondente ao intervalo térmico  $\Delta T$ . A experiência revela fatos análogos aos que vimos para a dilatação superficial ou mesmo linear, ou seja, que  $\Delta V$  é proporcional a  $V_0$  e a  $\Delta T$ .

Portanto:  $\Delta V \sim V_0 \cdot T_f$ .

Introduzindo o coeficiente de proporcionalidade  $\gamma$ , denominado **coeficiente de dilatação volumétrica**, temos:

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T$$

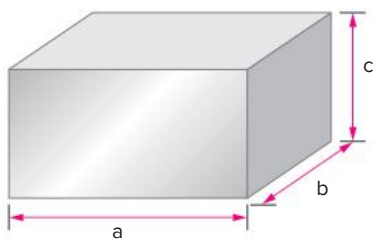
Analogamente, o volume final pode ser representado por:

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T \Rightarrow V_f - V_0 = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T$$

$$V_f = V_0 + V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T \Rightarrow V_f = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T)$$

**Observação:** Todas as características apresentadas pelos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  são também válidas para o coeficiente  $\gamma$ .

### Relação entre $\gamma$ e $\alpha$



**Fig. 7** Paralelepípedo de material isotrópico com dimensões  $a$ ,  $b$  e  $c$  e com volume  $V$ .

Para o volume  $V$ , podemos escrever:  $V = a \cdot b \cdot c$ .

Vale lembrar que, por ser um bloco isotrópico, o coeficiente de dilatação linear é o mesmo em todas as direções.

Considerando a dilatação linear nas dimensões  $a$ ,  $b$  e  $c$ , temos:

$$a = a_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T), \quad b = b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \quad \text{e} \quad c = c_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

Portanto:

$$V_f = [a_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)] \cdot [b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)] \cdot [c_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)] \Rightarrow$$

$$V_f = a_0 \cdot b_0 \cdot c_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)^3 = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)^3 \Rightarrow$$

$$V_f = V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta T + 3 \cdot \alpha^2 \cdot \Delta T^2 + \alpha^3 \cdot \Delta T^3)$$

Lembrando que:

$V_f = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T)$  e que as parcelas:  $3 \cdot \alpha^2 \cdot \Delta T^2$  e  $\alpha^3 \cdot V \cdot T^3$  são desprezíveis, podemos concluir que:

$$V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T) = V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow$$

$$1 + \gamma \cdot \Delta T = 1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow$$

$$\gamma \cdot \Delta T = 3 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow \gamma = 3\alpha$$

Portanto, a relação entre  $\alpha$  e  $\gamma$  é dada por:  $\gamma = 3\alpha$ , isto é, o coeficiente de dilatação volumétrica de um corpo isotrópico é igual ao triplo do seu coeficiente de dilatação linear.

Observe na tabela alguns exemplos numéricos de coeficiente de dilatação volumétrica.

Material	Valor aproximado de $\gamma$ ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )
Água	$1,3 \cdot 10^{-4}$
Mercúrio (Hg)	$1,8 \cdot 10^{-4}$
Álcool etílico	$11,2 \cdot 10^{-4}$
Acetona	$14,9 \cdot 10^{-4}$

**Tab. 2** Coeficiente de dilatação volumétrica de algumas substâncias.

## Exercício resolvido

**4** Um bloco metálico possui um volume de  $250 \text{ cm}^3$  a  $0^{\circ}\text{C}$  e de  $250,75 \text{ cm}^3$  à temperatura  $T$ . Determine essa temperatura, sabendo que o coeficiente de dilatação linear do bloco vale  $25 \cdot 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ .

**Resolução:**

• para  $T = 0^{\circ}\text{C}$ , temos  $V_0 = 250 \text{ cm}^3$

• para  $T$ , temos  $V_f = 250,75 \text{ cm}^3$

Como:  $\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T$  e  $\gamma = 3\alpha$

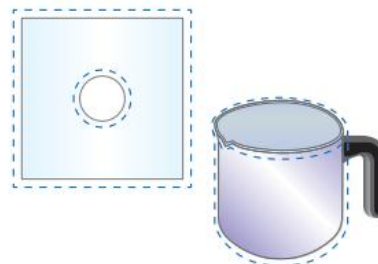
temos:  $V - V_0 = V_0 \cdot 3 \cdot \alpha \cdot \Delta T$

$$(250,75 - 250) = 250 \cdot 3 \cdot 25 \cdot 10^{-6} (T - 0)$$

Logo:  $T = 40^{\circ}\text{C}$

## Dilatação de corpo oco ou com furo

Passaremos a analisar o que ocorre na dilatação de um corpo oco (uma panela, por exemplo) ou de um furo em uma chapa ou uma parede, quando submetidos à variação de temperatura.



**Fig. 8** Todo corpo oco ou com furo, ao se dilatar, comporta-se como se fosse maciço.

Note que o raio de um furo aumenta quando a temperatura aumenta e diminui quando a temperatura diminui (Fig. 8).

### Atenção

Todo corpo oco (ou furo, ou rachadura), ao se dilatar, comporta-se como se fosse maciço.

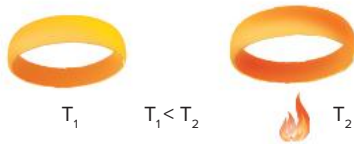
Lembre-se de que o processo de dilatação ocorre devido ao fato de as partículas estarem com maior energia de vibração, necessitando, portanto, de **maior espaço físico** para se acomodar.

## Exercícios resolvidos

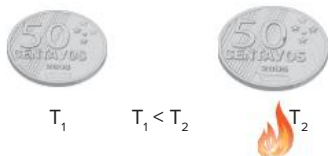
- 5 O que acontece com o diâmetro do orifício de uma aliança de ouro quando esta é aquecida?

### Resolução:

A experiência mostra que o diâmetro desse orifício aumenta. Veja:

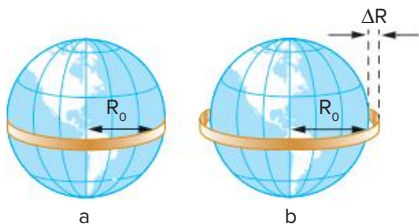


Para entender melhor o fenômeno, imagine uma situação equivalente à de uma moeda circular, de tamanho igual ao do orifício da aliança antes de ser aquecida. Aumentando a temperatura, o diâmetro da moeda aumenta.



- 6 Imagine que, se envolvesse a Terra, na região do Equador, com um anel de cobre, como está representado na figura a. Se a temperatura do anel fosse elevada em apenas 1 °C, sem que a temperatura da Terra sofresse modificações, em que altura  $\Delta R$ , acima da superfície da Terra (figura b), ficaria o anel?

Dados:  $\alpha_{Cu} = 17 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ;  $R_{Terra} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$



### Resolução:

Trata-se de uma dilatação linear.

Sabemos que:  $\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$ , em que:

- $\Delta T = 1 \text{ } ^\circ\text{C}$
- $\alpha = 17 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
- $L_0 = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$ ,

Portanto:  $\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$

$$\Delta L = 6,4 \cdot 10^6 \cdot 17 \cdot 10^{-6} \cdot 1$$

$$\Delta L = 108,8 \text{ m}$$

Assim, o anel ficaria a 108,8 m da superfície em toda a Linha do Equador.

**Observação:** 108,8 m equivale, aproximadamente, à altura de um edifício de 30 andares!

## Variação da densidade

Você já aprendeu que a densidade de uma substância é a razão entre a massa do corpo e o seu volume, isto é:

$$d = \frac{m}{V}$$

Evidentemente, a massa do corpo independe da temperatura. Por outro lado, como acabamos de ver, o volume do corpo varia com a temperatura. Assim sendo, concluímos que a densidade de um corpo depende da temperatura a que se encontra esse corpo.

Observe:

Consideremos um corpo que se acha, inicialmente, à temperatura  $T_0$  e cuja temperatura passa a  $T_f$ .

Teremos, então:

Na temperatura  $T_0$  e  $T_f$ :

$$d_0 = \frac{m_0}{V_0} \text{ e } d_f = \frac{m_f}{V_f}$$

Dividindo membro a membro:

$$\frac{d_0}{d_f} = \frac{\frac{m_0}{V_0}}{\frac{m_f}{V_f}}$$

Como:  $m_0 = m_f$  (a massa permanece constante), temos:

$$\frac{d_0}{d_f} = \frac{V_f}{V_0}$$

Lembrando que:  $V = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T)$ , temos:

$$\frac{d_0}{d} = \frac{V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T)}{V_0}, \text{ ou seja:}$$

$$d = \frac{d_0}{1 + \gamma \cdot \Delta T}$$

**Observação:** A expressão anterior mostra que a densidade de um sólido diminui à medida que a temperatura aumenta, pois o volume do sólido aumenta com a temperatura.

## Exercício resolvido

- 7 A massa específica do ferro a 0 °C vale  $d_0 = 7,8 \text{ g/cm}^3$ . Se o coeficiente de dilatação cúbica do ferro é  $\gamma = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , determine a densidade desse metal a 75 °C.

### Resolução:

$$d_0 = d_{75} \cdot [1 + \gamma \cdot (75 - 0)]$$

$$d_{75} = \frac{d_0}{1 + \gamma \cdot 75} = \frac{7,8}{1 + 12 \cdot 10^{-6} \cdot 75}$$

$$d_{75} = \frac{7,8}{1,0009} \Rightarrow d_{75} = 7,792 \text{ g/cm}^3$$

Observe que:  $d_{75} < d_0$

# Dilatação dos líquidos

## Dilatação real e aparente

Os líquidos são desprovidos de forma própria (lembrando-se do que estudou em Química; livro 1, frente 2), assumindo sempre a forma do recipiente no qual são colocados. Devido a esse fato, o estudo de dilatação dos líquidos fica um pouco mais complexo, pois devemos levar em consideração a dilatação do recipiente no qual estão colocados. Observe a sequência representada na figura 9, em que o nível aparente do líquido frio diminui com a dilatação do frasco.



Fig. 9 Dilatação aparente de líquidos.

Considere um balão de vidro comum com um certo líquido em seu interior. Inicialmente o nível indicado é  $V_0$ , (Fig. 9.I). Suponha que, em dado momento, o sistema seja levado à presença de uma fonte térmica, por exemplo, a chama de um fogão. Como o recipiente está mais próximo da fonte térmica do que o líquido, o recipiente se dilatará antes do líquido, e, em consequência, o nível do líquido abaixará até o nível  $V_A$ , (Fig. 9.II); posteriormente, quando todo o conjunto estiver aquecido e dilatado, o nível do líquido sobe, ultrapassando o nível  $V_0$  e atingindo o nível  $V_B$  (Fig. 9.III).

Nessa experiência, o nível do líquido desceu de  $V_0$  para  $V_A$  e, depois, subiu de  $V_A$  para  $V_B$ . Entretanto, um observador que considere apenas a situação inicial e a situação final (I e III) sem ter acompanhado o transcorrer do processo (II) tem a impressão de que o nível do líquido passou de  $V_0$  para  $V_B$ .

Portanto, temos:

- de  $V_A$  para  $V_B$  (II  $\Rightarrow$  III): corresponde à dilatação real do líquido (não leva em conta a dilatação do recipiente);
- de  $V_0$  para  $V_A$  (I  $\Rightarrow$  II): corresponde à dilatação do recipiente;
- de  $V_0$  para  $V_B$  (I  $\Rightarrow$  III): corresponde à dilatação aparente do líquido (leva em consideração a dilatação do recipiente).

Observe que, em se tratando de líquidos, podemos definir dois tipos de dilatação e, conseqüentemente, dois coeficientes de dilatação: o **coeficiente de dilatação real** e o **coeficiente de dilatação aparente**. O coeficiente de dilatação real é absoluto e característico do líquido em questão, enquanto o coeficiente de dilatação aparente é relativo e depende do recipiente no qual o líquido está contido.

Por exemplo, podemos ter quantidades iguais de gasolina em dois recipientes idênticos, um recipiente de metal e outro de vidro. Se submetermos os dois recipientes ao mesmo aquecimento, a dilatação real da gasolina em ambos os recipientes será a mesma (dilatação real = absoluta),

enquanto a dilatação aparente da gasolina será diferente para cada um dos recipientes (dilatação aparente = relativa), pois a dilatação aparente da gasolina depende da dilatação do recipiente, que é diferente para o caso do vidro e o do metal.

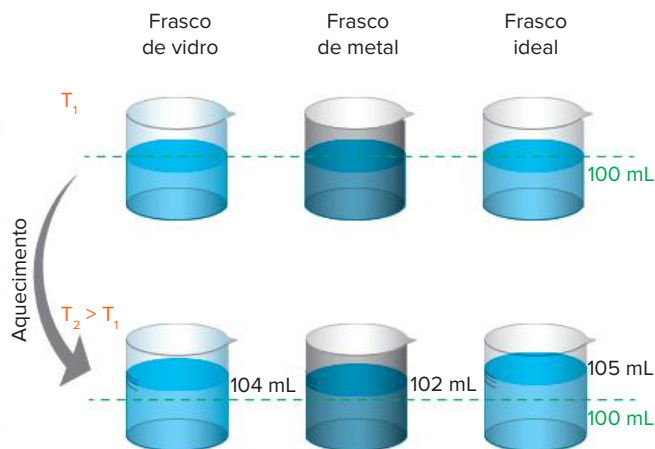


Fig. 10 Frascos de materiais diferentes com variação de temperatura apresentam dilatações aparentes diferentes para o mesmo líquido.

Observe que, na figura 10, os frascos, por serem de materiais diferentes, apresentam, para o mesmo líquido, dilatações aparentes diferentes. O frasco ideal, na temperatura  $T_2$ , indica um nível de 105 mL para o líquido aquecido também à temperatura  $T_2$ , enquanto o frasco de vidro apresenta volume final igual a 104 mL e o de metal, um volume final de 102 mL.

Como isso é possível? Simples, o coeficiente de dilatação do metal é maior do que o do vidro, que, por sua vez, é maior do que o do frasco ideal, mas é muito importante que você entenda que a dilatação real do líquido foi de 5 mL em todos os frascos.

Podemos concluir também que a dilatação do frasco de metal foi de 3 mL e a do vidro foi de 1 mL.

### Atenção

Por ideal entenda um frasco com dilatação desprezível, isto é, coeficiente de dilatação tendendo a zero.

Em laboratórios de química, são utilizados vidros refratários, com baixo coeficiente de dilatação, para a medição de líquidos, pois, dessa forma, a dilatação do recipiente pode ser desprezada, e a dilatação real se torna bem próxima da dilatação aparente. Lembre-se de que é sempre a dilatação aparente que é medida, observada em um frasco.

Voltando à figura 9, podemos observar que:

$$\text{de } V_A \text{ para } V_B = \Delta V_{\text{real do líq.}}$$

$$\text{de } V_0 \text{ para } V_A = \Delta V_{\text{real do recipiente}}$$

$$\text{de } V_0 \text{ para } V_B = \Delta V_{\text{aparente do líq.}}$$

Em que temos:

$$\Delta V_{\text{real do líq.}} = V_0 \cdot \gamma_{\text{real do líq.}} \cdot \Delta T$$

$$\Delta V_{\text{real do recipiente}} = V_0 \cdot \gamma_{\text{real do recipiente}} \cdot \Delta T$$

$$\Delta V_{\text{aparente do líq.}} = V_0 \cdot \gamma_{\text{aparente do líq.}} \cdot \Delta T$$



Como:

$$\Delta V_{\text{real do l\u00edq.}} = \Delta V_{\text{recipiente}} + \Delta V_{\text{aparente do l\u00edq.}}$$

tem-se:

$$V_0 \cdot \gamma_{\text{real do l\u00edq.}} \cdot \Delta T = V_0 \cdot \gamma_{\text{real do recipiente}} \cdot \Delta T + V_0 \cdot \gamma_{\text{aparente do l\u00edq.}} \cdot \Delta T$$

em que:

$$\gamma_{\text{real do l\u00edq.}} = \gamma_{\text{real do recipiente}} + \gamma_{\text{aparente do l\u00edq.}}$$

Portanto:

$$\gamma_{\text{aparente do l\u00edq.}} = \gamma_{\text{real do l\u00edq.}} - \gamma_{\text{real do recipiente}}$$

Observe que se trata de um frasco/recipiente ideal.

Portanto:

$$\gamma_{\text{recipiente}} = 0 \Rightarrow \gamma_{\text{aparente do l\u00edq.}} = \gamma_{\text{real do l\u00edq.}}$$

### ! Atenção

A dilatação real sofrida por um líquido é a dilatação aparente somada à dilatação do recipiente.

## Exercício resolvido

8 Um recipiente de vidro, completamente cheio de um líquido, à temperatura de 20 °C, possui 1000 cm<sup>3</sup>. Ao ser aquecido a 70 °C, observa-se que transbordam 20 cm<sup>3</sup> de líquido. Nessas condições, determine:

- O que os 20 cm<sup>3</sup> transbordados representam?
- Qual é o coeficiente de dilatação aparente do líquido em questão?
- Qual é o coeficiente de dilatação volumétrica do recipiente?
- Qual é o coeficiente de dilatação real do líquido?
- Qual é a dilatação real do líquido?
- Qual é a dilatação real do recipiente?

Considere:  $\alpha_{\text{vidro}} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

### Resolução:

a) Os 20 cm<sup>3</sup> representam a dilatação aparente do líquido, uma vez que o frasco esteja completamente cheio.

$$\begin{aligned} \text{b) } \Delta V_{\text{aparente}} &= V_0 \cdot \gamma_{\text{aparente}} \cdot \Delta T \Rightarrow \\ \Rightarrow 20 &= 1000 \cdot \gamma_{\text{aparente}} \cdot (70 - 20) \Rightarrow \\ \Rightarrow 20 &= 1000 \cdot \gamma_{\text{aparente}} \cdot 50 \Rightarrow \gamma_{\text{aparente}} = \frac{20}{1000 \cdot 50} \Rightarrow \\ \Rightarrow \gamma_{\text{aparente}} &= 0,4 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \gamma_{\text{aparente}} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \gamma_{\text{recipiente}} &= 3 \cdot \alpha_{\text{recipiente}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \gamma_{\text{recipiente}} &= 3 \cdot 8 \cdot 10^{-6} = 24 \cdot 10^{-6} \Rightarrow \\ \Rightarrow \gamma_{\text{recipiente}} &= 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \gamma_{\text{real do líquido}} &= \gamma_{\text{recipiente}} + \gamma_{\text{aparente}} \\ \gamma_{\text{real do líquido}} &= 2,4 \cdot 10^{-5} + 4 \cdot 10^{-4} = \\ &= 0,24 \cdot 10^{-4} + 4 \cdot 10^{-4} \Rightarrow \gamma_{\text{real do líquido}} = 4,24 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \Delta V_{\text{líquido}} &= V_0 \cdot \gamma_{\text{líquido}} \cdot \Delta T \\ \Delta V_{\text{líquido}} &= 1000 \cdot 4,24 \cdot 10^{-4} \cdot 50 \Rightarrow \Delta V_{\text{líquido}} = 21,2 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \Delta V_{\text{recipiente}} &= \Delta V_{\text{real do líquido}} - \Delta V_{\text{aparente}} \\ \Delta V_{\text{recipiente}} &= 21,2 - 20 \Rightarrow \Delta V_{\text{recipiente}} = 1,2 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

## Comportamento anômalo da água

De modo geral, os líquidos se dilatam ao aumentar a temperatura, porém, entre outros líquidos, a água constitui uma exceção. A água sofre contração de volume quando sua temperatura aumenta no intervalo de 0 °C a 4 °C e se dilata quando a temperatura aumenta a partir de 4 °C. O gráfico da figura 11 mostra a variação do volume de 1 g de água, no intervalo térmico de 0 °C a 20 °C. Observa-se no gráfico que o volume mínimo ocorre a 4 °C e vale 1 cm<sup>3</sup>.

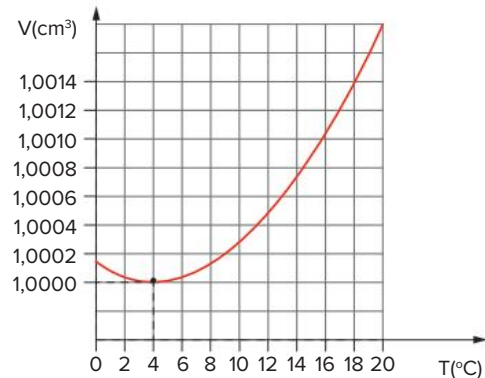


Fig. 11 Variação do volume da água em função da temperatura. Observe o comportamento anômalo na faixa de 0 °C a 4 °C.

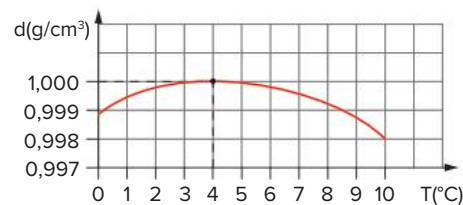


Fig. 12 Variação da densidade da água com a temperatura. Observe o comportamento anômalo na faixa de 0 °C a 4 °C.

Portanto, a 4 °C a água apresenta densidade máxima, cujo valor é  $d = 1 \text{ g/cm}^3$  (Fig. 12).

Devido ao comportamento anômalo apresentado pela água, nas regiões frias, no inverno, observa-se somente o congelamento das superfícies dos lagos, dos rios e dos mares, formando-se uma camada protetora e isolante que conserva praticamente invariável a temperatura a grandes profundidades. Isso permite a existência da flora e da fauna aquática durante todo o ano.

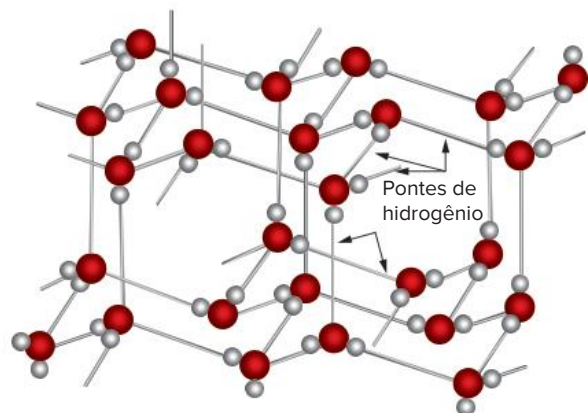


Fig. 13 Cristal de água.



Fig. 14 Formação de cristais de gelo.

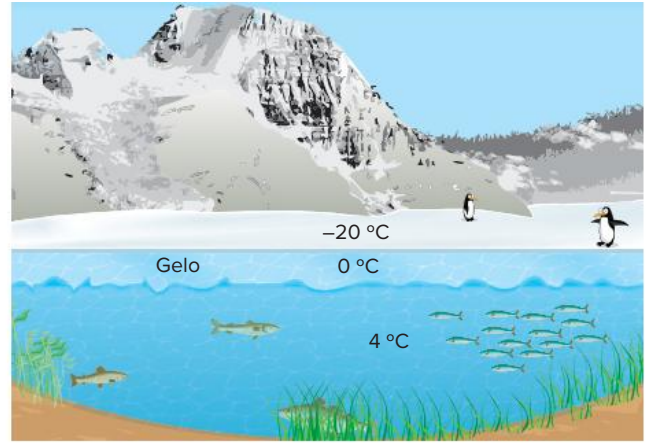


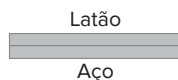
Fig. 15 Devido ao comportamento anômalo da água, em um forte inverno, é possível manter a fauna e a flora no fundo do lago (4 °C).

Podemos verificar o comportamento anômalo da água também em casa, quando colocamos um vasilhame com água no congelador e, após algumas horas, observamos a formação de uma camada de gelo na superfície, enquanto a água na parte central do vasilhame permanece no estado líquido.

## Revisando

- 1 Na temperatura de 0 °C, um fio de cobre mede 100,000 m. Seu comprimento passa a ser de 100,068 m quando a temperatura atinge 40 °C. Qual é o valor do coeficiente de dilatação linear do cobre?
- 2 Duas barras de comprimentos  $L$  e  $2L$ , a 0 °C, e coeficientes de dilatação linear  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ , respectivamente, são emendadas, constituindo uma única barra de comprimento  $3L$ . Qual é o coeficiente de dilatação linear médio da barra resultante?
- 3 O coeficiente de dilatação linear do alumínio é  $2,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . Um cubo de alumínio com volume de 5 litros é aquecido de 40 °F até 76 °F. Qual é a variação aproximada do volume desse cubo?

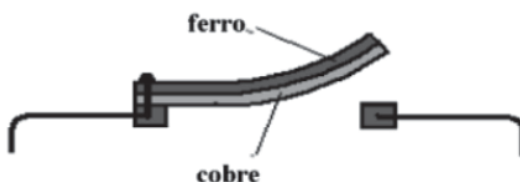
- 4 **Vunesp (Adapt.)** Duas lâminas metálicas, a primeira de latão e a segunda de aço, de mesmo comprimento, à temperatura ambiente, são soldadas rigidamente uma à outra, formando uma lâmina bimetálica, conforme a figura.



O coeficiente de dilatação térmica linear do latão é maior que o do aço. A lâmina bimetálica é aquecida a uma temperatura acima da ambiente e depois resfriada até uma temperatura abaixo da ambiente. Represente as formas assumidas pela lâmina bimetálica, quando aquecida e quando resfriada.

- 5 **Unemat 2019** Diversos aparelhos elétricos têm como função transformar energia elétrica em calor, entre eles, destacam-se: Ferro elétrico, Chuveiro elétrico, Secador de cabelo, Chapinha, Ferro de Solda elétrico, entre outros. Boa parte destes aparelhos possuem um dispositivo para controlar a temperatura denominado de termostato. No caso do Ferro elétrico, este dispositivo é formado por duas lâminas metálicas (bimetal) firmemente ligadas uma a outra. Estas lâminas possuem coeficiente de dilatação diferentes, assim, com o aumento da temperatura, essa lâmina bimetálica se curva em forma de arco, fazendo com que o circuito elétrico seja aberto, interrompendo a passagem da corrente elétrica.

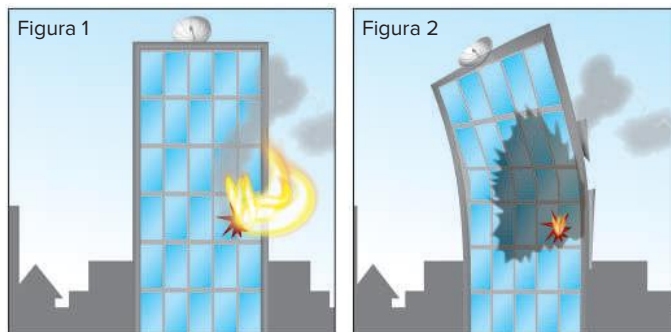
O desenho abaixo é uma representação esquemática de um termostato do Ferro elétrico.



Sobre as lâminas metálicas é correto afirmar que:

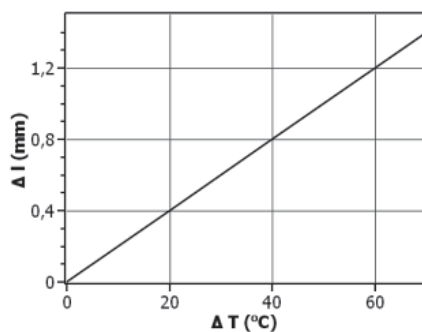
- A Coeficiente de dilatação do Cobre é maior que o do Ferro, assim o Cobre dilata mais que o Ferro fazendo com que a lâmina forme o arco com concavidade para cima.
- B Coeficiente de dilatação do Cobre é maior que o do Ferro, assim o Cobre dilata menos que o Ferro fazendo com que a lâmina forme o arco com concavidade para cima.
- C Coeficiente de dilatação do Ferro é menor que o do Cobre, assim o Ferro dilata mais que o Cobre fazendo com que a lâmina forme o arco com concavidade para cima.
- D Coeficiente de dilatação do Ferro é maior que o do Cobre, assim o Ferro dilata mais que o Cobre fazendo com que a lâmina forme o arco com concavidade para cima.
- E Coeficiente de dilatação do Cobre é menor que o do Ferro, assim o Cobre dilata mais que o Ferro fazendo com que a lâmina forme o arco com concavidade para cima.

- 6 **UFRJ** Um incêndio ocorreu no lado direito de um dos andares intermediários de um edifício construído com estrutura metálica, como ilustra a figura 1. Em consequência do incêndio, que ficou restrito ao lado direito, o edifício sofreu uma deformação, como ilustra a figura 2.



Com base em conhecimentos de termologia, explique por que o edifício entorta para a esquerda, e não para a direita.

- 7 **UFRGS 2018** Uma barra metálica de 1 m de comprimento é submetida a um processo de aquecimento e sofre uma variação de temperatura. O gráfico abaixo representa a variação  $\Delta L$ , em mm, no comprimento da barra, em função da variação de temperatura  $\Delta T$ , em  $^{\circ}\text{C}$ .

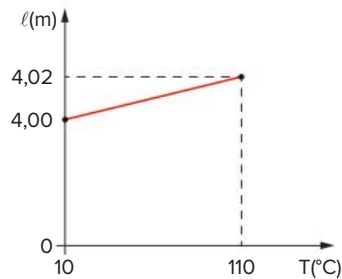


Qual é o valor do coeficiente de dilatação térmica linear do material de que é feita a barra, em unidades  $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ?  
A 0,2.      B 2,0.      C 5,0.      D 20.      E 50.

- 8 **Fuvest (Adapt.)** Café fervente é despejado em um copo de vidro. O copo parte-se. Apresente uma possível explicação para tal fenômeno.

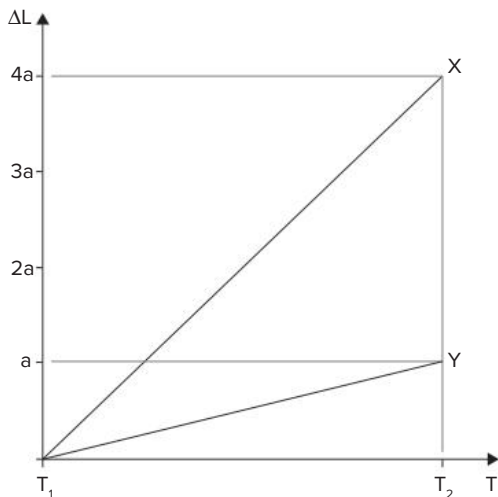
## Exercícios propostos

- 1 **PUC-RS** O gráfico a seguir representa o comprimento ( $\ell$ ) de um fio em função da sua temperatura ( $T$ ):



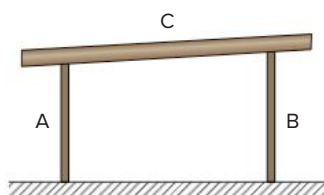
Qual o coeficiente de dilatação do material de que é feito o fio?

- 2 **Unicesumar** O gráfico abaixo mostra a variação de comprimento de duas barras homogêneas, X e Y, quando suas temperaturas variam de  $T_1$  para  $T_2$ :



Sabendo que as barras são constituídas do mesmo material, é correto afirmar que o comprimento inicial da barra X era

- A quatro vezes menor que o da barra Y.  
 B duas vezes menor que o da barra Y.  
 C duas vezes maior que o da barra Y.  
 D quatro vezes maior que o da barra Y.  
 E oito vezes maior que o da barra Y.
- 3 **FEI** As barras A e B da figura têm, respectivamente, comprimentos 1000 mm e 1001 mm, a  $20^{\circ}\text{C}$ . Seus coeficientes de dilatação linear são:  $\alpha_A = 3,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$  e  $\alpha_B = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ .



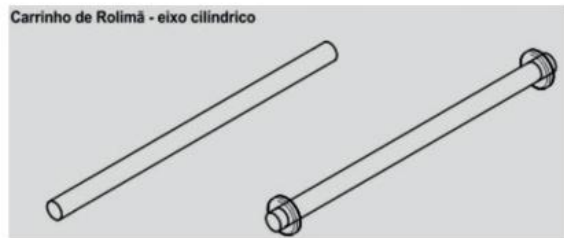
Qual a temperatura em que a barra C ficará na posição horizontal?

- 4 **Fuvest** Uma bobina contendo 2000 m de fio de cobre medido num dia em que a temperatura era de  $35^{\circ}\text{C}$  foi utilizada, e o fio medido de novo a  $10^{\circ}\text{C}$ . Esta nova medição indicou:

▶ **Dado:**  $\alpha_{\text{Cu}} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$

- A 1,0 m a menos.                      D 20 m a menos.  
 B 1,0 m a mais.                      E 20 mm a mais.  
 C 2000 m.
- 5 **UFRGS 2020** O diâmetro de um disco de metal aumenta 0,22% quando o disco é submetido a uma variação de temperatura de  $100^{\circ}\text{C}$ . Qual é o valor que melhor representa o coeficiente de dilatação linear do metal de que é feito o disco?
- A  $22 \times 10^{-3} / ^{\circ}\text{C}$ .                      D  $22 \times 10^{-6} / ^{\circ}\text{C}$ .  
 B  $22 \times 10^{-4} / ^{\circ}\text{C}$ .                      E  $11 \times 10^{-6} / ^{\circ}\text{C}$ .  
 C  $11 \times 10^{-4} / ^{\circ}\text{C}$ .

- 6 **Acafe 2019** Brinquedo das “antigas”, o carrinho de rolimã é o nome dado a um carrinho, geralmente construído de madeira com um eixo móvel montado com rolamentos de aço (dispensados por mecânicas de automóveis), utilizado para controlar o carrinho enquanto este desce pela rua.



Ao construir devemos encaixar firmemente os rolamentos no eixo cilíndrico de determinado metal com diâmetro um pouco maior que o diâmetro interno do rolamento de aço. Para esse procedimento aquecemos ambos para o encaixe e depois resfriamos. Sendo assim, o coeficiente de dilatação do metal utilizado em relação ao coeficiente de dilatação do aço deve ser:

- A igual ou maior                      C igual  
 B maior                                  D menor
- 7 **Mackenzie 2019** Desertos são locais com temperaturas elevadas, extremamente áridos e de baixa umidade relativa do ar. O deserto do Saara, por exemplo, apresenta uma elevada amplitude térmica. Suas temperaturas podem ir de  $-10^{\circ}\text{C}$  até  $50^{\circ}\text{C}$  ao longo de um único dia.





Uma chapa de ferro, cujo coeficiente de dilatação linear é igual a  $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , é aquecida sendo submetida a uma variação de temperatura, que representa a amplitude térmica do deserto do Saara, no exemplo dado anteriormente.

Considerando sua área inicial igual a  $5 \text{ m}^2$ , o aumento de sua área, em  $\text{m}^2$ , é de

- A  $2,0 \cdot 10^{-6}$       C  $3,6 \cdot 10^{-3}$       E  $3,6 \cdot 10^{-6}$   
 B  $4,0 \cdot 10^{-3}$       D  $7,2 \cdot 10^{-3}$

- 8 Uma moeda, fabricada com níquel puro, encontra-se à temperatura ambiente de  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Ao ser levada a um forno, ela sofre um acréscimo de 1% na área de sua superfície. Qual a temperatura do forno?

▶ **Dado:** Coeficiente de dilatação linear do níquel =  $12,5 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

- 9 **UFPB** Sabemos que as dimensões de um corpo se alteram, quando também alteramos sua temperatura. Salvo algumas exceções, todos os corpos, quer sejam sólidos, líquidos ou gasosos, dilatam-se quando sua temperatura aumenta. Na tira que segue, temos uma possibilidade de solução para o problema apresentado.



Após a leitura das imagens, é correto afirmar que:

- A não é possível solucionar o problema, de acordo com o que está sendo observado na tira.  
 B aquecendo-se a tampa de uma garrafa, todo o conjunto (garrafa e tampa) dilata-se igualmente, o que facilita a retirada da tampa.  
 C aquecendo-se a tampa de uma garrafa, ela se dilata, a garrafa se contrai, e, assim, a mesma pode ser retirada com facilidade.  
 D aquecendo-se a tampa de uma garrafa, o líquido interno se contrai, aumentando a quantidade de ar dentro da garrafa, e, assim, a mesma pode ser retirada com facilidade.  
 E aquecendo-se a tampa de uma garrafa, apenas ela se dilata (o gargalo da garrafa é pouco aquecido) e, assim, a mesma pode ser retirada com facilidade.
- 10 **UnirG 2019** Uma chapa de cobre, utilizada em circuitos eletrônicos, tem 60 centímetros de comprimento por 40 centímetros de largura a  $16 \text{ }^\circ\text{C}$ . A área dessa chapa, quando exposta a uma temperatura de  $66 \text{ }^\circ\text{C}$ , é de:

▶ **Dado:** coeficiente de dilatação linear do cobre =  $16 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

- A  $3,84 \text{ cm}^2$   
 B  $2\,396,16 \text{ cm}^2$   
 C  $2\,403,84 \text{ cm}^2$   
 D  $2\,581,32 \text{ cm}^2$

- 11 **PUC-SP** Um tanque contém 10000 litros de combustível (álcool + gasolina) a  $30 \text{ }^\circ\text{C}$ , com uma proporção de 20% de álcool. A temperatura do combustível baixa para  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Considere o coeficiente de dilatação volumétrica do combustível:  $1,1 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

- a) Quantos litros de álcool existem a  $30 \text{ }^\circ\text{C}$ ?  
 b) Quantos litros de combustível existem a  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ ?

- 12 **PUC-Minas** Um frasco, cuja capacidade a  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  é de  $2000 \text{ cm}^3$ , está cheio até a boca com determinado líquido. O conjunto foi aquecido de  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  a  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ , transbordando  $14 \text{ cm}^3$ . O coeficiente de dilatação aparente desse líquido, em relação ao material do frasco, é igual a que valor?

- 13 Dois recipientes de  $1000 \text{ cm}^3$ , cada um a  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ , foram usados na determinação do coeficiente de dilatação aparente do mercúrio. Um dos recipientes era de cobre e o outro, de alumínio. Após serem totalmente cheios de mercúrio, também a  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ , os conjuntos foram aquecidos até  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ .

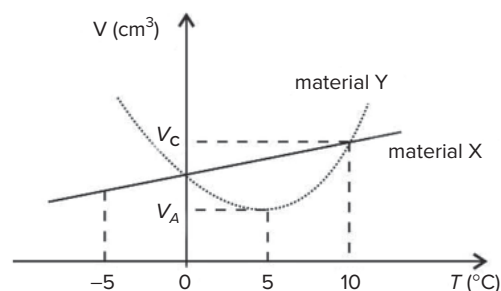
▶ **Dados:** Coeficiente de dilatação cúbica do Hg =  $1,8 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ; coeficiente de dilatação linear do Cu =  $1,6 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ; coeficiente de dilatação linear do Al =  $2,4 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

Deseja-se saber:

- a) os coeficientes de dilatação aparente encontrados para o mercúrio.  
 b) o volume de mercúrio extravasado em cada caso.

- 14 **UFF** O dono de um posto de gasolina consulta uma tabela de coeficientes de dilatação volumétrica, obtendo  $\gamma_{\text{álcool}} = 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . Assim, ele verifica que se comprar 14000 L do combustível em um dia em que a temperatura do álcool é de  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  e revendê-los num dia quente, em que essa temperatura seja de  $30 \text{ }^\circ\text{C}$ , estará ganhando  $n$  litros. Qual é o valor de  $n$ ?

- 15 **UFPR 2018** Um pesquisador, investigando propriedades ligadas à dilatação de materiais, fez experimentos envolvendo dois materiais (X e Y), que foram aquecidos numa dada faixa de temperatura enquanto seus volumes foram medidos. Sabe-se que ele usou a mesma quantidade de massa para os materiais, sendo que o material X é líquido e o Y é sólido. O pesquisador construiu, então, o gráfico ao lado, no qual são apresentadas as curvas de volume (V) em função da temperatura (T) para os materiais X (linha cheia) e Y (linha pontilhada).



Com relação ao assunto, identifique como verdadeiras (V) ou falsas (F) as seguintes afirmativas:

- Os dois materiais têm mesma densidade em  $T = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- À medida que a temperatura aumenta, o material Y se contrai até  $T = 10\text{ }^{\circ}\text{C}$ , e somente a partir dessa temperatura passa a dilatar-se.
- Em  $T = 5\text{ }^{\circ}\text{C}$ , um objeto maciço feito do material Y, se for colocado dentro de um recipiente contendo o material X, afunda quando sujeito apenas a forças gravitacionais e a forças exercidas pelo material X.

Assinale a alternativa que apresenta a sequência correta, de cima para baixo.

- A V – F – V.      C V – V – F.      E V – V – V.  
 B F – V – F.      D F – F – V.

**16 UFRGS** Um recipiente de vidro, cujas paredes são finas, contém glicerina. O conjunto se encontra a  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . O coeficiente de dilatação linear do vidro é  $27 \cdot 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$  e o coeficiente de dilatação volumétrica da glicerina é  $5,0 \cdot 10^{-4}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ . Se a temperatura do conjunto se elevar para  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ , pode-se afirmar que o nível da glicerina no recipiente:

- A baixa, porque a glicerina sofre um aumento de volume menor do que o aumento na capacidade do recipiente.
- B se eleva, porque a glicerina aumenta de volume e a capacidade do recipiente diminui de volume.
- C se eleva, porque apenas a glicerina aumenta de volume.
- D se eleva, apesar da capacidade do recipiente aumentar.
- E permanece inalterado, pois a capacidade do recipiente aumenta tanto quanto o volume de glicerina.

**17 UC-BA** Um recipiente de volume  $V$  está repleto de um líquido a  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Aquecendo-se o conjunto a  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ , transbordam  $2,0\text{ cm}^3$  do líquido. Esses  $2,0\text{ cm}^3$  correspondem:

- A à dilatação aparente do líquido.
- B à soma da dilatação real com a dilatação aparente do líquido.
- C à diferença entre a dilatação real e a dilatação aparente do líquido.
- D a três vezes a dilatação real do líquido.

**18 PUC-Minas** Um recipiente de vidro está completamente cheio de um determinado líquido. O conjunto é aquecido fazendo com que transborde um pouco desse líquido. A quantidade de líquido transbordado representa a dilatação:

- A do líquido, apenas.
- B do líquido menos a dilatação do recipiente.
- C do recipiente, apenas.
- D do recipiente mais a dilatação do líquido.

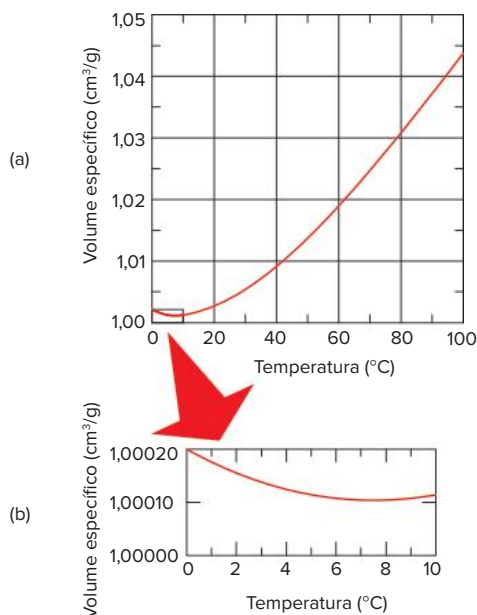
**19 Unesp** É largamente difundida a ideia de que a possível elevação do nível dos oceanos ocorreria devido ao derretimento das grandes geleiras, como consequência do aquecimento global. No entanto, deveríamos considerar outra hipótese, que poderia também contribuir para a elevação do nível dos oceanos. Trata-se da expansão térmica

da água devido ao aumento da temperatura. Para se obter uma estimativa desse efeito, considere que o coeficiente de expansão volumétrica da água salgada à temperatura de  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  seja  $2,0 \cdot 10^{-4}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ . Colocando água do mar em um tanque cilíndrico, com a parte superior aberta, e considerando que a variação de temperatura seja  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , qual seria a elevação do nível da água se o nível inicial no tanque era de  $20\text{ m}$ ? Considere que o tanque não tenha sofrido qualquer tipo de expansão.

**20 PUC** A água apresenta uma anomalia em relação aos demais líquidos. Assim, a temperatura de  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$  é:

- A aquela para a qual a água tem maior densidade.
- B aquela para a qual a água assume maior volume.
- C a mais baixa que a água atinge no estado líquido.
- D a correspondente ao ponto triplo da água.
- E a de fusão do gelo.

**21 Enem** De maneira geral, se a temperatura de um líquido comum aumenta, ele sofre dilatação. O mesmo não ocorre com a água, se ela estiver a uma temperatura próxima a de seu ponto de congelamento. O gráfico mostra como o volume específico (inverso da densidade) da água varia em função da temperatura, com uma aproximação na região entre  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ , ou seja, nas proximidades do ponto de congelamento da água.



Halliday & Resnick. *Fundamentos de Física: Gravitação, ondas e termodinâmica*, v. 2. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1991.

A partir do gráfico, é correto concluir que o volume ocupado por certa massa de água:

- A diminui em menos de 3% ao se resfriar de  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- B aumenta em mais de 0,4% ao se resfriar de  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- C diminui em menos de 0,04% ao se aquecer de  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- D aumenta em mais de 4% ao se aquecer de  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $9\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- E aumenta em menos de 3% ao se aquecer de  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

## Texto complementar

### Juntas de dilatação

Na construção de pontes, calçadas, trilhos em ferrovias, encanamentos e outras estruturas, é fundamental que o fenômeno da dilatação térmica seja considerado e previsto.

Grandes variações de temperatura – até mesmo variações sazonais, em algumas regiões – podem causar alterações significativas nas dimensões dos sólidos, devido a alterações na agitação dos átomos e das moléculas em torno do ponto de equilíbrio.

Uma das soluções para minimizar os efeitos da dilatação térmica em sólidos é o uso de juntas de dilatação. As juntas de dilatação são espaços inseridos entre os elementos de uma construção, em geral a cada 20 m para estruturas de concreto, que permitem os movimentos desses

elementos devido a variações de temperatura, sem que a estrutura seja comprometida. Quando a temperatura aumenta, a junta se fecha e, quando a temperatura diminui, ela se abre.

As juntas podem ser constituídas de diferentes materiais, do aço inoxidável ao plástico ou borracha, dependendo da amplitude do movimento desejada, do uso a que se destina e da disposição – horizontal ou vertical – na estrutura construída. Especificações técnicas determinam que um movimento de 25% da largura da junta deve ser absorvido pelo material de vedação.

Para evitar as chamadas fissuras por ação térmica e possíveis acidentes, são realizados cálculos e simulações dos fenômenos de dilatação e retração térmica em diferentes materiais e em diversas condições de variação de temperatura.



Fig. 16 Junta de dilatação em uma ponte. Parque Universal Studios – Flórida, Estados Unidos.

## Resumindo

A variação da temperatura provoca alterações nas dimensões dos corpos, a chamada **dilatação térmica** ou contração térmica.

A dilatação térmica é dividida em três tipos:

**Dilatação linear:**

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow L_f = L_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

**Dilatação superficial:**

$$\Delta S = S_0 \cdot \beta \cdot \Delta T \Rightarrow S_f = S_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T)$$

**Dilatação volumétrica:**

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T \Rightarrow V_f = V_0 (1 + \gamma \cdot \Delta T)$$

em que temos a seguinte relação entre os coeficientes:  $\frac{\alpha}{1} = \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3}$

É importante notar que os líquidos, por assumirem sempre a forma do recipiente no qual são colocados, apresentam dois tipos de dilatação: a **dilatação real**, característica do líquido em questão, e a **aparente**, que depende do recipiente.

A dilatação real sofrida por um líquido é a soma da dilatação aparente com a dilatação do recipiente.

$$\Delta V_{\text{real}} = \Delta V_{\text{aparente}} + \Delta V_{\text{recipiente}} \Rightarrow \gamma_{\text{real}} = \gamma_{\text{aparente}} + \gamma_{\text{recipiente}}$$

De modo geral, os líquidos dilatam-se ao aumentar a temperatura, mas a água é uma das exceções. A água apresenta comportamento anômalo: sofre contração de volume quando sua temperatura aumenta no intervalo de 0 °C a 4 °C e dilata-se quando a temperatura aumenta a partir de 4 °C, possuindo densidade máxima, ou seja:

$$T_{\text{água}} = 4 \text{ °C} \Rightarrow \begin{cases} \text{volume mínimo} \\ \text{densidade máxima} \end{cases}$$

## Quer saber mais?



Livro

- FIGUEIREDO, Aníbal; PIETROCOLA, Maurício. *Calor e temperatura*. São Paulo: FTD, 2000 (Física um outro lado).



Site

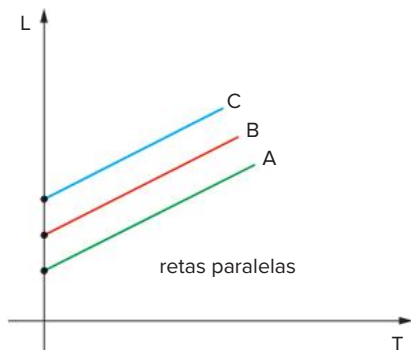
- Tiras bimetálicas (em inglês)  
<<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/thermo/bimet.html#c1>>.

## Exercícios complementares

**1 UCB 2019** Um parafuso de alumínio ( $\alpha = 25,0 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ) com 0,500 cm de diâmetro em temperatura ambiente ( $20,0^{\circ}\text{C}$ ) é refrigerado em nitrogênio líquido a aproximadamente  $-200^{\circ}\text{C}$ . Quando atingir equilíbrio térmico com o nitrogênio líquido, o diâmetro do parafuso será:

- A aumentado  $2,75 \cdot 10^{-2}$  mm.
- B diminuído  $2,75 \cdot 10^{-2}$  mm.
- C exatamente  $2,75 \cdot 10^{-2}$  mm.
- D mantido o tamanho de quando estava à temperatura ambiente.
- E diminuído 0,0500 cm.

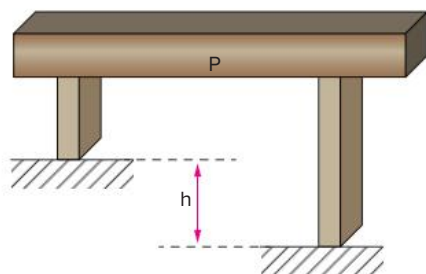
**2 PUC-SP** O gráfico a seguir dá os comprimentos de três barras, A, B e C em função da temperatura.



Quanto aos coeficientes de dilatação linear podemos afirmar:

- A  $\alpha_A < \alpha_B < \alpha_C$
- B  $\alpha_A > \alpha_B > \alpha_C$
- C  $\alpha_A = \alpha_B = \alpha_C$
- D não dá para concluir.

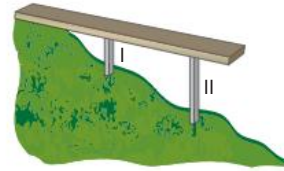
**3** Uma plataforma P foi apoiada em duas colunas, conforme a figura a seguir.



Devido a um desnível do terreno, para manter a plataforma sempre na horizontal para qualquer temperatura, foi preciso fazer uma das colunas de concreto e a outra de ferro. Qual o valor do desnível  $h$ , sabendo-se que a maior coluna é de concreto e mede 7,8 m a  $0^{\circ}\text{C}$ ?

**Dados:**  $\alpha_{\text{concreto}} = 12 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ;  $\alpha_{\text{ferro}} = 13 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ .

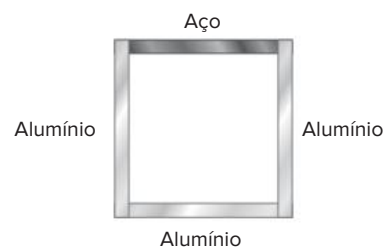
**4 Cesgranrio** Uma rampa para saltos de asa-delta é construída de acordo com o esquema que se segue. A pilastra de sustentação II tem, a  $0^{\circ}\text{C}$ , comprimento três vezes maior do que a I. Os coeficientes de dilatação de I e II são, respectivamente,  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ .



Para que a rampa mantenha a mesma inclinação a qualquer temperatura, é necessário que a relação entre  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  seja:

- A  $\alpha_1 = \alpha_2$
- B  $\alpha_1 = 2\alpha_2$
- C  $\alpha_1 = 3\alpha_2$
- D  $\alpha_2 = 3\alpha_1$
- E  $\alpha_2 = 2\alpha_1$

**5 Unirio** Um quadrado foi montado com três hastes de alumínio e uma haste de aço, todas inicialmente à mesma temperatura. O sistema é, então, submetido a um processo de aquecimento, de forma que a variação de temperatura é a mesma em todas as hastes.

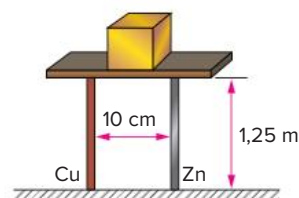


**Dados:**  $\alpha_{\text{Al}} = 24 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ;  $\alpha_{\text{Aço}} = 12 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ .

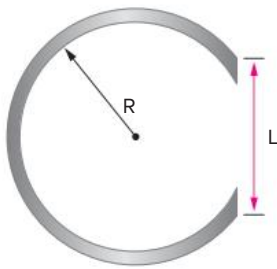
Podemos afirmar que, ao final do processo de aquecimento, a figura formada pelas hastes estará mais próxima de um:

- A quadrado.
- B retângulo.
- C losango.
- D trapézio retângulo.
- E trapézio isósceles.

**6** A figura mostra duas barras verticais, uma de cobre e outra de zinco, fixas inferiormente. Elas suportam uma plataforma horizontal onde está apoiado um corpo. O coeficiente de atrito estático entre o corpo e a plataforma é 0,01 e os coeficientes de dilatação linear do cobre e do zinco valem  $2,6 \cdot 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$  e  $1,8 \cdot 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ , respectivamente. Qual a menor variação de temperatura capaz de provocar o deslizamento do corpo sobre a plataforma?



- 7 **UFV** A figura a seguir ilustra um arame rígido de aço, cujas extremidades estão distanciadas de “L”.



Alterando-se sua temperatura, de 293 K para 100 °C, pode-se afirmar que a distância “L”:

- A diminui, pois o arame aumenta de comprimento, fazendo com que suas extremidades fiquem mais próximas.  
 B diminui, pois o arame contrai com a diminuição da temperatura.  
 C aumenta, pois o arame diminui de comprimento, fazendo com que suas extremidades fiquem mais afastadas.  
 D não varia, pois a dilatação linear do arame é compensada pelo aumento do raio “R”.  
 E aumenta, pois a área do círculo de raio “R” aumenta com a temperatura.

- 8 **UFBA** Houve apenas um jogo do basquetebol de alta tecnologia. A ideia, que parecia promissora e que exigiu enormes investimentos, foi logo abandonada. Superatletas foram criados utilizando técnicas de melhoramentos genéticos em células embrionárias dos melhores jogadores e jogadoras de todos os tempos. A bola, confeccionada com um material isolante térmico de altíssima qualidade, era uma esfera perfeita. Os aros das cestas, círculos perfeitos, foram feitos de uma liga metálica, resultado de longa pesquisa de novos materiais.

O ginásio de esportes foi reformulado para o evento, com um sistema de climatização ambiental para assegurar que a temperatura se mantivesse constante em 20 °C. A plateia era majoritariamente composta por torcedores do time local, entre os quais foram reconhecidos cientistas premiados e representantes de empresas de alta tecnologia.

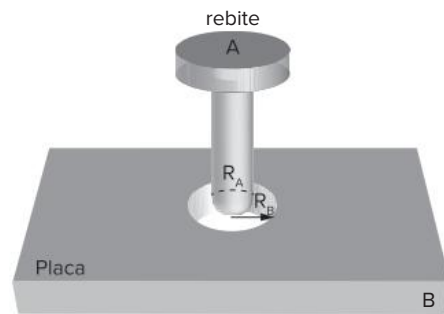
O jogo estava nos cinco minutos finais e empatado. Aconteceu, então, um grande movimento na plateia. De um lado, os torcedores pediram alimentos e bebidas quentes e iluminaram a cesta com lanternas infravermelhas. Do outro, da cesta do time local, todos queriam sorvetes e bebidas geladas. Usou-se de todos os meios possíveis, inclusive alterando o sistema de climatização, para aquecer a região em torno da cesta do time visitante e esfriar a do time local. Dois torcedores, representantes da tecnociência, colocados atrás das cestas, conversavam ao telefone: – Aqui está 19 °C e aí?

– Aqui está 21 °C, vencemos!

Terminado o jogo, o técnico do time visitante desabafou: – Sujaram um bom jogo e mataram uma boa ideia.

Explique, qualitativa e quantitativamente, por que os dois torcedores tinham certeza de ter vencido e comente as opiniões do técnico visitante, considerando que o diâmetro da bola e dos aros são iguais, respectivamente, a 230,0 mm e a 230,1 mm e que o coeficiente de dilatação linear dos aros é  $4,8 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

- 9 **UFSC** Um aluno de ensino médio está projetando um experimento sobre a dilatação dos sólidos. Ele utiliza um rebite de material A e uma placa de material B, de coeficientes de dilatação térmica, respectivamente, iguais a  $\alpha_A$  e  $\alpha_B$ . A placa contém um orifício em seu centro, conforme indicado na figura. O raio  $R_A$  do rebite é menor que o raio  $R_B$  do orifício e ambos os corpos se encontram em equilíbrio térmico com o meio.

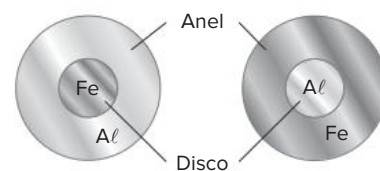


Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 Se  $\alpha_A > \alpha_B$  a folga irá aumentar se ambos forem igualmente resfriados.  
 02 Se  $\alpha_A > \alpha_B$  a folga ficará inalterada se ambos forem igualmente aquecidos.  
 04 Se  $\alpha_A < \alpha_B$  e aquecermos apenas o rebite, a folga aumentará.  
 08 Se  $\alpha_A = \alpha_B$  a folga ficará inalterada se ambos forem igualmente aquecidos.  
 16 Se  $\alpha_A = \alpha_B$  e aquecermos somente a placa, a folga aumentará.  
 32 Se  $\alpha_A > \alpha_B$  a folga aumentará se apenas a placa for aquecida.

Soma:

- 10 **UFMG** O coeficiente de dilatação térmica do alumínio (Al) é, aproximadamente, duas vezes o coeficiente de dilatação térmica do ferro (Fe). A figura mostra duas peças onde um anel feito de um desses metais envolve um disco feito do outro. À temperatura ambiente, os discos estão presos aos anéis.



Se as duas peças forem aquecidas uniformemente, é correto afirmar que:

- A apenas o disco de Al se soltará do anel de Fe.  
 B apenas o disco de Fe se soltará do anel de Al.  
 C os dois discos se soltarão dos respectivos anéis.  
 D os discos não se soltarão dos anéis.



- 11 Unirio** Um estudante pôs em prática uma experiência na qual ele pudesse observar alguns conceitos relacionados à “Dilatação Térmica dos Sólidos”. Ele utilizou dois objetos: um fino fio de cobre de comprimento  $4L$ , com o qual ele montou um quadrado como mostra a figura I, e uma chapa quadrada, também de cobre, de espessura desprezível e área igual a  $L^2$ , como mostra a figura II.

Fig. I  
Quadrado formado com o fio de cobre



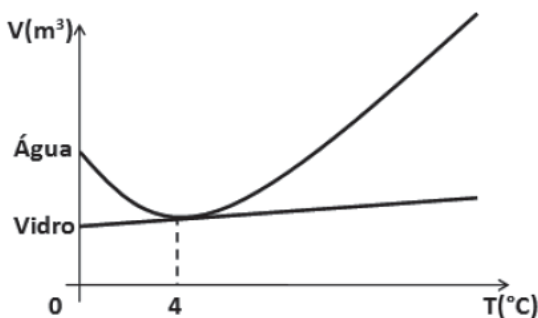
Fig. II  
Chapa de cobre de área  $L^2$



Em seguida, o quadrado montado e a chapa, que se encontravam inicialmente à mesma temperatura, foram colocados num forno até que alcançassem o equilíbrio térmico com este. Assim, a razão entre a área da chapa e a área do quadrado formado com o fio de cobre, após o equilíbrio térmico destes com o forno, é:

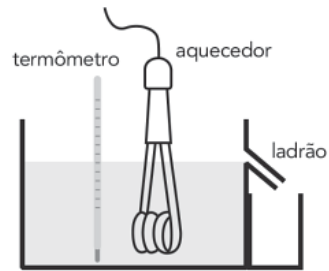
- A 5  
B 4  
C 3  
D 2  
E 1

- 12 IFSul 2019** Um copo de vidro de 50 g de massa possui 100 g de água que o preenche até a “boca”. O sistema encontra-se inicialmente em equilíbrio térmico a uma temperatura de  $4\text{ }^\circ\text{C}$ . O gráfico abaixo mostra como se comporta o volume do vidro e da água em função da temperatura. De acordo com o comportamento anômalo da água ou analisando o gráfico ao lado concluímos que o nível de água no copo irá

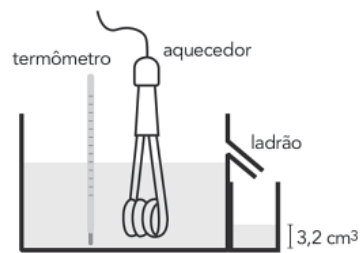


- A diminuir, se a temperatura do sistema diminuir.  
B diminuir, independentemente de a temperatura do sistema aumentar ou diminuir.  
C transbordar, independentemente de a temperatura do sistema aumentar ou diminuir.  
D transbordar, somente se a temperatura do sistema aumentar.

- 13 Uerj 2018** Para uma análise física, um laboratório utiliza um sistema composto por um termômetro, um aquecedor, um recipiente com ladrão e outro recipiente menor acoplado a este. O primeiro recipiente é preenchido até a altura do ladrão com  $400\text{ cm}^3$  de um determinado líquido, conforme ilustrado abaixo.



O sistema, mantido em temperatura ambiente de  $25\text{ }^\circ\text{C}$ , é então aquecido até  $65\text{ }^\circ\text{C}$ . Como em geral os líquidos se dilatam mais que os sólidos, verifica-se o extravasamento de parte do líquido, que fica armazenado no recipiente menor. Após o sistema voltar à temperatura inicial, o volume de líquido extravasado corresponde a  $3,2\text{ cm}^3$ . Observe a ilustração:



Sabendo que o coeficiente de dilatação volumétrica do material que constitui o recipiente é igual  $36 \times 10^{-6}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , calcule o coeficiente de dilatação do líquido.

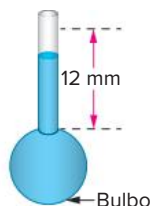
- 14 UFRN** Suponha um recipiente com capacidade de 1,0 litro cheio de um líquido com coeficiente de dilatação volumétrica duas vezes maior que o coeficiente do material de que é feito o recipiente. Qual a quantidade de líquido que transbordará quando o conjunto sofrer uma variação de temperatura de  $30\text{ }^\circ\text{C}$ ?

► Dado: Coeficiente dilatação vol. do líquido =  $2 \cdot 10^{-5}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

- 15 Fuvest** A  $10\text{ }^\circ\text{C}$ , 100 gotas idênticas de um líquido ocupam um volume de  $1,0\text{ cm}^3$ . A  $60\text{ }^\circ\text{C}$ , o volume ocupado pelo líquido é de  $1,01\text{ cm}^3$ . Calcule:  
a) a massa de uma gota de líquido a  $10\text{ }^\circ\text{C}$ , sabendo-se que sua densidade, a essa temperatura, é de  $0,90\text{ g/cm}^3$ .  
b) o coeficiente de dilatação volumétrica do líquido.

- 16 Fuvest** Um termômetro especial, de líquido dentro de um recipiente de vidro, é constituído de um bulbo de  $1\text{ cm}^3$  e um tubo com secção transversal de  $1\text{ mm}^2$ . À temperatura de  $20\text{ }^\circ\text{C}$  o líquido preenche completamente o bulbo até a base do tubo. À temperatura de  $50\text{ }^\circ\text{C}$ , o líquido preenche o tubo até uma altura

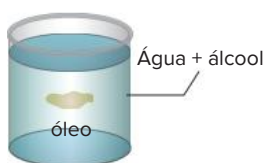
de 12 mm. Considere desprezíveis os efeitos da dilatação do vidro e da pressão do gás acima da coluna do líquido.



Podemos afirmar que o coeficiente de dilatação volumétrica médio do líquido vale:

- A  $3 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$                       D  $20 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$   
 B  $4 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$   
 C  $12 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$                       E  $36 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

- 17 Cesgranrio** Misturando-se convenientemente água e álcool, é possível fazer com que uma gota de óleo fique imersa, em repouso, no interior dessa mistura, como exemplifica o desenho a seguir. Os coeficientes de dilatação térmica da mistura e do óleo valem, respectivamente,  $2,0 \cdot 10^{-4}/^\circ\text{C}$  e  $5,0 \cdot 10^{-4}/^\circ\text{C}$ .



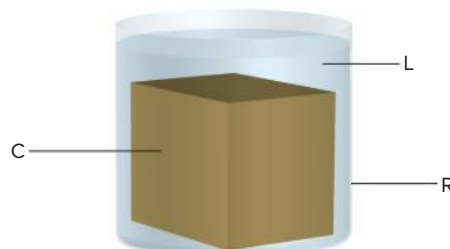
Esfriando-se o conjunto e supondo-se que o álcool não evapore, o volume da gota:

- A diminuirá e ela tenderá a descer.  
 B diminuirá e ela tenderá a subir.  
 C diminuirá e ela permanecerá em repouso.  
 D aumentará e ela tenderá a subir.  
 E aumentará e ela tenderá a descer.

- 18 Enem** Durante uma ação de fiscalização em postos de combustíveis, foi encontrado um mecanismo inusitado para enganar o consumidor. Durante o inverno, o responsável por um posto de combustível comprava álcool por R\$ 0,50/litro, a uma temperatura de  $5^\circ\text{C}$ . Para revender o líquido aos motoristas, instalou um mecanismo na bomba de combustível para aquecê-lo, para que atingisse a temperatura de  $35^\circ\text{C}$ , sendo o litro de álcool revendido a R\$ 1,60. Diariamente o posto comprava 20 mil litros de álcool a  $5^\circ\text{C}$  e os revendia. Com relação à situação hipotética descrita no texto e dado que o coeficiente de dilatação volumétrica do álcool é de  $1 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , desprezando-se o custo da energia gasta no aquecimento do combustível, o ganho financeiro que o dono do posto teria obtido devido ao aquecimento do álcool após uma semana de vendas estaria entre:

- A R\$ 500,00 e R\$ 1.000,00.  
 B R\$ 1.050,00 e R\$ 1.250,00.  
 C R\$ 4.000,00 e R\$ 5.000,00.  
 D R\$ 6.000,00 e R\$ 6.900,00.  
 E R\$ 7.000,00 e R\$ 7.950,00.

- 19 Uerj** Considere um recipiente R cujo volume interno encontra-se totalmente preenchido por um corpo maciço C e um determinado líquido L, conforme o esquema abaixo.



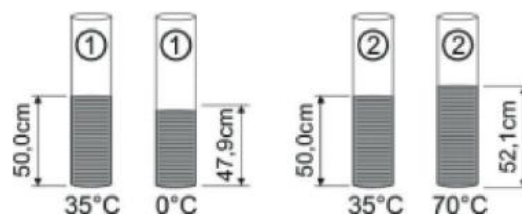
A tabela a seguir indica os valores relevantes de duas das propriedades físicas dos elementos desse sistema.

Elementos	Coefficiente de dilatação $\gamma \text{ (} ^\circ\text{C}^{-1}\text{)}$	Massa específica $\mu \text{ (} 10^3 \text{ kg/m}^3\text{)}$
recipiente	$8 \cdot 10^{-5}$	–
líquido	$20 \cdot 10^{-5}$	2
corpo maciço	$4 \cdot 10^{-5}$	6

Admita que o sistema seja submetido a variações de temperatura tais que os valores das propriedades físicas indicadas permaneçam constantes e que o líquido e o corpo continuem a preencher completamente o volume interno do recipiente.

Calcule a razão que deve existir entre a massa  $M_C$  do corpo e a massa  $M_L$  do líquido para que isso ocorra.

- 20 AFA 2018** Considere dois tubos cilíndricos (1 e 2), verticais, idênticos e feitos do mesmo material, contendo um mesmo líquido em equilíbrio até a altura de 50,0 cm, conforme figura a seguir.



As temperaturas nos dois tubos são inicialmente iguais e de valor  $35^\circ\text{C}$ . O tubo 1 é resfriado até  $0^\circ\text{C}$ , enquanto o tubo 2 é aquecido até  $70^\circ\text{C}$ , e a altura do líquido em cada tubo passa a ser o valor indicado na figura. Sabendo-se que o coeficiente de dilatação térmica dos tubos é desprezível quando comparado com o do líquido, o coeficiente de dilatação volumétrica do líquido, considerado constante, é, em  $^\circ\text{C}^{-1}$ ,

- A  $1,2 \cdot 10^{-3}$   
 B  $1,6 \cdot 10^{-3}$   
 C  $2,4 \cdot 10^{-3}$   
 D  $3,6 \cdot 10^{-3}$

**21 AFA 2015** Com relação à dilatação dos sólidos e líquidos isotrópicos, analise as proposições a seguir e dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

- 01 Um recipiente com dilatação desprezível contém certa massa de água na temperatura de  $1^{\circ}\text{C}$ , quando é, então, aquecido lentamente, sofrendo uma variação de temperatura de  $6^{\circ}\text{C}$ . Nesse caso, o volume da água primeiro aumenta e depois diminui.
- 02 Quando se aquece uma placa metálica que apresenta um orifício, verifica-se que, com a dilatação da placa, a área do orifício aumenta.
- 03 Quando um frasco completamente cheio de líquido é aquecido, este transborda um pouco. O volume de líquido transbordado mede a dilatação absoluta do líquido.
- 04 O vidro pirex apresenta maior resistência ao choque térmico do que o vidro comum porque tem menor coeficiente de dilatação térmica do que o vidro comum.
- 05 Sob pressão normal, quando uma massa de água é aquecida de  $0^{\circ}\text{C}$  até  $100^{\circ}\text{C}$  sua densidade sempre aumenta.
- 06 Ao se elevar a temperatura de um sistema constituído por três barras retas e idênticas de ferro interligadas de modo a formarem um triângulo isósceles, os ângulos internos desse triângulo não se alteram.

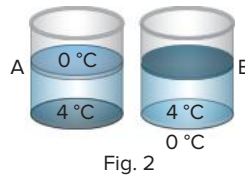
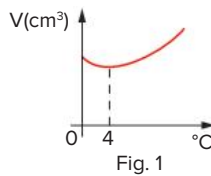
Soma:

- A 07
- B 10

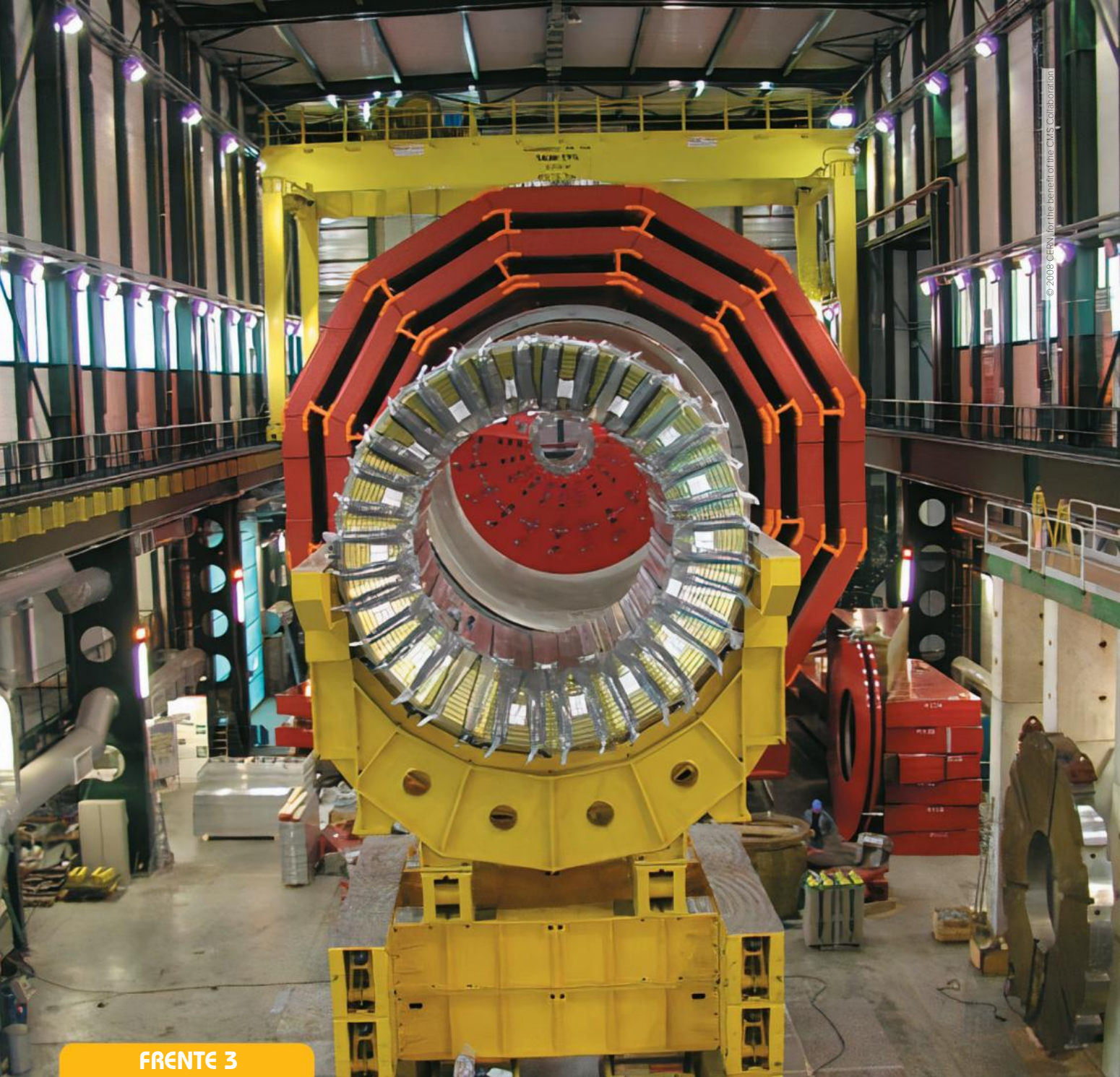
- C 11
- D 12

**22 Unicamp** Responda:

- a) Na figura 1, pode-se ver como varia o volume  $V$  de 1 kg de água quando a sua temperatura varia de  $0^{\circ}\text{C}$  a  $10^{\circ}\text{C}$ . Esboce o gráfico da densidade da água, em função da temperatura, neste intervalo.
- b) Na figura 2, mostram-se dois recipientes A e B preenchidos com iguais massas de água inicialmente a  $4^{\circ}\text{C}$ . Os recipientes A e B estão isolados termicamente, com exceção da tampa de A e da base de B, que são condutores e mantidas permanentemente a  $0^{\circ}\text{C}$ . Em qual dos dois recipientes a temperatura uniforme de  $0^{\circ}\text{C}$  será atingida primeiro? Por quê?







## FRENTE 3

### CAPÍTULO

# 3

## Calorimetria

O calorímetro de hádrons, ou HCAL (em primeiro plano), parte importante dos experimentos do acelerador de partículas LHC (*Large Hadron Collider*), é um detector que tem como propósito medir a energia de partículas resultantes de colisões altamente energéticas.

## Calor

Considere um copo com água em temperatura ambiente. Introduza nesse copo uma colher de metal aquecida ao rubro na chama de um fogão.

O que aconteceu com esse sistema depois de certo tempo?

A resposta é simples. No instante em que a colher foi colocada no copo, sua temperatura era muito superior à da água, e por esse motivo ela esfriou, passando energia para a água, enquanto a água esquentou, recebendo energia da colher. Depois de certo tempo, tanto a água quanto a colher têm a mesma temperatura.

A situação que acabamos de descrever é um exemplo de transferência de energia de um corpo para outro, até que se atinja o equilíbrio térmico e o calor cesse.

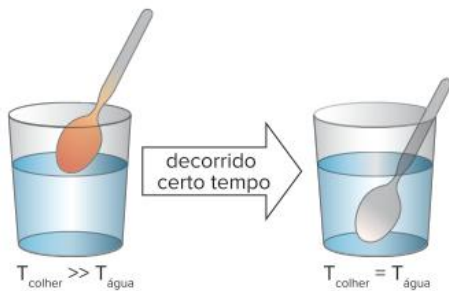


Fig. 1 Corpos em temperaturas inicialmente diferentes trocam calor até atingirem o equilíbrio térmico.

Afinal, o que é calor?

Calor é energia em trânsito, que se desloca obrigatoriamente do corpo de maior temperatura para o corpo de menor temperatura até que seja atingido o equilíbrio térmico.

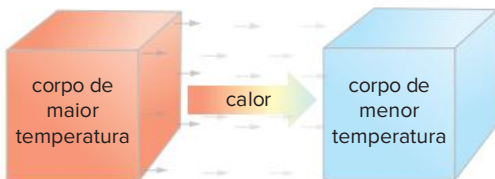


Fig. 2 Calor: energia em trânsito com fluxo obrigatório. Sempre da temperatura maior para a temperatura menor.

## Calorimetria

A calorimetria tem por objetivo a análise, do ponto de vista quantitativo, do problema das trocas de calor entre sistemas postos em contato a diferentes temperaturas no interior de recipientes termicamente isolados, ou não, do meio exterior.

Se dois corpos A e B, cujas temperaturas são respectivamente  $T_A$  e  $T_B$ , sendo  $T_A > T_B$ , forem postos em contato no interior de um recipiente termicamente isolado do meio exterior, observamos que, decorrido certo tempo, os corpos apresentarão a mesma temperatura  $T_{\text{equilíbrio}}$ , sendo  $T_A > T_{\text{equilíbrio}} > T_B$ .

### ! Atenção

Em um sistema termicamente isolado, a temperatura de equilíbrio é sempre maior do que a menor temperatura e sempre menor do que a maior temperatura dos corpos colocados em contato.

$$T_{\text{maior}} > T_{\text{equilíbrio}} > T_{\text{menor}}$$

Assim sendo, o corpo de temperatura mais elevada cede calor ao corpo de temperatura mais baixa até que eles venham a apresentar a mesma temperatura, quando **cessa a passagem de calor** de A (corpo inicialmente à temperatura mais elevada) para B (corpo inicialmente à temperatura mais baixa).

### ! Atenção

Em um sistema termicamente isolado:

se  $T_A \neq T_B \Rightarrow$  existe calor entre A e B (do corpo de maior temperatura para o de menor temperatura);

se  $T_A = T_B \Rightarrow$  não existe calor entre A e B. Os corpos estão em equilíbrio térmico.

## Calor sensível e calor latente

Experimentalmente, comprova-se que a troca de calor entre corpos colocados em contato a diferentes temperaturas iniciais apresentam as seguintes características:

**calor sensível** é o calor recebido ou cedido por um corpo que tem como única consequência a variação da energia cinética de vibração, ou seja, atua diretamente na temperatura do corpo em questão. O corpo, que recebe ou cede calor, mantém seu estado de agregação, variando sua temperatura;

### Aquecimento de água



Fig. 3 Calor sensível implica apenas variação de temperatura.

**calor latente** é o calor recebido ou cedido por um corpo que tem como única consequência a variação da energia potencial de agregação, ou seja, atua diretamente na mudança de estado físico do corpo em questão. O corpo, que recebe ou cede calor, mantém sua temperatura constante, mudando de estado físico.

### Água em ebulição



Fig. 4 Calor latente implica apenas mudança de estado físico.



### ! Atenção

Simplificadamente, podemos dizer que um corpo apresenta dois tipos de energia interna: a energia potencial de agregação e a energia cinética de vibração.

A energia potencial de agregação mantém a estrutura do corpo agregada (estado físico), enquanto a energia cinética de vibração está relacionada com a temperatura do corpo.

## Quantidade de calor

Muito antes de ter sido evidenciada a natureza energética do calor, foi desenvolvido, no campo experimental, o conceito de quantidade de calor, tendo sido estudados os critérios de igualdade e de multiplicidade para essa grandeza.

### Critério de igualdade

Duas quantidades de calor são iguais quando, ao serem trocadas com o exterior por massas iguais da mesma substância à mesma temperatura inicial, acarretam variações iguais de temperatura.

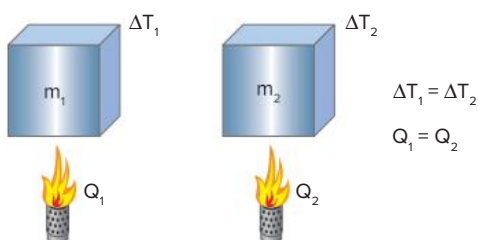


Fig. 5 Troca de calor entre massas iguais ( $m_1 = m_2$ ) da mesma substância.

### Critério de multiplicidade

Uma quantidade de calor é igual a  $n$  vezes outra quando ambas provocam a mesma variação de temperatura, a partir da mesma temperatura inicial, ao serem trocadas com o exterior por massas das quais uma é  $n$  vezes maior do que a outra.

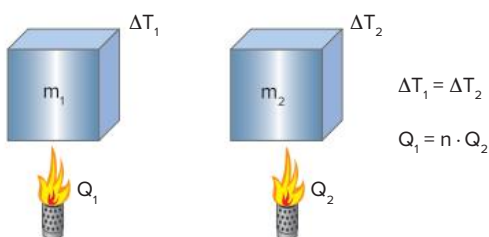


Fig. 6 Troca de calor entre massas diferentes,  $m_1 = n \cdot m_2$ .

### ! Atenção

Resumindo os critérios:

Dado que as massas de água sofrem a mesma variação de temperatura.

Se  $m_1 = m_2$ , então  $Q_1 = Q_2$

Se  $m_1 = n m_2$ , então  $Q_1 = n \cdot Q_2$

## Unidades de calor

A unidade de quantidade de calor adotada tradicionalmente é a **caloria (cal)**.

Chama-se caloria a quantidade de calor que deve ser fornecida a um grama de água para elevar a sua temperatura de  $1^\circ\text{C}$ , especificamente, de  $14,5^\circ\text{C}$  para  $15,5^\circ\text{C}$ .

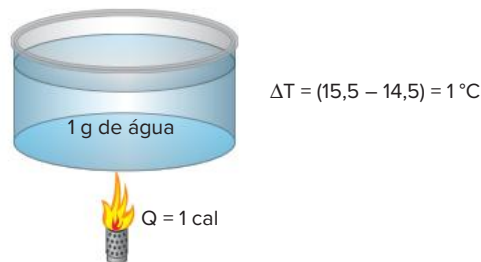


Fig. 7 Definição de caloria (cal).

A quilocaloria ( $\text{kcal} = 10^3\text{ cal}$ ) é um múltiplo da caloria que se define de maneira análoga: a quilocaloria é a quantidade de calor que deve ser fornecida a  $1\text{ kg}$  de água, sob pressão normal, para elevar sua temperatura de  $14,5^\circ\text{C}$  para  $15,5^\circ\text{C}$ . Entretanto, na maioria das aplicações, considera-se o calor específico (que será visto neste capítulo) de uma substância constante, dependendo apenas da fase em que ela se encontra.

**Observação:** Deve-se tomar muito cuidado com o conceito “cotidiano” de caloria. A caloria alimentar, que rege nossa dieta diária, é a kcal. Muitas vezes encontramos em embalagens de alimentos o teor energético expresso das seguintes formas:

1. Teor energético: 120 cal
2. Teor energético: 120 kcal (correto)

Lembre-se de que, em todos os casos, o que o fabricante quer dizer é a segunda opção.

Podemos também utilizar para indicar quantidades de calor a unidade de energia no Sistema Internacional, joule (J), que possui a seguinte relação com a unidade caloria:

$$1\text{ cal} = 4,18\text{ J}$$

Se você for comprar um ar-condicionado, deparará com mais uma unidade de quantidade de calor, a BTU, que quer dizer *British Thermal Unit* (unidade térmica britânica), que possui a seguinte relação com as unidades anteriores:  $1\text{ BTU} = 1055\text{ J} = 252\text{ cal}$ . Na prática da engenharia, 1 BTU equivale, aproximadamente, a  $0,293\text{ W}\cdot\text{h}$  (watt · hora).



Fig. 8 Ar-condicionado e unidade térmica de calor.

## Capacidade térmica (C)

Seja  $Q$  a quantidade de calor que um corpo troca com o exterior e  $\Delta T$  a consequente variação da temperatura desse corpo, por definição, chama-se **capacidade térmica** do corpo a razão entre a quantidade de calor trocada e a variação de temperatura sofrida.

Observe:

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

Podemos concluir que a capacidade térmica de um corpo é numericamente igual à quantidade de calor que o sistema troca com o meio quando a temperatura do sistema sofre uma variação unitária.

### ! Atenção

Podemos interpretar a capacidade térmica de um corpo como a robustez que ele oferece à variação de temperatura, dada uma quantidade fixa de calor.

A capacidade térmica é uma característica do corpo; massas diferentes da mesma substância apresentam capacidades térmicas diferentes.

Considerando novamente a definição de capacidade térmica, temos:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \left[ \frac{\text{cal}}{^{\circ}\text{C}} \right]$$

Usualmente medimos  $Q$  em calorias e  $\Delta T$  em  $^{\circ}\text{C}$ , consequentemente a unidade de capacidade térmica é dada por  $\text{cal}/^{\circ}\text{C}$ , ou no caso de se medir o calor trocado em joules a unidade de capacidade térmica é dada por  $\text{J}/^{\circ}\text{C}$ .

## Calor específico (c)

Chama-se calor específico de um corpo a capacidade térmica por unidade de massa desse corpo.

Portanto, temos:

$$c = \frac{C}{m}$$

como  $C = \frac{Q}{\Delta T}$ , temos:  $c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$

Daí resulta a expressão:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

### ! Atenção

Podemos interpretar o calor específico de um corpo como a robustez que ele oferece à variação de temperatura por unidade de massa, dada uma quantidade fixa de calor.

O calor específico é uma característica da substância que constitui o corpo, e não simplesmente do corpo. Ou seja, o calor específico não depende da massa.

Considerando novamente a definição de calor específico, temos:

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} \left[ \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}} \right]$$

Usualmente medimos  $Q$  em caloria,  $m$  em gramas e  $\Delta T$  em  $^{\circ}\text{C}$ , consequentemente, a unidade de calor específico é dada por  $\text{cal}/\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}$ , ou no caso de se medir o calor trocado em joules a unidade de calor específico é dada por  $\text{J}/\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}$ .

A seguir uma tabela com algumas substâncias e seus respectivos calores específicos.

Substância	Valor aproximado de $c$ ( $\text{cal}/\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}$ )
Água	1,0
Alumínio	0,22
Areia	0,20
Chumbo	0,03
Ferro	0,11
Gelo	0,55
Mercúrio	0,033
Prata	0,056
Vapor de água	0,48

Tab. 1 Calor específico para diferentes substâncias.

### ! Atenção

Quanto menor o calor específico de uma substância, menor será a quantidade de calor necessária para elevar a sua temperatura.

Você pode comprovar experimentalmente a diferença entre os calores específicos de metais distintos por meio da seguinte experiência:

Aqueça em água fervente três esferas de metais distintos, porém de massas iguais (metais A, B e C).

Retirando as esferas da água fervente e colocando-as sobre um bloco de gelo, você constatará que umas derretem mais o gelo do que outras. Isso ocorre porque as de maior calor específico, ao resfriar, buscando o equilíbrio térmico, cedem maior quantidade de calor.

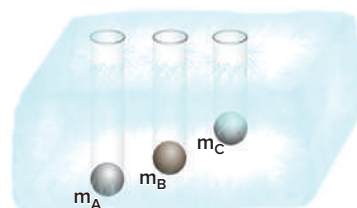


Fig. 9 Maior calor específico implica maior liberação de energia, para massas iguais e mesmas variações de temperatura.

Observe:

Sendo  $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$ , temos:

- O  $\Delta T$  para as três esferas é o mesmo, isto é:

$$\Delta T_A = \Delta T_B = \Delta T_C$$

pois as esferas saem da água fervente e encontram o equilíbrio no gelo.

- A massa das três esferas é a mesma, isto é:

$$m_A = m_B = m_C$$

- A quantidade de gelo derretida por A é maior do que a quantidade derretida por B, que é maior do que a quantidade derretida por C.
- Como a esfera A derreteu mais gelo, a quantidade de calor liberada por ela é maior do que a de B e a de C, o que a faz possuir, portanto, maior calor específico.

### Observações importantes sobre a capacidade térmica e o calor específico

- A capacidade térmica de um sistema vale o produto de sua massa pelo seu calor específico, isto é:

$$C = m \cdot c$$

- A capacidade térmica de um sistema composto vale a soma das capacidades térmicas dos componentes do sistema.
- O calor específico depende do estado de agregação do sistema, sendo maior no estado líquido do que no estado sólido.
- A variedade alotrópica tem influência no calor específico.
- Para o calor específico da água, adota-se:

$$c = 1 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$$

- Capacidade térmica é uma característica do corpo, enquanto calor específico é uma característica da substância.

### Atenção

Alguns elementos químicos podem se cristalizar em duas ou mais formas diferentes. Essa propriedade chama-se **alotropia**, e cada uma das formas constitui uma **variedade alotrópica**.

Entre os elementos que apresentam essa propriedade podemos citar o carbono, o enxofre e o fósforo.

As diferentes variedades alotrópicas do carbono apresentam os seguintes calores específicos:

$$c_{\text{diamante}} = 0,147 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$c_{\text{grafite}} = 0,202 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$c_{\text{carvão}} = 0,240 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$$

### Equivalente em água

Considere um corpo de capacidade térmica  $C$  que, ao trocar com o exterior a quantidade de calor  $Q$ , apresenta uma variação de temperatura  $\Delta T$ .

Suponha agora que uma massa  $m$  de água troque com o exterior a mesma quantidade de calor  $Q$ , sofrendo a mesma variação de temperatura  $\Delta T$ .

O calor sensível é dado pela expressão:  $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$ .

Porém, o calor específico da água vale  $1 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$ .

Portanto:  $Q = m \cdot \Delta T$ .

Comparando as expressões anteriores, você conclui que a massa  $m$  da água é numericamente igual à capacidade térmica do corpo.

Simbolicamente:  $m = C$ .

Portanto, a massa  $m$  recebe o nome de **equivalente em água** do corpo.

### Atenção

O equivalente em água é indicado pela letra  $E$  e é expresso em unidades de massa, geralmente em gramas.

**Observação:** Você percebe facilmente que o equivalente em água de um corpo é numericamente igual ao produto da massa do corpo pelo seu calor específico.

### Exercício resolvido

- A massa de um fragmento de metal é  $m = 200 \text{ g}$ , e seu calor específico vale  $c = 0,094 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$ . Calcule:
  - o equivalente em água do fragmento de metal.
  - a quantidade de calor que é preciso fornecer ao fragmento para elevar sua temperatura de  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  para  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ .

### Resolução:

- a) Como você sabe,  $E = C$ ; mas  $C = m \cdot c$ ; portanto:

$$E = m \cdot c$$

Temos, então:

$$E = 200 \cdot 0,094 = 18,8 \text{ g}$$

- b) A quantidade de calor é:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$$Q = m \cdot c \cdot (100 - 20)$$

Como pelo item anterior o produto  $m \cdot c$  vale  $18,8$ , temos:

$$Q = 18,8 \cdot 80 = 1504 \text{ cal} = 1,504 \text{ kcal.}$$

### Calor latente de transformação (L)

Quando, em consequência da troca de calor entre o sistema e o exterior, ocorre mudança no estado de agregação do sistema, define-se o calor latente de transformação.

Chama-se **calor latente de transformação** a quantidade de calor que a unidade de massa do sistema deve trocar com o exterior, na temperatura em que ocorre a transformação, para que o sistema sofra a mudança de estado sem variação de temperatura.

Lembre-se de que toda a energia está sendo utilizada para romper as ligações.

Decorre da definição que:

$$L = \frac{Q}{m}$$

Consequentemente:

$$Q = m \cdot L$$

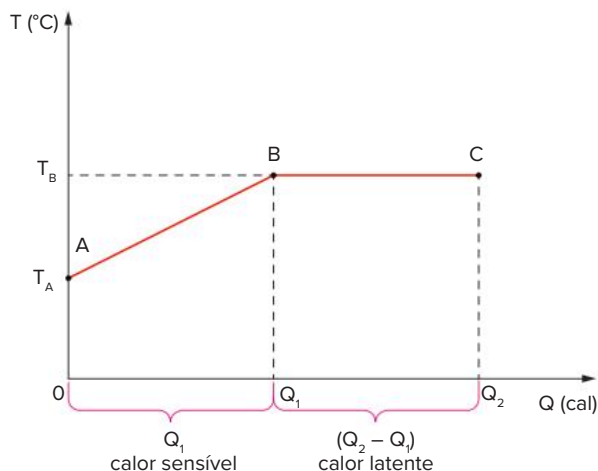


Fig. 10 Diferença entre calor sensível e calor latente.

Note que, ao passar de A para B, o sistema recebeu uma quantidade de calor  $Q_1$ , que acarretou a variação de temperatura de  $T_A$  para  $T_B$ ; então,  $Q_1$  é um **calor sensível**; ao passar de B para C, o sistema recebeu a quantidade de calor  $(Q_2 - Q_1)$ , que acarretou mudança de estado sem variação de temperatura, pois  $T_B = T_C$ ; portanto,  $Q_2$  é um **calor latente**.

Estudaremos mais sobre esse assunto no capítulo 4 desta frente.

## Balanco térmico

No decorrer do seu estudo, você terá muitas vezes de resolver problemas que envolvem trocas de calor, nos quais você deverá encontrar o valor de algum dos elementos do processo: temperatura inicial, temperatura final, massa ou calor específico. Para resolver tais problemas, você deverá aplicar os dois princípios da calorimetria, que apresentamos a seguir.

## Princípio da igualdade das trocas de calor

Quando dois ou mais corpos, em temperaturas diferentes, são colocados no interior de um recipiente termicamente isolado do exterior, trocam calor entre si até atingir o equilíbrio térmico.

Portanto:

A soma das quantidades de calor cedidas mais a soma das quantidades de calor recebidas pelos corpos que constituem o sistema termicamente isolado é sempre igual a zero. Essa conclusão pode servir de enunciado para o 1º princípio da calorimetria.

Simbolicamente, temos:  $\Sigma Q_{\text{rec}} + \Sigma Q_{\text{ced}} = 0$

Observe que:

- calor recebido:  $(Q_{\text{rec}}) > 0$ , pois  $\Delta T > 0$
- calor cedido:  $(Q_{\text{ced}}) < 0$ , pois  $\Delta T < 0$

Lembre-se de que:  $\Delta T = T_{\text{final}} - T_{\text{inicial}}$

## Princípio das transformações inversas

Se um sistema recebe (cede) determinada quantidade de calor ao sofrer uma transformação, então cederá (receberá) a mesma quantidade de calor ao sofrer a transformação inversa.

## Calorímetros

Calorímetro é um recipiente em que usualmente são colocados corpos com o objetivo de trocar calor. É uma importante ferramenta experimental na medição do calor específico dos corpos.



Fig. 11 Calorímetro real.

Os calorímetros são, teoricamente, isolados do meio exterior para evitar trocas de calor entre o meio externo e o seu conteúdo, por serem essas quantidades de calor difíceis de medir. No entanto, nada impede que seja introduzida ou retirada do interior do calorímetro qualquer quantidade de calor facilmente mensurável.

**Calorímetros ideais** são aqueles que não participam das trocas de calor em seu interior, isto é, têm capacidade térmica nula ou desprezível.

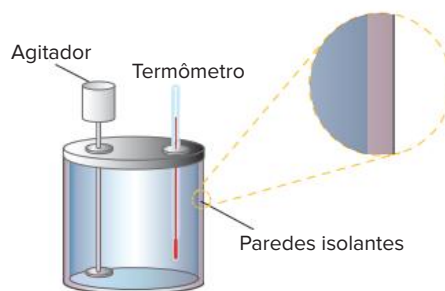
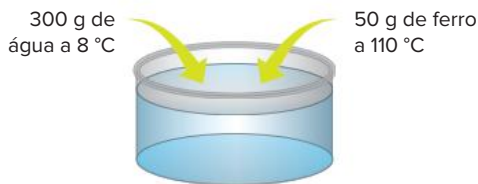


Fig. 12 Esquema simplificado de um calorímetro.

## Exercícios resolvidos

- Em um calorímetro ideal, são colocados 300 g de água a  $8^\circ\text{C}$  e 50 g de ferro a  $110^\circ\text{C}$ . Sabendo que o equilíbrio térmico ocorre a  $10^\circ\text{C}$ , determine o calor específico sensível do ferro.  
Dado:  $c_{\text{água}} = 1,0 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$ .

### Resolução:



Sabendo que a  $T_E = 10^\circ\text{C}$ , temos:

$$Q_{\text{ced.}} + Q_{\text{rec.}} = 0$$

$$(m \cdot c \cdot \Delta T)_{\text{ferro}} + (m \cdot c \cdot \Delta T)_{\text{água}} = 0$$

$$\underbrace{50 \cdot c_f \cdot (10 - 110)}_{\text{Valor (-)} \Rightarrow Q_{\text{ced.}}} + \underbrace{300 \cdot 1 \cdot (10 - 8)}_{\text{Valor (+)} \Rightarrow Q_{\text{rec.}}} = 0$$

$$-5000 c_f + 600 = 0$$

$$c_f = \frac{-600}{-5000} \Rightarrow c_f = 0,12 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$$

- 3 Duas esferas, A e B, de metais diferentes, mas de mesmas dimensões, estão inicialmente à mesma temperatura. São colocadas simultaneamente em um congelador a  $-10^\circ\text{C}$ . Verifica-se que a esfera A atinge o equilíbrio térmico antes de B.

- a) O que podemos afirmar da capacidade térmica de A com relação à de B?  
b) O que podemos afirmar em relação aos calores específicos de A e B?

### Resolução:

a) Se os metais são diferentes, mas as esferas têm as mesmas dimensões, podemos concluir que  $m_A \neq m_B$ . Se A atinge o equilíbrio térmico primeiro, isso quer dizer que liberou maior quantidade de calor, ou seja, possui menor capacidade térmica  $C_A < C_B$ . Lembre-se: a capacidade térmica pode ser entendida como uma robustez à variação de temperatura.

b) Como  $C_A < C_B \Rightarrow m_A c_A < m_B c_B$ , mas  $m_A \neq m_B$ , logo nada se pode afirmar sobre os calores específicos de A e B.

- 4 Cedem-se 684 cal a 200 g de ferro que estão a uma temperatura inicial de  $10^\circ\text{C}$ . Sabendo-se que o calor específico do ferro vale  $0,114 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$ , pede-se determinar a temperatura final dos 200 g de ferro.

### Resolução:



200 g de ferro

$T_0 = 10^\circ\text{C}$

Como:  $Q = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow 684 = 200 \cdot 0,114 \cdot \Delta T$

Portanto:  $\Delta T = 30^\circ\text{C} \Rightarrow T_f = T_0 + \Delta T$

$T_f = 40^\circ\text{C}$

- 5 Um pedaço de gelo de 50 g a  $0^\circ\text{C}$  é exposto ao Sol e se derrete completamente em 5 minutos. Qual foi a quantidade de calorias por segundo que ele absorveu em média?

Dado:  $L_{\text{fusão do gelo}} = 80 \text{ cal/g}$ .



### Resolução:

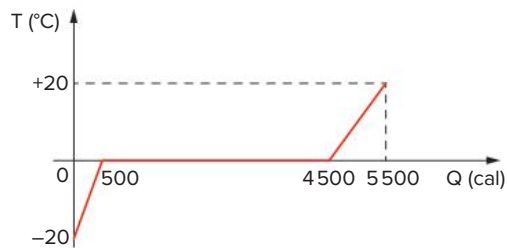
Como o gelo já está na temperatura de fusão

$$Q = m \cdot L \Rightarrow Q = 50 \cdot 80 \Rightarrow Q = 4000 \text{ cal}$$

O pedaço de gelo absorve 4000 cal em 5 minutos, ou seja, em 300 segundos. Logo, a quantidade de calorias absorvida por segundo é dado por:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{4000}{300} \Rightarrow P = 13,34 \text{ cal/s}$$

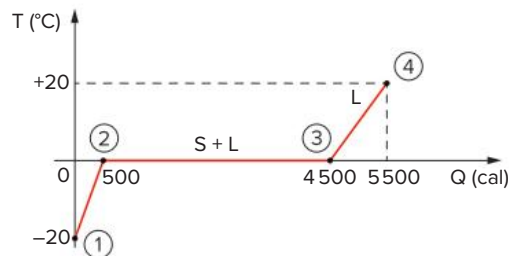
- 6 O aquecimento de uma amostra  $m$  de água, da fase sólida a  $-20^\circ\text{C}$  para a fase líquida a  $+20^\circ\text{C}$ , é demonstrado no gráfico a seguir.



Sendo o calor latente de fusão do gelo igual a  $80 \text{ cal/g}$ , calcule  $m$ , em gramas.

### Resolução:

Observe o gráfico a seguir.



Dado que foi fornecido o calor latente de fusão, partiremos para a análise do trecho correspondente à mudança de estado (S + L).

(2)  $\Rightarrow$  (3):  $Q_{\text{abs.}} = 4500 - 500 = 4000 \text{ cal}$

Como:  $Q = m \cdot L \Rightarrow 4000 = m \cdot 80 \Rightarrow m = 50 \text{ g}$ .



## Revisando

**1 PUC-SP** Dia de céu azul. Ao ir à praia, às 9 horas da manhã, um banhista percebe que a água do mar está muito fria, mas a areia da praia está quente. Retornando à praia, às 21 horas, nota que a areia está muito fria, mas a água do mar ainda está morna.

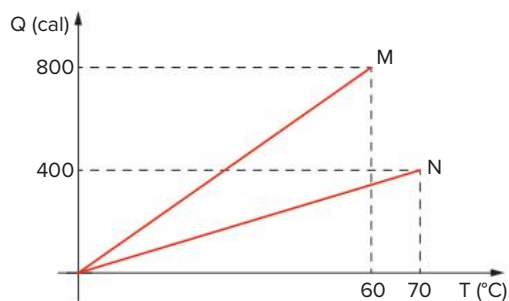
- Explique o fenômeno observado.
- Dê o conceito de calor específico de uma substância.

**2 Fuvest** Fornece-se calor a dois corpos, A e B, de mesma massa igual a 100 g e de calores específicos, respectivamente, iguais a:  $c_A = 0,10 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$  e  $c_B = 0,08 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$ .

- Qual dos corpos sofrerá maior variação de temperatura? Justifique a resposta.
- Se o corpo B sofreu uma variação de temperatura igual a  $50^\circ\text{C}$ , quantas calorias recebeu?

**3 UFCG** Um pseudonutricionista de rodoviária recomenda tomar água gelada para emagrecer, pois o corpo “consome” energia para elevar a temperatura da água de  $0^\circ\text{C}$  para  $37^\circ\text{C}$ . Qual a massa de água, em quilogramas, que tem que ser bebida para “queimar” meio quilograma de gordura? Considere o calor de combustão da gordura 9 kcal por grama.

**4** O gráfico a seguir representa a quantidade de calor absorvida por dois corpos, M e N, de massas iguais, em função da temperatura.



Determine:

- a capacidade térmica de cada corpo.
- qual delas possui maior calor específico.
- a relação entre os calores específicos de M e N.

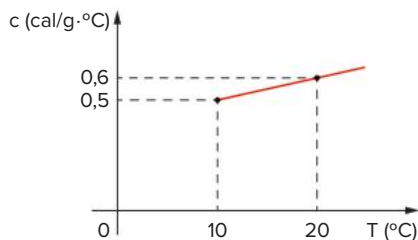
## Exercícios propostos

- 1 Fuvest** Uma atleta envolve sua perna com uma bolsa de água quente, contendo 600 g de água à temperatura inicial de 90 °C. Após 4 horas, ele observa que a temperatura da água é de 42 °C. Qual a perda média de energia da água por quantidade de tempo?

Dado:  $c_{\text{água}} = 1,0 \text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$

Dê a resposta em calorias por segundo.

- 2 Fuvest** O calor específico de um sólido, a pressão constante, varia linearmente com a temperatura, de acordo com o gráfico:



Qual a quantidade de calor, em calorias, necessária para aquecer 1 g deste sólido de 10 °C até 20 °C?

- 3 Unicamp** Em um aquário de 10 L, completamente cheio de água, encontra-se um pequeno aquecedor de 60 W. Sabendo que em 25 minutos a temperatura da água aumentou de 2,0 °C, determine:

- que quantidade de energia foi absorvida pela água;
- que fração da energia fornecida pelo aquecedor foi perdida para o exterior.

Dados:  $c_{\text{água}} = 1,0 \text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ ;  $1,0 \text{ cal} = 4,0 \text{ J}$ .

- 4 Mackenzie** Um bloco metálico tem capacidade térmica igual a 10 cal/°C. Qual a quantidade de calor que devemos fornecer para que a temperatura do bloco varie de 20 °C para 25 °C?

- 5 Fuvest** Um fogão alimentado por um botijão de gás, com as características descritas no quadro a seguir, tem em uma de suas bocas um recipiente com 1 litro de água que leva 10 minutos para passar de 20 °C a 100 °C. Para estimar o tempo de duração de um botijão, um fator relevante é a massa de gás consumida por hora. Mantida a taxa de geração de calor das condições acima, e desconsideradas as perdas de calor, a massa de gás consumida por hora, em uma boca de gás desse fogão, é aproximadamente:

Características do botijão de gás	
Gás	1,0
Massa total	0,056
Calor de combustão	0,48

- 8 g
- 12 g
- 48 g
- 320 g
- 1920 g

- 6 Famema 2020** Considere que um fogão forneça um fluxo constante de calor e que esse calor seja inteiramente transferido da chama ao que se deseja aquecer. O calor específico da água é 1,00 cal/(g·°C) e o calor específico de determinado óleo é 0,45 cal/(g·°C). Para que 1000 g de água, inicialmente a 20 °C, atinja a temperatura de 100 °C, é necessário aquecê-la por cinco minutos sobre a chama desse fogão. Se 200 g desse óleo for aquecido nesse fogão durante um minuto, a temperatura desse óleo será elevada em, aproximadamente,

- 120 °C
- 180 °C
- 140 °C
- 160 °C
- 100 °C

- 7 Fatec** Um corpo de massa  $m = 500$  gramas recebe de uma fonte térmica a quantidade de calor  $Q = 4000$  cal, e, como consequência, a sua temperatura, que originariamente era 20 °C, sobe para 30 °C. O calor específico do corpo, em cal/g·°C, é então:

- 0,80
- 8
- 400
- 1,25
- n.d.a.

- 8 Fuvest** A temperatura do corpo humano é cerca de 36,5 °C. Uma pessoa toma 1 litro de água a 10 °C. Qual a energia absorvida pela água?

Dado:  $d_{\text{água}} = 1 \text{ g/cm}^3$ ;  $c_{\text{água}} = 1 \text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ .

- 10 000 cal
- 26 500 cal
- 36 500 cal
- 46 500 cal
- 23 250 cal

- 9 Fuvest** A combustão de 1,0 kg de óleo libera 10 000 kcal (quilocalorias). Se toda essa energia pudesse ser transformada em trabalho ( $1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$ ), em um motor de combustão interna, com 1,0 kg de óleo, seria possível fazer funcionar um motor que fornece uma potência de 100 kW (aproximadamente 140 cavalos vapor) durante, aproximadamente:

- 10,0 s
- 24,0 s
- 420 s
- 3 600 s
- 71 429 s

- 10 Uerj** Um adulto, ao respirar durante um minuto, inspira, em média, 8,0 litros de ar a 20 °C, expelindo-os a 37 °C.

Admita que o calor específico e a densidade do ar sejam, respectivamente, iguais a  $0,24 \text{ cal}\cdot\text{g}^{-1}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$  e  $1,2 \text{ g}\cdot\text{L}^{-1}$ .

Nessas condições, a energia mínima, em quilocalorias, gasta pelo organismo apenas no aquecimento do ar, durante 24 horas, é, aproximadamente, igual a:

- 15,4
- 35,6
- 56,4
- 75,5

- 11 UFGM** Numa aula de Física, o Professor Carlos Heitor apresenta a seus alunos esta experiência: dois blocos – um de alumínio e outro de ferro –, de mesma massa e, inicialmente, à temperatura ambiente, recebem a mesma quantidade de calor em determinado processo de aquecimento.

O calor específico do alumínio e o do ferro são, respectivamente,  $0,90 \text{ J}/(\text{g}\cdot^\circ\text{C})$  e  $0,46 \text{ J}/(\text{g}\cdot^\circ\text{C})$ .

Questionados quanto ao que ocorreria em seguida, dois dos alunos, Alexandre e Lorena, fazem, cada um deles, um comentário:

- Alexandre: "Ao final desse processo de aquecimento, os blocos estarão à mesma temperatura."
- Lorena: "Após esse processo de aquecimento, ao se colocarem os dois blocos em contato, fluirá calor do bloco de ferro para o bloco de alumínio."

Considerando-se essas informações, é correto afirmar que:

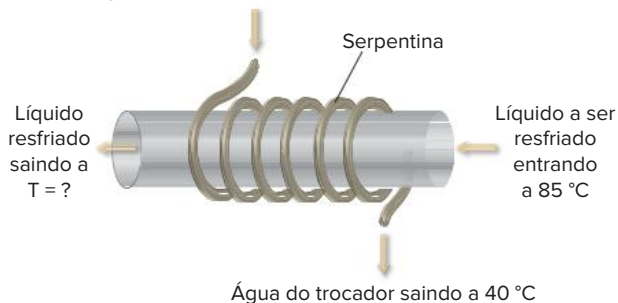
- A apenas o comentário de Alexandre está certo.
- B apenas o comentário de Lorena está certo.
- C ambos os comentários estão certos.
- D nenhum dos dois comentários está certo.

**12 UEL** Uma pessoa, ao iniciar o preparo do almoço, percebeu que só tinha disponível uma embalagem com  $500 \text{ g}$  de bifes de carne congelada, ambos a  $18^\circ\text{C}$  negativos. Ela resolveu descongelar a carne expondo a embalagem ao Sol. Admitindo que nesse dia e horário a intensidade da radiação solar que incide sobre a embalagem seja de  $25 \text{ cal/s}$ , assinale a alternativa que indica o tempo necessário para que a embalagem e seu conteúdo tenham suas temperaturas de  $18^\circ\text{C}$  negativos elevadas para  $15^\circ\text{C}$  positivos. (Considere que toda a energia incidente na embalagem e no seu conteúdo seja transformada em calor e que o calor específico do conjunto seja de  $0,91 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$ ).

- A 1 minuto.
- B 5 minutos.
- C 10 minutos.
- D 15 minutos.
- E 20 minutos.

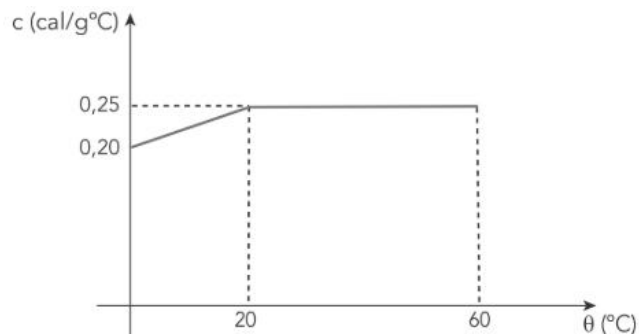
**13 Fuvest** Um trocador de calor consiste em uma serpentina, pela qual circulam  $18 \text{ litros}$  de água por minuto. A água entra na serpentina à temperatura ambiente ( $20^\circ\text{C}$ ) e sai mais quente. Com isso, resfria-se o líquido que passa por uma tubulação principal, na qual a serpentina está enrolada. Em uma fábrica, o líquido a ser resfriado na tubulação principal é também água, a  $85^\circ\text{C}$ , mantida a uma vazão de  $12 \text{ litros}$  por minuto. Quando a temperatura de saída da água da serpentina for  $40^\circ\text{C}$ , será possível estimar que a água da tubulação principal esteja saindo a uma temperatura  $T$  de, aproximadamente:

Água do trocador entrando a  $20^\circ\text{C}$



- A  $75^\circ\text{C}$
- B  $65^\circ\text{C}$
- C  $55^\circ\text{C}$
- D  $45^\circ\text{C}$
- E  $35^\circ\text{C}$

**14 Uerj 2020** Para aquecer a quantidade de massa  $m$  de uma substância, foram consumidas  $1450 \text{ calorias}$ . A variação de seu calor específico  $c$ , em função da temperatura  $\theta$ , está indicada no gráfico.



O valor de  $m$ , em gramas, equivale a:

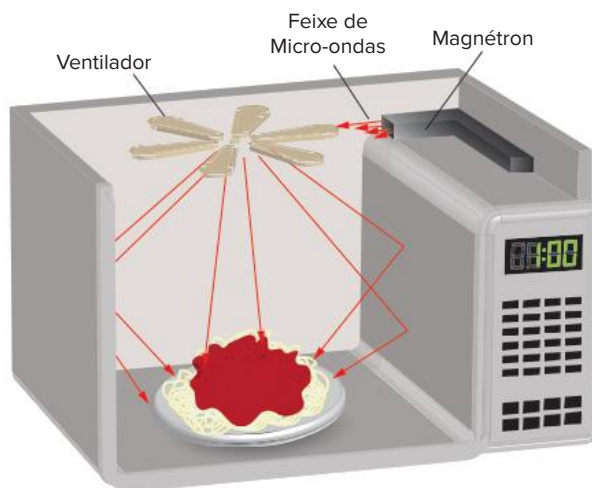
- A 50
- B 100
- C 150
- D 300

**15 UEPB** Leia o texto.

Um forno de micro-ondas produz ondas eletromagnéticas de frequência aproximadamente a  $2500 \text{ MHz}$  ( $2,5 \cdot 10^9 \text{ Hz}$ ) que é gerada por um magnétron e irradiada por um ventilador de metal, que fica localizado na parte superior do aparelho, para o interior do mesmo.

Através do processo de ressonância, as moléculas de água existentes nos alimentos absorvem essas ondas, as quais fazem aumentar a agitação das mesmas, provocando assim o aquecimento dos alimentos de fora para dentro. Veja o esquema abaixo.

Disponível em: <[www.brasilecola.com/fisica/forno-micro-ondas.htm](http://www.brasilecola.com/fisica/forno-micro-ondas.htm)>. (Adapt.)

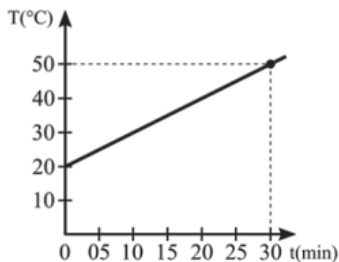


Acerca do assunto tratado no texto, resolva a seguinte situação-problema:

Em um forno de micro-ondas, é colocado meio litro de água ( $500 \text{ g}$ ) a uma temperatura de  $30^\circ\text{C}$ . Suponha que as micro-ondas produzam  $10000 \text{ cal/min}$  na água e despreze a capacidade térmica do copo. Sabendo-se que o calor específico da água é de  $1,0 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$ , o tempo necessário para aquecer meio litro de água, em minutos, a uma temperatura de  $80^\circ\text{C}$ , é:

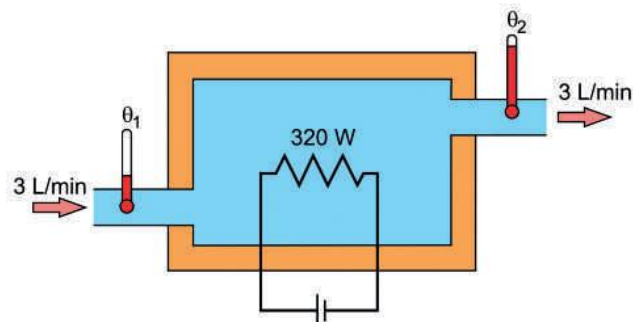
- A 4,0
- B 8,0
- C 2,5
- D 5,0
- E 6,0

- 16 EEAR 2018** Um corpo absorve calor de uma fonte a uma taxa constante de 30 cal/min e sua temperatura ( $T$ ) muda em função do tempo ( $t$ ) de acordo com o gráfico a seguir. A capacidade térmica (ou calorífica), em cal/°C, desse corpo, no intervalo descrito pelo gráfico, é igual a



- A 1  
B 3  
C 10  
D 30
- 17 Unesp** Em um dia ensolarado, a potência média de um coletor solar para aquecimento de água é de 3 kW. Considerando a taxa de aquecimento constante e o calor específico da água igual a 4200 J/(kg·°C), o tempo gasto para aquecer 30 kg de água de 25 °C para 60 °C será, em minutos, de:
- A 12,5  
B 15  
C 18  
D 24,5  
E 26
- 18 EEAR 2019** Um sistema de arrefecimento deve manter a temperatura do motor de um carro em um valor adequado para o bom funcionamento do mesmo. Em um desses sistemas é utilizado um líquido de densidade igual a  $10^3$  kg/m<sup>3</sup> e calor específico igual a 4200 J/kg·°C. Durante a troca de calor, o volume do líquido em contato com o motor é de  $0,4 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup>, a cada segundo, e a temperatura inicial e final do líquido é, respectivamente, igual a 80 °C e 95 °C. Considerando que esse volume de líquido está em repouso durante a troca de calor, a potência fornecida à água, em W, é
- A 42000  
B 25200  
C 4200  
D 2520
- 19 Famerp 2020** Colocou-se certa massa de água a 80 °C em um recipiente de alumínio de massa 420 g que estava à temperatura de 20 °C. Após certo tempo, a temperatura do conjunto atingiu o equilíbrio em 70 °C. Considerando que a troca de calor ocorreu apenas entre a água e o recipiente, que não houve perda de calor para o ambiente e que os calores específicos do alumínio e da água sejam, respectivamente, iguais a  $9,0 \cdot 10^2$  J/(kg·°C) e  $4,2 \cdot 10^3$  J/(kg·°C), a quantidade de água colocada no recipiente foi
- A 200 g  
B 450 g  
C 330 g  
D 520 g  
E 280 g

- 20 Unifesp 2019** A figura representa um calorímetro de fluxo, cuja função é medir o calor específico de determinado líquido de densidade 800 kg/m<sup>3</sup>. Esse líquido flui pelo aparelho com uma vazão constante de 3 L/min, entra à temperatura  $\theta_1 = 25$  °C e sai à temperatura  $\theta_2 = 30$  °C, depois de ter sido aquecido por um aquecedor de potência constante de 320 W.



Considere que todo calor fornecido pelo aquecedor seja absorvido pelo líquido.

- a) Calcule a energia térmica, em J, dissipada pelo aquecedor, necessária para aquecer 6 L do líquido.
- b) Determine o calor específico do líquido, em  $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ .
- 21 Uerj 2020** Em um laboratório, um corpo com massa de 30 g, inicialmente em sua temperatura de fusão, é aquecido durante 140 s por uma fonte térmica de potência constante igual a 15 cal/s. Com o aquecimento, o corpo passa completamente do estado sólido para o estado líquido, mantendo sua temperatura constante. Admitindo que toda a energia liberada pela fonte térmica seja integralmente absorvida pelo corpo, calcule, em cal/g, o seu calor latente de fusão.
- 22 Vunesp** Na cozinha de um restaurante há dois caldeirões com água, um a 20 °C e outro a 80 °C. Quantos litros devemos pegar de cada um, de modo a resultarem, após mistura, 10 litros de água a 26 °C? Dado:  $d_{\text{água}} = 1 \text{ g/cm}^3$ .
- 23 Mackenzie 2019** Anelise lava a sua garrafa térmica com água filtrada, à temperatura de 20 °C. Coloca então, na garrafa, uma porção de 200 g de café que acabara de coar, a uma temperatura inicial  $\theta_0$ . Considerando-se a capacidade térmica da garrafa 100 cal/°C, o calor específico sensível do café 1,0 cal/g·°C e, após algum tempo, a temperatura de equilíbrio do sistema garrafa/café ter atingido 60 °C, pode-se afirmar que o valor de  $\theta_0$ , em °C, é
- A 30  
B 40  
C 60  
D 70  
E 80

- 24 Fuvest 2019** Em uma garrafa térmica, são colocados 200 g de água à temperatura de 30 °C e uma pedra de gelo de 50 g, à temperatura de -10 °C. Após o equilíbrio térmico,
- A todo o gelo derreteu e a temperatura de equilíbrio é 7 °C.  
 B todo o gelo derreteu e a temperatura de equilíbrio é 0,4 °C.  
 C todo o gelo derreteu e a temperatura de equilíbrio é 20 °C.  
 D nem todo o gelo derreteu e a temperatura de equilíbrio é 0 °C.  
 E o gelo não derreteu e a temperatura de equilíbrio é -2 °C.

► **Note e adote:**

calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;  
 calor específico do gelo = 0,5 cal/g.°C;  
 calor específico da água = 1,0 cal/g.°C.

- 25** Três amostras de um mesmo líquido, cujas temperaturas iniciais são 40 °C, 70 °C e 100 °C, são misturadas em um calorímetro. As massas das amostras são iguais entre si. Supondo que as trocas de calor ocorrem somente entre as amostras do líquido, qual é a temperatura de equilíbrio da mistura, em graus Celsius?

- 26 UFRJ** Um calorímetro ideal contém uma certa massa de um líquido A a 300 K de temperatura. Um outro calorímetro, idêntico ao primeiro, contém a mesma massa de um líquido B à mesma temperatura. Duas esferas metálicas idênticas, ambas a 400 K de temperatura, são introduzidas nos calorímetros, uma no líquido A, outra no líquido B. Attingido o equilíbrio térmico em ambos os calorímetros, observa-se que a temperatura do líquido A aumentou para 360 K e a do líquido B, para 320 K. Sabendo que as trocas de calor ocorrem à pressão constante, calcule a razão  $\frac{c_A}{c_B}$  entre o calor específico  $c_A$  do líquido A e o calor específico  $c_B$  do líquido B.

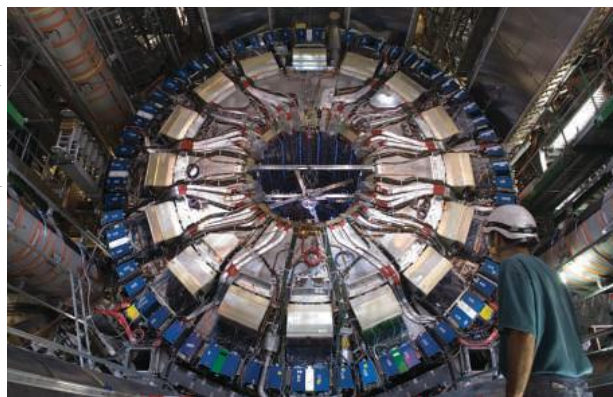
- 27 UFCE** Três recipientes A, B e C contêm, respectivamente, massas  $m$ ,  $\frac{m}{2}$  e  $\frac{m}{4}$  de um mesmo líquido. No recipiente A, o líquido encontra-se a uma temperatura  $T$ ; no recipiente B, a uma temperatura  $\frac{T}{2}$ ; no recipiente C, a uma temperatura  $\frac{T}{4}$ . Os três líquidos são misturados, sem que haja perda de calor, atingindo uma temperatura final de equilíbrio  $T_f$ . Assinale a alternativa que contém o valor correto de  $T_f$ .
- A  $\frac{T}{2}$       B  $\frac{3T}{4}$       C  $\frac{3T}{8}$       D  $\frac{5T}{16}$       E  $\frac{2T}{3}$

## Textos complementares

### Calorímetro em um acelerador de partículas

Os aceleradores de partículas são equipamentos que tornam possíveis experimentos muito importantes para a compreensão e o desenvolvimento das leis fundamentais da Física que governam a estrutura da matéria, servindo-se, para isso, de interações simples a altíssimas energias.

Partículas de alta energia, produzidas pelos aceleradores de partículas, são coletadas por diferentes detectores, cada um com a função de registrar uma informação diferente a respeito dessas partículas.



Inserção do calorímetro em um dos componentes do detector ATLAS (experimento parte do LHC).

Os calorímetros, muito usados como medidores de quantidade de calor, também são muito importantes na realização de medidas da energia

de partículas em aceleradores de partículas. Nesse caso, a grandeza medida não é resultado da variação de temperatura, já que as energias resultantes envolvidas são cerca de 40 bilionésimos de caloría, e o aumento de temperatura no calorímetro é infinitesimal.

O Grande colisor de hádrons ou LHC (*Large Hadron Collider*), um poderoso acelerador de partículas que pode impulsionar colisões a uma energia de 3,5 TeV, possui um calorímetro que tem como função medir a posição e a energia das partículas que com ele interagem, contribuindo para a identificação da partícula.

Em um acelerador, as partículas são aceleradas e sofrem colisões. Partículas das colisões, ao passar pelo calorímetro, são absorvidas total ou parcialmente, dependendo do material usado no calorímetro, e têm sua energia e posição medidas.



Parte dos sensores para a detecção de partículas em um calorímetro.



Ao entrar no calorímetro, as partículas dão início a um “chuveiro” de partículas que têm suas energias coletadas e medidas pelo calorímetro. A energia da partícula original é distribuída entre as partículas do chuveiro – princípio da conservação de energia –; assim, a detecção das partículas do chuveiro permite inferir a energia da partícula original. A distinção entre partículas é possível por meio da medida do grau de absorção das partículas no calorímetro.

Os calorímetros utilizados nesses experimentos podem ser de dois tipos: eletromagnéticos, aqueles que melhor absorvem partículas eletromagnéticas como partículas carregadas e fótons, ou hadrônicos, que melhor absorvem hádrons.

### Calorias dos alimentos e metabolismo animal

São comuns as tabelas de quantidade de energia dos alimentos em quilocalorias (embora, quase sempre, expressa erroneamente como calorias apenas), mas pouco se fala do rendimento do organismo, ou seja, da porcentagem dessa energia que se transforma efetivamente em trabalho, tanto externo como de metabolismo.

Em geral, o rendimento do organismo de qualquer animal está entre 10% e 20%. A maior parte da energia é dissipada através da pele na forma de calor. Por isso, quanto maior for a área da pele em relação ao volume e à massa do corpo do animal, maior será a perda de energia, o que leva a consequências interessantes em relação ao comportamento dos animais. Se um animal tiver “comprimento” proporcional a  $\ell$ , a área da superfície da pele será proporcional a  $\ell^2$  e volume proporcional a  $\ell^3$ .

Logo, a razão entre a área e o volume, proporcional à perda de energia do corpo, é  $\frac{1}{\ell}$ . Portanto, quanto menor for o valor de  $\ell$ , maior a perda de energia.

Por essa razão, os animais pequenos têm um metabolismo intenso e se alimentam incessantemente. O metabolismo basal – potência mínima despendida para o organismo manter as funções vitais em repouso – de um pombo é de 5,2 W/kg, de um cachorro é 1,3 W/kg, do homem é 1,2 W/kg e de um boi é 0,67 W/kg. Por outro lado, animais muito grandes precisam ampliar a área da superfície para dissipar calor, o que os elefantes, por exemplo, podem fazer com as suas orelhas enormes.

O metabolismo do animal em atividade é bem maior do que o metabolismo basal. O metabolismo basal de uma pessoa de 70 kg consome uma potência de cerca de 80 W. Se ela estiver lendo ou trabalhando sentada, a potência consumida chega a 125 W, se estiver andando, chega a 300 W e, correndo, pode chegar a 3000 W. Se o consumo de energia fornecida pelos alimentos for maior do que o exigido pelo organismo da pessoa, o excesso aparece na forma de tecidos adicionais – músculos, se houver uma atividade física orientada para esse fim. Caso contrário, ele aparece como gordura.

Arthur Beiser. *Physics*. 4. ed. Menlo Park, Benjamin/Cummings, 1986 (Adapt.).

Conversão entre unidades:

- 1 cal  $\approx$  4,18 J
- 1 BTU  $\approx$  1055 J = 252 cal

## Resumindo

**Calor é energia em trânsito que se desloca do corpo de maior temperatura para o corpo de menor temperatura**, até que o **equilíbrio térmico** seja atingido. Corpos com temperaturas diferentes ( $T_A$  e  $T_B$ ), em um recipiente termicamente isolado, trocam calor até que apresentem a mesma temperatura ( $T_{\text{equilíbrio}}$ ).

O calor que atua sobre a energia cinética de vibração, ou seja, atua diretamente na temperatura de um corpo é conhecido como calor sensível:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

O calor que atua sobre a energia potencial de agregação, ou seja, atua diretamente na mudança de estado físico de um corpo é chamado calor latente (L):

$$Q = m \cdot L$$

**Caloria (cal)** é a unidade de quantidade de calor adotada tradicionalmente, a quantidade de calor que deve ser fornecida a um grama de água para elevar a sua temperatura de 1 °C ( $\Delta T = 15,5 - 14,5 = 1$  °C).

**Capacidade térmica:** característica do corpo, massas diferentes da mesma substância apresentam capacidades térmicas diferentes.

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \Rightarrow Q = C \cdot \Delta T$$

**Calor específico** é a capacidade térmica de um corpo por unidade de massa; uma característica da substância, que constitui o corpo, e não simplesmente do corpo, não depende da massa.

$$c = \frac{C}{m} \Rightarrow C = m \cdot c$$

**Equivalente água** de um corpo é numericamente igual à massa de água que sofre a mesma variação de temperatura desse corpo

**Balanco térmico:**

$$\Sigma Q_{\text{rec.}} + \Sigma Q_{\text{ced.}} = 0$$

## Quer saber mais?



Livro

- **TIPLER, Paul A.; MOSCA, Gene.** *Física*. 6ª. ed., v. 1, Rio de Janeiro: LTC, 2009.



Site

- *Os detectores do LHC*  
<<https://educacao.uol.com.br/disciplinas/fisica/grande-colisor-de-hadrons-qual-a-utilidade-do-superacelerador-de-particulas.htm>>.

## Exercícios complementares

- 1 PUC-SP** Dois blocos de cobre, A e B, de massas iguais, e um recipiente R, contendo água, inicialmente isolados, estão respectivamente às temperaturas  $T_A$ ,  $T_B$  e  $T_R$ , tais que  $T_B > T_R > T_A$ . Os blocos A e B são lançados no recipiente R. A temperatura de equilíbrio térmico do sistema T é:

$$A \quad T = \frac{T_A + T_B}{2}$$

$$D \quad T = \frac{T_A + T_B + T_R}{2}$$

$$B \quad T = \frac{T_A + T_B + T_R}{3}$$

$$E \quad T_B > T > T_A$$

$$C \quad T = T_B$$

- 2 Ufes** Considere que o corpo humano é constituído basicamente de água com calor específico de  $1 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$ . Qual a energia consumida por uma criança febril, de  $20 \text{ kg}$  de massa, ao ter a sua temperatura acrescida em  $3 \text{ }^\circ\text{C}$ ?

- 3** Um fogareiro consegue elevar, em 3 minutos, de  $18 \text{ }^\circ\text{C}$  para  $54 \text{ }^\circ\text{C}$ , a temperatura de um sistema constituído por uma panela de alumínio ( $m = 300 \text{ g}$ ) contendo  $500 \text{ g}$  de água. Sabe-se que a eficiência do sistema é de  $80\%$ , isto é, de cada  $100$  calorias que o fogareiro fornece,  $80$  são utilizadas no aquecimento da panela com água.

Pergunta-se:

► **Dados:**  $c_{\text{água}} = 1 \text{ cal/(g}\cdot^\circ\text{C)}$ ;  $c_{\text{Al}} = 0,21 \text{ cal/(g}\cdot^\circ\text{C)}$ .

- a) Quantas calorias o sistema absorve por segundo?  
b) Quantas calorias o fogareiro fornece por segundo?

- 4 PUC-Minas** Um bico de gás, de fogão de cozinha, aquece  $500 \text{ g}$  de água de  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  a  $30 \text{ }^\circ\text{C}$  em  $20 \text{ s}$ . Sabe-se que o calor específico da água é de  $1 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$  e que  $1 \text{ cal} \cong 4 \text{ J}$ . Com base nessas informações, pode-se concluir que a potência térmica desenvolvida pelo bico de gás deve ser, aproximadamente, igual a quanto?

- 5 Uerj** A tabela abaixo mostra apenas alguns valores, omitindo outros, para três grandezas associadas a cinco diferentes objetos sólidos:

- massa;
- calor específico;
- energia recebida ao sofrer um aumento de temperatura de  $10 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Objetos	m (g)	c ( $\text{cal}\cdot\text{g}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$ )	Q (cal)
I		0,3	300
II		0,2	400
III	150		450
IV	150	0,4	
V	100	0,5	

A alternativa que indica, respectivamente, o objeto de maior massa, o de maior calor específico e o que recebeu maior quantidade de calor é:

A I, III e IV

C II, IV e V

B I, II e IV

D II, V e IV

- 6 PUC-SP** Leia a tirinha a seguir.



O fato de Calvin e Harold sentirem as sensações de calor e de frio, acima, sugere que a situação se passa:

- A de manhã e o calor específico da areia é maior do que o da água.  
B à tarde e o calor específico da areia é maior do que o da água.  
C de manhã e o calor específico da areia é menor do que o da água.  
D à tarde e o calor específico da areia é menor do que o da água.  
E ao meio-dia e o calor específico da areia é igual ao da água.

- 7 UEL** Uma pessoa adulta, fazendo uma caminhada em ritmo acelerado durante  $30$  minutos, dissipa uma quantidade de energia equivalente a de uma lâmpada de  $400 \text{ W}$ . As quantidades de quilocalorias e de massa de gordura consumidas na atividade serão, respectivamente:

(Considere o valor energético de massa de gordura sendo de  $9,0 \text{ kcal/g}$  e  $1,0 \text{ cal} = 4,0 \text{ J}$ )

A  $2,16 \cdot 10^4 \text{ J}$  e  $40 \text{ g}$

D  $1,80 \cdot 10^2 \text{ kcal}$  e  $20 \text{ g}$

B  $2,16 \cdot 10^4 \text{ kcal}$  e  $20 \text{ g}$

E  $1,80 \cdot 10^2 \text{ kcal}$  e  $30 \text{ g}$

C  $1,40 \cdot 10^6 \text{ J}$  e  $30 \text{ g}$

8 FGV-SP Leia a tirinha a seguir.



Nossa personagem soube por uma amiga que uma nova dieta sugeria que beber meio litro de água fresca (22 °C) poderia provocar a queima imediata de 100 calorias. De acordo com nossos conhecimentos de calorimetria, se a perda de calorias fosse devida unicamente ao aquecimento da água pelo corpo, haveria muito mais energia para se “queimar”. Levando-se em conta que a água que tomamos, após o equilíbrio térmico com nosso corpo, atinge a temperatura de 37 °C se beber meio litro de água, após a queima imediata das 100 calorias, ainda deveria ocorrer a “queima” adicional, em cal, de:

► **Dados:** Calor específico da água: 1,0 cal/(g·°C); densidade da água: 1,0 g/mL.

- A 5700
- B 5900
- C 6300
- D 6800
- E 7400

9 Unesp Antibióticos podem ser produzidos induzindo o crescimento de uma cultura de microrganismos em meios contendo nutrientes e oxigênio. Ao crescerem, esses microrganismos respiram e, com a oxigenação, retiram energia dos alimentos, que em parte será utilizada para a sua sobrevivência, e a restante liberada na forma de energia térmica. Quando os antibióticos são produzidos em escala industrial, a cultura de microrganismos se faz em grandes tanques, suficientemente oxigenados, conhecidos como biorreatores. Devido ao grande volume de nutrientes e microrganismos, a quantidade de energia térmica liberada por unidade de tempo neste processo aeróbico é grande e exige um sistema de controle da temperatura para mantê-la entre 30 °C e 36 °C. Na ausência desse controlador, a temperatura do meio aumenta com o tempo. Para estimar a taxa de aquecimento nesse caso, considere que a cada litro de O<sub>2</sub> consumido no processo aeróbico sejam liberados, aproximadamente, 48 kJ de energia térmica. Em um tanque com 500 000 litros de cultura, que pode ser considerado como meio aquoso, são consumidos 8750 litros de O<sub>2</sub>, a cada minuto. Se o calor específico da água é 4,2 J/(g·°C), calcule a variação da temperatura do meio a cada minuto do processo.

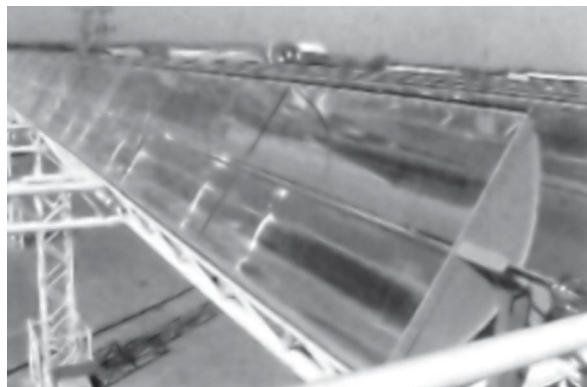
10 Enem É possível, com 1 litro de gasolina, usando todo o calor produzido por sua combustão direta, aquecer 200 litros de água de 20 °C a 55 °C. Pode-se efetuar esse mesmo aquecimento por um gerador de eletricidade, que consome 1 litro de gasolina por hora e fornece 110 V a um resistor de 11 Ω, imerso na água, durante um certo intervalo de tempo. Todo o calor liberado pelo resistor é transferido à água. Considerando que o calor específico da água é igual a 4,19 J·g<sup>-1</sup>·°C<sup>-1</sup>, aproximadamente qual a quantidade de gasolina consumida para o aquecimento de água obtido pelo gerador, quando comparado ao obtido a partir da combustão?

- A A quantidade de gasolina consumida é igual para os dois casos.
- B A quantidade de gasolina consumida pelo gerador é duas vezes maior que a consumida na combustão.
- C A quantidade de gasolina consumida pelo gerador é duas vezes menor que a consumida na combustão.
- D A quantidade de gasolina consumida pelo gerador é sete vezes maior que a consumida na combustão.
- E A quantidade de gasolina consumida pelo gerador é sete vezes menor que a consumida na combustão.

11 Enem O Sol representa uma fonte limpa e inesgotável de energia para o nosso planeta. Essa energia pode ser captada por aquecedores solares, armazenada e convertida posteriormente em trabalho útil. Considere determinada região cuja insolação – potência solar incidente na superfície da Terra – seja de 800 watts/m<sup>2</sup>.

Uma usina termossolar utiliza concentradores solares parabólicos que chegam a dezenas de quilômetros de extensão. Nesses coletores solares parabólicos, a luz refletida pela superfície parabólica espelhada é focalizada em um receptor em forma de cano e aquece o óleo contido em seu interior a 400 °C.

O calor desse óleo é transferido para a água, vaporizando-a em uma caldeira. O vapor em alta pressão movimenta uma turbina acoplada a um gerador de energia elétrica.



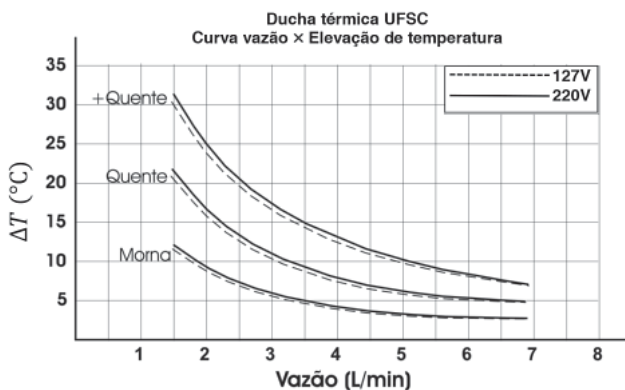
Considerando que a distância entre a borda inferior e a borda superior da superfície refletora tenha 6 m de largura e que focaliza no receptor os 800 watts/m<sup>2</sup> de radiação provenientes do Sol, e que o calor específico da água é  $1 \text{ cal}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{°C}^{-1} = 4200 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{°C}^{-1}$ , então o comprimento linear do refletor parabólico necessário para elevar a temperatura de 1 m<sup>3</sup> (equivalente a 1 t) de água de 20 °C para 100 °C, em uma hora, estará entre:

- A 15 m e 21 m
- B 22 m e 30 m
- C 105 m e 125 m
- D 680 m e 710 m
- E 6700 m e 7150 m

**12 PUC-Campinas** Num calorímetro contendo 100 g de água a 0 °C coloca-se um pedaço de ferro de 200 g a 300 °C. Desprezando-se o calor absorvido pelo calorímetro, qual a temperatura de equilíbrio térmico?

► **Dados:**  $c_{\text{água}} = 1 \text{ cal/g}\cdot\text{°C}$ ;  $c_{\text{ferro}} = 0,1 \text{ cal/g}\cdot\text{°C}$ .

**13 UFSC 2020** Uma pessoa com urticária colinérgica tem alergia ao aumento da temperatura do corpo, o que pode ocorrer em dias quentes, na realização de atividades físicas ou ao tomar banho quente. As pesquisadoras Marta e Maria desenvolveram a “Ducha térmica UFSC”, capaz de aquecer a água gradativamente, com a chave em três posições específicas (+Quente, Quente e Morna) e com um mostrador digital de temperatura de saída da água para pessoas com urticária colinérgica. A curva de vazão *versus* elevação de temperatura é mostrada no gráfico abaixo.



A ducha foi testada em Florianópolis (220 V) durante o banho de uma pessoa cadeirante e com urticária colinérgica em temperaturas superiores a 24,7 °C. No teste, a água perdia 5% da temperatura na queda do alto do chuveiro até o corpo do cadeirante. Admita que a água entra no chuveiro a 20 °C.

Sobre o assunto abordado e com base no exposto acima, é correto afirmar que:

- 01 ligando a ducha na posição Quente, não é possível fazer com que a água chegue ao cadeirante com sua temperatura máxima de tolerância.
- 02 não é possível obter a temperatura de 10 °C para as três posições com a mesma vazão de água.
- 04 nessa ducha, a vazão é diretamente proporcional à temperatura da água.
- 08 ligada com uma vazão de 3,5 L/min e na posição Morna, a ducha proporciona ao cadeirante sentir a água com a temperatura de 23,75 °C.
- 16 na vazão de 6 L/min e na posição Quente, a potência fornecida para a água é de 500 W.
- 32 considerando um banho de 1/4 de hora com uma vazão de 5 L/min, a ducha libera 75 kg de massa de água.

Soma:

► **Dados:** Calor específico da água =  $1 \text{ cal/g}\cdot\text{°C}$   
 Densidade da água =  $1 \text{ kg/m}^3$   
 $1 \text{ cal} = 4 \text{ J}$

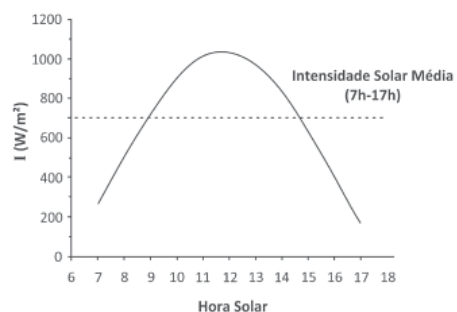
**14 Fuvest** Calor de combustão é a quantidade de calor liberada na queima de uma unidade de massa do combustível. O calor de combustão do gás de cozinha é de 6000 kcal/kg. Quantos litros de água à temperatura de 20 °C podem ser aquecidos até a temperatura de 100 °C com um bujão de gás de 13 kg? Despreze perdas de calor.

► **Dado:** calor específico sensível da água =  $1,0 \text{ kcal/kg}\cdot\text{°C}$ .

**15 Fuvest** Uma barra metálica à temperatura de 100 °C é colocada dentro de um recipiente isolado contendo 1 litro de água à temperatura de 20 °C. O equilíbrio térmico se estabelece, então, a 60 °C. Qual seria a temperatura de equilíbrio se o volume de água fosse de 3 litros, mantendo-se as outras condições?

► **Dados:**  $d_{\text{água}} = 1 \text{ kg/L}$ ;  $c_{\text{água}} = 1 \text{ cal/g}\cdot\text{°C}$ .

**16 Fuvest 2019** Uma fábrica montou uma linha de produção que tem necessidade de um fluxo contínuo de água, de 8 L/min, numa temperatura 15 °C acima da temperatura ambiente. Para obter esse resultado, foi utilizado um aquecedor de água híbrido, consistindo de um coletor solar e de um aquecedor elétrico que complementa o aquecimento da água.





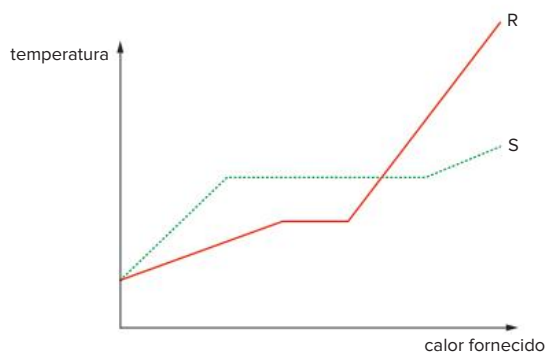
Considere a distribuição diária de intensidade de radiação solar  $I$  dada pela figura e determine

- a potência total  $P$ , em  $W$ , que este sistema de aquecimento necessita ter;
- a área  $A$  do coletor para que, no horário de pico da intensidade de radiação solar, a água seja aquecida  $15\text{ }^\circ\text{C}$  acima da temperatura ambiente, apenas pelo coletor solar, considerando que a sua eficiência seja  $40\%$ ;
- a quantidade de energia elétrica complementar, em  $kWh$ , usada em um dia, com o sistema operando das  $7\text{ h}$  às  $17\text{ h}$ , considerando a área calculada no item (b).

**Note e adote:**

Calor específico da água =  $1\text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$   
 Densidade da água =  $1\text{ kg/m}^3$   
 $1\text{ cal} = 4\text{ J}$

- 17 UFGM** Num Laboratório de Física, faz-se uma experiência com dois objetos de materiais diferentes –  $R$  e  $S$  –, mas de mesma massa, ambos, inicialmente, no estado sólido e à temperatura ambiente. Em seguida, os dois objetos são aquecidos e, então, mede-se a temperatura de cada um deles em função da quantidade de calor que lhes é fornecida. Os resultados obtidos nessa medição estão representados neste gráfico:



Sejam  $L_R$  e  $L_S$  o calor latente de fusão dos materiais  $R$  e  $S$ , respectivamente, e  $C_R$  e  $C_S$  o calor específico dos materiais, no estado sólido, também respectivamente. Considerando-se essas informações, é correto afirmar que:

- $C_R < C_S$  e  $L_R < L_S$
- $C_R < C_S$  e  $L_R > L_S$
- $C_R > C_S$  e  $L_R < L_S$
- $C_R > C_S$  e  $L_R > L_S$

- 18 UFPR 2018** Numa experiência para demonstrar princípios de calorimetria, um estudante fez o seguinte procedimento: colocou  $100\text{ g}$  de água, na forma de gelo, a  $0\text{ }^\circ\text{C}$ , num recipiente vazio, e o aqueceu até obter água a  $10\text{ }^\circ\text{C}$ . Na sequência, ele removeu aquela quantidade de água do recipiente e colocou novamente  $100\text{ g}$  de água, só que agora líquida, a  $0\text{ }^\circ\text{C}$ , no recipiente vazio, e forneceu a mesma quantidade de calor utilizada na etapa anterior. Sabe-se que, no local,

água congela a  $0\text{ }^\circ\text{C}$ , o calor latente de fusão da água vale  $L = 80\text{ cal/g}$ , e o calor específico da água (tomado como constante em toda a faixa de temperatura da experiência) vale  $c = 1\text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$ . Além disso, desprezam-se todas as perdas de calor para o ambiente, e a capacidade térmica do recipiente também deve ser desprezada.

Considerando esses dados, determine a temperatura final da massa de água após a segunda etapa.

- 19 UFMS** Um *barman*, para manter as bebidas geladas, procura no mercado objetos de gel plastificado, para colocá-los, depois de congelados, no interior de copos contendo bebidas, mantendo-as geladas sem alterar o sabor. Encontra dois objetos de formas diferentes, um cúbico e o outro esférico, indexados por 1 e 2 respectivamente. Os dois objetos possuem a mesma massa e são feitos do mesmo material (com as mesmas propriedades físicas, como densidade, condutividade térmica, capacidade térmica etc.). Para testá-los, são preparados dois recipientes idênticos (mesmas propriedades físicas), isolados termicamente do ambiente. Os recipientes contêm a mesma quantidade de água, e ambos estão em equilíbrio térmico com o ambiente, na temperatura  $T_a$  (veja a Figura 1). Os dois objetos são retirados do congelador, ambos na mesma temperatura do congelador  $T_c$ , que é menor que  $T_a$  (veja a Figura 2), e, rapidamente, colocados individualmente em cada recipiente. Após deixá-los por algum tempo, cada sistema atinge o equilíbrio térmico nas temperaturas  $T_e^1$  e  $T_e^2$  respectivamente (veja a Figura 3). Considere que, durante o resfriamento da bebida, cada sistema não trocou calor com o ambiente. Com fundamentos nos conceitos da condução térmica e das propriedades da matéria, é correto afirmar:

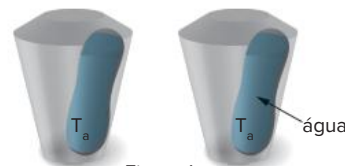


Figura 1  
Recipientes com água na temperatura ambiente  $T_a$



Figura 2  
Os dois objetos na temperatura  $T_c$

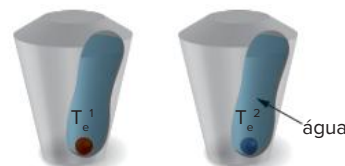


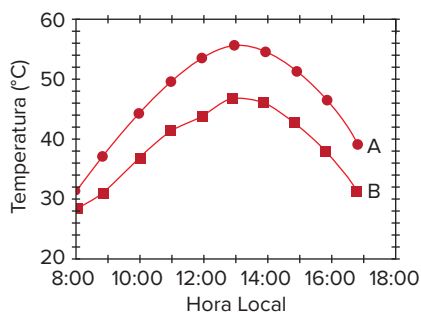
Figura 3  
Cada recipiente, com a bebida e o respectivo objeto, atingiu o equilíbrio térmico.



- 01 As temperaturas de equilíbrios  $T_e^1$  e  $T_e^2$  são iguais.  
 02 Os dois objetos alcançam o equilíbrio térmico com a água em tempos iguais.  
 04 Enquanto atingem o equilíbrio térmico, os objetos e a água trocam calor entre si.  
 08 A temperatura de equilíbrio  $T_e^2$  é maior que a temperatura  $T_a$  do ambiente.  
 16 Imediatamente, após ambos os objetos serem colocados na água, a taxa de calor que flui do objeto 2 (esférico) para a água, é menor que a taxa de calor que flui do objeto 1 (cúbico) para a água.

Soma:

- 20 Unicamp (Adapt.)** As temperaturas nas grandes cidades são mais altas do que nas regiões vizinhas não povoadas, formando “ilhas urbanas de calor”. Uma das causas desse efeito é o calor absorvido pelas superfícies escuras, como as ruas asfaltadas e as coberturas de prédios. A substituição de materiais escuros por materiais alternativos claros reduziria esse efeito. A figura mostra a temperatura do pavimento de dois estacionamentos, um recoberto com asfalto e o outro com um material alternativo, ao longo de um dia ensolarado.



- a) Qual curva corresponde ao asfalto?  
 b) Qual é a diferença máxima de temperatura entre os dois pavimentos durante o período apresentado, em um mesmo horário?  
 c) O asfalto aumenta de temperatura entre 8h e 13h. Em um pavimento asfaltado de 10 000 m<sup>2</sup> e com uma espessura de 0,1 m, qual a quantidade de

calor necessária para aquecer o asfalto nesse período? Despreze as perdas de calor. A densidade do asfalto é 2300 kg/m<sup>3</sup> e seu calor específico é  $c = 0,75$  kJ/kg °C.

- 21 ITA** Numa cozinha industrial, a água de um caldeirão é aquecida de 10 °C a 20 °C, sendo misturada, em seguida, à água, a 80 °C, de um segundo caldeirão, resultando 10ℓ de água a 32 °C, após a mistura. Considere que haja troca de calor apenas entre as duas porções de água misturadas e que a densidade absoluta da água, de 1 kg/ℓ, não varie com a temperatura, sendo, ainda, seu calor específico  $c = 1,0$  cal·g<sup>-1</sup>·°C<sup>-1</sup>. A quantidade de calor recebida pela água do primeiro caldeirão ao ser aquecida até 20 °C é de:  
 A 20 kcal  
 B 50 kcal  
 C 60 kcal  
 D 80 kcal  
 E 120 kcal

- 22 UFU 2018** Um copo de vidro, contendo em seu interior 100 g de água e 100 g de gelo, encontra-se sobre uma fonte de calor, inicialmente desligada. Em um dado instante, a fonte de calor é ligada e fornece calor ao sistema água-gelo-copo a uma taxa constante de 20 cal/s. Considere que a pressão atmosférica é equivalente a 1 atm, que o sistema água-gelo-copo encontra-se inicialmente em equilíbrio térmico, e despreze as demais interações do sistema com o ambiente.

► **Dados:** Calor específico da água = 1 cal/g·°C  
 Calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g  
 Capacidade térmica do copo de vidro = 5 cal/°C

- Com base nos dados e nas informações acima, responda.  
 a) É possível saber em qual temperatura o sistema água-gelo-copo se encontrava antes de a fonte de calor ser ligada? Justifique a sua resposta.  
 b) Qual o tempo gasto para que o sistema água-gelo-copo atinja a temperatura de 40 °C?



## FRENTE 3

### CAPÍTULO

# 4

## Mudança de estado

O estado físico da matéria encontrada na natureza depende de algumas variáveis, como temperatura e pressão. Nas regiões polares, grande parte da massa de água se encontra no estado sólido. Os *icebergs* – grandes pedaços de gelo flutuantes – podem passar do estado sólido para o estado líquido devido ao aumento de temperatura, que pode ser causado por impactos ambientais (aquecimento global) ou por alterações cíclicas, como o início do verão.

## Introdução

Você já conhece os estados de agregação da matéria: sólido, líquido e gasoso. Neste capítulo, falaremos sobre as transições que acarretam a mudança de estado de agregação das substâncias e descreveremos as propriedades dessas transições. No capítulo 3, foi abordada a variação da energia cinética de vibração; neste capítulo, abordaremos também a alteração da energia potencial de agregação.

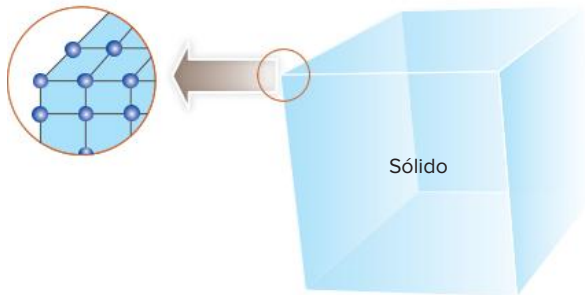


Fig. 1 Forma e volumes definidos. Moléculas rigidamente unidas (retículo cristalino).

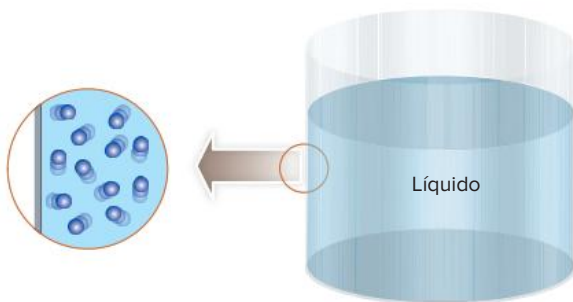


Fig. 2 Volume definido. Maior liberdade de movimento molecular.

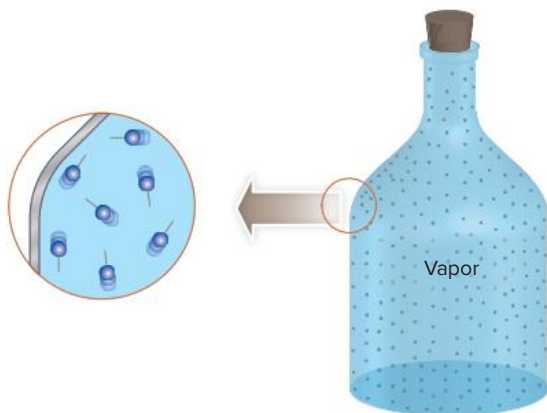


Fig. 3 Volume e forma indefinidos. A atração molecular é pequena.

É importante lembrarmos que as substâncias cristalinas são aquelas que, no estado sólido, têm suas partículas dispostas segundo um arranjo geométrico bem definido, chamado rede cristalina ou retículo cristalino. As substâncias que, no estado sólido, não apresentam essa disposição, isto é, cujas partículas estão dispostas de maneira irregular, são chamadas substâncias amorfas. O vidro é uma substância amorfa.

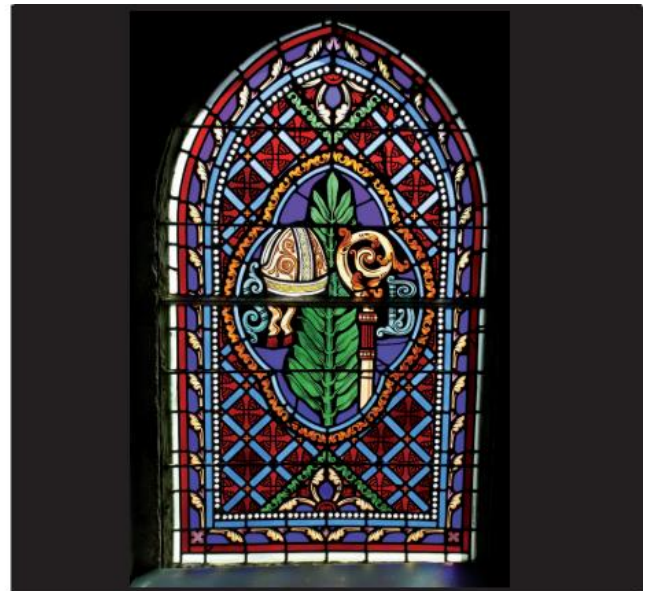


Fig. 4 Vitral de uma capela. Estrutura amorfa do vidro.

As diversas mudanças de estado podem ser representadas esquematicamente da seguinte maneira:

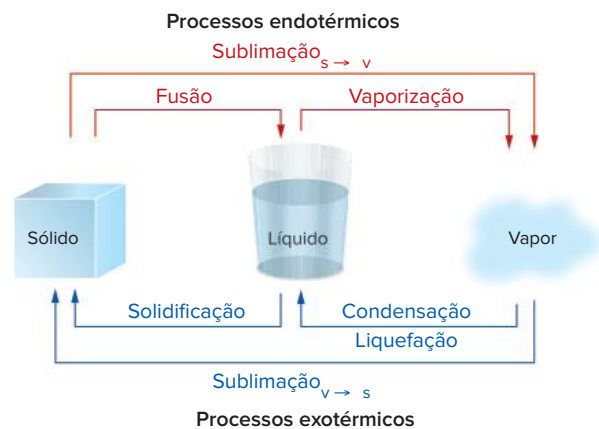


Fig. 5 Mudanças de estado físico.

## Fusão

A fusão é a passagem de uma substância do estado sólido para o estado líquido através da absorção de calor (processo endotérmico).

A fusão pode ser:

**Franca:** é característica das substâncias cristalinas. Ela obedece a determinadas leis, chamadas **leis de fusão franca**.

**Pastosa:** é característica das substâncias amorfas; não obedece a nenhuma lei.

## Fusão franca

- A uma dada pressão, toda substância cristalina pura sofre fusão a uma temperatura bem determinada, denominada temperatura de fusão da substância.
- A temperatura de fusão correspondente à pressão normal recebe o nome de **ponto de fusão** da substância.

- Não havendo variação da pressão, a temperatura permanecerá constante durante a fusão.

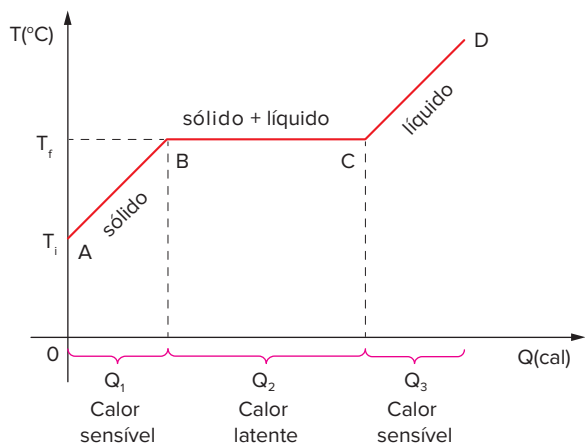


Fig. 6 Curva de aquecimento. De B para C, ocorre uma fusão franca.

No gráfico da figura 6, correspondente a determinada pressão, temos:

- a temperatura de fusão  $T_f$  permanece constante durante toda a fusão;
- as quantidades de calor  $Q_1$  e  $Q_3$  são sensíveis enquanto  $Q_2$  é calor latente.

### Fusão pastosa

Quando fornecemos calor a uma substância amorfa, toda a sua massa “amolece” progressivamente, passando para o estado líquido a uma temperatura não caracterizada, e variando no decorrer do processo. É o que ocorre a cera, a parafina e a manteiga, entre outras.

**Observação:** A fusão franca é um fenômeno de superfície, ao passo que a fusão pastosa envolve toda a massa.

Para a fusão pastosa, obtemos o gráfico da figura 7.

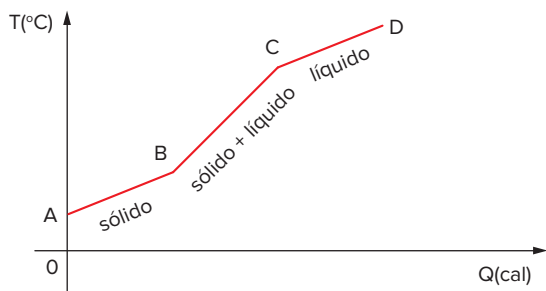


Fig. 7 Curva de aquecimento. De B a C, ocorre uma fusão pastosa.

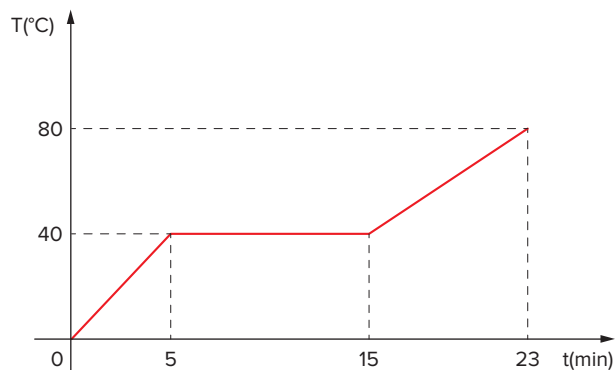
### Calor latente de fusão

Chamamos calor latente de fusão de uma substância, correspondente a uma dada pressão, a quantidade de calor que deve ser fornecida à unidade de massa da substância, na temperatura de fusão, para que ocorra a mudança de estado sem variação da temperatura. Se falarmos apenas calor latente de fusão da **substância**, sem fazer menção à pressão, subentendemos que a substância está sujeita à pressão normal, ou seja, 1 atm.

Simbolicamente, escrevemos:  $L_f = \frac{Q}{m} \Rightarrow Q = m \cdot L_f$

## Exercício resolvido

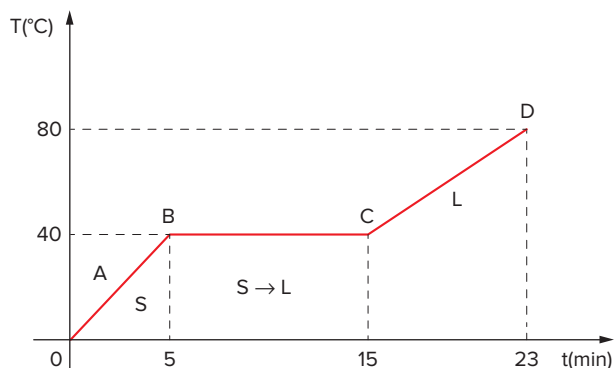
- 1 O gráfico, a seguir, representa a temperatura de um corpo de massa 100 g, inicialmente no estado sólido, em função do tempo, quando esse corpo é aquecido por uma fonte de calor de potência constante e igual a 400 cal/min.



Determine:

- o calor específico da substância no estado sólido.
- o calor latente de fusão da substância.
- o calor específico da substância no estado líquido.

**Resolução:**



- No trecho AB (aquecimento do estado sólido), temos:  $Q = m \cdot c_s \cdot \Delta T$ .  
Como  $P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = 400 \frac{\text{cal}}{\text{min}} \cdot 5 \text{ min}$   
 $Q = 2000 \text{ cal}$   
Logo:  $2000 = 100 c_s 40 \Rightarrow c_s = 0,5 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$
- No trecho BC (fusão), temos:  $Q = m \cdot L_f$ .  
Como  $P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = 400 \frac{\text{cal}}{\text{min}} \cdot 10 \text{ min}$   
 $Q = 4000 \text{ cal}$   
Logo:  $4000 = 100 L_f \Rightarrow L_f = 40 \text{ cal/g}$
- No trecho CD (aquecimento do estado líquido), temos:  
 $Q = m \cdot c_L \cdot \Delta T$   
Como  $P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = 400 \frac{\text{cal}}{\text{min}} \cdot 8 \text{ min}$   
 $Q = 3200 \text{ cal}$   
Logo:  $3200 = 100 \cdot c_L \cdot 40 \Rightarrow c_L = 0,8 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$



## Solidificação

A solidificação é a passagem do estado líquido para o estado sólido. Ela é a transformação inversa da fusão, e ocorre com liberação de calor para o ambiente por parte da substância que se solidifica (processo exotérmico).

As substâncias cristalinas sofrem solidificação obedecendo a um conjunto de leis denominadas **leis da solidificação**, que enunciaremos a seguir.

- Sob determinada pressão, toda substância cristalina pura sofre solidificação a uma temperatura bem determinada, denominada **temperatura de solidificação** da substância, que corresponde à pressão considerada. A temperatura de solidificação correspondente à pressão normal recebe o nome de **ponto de solidificação** da substância.
- Não havendo variação da pressão, a temperatura permanecerá constante durante a solidificação. Observe o seguinte gráfico.

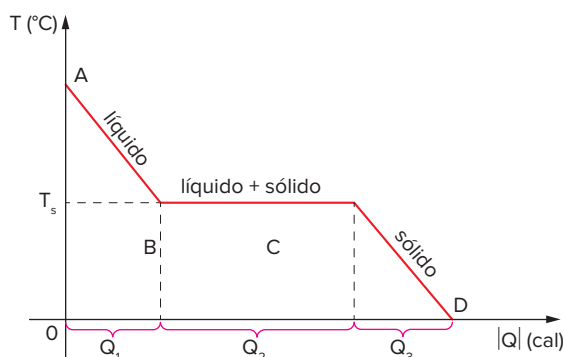


Fig. 8 Curva de resfriamento. De B para C, ocorre solidificação.

Analisando o gráfico, você observa que:

- durante a transição do estado líquido para o estado sólido, a temperatura permanece constante, desde que não a pressão varie;
- as quantidades de calor  $Q_1$  e  $Q_3$  são sensíveis enquanto  $Q_2$  é calor latente.

### Calor latente de solidificação

Chamamos calor latente de solidificação de uma substância, correspondente a uma dada pressão, a quantidade de calor que deve ser retirada da unidade de massa da substância, na temperatura de solidificação, para que ocorra a mudança para o estado sólido sem variação de temperatura. Se dissermos simplesmente calor latente de solidificação da substância, sem fazer menção à pressão, subentendemos que a substância está sujeita à pressão normal.

Simbolicamente, escrevemos:  $L_s = \frac{Q}{m} \Rightarrow Q = m \cdot L_s$ .

**Observação:** Para uma dada pressão e para a mesma substância, são iguais as temperaturas de fusão e de solidificação ( $T_f = T_s$ ) e os módulos dos calores latentes de transformação ( $L_f = L_s$ ).

## Sobrefusão

Em alguns casos, é possível conseguir que uma substância permaneça no estado líquido em temperaturas inferiores à sua temperatura de solidificação. Nesse caso, diz-se que a substância está sobrefundida, e ao fenômeno dá-se o nome de sobrefusão.

Para conseguir a sobrefusão, é necessário que o líquido esteja em completo repouso enquanto a sua temperatura estiver sendo diminuída.

Assim, é possível fazer a água permanecer no estado líquido a até  $-20^\circ\text{C}$ .

Uma substância que sobrefunde, por exemplo, é o hipossulfito de sódio, muito empregado em fotografia, cuja temperatura de solidificação é  $45^\circ\text{C}$  e que, no entanto, permanece no estado líquido a  $20^\circ\text{C}$ .

Quando se tem um líquido sobrefundido, basta agitá-lo ou jogar nele um pequeno cristal da mesma substância, que servirá de núcleo de cristalização, para que ocorra de imediato a rápida solidificação. Nesse caso, a temperatura aumenta até a temperatura de fusão para a pressão correspondente.

### Atenção

Podemos comparar, guardando as devidas proporções, uma substância sobrefundida com uma solução supersaturada. Nesse caso, ambas são metaestáveis e podem retornar rapidamente a uma situação estável – a substância sobrefundida para o estado sólido e a solução supersaturada para uma solução saturada com corpo de chão.

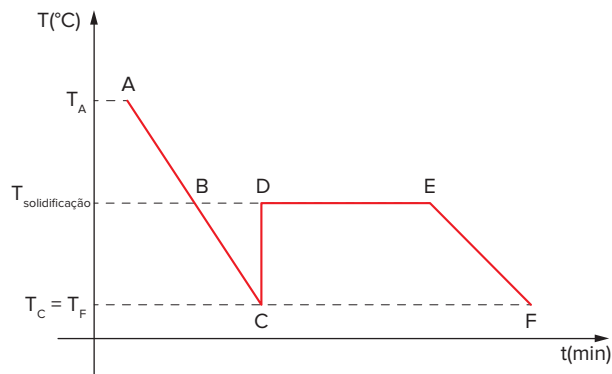


Fig. 9 Curva de resfriamento com sobrefusão.

O gráfico da figura 9 mostra que, ao alcançar a temperatura de solidificação em B, o líquido não se solidifica, chegando a C no estado de sobrefusão, isto é, permanece no estado líquido abaixo de  $T_s$ . Ao se romper a metaestabilidade, que pode acontecer com agitação ou introdução de um cristal, em C, a temperatura do líquido se eleva rapidamente até a temperatura  $T_s$ , solidificando em seguida à temperatura constante, o que corresponde ao patamar DE no gráfico.

Termicamente falando, com quem o corpo troca calor para se aquecer, trecho CD, e mudar de estado, trecho DE?



Pois bem, esse é um sistema autossuficiente, pois, no momento que a metaestabilidade é rompida, parte da substância se solidifica instantaneamente, liberando certa quantidade de energia que é utilizada por toda a massa para se aquecer da temperatura de sobrefusão para a temperatura de solidificação.

Esquemáticamente, temos:

$$|Q_{\text{lib. na solidificação parcial}}| = |Q_{\text{abs. no aquecimento total}}|$$

**Observação:** Quanto mais abaixo da temperatura de solidificação estiver um corpo em sobrefusão, maior será a quantidade de massa que deverá solidificar instantaneamente para liberar energia para o aquecimento geral.

## Exercícios resolvidos

- 2 Determine a que temperatura se encontra certa massa de água em sobrefusão, sabendo-se que uma solidificação brusca de  $\frac{1}{5}$  de sua massa eleva sua temperatura ao ponto de solidificação.

► **Dados:**  $T_s = 0^\circ\text{C}$ ;  $L_s = 80 \text{ cal/g}$ .

### Resolução:

Para passar de  $T_{sf}$  para  $T_s$ , a quantidade de calor sensível necessária é:  $Q = m \cdot c \cdot (T_s - T_{sf})$

Como  $c = 1 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$ , temos:

$$Q = -m \cdot T_{sf}$$

Essa quantidade de calor é liberada na solidificação de  $\frac{1}{5}$  da massa de água.

Portanto, para  $Q = m \cdot L$ , temos:

$$Q = \frac{1}{5} \cdot m \cdot 80 \Rightarrow Q = 16 m$$

Igualando as expressões anteriores, obtemos:

$$-m \cdot T_{sf} = 16 m \Rightarrow T_{sf} = -16^\circ\text{C}$$

- 3 Certa porção de enxofre, cuja temperatura de fusão é  $120^\circ\text{C}$ , encontra-se em sobrefusão a  $100^\circ\text{C}$ . Admitindo  $13 \text{ cal/g}$  o calor latente de fusão do enxofre e  $0,20 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$  o calor específico sensível do enxofre líquido, determine a fração da massa de enxofre solidificada bruscamente quando se provoca uma agitação do sistema.

### Resolução:

Sabemos que  $T_f = T_s = 120^\circ\text{C}$  e que  $T_{sf} = 100^\circ\text{C}$ .

Como  $L_f = 13 \text{ cal/g}$  e  $c_L = 0,20 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$ .

temos:

$$\begin{aligned} |m_p L| &= |m_T \cdot c_L \cdot \Delta T| \\ m_p \cdot 13 &= m_T \cdot 0,20 \cdot 20 \\ m_p \cdot 13 &= m_T \cdot 4 \end{aligned}$$

$$\frac{m_p}{m_T} = \frac{4}{13} \quad (\approx 31\% \text{ da massa total})$$

em que:  $m_p$  é a massa parcial e  $m_T$ , massa total.

## Variação do volume na fusão e na solidificação

Todas as substâncias sofrem variação de volume ao sofrer fusão. Uma se dilatam, enquanto outras se contraem. Na maioria dos casos ocorre dilatação na fusão e, conseqüentemente, contração na solidificação. Entretanto, algumas substâncias comportam-se de maneira contrária, isto é, contraem-se na fusão e expandem-se na solidificação. Entre essas substâncias com comportamento contrário, temos a água, algumas soluções aquosas, o antimônio, o bismuto e o ferro fundido. Por isso, quando você coloca no congelador da geladeira uma garrafa tampada completamente cheia de água, eventualmente ocorre o rompimento da garrafa.

A água no estado sólido, por causa da grande quantidade de pontes de hidrogênio, possui uma estrutura bem definida e ocupa um volume maior do que a mesma massa de água no estado líquido (observe a figura 10).

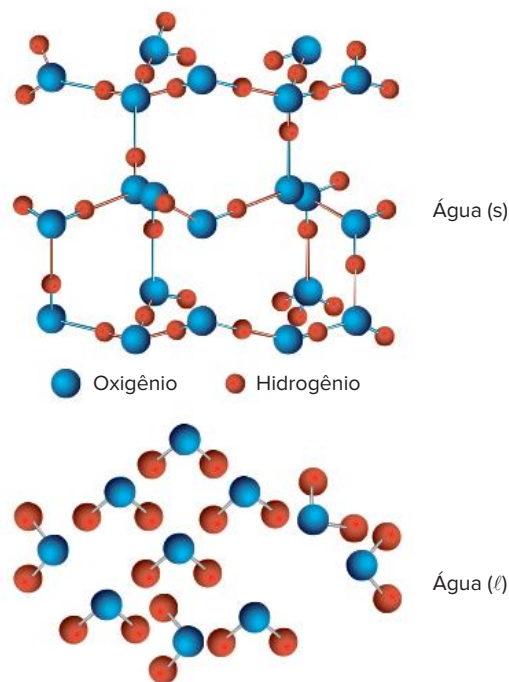


Fig. 10 Estrutura molecular da água nos estados sólido e líquido.



Fig. 11 Representação de uma garrafa de plástico deformada devido à solidificação da água.

## Fatores que influem na temperatura de fusão ou de solidificação

A temperatura de fusão ou de solidificação de um corpo é influenciada pela presença de substâncias dissolvidas e pela pressão exterior.

Em geral, as substâncias dissolvidas em um líquido provocam o abaixamento da temperatura de solidificação. Assim, nas mesmas condições de pressão, na solidificação de uma solução, via de regra, ocorre a uma temperatura inferior em relação a que se observa na solidificação do líquido puro.

Além disso, a temperatura de fusão de um sólido depende da pressão exterior, ainda que na maioria dos casos essa variação seja desprezível.

Observa-se que:

- quando a substância se dilata ao fundir, todo aumento de pressão eleva o ponto de fusão;
- quando a substância se contrai na fusão, todo aumento de pressão provoca abaixamento da temperatura de fusão.

A experiência do regelo evidencia a primeira afirmação. Ela consiste em apoiar sobre um bloco de gelo um arame fino, tendo nas suas extremidades corpos pesados. Observa-se que, após certo tempo, o arame atravessa o gelo sem seccioná-lo.

A explicação do fenômeno é a seguinte: sob o arame, o gelo fica sujeito a uma pressão extra; então ocorre a fusão do gelo, pois há um abaixamento do ponto de fusão. Após a passagem do arame, ocorre de imediato a solidificação, pois, fora da região comprimida, a pressão volta a ser normal; dessa maneira, recompõe-se o bloco de gelo. Por esse motivo não se pode empilhar muitas barras de gelo em um caminhão frigorífico.



Fig. 12 Experiência do regelo, executada pelo físico Irlandês John Tyndall (1820-1893).

### Saiba mais

Verifique a influência de soluto na solidificação de um líquido.

Coloque no congelador dois recipientes iguais, um cheio de água pura e outro cheio de uma solução de água e sal. Observe que a água pura congela primeiro.

## Vaporização

Passagem do estado líquido para o estado gasoso. Pode ocorrer de três formas, a saber:

### Evaporação

A evaporação é o processo de vaporização do líquido que ocorre na superfície exposta do líquido ao ambiente de forma espontânea e contínua, que pode ocorrer a qualquer temperatura de acordo com a:

- natureza do líquido;
- área da superfície livre;
- pressão externa (ambiente);
- temperatura;
- saturação do meio.

Analisaremos a evaporação “a céu aberto” e definiremos, para essa modalidade, a **velocidade de evaporação**.

Por definição, chama-se velocidade de evaporação a razão entre a massa de líquido evaporada e o intervalo de tempo necessário para que ocorra essa evaporação.

Simbolicamente, escrevemos:  $v = \frac{\Delta m}{\Delta t}$ , se  $\Delta m$  for expresso em gramas e  $\Delta t$  em segundos, então a velocidade de evaporação será expressa em gramas por segundo (g/s).

## Ebulição

A ebulição é o processo de vaporização que envolve toda a massa líquida e que ocorre em regime turbulento, devido à formação de bolhas, compostas de vapor, que vêm estourar na superfície do líquido. O processo obedece a um conjunto de leis, conhecidas por **leis da ebulição**, cujos enunciados são:

- Sob determinada pressão, todo líquido entra em ebulição em determinada temperatura, que é chamada temperatura de ebulição do líquido, correspondente à pressão considerada. A temperatura de ebulição correspondente à pressão normal é denominada **ponto de ebulição do líquido** e é indicada por  $T_e$ .
- Não havendo variação da pressão, a temperatura permanecerá constante durante toda a ebulição.
- O líquido entra em ebulição quando a tensão máxima de seu vapor saturante, se torna igual à pressão exercida pela atmosfera sobreposta ao líquido.

Observe que a evaporação ocorre quando a pressão de vapor saturante é igual à pressão externa, o que pode acontecer por qualquer lado da equação. Ou a pressão externa é constante e aproximamos a pressão de vapor saturante, ou a pressão de vapor saturante é constante e reduzimos a pressão externa.

## Calefação

A calefação é o processo de vaporização que envolve grande quantidade de energia. Gotas de água entram em calefação quando submetidas, rapidamente, a temperaturas muito superiores às de ebulição, para a pressão considerada. Observe a figura 13.



Fig. 13 Gotas de água jogadas em uma frigideira quente. O processo é instantâneo.

## Calor latente de vaporização

O calor latente de vaporização, correspondente a uma dada pressão, é a quantidade de calor que deve ser fornecida à unidade de massa do líquido, na temperatura de ebulição, para que ocorra a mudança de estado sem variação de temperatura. Ele é indicado por  $L_v$ .

Simbolicamente, escrevemos:  $L_v = \frac{Q}{m} \Rightarrow Q = m \cdot L_v$

## Fatores que influem na temperatura de ebulição

A experiência mostra que a temperatura de ebulição é influenciada pela presença de substâncias dissolvidas e pela pressão.

A presença de gases dissolvidos no líquido facilita a ebulição. Por outro lado, a presença de sais e outras substâncias não gasosas dissolvidas provoca a elevação da temperatura de ebulição. Por exemplo, uma solução aquosa de cloreto de sódio, sob pressão normal, entra em ebulição a cerca de 103 °C, enquanto a água pura, sob pressão normal, entra em ebulição a 100 °C.

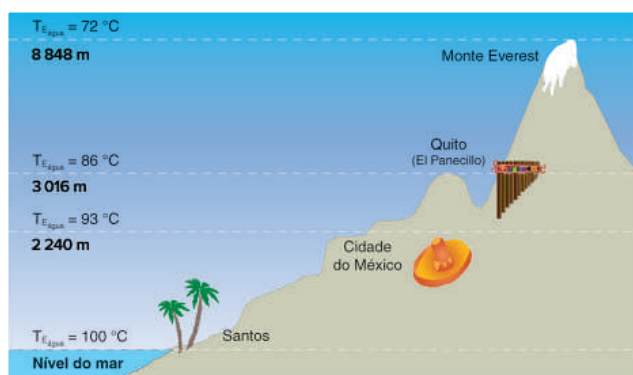


Fig. 14 Quanto maior a altitude, menor a pressão atmosférica e menor a temperatura em que a água entra em ebulição.

É sabido que a tensão máxima de vapor saturante aumenta com o aumento da temperatura, e que só ocorrerá ebulição se a pressão de vapor suportada pelo líquido for igual ou menor do que a tensão máxima. A temperatura em que ocorre a igualdade de pressão é chamada de temperatura de ebulição.

Devido a isso, a temperatura de ebulição do líquido diminui à medida que diminui a pressão atmosférica sobreposta ao líquido.

Se provocarmos a ebulição da água em recipientes dotados de reguladores de pressão, aumentando o valor da pressão em relação à pressão normal, podemos fazer a água entrar em ebulição acima de 100 °C. É o que acontece com a autoclave ou com panelas de pressão.

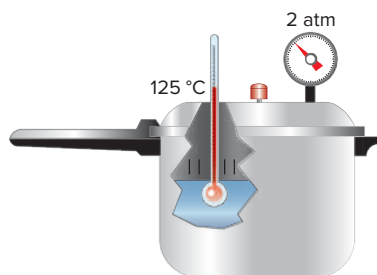


Fig. 15 Pressão = 2 atm e  $T_{\text{Ebulição}} = 125$  °C.

Em uma panela de pressão, a pressão sobre a superfície livre do líquido é maior do que em uma panela comum, portanto a água entra em ebulição a uma temperatura maior. Observe que a água dentro da panela demora mais para ferver, porém o alimento que está sendo cozido, permanece em contato com um líquido mais quente, resultando em menor tempo total de cozimento.

**Observação:** Todo líquido sofre vaporização instantânea no vácuo.

## Liquefação e condensação

Os termos liquefação e condensação são usualmente tratados como sinônimos, mas há uma pequena diferença entre eles: a liquefação é a passagem do estado gasoso para o estado líquido, enquanto a condensação é a passagem do estado de vapor para o estado líquido. Essas transformações ocorrem com liberação de calor e obedecem às seguintes leis:

- Sob determinada pressão todo vapor sofre condensação a uma temperatura bem determinada, chamada temperatura de condensação do vapor correspondente à pressão considerada. A temperatura de liquefação, é o nome dado à temperatura em que uma substância em estado gasoso se liquefaz a determinado valor de pressão.
- Uma vez iniciada a liquefação ou a condensação, se a pressão permanecer constante, a temperatura também permanecerá constante.

### ! Atenção

- **Condensação:** pode ocorrer mantendo-se a temperatura fixa e com aumento de pressão.
- **Liquefação:** para que ocorra, a redução de temperatura também é necessária.

## Calor latente de condensação

Chama-se calor latente de condensação, correspondente a uma dada pressão, à quantidade de calor que deve ser retirada da unidade de massa do vapor, na temperatura de condensação, para que ocorra a condensação sem mudança de temperatura.

Simbolicamente, escrevemos:  $L_c = \frac{Q}{m} \Rightarrow Q = m \cdot L_c$

**Observação:** A uma dada pressão, a temperatura de ebulição de uma substância é igual à sua temperatura de condensação, e o calor latente de vaporização da substância é igual ao seu calor latente de condensação, isto é,  $T_v = T_c$  e  $L_v = L_c$ .

## Sublimação

A sublimação é a transformação que leva a substância diretamente do estado sólido para o estado gasoso, sem passar pelo estado líquido. A transformação inversa, isto é, aquela que leva a substância do estado gasoso ao estado sólido, também recebe o nome de sublimação ou, ainda, ressublimação, sublimação regressiva, sublimação inversa ou cristalização.

Exemplos de substâncias que sublimam:

- Iodo
- Dióxido de carbono (gelo-seco)
- Naftalina
- Cânfora

A sublimação obedece a um conjunto de leis análogas às leis da fusão, sendo, portanto, um processo que ocorre com absorção de calor. Definimos o **calor latente de sublimação**, de maneira análoga aos casos anteriores.



Fig. 16 Sublimação do dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>), conhecido como gelo-seco.

### Saiba mais

O anidrido carbônico (neve carbônica), de uso muito difundido na conservação e no transporte de itens congelados, também sofre sublimação sobre pressão normal, desprendendo vapores brancos, que dão a impressão de fumaça (gelo-seco).

## Umidade relativa do ar

O ar seco é composto basicamente de nitrogênio e oxigênio, entretanto o ar atmosférico é uma mistura de ar seco e vapor de água.

Quando o ar atmosférico está saturado de vapor de água (equilíbrio dinâmico entre a condensação e a evaporação), o vapor exerce pressão de saturação. Por outro lado, quando o ambiente não está saturado, o vapor exerce uma pressão parcial, menor do que a de saturação.

### Atenção

Umidade relativa (UR) é a relação entre a pressão parcial de vapor de água na mistura e a pressão de saturação.

$$UR = \frac{P_{\text{parcial}}}{P_{\text{saturação}}}$$

Como o ar atmosférico se encontra a uma pressão suficientemente baixa, sua umidade relativa (UR) pode ser definida pela relação entre a densidade de vapor de água na mistura e a densidade do vapor saturado:

$$UR = \frac{d_{\text{parcial}}}{d_{\text{saturação}}}$$

## Diagrama de estado

Podemos reunir, em um único diagrama Pressão x Temperatura, as curvas de fusão, vaporização e sublimação para uma mesma substância. Observe as figuras 17 e 18.

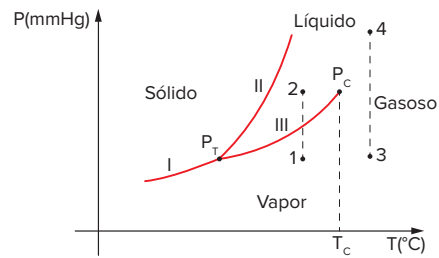


Fig. 17 Diagrama de estado para substâncias que diminuem de volume na solidificação.

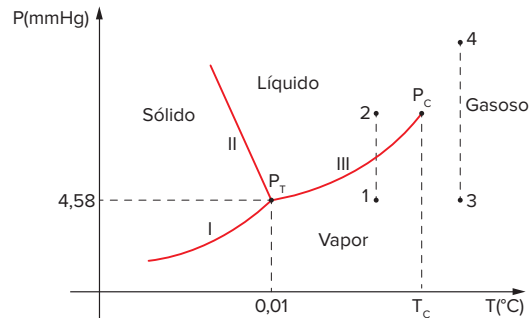


Fig. 18 Diagrama de estado para substâncias que aumentam de volume na solidificação, por exemplo, a água.

Observe em ambos os gráficos (figuras 17 e 18):

- I é a curva de sublimação;
- II é a curva de fusão;
- III é a curva de vaporização.

Entre as curvas I e II estão os pontos nos quais a substância só pode existir no estado sólido; entre II e III, estão os pontos indicativos de que a substância só pode existir no estado líquido; e entre as curvas III e I estão os pontos indicativos de que a substância só pode existir como vapor.

Os pontos das curvas correspondem à possibilidade da coexistência da substância nos estados que elas delimitam. A mesma substância pode também, a uma mesma temperatura, existir em dois estados distintos, em condições de pressão diferentes.

Nos pontos 1 e 2, a uma mesma temperatura T, a substância pode existir no estado líquido ou no estado gasoso. Isso também acontece para a substância nos pontos 3 e 4. Você nota que as curvas apresentam um ponto comum P<sub>T</sub>. Em P<sub>T</sub>, a substância pode se apresentar simultaneamente nos estados sólido, líquido e de vapor.

O ponto P<sub>T</sub> é chamado **ponto triplo** da substância.

Na extremidade direita da curva III (vaporização), temos P<sub>C</sub> (ponto crítico), que é determinado pela temperatura crítica. A temperatura crítica é a temperatura acima da qual não se consegue liquefazer uma substância apenas por compressão isotérmica. Portanto, só é possível liquefazer uma substância por exclusivo aumento de pressão se a substância encontrar-se abaixo da temperatura crítica.

Acima de T<sub>C</sub>, só é possível encontrarmos uma substância no estado gasoso.

Substância	Temperatura crítica (°C)	Pressão crítica (atm)
O <sub>2</sub>	-118	50
CO <sub>2</sub>	31	73
H <sub>2</sub> O	374	218

Tab. 1 Temperatura e pressão críticas para diferentes substâncias.

## Revisando

1 Em um esquema, cite os três estados básicos de matéria e o nome das transformações entre esses estados. Indique também quais transformações são exotérmicas e quais são endotérmicas.

2 1 kg de gelo a uma temperatura inicial de  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$  é aquecido até se transformar em vapor a  $120\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Em um diagrama,  $T(^{\circ}\text{C}) \times Q(\text{cal})$  trace a curva desse aquecimento indicando as temperaturas e as quantidades de calor envolvidas nesse processo.

▶ **Dados:**  $c_{\text{gelo}} = 0,5\text{ cal/g }^{\circ}\text{C}$ ;  $c_{\text{água}} = 1\text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ ;  
 $c_{\text{água gasosa}} = 0,3\text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ ;  $L_{\text{fusão}} = 80\text{ cal/g}$ ;  
 $L_{\text{vaporização}} = 540\text{ cal/g}$ .

3 **UFU (Adapt.)** Se você deseja que a água ferva à temperatura ambiente, o que irá fazer?



4 Um quilograma de gelo a  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$  é aquecido, transformando-se em vapor a  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

▶ **Dados:**  $c_{\text{gelo}} = 0,5\text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ ;  $c_{\text{água}} = 1\text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ ;  
 $L_{\text{fusão}} = 80\text{ cal/g}$ ;  $L_{\text{vaporização}} = 540\text{ cal/g}$ .

As diversas fases do processo estão descritas abaixo.

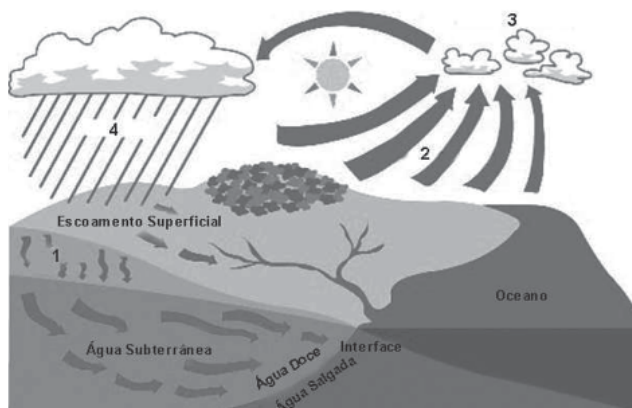
- I. Aquece-se o gelo.
- II. Derrete-se o gelo.
- III. Aquece-se a água.
- IV. Vaporiza-se a água.

Determine a quantidade de caloria necessária em cada uma das fases do processo descrito anteriormente.

5 Uerj 2014 A energia consumida por uma pessoa adulta em um dia é igual a 2 400 kcal. Determine a massa de gelo a 0 °C que pode ser totalmente liquefeita pela quantidade de energia consumida em um dia por um adulto. Em seguida, calcule a energia necessária para elevar a temperatura dessa massa de água até 30 °C.

► Dado: calor latente do gelo = 80 cal/g;  
calor específico da água = 1 cal/g·°C.

6 IFGoiano 2019 Observe a figura a seguir, que representa, de forma simplificada, o ciclo da água no planeta.



Disponível em: <<http://revistaescola.abril.com.br/img/ciencias/planeta-ciclo.jpg>>. Acesso em: 15 maio 2018. (Adaptado).

Em relação às etapas e processos representados nesse esquema do ciclo da água, é correto afirmar que:

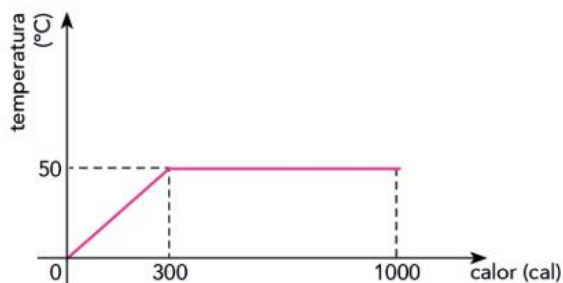
- A na etapa 1, a água líquida superficial infiltra-se no solo para abastecer os lençóis subterrâneos.
- B na etapa 2, ocorre a condensação, quando a água líquida superficial se converte em vapor de água.
- C na etapa 3, ocorre a sublimação da água para a formação das nuvens.
- D ao ocorrer a precipitação (etapa 4), poluentes atmosféricos não podem ser carregados pela água para a superfície do solo e para as fontes superficiais de água.

## Exercícios propostos

- 1 Uma mistura de gelo e água líquida a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  é colocada em um tubo de ensaio e nele ocupa o volume de  $30\text{ cm}^3$ . Ao tubo foi fornecido calor até que todo o gelo se fundisse e o volume do conteúdo ficasse reduzido a  $29\text{ cm}^3$  a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Determine a quantidade de calor que foi absorvida pela mistura de gelo e água.

▶ **Dados:**  $L_{\text{fusão}} = 80\text{ cal/g}$ ;  $d_{\text{gelo}} = 0,90\text{ g/cm}^3$ ;  
 $d_{\text{água}} = 1,0\text{ g/cm}^3$ .

- 2 **Uerj 2017** O gráfico abaixo indica o comportamento térmico de  $10\text{ g}$  de uma substância que, ao receber calor de uma fonte, passa integralmente da fase sólida para a fase líquida.



O calor latente de fusão dessa substância, em cal/g, é igual a:

- A 70  
B 80  
C 90  
D 100
- 3 **UFGD 2016** Um grande bloco de gelo a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  contém uma cavidade na qual são colocados  $800\text{ g}$  de Mercúrio a  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Qual será a massa fundida de gelo? São dados o calor latente de fusão do gelo ( $80\text{ cal/g}$ ) e o calor específico do Mercúrio ( $0,033\text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ ). Considere um sistema isolado.
- A 3 g  
B 33 g  
C 80 g  
D 100 g  
E 800 g
- 4 **UFRJ** Misturam-se  $300\text{ g}$  de gelo fundente e  $700\text{ g}$  de água a  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Qual será a temperatura final da mistura, sabendo-se que o calor de fusão do gelo é  $80\text{ cal/g}$ ?
- 5 **UEM** Considere  $100\text{ gramas}$  de gelo inicialmente a  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Determine a quantidade de calor que essa massa de gelo deve receber para se transformar em  $100\text{ gramas}$  de massa líquida a  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

▶ **Dados:** Calor específico do gelo =  $0,5\text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ ; calor específico da água =  $1,0\text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ ; calor latente de fusão da água =  $80,0\text{ cal/g}$ .

- 6 **UFBA** Para determinar o calor latente de fusão do gelo, um grupo de estudantes realiza um experimento que consiste em resfriar um volume de água usando-se cubos de gelo. Em um recipiente, colocam-se  $10\text{ litros}$  de água, à temperatura de  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ , e, depois, adicionam-se cubos de gelo, cada um de massa igual a  $100\text{ g}$ , à temperatura de  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Após serem colocados  $40\text{ cubos}$ , a temperatura de equilíbrio atinge  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Supondo que não há perdas de calor e considerando a densidade absoluta da água igual a  $1\text{ kg/litro}$ , e o calor específico,  $1\text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ , escreva – identificando todos os termos – a expressão referente às trocas de calor e calcule o valor do calor latente de fusão do gelo.

- 7 **FEI**  $100\text{ g}$  de água encontram-se no estado de sobre-fusão à temperatura de  $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$  e pressão absoluta de  $1\text{ atm}$ . Caso o equilíbrio instável seja perturbado, com uma agitação por exemplo, qual a massa de água que irá se solidificar subitamente?

▶ **Dados:**  $c_{\text{água}} = 1\text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ ;  $L_{\text{fusão}} = 80\text{ cal/g}$ .

- 8 **Mackenzie** A sobre-fusão é o fenômeno onde:
- A o corpo se encontra no estado líquido a uma temperatura superior à de solidificação.  
B o corpo se encontra no estado sólido a uma temperatura superior à de solidificação.  
C o corpo se encontra no estado líquido a uma temperatura inferior à de solidificação.  
D o corpo se encontra no estado sólido a uma temperatura inferior à de solidificação.  
E o corpo se encontra no estado gasoso a uma temperatura inferior à de ebulição.
- 9 **Uece 2018** Em atividades esportivas, como os jogos de copa do mundo, o corpo do atleta tem sua temperatura aumentada e há produção de suor, que ao evaporar transfere calor do corpo para o vapor d'água na atmosfera. Nesse caso, há um processo termodinâmico em que
- A a entropia do suor evaporado é reduzida.  
B a entropia do suor evaporado é mantida constante.  
C durante a evaporação do suor há sublimação.  
D o suor sofre uma mudança de estado.
- 10 **UPF 2016** A mudança de fase de uma substância é um fenômeno natural que ocorre, por exemplo, quando a água líquida se vaporiza ao ferver. Sobre esse conteúdo, um professor de Física propôs a seguinte questão a seus alunos: Medir a temperatura da água fervente em dois recipientes idênticos de metal – ambos com o mesmo volume de água e a mesma temperatura inicial – que se encontram sobre fogões de cozinha que fornecem a mesma quantidade de calor por unidade de tempo; um deles no nível do mar e o outro no alto do Pico da Neblina.

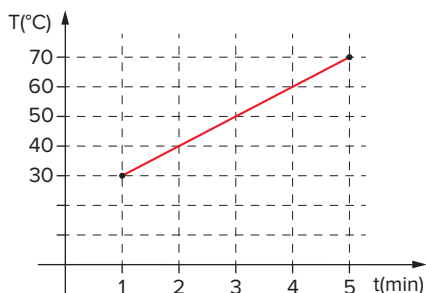


Figura: Pico da Neblina – Altitude 2993 m.

Disponível em: <http://www.brasilecola.com/brasil/pico-neblina.ntm>.  
Acesso em 09 out. 2015.

Como resultado do exercício proposto, tem-se que a temperatura da água fervente é:

- A menor no recipiente que se encontra no Pico da Neblina.
  - B menor no recipiente que se encontra no nível do mar.
  - C menor do que  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ , independentemente do local.
  - D sempre  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ , independentemente do local.
  - E maior no recipiente no qual a fervura iniciou em menos tempo.
- 11 Fuvest** Duas vasilhas abertas contendo água são mantidas em cidades A e B, à mesma temperatura. Sabe-se que em A a água está fervendo, mas em B a água não está fervendo. Pode-se afirmar que:
- A é impossível o fenômeno descrito.
  - B a altitude de A é maior que a de B.
  - C a altitude de B é maior que a de A.
  - D a temperatura ambiente em A é maior que em B.
- 12 UFV** Em uma panela aberta, aquece-se água, observando-se uma variação da temperatura da água com o tempo, como indica o gráfico.



Desprezando-se a evaporação antes da fervura, em quanto tempo, a partir do começo da ebulição, toda a água terá se esgotado? (Considere que o calor de vaporização da água é cerca de  $540\text{ cal/g}$ ).

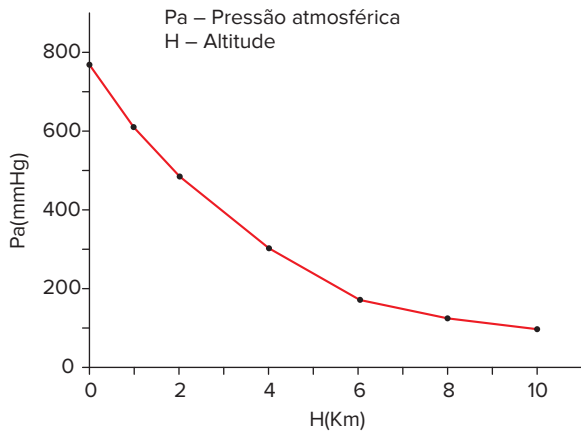
- A 18 minutos.
- B 27 minutos.
- C 36 minutos.
- D 45 minutos.
- E 54 minutos.

- 13 Enem (Não aplicado)** A constelação Vulpécua (Raposa) encontra-se a 63 anos-luz da Terra, fora do sistema solar. Ali, o planeta gigante HD 189733b, 15% maior que Júpiter, concentra vapor de água na atmosfera. A temperatura do vapor atinge  $900\text{ graus Celsius}$ . “A água sempre está lá, de alguma forma, mas às vezes é possível que seja escondida por outros tipos de nuvens”, afirmaram os astrônomos do Spitzer Science Center (SSC), com sede em Pasadena, Califórnia, responsável pela descoberta. A água foi detectada pelo espectrógrafo infravermelho, um aparelho do telescópio espacial Spitzer.

Correio Braziliense, 11 dez. 2008 (Adapt.).

De acordo com o texto, o planeta concentra vapor de água em sua atmosfera a  $900\text{ graus Celsius}$ . Sobre a vaporização infere-se que:

- A se há vapor de água no planeta, é certo que existe água no estado líquido também.
  - B a temperatura de ebulição da água independe da pressão, em um local elevado ou ao nível do mar, ela ferve sempre a  $100\text{ graus Celsius}$ .
  - C o calor de vaporização da água é o calor necessário para fazer  $1\text{ kg}$  de água líquida se transformar em  $1\text{ kg}$  de vapor de água a  $100\text{ graus Celsius}$ .
  - D um líquido pode ser superaquecido acima de sua temperatura de ebulição normal, mas de forma nenhuma nesse líquido haverá formação de bolhas.
  - E a água em uma panela pode atingir a temperatura de ebulição em alguns minutos, e é necessário muito menos tempo para fazer a água vaporizar completamente.
- 14 Fuvest** Um aquecedor elétrico é mergulhado em um recipiente com água a  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  e, cinco minutos depois, a água começa a ferver a  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Se o aquecedor não for desligado, toda a água irá evaporar e o aquecedor será danificado. Considerando o momento em que a água começa a ferver, a evaporação de toda a água ocorrerá em um intervalo de aproximadamente:
- **Dados:** Calor específico da água =  $1,0\text{ cal/(g}\cdot^{\circ}\text{C)}$ ;  
calor de vaporização da água =  $540\text{ cal/g}$ .
- Desconsidere perdas de calor para o recipiente, para o ambiente e para o próprio aquecedor.
- A 5 minutos.
  - B 10 minutos.
  - C 12 minutos.
  - D 15 minutos.
  - E 30 minutos.
- 15 PUC-Minas** Ao prepararmos os alimentos, é comum aquecermos a água em recipientes abertos. Nesses recipientes, a água entra em ebulição quando sua pressão de vapor se iguala à pressão atmosférica. Considerando-se as informações dadas, pode-se afirmar que a temperatura de ebulição da água será:



Localidade	Altitudes (em relação ao nível do mar)
Guarapari	0
Belo Horizonte	850 metros
Pico da Bandeira	2892 metros

- A maior em Belo Horizonte.  
 B menor em Guarapari.  
 C a mesma nas três localidades, desde que consideremos  $H_2O$  puro.  
 D menor no Pico da Bandeira.

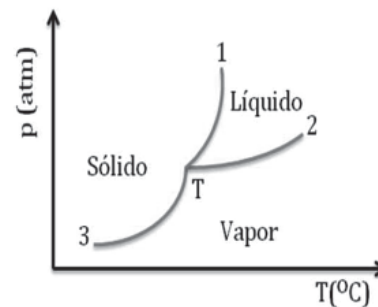
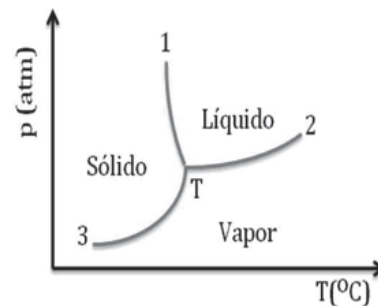
- 16 Para liquefazer um gás, deve-se:  
 A comprimi-lo isotermicamente a uma temperatura acima da crítica.  
 B apenas levá-lo a uma temperatura abaixo da crítica.  
 C simplesmente comprimi-lo, qualquer que seja sua temperatura.  
 D diminuir sua temperatura abaixo da crítica e, dependendo da pressão, comprimi-lo.  
 E é impossível liquefazer um gás.

- 17 **FCMSC** Temperatura crítica de uma substância é a:  
 A única temperatura em que a substância pode sofrer condensação, qualquer que seja a pressão.  
 B única temperatura na qual a substância não pode sofrer condensação mediante simples aumento de pressão.  
 C única temperatura na qual a substância pode sofrer condensação mediante simples aumento de pressão.  
 D maior temperatura na qual a substância não pode sofrer condensação mediante simples aumento de pressão.  
 E temperatura acima da qual a substância não pode sofrer condensação mediante simples aumento de pressão.

- 18 **Cesgranrio** Julgue as afirmações a seguir.  
 I. A sublimação de uma substância corresponde à sua passagem do estado sólido para o estado líquido ou vice-versa.

- II. A temperatura de sublimação de uma substância cresce com o aumento de pressão.  
 III. “Gelo-seco” é a denominação comercial do dióxido de carbono ( $CO_2$ ). Quando o mesmo é deixado sobre uma mesa, vai “desaparecendo”. A explicação é que ele está sublimando.  
 IV. A passagem de uma substância do estado físico sólido para o gasoso ou vice-versa, sem que se transforme em líquido, é denominada sublimação. Quais são as afirmações verdadeiras (V) e quais as falsas (F)?

- 19 **UFJF 2015** Observe os diagramas de fases de duas substâncias diferentes.



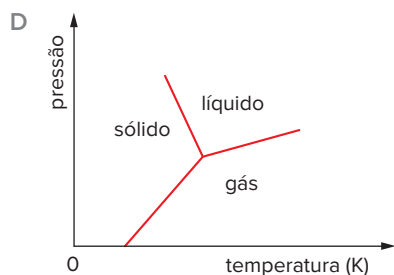
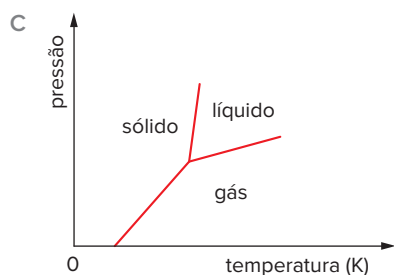
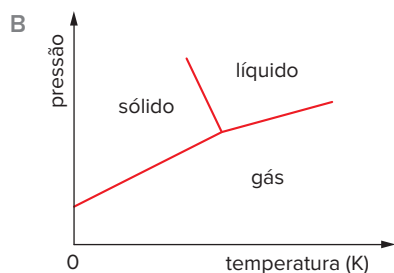
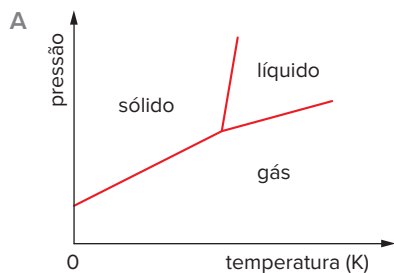
Marque a opção **CORRETA**.

- A As curvas marcadas com o números 1 e 2 em ambos os diagramas correspondem a transições de fase líquido/vapor e vapor/sólido, respectivamente.  
 B Os pontos T marcados em ambos os diagramas são conhecidos como pontos críticos.  
 C O primeiro diagrama é característico de substâncias cujo volume diminui na fusão e aumenta na solidificação. Uma diminuição da pressão resulta em um aumento da temperatura de fusão.  
 D O segundo diagrama é característico de substâncias cujo volume diminui na fusão e aumenta na solidificação. Uma diminuição da pressão resulta em um aumento da temperatura de fusão.  
 E O ponto crítico indica a temperatura em que a substância sofre fusão.

- 20 **UFMG** Considere estas informações:  
 • a temperaturas muito baixas, a água está sempre na fase sólida.  
 • aumentando-se a pressão, a temperatura de fusão da água diminui.



Assinale a alternativa em que o diagrama de fases pressão versus temperatura para a água está de acordo com essas informações.



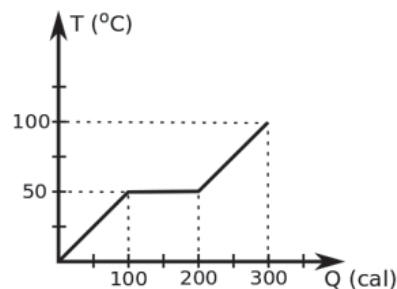
**21 Unesp** Considere seus conhecimentos sobre mudanças de fase e analise as afirmações I, II e III, referentes à substância água, um recurso natural de alto valor.

- I. Durante a transição de sólido para líquido, a temperatura não muda, embora uma quantidade de calor tenha sido fornecida à água.
- II. O calor latente de condensação da água tem um valor diferente do calor latente de vaporização.
- III. Em determinadas condições, a água pode coexistir na fase sólida, líquida e gasosa.

Pode-se afirmar que:

- A apenas a afirmação I é correta.
- B apenas as afirmações I e II são corretas.
- C apenas as afirmações I e III são corretas.
- D apenas as afirmações II e III são corretas.
- E as afirmações I, II e III são corretas.

**22 UFJF 2017** O gráfico abaixo mostra a variação da temperatura de um corpo de 20 g em função da quantidade de calor a ele fornecida. Durante o processo, o corpo sofre uma transição de fase, passando do estado sólido para o estado líquido. Assinale a alternativa CORRETA:



- A a fusão do corpo ocorrerá a 100 °C se a sua massa for de 40 g.
- B o calor latente de fusão do corpo é de 10 cal/g.
- C a 100 °C, será iniciada, necessariamente, uma nova transição de fase.
- D o calor latente de fusão do corpo é de 5 cal/g.
- E a fusão do corpo ocorrerá a 50 °C somente se sua massa for de 40 g.

**23 IFSul 2019** A tabela abaixo mostra os valores da temperatura de ebulição da água em função da pressão a que a água está sendo submetida.

Pressão (atm)	Temperatura de ebulição (°C)
0,474	80,0
1,0	100,0
2,0	120,0
5,0	152,0
10,0	180,0

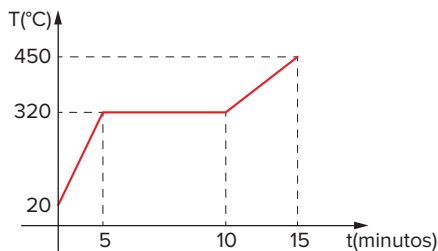
Com base na tabela e nos conhecimentos de calorimetria, analise as afirmativas a seguir:

- I. Quanto maior a altitude local, menor será a temperatura de ebulição da água.
- II. Quanto maior a pressão exercida na água, maior será a sua temperatura de ebulição.
- III. Em uma panela de pressão, a temperatura da água no estado líquido não poderá ultrapassar os 100 °C.
- IV. À pressão de 0,474 atm e à temperatura de 90 °C, a água estará no estado líquido.

Estão corretas apenas as afirmativas

- A I e II.      B II e III.      C I e IV.      D III e IV.

**24 PUC-Minas** Numa experiência de laboratório, aqueceu-se uma amostra de um material puro e inicialmente sólido a uma temperatura inicial de 20 °C. Durante toda a experiência, o material recebeu 200 calorias a cada minuto. O gráfico mostra a temperatura (T) em função do tempo (t) durante o processo de aquecimento.



Assinale a afirmativa correta.

- A O calor específico do material na fase líquida é maior que na fase sólida.
- B A capacidade térmica do corpo enquanto sólido é maior que na fase líquida.
- C A temperatura de fusão do material é superior a 320 °C.
- D No intervalo de tempo entre 5 e 10 minutos, o corpo perdeu todo o calor recebido, e sua temperatura permaneceu constante.

**25 Enem (Não aplicado)** O ciclo da água é fundamental para a preservação da vida no planeta. As condições climáticas da Terra permitem que a água sofra mudanças de fase e a compreensão dessas transformações é fundamental para se entender o ciclo hidrológico. Numa dessas mudanças, a água ou a umidade da terra absorve o calor do sol e dos arredores. Quando já foi absorvido calor suficiente, algumas das moléculas do líquido podem ter energia necessária para começar a subir para a atmosfera.

Disponível em: <www.keroagua.blogspot.com>.

A transformação mencionada no texto é a:

- A fusão. D solidificação.
- B liquefação. E condensação.
- C evaporação.

**26 Fuvest** Uma piscina com 40 m<sup>2</sup> de área contém água com uma profundidade de 1,0 m. Se a potência absorvida da radiação solar, por unidade de área, for igual a 836 W/m<sup>2</sup>, qual será o tempo de exposição necessário para aumentar a temperatura da água de 17 °C a 19 °C?

▶ **Dados:** 1 cal = 4,18 J;  $c_{\text{água}} = 1 \text{ cal/g}\cdot\text{°C}$ ;  $d_{\text{água}} = 1 \text{ kg/L}$ .

**27 Vunesp** O calor específico de uma certa liga metálica foi determinado da seguinte forma:

1. Aqueceu-se um bloco de 200 g do material até 400 °C;
2. O bloco foi mergulhado num calorímetro contendo água a 25 °C. A água no calorímetro, mais o equivalente em água do mesmo, perfaziam um total de  $1,00 \cdot 10^3 \text{ g}$  de água. Considere o calor específico da água como  $1,0 \text{ cal/g}\cdot\text{°C}$ ;
3. Durante a imersão do corpo, 5,0 g de água foram vaporizados. O calor latente de vaporização da água é de  $5,4 \cdot 10^2 \text{ cal/g}$ . Os vapores saíram do calorímetro;
4. A temperatura final do calorímetro com o corpo foi de 40 °C;
5. Toda a experiência foi executada à pressão normal do nível do mar.

Desprezada qualquer perda de calor, exceto o transportado pelos vapores que saíram do calorímetro, calcule o calor específico do material.

**28 UFMG** Misturam-se 1 kg de gelo a 0 °C com 1 kg de vapor de água a 100 °C, qual será a temperatura de equilíbrio?

▶ **Dados:**  $L_{\text{fusão}} = 80 \text{ cal/g}$ ;  $L_{\text{vapor}} = 540 \text{ cal/g}$ .

## Texto complementar

### Formação de neve

O comportamento das moléculas dentro da matéria determina se a substância assume o estado sólido, líquido ou gasoso e quando ela muda de um estado para outro. A formação de neve, entre outros fenômenos atmosféricos, é resultado da mudança de estado de uma substância, a água.

A neve é uma forma de precipitação sólida que se forma em nuvens com temperatura do ar abaixo do ponto de congelamento. O vapor-d'água nas nuvens, em determinadas condições de temperatura e pressão, sofre condensação, ou seja, passa do estado gasoso para o líquido, dando origem a gotas de água. Quando a temperatura do ar na nuvem diminui, ocorre o processo da solidificação, algumas gotas começam a congelar e transformam-se em cristais de gelo.

Conforme os cristais de gelo "crescem", por agregação, eles retiram vapor do ar, fazendo com que ocorra a sublimação, o vapor-d'água muda diretamente do estado gasoso para o estado sólido. Por meio desse processo, também conhecido como deposição, os pequenos cristais de gelo eventualmente transformam-se nos chamados

flocos de neve, que, quando suficientemente pesados, caem das nuvens.

Em regiões de altitudes elevadas, como os picos de montanhas, a maior parte da neve forma-se diretamente por deposição, sem que o vapor passe pela fase líquida, na forma de gotas.

Devido à estrutura molecular da água, os flocos de neve apresentam estrutura hexagonal. A água sólida se forma quando as moléculas se arranjam em uma rede cristalina hexagonal; durante a cristalização, as moléculas se alinham para maximizar as forças atrativas e minimizar as forças repulsivas, e distribuem-se em um arranjo específico, para que a simetria seja mantida.

Fatores como temperatura e umidade do ar, relacionada com a quantidade de vapor-d'água, são responsáveis pela forma e pelo tamanho dos flocos de neve. Para a formação de um floco de neve, por exemplo, são necessárias, em média, cerca de 1 milhão de pequenas gotas de água.

Durante a trajetória dos flocos de neve até a superfície da Terra, dependendo da temperatura do ar, eles podem passar para o estado líquido e transformar-se em chuva.



Wilson Bentley/NOAA Photo Library

Wilson Bentley/NOAA Photo Library

Wilson Bentley/NOAA Photo Library

## Conforto térmico

Qual é a temperatura ambiente ideal para você se sentir confortável?

A resposta a essa pergunta não é tão simples quanto possa parecer à primeira vista.

A sensação de conforto térmico não depende apenas da temperatura ambiente, mas está relacionada também com a umidade existente no ar. A umidade, ou quantidade de vapor de água existente no ar, é uma das características mais importantes da atmosfera para a vida na Terra.

A regulação térmica de nosso organismo é feita através da transpiração, um processo de evaporação do suor, que retira calor do corpo. Por esse motivo, em ambientes úmidos sentimos “calor”, pois a velocidade de evaporação do suor é baixa. O uso de abanos e ventiladores afasta o vapor de água presente no ar e aumenta a velocidade de evaporação do suor, diminuindo assim o desconforto.

## Conceito de umidade absoluta e relativa

### Higrometria

A umidade do ar é, por definição, a quantidade de vapor-d'água existente em determinado volume de ar, sob condições bem-fixadas. Ar seco é aquele que não contém vapor-d'água; quando o ar o contém, dizemos que está úmido.

A seguir, analisaremos quantitativamente a umidade atmosférica, apresentando os conceitos de umidade absoluta, relativa ou estado higrométrico do ar.

### Umidade absoluta

Suponha que um volume de ar  $V$  contenha a massa  $m$  de vapor-d'água. Por definição, a umidade absoluta é a relação entre a massa de vapor-d'água e o volume de ar que a contém.

Simbolicamente:  $u_a = \frac{m}{V}$

Se a massa  $m$  for dada em gramas, e o volume  $V$  em centímetros cúbicos, então a umidade absoluta será expressa em  $\text{g/cm}^3$ . Observe bem o significado físico da umidade absoluta. Se  $V$  for igual a 1 unidade de volume, teremos:  $u_a \equiv m$ .

Portanto, a umidade absoluta é numericamente igual à massa de vapor-d'água contida na unidade de volume de ar.

### Umidade relativa

Por definição, chama-se estado higrométrico ou umidade relativa a razão entre a massa de vapor-d'água contida em um determinado volume de ar e a massa de vapor-d'água que o mesmo volume poderia conter, à mesma temperatura, se estivesse saturada de vapor.

Simbolicamente:  $e = \frac{m}{m'}$ , sendo:

$m$  = massa de vapor de água contida no volume  $V$ ;

$m'$  = massa de vapor de água que existiria em  $V$  se este volume estivesse saturado de vapor de água, na mesma temperatura.

Observe que o estado higrométrico é desprovido de unidades, por ser a razão de duas grandezas da mesma espécie. Geralmente, o estado higrométrico é expresso em porcentagem.

## Por que o leite ferve e derrama e água ferve e não derrama?

O leite é constituído de muitas substâncias, como lactose, sais, gorduras e, principalmente, água. A água, mesmo no mais puro dos leites, é a substância mais abundante. Além disso, seu ponto de ebulição é mais baixo que os demais componentes do leite.

Quando a temperatura do leite se aproxima de  $100^\circ\text{C}$ , a água se transforma em vapor. Isso ocorre principalmente no fundo da panela, pois é aí que o calor chega primeiro. O vapor forma bolhas que sobem até a superfície devido à diferença de densidade entre ele e o líquido. Quando as bolhas chegam a superfície do leite, não conseguem romper a camada superficial do líquido, pois aí se acumulam gorduras e proteínas que dão muita resistência à película superficial do leite. Consequentemente, as bolhas inteiras, sem arrebentar, empurram para cima a camada superficial do líquido, formando espuma, que derrama.

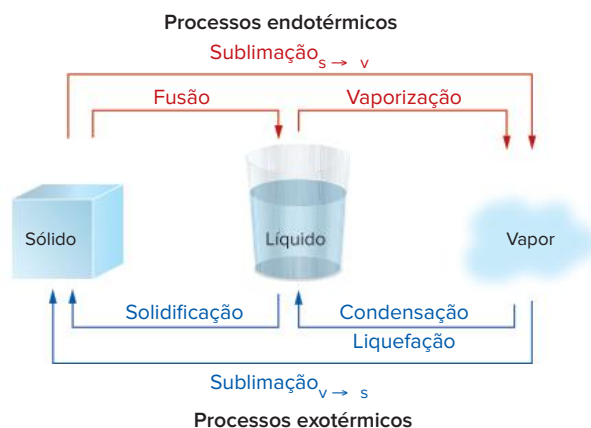
Na fervura da água isso não acontece, porque as bolhas de vapor rompem facilmente a superfície do líquido e o vapor escapa para o ar, isto é, as bolhas arrebentam.

Nelson Orlando Beltran. *Revista de Ensino de Ciências*. São Paulo: Funbec, nº 20, jul. 1988, p. 48.

## Resumindo

A **mudança de estado físico** de um corpo está relacionada com a alteração de sua energia potencial de agregação. No **estado sólido**, as moléculas estão rigidamente unidas, o corpo tem forma e volume definidos. No **estado líquido**, existe maior liberdade de movimento molecular, o corpo tem volume definido. Substâncias no **estado gasoso** apresentam forma e volume indefinidos, a atração molecular é pequena.

Os processos pelos quais as substâncias sofrem mudança de estado podem ser representados esquematicamente como:



## Fusão

É a passagem de uma substância do estado sólido para o estado líquido através da absorção de calor.

## Solidificação

É a passagem do estado líquido para o estado sólido. Ela é a transformação inversa da fusão e ocorre com liberação de calor por parte da substância que se solidifica.

## Vaporização

Passagem do estado líquido para o estado gasoso. Pode ocorrer de três formas, a saber:

- **Evaporação**

É o processo de vaporização que ocorre na superfície exposta do líquido ao ambiente de forma espontânea e contínua.

- **Ebulição**

É o processo de vaporização que envolve toda a massa líquida e que ocorre em regime turbulento, devido à formação de bolhas, compostas de vapor, que vêm estourar na superfície do líquido.

- **Calefação**

É o processo de vaporização que envolve grande quantidade de energia.

## Liquefação e condensação

A passagem do estado de vapor para o estado líquido.

## Sublimação

É a transformação que leva a substância diretamente do estado sólido para o estado gasoso, sem passar pelo estado líquido. A transformação inversa, isto é, aquela que leva a substância do estado gasoso ao estado sólido, recebe o nome de sublimação regressiva.

## Sobrefusão

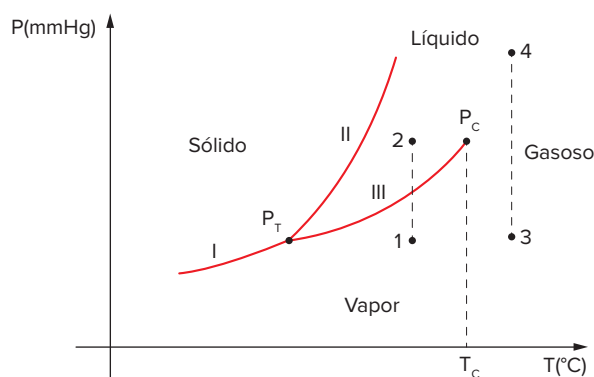
É quando uma substância permanece no estado líquido em temperaturas inferiores à sua temperatura de solidificação.

As mudanças de estado ocorrem por meio da absorção ou da liberação de calor, em processos endotérmicos e exotérmicos.

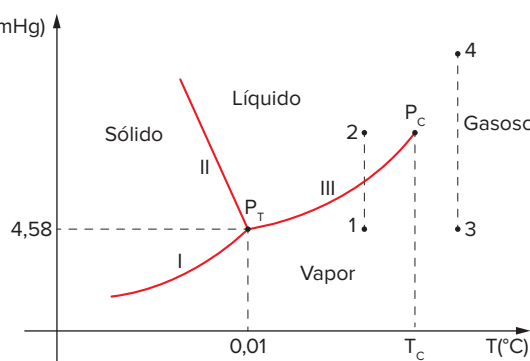
O calor latente de transformação ( $L$ ) é a energia necessária para mudar uma unidade de massa de determinada substância a uma dada pressão.

$$L = \frac{Q}{m} \Rightarrow Q = m \cdot L$$

As curvas de fusão, vaporização e sublimação podem ser reunidas em um único diagrama ( $P \times T$ ), o **diagrama de estado**.



Curvas: I – sublimação, II – fusão, III – vaporização.



Uma substância pode se apresentar simultaneamente nos estados sólido, líquido e de vapor, quando no chamado **ponto triplo, P<sub>T</sub>**.

## Quer saber mais?

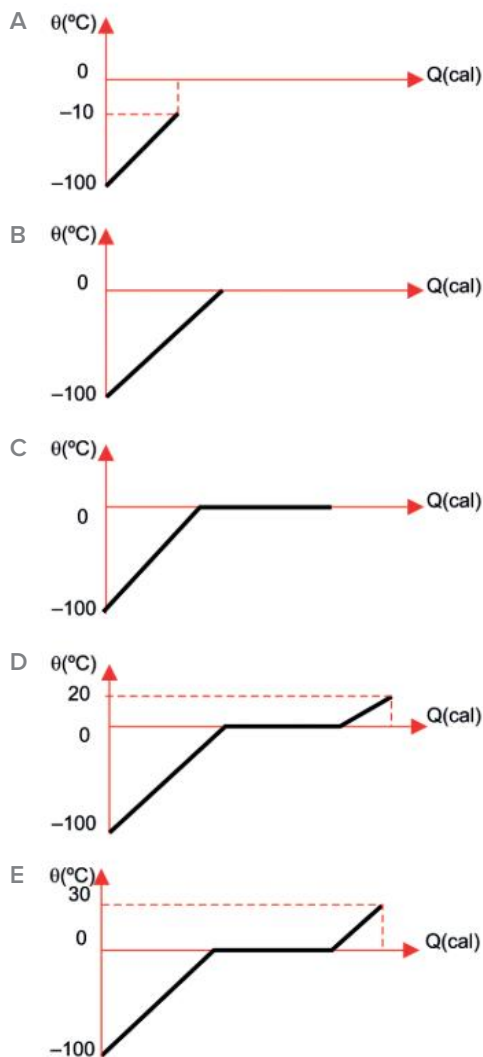


### Sites

- Mudança de estado  
<[www2.fc.unesp.br/experimentosdefisica/fte08.htm](http://www2.fc.unesp.br/experimentosdefisica/fte08.htm)>  
<<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/thermo/phase.html>>
- Plasma (em inglês)  
<[www.spaceweathercenter.org/amazing\\_plasmas/02/02.html](http://www.spaceweathercenter.org/amazing_plasmas/02/02.html)>
- Conforto térmico  
<<http://fisica.ufpr.br/grimm/aposmeteo/cap3/cap3-4.html>>

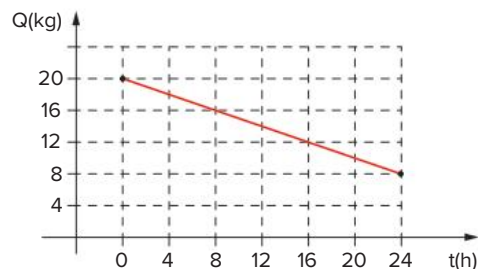
## Exercícios complementares

- 1 FGV 2016** Uma pedra de gelo, de 1,0 kg de massa, é retirada de um ambiente em que se encontrava em equilíbrio térmico a  $-100\text{ }^{\circ}\text{C}$  e recebe 150 kcal de uma fonte de calor. Considerando o calor específico do gelo  $0,5\text{ cal}/(\text{g}\cdot^{\circ}\text{C})$ , o da água  $1,0\text{ cal}/(\text{g}\cdot^{\circ}\text{C})$ , e o calor latente de fusão do gelo  $80\text{ cal/g}$ , o gráfico que representa corretamente a curva de aquecimento dessa amostra é:



- 2 ITA** Um calorímetro, cujo equivalente em água é 50 g, contém 250 g de água e 60 g de gelo em equilíbrio térmico a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . São introduzidos no calorímetro 40 g de água a  $90\text{ }^{\circ}\text{C}$  e aguarda-se o novo equilíbrio térmico. Sendo  $1,0\text{ cal}/(\text{g}\cdot^{\circ}\text{C})$  o calor específico da água e  $80\text{ cal/g}$  o calor latente do gelo, então:
- o equilíbrio térmico final ocorre a  $-3,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
  - o sistema não entra em equilíbrio térmico.
  - no equilíbrio térmico final sobram 15 g de gelo a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
  - no equilíbrio térmico final a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  sobram 45 g de gelo.
  - no equilíbrio térmico final a  $-3,0\text{ }^{\circ}\text{C}$  todo o gelo é derretido.

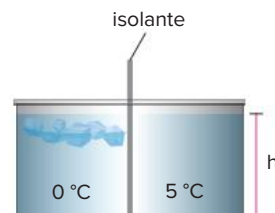
- 3 Fuvest** Um recipiente de isopor, que é um bom isolante térmico, tem em seu interior água e gelo em equilíbrio térmico. Em um dia quente, a passagem de calor por suas paredes pode ser estimada, medindo-se a massa de gelo  $Q$  presente no interior do isopor, ao longo de algumas horas, como representado no gráfico.



- Calor latente de fusão do gelo  $\approx 320\text{ kJ/kg}$ . Esses dados permitem estimar a transferência de calor pelo isopor, como sendo, aproximadamente, de:
- $0,5\text{ kJ/h}$
  - $5\text{ kJ/h}$
  - $120\text{ kJ/h}$
  - $160\text{ kJ/h}$
  - $320\text{ kJ/h}$

- 4 FEI** Em um calorímetro são colocados 10 g de gelo fundente à pressão normal e 10 g de água à temperatura  $T$ . Sabendo-se que todo o gelo se funde, e que o calor latente de fusão do mesmo à pressão normal é  $80\text{ cal/g}$  e que o calor específico da água é  $1,0\text{ kcal}/(\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C})$ , certamente:
- $T \geq 100\text{ }^{\circ}\text{C}$
  - $T < 100\text{ }^{\circ}\text{C}$
  - $T \geq 80\text{ }^{\circ}\text{C}$
  - $T < 80\text{ }^{\circ}\text{C}$
  - não há informação suficiente para uma conclusão.

- 5 Fuvest** A figura mostra dois recipientes idênticos, um deles contendo 100 gramas de água a  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$  e outro água em equilíbrio térmico com gelo, separados por um isolante térmico. Retirando-se o isolante, o gelo funde-se totalmente e o sistema entra em equilíbrio térmico a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Não há trocas de calor com o meio exterior. O calor latente do gelo é  $80\text{ cal/g}$ , a densidade da água  $1\text{ g}/\text{cm}^3$  e a densidade do gelo  $0,90\text{ g}/\text{cm}^3$ .



Pede-se:

- a massa total do sistema.
- a quantidade de gelo inicial.



- 6 O funcionamento de uma panela de pressão está baseado no fato:
- A de a temperatura de ebulição da água independe da pressão.
  - B de a temperatura de ebulição da água aumentar quando a pressão aumenta.
  - C de a temperatura de ebulição da água diminuir quando a pressão aumenta.
  - D de a temperatura de ebulição da água independe da pressão atmosférica.

7 UPE 2017 Um aprendiz de cozinheiro colocou 1,0 litro de água em temperatura ambiente (25 °C) numa panela sem tampa e a deixou aquecendo em um fogão elétrico, sobre uma boca de potência de 2 000 W. Considerando-se que toda a energia fornecida pela boca é absorvida pela água, qual o tempo mínimo aproximado em que toda a água evapora?

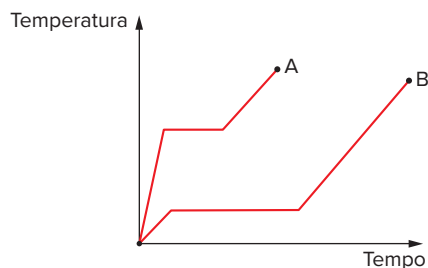
► **Dados:**

calor latente de vaporização da água = 2 256 kJ/kg  
 calor específico da água = 4,2 kJ/kg.°C  
 densidade da água = 1000 kg/m<sup>3</sup>

- A 18,2 min
  - B 21,4 min
  - C 36,0 min
  - D 42,7 min
  - E 53,8 min
- 8 ITA Numa aula prática sobre ebulição, faz-se a seguinte experiência: leva-se até à fervura a água de um balão (não completamente cheio). Em seguida, fecha-se o frasco e retira-se do fogo. Efetuando-se um resfriamento brusco do balão, a água volta a ferver. Isto se dá porque:
- A na ausência do ar, a água ferve com maior facilidade.
  - B a redução da pressão do vapor no frasco é mais rápida que a queda de temperatura do líquido.
  - C com o resfriamento, a água se contrai expulsando bolhas de ar que estavam no seio do líquido.
  - D com o resfriamento brusco, a água evapora violentamente.
  - E com o resfriamento brusco, o caminho livre médio das moléculas no líquido aumenta.
- 9 UFJF Um copo de vidro, inicialmente seco, é enchido com cerveja bem gelada. Depois de algum tempo, nota-se que o lado de fora do copo fica molhado. A afirmação abaixo que melhor explica o fenômeno é:
- A gotículas de cerveja passaram através de parede do copo, molhando-o por fora.
  - B apenas gotículas de água provenientes da composição da cerveja passaram através da parede do copo.
  - C dependendo da natureza do vidro de que é feito o copo, passam, através das paredes deste, gotículas de água ou gotículas de cerveja.

- D do lado de fora do copo existe apenas água proveniente do ar próximo ao copo.
- E do lado de fora do copo existe uma mistura de cerveja que passa pelas paredes do copo e de água proveniente do ar em torno do copo.

10 Vunesp A figura mostra os gráficos das temperaturas em função do tempo de aquecimento, em dois experimentos separados, de dois sólidos, A e B, de massas iguais, que se liquefazem durante o processo. A taxa com que o calor é transferido no aquecimento é constante e igual nos dois casos.



Se  $T_A$  e  $T_B$  forem as temperaturas de fusão e  $L_A$  e  $L_B$  os calores latentes de fusão de A e B, respectivamente, então:

- A  $T_A > T_B$  e  $L_A > L_B$
- B  $T_A > T_B$  e  $L_A = L_B$
- C  $T_A > T_B$  e  $L_A < L_B$
- D  $T_A < T_B$  e  $L_A > L_B$
- E  $T_A < T_B$  e  $L_A = L_B$

11 UFPR Pode-se conseguir sublimação do gelo quando ele é submetido a:

- A pressão e temperatura inferiores às do ponto tríplice.
- B pressão e temperatura inferiores às do ponto crítico.
- C pressão e temperatura superiores às do ponto crítico.
- D pressão e temperatura superiores às do ponto tríplice.
- E não se consegue a sublimação do gelo; ele sempre transforma-se em água, para depois produzir a vaporização.

12 Fuvest Um roqueiro iniciante improvisa efeitos especiais, utilizando gelo-seco (CO<sub>2</sub> sólido) adquirido em uma fábrica de sorvetes. Embora o início do show seja à meia-noite (24 h), ele o compra às 18 h, mantendo-o em uma “geladeira” de isopor, que absorve calor a uma taxa de aproximadamente 60 W, provocando a sublimação de parte do gelo-seco. Para produzir os efeitos desejados, 2 kg de gelo-seco devem ser jogados em um tonel com água, à temperatura ambiente, provocando a sublimação do CO<sub>2</sub> e a produção de uma “névoa”. A parte visível da “névoa”, na verdade, é constituída por gotículas de água, em suspensão, que são carregadas pelo CO<sub>2</sub> gasoso para a atmosfera, à medida que ele passa pela água do tonel.

Estime:

- A massa de gelo-seco,  $M_{\text{gelo}}$ , em kg, que o roqueiro tem de comprar, para que, no início do *show*, ainda restem os 2 kg necessários em sua "geladeira".
- A massa de água,  $M_{\text{água}}$ , em kg, que se transforma em "névoa" com a sublimação de todo o  $\text{CO}_2$ , supondo que o gás, ao deixar a água, esteja em CNTP, incorporando 0,01 g de água por  $\text{cm}^3$  de gás formado.

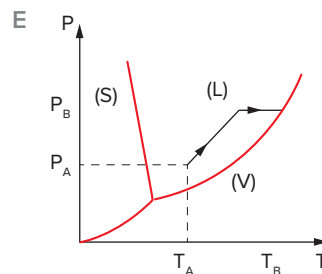
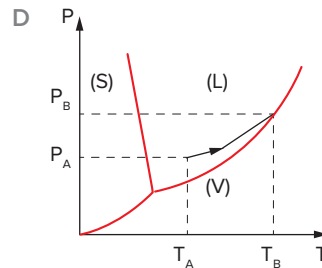
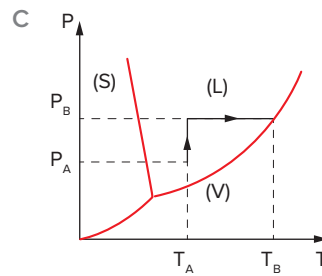
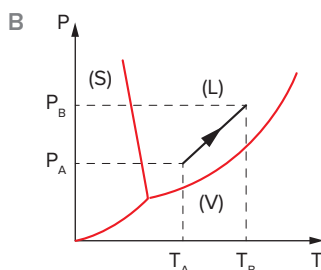
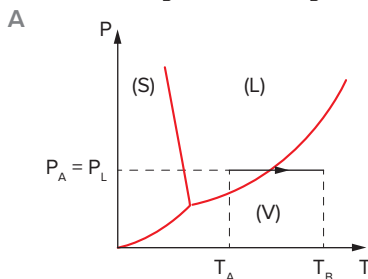
► **Note e adote:**

Sublimação: passagem do estado sólido para o gasoso.  
 Temperatura de sublimação do gelo-seco =  $-80^\circ\text{C}$ .  
 Calor latente de sublimação do gelo-seco =  $648\text{ J/g}$ .  
 Para um gás ideal,  $PV = nRT$ .  
 Volume de 1 mol de um gás em CNTP = 22,4 litros.  
 Massa de 1 mol de  $\text{CO}_2$  = 44 g.  
 Suponha que o gelo-seco seja adquirido a  $-80^\circ\text{C}$ .

**13 UFMS (Adapt.)** Uma cozinheira resolve ferver água em uma panela de pressão, para atingir maior temperatura que em panelas abertas. Para isso, coloca água no seu interior, onde todo o sistema, panela e água, está em equilíbrio térmico com o ambiente na temperatura  $T_A$  e pressão atmosférica  $P_A$ . Em seguida, fecha a panela e coloca-a sobre a chama de um fogão. A água, no interior da panela, vai aumentando a pressão e a temperatura e, após um certo tempo entra em ebulição liberando vapor para o ambiente pela válvula.

As figuras abaixo representam diagramas da pressão  $P \times$  temperatura  $T$  da água, onde as linhas vermelhas definem as regiões de temperatura e pressão em que a água pode se apresentar em cada um dos possíveis estados: sólido (S), líquido (L) e vapor (V). Já as linhas pretas (com indicação de sentido) representam processos termodinâmicos.

Assinale qual dos diagramas representa corretamente o processo termodinâmico que a água, no interior da panela, sofreu desde o instante em que começou a ser aquecida, quando estava à temperatura  $T_A$  e Pressão  $P_A$ , até o momento em que entra em ebulição à temperatura  $T_B$  e Pressão  $P_B$ .



**14 Acafe 2017** Um rapaz colocou no congelador um saco plástico com 1 litro de água. Após certo tempo, retirou o saco com a água congelada e colocou sobre a mesa. Considere o fluxo médio de calor entre a água e o ambiente de  $500\text{ cal/s}$  na pressão de 1 atm e que após 225 s a água chegou ao equilíbrio térmico com o ambiente, que tinha uma temperatura de  $30^\circ\text{C}$

► **Dados:**

$c_{\text{gelo}} = 0,5\text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$ ,  $c_{\text{liq.}} = 1\text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$  e  $L_{\text{fusão}} = 80\text{ cal/g}$ .

Com base no exposto, marque com **V** as afirmações **verdadeiras** e com **F** as **falsas**.

- A água congelada demora 160 s para fundir.
- A água congelada estava, inicialmente quando colocada na mesa, com temperatura de  $0^\circ\text{C}$ .
- O calor total recebido pela água em 225 segundos foi de  $112,5 \cdot 10^3\text{ cal}$ .
- O calor recebido pela água líquida para aquecer até  $30^\circ\text{C}$  é  $30\,000\text{ cal}$ .

A sequência correta é:

- A V – F – V – V
- B V – F – V – F
- C F – F – V – F
- D F – V – V – V

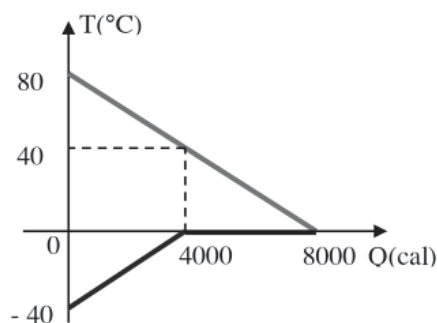
**15 Unicamp** Misturam-se 200 g de água a  $20^\circ\text{C}$  com 800 g de gelo a  $0^\circ\text{C}$ . Admita que há troca de calor apenas entre a água e o gelo.

- Qual será a temperatura final da mistura?
- Qual será a massa final de líquido?

► **Dados:**  $c_{\text{água}} = 1\text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$ ;  $L_{\text{fusão}} = 80\text{ cal/g}$ .

- 16 PUC-Campinas** Quando você passa álcool na pele, sente que ela esfria naquele local. Isso se deve ao fato de que:
- A o álcool é normalmente mais frio que a pele.
  - B o álcool é normalmente mais frio que o ar.
  - C o álcool absorve calor da pele para evaporar-se.
  - D o ar na pele é que dá a sensação de frio.
  - E o álcool tem propriedades químicas que são as responsáveis.

- 17 IFSul 2015** Em um calorímetro ideal, misturam-se certa massa de água no estado sólido (gelo) com certa massa de água no estado líquido. O comportamento da Temperatura ( $T$ ) em função da Quantidade de Calor ( $Q$ ) para essa mistura é representado no gráfico ao lado. Sabe-se que esse conjunto está submetido à pressão de 1 atm, que o Calor Latente de Fusão do gelo é  $L_F = 80 \text{ cal/g}$ , que o Calor Específico do Gelo é  $c_{\text{gelo}} = 0,5 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$  e que o Calor Específico da água é  $c_{\text{água}} = 1 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$ .



Qual é a massa de água no estado líquido no equilíbrio térmico?

- A 50 g
- B 100 g
- C 150 g
- D 300 g

- 18 Unesp** Um recipiente de capacidade térmica desprezível e isolado termicamente contém 25 kg de água à temperatura de  $30^\circ\text{C}$ .

- a) Determine a massa de água a  $65^\circ\text{C}$  que se deve despejar no recipiente para se obter uma mistura em equilíbrio térmico à temperatura de  $40^\circ\text{C}$ .
- b) Se, em vez de  $40^\circ\text{C}$ , quiséssemos uma temperatura final de  $20^\circ\text{C}$ , qual seria a massa de gelo a  $0^\circ\text{C}$  que deveríamos juntar aos 25 kg de água a  $30^\circ\text{C}$ ? Considere o calor específico da água igual a  $4,0 \text{ J/g}\cdot^\circ\text{C}$  e o calor latente de fusão do gelo igual a  $320 \text{ J/g}$ .

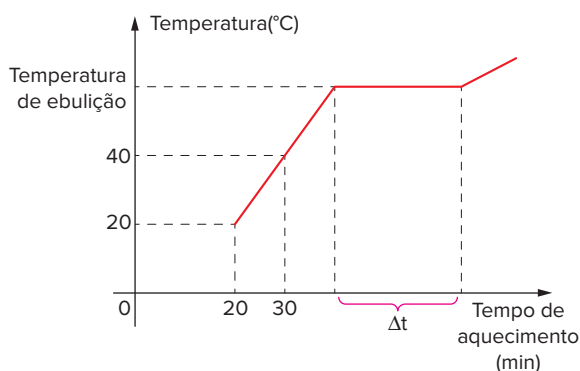
- 19 UFMS 2019** O tereré, bebida típica de Mato Grosso do Sul, é uma tradição em qualquer roda de amigos, sendo sempre servido bem gelado. Para o seu preparo, é utilizada uma garrafa térmica de capacidade térmica  $C = 50 \text{ cal/}^\circ\text{C}$ , com 3,0 L de água a  $10^\circ\text{C}$  e 0,3 kg de gelo a  $0^\circ\text{C}$ . Após algum tempo, a água atinge o equilíbrio térmico, sendo colocada na guampa com a erva e a bomba para o tereré ser servido. Considere que não houve troca de calor do interior da garrafa com o meio externo, com a erva e com a guampa. Quando alguém vai tomar o tereré, a temperatura da água é de aproximadamente:

**Dados:** densidade da água  $d_{\text{água}} = 1,0 \text{ g/cm}^3$ ,  
calor específico da água  $c_{\text{água}} = 1,0 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$ ,  
calor latente de fusão do gelo  $L_{\text{fusão}} = 80 \text{ cal/g}$ .

- A  $2,2^\circ\text{C}$
- B  $2,1^\circ\text{C}$
- C  $2,0^\circ\text{C}$
- D  $1,8^\circ\text{C}$
- E  $0^\circ\text{C}$

- 20 AFA** Uma barra de gelo de 100 g de massa a  $-20^\circ\text{C}$  é colocada num recipiente com 15 g de água líquida a  $10^\circ\text{C}$ . Sabe-se que o calor específico do gelo vale  $0,55 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$  e o calor específico da água,  $1,0 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$ . Qual a temperatura final de equilíbrio?

- 21 PUC-SP** O gráfico seguinte representa um trecho, fora de escala, da curva de aquecimento de 200 g de uma substância, aquecida por uma fonte de fluxo constante e igual a  $232 \text{ cal/min}$ .



Sabendo que a substância em questão é uma das apresentadas na tabela, o intervalo de tempo  $\Delta t$  em minutos, é um valor:

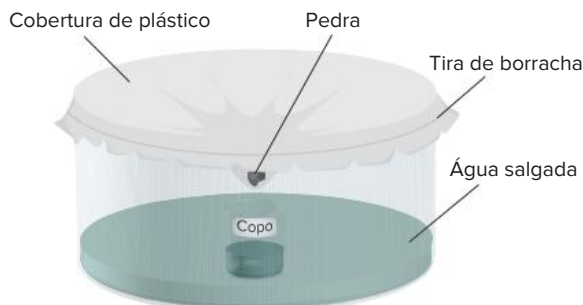
Substância	Calor específico no estado líquido (cal/g·°C)	Calor latente de ebulição (cal/g)
Água	1,0	540
Acetona	0,52	120
Acido acético	0,49	94
Álcool etílico	0,58	160
Benzeno	0,43	98

- A acima de 130.
- B entre 100 e 130.
- C entre 70 e 100.
- D entre 20 e 70.
- E menor do que 20.

- 22 Unesp** Segundo a ONU, a temperatura média do planeta subirá entre  $1,8^\circ\text{C}$  e  $4^\circ\text{C}$  até 2100, provocando um aumento do nível dos oceanos de 18 a 59 cm, devendo ocorrer inundações e ondas de calor mais frequentes, além de ciclones mais violentos durante mais de um milênio. Tomando como hipótese uma variação média do nível dos oceanos de 40 cm, o volume de água acrescido é cerca de  $1,5 \cdot 10^{14} \text{ m}^3$ . Com esses dados e sabendo ainda que a densidade da água é  $1000 \text{ kg/m}^3$  e o calor de fusão do gelo é  $333 \text{ kJ/kg}$ , calcule a quantidade de calor capaz de derreter uma massa de gelo,

a 0 °C, que corresponda àquele volume de água. Em seguida, estime a quantidade de calor necessária a fim de provocar uma variação de 17 °C na massa de água derretida ( $c_{\text{água}} = 4,0 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$ ). Suponha desprezível a dilatação térmica na água líquida inicialmente presente nos oceanos.

**23 Enem** Além de ser capaz de gerar eletricidade, a energia solar é usada para muitas outras finalidades. A figura a seguir mostra o uso da energia solar para dessalinizar a água. Nela, um tanque contendo água salgada é coberto por um plástico transparente e tem a sua parte central abaixada pelo peso de uma pedra, sob a qual se coloca um recipiente (copo). A água evaporada se condensa no plástico e escorre até o ponto mais baixo, caindo dentro do copo.



Hinrichs, R. A.; Kleinbach, M. *Energia e meio ambiente*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003 (Adapt.).

Nesse processo, a energia solar cedida à água salgada:

- fica retida na água doce que cai no copo, tornando-a, assim, altamente energizada.
- fica armazenada na forma de energia potencial gravitacional contida na água doce.
- é usada para provocar a reação química que transforma a água salgada em água doce.
- é cedida ao ambiente externo através do plástico, onde ocorre a condensação do vapor.
- é reemitida como calor para fora do tanque, no processo de evaporação da água salgada.

**24 Enem** A Terra é cercada pelo vácuo espacial e, assim, ela só perde energia ao irradiá-la para o espaço.

O aquecimento global que se verifica hoje decorre de pequeno desequilíbrio energético, de cerca de 0,3%, entre a energia que a Terra recebe do Sol e a energia irradiada a cada segundo, algo em torno de  $1 \text{ W}/\text{m}^2$ . Isso significa que a Terra acumula, anualmente, cerca de  $1,6 \cdot 10^{22} \text{ J}$ .

Considere que a energia necessária para transformar 1 kg de gelo a 0 °C em água líquida seja igual a  $3,2 \cdot 10^5 \text{ J}$ . Se toda a energia acumulada anualmente fosse usada para derreter o gelo nos polos (a 0 °C), a quantidade de gelo derretida anualmente, em trilhões de toneladas, estaria entre:

- |            |              |
|------------|--------------|
| A 20 e 40. | D 80 e 100.  |
| B 40 e 60. | E 100 e 120. |
| C 60 e 80. |              |

**25 UFMG** Considere a experiência que se descreve ao lado, realizada pelo Professor Márcio: inicialmente, ele coloca um copo cheio de água, à temperatura ambiente e prestes a transbordar, sobre um prato vazio, como mostrado na figura a seguir.



Em seguida, lentamente, ele abaixa um bloco de 18 g de gelo sobre a água, até que ele alcance o equilíbrio mecânico.

Considere que a densidade do gelo e a da água são constantes e valem, respectivamente,  $0,90 \text{ g}/\text{cm}^3$  e  $1,0 \text{ g}/\text{cm}^3$ .

A partir dessas informações, determine:

- a massa de água que transborda do copo para o prato, **antes** que o gelo inicie seu processo de fusão. Justifique sua resposta.
- a massa de água no prato, após a fusão completa do gelo. Justifique sua resposta.

**26 UFMG** Em uma aula no Laboratório de Física, o Professor Jéssus realiza o experimento que se descreve a seguir. Inicialmente, ele imerge um aquecedor elétrico em 1,0 kg de água, à temperatura de 23 °C, contida num recipiente de isopor.

Em seguida, o recipiente é tampado e o aquecedor é ligado, até a temperatura da água atingir 45 °C.

Considere que a tensão e a corrente elétricas, no aquecedor, são, respectivamente, de 220 V e de 1,0 A. Despreze a capacidade térmica do recipiente e a do aquecedor.

- Com base nessas informações, calcule o tempo que o aquecedor ficou ligado.
- Em seguida, o Professor Jéssus coloca 0,60 kg de gelo, a 0,0 °C, na água contida no recipiente, tampando-o novamente, e espera até a temperatura dela se estabilizar.

Sabe-se que o calor latente de fusão do gelo é de  $3,3 \cdot 10^5 \text{ J}/\text{kg}$ .

Considerando essas informações, calcule a temperatura da água no final desse experimento.

Texto para as questões 27 e 28.

Uma criança que gostava muito de brigadeiro decidiu fazer este doce, e para isso começou a separar os ingredientes e utensílios. Inicialmente pegou a lata de leite condensado, o chocolate em pó e a margarina, depois uma panela e colher de aço e um abridor de latas. A criança fez um furo na lata, a fim de fazer escoar para a panela o leite condensado. Sua mãe, ao ver aquela atitude, sugeriu que o filho fizesse outro furo, na lata, pois assim ele conseguiria retirar aquele líquido com mais facilidade. Ao levar a panela ao fogo para mexer o brigadeiro, a criança sentiu que, depois de alguns minutos, o cabo da colher tinha se aquecido e reclamou: “Mãe, a colher está queimando a minha mão”. Então, sua mãe pediu que ele fizesse uso de uma colher de pau, para evitar uma queimadura.

**27 UEPB** Diante do episódio apresentado, quem está correta em relação ao furo na lata é:

- A a criança, pois, com apenas um furo na lata, a pressão atmosférica não impede a saída do leite condensado.
- B a criança, pois, com apenas um furo na lata, a pressão que o leite condensado exerce sobre o orifício é maior que a pressão atmosférica.
- C a mãe, pois, com dois furos, a pressão atmosférica impede a saída do leite condensado.
- D a mãe, pois, com dois furos, o ar pode entrar na lata, por um deles. Assim a pressão do ar é a mesma no interior da lata e o leite condensado escoo facilmente.
- E a mãe, pois, com dois furos, o ar não entra na lata, o que permitirá que o leite condensado escoo facilmente.

**28 UEPB** Sobre o aquecimento da colher evidenciado na reclamação da criança de que sua mão estava queimando, podemos afirmar que:

- A com a colher de pau, que é um excelente isolante térmico, esta aquece-se mais rápido que a colher de aço.
- B acontece porque as partículas que constituem a colher criam correntes de convecção, aquecendo-a por inteiro, de uma extremidade à outra.
- C devido a irradiação a colher se aquece por inteiro, de uma extremidade à outra.
- D com a colher de pau, que é um excelente condutor térmico, esta aquece-se mais rápido que a colher de aço.
- E acontece porque as partículas que constituem a colher passam a conduzir de uma extremidade a outra o calor ali absorvido.

**29 Fuvest 2018** Furacões são sistemas físicos que liberam uma enorme quantidade de energia por meio de diferentes tipos de processos, sendo um deles a condensação do vapor em água. De acordo com o Laboratório Oceanográfico e Meteorológico do Atlântico, um furacão produz, em média, 1,5 cm de

chuva por dia em uma região plana de 660 km de raio. Nesse caso, a quantidade de energia por unidade de tempo envolvida no processo de condensação do vapor em água da chuva é, aproximadamente,

- A  $3,8 \times 10^{15}$  W.
- B  $4,6 \times 10^{14}$  W.
- C  $2,1 \times 10^{13}$  W.
- D  $1,2 \times 10^{12}$  W.
- E  $1,1 \times 10^{11}$  W.

► **Note e adote:**

$$\pi = 3.$$

$$\text{Calor latente de vaporização da água: } 2 \times 10^6 \text{ J/kg.}$$

$$\text{Densidade da água: } 10^3 \text{ kg/m}^3.$$

$$1 \text{ dia} = 8,6 \times 10^4 \text{ s}$$

**30 Enem (Não aplicado)** O mar de Aral, um lago de água salgada localizado na antiga União Soviética, tem sido explorado por um projeto de transferência de água em larga escala desde 1960. Por meio de um canal com mais de 1300 Km, enormes quantidades de água foram desviadas do lago para a irrigação de plantações de arroz e algodão. Aliado às altas taxas de evaporação e às fortes secas da região, o projeto causou um grande desastre ecológico e econômico, e trouxe muitos problemas de saúde para a população. A salinidade do lago triplicou, sua área superficial diminuiu 58% e seu volume, 83%. Cerca de 85% das áreas úmidas da região foram eliminadas e quase metade das espécies locais de aves e mamíferos desapareceu. Além disso, uma grande área, que antes era o fundo do lago, foi transformada em um deserto coberto de sal branco e brilhante, visível em imagens de satélite.

Miller JR.GT. *Ciência Ambiental*. São Paulo: Editora Thomson, 2007. (Adapt.).

Suponha que tenha sido observada, em uma vila rural localizada a 100 km de distância do mar de Aral, alguns anos depois de implantação do projeto descrito, significativa diminuição da produtividade das lavouras, aumento da salinidade das águas e problemas de saúde em sua população. Esses sintomas podem ser efeito:

- A da perda da biodiversidade da região.
- B da seca dos rios da região sob influência do projeto.
- C da perda de áreas úmidas nos arredores do mar de Aral.
- D do sal trazido pelo vento, do mar de Aral para a vila rural.
- E dos herbicidas utilizados nas lavouras de arroz e algodão do projeto.

**31** Uma esfera metálica de 200 g de massa é abandonada do repouso, de uma altura H, sobre um grande bloco de gelo 0 °C. Desprezam-se influências do ar e supõe-se que toda a energia mecânica existente na esfera transforma-se em energia térmica e é absorvida pelo gelo, sem, no entanto, alterar a temperatura do metal. Qual deve ser a altura H, para que 1 g de gelo sofra fusão?

► **Dados:**  $L_{\text{fusão}} = 80 \text{ cal/g}$ ;  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$ .





### FRENTE 3

#### CAPÍTULO

# 5

## Propagação de calor

A energia solar é uma das fontes de energia renovável mais conhecidas. A energia emitida pelo Sol, que chega à Terra ao se propagar por irradiação, pode ser convertida em energia elétrica ou térmica ao ser absorvida por superfícies escuras com as propriedades de um corpo negro nas chamadas células solares. Painéis solares destinados a converter energia solar em energia elétrica são muito usados em satélites espaciais e para armazenar energia em baterias. Sistemas de aquecimento solar são usados para o aquecimento de água e a climatização de estufas, piscinas e residências. Nesses sistemas, placas coletoras captam a radiação solar, transferindo o calor para a massa de água que circula em uma tubulação, mantendo a temperatura do ambiente.

## Tipos de propagação

Como você já estudou nos capítulos anteriores, calor é energia em trânsito que se desloca de um corpo para outro, ou mesmo dentro de um mesmo corpo, de uma região para outra de temperatura diferente. Vale a pena observarmos que o calor entre corpos pode ocorrer estando eles em contato ou não. Esse fenômeno recebe o nome de propagação do calor.

O calor pode se propagar de três maneiras, a saber:

- condução
- convecção
- irradiação

Embora os processos tenham características diferentes, eles têm uma coisa em comum: o calor se propaga sempre de uma região para outra de temperatura mais baixa, ou de um corpo para outro que esteja a uma temperatura mais baixa.

Sentido obrigatório para o calor:

$$T_{\text{maior}} \rightarrow T_{\text{menor}}$$

## Condução

O calor se propaga por condução quando passa de uma região para outra de um corpo, ou de um corpo para outro com o qual está em contato, sem que haja deslocamento das moléculas constituintes dos corpos. Portanto, nesse processo há transporte de energia sem transporte de matéria.



Fig. 1 A condução é o transporte de energia sem transporte de matéria.

Uma experiência simples evidencia a condução. Segure uma barra metálica por um de seus extremos e aproxime o outro extremo da chama de um bico de Bunsen. Você notará, decorrido certo tempo, que o extremo que você está segurando sofreu um aumento de temperatura. A temperatura de cada seção transversal da barra foi aumentando gradativamente até atingir a extremidade oposta à colocada na chama.

Nesta experiência, você percebe um fenômeno por meio dos seus sentidos: ela é uma experiência macroscópica.

Do ponto de vista microscópico, a condução do calor pode ser explicada da seguinte maneira: em determinada região do corpo, a energia posta em jogo provoca uma agitação maior das moléculas dessa região. Devido aos incessantes choques entre essas moléculas e as moléculas vizinhas, a energia é transmitida para estas últimas, que, assim, se aquecem; esse fenômeno se repete, provocando o transporte da energia ao longo do corpo, sem que as partículas constituintes do corpo tenham de se deslocar das suas posições de equilíbrio.

### Atenção

Condução térmica é um processo de transporte de energia sem transporte de matéria, que ocorre principalmente nos materiais sólidos.

## Bons e maus condutores

Sabe-se que, nos sólidos, as moléculas estão mais próximas que nos líquidos e nos gases. Por isso, os sólidos conduzem melhor o calor em comparação aos líquidos, sendo os gases os piores condutores de calor.

Entre os sólidos, os melhores condutores são os metais. No entanto, experiências revelam que nem todos os sólidos e nem todos os metais conduzem igualmente o calor. Esse fato é demonstrado pela experiência de Ingenhousz, esquematizada na figura 2.

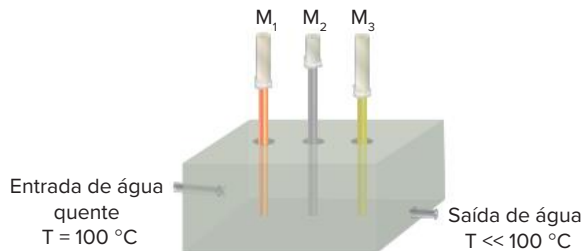


Fig. 2 Metais diferentes conduzem o calor de forma diferente.

Nas paredes de um recipiente, estão presas barras geometricamente iguais, de diferentes metais, recobertas de cera,  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$ . Se colocarmos água aquecida no recipiente, o calor se propaga ao longo das barras, derretendo a cera, de modo que certo trecho da barra fica descoberto.

Constata-se que, em algumas barras, a parte de cera que derrete é maior do que em outras. Quanto maior o comprimento descoberto – cera derretida – ao fim de determinado intervalo de tempo, melhor condutor será o material de que a barra é feita. Nesse caso, o metal  $M_2$  é o que melhor conduz, e  $M_3$  é o que pior conduz.

Essa experiência mostrou que, entre os metais, os melhores condutores são, em ordem decrescente: prata, cobre, ouro e alumínio. Por outro lado, os piores condutores são o chumbo e o bismuto.

A boa condutibilidade pode ser demonstrada por meio da experiência da rede metálica.

### Saiba mais

Se você observar uma rede de metal que foi colocada sobre a chama de um bico de Bunsen, verificará que a chama não atravessa a rede. Ou, se o bico de Bunsen for aceso após colocar a rede, a chama só aparece no semiespaço acima dela, como se vê na figura 3.

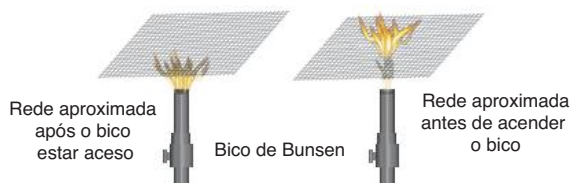


Fig. 3 Tela de metal feita para distribuir o fluxo de calor.

Isso acontece pelo fato de a rede metálica conduzir tão rapidamente o calor que o semiespaço situado do outro lado não sofre aquecimento suficiente para provocar a combustão. Essas redes são utilizadas para aquecer uniformemente líquidos em recipientes de vidro pirex no laboratório. Também por esse motivo, alguns lampiões utilizados na exploração de minas até o século anterior apresentavam a chama rodeada por uma rede metálica.



## Regime permanente

Suponha que as extremidades A e B de uma barra estejam a temperaturas diferentes. Por exemplo, a extremidade A poderá estar na presença de uma fonte à temperatura fixa  $T_1$  e a extremidade B na presença de outra fonte à temperatura fixa  $T_2$ , sendo  $T_1 \gg T_2$ . Você já sabe que, nessas condições, ocorrerá propagação de calor por condução da extremidade A (mais quente) para a extremidade B (mais fria).

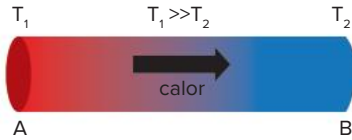


Fig. 4 Calor ao longo de um condutor.

Consideremos agora diversas seções da barra, situadas entre as extremidades A e B.

Inicialmente, observa-se que as diversas seções da barra são atravessadas por diferentes quantidades de calor. Nessa situação, dizemos que o calor se propaga em regime variável.

Em regime variável, as temperaturas nas diversas seções são distintas, e, em uma mesma seção, a temperatura é variável, sendo essa variação decrescente no decorrer do tempo.

Decorrido certo intervalo de tempo, cessa a variação da temperatura em uma mesma seção reta da barra, embora ao longo dela a temperatura seja decrescente no sentido da seção mais quente para a seção mais fria. Diz-se, então, que é atingido o chamado **regime permanente** ou **estacionário**.

### Atenção

Em regime estacionário, a quantidade de calor que atravessa qualquer seção da barra é a mesma e permanece constante no decorrer do tempo.

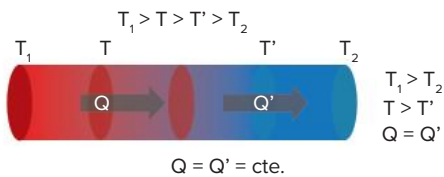


Fig. 5 No regime estacionário,  $Q = Q'$  e  $T > T'$ , porém  $T$  e  $T'$  permanecem constantes no decorrer do tempo.

### Saiba mais

No inverno, usam-se roupas de lã porque são más condutoras de calor e impedem que o calor do corpo seja conduzido para o meio exterior.



Fig. 6 Roupas de lã são más condutoras.

## Equação de Fourier

### Gradiente de temperatura

Por definição, chama-se gradiente de temperatura a variação da temperatura por unidade de comprimento ao longo de uma barra que conduz calor.

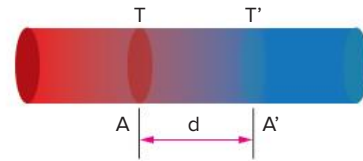


Fig. 7 Gradiente de temperatura.

Simbolicamente, o gradiente de temperatura é indicado por:

$$\text{grad } T = \frac{T - T'}{d}$$

### Atenção

Em regime estacionário, existe um gradiente de temperatura que é constante ao longo de todas as seções transversais da barra.

Na prática, para atingir o regime estacionário, costuma-se envolver a barra por um isolante que envolve a sua superfície lateral, a fim de evitar a perda de calor para o meio ambiente através das laterais

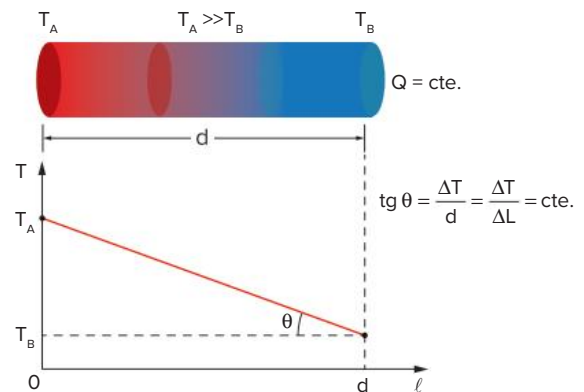


Fig. 8 No regime estacionário, a distribuição da temperatura é uniforme ao longo da barra. Observe que  $\frac{\Delta T}{\Delta L}$  é constante.

### Fluxo de calor

Chama-se fluxo de calor a quantidade de calor que atravessa uma seção transversal de uma barra, ou corpo, por unidade de tempo.

Simbolicamente, escrevemos:  $\phi = \frac{Q}{\Delta t}$

Observe que, em regime estacionário, se  $Q$  é constante, então  $\phi$  também será constante.

Se  $Q$  é dado em calorias e  $\Delta t$  em segundos, então  $\phi$  será expresso em **calorias por segundo** (cal/s).

No SI,  $\phi$  é expresso em J/s.

### Atenção

Em alguns vestibulares, o termo “fluxo de calor” é substituído por corrente térmica, devido à grande analogia com a definição de corrente elétrica.

Analisando experimentalmente o problema da condução, Fourier estabeleceu a seguinte lei empírica:

O fluxo de calor que atravessa uma seção transversal qualquer, de área  $A$ , do condutor, em regime estacionário, é diretamente proporcional ao gradiente de temperatura e à área da seção transversal.

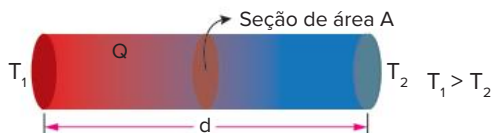


Fig. 9 Fluxo de calor ao longo de um condutor de seção constante  $A$ .

Simbolicamente, podemos representar a lei de Fourier da seguinte maneira:

$$\phi \propto \frac{A \cdot (T_1 - T_2)}{d}$$

Introduzindo o coeficiente de proporcionalidade  $K$ , obtemos:

$$\phi = K \cdot A \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{d}$$

O coeficiente de proporcionalidade  $K$  recebe o nome de **coeficiente de condutividade térmica** ou **de condutibilidade térmica** do material que constitui o condutor.

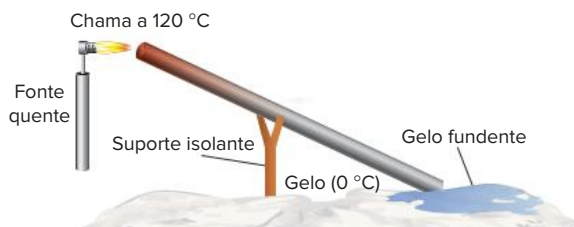
O coeficiente de condutibilidade térmica,  $K$ , é expresso em  $\text{cal}/(\text{cm} \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C})$ .

Metais	Valores aproximados de $K$ [ $\text{cal}/(\text{cm} \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C})$ ]
Alumínio	0,5
Ferro	0,16
Cobre	0,92
Aço	0,11
Chumbo	0,08
Prata	0,97
Líquidos	$K$
Água	0,0014
Azeite	0,0004
Álcool	0,0003
Glicerina	0,0006
Outros sólidos	$K$
Carvão	0,01
Gelo	0,005
Cortiça	0,00072
Vidro	0,002
Seda	0,0001
Madeira	0,0003
Gases	$K$
Ar	0,00006
Hélio	0,00034
Nitrogênio	0,00005
Oxigênio	0,00006

Tab. 1 Coeficientes de condutibilidade térmica ( $K$ ).

## Exercício resolvido

- 1 Uma barra de alumínio com 1 m de comprimento e  $20 \text{ cm}^2$  de área de seção transversal tem uma das suas extremidades em contato com uma chama de potência constante a  $120^\circ\text{C}$  e a outra em contato com gelo fundente a  $0^\circ\text{C}$ .



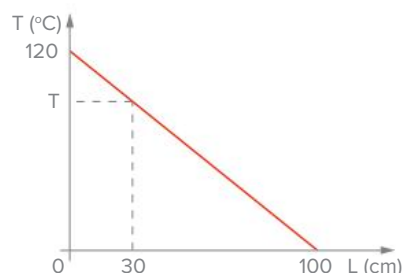
- Determine o fluxo de calor ( $\phi$ ) ao longo da barra; considerando  $K_{Al} = 0,5 \text{ cal}/(\text{cm} \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C})$ .
- Determine a temperatura em uma seção transversal de barra a 30 cm da extremidade quente ( $120^\circ\text{C}$ ).

**Resolução:**

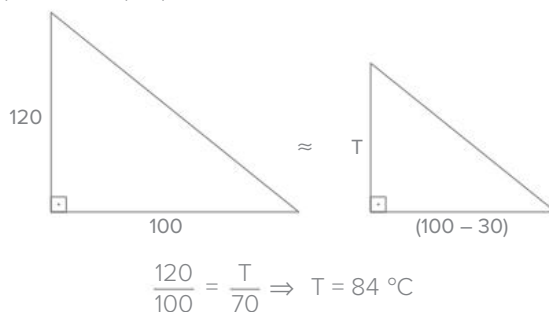
- a) O fluxo de calor é dado por:  $\phi = \frac{K \cdot A \cdot \Delta T}{L}$ . Logo:

$$\phi = \frac{0,5 \cdot 20 \cdot 120}{100} \Rightarrow \phi = 12 \text{ cal/s}$$

- b) Considerando o regime estacionário/permanente, temos o seguinte gráfico:



Aplicando a proporcionalidade, temos:



### Saiba mais

É possível ver vídeos de pessoas em cerimônias religiosas demonstrando controle da mente enquanto caminham sobre madeira em brasa. Embora a temperatura das brasas seja bastante alta, devido à baixa condutibilidade térmica da madeira, pouco calor é transferido para os pés descalços do corajoso que está fazendo a demonstração. Essa transmissão é baixa principalmente se os pedaços de brasa forem grandes, o que evita a aderência ao pé.

## Convecção

O transporte do calor por convecção em um meio consiste essencialmente no deslocamento de porções do fluido de diferentes densidades, de uma região para outra desse meio. Observe o esquema a seguir.



Portanto, ao contrário do que ocorre no processo de condução, a convecção se caracteriza pelo deslocamento de matéria. Devido a esse deslocamento, ou transporte, a convecção não pode ocorrer nos sólidos, sendo um processo característico dos líquidos e dos gases.

### ! Atenção

Convecção térmica é um processo de transferência de calor por meio de transporte de matéria devido a uma diferença de densidade e à ação da gravidade.

Observe a figura 10. Ao aquecermos um líquido contido em um recipiente, as porções situadas no fundo recebem calor em primeiro lugar e, em consequência, apresentam aumento de volume, do qual decorre uma diminuição da densidade. As porções menos densas se deslocam para dar lugar às porções mais densas, ocorrendo a formação de correntes de partículas aquecidas de baixo para cima. Essas correntes, denominadas correntes de convecção, são favorecidas pela variação de densidade e levam o calor do fundo do recipiente para todas as partes do líquido.



Fig. 10 Correntes de convecção.

A calefação da água para aquecer as residências nos países de clima frio baseia-se nesse processo.

De maneira análoga, são formadas as correntes de convecção nos gases. É o que ocorre, por exemplo, no interior de refrigeradores como o observado na figura 11.

O ar na proximidade do congelador é resfriado, ocorrendo uma diminuição da temperatura e um aumento de sua densidade; por isso, o ar tende a descer, deslocando o ar mais quente, que, então, se aproxima do congelador e é, por sua vez, resfriado. Estabelecem-se, assim, as correntes de convecção dentro da geladeira.

Tais modelos de refrigerador possuem prateleiras vazadas, exatamente para facilitar a circulação das correntes de convecção. Por esse motivo, não é recomendável a obstrução total das prateleiras.

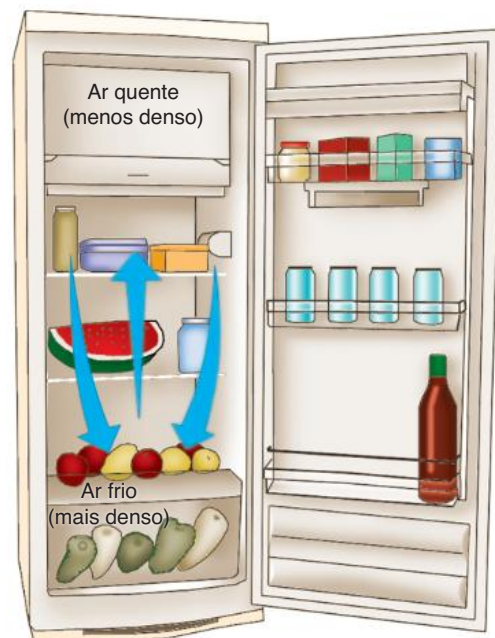


Fig. 11 Em uma geladeira, o fluxo de calor se dá graças às correntes de convecção, consequência da mudança da densidade do ar em seu interior.

O processo de resfriamento do ar de uma sala de aula (figura 12) é baseado no fato de que o ar frio tem maior densidade que o ar quente; portanto, um aparelho de ar-condicionado deve ser instalado o mais alto possível, de forma que maximize as correntes de convecção e diminua o mais rápido possível, e da forma mais eficiente, a temperatura ambiente.



Fig. 12 Se o objetivo é resfriar o ambiente, o ar-condicionado deve ser instalado no alto, próximo ao teto.



### ! Atenção

Lembre-se do comportamento anômalo da água. Nesse caso, as correntes de convecção se invertem abaixo de 4 °C.

Já para aquecer o ar de uma sala de estar (figura 13) baseando-se no fato de que o ar quente é menos denso que o frio, uma lareira deve ser construída próximo ao solo, de modo que maximize as correntes de convecção e aumente a temperatura ambiente, da maneira mais eficiente possível, mantendo a sala aquecida.

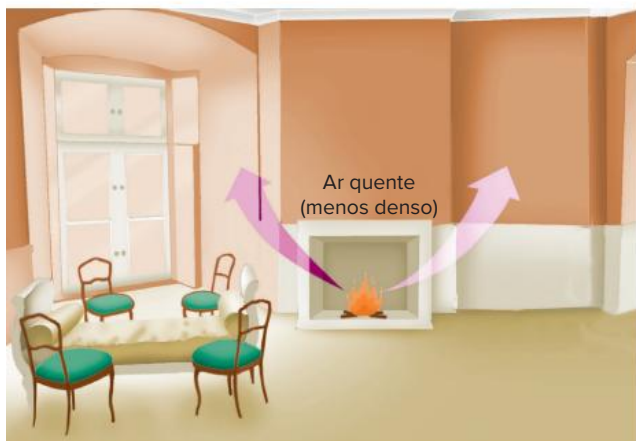


Fig. 13 Com o objetivo de aquecer o ambiente, a lareira deve ser colocada próxima ao chão.

Nas regiões litorâneas, durante o dia, a areia se aquece mais rapidamente que a água do mar, pois a capacidade térmica da água é muito maior que a da areia. Dessa forma, o ar aquecido sobe, e forma-se uma região de baixa pressão, permitindo o movimento do ar que se sobrepõe ao mar em direção a essa região. Fala-se então em “brisa do mar”. Durante a noite, a terra torna-se mais fria que a água do mar, provocando a inversão do processo. Sopra, então, vento da terra para o mar, “brisa terrestre”.

**Observação:** Lembre-se de que a capacidade térmica da água é muito maior do que a capacidade térmica da areia, por isso a água esquenta e esfria mais lentamente.

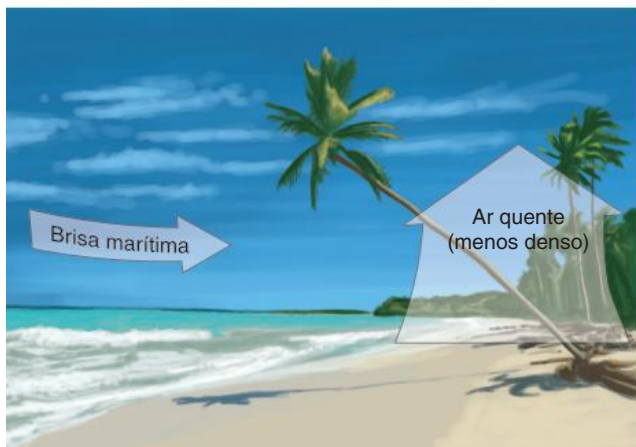


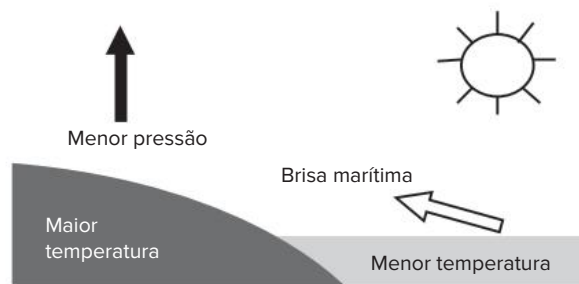
Fig. 14 Durante o dia: brisa marítima.



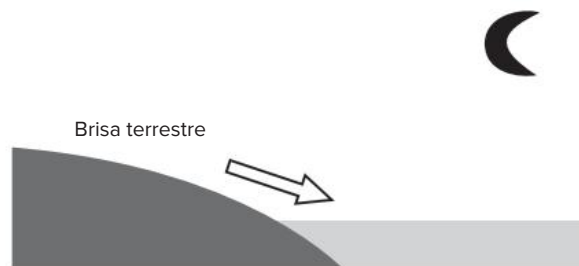
Fig. 15 Durante a noite: brisa terrestre.

## Exercício resolvido

**2 Enem (Adapt.)** Em uma área de praia, a brisa marítima é uma consequência de diferença no tempo de aquecimento do solo (areia e terra) e da água do mar, apesar de ambos estarem submetidos às mesmas condições de radiação solar. No local (areia + terra) que se aquece mais rapidamente, o ar fica mais quente e sobe, deixando uma área de baixa pressão, provocada por deslocamento do ar da superfície que está mais fria (mar).



À noite, ocorre um processo inverso ao que se verifica durante o dia.



Como a água leva mais tempo para esquentar (de dia), mas também leva mais tempo para esfriar (à noite), explique o fenômeno noturno chamado brisa terrestre.

### Resolução:

Como a capacidade térmica da água é bem superior à da terra, a água demora mais para aquecer durante o dia e demora mais para esfriar durante a noite. Sendo assim, o ar que está sobre a água se aquece mais; ao subir, deixa uma área de baixa pressão, causando um deslocamento de ar do continente para o mar.

## Irradiação

Na parte inicial deste capítulo, mostramos que a condução é uma propagação de calor no corpo, sem deslocamento de matéria, e que a convecção é a propagação de calor em um corpo, acompanhada de deslocamento de matéria. Mas como a energia emitida pelo Sol chega à Terra?

Nesse caso, temos a irradiação, que é a propagação de energia através do espaço, mesmo quando inexistente matéria.

### ! Atenção

Irradiação térmica é o processo de transferência de calor por meio de ondas eletromagnéticas, denominadas ondas de calor ou calor radiante.

O corpo que emite a energia é chamado emissor ou radiador. O corpo que recebe energia é chamado receptor, e por meio dele constatamos a existência dessa energia. A energia que se propaga do radiador ao receptor através do espaço, mesmo vazio, é chamada energia radiante.

A energia radiante ficará mais bem caracterizada ao estudar Eletromagnetismo. Você aprenderá, então, que ela se propaga por meio de ondas eletromagnéticas. Todos os corpos estão continuamente emitindo energia radiante. Quanto mais elevada a temperatura do corpo, maior será a intensidade da emissão de energia.

Experimentalmente, comprova-se que a emissão de energia traz, em geral, uma diminuição da temperatura do corpo emissor. A absorção da energia se traduz pelo aumento da temperatura do receptor.

### ! Atenção

A energia radiante, no entanto, não provoca alterações na temperatura do meio através do qual ela se propaga.

Uma sugestiva experiência mostra que diferentes corpos emitem e absorvem energia radiante com diferentes intensidades, sendo os melhores emissores também os melhores absorvedores.

Considere os termômetros A e B, colocados no interior de um recipiente em que há vácuo, conforme se vê na figura 16.

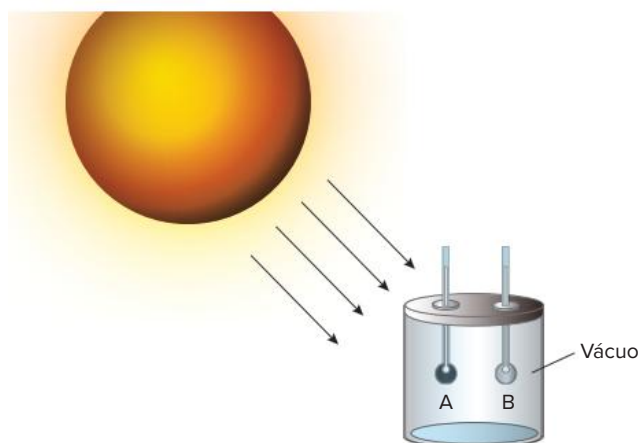


Fig. 16 Um corpo negro absorve e libera mais energia.

O bulbo do termômetro A é recoberto com fuligem (pó preto). O conjunto é exposto de maneira a receber energia solar. O vácuo impede a propagação de calor por condução e por convecção. Verifica-se que a temperatura do termômetro A se eleva mais que a do termômetro B, o que significa que A absorve mais energia que B. Se, em seguida, o conjunto for levado para a sombra, a temperatura do corpo A baixa mais rapidamente que a de B, o que significa que A é melhor emissor que B.

O principal emissor de calor (fonte) para o nosso planeta Terra é o Sol. Com uma temperatura da ordem de 6 000 K, ele emite calor por irradiação, que chega à Terra atravessando uma grande região de vácuo.

## Energia absorvida, refletida e transmitida

Quando a energia radiante incide sobre um corpo, parte da energia é **refletida**, parte é **transmitida** e parte é **absorvida**.

Somente a parcela absorvida é transformada em calor, provocando aumento da temperatura do receptor.

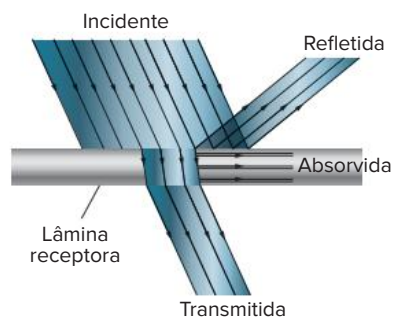


Fig. 17 Energia incidente é igual à soma entre as energias refletida, absorvida e transmitida.

## Corpos opacos, transparentes e negros

Se nenhuma parcela do fluxo incidente for transmitida, o corpo é dito **opaco**. Quando uma parcela do fluxo incidente é transmitida, o corpo é dito **transparente**.

Note que um dado corpo pode ser opaco para certas radiações e, ao mesmo tempo, transparente para outras. O corpo humano, por exemplo, é transparente para os raios X e opaco para a luz natural.

Quando o corpo absorve totalmente a energia nele incidente, ele é chamado **corpo negro**. Corpo negro é aquele que emite apenas energia própria. Sendo o corpo negro o melhor receptor de energia radiante, de acordo com a experiência anterior (figura 16), será também o melhor radiador. Na prática, consegue-se a realização de um corpo negro fazendo-se um orifício em uma cavidade cujas paredes são mantidas à temperatura fixa. A energia radiante penetra pelo orifício, sofre múltiplas reflexões, permanecendo no interior da cavidade, sendo, então, totalmente absorvida pelo receptor.

## Estufas para plantas

Uma aplicação direta do conceito de radiação e de corpos transparentes e opacos são as estufas de plantas. O teto delas é feito de material transparente à energia radiante que chega do Sol e opaco às ondas de calor emitidas pela Terra, gerando maior aquecimento do ar em seu interior.



Fig. 18 Estufa de morangos.

### Efeito estufa

Na atmosfera da Terra, o gás carbônico ( $\text{CO}_2$ ) e os vapores de água presentes no ar funcionam como a cobertura de uma estufa (por exemplo, vidro de policarbonato), isto é, são transparentes à energia radiante do Sol e opacos às ondas de calor (infravermelho) emitidas pela superfície da Terra. Observe que, se não fosse a atmosfera da Terra, a temperatura não seria ideal para a sobrevivência de nossa espécie e de todas as demais espécies da fauna e da flora aqui presentes.

Devido ao progresso e ao aumento considerável dos níveis de  $\text{CO}_2$  na atmosfera, estamos vivendo um efeito estufa com conseqüente aumento da temperatura, algo provavelmente desastroso para nossa sobrevivência na Terra.

### Garrafa térmica – vaso de Dewar

A garrafa térmica é um recipiente utilizado para conservar líquidos quentes ou frios, **impedindo** ou, pelo menos, **reduzindo** ao mínimo as **trocas de calor** entre o conteúdo do recipiente e o meio externo. Dessa maneira, a temperatura no interior do recipiente se mantém constante por longo tempo.

A garrafa térmica é uma variante do vaso de Dewar, construído no fim do século XIX pelo físico escocês Sir James Dewar.



Fig. 19 Esquema de uma garrafa térmica.

O princípio de funcionamento da garrafa térmica é o de **impedir a transferência de calor**, seja por condução, convecção ou irradiação. Para evitar a condução e a convecção, utiliza-se uma tampa de vedação e o recipiente é construído com paredes duplas, entre as quais faz-se vácuo mantendo-se o ar rarefeito; então, tais processos não podem se realizar devido à ausência de moléculas. Para evitar a irradiação, as faces internas e externas do recipiente são espelhadas.

## Revisando

- 1 Uma pessoa caminhando descalça no interior de uma casa nota que o piso ladrilhado é mais frio que o piso de madeira. Explique por que isso acontece.

---



---



---

- 2 Fuvest (Adapt.) Explique o processo pelo qual o calor do Sol chega à Terra.

---



---



---

- 3 Sabe-se que a temperatura do café se mantém razoavelmente constante no interior de uma garrafa térmica perfeitamente vedada.

a) Qual o principal fator responsável por esse bom isolamento térmico?

---



---



---

b) O que acontece com a temperatura do café se a garrafa térmica for agitada vigorosamente? Explique sua resposta.

---



---

4 UFG Por que a serragem é melhor isolante térmico do que a madeira da qual foi retirada?

---

---

---

---

- 5 Uma barra de metal com extremidades a  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  (água em ebulição) e  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  (gelo fundente) e com uma camada isolante externa apresenta um fluxo de calor constante já no regime estacionário. Sendo o comprimento da barra de  $100\text{ cm}$  e sua área transversal de  $10\text{ cm}^2$ , determine:
- o fluxo de calor ao longo da barra.
  - a temperatura da barra em uma seção transversal a  $20\text{ cm}$  da seção quente.

► Considere  $K = 0,6\text{ cal}/(\text{cm}\cdot\text{s}\cdot^{\circ}\text{C})$ .

## Exercícios propostos

- FEI** Para melhorar o isolamento térmico de um ambiente, mantendo o material de que são feitas as paredes, deve-se:
  - aumentar o volume das paredes.
  - aumentar a área externa da parede e manter sua espessura.
  - diminuir a espessura das paredes.
  - aumentar a espessura e diminuir a área das paredes.
  - nenhuma das respostas anteriores.
- UEL 2019** Numa sala com temperatura de  $18\text{ }^{\circ}\text{C}$ , estão dispostos um objeto metálico e outro plástico, ambos com a mesma temperatura desse ambiente. Um indivíduo com temperatura corporal média de  $36\text{ }^{\circ}\text{C}$  segura esses objetos, um em cada mão, simultaneamente. Neste caso, é correto afirmar que há rápida transferência de calor
  - da mão para o objeto metálico e lenta da mão para o plástico, por isso a sensação de frio maior proveniente do objeto metálico.
  - do objeto metálico para a mão e lenta do plástico para a mão, por isso a sensação de frio maior proveniente do plástico.
  - da mão para o plástico e lenta da mão para o objeto metálico, por isso a sensação de frio maior proveniente do plástico.
  - do plástico para a mão e lenta do objeto metálico para a mão, por isso a sensação de calor maior proveniente do objeto metálico.
  - da mão para o plástico e lenta da mão para o objeto metálico, por isso a sensação de calor maior proveniente do objeto metálico.
- UFSC** Nas geladeiras, retira-se periodicamente o gelo do congelador. Nos polos, as construções são feitas sob o gelo. Os viajantes do deserto do Saara usam roupas de lã durante o dia e à noite. Relativamente ao texto acima, qual das afirmações abaixo **não** é correta?
  - O gelo é mau condutor de calor.
  - A lã evita o aquecimento do viajante do deserto durante o dia e o resfriamento durante a noite.
  - A lã impede o fluxo de calor por condução e diminui as correntes de convecção.
  - O gelo, sendo um corpo a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , não pode dificultar o fluxo de calor.
  - O ar é um ótimo isolante para o calor transmitido por condução, porém favorece muito a transmissão do calor por convecção. Nas geladeiras, as correntes de convecção é que refrigeram os alimentos que estão na parte inferior.
- UFMG** Depois de assar um bolo em um forno a gás, Zulmira observa que ela queima a mão ao tocar no tabuleiro, mas não a queima ao tocar no bolo. Considerando-se essa situação, é correto afirmar que isso ocorre porque:
  - a capacidade térmica do tabuleiro é maior que a do bolo.
  - a transferência de calor entre o tabuleiro e a mão é mais rápida que entre o bolo e a mão.
  - o bolo esfria mais rapidamente que o tabuleiro, depois de os dois serem retirados do forno.
  - o tabuleiro retém mais calor que o bolo.

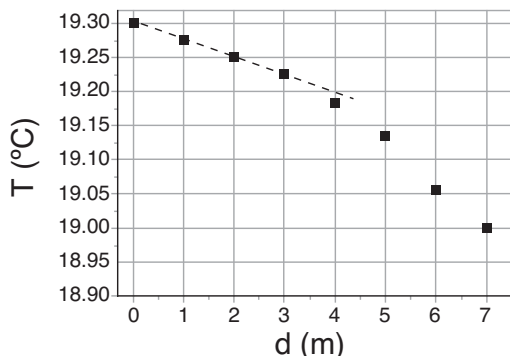


**5 UFMG** Um estudante aprendendo a esquiar em Bariloche, Argentina, veste uma roupa especial de 8,0 cm de espessura e 2,4 m<sup>2</sup> de área. O material com que foi feita a roupa tem condutibilidade térmica de  $5,0 \cdot 10^{-5}$  cal/(s·cm·°C). Sabendo que a temperatura corporal é de 37 °C e a temperatura ambiente é de -30 °C, determine a quantidade de calor conduzida através do tecido durante 1 minuto.

**6 Ufes** Uma barra de cobre com 60 cm de comprimento e área de seção transversal igual a 10 cm<sup>2</sup> foi isolada com lã de vidro e suas extremidades colocadas em contato com água, a 90 °C de um lado e 10 °C do outro. Sabendo que o coeficiente de condutibilidade térmica do cobre é 0,90 cal/(s·cm·°C), determine:

- o fluxo de calor através da barra.
- a quantidade de energia térmica que atravessa uma seção transversal da barra em um minuto.

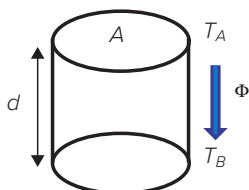
**7 Unicamp 2019 (Adapt.)**



Considere os dados mostrados no gráfico anterior, referentes à temperatura da água ( $T$ ) em função da profundidade ( $d$ ) a partir da superfície ( $d = 0$ ). Considere um volume cilíndrico de água cuja base tem área  $A = 2$  m<sup>2</sup>, a face superior está na superfície a uma temperatura constante  $T_A$  e a face inferior está a uma profundidade  $d$  a uma temperatura constante  $T_B$ , como mostra a figura a seguir.

Na situação estacionária, nas proximidades da superfície, a temperatura da água decai linearmente em função de  $d$ , de forma que a taxa de transferência de calor por unidade de tempo ( $\Phi$ ), por condução da face superior

para a face inferior, é aproximadamente constante e dada por  $\Phi = k \cdot A \cdot \frac{T_A - T_B}{d}$ , em que  $k = 0,6 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$  é a condutividade térmica da água. Assim, a razão  $\frac{T_A - T_B}{d}$  é constante para todos os pontos da região de queda linear da temperatura da água mostrados no gráfico apresentado.



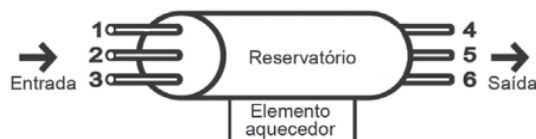
Utilizando as temperaturas da água na superfície e na profundidade  $d$  do gráfico e a fórmula fornecida, conclui-se que, na região de queda linear da temperatura da água em função de  $d$ ,  $\Phi$  é igual a

- 0,03 W.
- 0,05 W.
- 0,40 W.
- 1,20 W.

**8 Fuvest** Nas geladeiras, o congelador fica sempre na parte de cima para:

- manter a parte de baixo mais fria que o congelador.
- manter a parte de baixo mais quente que o congelador.
- que o calor vá para o congelador.
- acelerar a produção de cubos de gelo.
- que o frio vá para o congelador.

**9 Enem 2019** Em uma residência com aquecimento central, um reservatório é alimentado com água fria, que é aquecida na base do reservatório e, a seguir, distribuída para as torneiras. De modo a obter a melhor eficiência de aquecimento com menor consumo energético, foram feitos alguns testes com diferentes configurações, modificando-se as posições de entrada de água fria e de saída de água quente no reservatório, conforme a figura. Em todos os testes, as vazões de entrada e saída foram mantidas iguais e constantes.



A configuração mais eficiente para a instalação dos pontos de entrada e saída de água no reservatório é, respectivamente, nas posições

- 1 e 4.
- 1 e 6.
- 2 e 5.
- 3 e 4.
- 3 e 5.

**10 Enem 2019** Em 1962, um *jingle* (vinheta musical) criado por Heitor Carillo fez tanto sucesso que extrapolou as fronteiras do rádio e chegou à televisão ilustrado por um desenho animado. Nele, uma pessoa respondia ao fantasma que batia em sua porta, personificando o "frio", que não o deixaria entrar, pois não abriria a porta e compraria lãs e cobertores para aquecer sua casa. Apesar de memorável, tal comercial televisivo continha incorreções a respeito de conceitos físicos relativos à calorimetria.

DUARTE, M. *Jingle é a alma do negócio: livro revela os bastidores das músicas de propagandas*. Disponível em: <https://guiadoscuriosos.uol.com.br>. Acesso em: 24 abr. 2019 (adaptado).

Para solucionar essas incorreções, deve-se associar à porta e aos cobertores, respectivamente, as funções de:

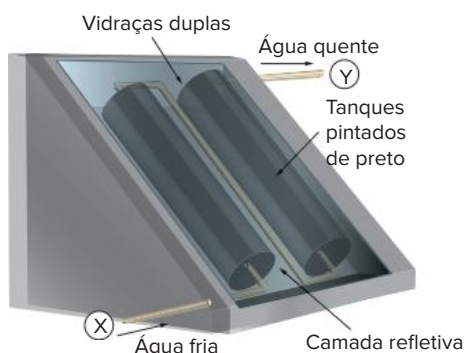


- A Aquecer a casa e os corpos.
- B Evitar a entrada do frio na casa e nos corpos.
- C Minimizar a perda de calor pela casa e pelos corpos.
- D Diminuir a entrada do frio na casa e aquecer os corpos.
- E Aquecer a casa e reduzir a perda de calor pelos corpos.

- 11 Enem 2018** Duas jarras idênticas foram pintadas, uma de branco e a outra de preto, e colocadas cheias de água na geladeira. No dia seguinte, com a água a 8 °C, foram retiradas da geladeira e foi medido o tempo decorrido para que a água, em cada uma delas, atingisse a temperatura ambiente. Em seguida, a água das duas jarras foi aquecida até 90 °C e novamente foi medido o tempo decorrido para que a água nas jarras atingisse a temperatura ambiente. Qual jarra demorou menos tempo para chegar à temperatura ambiente nessas duas condições?
- A A jarra preta demorou menos tempo nas duas situações.
  - B A jarra branca demorou menos tempo nas duas situações.
  - C As jarras demoram o mesmo tempo, já que são feitas do mesmo material.
  - D A jarra preta demorou menos tempo na primeira situação e a branca, na segunda.
  - E A jarra branca demorou menos tempo na primeira situação e a preta, na segunda.

- 12 Uece 2015** O uso de fontes alternativas de energia tem sido bastante difundido. Em 2012, o Brasil deu um importante passo ao aprovar legislação específica para micro e mini geração de energia elétrica a partir da energia solar. Nessa modalidade de geração, a energia obtida a partir de painéis solares fotovoltaicos vem da conversão da energia de fótons em energia elétrica, sendo esses fótons primariamente oriundos da luz solar. Assim, é correto afirmar que essa energia é transportada do Sol à Terra por
- A convecção.
  - B condução.
  - C indução.
  - D irradiação.

**13 Enem**



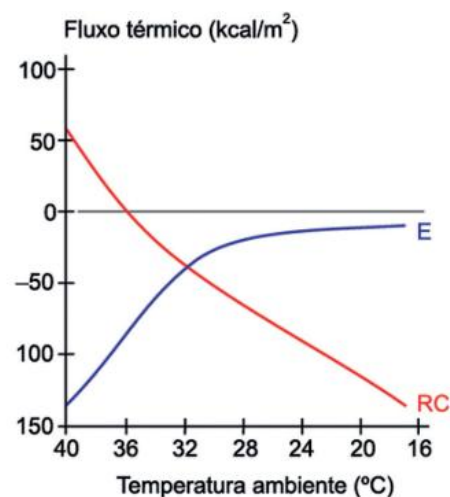
O uso mais popular de energia solar está associado ao fornecimento de água quente para fins domésticos. Na figura, é ilustrado um aquecedor de água constituído de dois tanques pretos dentro de uma caixa termicamente isolada e com cobertura de vidro, os quais absorvem energia solar.

A. Hinrichs e M. Kleinbach. *Energia e meio ambiente*. São Paulo: Thompson, 3 ed. 2004, p. 529 (Adapt.).

Nesse sistema de aquecimento:

- A os tanques, por serem de cor preta, são maus absorvedores de calor e reduzem as perdas de energia.
- B a cobertura de vidro deixa passar a energia luminosa e reduz a perda de energia térmica utilizada para o aquecimento.
- C a água circula devido à variação de energia luminosa existente entre os pontos X e Y.
- D a camada refletiva tem como função armazenar energia luminosa.
- E o vidro, por ser bom condutor de calor, permite que se mantenha constante a temperatura no interior da caixa.

- 14 Unesp 2018** O gráfico mostra o fluxo térmico do ser humano em função da temperatura ambiente em um experimento no qual o metabolismo basal foi mantido constante. A linha azul representa o calor trocado com o meio por evaporação (E) e a linha vermelha, o calor trocado com o meio por radiação e convecção (RC).



(Eduardo A. C. Garcia. *Biofísica*, 1997. Adaptado.)

Sabendo que os valores positivos indicam calor recebido pelo corpo e os valores negativos indicam o calor perdido pelo corpo, conclui-se que:

- A em temperaturas entre 36 °C e 40 °C, o corpo recebe mais calor do ambiente do que perde.
- B à temperatura de 20 °C, a perda de calor por evaporação é maior que por radiação e convecção.
- C a maior perda de calor ocorre à temperatura de 32 °C.
- D a perda de calor por evaporação se aproxima de zero para temperaturas inferiores a 20 °C.
- E à temperatura de 36 °C, não há fluxo de calor entre o corpo e o meio.

- 15** Assinale a proposição verdadeira.
- A Dois corpos estarão em equilíbrio térmico quando possuírem quantidades iguais de energia.
  - B Se um corpo A tem maior quantidade de calor do que outro B, então a temperatura de A é maior do que a de B.
  - C Calor é energia térmica em trânsito, fluindo espontaneamente da região de maior para a de menor temperatura.
  - D Calor e energia térmica são a mesma coisa, podendo sempre ser usado tanto um termo como outro, indiferentemente.
  - E O calor sempre flui da região de menor temperatura para a de maior temperatura.

- 16 Fatec** Em uma noite fria, quando tocamos em objetos que estão expostos ao tempo, verificamos que uma peça metálica, a maçaneta de uma porta, por exemplo, parece mais fria que a própria porta. Esse fato pode ser explicado porque:
- A a massa da maçaneta é menor que a da porta.
  - B o metal é bem mais denso que a madeira.
  - C a porta é pintada e a tinta é isolante térmico.
  - D o metal é bom condutor de calor.
  - E a liga metálica da maçaneta é isolante térmico.

- 17 UPF 2017** Com as elevadas temperaturas sendo uma constante no verão dos últimos anos, a instalação de exaustores eólicos como os da figura tem aumentado consideravelmente. Mais viáveis financeiramente do que os aparelhos de ar condicionado, eles proporcionam a renovação do ar no interior de um ambiente sem necessidade de energia elétrica. Isso ocorre em virtude do movimento das hélices desses exaustores.



Disponível em: <<https://www.engenhariacivil.com/dicionario/exaustor-eolico>>. Acesso em: abril 2017.

- Um dos fatores físicos necessários para ocorrer esse movimento e provocar a exaustão do ar é
- A a irradiação térmica em virtude de o exaustor ser construído de metal.
  - B a entrada do ar frio da parte externa para a interna através do exaustor.
  - C a condutibilidade térmica do ar que diminui.
  - D a pressão do ar quente na parte superior do ambiente.
  - E o aumento da umidade do ar provocado pela presença de uma abertura na parte superior do ambiente.

- 18 UFMT** A coluna da esquerda apresenta processos de termotransferência, e a da direita fatos do cotidiano relacionados a esses processos. Numere a coluna da direita de acordo com a da esquerda.

- |               |   |
|---------------|---|
| 1 - Condução  | ■ O movimento do ar no interior das geladeiras.       |
| 2 - Convecção | ■ O cozinheiro queimou-se com a colher aquecida.      |
| 3 - Radiação  | ■ Energia que recebemos do Sol.                       |
|               | ■ Ar-condicionado deve ser instalado próximo ao teto. |

Assinale a sequência correta.

- A 2, 1, 3, 1
- B 1, 2, 3, 3
- C 3, 1, 1, 2
- D 2, 1, 3, 2
- E 1, 3, 2, 2

- 19 UEM** Quando saímos de uma piscina, sentimos uma sensação de frio na pele. Isso ocorre mesmo que a temperatura fora da piscina esteja um pouco maior que a temperatura da água. Isso acontece porque:
- A a água sobre a pele absorve calor do corpo para evaporar.
  - B a água é um mau condutor de calor.
  - C o suor da pele mistura-se com a água e esfria-se.
  - D a água é pouco volátil.
  - E a água possui calor específico muito baixo, causando sensação de frio.

- 20 UEPB** Leia o texto:

No dia 07/08/2004 os alpinistas Rodrigo Raineri, 35, e Vitor Negrete, 36 se tornaram os primeiros brasileiros a alcançar o cume do Monte Aconcágua na Argentina, a maior montanha das Américas, com 6.962 m de altura, na estação mais fria do ano. [...] As tempestades de neve e as baixas temperaturas, que beiram os 25 °C negativos são as dificuldades da escalada, já que a subida é feita pela face noroeste, a mais usual e que não possui muita dificuldade técnica [...]

Disponível em: <[www.altamontanha.com/altamontanha/noticias/noticias\\_id=37650.asp](http://www.altamontanha.com/altamontanha/noticias/noticias_id=37650.asp)>.

Acerca do assunto tratado no texto, em relação à explicação para o fato de ser muito frio no cume das montanhas, podemos afirmar que:

- I. o ar quente da superfície da terra, ao subir pela encosta de uma montanha, sua pressão diminui, o que permite que ele se expanda e se resfrie adiabaticamente. Essa expansão adiabática acontece em função da energia interna do gás, que leva a uma diminuição de sua temperatura.
- II. quanto mais próximo do solo, mais quente é o ar, pois é aquecido pelo calor do sol que a terra absorve e propaga por condução. Por isso, no cume das grandes montanhas, sem o aquecimento, o ar fica sempre muito frio, pois está mais distante do solo.

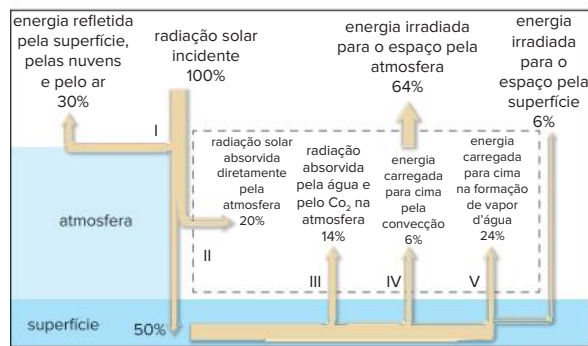
III. o ar quente da superfície da terra, com o aumento da altitude, fica menos rarefeito, as moléculas ficam mais distantes umas das outras, diminuindo a condução de calor e fazendo com que o ar tenda a ficar mais frio no cume das grandes montanhas.

Após a análise feita, conclui-se que é(são) correta(s) apenas a(s) proposição(ões):

- A I e II.
- B II.
- C III.
- D I.
- E II e III.

Diagrama para as questões 21 e 22.

O diagrama a seguir representa, de forma esquemática e simplificada, a distribuição da energia proveniente do Sol sobre a atmosfera e a superfície terrestre. Na área delimitada pela linha tracejada, são destacados alguns processos envolvidos no fluxo de energia na atmosfera.



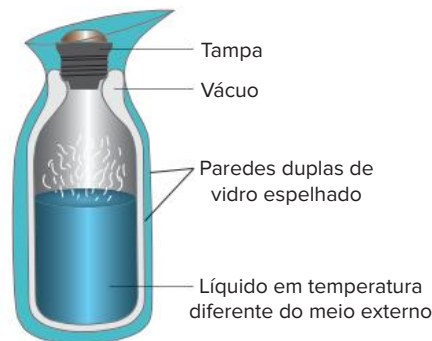
A. Serway, Raymond e John W. Jewett. Princípios de Física, v. 2, fig. 18.12 (Adapt.).

- 21 Enem** Com base no diagrama acima, conclui-se que:
- A a maior parte da radiação incidente sobre o planeta fica retida na atmosfera;
  - B a quantidade de energia refletida pelo ar, pelas nuvens e pelo solo é superior à absorvida pela superfície.
  - C a atmosfera absorve 70% da radiação solar incidente sobre a Terra.
  - D mais da metade da radiação solar que é absorvida diretamente pelo solo é devolvida para a atmosfera.
  - E a quantidade de radiação emitida para o espaço pela atmosfera é menor que a irradiada para o espaço pela superfície.
- 22 Enem** A chuva é o fenômeno natural responsável pela manutenção dos níveis adequados de água dos reservatórios das usinas hidrelétricas. Esse fenômeno, assim como todo o ciclo hidrológico, depende muito

da energia solar. Dos processos numerados no diagrama, aquele que se relaciona mais diretamente com o nível dos reservatórios de usinas hidrelétricas é o de número:

- A I.
- B II.
- C III.
- D IV.
- E V.

**23 FGV** A figura a seguir representa o vaso de Dewar (garrafa térmica), vista em corte.



Considere as afirmações que se seguem.

- I. As paredes são de vidro, pois o vidro tem baixo coeficiente de condutibilidade térmica.
- II. O vácuo existente entre as paredes de vidro serve para impedir as trocas de calor, por radiação.
- III. A radiação é minimizada pelo espelhamento existente nas faces internas e externas das paredes de vidro.
- IV. Para evitar trocas de calor por convecção entre o líquido e o meio externo, basta fechar a garrafa.

Assinale:

- A se apenas I e II estão corretas.
- B se apenas III e IV estão corretas.
- C se apenas I, III e IV estão corretas.
- D se apenas II e III estão corretas.
- E se todas estão corretas.

**24 PUC-Minas** Analise fisicamente as afirmativas seguintes.

- I. Para derreter um bloco de gelo rapidamente, uma pessoa embrulhou-o num grosso cobertor.
- II. Para se conservar o chope geladinho por mais tempo, deve-se colocá-lo numa caneca de louça.
- III. Um aparelho de refrigeração de ar deve ser instalado em um local alto num escritório.

Assinale:

- A se apenas I e II estiverem corretas.
- B se apenas II e III estiverem corretas.
- C se apenas I estiver correta.
- D se apenas II estiver correta.
- E se apenas III estiver correta.

### Transporte de energia no interior solar

As estrelas, como o Sol, produzem energia por meio de reações nucleares em seu interior. A energia emitida pelo Sol, que chega até a Terra, é transportada do núcleo até a superfície da estrela por meio de diferentes processos físicos.

A convecção é um dos principais processos pelo qual a energia é transportada de regiões mais internas até a superfície solar. Nas camadas mais externas do Sol, o material não é denso ou quente o suficiente para que a energia seja transportada por irradiação, por isso ocorre a convecção – colunas térmicas, semelhantes a células de convecção, transportam o plasma aquecido até a superfície solar, a fotosfera, dando a ela uma aparência granular.

As células de convecção solar são semelhantes às células de convecção observadas em uma panela com água fervente. O material aquecido, nesse caso o plasma, quente e de baixa densidade, ascende para a superfície solar e o material mais frio desce, estabelecendo correntes de circulação que transferem calor das camadas internas para as camadas mais externas da estrela.

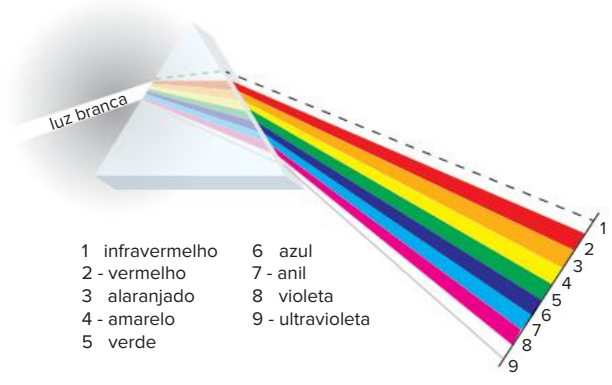
Acima da superfície solar, a energia escapa da estrela e torna-se livre para se propagar no espaço, chegando ao planeta Terra.

Em algumas regiões do interior solar, nas camadas a altas temperaturas, ocorre a propagação de energia por irradiação, quando os fótons produzidos por reações nucleares são absorvidos e reemitidos ao interagir com átomos e elétrons.

O transporte de energia e propagação de calor por condução não é favorecido com as condições do interior solar, principalmente de baixa densidade.

### Os raios infravermelhos e algumas aplicações

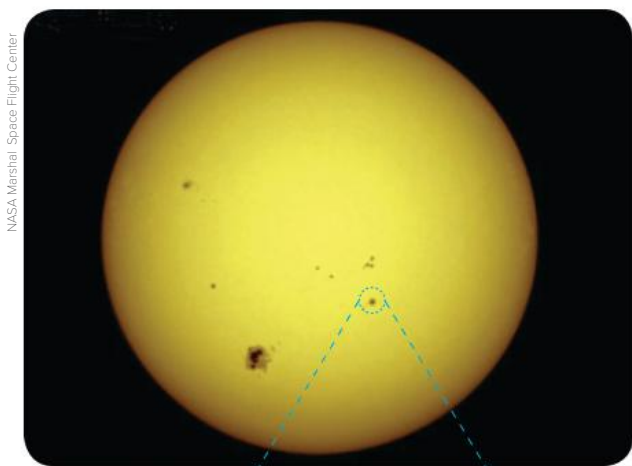
Para entender o conceito de raios infravermelhos, vamos analisar uma experiência feita pelo astrônomo inglês Herschel em 1801. Ele fez incidir um raio de luz solar em um prisma, obtendo a dispersão da luz, ou seja, a sua subdivisão em feixes coloridos, como se vê no esquema.



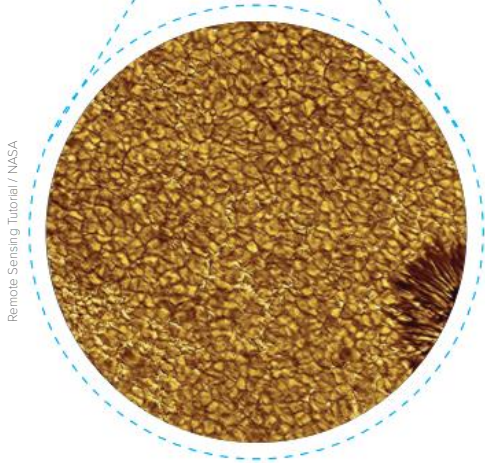
Representação da decomposição da luz branca ao atravessar um prisma.

A experiência de Herschel consiste em expor um termômetro a esse feixe emergente. Colocando o termômetro em diversas posições, Herschel constatou que a temperatura aumentava à medida que ele se aproximava da faixa de luz vermelha. O fato de o termômetro acusar um aumento da temperatura quando exposto ao feixe luminoso mostra que ocorreu transmissão de calor por irradiação. No entanto, o fato mais curioso constatado por Herschel foi o de que o termômetro acusava a maior temperatura quando posicionado em um espaço posterior ao “ocupado” pela luz vermelha. Esse fato mostrou a existência de outras radiações eletromagnéticas, invisíveis ao olho humano. Tais radiações foram chamadas de radiações infravermelhas. Você compreenderá futuramente que os vários tipos de radiação conhecidos diferem entre si apenas por suas frequências (número de vibrações por segundo). As ondas longas, médias, curtas, ultracurtas do rádio, as ondas luminosas, os raios X etc. são todas ondas eletromagnéticas. Elas transportam tanto mais energia quanto maior a sua frequência. Examinando o espectro eletromagnético, que mostra as diversas radiações que existem, você verifica que é visível apenas pequena faixa dessas radiações, caracterizadas por frequências em torno de  $5 \cdot 10^{14}$  Hz, (780 nm a 400 nm). O complexo proteico (Rodopsina), que absorve a radiação luminosa em bastonetes na nossa retina, não absorve radiações com comprimento de onda maior do que 700 nm. A radiação UV é parcialmente barrada pelas proteínas do cristalino, que, inclusive, sofrem desnaturação; por isso, esse é um dos mecanismos que podem desencadear a catarata. O humor aquoso é apenas uma solução de água, sais e enzimas que não absorvem a radiação UV. A porção da radiação UV que atinge a retina não é absorvida pela rodopsina dos fotorreceptores. A rodopsina do “cone azul”, que absorve as radiações luminosas de mais alta frequência, absorve radiações com, no mínimo, 400 nm. Portanto, a radiação UV não se converte em “informação luminosa” para o sistema nervoso. Contudo, a radiação UV pode ser absorvida por outras proteínas ou organelas celulares, causando sérios problemas para a célula e para a retina.

Lembre-se: há dois fatos que você precisa conhecer a respeito das radiações infravermelhas: são invisíveis e provocam a transmissão do calor com maior intensidade do que as radiações visíveis.



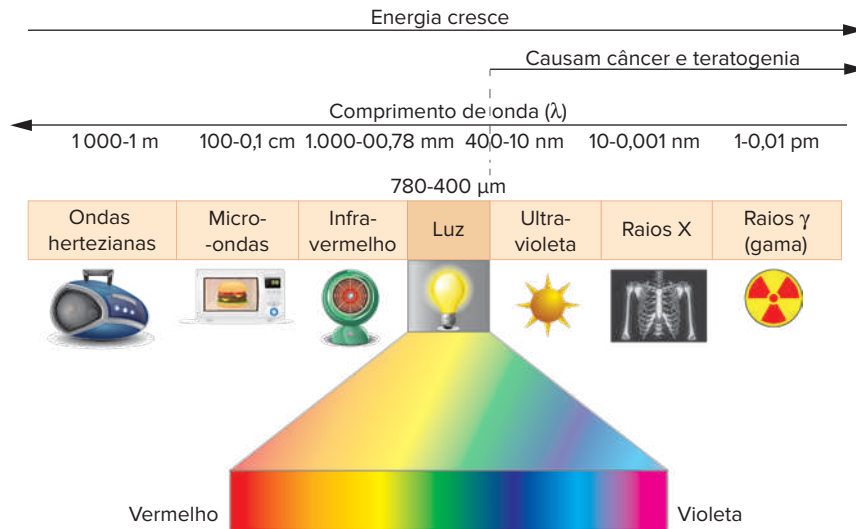
NASA Marshall Space Flight Center



Remote Sensing Tutorial / NASA



Os raios infravermelhos têm inúmeras aplicações científicas, tecnológicas, industriais, médicas e mesmo domésticas.



Espectro eletromagnético.

Assim, existem fornos especiais de raios infravermelhos para cozimento rápido dos alimentos.

Os raios infravermelhos são usados em instalações de secagem rápida de pinturas, em aplicações medicinais para a cura de contusões musculares e como ativadores (catalisadores) de reações químicas que se dão com absorção de energia.

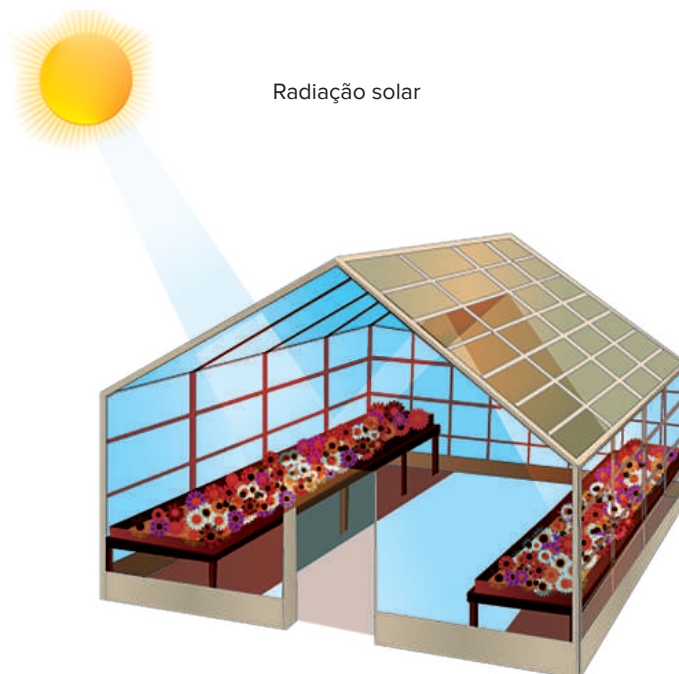
Além disso, podemos fotografar as radiações infravermelhas emitidas por um corpo usando filmes especiais, sensíveis a essa radiação; dessa maneira, podemos fotografar locais escurecidos.

As estufas constituem uma importante aplicação das propriedades dos raios infravermelhos.

Elas têm uma cobertura de vidro que permite a passagem das radiações luminosas provenientes do Sol. A energia associada a essa radiação é absorvida pelas plantas e, posteriormente, liberada sob a forma de radiação infravermelha.

No entanto, devido à sua frequência, essa radiação infravermelha não atravessa o vidro. Ela é refletida e permanece no interior da estufa. Assim sendo, a energia proveniente do Sol não é perdida para o meio exterior, e a estufa se mantém aquecida mesmo quando não recebe luz solar. Ocorrem perdas de calor por convecção e condução, mas existem meios de minimizar tais perdas.

Esse mesmo fenômeno ocorre nas regiões úmidas onde o vapor-d'água e o dióxido de carbono se comportam como o vidro na estufa, mantendo o local aquecido. A região Norte do Brasil é um bom exemplo desse fato, e é por isso que o clima dessa região é "abafado".



Esquema de uma estufa.



O calor é propagado de três formas: condução, convecção e irradiação.

- No processo de **condução**, predominante em sólidos, há transporte de energia sem transporte de matéria.
- O transporte de energia acompanhado do transporte de matéria se dá no processo de **convecção**, predominante em líquidos e gases.
- Nos meios materiais e no vácuo (meio imaterial) o transporte de energia se dá por meio de ondas eletromagnéticas, a chamada **irradiação**.

A quantidade de calor que atravessa a seção transversal de um corpo por unidade de tempo é denominada **fluxo de calor**.

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t}$$

### Lei de Fourier

O fluxo de calor que atravessa uma seção transversal de área  $A$ , de um condutor em regime estacionário, é diretamente proporcional ao gradiente de temperatura e à área da seção transversal.

$$\phi = K \cdot A \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{d}$$

## Quer saber mais?



### Sites

- **BERTULANI, Carlos.** *A temperatura do Universo*. 13 set. 1999.  
Disponível em: <<https://www.if.ufrj.br/~bertu/fis2/temperatura/universo/tmp.html#:~:text=A%20enorme%20energia%20t%C3%A9rmica%20liberada,uma%20temperatura%20de%203%20K.>>. Acesso em: 2 set. 2020.
- **GRAF – Instituto de Física da USP.** *Leituras de Física – GRAF: Física Térmica*. Jun. 1988.  
Disponível em <<http://www.if.usp.br/gref/termo/termo2.pdf>>. Acesso em: 2 set. 2020.

## Exercícios complementares

**1 Enem 2019** O objetivo de recipientes isolantes térmicos é minimizar as trocas de calor com o ambiente externo. Essa troca de calor é proporcional à condutividade térmica  $k$  e à área interna das faces do recipiente, bem como à diferença de temperatura entre o ambiente externo e o interior do recipiente, além de ser inversamente proporcional à espessura das faces.

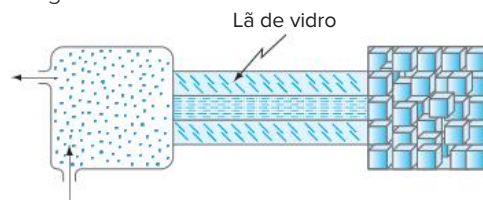
A fim de avaliar a qualidade de dois recipientes A (40 cm × 40 cm × 40 cm) e B (60 cm × 40 cm × 40 cm), de faces de mesma espessura, uma estudante compara suas condutividades térmicas  $k_A$  e  $k_B$ . Para isso suspende, dentro de cada recipiente, blocos idênticos de gelo a 0 °C, de modo que suas superfícies estejam em contato apenas com o ar. Após um intervalo de tempo, ela abre os recipientes enquanto ambos ainda contêm um pouco de gelo e verifica que a massa de gelo que se fundiu no recipiente B

foi o dobro da que se fundiu no recipiente A.

A razão  $\frac{k_A}{k_B}$  é mais próxima de

- A 0,50.                      C 0,75.                      E 2,00.  
B 0,67.                      D 1,33.

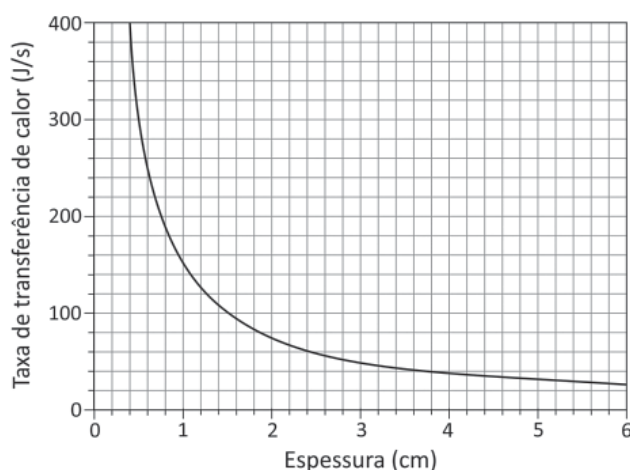
**2 Fuvest** Uma barra de alumínio de 50 cm de comprimento e área de seção transversal de 5 cm<sup>2</sup> tem uma de suas extremidades em contato térmico com uma câmara de vapor-d'água em ebulição. A outra extremidade está imersa numa cuba que contém uma mistura bifásica de gelo fundente:



A pressão atmosférica local é normal. Sabendo-se que o coeficiente de condutibilidade térmica do alumínio vale  $0,5 \text{ cal}/(\text{s} \cdot \text{cm} \cdot ^\circ\text{C})$ , calcule:

- a intensidade da corrente térmica através da barra, depois de estabelecido o regime permanente.
- a temperatura numa seção transversal da barra, situada a 40 cm da extremidade mais quente.

- 3 Fuvest 2018** Um fabricante de acessórios de montanhismo quer projetar um colchão de espuma apropriado para ser utilizado por alpinistas em regiões frias. Considere que a taxa de transferência de calor ao solo por uma pessoa dormindo confortavelmente seja  $90 \text{ kcal/hora}$  e que a transferência de calor entre a pessoa e o solo se dê exclusivamente pelo mecanismo de condução térmica através da espuma do colchão. Nestas condições, o gráfico representa a taxa de transferência de calor, em  $\text{J/s}$ , através da espuma do colchão, em função de sua espessura, em  $\text{cm}$ .



Considerando  $1 \text{ cal} = 4 \text{ J}$ , a menor espessura do colchão, em  $\text{cm}$ , para que a pessoa durma confortavelmente, é de

- |        |        |        |
|--------|--------|--------|
| A 1,0. | C 2,2. | E 3,9. |
| B 1,5. | D 2,8. |        |

- 4 Enem Libras 2017** É muito comum encostarmos a mão na maçaneta de uma porta e termos a sensação de que ela está mais fria que o ambiente. Um fato semelhante pode ser observado se colocarmos uma faca metálica dentro de um refrigerador. Após um longo tempo, ao encostarmos uma das mãos na parte metálica e a outra na parte de madeira, sentimos a parte metálica mais fria.

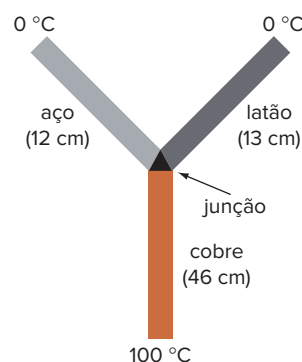
Fisicamente, a sensação térmica mencionada é explicada da seguinte forma:

- A madeira é um bom fornecedor de calor e o metal, um bom absorvedor.
- O metal absorve mais temperatura que a madeira.
- O fluxo de calor é maior no metal que na madeira.
- A madeira retém mais calor que o metal.
- O metal retém mais frio que a madeira.

- 5 Mackenzie** Uma parede de tijolos e uma janela de vidro de espessura  $180 \text{ mm}$  e  $2,5 \text{ mm}$ , respectivamente, têm suas faces sujeitas à mesma diferença de temperatura. Sendo as condutibilidades térmicas do tijolo e do vidro iguais a  $0,12$  e  $1,00$  unidades SI, respectivamente, então a razão entre o fluxo de calor conduzido por unidade de superfície pelo vidro e pelo tijolo é:

- 800
- 600
- 500
- 300
- nenhuma das respostas anteriores.

- 6 Mackenzie** Têm-se cilindros de mesmas seções transversais de cobre, latão e aço, cujos comprimentos são, respectivamente, de  $46 \text{ cm}$ ,  $13 \text{ cm}$  e  $12 \text{ cm}$ . Soldam-se os cilindros, formando o perfil em Y, indicado na figura. O extremo livre do cilindro de cobre é mantido a  $100^\circ\text{C}$ , e os cilindros de latão e aço a  $0^\circ\text{C}$ . Supor que a superfície lateral dos cilindros esteja isolada termicamente. As condutibilidades térmicas do cobre, latão e aço valem, respectivamente,  $0,92$ ,  $0,26$  e  $0,12$ , expressas em  $\text{cal} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ .



No estado estacionário, a temperatura na junção é igual a:

- $100^\circ\text{C}$
- $80^\circ\text{C}$
- $67^\circ\text{C}$
- $50^\circ\text{C}$
- $40^\circ\text{C}$

Texto para as questões 7 e 8.

A pele humana é sensível à radiação solar e essa sensibilidade depende das características da pele. Os filtros solares são produtos que podem ser aplicados sobre a pele para protegê-la da radiação solar. A eficácia dos filtros solares é definida pelo fator de proteção solar (FPS), que indica quantas vezes o tempo de exposição ao sol, sem o risco de vermelhidão, pode ser aumentado com o uso do protetor solar. A tabela seguinte reúne informações encontradas em rótulos de filtros solares.

Sensibilidade	Tipo de pele e outras características	Proteção recomendada	FPS recomendado	Proteção a queimaduras
extremamente sensível	branca, olhos e cabelos claros	muito alta	FPS $\geq 20$	muito alta
muito sensível	branca, olhos e cabelos próximos do claro	alta	$12 \leq \text{FPS} < 20$	alta
sensível	morena ou amarela	moderada	$6 \leq \text{FPS} < 12$	moderada
pouco sensível	negra	baixa	$2 \leq \text{FPS} < 6$	baixa

Proteste, ano V, n. 55, fev. 2007 (Adapt.).

**7 Enem** As informações anteriores permitem afirmar que

- A as pessoas de pele muito sensível, ao usarem filtro solar, estarão isentas do risco de queimaduras.
- B o uso de filtro solar é recomendado para todos os tipos de pele expostos à radiação solar.
- C as pessoas de pele sensível devem expor-se 6 minutos ao sol antes de aplicarem o filtro solar.
- D pessoas de pele amarela, usando ou não filtro solar, devem expor-se ao sol por menos tempo que pessoas de pele morena.
- E o período recomendado para que pessoas de pele negra se exponham ao sol é de 2 a 6 horas diárias.

**8 Enem** Uma família de europeus escolheu as praias do Nordeste para uma temporada de férias. Fazem parte da família um garoto de 4 anos de idade, que se recupera de icterícia, e um bebê de 1 ano de idade, ambos loiros de olhos azuis. Os pais concordam que os meninos devem usar chapéu durante os passeios na praia. Entretanto, divergem quanto ao uso do filtro solar. Na opinião do pai, o bebê deve usar filtro solar com FPS  $\geq 20$  e o seu irmão não deve usar filtro algum porque precisa tomar sol para se fortalecer. A mãe opina que os dois meninos devem usar filtro solar com FPS  $\geq 20$ .

Na situação apresentada, comparada à opinião da mãe, a opinião do pai é:

- A correta, porque ele sugere que a família use chapéu durante todo o passeio na praia.
- B correta, porque o bebê loiro de olhos azuis tem a pele mais sensível que a de seu irmão.
- C correta, porque o filtro solar com FPS  $\geq 20$  bloqueia o efeito benéfico do sol na recuperação da icterícia.

D incorreta, porque o uso do filtro solar com FPS  $\geq 20$ , com eficiência moderada, evita queimaduras na pele.

E incorreta, porque é recomendado que pessoas com olhos e cabelos claros usem filtro solar com FPS  $\geq 20$ .

**9 ITA** De acordo com a Lei de Stefan-Boltzmann, o equilíbrio da atmosfera terrestre é obtido pelo balanço energético entre a energia de radiação do Sol absorvida pela Terra e a reemitida pela mesma. Considere que a energia fornecida por unidade de tempo pela radiação solar é dada por  $P = A \epsilon \sigma T^4$ , em que  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ ;  $A$  é a área da superfície do corpo;  $T$  a temperatura absoluta, e o parâmetro  $\epsilon$  é a emissividade que representa a razão entre a taxa de radiação de uma superfície particular e a taxa de radiação de uma superfície de um corpo ideal, com a mesma área e mesma temperatura. Considere a temperatura média da Terra  $\bar{T} = 287 \text{ K}$  e, nesta situação,  $\epsilon = 1$ . Sabendo que a emissão de gases responsáveis pelo aquecimento global reduz a emissividade, faça uma estimativa de quanto aumentará a temperatura média da Terra devido à emissão de gases responsáveis pelo aquecimento global, se a emissividade diminuir 8%.

► Considere  $(1 - x)^{\frac{1}{4}} \approx 1 - \frac{x}{4}$ .

**10 Mackenzie** Numa noite fria, preferimos usar cobertor de lã para nos cobrirmos. No entanto, antes de deitarmos, mesmo que existam vários cobertores sobre a cama, percebemos que ela está fria e somente nos aquecemos depois que estivermos sob os cobertores algum tempo. Isso se explica porque:

- A o cobertor de lã não é um aquecedor, mas apenas um isolante térmico.
- B enquanto não nos deitamos, existe muito frio na cama que será absorvido pelo nosso corpo.
- C o cobertor de lã só produz calor quando está em contato com o nosso corpo.
- D a cama, por não ser de lã, produz muito frio e a produção de calor pelo cobertor não é suficiente.
- E o cobertor de lã não é um bom absorvedor de frio, mas nosso corpo sim.

**11 UFJF 2017** A garrafa térmica de uma determinada marca foi construída de forma a diminuir as trocas de calor com o ambiente que podem ocorrer por três processos: condução, convecção e radiação. Dentre as suas várias características, podemos citar:

- I. a ampola interna da garrafa é feita de plástico.
- II. a ampola possui paredes duplas, e entre essas paredes, é feito vácuo.
- III. a superfície interna da ampola é espelhada.

Assinale a alternativa que corresponde ao processo que se quer evitar usando as características citadas acima.

- A I – radiação; II – condução e convecção; III – convecção
- B I – condução e radiação; II – convecção; III – condução
- C I – convecção; II – condução; III – radiação
- D I – condução; II – condução e convecção; III – radiação
- E I – radiação; II – condução e convecção; III – radiação

**12 UPE 2016** É muito comum o amplo uso de aparelhos de ar-condicionado durante o verão intenso do Recife. Nessa cidade, uma residência possui uma parede de área  $40 \text{ m}^2$  e espessura  $20 \text{ cm}$ , separando o ambiente interior do exterior. Se a temperatura externa é de  $33 \text{ }^\circ\text{C}$  e deseja-se manter a interna igual a  $23 \text{ }^\circ\text{C}$ , qual será o gasto por hora de aparelho ligado, considerando-se, apenas, essa parede separadora?

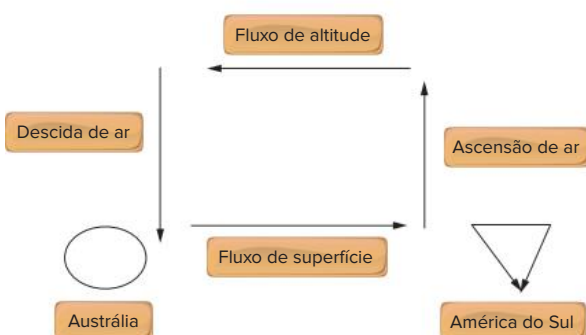
► **Dados:** A condutividade térmica da parede é igual a  $1,25 \times 10^{-3} \text{ kW}/(\text{m}\cdot\text{K})$ , e o custo da energia elétrica em kWh é de R\$ 0,60.

- A R\$ 0,30
- B R\$ 0,90
- C R\$ 1,20
- D R\$ 1,50
- E R\$ 2,50

**13** Nas fábricas onde existem grandes fornos, são colocadas chaminés bem altas. A principal função dessas chaminés é:

- A eliminar a poluição.
- B obter ar puro das alturas por condutibilidade.
- C lançar a grande altura os gases residuais.
- D obter, por radiação, o resfriamento da água da caldeira.
- E conseguir maior renovação de ar na fornalha por convecção.

**14 UFCG** O *El Niño* é um fenômeno ambiental da atmosfera do planeta de grandes proporções. As condições de pressão e temperatura são essenciais para a sua ocorrência. O desenho seguinte é um esquema da circulação atmosférica sobre o Oceano Pacífico entre o Continente Australiano e a região próxima à costa do Peru. O fluxo de superfície mostrado no desenho representa o movimento das massas de ar sobre a superfície do Pacífico.



Em relação às condições climáticas dessa região, presentes na promoção do *El Niño*, pode-se afirmar que:

- A a subida de grandes massas de ar nas proximidades do oceano, na costa do Peru, revela uma zona de alta temperatura.
- B nas proximidades do oceano, no Continente Australiano, a pressão atmosférica deve ser muito baixa o que justifica a direção do fluxo de superfície.
- C nas proximidades da superfície do oceano, na costa do Peru, a pressão atmosférica deve ser muito alta o que justifica a direção do fluxo de superfície.
- D o ar nas proximidades do oceano, na costa do Peru, deve ter temperaturas muito baixas.
- E o fluxo de superfície dá-se de uma região de temperaturas muito altas para regiões de temperaturas muito baixas.

**15 PUC-Minas** Apesar de ser construído de gelo, o *iglu* é usado pelos esquimós como moradia ou proteção do frio, porque:

- A a temperatura do gelo é menor que a do meio ambiente onde vivem os esquimós.
- B o calor específico do gelo é menor que o da água.
- C o gelo não é um bom condutor de calor.
- D a capacidade térmica do gelo é muito grande.

**16 Enem** O manual de instruções de um aparelho de ar-condicionado apresenta a seguinte tabela, com dados técnicos para diversos modelos:

Capacidade de refrigeração kW/(BTU/h)	Potência (W)	Corrente elétrica – ciclo frio (A)	Eficiência energética COP (W/W)	Vazão de ar ( $\text{m}^3/\text{h}$ )	Frequência (Hz)
3,52/(12.000)	1.193	5,8	2,95	550	60
5,42/(18.000)	1.790	8,7	2,95	800	60
5,42/(18.000)	1.790	8,7	2,95	800	60
6,45/(22.000)	2.188	10,2	2,95	960	60
6,45/(22.000)	2.188	10,2	2,95	960	60

Disponível em: <[www.institucional.brastemp.com.br](http://www.institucional.brastemp.com.br)>. (Adapt.).

Considere-se que um auditório possua capacidade para 40 pessoas, cada uma produzindo uma quantidade média de calor, e que praticamente todo o calor que flui para fora do auditório o faz por meio dos aparelhos de ar-condicionado. Nessa situação, entre as informações listadas, aquelas essenciais para se determinar quantos e/ou quais aparelhos de ar-condicionado são precisos para manter, com lotação máxima, a temperatura interna do auditório agradável e constante, bem como determinar a espessura da fiação do circuito elétrico para a ligação desses aparelhos, são:

- A vazão de ar e potência.
- B vazão de ar e corrente elétrica – ciclo frio.
- C eficiência energética e potência.
- D capacidade de refrigeração e frequência.
- E capacidade de refrigeração e corrente elétrica – ciclo frio.

**17 FCMS** Em certos dias, verifica-se o fenômeno de inversão térmica, que causa aumento de poluição, pelo fato de a atmosfera apresentar maior estabilidade. Essa ocorrência é devida ao seguinte fato:

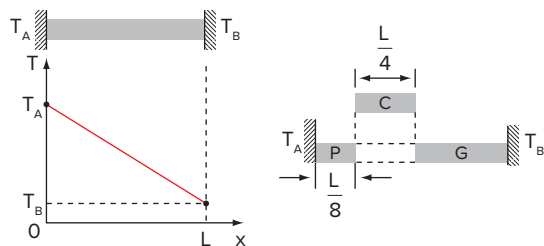
- A a temperatura das camadas inferiores do ar atmosférico permanece superior à das camadas superiores.
- B a convecção força as camadas poluídas a circular.
- C a condutibilidade do ar diminui.
- D a temperatura do ar se homogeniza.
- E as camadas superiores do ar atmosférico têm temperatura superior à das camadas inferiores.

**18 PUC** Resolva as seguintes questões.

- a) Num ambiente cujos objetos componentes estão todos em equilíbrio térmico, ao tocarmos a mão numa mesa de madeira e numa travessa de alumínio, temos então sensações térmicas diferentes. Por que isso ocorre?
- b) Se aquecemos uma das extremidades de duas barras idênticas, uma de madeira e outra de alumínio, ambas com uma bola de cera presa na extremidade oposta, em qual das barras a cera derreterá antes?
- c) Há relação entre esse fato e a situação inicial?

► **Dados:**  $K_{Al} = 0,58 \text{ cal}/(\text{s} \cdot \text{cm} \cdot ^\circ\text{C})$ ;  
 $K_{madeira} = 0,0005 \text{ cal}/(\text{s} \cdot \text{cm} \cdot ^\circ\text{C})$ .

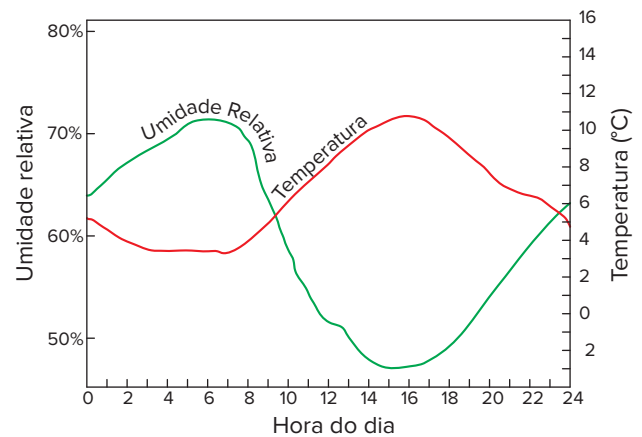
**19** Uma barra de ferro, de seção circular, diâmetro  $D$  e comprimento  $L$ , está em contato térmico, em suas extremidades, com dois reservatórios de calor que são mantidos a temperaturas constantes  $T_A$  e  $T_B$ , sendo  $T_A > T_B$ . A temperatura ao longo da barra, no regime estacionário, está representada na primeira figura. Num determinado instante, separou-se um trecho  $C$  da barra de ferro, com comprimento  $\frac{L}{4}$ , localizado a uma distância  $\frac{L}{8}$  do reservatório à temperatura  $T_A$ , como mostra a segunda figura.



Os efeitos de radiação, condução pelo meio ambiente e dilatação podem ser desprezados. Na situação em que o sistema atingiu o novo equilíbrio térmico, pede-se:

- a) esboçar o gráfico da distribuição de temperaturas ao longo do eixo dos cilindros P, C e G, indicando os valores em função dos dados.
- b) responda: Qual é a temperatura de equilíbrio do cilindro C?

**20 Enem** Umidade relativa do ar é o termo usado para descrever a quantidade de vapor de água contido na atmosfera. Ela é definida pela razão entre o conteúdo real de umidade de uma parcela de ar e a quantidade de umidade que a mesma parcela de ar pode armazenar na mesma temperatura e pressão quando está saturada de vapor, isto é, com 100% de umidade relativa. O gráfico representa a relação entre a umidade relativa do ar e sua temperatura ao longo de um período de 24 horas em um determinado local.



Considerando-se as informações do texto e do gráfico, conclui-se que:

- A a insolação é um fator que provoca variação da umidade relativa do ar.
- B o ar vai adquirindo maior quantidade de vapor de água à medida que se aquece.
- C a presença de umidade relativa do ar é diretamente proporcional à temperatura do ar.
- D a umidade relativa do ar indica, em termos absolutos, a quantidade de vapor de água existente na atmosfera.
- E a variação da umidade do ar se verifica no verão, e não no inverno, quando as temperaturas permanecem baixas.

**21 Enem** Confirmada pelos cientistas e já sentida pela população mundial, a mudança climática global é hoje o principal desafio socioambiental a ser enfrentado pela humanidade. Mudança climática é o nome que se dá ao conjunto de alterações nas condições do clima da Terra pelo acúmulo de seis tipos de gases na atmosfera – sendo os principais o dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) e o metano ( $\text{CH}_4$ ) – emitidos em quantidade excessiva através da queima de combustíveis (petróleo e carvão) e do uso inadequado do solo.

M. Santilli, "Mudança climática global". *Almanaque Brasil Socioambiental* 2008. São Paulo, 2007. (Adapt.).



Suponha que, ao invés de superaquecimento, o planeta sofresse uma queda de temperatura, resfriando-se como numa era glacial, nesse caso:

- A a camada de geleiras, bem como o nível do mar, diminuiriam.
- B as geleiras aumentariam, acarretando alterações no relevo do continente e no nível do mar.
- C o equilíbrio do clima do planeta seria reestabelecido, uma vez que ele está em processo de aquecimento.
- D a fauna e a flora das regiões próximas ao círculo polar ártico e antártico nada sofreriam com a glaciação.
- E os centros urbanos permaneceriam os mesmos, sem prejuízo à população humana e ao seu desenvolvimento.

## 22 PUC-SP

### Estufas Calor controla

Podemos compreender o fenômeno do “Efeito Estufa”, causado pelo Aquecimento Global que tanto preocupa, buscando resposta à questão: por que as plantas, especialmente as mais sensíveis, são armazenadas em estufas?

Plantas são colocadas em estufas com um único objetivo: manter a temperatura constante e em nível ideal para o seu crescimento. De forma semelhante, em nosso planeta, a presença na atmosfera de gases denominados gases de estufa, mantém o calor que recebemos do Sol em temperaturas condizentes com os padrões da vida humana, animal e vegetal. Sem esses gases, a atmosfera seria muito fria, atingindo temperaturas da ordem de  $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Dessa forma, se a Terra está dentro de uma enorme estufa, o problema que o ser humano deveria administrar é o de manter as temperaturas nos níveis adequados, assim como faz o jardineiro com suas plantas. O aquecimento global anunciado, e o consequente “Efeito Estufa”, mostra que não estamos sabendo administrar esse desafio.

O mais conhecido dos gases causadores do efeito estufa é o vapor-d’água. O dióxido de carbono, que exalamos na respiração, também é um deles, assim como o metano. A preocupação atual de cientistas e estudiosos, quanto ao aumento da concentração desses gases na atmosfera, justifica-se plenamente na medida em que este fenômeno poderia elevar os níveis de calor (radiação infravermelha) retido pela atmosfera.

A temperatura do planeta, nesse caso, aumentaria, com consequências imprevisíveis.

#### Instruções:

Nas respostas lembre-se de deixar os processos de resolução claramente expostos. Não basta escrever apenas o resultado final. É necessário registrar os cálculos e/ou o raciocínio utilizado.

- a) Um dos perigos do aquecimento global é o aumento da temperatura do ar e dos oceanos.

Suponha um *iceberg*, de massa de 1 tonelada (1000 kg), boiando na água do mar. Determine a quantidade de calor, em calorias necessárias para fundir completamente o *iceberg*.

Considere o calor latente de fusão do gelo igual a  $80\text{ cal/g}$ .

- b) A estufa na qual um jardineiro armazena suas plantas tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo de base com dimensões 5,0 m por 10,0 m, e altura 4,0 m. A elevação da temperatura interna dessa estufa, com o passar das horas do dia, ocorre na razão constante de  $4,0 \cdot 10^{-3}\text{ }^{\circ}\text{C/m}^3\cdot\text{h}$ . Supondo que às 6 horas a temperatura da estufa seja de  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ :

b1) justifique, segundo os princípios da propagação do calor, o motivo pelo qual as estufas de plantas são, normalmente, construídas com paredes e teto de vidro.

b2) represente, em um gráfico cartesiano, a temperatura interna da estufa em função do tempo, desde as 6 horas até as 15 horas de um mesmo dia, destacando as temperaturas relativas a 9 horas e a 12 horas.

- 23 Enem A atmosfera terrestre é composta pelos gases nitrogênio ( $\text{N}_2$ ) e oxigênio ( $\text{O}_2$ ), vapor de água ( $\text{H}_2\text{O}$ ), metano ( $\text{CH}_4$ ), ozônio ( $\text{O}_3$ ) e o óxido nitroso ( $\text{N}_2\text{O}$ ), que compõem o restante 1% do ar que respiramos. Os gases traços, por serem constituídos por pelo menos três átomos, conseguem absorver o calor irradiado pela Terra, aquecendo o planeta. Esse fenômeno, que acontece há bilhões de anos, é chamado de efeito estufa. A partir da Revolução Industrial (século XIX), a concentração de gases traços na atmosfera, em particular o  $\text{CO}_2$ , tem aumentado significativamente, o que resultou no aumento da temperatura em escala global. Mais recentemente, outro fator tornou-se diretamente envolvido no aumento da concentração de  $\text{CO}_2$  na atmosfera: o desmatamento.

I. F. Brown: A. S. Alechandre, “Conceitos básicos sobre clima, carbono, florestas e comunidades”. A. G. Moreira & S. Schwartzman. *As mudanças climáticas globais e os ecossistemas brasileiros*. Brasília: Instituto de Pesquisa Ambiental da Amazônia, 2000. (Adapt.).

Considerando o texto, uma alternativa viável para combater o efeito estufa é:

- A reduzir o calor irradiado pela Terra mediante a substituição da produção primária pela industrialização refrigerada.
- B promover a queima da biomassa vegetal, responsável pelo aumento do efeito estufa devido à produção de  $\text{CH}_4$ .
- C reduzir o desmatamento, mantendo-se, assim, o potencial da vegetação em absorver o  $\text{CO}_2$  da atmosfera.
- D aumentar a concentração atmosférica de  $\text{H}_2\text{O}$ , molécula capaz de absorver grande quantidade de calor.
- E remover moléculas orgânicas polares da atmosfera, diminuindo a capacidade delas de reter calor.

**24 UEPB** Na informática, o processador, peça essencial para o funcionamento do computador, apresenta o efeito indesejado de produção excessiva de calor. O *cooler* (refrigerador, em inglês) tem a função de superar esse problema. Esse sistema de dissipação térmica, controla a temperatura basicamente por dois componentes: um microventilador (responsável pelo fluxo de ar) e um dissipador (peça de cobre ou alumínio) instalado sobre o processador.

Julgue os itens abaixo como certo (C) ou errado (E).

■ Parte do calor gerado pelo processador é transferido para o dissipador, por diferença de temperatura. Este, facilitado por sua alta condutividade térmica, transfere calor diretamente para o ambiente, ajudado pelo ar impulsionado pela ventoinha, que mantém, num processo contínuo, a estabilidade da temperatura, essencial para o funcionamento adequado do processador.

■ Um dissipador feito de níquel tem melhor funcionalidade que um dissipador de cobre. No entanto, por questões econômicas, a maioria dos dissipadores é feita de alumínio ou cobre.

■ Em épocas frias, é aconselhável usar roupas de tecidos de alta condutividade térmica, para evitar a hipotermia (diminuição da temperatura corporal abaixo de 35 °C).

■ A folha de alumínio confeccionada de forma fina, utilizada na culinária, tem as vantagens de economia de material e de segurança, pois a reduzida massa da folha nesse formato corresponde a uma quantidade de calor igualmente pequena que esta pode armazenar, o que evita riscos de queimaduras, por exemplo, no preparo de assados.

■ As panelas de barro (material cerâmico artesanal) são mais eficientes para manter os alimentos quentes por um período de tempo maior que as panelas de alumínio, no entanto, são mais dispendiosas porque consomem maior quantidade de carvão para o preparo dos cozidos.

A sequência correta é:

**A** C – E – E – E – C

**D** C – C – E – C – C

**B** C – E – E – C – E

**E** C E E C C

**C** E – E – E – C – C



## FRENTE 3

### CAPÍTULO

# 6

## Gases e Termodinâmica

Ao se aquecer o ar no interior de um balão, ele se expande, com o aumento de volume da massa gasosa e a diminuição da densidade do ar em seu interior. Um balão levanta voo porque o ar aquecido em seu interior é menos denso que o ar no exterior.

## Gás ideal

Os gases são fluidos desprovidos de forma própria, facilmente compressíveis e dotados de expansibilidade, ocupando sempre o volume total dos recipientes que os contêm.

O estudo de vários gases concluiu que eles apresentam muitas propriedades físicas em comum, independentemente de sua natureza química. Foi criado um **modelo de gás perfeito**, ou **gás ideal**, cujo comportamento, teoricamente, aproxima-se do observado na maioria dos gases reais.

As partículas constituintes de um gás movem-se com muita liberdade, mantendo uma grande distância média entre si. Isso significa que a quase totalidade do volume de um gás corresponde a espaços vazios e é muito pequena a fração correspondente ao volume das moléculas.

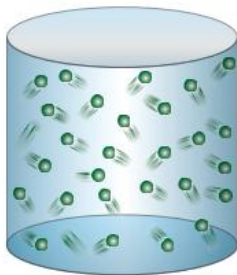


Fig. 1 Modelo de gás ideal.

O modelo do gás ideal segue as seguintes hipóteses:

- I. As partículas constituintes do gás (moléculas ou átomos) são consideradas puntiformes (pontos materiais) e obedecem às leis da dinâmica do ponto material.
- II. Não há deformação ou perda de energia durante as colisões entre as moléculas do gás, ou entre as moléculas do gás e as paredes do recipiente.
- III. As partículas só interagem por ocasião das colisões, supostas de curta duração.

Vale ressaltar que, salvo observação em contrário, estaremos sempre estudando gases ideais, isto é, gases cujo comportamento físico se enquadra nas hipóteses acima.

### Atenção

Na prática, o gás ideal não existe. Experimentalmente, gases reais submetidos a baixas pressões e altas temperaturas, isto é, baixíssimas densidades, aproximam-se do modelo de um gás ideal.

Para analisar o comportamento térmico dos gases do ponto de vista macroscópico, consideramos, em geral, as seguintes variáveis de estado: **pressão**, **volume** e **temperatura**.

Cada estado de equilíbrio em que um gás se apresenta é perfeitamente caracterizado, do ponto de vista macroscópico, por um terno de valores  $P$ ,  $V$ ,  $T$ ; o primeiro valor para caracterizar a pressão, o segundo para caracterizar o volume e o terceiro para caracterizar a temperatura da massa gasosa.

A pressão ( $P$ ) pode ser associada às colisões das partículas constituintes do gás com as paredes do recipiente que o contém. O volume ( $V$ ) é associado ao volume do recipiente. A temperatura ( $T$ ) associa-se ao grau de agitação molecular.

Dizemos que a massa gasosa sofre uma transformação, passando de um estado inicial de equilíbrio para um estado final de equilíbrio, quando ocorre a variação de pelo menos duas das variáveis de estado apontadas.

Contudo, se notarmos alteração em uma variável de estado, já podemos concluir que houve transformação, apesar de as variações ocorrerem, no mínimo, aos pares como citado anteriormente.

### Atenção

Observe que, nos cálculos envolvendo gases e termodinâmica, deve-se utilizar sempre uma escala absoluta de temperatura – a escala Kelvin (K).

## Transformações fundamentais

### Transformação isotérmica ( $T = \text{cte.}$ )

Uma transformação é dita isotérmica quando ocorre a **temperatura constante**, isto é, quando, ao passar do estado inicial de equilíbrio para o estado final de equilíbrio, a massa gasosa mantém a temperatura fixa.



### Atenção

Sob temperatura constante, a pressão de um gás ideal é inversamente proporcional ao seu volume.

Você deve notar que  $T_f = T_i$ , pois  $T$  permanece constante em cada estado de equilíbrio intermediário.

A transformação isotérmica obedece à lei de Boyle (Robert Boyle, 1627-1691), segundo a qual o produto da pressão pelo volume permanece constante.

Simbolicamente, você representa a lei de Boyle por:

$$P_i \cdot V_i = P_f \cdot V_f = \text{constante}$$

Analisando a expressão anterior, conclui-se que, nas transformações isotérmicas, a pressão é inversamente proporcional ao volume, isto é, à medida que o volume ocupado pelo gás diminui, a pressão aumenta proporcionalmente e vice-versa.

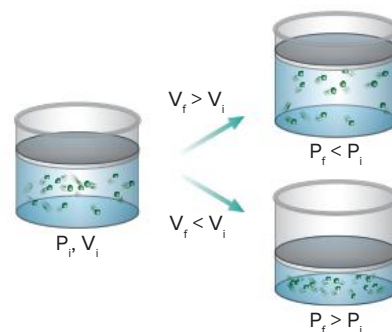


Fig. 2 Temperatura constante, PV constante.

## Diagrama da transformação isotérmica

Traçando-se a curva  $P \times V$ , obtém-se o chamado diagrama para as **transformações isotérmicas**.

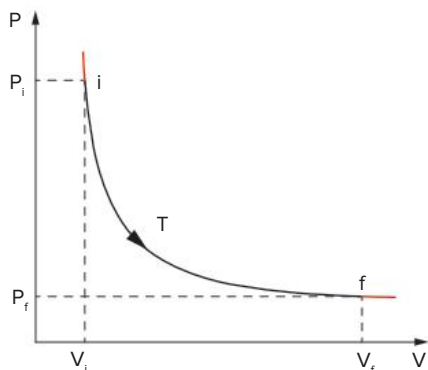


Fig. 3 Transformação isotérmica,  $P \cdot V = \text{constante}$ .

A curva é uma hipérbole equilátera que recebe o nome de **isoterma** do gás correspondente à temperatura considerada. Note que os pontos da curva representam estados de equilíbrio do gás à mesma temperatura  $T$ .

Repetindo a experiência para diversas temperaturas, obtém-se a **família de isotermas** do gás.

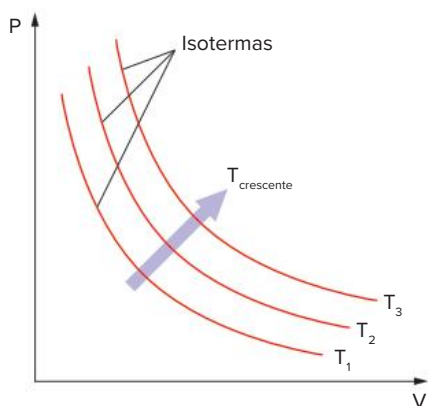
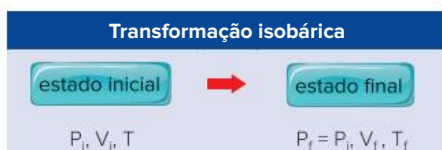


Fig. 4 Família de isotermas,  $T_3 > T_2 > T_1$ .

## Transformação isobárica ( $P = \text{cte.}$ )

Uma transformação é dita isobárica quando, ao passar do estado inicial de equilíbrio para o estado final de equilíbrio, a pressão do gás não se modifica, permanecendo constante.



### ! Atenção

Sob pressão constante, o volume de um gás ideal é diretamente proporcional à sua temperatura.

Os físicos J. Charles (1746-1823) e J. L. Gay-Lussac (1778-1850) definiram experimentalmente a seguinte relação:

Mantendo-se um gás ideal sob pressão constante, seu volume aumenta com o aumento da temperatura.

$$\frac{V_i}{T_i} = \frac{V_f}{T_f} = \text{constante}$$

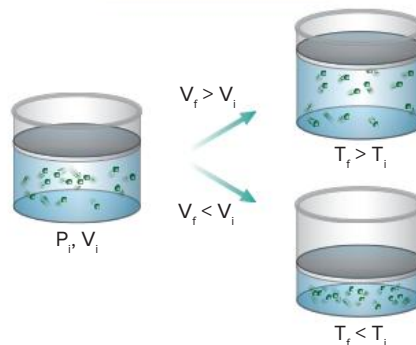


Fig. 5 Pressão constante,  $V$  proporcional a  $T$ .

**Observação:** Outra maneira de indicar uma transformação isobárica é ela ocorrer com êmbolo livre e sem atrito.

## Diagrama da transformação isobárica

Na figura 6, nota-se que o gás passa isobaricamente do estado inicial de equilíbrio para o estado final de equilíbrio. A transformação é representada pelo segmento de reta paralelo ao eixo dos volumes entre os pontos  $i$  e  $f$ , considerados sobre as isotermas  $T_i$  e  $T_f$ .

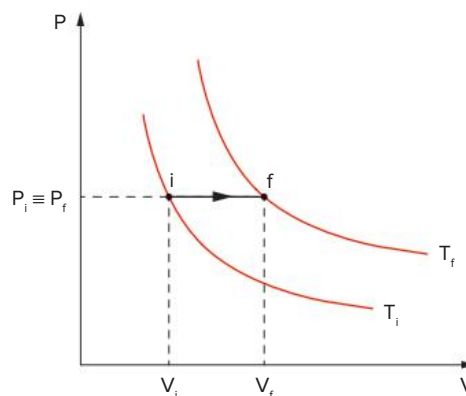


Fig. 6 Transformação isobárica  $\frac{V}{T} = \text{constante}$ .

Considere o gráfico a seguir.

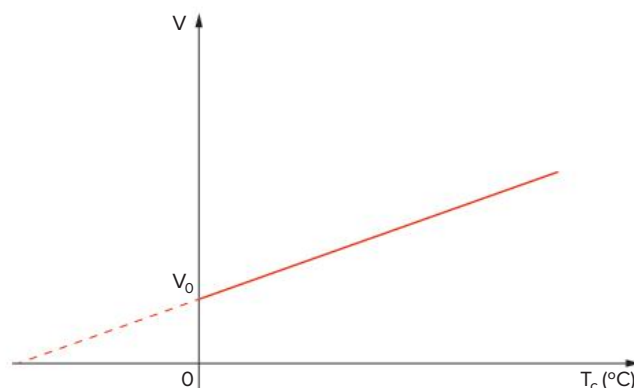


Fig. 7 Volume  $\times$  Temperatura para um gás ideal à pressão constante.



Da dilatação térmica, temos:

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta T \Rightarrow V_f = V_0(1 + \gamma \Delta T) \Rightarrow V = V_0(1 + \gamma T_C)$$

em que  $V$  é o volume do gás à temperatura  $T_C$  (°C);  $V_0$  é o volume do gás a 0 °C;  $T_C$  é a temperatura do gás em graus Celsius e  $\gamma$  é o coeficiente de dilatação do gás ideal.

Se  $\gamma = \frac{1}{273} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , então:

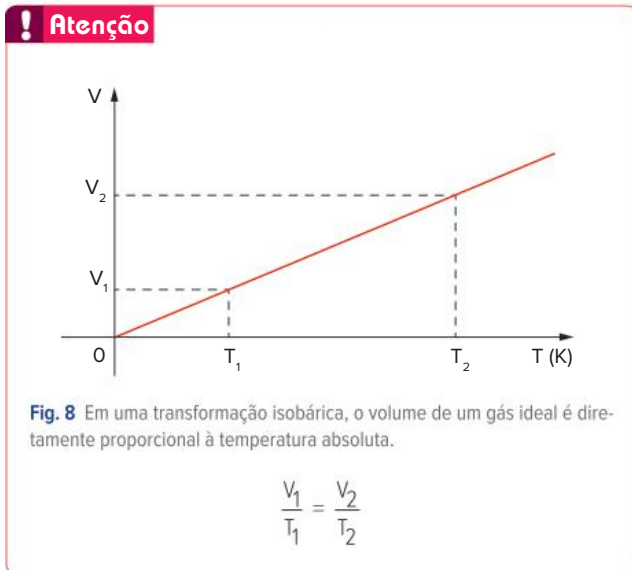
$$V = V_0 \left( 1 + \frac{T_C}{273} \right)$$

Para  $T_C = T_K - 273$ , temos:

$$V = V_0 \left( 1 + \frac{T_K - 273}{273} \right) \Rightarrow V = V_0 \left( \frac{273 + T_K - 273}{273} \right)$$

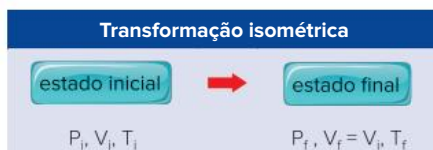
$$V = V_0 \frac{T_K}{273} \Rightarrow V = V_0 \frac{T_K}{T_0}$$

em que  $T_0$  é a temperatura zero na escala Celsius, ou 273 K.



### Transformação isométrica, isovolumétrica ou isocórica ( $V = \text{cte.}$ )

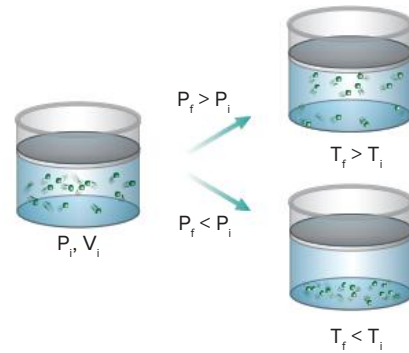
Uma transformação é dita isométrica ou isocórica quando, ao passar do estado de equilíbrio inicial  $i$  para o estado de equilíbrio final  $f$ , o volume de gás não se modifica.



**Atenção**

Sob volume constante, a pressão de um gás ideal é diretamente proporcional à sua temperatura.

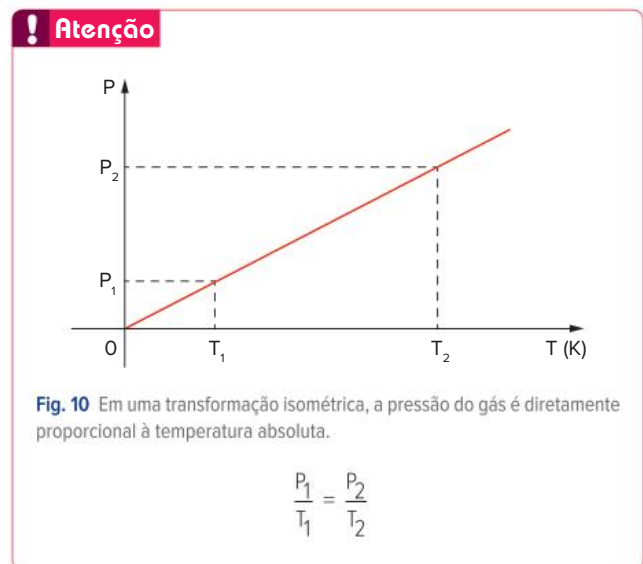
**Observação:** Outra maneira de indicar uma transformação isométrica é ela ocorrer com êmbolo fixo ou mesmo em um recipiente indeformável.



**Fig. 9** Volume constante,  $P$  proporcional a  $T$ .

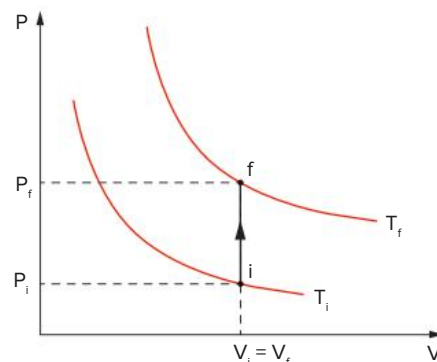
Os cientistas Charles e Gay-Lussac estabeleceram que, mantendo-se constante o volume de um gás, sua pressão aumenta com o aumento da temperatura.

$$P = P_0(1 + \gamma \Delta T)$$



### Diagrama da transformação isométrica

No esquema a seguir, você nota que a massa gasosa passa isometricamente do estado de equilíbrio inicial  $i$  para o estado de equilíbrio final  $f$ , sendo a transformação representada por um segmento  $if$  paralelo ao eixo das pressões, entre as isotermas correspondentes às temperaturas  $T_i$  e  $T_f$ .



**Fig. 11** Transformação isométrica  $\frac{P}{T} = \text{constante}$ .

## Transformação geral

Suponha que certa massa gasosa se encontre no estado inicial de equilíbrio  $i$  e que seja levada, mediante duas transformações sucessivas, uma isobárica e uma isométrica, ao estado final de equilíbrio  $f$ . Para o nosso raciocínio, é indiferente qual das duas transformações é realizada primeiro, porém vamos considerar uma transformação isobárica seguida de uma isométrica.

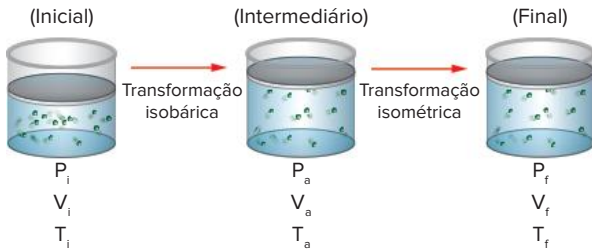


Fig. 12 Transformação isobárica seguida de isométrica.

Recorrendo a um diagrama de transformação para a figura 12, temos:

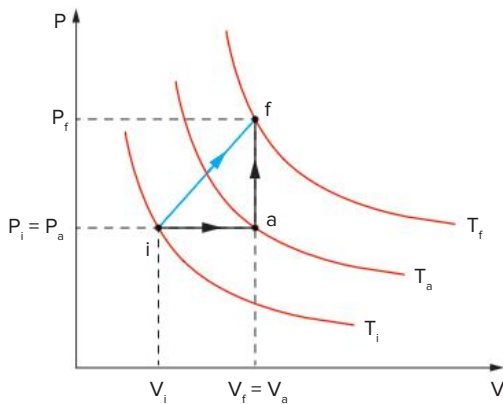
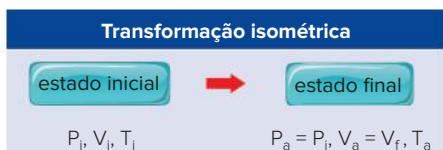


Fig. 13 Diagrama de uma transformação qualquer.

Como se vê pelo diagrama (Fig. 13), está sendo feita a suposição de que o gás é levado isobaricamente do estado inicial ao estado intermediário e, em seguida, isometricamente, do estado intermediário ao estado final. Entretanto, a nossa dedução chegaria ao mesmo resultado se admitíssemos que a primeira transformação é isométrica e a segunda é isobárica.

De acordo com a hipótese feita, temos:



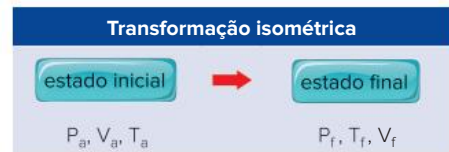
A lei de Charles permite escrever:

$$\frac{V_i}{T_i} = \frac{V_a}{T_a}$$

Mas:  $V_a = V_f$ . Logo:

$$\frac{V_i}{T_i} = \frac{V_f}{T_a} \Rightarrow T_a = T_i \frac{V_f}{V_i}$$

Considere agora a transformação pela qual o gás passa do estado intermediário ao estado final.



Aplicando novamente a lei de Charles, temos:

$$\frac{P_a}{T_a} = \frac{P_f}{T_f}$$

Mas:  $P_a = P_i$ . Portanto:

$$\frac{P_i}{T_a} = \frac{P_f}{T_f} \Rightarrow T_a = \frac{P_i \cdot T_f}{P_f}$$

Comparando as expressões, obtemos:

$$\frac{P_i \cdot T_f}{P_f} = \frac{T_i \cdot V_f}{V_i} \Rightarrow \frac{P_i \cdot V_i}{T_i} = \frac{P_f \cdot V_f}{T_f}$$

De onde se conclui que a equação que é denominada equação geral dos gases.

$$\frac{P \cdot V}{T} = \text{constante}$$

## Equação de Clapeyron

O físico francês P. E. Clapeyron (1799-1864), analisando as variáveis de estado com a quantidade e o tipo de gás, verificou que razão  $\frac{P \cdot V}{T}$  é diretamente proporcional ao número de mols ( $n$ ) do gás.

Considere certa massa gasosa que ocupa um volume  $V_0$  nas condições normais de temperatura e pressão (CNTP).

### Observação:

Nas CNTP,

- $P_0 = 1 \text{ atm}$
- $T_0 = 273,15 \text{ K}$

Suponha que a massa gasosa seja levada, por meio de uma transformação geral, a um estado genérico de equilíbrio, cujas coordenadas são  $P, V, T$ .

Aplicando a equação geral dos gases, temos:

$$\frac{P \cdot V}{T} = \frac{P_0 \cdot V_0}{T_0}$$

Seja  $n$  o número de mols do gás que está sofrendo a transformação. Chamaremos de volume molar do gás o volume ocupado por um mol do gás nas CNTP, e representaremos essa grandeza pelo símbolo  $\mathbf{v}$ . Podemos escrever então  $V_0 = n \cdot \mathbf{v}$ .

Substituindo  $V_0$  na equação geral, obtemos:

$$\frac{P \cdot V}{T} = n \cdot \frac{P_0 \cdot \mathbf{v}}{T_0}$$

O fator  $\frac{P_0 \cdot \nu}{T_0}$  é constante, recebe o nome de **constante universal dos gases** e é representado pela letra R:

$$R = \frac{P_0 \cdot \nu}{T_0}$$

Portanto, temos a equação de Clapeyron:

$$\frac{P \cdot V}{T} = nR \Rightarrow P \cdot V = nRT$$

## Valor da constante R

O valor da constante R depende das unidades em que são medidas a pressão, o volume e a temperatura.

I. Para:

$$P_0 = 1 \text{ atm}; V_0 = 22,4 \text{ L/mol}; T_0 = 273,15 \text{ K}$$

temos:

$$R = \frac{P_0 \cdot \nu}{T_0} = \frac{1 \text{ atm} \cdot 22,4 \text{ L/mol}}{273 \text{ K}} \Rightarrow R = 0,082 \frac{\text{atm L}}{\text{mol K}}$$

II. Para:

$$P_0 = 760 \text{ mmHg}; V_0 = 22,4 \text{ L/mol}; T_0 = 273,15 \text{ K}$$

temos:

$$R = \frac{P_0 \cdot \nu}{T_0} = \frac{760 \text{ mmHg} \cdot 22,4 \text{ L/mol}}{273 \text{ K}} \Rightarrow$$

$$R = 62,3 \frac{\text{mmHg} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

III. Para:

$$P_0 = 10^5 \text{ Pa}; V_0 = 22,4 \text{ L/mol}; T_0 = 273,15 \text{ K (S.I.)}$$

temos:

$$R = \frac{P_0 \cdot \nu}{T_0} = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 22,4 \text{ L/mol}}{273 \text{ K}} \Rightarrow R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

## Transformação adiabática

A transformação é dita **adiabática** quando, ao passar do estado inicial de equilíbrio para o estado final de equilíbrio, é obedecida a equação de Laplace-Poisson:

$$P \cdot V^\gamma = \text{constante}$$

Sendo o expoente  $\gamma$  constante e igual a:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \text{ em que: } c_p > c_v$$

Voltaremos a analisar as transformações adiabáticas no estudo da Termodinâmica. Você aprenderá, então, que nas transformações adiabáticas **não há troca de calor entre o sistema e o meio exterior**. Uma transformação rápida pode ser considerada adiabática.

## ! Atenção

Vamos esquematizar, em um único diagrama, as transformações que você aprendeu.

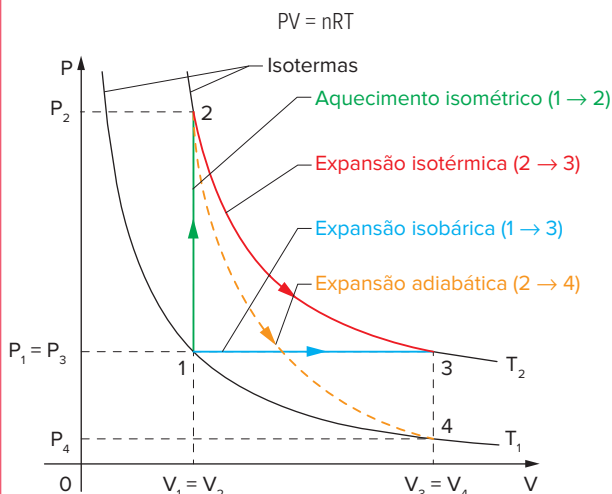


Fig. 14 Transformações fundamentais.

- Expansão adiabática  $T_f < T_i$ ; “desce” de isoterma.
- Compressão adiabática  $T_f > T_i$ ; “sobe” de isoterma.

## Densidade dos gases perfeitos

Você já sabe que para um gás perfeito vale a equação de Clapeyron:  $PV = nRT$ , mas  $n = \frac{m}{M}$ , em que  $m$  é a massa gasosa colocada em jogo e  $M$  é a massa molecular do gás.

$$\text{Assim, temos: } PV = \frac{m}{M} \cdot RT \Rightarrow PM = \frac{m}{V} \cdot RT$$

Lembrando que a densidade ( $d$ ) é dada por  $d = \frac{m}{V}$ , temos:

$$PM = dRT \Rightarrow d = \frac{PM}{RT}$$

## ! Atenção

A densidade do gás é diretamente proporcional à pressão e inversamente proporcional à temperatura absoluta em que se encontra.

## Mistura de gases

A experiência mostra que os gases são misturáveis em qualquer proporção, sendo sempre uma mistura homogênea. Introduzindo diversos gases em um mesmo recipiente, verifica-se que os gases se difundem, constituindo uma mistura homogênea.

Entende-se por **pressão parcial** de um componente da mistura **a pressão que esse componente exerceria se ocupasse sozinho o volume ocupado pela mistura, na mesma temperatura em que se encontra a mistura**.

Entende-se por **volume parcial** de um componente em uma mistura gasosa **o volume ocupado por ele, suposto isolado dos demais, quando sujeito à pressão da mistura e na temperatura da mistura**.

## Lei das pressões parciais – lei de Dalton (1766-1844)

A pressão de uma mistura gasosa é igual à soma das pressões parciais dos componentes da mistura.

$$\text{Simbolicamente: } P = \sum_{i=1}^n P_i$$

Sendo  $P$  a pressão total e  $P_i$  a pressão parcial do  $i$ -ésimo gás componente.

### Trabalho nas transformações gasosas

A seguir, vamos aplicar um pouco daquilo que será estudado na Mecânica, o trabalho realizado por uma força.

Considere um cilindro de paredes indeformáveis que contém certa massa de gás. Suponha o cilindro munido de um êmbolo que, apoiado nas paredes internas, pode se deslocar sem atrito.

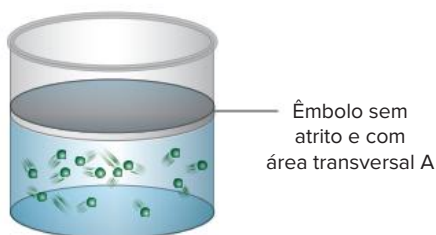


Fig. 15 Cilindro contendo gás, com êmbolo livre.

Se, por um motivo qualquer, o gás se expandir, o êmbolo se deslocará para cima, conforme o gráfico a seguir.

Note que, nesse caso, a força imposta ao êmbolo pelos componentes do gás tem a direção e o sentido do deslocamento, realizando um **trabalho positivo**, e diremos que houve trabalho contra o exterior, realizado pelo gás.

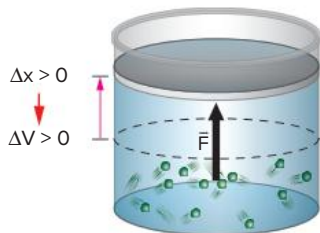


Fig. 16 Trabalho realizado pelo gás,  $\Delta V > 0$ .

Força e deslocamento têm mesma direção e mesmo sentido:  $\tau > 0$ .

Se o êmbolo é deslocado para baixo, a força  $\vec{F}$  imposta ao êmbolo pelos componentes do gás terá a mesma direção do deslocamento, porém sentido contrário ao deslocamento, de forma que realizará **trabalho negativo**; diremos então que o meio externo realiza trabalho sobre o gás contido no cilindro.

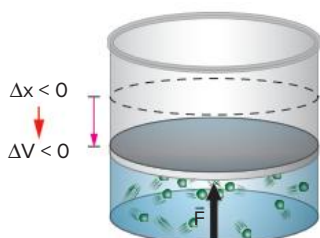


Fig. 17 Trabalho realizado sobre o gás,  $\Delta V < 0$ .

Força e deslocamento têm mesma direção, mas sentidos opostos:  $\tau < 0$ .

Para que possamos calcular o módulo do trabalho realizado pela força  $\vec{F}$  de módulo constante, vamos considerar que a área da seção do êmbolo seja  $A$  e que, sob a ação da força  $\vec{F}$ , o êmbolo sofra um deslocamento de módulo  $\Delta x$ .

Porém, aplicando a definição de trabalho, temos:

$$\tau = F \cdot \Delta x$$

Mas, pela definição de pressão  $P = \frac{F}{A}$ , temos:

$$\tau = PA \cdot \Delta x$$

Note agora que o produto  $A \cdot \Delta x$  mede exatamente a variação do volume ocupado pelo gás.

Indicando  $A \cdot \Delta x$  por  $\Delta V$ , obtemos:

$$\tau = P \cdot \Delta V$$

### ! Atenção

Nas transformações em que há **variação no volume da massa gasosa**, poderá haver aumento de volume, ou seja, expansão do gás, ou diminuição do volume, ou seja, contração da massa gasosa.

No caso de expansão, o gás realiza um trabalho contra o exterior ( $\tau > 0$ ); no caso de contração, o exterior realiza um trabalho contra o gás ( $\tau < 0$ ).

**Observação:** Nas transformações isométricas, aquelas que ocorrem a volume constante, não há realização de trabalho, pois a variação de volume é:  $\Delta V = 0$ . Logo:  $\tau = 0$ .

Nas transformações isobáricas, aquelas que ocorrem à pressão constante, o trabalho é dado pelo produto:

$$\tau = P(V_f - V_i)$$

Note que, se houver expansão,  $V_f > V_i$ . Então,  $V_f - V_i > 0$  e, conseqüentemente,  $\tau > 0$ . Se houver contração da massa gasosa,  $V_f < V_i$ .

Então,  $V_f - V_i < 0$  e, conseqüentemente,  $\tau < 0$ , conforme a convenção já estabelecida.

Recorrendo a um diagrama, determinamos graficamente o trabalho realizado nas transformações isobáricas.

Assim, no caso de uma expansão da massa gasosa, temos:

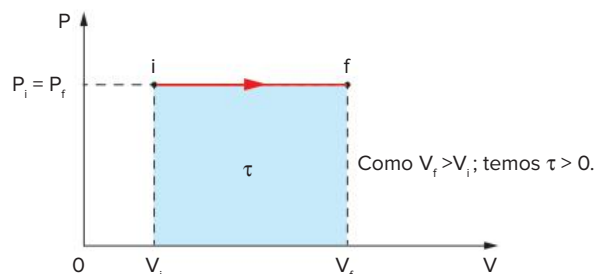


Fig. 18 Expansão isobárica,  $\tau > 0$ .

A área do quadrilátero preenchido é:

$$A = P(V_f - V_i), \text{ mas: } P(V_f - V_i) = \tau_{if}$$

Então, conclui-se que:  $A \stackrel{N}{=} \tau_{if}$ .

Analogamente, no caso de contração da massa gasosa, temos:

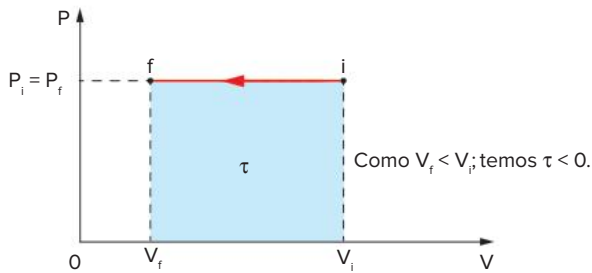


Fig. 19 Compressão isobárica,  $\tau < 0$ .

De modo geral, não é fácil estabelecer a expressão do trabalho nas transformações em que a pressão da massa gasosa também varia. É preciso recorrer às regras do cálculo integral para obter essas equações. Nessa etapa dos seus estudos, seria complicado deduzi-las.

A você interessa saber calcular genericamente o trabalho realizado, do ponto de vista gráfico, qualquer que seja a transformação. Esse trabalho é numericamente igual à área compreendida entre a curva que caracteriza a transformação no diagrama  $P$  versus  $V$  e o eixo dos volumes, entre as abscissas correspondentes ao  $V_i$  e ao  $V_f$ . No caso de expansão do gás, o trabalho será positivo; no caso da contração da massa gasosa, o trabalho será negativo.

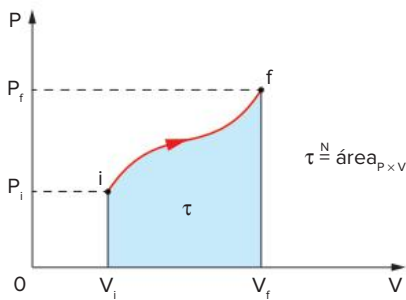


Fig. 20 O trabalho é numericamente igual à área do diagrama  $P \times V$ .

## Transformação cíclica

Quando o gás sofre uma sequência de transformações, sendo levado a um estado coincidente com o estado inicial de equilíbrio, dizemos que o gás descreve um ciclo.

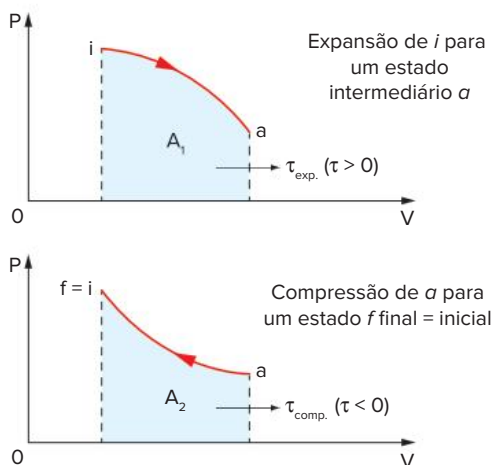


Fig. 21 Trabalho de um ciclo termodinâmico.

Imagine que o gás percorra o ciclo indicado no esquema da figura 21. O trabalho realizado na expansão é numericamente igual à área  $A_1$  (maior), enquanto o trabalho na compressão é numericamente igual à área  $A_2$  (menor). Lembre-se de que o trabalho é positivo na expansão e negativo na contração. O trabalho realizado no ciclo, o ponto intermediário, é numericamente igual à área  $A$ , conforme o gráfico da figura 22.

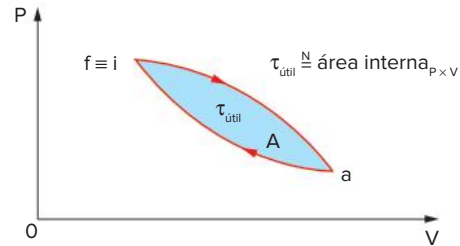


Fig. 22 O trabalho é numericamente igual à área interna do ciclo.

**Observação:** Se o ciclo é percorrido no sentido horário, o trabalho no ciclo é positivo, o que significa que o sistema gasoso realiza trabalho contra o exterior; se o ciclo for percorrido no sentido anti-horário, o trabalho será negativo, o que significa que a massa gasosa recebe trabalho do exterior.

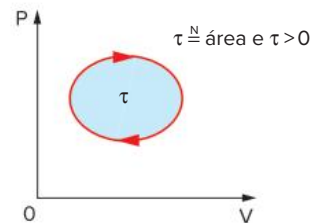
### Atenção

Trabalho em um ciclo:

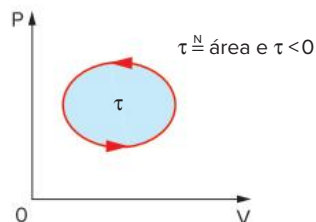
**Módulo:** área interna do ciclo

**Sinal:**

Ciclo horário – positivo



Ciclo anti-horário – negativo



## Exercícios resolvidos

- 10 L de um gás perfeito encontram-se sob pressão de 6 atm e à temperatura de 50 °C. Ao sofrer uma expansão isotérmica, seu volume passa para 15 L. Calcule a nova pressão.



### Resolução:

Para resolver problemas de transformações gasosas, é necessário caracterizar os estados inicial e final:

Estado inicial:	Estado final:
$P_1 = 6 \text{ atm}$	$P_2$
$V_1 = 10 \text{ L}$	$V_2 = 15 \text{ L}$
$T_1 = 50 \text{ }^\circ\text{C} = 323 \text{ K}$	$T_2 = 50 \text{ }^\circ\text{C} = 323 \text{ K}$

Relacionando os dois estados pela lei de Boyle, temos:

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2 \\ 6 \cdot 10 = P_2 \cdot 15 \Rightarrow P_2 = 4 \text{ atm}$$

- 2** Um recipiente hermeticamente fechado contém 20 L de um gás perfeito a 50 °C sob pressão de 1 atm. Mantendo-se o volume constante, o gás é aquecido até uma temperatura T e pressão de 4 atm. Calcule a temperatura T.

### Resolução:

Transformação isocórica  $\left\{ \begin{array}{l} V = \text{constante} \\ \frac{P}{T} = \text{constante} \end{array} \right.$

Estado inicial:	Estado final:
$P_1 = 1 \text{ atm}$	$P_2 = 4 \text{ atm}$
$V_1$	$V_2$
$T_1 = 50 \text{ }^\circ\text{C} = 323 \text{ K}$	$T_2$

Pela lei de Charles:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1}{323} = \frac{4}{T_2} \Rightarrow T_2 = 1292 \text{ K}$$

- 3** Tem-se 5,0 mols de moléculas de um gás ideal a 27 °C e sob pressão de 5,0 atm. Determine o volume ocupado por esse gás.

**Dado:**  $R = 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

### Resolução:

São dados:

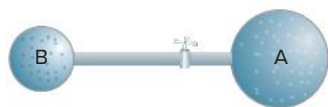
$$n = 5,0 \text{ mols}$$

$$T = (27 + 273) \text{ K} = 300 \text{ K}$$

Aplicação da equação de Clapeyron, obtemos:

$$P \cdot V = nRT \Rightarrow V = \frac{nRT}{P} = \frac{5,0 \cdot 0,082 \cdot 300}{5,0} \Rightarrow V = 24,6 \text{ L}$$

- 4** Seja um balão A que tem o quádruplo da capacidade do balão B (ver figura). Ambos os balões contêm o mesmo gás à mesma temperatura. A pressão no balão A é de 2 atm e no balão B é de 8 atm. Calcule a pressão do gás após a abertura da torneira, de forma a não variar a temperatura.



### Resolução:

$$V_A = 4V_B \qquad n_m = n_A + n_B \\ T_A = T_B = T \qquad V_m = 5V_B \\ P_A = 2 \text{ atm} \\ P_B = 8 \text{ atm}$$

Aplicando-se a equação de Clapeyron a cada recipiente:

$$P_A \cdot V_A = n_A \cdot RT \text{ e } P_B \cdot V_B = n_B \cdot RT$$

Após a torneira aberta, tem-se:  $P_m \cdot V_m = n_m \cdot RT$   
Então:

$$\frac{P_m \cdot V_m}{RT} = \frac{P_A \cdot V_A}{RT} + \frac{P_B \cdot V_B}{RT} \Rightarrow P_m \cdot 5V_B = 2 \cdot 4V_B + 8V_B \\ P_m = \frac{16}{5} \Rightarrow P_m = 3,2 \text{ atm}$$

- 5** Em um recipiente de capacidade 24,6 L tem-se gás oxigênio (O<sub>2</sub>) a -123 °C, sob pressão de 4,0 atm. A massa atômica do oxigênio é 16 u, a constante universal dos gases é  $R = 0,082 \text{ atm} \cdot \frac{\text{L}}{(\text{mol} \cdot \text{K})}$  e o número de Avogadro é  $6,02 \cdot 10^{23}$  partículas/mol.

Determine:

- o número de mols de moléculas do gás.
- o número de moléculas do gás.
- a massa molecular e a massa molar do gás.
- a massa do gás em gramas.

### Resolução:

- a)** O volume do gás é  $V = 24,6 \text{ L}$ , a pressão é  $P = 4,0 \text{ atm}$  e a temperatura absoluta é:

$$T = (-123 + 273) \text{ K} = 150 \text{ K}$$

Aplicando-se a equação de Clapeyron:

$$P \cdot V = nRT \Rightarrow n = \frac{P \cdot V}{RT} = \frac{(4,0)(24,6)}{(0,082)(150)}$$

$$n = 8,0 \text{ mol}$$

- b)** Sendo N o número de moléculas e N<sub>A</sub> o número de Avogadro, temos:

$$N = n \cdot N_A = (8,0)(6,02 \cdot 10^{23}) \\ N \approx 4,82 \cdot 10^{24} \text{ moléculas}$$

- c)** A massa atômica do oxigênio é 16 u; portanto, a massa molecular da substância oxigênio (O<sub>2</sub>) é 32 u. Assim, a massa molar do gás é:

$$M = 32 \text{ gramas/mol}$$

- d)** A massa do gás é dada por:  
 $m = n \cdot M = (8,0 \text{ mol})(32 \text{ gramas/mol}) \Rightarrow m = 256 \text{ g}$

## Calor – Forma de energia

Sendo o calor uma forma de energia em trânsito, passaremos a analisar macroscopicamente os processos nos quais essa forma de energia se relaciona com as demais modalidades de energia.

Suponhamos que tenha sido convenientemente escolhido o sistema que trocará com o exterior trabalho e calor, ou, em determinadas condições, apenas trabalho ou apenas calor.

Note que essas trocas ocorrem quando o sistema evolui de determinado estado de equilíbrio para outro e, por isso, calor e trabalho são características das transformações que o sistema pode sofrer ao passar de um estado de equilíbrio para outro, e jamais caracterizam os estados de equilíbrio em si.

A Termodinâmica tem por objetivo analisar o comportamento do sistema de acordo com as variações de energia interna que ocorrem quando esse sistema troca calor e/ou trabalho com o exterior.



Fig. 23 Alteração da energia interna ( $U$ ) de um sistema gasoso com calor ( $Q$ ) e trabalho ( $\tau$ ).

Portanto, a termodinâmica se interessa apenas pelas realizações de trabalho de caráter externo, não considerando o trabalho de caráter interno, isto é, realizado por umas sobre outras partes do sistema.

## Primeiro princípio da Termodinâmica

Este princípio é, a rigor, uma reafirmação do princípio geral da conservação da energia, englobando agora o calor como uma modalidade de energia.

Para caracterizá-lo quantitativamente, procede-se por analogia à diferença de energia potencial analisada na Mecânica e, por isso, define-se a variação de energia interna do sistema. Entende-se por energia interna do sistema a soma das energias dos elementos constituintes.

Seja  $U_i$  a energia interna do sistema no estado inicial  $i$ , ao evoluir do estado  $i$  para o estado final  $f$ , o sistema troca, com o exterior, calor ( $Q$ ) e/ou trabalho ( $\tau$ ), e, em consequência, sua energia interna passa ao valor  $U_f$ .

Por definição, chama-se **variação de energia interna** do sistema a expressão:

$$U_f - U_i = Q - \tau \quad \text{ou} \quad \Delta U = Q - \tau$$

Essa é a expressão algébrica do primeiro princípio da Termodinâmica.

Ela diz que, quando um sistema troca calor e trabalho com o meio exterior, a energia interna do sistema é a diferença entre o calor e o trabalho trocados pelo sistema com o meio exterior, sendo essa variação independente da trajetória; em outras palavras:

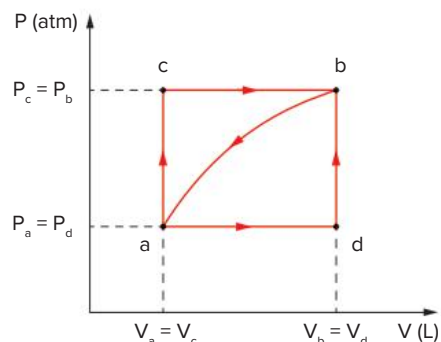
A variação de energia interna depende apenas do estado inicial e do estado final do sistema, não dependendo dos estados intermediários pelos quais passa o sistema.

Convém observar os seguintes fatos relacionados com a definição citada anteriormente:

- I. O calor e o trabalho trocados **dependem** da transformação particular que leva o sistema do estado inicial  $i$  ao estado final  $f$ .
- II. A diferença ( $Q - \tau$ ) independe da transformação que leva o sistema do estado inicial  $i$  ao estado final  $f$ , **dependendo apenas** dos valores apresentados pelas coordenadas termodinâmicas do sistema nos estados  $i$  e  $f$ . Por isso, dizemos que  $\Delta U$  é uma função das coordenadas termodinâmicas do sistema.
- III. O que se define em Termodinâmica é a **variação de energia interna** (função da temperatura). Poderemos adotar um estado do sistema para referência e atribuir à energia interna do estado de referência um valor arbitrário  $e$ , então, teremos condições para determinar a energia interna do sistema em qualquer outro estado, relativamente ao estado adotado para referência.
- IV. O primeiro princípio da Termodinâmica tem, evidentemente, caráter geral e, por isso, pode ser aplicado a qualquer sistema, entre dois estados de equilíbrio quaisquer, independentemente da existência ou não de estados de equilíbrio intermediários.
- V. Na expressão  $\Delta U = Q - \tau$ , note que as parcelas são, necessariamente, medidas na mesma unidade, indiferentemente em joules ou em calorias.
- VI. O calor trocado pelo sistema com o meio exterior pode ocorrer à pressão constante ou a volume constante. Especialmente no caso dos gases, falaremos em calor específico à pressão constante ( $c_p$ ) e calor específico a volume constante ( $c_v$ ), sendo  $c_p > c_v$ , como veremos mais adiante neste capítulo.

## Exercício resolvido

- 6 Quando um sistema realiza a transformação de  $a$  para  $b$  ao longo do trajeto  $acb$ , mostrado no diagrama a seguir, tem-se  $Q_{acb} = 80$  cal e  $\tau_{acb} = 30$  cal. Na transformação  $adb$ ,  $\tau_{adb} = 10$  cal.
  - a) Determine  $Q_{adb}$ .
  - b) Sendo  $\tau_{ba} = -20$  cal ao longo do trajeto curvo, determine o correspondente  $Q_{ba}$ .
  - c) Se  $U_a = 0$  e  $U_d = 40$  cal, determine  $Q_{ad}$  e  $Q_{db}$ .



### Resolução:

#### a) Transformação acb:

Para essa transformação temos, pelo primeiro princípio:

$$Q_{acb} - \tau_{acb} = \Delta U_{acb}$$

Uma vez que a variação da energia interna só depende dos estados inicial e final, temos:

$$\Delta U_{acb} = U_b - U_a$$

portanto:  $U_b - U_a = 80 - 30 = 50 \text{ cal}$

Sendo  $U_a = 0$ , temos:  $U_b = 50 \text{ cal}$

Transformação adb:

Temos, analogamente, pelo primeiro princípio:

$$U_b - U_a = Q_{adb} - \tau_{adb} \Rightarrow 50 = Q_{adb} - 10 \Rightarrow Q_{adb} = 60 \text{ cal}$$

#### b) Trajeto curvo:

$$U_a - U_b = -(U_b - U_a) = -50 \text{ cal}$$

$$U_a - U_b = Q_{ba} - \tau_{ba} \Rightarrow -50 = Q_{ba} - (-20) \Rightarrow Q_{ba} = -70 \text{ cal}$$

#### c) Trajeto ad:

Pelo primeiro princípio da Termodinâmica, temos:

$$U_d - U_a = Q_{ad} - \tau_{ad}$$

Para obter a parcela  $Q_{ad}$ , vamos analisar a transformação adb:  $\tau_{adb} = \tau_{ad} + \tau_{db}$ .

Mas  $\tau_{db} = 0$ , pois trata-se de uma transformação isométrica.

Então:  $\tau_{ad} = \tau_{adb} = 10 \text{ cal}$

Substituindo, obtemos:  $40 - 0 = Q_{ad} - 10$

em que, finalmente:  $Q_{ad} = 50 \text{ cal}$

Trajeto db:  $U_b - U_d = Q_{db} - \tau_{db}$

Ora, já vimos que  $\tau_{db} = 0$ ; portanto:

$$50 - 40 = Q_{db} - 0 \Rightarrow Q_{db} = 10 \text{ cal}$$

Como  $P = P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ N/m}^2$  e  $1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$ , temos:

$$\tau = 10^5 \cdot (1671 - 1) \cdot 10^{-6} = 167 \text{ J} \approx 40 \text{ cal}$$

Logo:  $\Delta U = 540 - 40 = 500 \text{ cal}$

Convém interpretar fisicamente esse resultado. Para provocar a ebulição da água, precisamos fornecer 540 cal, na temperatura da mudança de estado. Dessa energia, 40 cal são utilizadas no trabalho externo de expansão, resultando no aumento de 500 cal na energia interna do sistema.

## Transformações termodinâmicas

### Transformação adiabática – experiência de Joule

A experiência de Joule se refere à expansão livre de um gás e é esquematizada na figura 24.

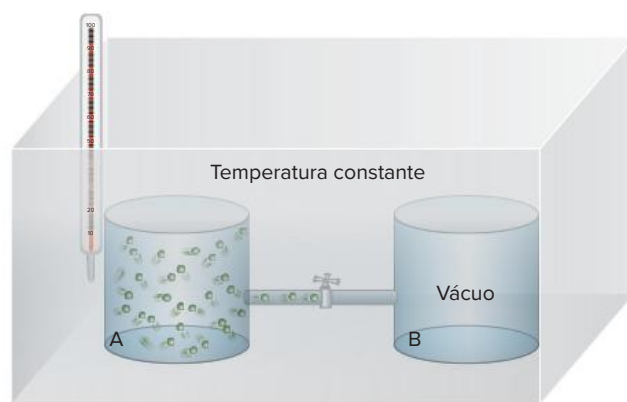


Fig. 24 Expansão livre de um gás.

Dois recipientes cilíndricos estão submersos em um tanque com um líquido considerado uma fonte de temperatura constante. Um dos recipientes (A) contém uma massa gasosa, e outro encontra-se a vácuo (B); os recipientes estão conectados por uma mangueira dotada de uma válvula de comunicação.

Abrindo-se a válvula, o gás em A se expande e escapa para o recipiente B, devido à diferença de pressão.

A massa gasosa, passa a ocupar todo o volume dos recipientes; com isso, sua pressão varia, até que o equilíbrio seja alcançado.

O termômetro não indica variação na temperatura do líquido, levando à conclusão de que, durante o experimento, o gás não troca calor com o líquido,  $Q = 0$ .

Como os recipientes são rígidos, conclui-se que, durante a expansão, não há realização de trabalho externo, ou seja:  $\tau = 0$ .

Assim,  $\Delta U = 0$ .

Variam o volume e a pressão da massa gasosa, sem que isso acarrete variação da energia interna. Portanto, concluímos que a energia interna do gás é função exclusiva da temperatura absoluta, isto é,  $U = f(T)$ .

De posse da informação trazida pela experiência de Joule, relativa à energia interna de um gás, vamos retornar às transformações gasosas para estudá-las à luz do primeiro princípio da Termodinâmica.

## Energia interna de um gás (U)

As partículas que constituem um gás apresentam grande mobilidade, o que lhes confere energia cinética. Em relação ao centro de massa do sistema, nomeia-se energia térmica à soma das energias cinéticas de todas as partículas.

### Exercício resolvido

- 7 Fazendo-se 1 g de água entrar em ebulição sob pressão normal, obtém-se  $1671 \text{ cm}^3$  de vapor. Sendo  $1 \text{ cm}^3$  o volume de 1 g de água e  $540 \text{ cal/g}$  seu calor de vaporização, determinar a variação da energia interna do sistema nesse processo.

#### Resolução:

Sendo o processo isobárico, podemos escrever para o trabalho:

$$\tau = P(V_f - V_i)$$

e, conseqüentemente, para a variação da energia interna:

$$\Delta U = mL - P(V_f - V_i)$$

$$Q = mL_v = 1540 \text{ cal} = 540 \text{ cal}$$

## Transformação isotérmica

Como a temperatura é constante, a variação de energia interna é nula.

$$T = \text{cte.} \Rightarrow \Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0$$

Do primeiro princípio da Termodinâmica:

$$Q = \Delta U + \tau \Rightarrow Q = \tau$$

Logo:

- se o gás recebe calor, ele cede simultaneamente a mesma quantidade de energia em forma de trabalho.
- se o gás cede calor, ele recebe simultaneamente a mesma quantidade de energia na forma de trabalho.

## Transformação isométrica

Como o volume é constante, o trabalho é nulo.

$$V = \text{cte.} \Rightarrow \Delta V = 0 \Rightarrow \tau = 0$$

Do primeiro princípio da Termodinâmica:

$$\Delta U = Q - \tau \Rightarrow \Delta U = Q$$

Logo, a variação de energia é idêntica à troca de calor envolvida no processo. Mas  $Q = mc_V \Delta T$ , em que  $c_V$  é o calor específico do gás a volume constante, e a massa ( $m$ ) do gás pode ser representada por  $m = n \cdot M$ , em que  $n$  = número de mol e  $M$  = massa molar. Logo  $Q = nMc_V \Delta T$ .

Entretanto,  $Mc_V = C_V$ , em que  $C_V$  é o calor específico molar do gás. Portanto:

$$Q = nC_V \Delta T$$

Como:  $\Delta V = \frac{3}{2} nR \Delta T$  e  $\Delta U = Q$  (isométrica), temos:

$$\frac{3}{2} nR \Delta T = nC_V \Delta T \Rightarrow C_V = \frac{3}{2} R$$

## Transformação isobárica

Para uma transformação à pressão constante, temos realização de trabalho e variação de temperatura e, conseqüentemente, de energia interna.

$$\text{Caso 1: Expansão isobárica} \Rightarrow \begin{cases} \Delta V > 0 \Rightarrow \tau > 0 \\ \Delta T > 0 \Rightarrow \Delta U > 0 \\ \text{Como: } \Delta U = Q - \tau \\ \therefore Q = \Delta U + \tau \\ \therefore Q > 0 \text{ (cede calor)} \end{cases}$$

$$\text{Caso 2: Compressão isobárica} \Rightarrow \begin{cases} \Delta V < 0 \Rightarrow \tau < 0 \\ \Delta T < 0 \Rightarrow \Delta U < 0 \\ \text{Como: } \Delta U = Q - \tau \\ \therefore Q = \Delta U + \tau \\ \therefore Q < 0 \text{ (cede calor)} \end{cases}$$

Nessa transformação, o trabalho ( $\tau$ ) e a energia interna ( $U$ ) são dados por:

$$\tau = P \cdot \Delta V \text{ e } \Delta U = \frac{3}{2} nR \Delta T$$

Conforme a equação de Clapeyron:

$$PV = nRT \Rightarrow P \Delta V = nR \Delta T \Rightarrow \tau = nR \Delta T$$

Aplicando o primeiro princípio:  $\Delta U = Q - \tau$ , temos:

$$\frac{3}{2} nR \Delta T = Q - nR \Delta T \Rightarrow Q = \frac{3}{2} nR \Delta T + nR \Delta T \Rightarrow Q = \frac{5}{2} nR \Delta T$$

Como o calor trocado pelo gás com o meio pode ser dado por  $Q = nC_p \Delta T$ , em que  $C_p$  é o calor específico molar à pressão constante, podemos escrever:

$$nC_p \Delta T = \frac{5}{2} nR \Delta T \Rightarrow C_p = \frac{5}{2} R$$

## Relação de Mayer

Observe o diagrama  $P \times V$  a seguir.

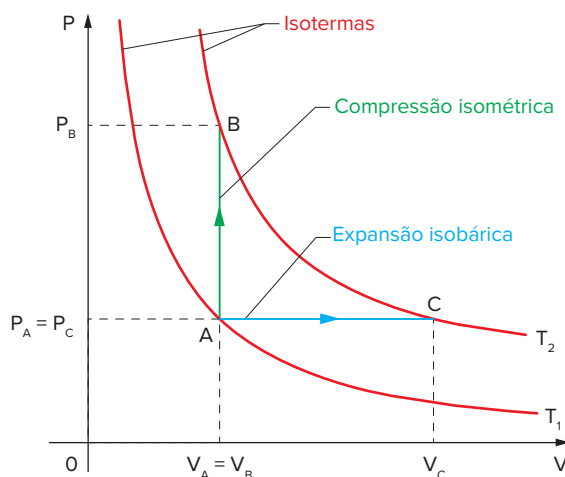


Fig. 25 Aquecimento de um gás ( $T_1 \rightarrow T_2$ ) para diferentes valores de  $Q$  e  $\tau$ .

Nas transformações:

A → B: Compressão isométrica; o gás passa de  $T_1$  para  $T_2$ .

A → C: Expansão isobárica; o gás passa de  $T_1$  para  $T_2$ .

Em ambas as transformações, o aquecimento do gás foi o mesmo, mas o calor ( $Q$ ) e o trabalho ( $\tau$ ) envolvidos em cada uma das transformações são diferentes.

Observe:

$$\Delta U_{AB} = \Delta U_{AC} \therefore Q_{AB} - \tau_{AB} = Q_{AC} - \tau_{AC}$$

Mas  $\tau_{AB} = 0$ , logo:

$$Q_{AB} = Q_{AC} - \tau_{AC}$$

Ou, de outra forma:

$$Q_V = Q_P - \tau_P \Rightarrow nC_V \Delta T = nC_P \Delta T - P \Delta V$$

Como  $P \Delta V = nR \Delta T$ , temos:

$$nC_V \Delta T = nC_P \Delta T - nR \Delta T$$

Ou seja:

$$nR \Delta T = nC_P \Delta T - nC_V \Delta T \Rightarrow R = C_P - C_V$$

### Atenção

A relação de Mayer (Julius Mayer – 1814-1878) permite-nos mostrar que o calor específico à pressão constante é **maior** do que o calor específico a volume constante, e que a diferença entre ambos é a **constante universal dos gases**.

## Transformação adiabática

Na transformação adiabática não há troca de calor com o meio, logo  $Q = 0$ . Pelo primeiro princípio da Termodinâmica:

$$\Delta U = -\tau$$

Assim, se um gás sofre uma transformação adiabática, temos:

$$\text{Caso 1: Expansão adiabática} \Rightarrow \begin{cases} \tau > 0 \Rightarrow \Delta U < 0 \\ \Delta T < 0 \text{ (gás esfria)} \end{cases}$$

$$\text{Caso 2: Compressão adiabática} \Rightarrow \begin{cases} \tau < 0 \Rightarrow \Delta U > 0 \\ \Delta T > 0 \text{ (gás esquenta)} \end{cases}$$

## Ciclo de transformações

Suponha agora que o sistema gasoso sofra uma sequência de transformações, alcançando um estado final de equilíbrio  $f$ , coincidente com o estado inicial  $i$ . Dizemos que o sistema percorre um ciclo de transformações. Se todas as transformações componentes do ciclo forem reversíveis, o ciclo em si será denominado reversível. Basta que uma das transformações do ciclo seja irreversível para que o ciclo seja considerado irreversível. Antes de prosseguir, você deve observar uma das características fundamentais dos ciclos. Para isso, retome a expressão algébrica do primeiro princípio da Termodinâmica:

Lembrando que  $\Delta U = U_f - U_i$ , temos:

$$U_f - U_i = Q - \tau$$

Como, nos ciclos,  $U_f$  coincide com  $U_i$ , teremos  $U_f = U_i$  e, conseqüentemente,  $\Delta U = 0$ . Portanto, nos ciclos, temos:  $Q - \tau = 0 \Rightarrow Q = \tau$ .

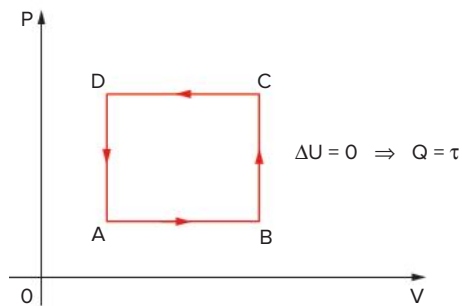


Fig. 26  $\Delta U$  de qualquer ciclo é sempre zero.

Guarde bem este fato importante: quando um gás percorre um ciclo, sua energia interna não se modifica, o que acarreta a igualdade entre o calor e o trabalho trocados pelo gás com o exterior.

## Rendimento de um ciclo

Você aprendeu o conceito de rendimento no curso de Mecânica. Relembrando, o rendimento é definido como a razão entre a energia útil e a energia de suprimento. A energia útil, isto é, a energia que pode ser aproveitada, é a decorrência do funcionamento do dispositivo, enquanto a energia de suprimento é a energia fornecida para acionar o dispositivo.

Aplicando esse conceito ao caso dos ciclos, o rendimento será a razão entre o trabalho, que pode ser

aproveitado em decorrência de o sistema percorrer o ciclo, e a quantidade de calor fornecida ao sistema.

Simbolicamente, escrevemos:

$$\eta = \frac{\tau_u}{Q_f}$$

Sendo:

$\tau_u$  = trabalho útil

$Q_f$  = quantidade de calor fornecida ao sistema

## Máquinas térmicas

Máquinas térmicas, por definição, são equipamentos ou dispositivos que transferem ou trocam energia com o meio, de modo cíclico, na forma de calor e trabalho. Motores de combustão interna (como os dos carros), equipamentos de ar-condicionado e geladeiras são exemplos de máquinas térmicas.

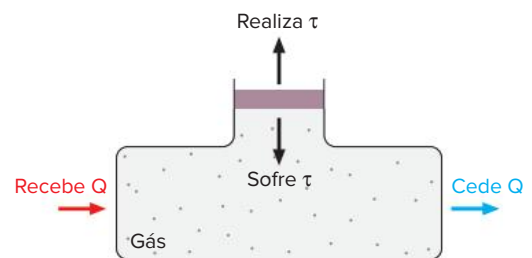


Fig. 27 Troca de calor em uma máquina térmica.

Simplificadamente, vamos abordar apenas dois tipos de máquina térmica:

- motor;
- bomba de calor: refrigerador ou aquecedor.

## Motor

O motor térmico tem por finalidade transformar calor em trabalho (energia mecânica).

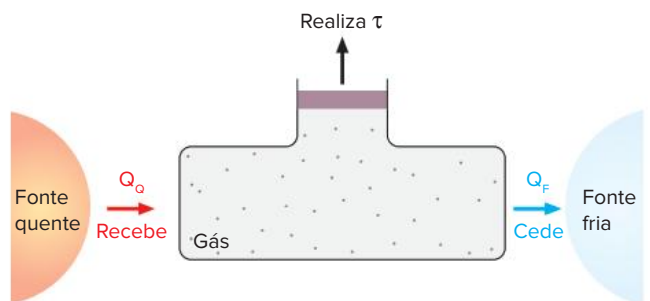


Fig. 28 Transformação de calor em trabalho em um motor térmico.

O motor recebe calor ( $Q_Q$ ) de uma fonte quente, disponibiliza  $\tau$  na forma de energia mecânica e, para reiniciar o ciclo, cede calor para uma fonte fria ( $Q_F$ ).

$$\text{Logo, algebricamente: } Q_Q = \tau + Q_F \Rightarrow \tau = Q_Q - Q_F$$

Com base no conceito de rendimento ( $\eta$ ), temos, para um motor térmico:

$$\eta = \frac{\tau}{Q_Q}$$



## Bomba de calor

Já estudamos que o calor flui espontaneamente da fonte quente para a fonte fria, entretanto um refrigerador transfere calor do corpo frio para o corpo quente utilizando um processo forçado por um trabalho mecânico. Observe o esquema a seguir.

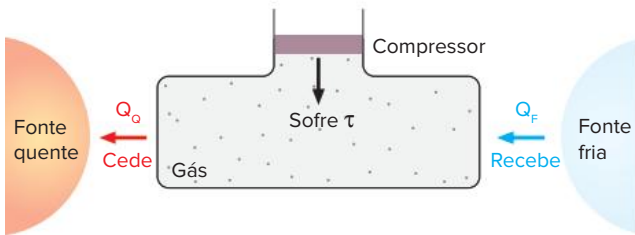


Fig. 29 Fluxo de calor em uma bomba de calor.

Observe que essa máquina térmica (bomba de calor) pode ser usada como:

- refrigerador: resfriando mais ainda a fonte fria;
- aquecedor: aquecendo mais ainda a fonte quente.

A bomba recebe calor de uma fonte fria ( $Q_F$ ) e cede calor para uma fonte quente ( $Q_Q$ ), resultado do trabalho ( $\tau$ ) realizado pelo compressor.

Algebricamente, temos:

$$Q_F + \tau = Q_Q$$

Nas bombas térmicas, o conceito de rendimento ( $\eta$ ) é substituído pelo conceito de eficiência térmica ( $e$ ), definido pela razão entre a quantidade de calor recebido da fonte fria e o trabalho mecânico realizado pelo compressor.

$$e = \frac{Q_F}{\tau}$$

## Ciclo de Carnot

Imagine certa massa gasosa, contida em um cilindro de paredes de material “adiabático” (material que impede a troca de calor entre o gás e o exterior), exceto a base, que é feita de material “diatérmico” (material que permite a troca de calor entre o gás e o exterior). Suponha o cilindro dotado de um êmbolo de material adiabático, que pode se deslocar sem atrito, apoiado nas paredes internas do cilindro.

### Saiba mais

**Sadi Carnot (1796-1832)**  
Engenheiro e físico francês. Em seu livro *Réflexions sur la puissance motrice du feu*, ele formulou a teoria de conversão de calor em trabalho.

Fig. 30 Retrato de Sadi Carnot.

Considera-se, a seguir, a chamada **fonte de calor** como um corpo que, embora troque calor com o seu exterior, não apresenta variação sensível em sua temperatura. Um

bom exemplo de fonte de calor é o Sol, cuja temperatura permanece ao redor de 6000 °C, embora ele envie constantemente energia para toda a nossa galáxia.

Chamaremos **fonte quente** a de maior temperatura e **fonte fria** a de menor temperatura.

O ciclo de Carnot, reversível, é constituído de duas transformações isotérmicas e duas transformações adiabáticas, conforme a figura 31.

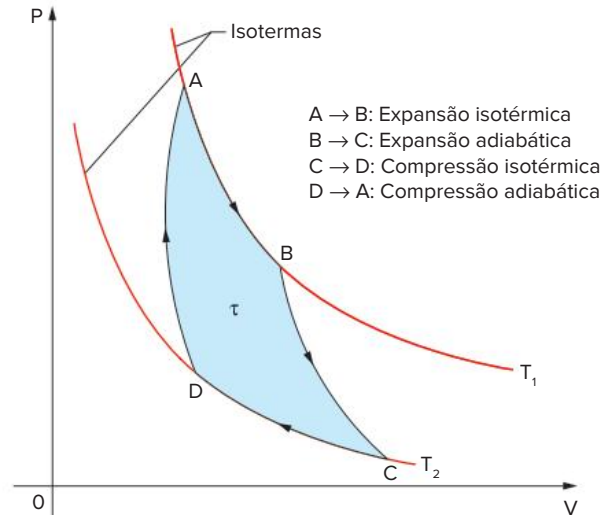


Fig. 31 Ciclo de Carnot.

O rendimento do motor de Carnot independe da natureza do gás que percorre o ciclo e depende exclusivamente das temperaturas das fontes quente e fria.

Por outro lado, retomamos o princípio da conservação da energia, podemos estabelecer que:

$$Q_1 = \tau_{\text{ciclo}} + Q_2,$$

Ou seja, a energia recebida pelo gás da fonte quente é igual à soma das energias correspondentes ao trabalho realizado no ciclo e do calor rejeitado para a fonte fria. Então:

$$\tau_{\text{ciclo}} = Q_1 - Q_2$$

Substituindo na expressão do rendimento, obtemos:

$$\eta_{\text{Carnot}} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

Comparando as duas expressões do rendimento:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_1} - \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_1}{T_1} - \frac{T_2}{T_1}$$

$$1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

O significado físico da igualdade acima pode ser enunciado da seguinte maneira:

A razão entre a quantidade de calor recebida e a quantidade de calor rejeitada pelo gás é igual à razão entre as temperaturas da fonte quente e da fonte fria, expressas na escala Kelvin, dado que a variação de entropia é nula.

Finalmente, observe o seguinte fato:

$$\eta_{\text{Carnot}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Sendo  $T_2$  diferente de zero, teremos:

$$\eta_{\text{Carnot}} < 1, \text{ ou}$$

$$\eta_{\text{Carnot}} < 100\%.$$

## Exercícios resolvidos

8 Uma máquina de Carnot é operada entre duas fontes cujas temperaturas são, respectivamente, 100 °C e 0 °C. Admitindo-se que a máquina recebe a quantidade de calor igual a 1000 cal por ciclo, pede-se:

- o rendimento da máquina.
- o trabalho realizado pela máquina em cada ciclo (expresso em joules).
- a quantidade de calor rejeitada à fonte fria.

► Dado: 1 cal = 4,19 J.

**Resolução:**

a)  $T_1 = 273 + 100 = 373 \text{ K}$   
 $T_2 = 273 + 0 = 273 \text{ K}$   
 $\eta_{\text{Carnot}} = \frac{373 - 273}{373} = \frac{100}{373} = 0,268 \text{ ou } 26,8\%$

b)  $\eta_{\text{Carnot}} = \frac{\tau_{\text{ciclo}}}{Q_1} \Rightarrow 0,268 = \frac{\tau_{\text{ciclo}}}{1000}$   
 $\tau_{\text{ciclo}} = 268 \text{ cal} \Rightarrow \tau_{\text{ciclo}} = 268 \cdot 4,19 = 1122,92 \text{ J}$

c) Pelo princípio da conservação da energia:  
 $Q_1 = \tau_{\text{ciclo}} + Q_2 \Rightarrow Q_2 = Q_1 - \tau_{\text{ciclo}}$   
 $Q_2 = 1000 - 268 = 732 \text{ cal}$

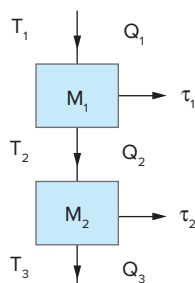
9 Um motor de Carnot recebe calor de uma fonte quente a 2500 K e rejeita calor a 1500 K para outro motor de Carnot, que, por sua vez, rejeita calor para uma fonte fria a 600 K.

Determine:

- o rendimento de cada motor e do conjunto de motores.
- o trabalho que cada motor realiza se a fonte mais quente fornece a quantidade de calor igual a 500 joules.

**Resolução:**

Observe que se trata do acoplamento de dois motores de Carnot conforme o esquema a seguir:



$$\eta_1 = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow \eta_1 = \frac{2500 - 1500}{2500} = \frac{1000}{2500}$$

$$\eta_1 = 0,4 \text{ ou } 40\%$$

$$\eta_2 = \frac{T_2 - T_3}{T_2} \Rightarrow \eta_2 = \frac{1500 - 600}{1500} = \frac{900}{1500}$$

$$\eta_2 = 0,6 \text{ ou } 60\%$$

$$\eta_c = \frac{T_1 - T_3}{T_1} \Rightarrow \eta_c = \frac{2500 - 600}{2500} = \frac{1900}{2500}$$

$$\eta_c = 0,76 \text{ ou } 76\%$$

Por outro lado, temos:

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_3}{T_3} \Rightarrow \frac{500}{2500} = \frac{Q_2}{1500} = \frac{Q_3}{600}$$

Logo:

$$Q_2 = \frac{(500 \cdot 1500)}{2500} = 300 \text{ J}$$

$$Q_3 = \frac{(600 \cdot 1500)}{2500} = 360 \text{ J}$$

$$\tau_1 = Q_1 - Q_2 \Rightarrow \tau_1 = 500 - 300 = 200 \text{ J}$$

$$\tau_2 = Q_2 - Q_3 \Rightarrow \tau_2 = 300 - 360 = -60 \text{ J}$$

## Segundo princípio da Termodinâmica

Retomemos a expressão que traduz quantitativamente o primeiro princípio da Termodinâmica:

$$\Delta U = Q - \tau$$

Essa expressão deve ser obedecida por qualquer sistema, qualquer que seja a transformação que ele sofra. A expressão nega a existência de um dispositivo que, por si só, possa criar ou destruir energia, isto é, nega a existência do moto contínuo de primeira espécie. A expressão acima nada informa a respeito do sentido em que deve ou pode ocorrer um processo. Também não estabelece qualquer limitação na transformação de energia de uma modalidade para outra, isto é, na transformação de trabalho em calor e vice-versa.

A experiência mostra que a transformação de trabalho em calor pode ocorrer sem qualquer limitação, por exemplo: por atrito entre duas superfícies, passagem de corrente elétrica por um resistor, entre outros processos, enquanto a transformação de calor em trabalho constitui um processo sujeito a condições restritivas.

Tais condições são estabelecidas pelo segundo princípio da Termodinâmica, que estabelece ainda condições que permitem decidir se uma transformação pode ou não ocorrer, mostrando que todos os processos naturais são irreversíveis.

O segundo princípio da Termodinâmica pode ser enunciado de diversas maneiras. Vamos apresentar o enunciado de Kelvin-Planck e o de Clausius.

## Enunciado de Kelvin-Planck

É impossível a construção de um dispositivo que, por si só, isto é, sem a intervenção do meio exterior, consiga transformar integralmente em trabalho o calor absorvido de uma fonte a uma dada temperatura uniforme.

Esse enunciado nega a existência do **motor ideal**, representado no esquema seguinte:

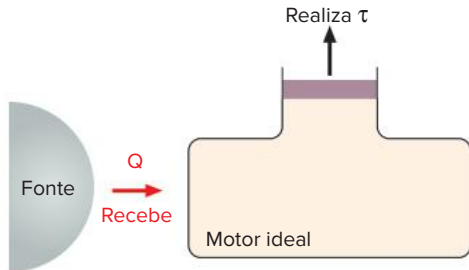


Fig. 32 Transformação de calor em trabalho em um motor ideal.

Portanto, o que efetivamente existe é o **motor real**, representado pelo seguinte esquema:

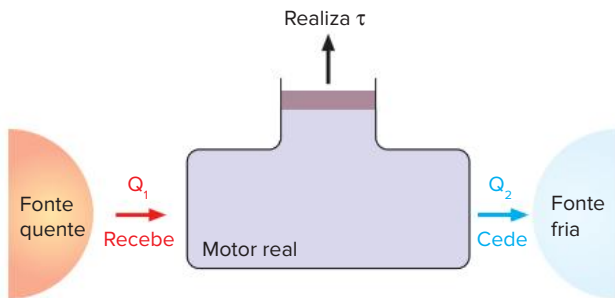


Fig. 33 Transformação de calor em trabalho em um motor real.

Note-se que  $Q_1 = Q_2 + \tau$ , estando, assim, satisfeito o primeiro princípio da Termodinâmica.

## Enunciado de Clausius

É impossível a construção de um dispositivo que, por si só, isto é, sem a intervenção do meio exterior, consiga transferir calor de um corpo (fonte) para outro à temperatura mais elevada.

O enunciado de Clausius do segundo princípio da Termodinâmica nega a existência do **refrigerador ideal**, cujo esquema é o seguinte:

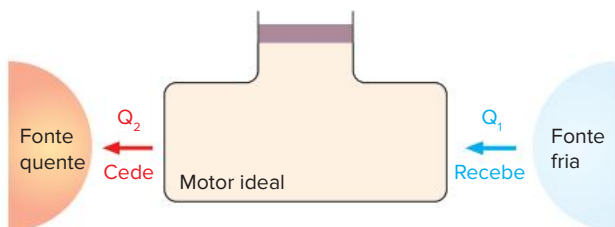


Fig. 34 Transferência de calor da fonte fria para fonte quente, sem realização de trabalho, em um refrigerador ideal.

Portanto, o que efetivamente existe é o **refrigerador real**, representado pelo seguinte esquema:

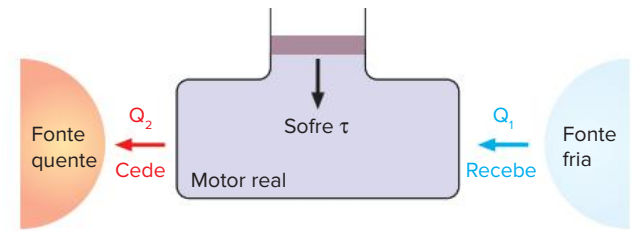


Fig. 35 Transformação de calor em trabalho em um refrigerador real.

Note-se que  $Q_2 + \tau = Q_1$ , estando assim satisfeito o primeiro princípio da Termodinâmica.

Note que o segundo princípio da Termodinâmica proíbe a construção de um motor que, operando em ciclos e em contato com uma única fonte, converte calor em trabalho. Entretanto, essa conversão é possível se existirem duas fontes, como foi mostrado no caso do motor de Carnot.

## Terceiro princípio da Termodinâmica

A experiência mostra que, nos processos de resfriamento, à medida que a temperatura diminui, torna-se cada vez mais difícil fazê-la baixar ainda mais. Esse fato experimental nos leva a formular o **terceiro princípio da Termodinâmica**:

É impossível levar a temperatura de um sistema ao zero absoluto mediante um número finito de operações.

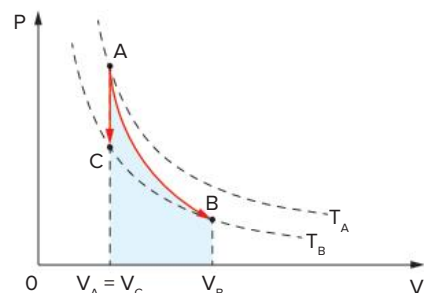
Esse princípio nos leva a concluir que não é possível ter um motor cuja fonte fria esteja à temperatura igual a zero absoluto, isto é, não pode existir um motor com rendimento de 100%.

## Exercícios resolvidos

- 10** Para que a temperatura de determinada massa gasosa varie de  $T_A$  para  $T_B$ , a quantidade de calor necessária na transformação isométrica corresponde à variação de sua energia interna, caso ela sofra uma transformação adiabática que provoque a mesma variação de temperatura. Demonstre essa situação.

### Resolução:

O diagrama  $P \times V$  para  $T_A$  e  $T_B$  é:



$$\begin{cases} A \rightarrow C: \text{transformação isométrica} \\ A \rightarrow B: \text{transformação adiabática} \end{cases}$$

Na transformação isométrica, a quantidade de calor  $\Delta Q$  retirada do gás é dada por:

$$\Delta Q = mc_v(T_B - T_A)$$

Como na transformação adiabática não houve trocas de calor com o ambiente ( $\Delta Q = 0$ ), temos:

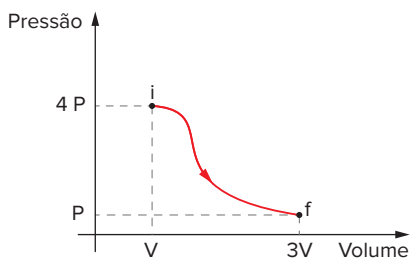
$$\Delta U = \Delta Q - \tau \Rightarrow \Delta U = -\tau$$

Como a variação de energia interna do gás só depende da variação de temperatura  $\Delta T$ , e nas duas transformações ocorrem variações iguais de temperatura,  $\Delta U$  é numericamente igual a  $\Delta Q$ .

Então:

$$\Delta U = -\tau = mc_v\Delta T$$

- 11** No gráfico a seguir, estão representadas a pressão e o volume de certo gás ideal que passa do estado  $i$  para o estado  $f$ . O número de mols do gás não sofre alteração. Nessas condições, determine a razão entre as energias internas do gás nos estados  $i$  e  $f$ .



**Resolução:**

Sabendo que a energia interna de um gás ideal é  $U = \frac{3}{2}nRT$  e utilizando esse resultado na equação de Clapeyron  $PV = nRT$ , temos:

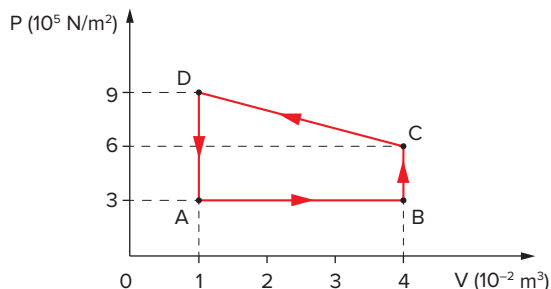
$$U = \frac{3}{2}PV$$

Utilizando os dados do gráfico:

$$\frac{U_i}{U_f} = \frac{\frac{3}{2}P_iV_i}{\frac{3}{2}P_fV_f} = \frac{4PV}{3PV} \Rightarrow \frac{U_i}{U_f} = \frac{4}{3}$$

- 12** Um gás ideal realiza o ciclo ABCDA indicado no gráfico. Sobre ele, são feitas as seguintes perguntas:

- Que tipo de conversão energética ocorre ao se completar um ciclo? Justifique a resposta.
- Qual quantidade de energia se interconverte em cada ciclo?



**Resolução:**

- a) Como o ciclo é realizado no sentido anti-horário, o trabalho na contração CD tem módulo maior do que o realizado na expansão AB. Por conseguinte, o trabalho total é negativo, representando um trabalho realizado sob o gás:

$$|\tau_{CD}| > |\tau_{AB}| \Rightarrow \tau < 0$$

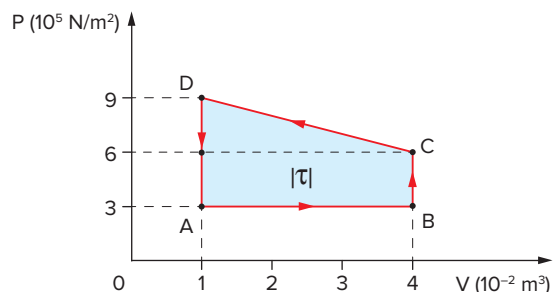
O gás perde, então, calor em igual quantidade para o ambiente ( $Q = \tau$ ), ocorrendo a conversão de energia mecânica em calor.

- b) A quantidade de energia que se interconverte tem módulo dado pela área interna do ciclo, conforme é assinalado:

$$|\tau| = \frac{6 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^5}{2} \cdot 3 \cdot 10^{-2}$$

$$|\tau| = 4,5 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-2} \Rightarrow |\tau| = 13,5 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\tau = Q = -1,35 \cdot 10^4 \text{ J}$$



- 13** O expoente de Poisson de um gás ideal é  $\gamma = \frac{3}{2}$ .

Se certa quantidade desse gás ocupa inicialmente volume de 5 litros e exerce pressão de 2 atmosferas, que pressão passará a exercer ao sofrer uma contração adiabática, ocupando ao final volume de 1 L?

**Resolução:**

O estado inicial do gás apresenta pressão  $P_1 = 2,0$  atm e volume  $V_1 = 5,0$  L. O volume final é  $V_2 = 1,0$  L. A pressão final  $P_2$  é calculada pela lei de Poisson-Laplace:

$$P_1 \cdot V_1^\gamma = P_2 \cdot V_2^\gamma$$

$$\text{Assim: } 2,0 \cdot 5,0^{3/2} = P_2 \cdot 1^{3/2}$$

Elevando ao quadrado, obtemos:

$$(4,0)(5,0)^3 = P_2^2(1,0)^3 \Rightarrow 4,0 \cdot 125 = P_2^2 \cdot 1,0$$

$$P_2^2 = 500 \Rightarrow P_2 \cong 22,4 \text{ atm}$$

## Revisando

1 **Fuvest (Adapt.)** Em qual situação o comportamento de um gás real aproxima-se do comportamento de um gás ideal?

---

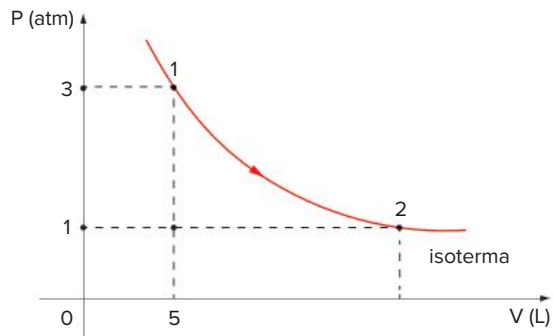
---

---

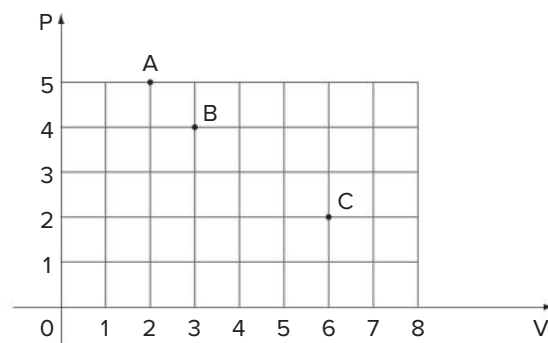
---

---

2 **Fuvest** Uma massa  $m$  de um gás perfeito, inicialmente no estado (1), sofre uma expansão até atingir o estado (2), como ilustra o diagrama a seguir. Determine o volume do gás no estado (2).



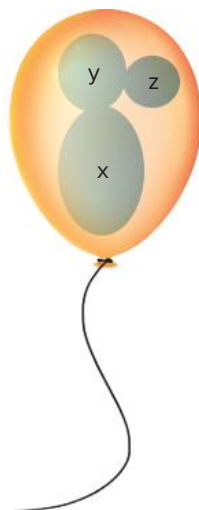
3 **Fuvest (Adapt.)** Os pontos A, B e C do gráfico (PV) da figura representam três estados de determinada massa de um gás perfeito.



Sendo  $T_A$ ,  $T_B$  e  $T_C$  as temperaturas absolutas correspondentes, qual a relação entre essas temperaturas?



- 4 **PUC-SP** Um recipiente contém certa massa de gás ideal que, na temperatura de  $27^{\circ}\text{C}$ , ocupa um volume de 15 litros. Ao sofrer uma transformação isobárica, o volume ocupado pela massa gasosa passa a ser de 20 litros. Nessas condições, qual foi a variação de temperatura sofrida pelo gás?
- 5 **Unitau (Adapt.)** Um gás está confinado num cilindro provido de um pistão. O gás é, então, aquecido, e o pistão é mantido fixo na posição inicial. Com base nessas informações classifique as proposições, a seguir, em verdadeiras ou falsas.
- A pressão do gás aumenta.
  - O trabalho realizado pelo gás é cada vez maior.
  - A força que o gás exerce no pistão é cada vez maior.
  - O volume do gás é alterado durante o processo.
  - A energia interna do gás é cada vez maior.
- 6 **FCC** A figura abaixo representa um balão de gás fechado.  $x$ ,  $y$  e  $z$  são diversas regiões deste balão;  $P_x$ ,  $P_y$  e  $P_z$  são as pressões exercidas pelo gás nas paredes do balão nas regiões  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Qual a relação entre  $P_x$ ,  $P_y$  e  $P_z$ ?



- 7 **Uerj (Adapt.)** A maior profundidade de um determinado lago de água doce, situado ao nível do mar, é igual a 10,0 m. Qual o valor da pressão da água, em atmosferas, na parte mais funda desse lago?

## Exercícios propostos

**1 FCMS** Um cilindro contém uma certa massa  $M_0$  de um gás a  $T_0 = 7^\circ\text{C}$  (280 K) e pressão  $P_0$ . Ele possui uma válvula de segurança que impede a pressão interna de alcançar valores superiores a  $P_0$ . Se essa pressão ultrapassar  $P_0$ , parte do gás é liberada para o ambiente. Ao ser aquecido até  $T = 77^\circ\text{C}$  (350 K), a válvula do cilindro libera parte do gás, mantendo a pressão interna no valor  $P_0$ . No final do aquecimento, a massa de gás que permanece no cilindro é, aproximadamente, de:

- A  $1,0M_0$
- B  $0,8M_0$
- C  $0,7M_0$
- D  $0,5M_0$
- E  $0,1M_0$

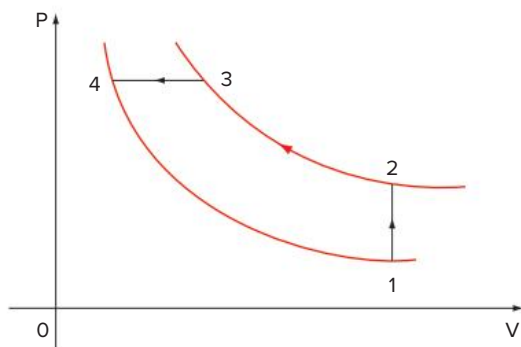
**2 UFRGS 2019** Considere as afirmações abaixo, sobre o comportamento térmico dos gases ideais.

- I. Volumes iguais de gases diferentes, na mesma temperatura inicial, quando aquecidos sob pressão constante de modo a sofrerem a mesma variação de temperatura, dilatam-se igualmente.
- II. Volumes iguais de gases diferentes, na mesma temperatura e pressão, contêm o mesmo número de moléculas.
- III. Uma dada massa gasosa, quando mantida sob pressão constante, tem temperatura  $T$  e volume  $V$  diretamente proporcionais.

Quais estão corretas?

- A Apenas I.
- B Apenas II.
- C Apenas I e III.
- D Apenas II e III.
- E I, II e III.

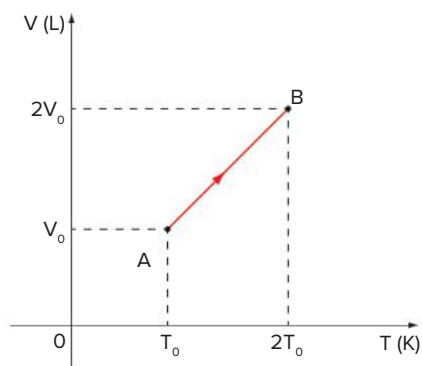
**3 UFSM** No gráfico estão representadas duas isotermas e três transformações sucessivas  $1 \rightarrow 2$ ,  $2 \rightarrow 3$ ,  $3 \rightarrow 4$ .



A sequência das transformações é, respectivamente:

- A isométrica, adiabática, isotérmica.
- B isotérmica, isométrica, adiabática.
- C adiabática, isotérmica, isobárica.
- D isométrica, isotérmica, isobárica.
- E isobárica, isotérmica, isométrica.

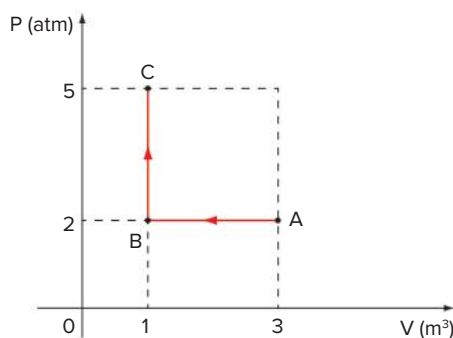
**4 Unicamp** O volume de 1 mol de gás ideal varia linearmente em função da temperatura, conforme o gráfico abaixo.



Calcule o trabalho realizado pelo gás ao passar do estado A para o estado B.

**Dados:**  $V_0 = 15\text{ L}$ ,  $T_0 = 300\text{ K}$  e  $R = 8,3\text{ J/mol}\cdot\text{K}$ .

**5 Inatel** O diagrama a seguir representa uma transformação ABC de um gás ideal. A temperatura do gás no estado A é igual a  $27^\circ\text{C}$ .



Calcule a temperatura do gás no estado B e no estado C, em  $^\circ\text{C}$ .

**6 UFJF 2019** Homens como Clapeyron, Boyle, Mariotte, Gay Lussac, Van der Waals, entre outros, desenvolveram importantes estudos envolvendo as propriedades de gases. O comportamento de gases reais se aproxima de gases ideais em condições de baixas pressões, bem como para gases contidos em um grande volume e gases mantidos a altas temperaturas. Considere que, numa experiência de laboratório, um recipiente de volume  $V$ , totalmente fechado, contendo 1 mol de um gás ideal sob uma pressão de  $4,0\text{ atm}$ , é submetido a uma expansão à temperatura constante e igual a  $127^\circ\text{C}$ , e que o comportamento desse gás seja o de um gás ideal, conforme mostra o gráfico. Neste caso, quando o gás estiver ocupando um volume igual a  $32,8\text{ L}$ , a pressão exercida por ele será:

**Dado:** a constante universal dos gases perfeitos é  $R = 0,082\text{ atm}\cdot\text{litro/mol}\cdot\text{K}$ .

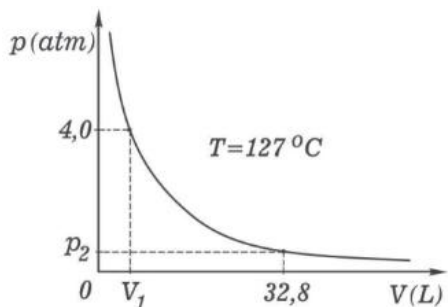
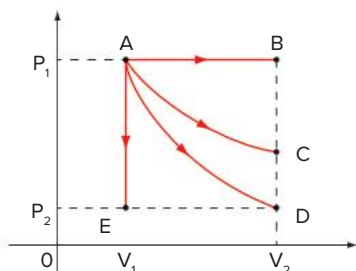


Gráfico da pressão em função do volume para um gás ideal a temperatura constante.

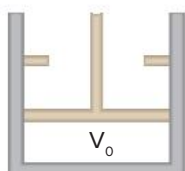
- A 0,32 atm
- B 0,40 atm
- C 1,0 atm
- D 2,0 atm
- E 2,6 atm

7 **Fatec** Submete-se um corpo gasoso a transformações diversas.



- A Na expansão isobárica AB, o gás cede calor ( $Q < 0$ ).
- B Na expansão isotérmica AC, não intervém calor ( $Q = 0$ ).
- C Na expansão adiabática AD, o gás não realiza trabalho ( $\tau = 0$ ).
- D No esfriamento isométrico AE, o gás recebe calor ( $Q > 0$ ).
- E n.d.a.

8 **Fuvest** Um gás, contido em um cilindro, à pressão atmosférica, ocupa um volume  $V_0$ , à temperatura ambiente  $T_0$  (em Kelvin). O cilindro contém um pistão, de massa desprezível, que pode mover-se sem atrito e que pode até, em seu limite máximo, duplicar o volume inicial do gás. Esse gás é aquecido, fazendo com que o pistão seja empurrado ao máximo e também com que a temperatura do gás atinja quatro vezes  $T_0$ .



Na situação final, a pressão do gás no cilindro deverá ser:

- A metade da pressão atmosférica.
- B igual à pressão atmosférica.
- C duas vezes a pressão atmosférica.
- D três vezes a pressão atmosférica.
- E quatro vezes a pressão atmosférica.

9 **UEMG 2019** Antes de viajar, o motorista calibrou os pneus do seu carro a uma pressão de 30 psi quando a temperatura dos pneus era de 27 °C. Durante a viagem, após parar em um posto de gasolina, o motorista percebeu que os pneus estavam aquecidos. Ao conferir a calibragem, o motorista verificou que a pressão dos pneus era de 32 psi.

Considerando a dilatação do pneu desprezível e o ar dentro dos pneus como um gás ideal, assinale a alternativa que melhor representa a temperatura mais próxima dos pneus.

- A 29 °C
- B 38 °C
- C 47 °C
- D 52 °C

10 **UFPE** Uma certa quantidade de gás ocupa um volume de 3 L e sua temperatura é de 450 K. Sem que a pressão mude, sua temperatura é baixada para 300 K. Determine o volume do gás nessa nova situação.

11 **PUC-RS** Uma determinada massa de gás perfeito sofre uma transformação isométrica. A pressão inicial vale 4,0 atm e a temperatura inicial é de 47 °C. Se a temperatura final é de 127 °C, qual é o valor da pressão final?

12 **EEAR 2019** É comum, na Termodinâmica, utilizar a seguinte expressão:  $(P_1 \cdot V_1)/T_1$  é igual a  $(P_2 \cdot V_2)/T_2$ . Nessa expressão, P, V e T representam, respectivamente, a pressão, o volume e a temperatura de uma amostra de um gás ideal. Os números representam os estados inicial (1) e final (2). Para utilizar corretamente essa expressão é necessário que o número de mols, ou de partículas, do estado final seja \_\_\_\_\_ do estado inicial e que a composição dessa amostra seja \_\_\_\_\_ nos estados final e inicial. Assinale a alternativa que completa corretamente as lacunas da frase acima.

- A o mesmo – a mesma
- B diferente – a mesma
- C o mesmo – diferente
- D diferente – diferente

13 **Osec** Um volume de 8,2 L é ocupado por 64 g de gás oxigênio à temperatura de 27 °C. Qual é a pressão no interior do recipiente? Considere o oxigênio um gás perfeito. (1 mol de  $O_2 = 32$  g).

- A 2 atm
- B 3 atm
- C 4 atm
- D 6 atm
- E n.d.a.

**14 Fuvest** Um balão de volume constante contém um gás perfeito, à temperatura de 327 °C. Se a temperatura passar ao valor 27 °C, a relação entre as pressões inicial e final será:

- A  $\frac{2}{1}$
- B  $\frac{1}{2}$
- C  $\frac{327}{27}$
- D  $\frac{1}{1}$

**15 Mackenzie** Lâmpadas elétricas possuem no seu interior um gás inerte. Suponha que ao ligar a lâmpada, a temperatura se eleva de 27 °C a 127 °C. Quanto à pressão do gás, podemos afirmar que:

- A aumenta na razão de  $\frac{3}{4}$ .
- B aumenta na razão de  $\frac{4}{3}$ .
- C diminui na razão de  $\frac{3}{4}$ .
- D diminui na razão de  $\frac{4}{3}$ .

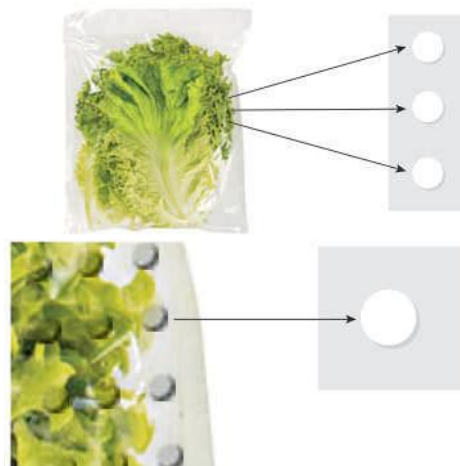
**16 UFJF** Um tubo de ensaio de formato cilíndrico, 30 cm de altura e completamente cheio de ar é introduzido no mar através da extremidade aberta, mantendo seu eixo de simetria na vertical. Em seguida, o tubo é levado até a profundidade de 40 m, onde a temperatura é de 280 K. Considere a temperatura na superfície do mar como 300 K, a densidade da água do mar como  $10^3 \text{ kg/m}^3$ , a pressão atmosférica como 1 atm ( $10^5 \text{ Pa}$ ) e  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Calcule a altura da coluna de ar no interior do recipiente nessa profundidade. Considere o ar como gás ideal.

**17 Enem 2019** Dois amigos se encontram em um posto de gasolina para calibrar os pneus de suas bicicletas. Uma das bicicletas é de corrida (bicicleta A) e a outra, de passeio (bicicleta B). Os pneus de ambas as bicicletas têm as mesmas características, exceto que a largura dos pneus de A é menor que a largura dos pneus de B. Ao calibrarem os pneus das bicicletas A e B, respectivamente com pressões de calibração  $p_A$  e  $p_B$ , os amigos observam que o pneu da bicicleta A deforma, sob mesmos esforços, muito menos que o pneu da bicicleta B. Pode-se considerar que as massas de ar comprimido no pneu da bicicleta A,  $m_A$ , e no pneu da bicicleta B,  $m_B$ , são diretamente proporcionais aos seus volumes.

Comparando as pressões e massas de ar comprimido nos pneus das bicicletas, temos:

- A  $p_A < p_B$  e  $m_A < m_B$
- B  $p_A > p_B$  e  $m_A < m_B$
- C  $p_A > p_B$  e  $m_A = m_B$
- D  $p_A < p_B$  e  $m_A = m_B$
- E  $p_A > p_B$  e  $m_A > m_B$

**18 Uerj 2019** Novas tecnologias de embalagens visam a aumentar o prazo de validade dos alimentos, reduzindo sua deterioração e mantendo a qualidade do produto comercializado. Essas embalagens podem ser classificadas em Embalagens de Atmosfera Modificada Tradicionais (MAP) e Embalagens de Atmosfera Modificada em Equilíbrio (EMAP). As MAP são embalagens fechadas que podem utilizar em seu interior tanto gases como He, Ne, Ar e Kr, quanto composições de  $\text{CO}_2$  e  $\text{O}_2$  em proporções adequadas. As EMAP também podem utilizar uma atmosfera modificada formada por  $\text{CO}_2$  e  $\text{O}_2$  e apresentam microperfurações na sua superfície, conforme ilustrado abaixo.



Adaptado de exclusive.multibriefs.com.

Adaptado de exclusive.multibriefs.com. Admita que, imediatamente após a colocação do gás argônio em uma embalagem específica, esse gás assume o comportamento de um gás ideal e apresenta as seguintes características:

Pressão = 1 atm  
 Temperatura = 300 K  
 Massa = 0,16 g  
 Constante universal dos gases ideais =  
 = 0,08 atm·L/mol·K  
 Massa molar do Argônio = 40 g/mol

Nessas condições, o volume, em mililitros, ocupado pelo gás na embalagem é:

- A 96
- B 85
- C 77
- D 64

**19 Cesgranrio** Uma bola de aniversário, cheia de hélio, é largada da superfície da Terra, subindo até a altitude de 5000 m. Durante a subida podemos afirmar que:

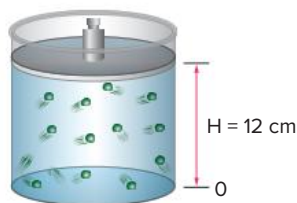
- A o volume da bola diminui.
- B a temperatura da bola aumenta.
- C a pressão do gás no interior da bola aumenta.
- D o volume da bola aumenta.
- E o volume da bola permanece constante.

**20 Fuvest** Um cilindro metálico, fechado com tampa, contém 6,0 mols de ar à pressão de 4,0 atmosferas e na temperatura ambiente. Abre-se a tampa do cilindro. Depois de seu conteúdo ter entrado em equilíbrio termodinâmico com o ambiente, qual é o número de mols que permanecerá no cilindro?

▶ **Dados:** A pressão atmosférica é 1,0 atm e o ar é admitido como sendo gás ideal.

**21 Fuvest** O pneu de um carro estacionado tem uma pressão de 2 atmosferas, quando a temperatura é de 9 °C. Depois de o veículo correr em alta velocidade, a temperatura do pneu sobe a 37 °C e seu volume aumenta em 10%. Qual a nova pressão do pneu?

**22 FCC** A figura abaixo mostra um cilindro munido de um êmbolo, que impede a saída do ar que há dentro do cilindro.



Quando o êmbolo se encontra na sua altura  $H = 12$  cm a pressão do ar dentro do cilindro é  $P_0$ . Supondo que a temperatura é mantida constante, até que altura do fundo do cilindro deve ser baixado o êmbolo para que a pressão do ar dentro do cilindro seja  $3 P_0$ ?

- A  $\frac{4}{9}$  m
- B 4 cm
- C 6 cm
- D 8 cm
- E 9 cm

**23 Insper 2018** A figura ilustra 2 instantes em que o pistão de uma máquina térmica ocupa duas posições (tempos) de volumes extremos.



No primeiro tempo mostrado, há uma compressão máxima do gás dentro do cilindro, o qual exerce uma pressão  $p$  sobre as paredes do cilindro a uma temperatura  $T$ . No segundo tempo mostrado, o volume ocupado pelo gás é máximo, 3 vezes maior que

o anterior, exercendo uma pressão 3 vezes menor que  $p$ , a uma temperatura 2 vezes maior que  $T$ . Durante a expansão volumétrica, a rápida abertura de uma válvula de escape permitiu a liberação de certa quantidade de gás para a fonte fria. A relação entre o número ( $n_1$ ) de mols do gás que havia no interior do cilindro no primeiro tempo e o número ( $n_2$ ) de mols do gás que permaneceu no cilindro no segundo tempo,  $n_1/n_2$ , é igual a

- A 12.
- B 3.
- C 4.
- D 2,5.
- E 2.

**24 ITA** Dois recipientes de volumes  $V_1$  e  $V_2$  contêm a mesma quantidade de um mesmo gás a pressões e temperaturas absolutas  $P_1$  e  $P_2$ ,  $T_1$  e  $T_2$ , respectivamente. Os dois recipientes são ligados entre si por uma torneira que, em dado momento, é aberta, oferecendo ao gás o volume  $V_1 + V_2$ . Supondo que os dois recipientes constituam um sistema isolado, mostre que após o novo equilíbrio, com temperatura  $T$  e pressão  $P$ , temos:

A  $\frac{T}{P} = \frac{1}{2} \left( \frac{T_1}{P_1} + \frac{T_2}{P_2} \right)$

B  $\frac{T}{P} = \frac{T_1}{P_1} + \frac{T_2}{P_2}$

C  $\frac{T}{P} = \frac{T_1 + T_2}{(P_1 + P_2)/2}$

D  $\frac{T}{P} = \frac{(T_1 + T_2)/2}{P_1 + P_2}$

E n.d.a.

**25 Vunesp** Os pulmões de um indivíduo adulto normal podem resistir a uma sobrepressão (pressão adicional à pressão atmosférica normal) equivalente à pressão de uma coluna de 100 cm de água. Nestas condições, se esse indivíduo consegue inspirar um volume de 4,0 L de ar que está à pressão ambiente e manter esse ar nos pulmões sob a pressão máxima tolerável, qual será o volume pulmonar dessa pessoa?

▶ **Dados:** Densidade do mercúrio = 13,6 g/cm<sup>3</sup>; densidade da água = 1,00 g/cm<sup>3</sup>; temperatura constante e  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

**26 FEI** Um gás perfeito encontra-se no interior de um cilindro metálico munido de um êmbolo e de uma torneira, o volume inicial do gás é  $V_0$  e a sua pressão inicial é  $P_0 = 4$  atm. Abre-se a torneira e desloca-se o êmbolo isotermicamente, de forma que a metade da massa do gás escape lentamente, ficando o gás residual reduzido a um volume igual a  $\frac{2}{3}$  do inicial. Qual a pressão do gás?



- 27 PUC-Minas** A pressão que um gás exerce, quando mantido em um recipiente fechado, deve-se:
- A ao choque entre as moléculas de gás.  
 B à força de atração entre as moléculas.  
 C ao choque das moléculas contra as paredes do recipiente.  
 D à força com que as paredes atraem as moléculas.

- 28 Unesp** Um mol de gás monoatômico, classificado como ideal, inicialmente à temperatura de 60 °C, sofre uma expansão adiabática, com realização de trabalho de 249 J. Se o valor da constante dos gases R é 8,3 J/(mol·K) e a energia interna de um mol desse gás é  $\left(\frac{3}{2}\right)RT$ , calcule o valor da temperatura ao final da expansão.

- 29 FICSAE 2018** A bomba de ar para bicicleta da figura possui 50,0 cm de comprimento interno para o deslocamento do pistão. Quando acoplada à câmara de ar totalmente vazia do pneu de uma bicicleta e com o pistão recuado de 45,0 cm, medido a partir da base da bomba, a pressão interna do ar é de 1,0 atm. Quando o ar é injetado sob pressão, em uma válvula tipo Schrader da câmara de ar, a força exercida pelo seu fluxo vence a força de retenção de uma mola, abrindo o obturador e permitindo sua entrada (veja a figura). É necessário uma pressão de 1,2 atm para que o obturador da válvula seja aberta, permitindo a entrada de ar em seu interior. De quantos centímetros deve ser deslocado o pistão para que isso seja possível, sabendo que, ao longo desse deslocamento, a temperatura do sistema não se altera?



- A 7,5  
 B 9,0  
 C 15,0  
 D 37,5

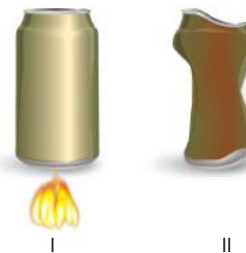
- 30 Fuvest** Em algumas situações de resgate, bombeiros utilizam cilindros de ar comprimido para garantir condições normais de respiração em ambientes com gases tóxicos. Esses cilindros, cujas características estão indicadas na tabela, alimentam máscaras que se acoplam ao nariz. Quando acionados, os cilindros fornecem para a respiração, a cada minuto, cerca de 40 litros de ar, à pressão atmosférica e temperatura ambiente. Nesse caso, a duração do ar de um desses cilindros seria de aproximadamente:

Cilindro para respiração	
Gás	ar comprimido
Volume	9 litros
Pressão interna	200 atm

Pressão atmosférica local = 1 atm  
 A temperatura durante todo o processo permanece constante.

- A 20 minutos.  
 B 30 minutos.  
 C 45 minutos.  
 D 60 minutos.  
 E 90 minutos.

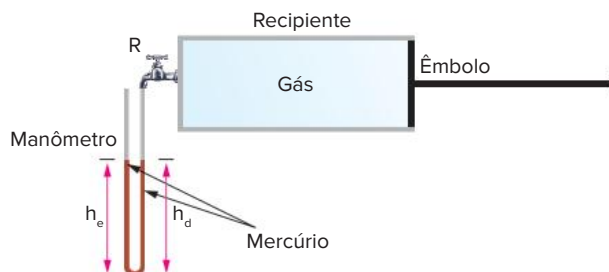
- 31 UFMG** Para se realizar uma determinada experiência,
- coloca-se um pouco de água em uma lata, com uma abertura na parte superior, destampada, a qual é, em seguida, aquecida, como mostrado na figura I;
  - depois que a água ferve e o interior da lata fica totalmente preenchido com vapor, esta é tampada e retirada do fogo;
  - logo depois, despeja-se água fria sobre a lata e observa-se que ela se contrai bruscamente, como mostrado na figura II.



Com base nessas informações, é correto afirmar que, na situação descrita, a contração ocorre porque:

- A a água fria provoca uma contração do metal das paredes da lata.  
 B a lata fica mais frágil ao ser aquecida.  
 C a pressão atmosférica esmaga a lata.  
 D o vapor frio, no interior da lata, puxa suas paredes para dentro.

- 32 UFMG** Para estudar o comportamento de um gás, um professor montou o sistema representado nesta figura:



Nesse sistema, um recipiente de volume  $V$ , dotado de um êmbolo e de um registro  $R$ , contém um gás que se comporta como um gás ideal. Um manômetro, que consiste em um tubo de vidro, em forma de U, que contém mercúrio, tem uma de suas extremidades conectada ao recipiente, por intermédio do registro  $R$ , e a outra extremidade aberta.

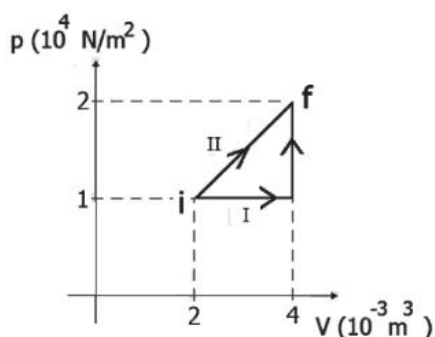
Inicialmente, o registro está aberto e o gás está à pressão atmosférica  $p_0$  e à temperatura ambiente  $T_0$ . Sejam  $d$  a densidade do mercúrio e  $h_e$  e  $h_d$  a altura das colunas de mercúrio, nos ramos da esquerda e da direita do tubo, respectivamente.

1. A partir de certo instante, o professor comprime o êmbolo, lentamente, para que o gás se mantenha à temperatura ambiente, até reduzir à metade o volume ocupado, no recipiente, pelo gás.

Considerando essa situação, determine a diferença de altura ( $h_e - h_d$ ) entre as duas colunas de mercúrio no tubo de vidro, em termos de  $p_0$ ,  $d$  e  $g$ .

2. Em seguida, o professor fecha o registro  $R$  e puxa o êmbolo, rapidamente, até este retornar à posição inicial. Isso feito, ele abre o registro  $R$  e, ao mesmo tempo, observa o nível de cada uma das colunas de mercúrio no tubo de vidro. Considerando essa nova situação, responda: A altura  $h_e$  é menor, igual ou maior que a altura  $h_d$ ? Justifique sua resposta.

- 33 UFRGS 2019** Um gás ideal contido em um cilindro com pistão pode ser levado de um estado inicial  $i$  até um estado final  $f$ , seguindo dois processos distintos, I e II, conforme ilustrado na figura abaixo.

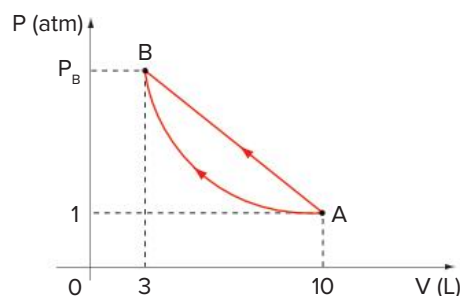


Os trabalhos  $W_I$  e  $W_{II}$ , realizados pelo gás nos processos I e II, valem respectivamente

- A 10 J e 30 J.
- B 20 J e 20 J.
- C 20 J e 30 J.
- D 30 J e 10 J.
- E 30 J e 20 J.

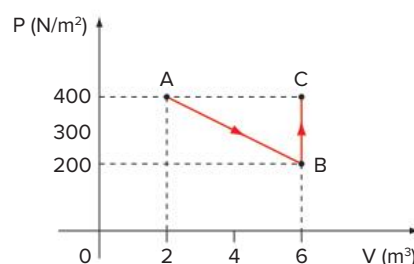
- 34 Fuvest** O diagrama PV da figura ilustra duas formas pelas quais o ar contido numa seringa de injeção pode ser comprimido desde um estado A até outro B. A linha curva representa uma transformação isotérmica e a reta uma transformação com temperatura variável.

Admita o ar como se fosse um gás ideal.



- a) Qual a pressão do ar no estado B?
- b) Em qual das duas transformações o trabalho realizado é maior? Explique.

- 35** Um gás perfeito sofre a transformação ABC indicada no diagrama pressão ( $P$ ) x volume ( $V$ ), dado a seguir.

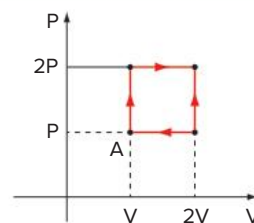


Determine o trabalho do sistema nas transformações:

- a) A para B.
- b) B para C.
- c) ABC.

- 36 Faap-SP** O diagrama representa o ciclo percorrido por 2 mols de gás perfeito. Sabendo que no estado A a temperatura é  $27^\circ\text{C}$ , qual é o trabalho realizado pelo gás no ciclo?

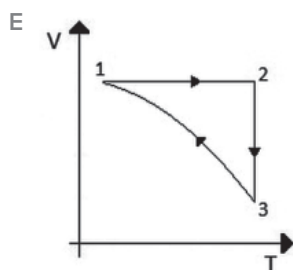
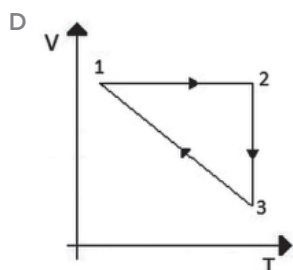
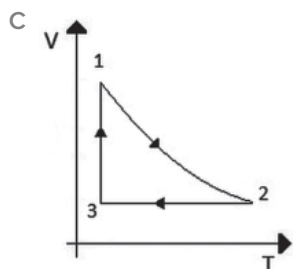
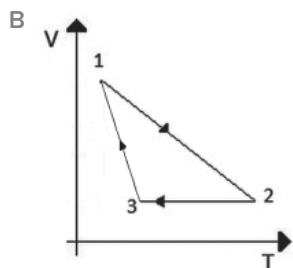
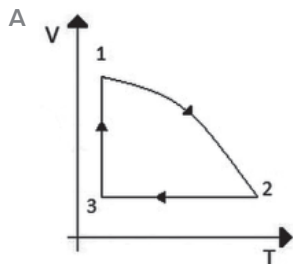
▶ Dado:  $R = 0,082 \text{ atm}\cdot\text{L/mol}\cdot\text{K}$ .



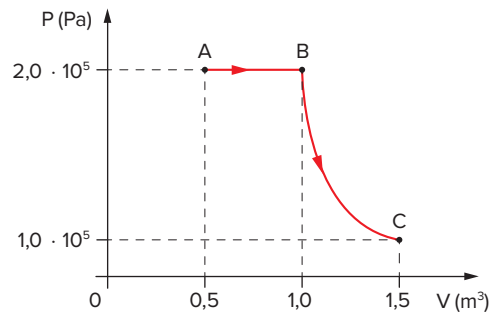
- 37 ITA** Na expansão livre de um gás ideal, quando o mesmo passa de um volume  $V_i$  para um volume  $V_f$ , pode-se afirmar que essa expansão pode ser descrita por:
- A uma expansão isotérmica.
  - B uma expansão adiabática irreversível, na qual a temperatura no estado líquido final é a mesma que a do estado inicial.
  - C uma expansão isobárica.
  - D um processo isovolumétrico.
  - E Nenhuma das afirmações acima está correta.

**38 UFRGS 2020** Uma amostra de gás ideal monoatômico encontra-se em um estado inicial 1. O gás sofre três transformações sucessivas até completar um ciclo: passa do estado 1 para o estado 2 através de uma compressão adiabática; depois, passa do estado 2 para o estado 3 através de uma transformação isocórica; e, finalmente, retorna ao estado inicial 1, sofrendo uma expansão isotérmica.

Qual dos diagramas volume ( $V$ )  $\times$  temperatura absoluta ( $T$ ) abaixo melhor representa esse ciclo?



**39 Unioeste** Um sistema termodinâmico percorre o caminho  $A \rightarrow B \rightarrow C$  representado no diagrama PV abaixo. Assinale a alternativa correta.



- A A transformação  $B \rightarrow C$  é isocórica.
- B O trabalho realizado pelo sistema no percurso  $A \rightarrow B$  é de  $5,0 \cdot 10^4$  J.
- C Se a temperatura do sistema no ponto A for de 300 K, no ponto B será de 150 K.
- D Se a transformação  $B \rightarrow C$  for adiabática, o sistema não trocará calor com o meio externo nessa transformação.
- E O ciclo  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$  pode ser fechado com uma transformação isotérmica.

**40 UFRJ** Um gás ideal em equilíbrio termodinâmico tem pressão de  $1,0 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>, volume de  $2,0 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup> e temperatura de 300 K. O gás é aquecido lentamente à pressão constante, recebendo uma quantidade de 375 J de calor até atingir um volume de  $3,5 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup>, no qual permanece em equilíbrio termodinâmico.

- a) Calcule a temperatura do gás em seu estado final de equilíbrio.
- b) Calcule a variação da energia interna do gás entre os estados inicial e final.

**41 Vunesp** A Primeira Lei da Termodinâmica diz respeito à:

- A dilatação térmica.
- B conservação da massa.
- C conservação da quantidade de movimento.
- D conservação da energia.
- E irreversibilidade do tempo.

**42 IME** Um gás ideal sofre uma expansão isotérmica, seguida de uma compressão adiabática. A variação total da energia interna do gás poderá ser nula se, dentre as opções abaixo, a transformação seguinte for uma:

- A compressão isotérmica.
- B expansão isobárica.
- C compressão isobárica.
- D expansão isocórica.
- E compressão isocórica.

**43 UnB (Adapt.)** Dois recipientes contêm, respectivamente, massas diferentes de um mesmo gás ideal, à mesma temperatura inicial. Fornecendo-se a cada um dos vasos quantidades iguais de calor, constata-se que suas temperaturas passam a ser  $T_1$  e  $T_2$ , diferentes entre si. Nessas circunstâncias, pode-se dizer que:

- as energias internas dos dois gases, que eram inicialmente iguais, após o fornecimento de calor continuam iguais.
- as energias internas, que eram inicialmente diferentes, continuam diferentes.
- as energias internas, que eram iguais, agora são diferentes.
- as energias internas variam.
- faltam dados para responder algo a respeito da variação da energia interna.

**44 UFMA** De acordo com a Primeira Lei da Termodinâmica, a variação da energia interna ( $\Delta U$ ) de um sistema é igual à diferença entre o calor trocado com o ambiente ( $Q$ ) e o trabalho realizado no processo termodinâmico ( $\tau$ ). Dessa forma, qual o valor de  $\Delta U$ , respectivamente, quando um gás ideal passa por uma transformação do tipo: isotérmica, isobárica, isométrica, adiabática, e cíclica?

- A zero,  $Q - \tau$ ,  $Q$ ,  $-\tau$ , zero.
- B  $Q - \tau$ ,  $Q$ , zero,  $-\tau$ , zero.
- C zero,  $Q$ ,  $Q - \tau$ , zero,  $-\tau$ .
- D  $Q$ ,  $-\tau$ ,  $Q - \tau$ , zero, zero.
- E  $-\tau$ ,  $Q$ , zero,  $Q - \tau$ , zero.

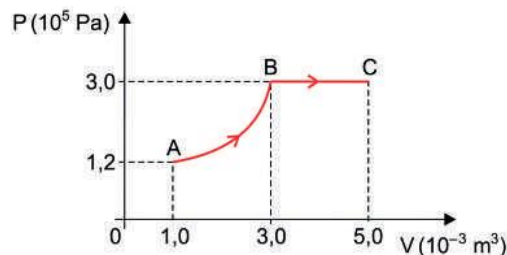
**45 Vunesp** O ciclo de Carnot, de importância fundamental na Termodinâmica, é constituído por um conjunto de transformações definidas. Num diagrama ( $P$ ,  $V$ ) você esboçaria esse ciclo usando:

- A uma isotérmica, uma isobárica, uma adiabática e uma isocórica.
- B duas isotérmicas e duas adiabáticas.
- C duas isobáricas e duas isocóricas.
- D duas isobáricas e duas isotérmicas.
- E uma isocórica, uma isotérmica e uma isobárica.

**46 EsPCEX 2019** Um gás ideal é comprimido por um agente externo, ao mesmo tempo em que recebe calor de 300 J de uma fonte térmica. Sabendo-se que o trabalho do agente externo é de 600 J, então a variação de energia interna do gás é

- A 900 J.
- B 600 J.
- C 400 J.
- D 500 J.
- E 300 J.

**47 FICSAE 2019** Para provocar a transformação gasosa ABC, representada no diagrama  $P \times V$ , em determinada massa constante de gás ideal, foi necessário fornecer-lhe 1400 J de energia em forma de calor, dos quais 300 J transformaram-se em energia interna do gás, devido ao seu aquecimento nesse processo.



Considerando não ter havido perda de energia, o trabalho realizado pelas forças exercidas pelo gás no trecho AB dessa transformação foi de

- A 600 J.
- B 400 J.
- C 500 J.
- D 1100 J.
- E 800 J.

**48 UFRGS 2020** Uma máquina de Carnot apresenta um rendimento de 40%, e a temperatura de sua fonte quente é 500 K. A máquina opera a uma potência de 4,2 kW e efetua 10 ciclos por segundo. Qual é a temperatura de sua fonte fria e o trabalho que a máquina realiza em cada ciclo?

- A 200 K – 42 J.
- B 200 K – 420 J.
- C 200 K – 42 000 J.
- D 300 K – 42 J.
- E 300 K – 420 J.

**49** Uma máquina a vapor recebe ar saturado de uma caldeira à temperatura de 227 °C e descarrega o vapor despendido à temperatura de 77 °C (diretamente no ar atmosférico). Se a máquina operasse segundo o ciclo de Carnot, o seu rendimento máximo, em porcentagem, seria de que valor?

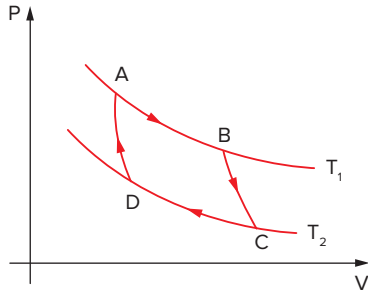
**50 Unioeste 2019** Em um sistema fechado, um gás ideal passa lentamente de um estado inicial 1 para um estado final 2 devido a uma expansão isotérmica. Assim, ao final deste processo termodinâmico,

- A o gás não terá absorvido energia na forma de calor uma vez que a temperatura no estado 1 é igual à temperatura no estado 2.
- B o trabalho realizado pelo gás será igual à variação da energia interna calculada entre o estado 2 e o estado 1.
- C o calor absorvido pelo gás será igual à variação da energia interna calculada entre o estado 2 e o estado 1.
- D o trabalho realizado sobre o gás será igual à energia por ele absorvida na forma de calor ao passar do estado 1 para o estado 2.
- E o trabalho realizado pelo gás será igual à energia por ele absorvida na forma de calor ao passar do estado 1 para o estado 2.

**51** Uma máquina opera entre duas fontes térmicas de temperaturas  $-23$  °C e 477 °C, rejeitando em cada ciclo 627 J de calor para a fonte fria. Para que essa máquina esteja operando no rendimento máximo teórico, quanto de calor, em calorias, deve estar recebendo da fonte quente?

▶ Dado: 1 cal = 4,18 J.

**52 UEM** O diagrama a seguir representa o ciclo de Carnot realizado por um gás ideal que sofre transformações em uma máquina térmica.



Com relação ao ciclo de Carnot, é correto afirmar que:

- A o gás sofre duas expansões isotérmicas.
- B o rendimento da máquina é de 100%.
- C o gás sofre uma expansão adiabática de B para C.
- D o gás sofre uma compressão adiabática de C para D.
- E o gás sofre uma compressão isotérmica de D para A.

**53 UEPB** Leia o texto a seguir.

A Revolução Industrial consistiu em um conjunto de mudanças tecnológicas com profundo impacto no processo produtivo em nível econômico e social. Iniciada na Inglaterra em meados do século XVIII, expandiu-se pelo mundo a partir do século XIX. James Hargreaves, 1764, na Grã-Bretanha, inventa a fiadora “spinning Jenny”, uma máquina de fiar rotativa que permitia a um único artesão fiar oito fios de uma só vez.

James Watt, 1768, inventa a máquina a vapor; Gottlieb Daimler, 1885, inventou um motor a explosão etc.

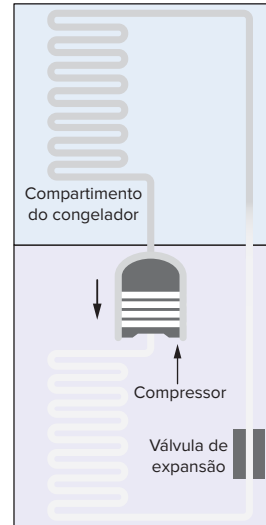
Acerca do assunto tratado no texto, em relação às máquinas térmicas, de acordo com a segunda lei da Termodinâmica, podemos afirmar:

- I. Nenhuma máquina térmica operando em ciclos pode retirar calor de uma fonte e transformá-lo integralmente em trabalho.
- II. A segunda lei da Termodinâmica se aplica aos refrigeradores, porque esses transferem calor da fonte fria para a fonte quente.
- III. O rendimento de uma máquina térmica que opera em ciclos pode ser de 100%.

Após a análise feita, verifica-se que é(são) correta(s) apenas a(s) proposição(ões):

- A II e III.                      C III.                      E I e II.
- B II.                              D I.

**54 Enem** A invenção da geladeira proporcionou uma revolução no aproveitamento dos alimentos, ao permitir que fossem armazenados e transportados por longos períodos. A figura apresentada ilustra o processo cíclico de funcionamento de uma geladeira, em que um gás no interior de uma tubulação é forçado a circular entre o congelador e a parte externa da geladeira. É por meio dos processos de compressão, que ocorre na parte externa, e de expansão, que ocorre na parte interna, que o gás proporciona a troca de calor entre o interior e o exterior da geladeira.

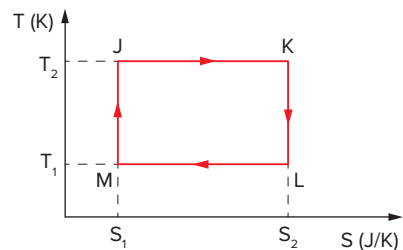


Disponível em: <http://home.howstuffworks.com>. (Adapt.).

Nos processos de transformação de energia envolvidos no funcionamento da geladeira:

- A a expansão do gás é um processo que cede a energia necessária ao resfriamento da parte interna da geladeira.
- B o calor flui de forma não espontânea da parte mais fria, no interior, para a mais quente, no exterior da geladeira.
- C a quantidade de calor cedida ao meio externo é igual ao calor retirado da geladeira.
- D a eficiência é tanto maior quanto menos isolado termicamente do ambiente externo for o seu compartimento interno.
- E a energia retirada do interior pode ser devolvida à geladeira abrindo-se a sua porta, o que reduz seu consumo de energia.

**55 ITA** Uma máquina térmica opera segundo o ciclo JKLMJ mostrado no diagrama T-S da figura.



Pode-se afirmar que:

- A o processo JK corresponde a uma compressão isotérmica.
- B o trabalho realizado pela máquina em um ciclo é  $W = (T_2 - T_1)(S_2 - S_1)$ .
- C o rendimento da máquina é dado por  $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ .
- D durante o processo LM, uma quantidade de calor  $Q_{LM} = T_1(S_2 - S_1)$  é absorvida pelo sistema.
- E outra máquina térmica que opere entre  $T_2$  e  $T_1$  poderia eventualmente possuir um rendimento maior que o desta.



## Geladeira solar

Pesquisadores da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) desenvolveram um novo sistema de refrigeração à base de energia solar, que poderá beneficiar produtores rurais de leite no Nordeste brasileiro.

O sistema resfria o leite por meio de um processo de absorção sólida. O projeto foi desenvolvido por Ana Rosa Mendes Primo, professora do Grupo de Engenharia Térmica do Departamento de Engenharia Mecânica da UFPE, e por Rogério Klüppel, professor aposentado da Universidade Federal da Paraíba (UFPB).

De acordo com Ana Rosa, o sistema, que atinge temperatura mínima de 7 °C, começou a ser desenvolvido em 2002, quando o Ministério da Agricultura estabeleceu novas normas técnicas para a coleta e o transporte de leite em propriedades rurais.

“A lei determina que todo tipo de leite deve ser refrigerado ainda no local de produção, o que causa dificuldades para os produtores, uma vez que a maioria tem acesso precário e caro à energia elétrica”, disse Ana Rosa à Agência FAPESP.

Contando só o leite bovino, Pernambuco produz cerca de 186 milhões de litros por ano. A bacia leiteira se concentra no agreste (71%). O sertão produz 16% e a zona da mata 10%. A atividade emprega cerca de 80 mil pessoas no estado.

Segundo a pesquisadora da UFPE, a tecnologia de refrigeração solar poderá contribuir para diminuir o êxodo rural em todo o Nordeste, aproveitando as condições climáticas favoráveis de céu limpo e pouca precipitação ao longo do ano.

O refrigerador é composto por um coletor solar plano, cujo interior é cheio de sílica gel – material usado para absorver umidade. O sistema tem uma válvula de passagem de água com acionamento manual.

“A sílica gel libera vapor d’água a partir da ação do sol. Quando o sol incide sobre o reator, o calor penetra no coletor e a sílica começa a expulsar o vapor d’água, que é direcionado para o condensador, liquefeito e acumulado em um recipiente”, disse.

Segundo Ana Rosa, no meio da tarde, quando o calor começa a diminuir, é preciso abrir a válvula para que a água desça para o evaporador, produzindo a refrigeração dos baldes de leite. “O vapor retorna pelo mesmo caminho pelo qual passou a água. Quando o sol volta a nascer, é hora de fechar a válvula e recomeçar o ciclo”, explicou.

Os pesquisadores trabalham agora para incorporar ao sistema um controle automático para a válvula, dispensando a abertura manual para a liberação da água no fim do dia. “A ideia é incorporar uma válvula solenoide operada por energia solar, criando um sistema independente para ela”, disse a pesquisadora.

Atualmente, uma produção de cem refrigeradores solares faria com que cada unidade custasse em torno de R\$ 5.000,00, na avaliação dos pesquisadores. “É um custo mais que razoável, levando em conta que o tempo de vida útil de cada equipamento é de 30 anos”, disse. Segundo Ana Rosa, a empresa paraibana Solartech, que pertence a Klüppel, pretende fabricar o equipamento.

Fábio de Castro. Agência Fapesp, 2 ago. 2007. Disponível em: <<http://agencia.fapesp.br/7534>>. Acesso em: 27 ago. 2020.

## Trocas de calor e a teoria do calórico

Até meados do século XIX, todos os processos termológicos eram justificados com base na teoria do calórico. Segundo essa teoria, todos os corpos possuíam uma substância denominada “calórico”, que era trocada espontaneamente quando corpos a temperaturas diferentes eram postos em contato.

Quando os corpos apresentassem a mesma temperatura, essa troca cessava. Embora o calórico justificasse inúmeros fatos experimentais, nunca foi identificado experimentalmente.

Deve-se a Benjamin Thompson (1753-1814) a primeira suspeita sobre a inexistência do calórico, quando supervisionava a fabricação de canhões para o governo da Bavária. Na operação de perfuração dos lingotes metálicos, os orifícios eram mantidos cheios de água, que era repostada à medida que se processava a evaporação. Esse aquecimento era provocado pelas ferramentas de corte que, em contato com a peça, desbastavam o metal constituinte do cano do canhão.

De início, Thompson aceitava que o metal perdia a sua capacidade de reter calórico ao ser desbastado, e, por isso, o calórico passava do metal para a água, provocando o aquecimento desta. Porém, ele notou que tal aquecimento continuava, mesmo quando cessava o desbastamento do metal, em virtude de as ferramentas perderem corte, fato que dificultava a explicação da passagem do calórico do metal para a água. Thompson lançou a hipótese segundo a qual o trabalho realizado era o responsável pelo aparecimento do calor que provocava o aquecimento da água. Essa hipótese é fortalecida pela experiência de Davy, que mostra a possibilidade de fundir pedaços de gelo atritando-os uns aos outros no interior de um recipiente mantido à temperatura inferior a 0 °C. Posteriormente, Mayer concluiu, como consequência de suas experiências realizadas no campo da Biologia, que o calor é uma entre as várias formas nas quais a energia pode se apresentar. Mayer chegou a calcular o trabalho posto em jogo e a quantidade de calor correspondente, a partir dos calores específicos, a pressão e a volume constantes, obtendo valor apenas aproximado, em decorrência de erros cometidos na medição desses calores específicos.

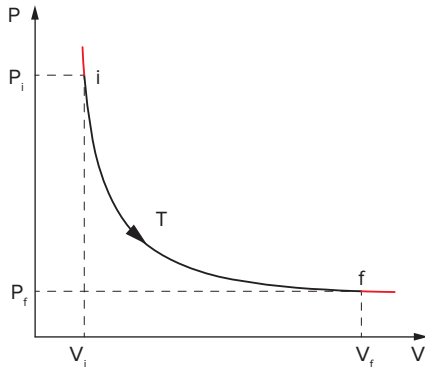
James Prescott Joule (1818-1889) mostrou em definitivo que a transformação de trabalho em calor é independente da maneira pela qual o trabalho é posto em jogo e que, nesse processo de conversão de energia, ao mesmo trabalho corresponde sempre a mesma quantidade de calor.

Os gases apresentam muitas propriedades físicas em comum; independentemente de sua natureza química, um **gás ideal**, ou gás perfeito, é aquele cujo comportamento se aproxima do observado na maioria dos gases reais.

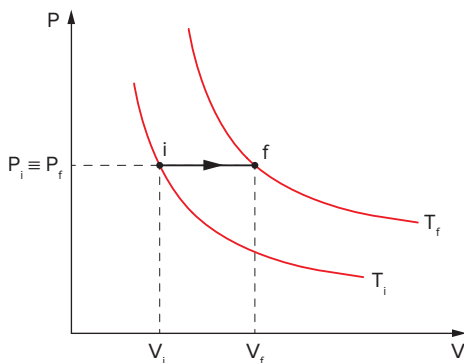
O comportamento térmico dos gases pode ser analisado, do ponto de vista macroscópico, por meio das **variáveis de estado, pressão, volume e temperatura**. O estado de equilíbrio de um gás pode ser caracterizado por três valores (P, V e T). A variação de pelo menos duas das variáveis de estado resulta em uma transformação gasosa.

**Transformação isotérmica:** (T = cte.) ⇒ PV = cte.

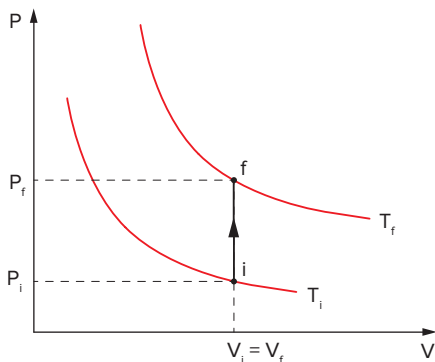
$$P_i V_i = P_f V_f$$



**Transformação isobárica:** (P = cte.) ⇒  $\frac{V}{T} = \text{cte.}$



**Transformação isométrica:** (V = cte.) ⇒  $\frac{P}{T} = \text{cte.}$



**Equação geral dos gases:**  $\frac{P_i V_i}{T_i} = \frac{P_f V_f}{T_f}$

**Equação de Clapeyron:** PV = nRT

A densidade, ou massa específica, de um gás ideal pode ser calculada pela equação de estado:

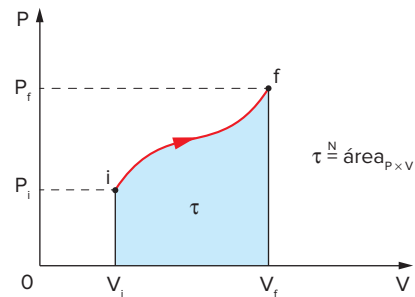
$$d = \frac{PM}{RT}$$

**Transformação adiabática:** não há troca de calor entre o sistema e o meio exterior.

$$Q = 0 \Rightarrow P \cdot V^\gamma = \text{cte.}$$

Em uma transformação gasosa, quando há variação no volume da massa de gás, pode haver expansão ou contração da massa gasosa. No caso de **expansão**, o gás realiza trabalho contra o exterior ( $\tau > 0$ ), no caso de **contração**, o exterior realiza trabalho contra o gás ( $\tau < 0$ ).

O trabalho realizado, do ponto de vista gráfico, qualquer que seja a transformação, é numericamente igual à área compreendida entre a curva que caracteriza a transformação, no diagrama P versus V, e o eixo dos volumes.



Quando um sistema troca calor e trabalho com o meio exterior, a **energia interna** do sistema é a diferença entre o calor e o trabalho trocados pelo sistema com o meio exterior, independentemente da trajetória. Esse enunciado é conhecido como **primeiro princípio da Termodinâmica**.

$$\Delta U = Q - \tau$$

Quando ocorre uma mudança de estado, o calor latente (L) torna-se importante para a variação da energia interna do sistema.

$$\Delta U = mL - \tau$$

Trabalho e calor são características das transformações que um sistema pode sofrer. Um sistema muda de um estado de equilíbrio para outro devido às trocas de calor. Quando um gás percorre um ciclo – em uma sequência de transformações, levando a **uma transformação cíclica** –, sua energia interna permanece constante, e o calor e o trabalho trocados pelo gás com o exterior são iguais.

O **rendimento** de um ciclo é a razão entre o trabalho que pode ser aproveitado em decorrência de o sistema percorrer o ciclo e a quantidade de calor fornecida ao sistema. Em um **ciclo de Carnot** o rendimento é:

$$\eta_{\text{Carnot}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

As condições pelas quais as transformações de um sistema podem ocorrer são estabelecidas pelo **segundo princípio da Termodinâmica**, que mostra que todos os processos naturais são irreversíveis.

Não pode existir um motor com rendimento de 100%, isto é, não pode existir um motor cuja fonte fria esta à temperatura igual ao zero absoluto, de acordo com o **terceiro princípio da Termodinâmica**.



Livro

- **PRIGOGINE, Ilya.** *Termodinâmica: dos motores térmicos às estruturas dissipativas.* São Paulo: Instituto Piaget, 1999.



Sites

- Máquinas térmicas e rendimento  
<[www.if.usp.br/gref/termo/termo4.pdf](http://www.if.usp.br/gref/termo/termo4.pdf)>. Acesso em: 17 ago. 2020.
- Lei do gás ideal e teoria cinética dos gases (em inglês)  
<<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/kinetic/idegas.html#c2>>. Acesso em: 17 ago. 2020.  
<<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/kinetic/kinthe.html#c1>>. Acesso em: 17 ago. 2020.

Exercícios complementares

**1 Fuvest 2020** Um mol de um gás ideal monoatômico é resfriado adiabaticamente de uma temperatura inicial  $T_1$  até uma temperatura final  $T_1/3$ .

Com base nessas informações, responda:

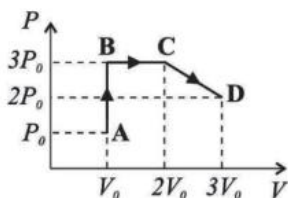
- O gás sofreu expansão ou compressão ao final do processo? Justifique sua resposta.
- Encontre o valor do trabalho realizado pelo gás nesse processo em termos da constante universal dos gases ideais  $R$  e de  $T_1$ .
- Encontre a razão entre as pressões final e inicial do gás após o processo.

► **Note e adote:** Em um processo adiabático, não há troca de calor com o ambiente.

Energia interna por mol de um gás ideal monoatômico:  $U = 3RT/2$ . Para o processo adiabático em questão, vale a relação  $PV^{5/3} = \text{constante}$ .

**2 UFPR 2019** O diagrama  $P \times V$  abaixo ilustra uma sequência de processos termodinâmicos executada por um gás ideal monoatômico, passando pelos pontos A, B, C e D, caracterizados pelos valores de pressão e volume apresentados no diagrama. Tendo em vista as informações apresentadas no diagrama, considere as seguintes afirmativas:

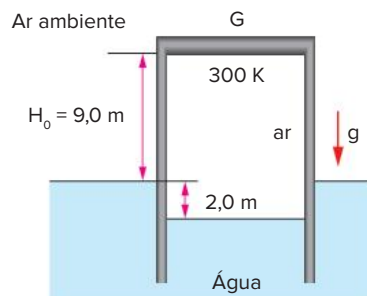
- O processo  $A \rightarrow B$  é isométrico.
- Os pontos C e D estão à mesma temperatura.
- O trabalho realizado pelo gás no processo  $B \rightarrow C$  é nulo.
- O processo  $C \rightarrow D$  é isobárico.



Assinale a alternativa correta.

- Somente as afirmativas 1 e 2 são verdadeiras.
- Somente as afirmativas 2 e 3 são verdadeiras.
- Somente as afirmativas 3 e 4 são verdadeiras.
- Somente as afirmativas 1, 2 e 4 são verdadeiras.
- As afirmativas 1, 2, 3 e 4 são verdadeiras.

**3 Fuvest** O gasômetro G, utilizado para o armazenamento de ar, é um recipiente cilíndrico, metálico, com paredes laterais de pequena espessura. G é fechado na sua parte superior, aberto na inferior que permanece imersa em água e pode se mover na direção vertical. G contém ar, inicialmente à temperatura de 300 K e o nível da água no seu interior se encontra 2,0 m abaixo do nível externo da água. Nessas condições, a tampa de G está 9,0 m acima do nível externo da água, como mostra a figura. Aquecendo-se o gás, o sistema se estabiliza numa nova altura de equilíbrio, com a tampa superior a uma altura  $H$ , em relação ao nível externo da água, e com a temperatura do gás a 360 K.



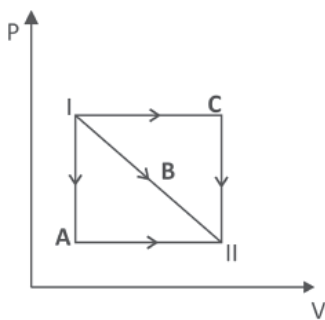
Supondo que o ar se comporte como um gás ideal, a nova altura  $H$  será, aproximadamente, igual a:

- 8,8 m
- 9,0 m
- 10,8 m
- 11,2 m
- 13,2 m

- 4 Fuvest** Uma certa massa de gás, inicialmente sob pressão  $P$  e com volume  $V$ , é submetida à seguinte sequência de transformações.
- 1ª A volume constante, é aquecida até que a pressão atinja o valor  $3P$ .
  - 2ª À pressão constante, é expandida até que o volume quadruple.
  - 3ª A volume constante, é levada à pressão inicial  $P$ .
  - 4ª À pressão constante, é levada ao volume  $V$ .
- a) Represente as transformações num diagrama pressão  $\times$  volume.
  - b) Qual o trabalho realizado pelo sistema?

- 5 PUC-SP** Um cilindro dotado de êmbolo, protegido por um perfeito isolante térmico, contém determinada massa de gás à temperatura absoluta  $T_1$ . No interior do cilindro, há também um resistor  $R$ , alimentado por um circuito externo. Fazendo-se passar uma corrente no resistor, o volume do gás aumenta, deslocando o êmbolo contra a pressão atmosférica, até alcançar a posição de equilíbrio. Desprezam-se os atritos.
- Tem-se aí um exemplo de transformação:
- A adiabática, devido ao isolante térmico.
  - B isotérmica, pois a temperatura final será igual à inicial.
  - C isocórica, reversível.
  - D isobárica, pois a pressão atmosférica é constante.
  - E isocórica, irreversível.

- 6 Fuvest 2019** No diagrama  $P \times V$  da figura, A, B e C representam transformações possíveis de um gás entre os estados I e II.



Com relação à variação  $\Delta U$  da energia interna do gás e ao trabalho  $W$  por ele realizado, entre esses estados, é correto afirmar que

- A  $\Delta U_A = \Delta U_B = \Delta U_C$  e  $W_C > W_B > W_A$ .
  - B  $\Delta U_A > \Delta U_C > \Delta U_B$  e  $W_C = W_A < W_B$ .
  - C  $\Delta U_A < \Delta U_B < \Delta U_C$  e  $W_C > W_B > W_A$ .
  - D  $\Delta U_A = \Delta U_B = \Delta U_C$  e  $W_C = W_A > W_B$ .
  - E  $\Delta U_A > \Delta U_B > \Delta U_C$  e  $W_C = W_B = W_A$ .
- 7 UFPE** Um gás perfeito, a  $30^\circ\text{C}$  de temperatura, está contido em um recipiente de  $1000\text{ cm}^3$ . Aumentando-se a pressão inicial de  $10\text{ N/m}^2$  para  $50\text{ N/m}^2$  e reduzindo-se o volume para  $200\text{ cm}^3$ , qual será sua temperatura no final do processo?

- 8 UEG** Para aplicarmos a equação  $pV = nRT$  dos gases perfeitos, indicando  $P$  em atmosferas,  $V$  em litros,  $T$  em  $K$ , devemos utilizar para  $R$  o valor numérico:
- A  $\frac{273}{22,4}$
  - B  $\frac{22,4}{273}$
  - C  $\frac{1}{22,4}$
  - D  $\frac{1}{273}$
  - E  $273$

- 9 Cesgranrio** Uma determinada quantidade de gás ideal tem a sua temperatura aumentada, isobaricamente, de  $300\text{ K}$  para  $375\text{ K}$ . Neste processo, a massa específica do gás varia de  $d_1$  para  $d_2$ . Qual a relação existente entre essas massas específicas?

- 10 Vunesp** A densidade do nitrogênio, considerado como gás ideal, nas condições normais de temperatura e pressão é de  $1,25\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Qual será a massa de  $10\text{ L}$  de nitrogênio à pressão de  $700\text{ mmHg}$  e a  $40^\circ\text{C}$ ?

- 11 Fuvest** Um barômetro de mercúrio, com escala graduada em  $\text{mmHg}$ , fornece leituras erradas da pressão atmosférica pelo fato de conter um pouco de ar na parte superior do tubo. Num local onde o valor da pressão é de  $759\text{ mmHg}$  o barômetro indica  $754\text{ mmHg}$ ; noutro local, onde o valor real é de  $744\text{ mmHg}$ , ele indica  $742\text{ mmHg}$ . Considere que o ar e o mercúrio estão sempre em equilíbrio térmico e que as medições foram feitas à mesma temperatura (aproximadamente  $20^\circ\text{C}$ ). Qual é, em milímetros, o valor do comprimento  $L$  do tubo? (Desprezar a pressão de vapor do mercúrio na parte superior do tubo).

- |       |       |
|-------|-------|
| A 760 | D 766 |
| B 762 | E 768 |
| C 764 |       |

- 12 Unicamp** Uma bolha de ar com  $1,0\text{ mm}^3$  de volume forma-se no fundo de um lago de  $5,0\text{ m}$  de profundidade e sobe à superfície. A temperatura no fundo do lago é de  $17^\circ\text{C}$  e, na superfície, de  $27^\circ\text{C}$ .
- a) Qual é a pressão no fundo do lago?
  - b) Admitindo que o ar seja um gás ideal, calcule o volume da bolha quando ela atinge a superfície do lago.

► Dados:  $P_0 = 1\text{ atm} \approx 10^5\text{ N/m}^2$ ;  $d_{\text{água}} = 10^3\text{ kg/m}^3$ .

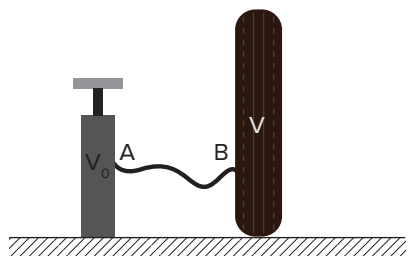
- 13 PUC-SP** Uma caixa cúbica de lado  $L = 0,4\text{ m}$  é dividida em duas partes I e II, de volumes iguais, por uma fina placa retangular. Inicialmente a temperatura em

ambas é de 27 °C, encerrando cada uma delas um gás ideal em quantidades iguais, 0,02 mol. A seguir aquece-se o gás contido em I a 47 °C, mantendo-se o gás contido em II a 27 °C. Supondo que não haja deformação da placa e que a quantidade molar em cada uma das partes seja mantida, a força resultante dos gases sobre a placa tem valor aproximadamente igual a:

► Dado:  $R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$ .

- A 132,8 N      C 62,4 N      E 8,3 N  
B 124,5 N      D 16,6 N

- 14 ITA** Na figura, temos uma bomba de bicicleta, com que se pretende encher uma câmara de ar de volume  $V$ . A e B são válvulas que impedem a passagem do ar em sentido inverso. A operação se faz isotermicamente e o volume da bomba descomprimida (à pressão atmosférica  $P_0$ ) é  $V_0$ . Inicialmente, a câmara está completamente vazia.



Após  $N$  compressões da bomba, a pressão da câmara será:

- A  $P_0 \left( 1 + N \frac{V}{V_0} \right)$   
B  $NP_0$   
C  $\frac{NP_0 V}{V_0}$   
D  $\frac{NP_0 V_0}{V}$   
E  $\frac{NP_0 (V + V_0)}{V_0}$

- 15 FNM** Uma certa quantidade de oxigênio está encerrada num reservatório de volume praticamente invariável e igual a 5,0 litros. A pressão do gás é de 2,0 atm, quando sua temperatura é de 27 °C. Pede-se calcular:
- o volume do gás, em CNTP.
  - que pressão exerceria o gás sobre as paredes do reservatório se sua temperatura fosse elevada até 600 K.

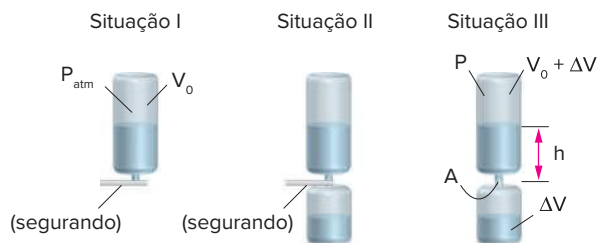
- 16 EFE** 100 moléculas-grama de oxigênio e 89,6 litros de nitrogênio são colocados num balão de  $1,0 \text{ m}^3$  de capacidade, mantido à temperatura de 273 K.

Sabendo-se que a pressão e a temperatura iniciais do nitrogênio eram, respectivamente, 2,0 atm e 273 °C, Determine a pressão final da mistura.

► Dado:  $O_2 = 32$  e  $N_2 = 28$ .

- 17 ITA** Um frasco aberto contém ar a 7 °C. Calcular a que temperatura deve ser aquecido o frasco a fim de que escape  $\frac{1}{4}$  do ar nele contido.

- 18 Fuvest** Para se estimar o valor da pressão atmosférica,  $P_{\text{atm}}$ , pode ser utilizado um tubo comprido, transparente, fechado em uma extremidade e com um pequeno gargalo na outra. O tubo, aberto e parcialmente cheio de água, deve ser invertido, segurando-se um cartão que feche a abertura do gargalo (Situação I). Em seguida, deve-se mover lentamente o cartão de forma que a água possa escoar, sem que entre ar, coletando-se a água que sai em um recipiente (Situação II). A água para de escoar quando a pressão no ponto A, na abertura, for igual à pressão atmosférica externa, devendo-se, então, medir a altura  $h$  da água no tubo (Situação III).



Valores medidos	
$V_0$	500 mL
$\Delta V$	25 mL
$h$	50 cm

Em uma experiência desse tipo, foram obtidos os valores, indicados na tabela, para  $V_0$ , volume inicial do ar no tubo,  $\Delta V$ , volume da água coletada no recipiente e  $h$ , altura final da água no tubo. Em relação a essa experiência, e considerando a Situação III:

- determine a razão  $R = P/P_{\text{atm}}$ , entre a pressão final  $P$  do ar no tubo e a pressão atmosférica.
- escreva a expressão matemática que relaciona, no ponto A, a  $P_{\text{atm}}$  com a pressão  $P$  do ar e a altura  $h$  da água dentro do tubo.
- estime, utilizando as expressões obtidas nos itens anteriores, o valor numérico da pressão atmosférica  $P_{\text{atm}}$ , em  $\text{N/m}^2$ .

► Note e adote: Considere a temperatura constante e despreze os efeitos da tensão superficial.

- 19 Unesp** Crianças do norte da Europa, ao saírem de uma festa na casa de um dos amiguinhos durante um inverno rigoroso, entristeceram-se ao ver que as “bexigas”



que levavam murcharam. Ao chegarem em suas casas, notaram que as bexigas voltaram ao normal. Supondo que seja válida a aplicação da lei dos gases perfeitos a essa situação e considerando que a temperatura dentro das casas era de  $25\text{ }^\circ\text{C}$  e fora delas,  $-15\text{ }^\circ\text{C}$ , faça uma estimativa da variação percentual do volume da bexiga ao sair das casas. Supondo, agora, que a bexiga foi cheia ao ar livre e, depois, levada para o interior da casa do aniversariante, a fim de evitar tamanha decepção, calcule novamente a variação percentual do volume e diga se o processo é simétrico. Considere  $0\text{ }^\circ\text{C} = 273\text{ K}$ .

**20 Unioeste** Assinale a alternativa correta.

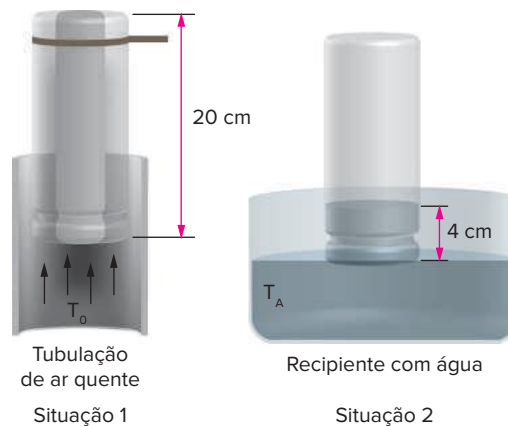
- A Um submarino que suporta uma pressão externa de  $12,0\text{ atm}$  pode descer até  $150\text{ m}$  de profundidade no mar, sem que o casco se rompa, supondo que a água é incompressível.
- B A cidade de Cascavel está a uma altitude de  $781\text{ m}$  acima do nível do mar. No entanto, a pressão atmosférica em Cascavel tem o mesmo valor que a pressão atmosférica no Rio de Janeiro, que se encontra ao nível do mar, porque a pressão exercida pelos gases é constante.
- C Uma bomba de água deve produzir uma pressão manométrica de  $5,0\text{ Pa}$  para levar a água ao topo de um edifício de  $50\text{ m}$ .
- D Para manter o ambiente agradável para seus tripulantes, um avião tem a cabine pressurizada. Isso significa que a pressão interna é maior do que a externa, quando ele voa a grandes altitudes.
- E A experiência de Torricelli comparou a pressão exercida por uma coluna de mercúrio com a pressão atmosférica. Neste experimento, é necessário conhecer o diâmetro do tubo que contém o mercúrio, porque a pressão de uma coluna líquida depende do seu volume.

**21 UFCE** Um cilindro de área de seção reta  $S$  e comprimento  $L$ , completamente isolado, é dividido em partições A e B, ambas de volumes iguais, por uma parede diatérmica, móvel e impermeável. Cada partição é preenchida com um gás ideal, de modo que a partição A possui o dobro do número de mols da partição B. Ambas as partições encontram-se em uma mesma temperatura  $T$  durante o processo. Despreze quaisquer efeitos de atrito e, quando o sistema estiver em equilíbrio, determine:

- a) os volumes das partições A e B em função de  $S$  e  $L$ .
- b) o módulo do deslocamento da parede em função de  $L$ .

**22 Fuvest** Para medir a temperatura  $T_0$  do ar quente expelido, em baixa velocidade, por uma tubulação, um jovem utilizou uma garrafa cilíndrica vazia, com área da base  $S = 50\text{ cm}^2$  e altura  $H = 20\text{ cm}$ . Adaptando um suporte isolante na garrafa, ela foi suspensa

sobre a tubulação por alguns minutos, para que o ar expelido ocupasse todo o seu volume e se estabelecesse o equilíbrio térmico a  $T_0$  (Situação 1). A garrafa foi, então, rapidamente colocada sobre um recipiente com água mantida à temperatura ambiente  $T_A = 27\text{ }^\circ\text{C}$ . Ele observou que a água do recipiente subiu até uma altura  $h = 4\text{ cm}$ , dentro da garrafa, após o ar nela contido entrar em equilíbrio térmico com a água (Situação 2).

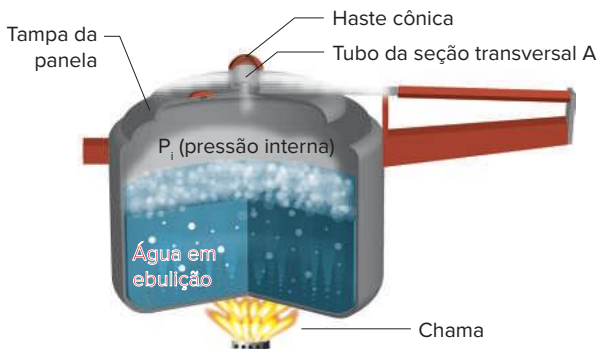


Estime:

- a) o volume  $V_A$ , em  $\text{cm}^3$ , do ar dentro da garrafa, após a entrada da água, na Situação 2.
- b) a variação de pressão  $\Delta P$ , em  $\text{N/m}^2$ , do ar dentro da garrafa, entre as Situações 1 e 2.
- c) a temperatura inicial  $T_0$ , em  $^\circ\text{C}$ , do ar da tubulação, desprezando a variação de pressão do ar dentro da garrafa.

► **Note e adote:**  $P \cdot V = nRT$   
 $T(\text{K}) = T(^\circ\text{C}) + 273$

**23 UFMS** A válvula da tampa da panela de pressão é um dispositivo regulador da pressão interna  $P_i$  de cozimento dos alimentos, evitando que a pressão ultrapasse limites que comprometam a segurança do usuário. Para isso, a válvula possui uma massa  $M$  predeterminada; e com uma haste cônica no seu centro que se encaixa no orifício de um tubo cilíndrico por onde sai o vapor. No início do aquecimento da água, a pressão interna  $P_i$  não é suficiente para equilibrar a força peso na válvula, e assim, a haste cônica obstrui a saída de vapor pelo tubo, fazendo aumentar a pressão interna  $P_i$ . Quando a pressão interna  $P_i$  atinge um valor que é suficiente para levantar a válvula, o vapor começa a escapar do interior da panela pelo tubo, regulando assim a pressão interna para cozimento, que chamaremos de  $P_{ic}$ . Como a temperatura para a água entrar em ebulição depende da pressão, e a pressão interna  $P_{ic}$  de cozimento é superior à da pressão ambiente  $P_0$ , assim, os alimentos são cozidos em pressão e temperatura maiores que em panelas comuns com tampas abertas. Considere a seção transversal do tubo por onde sai o vapor igual a  $A$ , veja a figura e, com base nessas informações, assinale a alternativa correta.



- A Durante o cozimento, quando a água já entrou em ebulição, se aumentar a chama na base da panela, a temperatura da água em ebulição também aumenta.
- B A pressão interna  $P_{ic}$  pode ser determinada multiplicando o valor da força peso ( $Mg$ ) na válvula pelo valor da seção transversal ( $A$ ) do tubo.
- C Se trocarmos apenas o tubo de saída por um outro de maior seção transversal, a pressão interna  $P_{ic}$  de cozimento atingirá valores maiores.
- D Se trocarmos apenas a válvula por outra de menor peso, a pressão interna  $P_{ic}$  e a temperatura de cozimento diminuirão.
- E Durante o cozimento quando o vapor já está saindo pela extremidade do tubo, a força aplicada na válvula pela pressão interna  $P_{ic}$  é igual à força aplicada na válvula pela pressão atmosférica  $P_0$ .

- 24 UFRJ** Um balão, contendo um gás ideal, é usado para levantar cargas subaquáticas. A uma certa profundidade, o gás nele contido está em equilíbrio térmico com a água a uma temperatura absoluta  $T_0$  e a uma pressão  $P_0$ . Quando o balão sai da água, depois de levantar a carga, o gás nele contido entra em equilíbrio térmico com o ambiente a uma temperatura absoluta  $T$  e a uma pressão  $P$ .

Supondo que o gás no interior do balão seja ideal e sabendo que  $\frac{P_0}{P} = \frac{3}{2}$  e  $\frac{T_0}{T} = 0,93$ , calcule a razão  $\frac{V_0}{V}$  entre o volume  $V_0$  do gás quando o balão está submerso e o volume  $V$  do mesmo gás quando o balão está fora da água.

- 25 UEL** Uma seringa hipodérmica comum, com 10 mL de ar, tem seu bico tapado com o dedo por uma das mãos de um estudante. Com a outra mão, e fazendo bastante força, o estudante comprime o ar até o êmbolo alcançar 1,5 mL e observa que o vapor de água, misturado ao ar, condensa-se no interior da seringa, formando uma suave neblina. Querendo avaliar a pressão exercida sobre o gás para haver a mudança de estado, o estudante se lembra das aulas de Física e considera o gás como sendo ideal e  $P_0$  a pressão atmosférica local, aproximando a transformação realizada por ele a uma transformação isotérmica até começar a condensação.

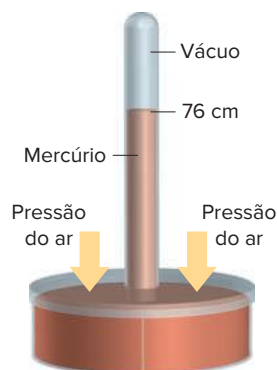
Baseado nesse experimento, o estudante fez um cálculo obtendo o valor de acréscimo de pressão necessário à mudança de estado do vapor de água. Assinale a alternativa que indica o valor correto obtido.

- A  $0,15P_0$   
 B  $1,50P_0$   
 C  $5,00P_0$   
 D  $6,67P_0$   
 E  $5,67P_0$

- 26 Fuvest** Em um *freezer*, muitas vezes, é difícil repetir a abertura da porta, pouco tempo após ter sido fechado, devido à diminuição da pressão interna. Essa diminuição ocorre porque o ar que entra, à temperatura ambiente, é rapidamente resfriado até a temperatura de operação, em torno de  $-18^\circ\text{C}$ . Considerando um *freezer* doméstico, de 280 L, bem vedado, em um ambiente a  $27^\circ\text{C}$  e pressão atmosférica  $P_0$ , a pressão interna poderia atingir o valor mínimo de: Considere que todo o ar no interior do *freezer*, no instante em que a porta é fechada, está à temperatura do ambiente.

- A 35% de  $P_0$   
 B 50% de  $P_0$   
 C 67% de  $P_0$   
 D 85% de  $P_0$   
 E 95% de  $P_0$

- 27 UEPB** A atmosfera terrestre é composta por vários gases, formando uma imensa camada de ar que é atraída pela força de gravidade da Terra e, portanto, tem peso. Se não o tivesse, ela escaparia da Terra, dispersando-se pelo espaço. Devido ao seu peso, a atmosfera exerce uma pressão, chamada pressão atmosférica, sobre todos os objetos nela imersos. Foi o físico italiano Evangelista Torricelli (1608-1647) quem realizou uma experiência para determinar a pressão atmosférica ao nível do mar. Ele usou um tubo, de aproximadamente 1,0 m de comprimento, cheio de mercúrio (Hg) e com a extremidade tampada. Depois, colocou o tubo, em pé e com a boca tampada para baixo, dentro de um recipiente que também continha mercúrio. Torricelli observou que, após destampar o tubo, o nível do mercúrio desceu e estabilizou-se na posição correspondente a 76 cm, restando o vácuo na parte vazia do tubo.



Com base nessas informações, é correto afirmar que, se a experiência de Torricelli for realizada:

- A no Monte Everest, a altura da coluna de mercúrio será maior que ao nível do mar.
- B ao nível do mar, porém com água, cuja densidade é cerca de 13,6 vezes menor que a do mercúrio, a altura da coluna de água será aproximadamente igual a 10,3 m.
- C ao nível do mar, porém com água, que apresenta densidade muito inferior à do mercúrio, a altura da coluna de água seria imperceptível.
- D ao nível do mar, com um líquido mais denso que o mercúrio, o tubo de vidro deveria ter maior comprimento.
- E com Barômetros de Torricelli, estes permitem determinar, através da medida da altitude de um lugar, a pressão atmosférica.

**28 Enem** A energia geotérmica tem sua origem no núcleo derretido da Terra, onde as temperaturas atingem 4 000 °C. Essa energia é primeiramente produzida pela decomposição de materiais radioativos dentro do planeta. Em fontes geotérmicas, a água, aprisionada em um reservatório subterrâneo, é aquecida pelas rochas ao redor e fica submetida a altas pressões, podendo atingir temperaturas de até 370 °C sem entrar em ebulição. Ao ser liberada na superfície, à pressão ambiente, ela se vaporiza e se resfria, formando fontes ou gêiseres. O vapor de poços geotérmicos é separado da água e é utilizado no funcionamento de turbinas para gerar eletricidade. A água quente pode ser utilizada para aquecimento direto ou em usinas de dessalinização.

Roger A. Hinrichs. *Energia e Meio Ambiente*. Ed. ABDR. (Adapt.).

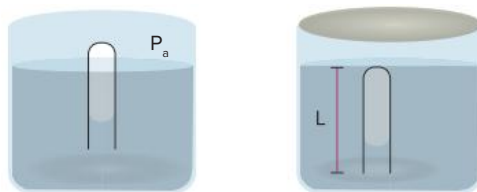
Sob o aspecto da conversão de energia, as usinas geotérmicas:

- A funcionam com base na conversão de energia potencial gravitacional em energia térmica.
- B transformam inicialmente a energia solar em energia cinética e, depois, em energia térmica.
- C podem aproveitar a energia química transformada em térmica no processo de dessalinização.
- D assemelham-se às usinas nucleares no que diz respeito à conversão de energia térmica em cinética e, depois, em elétrica.
- E utilizam a mesma fonte primária de energia que as usinas nucleares, sendo, portanto, semelhantes os riscos decorrentes de ambas.

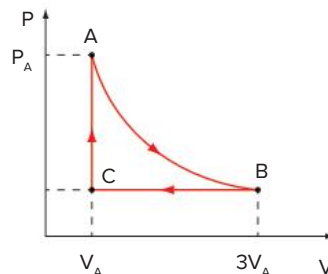
**29 ITA** Para ilustrar os princípios de Arquimedes e de Pascal, Descartes emborcou na água um tubo de ensaio de massa  $m$ , comprimento  $L$  e área da seção transversal  $A$ . Sendo  $g$  a aceleração da gravidade,  $\rho$  a massa específica da água, e desprezando variações de temperatura no processo, calcule:

- a) o comprimento da coluna de ar no tubo, estando o tanque aberto sob pressão atmosférica  $P_a$ .
- b) o comprimento da coluna de ar no tubo, de modo que a pressão no interior do tanque fechado

possibilite uma posição de equilíbrio em que o topo do tubo se situe no nível da água (ver figura).



**30 Vunesp** Considere a transformação ABC sofrida por uma certa quantidade de gás, que se comporta como gás ideal, representada pelo gráfico pressão versus volume a seguir.



A transformação AB é isotérmica. São conhecidas: a pressão  $P_A$  e o volume  $V_A$  do gás no estado A e o volume  $3V_A$  do gás no estado B.

Determine, em função desses dados:

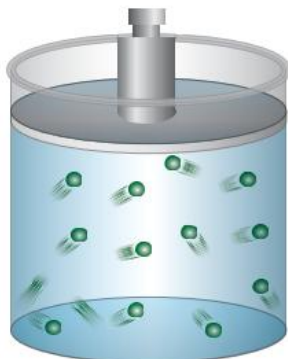
- a) a pressão  $P_B$  do gás no estado B.
- b) o trabalho  $T$  realizado pelo gás na transformação BC.

**31 Uefs 2017** A primeira lei da termodinâmica para sistemas fechados foi originalmente comprovada pela observação empírica, no entanto é hoje considerada como a definição de calor através da lei da conservação da energia e da definição de trabalho em termos de mudanças nos parâmetros externos de um sistema.

Com base nos conhecimentos sobre a Termodinâmica, é correto afirmar:

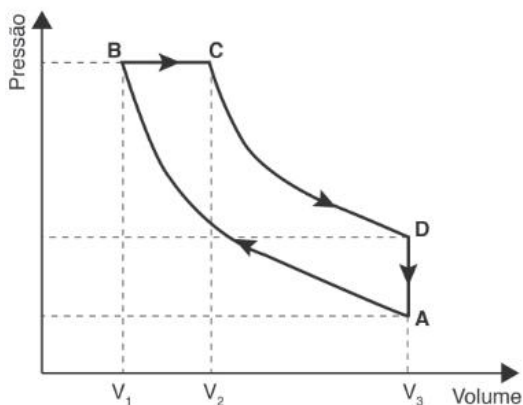
- A A energia interna de uma amostra de um gás ideal é função da pressão e da temperatura absoluta.
- B Ao receber uma quantidade de calor  $Q$  igual a 48,0 J, um gás realiza um trabalho igual a 16,0 J, tendo uma variação da energia interna do sistema igual 64,0 J.
- C Quando se fornece a um sistema certa quantidade de energia  $Q$ , esta energia pode ser usada apenas para o sistema realizar trabalho.
- D Nos processos cíclicos, a energia interna não varia, pois volume, pressão e temperatura são iguais no estado inicial e final.
- E A energia interna, o trabalho realizado e a quantidade de calor recebida ou cedida independem do processo que leva o sistema do estado inicial A até um estado final B.

- 32 Fuvest** A figura abaixo representa um cilindro com êmbolo móvel de massa  $m = 200 \text{ kg}$  e área  $S = 100 \text{ cm}^2$ , que contém inicialmente 2,4 litros de um gás ideal à temperatura de  $27^\circ \text{C}$ . Aquece-se o sistema até a temperatura estabilizar em  $127^\circ \text{C}$ . A pressão atmosférica é igual a  $10^5 \text{ N/m}^2$ .



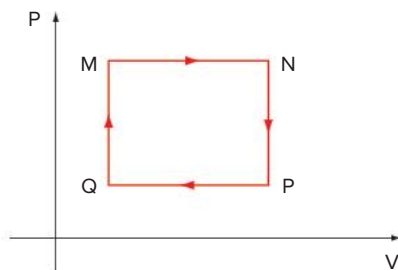
- Qual o volume final do gás?
- Qual o trabalho mecânico realizado?

- 33 Enem 2017** Rudolf Diesel patenteou um motor a combustão interna de elevada eficiência, cujo ciclo está esquematizado no diagrama pressão  $\times$  volume. O ciclo Diesel é composto por quatro etapas, duas das quais são transformações adiabáticas. O motor de Diesel é caracterizado pela compressão de ar apenas, com a injeção do combustível no final.



No ciclo Diesel, o calor é absorvido em:

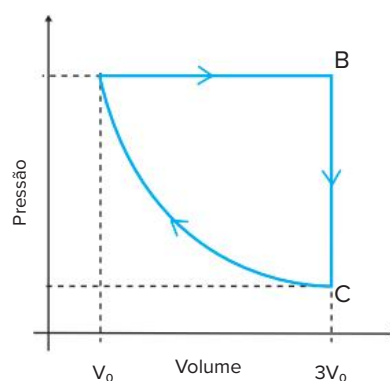
- $A \rightarrow B$  e  $C \rightarrow D$ , pois em ambos ocorre realização de trabalho.
  - $A \rightarrow B$  e  $C \rightarrow D$ , pois em ambos ocorre elevação de temperatura.
  - $C \rightarrow D$ , pois representa uma expansão adiabática e o sistema realiza trabalho.
  - $A \rightarrow B$ , pois representa uma compressão adiabática em que ocorre elevação de temperatura.
  - $B \rightarrow C$ , pois representa expansão isobárica em que o sistema realiza trabalho e a temperatura se eleva.
- 34** Uma certa massa de gás realiza uma transformação cíclica MNPQM, conforme representada pelo gráfico da pressão  $P$  em função do volume  $V$ .



Nesse ciclo:

- a energia interna do gás aumenta.
- o gás fornece calor ao exterior.
- a energia interna do gás diminui.
- o gás não troca calor com o exterior.
- o gás recebe calor do exterior.

- 35 Uefs 2018** Uma massa constante de gás ideal sofre a transformação cíclica ABCA representada no gráfico.



Sabendo que a transformação CA é isotérmica, a respeito das variáveis de estado pressão ( $P$ ) e temperatura ( $T$ ), é correto afirmar que

- $P_C = 3 \cdot P_A$
- $T_C = 3 \cdot T_A$
- $T_A = 3 \cdot T_B$
- $P_B = 3 \cdot P_C$
- $P_B = 3 \cdot P_A$

- 36 FCC** Um gás perfeito pode ser levado de um estado A para um estado B através de várias transformações e em cada uma delas o gás recebe uma certa quantidade de trabalho e calor. Considere as seguintes proposições.

- Em diferentes transformações a quantidade de trabalho e calor varia, mas a soma algébrica de ambos é sempre a mesma.
- A soma algébrica do trabalho e do calor em qualquer uma das transformações mede o incremento da energia interna.
- A soma algébrica do trabalho e do calor para cada transformação depende das características dos diferentes percursos.

Pode-se afirmar que:

- apenas I é verdadeira.
- apenas II é verdadeira.
- apenas III é verdadeira.
- apenas I e II são verdadeiras.
- apenas II e III são verdadeiras.

**37 PUC-SP** Você já deve ter notado que, após bater palmas durante algum tempo, suas mãos tornam-se mais quentes. Esse fato é explicado porque:

- A aumenta a circulação sanguínea, com aumento da produção de calor.
- B o movimento das mãos pode variar a temperatura do ambiente, devido ao atrito com o ar.
- C o trabalho mecânico executado pelas mãos se transforma em energia térmica, que varia a temperatura das mãos.
- D durante o movimento, as mãos absorvem energia térmica do ambiente, o que varia sua temperatura.

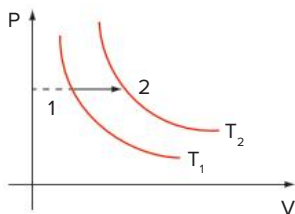
**38 Uece 2019** Considere um gás ideal que sofre uma compressão pela realização de trabalho sobre o recipiente que o contém. Este trabalho tem a mesma unidade de medida de

- A razão entre pressão e volume.
- B produto de pressão por temperatura.
- C razão entre temperatura e pressão.
- D produto de pressão por volume.

**39 UEM** A temperatura de 500 g de um gás perfeito é aumentada de 20 °C para 140 °C. Se o processo é feito à pressão constante, qual o trabalho realizado pelo gás, em calorías?

▶ **Dado:**  $c_v = 0,18 \text{ cal/(g}\cdot\text{°C)}$  e  $c_p = 0,25 \text{ cal/(g}\cdot\text{°C)}$ .

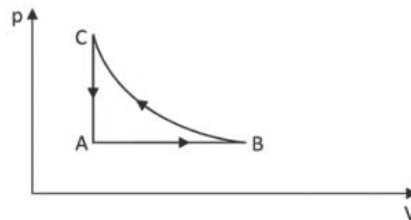
**40 ITA** O diagrama caracteriza uma transformação 1 → 2 na qual:



- A não ocorre variação na energia interna do sistema;
- B o sistema não troca calor com o exterior;
- C o sistema não realiza trabalho ao passar de (1) para (2);
- D o calor posto em jogo é integralmente transformado em trabalho;
- E o sistema recebe calor, que é parcialmente transformado em trabalho.

**41 Fuvest 2015** Certa quantidade de gás sofre três transformações sucessivas, A → B, B → C e C → A, conforme o diagrama p-V apresentado na figura abaixo.

▶ **Note e adote:** O gás deve ser tratado como ideal; A transformação B → C é isotérmica.



A respeito dessas transformações, afirmou-se o seguinte:

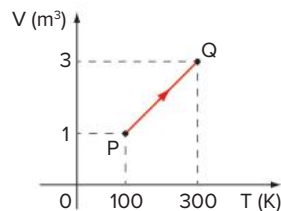
- I. O trabalho total realizado no ciclo ABCA é nulo.
- II. A energia interna do gás no estado C é maior que no estado A.
- III. Durante a transformação A → B, o gás recebe calor e realiza trabalho.

Está correto apenas o que se afirma em:

- A I. C III. E II e III.
- B II. D I e II.

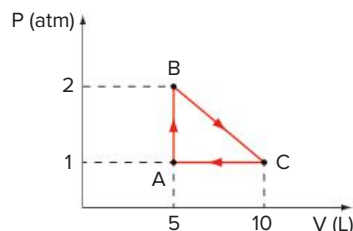
**42 UFMG** Em uma transformação isobárica de um gás perfeito, mantido a  $2,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$  de pressão, forneceram-se 1500 J de calor e provocou-se um aumento de volume de 3,0 litros. Em joules, qual foi a variação da energia interna do gás?

**43 Mackenzie** Uma amostra de gás perfeito sofre uma transformação isobárica sob pressão de  $60 \text{ N/m}^2$ , como ilustra o diagrama. Admita que, na transformação, o gás recebe uma quantidade de calor igual a 300 J.



Qual foi a variação da energia interna do gás?

**44** Certa massa de gás ideal desenvolve o ciclo indicado na figura. Calcule:



- a) o trabalho realizado pelo gás, ao percorrer o ciclo uma vez.
- b) a potência desenvolvida, sabendo-se que a duração de cada ciclo é de 0,5 s.
- c) o ponto onde a energia interna do sistema é mínima.

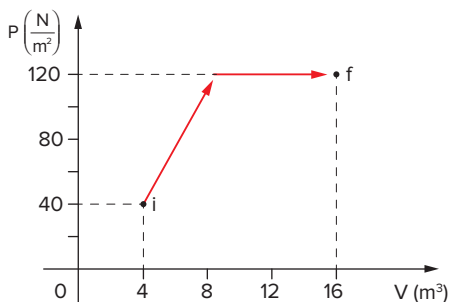
▶ **Dados:**  $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ N/m}^2$ ;  $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$ .



**45 FEI** Um sistema evolui entre dois estados recebendo uma quantidade de calor  $Q = 4,00 \cdot 10^3$  cal e realizando o trabalho  $\tau = 20,72 \cdot 10^3$  J. Qual a variação de energia interna do sistema?

► Dado: 1 cal = 4,18 J.

**46 UFSC** Uma amostra de dois moles de um gás ideal sofre uma transformação ao passar de um estado i para um estado f, conforme o gráfico a seguir:



Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

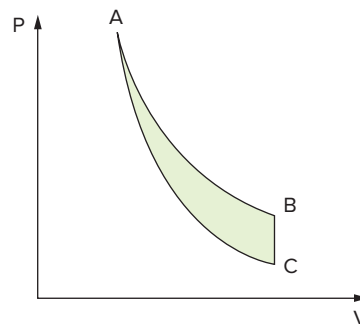
- 01 A transformação representada acima ocorre sem que nenhum trabalho seja realizado.
- 02 Sendo de 100 Joules a variação da energia interna do gás do estado i até f, então o calor que fluiu na transformação foi de 1380 Joules.
- 04 Certamente o processo ocorreu de forma isotérmica, pois a pressão e o volume variaram, mas o número de moles permaneceu constante.
- 08 A Primeira Lei da Termodinâmica nos assegura que o processo ocorreu com fluxo de calor.
- 16 Analisando o gráfico, conclui-se que o processo é adiabático.

Soma:

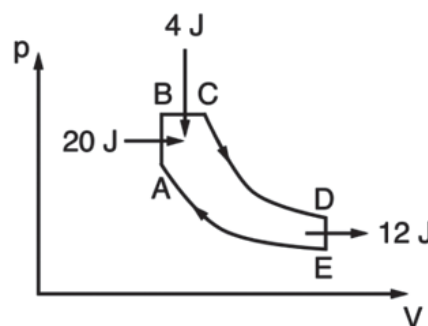
**47 Unesp** Um recipiente contendo um certo gás tem seu volume aumentado graças ao trabalho de 1664 J realizado pelo gás. Nesse processo, não houve troca de calor entre o gás, as paredes e o meio exterior. Considerando que o gás seja ideal, a energia de 1 mol desse gás e a sua temperatura obedecem à relação  $U = 20,8T$ , onde a temperatura  $T$  é medida em kelvins e a energia  $U$  em joules. Pode-se afirmar que nessa transformação a variação de temperatura de um mol desse gás, em kelvins, foi de

- A 50
- B -60
- C -80
- D 100
- E 90

**48 ITA** Três processos compõem o ciclo termodinâmico ABCA mostrado no diagrama  $P \times V$  da figura. O processo AB ocorre a temperatura constante. O processo BC ocorre a volume constante com decréscimo de 40 J de energia interna e, no processo CA, adiabático, um trabalho de 40 J é efetuado sobre o sistema. Sabendo-se também que em um ciclo completo o trabalho total realizado pelo sistema é de 30 J, calcule a quantidade de calor trocado durante o processo AB.

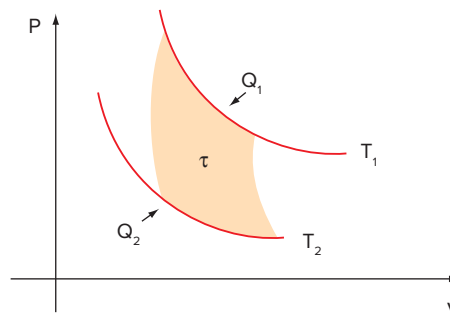


**49 UPE 2017** A figura ilustra os diversos processos termodinâmicos a que um gás é submetido em uma máquina térmica. Os processos AB e DE são isocóricos, EA e CD são adiabáticos, e o processo BC é isobárico. Sabendo que a substância de trabalho dessa máquina é um gás ideal, determine a sua eficiência.



- A 10%
- B 25%
- C 35%
- D 50%
- E 75%

**50 FMABC** O diagrama a seguir representa um ciclo de Carnot entre as temperaturas de  $T_1 = 800$  K e  $T_2 = 400$  K.



Sabendo-se que o motor (de Carnot) recebe  $Q_1 = 1000$  J de fonte quente, o calor rejeitado ( $Q_2$ ) e o trabalho ( $\tau$ ) (ambos em módulo), valem, respectivamente:

- A 500 J e 500 J.
- B 400 J e 600 J.
- C 300 J e 700 J.
- D 200 J e 800 J.
- E 100 J e 900 J.

**51** Um motor de Carnot recebe da fonte quente 100 cal por ciclo e rejeita 80 cal para a fonte fria. Se a temperatura da fonte quente é de 127 °C, qual a temperatura da fonte fria?

- A 25%
- B 20%
- C 40%
- D 60%
- E 10%

**52 Unimep** Uma máquina térmica operando em ciclos executa 100 ciclos por segundo. Em cada ciclo, retira 800 J da fonte quente e cede 400 J à fonte fria. Se a fonte fria está à temperatura de 27 °C, qual é a temperatura da fonte quente?

**53 Vunesp** Uma geladeira retira, por segundo, 1000 kcal do congelador, enviando para o ambiente 1200 kcal. Qual a potência do compressor da geladeira? Considere 1 kcal = 4,2 kJ.

**54 IME 2018** Considere as afirmações abaixo, relativas a uma máquina térmica que executa um ciclo termodinâmico durante o qual há realização de trabalho.

- I. Se as temperaturas das fontes forem 27°C e 427°C, a máquina térmica poderá apresentar um rendimento de 40%.
- II. Se o rendimento da máquina for 40% do rendimento ideal para temperaturas das fontes iguais a 27 °C e 327 °C e se o calor rejeitado pela máquina for 0,8 kJ, o trabalho realizado será 1,8 kJ.
- III. Se a temperatura de uma das fontes for 727 °C e se a razão entre o calor rejeitado pela máquina e o calor recebido for 0,4, a outra fonte apresentará uma temperatura de -23 °C no caso de o rendimento da máquina ser 80% do rendimento ideal.

Está(ao) correta(s) a(s) seguinte(s) afirmação(ões):

- A I, apenas.
- B I e II, apenas.
- C II e III, apenas.
- D I e III, apenas.
- E III, apenas.

**55 UEPB** Sadi Carnot (1796-1832) foi um físico e engenheiro do exército francês, destacando-se por seu estudo sobre as condições ideais para a produção de energia mecânica, a partir do calor, nas máquinas térmicas. Em 1824, Carnot descreveu e analisou o denominado ciclo de Carnot, cuja importância é devida ao seguinte teorema:

Nenhuma máquina térmica que opera entre duas dadas fontes, às temperaturas  $T_1$  e  $T_2$ , pode ter maior rendimento que uma máquina de Carnot, operando entre estas mesmas fontes.

B. Alvarenga e A. Maximo. *Curso de Física*, v. 2. São Paulo: Scipione, 2000, p. 158.

Considerando que uma máquina que extrai  $375 \cdot 10^4$  cal de uma fonte à temperatura de 127 °C e rejeita  $15 \cdot 10^5$  cal para uma fonte a 200 K, a diferença entre seu rendimento e o rendimento de uma máquina de Carnot, operando entre estas mesmas temperaturas, é de:

**56 UEMG 2018** Ao conceber um ser cujas faculdades são tão aguçadas que ele consegue acompanhar cada molécula em seu curso, esse ser, cujos atributos são ainda essencialmente tão finitos quanto os nossos, seria capaz de fazer o que atualmente nos é impossível fazer. Consideramos que as moléculas em um recipiente cheio de ar, a uma temperatura uniforme, movem-se com velocidades que não são de modo algum uniformes. Suponhamos agora que tal recipiente é separado em duas porções, A e B, por meio de uma divisória na qual há um pequeno orifício, e que um ser, que pode ver as moléculas individuais, abre e fecha esse orifício, de forma a permitir que somente as moléculas mais rápidas passem de A para B, e somente as mais lentas passem de B para A. Ele irá, portanto, sem nenhum trabalho, elevar a temperatura de B e baixar a de A, contradizendo a 2ª lei da termodinâmica.

Fonte: <https://www.scientiaplena.org.br/sp/article/download/635/296> (Adaptado).

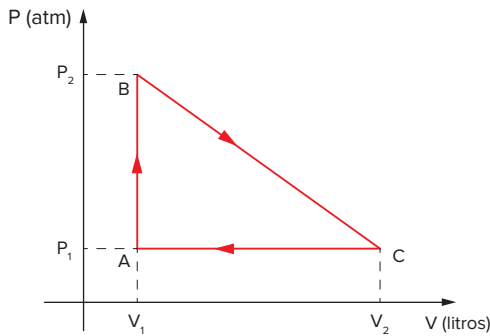
O enunciado refere-se ao experimento mental intitulado

- A Gato de Schrödinger.
- B Matéria e energia escuras.
- C Demônio de Maxwell.
- D Paradoxo de Olbers.

**57 PUC-Minas** Um escritório de patentes recebe um pedido de um inventor que deseja registrar uma máquina térmica que opera entre duas fontes de calor com temperaturas de 227 °C e 177 °C. Segundo o inventor, a máquina retira  $4,0 \cdot 10^5$  J de calor da fonte quente e realiza um trabalho útil  $5,0 \cdot 10^4$  J em cada ciclo de funcionamento. Nessas condições, é correto afirmar que:

- A o pedido do inventor não pode ser aceito, pois a máquina, trabalhando entre essas temperaturas, não pode ter rendimento superior a 10%.
- B o rendimento dessa máquina é superado por uma máquina de Carnot que opere entre essas fontes.
- C o rendimento dessa máquina é igual ao de uma máquina de Carnot que opere entre essas duas fontes térmicas.
- D a única forma de se melhorar o rendimento da máquina é que o inventor utilize combustível de melhor qualidade.

**58 Unioeste** Um mol de um gás ideal diatômico à temperatura de 27 °C ocupa um volume  $V_1 = 16,4$  litros quando submetido a uma pressão  $P_1 = 1,50$  atm. Esse gás executa o processo cíclico  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$  indicado na figura. Se a pressão no ponto B é três vezes maior do que a pressão no ponto A e o processo  $B \rightarrow C$  é isotérmico, é correto afirmar que:

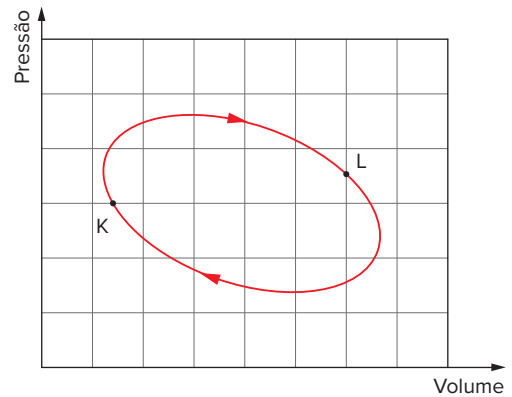


- A a temperatura no ponto B é de 600 K.
- B o sistema libera calor no processo  $A \rightarrow B$  e absorve calor no processo  $C \rightarrow A$ .
- C o trabalho realizado pelo gás, por ciclo, tem o valor de 49,2 joules.
- D se a capacidade térmica molar a volume constante é  $C_v = 20,705 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}$ , a quantidade de calor envolvida no processo  $C \rightarrow A$  é 123 joules.
- E a variação da energia interna por ciclo é nula.

**59 UFP** James Watt (1736-1819), engenheiro inglês, ficou conhecido pela sua brilhante invenção da máquina térmica. Essa máquina foi utilizada, inicialmente, para retirar água do interior das minas de carvão, no norte da Inglaterra. Essa invenção se espalhou rapidamente por toda a Europa e desencadeou a Revolução Industrial, quando a força humana e dos animais foi substituída pela força do vapor, transformando a estrutura social da Europa e do resto do mundo. Com os estudos de Carnot (1796-1832), consegue-se obter uma referência para o máximo rendimento possível de uma máquina real. Considere uma máquina térmica de Carnot, operando entre uma fonte fria, a  $130 \text{ }^\circ\text{C}$ , e uma fonte quente a  $520 \text{ }^\circ\text{C}$ . Analise as afirmativas a seguir e assinale V (verdadeira) ou F (falsa).

- O rendimento de uma máquina real corresponde a 70% do rendimento dessa máquina de Carnot é de, aproximadamente, 34%.
- O rendimento dessa máquina de Carnot pede, aproximadamente, 75%.
- Ao operar entre duas temperaturas, a máquina ideal de Carnot tem o mesmo rendimento, qualquer que seja o fluido operante.
- A quantidade de calor que essa máquina de Carnot cede à fonte fria é, praticamente, a metade do calor que ela retira da fonte quente.

**60 UFMG** Uma máquina térmica é constituída de um cilindro, cheio de gás, que tem um êmbolo móvel. Durante o funcionamento dessa máquina, o gás é submetido a um processo cíclico, que o leva de um estado K a outro estado L e, depois, de volta ao estado K e assim sucessivamente, como representado no diagrama pressão *versus* volume, mostrado na figura a seguir.



Considerando essas informações, responda:

- a) Em qual dos dois estados – K ou L – a temperatura do gás é maior? Justifique sua resposta.
- b) Em um ciclo completo, em que o gás sai do estado K e volta ao mesmo estado, essa máquina realiza trabalho líquido? Justifique sua resposta.
- c) Tendo-se em vista que se trata de um sistema ideal, é possível converter em trabalho todo o calor fornecido a essa máquina? Justifique sua resposta.

**61 Enem** A eficiência de um processo de conversão de energia, definida como sendo a razão entre a quantidade de energia ou trabalho útil e a quantidade de energia que entra no processo, é sempre menor que 100% devido a limitações impostas por leis físicas. A tabela, a seguir, mostra a eficiência global de vários processos de conversão.

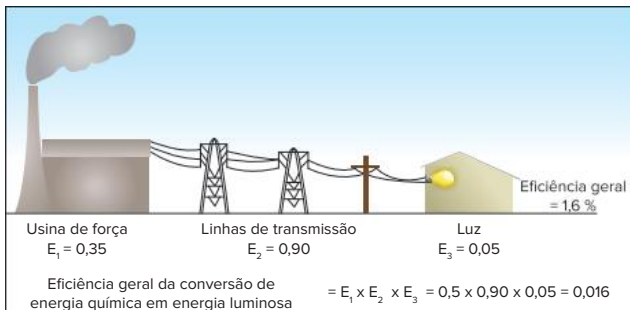
Tabela Eficiência de alguns sistemas de conversão de energia	
Sistema	Eficiência
Geradores elétricos	70 – 99%
Motor elétrico	50 – 95%
Fornalha a gás	70 – 95%
Termelétrica a carvão	30 – 40%
Usina nuclear	30 – 35%
Lâmpada fluorescente	20%
Lâmpada incandescente	5%
Célula solar	5 – 28%

R. A. Hinrichs, M. Kleinbach. *Energia e meio ambiente*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003. (Adapt.).

Se essas limitações não existissem, os sistemas mostrados na tabela, que mais se beneficiariam de investimentos em pesquisa para terem suas eficiências aumentadas, seriam aqueles que envolvem as transformações de energia.

- A mecânica  $\leftrightarrow$  energia elétrica.
- B nuclear  $\rightarrow$  energia elétrica.
- C química  $\leftrightarrow$  energia elétrica.
- D química  $\rightarrow$  energia térmica.
- E radiante  $\rightarrow$  energia elétrica.

**62 Enem** A eficiência de um processo de conversão de energia é definida como a razão entre a produção de energia ou trabalho útil e o total de entrada de energia no processo. A figura mostra um processo com diversas etapas. Nesse caso, a eficiência geral será igual ao produto das eficiências das etapas individuais. A entrada de energia que não se transforma em trabalho útil é perdida sob formas não utilizáveis (como resíduos de calor).



R. A. Hinrichs, M. Kleinbach. *Energia e meio ambiente*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003. (Adapt.).

Aumentar a eficiência dos processos de conversão de energia implica economizar recursos e combustíveis. Das propostas seguintes, qual resultará em maior aumento da eficiência geral do processo?

- A Aumentar a quantidade de combustível para queima na usina de força.
- B Utilizar lâmpadas incandescentes, que geram pouco calor e muita luminosidade.
- C Manter o menor número possível de aparelhos elétricos em funcionamento nas moradias.
- D Utilizar cabos com menor diâmetro nas linhas de transmissão a fim de economizar o material condutor.
- E Utilizar materiais com melhores propriedades condutoras nas linhas de transmissão e lâmpadas fluorescentes nas moradias.

**63 IME** Considere uma máquina térmica operando em um ciclo termodinâmico. Esta máquina recebe 300 J de uma fonte quente cuja temperatura é de 400 K e produz um trabalho de 150 J. Ao mesmo tempo, rejeita 150 J para uma fonte fria que se encontra a 300 K. A análise termodinâmica da máquina térmica descrita revela que o ciclo proposto é um(a):

- A máquina frigorífica na qual tanto a Primeira Lei quanto a Segunda Lei da Termodinâmica são violadas.
- B máquina frigorífica na qual a Primeira Lei é atendida, mas a Segunda Lei é violada.
- C motor térmico no qual tanto a Primeira Lei quanto a Segunda Lei da Termodinâmica são atendidas.
- D motor térmico no qual a Primeira Lei é violada, mas a Segunda Lei é atendida.
- E motor térmico no qual a Primeira Lei é atendida, mas a Segunda Lei é violada.

**64 ITA 2018** No livro *Teoria do Calor* (1871), Maxwell, escreveu referindo-se a um recipiente cheio de ar:

[...] iniciando com uma temperatura uniforme, vamos supor que um recipiente é dividido em duas partes por uma divisória na qual existe um pequeno orifício, e que um ser que pode ver as moléculas individualmente abre e fecha esse orifício de tal modo que permite somente a passagem de moléculas rápidas de A para B e somente as lentas de B para A. Assim, sem realização de trabalho, ele aumentará a temperatura de B e diminuirá a temperatura de A em contradição com...

Assinale a opção que melhor completa o texto de Maxwell.

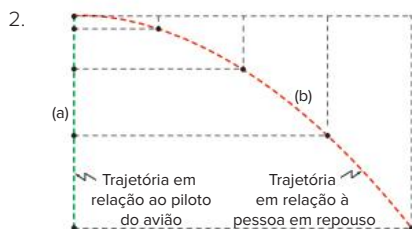
- A a primeira lei da termodinâmica.
- B a segunda lei da termodinâmica.
- C a lei zero da termodinâmica.
- D o teorema da energia cinética.
- E o conceito de temperatura.

## Frente 1

### Capítulo 1 – Introdução à Cinemática

#### Revisando

1. Em Mecânica, o movimento e o repouso de um corpo são definidos em relação a algum referencial. Para dizer que tanto Heloísa quanto Abelardo estão corretos, devemos interpretar a afirmação de Heloísa como “o passageiro não se move em relação ao ônibus” e a afirmação de Abelardo como “o passageiro está em movimento em relação à Terra (ou à rodovia)”.



- 3.
- $\Delta s = 40 \text{ km}$ ;  $d = 40 \text{ km}$
  - $\Delta s = -30 \text{ km}$ ;  $d = 30 \text{ km}$
  - $\Delta s = 10 \text{ km}$ ;  $d = 70 \text{ km}$
4. 18,67 km/h
5. 1,2 min
6. 3 h
7. 20 km/h
8. 15 km/h
9. 120 km/h

#### Exercícios propostos

- D
- E
- C
- D
- D
- 500 m/s
  - Como  $\bar{v} > v_{\text{som}}$ , então, em algum instante,  $v_{\text{avião}} > v_{\text{som}}$ .
- B
- B
- B
- B
- 375 000 km
- 40 min
- 5 m/s
- C
- A
- D
- C
- 120 m

- 4 min
- D
- D
- O motorista A chega primeiro.
- A
- 120 km/h
- C
- $\frac{v_1 + v_2}{2}$
- 20 km/h
  - 80 km/h
- 1,5 h
  - 6 km/h
- 48 km/h
- D
- C
- 50 km/h

#### Exercícios complementares

- A
- D
- C
- D
- B
- B
- C
- B
- D
- C
- C
- B
- D
- 90 cm
  - 0,375 cm/s
- 72 km/h
  - 3 m
- 720 quadros
  - 14 400 fotos
- 19 995 km
  - 555 km
- D
- E
- C
- Nenhuma velocidade é fisicamente possível.
- $\bar{v} \leq 79,2 \text{ km/h}$
- D
- A

- A
- E
- D
- Soma: 04
- A

### Capítulo 2 – Movimento uniforme

#### Revisando

- 12 m
  - 4 m/s
  - Progressivo.
  - 8 m
  - 3 s
  - 7 s
  - 80 km/h
  - 800 m/s
  - 250 s
  - 20 s
  - 144 h
  - 25 s
    - 60 s
    - 20 s

#### Exercícios propostos

- $s_0 = 0$ ;  $v = 4 \text{ m/s}$ ; progressivo
  - $s_0 = 0$ ;  $v = -3 \text{ m/s}$ ; retrógrado
  - $s_0 = 5 \text{ m}$ ;  $v = 2 \text{ m/s}$ ; progressivo
  - $s_0 = 10 \text{ m}$ ;  $v = -4 \text{ m/s}$ ; retrógrado
  - $s_0 = -7 \text{ m}$ ;  $v = 3 \text{ m/s}$ ; progressivo
  - $s_0 = -8 \text{ m}$ ;  $v = -5 \text{ m/s}$ ; retrógrado
- 15 m
  - 4 m/s
  - C
  - D
  - D
  - C
  - 187,5 m e 1500 m
  - $10^{-4} \text{ s}$
  - 510 m
    - 17 m
    - B
    - B
    - E
    - A
    - 50 s



16.  
 a) 48 s  
 b) 30 s  
 17. 60 s e 140 m  
 18. 40 s  
 19. B  
 20. B  
 21. 525 m  
 22. B  
 23. E  
 24. B  
 25.  
 a) 10 s  
 b) 15 s  
 26.  
 a) C  
 b) A  
 27. 200 m  
 28. C  
 29. D

### Exercícios complementares

1. E  
 2. D  
 3. A  
 4. 54,29 km/h  
 5.  
 a) 900 km/h  
 b) A  
 6. 10 m/s  
 7.  
 a) 1,5 s  
 b) 4910 m/s  
 8. B  
 9.  $\frac{v_s}{2}$   
 10. D  
 11. B  
 12.  
 a) 0,5 m/s  
 b) 12 m  
 c)  $\frac{t_d}{t_s} = \frac{1}{2}$   
 13. D  
 14. 15 km  
 15. 86 soldados.  
 16. A  
 17. C  
 18. C  
 19. E  
 20.  
 a) 60 h  
 b) 67 h  
 c) 10 h  
 21. 16 m/s  
 22. D  
 23. 30 m/s  
 24. 58  
 25. B

## Capítulo 3 – Movimento uniformemente variado

### Revisando

1.  
 a) -8 m  
 b) -2 m/s  
 c) 2 m/s<sup>2</sup>  
 d) 4 s  
 e)  $v = 2t - 2$   
 f) 1 s  
 g) -9 m  
 h) 3 m/s  
 i) Acelerado.  
 2.  
 a) 3 m/s<sup>2</sup>  
 b) 150 m  
 3. 18 m/s  
 4.  
 a) 30 s  
 b) 4,5 km  
 5. 5 m/s<sup>2</sup>  
 6. 5 m/s  
 7.  
 a) 5 s  
 b)  $d_A = 50$  m;  $d_B = 40$  m  
 c) 20 m/s  
 8. 3 s

### Exercícios propostos

1.  
 a) -20 m  
 b) 4 m/s  
 c) -6 m/s<sup>2</sup>  
 d)  $v = 4 - 6t$   
 e)  $t = \frac{2}{3}$  s  
 2. E  
 3.  
 a) -2 m/s  
 b) -6 m/s  
 4.  
 a)  $a \approx 1,54$  m/s<sup>2</sup>  
 b)  $\Delta s \approx 77,2$  m  
 c)  $\Delta s = 250$  m  
 5. 20 m  
 6. C  
 7. A  
 8. D  
 9. 72 km/h  
 10.  
 a) 24 m/s  
 b) 30 s  
 11. A  
 12. Soma: 01 + 02 + 04 + 08 + 16 = 31  
 13. A

14. E  
 15. Soma: 02 + 04 + 08 = 14  
 16. Soma: 01 + 04 + 08 = 13  
 17. B  
 18. O automóvel não foi multado.  
 19. O tempo de reação é igual ao tempo que a régua leva para percorrer a distância  $d$  sob a aceleração  $g$ :  $t = \sqrt{\frac{2d}{g}}$ .  
 20.  
 a) 4,5 m/s  
 b) 20 s  
 21. 20 m/s<sup>2</sup>  
 22. A  
 23.  
 a) 1,5 s  
 b) -25 m/s  
 c) 30 m  
 d) -35 m/s  
 24. 15 m/s  
 25.  
 a) C  
 b) D  
 26. D  
 27. Soma: 02 + 08 = 10  
 28. E  
 29. 2 m/s  
 30.  
 a) 20 s  
 b) 100 m  
 c) 10 m/s  
 d) 5 m/s  
 31. C  
 32. D  
 33. C  
 34. 75 m  
 35. E  
 36. D  
 37. B  
 38. B

### Exercícios complementares

1. 28 unidades de comprimento.  
 2. D  
 3. A  
 4.  
 a) 2,7 s  
 b) 17 m  
 5. D  
 6. D  
 7. E  
 8.  
 a) 32 km/h  
 b) 400 s  
 9.  
 a) Sim, pois sua velocidade é de 108 km/h.  
 b) 225 m

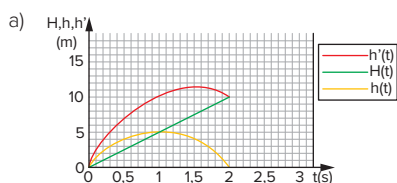
10.  
 a) 4,5 s  
 b) 1,54 m/s<sup>2</sup>  
 11. D  
 12. V; V; F; V; F  
 13. A  
 14. A  
 15. D  
 16. Soma: 01 + 04 + 08 = 13

17. C  
 18. A  
 19. C  
 20. 1613,6 m  
 21. 5 m  
 22.  $\frac{1}{3}$   
 23. E  
 24.  $\sqrt{0,6}$  s  
 25.

- a) 1,2 s  
 b) 6 m/s  
 c) 1,8 m  
 26. B  
 27. D  
 28.  
 a) 10 m/s<sup>2</sup>  
 b) 30 m/s  
 c) -15 m/s<sup>2</sup>  
 29.  $(4 + 2\sqrt{3})$ s

30. C  
 31.  $(n - \frac{1}{2})g$   
 32. A  
 33. D  
 34. A  
 35. B  
 36. 100 s

37.  
 a) 27 m  
 b) Durante o tempo de reação (0,50 s) o carro anda 15 m.  
 38. 16 m/s  
 39.  
 a) 2,5 m/s  
 b)  $5\sqrt{2}$  m/s  
 40. E  
 41. Soma: 02 + 04 + 08 + 16 = 30  
 42. B  
 43.



- b) 1,5 s  
 44. B

45.  
 a) 0,6 s em relação a ambos os referenciais.  
 b) Observador fixo: 1,8 m.  
 Observador no elevador: 2,16 m.  
 c) Observador fixo: nunca, pois quando  $v = 0$  (iria começar a descer) encontra o piso.  
 Observador no elevador: desde o início o movimento é descendente.

## Capítulo 4 – Análise gráfica

### Revisando

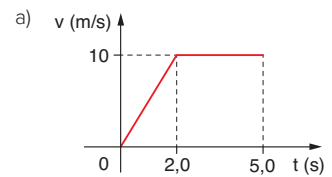
1.  
 a)  $s(3) = 10$  m;  $s(7) = 9$  m  
 b)  $v(2) = 2$  m/s;  $v(5) = 0$ ;  $v(9) = -3$  m/s  
 c) -0,4 m/s  
 2.  
 a)  $s = \frac{t^2}{2} - 4t + 6$   
 b)  $v = t - 4$   
 c) 1 m/s<sup>2</sup>  
 d) 4 s  
 3.  $s = 6 - 5t + t^2$   
 4.  
 a) Nos dois primeiros segundos: 6 m/s<sup>2</sup>.  
 No movimento subsequente:  $a = -\frac{1}{4}$  m/s<sup>2</sup>.  
 b) 10 m/s  
 5. 1400 m  
 6.  
 a) 10 m  
 b) 3,5 s  
 7. 38 cm/s

### Exercícios propostos

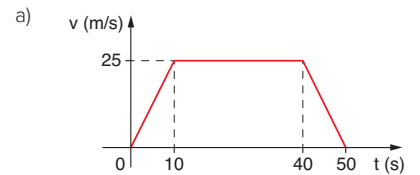
1. A  
 2. A  
 3. D  
 4. D  
 5. C  
 6. E  
 7. C  
 8.  $v(t_2) < v(t_3) < v(t_1)$   
 9. E  
 10. D  
 11. A  
 12. C  
 13. A  
 14. C  
 15. D  
 16. C  
 17. A  
 18. E  
 19. C  
 20. C  
 21. C  
 22.  
 a) 2 m/s<sup>2</sup>  
 b) 6 m/s

23. C  
 24. Soma: 01 + 08 = 09  
 25. A  
 26. B  
 27. B  
 28.  $a_1 = 80$  km/h<sup>2</sup>,  $a_2 = -48$  km/h<sup>2</sup>

29. A  
 30. E  
 31. B  
 32. A  
 33. E  
 34. D  
 35. A  
 36.



- b) 40 m  
 37.



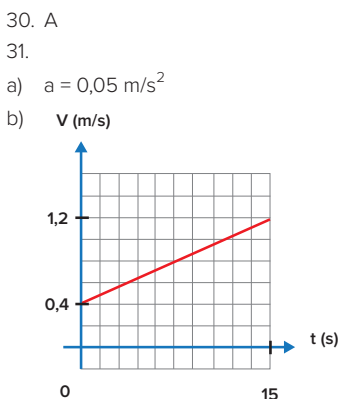
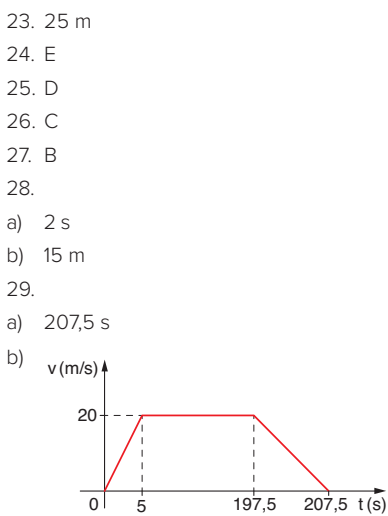
- b) 1000 m  
 38. E  
 39.  
 a) 30 m/s  
 b) 15 m/s

40.  
 a) 0,2 m/s  
 b) -0,1 m/s<sup>2</sup>  
 c) 5 m  
 41. C  
 42. Soma: 01 + 04 + 08 = 13  
 43.  
 a) 1,5 m/s<sup>2</sup> e  $s = 10t + 0,75t^2$   
 b) 300 m  
 44. D  
 45. D  
 46.  
 a) 4 s  
 b) 4 m  
 47. B  
 48. Soma: 01 + 04 + 08 = 13

49. B  
 50. A  
 51. A  
 52. B  
 53. E  
 54. A  
 55. E  
 56. I, II e III

## Exercícios complementares

- A
- A
- B
- D
- D
- Soma:  $08 + 16 + 32 = 56$
- E
- Soma:  $04 + 16 + 64 = 84$
- 2
- D
- B
- A
- A
- D
- Soma:  $01 + 02 + 04 + 08 + 32 = 47$
- E
- E
- 2,5 m
  - $-1 \text{ m/s}^2$
  - 20,5 m
- C
- D
- A
- Soma:  $01 + 02 + 04 + 08 = 15$
- 25 m
- E
- D
- C
- B
- 2 s
  - 15 m



32. A
33. D

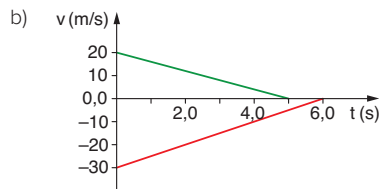
34. A
- 35.
- a) 10 m/s e 10 m/s
- b) 480 m
36. Soma:  $01 + 04 + 32 = 37$
- 37.
- a)  $0,4 \text{ m/s}^2$
- b) 1,2 m
- 38.
- a) 10 s
- b) 60 m
- 39.
- a)  $a_1 = 1,5 \text{ m/s}^2$ ;  $a_2 = 2,0 \text{ m/s}^2$
- b) Não.
- 40.
- a)  $a_A = -3 \text{ m/s}^2$  e  $a_B = -4 \text{ m/s}^2$
- b)  $x_A = 20t - 1,5t^2$  e  $x_B = 25t - 2t^2$
- c)  $v_A = 20 - 3t$  e  $v_B = 25 - 4t$
- d) 12,5 m

41. B

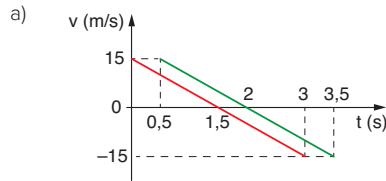
42. A

43.

a) Sim.



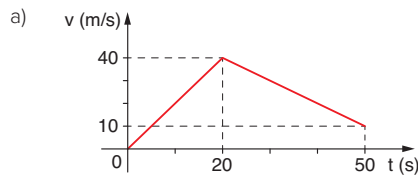
44.



b) 1,75 s

45. 4 m

46.



b) 1150 m

47. Soma:  $32 + 02 = 34$

48. A

## Capítulo 5 – Movimento circular

### Revisando

- 0,25 Hz
  - 15 rpm
  - $\frac{\pi}{2}$  rad/s
  - $\frac{3\pi}{10}$  m/s

2.

a) 4 rad/s

b)  $\frac{\pi}{2}$  s

c)  $\frac{2}{\pi}$  Hz

d)  $\theta = 2 + 4t$

e) 22 rad

3.

a)  $\omega = \frac{\pi}{360}$  rad/min;  $v = \frac{\pi}{24}$  cm/min

b)  $\omega = \frac{\pi}{30}$  rad/min;  $v = \frac{2\pi}{3}$  cm/min

c)  $\omega = 2\pi$  rad/min;  $v = 36\pi$  cm/min

4.

a)  $5\pi \text{ rad/s}^2$

b)  $\pi \text{ m/s}^2$

c)  $2\pi \text{ m/s}$

d) 4 s

5.

a)  $\pi \text{ rad/s}$

b)  $\frac{\pi}{3}$  rad/s

c) 3 s

d) 1,5 s

6. 500 Hz

7.

a) 2 m/s

b) 10 rad/s; sentido horário.

c) 4 m/s

d) 4 m/s

e) 40 rad/s; sentido anti-horário.

### Exercícios propostos

1.

a) 4 Hz

b) 2400 rpm

c)  $0,4\pi$  rad/s

d) 180 rpm

e) 0,3 rph

2. B

3.

a) 0,5 Hz

b) 2 s

4. C

5. B

6. E

7. C

8.

a) E

b) A

9. D

10. E

11. B

12.

a)  $\frac{\pi}{10}$  rad/s

b)  $\pi \text{ m/s}$

13. B

14. 2 m
15. C
16. C
17. A
18. E
19. 18 rps
- 20.
- a) A
- b) C
21. B
22. C
23. C
24. 11 min
25.  $\omega_A = \pi$  rad/s e  $\omega_B = 3\pi$  rad/s
26. 72 s
27. A
28. D
29. 1500 m/s
30. C
31. D
32. D
33. A
- 34.
- a)  $\frac{2\pi a}{T}$
- b)  $\frac{bT}{a}$
35. C
36. D
37. C
38. A
39. C
40. A

### Exercícios complementares

- 1.
- a) 120000 voltas
- b)  $4000\pi$  rad/s
- 2.
- a) 1,5
- b) 2 s
3. D
- 4.
- a) 30 s
- b) 9600 L
5. A
- 6.
- a) 5 cm/s
- b) 2,5 rad/s
- 7.
- a)  $1,2$  m/s<sup>2</sup>
- b) 20 s
8. B
9. Soma:  $08 + 16 = 24$
10. C
11. C
12. C

- 13.
- a) 30 voltas ou múltiplos inteiros de 30.
- b) 180 rad/s
- c) 54 m/s
14. D
15. A  $\rightarrow$  2; B  $\rightarrow$  3; C  $\rightarrow$  1
- 16.
- a) 5 voltas
- b) 0
17.  $\frac{65}{\pi}$  voltas
18. 10 s
19. 120 vezes
20. D
21. 8 s
22. E
- 23.
- a) 40 m
- b) 60 s
24. 14,2 s
25. B
26. Soma:  $02 + 08 = 10$
27. 30 voltas
28. B
29. A
- 30.

$$a) \theta = \text{sen}^{-1} \left( \sqrt{\left( \frac{v_0^2}{R \cdot g} \right)^2 + 1} - \frac{v_0^2}{R \cdot g} \right)$$

$$b) t = \sqrt{\frac{2R}{g} \left( \sqrt{\left( \frac{v_0^2}{R \cdot g} \right)^2 + 1} - \frac{v_0^2}{R \cdot g} \right)}$$

$$c) \omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\theta + 2k\pi}{\Delta t}, k \in \mathbb{Z}_+$$

31. Soma:  $02 + 04 + 32 = 38$
32. C
33. A
34. D
- 35.
- a) Sentido horário.
- b) 5000 dentes/min
- c) 50 rpm
36. C
- 37.
- a)  $0,8\pi$  m/s
- b)  $\pi$  m/s

## Frente 2

### Capítulo 1 – A natureza elétrica da matéria e a Lei de Coulomb

#### Revisando

1.  $+8 \cdot 10^{-6}$  C
2.  $-4,8 \cdot 10^{-18}$  C
3.  $Q_A < 0$ ;  $Q_B > 0$ ;  $Q_C > 0$
- 4.

- a)  $N = 5 \cdot 10^9$
- b)  $Q_2 = -0,8$  nC
- c)  $F = 6,4 \cdot 10^{-8}$  N
5.  $9$  m/s<sup>2</sup>
6.  $1,0 \cdot 10^{-7}$  C

### Exercícios propostos

1. C
2.  $U = +\frac{2}{3}$  e  $d = -\frac{1}{3}$
3.  $2x$  e  $-2x$
4. B
5. A
6. B
7. B
8. D
9. A
10. B
11. B
12. C
13. A
- 14.
- a) Triplicará.
- b) Diminuirá 4 vezes.
- 15.
- a) 1800 N
- b)  $3,2 \cdot 10^{-13}$  N
16. D
17. A
18. E
19. A
20. B
21. E
22. D
23. E
24. C
25. B
26. C
27. E
28. 0,4 m
- 29.
- a) Ambos negativos.
- b)  $10,8 \cdot 10^{-4}$  C
- c) Instável.
- 30.
- a)  $Q = 1,7 \cdot 10^{-6}$  C
- b)  $E = 0,225$  N

### Exercícios complementares

1. B
2. C
- 3.
- a) Sinais opostos.
- b) Negativo.
4. E
5. B
6. E

7. D  
 8.  $6,3 \cdot 10^{18}$  elétrons  
 9. E  
 10. III. Não seria possível as três estarem carregadas, pois, se isso ocorresse, duas teriam cargas de mesmo sinal e se repeliriam. Assim, apenas duas podem estar carregadas e com cargas de sinais contrários, uma vez que há apenas atração.  
 11. E  
 12. A  
 13. A  
 14. A  
 15. E  
 16. D  
 17. A  
 18. E  
 19. D  
 20. C  
 21. B  
 22. A  
 23. D  
 24. C  
 25.  
 a) O próton é formado por dois  $q_{up}$  e um  $q_{down}$ .  
 b)  $F = 1280 \text{ N}$   
 26. D  
 27. E  
 28. D  
 29. D  
 30.  
 a)  $F = 5 \cdot 10^{-8} \text{ N}$ ; força atrativa.  
 b)  $F = 6,25 \cdot 10^{-9} \text{ N}$ ; força repulsiva.  
 31. D  
 32. E  
 33. B  
 34.  
 a)  $\frac{d}{3}$   
 b)  $\frac{-4q_1}{9}$   
 35. A  
 36. C  
 37. E  
 38. Soma:  $02 + 08 = 10$   
 39. B  
 40. A  
 41. A  
 42.  
 a)  $9,0 \cdot 10^{-3} \text{ N}$   
 b)  $90,05 \text{ N}$   
 43. B  
 44. B

45. B  
 46. A  
 47.  
 a)  $F_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} \left( \sqrt{2} - \frac{1}{2} \right)$ , apontando para o centro da trajetória (ponto O).  
 b)  $v = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{ma} \left( 1 - \frac{\sqrt{2}}{4} \right)}$   
 48. B  
 49.  
 a)  $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ N}$   
 b)  $5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$   
 50.  $m = 0,750 \text{ kg}$ ;  $q = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$   
 51. D

## Capítulo 2 – Campo elétrico

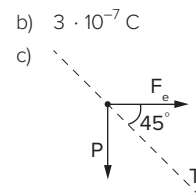
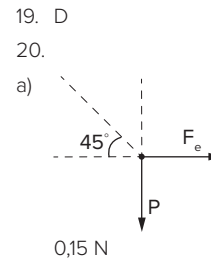
### Revisando

1.  
 a)  $F = 8 \cdot 10^{-6} \text{ N}$ , horizontal para a esquerda.  
 b)  $F = 8 \cdot 10^{-6} \text{ N}$ , horizontal para a direita.  
 2.  $-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ; campo descendente.  
 3.  $n = 2,5 \cdot 10^5$  elétrons  
 4.  
 a)  $E_R = 5 \cdot 10^5 \text{ N/C}$  é horizontal e aponta para a direita.  
 b)  $x = 0 \text{ cm}$  é o ponto à esquerda de  $q_1$ .

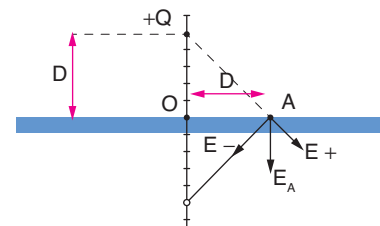
### Exercícios propostos

1. D  
 2.  
 a) Próximo a  $q_1$       b) Negativo.  
 c)  $\frac{|q_1|}{|q_2|} = 2$   
 3. D  
 4. B  
 5. D  
 6. E  
 7. Soma:  $01 + 02 + 08 + 16 = 27$   
 8. E  
 9. D  
 10. B  
 11. B  
 12. D  
 13. A  
 14.  
 a)  $1,76 \cdot 10^{16} \text{ m/s}^2$       c)  $1,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$   
 b)  $1,76 \cdot 10^7 \text{ m/s}$   
 15.  
 a)  $A_x = \frac{QE}{M}$   
 b)  $V_x = \frac{QE}{M} \cdot \frac{L_0}{v_{0y}}$   
 c)  $D_k = \frac{Q \cdot E \cdot L_0 \cdot H}{M \cdot v_{0y}^2}$   
 16.  $\frac{q}{m} = \frac{g \cdot d}{E \cdot h}$

17. A  
 18.  
 a)  $\theta = 60^\circ$   
 b)  $\epsilon = \frac{3K}{4Qh}$



21.  $\frac{1}{40}$   
 22.  
 a)  $2 \cdot 10^{-6} \text{ N}$   
 b)  $1,35 \cdot 10^3 \text{ V/m}$   
 c)



- d)  $3,8 \cdot 10^3 \text{ V/m}$

### Exercícios complementares

1. D  
 2. E  
 3. C  
 4. D  
 5. A  
 6. B  
 7. A  
 8. B  
 9. D  
 10. A  
 11. D  
 12. I – V; II – V; III – F; IV – V  
 13. C  
 14. B  
 15. D  
 16.  
 a)  $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ N}$   
 Direção: sobre a reta que une as cargas.  
 Sentido: de afastamento, tanto sobre  $Q_1$  como sobre  $Q_2$ .



b)  $5,8 \cdot 10^4 \text{ N/C}$

Direção: perpendicular à reta que une as cargas.

Sentido: de P para a reta que une as cargas.

17.  $-8\sqrt{2} \mu\text{C}$

18. B

19. A

20. No ponto 5.

21.

a)  $2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

b)  $4,5 \cdot 10^{-2} \text{ N}$

c)  $1,8 \cdot 10^{-1} \text{ N}$

22. B

23. B

24.

a)  $E_{\text{int}} = 0$

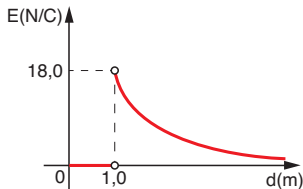
b)  $E_{\text{próx}} = 9,0 \cdot 10^7 \text{ N/C}$

c)  $E_{\text{sup}} = 4,5 \cdot 10^7 \text{ N/C}$

25. E

26.  $4Q$

27.  $E_{\text{próx}} = 18 \text{ N/C}$



28. B

29.

a) Zero.

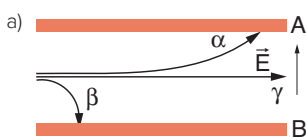
b)  $2,7 \cdot 10^6 \text{ N/C}$

30. E

31. B

32. C

33.



b) Da placa B para a placa A.

34.

a) O sinal da carga é negativo, pois, devido à geometria do sistema, conclui-se que a força elétrica tem sentido oposto ao do campo.

b)  $\theta = \arctg\left(\frac{qE}{mg}\right)$

35. D

36.

a)  $\frac{F_E}{F_P} = \frac{3 \cdot 10^{-7}}{1 \cdot 10^{-9}} = 3 \cdot 10^2$

b)  $v_y = 4 \text{ m/s}$

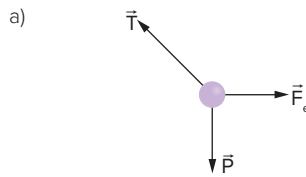
37.

a)  $2,7 \cdot 10^7 \text{ m/s}$

b)  $2,8125 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

c)  $2,8 \cdot 10^{-12}$

38.



b)  $\theta = \arctg\left(\frac{qE}{mg}\right)$

39. B

40. C

41. C

42. D

43. C; C; E; E

44. D

45. D

46. D

47. B

48. 16 m

49. Soma:  $02 + 04 + 08 = 14$

## Capítulo 3 – Potencial elétrico

### Revisando

1.

a)  $\Delta E_p = kQ^2/2R$

b) Sobre a carga Q, o trabalho é negativo e, sobre a carga -Q, o trabalho é nulo.

2.

a)  $E_C = 4,8 \cdot 10^{-15} \text{ J}$

b) Exames de diagnósticos médicos. Um possível efeito negativo é o desenvolvimento de câncer devido à exposição a doses elevadas de radiação.

3. 20 J

4.

a)  $E = 0; V = 9,0 \cdot 10^4 \text{ V}$

b)  $E_{\text{próx}} = 1,8 \cdot 10^5 \text{ V/m}$

c)  $V = 4,5 \cdot 10^4 \text{ V}$

5.  $7,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$

### Exercícios propostos

1. D

2.

a)  $+6,0 \cdot 10^{-7} \text{ J}$

b) Sim, pois sendo o campo elétrico conservativo, o trabalho não depende da trajetória.

c)  $-6,0 \cdot 10^{-7} \text{ J}$

3. B

4.

a)  $3,4 \cdot 10^8 \text{ J}$

b) 148 km/h

c) 0,53 A

5. E

6. E

7. C

8. C

9. C

10. E

11.

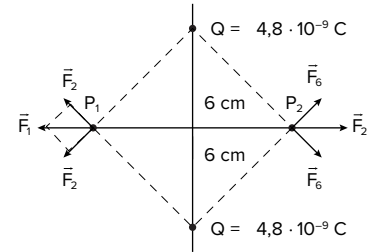
a)  $V_0 - V_p = \frac{kQ}{a}$

b)  $v = \sqrt{\frac{2kQ|q|}{ma}}$

c)  $D_{\text{máx}} = 2a\sqrt{3}$

12.

a)



b) -1440 V

c) 1440 eV

13. C

14. C

15. B

16. B

17. Soma:  $04 + 08 + 16 = 28$

18.  $\tau_{AB} = 32 \cdot 10^{-3} \text{ J}$

19.

a)  $8 \cdot 10^{-7} \text{ N}$

b)  $\Delta E_C = -16 \cdot 10^{-7} \text{ J}$

20. E

21. C

22.

a)  $V_B = 2100 \text{ V}$

b)  $U_B = 42 \text{ J}$

c)  $d = 2 \text{ m}$

23.

a)  $E = 2 \cdot 10^3 \text{ V/m}$

b)  $\tau_{Fe} = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ J}$

24. B

25.

a)  $E = 3,2 \cdot 10^{-15} \text{ J}$

b)  $R_v = 0,7$

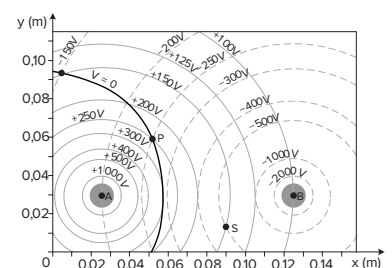
c)  $R_m = 100/49$

d)  $m_1 = 5808 \text{ u}$

26. D

27.

a) O lugar geométrico dos pontos que têm potencial  $V = 0$  é dado pela curva preta no gráfico:

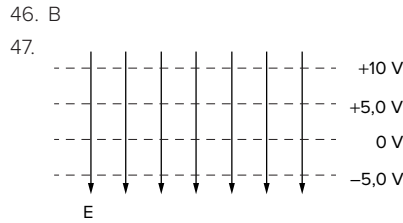


- b)  $E_{PA} = 6250 \text{ V/m}$ ;  $E_{PB} = 3125 \text{ V/m}$   
 c)  $E_p = 7,8 \cdot 10^3 \text{ V/m}$   
 d)  $\tau = 7,0 \cdot 10^{-7} \text{ J}$   
 28. D  
 29.  
 a)  $1,25 \cdot 10^5 \text{ V/m}$   
 b)  $2,4 \cdot 10^{-15} \text{ J}$

### Exercícios complementares

- 20 V
- 50 V
- C
- C
- E
- B
- A
- C
- 800 V
- A
- B
- E
- D
- D
- B
- Soma:  $02 + 04 + 08 + 16 = 30$
- A
- 18 V
- E
- E
- A
- Soma:  $01 + 02 + 16 = 19$
- D
- $7,2 \cdot 10^4 \text{ N/C}$
  - $1,8 \cdot 10^4 \text{ V}$
  - 0,14 N
  - $3,6 \cdot 10^{-2} \text{ J}$
- $10^4 \text{ V}$
  - 0,12 J
  - $2 \cdot 10^{-2} \text{ J}$
- +3 nC e -5 nC
- C
- D
- Soma:  $02 + 04 + 08 + 16 = 30$
- 50 cm
- $2,4 \cdot 10^5 \text{ V}$
  - $8 \cdot 10^4 \text{ V}$
- C
- 30 cm
  - $6 \mu\text{C}$
- Soma:  $02 + 04 + 16 = 22$
- D
- D

- A
- D
- C
- D
- A
- B
- 14 cm
- $3,2 \cdot 10^{-1} \text{ J}$
- Direção perpendicular às superfícies equipotenciais; sentido do maior potencial para o menor; módulo  $E = 1,0 \cdot 10^3 \text{ V/m}$ .



- A
- B
- D
- 1600 V
- B
- D
- Soma:  $01 + 02 + 04 = 07$
- 55.

a)  $V_A - V = -\frac{3K_0q}{R}$

b)  $\frac{3q}{4}$

- $5,0 \cdot 10^{17}$  elétrons
  - $3,6 \cdot 10^{10} \text{ V/m}$
  - $7,2 \cdot 10^3 \text{ J}$
- 57.

- Positiva.
- $+1,6 \cdot 10^{-13} \text{ C}$

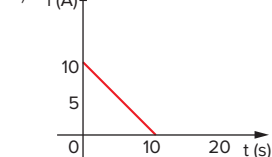
- E
- A
- 60.
- 4 vezes.
  - Zero.

- B
- E

## Capítulo 4 – Corrente elétrica

### Revisando

- 360 C
- $Q = 14400 \text{ C}$
  - $P_M = 2,5 \text{ W}$
- 



- 50 C
- 5 A
- 4.
- $i = 10 \text{ A}$  e  $R = 22 \Omega$
  - R\$ 1,03

### Exercícios propostos

- E
- A
- E
- C
- B
- C
- D
- B
- D
- D
- B
- D
- $i_1 = 18 \text{ A}$ ;  $i_2 = 12 \text{ A}$
- D
- A
- E
- C
- 8 C
- 19.
- 320 mC
- $2 \cdot 10^{18} \text{ e}^-$
- 40 mA
- E
- C
- B
- 0,18 C
- D
- D
- 1 kWh
- E
- D
- A
- B
- C
- D
- C
- A
- D
- C
- $I = 0,50 \text{ A}$
  - $R = 240 \Omega$
- B
- C
- 40.
- $i = 4 \text{ A}$
  - $R = 55 \Omega$
- D
- A
- B

44. A  
45. B  
46. Soma:  $01 + 02 + 16 = 19$

### Exercícios complementares

1. C  
2. A  
3. D  
4. A  
5. B  
6. E  
7. C  
8.  
a) R\$ 1,78  
b)  $i = 10,8 \text{ A}$   
9.  
a)  $N = 120$   
b)  $P_A = 1200 \text{ W}$   
10.  
a)  $P_1 = 12 \cdot 10^{-3} \text{ W}$   
b)  $P_{\text{lum}} = 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ W}; \frac{P_{\text{lum}}}{P} = 5\%$   
c)  $\frac{P_{\text{lum}}}{P} = 2,4\%$   
11.  $R_{CE} = 25 \Omega$   
12.  
a)  $N = 3 \cdot 10^9$  elétrons livres a cada segundo.  
b)  $V = 24 \text{ mV}$   
13. C  
14. C  
15. C  
16.  
a)  $i = 8 \cdot 10^{-3} \text{ A}$   
b)  $E_M = 30 \text{ N/C}$

## Frente 3

### Capítulo 1 – Termometria

#### Revisando

1.  $-40 \text{ }^\circ\text{C} = -40 \text{ }^\circ\text{F}$   
2.  $85 \text{ }^\circ\text{C}$  ou  $185 \text{ }^\circ\text{F}$   
3.  
a)  $72 \text{ }^\circ\text{F}$   
b)  $40 \text{ K}$   
4. B

#### Exercícios propostos

1. C  
2. B  
3. D  
4. D  
5. C  
6. B  
7. 8 K  
8. C  
9. E  
10. A  
11. B

12. A  
13. C  
14. B  
15.  $C = \frac{50}{51}(D + 0,5)$   
16. D  
17. A  
18.  
a)  $C = \frac{100}{105}(D + 2)$   
b)  $61 \text{ }^\circ\text{C}$   
c)  $40 \text{ }^\circ\text{C}$   
19. D

### Exercícios complementares

1. F; F; V.  
2. D  
3. E  
4. A  
5.  $30 \text{ }^\circ\text{B}$   
6. E  
7.  
a)  $T = 4(h - 5)$   
b)  $36 \text{ }^\circ\text{C}$   
8. D  
9.  $24,5 \text{ }^\circ\text{C}$  e  $50 \text{ }^\circ\text{C}$   
10. B  
11. C  
12. B  
13.  $38,8 \text{ }^\circ\text{C}$   
14. C  
15. D  
16. B  
17. A  
18. B  
19. Soma:  $01 + 02 + 08 = 11$   
20. C  
21. A  
22.  $158 \text{ }^\circ\text{F}$

## Capítulo 2 – Dilatação térmica

#### Revisando

1.  $\alpha = 17 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$   
2.  $\alpha_m = \frac{\alpha_1 + 2\alpha_2}{3}$   
3.  $6,6 \cdot 10^{-3} \text{ L}$



5. A  
6. Como um metal se dilata quando se aquece, a estrutura metálica do lado direito do prédio passa a ter um comprimento maior do que a estrutura metálica em seu lado esquerdo, devido ao aquecimento provocado pelo incêndio que ocorreu no lado direito. Para que a altura do prédio medida em seu lado direito fique maior do que a do lado esquerdo, o prédio entortará necessariamente para o lado esquerdo, como indicado na figura 2.

7. D  
8. A dilatação das várias partes do corpo não é uniforme.

### Exercícios propostos

1.  $5 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$   
2. D  
3.  $\cong 70 \text{ }^\circ\text{C}$   
4. A  
5. D  
6. D  
7. D  
8.  $420 \text{ }^\circ\text{C}$   
9. E  
10. C  
11.  
a)  $2000 \text{ L}$   
b)  $9890 \text{ L}$   
12.  $7 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$   
13.  
a)  $\gamma_{\text{Hg/Cu}} = 1,32 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  e  $\gamma_{\text{Hg/Al}} = 1,08 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$   
b)  $\Delta V_{\text{Cu}} = 13,2 \text{ cm}^3$  e  $\Delta V_{\text{Al}} = 10,8 \text{ cm}^3$   
14. 140  
15. A  
16. D  
17. B  
18. B  
19.  $1,6 \text{ cm}$   
20. A  
21. C

### Exercícios complementares

1. B  
2. B  
3.  $0,6 \text{ m}$   
4. C  
5. E  
6.  $100 \text{ }^\circ\text{C}$   
7. E  
8. Os dois torcedores que conversam ao telefone têm conhecimentos científicos e sabem que os materiais, principalmente os metais, sofrem dilatação ao serem aquecidos. Eles sabem que o diâmetro do aro das cestas de basquetebol, com diâmetro original  $d_0$ , coeficiente de dilatação linear  $\alpha$  e submetido a uma variação de temperatura  $\Delta T$  é dado por

$$d = d_0(1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

Ao aquecer de  $1 \text{ }^\circ\text{C}$  o aro da rede no lado do time visitante, eles provocaram uma dilatação em seu diâmetro modificando-o para  $d = 230,1[1 + 4,8 \cdot 10^{-4} \cdot (21 - 20)] = 230,21 \text{ mm}$  o que facilita a marcação de pontos pelo time local, já que o diâmetro do aro foi aumentado.

Por outro lado, ao resfriar o aro da cesta em seu lado, eles provocaram uma contração deste, reduzindo-o para  $d = 230,1[1 + 4,8 \cdot 10^{-4} \cdot (19 - 20)] = 229,99 \text{ mm}$

Com isso, o time visitante não conseguirá marcar pontos, uma vez que o aro tem diâmetro menor do que o da bola.

As atitudes dos torcedores facilitaram as realizações de pontos para o time local e impossibilitaram a marcação de pontos pelo time adversário.

O técnico do time visitante está reclamando da atitude dos anfitriões de utilizar conhecimentos científicos para fraudar o resultado da partida. A ciência, na opinião do técnico, deve ser utilizada de modo ético.

9. Soma:  $01 + 16 + 32 = 49$

10. B

11. E

12. C

13.  $2,36 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

14.  $\Delta V_{\text{ap.}} = 3,0 \cdot 10^{-4} \text{ L}$

15.

a)  $9,0 \cdot 10^{-3} \text{ g}$

b)  $2 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

16. B

17. A

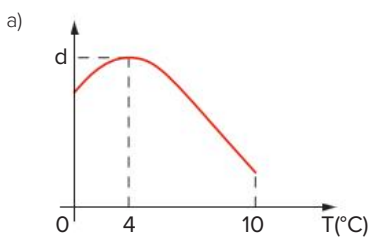
18. D

19.  $\frac{M_C}{M_L} = 9$

20. A

21. D

22.



b) B, corrente de convecção.

## Capítulo 3 – Calorimetria

### Revisando

1.

a)  $C_{\text{água}} > C_{\text{areia}}$ . A inércia térmica da água é maior do que a da areia. Assim, a água demora mais para variar sua temperatura, dada uma mesma quantidade de energia.

b) Calor específico é a energia necessária para aquecer uma unidade de massa de uma unidade de temperatura.

c)  $c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$

2.

a) B, pois  $C_B < C_A$ .

b) 400 cal

3. O calor específico da água:  $c = 1,0 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$ .

A energia transferida por calor:

$$Q = mc\Delta T \Rightarrow (500 \text{ g} \cdot 9 \cdot 10^3) =$$

$$= M(1,0 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}) \cdot (37 \text{ } ^\circ\text{C})$$

$$M = (4,5 \cdot 10^6 \text{ cal}) / (37 \text{ cal/g}) = 1,2 \cdot 10^5 \text{ g}$$

$$M = 1,2 \cdot 10^2 \text{ kg}$$

4.

a)  $C_M \frac{40}{3}, C_N \frac{40}{7}$

b) M

c)  $\frac{C_M}{C_N} = \frac{7}{3}$

### Exercícios propostos

1. 2 cal/s

2. 5,5 cal

3.

a)  $2 \cdot 10^4 \text{ cal}$

b)  $\frac{1}{9}$

4. 50 cal

5. C

6. B

7. A

8. B

9. C

10. C

11. B

12. C

13. C

14. B

15. C

16. D

17. D

18. B

19. B

20.

a) 38400 J

b) 1600 J/kg $\cdot$ °C

21. 70 cal/g

22. 1 L de água a 80 °C

9 L de água a 20 °C

23. E

24. A

25. 70 °C

26.  $\frac{C_A}{C_B} = \frac{1}{6}$

27. B

### Exercícios complementares

1. E

2. 60 kcal

3.

a) 112,6 cal/s

b) 140,8 cal/s

4. 1 kW

5. D

6. C

7. D

8. E

9.  $\Delta\theta = 0,20 \text{ } ^\circ\text{C}$

10. D

11. A

12. 50 °C

13. Soma:  $02 + 08 + 32 = 42$

14. 975 L de água

15. 40 °C

16.

a) 8 kW

b) 19 m<sup>2</sup>

c) 26,8 kWh

17. C

18. 90 °C

19. Soma:  $01 + 04 = 05$

20.

a) Curva A, pois suas temperaturas são maiores do que a curva B durante todo o dia.

b) 10 °C

c)  $\approx 4,3 \cdot 10^7 \text{ kJ}$ .

21. D

22.

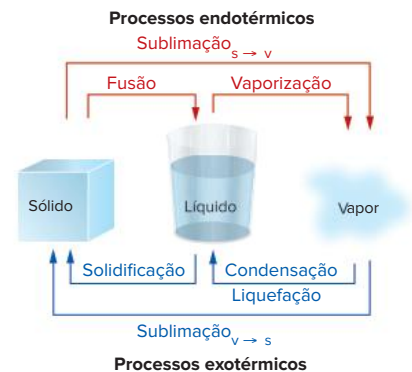
a) Sim. 0 °C

b) 810 s

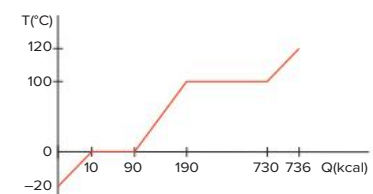
## Capítulo 4 – Mudança de estado

### Revisando

1.



2.



3. Diminuir a pressão sobre a água.

4.

I. 25 000 cal

II. 80 000 cal

III. 100 000 cal

IV. 540 000 cal

5. 30 kg e 30 kcal

6. A

## Exercícios propostos

- 720 cal
- A
- B
- 46 °C
- 11250 cal
- Os cubos de gelo, colocados na água quente receberão calor da água e derreterão. A água resultante da fusão do gelo será então aquecida até atingir a temperatura de equilíbrio. Como não há perdas de calor para o meio, pode-se escrever:

$$Q_A + Q_G = 0 \quad (1)$$

em que  $Q_A$  é o calor cedido pela água quente e  $Q_G$  o calor recebido para fundir o gelo e aquecer a água resultante.

$Q_A$  e  $Q_G$  são dados por:

$$Q_A = m_A c_A (T - T_A)$$

$$Q_G = m_G L_G + m_G c_A (T - T_G) \quad (2)$$

em que  $m_A$  e  $m_G$  são as massas de água e de gelo, respectivamente,  $c_A$  é o calor específico da água e  $L_G$  o calor latente do gelo.  $T_A$  e  $T_G$  são as temperaturas iniciais da água e do gelo e  $T$  a temperatura final de equilíbrio.

Substituindo (2) em (1), tem-se:

$$m_A c_A (T - T_A) + m_G L_G + m_G c_A (T - T_G) = 0.$$

Portanto:

$$L_G = \frac{m_G c_A (T_G - T) + m_A c_A (T_A - T)}{m_G} = \frac{4000(0 - 20) + 10000(60 - 20)}{4000} = 80 \text{ cal/g}$$

- 50 g
- C
- D
- A
- B
- E
- C
- E
- D
- D
- E
- F; V; V; V
- C
- D
- C
- D
- A
- A
- C
- $10^4$  s
- 0,25 cal/g·°C
- $T_E = 100 \text{ °C} \begin{cases} 1333 \text{ g água} \\ 666 \text{ g vapor} \end{cases}$

## Exercícios complementares

- D
- C
- D

- C
- $\approx 199,3$  g
  - 6,25 g
- B
- B
- D
- C
- A
- $M_{\text{gelo}} = 4$  kg
  - $M_{\text{água}} = 10,2$  kg
- D
- A
- $T_{\text{final}} = 0 \text{ °C}$
  - $d = 250$  g
- C
- C
- $m = 10$  kg
  - $M = 2,5$  kg
- C
- $T_{\text{final}} = 0 \text{ °C}$
- A
- $Q = 5 \cdot 10^{19}$  kJ e  $Q' = 1 \cdot 10^{19}$  kJ.
- D
- B
- No equilíbrio, analisemos as forças que atuam sobre o bloco de gelo:
 

$\vec{p}$  → peso do bloco

$\vec{E}$  → empuxo. Seu módulo é igual ao peso da água deslocada (transbordada)

$P = E$

$m_{\text{gelo}} \cdot g = m_{\text{água}} \cdot g$

$m_{\text{gelo}} = m_{\text{água}} \rightarrow m_{\text{água}} = 18 \text{ g}$

- Pelo item anterior, a massa do gelo é igual à massa da água que transbordou, portanto, quando o gelo se fundir, ocupará exatamente o volume que foi deixado pela água que transbordou para o prato. Conclui-se que, após a fusão total do gelo, o copo continua completamente cheio, e a massa de água no prato não sofre variação.
 
$$m_{\text{água}} = 18 \text{ g}$$
- $\Delta t = 4,2 \cdot 10^2$  s
    - Teremos água e gelo em equilíbrio a 0 °C.
  - D
  - E
  - B
  - D
  - 168 m

## Capítulo 5 – Propagação de calor

### Revisando

- Pelo fato de as condutividades térmicas serem diferentes.
- Processo de radiação, que pode ocorrer no vácuo.
- No vácuo, não existe convecção nem condução.
  - $E_{\text{mecânica}} \Rightarrow E_{\text{térmica}}$
- Porque existe ar entre um pedaço da madeira e outro.
- 6 cal/s
  - 80 °C

### Exercícios propostos

- D
- A
- D
- B
- 603 cal
- 12 cal/s
  - 720 cal
- A
- C
- D
- C
- A
- D
- D
- B
- D
- C
- D
- D
- A
- D
- D
- E
- C
- B

### Exercícios complementares

- B
- 5 cal/s
  - 20 °C
- B
- C
- B
- E
- B
- E

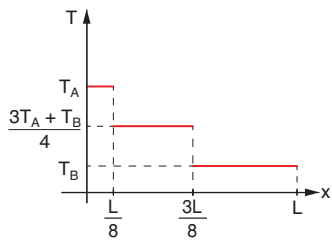


9.  $\Delta T \cong 6 \text{ K}$

10. A  
11. C  
12. D  
13. E  
14. A  
15. C  
16. E  
17. E  
18.

- a)  $K_{Al} > K_{madeira}$   
b)  $Al$   
c) Sim. O  $Al$  possui maior condutibilidade térmica.

19.  
a)



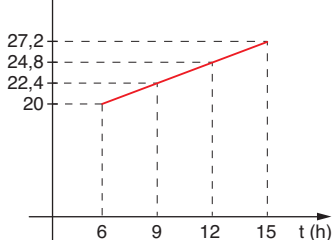
b)  $\frac{3T_A + T_B}{4}$

20. A  
21. B  
22.

a)  $Q = 8 \cdot 10^7 \text{ cal}$

- b) O vidro é transparente para algumas frequências eletromagnéticas, assim a energia entra nas estufas. Porém, as ondas emitidas pelos corpos dentro da estufa estão na região do infravermelho, sendo o vidro opaco para essas radiações. Logo, elas ficam retidas no interior da estufa, gerando o aquecimento.

b2)  $T (^{\circ}\text{C})$



23. C  
24. E

## Capítulo 6 – Gases e Termodinâmica

### Revisando

- Quando é submetido a altas temperaturas e baixas pressões.
- 15 L
- $T_C = T_B > T_A$
- 100 °C
- V, F, V, F, V
- $P_x = P_y = P_z$
- 2 atm

### Exercícios propostos

- B
- E
- D
- 2490 J
- 173 °C e -23 °C
- C
- E
- C
- C
- 2 L
- 5 atm
- A
- D
- A
- B
- 5,6 cm
- B
- A
- D
- 1,5 mol
- 1,999 atm
- B
- E
- A
- A
- 3,64 L
- 3 atm
- C
- 40 °C
- A
- C
- C
- 32.

1.  $h_e - h_d = \frac{p_0}{d \cdot g}$

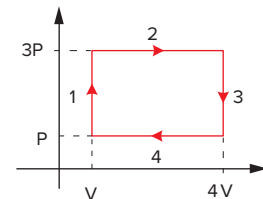
2. Menor.

- C
33. C
- 34.
- a) 3,33 atm
- b)  $|\tau_{AB,retal}| > |\tau_{AB,curval}|$
- 35.
- a) 1200 J
- b) 0
- c) 1200 J
36. Aprox. 4900 J
37. B
38. C
39. D
- 40.
- a)  $T_f = 525 \text{ K}$
- b)  $\Delta U = 225 \text{ J}$
41. D
42. C
43. F; V; F; V; V; F.
44. A
45. B

- A
- C
- E
- 30%
- E
- 450 cal
- C
- E
- B
- B

### Exercícios complementares

- 1.
- a) Expansão
- b)  $W = R \cdot T_1$
- c)  $\frac{P_2}{P_1} = \frac{\sqrt{3}}{27}$
2. A
3. D
- 4.
- a)



- b) 6PV
5. D
6. A
7. 30 °C
8. B
9. 1,25
10. 10,04 g
11. B
- 12.
- a) 1,5 atm
- b) 1,55 mm<sup>3</sup>
13. D
14. D
- 15.
- a) 9,1 L
- b) 4 atm
16. 2,64 atm
17. 100 °C
- 18.
- a)  $\frac{20}{21}$
- b)  $P_{atm} = P + dgh$
- c)  $P_{atm} = 1,05 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$
19. 1ª variação: -13%  
2ª variação: 16%  
Como as variações são diferentes, o processo não é simétrico.
20. D

21.  
 a) A vale  $V_A = \frac{2}{3}SL$   
 b) B vale  $\Delta x = \frac{L}{6}$
22.  
 a)  $V_A = 800 \text{ cm}^3$   
 b)  $\Delta P = -400 \text{ N/m}^2$   
 c)  $T_0 = 102 \text{ }^\circ\text{C}$
23. D
24.  $\frac{V_0}{V} = 0,62$
25. E  
 26. D  
 27. B  
 28. D
29.  
 a)  $h = \frac{P_a \cdot L \cdot A}{P_a \cdot A + mg}$   
 b)  $h' = \frac{m}{\rho \cdot A}$
30.  
 a)  $P_B = \frac{P_A}{3}$   
 b)  $T = -\frac{2}{3}P_A V_A$
31. D  
 32.  
 a) 3,2 L  
 b) 240 J  
 33. E  
 34. E  
 35. D  
 36. D  
 37. C  
 38. D  
 39. 4200 cal  
 40. E  
 41. E  
 42. 900 J  
 43. 180 J  
 44.  
 a) 250 J  
 b) 500 W  
 c) Ponto A  
 45. -4 kJ  
 46. Soma: 02 + 08 = 10  
 47. C  
 48.  $Q_{AB} = 70 \text{ J}$   
 49. D
50. A  
 51. 320 K ou 47 °C  
 52. 600 K ou 327 °C  
 53. 840 kW  
 54. D  
 55. E  
 56. C  
 57. A  
 58. E  
 59. V; F; V; V  
 60.  
 a) O gás tem maior temperatura no estado L.  
 b) Sim.  
 c) Não.  
 61. E  
 62. E  
 63. E  
 64. B





