ÁLVARO ANDRINI
MARIA JOSÉ VASCONCELLOS

7
MATEMÁTICA

PRATICANDO Matemática

EDIÇÃO RENOVADA

Coleção **PRATICANDO MATEMÁTICA**

ÁLVARO ANDRINI

- Licenciado em Matemática.
- Pós-graduado em Álgebra Linear e Equações Diferenciais.
- Foi professor efetivo de Matemática da rede estadual durante trinta anos.
- Autor de diversos livros didáticos.

MARIA JOSÉ VASCONCELLOS

- Licenciada em Matemática.
- Coordenadora e professora de Matemática em escola da rede particular.
- Coautora de coleção de Matemática para o Ensino Médio.

MANUAL DO PROFESSOR

3ª edição, São Paulo, 2012

EDITORA do BRASIL

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Andrini, Álvaro
Praticando matemática, 7 / Álvaro Andrini, Maria José Vasconcellos. – 3. ed. renovada. – São Paulo: Editora do Brasil, 2012. – (Coleção praticando matemática)

Suplementado pelo manual do professor.
Bibliografia
ISBN 978-85-10-05156-9 (aluno)
ISBN 978-85-10-05157-6 (professor)

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Vasconcellos, Maria José. II. Título. III. Série.

12-02962 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:
1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Direção executiva	Maria Lúcia Kerr Cavalcante Queiroz
Direção editorial	Cibele Mendes Curto Santos
Supervisão editorial	Felipe Ramos Poletti
Supervisão de arte e editoração	Adelaide Carolina Cerutti
Supervisão de direitos autorais	Marilisa Bertolone Mendes
Supervisão de controle de processos editoriais	Marta Dias Portero
Supervisão de revisão	Dora Helena Feres
Consultoria de iconografia	Tempo Composto Col. de Dados Ltda.
Edição	Valéria Elvira Prete e Cibeli Chibante Bueno
Assistência editorial	Andréia Manfrim Alves e Marjorie Mayumi Haneda Hirata
Auxiliar editorial	Rodrigo Pessota e Thalita Picerni
Coordenação de revisão	Otacilio Palareti
Copidesque	Equipe EBSA
Revisão	Ricardo Liberal e Nelson Camargo
Pesquisa iconográfica	Elena Ribeiro de Souza
Coordenação de arte	Maria Aparecida Alves
Assistência de arte	Regiane Santana
Design gráfico	Ricardo Borges
Capa	Hailton Santos
Imagem de capa	Orla/Shutterstock com pesquisa iconográfica de Léo Burgos
Ilustrações	Departamento de Arte e Editoração (DAE), Hélio Senatore, José Luis Juhas, Lápis Mágico e Luis Moura
Produção cartográfica	Sonia Vaz
Coordenação de editoração eletrônica	Abdonildo José de Lima Santos
Editoração eletrônica	Equipe EBSA
Licenciamentos de textos	Renata Garbellini e Jennifer Xavier
Controle de processos editoriais	Leila P. Jungstedt e Carlos Nunes e Flávia Iossi

3ª edição / 1ª impressão, 2013
Impresso no parque gráfico da Editora FTD

EDITORA *do* BRASIL
Rua Conselheiro Nébias, 887 – São Paulo/SP – CEP 01203-001
Fone: (11) 3226-0211 – Fax: (11) 3222-5583
www.editoradobrasil.com.br

PREZADO ALUNO

Você já deve ter perguntado a si mesmo, ou a seu professor:

“Para que eu devo estudar Matemática?”

Há três respostas possíveis:

1. A Matemática permite que você conheça melhor a realidade.
2. A Matemática pode ajudar você a organizar raciocínios.
3. A Matemática pode ajudar você a fazer descobertas.

Este livro e as orientações de seu professor constituem um ponto de partida. O caminho para o conhecimento é você quem faz.

Os autores

"Não há ramo da Matemática, por abstrato que seja, que não possa um dia vir a ser aplicado aos fenômenos do mundo real."

Lobachevsky

Agradecemos ao professor Eduardo Wagner pelos comentários e sugestões que contribuíram para a melhoria deste trabalho.

SUMÁRIO

Fernando Favoretto

Unidade 1
Números naturais

Unidade 2
Frações e números decimais

Unidade 3
Números negativos

Unidade 4
Proporcionalidade

Unidade 5
Razões e porcentagens

SUMÁRIO

UNIDADE 1

Números naturais

1. A sequência dos números naturais

Marcelo está contando seus CDs.

Para contar usamos os números: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ...

Você sabe que, com o zero, esses números formam a sequência dos números naturais. Essa sequência é infinita, pois todo número natural tem um **sucessor**:

Ilustrações: Hélio Senatore

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...

- o sucessor de 4 é 5;
- o sucessor de 25 é 26;
- o sucessor de 1029 é 1030 e assim por diante.

No dicionário encontramos:

Antecessor: aquele que vem antes.

Na sequência dos números naturais:
- 7 é o antecessor de 8;
- 42 é o antecessor de 43.

Podemos selecionar na sequência dos números naturais dois ou mais números **consecutivos**:
- 8 e 9 são consecutivos;
- 63, 64 e 65 são consecutivos;
- 139, 140, 141 e 142 são consecutivos.

Descubra, com seus colegas, quais são os dois números naturais consecutivos que somados resultam 95. Só vale cálculo mental! 47 e 48

Par ou ímpar?

No marco inicial de uma estrada, foi colocada uma placa escrito: **km 0**. A partir dela, de 2 em 2 quilômetros, foram colocadas mais placas indicando a distância percorrida, ou a percorrer.

Hélio Senatore

Ao contar os quilômetros de 2 em 2, a partir do zero, iniciamos a sequência dos números **pares**, que é infinita: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, ...

Um número natural é par quando o algarismo das unidades é igual a 0, 2, 4, 6, ou 8.

Responda você:
- quando um número natural é **ímpar**?

Um número natural é ímpar quando o algarismo das unidades é igual a 1, 3, 5, 7 ou 9.

CONECTANDO SABERES

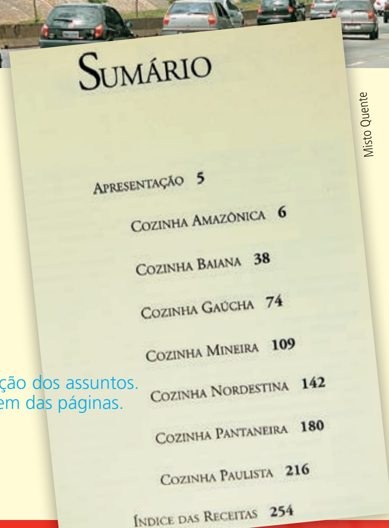
Além da contagem, os números naturais têm outras aplicações. Observe cada fotografia abaixo e responda oralmente que função têm os números naturais nela apresentados.

Identificação e ordem das pistas.

Misto Quente

Identificação de tamanho.

Misto Quente



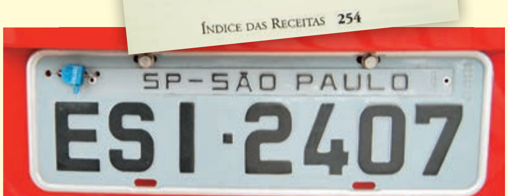
SUMÁRIO

Misto Quente

Localização dos assuntos.
Contagem das páginas.

Ordem.

Getty Images



Misto Quente

Identificação do veículo.

Misto Quente

Identificação da linha/contagem do tempo.

Exercícios

1 Veja os números que aparecem nestas frases:

a) Lúcia comeu $\frac{1}{5}$ do bolo.

b) O encanador comprou 8,30 m de tubo.

c) Em Paris a temperatura atingiu -2 °C.

d) O jogo teve 1 847 torcedores.

Qual desses números é natural? 1847

2 Responda.

a) Qual é o sucessor de 58 999? 59 000

b) Qual é o antecessor de 2 001 000? 2 000 999

3 A soma de três números naturais consecutivos é igual a 240. Qual é o maior desses três números? 81

4 Os números naturais também são usados como códigos ou para indicar ordem:

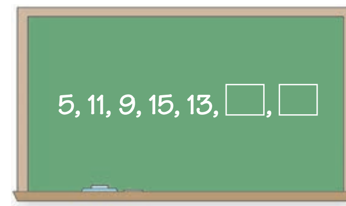
Hélio Senatore

Responda em seu caderno.

a) Qual é o Código de Endereçamento Postal (CEP) de sua residência? Resposta pessoal.

b) Se você está numa fila em 26º lugar, quantas pessoas tem à sua frente? Qual é o lugar que ocupa quem tem 12 pessoas à sua frente? 25 pessoas; 13º lugar

5 Quais são os dois próximos números desta sequência? 19 e 17



Ilustra Cartoon

6 Se n é um número natural, qual é o valor de n quando:

a) $n + 3 = 10$? 7

b) $n - 5 = 35$? 40

c) $2 \cdot n = 18$? 9

7 Entre quais valores pode variar a pontuação obtida se lançarmos simultaneamente 2 dados? 2 e 12


Nexus7/Dreamstime.com

8 O senhor Alfredo é carteiro. Ele tem dez cartas para entregar, uma em cada residência, nos números:

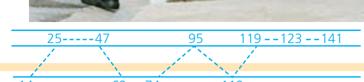
14	25	47	62	74
95	110	119	123	141

a) No lado esquerdo da rua as casas estão numeradas com números ímpares. Quais são eles?
25, 47, 95, 119, 123 e 141

b) Quantas cartas seu Alfredo entregará no "lado par" da rua? 4 cartas

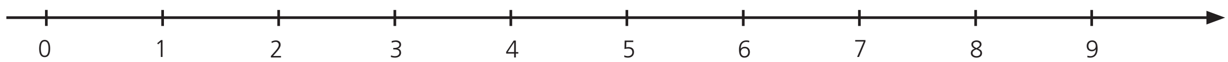
c) Se entregar as cartas seguindo a ordem do números, quantas vezes ele terá de atravessar a rua? Cinco vezes.


Alexandre Tokitaka/ Pulsar Imagens



2. Representação na reta e comparação de números naturais

A cada número natural, fizemos corresponder um ponto na **reta numérica**.



Essa representação facilita a comparação entre dois números: o **maior** número é o que está representado à **direita** do outro na reta numérica. Veja os exemplos:

- $5 > 3$ (lemos *cinco é maior que três*)
- $2 < 7$ (*dois é menor que sete*)
- $1 > 0$ (*um é maior que zero*)
- $4 = 4$ (*quatro é igual a quatro*)

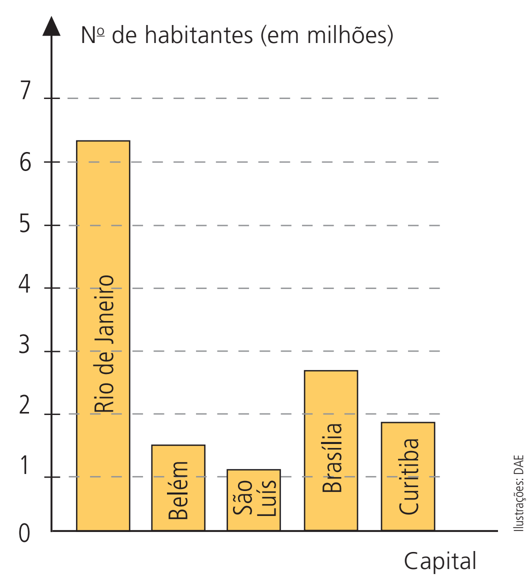
3. Leitura e escrita

Os números naturais aparecem com frequência em tabelas e gráficos. Veja a tabela de dados e o gráfico de barras com a estimativa feita pelo IBGE para a população de capitais de alguns dos estados brasileiros e do Distrito Federal.

Capital	Nº de habitantes
Rio de Janeiro	6 323 037
Belém	1 392 031
São Luís	1 011 943
Brasília	2 562 963
Curitiba	1 746 896

Fonte: <www.portalodm.com.br/relatorios>. Acesso em: fev. 2011.

População de algumas capitais brasileiras



Vamos tomar como exemplo a população estimada de Brasília: 2 562 963 habitantes.

Lemos: *dois milhões, quinhentos e sessenta e dois mil, novecentos e sessenta e três habitantes.*

$$2\,562\,963 = 2\,000\,000 + 500\,000 + 60\,000 + 2\,000 + 900 + 60 + 3$$

Observe que esse número tem 3 classes e 7 ordens:

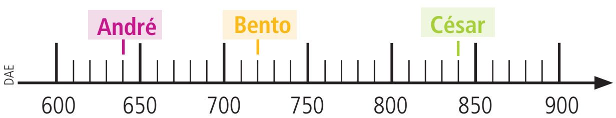
		2	5	6	2	9	6	3
Ordem das centenas de milhão	Ordem das dezenas de milhão	Ordem das unidades de milhão	Ordem das centenas de milhar	Ordem das dezenas de milhar	Ordem das unidades de milhar	Ordem das centenas	Ordem das dezenas	Ordem das unidades
Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classe das unidades simples		

Arredondando esse número para a centena de milhar mais próxima, temos 2 600 000 habitantes.

Escolha colegas para fazerem, no quadro, com a população das outras capitais, o mesmo que fizemos com a população de Brasília.

Exercícios

9 (Saresp) A figura abaixo mostra quantos metros André, Bento e César já percorreram na corrida que estão apostando.



Qual é a distância, em metros, percorrida individualmente pelos meninos?
André: 640 m; Bento: 720 m; César: 840 m.

10 Considere o número:

3 860 982

a) Escreva como lemos esse número.
Três milhões, oitocentos e sessenta mil, novecentos e oitenta e dois.

b) Quantas unidades representa o algarismo 8 que está à esquerda do 2? E o que está à esquerda do 6? 80; 800 000

11 Observe que um mil (1 000) tem 3 zeros e um milhão (1 000 000) tem 6 zeros. Quantos zeros têm um bilhão? E um trilhão? 9 zeros; 12 zeros

12 Reescreva a notícia no caderno, representando o número com algarismos.

O planeta Terra tem cerca de 7 000 000 000 de habitantes.

13 Se eu quero representar o antecessor de n, escrevo $n - 1$. Se eu quero representar o sucessor de n, o que devo escrever? $n + 1$

14 Observe a tabela:

Número de habitantes de algumas capitais brasileiras Ano: 2010	
Brasília	2 562 963
Cuiabá	551 350
Curitiba	1 746 896
Manaus	1 802 525
Natal	803 811
São Paulo	11 244 369

Fonte: IBGE. Acesso em: fev. 2011.

a) Qual é a cidade mais populosa? E a menos populosa?
São Paulo; Cuiabá.

◆ Rua 25 de Março, em São Paulo.

b) Quais cidades têm menos de um milhão de habitantes? Cuiabá e Natal.

c) Coloque em ordem crescente os números da tabela.
551 350, 803 811, 1 746 896, 1 802 525, 2 562 963, 11 244 369

15 Considere todos os números naturais de três algarismos diferentes formados por 3, 4 e 5.

Responda.

a) Quais começam por 3? 345 e 354

b) Quais começam por 4? 435 e 453

c) Quais começam por 5? 534 e 543

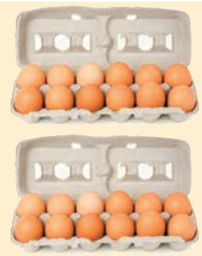
d) Quantos são no total? 6

4. Múltiplos e divisores

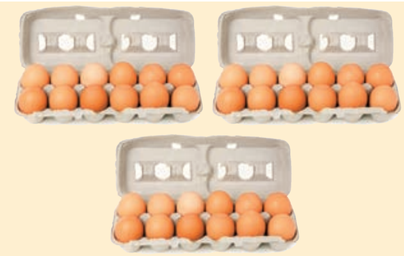
Sequência dos múltiplos de um número natural

Em geral, os ovos são vendidos em embalagens com 12 unidades cada uma.

1 embalagem contém:
$1 \cdot 12 = 12$ ovos



2 embalagens contêm:
$2 \cdot 12 = 24$ ovos



3 embalagens contêm:
$3 \cdot 12 = 36$ ovos

Fotos: Feng Yu/Dreamstime.com

Quantos ovos teremos se comprarmos:

- 4 embalagens?
- 5 embalagens?
- 6 embalagens?

Pense e responda:
Se comprarmos n embalagens, quantos ovos teremos? $12n$

Para obter o número de ovos, multiplicamos o número de embalagens por 12.
O número de ovos será sempre um **múltiplo** de 12.

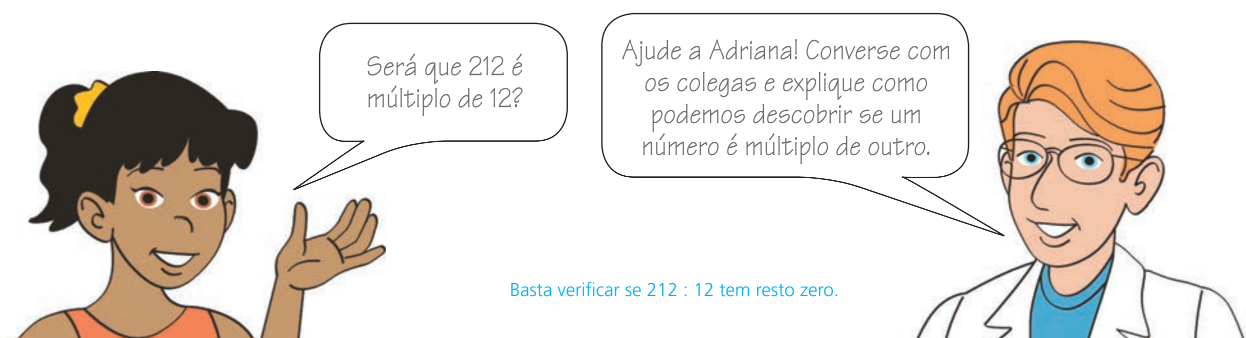
0, 12, 24, 36, 48, 60, ... é a sequência dos múltiplos de 12. Essa sequência é infinita.

Observe que ela é obtida multiplicando os números naturais por 12.

$0 \cdot 12 = \boxed{0}$ $1 \cdot 12 = \boxed{12}$ $2 \cdot 12 = \boxed{24}$ $3 \cdot 12 = \boxed{36}$ $4 \cdot 12 = \boxed{48}$ e assim por diante.

1. Quem vai ao quadro escrever a sequência:
a) dos múltiplos de 4? 0, 4, 8, 12, 16, ...
b) dos múltiplos de 15? 0, 15, 30, 45, 60, ...

2. Qual é o número que é múltiplo de todos os números naturais? O número zero.

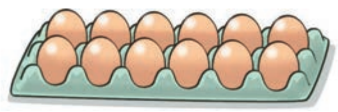


Basta verificar se 212 : 12 tem resto zero.

Ilustrações: Hélio Senatore

Divisores de um número natural

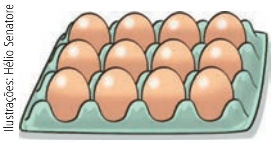
Nas embalagens mais encontradas no comércio, os ovos são dispostos assim:



$2 \cdot 6 = 12$

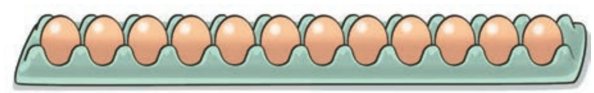
No entanto, podemos imaginar outras formas de dispô-los:

Ilustrações: Hélio Senatore



$3 \cdot 4 = 12$

$3 \cdot 4 = 12$
3 e 4 são os fatores
12 é o produto



$1 \cdot 12 = 12$

Observe que encontramos os fatores ou **divisores** de 12: 1, 2, 3, 4, 6 e 12.
Também dizemos que 12 é **divisível** por 1, 2, 3, 4, 6, e 12.

- 1 é divisor de todo número natural.
- O maior divisor de um número natural é ele mesmo.

1. Escreva em seu caderno os divisores ou fatores de:

a) 18 1, 2, 3, 6, 9, 18
b) 35 1, 5, 7, 35
c) 100 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100
d) 1 1

2. Ana disse que 8 é divisor de 32. André falou que 32 é divisível por 8. Quem acertou? Os dois.

3. É possível distribuir 816 maçãs em caixas com 24 maçãs cada uma sem que sobrem ou faltem maçãs? Justifique sua resposta. Sim, pois 816 : 24 = 34 e não há resto.

Exercícios

16 Verdadeiro ou falso?

a) 2 é divisor de 85 F

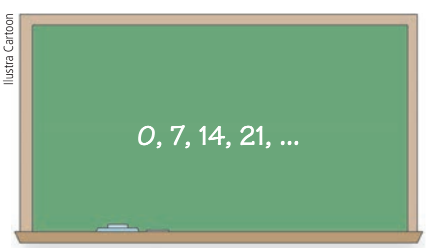
b) 13 é divisor de 39 V

c) 78 é divisível por 2 V

d) 54 é divisível por 8 F

17 Escreva os múltiplos de 8 maiores que 130 e menores que 170. 136, 144, 152, 160 e 168

18 Será que 665 é termo desta sequência? Sim.



Ilustra Cartoon

19 Escreva no caderno os quatro termos seguintes das sequências numéricas.

a) $3 \cdot n \rightarrow$ 3, 6, 9, ... 12, 15, 18, 21

b) $2 \cdot n + 1 \rightarrow$ 3, 5, 7, ... 9, 11, 13, 15

20 Em um jogo de bingo um senhor concorre com a seguinte cartela:

3		27		46		63		84
	11		36		55	65	72	
	16	25			54		75	89

Neste momento já foram sorteados:

- os números múltiplos de 3;
- os números múltiplos de 5.

Quais números estão faltando para que a cartela seja preenchida? 11, 16, 46 e 89

21 Qual é o próximo termo da sequência? 27

2 187, 729, 243, 81, ...

22 Responda.

a) Quem tem mais divisores: o número 17 ou o número 12? O número 12.

b) Quem tem mais divisores: o número 7 ou o número 11? Eles têm número igual de divisores.

c) Qual é o menor divisor de um número? O número 1.

d) Qual é o maior divisor de um número? O próprio número.

23 Quais números naturais compreendidos entre 30 e 80 são divisíveis por 5 mas não são divisíveis por 10? 35, 45, 55, 65 e 75

24 Qual é o número que

- é múltiplo de 5,
- está compreendido entre 30 e 50,
- é múltiplo de 8? 40

25 Numa sala de aula há 35 alunos.

Fernando Favoretto

a) Essa turma poderia ser dividida em 5 grupos com o mesmo número de alunos? Justifique. Sim. Porque 5 é divisor de 35.

b) Essa turma poderia ser dividida em 4 grupos com o mesmo número de alunos? Justifique. Não. Porque 4 não é divisor de 35.

c) Existe outra possibilidade de formação de grupos com o mesmo número de alunos (não valem os grupos com apenas 1 aluno)? Qual é? Pode haver 7 grupos de 5 alunos.

Números primos

E os **números primos**? Lembram-se deles? São os números naturais que têm exatamente dois divisores: 1 e ele mesmo.

2, 3, 5, 7 e 11, por exemplo, são números primos

Existem infinitos números primos. O único número par que é primo é o 2.

O nome "primo" nada tem a ver com parentesco. Seu significado é de "primeiro". Isso porque todo número natural não primo maior que 1 pode ser escrito como produto de números primos, ou seja, os primos "geram" os demais números naturais por meio da multiplicação. Acredita-se que os gregos antigos foram os primeiros a perceber essa propriedade.

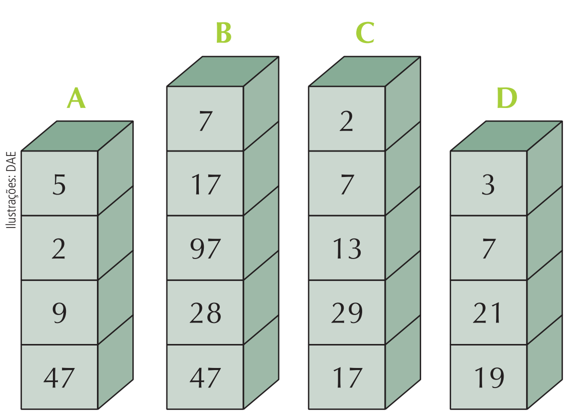
Veja exemplos:

- $15 = 3 \cdot 5$
- $28 = 4 \cdot 7 = 2 \cdot 2 \cdot 7 = 2^2 \cdot 7$ .... $2^2 \cdot 7$ é a forma fatorada prima de 28
- $99 = 9 \cdot 11 = 3^2 \cdot 11$

Escreva em seu caderno a forma fatorada prima do número 36.
$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$

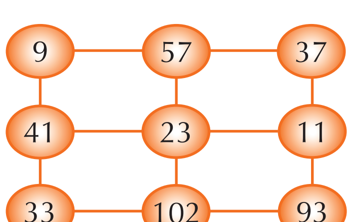
Exercícios

26 Veja algumas pilhas de blocos numerados:



Qual é a pilha constituída somente de números primos? C

27 Quais números são primos? 37, 41, 23 e 11



28 Em seu caderno, substitua as letras por números para que as decomposições em fatores primos fiquem corretas.

a)
$$\begin{array}{r|l} 350 & 2 \\ A & 5 \\ 35 & B \\ C & 7 \\ 1 & \end{array}$$
A = 175
B = 5
C = 7

b)
$$\begin{array}{r|l} A & 2 \\ 60 & B \\ 30 & 2 \\ C & 3 \\ 5 & D \\ 1 & \end{array}$$
A = 120
B = 2
C = 15
D = 5

29 A fatoração completa de 1 176 é:

a) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$

b) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$

x c) $2^3 \cdot 3 \cdot 7^2$

d) $2^3 \cdot 3 \cdot 7$

30 Sendo $A = 2^2 \cdot 3 \cdot 7^3$, então, a afirmação correta é:

a) A é um número ímpar.

b) A é um número primo.

c) 21 é múltiplo de A.

x d) 49 é um divisor de A.

Vale a pena ler

Zero, a grande invenção

O zero é um dos mais importantes personagens da história da Matemática. Parece estranho dizer isso, pois pensamos: zero é nada, não tem sentido contar zero estrela, zero caneta... Para que inventar um símbolo que representa o nada? Por isso, muitas civilizações ignoraram o zero durante séculos. O sistema de numeração romano, por exemplo, não tem representação para o zero.

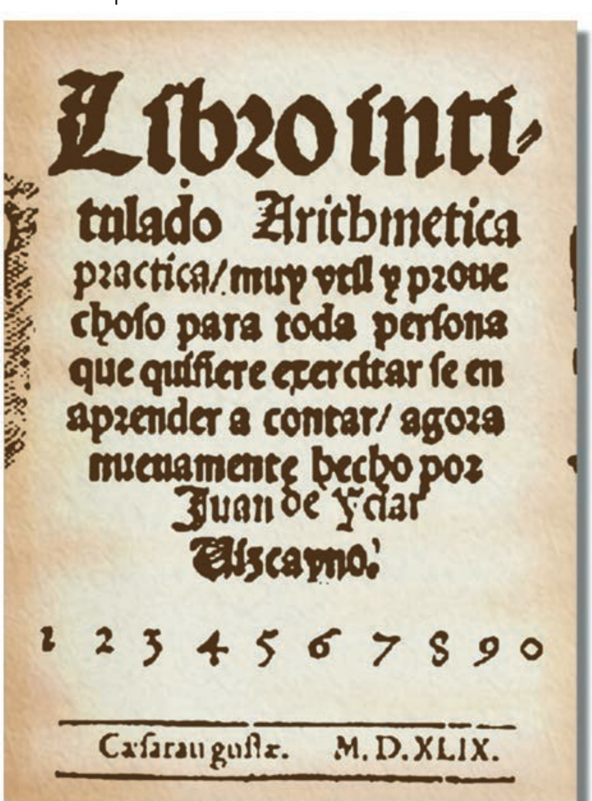
No entanto, imagine a seguinte situação: o pastor conta suas ovelhas: são 204, ou seja, 2 centenas, nenhuma dezena e 4 unidades. Se só existissem os símbolos 2 e 4, como mostrar que a posição das dezenas deve estar vazia? Como escrever que entre o 2 e o 4 há uma posição sem nenhuma quantidade?

O registro para 24, 204, 2004, 2400, 20004 etc. seria o mesmo, ou seja, confusão na certa. A invenção de um símbolo para indicar a posição vazia tornou o sistema de numeração posicional que hoje usamos realmente eficiente, permitindo que, com somente dez símbolos, fosse possível registrar qualquer quantidade. Portanto, o zero resolveu um problema de escrita dos números.

O povo indiano, criador do sistema de numeração que hoje usamos, inicialmente usava uma palavra para registrar o zero: *sunya*, que significa vazio. Os árabes traduziram essa palavra por *sifr* (vago) que em latim terminou sendo traduzido por *zephyrum*. Ao longo do tempo, os nomes foram se modificando e hoje usamos a palavra **zero**.

Embora se atribua aos hindus a utilização prática do zero no registro de números, a ideia do zero aparece em vários sistemas de numeração antigos, como o da civilização maia, que viveu no território que ia da Guatemala até o México.

Hélio Senatore


Libro intitulado Arithmetica practica/ muy vtil y prouechoso para toda persona que quisiere exercitar se en aprender a contar/ agora nueuamente hecho por Juan de Yciar Vizcayno.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Cæsaraugustæ. M.D.XLIX.

Que tal descobrir um pouco mais sobre a história do zero?

Combine com seus colegas e pesquisem em livros, enciclopédias ou na internet. Depois troquem informações!

Veja na figura ao lado o formato dos algarismos arábicos que se encontra na página de rosto do livro *Libro Intitulado Arithmetica Practica* escrito por Juan de Yciar, matemático e calígrafo espanhol – 1549.

5. Mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum

Vamos rever os conceitos de mínimo múltiplo comum (**mmc**) e de máximo divisor comum (**mdc**) resolvendo problemas.

mmc

1. Cristina tem um belo jardim em sua casa. Para mantê-lo assim, ela rega as plantas a cada 6 dias e aplica uma solução com vitaminas para as raízes a cada 8 dias. Às vezes, as duas tarefas coincidem no mesmo dia. De quanto em quanto tempo isso acontece?

Nicky Gordon/iStockphoto.com

Consideremos como zero o dia em que as tarefas coincidem.

- Regar as plantas: 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, ... são os múltiplos de 6.
- Aplicar a solução: 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, ... são os múltiplos de 8.

As tarefas coincidem em intervalos de tempo que são **múltiplos comuns** de 6 e de 8: 0, 24, 48, 72, ...

A primeira coincidência depois do dia zero acontecerá em 24 dias, que é o mmc de 6 e 8.

Escrevemos mmc (6, 8) = 24.

Tente responder mentalmente!

Se Cristina regasse as plantas a cada 4 dias e aplicasse a vitamina a cada 10 dias, de quantos em quantos dias as tarefas coincidiriam?
De 20 em 20 dias.

mdc

2. Maurício adora inventar jogos. O jogo que ele está criando agora tem como tema a Olimpíada. Ele fez cartões que representarão alguns dos países que participam dos Jogos Olímpicos. São 32 cartões para países que pertencem ao Hemisfério Norte e 24 para os que pertencem ao Hemisfério Sul. Esses cartões serão separados e distribuídos igualmente entre os jogadores. Nenhum cartão pode sobrar.

Maurício precisa responder às seguintes questões:
- Quantos participantes o jogo pode ter? 2, 4 ou 8
- Qual é o número máximo de jogadores? 8

Vamos ajudá-lo?
Os divisores de 32 são: 1, 2, 4, 8, 16 e 32.
Os divisores de 24 são: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24.
Os divisores comuns de 32 e 24 são: 1, 2, 4 e 8.

Qual é o máximo divisor comum (mdc) de 24 e 32? 8

Hélio Senatore

Exercícios

31 Pense nos múltiplos de 4.

a) Indique todos os menores que 30.
0, 4, 8, 12, 16, 20, 24 e 28

b) Dos números que escreveu, quais são também múltiplos de 6? 0, 12 e 24

c) Qual é o mínimo múltiplo comum entre 4 e 6? 12

32 No mês de março, Celso jogou tênis nos dias ímpares e Rodrigo jogou tênis nos dias múltiplos de 3. Quantas vezes ambos jogaram tênis no mesmo dia? 5 vezes 3, 9, 15, 21, 27

Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sáb
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

33 Quais números são simultaneamente divisores de 16 e 28? Qual é o maior deles? 1, 2 e 4; 4

34 Sempre que o mdc de dois números naturais é igual a 1, dizemos que esses números são *primos entre si*.
Usando essa informação, qual desses pares de números são primos entre si?

a) 6 e 10
x b) 8 e 13
c) 35 e 45
d) 44 e 77

35 Na cozinha de um restaurante, a manutenção do fogão é feita a cada dois dias; a da geladeira, a cada três; e a do freezer, a cada cinco dias. Hoje, os três equipamentos, juntos, estão sendo revisados. Daqui a quantos dias esta coincidência ocorrerá novamente?
30 dias; mmc (2, 3, 5) = 30

36 Uma empresa pretende armazenar 700 kg de sabão em pó fazendo o melhor aproveitamento do espaço. Que modelo de caixa apresentado abaixo a empresa deve utilizar e quantas caixas serão necessárias?
O primeiro modelo. Utilizará 28 caixas.

37 Um lojista tem 45 lâmpadas: 12 amarelas, 15 azuis e 18 verdes. Com essas 45 lâmpadas, quer formar caixas que tenham cada uma o mesmo número de lâmpadas amarelas, azuis e verdes. Quantas caixas pode formar e qual é a composição de cada caixa?
Três caixas formadas por 4 amarelas, 5 azuis e 6 verdes. mdc (12, 15, 18) = 3

Ilustrações: Hélio Senatore

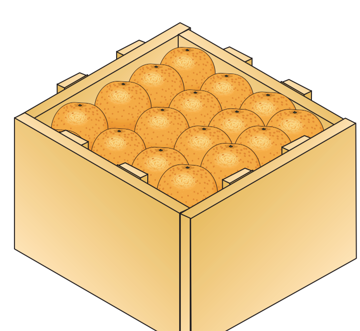
38 Uma caixa está cheia de laranjas. São mais de 50 e menos de 60.

- Se tirarmos de 3 em 3, sobram 2.
- Se tirarmos de 5 em 5, sobram 4.

3, 6, ..., 51, 54, 57
5 8 53 56 59

5, 10, ..., 50, 55
9 14 54 59

Quantas laranjas há na caixa?
59 laranjas



Ilustra Cartoon

Seção livre

Lendo códigos de barras

CONECTANDO SABERES

Vemos, abaixo, o código de barras de um produto alimentício fabricado no Brasil.

Misto Quente

Observe que ele é composto de 13 algarismos.

Vamos descobrir o que eles representam?

Os três primeiros indicam o país de origem do produto. No exemplo, o Brasil: 789.

Os quatro algarismos seguintes identificam a empresa fabricante. Os próximos cinco dígitos representam o código do produto dentro da classificação da própria empresa, especificando, por exemplo, sabor, modelo, cor.

O último algarismo é chamado de dígito de controle. Ele é obtido a partir de operações feitas com os algarismos anteriores, servindo, assim, para confirmar se a leitura do código foi feita corretamente.

Ao fazer compras, quando passamos uma mercadoria pelo caixa, o leitor óptico envia ao computador a sequência de barras pretas e brancas impressa no rótulo ou na etiqueta do produto. Um *software* interpreta qual sequência de números ela representa, identificando o produto e seu preço.

Observe que, quando a leitura óptica falha por algum motivo, o caixa digita a sequência de algarismos que aparece abaixo das barras.

O tipo de código que interpretamos no nosso exemplo é conhecido como EAN13 e está entre os mais utilizados. No entanto, não é o único existente.

Atualmente, o código de barras é aplicado em muitas áreas: indústria, comércio, contas de consumo (como luz e água), boletos bancários, hospitais, correios, transportes etc.

Vamos comprovar o que aprendemos? Respostas pessoais.

1. Verifique nos códigos de barras de produtos brasileiros como realmente todos começam com 789, que é o código do Brasil. Anote alguns em seu caderno.
2. Procure, em casa ou no supermercado, produtos fabricados pela mesma empresa. Os quatro algarismos seguintes à identificação do país são iguais?
3. No supermercado, encontramos produtos fabricados em outros países. Descubra e anote, para mostrar aos colegas, qual é o código de identificação de dois países diferentes.

Revisando

39 Verdadeiro ou falso?

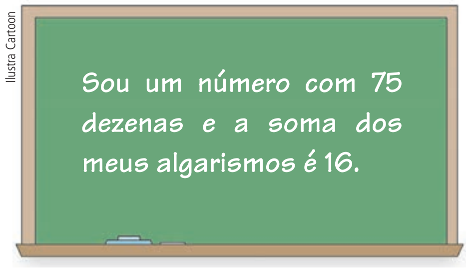
a) 42 é múltiplo de 6 V

b) 11 é divisor de 21 F

c) 36 tem 9 divisores V

d) Zero é divisor de todos os números. F

40 Descubra o número! 754



41 A quantia de seis milhões, quinze mil, quatrocentos e trinta e dois reais é repartida igualmente entre três ganhadores da Lotomania. Quanto recebe cada um deles? R$ 2.005.144,00

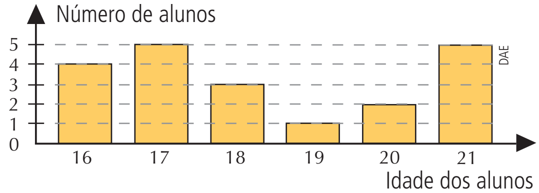
42 Observe a sequência:

4, 8, 12, 16, 20, ...

a) Qual é o décimo termo dessa sequência? E o 27º? 40; 108

b) Qual é o termo de ordem n? $4n$

43 (Vunesp) Num curso de inglês, a distribuição das idades dos alunos é dada pelo gráfico seguinte.



a) Qual é o número total de alunos do curso? 20 alunos; 4 + 5 + 3 + 1 + 2 + 5 = 20

b) Qual é o número de alunos com no mínimo 19 anos? 8 alunos; 1 + 2 + 5 = 8

44 Sejam x, y, 75 e z números naturais consecutivos. Descubra qual é o valor de $x + y + z$. 223

45 A soma de dois números ímpares é um número par ou ímpar? E a soma de dois números pares? Par; Par.

46 A soma de dois números naturais consecutivos é par ou ímpar? Ímpar.

47 Hoje é sábado. Que dia da semana será daqui a 99 dias? Domingo. $99 = 14 \cdot 7 + 1$

48 (Encceja) Marcela, responsável pela decoração da festa de São João, decidiu dispor as bandeirolas na seguinte sequência:

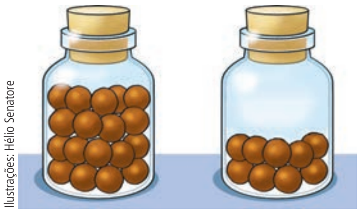
Fila	1ª	2ª	3ª
Número de bandeirolas	7	12	17

No pátio da escola cabiam 7 filas. Obedecendo a mesma sequência numérica do quadro, qual o número de bandeirolas da última fila? 37 bandeirolas


Fernando Favoretto

49 Roberto pensou num número primo menor que 10. Multiplicou o número por 5 e somou 2 ao resultado. Obteve também um número primo menor que 40. Em que número ele pensou? 3 ou 7

50 Os frascos da figura contêm bombons. Se o primeiro tiver 32 bombons, estime o número de bombons do segundo frasco. 16 bombons



Fazer uma **estimativa** é indicar um valor aproximado de uma quantidade comparando-a com outra que se conhece.

51 Um número natural dividido por 8 deixa resto 6. O resto da divisão desse número por 4 é igual a

a) 0
x b) 2
c) 3
d) 4

52 (Obmep) Daniela fez uma tabela mostrando a quantidade de água que gastava em algumas de suas atividades domésticas.

Atividade	Consumo	Frequência
Lavar roupa	150 litros por lavagem	1 vez ao dia
Tomar um banho de 15 minutos	90 litros por banho	1 vez ao dia
Lavar o carro com mangueira	100 litros por lavagem	1 vez na semana

Para economizar água, ela reduziu a lavagem de roupa para 3 vezes por semana, o banho diário para 5 minutos e a lavagem semanal do carro para apenas um balde de 10 litros. Quantos litros de água ela passou a economizar por semana?

a) 1010
x b) 1110
c) 1210
d) 1211
e) 1310

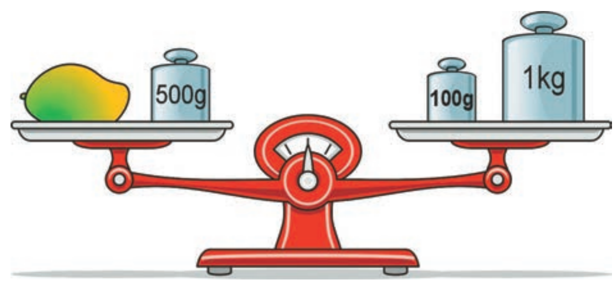
• 1050 − 450 = 600
• 630 − 210 = 420
• 100 − 10 = 90
1110

53 Quais números de cinco algarismos podemos escrever utilizando os que estão abaixo?

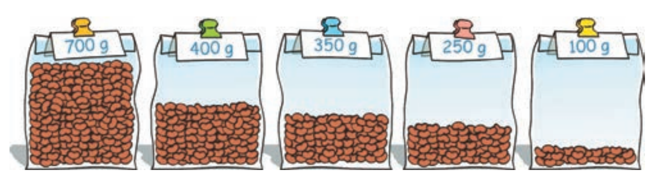
0	3	3	0	0

30 003, 30 030, 30 300 e 33 000

54 A balança está em equilíbrio. Qual é o peso da manga em gramas? 600 g

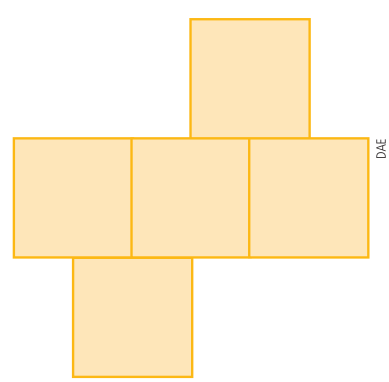


55 Dona Maria tem 5 pacotes com restos de feijão.



Quais devemos juntar para obter um quilograma de feijão? 400 g, 350 g e 250 g

56 Cada quadrado mede 7 cm de lado. Qual é o perímetro da figura? 84 cm



57 Márcia mediu o comprimento de uma mesa usando palitos de picolé, todos com 12 cm. Se ela verificou que a medida era de 19 palitos, qual é o comprimento da mesa, em metros? 2,28 m

58 Escreva no caderno os números naturais que estão compreendidos entre:

a) 76 ▨ 79 — Quantos são?
77 e 78; 2 números

b) 50 ▨ 54 — Quantos são?
51, 52 e 53; 3 números

Se você já descobriu a regra, pode continuar!

c) Quantos números naturais há entre 205 e 273? 67 números

59 Um capítulo de um livro de Matemática vai do início da página 27 até o fim da página 46. Quantas são as páginas desse capítulo?
20 páginas

60 Na sequência apresentada, o número de asteriscos que deveria aparecer no retângulo é:

*	***	*****	...	$\boxed{}$
0	1	2		10

a) 19

x b) 21

c) 23

• $2n + 1$

d) 24

61 Fernanda tem 5 irmãos. Marcos tem 4 irmãos. Fernanda e Marcos, juntos com seus irmãos, são, ao todo:

a) 9

b) 10

x c) 11

d) 12

62 (Prominp) Antes de ontem foi terça-feira. Amanhã é dia 10. Ontem foi:

Terça	Ontem	Hoje	Amanhã
	8	9	10

a) quinta-feira, dia 9.

b) segunda-feira, dia 8.

x c) quarta-feira, dia 8.

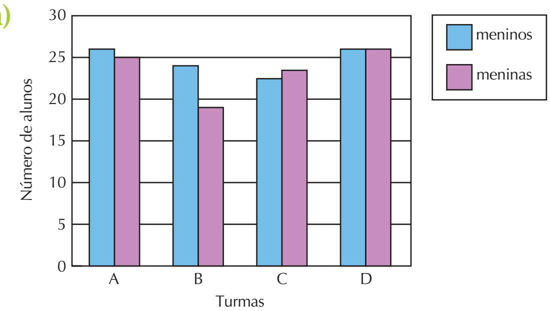
d) quarta-feira, dia 11.

63 (Saresp) Foi feito o levantamento do número de meninos e meninas entre 4 turmas de uma escola. O resultado é apresentado na tabela abaixo.

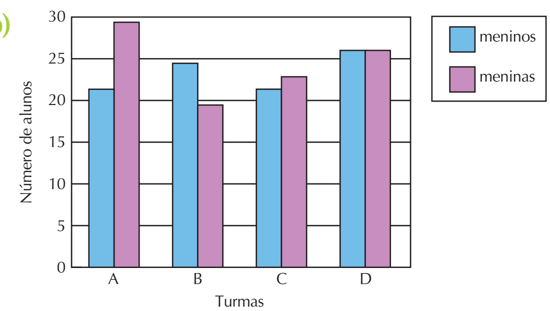
Turma	Meninos	Meninas
A	22	29
B	24	19
C	22	23
D	26	26

Qual, dentre os gráficos abaixo, melhor representa essa tabela?

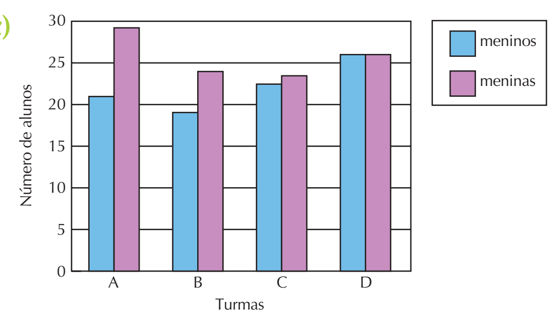
a)



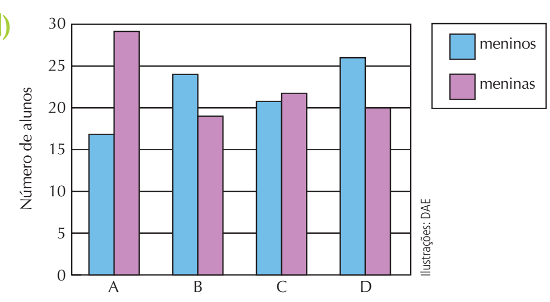
x b)



c)



d)



Ilustrações: DAE

64 (Prominp) Uma lâmpada pisca de 10 em 10 segundos. Outra lâmpada pisca de 8 em 8 segundos. Se elas piscam juntas em um momento, voltarão a piscar juntas daqui a quantos segundos? 40 segundos

65 Gabriel vai escolher dois ingredientes diferentes para fazer a sua pizza. Pode escolher:

- atum
- frango
- presunto
- muçarela
- calabresa

Hélio Senatore

Quantos tipos de pizza diferentes Gabriel pode fazer? 10 tipos

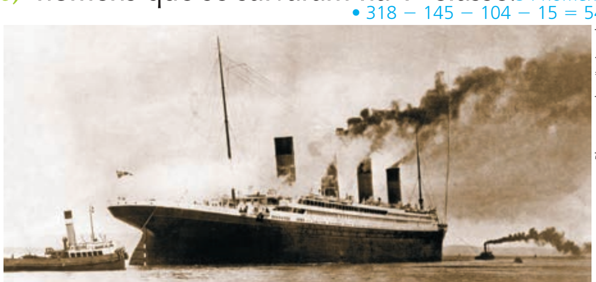
66 (Uenf-RJ) Um dos maiores acidentes do século XX foi o naufrágio do transatlântico Titanic. Segundo informações divulgadas, salvaram-se desse naufrágio 318 passageiros na 1ª e 2ª classes, dos quais 249 eram mulheres e crianças. Considere a tabela abaixo, que mostra a distribuição dos sobreviventes por classe.

Classe	Homens	Mulheres e crianças
1ª	?	145
2ª	15	?

Calcule o número que corresponde à quantidade de:

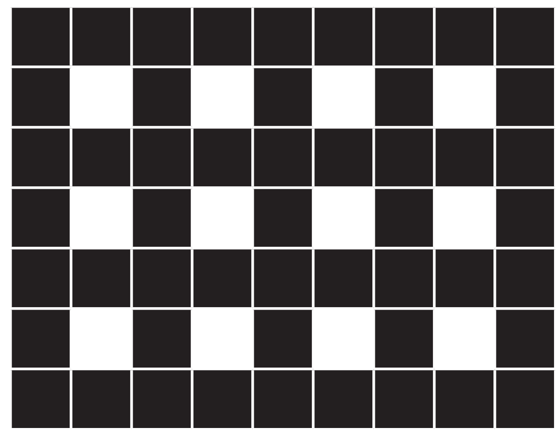
a) mulheres e crianças que se salvaram na 2ª classe; 104 mulheres e crianças
• 249 − 145 = 104

b) homens que se salvaram na 1ª classe. 54 homens
• 318 − 145 − 104 − 15 = 54


Photoresearchers/Latinstock

Desafios

67 (Obmep) O piso de uma cozinha foi revestido de ladrilhos brancos e pretos, conforme a figura. Cada ladrilho branco custou R$ 2,00 e cada ladrilho preto custou R$ 3,00. Quanto foi gasto na compra de ladrilhos? R$ 177,00


DAE

68 (Uerj) Deseja-se transportar 480 livros iguais em caixas que têm as mesmas medidas. Sabe-se que em cada caixa cabem 36 livros. Qual é o número de livros que ficará do lado de fora das caixas? 12 livros


johnnyscriv/iStockphoto.com

69 Se eu tivesse 4 lápis a mais do que tenho, poderia dar a você 7 lápis e ainda ficaria com 2. Quantos lápis eu tenho? 5 lápis
• 7 + 2 = 9
• 9 − 4 = 5

70 (Obmep) O número da casa de Júlia tem exatamente três algarismos, cuja soma é 24. Encontre todos os possíveis números da casa de Júlia, em cada uma das situações a seguir.

a) Os três algarismos são iguais. 888

b) Os algarismos são todos diferentes.
987, 978, 897, 879, 798 e 789

c) Apenas dois algarismos são iguais.
996, 969 e 699

Autoavaliação

Anote, em seu caderno, o número do exercício e a letra correspondente à resposta correta.

71 A diferença entre o número três milhões, cinco mil e dezenove e o número três mil, quinhentos e dezenove é:

a) 297 000
b) 301 500
c) 3 496 662
x d) 3 001 500

72 $0 \cdot 78$ e $0 : 78$ são, respectivamente, iguais a:

x a) 0 e 0
b) 0 e 78
c) 78 e 0
d) 78 e 78

73 Das alternativas abaixo, a única que apresenta dois múltiplos de 75 e três divisores de 75 é:

a) 1, 3, 5 e 75
b) 0, 1, 3 e 750
c) 1, 5, 75 e 100
x d) 1, 3, 75 e 750

74 O mínimo múltiplo comum de 9 e 27 é igual:

x a) ao triplo de 9;
b) ao triplo de 27;
c) à terça parte de 9;
d) à terça parte de 27.

75 (Encceja) Para controlar a quantidade de remédio que precisava ser administrada em um paciente durante 7 dias, uma enfermeira construiu a seguinte tabela:

Dia	1º	2º	3º	4º	5º
Mililitros	180	160	140	120	100

A quantidade de remédio registrada na tabela representa uma sequência. No 7º dia, esse paciente deverá tomar, desse medicamento,

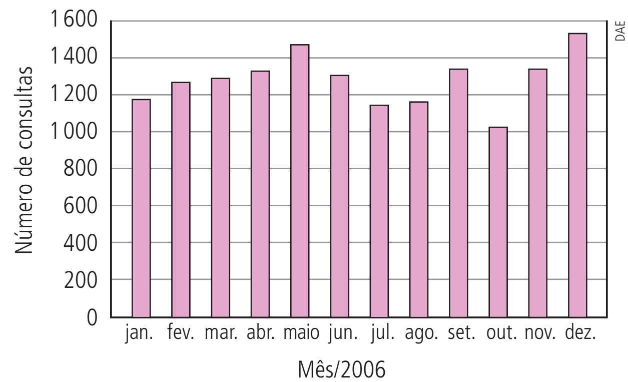
a) 80 mililitros.
x b) 60 mililitros.
c) 40 mililitros.
d) 20 mililitros.

76 (Cesgranrio-RJ) Augusto está em uma fila de pessoas. Quando as pessoas na fila são contadas de trás para a frente, Augusto é o 8º. No entanto, se contadas de frente para trás, ele ocupa a 10ª posição. Quantas pessoas há nessa fila?

a) 16
x b) 17
c) 18
d) 19

$7 + 1 + 9 = 17$

77 (Obmep) O número de consultas mensais realizadas em 2006 por um posto de saúde está representado no gráfico abaixo. Em quantos meses foram realizadas mais de 1200 consultas?



a) 6
b) 7
x c) 8
d) 9

78 (UFRJ) Maria quer fazer um colar usando contas azuis e brancas, de tal forma que sejam intercaladas 3 contas brancas com 4 contas azuis. Se Maria usar um total de 91 contas para fazer este colar, o total de contas azuis usadas será igual a:

a) 48
x b) 52
c) 56
d) 60

- $3 + 4 = 7$
- $91 : 7 = 13$
- $13 \cdot 4 = 52$

UNIDADE 2

Frações e números decimais

1. Fração e divisão


Ilustrações: Hélio Senatore

Pense na seguinte situação:

Duas barras de chocolate devem ser divididas igualmente entre 5 crianças.

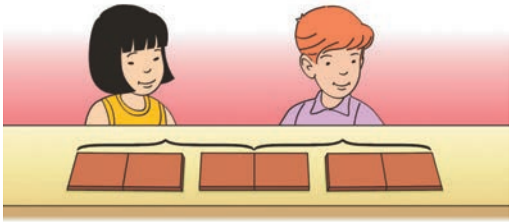
Para resolvê-la, podemos dividir cada barra em 5 partes iguais.

Cada criança recebe $\frac{2}{5}$ da barra de chocolate.

Observe que dividimos 2 por 5 e obtivemos $\frac{2}{5}$.

Então, $2 : 5 = \frac{2}{5}$.

E se tivéssemos 3 barras de chocolate para dividir igualmente entre 2 crianças?



Cada criança receberia $\frac{3}{2}$ da barra de chocolate.

Ou seja, $3 : 2 = \underbrace{\frac{3}{2}}_{\text{fração}} = \underbrace{1\frac{1}{2}}_{\text{número misto}}$

Nas situações acima encontramos um novo significado para as frações: o de quociente entre números. Podemos usar o traço de fração para indicar uma divisão.

Desafio!
Quem vai ao quadro mostrar com figuras que $3 : 4 = \frac{3}{4}$?

Agora, vamos efetuar a divisão 2 : 5.

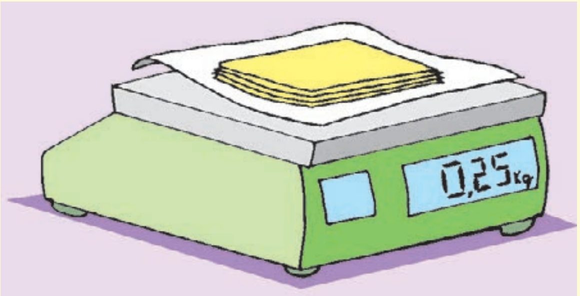
$$\begin{array}{r|l} 2 & 5 \\ \hline 20 & 0{,}4 \\ 0 & \end{array}$$

Então, 2 : 5 = 0,4. Observe que o quociente é um número decimal.

Júlio pediu ao funcionário da mercearia $\frac{1}{4}$ de quilo (kg) de muçarela.

O visor da balança indicou 0,25 kg. Por quê?

Porque $\frac{1}{4} = 1 : 4 = 0{,}25$.



Podemos representar 2 : 5 assim:

- $\frac{2}{5}$ (forma fracionária)

ou

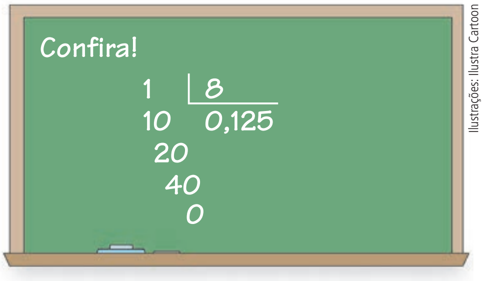
- 0,4 (forma decimal).

Com base nessas ideias podemos escrever:

1. Frações na forma de número decimal

Veja exemplos:

- $\frac{1}{8} = 1 : 8 = 0{,}125$
- $\frac{3}{2} = 3 : 2 = 1{,}5$
- $\frac{15}{32} = 15 : 32 = \boxed{?}$



Ilustrações: Ilustra Cartoon

Vamos fazer essa última divisão com o auxílio de uma calculadora?

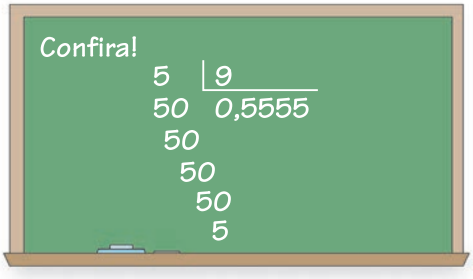
Digitamos 15 [÷] 32 [=] 0,46875

Logo, $\frac{15}{32} = 0{,}46875$.

Use a calculadora para escrever $\frac{161}{125}$ na forma de número decimal. 1,288

Agora observe:

- $\frac{5}{9} = 5 : 9 = 0{,}555...$



Nesta divisão não é possível chegar ao resto zero.

A representação decimal de $\frac{5}{9}$ é uma **dízima periódica**. Seu período é 5.

2. Números decimais na forma de fração

- $0{,}125 = \dfrac{125}{1\,000} = \dfrac{1}{8}$ (forma simplificada)
- $2{,}4 = \dfrac{24}{10} = \dfrac{12}{5}$ (forma simplificada)
- $0{,}95 = \dfrac{95}{100} = \dfrac{19}{20}$ (forma simplificada)

- Divida 19 por 20. Que número você obteve? 0,95

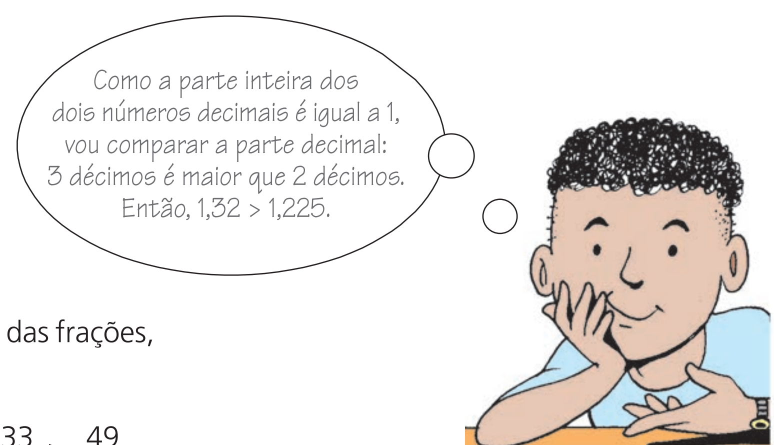
Falando em calculadora...

Paulo queria descobrir qual das frações era maior: $\dfrac{33}{25}$ ou $\dfrac{49}{40}$.

Na calculadora ele fez:

33 ÷ 25 = 1,32

49 ÷ 40 = 1,225



Ilustrações: Lápis Mágico

Usando a representação decimal das frações, Paulo concluiu que:

$\dfrac{33}{25}$ é maior que $\dfrac{49}{40}$, ou seja: $\dfrac{33}{25} > \dfrac{49}{40}$.

Quem representou, pela primeira vez, "um meio", tal como você conhece, foi o matemático italiano Leonardo Fibonacci, que viajou pelo Oriente e aprendeu como os árabes e como os hindus representavam as frações. Assim, por volta do ano 1200 d.C., quando regressou à Itália, ele publicou um livro no qual "um meio" apareceu representado por $\dfrac{1}{2}$.

O uso frequente das frações e dos números decimais deve-se ao holandês Simon Stevin (1548-1620).

Atualmente, com o desenvolvimento das calculadoras e dos computadores, o uso dos números decimais tem-se tornado cada vez mais importante.

Exercícios

1 Em quais das situações a seguir há possibilidade de uma distribuição em partes iguais?

a) Dividir 48 camisas entre 5 pessoas.

x **b)** Dividir 3 litros de leite para 4 crianças.

c) Dividir 19 tesouras entre 3 pessoas.

x **d)** Dividir 21 metros de arame entre 6 pessoas.

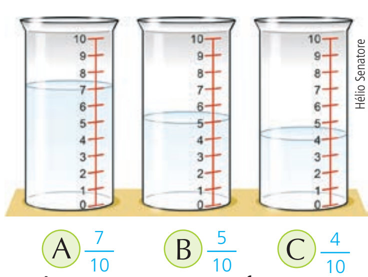
2 Responda em seu caderno.

a) Três dias representam que fração da semana? $\frac{3}{7}$

b) Vinte minutos representam que fração da hora? $\frac{1}{3}$

c) Vejo televisão duas horas por dia. Que fração do dia ocupo vendo televisão? $\frac{1}{12}$

3 Que fração do litro ocupa o líquido que está dentro de cada um dos frascos?



Hélio Senatore

Como você escreve essas frações na forma de número decimal? A: 0,7; B: 0,5 e C: 0,4

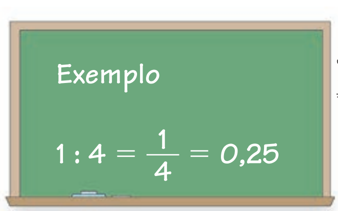
4 Escreva de dois modos diferentes cada um dos quocientes.

a) 8 : 10 $\frac{8}{10} = 0{,}8$

b) 4 : 25 $\frac{4}{25} = 0{,}16$

c) 9 : 8 $\frac{9}{8} = 1{,}125$

d) 41 : 20 $\frac{41}{20} = 2{,}05$



Ilustra Cartoon

5 Escreva os números decimais na forma de fração simplificada.

a) 6,5 $\frac{13}{2}$

b) 0,75 $\frac{3}{4}$

c) 3,120 $\frac{78}{25}$

d) 1,04 $\frac{26}{25}$

6 Um real equivale a 100 centavos. Que fração do real são:

a) 25 centavos? $\frac{1}{4}$

b) 50 centavos? $\frac{1}{2}$

c) 10 centavos? $\frac{1}{10}$

d) 3 centavos? $\frac{3}{100}$

Arquivo particular

7 Copie e complete a tabela em seu caderno.

Fração	$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{8}{3}$
Número decimal	0,25			

0,333... 0,4 2,666...

Quais frações dessa tabela geram uma dízima periódica? $\frac{2}{6}$ e $\frac{8}{3}$

8 Copie em seu caderno apenas as afirmações verdadeiras:

a) 0,18 é o mesmo que $\frac{18}{10}$; F

b) $\frac{6}{20}$ representa o número 0,3; V

c) 0,9 pode ser representado por uma fração decimal; V

d) $\frac{7}{2}$ é o mesmo que $3\frac{1}{2}$. V

9 Dona Dalila foi ao mercado e comprou:

- meio quilograma de pepino;
- 1,5 kg de cenoura;
- $\frac{1}{4}$ kg de alho.

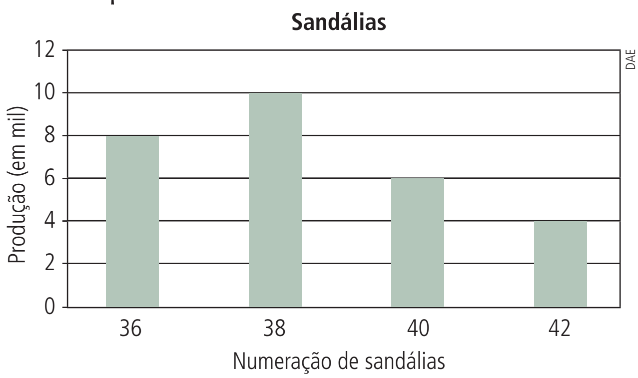
Fernando Favoretto

Quantos quilogramas de hortaliças ela levou?
2,25 kg

10 Paulo caminha 4,76 quilômetros por dia até chegar ao trabalho. Quantos metros ele caminha em 8 dias? 38 080 metros

Lembrete: 1 quilômetro = 1 000 metros.

11 (Vunesp) O gráfico a seguir mostra a produção de sandálias de uma empresa do ramo no mês passado.



Analisando o gráfico, conclui-se que, do total de sandálias produzidas, as de numeração 36 e 40, juntas, representam:

a) $\frac{3}{4}$ x b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{3}{5}$

12 (Fesp-RJ) Multiplicar o número 50 por 0,05 é o mesmo que dividi-lo por:

a) 2 x b) 20 c) 200 d) 2 000

13 Em um supermercado uma lata de azeite custa R$ 9,98. Lico comprou 3 latas de azeite, pagou com uma nota de R$ 50,00 e, para facilitar, deu 44 centavos em moedas. Quanto Lico recebeu de troco, em reais? R$ 20,50

14 Dulce comprou 1 kg de filé mignon por R$ 36,90 e pagou com duas notas de R$ 20,00. Quanto Dulce receberá, em reais, de troco?

a) Uma nota de R$ 2,00 e uma moeda de R$ 0,10.

b) Duas notas de R$ 2,00 e uma moeda de R$ 0,10.

c) Três moedas de R$ 1,00 e dez moedas de R$ 0,10.

x d) Três moedas de R$ 1,00 e uma moeda de R$ 0,10.

15 (Saresp) Robson utilizou $\frac{3}{4}$ de 1 litro de tinta para pintar a sala de sua casa. Sabendo que o restante da casa equivale a 3 vezes a área pintada da sala, quantos litros de tinta ele precisará para pintar os outros cômodos?

x a) $2\frac{1}{4}$ litros c) $\frac{9}{12}$ litros

b) $3\frac{3}{4}$ litros d) $\frac{12}{4}$ litros

16 (CAP-Uerj)

CONECTANDO SABERES

A ameaça dos sacos plásticos

Entre os grandes vilões da poluição urbana, os 2 milhões de sacos plásticos usados anualmente no Rio tinham data para começar a sair de circulação: 15 de julho de 2010. De acordo com o Projeto de Lei 885/07, os mercados teriam a opção de substituí-los por outros feitos de material reutilizável ou oferecer vantagens para quem abrisse mão da peça.

J.C.Ruzza

Adaptado de *Veja*, 07/07/2010.

Para cumprir a lei, um supermercado oferece desconto para consumidores que levem suas bolsas reutilizáveis para as compras. A cada 5 produtos comprados, o supermercado oferece um desconto de 3 centavos.

Dona Zelina fez compras e levou-as para casa em suas bolsas para aproveitar o desconto oferecido pelo mercado. Veja a lista de compras de Dona Zelina:

Produto		Preço unitário
Tipo	Quantidade	
sabonete	5	R$ 1,00
pacote de biscoito	3	R$ 2,70
caixa de sabão em pó	2	R$ 3,99

Calcule o preço total, em reais, que Dona Zelina pagou por suas compras.

- 5 + 3 + 2 = 10
- Desconto = R$ 0,06
- 5,00 + 8,10 + 7,98 = 21,08
- R$ 21,08 − R$ 0,06 = R$ 21,02

Seção livre

(CPII) Além dos desastres ambientais causados pelo descuido do ser humano com o planeta, outro evento que tem aparecido cada vez mais nos noticiários é a ocorrência de terremotos. Vejamos os locais e datas onde ocorreram alguns terremotos e a intensidade de cada um deles, conforme registrado na escala Richter.

- 1964 (Alasca): 9,2 graus.
- 1993 (Índia): 6,4 graus.
- 1995 (Japão): 7,2 graus.
- 2004 (Indonésia): 9,1 graus.
- 2010 (Haiti): 7,0 graus.
- 2010 (Chile): 8,8 graus.

a) Quais dos anos mencionados nas datas acima são divisíveis por 6? 2004 e 2010

b) Calcule o produto entre a maior e a menor intensidades registradas, de acordo com as informações contidas no texto. 58,88 • $9,2 \cdot 6,4 = 58,88$

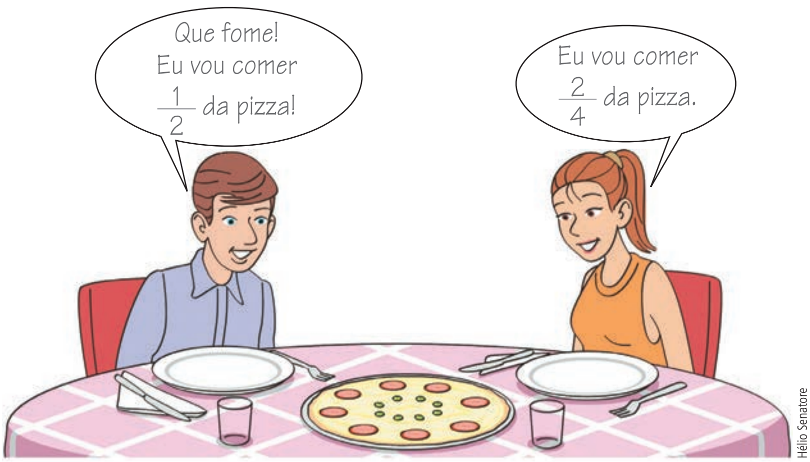
c) A tabela abaixo apresenta os prováveis efeitos de um terremoto de acordo com sua intensidade:

Efeitos do terremoto de acordo com sua intensidade na escala Richter	
Menos de 3,5°	Geralmente não é sentido, mas pode ser registrado.
3,5° a 5,4°	Frequentemente não se sente, mas pode causar pequenos danos.
5,5° a 6,0°	Ocasiona pequenos danos em edificações.
6,1° a 6,9°	Pode causar danos graves em regiões onde vivem muitas pessoas.
7,0° a 7,9°	Causa danos graves.
A partir de 8°	Causa destruição total na comunidade atingida e em comunidades próximas.

Segundo a tabela, qual foi o efeito causado pelo terremoto ocorrido na Índia em 1993?

Pode ter causado danos graves em regiões onde vivem muitas pessoas.

2. Frações equivalentes



Comer $\frac{1}{2}$ da pizza ou $\frac{2}{4}$ da mesma pizza dá no mesmo, porque $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ são **frações equivalentes**, ou seja, representam a mesma quantidade.

Existem infinitas frações equivalentes a uma fração dada. Para obtê-las, basta multiplicar o numerador e o denominador da fração pelo mesmo número natural diferente de zero.

Com a ideia de fração equivalente, podemos economizar divisões na hora de escrever frações na forma de número decimal.

- $\frac{1}{5} \xrightarrow{\times 2} \frac{2}{10} = 0,2$
- $\frac{7}{25} \xrightarrow{\times 4} \frac{28}{100} = 0,28$
- $\frac{137}{200} \xrightarrow{\times 5} \frac{685}{1\,000} = 0,685$

Para uma fração de denominador 7, você usaria essa ideia? Por quê?
Não, pois não há número natural que multiplicado por 7 resulte em 10, 100, 1 000 etc.

Há frações que representam números naturais. Veja algumas delas:

- $\frac{8}{2} = 8 : 2 = 4$
- $\frac{12}{4} = 12 : 4 = 3$
- $\frac{18}{2} = 18 : 2 = 9$

Observe:

$5 = \frac{10}{2} = \frac{15}{3} = \frac{20}{4} = \ldots$

Escreva:

- 6 como fração de denominador 5; $\frac{30}{5}$
- 7 como fração de denominador 4. $\frac{28}{4}$

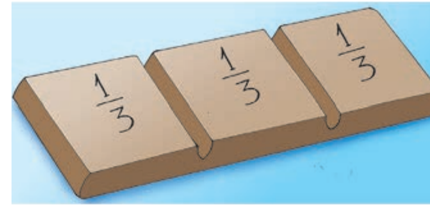
Lembrando...

Podemos simplificar uma fração dividindo numerador e denominador por um divisor comum a eles. Exemplo:

$\frac{30}{48} \xrightarrow{:6} \frac{5}{8}$ ou $\frac{30}{48} \xrightarrow{:2} \frac{15}{24} \xrightarrow{:3} \frac{5}{8}$

Não é mais possível simplificar. A fração está na forma **irredutível**.

Em algumas situações as frações facilitam nossa vida.



Ilustrações: Lápis Mágico

1. Para dividir igualmente uma barra de chocolate entre 3 crianças, basta dividi-la em 3 partes iguais e dar $\frac{1}{3}$ a cada criança.

No entanto, usando números decimais, temos:
1 : 3 = 0,333..., que é uma dízima periódica.

```
1    |3
10    0,333
 10
  10
   1
```

2. Com R$ 7,00, quantos pacotes de figurinhas de R$ 0,25 cada um podemos comprar?

Hélio Senatore

Veja esta sugestão de cálculo: $0,25 = \frac{1}{4}$.

$$7 : 0,25 = 7 : \frac{1}{4} = 7 \cdot 4 = 28$$

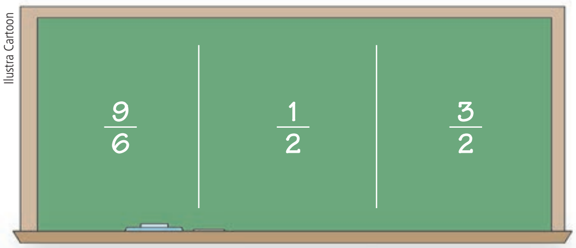
Dividir por 0,25 é o mesmo que dividir por $\frac{1}{4}$. E dividir por $\frac{1}{4}$ é o mesmo que multiplicar por 4.

Compare essa solução com a que mostramos a seguir! Resposta pessoal.

Exercícios

17 Três crianças foram à lousa e cada uma escreveu uma fração.

Ilustra Cartoon



a) Quais frações representam a mesma quantidade? $\frac{9}{6}$ e $\frac{3}{2}$

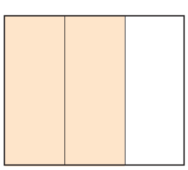
b) Como são chamadas as frações que representam a mesma quantidade? Frações equivalentes.

c) Comprar $\frac{1}{2}$ quilo de café em 1 pacote de $\frac{1}{2}$ quilo ou 2 pacotes de $\frac{1}{4}$ de quilo é a mesma coisa? Sim.

18 Complete no caderno e escreva suas conclusões.

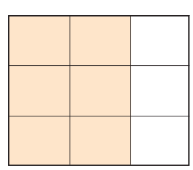
Ilustrações: DAE

a)

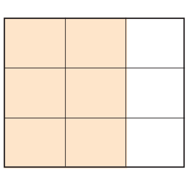


$$\frac{2}{3} \underset{\times 3}{\overset{\times 3}{=}} \frac{\square}{\square}$$

$\frac{6}{9}$

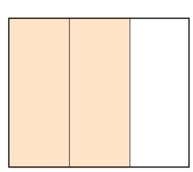


b)

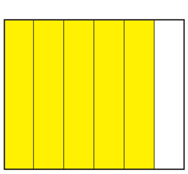


$$\frac{6}{9} \underset{:3}{\overset{:3}{=}} \frac{\square}{\square}$$

$\frac{2}{3}$

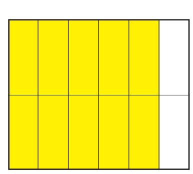


c)

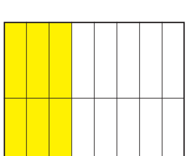


$$\frac{5}{6} \underset{\times 2}{\overset{\times 2}{=}} \frac{\square}{\square}$$

$\frac{10}{12}$

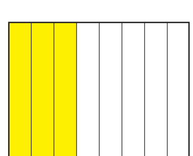


d)



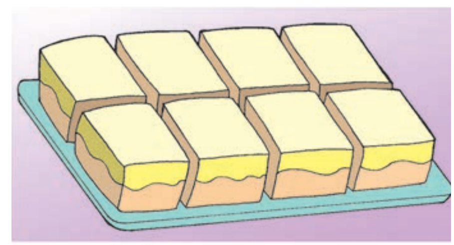
$$\frac{6}{16} \underset{:2}{\overset{:2}{=}} \frac{\square}{\square}$$

$\frac{3}{8}$



19 João dividiu um bolo retangular em 8 partes iguais e comeu 4. Qual teria sido a forma mais rápida de fazer essa divisão de modo a comer a mesma quantidade?

Ilustra Cartoon



Dividindo o bolo em duas partes iguais.

20 Encontre uma fração equivalente a $\frac{15}{45}$ com:

a) numerador 5; $\frac{5}{15}$

b) denominador 30. $\frac{10}{30}$

21 Considere as frações:

$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{18}{6}$	$\frac{4}{8}$

Indique as que representam:

a) números naturais; $\frac{6}{2}$ e $\frac{18}{6}$

b) números menores que 1; $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{7}$ e $\frac{4}{8}$

c) frações equivalentes. $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$, $\frac{6}{2} = \frac{18}{6}$

22 Complete no caderno:

a) $0{,}7 = \frac{\square}{10} = \frac{\square}{20} = \frac{21}{\square} = \frac{\square}{40}$ 7, 14, 30, 28

b) $0{,}55 = \frac{11}{20} = \frac{\square}{40} = \frac{33}{\square} = \frac{\square}{80} = \frac{55}{\square}$ 22, 60, 44, 100

23 Qual destas frações não é equivalente a $\frac{3}{8}$? Escreva-a no caderno. $\frac{30}{64}$

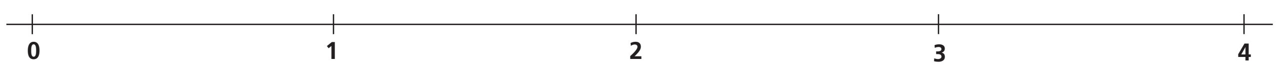
$\frac{6}{16}$	$\frac{15}{40}$	$\frac{21}{56}$	$\frac{30}{64}$	$\frac{33}{88}$	$\frac{18}{48}$

3. Frações e números decimais na reta numérica

Usando uma régua, realize a atividade a seguir em seu caderno.

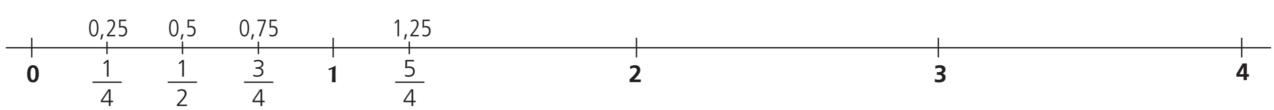
1. Traçamos uma reta e marcamos nela o ponto correspondente a zero.

2. Usando sempre a mesma unidade de medida (4 cm, por exemplo), marcamos à direita do zero os pontos correspondentes a 1, 2, 3, 4 e assim por diante.



3. Dividimos a unidade de medida em 4 partes iguais, marcamos os pontos correspondentes a $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, e escrevemos também a forma decimal de cada fração.

$$\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$



1. Na reta traçada em seu caderno, localize os pontos correspondentes a $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{4}$, $2\frac{1}{4}$, e $3\frac{1}{4}$.

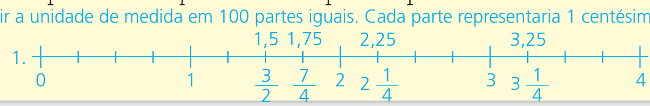
Coloque as frações na forma decimal, como fizemos acima. Confira suas representações com as dos colegas.

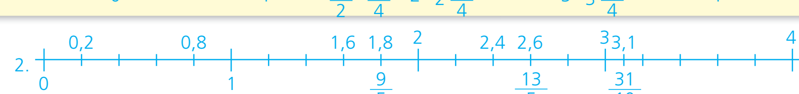
2. Agora, trace outra reta numérica. Em seguida, divida a unidade de medida em 5 partes iguais e marque os pontos correspondentes a 0,2; 0,8; 1,6 e 2,4.

Localize, na reta traçada no caderno, os pontos que representam 1,8; 2,6 e 3,1. Escreva a fração correspondente a cada número localizado.

Troque seu caderno com o de seu colega. Você confere as representações dele e ele as suas. Pensem, conversem e respondam: qual seria o *procedimento* para representar na reta o número 3,74?

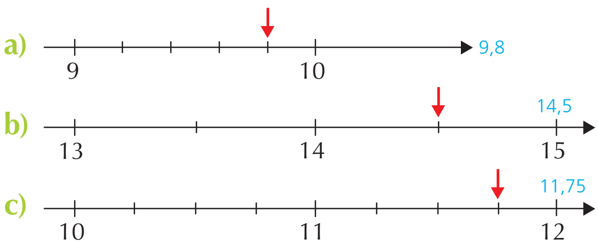
O procedimento seria dividir a unidade de medida em 100 partes iguais. Cada parte representaria 1 centésimo.



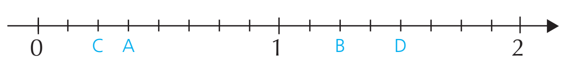


Exercícios

24 Você já sabe representar números naturais em uma reta. Copie as retas numéricas no caderno e represente os números decimais indicados pelas setas vermelhas.

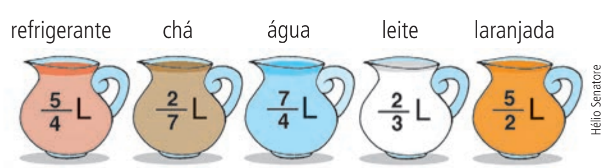


25 No caderno, construa uma reta como esta e represente nela as frações:



A $\frac{3}{8}$ B $\frac{5}{4}$ C $\frac{1}{4}$ D $\frac{3}{2}$

26 Observe as jarras da tia Januária e o que há em cada uma.



Hélio Senatore

Indique a jarra que contém:

a) menos de 0,5 L; Chá.

b) entre 1 L e 2 L; Refrigerante e água.

c) entre 0,5 L e 1 L; Leite.

d) uma quantidade equivalente a $\frac{10}{4}$ L. Laranjada.

27 Observe os números:

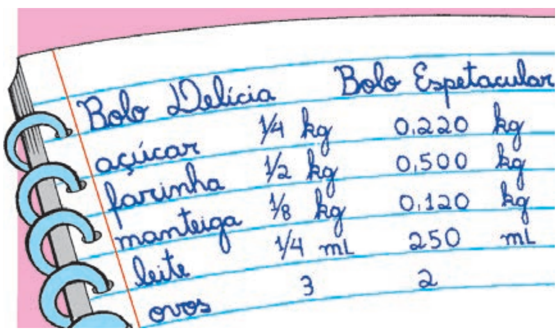
0,83	0,800	0,799	0,8

a) Qual deles é o maior? 0,83

b) Qual deles é o menor? 0,799

c) Quais desses números são iguais? 0,8 e 0,800

28 Veja os ingredientes de dois bolos e responda:



Ilustrações: Ilustra Cartoon

a) As quantidades de farinha nos dois bolos são iguais? Sim.

b) Qual dos bolos leva menos açúcar? O bolo Espetacular.

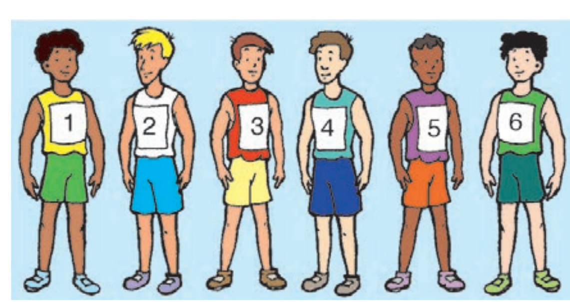
c) Qual dos bolos leva mais manteiga? O bolo Delícia.

29 Descubra o nome de um objeto colocando os números indicados em ordem crescente.

A	A	C
0,5	$\frac{7}{2}$	$\frac{1}{5}$
E	**N**	**T**
2,99	$1\frac{1}{3}$	3

Caneta.

30 Um dos corredores venceu a maratona. Descubra quem foi sabendo que o número de sua camiseta está compreendido entre $\frac{13}{5}$ e $\frac{13}{4}$. Ari.



- Paulo
- Rui
- Ari
- Sílvio
- Marcos
- Léo

4. Expressões numéricas

Cláudia e Jair foram à doceria e compraram 1 pacote de balas por R$ 4,00 e 3 caixas de bombons por R$ 5,00 cada. Dividiram a despesa igualmente. Quanto gastou cada um?

Para resolver o problema faremos:

$$(4 + 3 \cdot 5) : 2$$

Ou, usando o traço de fração para indicar a divisão:

$$\frac{4 + 3 \cdot 5}{2}$$

Lembre-se do que você já conhece sobre expressões e responda:

Na expressão numérica $\frac{4 + 3 \cdot 5}{2}$

1. Que operação deve ser realizada em primeiro lugar? Qual é o seu resultado? Multiplicação; $3 \cdot 5 = 15$.

2. Que operação será realizada em seguida e qual é o seu resultado? Adição; $4 + 15 = 19$.

3. Qual é a última operação a ser realizada? Qual é o seu resultado? Divisão; $19 : 2 = 9{,}5$.

4. Quanto gastou cada um? R$ 9,50

São comuns expressões numéricas com traço de fração indicando divisão.

Quer ver mais um exemplo?

Podemos escrever a expressão $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) : \frac{3}{5}$ usando o traço de fração para indicar a divisão:

$$\frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{6}}{\frac{3}{5}}$$

O resultado de $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)$ deve ser dividido por $\frac{3}{5}$.

Usando a ideia de fração equivalente, temos: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$.

Então, $\dfrac{\frac{2}{3} - \frac{1}{6}}{\frac{3}{5}} = \dfrac{\frac{4}{6} - \frac{1}{6}}{\frac{3}{5}} = \dfrac{\frac{3}{6}}{\frac{3}{5}} = \frac{\cancel{3}^{1}}{6} \cdot \frac{5}{\cancel{3}_{1}} = \frac{5}{6}$, que é resultado da expressão.

É o mesmo que $\frac{3}{6} : \frac{3}{5}$, que é igual a $\frac{3}{6} \cdot \frac{5}{3}$.

Exercícios

31 Calcule mentalmente:

a) $\frac{1}{7} + \frac{6}{7}$ 1

b) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$

c) $0{,}75 - \frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ 1

e) $0{,}5 + \frac{1}{2}$ 1

f) $\frac{5}{6} + 1{,}3 + \frac{1}{6} + 0{,}7$ 3

32 Cálculo mental.

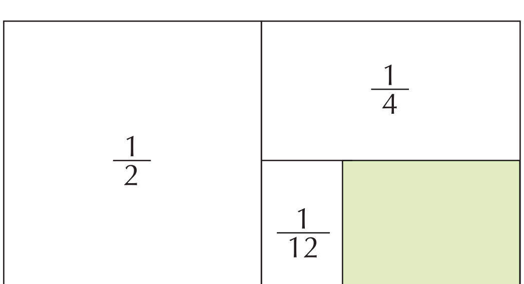
Roberto levou para seu lanche $\frac{3}{4}$ de uma torta e sua irmã levou $\frac{2}{8}$ da mesma torta. Que quantidade de torta comeram os dois irmãos? 1 torta inteira

33 Mateus gosta de livros de aventura. Há dois dias começou a ler um novo livro. No primeiro dia leu $\frac{1}{6}$ e no segundo dia leu $\frac{2}{5}$ do mesmo livro.

a) Que parte do livro ele já leu? $\frac{17}{30}$

b) Que parte do livro ainda falta ler? $\frac{13}{30}$

34 Um terreno em formato retangular foi dividido em 4 lotes.



A parte sombreada representa que fração do terreno? $\frac{1}{6}$

35 Calcule mentalmente:

a) $9 \cdot \frac{1}{2}$ 4,5

b) $6{,}8 \cdot \frac{1}{2}$ 3,4

c) $20 \cdot \frac{1}{4}$ 5

d) $30 \cdot \frac{1}{5}$ 6

Explique o raciocínio que você usou. Resposta pessoal.

36 Se um quilo de refeição no supermercado custa R$ 20,80, quanto pagarei, em reais, por 250 gramas? R$ 5,20

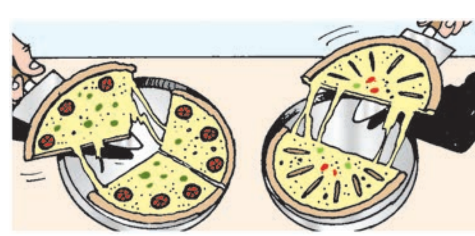
Fernando Favoretto

37 O preço de $1\frac{1}{2}$ kg de frango é R$ 8,10. Qual é o preço, em reais, de 3,20 kg de frango? R$ 17,28

38 Doze amigos foram jantar numa pizzaria. Cada um deles comeu $\frac{1}{3}$ da pizza de muçarela e metade da pizza de atum.

a) Quantas pizzas de cada sabor eles comeram? Muçarela: 4 pizzas; atum: 6 pizzas

b) Quantas pizzas comeram no total? 10 pizzas



Ilustrações: Lápis Mágico

39 Calcule mentalmente:

a) $24 : 2$ 12

b) $24 : \frac{1}{2}$ 48

c) $24 : \frac{1}{4}$ 96

d) $10 : \frac{1}{2}$ 20

e) $10 : \frac{1}{5}$ 50

f) $10 : 2\frac{1}{2}$ 4

40 Sheila vai embalar $\frac{3}{4}$ de quilograma de balas em saquinhos com $\frac{1}{8}$ de quilograma. Quantos saquinhos deverá utilizar? 6 saquinhos

Misto Quente

41 Calcule o valor das expressões, apresentando o resultado na forma de fração irredutível.

a) $0{,}5 + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$ $\frac{7}{12}$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} : \frac{5}{6}$ $\frac{9}{10}$

c) $\frac{1}{4} \cdot 0{,}5 + \frac{1}{2}$ $\frac{5}{8}$

d) $15 : \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right)$ 30

e) $\left(3 + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{4}{5}$ $\frac{14}{5}$

f) $\left(0{,}75 + \frac{1}{4}\right) : \frac{2}{5} + \frac{1}{2}$ 3

42 Escreva para cada frase a expressão numérica correspondente e em seguida resolva-a.

a) O triplo da soma de dois quintos com um quarto. $3\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{4}\right) = \frac{39}{20}$

b) A metade da soma entre um meio e um terço. $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : 2 = \frac{5}{12}$

43 Calcule.

a) $\dfrac{\frac{6}{5}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$ $\frac{36}{25}$

b) $\dfrac{3 + \frac{1}{5}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}$ $\frac{64}{5}$

44 (Fuvest-SP) Ache a média aritmética dos números $\frac{3}{5}$, $\frac{13}{4}$ e $\frac{1}{2}$. $\frac{29}{20}$

45 Vamos compreender?

$$\frac{0{,}32}{0{,}2} = \frac{32}{100} : \frac{2}{10} = \frac{32}{100} \cdot \frac{10}{2} = \frac{320}{200} = \frac{32}{20} = 1{,}6$$

Veja outro modo de resolver:

$$\overset{\times 100}{\underset{\times 100}{\frac{0{,}32}{0{,}2} = \frac{32}{20}}} = \frac{16}{10} = 1{,}6$$

No caderno, resolva pelos dois modos:

a) $\frac{0{,}72}{0{,}4}$ 1,8

b) $\frac{2{,}40}{0{,}25}$ 9,6

46 19 litros de suco de laranja deverão ser colocados em copos. Em cada copo cabe 0,25 litro. Quantos copos ficarão cheios?

76 copos

Vicente Costa

47 Calcule.

a) $\frac{7 + 0{,}5}{1 - 0{,}5}$ 15

b) $\frac{8 - 1{,}2 \cdot 2}{0{,}1 + 0{,}4}$ 11,2

c) $\frac{7}{1 - 2 \cdot 0{,}3}$ 17,5

d) $\frac{0{,}6 \cdot 0{,}3}{7{,}2 - 6}$ 0,15

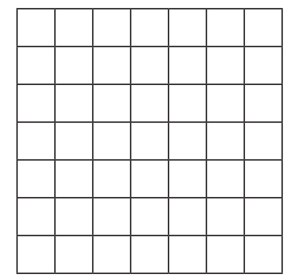
48 Copie e complete a tabela em seu caderno.

Produto	Quantidade	Preço por kg	Preço unitário	Total (R$)
Açúcar	4 kg	R$ 0,82		
Café	1,5 kg	R$ 8,20		
Feijão	2,5 kg	R$ 1,92		
Alho	$\frac{1}{2}$ kg	R$ 6,34		
Óleo	3 latas		R$ 1,14	
Água	5 garrafas		R$ 0,85	
			Total a pagar	

Açúcar = 3,28; Café = 12,30; Feijão = 4,80; Alho = 3,17; Óleo = 3,42; Água = 4,25; Total a pagar = 31,22

5. Potenciação e raiz quadrada de números decimais

Potenciação



Ilustrações: DAE

Quantos quadradinhos iguais a este $\square$ formam o quadrado ao lado?

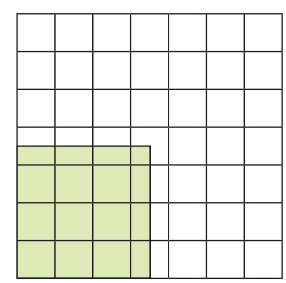
O quadrado é formado por 7 fileiras de 7 quadradinhos cada. Encontramos o total de quadradinhos fazendo a multiplicação: $7 \cdot 7 = 49$.

Uma multiplicação de fatores iguais é uma potenciação.

- $7 \cdot 7 = 7^2 = 49$ (Lê-se 7 *elevado ao quadrado é igual a* 49.)

Na potência 7^2, a base é 7 e o expoente é 2.

Veja outro exemplo:



Quantos quadradinhos iguais a este $\square$ formam o quadrado verde?

Para saber, conte os quadradinhos inteiros. Depois, agrupe as partes para formar quadradinhos inteiros.

Temos 12 quadradinhos e $\frac{1}{4}$ de quadradinho. Como $\frac{1}{4} = 0{,}25$, o quadrado verde tem 12,25 quadradinhos.

Podemos chegar a esse resultado de outro modo, por meio de uma multiplicação.

A medida do lado do quadrado verde é 3,5.

Observe que $3{,}5 \cdot 3{,}5 = 12{,}25$.

Se não quisermos contar quadradinhos, podemos fazer $3{,}5 \cdot 3{,}5$ para encontrar o número de quadradinhos, ou seja, $3{,}5 \cdot 3{,}5 = 3{,}5^2 = 12{,}25$.

Na potência $3{,}5^2$, a base é 3,5 e o expoente é 2.

Na potenciação, a base pode ser um número decimal.

Veja:

- $0{,}7^3 = 0{,}7 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}7 = 0{,}49 \cdot 0{,}7 = 0{,}343$
- $6{,}2^2 = 6{,}2 \cdot 6{,}2 = 38{,}44$
- $3{,}28^1 = 3{,}28$
- $14{,}9^0 = 1$

Você também pode trabalhar com a base da potência na forma fracionária:

$$0{,}7^3 = \left(\frac{7}{10}\right)^3 = \frac{7^3}{10^3} = \frac{343}{1\,000} = 0{,}343$$

A calculadora ajuda no cálculo de potências

Para calcular $5{,}2^2$ digite 5,2 $\boxed{\times}$ $\boxed{=}$

Aparece no visor o resultado: 27,04

Se você apertar a tecla $\boxed{=}$ novamente obterá $5{,}2^3$, que é 140,608.

Aperte a tecla $\boxed{=}$ pela terceira vez para obter $5{,}2^4$.

Confira com os colegas o resultado! 731,1616

Raiz quadrada

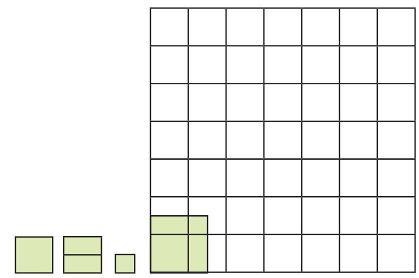
E como calcular as raízes quadradas? Vamos fazer o caminho inverso da potenciação:

- Já vimos que com 49 quadradinhos formamos um quadrado de lado 7.

$$\sqrt{49} = 7 \text{ porque } 7^2 = 49$$

- Com 12,25 quadradinhos formamos um quadrado de lado 3,5.

$$\sqrt{12{,}25} = 3{,}5 \text{ porque } 3{,}5^2 = 12{,}25$$


DAE

Agora observe a figura ao lado:

Com 2 quadradinhos e $\frac{1}{4}$ de quadradinho, ou seja, 2,25 quadradinhos, formamos um quadrado de lado 1,5.

Portanto, $\sqrt{2{,}25} = 1{,}5$ porque $1{,}5^2 = 2{,}25$.

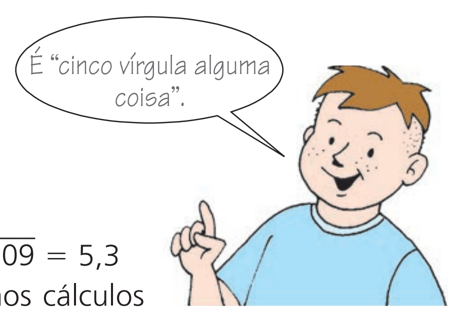
Acompanhe mais estes exemplos:

- $\sqrt{0{,}81} = 0{,}9$ porque $0{,}9^2 = 0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}81$
- $\sqrt{1{,}44} = 1{,}2$ porque $1{,}2^2 = 1{,}2 \cdot 1{,}2 = 1{,}44$

Ilustrações: Lápis Mágico

Procuramos o número que elevado ao quadrado resulta 28,09.

$5^2 = 25$ É pouco!
$6^2 = 36$ Passou!
O número está entre 5 e 6.



Vamos experimentar:

$5{,}7^2 = 5{,}7 \cdot 5{,}7 = 32{,}49$ Não é!

$5{,}3^2 = 5{,}3 \cdot 5{,}3 = 28{,}09$ Achamos! Então, $\sqrt{28{,}09} = 5{,}3$

Dica: como 28,09 tem 9 na posição das unidades, poupamos cálculos lembrando que, para terminar em 9, devemos ter $5{,}3^2$ ou $5{,}7^2$.

Há calculadoras que têm a tecla √.
Para calcular, por exemplo, $\sqrt{171{,}61}$, digitamos 171,61 e a tecla √.
Aparece no visor 13,1, que é a raiz quadrada de 171,61.

$$13{,}1^2 = 171{,}61$$

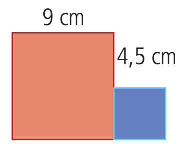
Confira!

Podemos calcular mais facilmente a raiz quadrada de certos números decimais se usarmos a forma fracionária.

$$\sqrt{0{,}04} = \sqrt{\frac{4}{100}} = \frac{2}{10} = 0{,}2$$

Exercícios

49 A figura ao lado representa dois quadrados. Diga o que representa cada uma das expressões:



a) 9^2 b) $4,5^2$ c) $9^2 + 4,5^2$

a) A área do quadrado vermelho.
b) A área do quadrado azul.
c) A área total da figura.

50 Responda em seu caderno:

a) Qual é o quadrado de 0,6? 0,36

b) Qual é o quadrado de 3,2? 10,24

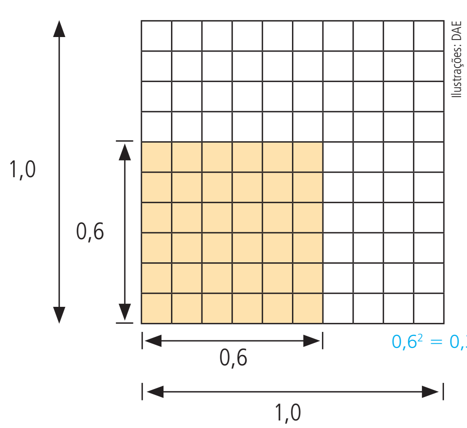
c) Qual é o cubo de 0,4? 0,064

51 Calcule.

a) $(1,5)^2$ 2,25 c) $(0,7)^3$ 0,343 e) $(0,3)^4$ 0,0081

b) $(5,1)^2$ 26,01 d) $(1,1)^3$ 1,331 f) $(10,1)^2$ 102,01

52 Qual é a área do quadrado amarelo?



$0,6^2 = 0,36$

53 Calcule.

a) $0,7 \cdot (0,2)^2$ 0,028 d) $(0,3)^2 + (0,4)^2$ 0,25

b) $3 - (0,1)^2$ 2,99 e) $(0,3 + 0,4)^2$ 0,49

c) $(6,5)^0 + (0,2)^3$ 1,008 f) $5 + (1,2)^2 - (0,7)^2$ 5,95

54 Qual é maior?

a) $(0,2)^2$ ou 0,4? 0,4 c) $(0,5)^2$ ou $(0,5)^3$? $(0,5)^2$

b) 0,01 ou $(0,1)^2$? São iguais. d) $(0,1)^3$ ou $(0,01)^2$? $(0,1)^3$

55 Você sabe que $10 = \sqrt{100}$.
Em seu caderno, escreva os números abaixo da mesma forma.

a) 2,8 $2,8 = \sqrt{7,84}$ c) 2,5 $2,5 = \sqrt{6,25}$

b) 6,1 $6,1 = \sqrt{37,21}$ d) 7,2 $7,2 = \sqrt{51,84}$

56 Qual é a raiz quadrada?

a) $\sqrt{36}$ 6 b) $\sqrt{100}$ 10 c) $\sqrt{\frac{36}{100}}$ $\frac{6}{10}$ d) $\sqrt{0,36}$ 0,6

57 Qual é maior: $\sqrt{30}$ ou 5,6? 5,6

58 Quanto é:

a) $\sqrt{0,49}$? 0,7 c) $\sqrt{1,69}$? 1,3

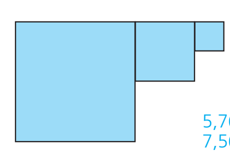
b) $\sqrt{0,01}$? 0,1 d) $\sqrt{2,56}$? 1,6

59 Calcule.

a) $\sqrt{49} + \sqrt{25} + \sqrt{0,25}$ 12,5

b) $8 \cdot \sqrt{0,09} - \sqrt{0,49}$ 1,7

60 Calcule a área total da figura sabendo que é formada por 3 quadrados e o lado de cada um tem metade do comprimento do lado anterior.



$5,76 + 1,44 + 0,36 = 7,56$
$7,56 \text{ m}^2$

Área do quadrado maior $= 5,76 \text{ m}^2$

61 Qual é o valor da expressão $\dfrac{\frac{1}{2} + 5,5}{\sqrt{9}}$? 2

62 Quais valores de *a* satisfazem esta desigualdade?

$$5 < \sqrt{a} < 7$$ 26, 36 e 39

Valores de *a*

6	36	50	5,5
20	39	26	58

6. O tempo e suas medidas

As horas, os dias, os meses, os anos... Observando o céu e os ciclos da natureza, a humanidade criou maneiras de contar e medir o tempo.

Há milhares de anos, os chineses cravavam uma estaca no chão, em um lugar onde o sol batesse durante todo o dia.

Observando como a sombra da estaca se deslocava, faziam marcas no solo, dividindo o período em que havia luz solar em 12 partes iguais. Depois, estabeleceram que a noite também teria 12 partes iguais. O período entre um amanhecer e outro ficou então dividido em 24 partes iguais.

Elena Moiseeva/Shutterstock

Veja ao lado a fotografia de um relógio de sol.

1 dia = 24 horas

Muito tempo depois, a hora foi dividida em 60 partes iguais: foi criado o minuto.

1 minuto = $\frac{1}{60}$ de hora, ou 1 hora = 60 minutos

Veja a possível origem da palavra *minuto*:
hora diminuída ⟶ diminuta ⟶ minuto

A hora foi dividida uma segunda vez, dando origem ao segundo.

1 segundo = $\frac{1}{60}$ de minuto, ou 1 minuto = 60 segundos
1 hora = 3 600 segundos

Podemos ver que essas unidades de medida não fazem parte de um sistema decimal.

Por quê?

Porque o sistema de numeração usado na antiga civilização babilônica era de base 60, diferente do que usamos, que tem base 10. Essa civilização teve muita influência na Matemática e na Astronomia. Essa forma de contar o tempo é um exemplo disso.

Pense e responda oralmente:

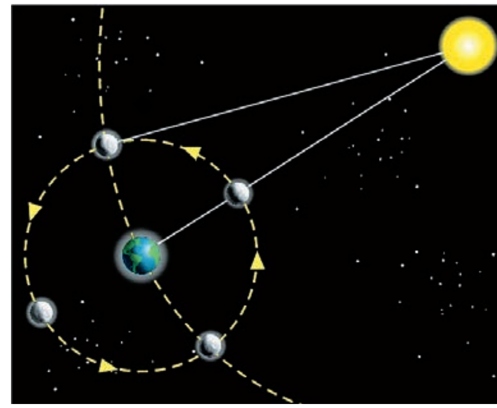
1. Quantos minutos há em $\frac{3}{4}$ de hora? 45 min

2. Vinte minutos corresponde a que fração da hora? $\frac{1}{3}$

3. Aproximadamente que fração do dia você passa na sua escola?
Resposta pessoal.

Tasosk/Dreamstime.com

E os meses e as semanas?



Hélio Senatore

◆ Esquema Sol-Terra-Lua.
Tamanhos e distâncias representados sem escala.

Cada fase da Lua (nova, crescente, cheia e minguante) tem duração aproximada de 7 dias.

Os romanos chamavam esse intervalo de tempo de *septimana* (7 manhãs). Daí o nome *semana*.

1 semana = 7 dias

O tempo decorrido entre uma Lua nova e outra recebeu o nome de *metior* e deu origem ao mês.

Temos meses de 28, 29, 30 e 31 dias.

1 ano = 12 meses
1 ano = 365 dias

Junte-se a um colega. Procurem, em jornais ou revistas, manchetes, anúncios ou textos em que apareçam medidas de tempo e os colem nos cadernos:

• ano • mês • dia • hora • minuto • segundo

CONECTANDO SABERES

Ano bissexto

O planeta Terra leva 365 dias, 5 horas, 48 minutos e 46 segundos para dar uma volta completa ao redor do Sol. Portanto, o ano solar tem aproximadamente 6 horas a mais do que o ano do calendário.

Como $4 \cdot 6$ horas = 24 horas, a cada 4 anos temos um ano com 366 dias para compensar essa diferença.

São os anos bissextos, em que o mês de fevereiro tem 29 dias.

FEVEREIRO

D	S	T	Q	Q	S	S
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29			

Ilustra Cartoon

Situações e problemas envolvendo medidas de tempo

1. Um atleta corre 45 minutos todos os dias. Quantas horas e quantos minutos ele corre em uma semana?

1 semana = 7 dias

$45 \cdot 7 = 315$ minutos por semana

Como 60 min = 1 h, para saber quantas horas e minutos há em 315 minutos fazemos:

$$\begin{array}{r|l} 315 & 60 \\ \cline{2-2} 15 & 5 \end{array}$$

Portanto, ele corre 5 horas e 15 minutos por semana.

Lápis Mágico

2. Alunos de 7os anos produziram campanhas em vídeo para promover a conservação e a limpeza da escola. Os vídeos serão exibidos num telão durante o recreio. Veja a duração dos vídeos:

- 7º A: vídeo com duração de 3 min 28 s
- 7º B: vídeo com duração de 2 min 45 s

Ilustrações: Lápis Mágico

Quanto tempo do recreio a projeção vai ocupar?

$$\begin{array}{r} 3 \text{ min } 28 \text{ s} \\ +\ 2 \text{ min } 45 \text{ s} \\ \hline 5 \text{ min } 73 \text{ s} \end{array}$$

Somamos segundos com segundos e minutos com minutos.
Como 60 s = 1 min,
73 s = 1 min 13 s.

Logo, a projeção dos vídeos terá 6 minutos e 13 segundos de duração.

3. 8,1 h corresponde a 8 horas e quantos minutos?

Veja: 8,1 h = 8 horas + 0,1 de hora

$\rightarrow \frac{1}{10}$ de 60 minutos = 6 minutos

Portanto 8,1 h = 8 h 6 min

Veja outra situação semelhante:

2,3 dias = 2 dias + 0,3 de dia

$\rightarrow \frac{3}{10}$ de dia $= \frac{3}{10}$ de 24 horas = 7,2 horas

7,2 h = 7 horas + 0,2 de hora = 7 horas + 12 minutos

Então 2,3 dias correspondem a 2 dias, 7 horas e 12 minutos.

4. Um debate na TV entre candidatos ao governo de certo estado terá duração exata de 1 h 45 min 24 s. Como dividir esse tempo em 3 blocos de mesma duração?

Para resolver, podemos converter o tempo total para segundos:

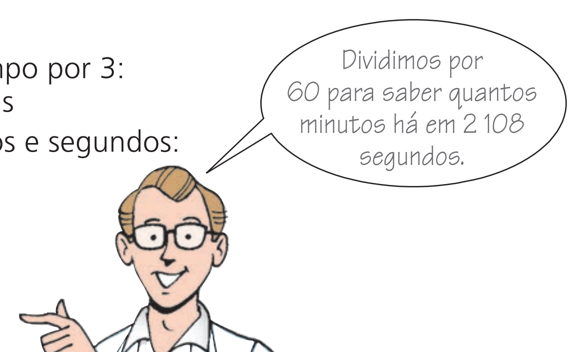
$$\left.\begin{array}{l} 1 \text{ h} = 3\,600 \text{ s} \\ 45 \text{ min} = 45 \cdot 60 = 2\,700 \text{ s} \end{array}\right\} 3\,600 \text{ s} + 2\,700 \text{ s} = 6\,300 \text{ s}$$

6 300 + 24 = 6 324 s

$\rightarrow$ Dividimos esse tempo por 3:
6 324 : 3 = 2 108 s

Agora, voltamos a transformar os segundos em minutos e segundos:

$$\begin{array}{r|l} 2\,108 & 60 \\ \cline{2-2} 308 & 35 \\ 08 & \end{array}$$



Logo, cada bloco deverá ter duração de 35 min 8 s.

5. O piloto alemão Sebastian Vettel conquistou o grande prêmio de Mônaco de Fórmula 1 em 2011.

Peter J Fox/Getty Images

◆ Sebastian Vettel.

Paul Gilham /Getty Images

◆ Circuito de Mônaco, Monte Carlo.

Os jornais registraram o tempo em que ele completou as 78 voltas da prova assim:

2 h 9 min 38 s 373

Qual é o significado do número 373 nesse tempo?
As unidades menores que o segundo são decimais.
O número 373 corresponde a 373 milésimos de segundo ⟶ 0,373 s

Dividindo 1 segundo em 10 partes iguais obtemos décimos de segundo; dividindo 1 segundo em 100 partes iguais obtemos centésimos de segundo, e assim por diante.

Veja outra situação desse Grande Prêmio:

Os tempos de Vettel e do espanhol Fernando Alonso, numa mesma volta dessa prova, foram:

Vettel: 1 min 16 s 276
Alonso: 1 min 16 s 547

Para saber quanto Vettel foi mais rápido do que Alonso nessa volta, faremos:

$$\begin{array}{rr} & 1\text{ min } 16\text{ s } \overset{4}{\cancel{5}}47 \\ - & 1\text{ min } 16\text{ s } 276 \\ \hline & 0\text{ min } \quad 0\text{ s } 271 \end{array}$$

Lápis Mágico

Portanto, Vettel foi 0,271 s mais rápido nessa volta.

Exercícios

63 Dona Eliana saiu de casa às 8h35min e demorou uma hora e meia para fazer as compras. Pretendia chegar a sua casa antes das 10 horas. Será que conseguiu? Não.

Lápis Mágico

64 No caderno, copie e complete a tabela com o número de horas de estudo de dois irmãos durante três dias.

	1º dia	2º dia	3º dia	Total
Lúcio	$3\frac{1}{2}$ h	$1\frac{1}{4}$ h	2 h	$6\frac{3}{4}$ h
Mauro	4 h	$2\frac{1}{2}$ h	$3\frac{1}{2}$ h	10 h

65 Se um discurso que dura $1\frac{1}{4}$ hora começou às 10h50min, a que horas deve terminar? 12h05min

66 Para dar uma volta em uma pista circular, uma pessoa gasta em média 9 min 15 s. Quanto tempo demorará para dar 7 voltas? 1 h 4 min 45 s

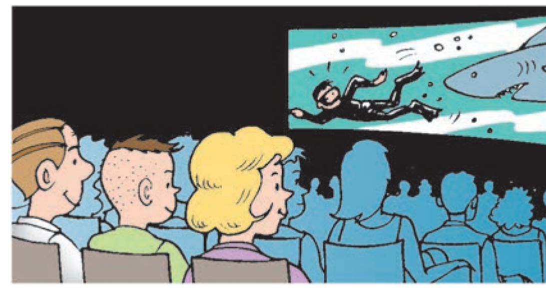
67 Um maratonista demorou 1 h 15 min para percorrer 25 km. Em média, quantos minutos gastou para percorrer cada quilômetro? 3 min

68 Fiz uma viagem em duas etapas. Os tempos gastos foram:

Etapa A: 7 h 24 min 38 s
Etapa B: 5 h 43 min 36 s

Qual foi o tempo total da viagem? 13 h 8 min 14 s

69 Uma sessão de cinema começou às 8h59min58s e terminou às 11h02min1s. Quanto durou?
= (11h2min1s) − (8h59min58s) =
= 11h01min61s − (8h59min58s) =



Ilustra Cartoon

= (10h61min61s) − (8h59min58s) =
= 2 h 2 min 3 s

70 Um motorista percorre uma estrada em 2 etapas. Na primeira etapa anda 80 quilômetros por hora durante 3 horas e na segunda anda 90 quilômetros por hora durante 1 hora e 30 minutos. Quantos quilômetros o motorista percorreu? 375 quilômetros • 240 + 135 = 375

71 A quantos minutos corresponde 1,25 hora?
75 min 60 · 1,25 = 75

72 No Grande Prêmio de Fórmula 1 de Mônaco, de 2011, Jenson Button fez sua volta mais rápida em 1 min 16 s 463, enquanto seu companheiro de equipe, Lewis Hamilton, completou sua volta mais rápida em 1 min 17 s 847. Qual é a diferença a favor de Button?
1 s 384

73 Num colégio, as aulas começam às 13h15min. Cada aula tem duração de 45 minutos. Entre a 4ª e a 5ª aula há um intervalo de 15 minutos. A que horas começa a 5ª aula?
16h30min

Paulo Pepe

Vale a pena ler

Um pouco da história do relógio

CONECTANDO SABERES

Hoje vemos relógios por toda parte: de pulso, de parede, esportivos, na forma de joia... No entanto, medir o tempo com precisão foi um desafio que durou séculos para a humanidade. Apresentaremos um pouco dessa jornada.

A medição mecânica do tempo teve origem em conventos e igrejas para regular e chamar os religiosos nos horários de oração. Estes relógios precisavam ser ajustados de acordo com a estação do ano e as diferentes horas do nascer e do pôr do sol. A palavra inglesa *clock* deriva do holandês *clojk,* que quer dizer “sino”. Os primeiros relógios mecânicos eram máquinas movidas por pesos que tocavam um sino a intervalos regulares. Um relógio mecânico fabricado em 1386 encontra-se no Museu de Ciência, em Londres. É formado por duas engrenagens movidas por cordas e pesa cerca de 200 quilos. A partir dos grandes relógios mecânicos foram criados os menores para uso doméstico.

O ponteiro de minutos só apareceu depois que Galileu Galilei, em 1582, estudou o movimento pendular. A aplicação do pêndulo nos relógios fez reduzir o erro diário das medidas de tempo de 15 minutos para cerca de 10 segundos. Esse maquinismo foi aperfeiçoado, o que permitiu a redução do tamanho das máquinas até chegar ao relógio de bolso.

O relógio de pulso tem uma história interessante, que envolve um brasileiro famoso: Santos Dumont. Para controlar o tempo em seus voos, pediu a seu amigo Cartier que fabricasse um relógio que pudesse ser acomodado no pulso, e esse foi o primeiro relógio de pulso fabricado na França. O relógio de pulso já era conhecido, mas raramente usado. Santos Dumont ajudou a difundi-lo.

Veja na fotografia o relógio na torre do Big Ben, em Londres.

Esse relógio tem quatro faces e começou a funcionar em 31 de maio de 1859.

Curiosidade: o ponteiro dos minutos tem 4 metros de comprimento.

Anthony Baggett/Dreamstime.com

Revisando

74 Um meio destas balas é do Guilherme e um terço é do Pedro. Quantas balas tem cada um deles? Guilherme: 6 balas; Pedro: 4 balas.


Hélio Senatore

75 Este copo de liquidificador comporta até 1 litro. Ele está dividido em décimos de litro e também em frações.
Veja algumas medidas em litros que foram realizadas com esse copo:

Ilustra Cartoon

0,7 L	$\frac{1}{4}$ L	0,2 L	$\frac{3}{4}$ L	0,9 L	$\frac{1}{2}$ L	0,4 L

Escreva os valores dessas medidas em ordem crescente. 0,2; $\frac{1}{4}$; 0,4; $\frac{1}{2}$; 0,7; $\frac{3}{4}$; 0,9

76 Escreva:

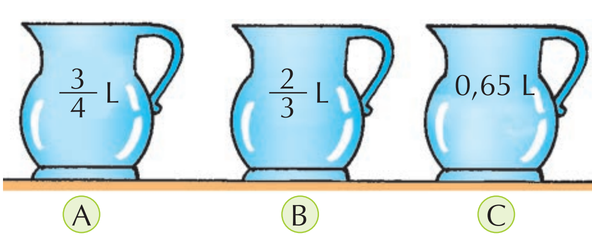
a) duas frações que representem 7; $\frac{14}{2}$, $\frac{21}{3}$
Há outras possibilidades.

b) uma fração equivalente a $\frac{13}{2}$ com numerador 65; $\frac{65}{10}$

c) duas frações equivalentes a $\frac{8}{36}$; $\frac{2}{9}$, $\frac{4}{18}$
Há outras possibilidades.

d) a fração irredutível equivalente a $\frac{72}{30}$. $\frac{12}{5}$

77 Observe a quantidade de leite em cada jarra de vovó Helena:



Ilustra Cartoon

a) Qual das jarras tem mais leite? A

b) Qual das jarras tem menos leite? C

78 Um automóvel percorre 12,5 km com 2 litros de gasolina. Quanto ele gasta de gasolina para percorrer 1 km? 0,16 litro; 2 : 12,5 = 0,16

79 Calcule mentalmente e apresente o resultado na forma de número decimal.

a) $8 + \frac{1}{2}$ 8,5

b) $2{,}4 - \frac{3}{10}$ 2,1

c) $0{,}4 + \frac{1}{2} + 0{,}6$ 1,5

d) $1{,}3 + \frac{1}{4} + \frac{7}{4}$ 3,3

80 Luís come 10 pães e meio por semana. Em média, quantos pães ele come por dia? 1 pão e meio


Lápis Mágico

81 Calcule o valor das expressões.

a) $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ $\frac{17}{30}$

b) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} + \frac{1}{2}$ $\frac{9}{8}$

c) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \cdot 3$ $\frac{17}{12}$

d) $\frac{3}{4} : \frac{1}{2} - \frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$

e) $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} : \frac{1}{10}$ $\frac{13}{5}$

f) $2\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}$ $\frac{13}{4}$

82 Um pedreiro deve construir um muro de 8 m de comprimento em 5 dias. Quantos metros, em média, ele deve construir por dia? 1,6 m

83 (Prominp) Dormir bem é fundamental para o bom aprendizado escolar. Para os adolescentes, que ainda estão em fase de crescimento, o ideal são nove horas e quinze minutos de sono por dia. João é um adolescente que dorme 440 minutos diários. Quanto tempo a mais João deveria dormir, por dia, para que seu tempo de sono fosse ideal?

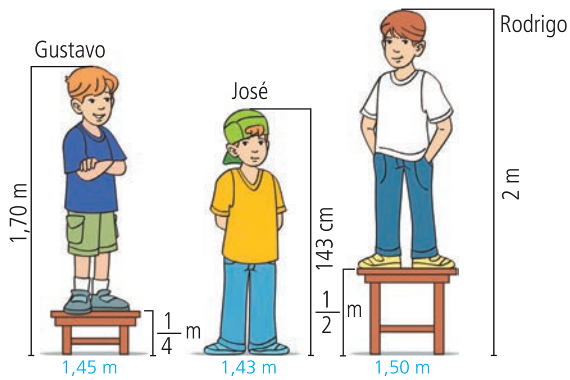
a) 1 hora e 15 minutos

b) 1 hora e 25 minutos

x c) 1 hora e 55 minutos

d) 2 horas e 45 minutos

84 Observe a figura dos três irmãos:



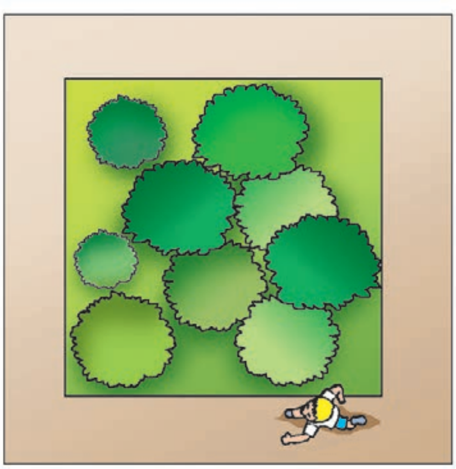
Represente essas alturas na forma de número decimal e responda.

a) Quem é o mais baixo? José.

b) Quem é o mais alto? Rodrigo.

c) Que diferença de altura há entre Rodrigo e Gustavo? 0,05 m

85 Em uma praça há uma pista com a forma de um quadrado. Rodrigo percorreu 3 lados do quadrado, descansou um pouco e deu, em seguida, uma volta e meia na pista.



Ilustra Cartoon

Responda no caderno.

a) O que representa a expressão $\frac{3}{4} + 1{,}5$? O percurso de Rodrigo.

b) Rodrigo deu mais ou menos que duas voltas na pista? Mais.

c) Quanto lhe faltou para completar duas voltas e meia na pista? $\frac{1}{4}$

86 Um chocolate foi repartido por três amigos: Carla, Davi e Gustavo. Carla comeu $\frac{1}{10}$ do chocolate, Davi, $\frac{1}{2}$ e Gustavo, 0,3.

a) Qual dos amigos comeu maior porção de chocolate? Davi.

b) Que porção de chocolate foi comida? $\frac{9}{10}$

c) Que porção sobrou? $\frac{1}{10}$

Ilustrações: Hélio Senatore

87 (Prominp) Para nos mantermos saudáveis, é preciso fazer exercícios regularmente. O gráfico abaixo apresenta a quantidade de calorias queimadas em uma hora de exercícios, dependendo da atividade realizada.

CONECTANDO SABERES

Corrida	576
Bicicleta	420
Caminhada	360

Todos os dias Marcelo corre 20 minutos. Quantas calorias ele queima diariamente? 192 calorias

Galina Barskaya/Dreamstime.com

$\frac{1}{3}$ de 576 = 192

88 (FMRP-SP) O peso de uma garrafa cheia de refrigerante é 530 gramas. Bebi a terça parte do refrigerante e o peso caiu para 420 gramas. Qual é o peso da garrafa vazia? 200 gramas

- $\frac{1}{3} \longrightarrow 110$
- $530 - 330 = 200$
- $\frac{3}{3} \longrightarrow 330$

89 Um médico estima em $\frac{1}{4}$ de hora o tempo que leva para examinar um paciente. Nesse ritmo, quantos pacientes ele poderá examinar em 5 horas? 20 pacientes

Lápis Mágico

90 Calcule.

a) $1{,}6 \cdot 1{,}6 - 2{,}56$ 0

b) $15{,}2 - (1{,}3)^2$ 13,51

c) $(0{,}6)^2 + (0{,}8)^2$ 1

d) $4 \cdot (0{,}5)^2 - 0{,}83$ 0,17

91 Por que a raiz quadrada de 10,24 é 3,2? Porque $3{,}2^2 = 10{,}24$.

92 Calcule.

a) $\sqrt{81} + \sqrt{16} + \sqrt{0{,}25}$ 13,5

b) $5 \cdot \sqrt{0{,}09} - \sqrt{0{,}01}$ 1,4

93 (Fuvest-SP) No estádio do Morumbi 72 000 torcedores assistem a um jogo. Através de cada uma das 6 saídas disponíveis podem passar 1 000 pessoas por minuto. Qual é o tempo mínimo necessário para esvaziar o estádio? 12 min

- $6 \cdot 1\,000 = 6\,000$
- $72\,000 : 6\,000 = 12$

Daniel Augusto Jr/Pulsar Imagens

94 Calcule o peso dos objetos A e B e apresente a resposta na forma de número decimal.

Hélio Senatore

0,550 kg

0,325 kg

95 Veja a tabela de preços de um estacionamento:

Ilustra Cartoon

Quanto pagará a pessoa que deixar seu carro estacionado por:

a) duas horas? R$ 2,50

b) uma hora e meia? R$ 2,50

c) 40 minutos? R$ 1,50

d) três horas e 18 minutos? R$ 3,70

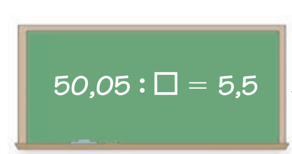
96 Calcule.

a) $\dfrac{1 + 0{,}2}{1 - 0{,}2}$ 1,5

b) $\dfrac{2{,}4 \cdot 1{,}2}{0{,}7 + 0{,}8}$ 1,92

97 (Fuvest-SP) Calcule $\dfrac{0{,}2 \cdot 0{,}3}{3{,}2 - 2{,}0}$ 0,05

98 Por qual número se deve dividir 50,05 para se obter 5,5? 9,1



Ilustra Cartoon

99 Uma pesquisa com seiscentas pessoas concluiu que $\frac{3}{4}$ delas são esportistas e $\frac{2}{5}$ dos esportistas praticam futebol. Qual é o número de pessoas que praticam futebol? 180 pessoas; $600 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = 180$

100 Calcule.

a) $\dfrac{1 + \frac{3}{4}}{2 - \frac{1}{2}}$ $\frac{7}{6}$

b) $\dfrac{\frac{1}{5}}{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}$ $\frac{1}{10}$

101 Um avião parte de São Paulo com destino a Salvador. Qual é o tempo de duração da viagem? 2 h 15 min

Partida	
São Paulo	20h25min
Chegada	
Salvador	22h40min


best image/Shutterstock

102 Um aluno gasta 40 min para resolver 12 questões. Qual é o tempo médio que ele leva para resolver cada questão? 3 min 20 s

$40 \div 12 = 3$, resto 4; $240 \div 12 = 20$, resto 00

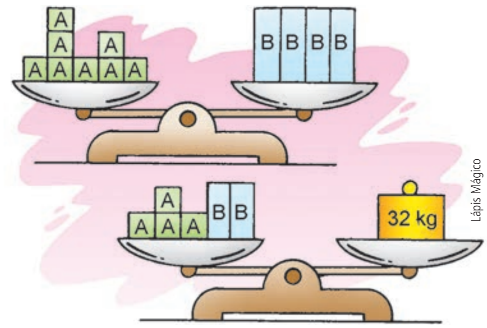
103 Numa competição de natação a partida foi dada às 9h20min22s e o primeiro colocado chegou às 9h27min15s. Qual é o tempo do campeão? 6 min 53 s

(9h 27min 15s) − (9h 20 min 22s) =
= (9h 26min 75s) − (9h 20 min 22s) =
= 6 min 53s


Fernando Favoretto

Desafios

104 Observe as balanças em equilíbrio:



Lápis Mágico

Qual é a massa de cada pacote B? 8 kg

105 João foi a um supermercado comprar refrigerantes e observou as seguintes promoções:

Ilustra Cartoon

Responda.

a) Ele quer comprar exatamente 20 latinhas. Complete as frases em seu caderno escrevendo todas as maneiras possíveis de comprar essa quantidade, aproveitando as promoções.

- ___ embalagens com 4 latinhas. Cinco
- ___ embalagens com 5 latinhas. Quatro
- ___ embalagens com 4 latinhas mais ___ embalagens com 6 latinhas. Duas; duas
- ___ embalagens com 5 latinhas mais ___ embalagem com 4 latinhas mais ___ embalagem com 6 latinhas. Duas; uma; uma

b) Como ele poderá fazer a compra pagando o menor preço possível pelas 20 latinhas de refrigerante? Quanto ele vai pagar?
Comprando quatro embalagens com 5 latinhas; R$ 16,00.

Seção livre

As frações e o caso da herança

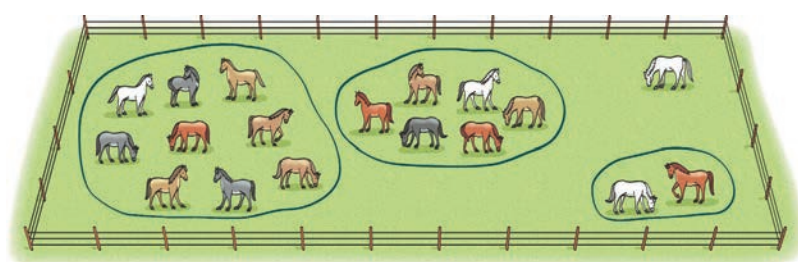
O senhor Almeida deixou para seus três filhos uma bela herança. Em seu testamento, escreveu claramente como deveria ser feita a divisão de seus bens. Tudo correu sem problemas, até o momento em que eles descobriram como o pai gostaria de ver divididos os 17 cavalos que possuía:


Ilustrações: Hélio Senatore

- metade para o filho mais velho;
- um terço para o filho do meio;
- um nono para o caçula.

A metade, um terço e um nono de 17 não são números inteiros! O que fazer?

Os três irmãos pediram a ajuda de um professor de Matemática, amigo da família, para resolver o problema. Inicialmente, ele solicitou que pedissem emprestado um cavalo a um vizinho.



Ficaram, então, com 18 cavalos:

- o filho mais velho ficou com $\frac{1}{2}$ de 18 = **9** cavalos
- o filho do meio ficou com $\frac{1}{3}$ de 18 = **6** cavalos +
- o filho mais novo ficou com $\frac{1}{9}$ de 18 = **2** cavalos

$$\overline{}$$ **17** cavalos

O cavalo do vizinho pôde ser devolvido e a divisão aconteceu de acordo com a vontade do senhor Almeida. Graças à Matemática, tudo foi resolvido!

• $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{9}{18} + \frac{6}{18} + \frac{2}{18} = \frac{17}{18}$ • $1 - \frac{17}{18} = \frac{1}{18}$

Agora, o desafio é descobrir que estratégia o professor de Matemática usou para resolver o problema. Vamos ajudá-lo? Quem descobrir vai ao quadro mostrar aos colegas.

Malba Tahan e *O homem que calculava*

O texto que você acabou de ler foi escrito com base em uma das maravilhosas histórias presentes no livro *O homem que calculava*, de Malba Tahan. De forma atraente e desafiadora, o autor narra as aventuras e proezas matemáticas do "calculista" persa Beremiz Samir no século XIII.

Malba Tahan é, na verdade, o pseudônimo usado pelo ilustre professor de Matemática Júlio César de Melo e Souza (1895-1974) em várias de suas obras. *O homem que calculava* é a mais famosa entre elas.

Autoavaliação

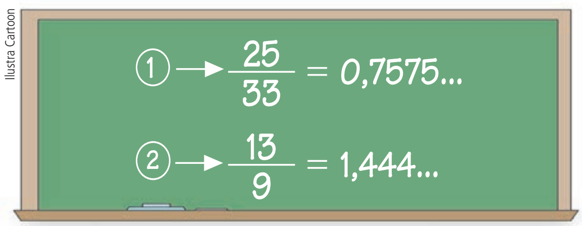
Anote, em seu caderno, o número do exercício e a letra correspondente à resposta correta.

106 O número 0,64 pode ser representado por:

a) $\frac{8}{25}$ b) $\frac{16}{50}$ c) $\frac{25}{16}$ x d) $\frac{16}{25}$

107 Sobre as igualdades:

Ilustra Cartoon



é correto afirmar que:

a) apenas a primeira é verdadeira.

b) apenas a segunda é verdadeira.

x c) as duas são verdadeiras.

d) as duas são falsas.

108 Silveriana colocou parênteses na expressão 3 − 0,5 + 2,25 − 0,25 de modo a obter resultado 0. Indique como ela fez.

a) 3 − 0,5 + (2,25 − 0,25)

b) (3 − 0,5 + 2,25) − 0,25

x c) 3 − (0,5 + 2,25) − 0,25

d) 3 − (0,5 + 2,25 − 0,25)

109 Qual dos seguintes números é o maior?

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ x d) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$

110 (Mack-SP) Qual o valor de

$$\frac{0,2 \cdot 0,7 - 4 \cdot 0,01}{0,5 \cdot 0,2}?$$

a) 0,1 b) 0,01 x c) 1 d) 10

111 (Vunesp) Uma loja de material de construção vende canos de PVC de diâmetro em polegadas.

Darryl Brooks/Dreamstime.com

$1\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$3\frac{1}{8}$	$3\frac{3}{4}$

As frações que correspondem ao cano mais fino e ao mais grosso são, respectivamente:

x a) $\frac{3}{8}$ e $3\frac{3}{4}$ c) $\frac{3}{4}$ e $3\frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{8}$ e $3\frac{1}{8}$ d) $\frac{1}{2}$ e $3\frac{3}{4}$

112 (PUC-SP) O valor de $\dfrac{\frac{1}{2} + 0,3}{8}$ é:

x a) 0,1 b) $\frac{1,3}{16}$ c) 0,2 d) $\frac{3}{16}$

113 (UFRJ) João escreveu o número decimal 1,25 na forma de fração. Em seguida, João encontrou uma fração equivalente a esta com o numerador igual a 15 e outra com o numerador igual a 20. A soma dos denominadores das duas frações equivalentes encontradas por João é igual a:

a) 16 b) 18 c) 24 x d) 28

• $\frac{125}{100} = \frac{5}{4} \rightarrow \frac{15}{12}$, $\frac{5}{4} \rightarrow \frac{20}{16}$

• 12 + 16 = 28

Hélio Senatore

114 Um caminhão cuja carga máxima é de 8,5 toneladas transporta 42 caixas de 210 kg cada uma. A carga excedente tem:

a) 32 kg

b) 33 kg

c) 330 kg

x d) 320 kg

115 (ETF-SP) Uma garrafa de refrigerante contém 300 mL de líquido. Sabendo que nesse refrigerante cada 1 mL de líquido contém 0,04 g de açúcar, quantos gramas de açúcar tem uma dúzia de garrafas desse refrigerante?

$0{,}04 \cdot 300 = 12$
$12 \cdot 12 = 144$

a) 120 g

x b) 144 g

c) 150 g

d) 156 g

116 (PUC-SP) O valor de $\dfrac{4 \cdot (0{,}3)^2}{2 - 1{,}4}$ é:

a) 3 b) 6 x c) 0,6 d) 0,3

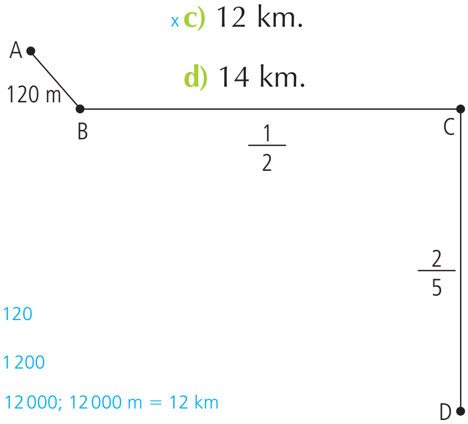
117 (Vunesp) A figura mostra o trajeto que Ana percorre diariamente para ir de sua casa, localizada no ponto A, até a sua escola, localizada no ponto D. Na figura, as distâncias entre os pontos B e C, e C e D estão representadas por frações da distância total do percurso entre os pontos A e D. Se ela faz esse percurso duas vezes por dia (ida e volta), para frequentar a escola ela caminha semanalmente, de 2ª a 6ª-feira, um total de:

a) 8 km.

b) 9 km.

x c) 12 km.

d) 14 km.



- $\frac{1}{10} \longrightarrow 120$
- $\frac{10}{10} \longrightarrow 1200$
- $2 \cdot 5 \cdot 1200 = 12\,000$; $12\,000$ m = 12 km

118 Quantos minutos equivalem a 2,35 horas?

a) 140 min

x b) 141 min

$2 \cdot 60 + 0{,}35 \cdot 60$
$120 + 21 = 141$

c) 142 min

d) 143 min

119 (SEE-RJ) Aos domingos, a primeira fornada de pão sai às 6 h e 30 min, e a segunda sai às 8 h e 25 min. O espaço de tempo entre as duas fornadas é de:

a) 2 h 15 min

x b) 1 h 55 min

c) 1 h 30 min

d) 1 h 15 min

120 Para licenciar o meu automóvel no Poupa Tempo (nome dado no estado de São Paulo a um local que mantém atendimento para a população requerer diferentes tipos de documentos), recebi a senha 41. Há 40 pessoas na minha frente. Se cada atendimento leva, em média, 3,5 minutos e o atendimento tem início às 9 horas, a que horas deverei ser atendido?

a) 11h10min

x b) 11h20min

c) 12h10min

d) 11h40min

121 Um consumidor pagou, num supermercado, R$ 48,45 por um pacote de azeitona no qual estava indicado o peso de 5 kg. Desconfiado daquele peso, procurou o órgão oficial competente, que verificou a irregularidade e constatou um erro de 250 gramas no peso do produto, contra o consumidor. Qual foi, na realidade, o preço de 1 kg daquela azeitona?

a) R$ 9,69

b) R$ 9,80

x c) R$ 10,20

$48{,}45 : 4{,}75 = 10{,}20$

d) R$ 10,27

UNIDADE 3

Números negativos

1. Onde encontramos números negativos?

Você já sabe que os números 1, 2, 3, 4, 5, ... surgiram pela necessidade de contar. Sabe também que as frações e os números decimais foram criados para representar certas quantidades não inteiras muito presentes nos problemas de medidas.

E os números negativos?

Eles vieram para resolver situações do tipo:

"3 − 5 quanto dá?", que provavelmente surgiram com o desenvolvimento do comércio e o aparecimento das dívidas, dos prejuízos...

P.S. Studio

Vamos examinar uma situação comum nos dias de hoje.

Quem tem cheque especial pode gastar mais do que possui na sua conta bancária até certo limite, e ficar devendo ao banco.

Uma pessoa, por exemplo, tem R$ 100,00 na conta e faz uma retirada de R$ 120,00.

O resultado da subtração 100 − 120 não é um número natural.

Usaremos o **número negativo** −20 para representar o saldo dessa pessoa após a retirada.

$$100 - 120 = -20$$

O sinal de "menos" indica que ela deve R$ 20,00 ao banco.

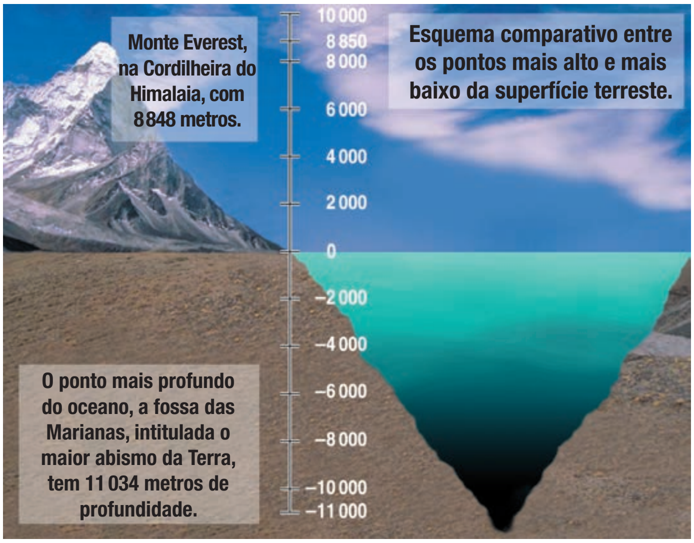
Você já deve ter visto números negativos em outras situações:

Cidade	Temperatura (°C)
Amsterdã	+5
Chicago	−4
Nova York	−1
Assunção	−3
Lima	−2
Paris	+4

Fonte: *Folha de S.Paulo*, 13 jul. 2002.

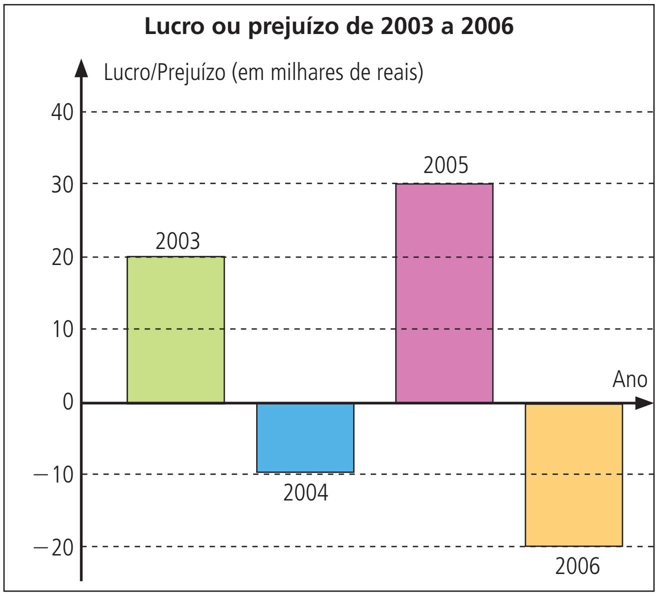
No registro de temperaturas abaixo de zero, por exemplo.

Ou para registrar profundidades abaixo do nível do mar.



Associa-se o nível do mar à altitude zero. Profundidades abaixo do nível do mar são indicadas por números negativos.

Ou para representar prejuízos.



Nota histórica

A aceitação dos números negativos foi muito lenta, pois usar quantidades negativas não é natural quando pensamos em situações concretas: como imaginar 3 bois menos 5 bois? Como tirar aquilo que não temos? Por isso, embora tenham sido encontrados na China e na Índia registros muito antigos de problemas envolvendo números negativos, eles só foram realmente aceitos como números por volta do século XVI.

Portanto, conhecemos os números positivos, que podem vir ou não acompanhados do sinal (+)...

$\boxed{+2 \text{ ou simplesmente } 2}$ $\boxed{+34 \text{ ou } 34}$ $\boxed{+478 \text{ ou } 478}$ $\boxed{+61{,}07 \text{ ou } 61{,}07}$

$\boxed{+5{,}6 \text{ ou } 5{,}6}$ $\boxed{+\frac{7}{8} \text{ ou } \frac{7}{8}}$ $\boxed{+\frac{13}{19} \text{ ou } \frac{13}{19}}$ etc.

... e os números negativos, que são precedidos pelo sinal (−). Por exemplo:

$\boxed{-5}$ $\boxed{-67}$ $\boxed{-8{,}23}$ $\boxed{-\frac{5}{9}}$

O número zero é positivo ou negativo?

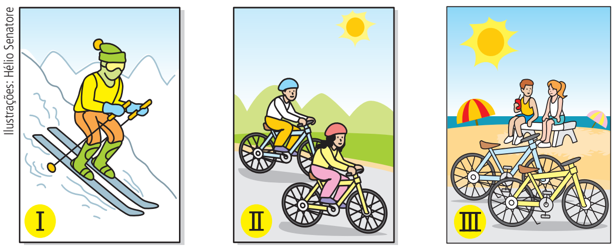
Converse com um colega sobre isso.

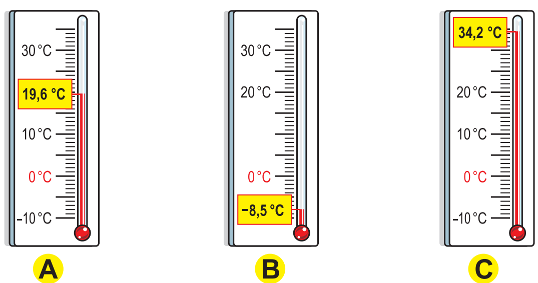
O zero não é positivo nem negativo.

Exercícios

1 Associe a cada termômetro uma das ilustrações a seguir. I ⟶ B; II ⟶ A; III ⟶ C

Ilustrações: Hélio Senatore





2 Associe um número positivo ou um número negativo a cada uma das situações:

a) um lucro de R$ 10,70; +10,70

b) um prejuízo de R$ 300,00; −300

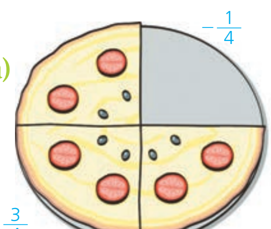
c) um avanço de 8 minutos; +8

d) um atraso de 15 minutos; −15

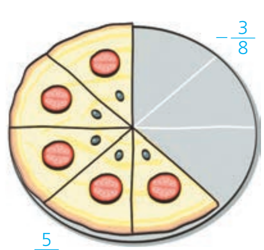
e) uma temperatura de 2 graus abaixo de zero; −2

f) uma altitude de 527,3 m acima do nível do mar. +527,3

3 Utilize números positivos para representar a parte da pizza indicada nas figuras e números negativos para indicar a parte da pizza que foi retirada.

a) 

$-\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$

b) 

$-\frac{3}{8}$ $\frac{5}{8}$

4 Se você tem R$ 71,00 no banco e retira R$ 100,00, sua conta fica com saldo positivo ou negativo? Qual é o valor desse saldo?

Negativo. – R$ 29,00

5 Calcule no seu caderno as diferenças.

6	6	6	6	6	6	6
−3	−4	−5	−6	−7	−8	−9
▨	▨	▨	▨	▨	▨	▨
3	2	1	0	−1	−2	−3

6 Suponha que a temperatura neste momento é de 12 °C. Indique a nova temperatura se o termômetro:

a) subir 3 °C; 15 °C

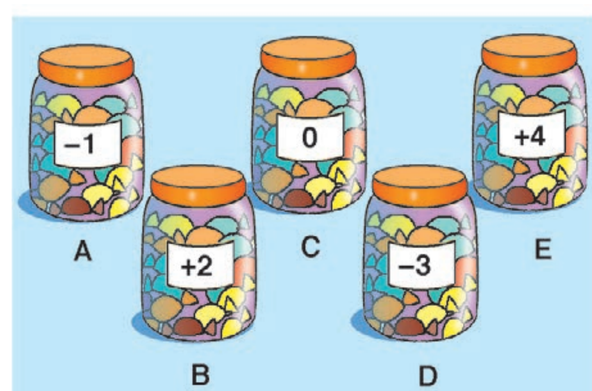
b) baixar 7 °C; 5 °C

c) baixar 15 °C; −3 °C

d) baixar 12 °C. 0 °C

7 Num bar chegaram alguns potes que deveriam conter 60 bombons cada um. O proprietário fez uma verificação e marcou os potes da seguinte maneira:

Ilustra Cartoon



−3 ⟶ indica a falta de 3 bombons
+2 ⟶ indica o excesso de 2 bombons

a) Existe algum pote que contém 60 bombons? Qual deles? Sim. C.

b) Quantos bombons há em cada pote?
A: 59, B: 62, C: 60, D: 57, E: 64

c) Se transferirmos o excesso de bombons do último pote para o primeiro, qual será a nova anotação no primeiro pote? +3

2. Comparando números

É importante saber comparar números. Dentre dois números, qual é o menor?

Em certo dia de inverno, um jornal publicou as temperaturas mínimas em algumas cidades do Sul do Brasil.

A cidade de São Joaquim foi a que registrou a temperatura mais baixa nesse dia. Uma temperatura de −3 °C é menor do que uma temperatura de −1 °C, e as duas temperaturas negativas são menores do que a temperatura de 0 °C em Curitiba e do que a temperatura positiva de 4 °C em Porto Alegre.

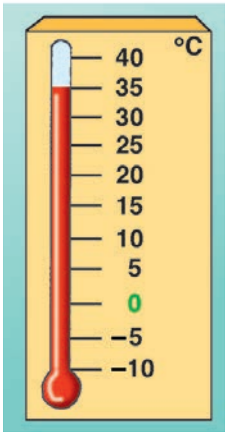
Tempo no sul do Brasil		
Cidade	**Tempo**	**Temperatura mínima**
Curitiba (PR)	chuvoso	0 °C
São Joaquim (SC)	nublado	−3 °C
Porto Alegre (RS)	claro	4 °C
Gramado (RS)	nublado	−1 °C

Pensando nas temperaturas fica mais fácil comparar números positivos e negativos.

$-3 < 4$

$-3 < 0$

$-3 < -1$



Ilustra Cartoon

Você e seus colegas vão dizer qual é o menor número:

a) –6 ou 0? –6

b) –1,2 ou 4? –1,2

c) –2 ou –8? –8

d) 0,5 ou –20? –20

- Os números +1, +2, +3, +4, +5, +6, ..., ou simplesmente 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., são os **números inteiros positivos**.
- Os números −1, −2, −3, −4, −5, −6, ... são os **números inteiros negativos**.

Com esses números e mais o zero formamos a sequência dos números inteiros, que é infinita:

..., −4, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, 4, ...

Lápis Mágico

Veja outros exemplos de números inteiros:

−134, −10, −7, 75, 1 237, 768 905

Na sequência dos números inteiros:

- o antecessor de −4 é −5;
- o sucessor de −4 é −3;
- o antecessor de −1 é −2;
- o sucessor de −1 é 0;

e assim por diante.

0, 1, 2, 3, 4, 5, ... são os números naturais. Os números naturais são números inteiros.

Exercícios

8 Observe as temperaturas registradas às 10h de certo dia em várias cidades do mundo.

Cidade	Temperatura (°C)
A	−4,5
B	+6
C	−7,2
D	+18,6
E	+26
F	−1
G	+34

a) Em que cidades se registraram temperaturas positivas? B, D, E e G

b) Em que cidades se registraram temperaturas negativas? A, C e F

c) Qual foi a maior temperatura registrada? E a menor? +34; −7,2

9 Qual é maior?

a) +17 ou −17? +17

b) −29 ou 0? 0

c) +60 ou 60? São iguais.

d) −9,8 ou −10? −9,8

e) 100 ou −300? 100

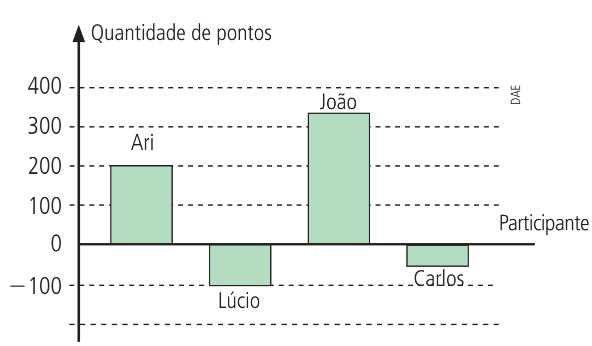
f) +490 ou 489? +490

g) −370 ou −369? −369

h) 0,6 ou −1,8? 0,6

10 Observe o gráfico:

Resultado de um jogo com 4 participantes



Escreva os nomes dos participantes em ordem decrescente de pontos. João, Ari, Carlos e Lúcio.

11 Quem sou eu?

a) Sou o maior número inteiro negativo de três algarismos. −100

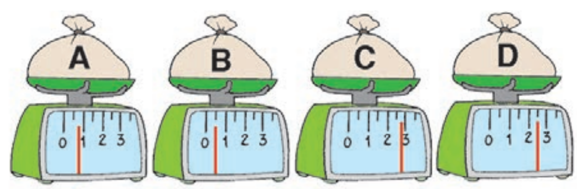
b) Sou o menor número inteiro positivo de dois algarismos. 10

12 Copie as sequências em seu caderno e complete-as.

a) −8, −6, ▨ (−4), −2, 0, ▨ (2), ▨ (4), ▨ (6), ▨ (8)

b) −20, ▨ (−17), −14, −11, ▨ (−8), ▨ (−5), ▨ (−2), ▨ (1), ▨ (4)

13 Faça no caderno a correspondência da letra de cada pacote com a quantidade de massa indicada no quadro.



Ilustra Cartoon

0,5 kg	2,8 kg	$\frac{4}{5}$ kg	$\frac{5}{2}$ kg

A: $\frac{4}{5}$ kg ; B: 0,5 kg; C: 2,8 kg; D: $\frac{5}{2}$ kg

14 Relacione os números no caderno utilizando os sinais =, < ou >.

a) −2,13 ▨ −2,06 <

b) -3 ▨ $-\frac{15}{5}$ =

c) 1,001 ▨ −4,5 >

d) $-\frac{13}{2}$ ▨ -5 <

15 A temperatura às 23 horas era de 1 grau positivo. Entre essa hora e a meia-noite, desceu 2 graus. Da meia-noite às 6 horas da manhã, desceu 5 graus. Das 6 da manhã ao meio-dia, subiu 10 graus. Calcule sucessivamente:

a) a temperatura à meia-noite; −1 °C

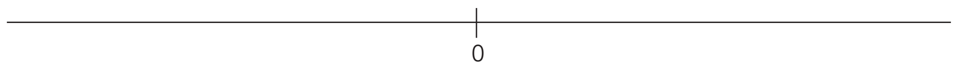
b) a temperatura às 6 da manhã; −6 °C

c) a temperatura ao meio-dia. +4 °C

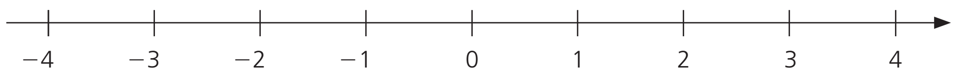
3. Reta numérica

Os números negativos também podem ser associados a pontos de uma reta.

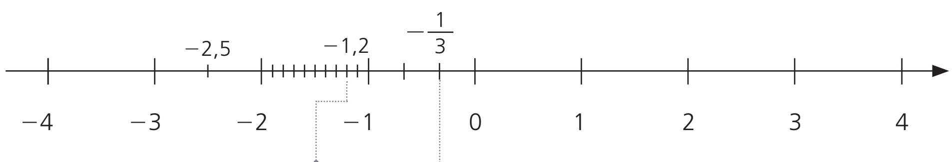
Traçamos uma reta e escolhemos um ponto para representar o zero:



Usando sempre a mesma unidade, marcamos os pontos que representam os números inteiros positivos à direita do zero e os pontos que representam os números inteiros negativos à esquerda do zero.



Veja como representamos na reta numérica alguns números decimais e frações. Por exemplo, $-2{,}5$; $-1{,}2$ e $-\frac{1}{3}$:



$-1{,}2$ está entre -1 e -2. Dividimos a unidade em 10 partes iguais. Cada parte é 1 décimo. Então tomamos 2 décimos à esquerda do -1.

$-\frac{1}{3}$ está entre 0 e -1

Dividimos a unidade em 3 partes iguais e tomamos 1 parte à esquerda do zero.

A reta numérica também nos ajuda a comparar números. Entre dois números, qual é o maior? Basta observar qual tem representação mais à direita na reta numérica: esse será o maior.

Então, para começar:

- qualquer número positivo é maior que zero;
- zero é maior que qualquer número negativo;
- qualquer número positivo é maior que um número negativo.

E quando queremos comparar dois números negativos?

Vimos que $-3 < -1$ (lembra-se das temperaturas?). Isso se confirma na reta numérica, pois a representação de -1 está à direita da representação de -3.

Logo,

- $-3 < -1$ ou $-1 > -3$

Da mesma forma,

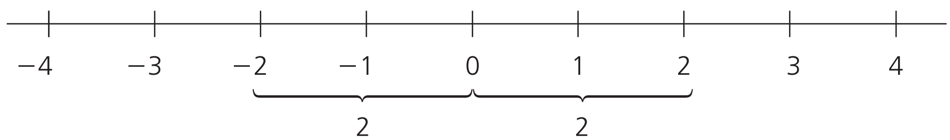
- $-0{,}5 > -1$
- $-6{,}4 > -10$
- $-1{,}75 > -8{,}25$

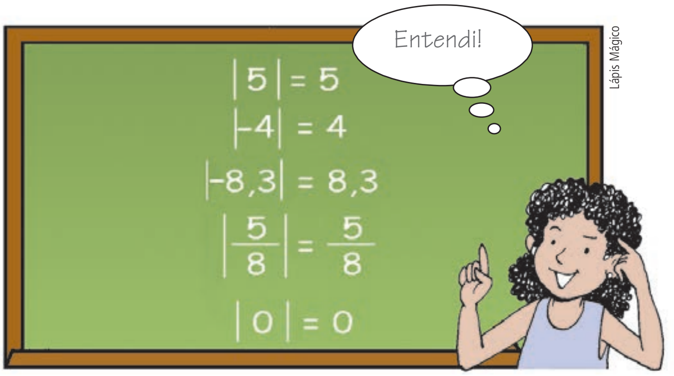
4. Distâncias na reta numérica

Módulo e simétrico

Vimos que um número é representado na reta numérica por um ponto.

A distância entre esse ponto e o ponto que representa o zero é o **módulo** ou valor absoluto desse número.





A distância entre o ponto que representa o 2 e o ponto que representa o zero é 2. Por isso, $|2| = 2$ (Lemos: *módulo de* 2 *é igual a* 2.)

Da mesma forma,

$|-2| = 2$

2 e -2 são números diferentes, mas têm o mesmo módulo, porque estão à mesma distância do zero. Eles são chamados **simétricos** ou **opostos**.

- 3 e -3 são simétricos ou opostos, pois $|3| = 3$ e $|-3| = 3$

Todo número tem um oposto:

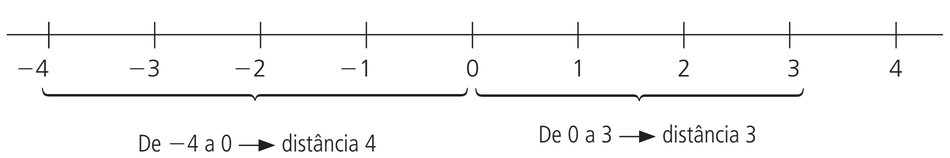
O oposto de zero é o próprio zero.

- o oposto de 8 é -8;
- o oposto de $-7{,}2$ é 7,2;
- o oposto de $\frac{3}{4}$ é $-\frac{3}{4}$;

e assim por diante.

Distância entre dois pontos

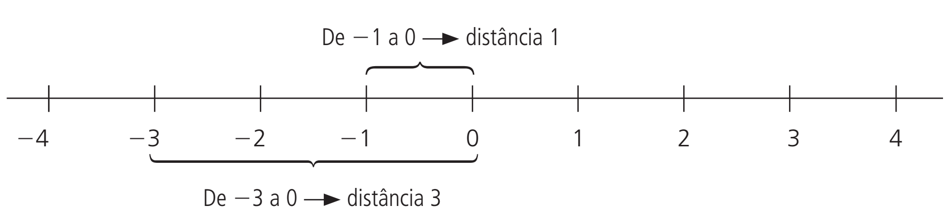
Qual é a distância entre -4 e 3 na reta numérica?



$4 + 3 = 7$

A distância é 7.

Qual é a distância entre -3 e -1 na reta numérica?



$3 - 1 = 2$

A distância é 2.

Exercícios

16 Escreva os números representados pelos pontos A, B e C em cada reta numérica.

a)

A = –4; B = +3; C = –1

b)

A = –6; B = +12; C = +6

17 Observe a escada e complete as frases no caderno com as palavras *acima* ou *abaixo*. A seguir responda, em cada situação, qual dos números é maior.

a) −5 está ▨ de −2
abaixo; −2

b) −7 está ▨ de −10
acima; −7

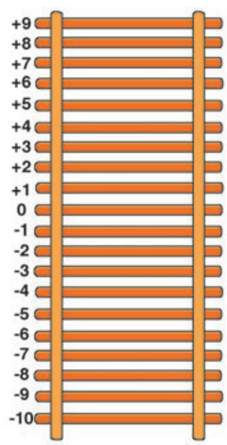
c) +4 está ▨ de +6
abaixo; +6

d) −3 está ▨ de +1
abaixo; +1

e) −9 está ▨ de 0
abaixo; 0

f) +6 está ▨ de −6
acima; +6

g) +2 está ▨ de 0
acima; +2



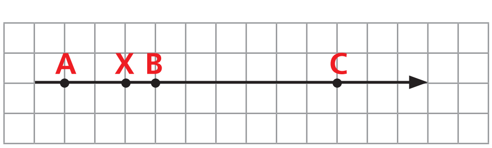
Ilustra Cartoon

18 Diga qual é:

a) o maior número inteiro menor do que –8; –9

b) o menor número inteiro maior do que –165. –164

19 Na figura abaixo, o lado do quadrinho corresponde a uma unidade.



Diga qual número corresponde ao ponto X se a origem (ponto 0) for:

a) o ponto A; +2 b) o ponto B; –1 c) o ponto C. –7

20 Escreva um número não inteiro compreendido entre −4 e −2. Há infinitas possibilidades de resposta.

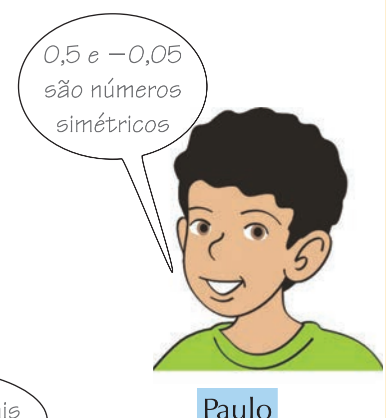
21 Situe entre dois números inteiros consecutivos:

a) 9,3   b) $\frac{11}{2}$ c) −0,6   d) $-\frac{16}{5}$

9 e 10   5 e 6   −1 e 0   −4 e −3

22 Escreva dois números cujo valor absoluto seja 19. Que nomes recebem esses números?
+19 e –19; simétricos ou opostos

23 Quem está errado? Paulo.



Ilustrações: Hélio Senatore

24 Qual é maior?

a) –3 ou o seu simétrico? O simétrico.

b) –8 ou o seu módulo? O módulo.

c) 5 ou o simétrico de –10? O simétrico de –10.

5. Adição envolvendo números negativos

Vamos examinar algumas situações. Indicaremos dívidas e prejuízos com números negativos.

$(-80) + (+30) = -50$
Devia 80, pagou 30, fica devendo 50.

Ilustrações: Lápis Mágico

Na situação da moça ao lado temos $(-40) + (+40) = 0$.
A soma de dois números simétricos é zero.

Nesse caso, são somados os prejuízos:
$(-4\,000) + (-3\,000) = -7\,000$

Com base nessas situações, faremos como exemplo outras adições:

- $(-15) + (+9) = -6$
- $(+7) + (-7) = 0$
- $\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{3} = -\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = -\frac{1}{6}$
- $(-3{,}2) + (-1{,}4) = -4{,}6$
- $(-2{,}1) + (+3{,}9) = 1{,}8$
- $\left(-\frac{7}{5}\right) + \left(+\frac{7}{5}\right) = 0$

Para somar:
- dois números positivos, somamos seus módulos e o resultado é positivo.
- dois números negativos, somamos seus módulos e o resultado é negativo.
- dois números de sinais contrários, subtraímos seus módulos e o resultado tem o sinal do número de maior módulo.

Na adição envolvendo números negativos, a ordem das parcelas não altera a soma.

Faça mentalmente:

a) $(-7) + (+4)$ -3

b) $(-5) + (-2)$ -7

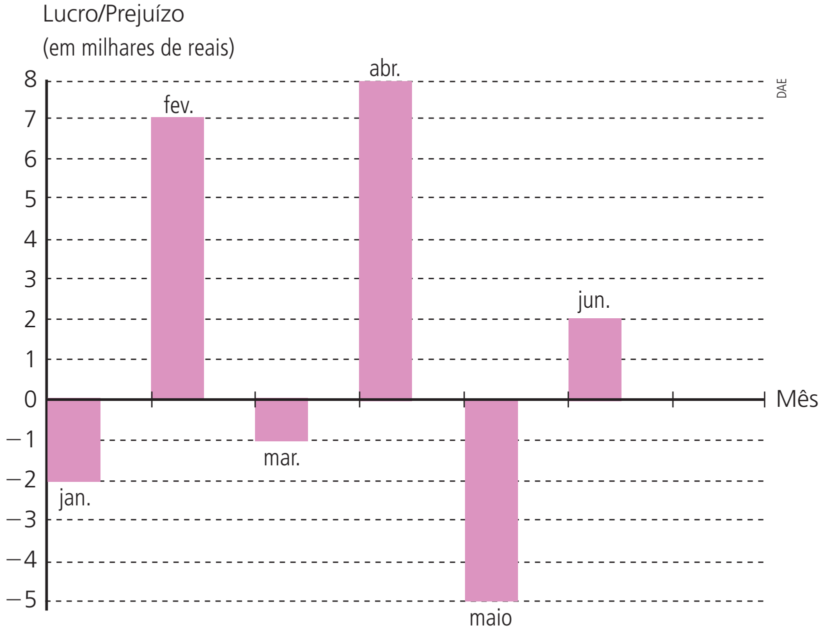
c) $-0{,}8 + (+2{,}8)$ 2

d) $\left(+\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right)$ 0

Adições com mais de duas parcelas

O dono de uma microempresa montou uma tabela e representou em um gráfico de barras seus resultados no primeiro semestre do ano. Os números positivos indicam lucros e os negativos, prejuízos.

Resultados – 1º semestre



Mês	Lucro/Prejuízo (em milhares de reais)
Janeiro	–2
Fevereiro	7
Março	–1
Abril	8
Maio	–5
Junho	2

- A empresa acumulou lucro ou prejuízo nesse semestre? De quanto?

Para responder a essa pergunta, recorremos a uma adição:

$$\cancel{(-2)} + (+7) + (-1) + (+8) + (-5) + \cancel{(+2)}$$

+15 –6

Hélio Senatore

Somamos o total de lucros com o total de prejuízos:
$(+15) + (-6) = 9$
Concluímos que a empresa teve lucro de R$ 9.000,00 no semestre.

Na adição envolvendo números negativos, podemos associar as parcelas!

Junte-se a um colega para resolver as questões.

1. Vimos que o lucro acumulado pela empresa no semestre foi de R$ 9.000,00. Calculem o lucro médio mensal nesse período. R$ 1.500,00
2. Usem os dados da tabela ao lado para calcular o valor do lucro ou prejuízo acumulado pela empresa no 2º semestre do mesmo ano. Lucro de R$ 6.000,00.

Mês	Lucro/Prejuízo (em milhares de reais)
Julho	–3
Agosto	6
Setembro	4
Outubro	–4
Novembro	–5
Dezembro	8

Exercícios

25 Faça as seguintes operações bancárias observando o exemplo:

crédito de R$ 10,00 **mais** débito de R$ 15,00 =
= −R$ 5,00

a) Crédito de R$ 18,00 **mais** crédito de R$ 5,00. R$ 23,00

b) Débito de R$ 25,00 **mais** débito de R$ 10,00. –R$ 35,00

c) Crédito de R$ 20,00 **mais** débito de R$ 30,00. –R$ 10,00

d) Débito de R$ 60,00 **mais** crédito de R$ 80,00. R$ 20,00

e) Crédito de R$ 50,00 **mais** débito de R$ 50,00. R$ 0,00

26 Veja a ideia de Maurício para calcular $(+5) + (-3)$:

Antes:

$\oplus\ \oplus\ \oplus\ \oplus\ \oplus$

$\ominus\ \ominus\ \ominus$

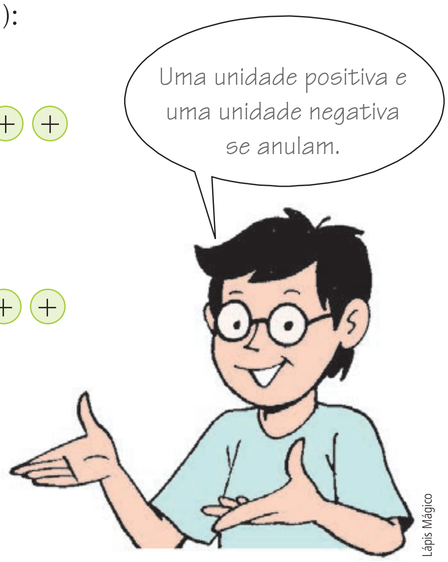
Operação:

$\cancel{\oplus}\ \cancel{\oplus}\ \cancel{\oplus}\ \oplus\ \oplus$

$\cancel{\ominus}\ \cancel{\ominus}\ \cancel{\ominus}$

Depois:

$\oplus\ \oplus$



Lápis Mágico

Então: $(+5) + (-3) = +2$

Agora chegou a sua vez de calcular!

a) $(+7) + (-2)$ 5

b) $(-3) + (+4)$ 1

c) $(+4) + (-6)$ −2

d) $(+5) + (-5)$ 0

e) $(+1) + (+4)$ 5

f) $(-2) + (-1)$ −3

g) $7 + (-1)$ 6

h) $-6 + (-2)$ −8

i) $3 + (+4)$ 7

j) $0 + (-2)$ −2

k) $0 + (+6)$ 6

l) $-1 + (+1)$ 0

27 O saldo bancário de um cliente do Banco Fortuna era de R$ 43,00 e passou a ser de –R$ 6,00. O cliente fez um depósito ou uma retirada? De quanto? Retirada de R$ 49,00.

28 Num jogo de baralho, Rodrigo e Carolina obtiveram os seguintes resultados:

Rodrigo	**Carolina**
1ª partida	
ganhou 510 pontos	perdeu 80 pontos
2ª partida	
perdeu 215 pontos	ganhou 475 pontos
3ª partida	
perdeu 485 pontos	ganhou 290 pontos
4ª partida	
ganhou 625 pontos	perdeu 115 pontos

a) Qual é o número total de pontos de Carolina após as quatro partidas? 570 pontos

b) Qual é o número total de pontos de Rodrigo após as quatro partidas? 435 pontos

c) De quem foi a vantagem final? Quantos pontos de diferença? Carolina (135 pontos).

29 Qual é a soma? Anote no caderno.

a) $-62 + 47$ −15

b) $-58 + 69$ 11

c) $44 + (-88)$ −44

d) $200 + (-100)$ 100

e) $-500 + (-100)$ −600

f) $6 + 1{,}5$ 7,5

g) $1{,}2 + 8{,}17$ 9,37

h) $2 + (-2{,}3)$ −0,3

i) $6 + (-0{,}7)$ 5,3

j) $-0{,}48 + (-0{,}52)$ −1

30 Calcule.

a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{7}$ $\frac{13}{14}$

b) $-\frac{2}{3} + \frac{4}{9}$ $-\frac{2}{9}$

c) $\frac{5}{3} + \left(-\frac{1}{2}\right)$ $\frac{7}{6}$

d) $-\frac{1}{3} + (-1)$ $-\frac{4}{3}$

31 Em um quadrado mágico, a soma dos números de cada linha, coluna ou diagonal sempre dá o mesmo resultado.
Considere o quadrado da figura abaixo, em que as letras que aparecem representam números inteiros.

4	A	B
C	1	D
1	E	−2

Se esse quadrado é mágico, qual é o valor de A + B + C + D + E? 5
(−2) + 1 + (−2) + 4 + 4 = 5

32 Calcule o valor das expressões.

a) $-3 + 7 + 4$ 8

b) $1 + (-4) + (-6)$ −9

c) $-10 + 20 + (-8)$ 2

d) $(-3) + 2 + (-4) + (-6)$ −11

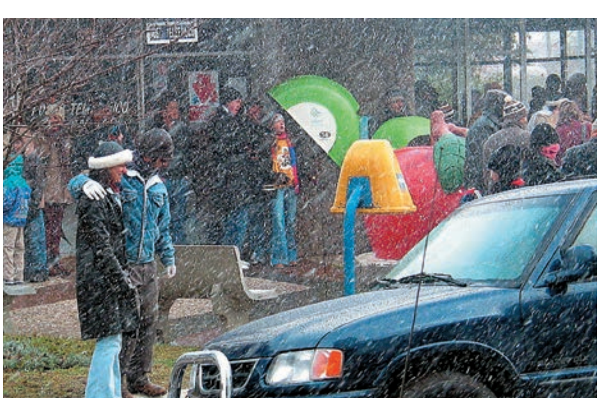
e) $0{,}6 + 1{,}2 + (-1{,}75)$ 0,05

f) $2{,}8 + (-1) + (-1{,}6)$ 0,2

g) $\frac{3}{4} + \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right)$ $-\frac{3}{20}$

h) $2 + 3 + \left(-\frac{4}{3}\right)$ $\frac{11}{3}$

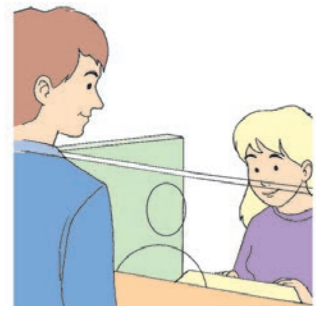
33 Um termômetro está marcando –2 °C em uma cidade. Se a temperatura subir 6 °C, quantos graus marcará o termômetro? 4 °C



Anselmo Nascimento/Portfólio/Futura Press

34 Uma pessoa tem R$ 600,00 em sua conta bancária e faz, sucessivamente, as seguintes operações:

- retira R$ 73,50;
- deposita R$ 18,30;
- retira R$ 466,90;
- retira R$ 125,00.



Ilustra Cartoon

O saldo final fica positivo ou negativo? Em quanto? Negativo em R$ 47,10.

35 Lúcia foi à feira e comprou as seguintes quantidades de fruta:

- $1\frac{3}{4}$ kg de laranja;
- $\frac{1}{2}$ kg de maçã;
- 250 g de uva.

No total, quantos quilos de fruta comprou? 2,50 kg

36 Considere a sequência:

+1, –2, +3, –4, +5, –6, +7, ...

Qual é a soma do 15º termo com o 34º termo? −19

37 Considere os seguintes números:

103	20	+15	−36	−29
–15	28	–100	−21	42

Escolha dois deles, de modo que:

a) a soma seja zero. −15 + 15 = 0

b) a soma seja 3. −100 + 103 = 3

c) a soma seja 62. 42 + 20 = 62

d) a soma seja –8. −36 + 28 = −8

e) a soma seja –50. −21 + (−29) = −50

6. Subtração envolvendo números negativos

Navegando na internet, Maurício encontrou uma tabela com as temperaturas mínimas registradas em três cidades da Europa num fim de semana:

Temperatura mínima (°C)		
Cidade	**Sábado**	**Domingo**
Roma	+2	+6
Paris	+3	−1
Viena	−7	−4

Ele percebeu que houve variação nas temperaturas. Em algumas cidades a temperatura baixou e em outras, subiu.

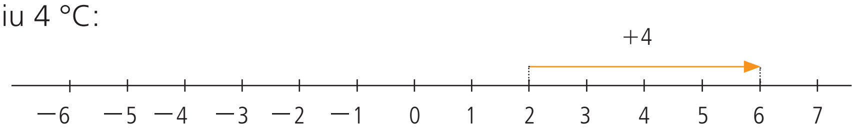
A diferença de temperaturas em cada cidade pode ser calculada efetuando uma subtração:

temperatura do domingo – temperatura de sábado

Vamos fazer os cálculos com Maurício?

Em Roma, a temperatura subiu 4 °C:

(+6) – (+2) = 4

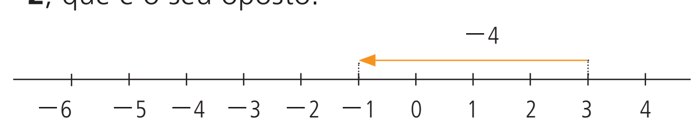


Veja: (+6) – (+2) = 4 é o mesmo que (+6) + (–2) = 4

– (+
↓
+ (–

Subtrair +2 é o mesmo que **somar –2**, que é o seu oposto.

Ilustrações: Hélio Senatore



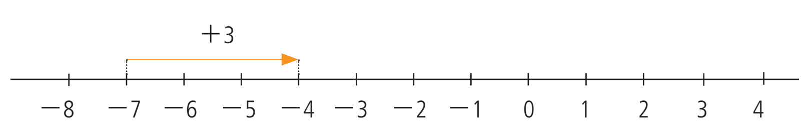
(–1) – (+3) = – 4

Observe que (–1) – (+3) = –4 é o mesmo que (–1) + (–3) = –4.

Subtrair +3 é o mesmo que **somar –3**.

Já em Viena, o domingo foi menos frio do que o sábado: a temperatura subiu 3 °C.

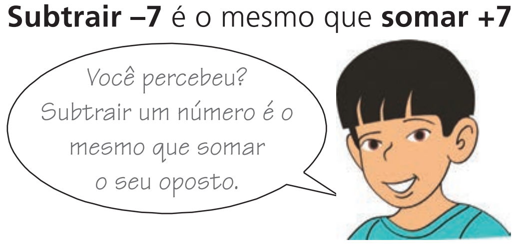
(– 4) – (– 7) = 3



Mais uma vez temos que: (–4) – (–7) = (–4) + (+7) = 3

Subtrair –7 é o mesmo que **somar +7**.

– (–
↓
+ (+



7. Simplificando registros

A expressão abaixo envolve adições e subtrações.

$$(+5) + (-3) - (-9) - (+6) + (+2)$$

Vamos resolvê-la?

Primeiro escrevemos as subtrações que apareceram na expressão usando a adição:

$$(+5) + (-3) + (+9) + (-6) + (+2)$$

$$+16 \qquad -9$$

Depois associamos as parcelas e calculamos: $(+16) + (-9) = 7$.

Veremos agora uma maneira mais simples de registrar e resolver essa mesma expressão, sem usar tantos sinais e parênteses.

Acompanhe:

Escrevemos as subtrações na forma de adição.

$$(+5) + (-3) - (-9) - (+6) + (+2) = (+5) + (-3) + (+9) + (-6) + (+2)$$

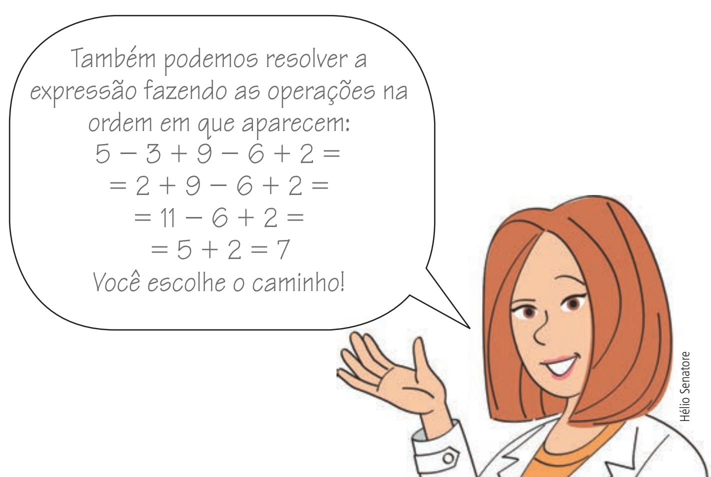
Agora vem a novidade: convencionamos que se a expressão tiver somente adições, o sinal operacional (+) não precisa ser escrito e os parênteses passam a não ser necessários. Veja:

$$(+5) + (-3) + (+9) + (-6) + (+2) = +\,5 - 3 + 9 - 6 + 2$$

Como o sinal da 1ª parcela é positivo, podemos omiti-lo, chegando à expressão simplificada:

$$5 - 3 + 9 - 6 + 2 = 16 - 9 = 7$$

$$16 \quad -9$$



Comparando a expressão original com a simplificada, descobriremos um jeito mais rápido de chegar à expressão simplificada. Veja:

$$(+5) \;+ (-3) \;- (-9) \;- (+6) \;+ (+2)$$

$$5 \qquad -3 \qquad +9 \qquad -6 \qquad +2$$

Para eliminar os parênteses, faremos corresponder:

- a dois sinais iguais, um sinal de +

+ (+	**− (−**
↓	↓
+	**+**

- a dois sinais diferentes um sinal de −

+ (−	**− (+**
↓	↓
−	**−**

a) Veja mais exemplos:

$(-1{,}5) + (-0{,}5) - (-1{,}2) - (+1) - (-0{,}4) =$

$= -1{,}5 - 0{,}5 + 1{,}2 - 1 + 0{,}4 =$

$= -3 + 1{,}6 = -1{,}4$

b) $\left(+\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{7}{10}\right) =$

$= \frac{2}{5} - \frac{1}{2} + \frac{7}{10} = \frac{4}{10} - \frac{5}{10} + \frac{7}{10} =$

$= \frac{4 - 5 + 7}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

Exercícios

38 Calcule mentalmente.

a) 6 – (–2) 8

b) 5 – (+1) 4

c) 9 – (+9) 0

d) –7 – (–5) –2

e) –9 – (+1) –10

f) 89 – (–11) 100

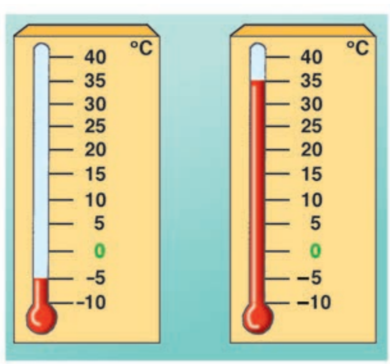
g) 2,4 – (–3) 5,4

h) –0,5 – (–0,5) 0

39 A temperatura num freezer era de −15 °C. Faltou energia elétrica e a temperatura subiu 6 °C. A que temperatura se encontra agora o freezer? −9 °C

Misto Quente

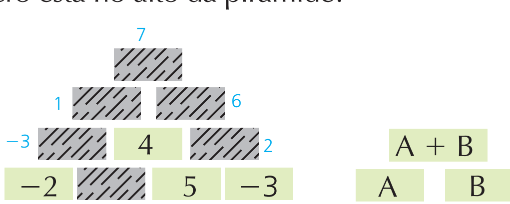
40 Numa cidade, a temperatura mais fria do ano foi de −5 °C e a mais quente foi de 35 °C.



Ilustra Cartoon

Qual é a diferença entre a temperatura mais quente e a temperatura mais fria? 40 °C, pois 35 −(−5) = 40

41 Nesta pirâmide de números, cada número é a soma dos dois números abaixo dele. Qual número está no alto da pirâmide?



42 Num campeonato de futebol, o saldo de gols é muito utilizado como critério de desempate entre dois times que apresentam o mesmo número de pontos. Ele é obtido pela diferença entre gols marcados e gols sofridos.

Time	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de gols
A	15		8
B	10	15	
C		7	−3
D	9		0

a) Quantos gols sofreu o time A? 7 gols

b) Qual é o saldo de gols do time B? −5 gols

c) Quantos gols marcou o time C? 4 gols

d) Quantos gols sofreu o time D? 9 gols

Rafael Andrade/Folhapress

43 (Vunesp) Um camelô fez quatro vendas. Na primeira teve prejuízo de R$ 4,00, na segunda teve prejuízo de R$ 11,00, na terceira teve lucro de R$ 13,00 e na última teve lucro de R$ 5,00. Pode-se calcular o saldo resultante desses quatro negócios efetuando:

a) $4 - 11 + 13 + 5 = 11$

b) $-4 - 11 - 13 + 5 = -23$

x c) $-4 + (-11) + 13 + 5 = 3$

d) $-4 - (-11) + 13 + 5 = 25$

44 Complete em seu caderno:

• $+\ (+5) =$ ▨ $+5$	• $-\ (+5) =$ ▨ -5
• $+\ (-5) =$ ▨ -5	• $-\ (-5) =$ ▨ $+5$

a) $+$ seguido de $+$ é o mesmo que ▨. $+$

b) $+$ seguido de $-$ é o mesmo que ▨. $-$

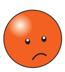
c) $-$ seguido de $+$ é o mesmo que ▨. $-$

d) $-$ seguido de $-$ é o mesmo que ▨. $+$

45 Leia estas situações:

a) $(-1) + (-4) = -1 - 4 = -5$

Ilustrações: DAE


Devo 1 e devo 4, então devo 5.

b) $(-3) + (+5) = -3 + 5 = 2$


Devo 3 e tenho 5, então tenho 2.

c) $(+9) + (-9) = 9 - 9 = 0$


Tenho 9 e devo 9, então tenho 0.

d) $(-3) - (+4) = -3 - 4 = -7$


Devo 3 e devo 4, então devo 7.

e) $(-5) - (-9) = -5 + 9 = 4$


Devo 5 e tenho 9, então tenho 4.

f) $-20 - (-15) = -20 + 15 = -5$


Devo 20 e tenho 15, então devo 5.

46 Elimine os parênteses e calcule.

a) $7 - (-6) - (-8)$ 21

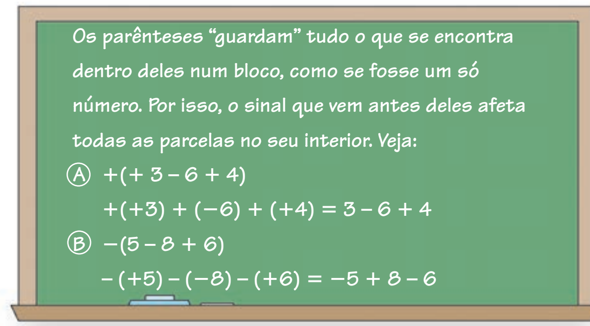
b) $-8 + (-6) - (+3)$ -17

c) $5 - 6 - (+7) + 1$ -7

d) $-28 + 7 + (+12) + (-1) - 6$ -16

e) $-21 - 7 - 6 - (-15) - 2 - (-10)$ -11

f) $10 - (-8) + (-9) - (-12) - 6 + 5$ 20



Ilustra Cartoon

47 Resolva por dois métodos diferentes cada uma das expressões.

a) $30 - (6 - 1)$ 25

b) $15 + (-3 + 7)$ 19

c) $-6 - (-3 + 2)$ -5

d) $18 - (-5 - 2 - 3)$ 28

e) $4 + (3 - 5) + (-2 - 6)$ -6

f) $20 - (-6 + 8) - (-1 + 3)$ 16

g) $35 + (-3) - (-4 + 7 + 2)$ 27

h) $8 + (3 - 10) - (3 + 5 - 20)$ 13

48 Calcule o valor das expressões.

a) $1{,}65 + (-3{,}5) - (-2)$ $0{,}15$

b) $-1{,}5 - (+0{,}4) - (-0{,}32)$ $-1{,}58$

c) $-0{,}6 - (+2) - (0{,}3 - 1{,}8)$ $-1{,}1$

d) $-1{,}75 - (0{,}6 + 1{,}2 + 1{,}05)$ $-4{,}6$

49 Calcule o valor das expressões.

a) $\frac{3}{5} - 1 - \frac{2}{5}$ $-\frac{4}{5}$

b) $4 - \frac{1}{10} + \frac{2}{5}$ $\frac{43}{10}$

c) $\frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{7}{10}$ $\frac{9}{5}$

d) $-2 - \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{8}$ $-\frac{13}{8}$

e) $\frac{5}{12} + \left(-\frac{1}{4}\right) - \left(+\frac{1}{6}\right)$ 0

8. Multiplicação com números negativos

Sabemos multiplicar números positivos. Por exemplo:

$$4 \cdot 3 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$$

Conservando essa ideia, temos:

$$4 \cdot (-3) = (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = -12$$

E quanto seria $(-3) \cdot 4$? Ora, $-3 = -(+3)$. Então, $(-3) \cdot 4 = -(+3) \cdot 4 = -[(+3) \cdot 4] = -12$. Também chegamos a este resultado observando padrões:

$$\begin{array}{rcl} & 3 \cdot 4 = 12 & \\ -1 & & -4 \\ & 2 \cdot 4 = 8 & \\ -1 & & -4 \\ & 1 \cdot 4 = 4 & \\ -1 & & -4 \\ & 0 \cdot 4 = 0 & \end{array}$$

Para que o padrão se mantenha, devemos ter:

$(-1) \cdot 4 = -4$
$(-2) \cdot 4 = -8$
$(-3) \cdot 4 = -12$

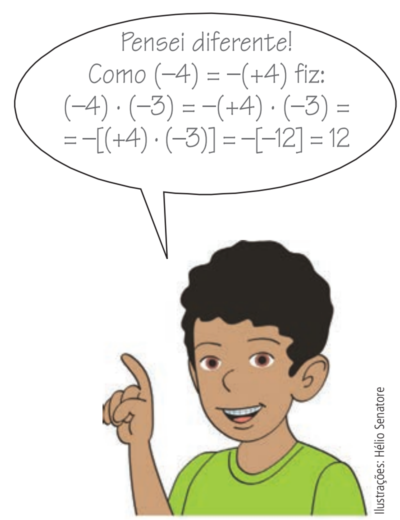
e assim por diante!

O que observamos nos leva a pensar que:
- o produto de dois números positivos é um número positivo;
- o produto de dois números de sinal diferente é um número negativo.

Vamos analisar agora, como fica o produto de dois números negativos.
Observe o padrão na sequência abaixo:

$$\begin{array}{rcl} & 4 \cdot (-3) = -12 & \\ -1 & & +3 \\ & 3 \cdot (-3) = -9 & \\ -1 & & +3 \\ & 2 \cdot (-3) = -6 & \\ -1 & & +3 \\ & 1 \cdot (-3) = -3 & \\ -1 & & +3 \\ & 0 \cdot (-3) = 0 & \\ -1 & & +3 \\ & (-1) \cdot (-3) = 3 & \\ -1 & & +3 \\ & (-2) \cdot (-3) = 6 & \\ -1 & & +3 \\ & (-3) \cdot (-3) = 9 & \\ -1 & & +3 \\ & (-4) \cdot (-3) = 12 & \end{array}$$

e assim por diante.



Ilustrações: Hélio Senatore

Nas situações acima usamos números inteiros. No entanto, as conclusões que enunciaremos valem para o produto de qualquer tipo de número.
- O produto de dois números de mesmo sinal é um número positivo.
- O produto de dois números de sinais diferentes é um número negativo.

Num quadro:

Sinal do fator	Sinal do fator	Sinal do produto
+	+	+
−	−	+
+	−	−
−	+	−

Efetuando multiplicações

Vamos calcular alguns produtos?

- $(+6) \cdot (-4) = 6 \cdot (-4) = -24$, pois $(+) \cdot (-) = (-)$
- $(-3) \cdot (+7) = (-3) \cdot 7 = -21$, pois $(-) \cdot (+) = (-)$
- $(+0{,}8) \cdot (-2) = 0{,}8 \cdot (-2) = -1{,}6$, pois $(+) \cdot (-) = (-)$
- $\left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{8}{15}$ Multiplicamos numerador por numerador, denominador por denominador e verificamos o sinal do produto: $(-) \cdot (-) = (+)$
- $\left(+\frac{1}{6}\right) \cdot \left(+\frac{3}{7}\right) = \frac{1}{\cancel{6}_2} \cdot \frac{\cancel{3}^1}{7} = \frac{1}{14}$ Aplicamos o cancelamento e multiplicamos as frações. O produto é positivo, pois $(+) \cdot (+) = (+)$.

E se a multiplicação tiver mais do que dois fatores?
Usaremos a associação:

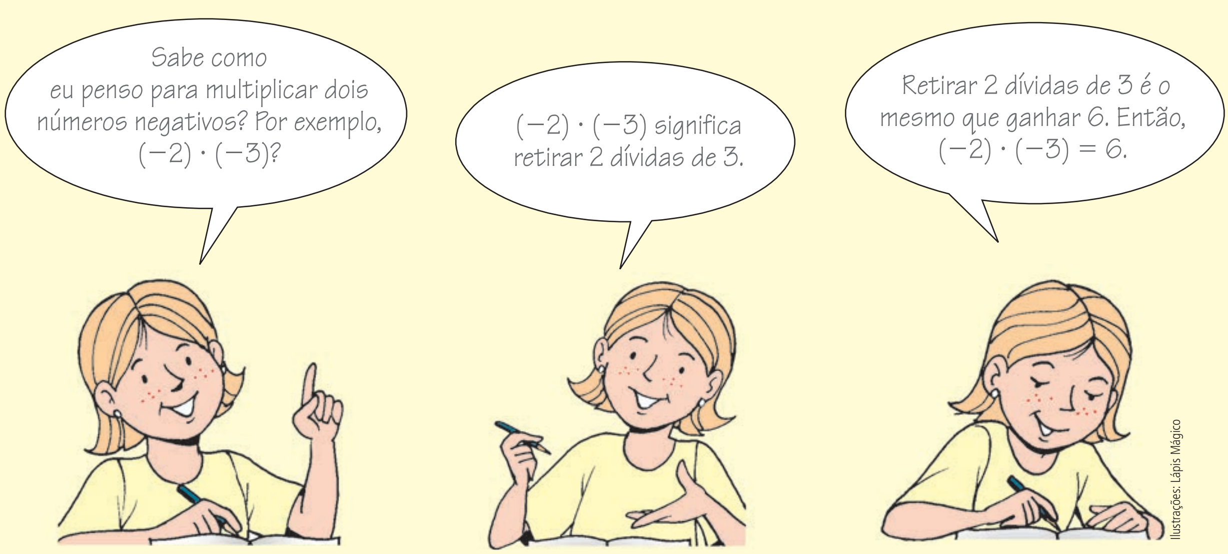
- $2 \cdot (-4) \cdot (-5) =$
  $= -8 \cdot (-5) = 40$

Poderíamos escolher outra associação:
$2 \cdot (-4) \cdot (-5) =$
$= 2 \cdot 20 = 40$

- $(-0{,}5) \cdot (-1{,}2) \cdot (+4) \cdot (-1{,}8) =$
  $= (-2) \cdot (-1{,}2) \cdot (-1{,}8) =$
  $= 2{,}4 \cdot (-1{,}8) =$
  $= -4{,}32$

- $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(+\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{10}$

Veja as ideias de Ana:



Ilustrações: Lápis Mágico

O que você acha da interpretação dada por ela para a multiplicação de dois números negativos?
Resposta pessoal.

Exercícios

50 Complete, em seu caderno, a seguinte tabela de multiplicação.

			+3			
	−4		+2			+6
			+1			
−3	−2	−1	0	+1	+2	+3
			−1			
	+4		−2			
			−3			−9

50.

−9	−6	−3	+3	+6	+9
−6		−2	+2	+4	
−3	−2	−1	+1	+2	+3
+3	+2	+1	−1	−2	−3
+6		+2	−2	−4	−6
+9	+6	+3	−3	−6	

Responda.

a) Qual é o dobro de -1? -2

b) Qual é o triplo de -2? -6

c) O que acontece quando um número é multiplicado por -1? Troca de sinal.

d) Qual é o sinal do produto quando os dois fatores têm sinais iguais? Positivo.

e) Qual é o sinal do produto quando os dois fatores têm sinais diferentes? Negativo.

51 Calcule mentalmente.

a) $(+6) \cdot (+8)$ 48

b) $(-6) \cdot (-8)$ 48

c) $(+6) \cdot (-8)$ -48

d) $(-6) \cdot (+8)$ -48

e) $(-9) \cdot (-2)$ 18

f) $(-5) \cdot (+7)$ -35

g) $(+4) \cdot (-3)$ -12

h) $(-7) \cdot (+7)$ -49

52 Qual é o produto?

a) $-3 \cdot 5$ -15

b) $-3 \cdot (-2{,}6) \cdot (-1)$ $-7{,}8$

c) $7 \cdot (-1) \cdot (-5)$ 35

d) $(-1{,}3) \cdot (-0{,}4)$ 0,52

e) $9 \cdot (-4)$ -36

f) $-0{,}2 \cdot 5$ -1

g) $(+8) \cdot (-3) \cdot 4$ -96

h) $(-3) \cdot (-5 - 7)$ 36

53 Continue calculando o produto.

a) $7 \cdot (-1) \cdot (+1{,}5)$ $-10{,}5$

b) $(+7{,}2) \cdot (-0{,}2) \cdot (-2)$ 2,88

c) $(+3) \cdot (-1) \cdot (+2) \cdot (+5)$ -30

d) $(-1) \cdot (-5 + 7 - 0{,}2)$ $-1{,}8$

54 Numa multiplicação de três números inteiros cujo resultado é positivo, quais podem ser os sinais dos fatores?
Todos positivos ou um positivo e dois negativos.

55 Calcule mentalmente.

a) $5 \cdot (-3 - 1)$ -20

b) $7 \cdot (2 - 5)$ -21

c) $(-8 + 1) \cdot (-3)$ 21

d) $(-2 - 3 - 1) \cdot (-4)$ 24

56 Indique a operação usando símbolos e calcule:

a) o dobro de -7; $2 \cdot (-7) = -14$

b) o triplo de $-1{,}8$; $3 \cdot (-1{,}8) = -5{,}4$

c) o quádruplo de $+\frac{5}{3}$. $4 \cdot \left(+\frac{5}{3}\right) = \frac{20}{3}$

57 Escreva uma sequência de cinco termos, sabendo que o primeiro termo é –2 e cada termo é o dobro do anterior. $-2, -4, -8, -16, -32$

58 O saldo bancário de Roberta era de R\$ 290,00. Depois disso, ela emitiu três cheques, cada um de R\$ 108,17. Qual é o novo saldo bancário de Roberta? −R\$ 34,51

59 Descubra dois números cuja soma é –6 e cujo produto é –16. +2 e −8

60 Calcule.

a) $(-0{,}5) \cdot \frac{1}{2}$ $-\frac{1}{4}$

b) $2 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right)$ $-\frac{2}{9}$

c) $\left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{7}\right)$ $\frac{6}{35}$

d) $\left(+\frac{3}{7}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$ $-\frac{3}{14}$

e) $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 2 \cdot (-3)$ 2

f) $(-2) \cdot \left(-\frac{1}{3} + \frac{5}{3}\right)$ $-\frac{8}{3}$

9. Divisão envolvendo números negativos

A divisão é a operação inversa da multiplicação.

- $12 : 3 = 4$ porque $4 \cdot 3 = 12$
- $1{,}4 : 0{,}7 = 2$ porque $2 \cdot 0{,}7 = 1{,}4$

e assim por diante.

Usando essa ideia, vamos efetuar divisões envolvendo números negativos:

- $30 : (-5) = -6$ porque $(-6) \cdot (-5) = 30$
- $(-16) : (+8) = -2$ porque $(-2) \cdot 8 = -16$
- $(-4{,}5) : (-1{,}5) = 3$ porque $3 \cdot (-1{,}5) = -4{,}5$

Faça mentalmente:

- $18 : (-3)$ -6
- $(-36) : (-4)$ 9

Resumindo:

- o quociente entre dois números de mesmo sinal é um número positivo;
- o quociente entre dois números de sinais diferentes é um número negativo.

Mais exemplos:

- $5{,}4 : (-3{,}6) = -1{,}5$
- $\left(-\frac{3}{8}\right) : \left(-\frac{3}{5}\right) = \left(-\frac{3}{8}\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{5}{8}$

Multiplicamos $\left(-\frac{3}{8}\right)$ pela inversa de $\left(-\frac{3}{5}\right)$, que é $\left(-\frac{5}{3}\right)$.

As temperaturas mais baixas já registradas no Brasil

A menor temperatura já registrada em território nacional, oficialmente, foi em Santa Catarina na cidade de Caçador: −14 °C. Porém, há registros não oficiais de que, próximo a São Joaquim (SC), a temperatura teria chegado a −18 °C.

A alguns quilômetros de São Joaquim, nas proximidades da cidade de Urubici, no planalto sul catarinense, está localizado o ponto mais alto de Santa Catarina: o Morro da Igreja, que é provavelmente o ponto mais frio do país. Geralmente, entre o pico e as cidades de São Joaquim e Urubici existe uma diferença de 4 °C. Então não se pode descartar a possibilidade de, no pico, a temperatura ter chegado a valores próximos de −20 °C. Veja na tabela ao lado os valores e os meses de registro das menores temperaturas em dez capitais do Brasil.

Natal	Junho 15 °C
Recife	Novembro 14 °C
Brasília	Julho 1 °C
Cuiabá	Junho 3 °C
B. Horizonte	Junho 3 °C
R. de Janeiro	Julho 6 °C
São Paulo	Agosto 0 °C
Curitiba	Julho −6 °C
Florianópolis	Julho 0 °C
Porto Alegre	Junho −4 °C

Fonte: <www.climabrasileiro.hpg.com.br/dadostemp.htm>. Acesso em: maio 2011.

Calcule em seu caderno a média das temperaturas mínimas já registradas nestas cidades. Média: 3,2 °C.

Exercícios

61 Calcule mentalmente.

a) $(-6) : (-2)$ 3
b) $(+8) : (-4)$ −2
c) $(-10) : (+2)$ −5
d) $(+12) : (+4)$ 3
e) $(+40) : (-5)$ −8
f) $(-12) : (-3)$ 4
g) $(-64) : (+8)$ −8
h) $(-24) : (-2)$ 12

62 Qual é o sinal do quociente?

a) O dividendo e o divisor têm sinais iguais. Positivo.
b) O dividendo e o divisor têm sinais contrários. Negativo.

63 Escreva no caderno:

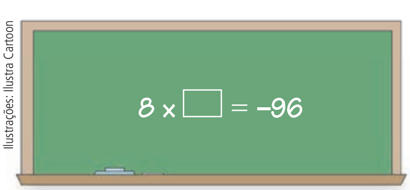
a) a metade de 60; 30
b) a metade de –100; −50
c) a terça parte de –60; −20
d) a quarta parte de –100. −25

64 Qual é o quociente?

a) $39 : 13$ 3
b) $36 : (+12)$ 3
c) $45 : (-15)$ −3
d) $-120 : 3$ −40
e) $-48 : (-48)$ 1
f) $160 : (-20)$ −8

65 Qual número foi apagado do quadro negro? (−12)

Ilustrações: Ilustra Cartoon



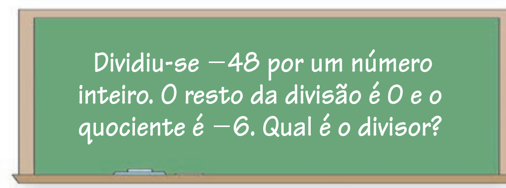
66 Complete de modo a obter afirmações verdadeiras.

a) $\dfrac{\square}{-3} = 7$ −21
b) $\dfrac{-50}{\square} = -5$ 10
c) $\dfrac{\square}{-12} = 0$ 0
d) $\dfrac{-18}{\square} = 1$ −18

67 Calcule no caderno.

a) $(-3{,}5) : (-0{,}7)$ 5
b) $(+155) : (-0{,}25)$ −620
c) $-38{,}6 : 2$ −19,3
d) $1{,}24 : (-0{,}004)$ −310

68



8

69 Calcule mentalmente.

a) $50 : (7 - 12)$ −10
b) $(20 - 14) : (-2)$ −3
c) $(35 - 15) : 4$ 5
d) $(7 - 3 - 10) : (5 - 6)$ 6

70 Dois números dizem-se inversos se o seu produto for igual a 1:

$$3 \cdot \frac{1}{3} = 1$$

Qual é o inverso de cada um dos números seguintes?

a) -5 $-\frac{1}{5}$
b) $-\dfrac{8}{3}$ $-\frac{3}{8}$
c) $\dfrac{5}{7}$ $\frac{7}{5}$
d) $0{,}01$ 100

71 Calcule.

a) $\left(+\dfrac{1}{3}\right) : \left(-\dfrac{2}{5}\right)$ $-\frac{5}{6}$
b) $\left(-\dfrac{4}{7}\right) : \left(-\dfrac{1}{2}\right)$ $\frac{8}{7}$
c) $-6 : \left(+\dfrac{7}{3}\right)$ $-\frac{18}{7}$
d) $\left(-\dfrac{5}{2}\right) : 3$ $-\frac{5}{6}$

72 Calcule.

a) $\dfrac{30}{-2-4}$ −5
b) $\dfrac{27}{5-14}$ −3
c) $\dfrac{6 \cdot (-3)}{-2}$ 9
d) $\dfrac{32 : (-8)}{-2}$ 2

10. Potenciação com base negativa

A potenciação é uma multiplicação de fatores iguais:

$$\underset{\text{base}}{2}^{\overset{\text{expoente}}{5}} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = \underset{\text{valor da potência}}{32}$$

potência ← 2^5

Quando a base é um número positivo, a potência é um número positivo.

- $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$
- $(0{,}9)^2 = 0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}81$
- $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{8}$

Quando a base é um número negativo, a potência pode ser um número positivo ou um número negativo. Observe:

- $(-2)^1 = -2$
- $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$
- $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$
- $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$
- $(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$
- $(-2)^6 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 64$

Você percebeu um padrão?

Confira se ele se verifica para outra base negativa, como –3, por exemplo.

Você descobriu uma relação entre o expoente e o sinal de uma potência de base negativa?

Juntamente com os colegas, complete cada sentença, em seu caderno, usando uma das palavras: “positivo” ou “negativo”.

a) Base negativa, expoente par: o resultado é um número ___. positivo

b) Base negativa, expoente ímpar: o resultado é um número ___. negativo

1. Se a é um número inteiro diferente de zero, definimos que $a^0 = 1$.
Portanto, $(-3)^0 = 1$; $(-5{,}8)^0 = 1$; $7^0 = 1$ etc.

2. Colocamos as bases negativas entre parênteses:
$(-7)^2 = 49$

A base é -7.

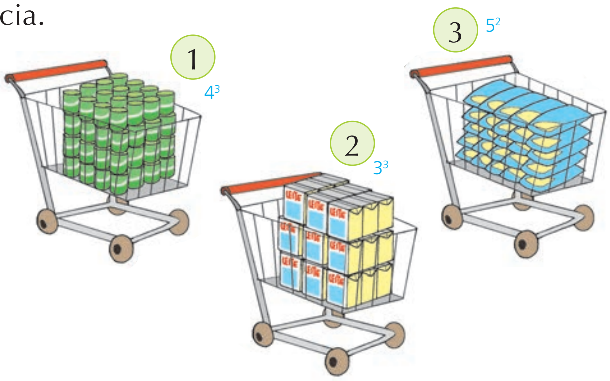
Se não colocamos os parênteses, o sinal negativo será do resultado da potenciação:
$-7^2 = -49$

Então, cuidado: $(-7)^2 \neq -7^2$.

Exercícios

73 Represente cada compra por uma potência.

Ilustrações: Ilustra Cartoon



Agora calcule:

a) quantas latas de ervilha há no carrinho 1? $4^3 = 64$

b) quantas caixas de leite há no carrinho 2? $3^3 = 27$

c) quantos pacotes de arroz há no carrinho 3? $5^2 = 25$

74 Qual é o valor da potência?

a) $(+8)^2$ 64
b) $(-8)^2$ 64
c) $(-6)^3$ -216
d) $(+6)^3$ 216
e) 0^4 0
f) $(-10)^4$ 10 000
g) $(-2)^5$ -32
h) $(+2)^5$ 32
i) $(-25)^2$ 625
j) $(-11)^3$ $-1\,331$
k) $(-10)^5$ $-100\,000$
l) $(-100)^2$ 10 000

75 Responda no caderno.

a) A base é um número positivo. Qual é o sinal do resultado da potenciação? +

b) A base é um número negativo. Qual é o sinal do resultado da potenciação?
Expoente par: +.
Expoente ímpar: −.

76 Veja o quadro:

$(-2)^6 = 64$
$(-2)^5 = -32$
$(-2)^4 = 16$
$(-2)^3 = -8$
$(-2)^2 = 4$
▨ = ▨
▨ = ▨

Quais serão as duas próximas igualdades na sequência ao lado? $(-2)^1 = -2$
$(-2)^0 = 1$

77 Quais números abaixo são negativos? c, e, i

a) 3^{29}
b) $(-1)^{46}$
c) $(-1)^{101}$
d) $(-12)^4$
e) $(-12)^5$
f) $(+12)^7$
g) $(-3)^{20}$
h) $(-3)^{16}$
i) -3^{16}

78 Calcule.

a) $(-3)^4$ 81
b) -3^4 -81

Por que os resultados são diferentes?

Em (a), o (-3) está elevado a expoente 4, enquanto em (b) o 3 está elevado a expoente 4 e o resultado tem o sinal de −.

79 Responda.

a) Sabendo que $2^{10} = 1\,024$, qual será o valor de $(-2)^{10}$? 1 024

b) Quanto é –2 elevado a 11? $-2\,048$

80 Qual é a base? (Muita atenção!)

a) $(▨)^7 = -1$ -1
b) $(▨)^6 = -1$ Não há.
c) $(▨)^2 = -25$ Não há.
d) $(▨)^3 = -1\,000$ -10

81 Calcule.

a) $(-0,3)^2$ 0,09
b) $(+1,5)^2$ 2,25
c) $(-0,2)^3$ $-0,008$
d) $(-5,1)^2$ 26,01
e) $(-0,1)^5$ $-0,00001$
f) $(8 - 8,5)^3$ $-0,125$

82 Num restaurante há 3 garçons com 3 bandejas cada um e cada bandeja tem 3 pratos. Expresse com uma potência o número de pratos e calcule o seu valor. $3^3 = 27$

83 Escreva as potências a seguir e depois calcule o seu resultado.

a) Quatro quintos ao quadrado. $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$

b) Cinco sextos ao cubo. $\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$

c) Dois terços à quinta. $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243}$

d) O quadrado do número negativo dois sétimos. $\left(-\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{4}{49}$

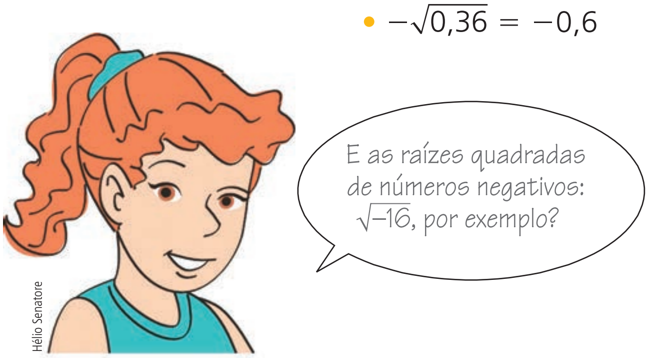
e) O cubo do número negativo um meio. $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$

11. Raiz quadrada

Sabemos que $\sqrt{49} = 7$ porque $7^2 = 49$.
Vimos que $(-7)^2$ também é igual a 49.
No entanto, considera-se que o símbolo $\sqrt{49}$ representa a raiz quadrada positiva de 49.
Portanto, $\sqrt{49} = 7$.
Se quisermos indicar a raiz quadrada negativa de 49, escrevemos $-\sqrt{49} = -7$.
Dentro dessa regra:

- $\sqrt{100} = 10$
- $\sqrt{0,25} = \dfrac{1}{2}$
- $\sqrt{\dfrac{4}{9}} = \dfrac{2}{3}$
- $-\sqrt{0,36} = -0,6$

Você tem uma calculadora com a tecla $\sqrt{\ }$? Digite 49 e a tecla $\sqrt{\ }$: no visor aparece 7, embora $(-7)^2$ também seja 49.



Hélio Senatore

Para calcular $\sqrt{-16}$ precisaríamos descobrir o número que elevado ao quadrado resulta em -16:

$4^2 = 16$ $\qquad$ $(-4)^2 = 16$

Não existe esse número!
Portanto, não existe $\sqrt{-16}$.

Será que isso só vale para $\sqrt{-16}$? Não.
Todo número elevado ao quadrado (expoente 2) é positivo, pois 2 é um número par.
Portanto, não existem raízes quadradas de números negativos.

Digite na calculadora:

$-$ 25 $\sqrt{\ }$

ou

$-$ 64 $\sqrt{\ }$

Verifique que aparece uma mensagem de erro, porque não existe raiz quadrada de número negativo.

Joel Rocha

Exercícios

84 Por que a raiz quadrada de 400 é 20?
Porque $20^2 = 400$.

85 Qual é a raiz quadrada?

a) $\sqrt{0}$ 0 c) $\sqrt{81}$ 9 e) $\sqrt{169}$ 13

b) $\sqrt{1}$ 1 d) $\sqrt{121}$ 11 f) $\sqrt{900}$ 30

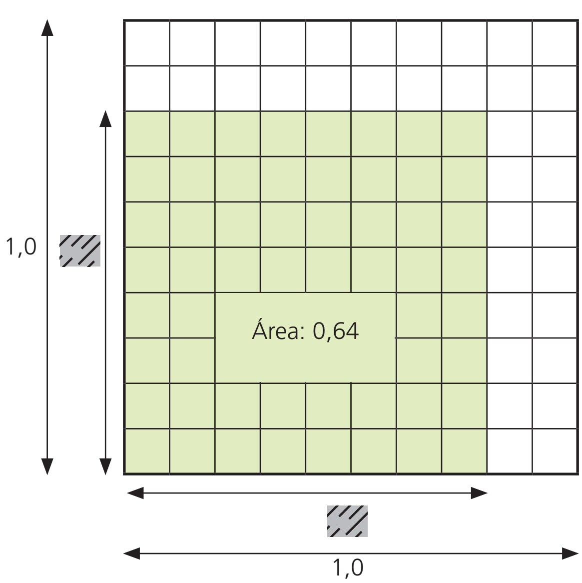
86 Considere a sequência dos números inteiros. Existe: $\sqrt{-25}$? Por quê?
Não, pois nenhum número inteiro elevado ao quadrado resulta -25.

87 Complete no caderno.

a) Se $(0,9)^2 = 0,81$, então $\sqrt{0,81} =$ ▨. 0,9

b) Se $(3,2)^2 =$ ▨, então $\sqrt{▨} =$ ▨.
10,24 10,24 3,2

88 Qual é a medida do lado do quadrado verde? 0,8



89 Qual é o número positivo que multiplicado por si próprio resulta 841? 29

90 Veja o exemplo e calcule:

$$\sqrt{1,69} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{13}{10} = 1,3$$

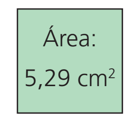
a) $\sqrt{0,64}$ 0,8 c) $\sqrt{1,44}$ 1,2

b) $\sqrt{0,09}$ 0,3 d) $\sqrt{2,25}$ 1,5

91 Qual é maior: $\sqrt{50}$ ou 7,1? 7,1; $(7,1)^2 = 50,41$

92 Você sabe que $\sqrt{16} = 4$ e $\sqrt{25} = 5$. Quanto você acha que é o valor de $\sqrt{18}$? Explique seu raciocínio. Espera-se que o aluno responda que $\sqrt{18}$ é maior do que 4 (pois $4^2 = 16$) e menor do que 5 (pois $5^2 = 25$), ou seja: $4 < \sqrt{18} < 5$.

93 O lado de um quadrado mede entre 2 e 3 cm. Se a área é de 5,29 cm², quanto mede o lado?
2,3 cm

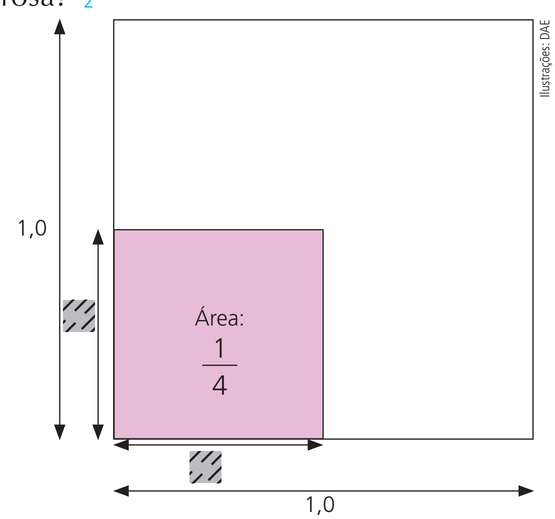


94 Complete no caderno.

a) Se $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$, então $\sqrt{\frac{4}{9}} =$ ▨ $\frac{2}{3}$

b) Se $\left(\frac{5}{4}\right)^2 =$ ▨, então $\sqrt{▨} =$ ▨ $\frac{25}{16}$; $\frac{25}{16}$; $\frac{5}{4}$

95 Qual é a medida do lado do quadrado rosa? $\frac{1}{2}$



96 Qual é a raiz quadrada?

a) $\sqrt{\frac{25}{36}}$ $\frac{5}{6}$ d) $-\sqrt{\frac{36}{64}}$ $-\frac{3}{4}$

b) $\sqrt{\frac{100}{81}}$ $\frac{10}{9}$ e) $\sqrt{\frac{2}{50}}$ $\frac{1}{5}$

c) $\sqrt{\frac{147}{3}}$ 7 f) $\sqrt{2\frac{1}{4}}$ $\frac{3}{2}$

12. Expressões numéricas

Para resolver uma expressão numérica, precisamos obedecer à ordem estabelecida para as operações. Vamos recordar?

1. potenciações e raízes quadradas
2. multiplicações e divisões
3. adições e subtrações

Se a expressão tem parênteses, colchetes, chaves, fazemos:

1. parênteses
2. colchetes
3. chaves

Hélio Senatore

Essas regras continuam valendo para expressões que envolvem números negativos.
Veja exemplos:

- $6 - 45 : (-9) + 3 \cdot (-4) =$
  $= 6 + 5 - 12 =$
  $= 11 - 12 =$
  $= -1$

- $[24 : (7 - 15) - 13] \cdot (1 - 5) =$
  $= [24 : (-8) - 13] \cdot (-4) =$
  $= [-3 - 13] \cdot (-4) =$
  $= (-16) \cdot (-4) = 64$

- $(-4)^2 : (-2) + \sqrt{81} \cdot (5 - 6) =$
  $= 16 : (-2) + 9 \cdot (-1) =$
  $= -8 - 9 =$
  $= -17$

- $\dfrac{7{,}8 - (6{,}2 : 3{,}1)}{\sqrt{0{,}04}} =$
  $= \dfrac{7{,}8 - 2}{0{,}2} = \dfrac{5{,}8}{0{,}2} = 29$

- $= \dfrac{3}{5} \cdot \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3}\right) - \sqrt{\dfrac{1}{100}} : \dfrac{1}{10} =$
  $= \dfrac{3}{5} \cdot \left(\dfrac{3}{6} - \dfrac{2}{6}\right) - \dfrac{1}{10} : \dfrac{1}{10} =$
  $= \dfrac{\cancel{3}^{1}}{5} \cdot \dfrac{1}{\cancel{6}_{2}} - \dfrac{1}{10} : \dfrac{1}{10} =$
  $= \dfrac{1}{10} - 1 =$
  $= \dfrac{1}{10} - \dfrac{10}{10} =$
  $= -\dfrac{9}{10}$

Quem vai ao quadro resolver a expressão abaixo? Os colegas podem ajudar!

$$\frac{(-2)^3 \cdot \sqrt{0{,}81}}{(-0{,}4)^2} \quad -45$$

Exercícios

97 Calcule mentalmente e anote os resultados no caderno.

a) $-6 + 10 - 4$ 0

b) $15 - 7 - 13 + 1$ -4

c) $-3 + 4 - 6 - 4 + 3$ -6

d) $2{,}3 - 4{,}5 - 0{,}3 + 0{,}5$ -2

98 Lúcio participou cinco vezes de um jogo no computador. Aconteceu o seguinte:

ganhou 4	perdeu 3	ganhou 8
perdeu 5	ganhou 13	

a) Qual foi a pontuação final? Ganhou 17 pontos.

b) Escreva uma expressão que traduza essa situação. $4 + (-3) + (+8) + (-5) + (+13)$

99 Qual é o resultado?

a) O dobro de -5 adicionado a -3. -13

b) O triplo de -10 dividido por -5. 6

c) O quadrado de -6 adicionado ao cubo de -1. 35

100 Calcule o valor das expressões.

a) $(-16) : (+4) + 17$ 13

b) $3 \cdot (-9) + 14$ -13

c) $-30 + 6 \cdot (-1)$ -36

d) $(8 + 5) : (2 - 15)$ -1

e) $(+2) \cdot (-6) + (-5) \cdot (-3)$ 3

f) $(+1)^5 - (-1)^5 + (-2)^2 - (-2)^2$ 2

101 Calcule o valor das expressões.

a) $(-3) \cdot (-8) + (-2) \cdot (-6)$ 36

b) $(-2) \cdot (-7) + \sqrt{9} - 6$ 11

c) $40 : (-1)^5 + (-2)^3 - 12$ -60

d) $(+4) \cdot (-5) - (+2) \cdot (-7)$ -6

e) $\sqrt{64} - 4 \cdot (-5) - (-3)^2 + (-3)$ 16

f) $2^3 - [(-16) : (+2) - (-1)^9]$ 15

102 Qual é o resultado?

a) A metade de -140 dividida por 7. -10

b) O dobro do quociente de -72 por 9. -16

c) A quarta parte do quadrado de -6. 9

103 Dê o valor de:

a) $\dfrac{7{,}5 - 4{,}5}{2 - 0{,}5}$ 2

b) $\dfrac{-3\,(-1 + 2)}{9 - 10}$ 3

c) $\dfrac{12 - 2 \cdot (-6)}{3 \cdot (-8)}$ -1

d) $\dfrac{\sqrt{9} - (-2) + 1}{(-2)^2 + (-3)}$ 6

104 Calcule:

a) o dobro do número negativo trinta e cinco centésimos; $2 \cdot (-0{,}35) = -0{,}7$

b) a soma de dois terços com o número negativo três quintos; $\frac{2}{3} + \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{1}{15}$

c) a diferença entre o quadrado de três e o dobro de um décimo. $3^2 - 2 \cdot 0{,}1 = 8{,}8$

105 Calcule no caderno.

a) $\dfrac{1}{4} - \dfrac{3}{4} - \dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{2}$ $-\frac{5}{2}$

b) $\dfrac{3}{4} : \dfrac{2}{3} : \dfrac{9}{12}$ $\frac{3}{2}$

c) $\dfrac{1}{2} + (-0{,}3) + \dfrac{1}{6}$ $\frac{11}{30}$

d) $0{,}2 + \dfrac{3}{4} - \dfrac{5}{2} - 0{,}5$ $-\frac{41}{20}$

106 Calcule o valor das expressões.

a) $\left(-\dfrac{2}{3}\right)^2 + \left(-\dfrac{2}{3}\right) + \left(-\dfrac{2}{3}\right)^0$ $\frac{7}{9}$

b) $\left(2 - \dfrac{1}{4}\right) - \left(3 - \dfrac{1}{2}\right)$ $-\frac{3}{4}$

c) $\left(\dfrac{3}{4} - \dfrac{5}{6}\right) : \left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4}\right)$ $-\frac{1}{9}$

d) $\left(-1 + \dfrac{1}{2}\right) \cdot \left(-2 - \dfrac{3}{4}\right)$ $\frac{11}{8}$

Revisando

107 Indique o número inteiro que você utilizaria para expressar cada uma das seguintes situações:

a) ganhar 9 figurinhas; +9

b) perder 15 pontos; −15

c) emagrecer 3 kg; −3

d) subir 6 degraus; +6

e) atrasar 20 minutos. −20

108 Trace uma reta numérica para representar os seguintes números.

−5	+3	−4	0	+1	−6	+5

Indique qual dos números representados se encontra:

a) mais próximo da origem; +1

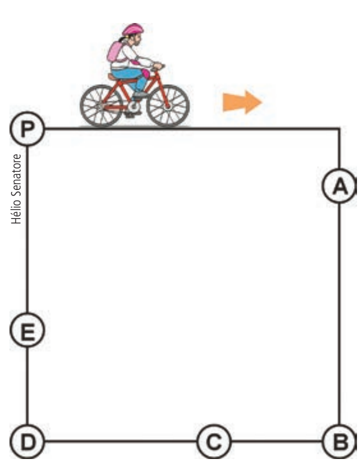
b) mais afastado da origem; −6

c) mais próximo de −4; −5

d) mais afastado de +3; −6

e) à mesma distância da origem que o número +5. −5

109 (Obmep) Sueli resolveu dar uma volta em torno de uma praça quadrada. Ela partiu do vértice P, no sentido indicado pela flecha, e caiu ao atingir $\frac{3}{5}$ do percurso total. Qual ponto indica o lugar em que Sueli caiu? C



110 Escreva em ordem crescente.

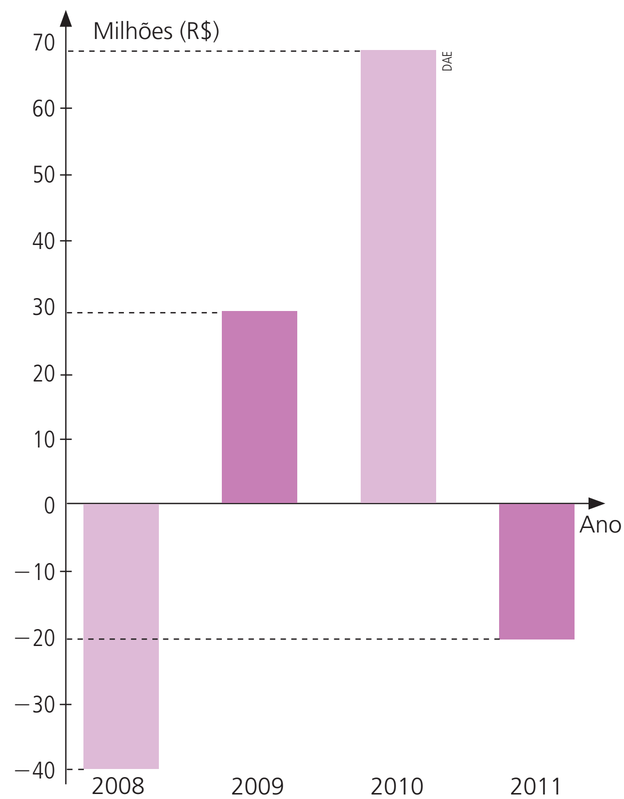
$\frac{1}{2}$	4	$-\frac{3}{2}$	0	−10	3,9

$-10;\ -\frac{3}{2};\ 0;\ \frac{1}{2};\ 3{,}9;\ 4$

111 Quais são os números inteiros compreendidos entre −1,5 e $\frac{7}{2}$? −1, 0, 1, 2 e 3

112 O gráfico a seguir mostra o resultado financeiro de uma empresa nos últimos anos.

Resultados de 2008 a 2011



a) Em quais anos a empresa teve saldo positivo? Em 2009 e 2010.

b) Em quais anos a empresa teve saldo negativo? Em 2008 e 2011.

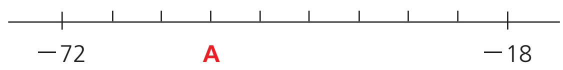
c) O que significa saldo negativo? Prejuízo.

d) Em que ano a empresa apresentou o melhor resultado? Em 2010.

e) Qual é o menor saldo: −40 milhões ou −20 milhões? −40 milhões

f) Qual foi o lucro médio nesses quatro anos? 10 milhões

113 O intervalo da reta numérica compreendido entre –72 e –18 foi dividido em 9 partes iguais, como mostrado na figura abaixo.



Qual é o número inteiro que corresponde ao ponto A assinalado nessa reta numérica? −54

114 Qual é o número que devemos adicionar a:

a) -10 para obter $+4$? 14

b) -15 para obter -3? 12

c) $+7$ para obter -8? −15

d) -6 para obter -12? −6

115 Calcule o valor das expressões.

a) $14 - (10 + 1) - (-3) + 4$ 10

b) $-(3 - 5) - (-4 + 8) - (-1)$ −1

c) $-30 + (-5 - 1) - (-1 - 7)$ −28

d) $(-10) \cdot (-2) - (-18)$ 38

e) $-15 + 10 : (2 - 7)$ −17

f) $40 : (-1)^5 + (-2)^3 - 12$ −60

116 O saldo médio bancário é dado pelo quociente entre a soma dos saldos diários e o número de dias. Durante os cinco primeiros dias do mês de junho, o senhor Cláudio teve os seguintes saldos bancários:

- primeiro dia: + R$ 150,00
- segundo dia: + R$ 250,00
- terceiro dia: − R$ 800,00
- quarto dia: − R$ 100,00
- quinto dia: − R$ 100,00

Qual é o saldo médio do senhor Cláudio nesses cinco dias? −R$ 120,00

117 Nas faces de um dado estão indicados os seguintes números:

−3	−2	−1	0	+1	+2

O dado é lançado duas vezes seguidas.

a) Qual é a maior soma possível de pontos que se pode obter? E a menor? 4, −6

b) Descubra todas maneiras de a soma ser zero. $(-2) + (+2)$; $(-1) + (+1)$; $0 + 0$

118 Qual é o valor de x na sequência? +16

0	−1	+2	+3	−5	−8
0	+2	−4	−6	+10	x

119 Qual é o menor número inteiro que multiplicado pelo seu consecutivo tem produto 156?

a) 12 b) 13 c) −12 x d) −13

120 (Cesgranrio-RJ) A tabela abaixo apresenta os fusos horários de algumas cidades do mundo, em relação a Brasília, em fevereiro de 2010.

Cidade	Hora em relação a Brasília
Amsterdã	+4
Bogotá	−2
Cidade do México	−3
Dubai	+7
Johannesburgo	+5
Lisboa	+3
Madri	+4
Moscou	+6
Nova York	−2

Quando forem 16 horas em Dubai, que horas serão em Nova York?

a) 5 x b) 7 c) 9 d) 14 $7 - (-2) = 9$; $16 - 9 = 7$

121 Evandro tem uma garrafa com 2,5 litros de suco. Se os seus copos tiverem um quarto de litro de capacidade, quantos copos Evandro poderá encher? 10 copos; $\frac{5}{2} : \frac{1}{4} = 10$

122 O produto de dois números inteiros é –345. Um deles é 15. Qual é o outro número? -23

123 Coloque convenientemente os números de modo a obter os resultados.

-5	-3	-2	2	3	4

a) $\square + \square = 0$ — $3 - 3$; $-2 + 2$

b) $\square + \square = -3$ — $-5 + 2$

c) $\square \cdot \square = -15$ — $3 \cdot (-5)$

d) $\square \cdot \square = 10$ — $(-2) \cdot (-5)$

e) $\square \cdot \square = -6$ — $3 \cdot (-2)$; $2 \cdot (-3)$

f) $\square \cdot \square \cdot \square = 24$ — $2 \cdot 3 \cdot 4$; $(-2) \cdot (-3) \cdot 4$

124 Calcule:

a) o dobro de -5 mais 1; -9

b) o triplo de -10 menos 5; -35

c) o dobro de -20 menos o triplo de -5; -25

d) o simétrico de -6 menos o dobro do simétrico de 4. 14

125 Calcule o valor das expressões:

a) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 + 1$ $\quad \frac{19}{27}$

b) $2 \cdot \sqrt{25} - \sqrt{\frac{9}{4}}$ $\quad \frac{17}{2}$

c) $\frac{3}{5} + \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{10}\right)$ $\quad 0$

d) $5 - \frac{1}{2} + \left(+\frac{1}{2}\right)^2$ $\quad \frac{19}{4}$

e) $\left(-1 + \frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{6} + \frac{2}{3}\right)$ $\quad -1$

f) $\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) : \left(1 - \frac{2}{5}\right)$ $\quad -\frac{5}{12}$

g) $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 2 \cdot (-1)^4\right] : \frac{1}{2}$ $\quad \frac{15}{4}$

h) $-\frac{3}{5} \cdot \left[-6 + 2 : \left(-1 + \frac{1}{2}\right)\right]$ $\quad 6$

Desafios

126 (UFRJ) Num torneio de xadrez foi combinado que cada vitória valeria 3 pontos, empate 1 ponto e derrota –1 ponto. Perto do final do torneio João estava com 53 pontos. Caso João obtenha, até o final do torneio, 3 vitórias, 1 empate e 2 derrotas, qual o número de pontos com que ele terminará o torneio? 61 pontos

Elena Pokrovskaya/Dreamstime.com

127 Dê o valor de:

a) $\frac{6 \cdot (-3)}{-2}$ $\quad 9$

b) $\frac{-1,5}{0,4 - 0,1}$ $\quad -5$

c) $\frac{4 - \sqrt{100}}{-2}$ $\quad 3$

d) $\frac{3 \cdot (-10) - 20}{2 \cdot (-5)}$ $\quad 5$

128 Qual é o dobro de 2^{30}? 2^{31}

129 Qual é o número que dividido por $\frac{3}{5}$ resulta $-\frac{25}{3}$? -5

130 Considere os seguintes números:

-6	-8	2
	0	
5	-4	7

Qual é o menor produto possível que pode se obter multiplicando três números distintos? -280

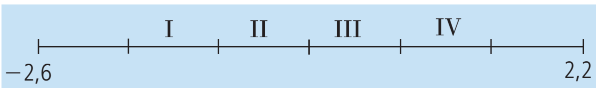
131 (PUC-SP) Calcule: 2

$$1 + \frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{3}}{\frac{3}{5} - \frac{1}{15}}$$

Autoavaliação

Anote, em seu caderno, o número do exercício e a letra correspondente à resposta correta.

132 O segmento da reta numérica a seguir foi dividido em seis partes iguais.

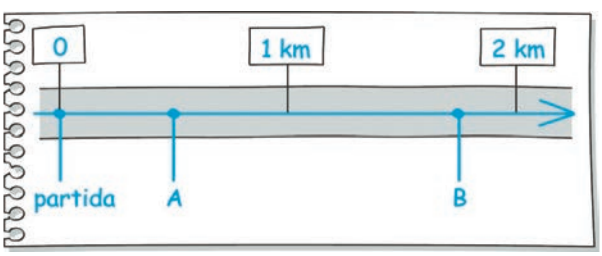


O número –0,3 está, então, localizado em:

a) I x b) II c) III d) IV

133 (Saresp) Joana e seu irmão estão representando uma corrida em uma estrada assinalada em quilômetros, como na figura abaixo:

Hélio Senatore



Joana marcou as posições de 2 corredores com os pontos A e B. Esses pontos A e B representam que os corredores já percorreram, respectivamente, em km:

x a) $0{,}5$ e $1\frac{3}{4}$

b) $0{,}25$ e $\frac{10}{4}$

c) $\frac{1}{4}$ e $2{,}75$

d) $\frac{1}{2}$ e $2{,}38$

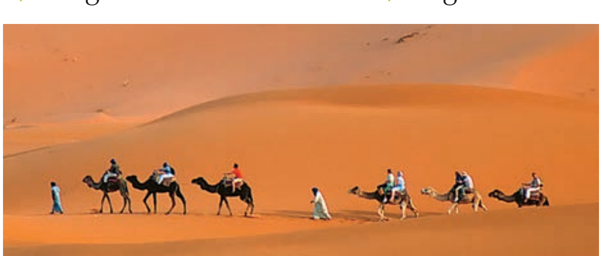
134 (SEE-RJ) As variações de temperatura, no Rio de Janeiro, são pequenas. Domingo a mínima foi 17 °C e a máxima 25 °C. Em certas regiões a variação é muito grande: no deserto do Saara a temperatura pode alcançar 51 °C durante o dia e à noite chegar a –4 °C. Nesse caso, a queda de temperatura seria de:

a) 47 graus.

b) 49 graus.

c) 53 graus.

x d) 55 graus.



Mypix/Dreamstime.com

135 O número $-\frac{3}{6}$ está compreendido entre:

a) 0 e 1

b) 3 e 6

x c) -1 e 0

d) -6 e -3

136 Escolha uma alternativa para indicar, entre as igualdades apresentadas, a(s) verdadeira(s):

A $\sqrt{0{,}16} = 0{,}4$

B $0{,}2 : 0{,}1 = 0{,}2$

C $\frac{4}{7} > \frac{3}{5}$

x a) somente A.

b) somente B.

c) somente C.

d) as duas primeiras.

137 Qual expressão tem como valor -10?

a) $80 + 20 - 60 - 10$

b) $30 - 10 - 10 + 20$

x c) $10 - 10 + 10 - 20$

d) $-10 - 30 + 20 + 50$

138 O dobro de -8 e o quadrado de -8 são, respectivamente:

a) 16, 16

b) 16, -64

x c) -16, 64

d) -16, -64

139 Durante uma experiência, a temperatura foi medida três vezes. A segunda leitura foi 10 graus menor do que a primeira, e a terceira foi 15 graus menor do que a segunda. Se a primeira leitura foi 5 graus, qual foi a última?

a) 0 grau

b) 10 graus

c) -10 graus

x d) -20 graus

Lápis Mágico

140 (Vunesp) Em um prédio, cada andar tem um lance de escadas com 12 degraus. Ernesto mora no 7º andar e deixa seu veículo no 2º subsolo. Ontem faltou energia elétrica e ele precisou subir pelas escadas. O total de degraus que ele precisou subir foi:

a) 84
b) 96
c) 102
x d) 108

141 Os resultados de $(-3)^2$, -3^2, $(-2)^3$ e -2^3 são, pela ordem:

a) 9, 9, 8 e −8
x b) 9, −9, −8 e −8
c) 9, 9, −8 e 8
d) −9, −9, −8 e −8

142 Dado que $m = 2$ e $n = -3$, quanto é $m \cdot n^2$?

a) −18
b) −36
x c) 18
d) 36

143 (PUC-MG) O valor da expressão:

$$\left[\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{5}\right] : \sqrt{\frac{9}{4}}$$ é:

x a) 0,2
b) 0,3
c) 0,4
d) 0,5

144 O quociente do número −600 pelo produto dos números −8 e −25 é um número inteiro *x*. Então *x* vale:

a) 3
x b) −3
c) 30
d) −30

145 Um submarino está 40 m abaixo do nível do mar (nível zero). Se descer mais o triplo da profundidade a que se encontra, a sua posição será:

a) 120 m
b) 160 m
c) –120 m
x d) –160 m

146 Um fiscal do Instituto Nacional de Pesos e Medidas esteve num supermercado e pesou 6 pacotes de arroz. Cada pacote deveria ter 5 kg, mas uns tinham mais e outros menos do que 5 kg. O fiscal anotou a diferença em cada pacote:

Hélio Senatore

A soma das diferenças dos 6 pacotes expressa:

x a) uma falta de 1,3 g (–1,3)
b) uma falta de 1,8 g (–1,8)
c) um excesso de 1,3 g (+1,3)
d) um excesso de 1,8 g (+1,8)

147 (Uece) A temperatura máxima de quinta-feira foi 4 ºC mais elevada do que a máxima de domingo. A temperatura máxima de quarta-feira foi 6 ºC mais baixa do que a máxima de domingo. Se a temperatura máxima de quinta-feira foi de 22 ºC, qual foi a temperatura máxima de quarta-feira?

Quinta: 22 ºC
Domingo: 18 ºC −4 ºC
Quarta: 12 ºC −6 ºC

x a) 12 ºC
b) 16 ºC
c) 22 ºC
d) 24 ºC

148 (PUC-SP) O valor da expressão

$$\left[\frac{(-10) + 5 - (-4)}{\sqrt{9} + (-2)}\right]^2$$ é:

x a) 1
b) 2
c) −1
d) −2

UNIDADE 4

Proporcionalidade

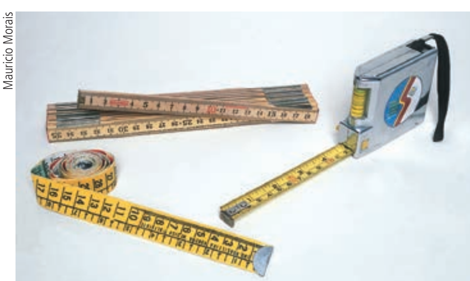
1. O que é grandeza?

Grandeza é tudo o que pode ser medido ou contado: comprimento, área, temperatura, massa, tempo, velocidade, quantias em dinheiro…

Sandra Fanzeres

Velocímetro.

Maurício Morais



Trena, fita métrica e metro articulado.

Misto Quente

Termômetro.

Léo Burgos

Hidrômetro.

Misto Quente

Balança.

Muitas grandezas relacionam-se de forma especial. Observando a variação de uma delas, podemos prever a variação da outra.

A Matemática estuda a relação entre grandezas, produzindo um conhecimento que podemos usar para resolver problemas de nosso dia a dia.

Ficou interessado? Então vamos em frente!

Razão

Pense num lindo dia de verão...

Nagib Zahr

Praia do Francês, AL.

Mauricio Morais

As instruções do rótulo da garrafa dizem: "Misture 1 parte de suco concentrado com 5 partes de água. Adoce a gosto".

As instruções do rótulo **comparam** a quantidade de suco concentrado com a quantidade de água necessária para o preparo: 1 para 5. Dizemos que 1 para 5 é a **razão** entre a quantidade de suco e a quantidade de água.

A razão pode ser representada por um quociente. Observe:

$$1 \text{ para } 5 \longrightarrow 1 : 5 \text{ ou } \frac{1}{5}$$

Veja a tabela:

Copos de suco concentrado	Copos de água
1	5
2	10
3	15
4	20

Lápis Mágico

Para fazer qualquer quantidade de refresco, basta aumentar ou diminuir as quantidades de suco concentrado e de água de forma proporcional. O que isso significa?

As quantidades de suco concentrado e de água mudam, mas a razão entre elas devem ser sempre 1 : 5 (1 para 5).

$$\frac{\text{suco concentrado}}{\text{água}} = \frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{3}{15} = \frac{4}{20} = \ldots$$

Exercícios

1 Num tanque de combustível há 5 litros de álcool e 30 litros de gasolina. Determine as razões das medidas:

a) do álcool para a gasolina; $\frac{1}{6}$

b) da gasolina para a mistura; $\frac{6}{7}$

c) do álcool para a mistura. $\frac{1}{7}$

Hélio Senatore

2 Escreva a razão na forma simplificada.

a) 8 meses para 1 ano $\frac{2}{3}$

b) 1 dia para 16 horas $\frac{3}{2}$

c) 350 gramas para 1 quilo $\frac{7}{20}$

d) 5 anos para 30 meses 2

e) 45 minutos para 2 horas $\frac{3}{8}$

f) 1 minuto para 420 segundos $\frac{1}{7}$

g) 40 centímetros para 8 metros $\frac{1}{20}$

h) 2 centímetros para 16 milímetros $\frac{5}{4}$

3 Uma loja anuncia que está vendendo:

Ilustrações: Ilustra Cartoon

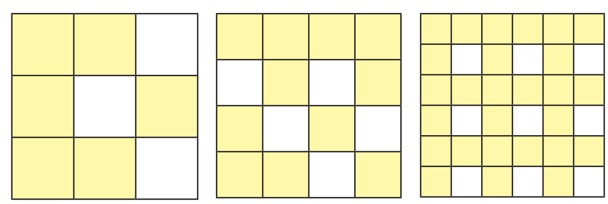
Se anunciasse:

o preço seria o mesmo, apesar da variação dos números que aparecem na frase? Sim.

4 A largura do gol de um campo de futebol é 7,32 metros e a altura é 244 centímetros. Qual é a razão entre a altura e a largura? $\frac{244}{732} = \frac{1}{3}$

Lyn Baxter/Dreamstime.com

5 Qual das figuras tem maior superfície amarela? C



Ilustrações: DAE

A $\frac{6}{9}$ B $\frac{11}{16}$ C $\frac{27}{36}$

6 No rótulo de um produto de limpeza aparecem as seguintes instruções:

Modo de usar
1 Na lavagem de roupas Misture 1 copo (200 mL) para cada 20 L de água.
2 Para remoção de manchas mais difíceis Misture 1 copo (200 mL) para cada 5 L de água.
3 Para limpeza geral (pias, sanitários etc.) Misture 1 copo (200 mL) para cada 10 L de água.
4 Uso em ralos Misture 1 copo (200 mL) para cada litro de água.

Em qual situação o produto estará mais diluído?
Na situação 1.

Proporções

Uma igualdade entre razões é uma **proporção**.
No exemplo que vimos, do refresco, formamos proporções. Veja uma delas:

$\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$ (Lemos: 1 está para 5, assim como 2 está para 10.)

Veja mais alguns exemplos de proporções:

- $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ (Lemos: 1 está para 2, assim como 3 está para 6.)
- $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$
- $\frac{3}{7} = \frac{12}{28}$

Lápis Mágico

As proporções apresentam uma propriedade importante. Acompanhe:

- $\frac{4}{5} = \frac{8}{10} \longrightarrow \underbrace{4 \cdot 10}_{40} = \underbrace{5 \cdot 8}_{40}$
- $\frac{2}{3} = \frac{12}{18} \longrightarrow \underbrace{2 \cdot 18}_{36} = \underbrace{3 \cdot 12}_{36}$

Multiplicando seus termos em cruz, obtemos o mesmo resultado.

Essa propriedade é útil na resolução de problemas. Veja um exemplo:

Silvia pinta belos quadros. Para obter determinado tom de marrom, mistura tinta branca e tinta marrom na razão de 1 para 4. Se ela utilizar 5 vidros de tinta marrom, quantos vidros de tinta branca serão necessários?

Representaremos por x a quantidade de vidros de tinta branca. Como a razão de 1 para 4 precisa ser mantida para obter o mesmo tom, temos: $\frac{\text{tinta branca}}{\text{tinta marrom}} = \frac{1}{4} = \frac{x}{5}$.

Multiplicando os termos em cruz, obtemos:

$4 \cdot x = 5$ Usando a operação inversa:

$x = \frac{5}{4}$

$x = 1{,}25$ $(5 : 4 = 1{,}25)$

Matt Antonino/Dreamstime.com

Como $0{,}25 = \frac{1}{4}$, Silvia deve misturar $1\frac{1}{4}$ pote de tinta branca aos 5 potes de tinta marrom.

Exercícios

7 Complete as igualdades em seu caderno de modo a obter proporções.

a) $\frac{1}{3} = \frac{\square}{15}$ 5

b) $\frac{\square}{4} = \frac{6}{8}$ 3

c) $\frac{5}{2} = \frac{15}{\square}$ 6

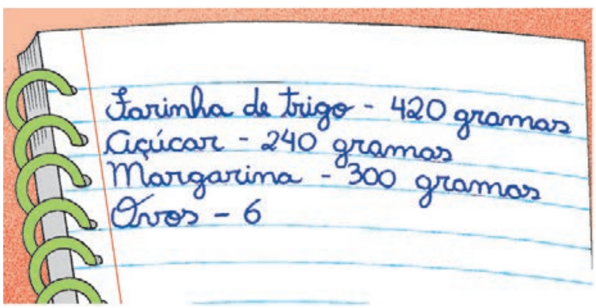
d) $\frac{6}{154} = \frac{30}{\square}$ 770

e) $\frac{3}{\square} = \frac{1,5}{4}$ 8

f) $\frac{7,5}{1,5} = \frac{\square}{6}$ 30

8 Num jardim há cravos e rosas na razão de 8 para 11. Há 88 rosas. Descubra qual é o número de cravos existentes no jardim. 64 cravos; $\frac{8}{11} = \frac{x}{88}$

9 Margarete utilizou a seguinte receita para fazer um bolo:



Ilustra Cartoon

Que quantidade de açúcar será necessária se Margarete fizer o bolo com 140 gramas de farinha? 80 gramas

10 Observe as figuras:

Ilustrações: Ilustra Cartoon

Quanto custam:

a) 5 chocolates? R$ 10,75

b) 2 latas de óleo? R$ 2,56

c) 1 kg de batata R$ 1,40

d) 7 kg de batata? R$ 9,80

11 Numa lanchonete, a cada 27 pastéis de carne vendidos, vendem-se 9 de palmito. Em certo dia, foram vendidos 30 pastéis de carne. Quantos pastéis de palmito foram vendidos nesse dia? 10 pastéis de palmito; $\frac{27}{9} = \frac{30}{x}$

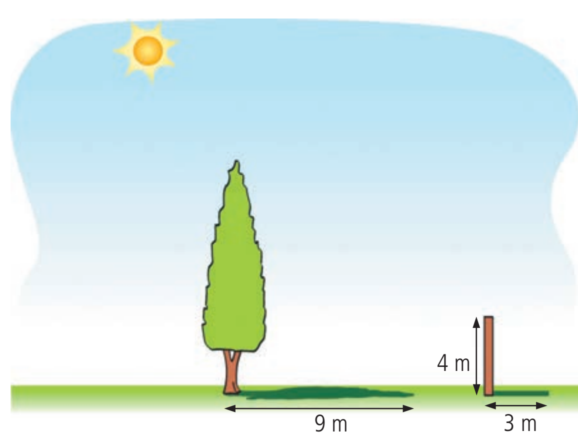
Hélio Senatore

12 Num 7º ano, a razão do número de meninos para o número de meninas é $\frac{7}{6}$. Quantos são os meninos, se nessa classe há 18 meninas? 21 meninos; $\frac{7}{6} = \frac{x}{18}$


Paulo Pepe

13 A sombra de uma árvore mede 9 m. À mesma hora, um vergalhão de 4 m projeta uma sombra de 3 m. Qual é a altura dessa árvore?

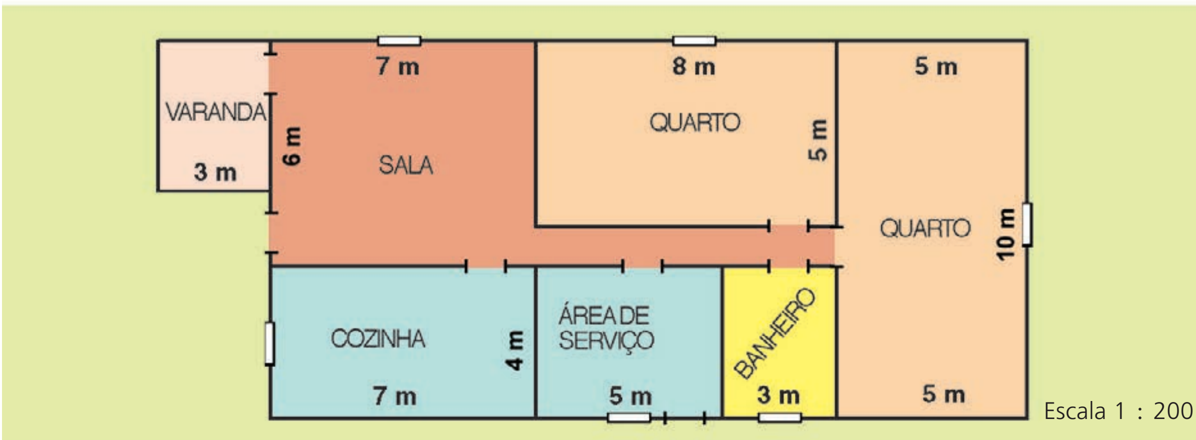
12 m



Hélio Senatore

2. Escalas, plantas e mapas

O que é escala?



Para construir uma casa, primeiro é feito um projeto. Uma das partes do projeto é a planta baixa da casa. Veja o exemplo acima: é uma casa térrea.

A planta baixa mostra a disposição dos ambientes e suas medidas. É como se olhássemos a casa de cima, sem o telhado.

Para caber no papel, as medidas reais dos ambientes foram todas divididas, nesse caso, por 200. Assim, o desenho fica **proporcional** ao que se terá na construção real. A **escala**, que acompanha a planta, indica esta divisão.

Escala 1 : 200 (1 para 200)

A escala é a razão entre as medidas do desenho e as medidas reais.

$$\text{Escala} = \frac{\text{medida do comprimento no desenho}}{\text{medida do comprimento real}} = \frac{1}{200} \text{ (na planta do exemplo)}$$

Isso significa que cada 1 cm do desenho representa 200 cm na realidade.

Então nessa escala:

- um comprimento de 4 cm no desenho corresponde a $4 \cdot 200 = 800$ cm ou 8 m na realidade.
- um comprimento de 12 m será representado por 6 cm, pois

$$12 \text{ m} = 1200 \text{ cm} \longrightarrow 1\,200 \text{ cm} : 200 = 6 \text{ cm}$$

1. Na planta da casa térrea que vemos no início da página, uma das dimensões da varanda não foi colocada. Use sua régua e a escala para determiná-la. 4 m

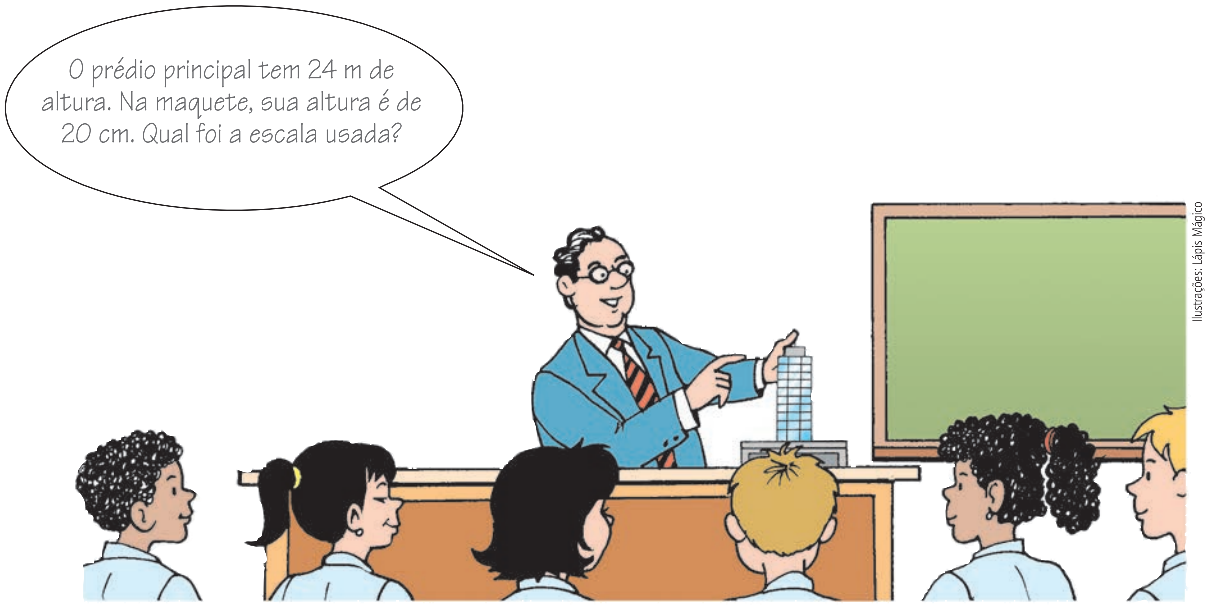
2. Renato coleciona miniaturas de automóveis. Uma delas está na escala 1 : 18.

a) Interprete essa escala. 1 cm de comprimento da miniatura representa 18 cm de comprimento do automóvel no tamanho real.

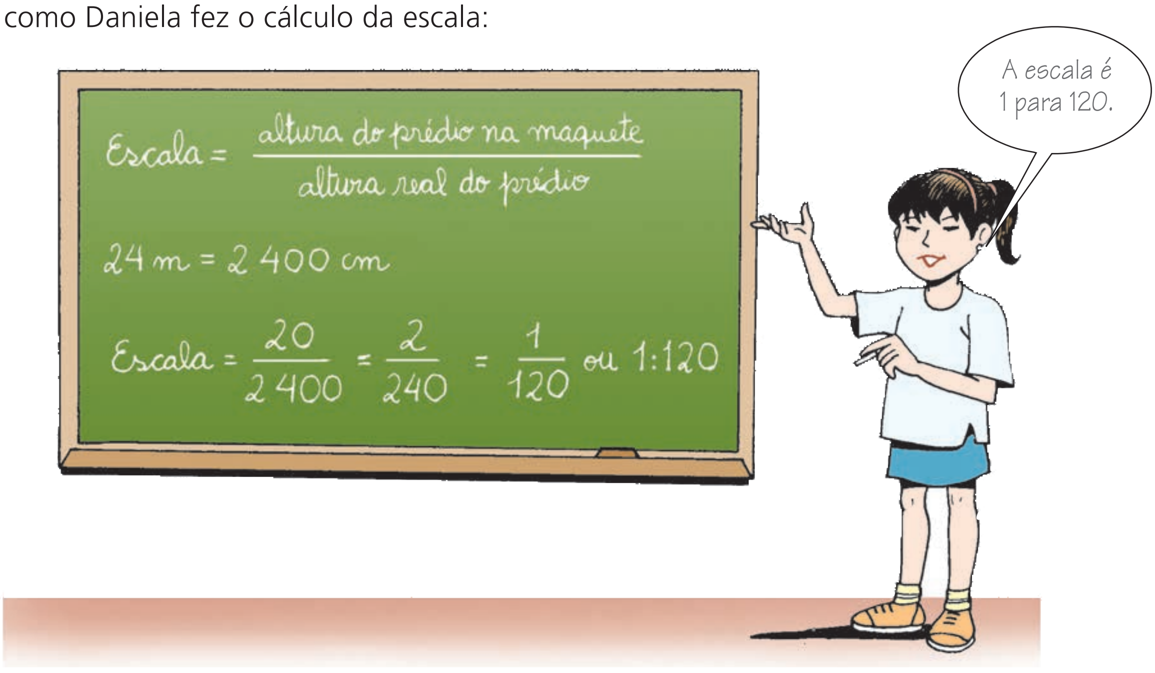
b) Essa miniatura tem comprimento de 25 cm. Qual é a medida do comprimento real desse automóvel em metros? 4,5 m

Descobrindo a escala

Nosso diretor mandou fazer uma maquete da escola e aproveitou para verificar se sabíamos lidar com escalas. Acompanhe:



Veja como Daniela fez o cálculo da escala:



Quem vai ao quadro resolver as questões abaixo?

1. Essa escola tem um pátio retangular que tem 36 m de comprimento e 18 m de largura. Quais são as dimensões do pátio nessa maquete? 30 cm por 15 cm
2. Responda, usando cálculo mental, quais seriam as dimensões do pátio se a escala utilizada na maquete fosse 1 : 200. 18 cm por 9 cm

Mapas

Mapas são representações da superfície da Terra por meio de desenhos. Há mapas de países, regiões, cidades, bairros etc. Como a Terra é redonda e o mapa é plano, a representação não é perfeita, mas se aproxima muito da situação real.

Os mapas utilizam linhas, cores, símbolos e, para que se tenha uma reprodução fiel em tamanho reduzido, uma escala.

Vemos abaixo um mapa do estado do Rio Grande do Sul.

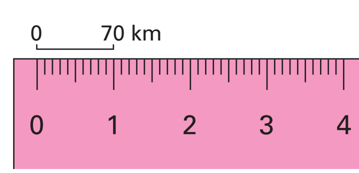
©DAE/Sonia Vaz

Fonte: Governo Federal. Ministério dos Transportes. Disponível em: <www2.transportes.gov.br/bit/mapas/mapclick/brs/rodsul.htm>. Acesso em: maio 2011.

Observe que a escala está representada de modo diferente do que vimos na planta baixa.

Usando a régua, percebemos que 1 cm corresponde a 70 km.

Consequentemente, 2 cm correspondem a 140 km, 3 cm a 210 km, e assim por diante.



DAE

Observe que há uma estrada praticamente retilínea perto das cidades de Bagé e Aceguá. Medindo com régua, o comprimento dessa estrada no mapa é de aproximadamente 0,9 cm.

1 cm ⟶ 70 km

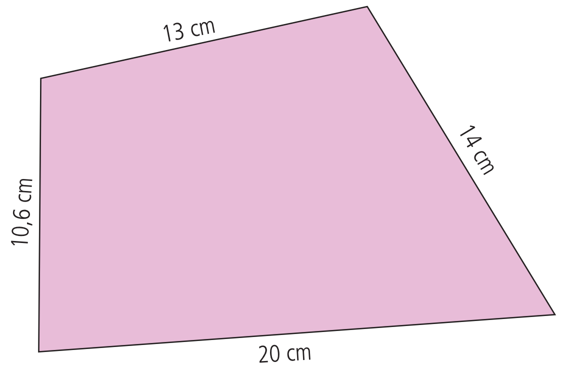
0,9 cm ⟶ $0{,}9 \cdot 70 = 63$ km

Esta é a distância rodoviária aproximada representada no mapa.

Você sabia que o trabalho com escalas é importantíssimo para as profissões de arquiteto, engenheiro, projetista, agrimensor, geógrafo...?

Exercícios

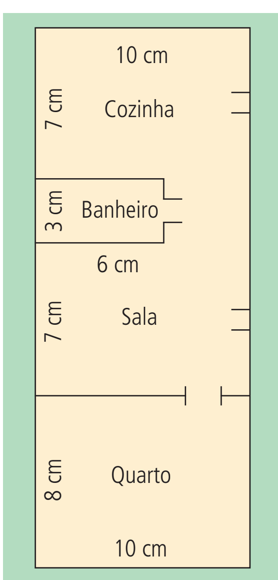
14 Temos abaixo a planta do terreno de seu Paulo.



Se cada centímetro representado nessa planta corresponde a 1,5 m, quantos metros de cerca seu Paulo terá de construir para cercar completamente seu terreno? 86,4 m

15 Num mapa, duas cidades distam 4 cm e a distância real entre elas é de 128 km. Se duas outras cidades distam entre si 2,5 cm no mapa, qual é a distância real em quilômetros entre elas?
80 km

16 Esta planta foi feita na escala 1:50:



a) Quais são as dimensões reais da sala?
3,5 m por 5 m

b) Quais são as dimensões reais do banheiro?
1,5 m por 3 m

c) Quais são as dimensões reais do dormitório?
4 m por 5 m

17 Fabrício é estagiário de engenharia e a empresa onde trabalha acaba de ganhar uma concorrência para asfaltar uma avenida da cidade. No desenho, essa avenida a ser asfaltada mede 12 cm e sabe-se que cada 3 cm desse desenho correspondem a 350 metros reais. Qual é, em metros, o comprimento da avenida a ser asfaltada? 1 400 m

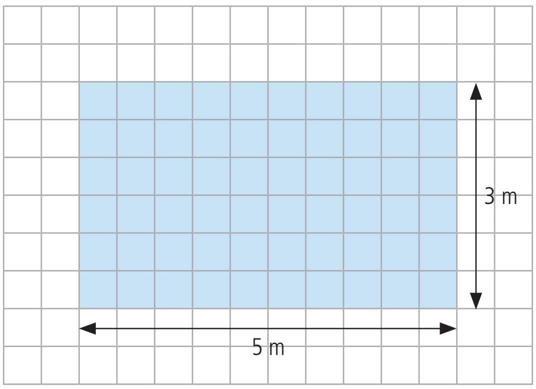
18 (Unicamp-SP) Na planta de um edifício que está sendo construído, cuja escala é de 1 : 50, as dimensões de uma sala retangular são 10 cm e 8 cm. Calcule a área real da sala projetada.

Na planta		Na realidade	
8 cm →	8 · 50 →	400 cm = 4 m	A = 4 · 5 = 20
10 cm →	10 · 50 →	500 cm = 5 m	Resposta: 20 m²

19 Um ônibus de 12 m de comprimento foi desenhado. No desenho, seu comprimento é de 40 cm. Qual é a escala do desenho? 1 : 30

$\frac{40}{1\,200} = \frac{1}{30}$

20 Solange tem um tapete na sala com 5 m de comprimento e 3 m de largura. Descubra a escala utilizada pela Solange para desenhar o tapete. 1 : 100



Ilustrações: DAE

21 Em um mapa turístico do Brasil, de escala 1 : 2 500 000, a distância entre a cidade de São Paulo, SP, e a cidade de Salvador, BA, é 78 cm. Qual é a distância real em quilômetros segundo essa escala? 78 · 2 500 000 = 195 000 000
195 000 000 cm = 1 950 000 m =
= 1 950 km

1 950 km

3. Aplicações das razões

Você já percebeu que as razões estão presentes em inúmeras situações. Nesta seção vamos estudar mais alguns exemplos.

No final do capítulo, na "Seção Livre", você verá outras razões importantes.


Les Cunliffe/Dreamstime.com

1. Qual é a chance?

Adriana vai lançar um dado comum, com faces numeradas de 1 a 6.

Qual é a chance de ela obter um 5 em seu lançamento?

No lançamento do dado, temos seis resultados possíveis: podemos obter 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.

Somente um deles interessa à Adriana: o 5.

Então, ela tem *uma chance em seis* de obter o número 5 em seu lançamento.

Expressamos a chance (ou probabilidade) por meio de uma **razão**: 1 para 6 ou $\frac{1}{6}$.

Esta é uma aplicação importante das razões. A probabilidade de um fato ocorrer pode ser calculada fazendo:

$$\text{Probabilidade} = \frac{\text{número de possibilidades favoráveis}}{\text{número total de possibilidades}}$$

Com base nas informações acima, converse com os colegas e determinem a probabilidade de Adriana obter:

- um número par; 1 para 2 ou $\frac{1}{2}$
- um número maior que 2. 2 para 3 ou $\frac{2}{3}$

2. No supermercado...

CONECTANDO SABERES

R$ 4,95

R$ 3,30

Ilustrações: Ilustra Cartoon

Podemos usar as razões para descobrir qual das embalagens é mais vantajosa para o consumidor.

Comparamos as quantidades: $\frac{900}{400} = 2{,}25$

Comparamos os preços: $\frac{4{,}95}{3{,}30} = 1{,}5$

Com a calculadora determinamos rapidamente esses quocientes!

A embalagem maior tem mais do que o dobro da quantidade de cereal da menor e seu preço é uma vez e meia o preço da menor. Nesse caso, compensa levar a embalagem maior.

3. Razões e a divisão de lucros

Ilustrações: Hélio Senatore

Rui e Carlos adoram surfe. Além de praticar esse esporte, eles fabricam pranchas para vender. Para abrir sua pequena empresa e comprar o material necessário, Rui entrou com um capital de R$ 2.400,00 e Carlos com R$ 1.600,00. Portanto, a empresa começou com um capital de R$ 4.000,00 ($2\,400 + 1\,600 = 4\,000$).

Os amigos combinaram que os lucros com a venda das pranchas seriam divididos **proporcionalmente** ao capital investido. Neste mês, o lucro foi de R$ 800,00. Quanto receberá cada um dos sócios?

Vamos comparar o capital da empresa e o investimento de cada um por meio de razões:

$$\frac{\text{capital da empresa}}{\text{investimento de Rui}} = \frac{4\,000}{2\,400} = \frac{40}{24} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{\text{capital da empresa}}{\text{investimento de Carlos}} = \frac{4\,000}{1\,600} = \frac{40}{16} = \frac{5}{2}$$

Isso significa que, para cada R$ 5,00 da empresa, R$ 3,00 são de Rui e R$ 2,00 são de Carlos.

A empresa lucrou R$ 800,00, que devem ser divididos de acordo com estas razões:

Rui →

$$\frac{5}{3} = \frac{800}{x}$$

$$5 \cdot x = 3 \cdot 800$$

$$5 \cdot x = 2\,400$$

$$x = \frac{2\,400}{5}$$

$$x = 480$$

Carlos → $800 - 480 = 320$

Rui receberá R$ 480,00 e Carlos R$ 320,00.
Divisão justa, graças às razões e proporções!

Observe as razões entre os capitais investidos e os lucros obtidos pelos sócios:

$$\frac{2\,400}{1\,600} = \frac{3}{2} \text{ e } \frac{480}{320} = \frac{3}{2} \text{ (São iguais!)}$$

4. Controlando o consumo de combustível

Numa viagem de 180 km, o automóvel do senhor Siqueira consumiu 20 L de gasolina. Nas próximas férias, ele fará uma viagem de 378 km com sua família. Quantos litros de gasolina o automóvel deverá consumir?

Há proporcionalidade nessa situação, pois, para o dobro da distância, o consumo deve dobrar, para o triplo da distância o consumo deve triplicar, e assim por diante.

Veja esses números numa tabela:

Distância (km)	Consumo de gasolina (L)
180	20
378	x


Alexandre Peregrino/Folha Imagem

$$\frac{180}{378} = \frac{20}{x}$$

$$180 \cdot x = 378 \cdot 20$$

$$180 \cdot x = 7\,560$$

$$x = \frac{7\,560}{180} \longrightarrow x = 42$$

Logo, serão consumidos 42 L de gasolina na viagem.

Repare que a razão entre a distância percorrida e o consumo de combustível é constante:

$\frac{180 \text{ km}}{20 \text{ L}} = \frac{9 \text{ km}}{1 \text{ L}}$ ou 9 km/L $\qquad \frac{378 \text{ km}}{42 \text{ L}} = \frac{9 \text{ km}}{1 \text{ L}}$ ou 9 km/L

Essa razão (9 km/L) é o consumo desse automóvel. Ele percorre 9 km com 1 L de gasolina. Quanto maior essa razão, mais econômico é o carro. Em tempos de combustíveis caros, é importante controlar o consumo!

Ilustra Cartoon

Esclareça a dúvida do rapaz. Use arredondamento e cálculo mental.
Sim, ele pode percorrer aproximadamente 600 km sem precisar abastecer.

Exercícios

22 Qual é a probabilidade de sair coroa no lançamento de uma moeda ao ar? $\frac{1}{2}$

23 A roleta da figura está dividida em partes iguais.

Hélio Senatore

Quando girado, qual é a probabilidade de o ponteiro parar sobre o amarelo? $\frac{2}{5}$

24 Nesta caixa há bolas numeradas de 1 a 10.

Hélio Senatore

Ângela vai retirar, sem olhar, uma bola; anotar o número e devolver a bola na caixa. Calcule a probabilidade de sair uma com:

a) o número 7; $\frac{1}{10}$

b) um número par; $\frac{1}{2}$

c) um número menor que 4; $\frac{3}{10}$

d) um número maior que 10; 0

e) um número múltiplo de 3. $\frac{3}{10}$

25 João precisa pagar uma dívida de R$ 30,00, outra de R$ 40,00 e uma terceira de R$ 50,00. Como só tem R$ 90,00, resolve pagar quantias proporcionais a cada débito. Quanto receberá o maior credor? R$ 37,50

26 Um automóvel gasta 8 L para percorrer 100 km.

a) Quantos litros de gasolina são necessários para percorrer 250 km? 20 L

b) Quantos quilômetros poderemos percorrer gastando 28 litros de gasolina? 350 km

c) O que representa a fração $\frac{100}{8}$? A distância que se percorre com 1 litro de gasolina.

27 Dona Eliane foi a dois supermercados comprar certo refrigerante em embalagem de 2 litros (garrafa) e observou os seguintes anúncios:

CONECTANDO SABERES

Ilustrações: Ilustra Cartoon

Você acha vantajosa a oferta de cada supermercado para comprar a embalagem com 6 garrafas? Por quê? No Tudo Barato: não, pois na venda de 6 garrafas o preço de cada garrafa é o mesmo que o da venda de uma garrafa. No Preço Bom: sim, pois o preço de 6 garrafas deveria totalizar R$ 11,76.

4. Grandezas diretamente proporcionais

Que tal um bolo para a hora do café?

Bolo de laranja

Ingredientes

- 3 xícaras de farinha de trigo
- 2 xícaras de açúcar
- 4 ovos
- 1 xícara de suco de laranja
- 1 colher de sopa de fermento em pó


P.S. Studio

Preparo

Bata as claras em neve e reserve. Bata os demais ingredientes até obter uma massa leve e fofa. Acrescente as claras em neve e leve ao forno em forma untada, por aproximadamente 30 minutos.

Se quisermos aumentar ou diminuir a receita, devemos usar quantidades de ingredientes proporcionais às da receita original para que o bolo dê certo. Dizemos que qualquer ingrediente é **diretamente proporcional** a cada um dos outros. Se um dobra, o outro deve dobrar. Se um cai pela metade, o outro deve cair pela metade e assim por diante.

	Farinha de trigo	Açúcar	Ovo	Suco de laranja	Fermento
					
	(xícara)	(xícara)	(unidade)	(xícara)	(colher de sopa)
Receita original	3	2	4	1	1
Dobrando a receita	6	4	8	2	2

Fotos: P.S. Studio

Dobrando a quantidade de um dos ingredientes, todas as outras quantidades também devem dobrar. As grandezas são, duas a duas, diretamente proporcionais.

- E se você tivesse 7 ovos na geladeira e quisesse usá-los no bolo? Como adaptar a receita de 4 para 7 ovos?

Basta usar a proporcionalidade e a propriedade das proporções. Acompanhe.

Farinha de trigo	Ovo
	
(xícara)	(unidade)
3	4
x	7

Fotos: P.S. Studio

Há **proporcionalidade direta** entre a quantidade de farinha e a de ovos. Então:

$\frac{3}{x} = \frac{4}{7}$ (multiplicamos os termos em cruz)

$4 \cdot x = 21$ (vamos descobrir o valor de x, usando a operação inversa)

$x = \frac{21}{4} = 21 : 4 = 5{,}25$

Como $0{,}25 = \frac{1}{4}$, são necessárias $5\frac{1}{4}$ xícaras de farinha de trigo para 7 ovos.

Fotos: P.S. Studio

Açúcar	Ovo
	
(xícara)	**(unidade)**
2	4
x	7

$$\frac{2}{x} = \frac{4}{7} \longrightarrow 4 \cdot x = 14$$

$x = \dfrac{14}{4} = 3{,}5$. Portanto, são necessários

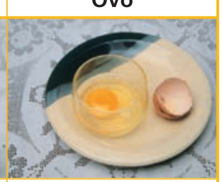
$3\dfrac{1}{2}$ xícaras de açúcar para 7 ovos.

Suco de laranja	Ovo
	
(xícara)	**(unidade)**
1	4
x	7

$$\frac{1}{x} = \frac{4}{7} \longrightarrow 4 \cdot x = 7$$

$x = \dfrac{7}{4} = 1{,}75$. Como $0{,}75 = \dfrac{3}{4}$, devemos usar

$1\dfrac{3}{4}$ de xícara de suco de laranja para 7 ovos.

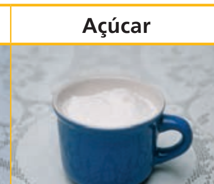
Fermento	Ovo
	
(colher de sopa)	**(unidade)**
1	4
x	7

Observe que a proporção entre o fermento e os ovos é a mesma que entre o suco e os ovos.

Então, deve-se usar

$1\dfrac{3}{4}$ de colher de sopa de fermento.

Veja na tabela abaixo como fica a receita completa, adaptada de 4 para 7 ovos.

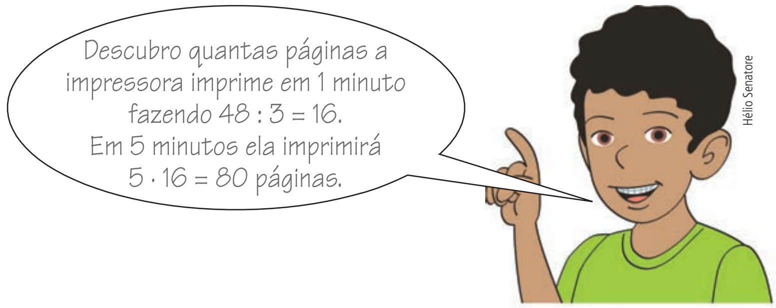
	Farinha de trigo	Açúcar	Ovo	Suco de laranja	Fermento
					
	(xícara)	**(xícara)**	**(unidade)**	**(xícara)**	**(colher de sopa)**
Receita original para 4 ovos	3	2	4	1	1
Receita para 7 ovos	5,25 ou $5\frac{1}{4}$	3,5 ou $3\frac{1}{2}$	7	1,75 ou $1\frac{3}{4}$	1,75 ou $1\frac{3}{4}$

Usando regras de três

Júnior resolveu um problema que envolve grandezas diretamente proporcionais. Acompanhe:

- Uma impressora imprime 48 páginas em 3 minutos. Quantas páginas imprimirá em 5 minutos?

Números de páginas	Minutos
48	3
x	5



Hélio Senatore

A resolução de Paulinho está correta. Ele encontrou o valor para uma unidade básica (no caso, 1 minuto) e a partir daí ficou mais fácil descobrir outros valores.

Apresentaremos a seguir outra forma de resolver o problema usando a propriedade das proporções. Veja:

Há proporcionalidade direta entre as grandezas. Então:

$\frac{48}{x} = \frac{3}{5}$ Multiplicamos os termos da proporção em cruz:

$3 \cdot x = 48 \cdot 5$

$3 \cdot x = 240$ Descobrimos o valor de x usando a operação inversa:

$x = \frac{240}{3} = 80$


Dragan/Dreamstime.com

Se dobrarmos o número de páginas impressas, dobraremos o tempo para imprimi-las.

Esse procedimento é chamado de **regra de três** e é bastante útil na resolução de problemas.

Por que esse nome? Observe a tabela com as grandezas: conhecemos *três* delas e queremos determinar a quarta. Já usamos esse procedimento nas páginas anteriores para adaptar a receita do bolo de 4 para 7 ovos, por exemplo. Agora você sabe que ele recebe um nome especial.

Perceba que os dois processos de resolução envolveram as mesmas operações:

Resolução de Júnior:
Dividimos 48 por 3 e multiplicamos o resultado por 5.

Resolução por regra de três:
Multiplicamos 48 por 5 e dividimos o resultado por 3.

Divisão por 3 e multiplicação por 5.

Examinando os dados de cada problema, você decidirá qual procedimento usar.

Exercícios

28 Veja o quadro:

Ilustrações: Ilustra Cartoon

Peso do tomate (kg)	Preço (em reais)
1	1,20
1,5	1,80
2	2,40
2,5	3,00
3	3,60

$\frac{1,20}{1} = \frac{1,80}{1,5} = \frac{2,40}{2} = \frac{3,00}{2,5} = \frac{3,60}{3} = 1,20$

Há proporcionalidade direta entre o preço e o peso do tomate? Sim.

29 Veja o anúncio de uma banca de revista:

Copie e complete a tabela em seu caderno, conforme o anúncio:

Livros (dados)	1	3	4	8	9	12	15
Revistas (recebidas)	4	12	16	32	36	48	60

30 Para responder às perguntas abaixo, consulte a tabela:

Tempo (em horas)	Distância (em quilômetros)
0,5	50
1	100
1,5	150
2	200
2,5	
3	
3,5	
4	

a) Qual é o tempo gasto para o automóvel percorrer 150 km? 1,5 h

b) Em 1 hora, quantos quilômetros o automóvel percorre? 100 km

c) Complete em seu caderno a tabela acima até 4 horas, de meia em meia hora. 250; 300; 350; 400

d) Qual é o tempo gasto pelo automóvel para percorrer 350 km? 3,5 h

e) Quando o tempo aumenta, a distância percorrida aumenta ou diminui? Aumenta.

f) Quando o tempo diminui, a distância percorrida aumenta ou diminui? Diminui.

g) Qual número obtemos dividindo a distância percorrida pelo tempo gasto em percorrê-la? Qual é o seu significado? 100; É a razão entre as grandezas.

31 Uma fotocopiadora tira 10 fotocópias em 12 segundos.

a) Quantas fotocópias ela tira em 5 minutos? E num quarto de hora? 250 fotocópias; 750 fotocópias

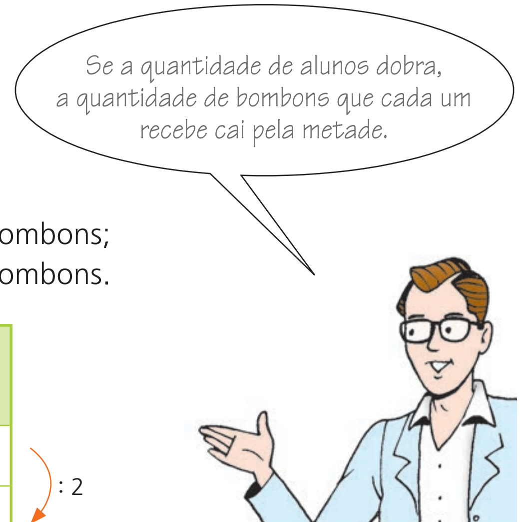
b) Quanto tempo ela demora para tirar 110 fotocópias? 132 segundos

c) Outra fotocopiadora tira 48 fotocópias por minuto. Qual delas é mais rápida? A primeira.

5. Grandezas inversamente proporcionais

O professor de Matemática do 7º ano comprou 24 bombons para presentear os alunos que não tiverem faltas no mês.

Observe:



Ilustrações: Lápis Mágico

- se 4 alunos não tiverem faltas, cada um receberá 6 bombons;
- se 8 alunos não tiverem faltas, cada um receberá 3 bombons.

Número de alunos sem falta	Número de bombons para cada um
4	6
8	3

× 2 : 2

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2} \text{ e } \frac{6}{3} = 2 \longrightarrow$$

$\frac{1}{2}$ e 2 são inversas uma da outra

Nessa situação as razões não são iguais – são **inversas**. Essas duas grandezas são **inversamente proporcionais**: se uma dobra, a outra cai pela metade; se uma triplica, a outra se reduz à terça parte, e assim por diante.

Vamos ver outros exemplos?

1. Um trem leva 2,5 horas para ir da cidade A até a cidade B viajando a 30 km/h. Estuda-se a compra de um novo trem que viaja a 90 km/h. Em quanto tempo ele fará o mesmo percurso?

Valéria Vaz

Triplicando a velocidade, o tempo de viagem deve cair pela terça parte.

Velocidade e tempo de viagem são **grandezas inversamente proporcionais**.

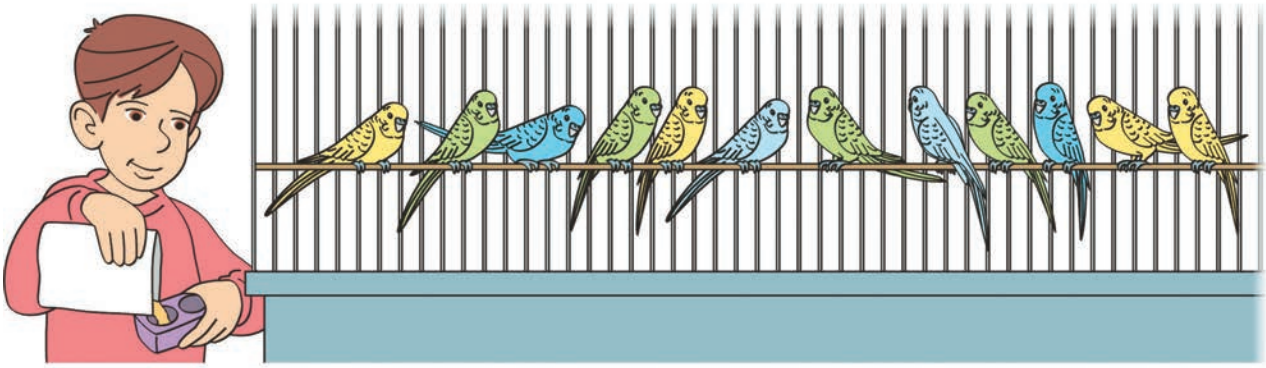
Portanto, se multiplicamos a velocidade por 3, devemos dividir o tempo por 3.

Velocidade (km/h)	Tempo (h)
30	2,5
90	?

× 3 : 3

Logo, o novo trem fará o percurso entre as cidades A e B em 50 minutos.

2. Flávio tinha 12 periquitos. Um pacote grande de ração era suficiente para alimentá-los por 30 dias. Ontem ele ganhou mais 3 periquitos, e agora tem 15 periquitos. O mesmo pacote de ração vai alimentá-los por quantos dias?


Hélio Senatore

O número de periquitos e o tempo em dias que dura o pacote de ração são grandezas inversamente proporcionais, pois:

- dobrando o número de periquitos, o pacote de ração deve durar a metade do tempo;
- triplicando o número de periquitos, o pacote de ração deve durar a terça parte do tempo, e assim por diante.

As razões são **inversas**. Portanto, para escrever a proporção e usar a regra de três, devemos inverter uma delas:

Número de periquitos	Tempo em dias
12	30
15	x

$$\frac{12}{15} = \frac{x}{30}$$
$$15 \cdot x = 12 \cdot 30$$
$$15 \cdot x = 360$$
$$x = \frac{360}{15}$$
$$x = 24$$

Agora, com 15 periquitos, o pacote grande de ração só será suficiente para 24 dias.

Faça dupla com um colega. Respondam às questões no caderno.
A tabela abaixo mostra como se relacionam duas grandezas X e Y.

X	Y
0,5	4
1	2
2	1

1. X e Y são grandezas direta ou inversamente proporcionais? Justifique sua resposta. Inversamente proporcionais, pois, quando X dobra, Y cai pela metade. Quando X quadruplica, Y cai pela quarta parte.

2. Qual deverá ser o valor de Y quando X = 5? 0,4

3. Qual deverá ser o valor de X quando Y = 0,25? 8

Fique esperto!

Existem muitas situações em que não há proporcionalidade!

1. A tabela abaixo mostra a variação da idade e da altura de João.

Idade (anos)	Altura (m)
10	1,30
15	1,65
20	1,80
25	1,80
30	1,80

Essas grandezas não são direta nem inversamente proporcionais, pois não variam na mesma razão, nem na razão inversa.

2. Nos primeiros 5 minutos de um jogo de basquete, Renato fez 8 pontos.

Quantos pontos ele fará em 10 minutos de jogo?

Também aqui não há proporcionalidade.

Não é possível prever quantos pontos ele fará!


Fernando Favoretto

Hélio Senatore

Observe a imagem ao lado e use o cálculo mental para descobrir se há proporcionalidade entre o número de refrigerantes e o preço pago por eles.

Não há proporcionalidade.

Discuta com os colegas outros exemplos e situações em que as grandezas envolvidas:

a) são diretamente proporcionais;

b) são inversamente proporcionais;

c) não são proporcionais.

Respostas pessoais.


Fernando Favoretto

Exercícios

32 Veja o tempo gasto para ler um livro de 360 páginas e responda, observando a tabela.

Páginas lidas por dia	5	10	15	20	25	30
Números de dias	72	36	24	18		

a) Lendo 5 páginas por dia, quantos dias serão necessários para ler o livro todo? 72 dias

b) Lendo 15 páginas por dia, quantos dias demoraremos para ler o livro todo? 24 dias

c) Para ler o livro todo em 18 dias, quantas páginas devem ser lidas por dia? 20 páginas

d) Em seu caderno, complete a tabela acima até 30 páginas por dia. 14,4 dias; 12 dias

e) Quando o número de páginas lidas por dia aumenta, o número de dias aumenta ou diminui? Diminui.

f) Quando o número de páginas lidas por dia diminui, o número de dias aumenta ou diminui? Aumenta.

g) Que número obtemos sempre ao multiplicar o número de páginas lidas por dia pelo número de dias? 360

33 Um saquinho com 24 balas será repartido entre crianças. Com essa informação, calcule os valores de *a*, *b* e *c*. $a = 3$ $b = 6$ $c = 6$

Números de crianças	2	*a*	4	*c*
Quantidade de balas	12	8	*b*	4

Essas grandezas são direta ou inversamente proporcionais? Inversamente proporcionais.

34 Complete as frases em seu caderno com as palavras "maior" ou "menor".

a) Quanto maior o número de erros numa prova, ______ será a nota. menor

b) Quanto maior o número de pães adquiridos, ______ será o valor a ser pago. maior

35 Para pintar um prédio, 5 pintores levam 40 dias. Em quanto tempo 10 pintores fazem o mesmo serviço? Calcule e anote no caderno o valor que corresponde à letra A. 20

Números de pintores	Tempo (em dias)
5	40
10	A

36 Uma torneira despeja 16 litros por minuto e enche uma caixa em 5 horas. Quanto tempo levará para encher a mesma caixa uma torneira que despeja 20 litros por minuto? G.I.P. ⟶ 4 horas

Elena Elisseeva/Shutterstock

37 Um aterro é feito em 6 dias por 8 máquinas iguais. Se o número dessas máquinas for elevado para 12, em quantos dias será feito o mesmo aterro? G.I.P. ⟶ 4 dias

38 Veja o anúncio de uma camisaria:

Ilustra Cartoon

a) Há uma relação de proporcionalidade direta entre o número de camisas e o preço a pagar? Não.

b) Faça agora outro anúncio em que haja uma relação de proporcionalidade direta entre o número de camisas e o preço a pagar. 1 camisa: R$ 28,00; 2 camisas: R$ 56,00; 3 camisas: R$ 84,00. Há outras possibilidades.

Seção livre

CONECTANDO SABERES

Os conhecimentos matemáticos são utilizados em outras ciências e em inúmeras atividades humanas. Veja a seguir exemplos de aplicação das razões na Geografia e na Física.

Razões e Geografia

No Brasil há lugares pouco povoados e outros com grande concentração de pessoas.

No estado de São Paulo, por exemplo, temos uma população de aproximadamente 40 milhões de pessoas, para uma área também aproximada de 250 000 km². (IBGE, 2010)

Vamos usar uma razão para comparar a população com a área do estado:

$$\frac{\text{número de habitantes}}{\text{área em km}^2} = \frac{40\,000\,000}{250\,000} = 160 \text{ hab./km}^2$$

(Lemos: 160 habitantes por quilômetro quadrado.)

Isso significa que, se fosse possível distribuir igualmente a população do estado de São Paulo em quadrados de 1 km de lado, haveria 160 pessoas em cada quadrado.

Essa **razão** recebe o nome de **densidade demográfica** e é uma das ferramentas da Geografia para estudar como a população está distribuída.

Vamos aplicar esse novo conceito?

O estado de Roraima tem área aproximada de 240000 km². Em 2010, sua população estimada era de 425000 habitantes. Calcule em seu caderno a densidade demográfica de Roraima. A densidade demográfica de São Paulo é aproximadamente quantas vezes maior que a de Roraima? 1,77 hab./km² A densidade demográfica de São Paulo é, aproximadamente, 90 vezes maior que a de Roraima.

Jorge Macedo/Futura Press

Centro de Boa Vista, RR.

Razões e Física

Um automóvel percorreu 320 km em 4 horas de viagem. Dizemos que a **velocidade média** do automóvel nesse percurso foi de 80 km/h.

(Lemos: 80 quilômetros por hora.)

A velocidade média é a razão entre a distância e o tempo gasto no percurso.

$$V_m = \frac{\text{distância}}{\text{tempo}} = \frac{320 \text{ km}}{4 \text{ h}} = 80 \text{ km/h}$$

O conceito de velocidade é importante no estudo dos movimentos feito pela Física.

Nosso planeta, por exemplo, viaja a uma velocidade média aproximada de 107 000 km/h em sua órbita ao redor do Sol.

A velocidade média do ônibus espacial americano Discovery em órbita era de aproximadamente 30000 km/h.

Já um carro de Fórmula 1 tem velocidade média em torno de 200 km/h durante um grande prêmio.

Ahmad Faizal Yahya/Dreamstime.com

Calcule, em seu caderno, a distância percorrida:

- pelo ônibus espacial Discovery em 1 dia; 720 000 km
- por um carro de fórmula 1 em 15 minutos; 50 km
- pela Terra em sua órbita em 1 segundo. Aproximadamente 30 km.

Revisando

39 Veja os ingredientes de duas receitas de pão de queijo.

Receita A
1 ovo
100 mL de leite
50 mL de óleo
1 copo de polvilho
3 copos de queijo ralado

Receita B
2 ovos
200 mL de leite
100 mL de óleo
2 copos de polvilho
4 copos de queijo ralado

Com qual das duas receitas o sabor do queijo vai ficar mais forte? Receita A.

Utilize a calculadora no próximo exercício.

40 (UFRN) Um café é preparado e, logo depois, é servido em quatro xícaras, nas quais é colocado o mesmo tipo de açúcar. A primeira xícara recebe 50 mL de café e 2 g de açúcar; a segunda, 70 mL de café e 3 g de açúcar; a terceira, 90 mL de café e 4 g de açúcar; a quarta, 120 mL de café e 5 g de açúcar. Qual café se apresentará *mais* doce? O da 3ª xícara.

$\frac{2}{50}, \frac{3}{70}, \frac{4}{90}, \frac{5}{120}$

41 Para fazer doce de morango, dona Helena misturou morangos e açúcar na razão de 5 para 2.

a) Explique com suas palavras o significado da expressão anterior. Resposta pessoal.

b) Na fabricação do doce, dona Helena utilizou 10 xícaras de açúcar. Indique o número de xícaras de morango necessárias para fazer o doce. 25 xícaras

42 Complete mentalmente o quadro e relacione no caderno cada letra com o resultado correspondente. A = 204; B = 306; C = 612; D = 2 040

Quantidade de cadeiras	3	6	9	18	60
Preço em reais	102	A	B	C	D

43 Responda em seu caderno.

a) $\frac{3}{8} = \frac{\boxed{\text{Quem sou eu?}}}{32}$ 12

b) $\frac{\boxed{\text{Quem sou eu?}}}{12} = \frac{6}{8}$ 9

44 Três latas de castanha custam R$ 28,00. Quantas dessas latas você pode comprar com R$ 980,00? 105 latas $\frac{3}{28} = \frac{x}{980}$

Ilustrações: Ilustra Cartoon

45 Uma fábrica produz 3 camisas brancas para cada 5 camisas listradas.

a) Qual é a razão entre o número de camisas brancas e o número de camisas fabricadas? $\frac{3}{8}$

b) Qual é a razão entre o número de camisas listradas e o número de camisas fabricadas? $\frac{5}{8}$

c) Produzindo 2 400 camisas no total, qual é o número de camisas listradas fabricadas? 1 500 camisas

46 Mateus tem um saco com 8 bolinhas azuis, 5 bolinhas vermelhas e 1 bolinha preta.

Ilustrações: Hélio Senatore

Ao retirar uma bolinha do saco, indique:

a) um acontecimento impossível; Sair bolinha branca (por exemplo).

b) um acontecimento pouco provável; Sair bolinha preta.

c) um acontecimento mais provável. Sair bolinha azul.

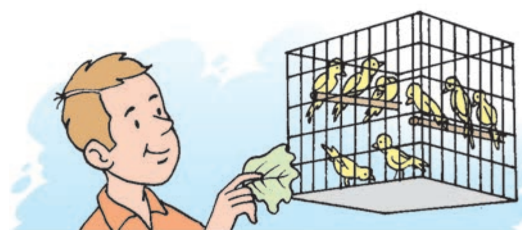
47 Quatro meninos estavam brincando de adivinhar a soma dos pontos obtidos ao lançarem dois dados perfeitos. Antes do primeiro lançamento, os palpites foram os seguintes:

Nome	Palpite
Davi	6
Luís	7
José	8
Márcio	12

Qual é o menino com maior chance de acertar a soma obtida? Luís.

48 A idade do Gabriel está para a idade do avô assim como 2 está para 9. Gabriel tem 14 anos. Que idade tem o avô? 63 anos; $\frac{2}{9} = \frac{14}{x}$

49 Guilherme tem 8 passarinhos. Todos os dias ele dá a cada par dos seus passarinhos 3 folhas de alface. Quantas folhas de alface tem de dar, por dia, aos seus oito passarinhos? 12 folhas de alface



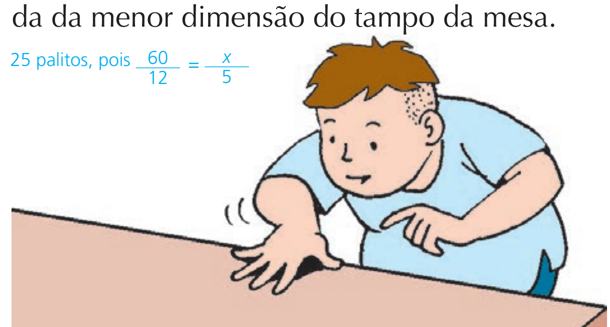
Lápis Mágico

50 Uma fotografia tem 3 cm de largura e 4 cm de comprimento. Queremos ampliá-la de modo que o seu comprimento tenha 32 cm. Qual será a medida da largura? 24 cm $\frac{3}{4} = \frac{x}{32}$

Photos.com

51 (Uerj) O tampo de uma mesa retangular foi medido por Paulo, que utilizou palitos de fósforo e palmos de sua própria mão. A maior dimensão do tampo é igual ao comprimento de 60 palitos de fósforo. Medida em palmos, essa maior dimensão é equivalente a 12 palmos. A menor dimensão do tampo da mesa é igual ao comprimento de 5 palmos. Determine o número de palitos de fósforo correspondente à medida da menor dimensão do tampo da mesa.

25 palitos, pois $\frac{60}{12} = \frac{x}{5}$

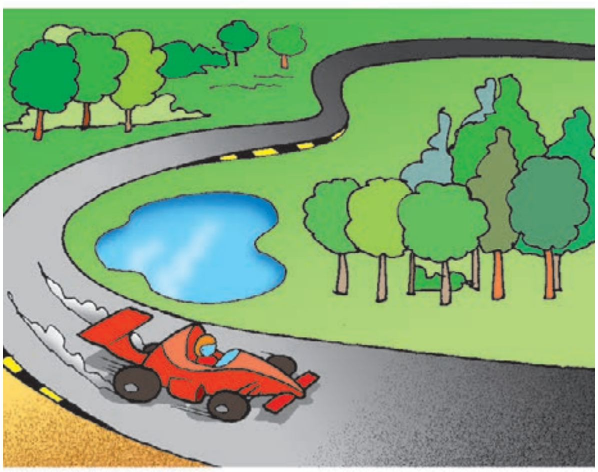


Lápis Mágico

52 Um ciclista percorreu 123 km em 5 horas. Qual é a velocidade média desse ciclista?
24,6 km/h; $\frac{123}{5} = 24{,}6$

53 Alex gastou 2 minutos para dar uma volta num circuito à velocidade média de 210 km/h. Quanto tempo ele gastaria para percorrer o circuito à velocidade média de 140 km/h?
G.I.P. ⟶ 3 minutos

Ilustrações: Ilustra Cartoon



54 (Colégio Técnico-Unicamp-SP) Para fazer 1 200 panetones, tia Filó utiliza, entre outros produtos, 132 kg de farinha de trigo, 48 kg de açúcar e 32 kg de frutas cristalizadas. Ela recebeu um pedido de 750 panetones e vai fazê-los seguindo a mesma receita. Qual será a quantidade de farinha, de açúcar e de frutas cristalizadas utilizada? 82,5 kg de farinha; 30 kg de açúcar; 20 kg de frutas cristalizadas

55 Com 3 colheres de pó de café e 0,5 litro de água são feitos 8 cafezinhos. Com essas informações, calcule os valores de *a*, *b*, *c* e *d* da tabela. $a = 12$; $b = 0{,}75$; $c = 24$; $d = 9$

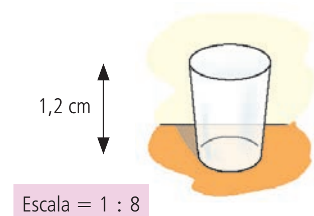
Cafezinhos	Colheres de pó de café	Água (L)
8	3	0,5
a	4,5	*b*
c	*d*	1,5

56 Precisamos misturar 2 copos de suco concentrado com 5 copos de água para fazer refresco de caju para 6 pessoas. Se quisermos preparar esse refresco para 30 pessoas, o que vamos precisar misturar? 10 copos de suco concentrado com 25 copos de água

Marcio Goldzweig/Dreamstime.com

57 Um triângulo equilátero tem 25 cm de lado. Faça o seu desenho na escala 1 : 10.
O aluno deve desenhar um triângulo com 2,5 cm de lado.

58 Observe a figura:

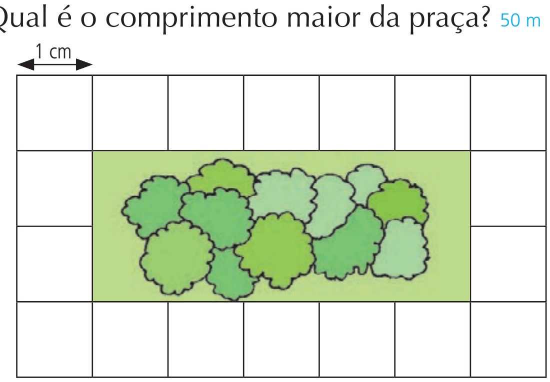


Lápis Mágico

$\frac{1}{8} = \frac{1{,}2}{x}$

Qual é a altura real do copo? 9,6 cm

59 No papel quadriculado abaixo foi representada a planta de uma praça. A escala do desenho é de 1 cm para cada 10 m do real. Qual é o comprimento maior da praça? 50 m

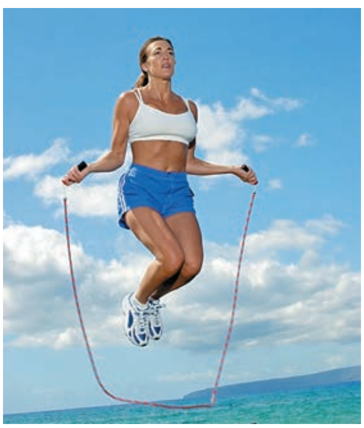


60 Um mapa tem escala 1 : 50 000. A distância entre duas cidades nesse mapa é de 36 cm. Qual é a distância real em km? 18 km
- $36 \cdot 50\,000 = 1\,800\,000$
- 1 800 000 cm = 18 000 m = 18 km

61 Uma casa com 4 pessoas gasta 600 litros de água por dia. Outra casa com 9 pessoas gasta 1 350 litros de água por dia.
São grandezas diretamente proporcionais? Sim.

62 Sete litros de leite dão 1,5 quilo de manteiga. Quantos litros de leite serão necessários para se obterem 9 quilos de manteiga?
42 litros (G.D.P.)

63 Em 50 minutos de exercícios físicos perco 1 600 calorias. Quantas calorias perderei em 2 horas mantendo o mesmo ritmo?
3 840 calorias (G.D.P.)


Photos.com

64 Em 6 dias, 3 pedreiros terminam certa obra.

a) Em quantos dias 2 pedreiros fariam o mesmo serviço? 9 dias (G.I.P.)

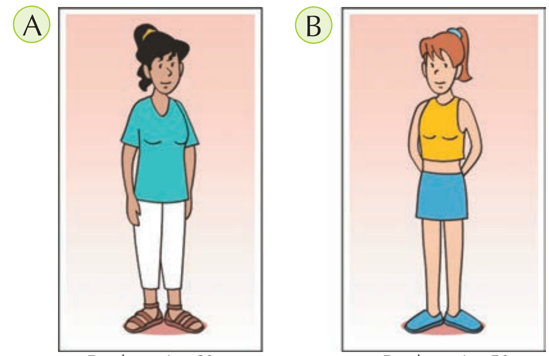
b) Trata-se de uma proporcionalidade direta?
Não.

65 Vanessa, dirigindo seu carro com uma velocidade de 80 km/h, demora 27 minutos para ir de um local a outro. Para percorrer essa mesma distância em 36 minutos, qual deve ser a velocidade de seu carro? 60 km/h (G.I.P.)


Joel Rocha

Desafios

66 Qual é a moça mais alta? A



Escala = 1 : 60 Escala = 1 : 50
Ilustrações: Hélio Senatore

67 Um elevador sobe 6 andares em 21 segundos.

a) Quanto tempo leva para subir 11 andares?
38,5 segundos

b) Quantos andares sobe em 31,5 segundos?
9 andares

Utilize calculadora no exercício seguinte.

68 O automóvel do senhor Quintino consome 9,8 litros de gasolina a cada 100 km rodados. Neste momento, o tanque tem 30 litros de gasolina. Quantos quilômetros, aproximadamente, ele poderá percorrer com a gasolina que ainda tem? 306 km

69 Suponha que um micro-ônibus possa transportar 10 adultos ou 30 crianças. Se 8 adultos embarcarem nesse ônibus, quantas crianças ainda poderão embarcar?
6, pois 1 adulto equivale a 3 crianças. Como ainda faltam 2 adultos para completar a lotação, podemos acomodar $2 \cdot 3 = 6$.

70 (OBM) Para fazer 12 bolinhos, preciso *exatamente* de 100 g de açúcar, 50 g de manteiga, meio litro de leite e 400 g de farinha. Qual é a maior quantidade desses bolinhos que serei capaz de fazer com 500 g de açúcar, 300 g de manteiga, 4 litros de leite e 5 kg de farinha?

a) 48

x b) 60

c) 42

d) 72


Coprid/Shutterstock

Autoavaliação

Anote, em seu caderno, o número do exercício e a letra correspondente à resposta correta.

71 (UFRJ) Leia a notícia abaixo.

Uma morte a cada 8 horas no trânsito do Rio.

Fonte: Jornal *O Globo*, edição de 27/1/2002.

De acordo com essa notícia, o número de mortes no trânsito do Rio, em uma semana, equivale a:

a) 18
b) 19
c) 20
x d) 21

72 João resolveu 15 testes e acertou 7. Luís resolveu 21 testes e acertou 11. Mauro resolveu 18 testes e acertou 9. Podemos afirmar que:

a) João obteve melhor resultado.
x b) Luís obteve melhor resultado.
c) Mauro obteve melhor resultado.
d) os resultados foram equivalentes.

73 Um construtor utilizará, para fazer uma massa de areia com cimento, a seguinte proporção: para cada 3 latas de areia mistura-se 1 lata de cimento, além de água, para fazer o preparado. Como na obra já existem 60 latas de areia para serem totalmente utilizadas, então será necessário comprar o equivalente a:

a) 15 latas de cimento.
x b) 20 latas de cimento.
c) 25 latas de cimento.
d) 30 latas de cimento.

Ilustra Cartoon

74 Um quilograma de laranjas tem entre 6 e 8 laranjas. Qual é o maior peso que podem ter 4 dúzias de laranjas?

a) 4 kg
b) 6 kg
c) 7 kg
x d) 8 kg

75 (UFBA) Sessenta das 520 galinhas de um aviário não foram vacinadas; morreram 92 galinhas vacinadas. Para as galinhas vacinadas, a razão entre o número de mortas e de vivas é:

a) $\frac{4}{5}$
b) $\frac{5}{4}$
x c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{4}{1}$

vacinadas: $520 - 60 = 460$

$460 \begin{cases} \text{mortas: } 92 \\ \text{vivas: } 460 - 92 = 368 \end{cases}$

$\frac{92}{368} = \frac{1}{4}$

Enrico Jose/Shutterstock

76 (SEE-SP) A densidade de um corpo é o quociente entre a sua massa e o seu volume, e um corpo pode boiar na água se tem densidade menor que 1 g/cm^3. Sejam três corpos:

I com massa 160 g e volume 200 cm^3;
II com massa 3 g e volume 0,8 cm^3;
III com massa 250 g e volume 1000 cm^3.

Desses corpos, podem flutuar na água:

a) somente I.
x b) I e III.
c) somente III.
d) I, II e III.

- $\frac{160}{200} = 0,8$
- $\frac{3}{0,8} = 3,75$
- $\frac{250}{1\,000} = 0,25$

77 (SEE-SP) Para preparar tintas, um pintor costuma dissolver cada 4 latas de tinta concentrada em 6 latas de água. Para que a tinta preparada tenha a mesma concentração, esse pintor precisará misturar 12 latas de água com:

a) 15 latas de tinta concentrada.

b) 12 latas de tinta concentrada.

c) 10 latas de tinta concentrada.

x **d)** 8 latas de tinta concentrada.

Ilustrações: Hélio Senatore

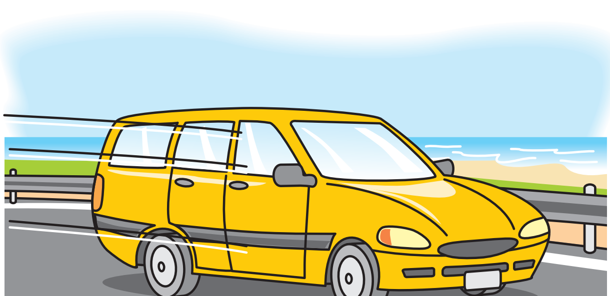
78 (UFPR) Com a velocidade média de 70 km/h, o tempo gasto em uma viagem da cidade **A** para a cidade **B** é de 2 h 30 min. Pedro gastou 3 h 30 min para fazer esse percurso. Pode-se afirmar que a velocidade média da viagem de Pedro foi:

a) 36 km/h.

b) 45 km/h.

x **c)** 50 km/h. • $70 \times 2{,}5 = 175$ • $175 : 3{,}5 = 50$

d) 85 km/h.



79 Um litro de água do mar contém 25 gramas de sal. Então, para obtermos 50 kg de sal, o número necessário de litros de água do mar será: G.D.P.

a) 200

b) 500

x **c)** 2 000

d) 5 000

80 Um avião percorre 2 700 km em quatro horas. Em uma hora e 20 minutos de voo percorrerá: G.D.P.

a) 675 km

b) 695 km

c) 810 km

x **d)** 900 km

Juca Varella/Folhapress

81 Se 4 máquinas fazem um serviço em 6 dias, então 3 dessas máquinas farão o mesmo serviço em: G.I.P.

a) 7 dias.

x **b)** 8 dias.

c) 9 dias.

d) 4,5 dias.

82 Para determinar a altura de um edifício, seu zelador usou um artifício. Mediu a sombra do prédio, que deu 6 metros, e mediu sua própria sombra, que deu 0,60 metro. Como sua altura é de 1,80 metro, ele obteve para a altura do prédio o valor:

Ilustra Cartoon

a) 24 m

b) 36 m

c) 42 m

x **d)** 18 m

Razões e porcentagens

1. Porcentagens: representação e cálculo

No estágio de civilização em que vivemos, sabemos que não há como deixar de produzir lixo.

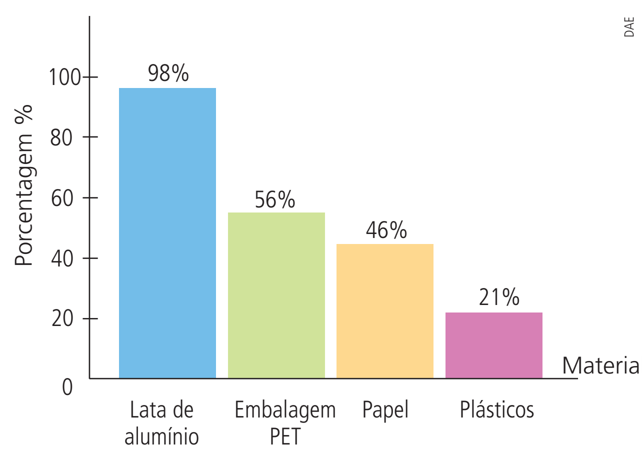
Cada pessoa produz cerca de 300 kg de lixo por ano; geramos toneladas e toneladas de detritos. Esse lixo não desaparece quando jogado na lixeira. Por isso a reciclagem é importante.

Nos últimos anos, o Brasil tem investido na reciclagem de materiais. O gráfico ao lado traz informações sobre este assunto. Observe que os dados estão em porcentagens.

Vemos, por exemplo, que, em 2009, 98% das latas de alumínio foram recicladas em nosso país.

Isso significa que 98 em cada 100 latas de alumínio foram recicladas. As porcentagens são razões, comparações com 100. Por isso a representação por meio de porcentagens facilita a interpretação e a comparação de dados.

Reciclagem no Brasil em 2009



Fonte: <www.cenpre.org.br>. Acesso em: jun. 2011.

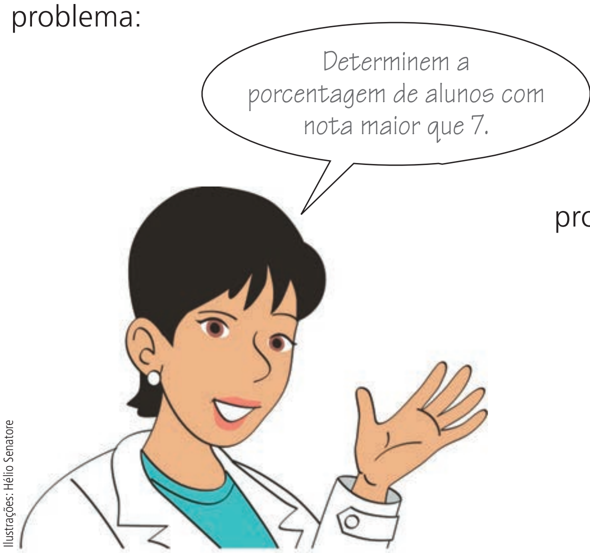
O todo é indicado por 100%.

- $100\% = \frac{100}{100}$ (cem em cem)
- $20\% = \frac{20}{100}$ (vinte em cem)
- $46\% = \frac{46}{100}$ (quarenta e seis em cem)
- etc.

Encontramos porcentagens nessa e em inúmeras outras situações do cotidiano, do trabalho, das ciências... Você já sabe várias coisas sobre esse assunto. Nesta unidade aprenderá ainda mais!

Retomando o cálculo de porcentagens

1. O 7º ano A teve um bom desempenho na prova bimestral de Matemática: 4 em cada 5 alunos obtiveram nota acima de 7. A professora Sílvia aproveitou os bons resultados para propor um problema:



Ilustrações: Hélio Senatore

A turma do 7º A mais uma vez se saiu bem, usando proporções para mostrar que:

$$4 \text{ em } 5 = \frac{4}{5} \overset{\times 2}{=} \frac{8}{10} \overset{\times 10}{=} \frac{80}{100} = 80\%$$

Essa classe tem 35 alunos. Vamos relembrar como calculamos porcentagens determinando quantos deles obtiveram nota acima de 7. Registraremos os cálculos de duas formas:

$: 10$	100% → 35	$: 10$
$\times 8$	10% → 3,5	$\times 8$
	80% → 28 alunos	

$$80\% = \frac{80}{100} = 0{,}80$$

$$80\% \text{ de } 35 = 0{,}80 \cdot 35 = 28 \text{ alunos}$$

Podem surgir outras ideias como: 80% de $35 = \frac{80}{100} \cdot 35 = \frac{8 \cdot 35}{100} = 28$

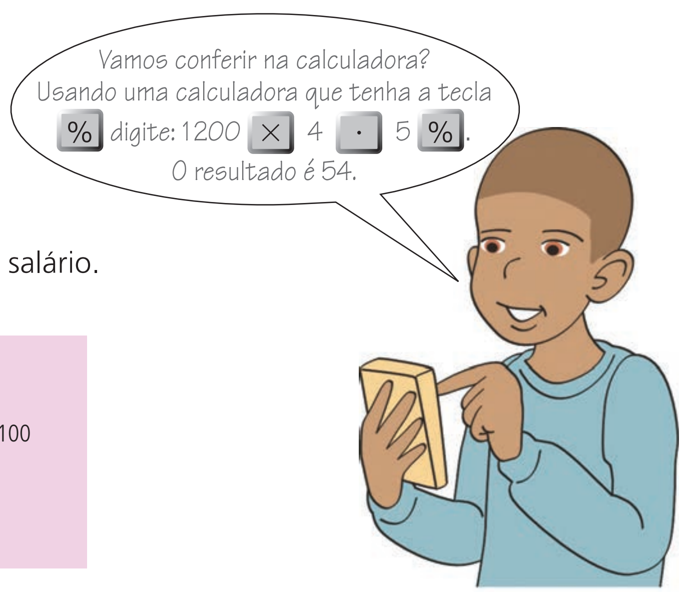
Qual delas você prefere?

2. Jair, que ganhava R$ 1.200,00, teve um aumento de salário de 4,5%. Qual é o valor desse aumento em reais?

Como $4{,}5\% = \frac{4{,}5}{100} = 0{,}045$, temos que

$4{,}5\%$ de $1\,200 = 0{,}045 \cdot 1\,200 = 54$.

Jair teve um aumento de R$ 54,00 em seu salário.



Também podemos pensar assim:

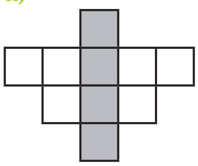
$: 100$	100% → 1 200	$: 100$
$\times 4{,}5$	1% → 12	$\times 4{,}5$
	4,5% → 54	

Exercícios

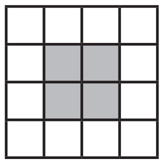
1 Qual porcentagem das figuras está pintada?

a) 40%

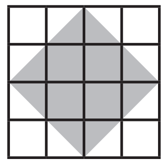
DAE



b) 25%



c) 50%



2 Copie e complete a tabela no caderno:

Fração	$\frac{13}{100}$	$\frac{4}{10}$			$\frac{7}{100}$		$\frac{12}{25}$
Decimal	0,13		0,35				
Porcentagem	13%			80%		150%	

0,4 $\frac{7}{20}$ $\frac{4}{5}$ 0,07 $\frac{3}{2}$ 0,48

40% 35% 0,8 7% 1,5 48%

3 Associe no caderno cada uma das frases abaixo com a letra que indica a porcentagem correspondente a ela.

a) 7 em cada 10 alunos estudam Matemática todos os dias. E

b) 3 em cada 8 torcedores paulistas são corintianos. K

c) 32 em cada 50 pessoas entrevistadas assistem a novelas. I

d) 17 em cada 20 alunos têm máquina de calcular. C

A 60%	B 42%	C 85%	D 40%	E 70%	F 65%
G 80%	H 38%	I 64%	J 85,5%	K 37,5%	L 50%

4 Carolina acertou 30% das questões de uma prova e Juliana acertou $\frac{1}{3}$. Qual delas acertou mais questões? Juliana.

5 Utilize a calculadora e anote os resultados no caderno.

a) 0,5% de R$ 120.000,00 R$ 600,00

b) 3,5% de R$ 34.800,00 R$ 1.218,00

c) 16,4% de R$ 28.000,00 R$ 4.592,00

d) 0,25% de R$ 70.000,00 R$ 175,00

6 Calcule mentalmente e anote os resultados no caderno.

a) 10% de R$ 300,00 R$ 30,00

b) 90% de R$ 300,00 R$ 270,00

c) 100% de R$ 300,00 R$ 300,00

d) 110% de R$ 300,00 R$ 330,00

e) 150% de R$ 300,00 R$ 450,00

f) 200% de R$ 300,00 R$ 600,00

7 Uma família tem rendimento mensal de R$ 1.400,00 e gasta:

a) 25% em alimentos; R$ 350,00

b) 14% em aluguel; R$ 196,00

c) 12,8% em transporte; R$ 179,20

d) 7,2% em saúde; R$ 100,80

e) 4,5% em roupas; R$ 63,00

f) 6,5% em outros itens. R$ 91,00

Quanto essa família gasta em cada um dos itens?

8 Um relógio pode ser comprado em 4 prestações de R$ 150,00 ou à vista com 10% de desconto. Quanto será pago, em reais, se a compra for feita à vista? R$ 540,00

2. Calculando o percentual

1. Numa loja de esportes, distintivos de clubes de futebol, que custavam R$ 25,00, passaram a custar R$ 27,00. Qual foi a porcentagem de aumento?

Como 27 – 25 = 2, temos um aumento de R$ 2,00 em R$ 25,00.

As proporções resolvem o problema: $\frac{2}{25} = \frac{8}{100} = 8\%$.

Ou, lembrando que $\frac{2}{25} = 2 : 25$, efetuamos a divisão:

$2 : 25 = 0{,}08 = \frac{8}{100} = 8\%$

A resposta, é claro, é a mesma: o aumento foi de 8%.

Hélio Senatore

2. A livraria do meu bairro está com livros em promoção. Um livro raro que custava R$ 150,00 custa agora R$ 123,00. De quantos por cento é o desconto?

Temos um desconto de R$ 27,00 em R$ 150,00, pois 150 – 123 = 27.

Usando proporções: $\frac{27}{150} = \frac{9}{50} = \frac{18}{100} = 18\%$

Ou, lembrando que $\frac{27}{150} = 27 : 150$, efetuamos a divisão:

```
27   | 150
270    0,18
1200
   0
```

Encontramos 0,18, ou seja, o desconto no preço do livro é de 18%.

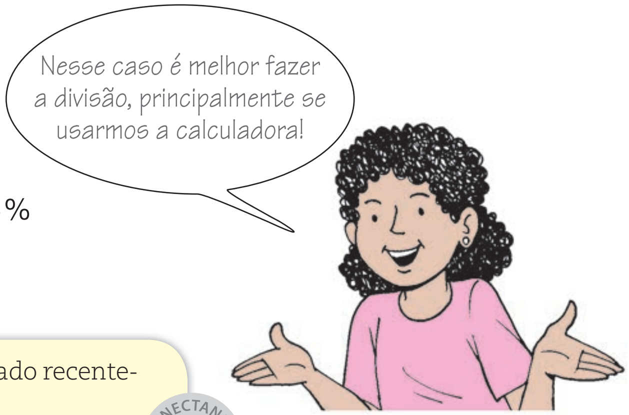

Josef Muellek/Dreamstime.com

3. Na cantina da escola da Paula, um bombom, que custava R$ 1,35, passou a custar R$ 1,55. Veja como ela descobriu que o aumento do preço foi de aproximadamente 15%:

$1{,}55 - 1{,}35 = 0{,}20$

$\frac{0{,}20}{1{,}35} = 0{,}20 : 1{,}35 = 0{,}148148...$

Paula arredondou esse quociente para duas casas decimais: $0{,}148148... \cong 0{,}15 = 15\%$



Lápis Mágico

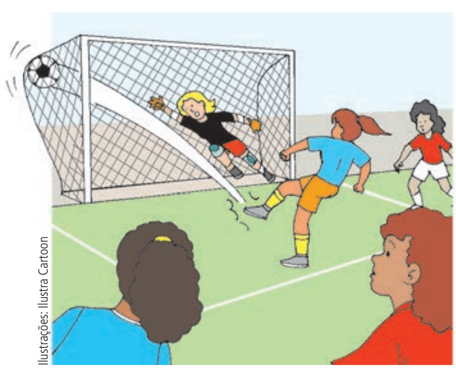
> Tente lembrar-se de algum preço que tenha mudado recentemente: na cantina, na papelaria, no jornaleiro etc.
>
> Faça como a Paula: calcule o percentual desse aumento. Use a calculadora e arredonde o resultado se necessário.
>
> CONECTANDO SABERES

Exercícios

9 Numa escola há 600 alunos e cada um pratica apenas uma modalidade esportiva. Complete o quadro em seu caderno, sabendo que:

- metade joga futebol;
- um quarto pratica vôlei;
- um quinto pratica basquete;
- o restante pratica atletismo.

	Esporte	Número de praticantes	Porcentagem	
300	Futebol			50%
150	Vôlei			25%
120	Basquete			20%
30	Atletismo			5%


Ilustrações: Ilustra Cartoon

10 Para fazer um molho foram usados os seguintes ingredientes:

Pimenta	3 g 1%
Sal	45 g 15%
Cebola	90 g 30%
Alho	27 g 9%
Azeite	135 g 45%
Total	300 g

Qual é o percentual de cada ingrediente?

11 Para encher um balde são necessários 40 litros de água.

Responda no caderno.

a) Quando esse balde tem 20 litros de água, quantos por cento da sua capacidade está ocupada? 50%

b) Quando ele tem 10 litros de água, quantos por cento da sua capacidade está ocupada? 25%

c) E quando tem 15 litros de água, quantos por cento da sua capacidade está ocupada? 37,5%

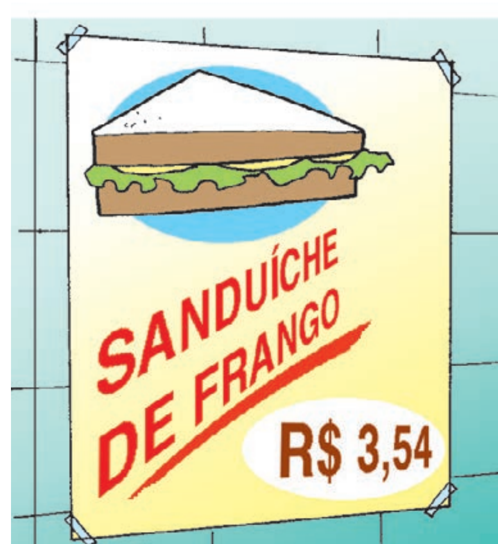
12 Um remédio que custa R$ 6,00 vai ter um aumento de R$ 0,90.

a) Quanto passará a custar o remédio? R$ 6,90

b) Qual foi o porcentual de aumento? 15%; $\frac{0,90}{6,00} = 0,15$

13 Compareceram a um exame 240 candidatos, sendo aprovados 156. Qual é a porcentagem de candidatos reprovados? 35%; $\frac{84}{240} = 0,35$

14 Numa lanchonete, o preço de um sanduíche subiu de R$ 3,00 para R$ 3,54. Qual foi a percentagem de aumento? 18%; $\frac{0,54}{3,00} = 0,18$



3. Da parte para o todo

Observe o mapa ao lado e leia o texto a seguir:

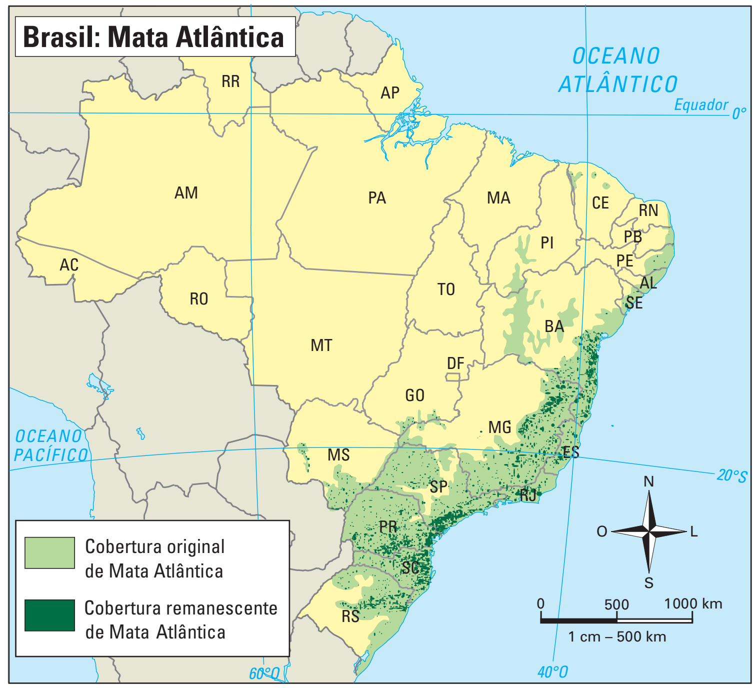
A destruição da Mata Atlântica tem sido motivo de preocupação para os ambientalistas e para todos os que se preocupam com a natureza.

No mapa, vemos que, nos últimos 500 anos, a maior parte dessa floresta foi devastada.

Estima-se que hoje restam apenas 7% da área original, o que corresponde a aproximadamente 91 000 km².

Em 2006 foi sancionada a Lei da Mata Atlântica que tem como objetivo preservar e recuperar esse ecossistema.

Fonte: Ibama; SOS Mata Atlântica.



© DAE/Sonia Vaz

Fonte: A Rocha. Disponível em: <www.arocha.org/br.pt/2513-DSY/3103-DSY/3098-DSY.htm>. Acesso em: jul. 2011.

- **Qual era a área original da Mata Atlântica?**

O texto não fornece essa informação. Sabemos somente que 7% dessa área correspondem a 91000 km². Mas, a partir desse dado, podemos calcular a área total original da mata, ou seja, 100% dela. Acompanhe:

$$\begin{array}{rcl} 7\% & \longrightarrow & 91\,000 \text{ km}^2 \\ \downarrow :7 & & \downarrow :7 \\ 1\% & \longrightarrow & 13\,000 \text{ km}^2 \\ \downarrow \times 100 & & \downarrow \times 100 \\ 100\% & \longrightarrow & 1\,300\,000 \text{ km}^2 \end{array}$$

Primeiro encontramos 1% da área. Depois, multiplicamos essa área por 100.

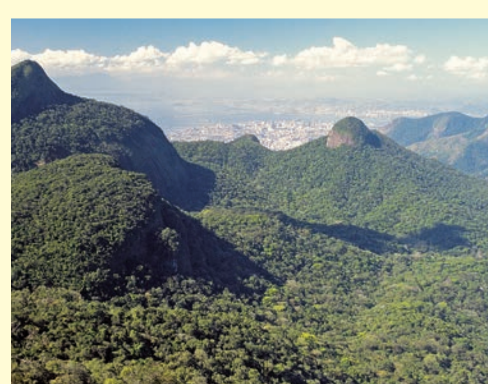
Descobrimos que a Mata Atlântica tinha originalmente uma área de 1 300 000 km².

CONECTANDO SABERES

"A Mata Atlântica está entre as florestas mais ricas do mundo em diversidade de espécies vegetais e também em endemismo, isto é, muitas das árvores e plantas da Mata Atlântica só são encontradas lá. São cerca de 8000 espécies endêmicas, o que corresponde a 40% do total das espécies já catalogadas neste bioma."

Fonte de pesquisa: <www.sosmatatlantica.org.br>. Acesso em: maio 2011.

Use os dados do texto acima para descobrir quantas espécies vegetais há na Mata Atlântica. 20 000 espécies


Ricardo Azoury/Keydisc

Exercícios

15 Responda.

a) Se 10% de um número é 7, qual será o número? 70

b) Se 4% de um número é 23, quanto será 40% desse número? 230

16 Sabendo que 106 alunos de uma escola correspondem a 20% do total, quantos alunos tem essa escola? 530 alunos
- 106 : 20 = 5,3
- 5,3 · 100 = 530

Fernando Favoretto

17 Segundo o Departamento Nacional de Infraestrutura de Transporte, de todos os acidentes rodoviários que ocorrem por ano no Brasil, 27% envolvem caminhões. Se, anualmente, são registrados 48 600 acidentes rodoviários envolvendo caminhões, quantos acidentes ocorrem anualmente nas estradas nacionais?

180 000 acidentes
- 48 600 : 27 = 1 800;
- 1 800 · 100 = 180 000

18 Em maio, Carlos pagou 25% de uma dívida; em junho, pagou 40% da mesma dívida e ainda ficou devendo R$ 280,00. Qual era o valor total da dívida de Carlos? R$ 800,00
- 280 : 35 = 8
- 8 · 100 = 800

Fernando Favoretto

19 Uma bicicleta sofreu um aumento de 15%, passando assim a custar R$ 460,00. Qual era o preço dessa bicicleta antes do aumento? R$ 400,00
- 460 : 115 = 4
- 4 · 100 = 400

Reinhold Foeger/Dreamstime.com

20 Uma quadra de esportes retangular de 20 m de comprimento por 15 m de largura ocupará 75% da área do terreno onde será construída. Qual é, em m², a área desse terreno? 400 m²
- 20 · 15 = 300;
- 300 : 75 = 4;
- 4 · 100 = 400

21 Veja o comparecimento a um cinema durante um fim de semana e complete a tabela em seu caderno.

	Número de comparecimentos	Lotação	
5ª-feira		42%	126
6ª-feira	150		50%
Sábado		75%	225
Domingo	270	90%	

Lápis Mágico

4. Cálculo direto de descontos e acréscimos

Descontos

Você já sabe calcular o desconto e descobrir o preço à vista desta TV:

100% $\longrightarrow$ 420
1% $\longrightarrow$ 420 : 100 = 4,20
15% $\longrightarrow$ 15 · 4,20 = 63 (valor do desconto: R$ 63,00)

Você também poderia fazer:
15% de R$ 420,00 = 0,15 · 420 = 63 (valor do desconto: R$ 63,00)
Então, se o pagamento for à vista o preço será de:

R$ 420,00 − R$ 63,00 = R$ 357,00

Mas há uma forma de calcular *diretamente* o preço da TV já com o desconto.

O preço da TV corresponde a 100%. Quem comprar à vista terá 15% de desconto, ou seja, pagará 100% − 15% = 85% do preço da TV.

85% de R$ 420,00 = 0,85 · 420 = 357

Encontramos R$ 357,00, que é o preço à vista da TV!
Outro exemplo:

Acréscimos

Alexandre paga R$ 1.200,00 pelo aluguel de sua casa. Lendo o contrato, ele verificou que a partir do próximo mês o aluguel será reajustado em 13%.

Alexandre pode calcular diretamente o valor do novo aluguel.

Acompanhe:

100% correspondem ao valor atual do aluguel.
Somando a porcentagem de aumento temos: 100% + 13% = 113%
O valor do novo aluguel corresponderá a 113% do valor atual do aluguel.

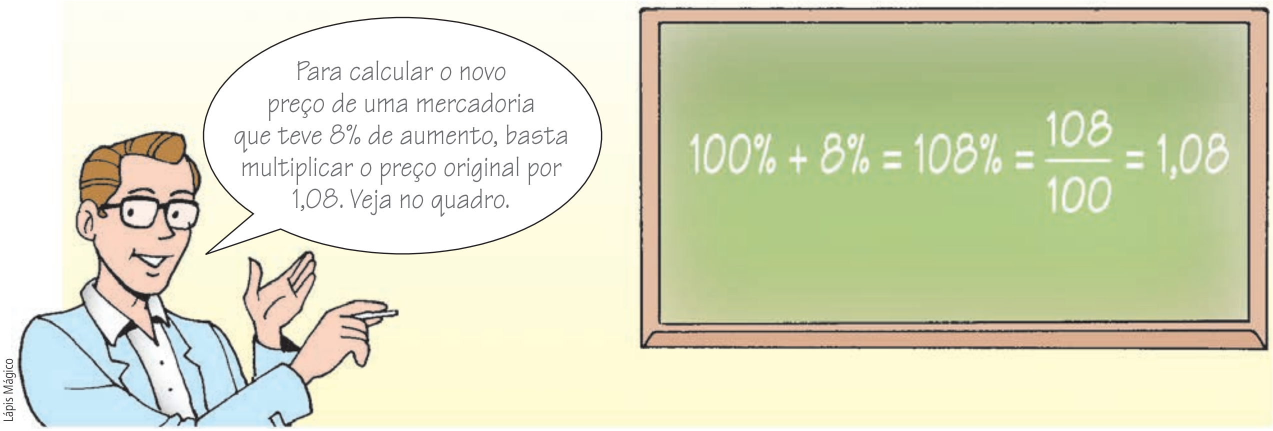
113% de R$ 1.200,00 = $1{,}13 \cdot 1200 = 1356$

Assim, o novo aluguel será de R$ 1.356,00.

Vinicius Ramalho Tupinamba/iStockphoto.com

Lembre-se:

$113\% = \frac{113}{100} = 1{,}13$



Lápis Mágico

Invente um problema que envolva o cálculo de descontos ou acréscimos. Não é difícil, pois situações assim são comuns no dia a dia. Troque depois o caderno com um colega. Cada um resolverá o problema criado pelo outro.

Exercícios

22 Calcule mentalmente e anote o resultado no caderno.

a) 50% de R$ 620,00 R$ 310,00

b) 25% de R$ 480,00 R$ 120,00

c) 10% de R$ 2.300,00 R$ 230,00

d) 30% de R$ 800,00 R$ 240,00

23 Copie e complete o quadro em seu caderno:

	100%	10%	1%	0,1%	0,01%
6 000					
25 000					

6 000 600 60 6 0,6
25 000 2 500 250 25 2,5

24 Um liquidificador que custa R$ 69,00 vai sofrer um acréscimo de 12% nesse valor. Qual será o novo preço? R$ 77,28

Hélio Senatore

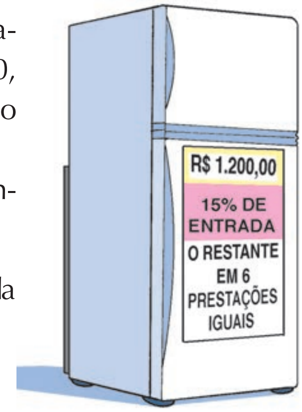
25 Um computador custa R$ 2.500,00. Se o preço aumentar 10% ao ano, quanto custará no fim de 2 anos? Será que custará 20% a mais? R$ 3.025,00. Não. Custará mais do que 20%.

26 Uma vendedora de uma loja ganha um salário fixo mensal de R$ 750,00, acrescido de 3% do valor das vendas efetuadas durante o mês. Qual é o seu salário quando vende no mês R$ 16.000,00? R$ 1.230,00

27 Comprei uma geladeira por R$ 1.200,00, a serem pagos do modo indicado:

a) Qual é o valor da entrada? R$ 180,00

b) Qual é o valor de cada prestação? R$ 170,00



Ilustrações: Ilustra Cartoon

28 A loja A vende um rádio de R$ 45,00 com um desconto de 20%. A loja B vende um rádio de igual preço, mas com dois descontos, um de 10% seguido de outro, também de 10%.

Em qual das lojas se compra mais barato? Por quê? Na loja A. Na loja B, o preço final é de R$ 36,45.

Discuta os próximos exercícios com seus colegas.

29 Se o preço de um artigo baixar 10% e depois aumentar 10%, volta ou não ao preço inicial? Justifique com um exemplo.
Não volta ao preço inicial.

30 Se reduzirmos o preço de um artigo em 20% e depois o aumentarmos em 25%, volta ou não ao preço inicial? Justifique com um exemplo. Volta ao preço inicial.

Seção livre

Porcentagens na construção de telhados

Marcelo contratou um carpinteiro para construir a estrutura do telhado de sua casa.
O carpinteiro lhe disse que, para o tipo de telha escolhida, o "caimento" do telhado deve ser de 35%.

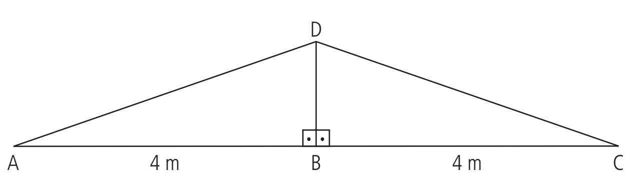
Ilustrações: Hélio Senatore

Você também ficou surpreso? O "caimento" de que o carpinteiro falou é a declividade do telhado, necessária para que a chuva escoe corretamente. Essa declividade é dada na forma de porcentagem.

Um caimento de 35% significa que para cada metro na horizontal, o telhado deve "subir" 35% de metro na vertical.

$$\left.\begin{array}{l} 1 \text{ m} = 100 \text{ cm} \\ 35\% \text{ de } 1 \text{ m} = 35\% \text{ de } 100 \text{ cm} = 35 \text{ cm} \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{Para 1 m horizontal, o telhado} \\ \text{“sobe” 35 cm na vertical.}\end{array}$$

Suponha que o telhado da casa de Marcelo precise ter 4 m em cada segmento horizontal, como vemos no esquema abaixo:

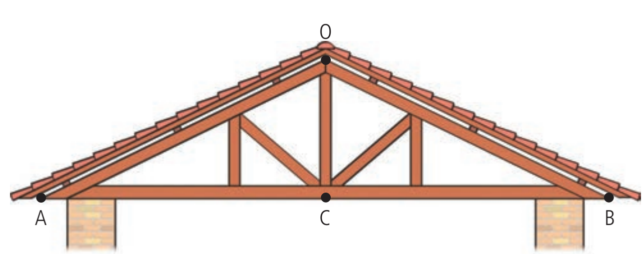


Com o cálculo a seguir o carpinteiro descobre qual deve ser a medida DB (altura do telhado) para obter a declividade necessária.

$1 \text{ m} \longrightarrow 35 \text{ cm}$

$4 \text{ m} \longrightarrow 4 \cdot 35 = 140 \text{ cm ou } 1{,}40 \text{ m}$

Você é o carpinteiro!
No telhado representado na imagem, AC = 6,5 m e o caimento necessário é de 20%. Calcule em seu caderno qual deve ser a medida de $\overline{OC}$. 1,3 m



Revisando

31 Muitos dos estudantes que usam mochilas transportam diariamente peso a mais para sua idade. Para evitar lesões na coluna vertebral, o peso de uma mochila e do material contido dentro dela não devem ultrapassar 10% do peso do estudante que a transporta.

Fernando Favoretto

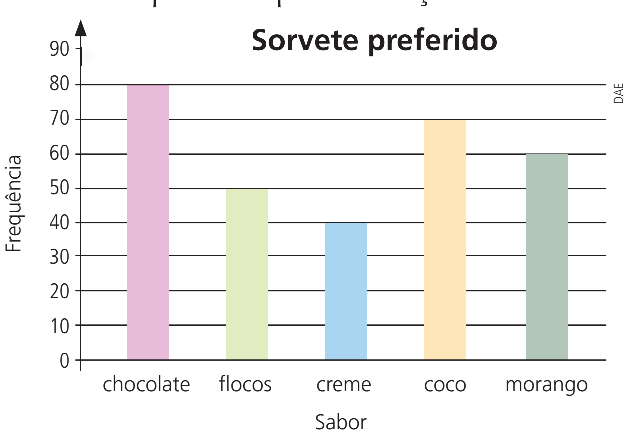
Fonte: reportagem do jornal *Folha de S.Paulo*, 26 jan. 2006.

Sabendo que Raquel pesa 54 kg, qual é, em kg, o peso máximo que sua mochila com material pode ter, de modo a evitar lesões na sua coluna vertebral?

5,4 kg

32 O volume da água aumenta 8,5% quando congela. Que volume de gelo se obtém ao congelar 2 litros de água?
2,17 litros • $2 \cdot 1{,}085 = 2{,}17$

33 O gráfico abaixo foi obtido em uma pesquisa, realizada em uma creche, sobre o sabor de sorvete preferido pelas crianças.



Qual é a porcentagem de crianças que preferem o sabor morango? 20%; $\frac{60}{300} = \frac{1}{5} = 0{,}2$

34 Em uma liquidação, um terno de R$ 275,00 foi comprado por R$ 220,00.

a) De quantos reais foi o desconto? R$ 55,00

b) De quantos por cento foi o desconto? 20%

35 Vitor aproveitou uma liquidação para comprar um tênis com 30% de desconto. Se Vitor pagou R$ 119,00 pelo tênis, qual foi, em reais, o desconto recebido? R$ 51,00
• $119 : 70 = 1{,}7$
• $1{,}7 \cdot 100 = 170$
• $170 - 119 = 51$

36 (CPII-RJ) Observe a charge e responda:

Gilmar

A partir da próxima semana, já com o aumento de 7,5%, o médico passará a cobrar R$ 129,00 por consulta. Qual o valor atual da consulta?

R$ 120,00
• $129 : 107{,}5 = 1{,}2$
• $1{,}2 \cdot 100 = 120$

37 Vendendo picolés a R$ 1,50 cada, o dono de uma sorveteria arrecadou R$ 180,00 num sábado. No dia seguinte, resolveu oferecer 20% de desconto no preço do picolé e, assim, vendeu 60 picolés a mais que no dia anterior. Qual é o valor, em reais, arrecadado no domingo com a venda de picolés? R$ 216,00
• 180 : 1,50 = 120
• (120 + 60) · 1,20 = 216

Ashok Rodrigues/iStockphoto.com

38 Para a venda de um computador, o cartaz anuncia: $\frac{3672}{2700} = 1{,}36$

Gleb Semenov/ Dreamstime.com

R$ 2.700,00 à vista ou

18 × R$ 204,00

Quantos por cento pagará a mais quem comprar a prazo? 36%

39 (Cesgranrio-RJ) Num grupo de 400 pessoas, 30% são homens e 65% das mulheres têm mais de 20 anos. Quantas mulheres ainda não comemoraram seu 20º aniversário? 98 mulheres
400 · 0,7 = 280 ⟶ 280 · 0,35 = 98

Desafios

40 Rodrigo estava observando o anúncio de uma liquidação em um jornal, mas, com os borrões da impressão, não conseguiu ver totalmente os dados apresentados.

Ilustra Cartoon

Vamos ajudar Rodrigo a "descobrir" todos os números dos anúncios.

a) Qual é o preço da calça durante a liquidação? R$ 57,20

b) Qual é o preço do paletó antes da liquidação? R$ 200,00

c) Qual é a porcentagem de desconto na camisa? 20%

41 Um comerciante pretendia obter R$ 100,00 com a venda de 500 laranjas. Ao receber as laranjas de seu fornecedor, constatou que 20% estavam impróprias ao consumo. Para conseguir a quantia prevista inicialmente, por quanto teve de vender cada laranja restante? R$ 0,25
• 80% de 500 = 400
• 100 : 400 = 0,25

Fernando Favoretto

42 Discuta com seus colegas.

É possível ou não dizer que:

a) a produção de uma fábrica diminuiu 100%? Comente. Sim. Significa que não houve produção.

b) o preço de uma camisa baixou 200%? Comente. Não. Uma diminuição de 100% corresponderia ao preço zero, que é o mínimo.

Autoavaliação

Anote, em seu caderno, o número do exercício e a letra correspondente à resposta correta.

43 (FGV-SP) Trinta por cento da quarta parte de 6 400 é igual a: $0,3 \cdot 1\,600 = 480$

x **a)** 480 **b)** 640 **c)** 160 **d)** 240

44 (Saresp) Num painel de 20 m^2 de área, 30% são ocupados por ilustrações e metade das ilustrações é azul. Assim, a área ocupada pelas ilustrações azuis é igual a:

a) 2 m^2 x **b)** 3 m^2 **c)** 6 m^2 **d)** 16 m^2

45 (Ceeteps-SP) A maior rede de comunicação do mundo é a internet. Numa região onde o número de usuários dessa rede é de 2 milhões de pessoas, 15% a utilizam para fins educacionais. O número de pessoas que utilizam a internet para outros fins é de:

a) 1 300 000 x **c)** 1 700 000

b) 1 500 000 **d)** 1 900 000

Lisa F. Young/Dreamstime.com

46 (Cesgranrio-RJ) Numa turma, 80% dos alunos foram aprovados, 15% reprovados e os 6 alunos restantes desistiram do curso. Na turma havia:

5% ——— 6
1% ——— 6 : 5 = 1,2
100% ——— 1,2 · 100 = 120

a) 65 alunos. **c)** 95 alunos.

b) 80 alunos. x **d)** 120 alunos.

47 De janeiro para abril de 2010, o preço de um produto aumentou 30%. De abril para julho, o preço aumentou 20%. Assim, considerando o período de janeiro até julho, temos um aumento total de:

$1 \cdot 1,3 = 1,3$
$1,3 \cdot 1,2 = 1,56$

a) 50% **b)** 52% **c)** 54% x **d)** 56%

48 Todo dia 10, Eliana vai ao supermercado fazer a compra básica do mês. Em maio, ela gastou R$ 112,00. No mês de junho, comprou as mesmas coisas, mas gastou R$ 117,60. O aumento percentual do preço total dos produtos que Eliana comprou foi de:

Fernando Favoretto

$\frac{5,60}{112} = 0,05$

a) 0,5% **b)** 3,5% x **c)** 5% **d)** 6,5%

49 (UFPA) Ao comprar um computador à vista, obtive um desconto de R$ 275,00, que corresponde a 10% do preço tabelado. O valor pago pelo computador foi de:

10% ——— 275
1% ——— 27,5
90% ——— 2 475

a) R$ 2.750,00 x **c)** R$ 2.475,00

b) R$ 3.025,00 **d)** R$ 2.575,00

50 (UFSM-RS) Um automóvel com motor desregulado consome 40 L de combustível para percorrer 360 km de uma rodovia. Após a regulagem do motor, o consumo de combustível baixou em 25%. O número de litros de combustível necessário para que o automóvel, agora regulado, percorra 480 km da mesma rodovia é:

a) 36 x **b)** 40 **c)** 35,5 **d)** 42,6

• $40 \cdot 0,75 = 30$ • $360 : 30 = 12$ • $480 : 12 = 40$

51 (Uerj) Um lojista oferece 5% de desconto ao cliente que pagar suas compras à vista. Para calcular o valor do desconto, o vendedor usa sua máquina calculadora do seguinte modo:

preço total [×] [5] [%]

Outro modo de calcular o valor com desconto seria multiplicar o preço total por:

a) 0,05 x **b)** 0,95 **c)** 0,5 **d)** 1,05

UNIDADE 6

Construindo e interpretando gráficos

1. Porcentagens e gráficos

A professora Inês atribui estes conceitos a seus alunos:

A: ótimo

B: bom

C: regular

D: insatisfatório

Veja na tabela abaixo o número de alunos que obteve cada conceito no 7º ano A.

Conceito	Frequência
A	8
B	18
C	10
D	4
Total: 40 alunos	

Número de alunos que obteve cada conceito.

Para analisar o desempenho da turma, a professora calculou a porcentagem de alunos da classe com cada conceito.

Conceito A: 8 em 40 alunos

$$\frac{8}{40} = \frac{2}{10} = \frac{20}{100} = 20\%$$

Conceito B: 18 em 40 alunos

$$\frac{18}{40} = \frac{9}{20} = \frac{45}{100} = 45\%$$

Conceito C: 10 em 40 alunos

$$\frac{10}{40} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$$

Conceito D: 4 em 40 alunos

$$\frac{4}{40} = \frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 10\%$$

As porcentagens obtidas foram organizadas em um quadro.

Conceito	Frequência
A	20%
B	45%
C	25%
D	10%
Total: 100%	

No 7º ano B, que tem 32 alunos, 4 deles obtiveram conceito A:

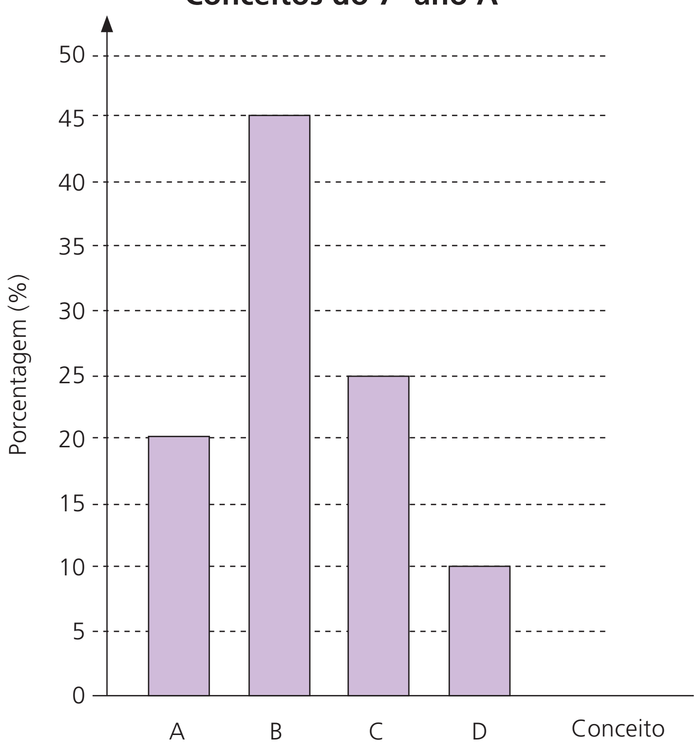
$$4 \text{ em } 32 = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 1 : 8 = 0{,}125 = 12{,}5\%$$

São comuns as porcentagens não inteiras!

Construída a tabela de porcentagens, a professora fez um gráfico de barras para visualizar os resultados.

Lápis Mágico

Conceitos do 7º ano A



A maior parte dos alunos obteve conceito B.

Procure em jornais e revistas um gráfico de barras que envolva porcentagens.
Cole-o em seu caderno e responda. Respostas de acordo com o gráfico encontrado pelo aluno.

1. Qual é o assunto tratado no gráfico?

2. Que informações ele traz?

Mostre seu trabalho aos colegas.

Exercícios

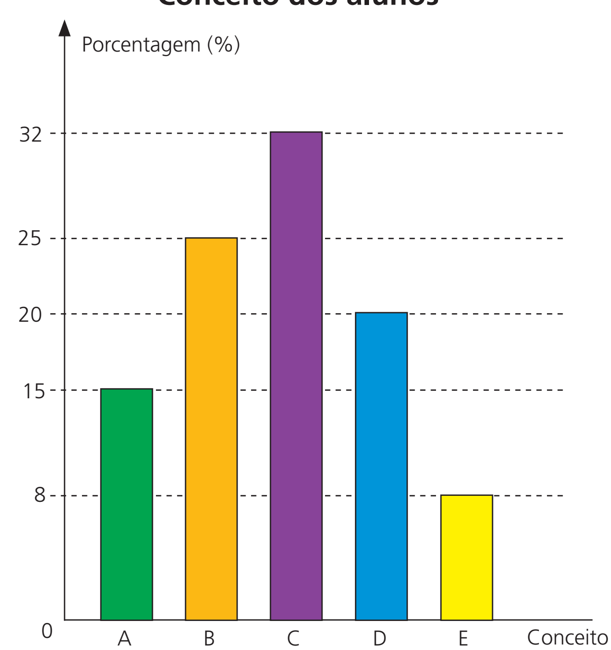
1 A tabela apresenta as opiniões de 60 alunos sobre um filme visto na escola.

5%	**Péssimo**	3	
10%	**Ruim**	6	
30%	**Regular**	18	
35%	**Bom**	21	
20%	**Ótimo**	12	
	Total	60	100%

Calcule as porcentagens relativas às diversas opiniões e represente-as num gráfico de barras, em seu caderno.
Ver gráfico na seção "Respostas dos exercícios".

2 O gráfico mostra os conceitos que alguns alunos obtiveram em uma prova:

Conceito dos alunos



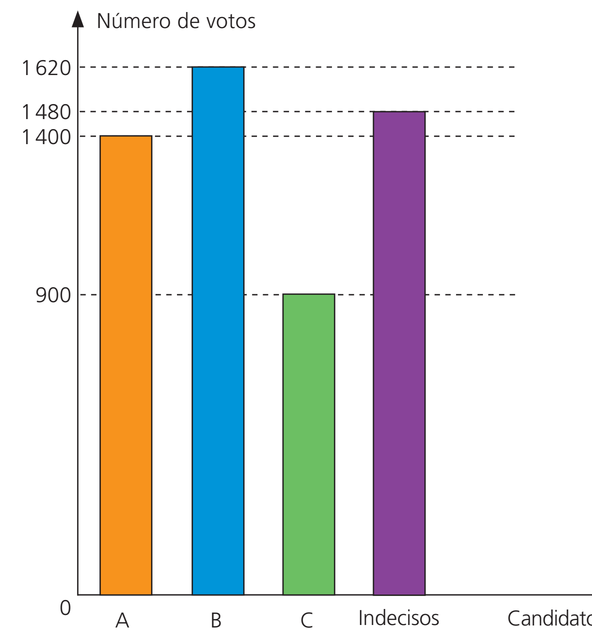
a) Qual percentual de alunos obteve o conceito D? 20%

b) Qual conceito mais alunos obtiveram? C

c) Fizeram essa prova 140 alunos. Quantos alunos tiraram B? 35 alunos

3 Uma pesquisa eleitoral estudou a intenção de voto nos candidatos A, B e C, obtendo os resultados apresentados no gráfico:

Intenção de voto



Ilustrações DAE

a) O candidato B pode se considerar eleito? Não.

b) O candidato A ainda tem chance de vencer as eleições? Sim.

c) Qual é o número de pessoas consultadas? 5400 pessoas

d) Que percentual da intenção de votos tem o candidato B? 30%

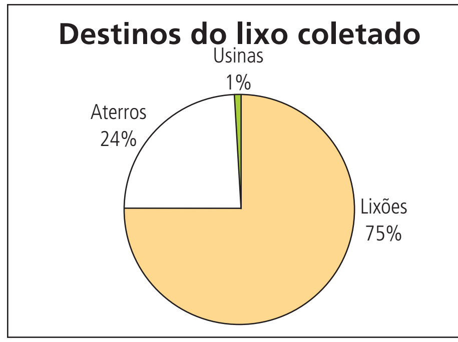
e) Se o candidato C obtiver 70% dos votos dos indecisos e o restante dos indecisos optar pelo candidato A, o candidato C assumirá a liderança? Sim.

Lápis Mágico

2. Construindo um gráfico de setores

O consumo de produtos industrializados que vêm em latas, sacos plásticos e similares, associado ao aumento da população, tornou o lixo uma das grandes preocupações mundiais.

No Brasil, cerca de 80% do lixo das cidades é coletado. Veja no gráfico para onde vai esse lixo.



Ilustrações DAE

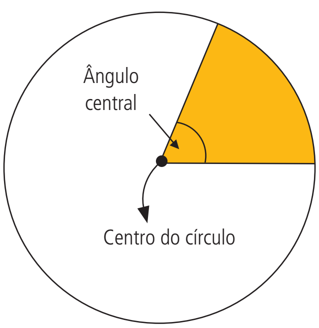
Fonte: IBGE, 1997.

Este é um gráfico de setores. Sua forma permite comparar facilmente o todo com as suas partes. Mesmo se as porcentagens não fossem dadas, você saberia pela observação do gráfico que a maior parte do lixo urbano vai para os lixões (depósitos a céu aberto que trazem prejuízos ao meio ambiente e à saúde das pessoas).

CONECTANDO SABERES

Há dois tipos de usinas que recebem o lixo:
- *usinas de compostagem*, que transformam o lixo orgânico em adubo;
- *usinas de incineração*, em que o lixo é queimado em fornos (principalmente o lixo hospitalar).

Vamos ver como se constrói o gráfico de setores.



A região pintada no círculo ao lado é um setor circular. No gráfico que vamos fazer, precisamos dividir o círculo em 3 setores circulares. Cada setor terá um ângulo central proporcional à participação do setor no todo.

100% (círculo todo) corresponde a um ângulo central de 360°.

100% $\longrightarrow$ 360°

Então,

1% $\longrightarrow$ $360 : 100 = 3{,}6° \cong 4°$

O transferidor não marca décimos de grau, por isso arredondamos as medidas.

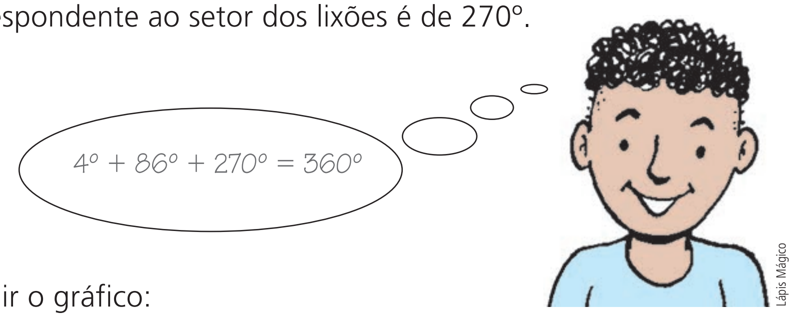
O ângulo central correspondente ao setor das usinas é de 4°.

Se 1% corresponde a 3,6°,
- 24% $\longrightarrow$ $24 \cdot 3{,}6 = 86{,}4° \cong 86°$
- 75% $\longrightarrow$ $75 \cdot 3{,}6 = 270°$

Veja, ao lado, como Aninha pensou.

Lápis Mágico

- O ângulo central correspondente ao setor dos aterros é de 86º.
- O ângulo central correspondente ao setor dos lixões é de 270º.



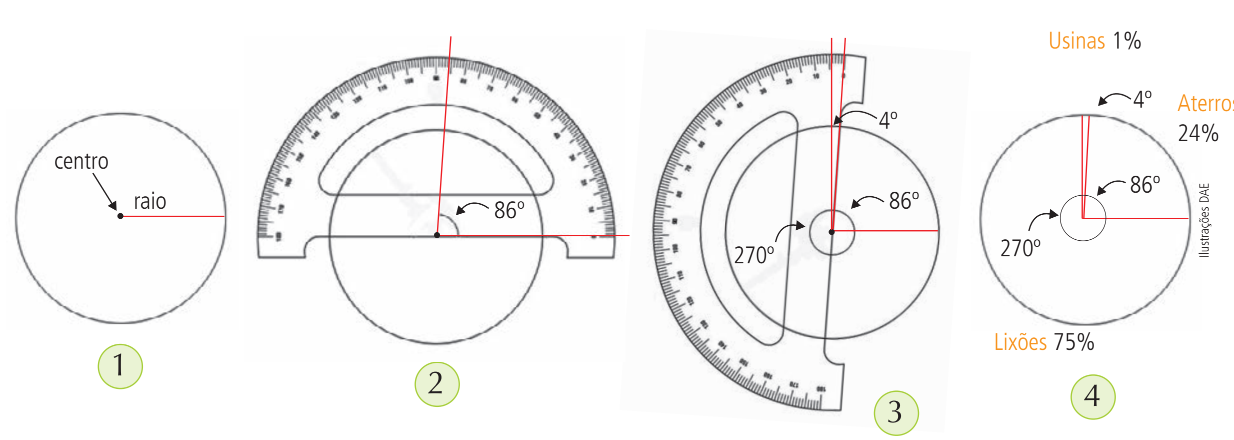
Agora, vamos construir o gráfico:

1. Traçamos um círculo com compasso, marcando seu centro, e traçamos um raio.

2. Usando o centro do círculo como vértice e o raio como um de seus lados, traçamos com auxílio do transferidor um dos ângulos, por exemplo o de 86º.

3. Traçamos outro ângulo (escolhemos o de 4º).

4. O ângulo que sobra no círculo corresponde ao setor dos lixões (270º).



Em nosso país, cada pessoa gera aproximadamente 1 kg de lixo por dia, entre restos de alimentos, papéis, embalagens plásticas etc. Como o Brasil tem aproximadamente 170 milhões de habitantes, estima-se que geramos cerca de 170 milhões de quilos de lixo por dia. Vimos no texto que 20% desse lixo não é coletado. Essa porcentagem corresponde a quantos quilos de lixo? Você sabe qual é o destino do lixo que não é coletado?

34 milhões de quilos

Resposta pessoal.

CONECTANDO SABERES

Boa parte do lixo pode ser reciclado: papel, vidro, embalagens PET (uma resina plástica), latas de alumínio etc. Com a reciclagem é possível diminuir a quantidade de lixo produzido. Além disso, o material reciclável vale dinheiro!

Misto Quente

Vamos reciclar o lixo

A natureza leva 4 000 anos para decompor completamente o vidro. Em contrapartida, 1 kg de vidro reciclado produz 1 kg de vidro novo.

As embalagens PET são as grandes "vilãs" do lixo. Embora sejam totalmente recicláveis, quando jogadas no ambiente muitas vezes vão parar em bueiros, córregos e rios, agravando o problema das enchentes. Além disso, ocupam espaço precioso nos aterros sanitários.

Dados revelam que as embalagens PET correspondem, em média, a 5% do lixo produzido nos grandes centros. Na capital paulista, isso corresponde a 714 toneladas por dia.

No ano de 2007, 46% dessas embalagens foram recicladas no Brasil. Com a implantação de coleta seletiva em várias cidades, essa porcentagem subiu para 56% em 2009.

CONECTANDO SABERES

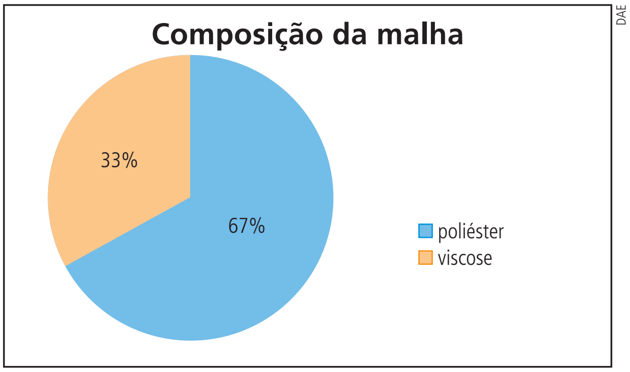
Converse com o professor e os colegas sobre os problemas causados pelo lixo atualmente.

1. Sua cidade tem coleta seletiva de lixo? Resposta pessoal.
2. Há locais de recolhimento de embalagens PET para reciclagem? (Procure saber! Não devemos jogá-las no lixo!) Resposta pessoal.
3. Aproveite os dados do texto para calcular quantas toneladas de lixo são produzidas diariamente na capital do estado de São Paulo. 14 280 toneladas de lixo por dia

Que produtos são feitos com PET reciclado?

Hoje é comum utilizar o PET em embalagens de suco, refrigerantes, água mineral, cosméticos, medicamentos, entre outros. A reciclagem dessas embalagens produz vários artigos, como fibras de poliéster, cordas e garrafas recicladas.

As fibras de poliéster, por exemplo, quando associadas à viscose resultam na malha utilizada para confeccionar peças de vestuário, como moletons e camisetas. A composição usual é de 67% de poliéster e 33% de viscose. Representamos esses dados no gráfico de setores abaixo.



Fonte: Empresa de Águas Ouro Fino.

Tarefa especial

Observe, durante 1 dia, tudo o que você jogar no lixo.

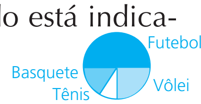
Faça uma estimativa: do lixo que você produziu, qual porcentagem é composta de material reciclável?

Compare e discuta sua resposta com os colegas.

CONECTANDO SABERES

Exercícios

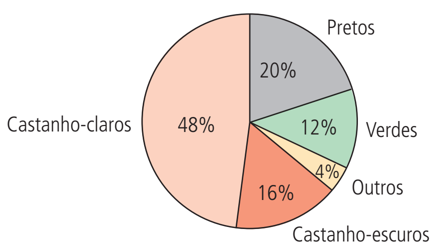
4 Em uma votação sobre qual é o esporte favorito em uma classe, o resultado está indicado na tabela abaixo.



Esporte	Votos
Futebol	20
Vôlei	10
Basquete	6
Tênis	4

Represente em seu caderno o resultado dessa pesquisa por meio de um gráfico de setores.

5 O gráfico mostra como é a cor dos olhos dos 25 alunos de uma turma do 7º ano.

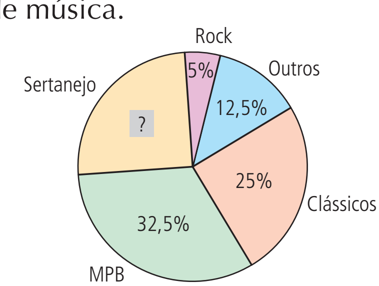


a) Quantos alunos têm olhos verdes? 3 alunos

b) Quantos alunos têm olhos castanho-escuros? 4 alunos

c) Quantos alunos têm olhos castanho-claros? 12 alunos

6 Certo dia, uma loja vendeu 120 CDs. O gráfico abaixo mostra como foi a venda por gênero de música.



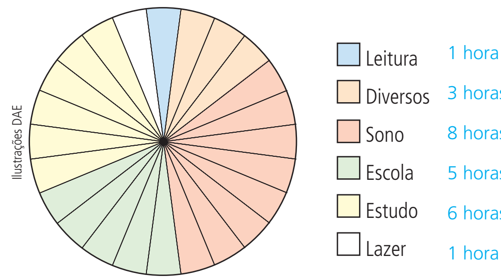
a) Qual é o gênero musical mais vendido? Quantos CDs? MPB; 39 CDs.

b) Qual é o gênero musical menos vendido? Quantos CDs? Rock; 6 CDs.

c) Quais gêneros musicais tiveram vendas iguais? Clássicos e Sertanejo.

d) Qual gênero musical vendeu 15 CDs? Outros.

7 O gráfico mostra um dia na vida de Lúcio.



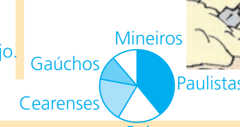
a) Quantas horas Lúcio dedicou a cada uma das atividades?

b) Copie e complete o quadro no caderno:

Nº de horas	Ângulo central (em graus)
1	15º
2	30º
3	45º
5	75º
8	120º
9	135º
12	180º
14	210º

8 Na construção de um prédio residencial, estão participando 20 paulistas, 10 baianos, 10 cearenses, 5 mineiros e 5 gaúchos. Construa um gráfico de setores que indique de forma correta essa distribuição dos trabalhadores.

Lápis Mágico



3. Pictogramas

A tabela ao lado apresenta a população do Brasil em 1900, 1950, 2000 e 2010.

Ano	População
1900	17 500 000
1950	52 500 000
2000	170 000 000
2010	190 000 000

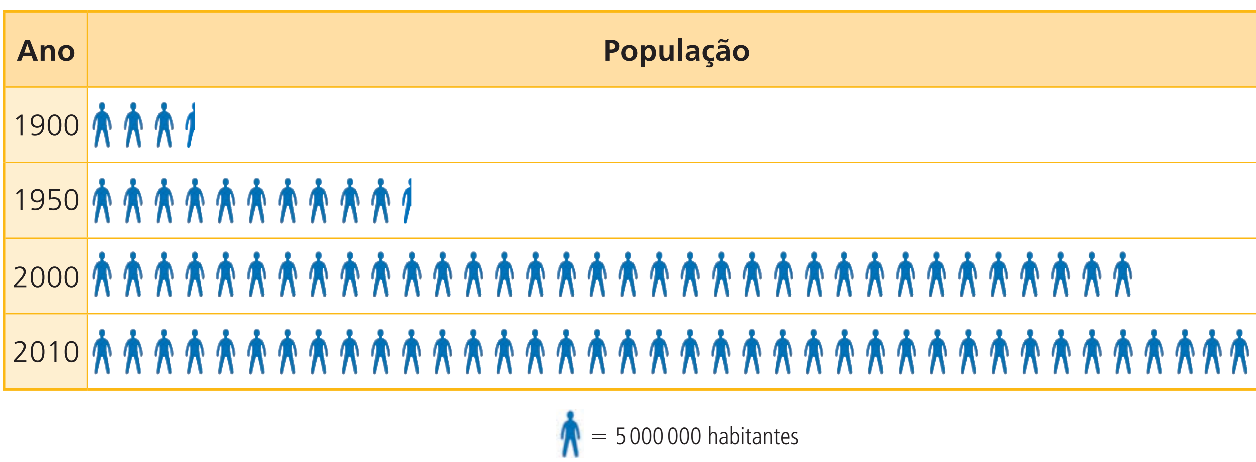
Fonte: Dados preliminares do Censo IBGE 2010.
(Valores arredondados.)

Podemos construir um gráfico de barras para ilustrar essa tabela. No entanto, há um tipo de gráfico cujo efeito visual é mais eficiente, dando destaque ao crescimento da população. É o **pictograma**, em que desenhos ou símbolos representam números.

Podemos usar uma figura para representar 5 milhões de habitantes.

Para representar 2,5 milhões de habitantes usaremos a metade da figura.

O pictograma ficaria assim:

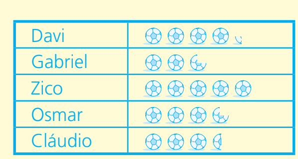


Ilustrações Ilustra Cartoon

1. Esboce em seu caderno como ficaria o pictograma se o símbolo representasse 10 000 000 habitantes.
2. Veja como o Gabriel registrou os gols marcados pelos atacantes do time da escola no ano.

1. 1900: 1 ícone e $\frac{1}{4}$ de ícone
1950: 5 ícones e $\frac{1}{4}$ de ícone
2000: 17 ícones
2010: 19 ícones

Gols marcados no ano	
Davi	𝍸 𝍸 𝍸 II
Gabriel	𝍸 𝍸 I
Zico	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸
Osmar	𝍸 𝍸 𝍸
Cláudio	𝍸 𝍸 IIII



Observe que no registro de Gabriel, 𝍸 representa 5 gols marcados.

Desenhe um pictograma em seu caderno para representar os mesmos dados, mas usando um símbolo diferente: = 4 gols

Exercícios

9 Os colegas de classe de Mário andaram recolhendo latinhas vazias para uma campanha beneficente. Observe na tabela o número de latinhas que eles recolheram até o mês de abril:

Fotos: José Luís Juhas

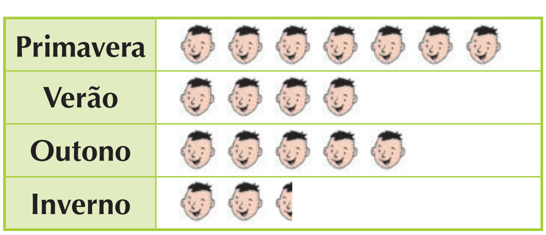
Cada  representa 100 latinhas.

a) Quantas latinhas recolheram no mês de março? 700 latinhas

b) Em que mês recolheram menos latinhas? Fevereiro.

c) Quantas latinhas precisam recolher no mês de maio para totalizar 3 000 latinhas entre janeiro e maio? 1100 latinhas

10 Em uma escola, foi realizada uma pesquisa para saber qual é a estação do ano preferida pelos alunos. Observe o resultado dessa pesquisa no pictograma:



Cada  representa 30 crianças.

a) Quantos alunos preferem o verão? 120 alunos

b) Qual é a estação favorita dos alunos? Primavera.

c) Qual é o número total de alunos pesquisados? 555 alunos

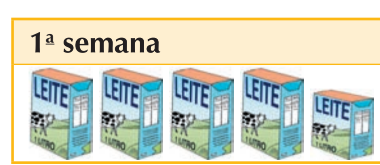
11 O pictograma indica o número aproximado de revistas vendidas durante o mês.

Ilustrações: Ilustra Cartoon

a) A revista de Animais vendeu 20 000 exemplares. Que valor representa cada ? 5 000

b) Qual foi a quantidade vendida de cada revista?
Revista de Política: 50 000
Revista de Arquitetura: 17 500
Revista de Plantas: 6 250

12 O pictograma indica o consumo de leite numa escola.



Legenda

Qual é o número de litros gastos na primeira semana? E na segunda? 27 litros; 21 litros

4. Médias

1. Luiz é do time de basquete do 7º ano C. Nas 5 partidas que disputou pelo campeonato interclasses ele fez: 18, 12, 20, 11 e 19 pontos.

O professor de Educação Física usou uma média para avaliar o desempenho dele.

$$\text{Média de pontos por partida} = \frac{18 + 12 + 20 + 11 + 19}{5} = \frac{80}{5} = 16$$

Somamos os pontos das 5 partidas e dividimos por 5.

Lápis Mágico

Uma média de 16 pontos por partida quer dizer que *se* os pontos fossem *divididos igualmente* entre as 5 partidas, Luiz teria feito 16 em cada uma.

A média calculada nessa situação é uma **média aritmética**.

Desde o 6º ano você tem resolvido questões envolvendo médias ou valores médios.

Em muitas situações usamos médias ponderadas. Acompanhe.

2. Num curso de inglês, o aluno faz duas avaliações: uma oral e outra escrita. A prova escrita é considerada mais importante, por isso, na hora de calcular a média do aluno, ela tem *peso 2*.

Vamos ver o que isso significa?

Consideremos o exemplo de um aluno que obteve 8 na prova oral e 5 na prova escrita.

A nota da prova escrita, que tem peso 2, deve ser multiplicada por 2.

$$\text{Média} = \frac{8 + 5 + 5}{3} = \frac{8 + 2 \cdot 5}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

Apesar de serem duas notas, dividimos por 3 porque a prova escrita *vale por duas.*

Logo, a média do aluno é 6.

1. Qual seria a média desse mesmo aluno se a escola atribuísse peso 2 somente à prova oral? Média 7.
2. Se a avaliação oral tivesse peso 2 e a escrita peso 3, por quanto teríamos de dividir a soma das notas? Teríamos de dividir por 5.

Exercícios

13 Calcule mentalmente a média aritmética dos números e anote o resultado em seu caderno.

a) 801 803 805 807 804

b) 205 209 208 214 209

14 Comprei duas bolas. Qual é o preço médio dessas duas bolas? R$ 12,50

Ilustrações Ilustra Cartoon

15 Um carro rodou 16 209 quilômetros num ano, 9 643 em outro ano e 18 476 no ano seguinte. Em média, quantos quilômetros ele rodou por ano? 14 776 quilômetros

16 Veja os resultados de uma rodada de um torneio de futebol.

5×2 3×1 0×0 3×2 1×1

Responda.

a) Quantas partidas foram realizadas? 5 partidas

b) Quantos gols foram marcados? 18 gols

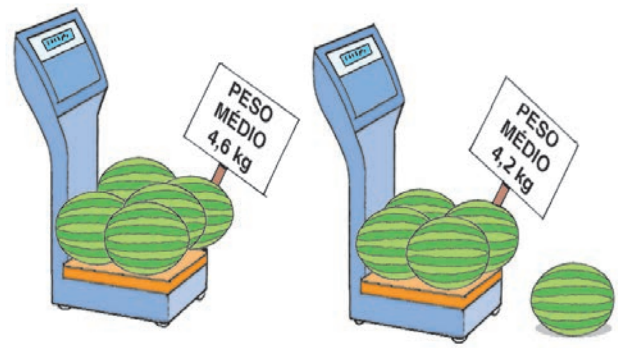
c) Qual foi a média de gols por partida? 3,6 gols

17 A média de sete números é 90. Seis desses números são: $(7 \cdot 90) - (74 + 101 + 68 + 97 + 86 + 120) = 84$

74 101 68 97 86 120

Qual é o número que falta? 84

18 O peso médio de 5 melancias é 4,6 kg. Quatro delas têm peso médio de 4,2 kg. Qual é o peso da quinta melancia? 6,2 kg



19 A tabela mostra a distribuição das idades dos jogadores de um time de futebol.

Número de jogadores	Idade (em anos)
2	18
4	22
2	24
3	27

Qual é a média das idades dos jogadores? 23 anos

20 O dono de uma quitanda comprou batatas de três produtores. Pagou a um deles R$ 15,00 por 10 kg; a outro, R$ 27,00 por 20 kg e ao terceiro, R$ 36,00 por 30 kg.

a) Quantos quilogramas de batatas ele comprou? 60 kg

b) Que quantia gastou nessa compra? R$ 78,00

c) Quanto pagou, em média, pelo quilo de batata? R$ 1,30

Lápis Mágico

21 (Fesp-RJ) A escola tem 350 alunos e a cantina vendeu 4025 hambúrgueres em setembro. Qual foi o consumo médio por aluno, nesse mês?

a) 9
b) 9,5
c) 10,5
x d) 11,5

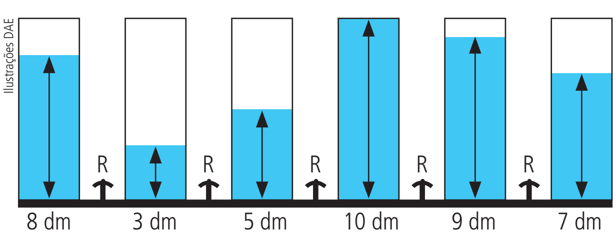
22 (Vunesp) Em uma determinada cidade canadense, às 8 horas da manhã as temperaturas registradas ao longo de uma semana foram:

2ª-feira	3ª-feira	4ª-feira	5ª-feira	6ª-feira	Sábado	Domingo
−4 °C	−5 °C	−1 °C	0 °C	2 °C	1 °C	0 °C

A temperatura média, nessa semana às 8 horas da manhã, foi de:

a) 0 °C
b) 1 °C
x c) −1 °C
d) −2 °C

23 (Uerj) Seis caixas-d'água cilíndricas iguais estão assentadas no mesmo piso plano e ligadas por registros (R) situados nas suas bases, como sugere a figura a seguir:



Ilustrações DAE

Após a abertura de todos os registros, as caixas ficaram com os níveis de água no mesmo plano. A altura desses níveis, em dm, equivale a:

a) 6,0
b) 6,5
x c) 7,0
d) 7,5

24 (UFPR) Um trajeto pode ser feito de automóvel, em uma hora e quarenta e cinco minutos, à velocidade média de 80 quilômetros por hora. Em quanto tempo se faz o mesmo trajeto à velocidade média de 70 quilômetros por hora?

x a) 2 horas
b) 1 hora e 55 minutos.
c) 2 horas e 10 minutos.
d) 2 horas e 15 minutos.

$80 + \frac{3}{4} \cdot 80 = 140$
$140 : 70 = 2$

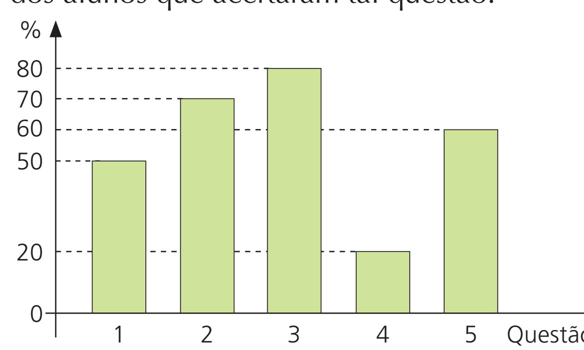
25 (Refap) Uma prova foi aplicada em uma turma de 20 alunos. A nota mais alta foi 9,3 e a nota mais baixa, 4,7. A média aritmética das 20 notas é 7,0. Retirando-se a nota mais alta e a nota mais baixa, a média aritmética das 18 notas restantes:

a) diminui mais do que 1 ponto.
b) diminui menos do que 1 ponto.
c) aumenta mais do que 1 ponto.
d) aumenta menos do que 1 ponto.
x e) permanece inalterada.


Fernando Favoretto/Criar Imagem

O enunciado abaixo refere-se às questões de números 26 e 27.

(Prominp) Vinte alunos foram submetidos a uma prova de 5 questões. O gráfico mostra, para cada uma das questões, a porcentagem dos alunos que acertaram tal questão.



26 Quantas questões foram acertadas por mais de 60% dos alunos?

a) 1
x b) 2
c) 3
d) 4

27 Se cada uma das questões valia 1 ponto, qual a média de pontos da turma?

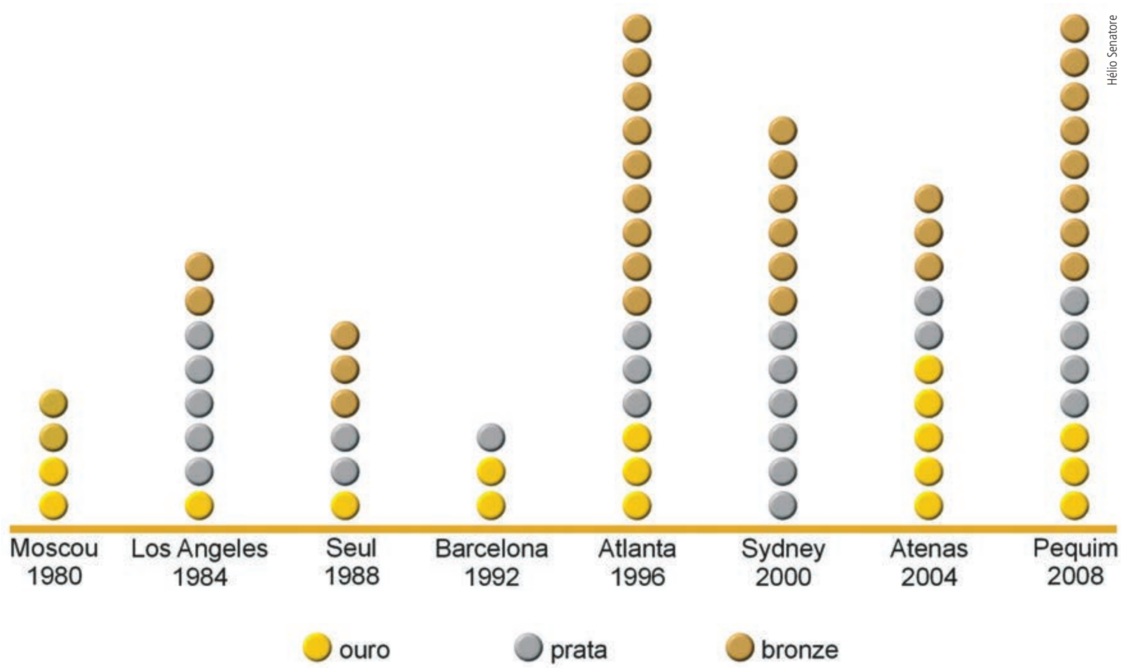
a) 2,7
x b) 2,8
c) 2,9
d) 3,0

$(10 + 14 + 16 + 4 + 12) : 20 = 2,8$

Seção livre

(CPII) Em 2 de outubro de 2009, todo o povo brasileiro comemorou quando assistiu ao vivo, pela televisão, direto da cidade de Copenhague, na Dinamarca, o anúncio da eleição da cidade do Rio de Janeiro como sede das Olimpíadas de 2016.

O gráfico abaixo mostra o número de medalhas obtidas pelo Brasil nas Olimpíadas, desde Moscou, em 1980, até Pequim, em 2008.



Observando as informações contidas no texto e gráfico acima, responda às perguntas abaixo:

a) Complete a tabela abaixo com a quantidade de medalhas obtidas pelo Brasil de 1996 até 2008:

Ano da Olimpíada	Quantidade de medalhas
1996	15
2000	12
2004	10
2008	15

b) Qual é a quantidade média de medalhas conquistadas pelo Brasil nas últimas quatro Olimpíadas?

13 medalhas; $(15 + 12 + 10 + 15) : 4 = 13$

c) A próxima Olimpíada será a de Londres, na Grã-Bretanha, em 2012. Quantas medalhas de ouro o Brasil deverá obter nessa Olimpíada para ficar com a média de 4 medalhas de ouro no período de 1996 a 2012? 9 medalhas de ouro

- $4 \cdot 5 = 20$
- $20 - (3 + 5 + 3) = 9$

5. Estudando um orçamento familiar

Você sabe o que é um **orçamento**?

Orçamento é uma previsão de gastos. Os orçamentos são feitos para que os governos, as empresas, as famílias etc. possam planejar como irão gastar o dinheiro recebido em determinado período, como um mês ou um ano.

Vamos imaginar que uma família receba mensalmente certa quantia (de salário ou outras fontes de renda, como aluguel). De acordo com a quantia recebida, é feita uma distribuição prevendo quanto será gasto em alimentação, transporte, educação, lazer e outros setores.

Hélio Senatore

Seção livre

Professor, veja orientações no Manual do Professor.

Esta atividade envolve pesquisa e organização de dados, cálculo de porcentagens e construção de gráficos.

CONECTANDO SABERES

Organizem-se em grupos de 3 ou 4 alunos. Vocês devem escolher uma família para entrevistar. A entrevista deve colher dados sobre:

- características familiares: número de pessoas, idade, quantas pessoas trabalham, tipo de moradia e o que for necessário para formar um perfil da família entrevistada;
- a renda dessa família;
- os setores que compõem o orçamento mensal: alimentação, transporte, moradia, escola, lazer etc.;
- a média de gastos mensais em cada setor.

Pronta a entrevista, sigam os procedimentos:

1. Organizem os dados da entrevista em uma tabela.

2. Calculem qual porcentagem os gastos de cada setor representam na renda mensal da família.

3. Construam um gráfico de barras ou setores para ter uma visão mais clara da distribuição do salário.

4. Analisem e comentem o gráfico, observando quais são os setores de maior e de menor peso nesse orçamento.

Os grupos apresentarão seus trabalhos e compararão os orçamentos das diversas famílias, encontrando semelhanças e diferenças entre eles.

Depois, debatam questões como:

a) É importante elaborar um orçamento familiar? Sua família costuma fazer isso?

b) O país, os estados e os municípios fazem orçamentos prevendo gastos em educação, saúde, pagamento de salários de funcionários e em outros setores onde o governo atua. Por quê?

c) Como os conhecimentos sobre tabelas, gráficos e porcentagens auxiliam essa tarefa?

Revisando

28 O quadro seguinte é um registro da atuação de um time de futebol durante os primeiros cinco meses da temporada.

	Vitória	Empate	Derrota
Janeiro	2	2	2
Fevereiro	1	1	4
Março	3	1	2
Abril	2	1	3
Maio	1	3	2

a) Quantos jogos o time realizou durante os primeiros três meses? 18 jogos

b) Quantos jogos o time ganhou durante os primeiros cinco meses? 9 jogos

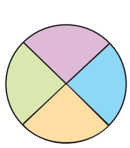
c) Em que mês o time teve o pior desempenho? Fevereiro.

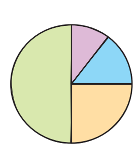
d) Em que mês o time teve o melhor desempenho? Março.

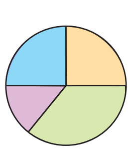
29 (Saresp) Uma pesquisa foi respondida por 200 pessoas, que indicaram o local que mais frequentam nos finais de semana. A distribuição das respostas está registrada na tabela seguinte:

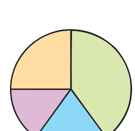
	Shopping	Clube	Restaurante	Praia
Número de respostas	100	50	30	20

Qual o gráfico de setores que representa o resultado dessa pesquisa?

a) 

x c) 

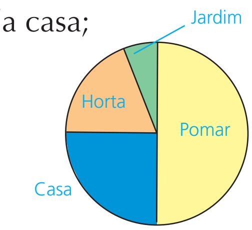
b) 

d) 

Ilustrações DAE

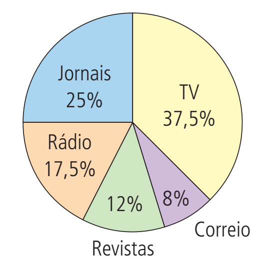
30 Um terreno foi dividido do seguinte modo:

- 25% para a construção da casa;
- 50% para o pomar;
- 20% para a horta;
- 5% para o jardim.



Copie e complete o gráfico, indicando o que representa cada um dos setores circulares.

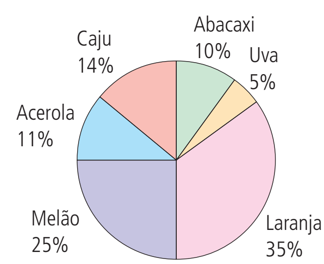
31 Veja o gráfico circular ao lado, que mostra como uma empresa gasta mensalmente R$ 50.000,00 destinados à publicidade.



Copie e complete o quadro no caderno.

	Porcentagem	Despesas (R$)
TV	37,5%	18 750
Jornais	25%;	12 500
Rádio	17,5%;	8 750
Revistas	12%;	6 000
Correio	8%;	4 000
Total	100%	50 000

32 O gráfico abaixo representa uma pesquisa de opinião sobre a preferência por sucos.



a) Qual foi o suco mais indicado? Laranja.

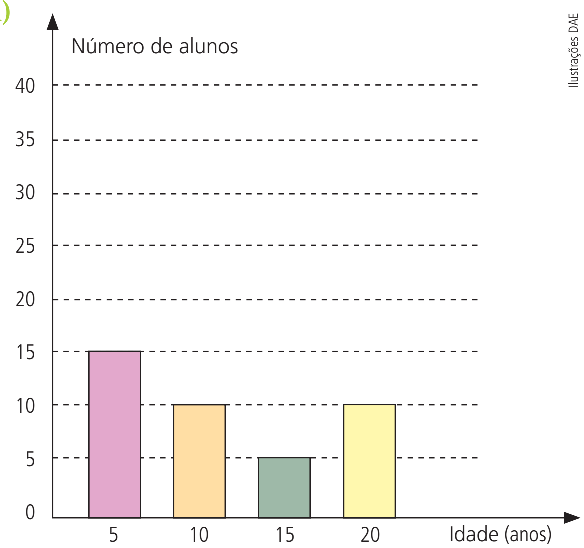
b) Quanto mede o ângulo central do setor que representa o suco de melão? 90°

c) Quanto mede o ângulo central do setor que representa o suco de laranja? 126°; 360° · 0,35 = 126°

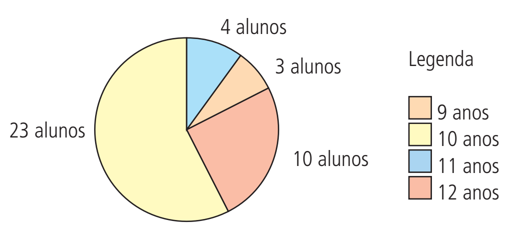
33 (Saresp) Em um 6º ano que tem 40 alunos de 9 a 12 anos foi elaborado um gráfico para informar a quantidade de alunos por idade. Qual o gráfico que interpreta corretamente essa situação?

Ilustrações DAE

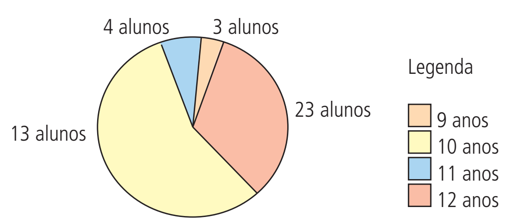
a)



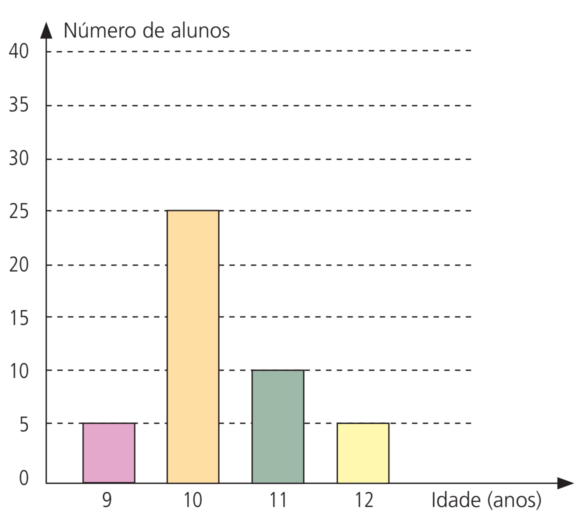
x b)



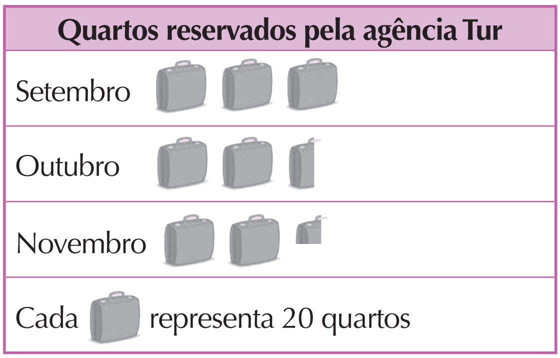
c)



d)



34 O pictograma mostra o número de quartos de um hotel reservados por uma agência de turismo para os seguintes meses do ano:



Ilustra Cartoon

a) Quantos quartos foram reservados no mês de outubro? 50 quartos

b) Em que mês foram reservados menos quartos? Quantos? Novembro; 45 quartos.

c) Sabendo que foram reservados 65 quartos para o mês de dezembro, desenhe no seu caderno a coluna do pictograma correspondente a esse mês. 

35 Este pictograma representa as vendas de pães em determinada semana:

Ilustra Cartoon

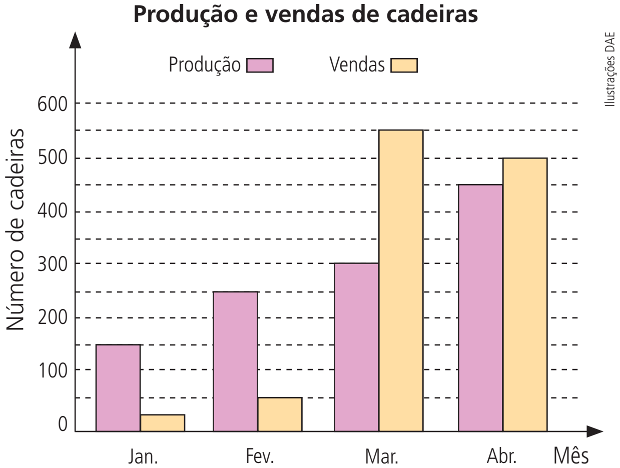
a) Na terça-feira foram vendidos 112 pães. Que valor representa cada ? 28

b) Em que dia se vendeu mais pão? Sábado.

c) Quantos pães foram vendidos no domingo? 196 pães

d) Quantos pães foram vendidos na sexta-feira? 126 pães

36 O gráfico mostra a produção e as vendas de uma fábrica de cadeiras durante os quatro primeiros meses do ano.

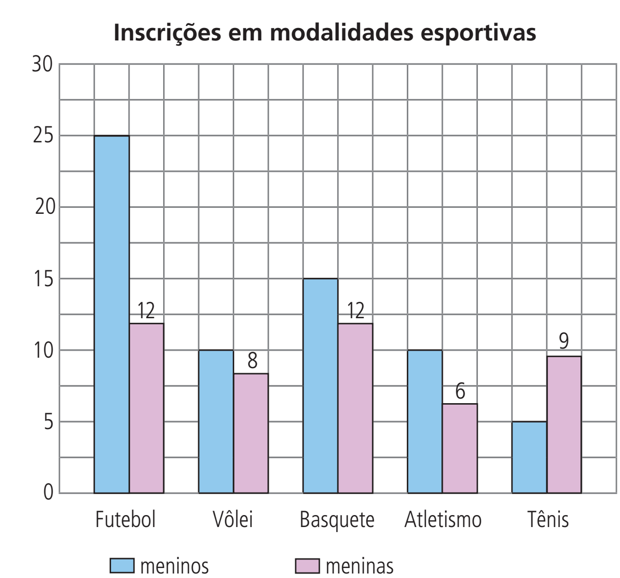


a) Em que meses as vendas foram maiores que a produção? Março e abril.

b) No mês de janeiro, 125 cadeiras foram colocadas no estoque. E no mês de fevereiro? 200 cadeiras

c) Será que a fábrica conseguiu entregar todas as cadeiras que vendeu no mês de março? E em abril? Justifique sua resposta. Sim. O estoque era suficiente.

37 Numa escola há 120 alunos. O gráfico indica o número de alunos inscritos em cada modalidade esportiva praticada na escola. Cada aluno só pratica um esporte.



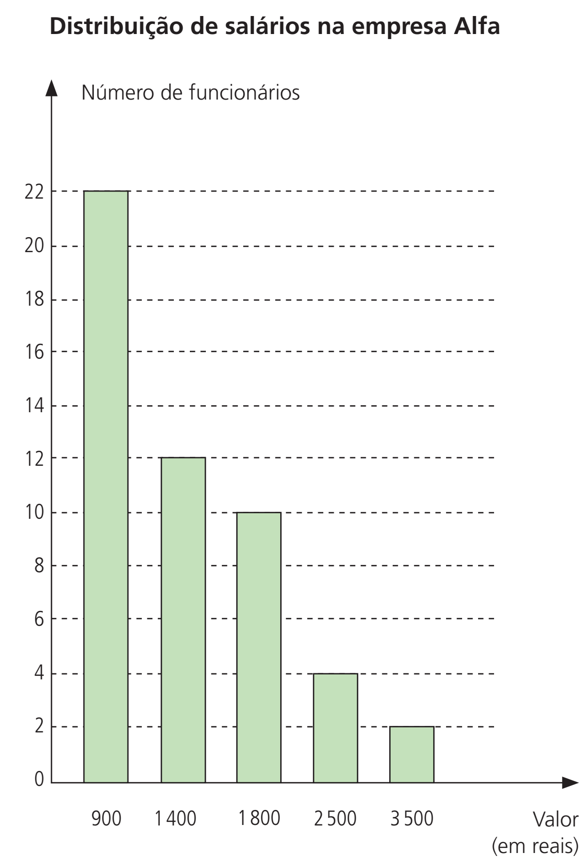
a) Qual é o esporte mais praticado na escola? Futebol.

b) Quantos alunos da escola, meninos e meninas, praticam basquete? 27 alunos

c) Em qual modalidade esportiva o número de meninas é maior que o número de meninos? Tênis.

d) Quantos alunos da escola, meninos e meninas, não praticam nenhum esporte? Explique como chegou à resposta. 8 alunos
Sugestão de resposta:
120 − (25 + 12 + 10 + 8 + 15 + 12 + 10 + 6 + 5 + 9) = 8

38 O gráfico apresenta os salários de uma empresa e o número de funcionários que os receberam durante o mês de maio de 2008.



a) Qual é o número de funcionários pesquisados? 50 funcionários

b) Em abril de 2008, o salário mínimo no Brasil era de R$ 415,00. Qual é o número de funcionários dessa empresa que recebia menos de quatro salários mínimos?
34 funcionários

39 Uma embalagem mostra a seguinte tabela, que indica o número de latas de ração necessárias para alimentar um cão.

Peso do cão (em kg)	Número de latas de ração por dia
10	1
15	$1 + \frac{1}{4}$
20	$1 + \frac{1}{2}$
25	$1 + \frac{3}{4}$
30	2

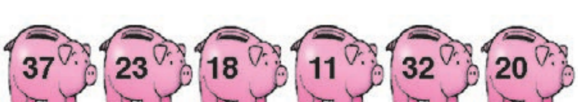

Joel Rocha

a) Em 2 dias, quantas latas devem ser consumidas por um cão que pesa 15 kg? 2,5 latas

b) Em 8 dias, quantas latas devem ser oferecidas a um cão que pesa 25 kg? 14 latas

c) Dona Eliana tem um cão que pesa 20 kg. Quantas latas devem ser consumidas pelo seu cão durante uma semana? 10,5 latas

40 Carlinhos conseguiu fazer as seguintes economias em 6 meses seguidos:



Ilustra Cartoon

(em reais)

Qual foi a média mensal das suas economias? R$ 23,50

41 Num laticínio, o queijo estava sendo vendido assim:

9 kilos **R$ 7,50** cada quilograma	18 kilos **R$ 6,00** cada quilograma

Qual é o preço médio do quilograma de queijo, considerando o total de quilogramas anunciado? R$ 6,50

42 O extrato do mês de abril de uma conta bancária mostrou que um cliente tinha os seguintes saldos:

- R$ 40,00 durante 7 dias;
- R$ 65,00 durante 4 dias;
- R$ 57,00 durante 10 dias;
- R$ 120,00 durante 9 dias.

Qual foi o saldo médio do cliente no mês de abril? R$ 73,00


Lápis Mágico

$\frac{40 \cdot 7 + 65 \cdot 4 + 57 \cdot 10 + 120 \cdot 9}{7 + 4 + 10 + 9} = \frac{2\,190}{30} = 73$

43 **Tarefa especial**

CONECTANDO SABERES

Faça com seus colegas uma pequena pesquisa sobre o preço de um mesmo produto em pelo menos 6 lojas diferentes. Resposta pessoal.

Lápis Mágico

a) Calcule a média dos preços dos produtos.

b) Em seguida, faça uma tabela indicando as lojas que cobram um preço abaixo ou acima da média para o produto pesquisado.

44 A tabela sobre o peso, em quilos, está incompleta, falta um dado. A média dos pesos é 51 quilos.

53	49	55	50	48
52	54	48	52	

Qual é o valor que falta na tabela? 49

45 Numa cidade europeia, a média das temperaturas máximas nos primeiros 5 dias de uma semana foi de 0 °C. Nos últimos 2 dias dessa semana as temperaturas máximas foram −3 °C e −4 °C. Qual é a média das temperaturas máximas dessa semana? −1 °C

46 (Vunesp) Se a professora de matemática gastar 7,5 minutos, em média, na correção de cada prova, ela poderá corrigir todas as provas em 5 horas. Como pretende concluir a correção em apenas 4 horas, o tempo médio gasto na correção de cada prova deverá ser de, no máximo:

a) 7 minutos
x b) 6 minutos   300 : 7,5 = 40
c) 5,5 minutos   240 : 40 = 6
d) 6,2 minutos

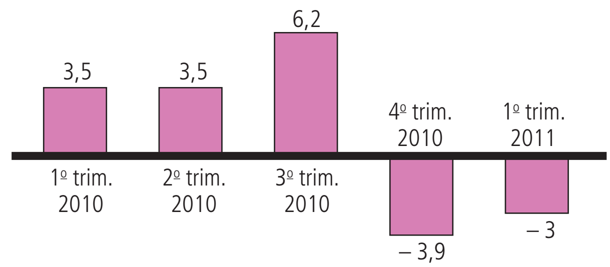
Fernando Favoretto/Criar Imagem

47 Um carro bicombustível foi abastecido com 20 litros de álcool e 10 litros de gasolina num posto onde o preço do litro de álcool é R$ 1,45 e do litro de gasolina é R$ 2,80. Qual é o preço médio da mistura do combustível utilizado? R$ 1,90

$M = \frac{20 \cdot 1,45 + 10 \cdot 2,80}{30} = 1,90$

Desafios

48 (Vunesp) O gráfico mostra os resultados operacionais trimestrais de uma grande empresa, em milhões de reais, em 2010 e no primeiro trimestre de 2011.



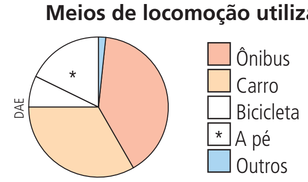
Nos cinco trimestres considerados, o resultado operacional médio trimestral dessa empresa foi, em milhões de reais, um:

x a) lucro de 1,26
b) lucro de 2,64
c) prejuízo de 3,45
d) prejuízo de 6,90

49 (CPII-RJ) Foi feita uma pesquisa numa determinada escola a respeito dos meios de locomoção usados pelos alunos para percorrerem o trajeto de casa até a escola. O resultado está representado abaixo:

Meio de locomoção	Número de alunos
Ônibus	72
Carro	60
Bicicleta	13
A pé	32
Outros	3
Total de alunos entrevistados: 180	

Meios de locomoção utilizados



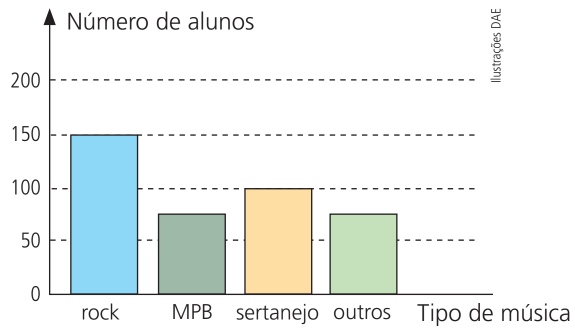
a) Qual o percentual correspondente aos alunos que vão para a escola de ônibus em relação ao total de entrevistados?
40%, pois $\frac{72}{180} = 0,4$

b) Qual a medida do ângulo do setor representativo dos alunos que vão para a escola a pé? 64°; $\frac{32}{180} = \frac{x}{360°}$; $x = 64°$

Autoavaliação

Anote, em seu caderno, o número do exercício e a letra correspondente à resposta correta.

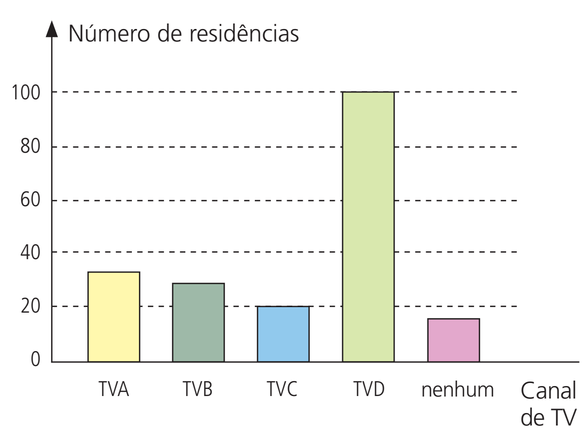
50 (Saresp) Os alunos de uma escola responderam a um questionário indicando o gênero musical que mais lhes agradava. Os resultados da pesquisa aparecem no gráfico abaixo:



Quantos alunos, aproximadamente, responderam à pesquisa?

a) 150
x c) mais de 350
b) 350
d) mais de 200 e menos de 300

51 (Enem) Uma pesquisa de opinião foi realizada para avaliar os níveis de audiência de alguns canais de televisão, entre 20h e 21h, durante determinada noite.
Os resultados obtidos estão representados no gráfico de barras abaixo:

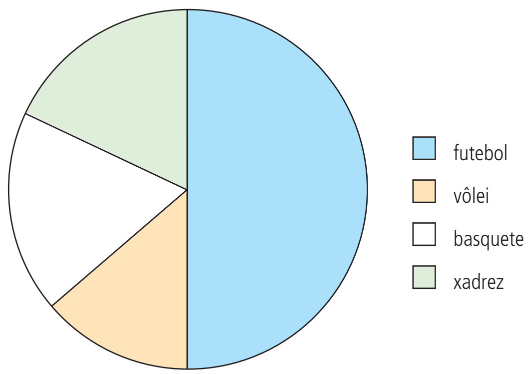


A porcentagem de entrevistados que declararam estar assistindo à TVB é aproximadamente igual a:

x a) 15%   b) 20%   c) 27%   d) 30%

$\frac{30}{200} = 0{,}15$

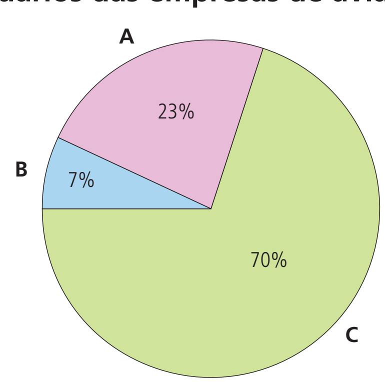
52 (Saresp) Em uma escola com 800 alunos, realizou-se uma pesquisa sobre o esporte preferido dos estudantes. Os resultados estão representados na figura abaixo. Observando a figura, é correto dizer que:



x a) o futebol foi escolhido por 400 alunos.
b) o basquete foi escolhido por 210 alunos.
c) o vôlei foi escolhido por 120 alunos.
d) o xadrez foi escolhido por 90 alunos.

53 O gráfico abaixo representa o mercado da aviação, na rota São Paulo-Rio-Belo Horizonte em determinado ano.

Usuários das empresas de aviação



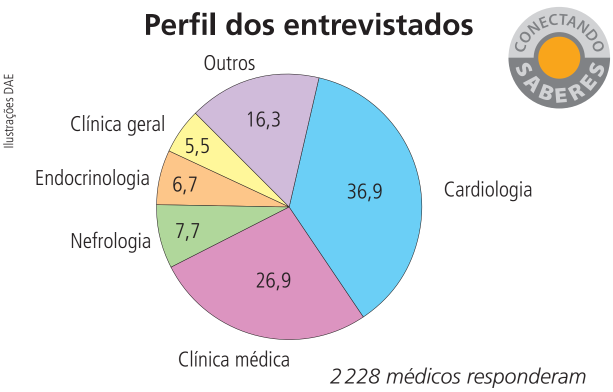
O ângulo central do setor circular que define a parte dos usuários da empresa C é de:

a) 240°
c) 260°

70% de 360° = 0,7 · 360° = 252°

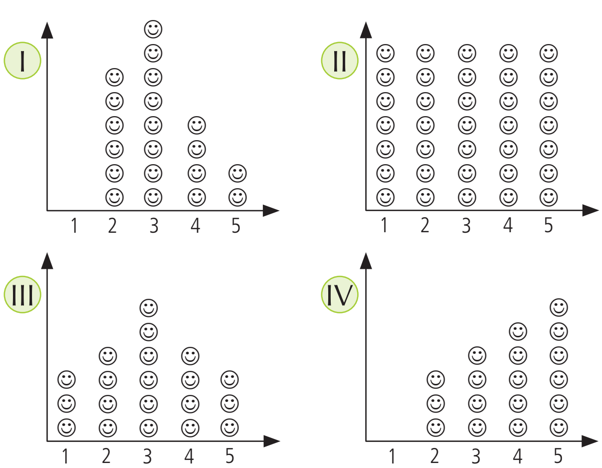
x b) 252°
d) 308°

54 (Vunesp) Em 8/5/2000, o jornal *Folha de S.Paulo* publicou uma reportagem com o título "Atenção a hipertenso é falha no país", na qual foi exibido o gráfico abaixo. Ele descreve a distribuição porcentual dos especialistas de várias áreas médicas que responderam à pesquisa. Diante dos dados publicados, pode-se concluir que o número de cardiologistas que respondeu à pesquisa foi de, aproximadamente:



a) 63 **b)** 432 **c)** 603 x **d)** 822

55 (Uerj) Às vésperas das eleições, verificou-se que todos os dois mil eleitores pesquisados tinham pelo menos dois nomes em quem, certamente, iriam votar. Nos quatro gráficos abaixo, o número de candidatos que cada eleitor já escolheu está indicado no eixo horizontal e cada "carinha" representa 100 eleitores.

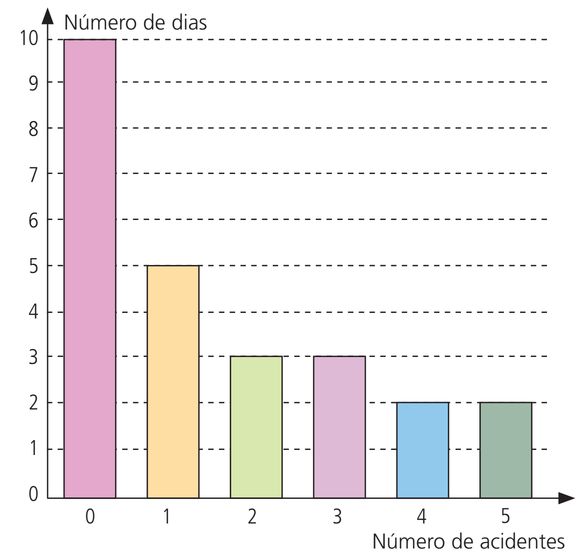


O gráfico que está de acordo com os dados da pesquisa é o de número:

x **a)** I **b)** II **c)** III **d)** IV

Os dados a seguir referem-se às questões de números 56, 57 e 58.

(Saresp) O gráfico abaixo apresenta dados referentes a acidentes ocorridos em uma rodovia federal num certo período de tempo.



56 De acordo com o gráfico, no período observado:

a) ocorreram 43 acidentes em 23 dias.

x **b)** ocorreram 38 acidentes em 25 dias.

c) ocorreram 16 acidentes fatais.

d) ocorreram 3 acidentes por dia.

57 A média de acidentes por dia foi, aproximadamente:

a) 0,6 x **b)** 1,5 **c)** 1,8 **d)** 2,2

$\frac{38}{25} = 1{,}52$

58 De acordo com o gráfico, é verdade que a média de acidentes a cada 5 dias é:

a) 6,5 x **b)** 7,6 **c)** 8 **d)** 8,2

$1{,}52 \cdot 5 = 7{,}6$

59 A média aritmética de cinco números é 8,5. Se a um desses números acrescentarmos 2 unidades, a média aritmética passará a ser:

a) 8,3 **c)** 8,7

b) 8,6 x **d)** 8,9

- $8{,}5 \cdot 5 = 42{,}5$
- $42{,}5 + 2 = 44{,}5$
- $44{,}5 : 5 = 8{,}9$

60 Em uma eleição para presidente da República, três eleitores gastaram para votar, respectivamente, 1 minuto e 36 segundos, 2 minutos e 4 segundos e 1 minuto e 28 segundos. Qual foi, em média, o tempo que esses eleitores levaram para votar?

a) 1 minuto e 24 segundos

b) 1 minuto e 34 segundos

x c) 1 minuto e 44 segundos

d) 2 minutos e 24 segundos

61 (Saresp) Os vendedores de uma grande loja de eletrodomésticos venderam, no segundo bimestre de 2007, uma quantidade de geladeiras especificada na tabela abaixo.

Vendedor	Número de geladeiras vendidas	
	Março	Abril
Ana Luísa	2	3
Evandro	12	4
Fernando	3	7
Helena	5	4
Pedro	6	4

Nessa loja, a venda bimestral por vendedor foi, em média, de:

a) 6 geladeiras.

x c) 10 geladeiras.

b) 8 geladeiras.

d) 12 geladeiras.

Rodrigo Pires

62 (Uniube-MG) Comprei 5 doces a R\$ 1,80 cada um, 3 doces a R\$ 1,50 e 2 doces a R\$ 2,50 cada. O preço médio, por doce, foi:

a) R\$ 1,75

c) R\$ 1,93

x b) R\$ 1,85

d) R\$ 2,00

$\frac{5 \cdot 1{,}80 + 3 \cdot 1{,}50 + 2 \cdot 2{,}50}{5 + 3 + 2} = \frac{18{,}50}{10} = 1{,}85$

63 (FCC-SP) A média aritmética de um conjunto de 11 números é 45. Se o número 8 for retirado do conjunto, a média aritmética dos números restantes será:

a) 42

c) 47,5

b) 48

x d) 48,7

- $11 \cdot 45 = 495$
- $495 - 8 = 487$
- $487 : 10 = 48{,}7$

64 (Uece) A equipe de basquete da minha escola é composta de 5 alunos, com altura média de 1,72 m. Quatro dessas alturas são 1,70 m; 1,84 m; 1,73 m; 1,68 m. Qual alternativa apresenta a diferença entre a maior e a menor altura dos alunos da equipe?

a) 7 cm

x c) 19 cm

b) 16 cm

d) 20 cm

$1{,}84 - 1{,}65 = 0{,}19$

65 (Unifor-CE) Em certa eleição municipal foram obtidos os seguintes resultados:

Candidato	Porcentagem do total de votos	Número de votos
A	26%	
B	24%	
C	22%	
Nulos ou em branco		196

28%

O número de votos obtidos pelo candidato vencedor foi:

a) 178

c) 184

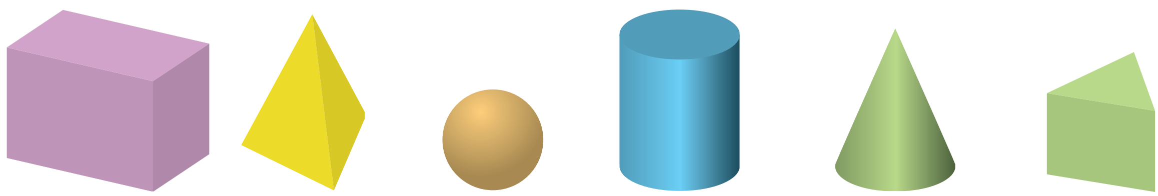
x b) 182

d) 188

UNIDADE 7

Sólidos geométricos

Veja nas ilustrações exemplos de sólidos geométricos.



Ilustrações DAE

Sólidos geométricos são figuras tridimensionais. A esfera, o cubo, a pirâmide são exemplos de sólidos geométricos.

Sólidos geométricos têm volume.

Muitos objetos e construções humanas têm a forma de sólidos geométricos.

Por isso, é importante estudar as características e as propriedades dessas figuras.

Valéria Vaz

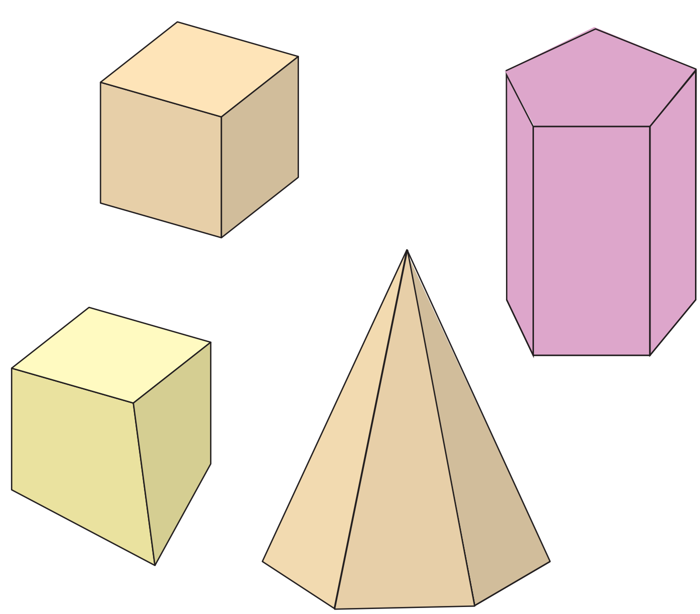
P.S. Studio

Vicente Costa

1. Poliedros

Os sólidos geométricos ilustrados ao lado são poliedros.

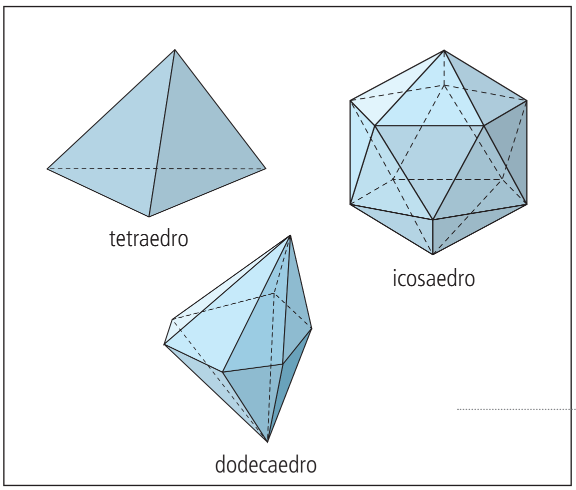
A superfície dos poliedros é formada por polígonos. Esses polígonos são as faces do poliedro.



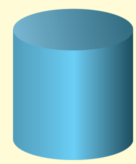
Os poliedros recebem nomes de acordo com o número de faces que apresentam. Veja os exemplos:

4 faces → tetraedro
6 faces → hexaedro
8 faces → octaedro
12 faces → dodecaedro
20 faces → icosaedro

A palavra **poliedro** se origina da língua grega.
Poli em grego significa "muitos".
Edro em grego significa "face".



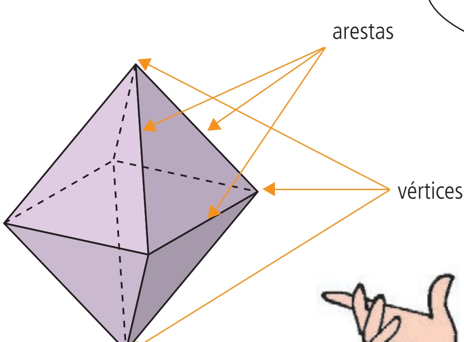
Ilustrações DAE



Este sólido é um cilindro.
O cilindro é um poliedro?
Por quê?
Não. A superfície dos poliedros é toda formada por polígonos e a superfície lateral do cilindro é curva.

No exercício 4 você vai nomear poliedros!

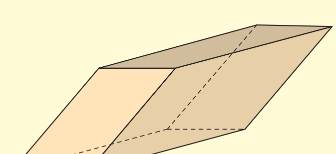
Além das faces, identificamos nos poliedros vértices e arestas.
O poliedro abaixo tem 12 arestas e 6 vértices.
Tem 8 faces triangulares: é um octaedro.



Lápis Mágico

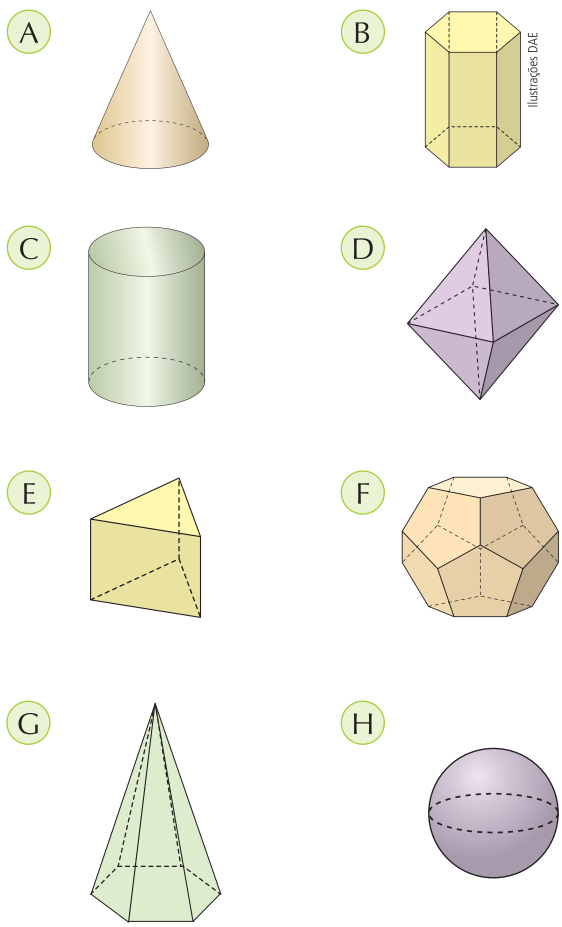
Observe a figura e responda.

1. Qual é o nome deste poliedro? Hexaedro.
2. Quantos vértices e quantas arestas ele apresenta? 8 vértices, 12 arestas
3. Qual é a forma de suas faces? Paralelogramos.



Exercícios

1 Veja as figuras:



Indique os sólidos:

a) com superfície(s) formadas(s) apenas por figuras planas; B, D, E, F e G

b) que têm superfícies(s) curvas(s); A, C e H

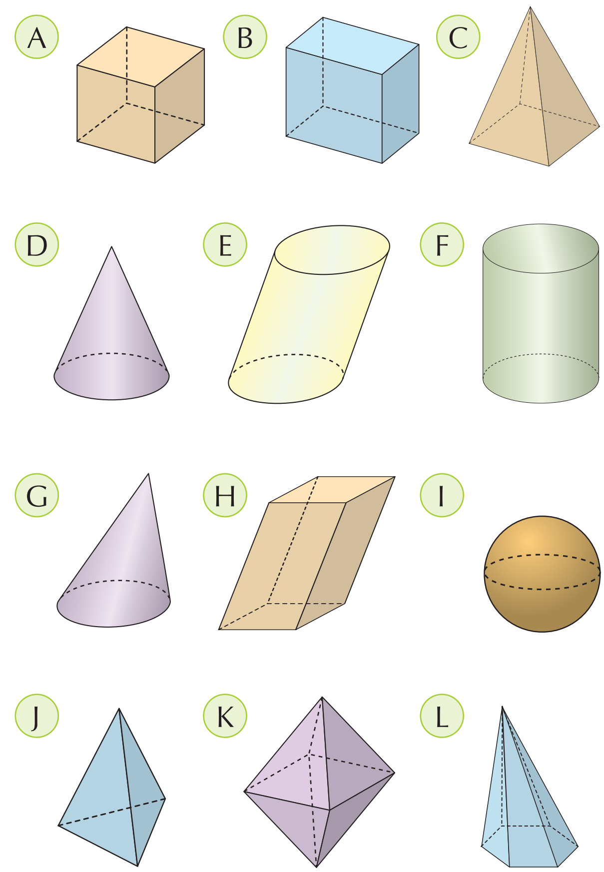
c) que têm faces que são triângulos; D, E e G

d) que têm faces que são retângulos. B e E

2 Copie e complete em seu caderno.

Os sólidos geométricos que são formados apenas por superfícies planas se chamam ▨ e essas superfícies planas se chamam ▨.
poliedros; faces

3 Veja os sólidos geométricos representados:

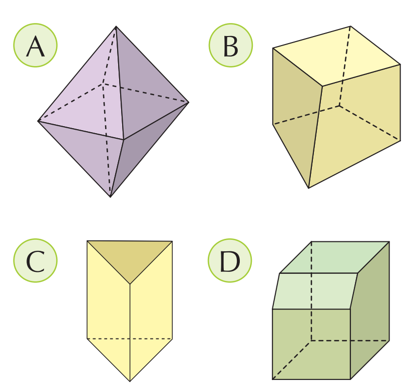


Indique:

a) aqueles que são poliedros; A, B, C, H, J, K e L

b) aqueles que não são poliedros. D, E, F, G e I

4 Em seu caderno, faça a correspondência do número com a letra: A-8; B-6; C-5; D-7



5 pentaedro
6 hexaedro
7 heptaedro
8 octaedro

2. Prismas e pirâmides

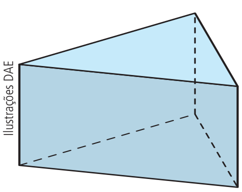
Prismas

Há poliedros que apresentam propriedades especiais, por isso recebem nomes especiais.

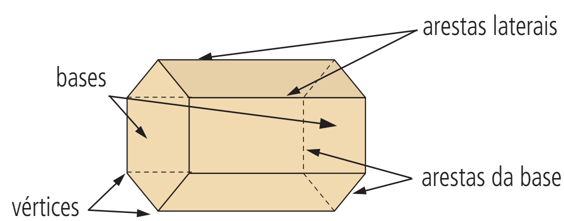
Os **prismas** são poliedros que apresentam as seguintes características:

- têm duas faces opostas paralelas chamadas **bases do prisma**. As bases são polígonos idênticos que podem ser triângulos, quadriláteros, pentágonos etc.;
- as demais faces são paralelogramos. (Nos exemplos abaixo, são retângulos. Lembre-se: retângulos são paralelogramos que apresentam 4 ângulos retos.)

Ilustrações DAE



◆ Este é um prisma de bases triangulares. Suas faces laterais são retângulos.



◆ Este é um prisma de bases hexagonais. Como são poliedros, além das faces os prismas apresentam arestas e vértices.

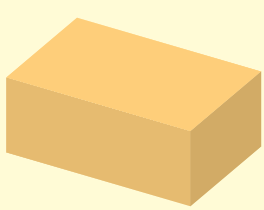
Façam estas atividades com os colegas.

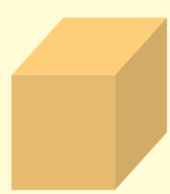
1. Escrevam uma lista de objetos em forma de prisma. Respostas pessoais.

Vocês vão perceber que os blocos retangulares e os cubos são os prismas cujas formas aparecem com maior frequência nos objetos e nas construções presentes em nosso cotidiano.

Nos blocos retangulares e nos cubos, quaisquer duas faces opostas podem ser consideradas bases.

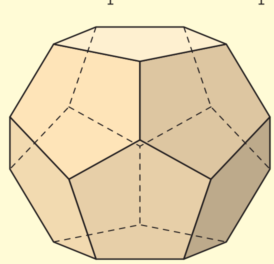
◆ Blocos retangulares têm 6 faces retangulares.





◆ Os cubos são blocos retangulares com 6 faces quadradas.

2. Observem e respondam: este poliedro é um prisma? Por quê?

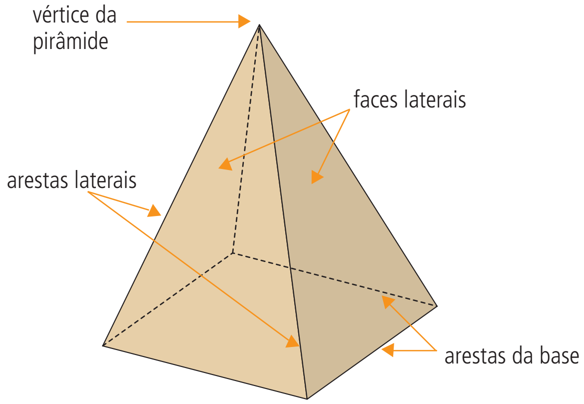


Não. Suas faces são todas pentagonais.

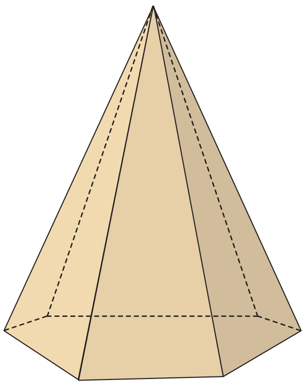
Pirâmides

Estes poliedros são **pirâmides**.

Pirâmides apresentam uma base, que pode ser um triângulo, um quadrilátero ou outro polígono. As faces laterais são triângulos com um vértice comum chamado **vértice da pirâmide**.



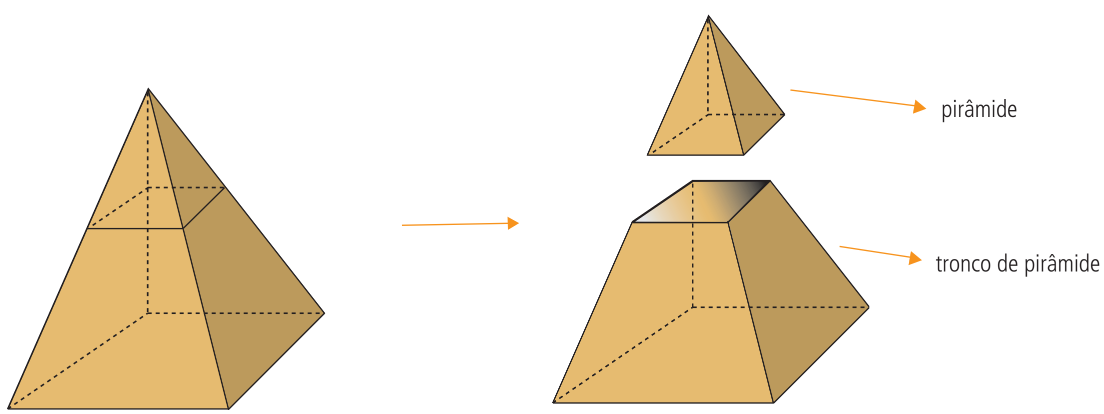
pirâmide de base quadrada



pirâmide de base hexagonal

Ilustrações DAE

Quando seccionamos uma pirâmide paralelamente à base como vemos na figura abaixo, obtemos uma nova pirâmide e outro sólido chamado tronco de pirâmide.



Faça estas atividades.

1. Escreva em seu caderno que características diferenciam prismas de pirâmides. Confira suas observações com seus colegas e com o professor. Os prismas apresentam 2 faces opostas paralelas. As pirâmides não têm faces paralelas. As faces laterais das pirâmides são triângulos. As faces laterais dos primas são paralelogramos.

2. Encontre algum objeto que tenha a forma de tronco de pirâmide. Resposta pessoal.

3. Os poliedros podem ser prismas, pirâmides ou nenhum dos dois. Pense e responda.

- O tronco de pirâmide é um poliedro? Sim.
- O tronco de pirâmide é um prisma? Não.
- Qual é a forma das faces laterais do tronco de pirâmide representado acima? Trapézio.

Montando prismas e pirâmides

Trabalhe em dupla com um colega.

No final do livro, na seção "Moldes para as atividades" vocês encontram modelos de três prismas e duas pirâmides planificados.

Copiem, recortem e montem cada modelo em cartolina.

Depois, manuseando e observando as figuras, construam e completem no caderno as tabelas a seguir.

Número de lados da base	Nome do prisma	Número e forma das faces laterais	Número de vértices	Número de arestas	Número de arestas que se encontram em cada vértice
Construa a tabela com três linhas					

Resposta no Manual do Professor.

Número de lados da base	Nome da pirâmide	Número e forma das faces laterais	Número de vértices	Número de arestas	Número de arestas que se encontram em cada vértice da base	Número de arestas que se encontram no vértice da pirâmide
Construa a tabela com duas linhas						

Resposta no Manual do Professor.

Reúna-se em dupla com um colega e respondam no caderno.

1. Observando os dados da tabela relativa aos prismas, montada na atividade acima, que relação podemos estabelecer entre o número de lados da base e:

- o número de vértices do prisma? O número de vértices é igual ao dobro do número de lados da base do prisma.
- o número de arestas do prisma? O número de arestas é igual ao triplo do número de lados da base do prisma.

2. Observando os dados da tabela relativa às pirâmides, que relação podemos estabelecer entre o número de lados da base e:

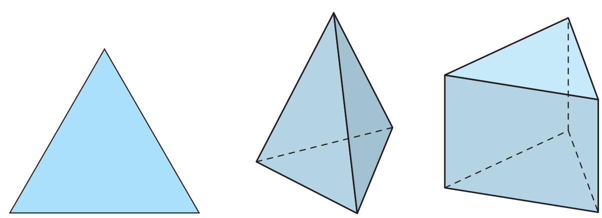
- o número de vértices da pirâmide? O número de vértices é igual ao número de lados da base da pirâmide mais 1.
- o número de arestas da pirâmide? O número de arestas é igual ao dobro do número de lados da base da pirâmide.

3. Com base nas conclusões obtidas, responda quantos vértices e quantas arestas tem:

- um prisma cujas bases são polígonos de 7 lados (heptágonos); 14 vértices e 21 arestas
- uma pirâmide cuja base é um polígono de 10 lados (decágono). 11 vértices e 20 arestas

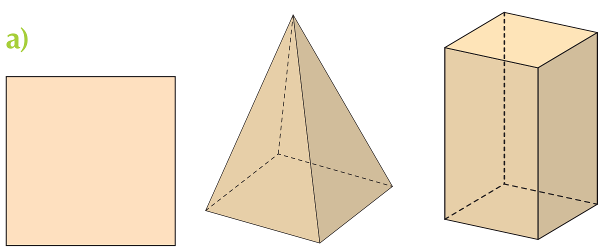
Exercícios

5 Como você acabou de ver, as pirâmides e os prismas são classificados de acordo com os polígonos da base. Agora, escreva em seu caderno os nomes dos polígonos e poliedros a seguir. Veja o exemplo.



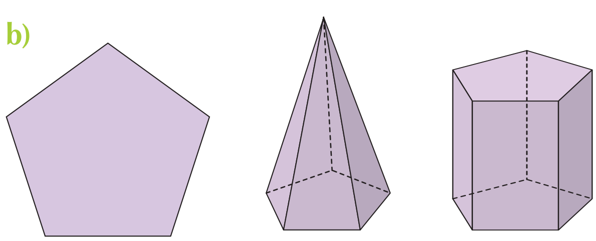
triângulo · pirâmide triangular · prisma triangular

a)



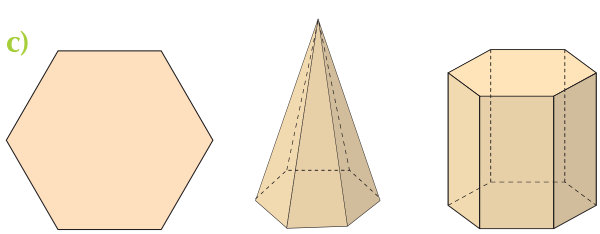
quadrado · pirâmide quadrangular · prisma quadrangular

b)



pentágono · pirâmide pentagonal · prisma pentagonal

c)



hexágono · pirâmide hexagonal · prisma hexagonal

6 Dê um exemplo de um poliedro que tenha:
(Há outras possibilidades de respostas.)

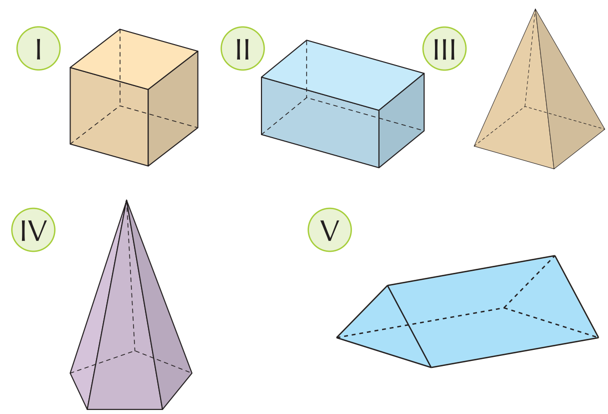
a) todas as faces iguais; Cubo.

b) um número par de vértices; Qualquer prisma.

c) um número ímpar de vértices; Pirâmide quadrangular.

d) pelo menos duas arestas com comprimentos diferentes. Bloco retangular.

7 Observe a representação de cinco poliedros. Realize as contagens necessárias para completar a tabela em seu caderno, escrevendo o número de vértices, faces e arestas de cada um dos sólidos geométricos:



Poliedros	Nº de faces F	Nº de vértices V	Nº de arestas A	F + V	A + 2
I	6	8	12	$6+8=14$	$12+2=14$
II					
III					
IV					
V					

Resposta na seção "Respostas dos Exercícios".

Que conclusão você tira ao comparar as duas últimas colunas da tabela? Resposta pessoal.

Em alguns poliedros, ocorre a seguinte situação:

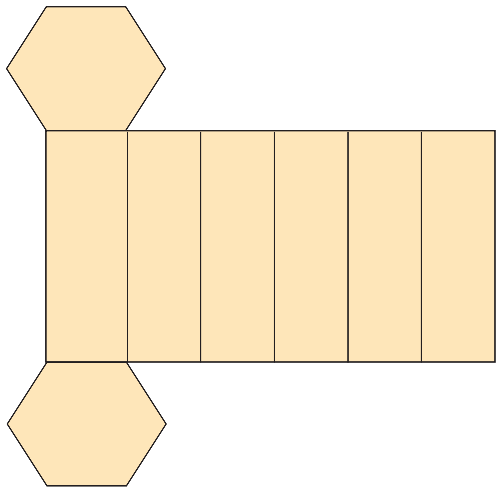
número de faces + número de vértices = número de arestas + 2

Esta igualdade é conhecida por **Fórmula de Euler**, em homenagem ao matemático suíço Leonhard Euler, por ter sido o primeiro a divulgá-la.

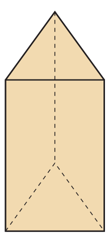
◆ Joseph Friedrich August Darbes. *Retrato de Leonhard Euler*, 1780. Óleo sobre tela, 61,3 cm × 47,3 cm.

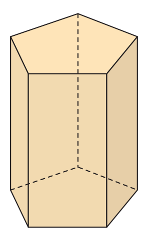
retjakov Gallery, Moscou/ Akg-Images/LatinStock

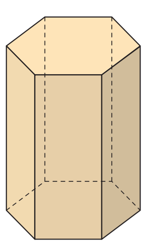
8 Veja esta figura plana que depois de cortada e dobrada formará a superfície de um prisma.

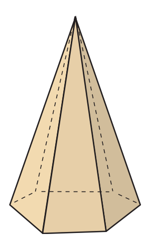


a) Qual dos quatro desenhos mostra esse prisma? A figura III.

I


II


III


IV


b) Como você classifica esse prisma?
Prisma de base hexagonal.

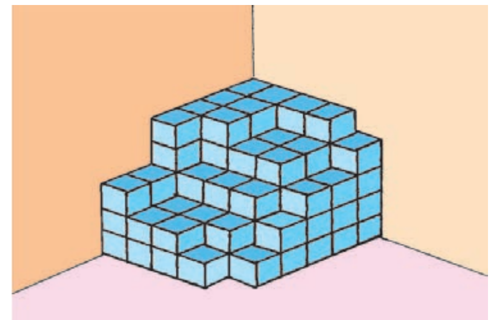
c) Quantos e quais são os polígonos que ele tem em suas faces? 6 retângulos e 2 hexágonos

d) Qual é o número de arestas? E de vértices?
18 arestas; 12 vértices

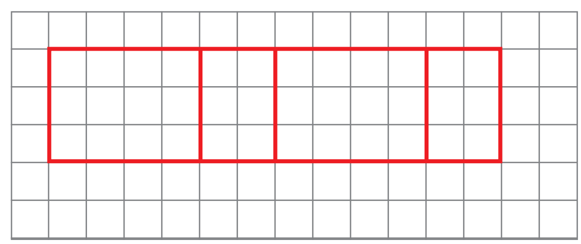
e) Cada aresta da base do prisma hexagonal acima representado mede 5 cm. Enrolando um barbante com 1 metro de comprimento em volta do prisma, podemos dar três voltas completas? Sim, pois serão necessários apenas 90 cm de barbante.

9 Empilhei caixas cúbicas no canto de uma sala, mas me esqueci de contá-las. Quantas estão empilhadas? 100 caixas

$9 \times 5 = 45$ $6 \times 2 = 12$
$5 \times 4 = 20$ $2 \times 1 = 2$
$7 \times 3 = 21$

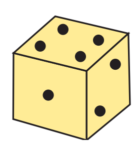

Lápis Mágico

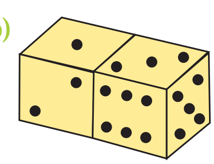
10 Na figura está iniciado o desenho da planificação de um bloco retangular. Reproduza-a em uma folha quadriculada e complete-a.



Resposta na seção "Respostas dos Exercícios".

11 Veja a posição de um dado e de dois dados nas figuras e escreva em seu caderno quais são os números que estão nas faces:

a)


b)


Lembrete: as faces opostas de um dado somam sempre 7 pontos.

a)
- da frente: $\boxed{1}$
- de trás: ▨ 6
- de cima $\boxed{4}$
- de baixo: ▨ 3
- do lado direito: $\boxed{2}$
- do lado esquerdo: ▨ 5

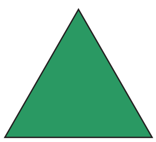
b)
- da frente: $\boxed{2}\boxed{6}$
- de trás: ▨ e ▨ 5 e 1
- de cima $\boxed{1}\boxed{3}$
- de baixo: ▨ e ▨ 6 e 4
- do lado direito: $\boxed{5}$
- do lado esquerdo: ▨ ou ▨ 3 ou 4

3. Poliedros regulares

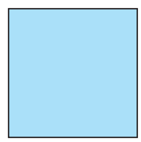
Um polígono é regular se:

- todos os seus lados têm o mesmo comprimento;
- todos os seus ângulos têm a mesma medida.

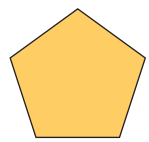
Veja exemplos:



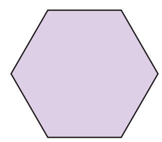
triângulo regular



quadrilátero regular

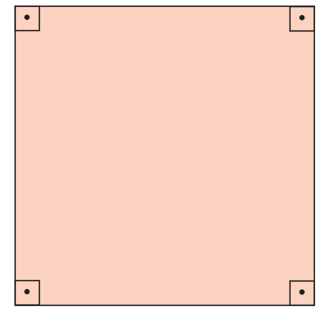


pentágono regular



hexágono regular

Ilustrações DAE



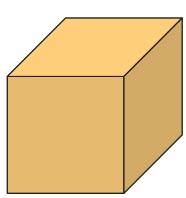
O quadrado é um polígono regular.

Confira as medidas dos lados e dos ângulos internos de cada polígono com o auxílio de régua e de transferidor.

Temos polígonos regulares com três, quatro, cinco, seis, enfim, com qualquer número de lados.
E um poliedro? Quando ele é regular?

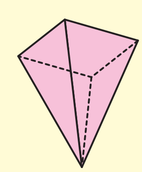
Um poliedro é regular se:

- suas faces são todas polígonos regulares idênticos;
- todo vértice é ponto de encontro do mesmo número de arestas.



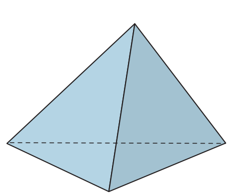
O cubo é um poliedro regular porque suas 6 faces são quadrados idênticos e todo vértice é ponto de encontro de 3 arestas.

Esta pirâmide não é um poliedro regular. Você sabe explicar por quê?

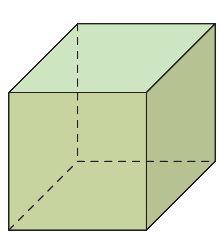


Suas faces não são polígonos regulares idênticos (há 4 triângulos e 1 paralelogramo) e 4 dos vértices são pontos de enconto de 3 arestas enquanto 1 dos vértices é o ponto de encontro de 4 arestas.

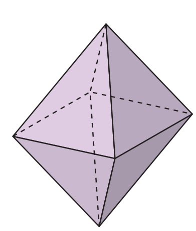
Será que, assim como os polígonos regulares, também existem infinitos poliedros regulares? Não, há somente 5 poliedros regulares. São eles:



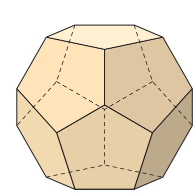
tetraedro regular



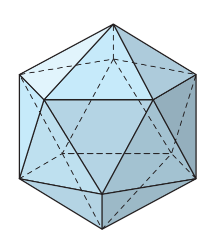
cubo ou hexaedro regular



octaedro regular



dodecaedro regular



icosaedro regular

Em dupla, construam em cartolina os poliedros regulares conforme os modelos planificados nas páginas finais do livro, na seção “Moldes para as Atividades”. Copiem e completem a tabela a seguir no caderno.

Nome do poliedro	Número e forma das faces	Número de vértices	Número de arestas	Número de arestas convergindo em cada vértice
Construa a tabela com 5 linhas				

Resposta no Manual do Professor.

Os gregos antigos tinham grande interesse pela Geometria e estudaram os poliedros regulares, que se destacam não só por suas propriedades, mas também pela beleza de suas formas.

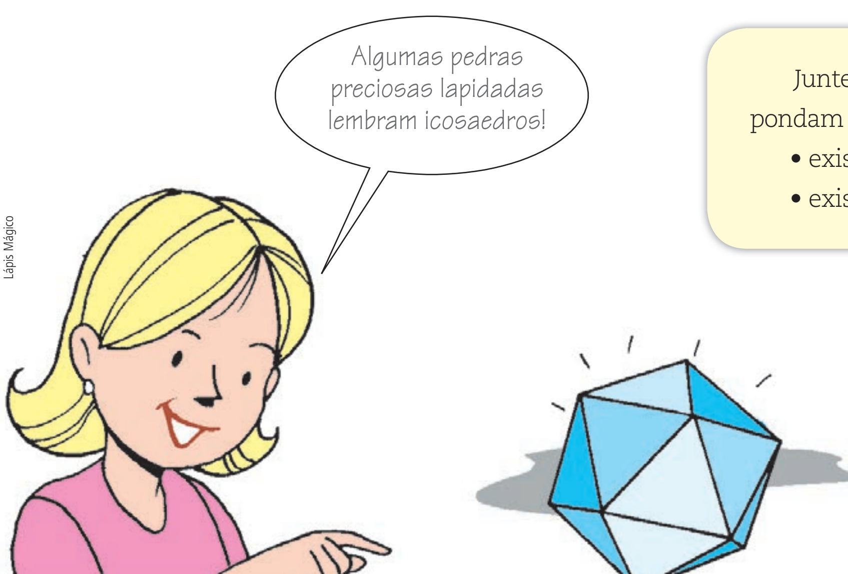
Conta-se que eles associaram os poliedros regulares aos quatro elementos:

- fogo – tetraedro regular;
- terra – hexaedro regular (cubo);
- ar – octaedro regular;
- água – icosaedro regular.

O quinto poliedro – dodecaedro – representava o próprio Universo.

Teaetetus, um matemático nascido em Atenas por volta de 414 a.C., foi provavelmente o primeiro a escrever sobre a existência de somente 5 poliedros regulares.

No entanto, sabe-se que o tetraedro, o cubo e o dodecaedro já eram conhecidos muito antes dessa época.



Lápis Mágico

Junte-se a um colega, pensem e respondam se entre os poliedros regulares:

- existem prismas? Sim.
- existem pirâmides? Sim.

4. Cilindros, cones e esferas

Muitos sólidos, como cilindros, cones e esferas, não são poliedros.

Suas formas aparecem com frequência no mundo real. Veja alguns exemplos:

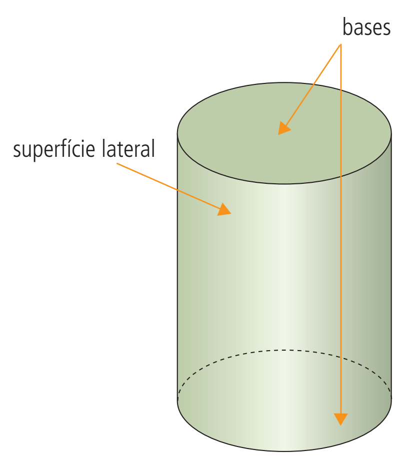
Vicente Costa

P.S. Studio

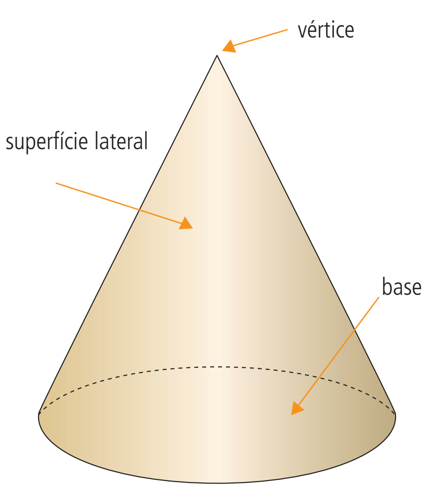
Paulo Pepe

Vamos, então, estudar suas características.

As bases de um **cilindro circular** são dois círculos paralelos idênticos. Sua superfície lateral é curva. O cilindro combina formas planas e não planas.



Ilustrações DAE

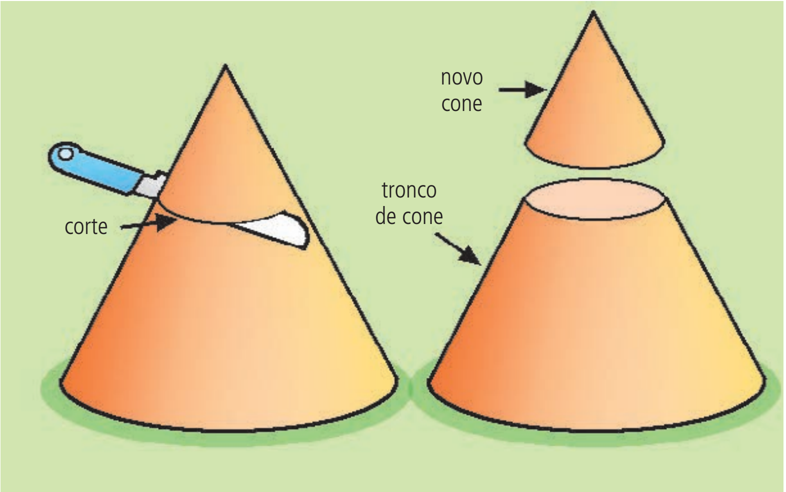


Os cabos de vassoura e os canos de água costumam ser cilíndricos. Você sabe explicar por quê?

Resposta pessoal. Pode-se observar que o cabo de vassoura cilíndrico se adapta melhor às mãos. Os canos cilíndricos escoam água com mais facilidade.

A base do **cone circular** é um círculo e sua superfície lateral é curva. Assim como a pirâmide, o cone apresenta um vértice.

Se seccionarmos um cone paralelamente à base, como vemos na figura abaixo, obtemos um novo cone e um tronco de cone.

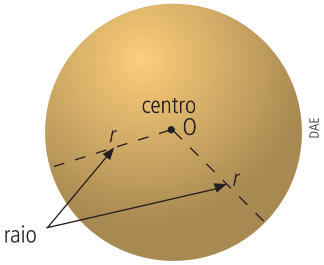


Encontramos ao nosso redor formas que lembram cones e troncos de cone.

Uma bola maciça é uma **esfera**.

A superfície da esfera é formada por todos os pontos do espaço que estão a uma mesma distância *r* de um ponto O dado.

- O é o centro da esfera
- *r* é a medida do raio da esfera



Na natureza encontramos formas muito próximas da esfera.

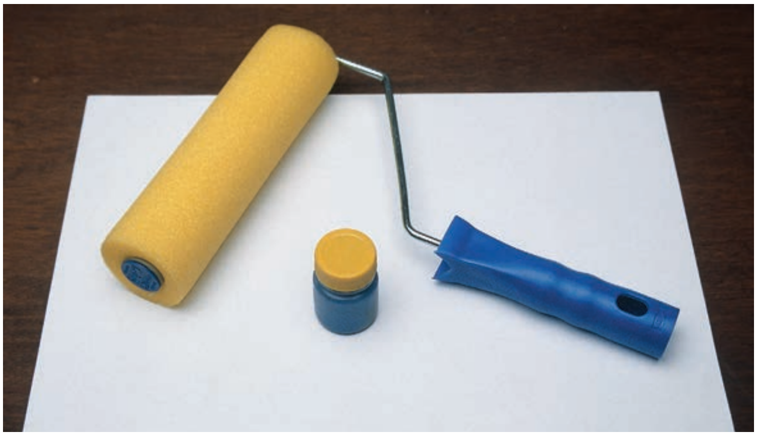
Planificando a superfície de um cilindro e de um cone

Sabemos que as bases de um cilindro circular são dois círculos paralelos e idênticos.

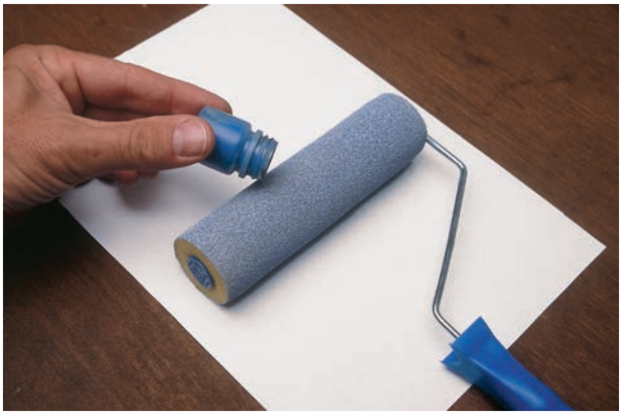
Como será que fica a planificação da superfície lateral do cilindro?

Faça este experimento em grupo.

Consiga um rolo de espuma cilíndrico próprio para pintar parede, tinta guache e papel.



Fotos: P.S. Studio



◆ Pinte a superfície lateral do cilindro de espuma com guache.

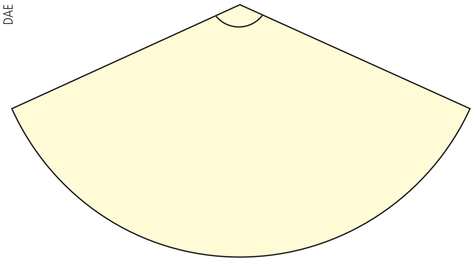
◆ Antes de o guache secar, coloque o cilindro deitado sobre uma folha de papel, e, com cuidado, faça com que ele dê uma volta completa.

Na folha ficará pintada a planificação da superfície lateral do cilindro.

A planificação da superfície lateral do cilindro é um retângulo.

Encontre um objeto em forma de cone que você possa pintar com guache, como uma casquinha de sorvete, ou um cone de lã vazio. Use o mesmo procedimento acima para obter a planificação da superfície lateral do cone. Não se esqueça de dar apenas uma volta completa!

DAE



◆ Planificação da superfície lateral do cone.

A figura obtida é uma região do círculo chamada setor circular. Falamos sobre ela quando construímos gráficos de setores, na Unidade 6 deste livro.

Exercícios

12 Qual fruta nos faz lembrar uma esfera? Laranja.

Oliver Suckling/Dreamstime.com

Valéria Vaz

Misto Quente

Hemera/Thinkstock

13 Observe a figura e responda no caderno.

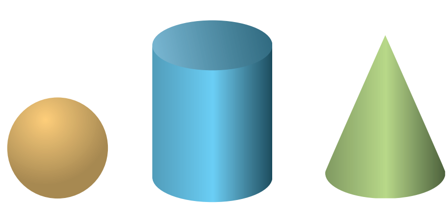
Hélio Senatore

a) Que sólido geométrico lembra a parte em verde do lápis (sem a ponta)? Cilindro.

b) E a ponta do lápis (onde aparecem a madeira e o grafite)? Cone.

14 Verdadeiro ou falso?

DAE

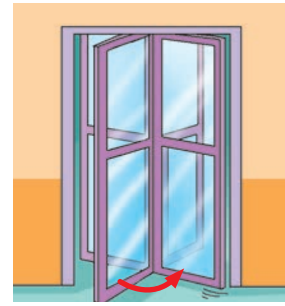


a) A esfera, o cilindro e o cone têm superfícies curvas. V

b) A superfície da esfera é totalmente curva e a do cilindro e do cone combinam superfícies planas e não planas. V

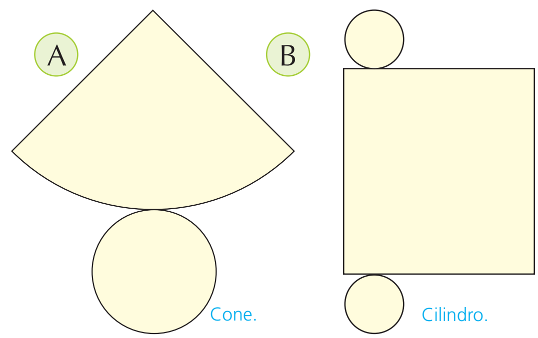
c) Dos três sólidos representados só o cone tem um vértice. V

15 Que sólido geométrico você obtém ao girar a porta do banco? Cilindro.



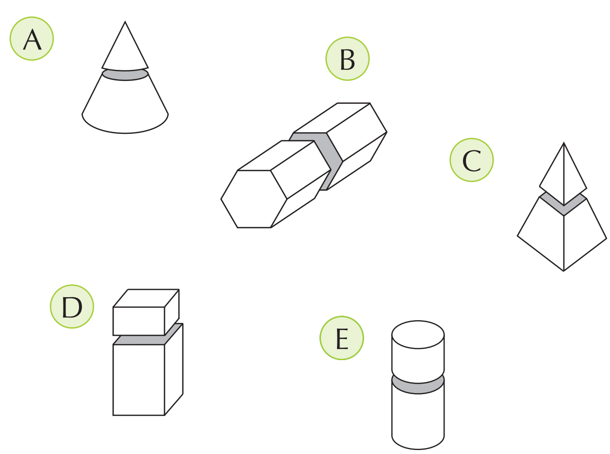
Ilustra Cartoon

16 Diga o nome dos sólidos geométricos que correspondem às planificações seguintes:



DAE

17 Veja que cada um dos sólidos foi serrado em duas partes:



DAE

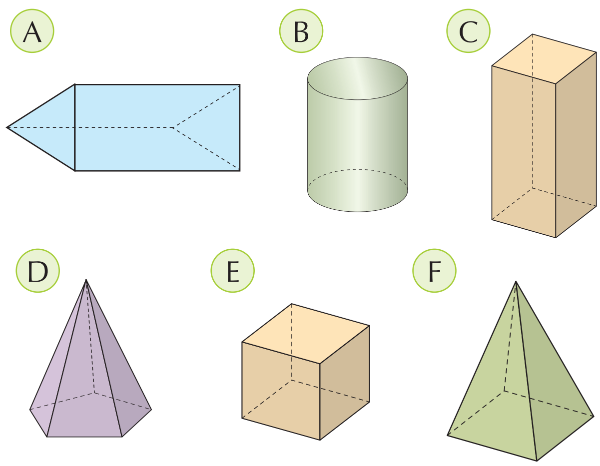
a) Quais sólidos têm a mesma forma antes e depois de serrados? B, D e E

b) O que se obtêm do sólido A depois de serrado? Um tronco de cone e um cone.

c) O que se obtêm do sólido C depois de serrado? Um tronco de pirâmide e uma pirâmide.

Revisando

Os sólidos geométricos a seguir referem-se às questões de números 18, 19 e 20.



Ilustrações DAE

18 Entre esses sólidos, indique:

a) os poliedros; A, C, D, E e F

b) as pirâmides; D e F

c) os cilindros; B

d) os cubos. E

19 Qual dos sólidos representados:

a) tem dez arestas? D

b) tem por base um pentágono? D

c) tem superfície lateral curva? B

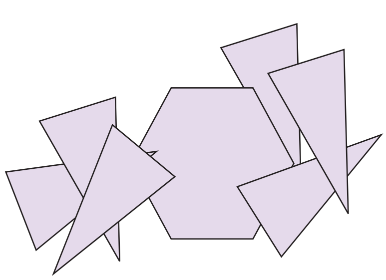
d) tem duas bases triangulares? A

20 Há entre eles algum poliedro regular? Qual?

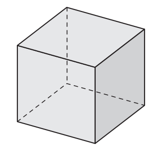
Sim. E.

21 Qual é o sólido geométrico cuja superfície é formada pelas peças da figura?

Pirâmide hexagonal.



22 Imagine um sólido geométrico de isopor que tenha todas as faces iguais. É um cubo. Responda em seu caderno.

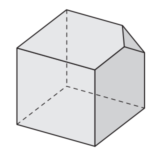


a) Quantas faces tem? 6 faces

b) Quantos vértices? 8 vértices

c) Quantas arestas? 12 arestas

Se fizermos um corte como mostra a figura, o sólido deixa de ser um cubo.



Responda.

d) Quantas faces ele tem agora? 7 faces

e) Quantos vértices? 10 vértices

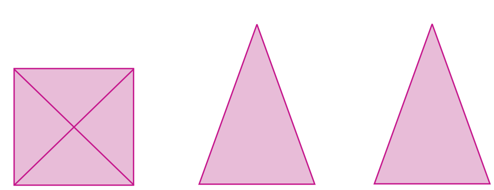
f) Quantas arestas? 15 arestas

g) Classifique, segundo o número de lados, os polígonos que formam as suas faces.
Triângulo; quadrados; pentágonos.

23 O funcionário de uma loja está enrolando um tapete. Que sólido geométrico lembrará o tapete quando terminar a sua tarefa? Um cilindro.

Hélio Senatore

24 Qual sólido apresenta as três vistas seguintes? Pirâmide.

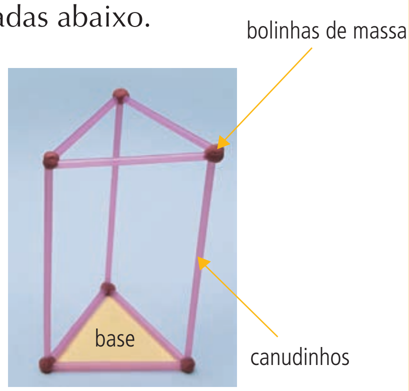


vista de cima | vista de frente | vista da direita

25 Marilda, com cartolina, canudinhos e bolinhas de massa de modelar, fez as duas construções apresentadas abaixo.

Fotos: P.S. Studio

◆ 1ª construção.

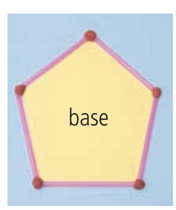


◆ 2ª construção.

a) Conte as bolinhas de massa e os canudinhos, copie e complete a tabela em seu caderno.

	Bolinhas	Canudinhos	
1ª construção			8; 12
2ª construção			6; 9

b) Marilda quer fazer mais uma construção semelhante às anteriores, mas utilizando agora como base a figura ao lado.



P.S. Studio

Quantos canudinhos são necessários para fazer essa construção? 15 canudinhos

c) Acompanhe:

- o prisma triangular tem 9 arestas;
- o prisma quadrangular tem 12 arestas;
- o prisma pentagonal tem 15 arestas.

Complete a conclusão em seu caderno.

O número de arestas de prismas sucessivos aumenta sempre ▨ unidades. 3

26 Um prisma tem 8 faces laterais.
Quantos vértices tem? E quantas arestas?
16 vértices; 24 arestas

27 Uma pirâmide tem 6 faces laterais.
Quantos vértices tem? E quantas arestas?
7 vértices; 12 arestas

Desafios

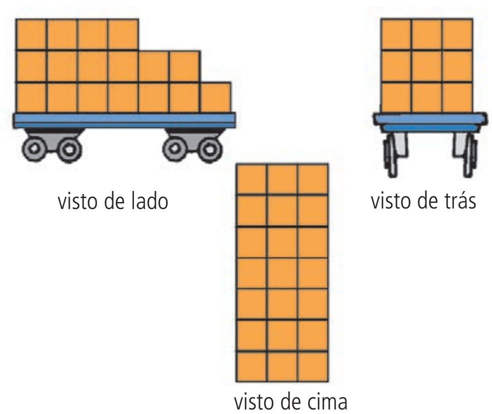
28 A base de uma pirâmide é um polígono de 10 lados.

a) Quantas faces tem a pirâmide? 11 faces

b) Quantos vértices? 11 vértices

c) Quantas arestas? 20 arestas

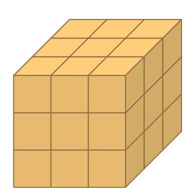
29 Veja o vagão do trem sob vários pontos de vista.



Ilustra Cartoon

Qual é o número máximo de caixotes que ele está carregando? 51 caixotes

30 O seguinte cubo, cuja superfície foi totalmente pintada, é formado por "pequenos cubos".



DAE

a) Quantos "pequenos cubos" o formam?
27 "pequenos cubos"

b) Quantos "pequenos cubos" não têm nenhuma face pintada? 1 "pequeno cubo"

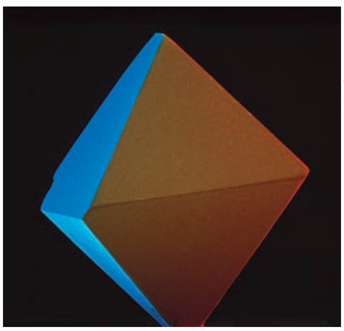
c) Quantos "pequenos cubos" têm apenas duas faces pintadas? 12 "pequenos cubos"

d) Quantos "pequenos cubos" têm três faces pintadas? 8 "pequenos cubos"

Vale a pena ler

Onde encontramos os poliedros de Platão?

Os cinco poliedros regulares – cubo, tetraedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro – são também conhecidos como poliedros de Platão, matemático e filósofo grego que viveu no período de 427 a.C a 347 a.C. Esses poliedros encantam por sua beleza. Encontramos suas formas na natureza e nas construções humanas.

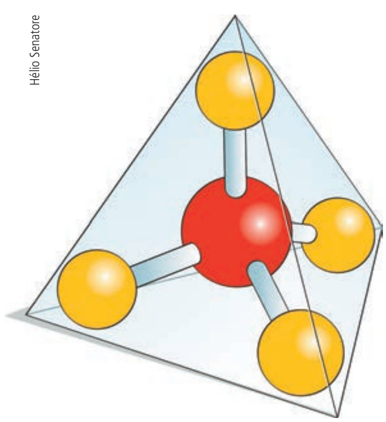


David Scharf/SPL/LatinStock

Você sabia que os cristais de cloreto de sódio (sal de cozinha) têm a forma de cubos e de tetraedros?

Na foto à esquerda, vemos um cristal de fluorita com a forma de octaedro.

A fluorita é um mineral usado na siderurgia.



Hélio Senatore

A estrutura da molécula do gás metano é tetraédrica, como vemos na representação ao lado. Abaixo, temos um dado na forma de dodecaedro e um belo icosaedro de quartzo.

Soniak/Dreamstime.com

Misto Quente

Em relação à forma do cubo, nem é preciso dizer o quanto ela é frequente…

Cintia Sanchez

◆ Cubo mágico.

Misto Quente

◆ Puff.

Christopher Bradshaw/Dreamstime.com

◆ Cubo vermelho, Nova York, EUA.

Agora que você conhece os cinco poliedros de Platão e suas características, que tal observar com mais atenção a presença e as aplicações dessas formas no mundo que nos cerca?

Autoavaliação

Anote, em seu caderno, o número do exercício e a letra correspondente à resposta correta.

31 (Saresp)

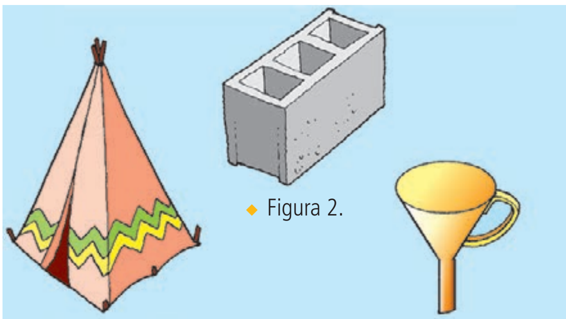


Figura 1.

Figura 3.

Ilustrações Ilustra Cartoon

A tenda do índio (figura 1), o bloco de construção (figura 2) e o funil (figura 3) têm formas que, em Geometria, são conhecidas, respectivamente, pelos nomes de:

x **a)** pirâmide, bloco retangular, cone.

b) pirâmide, cubo, bloco retangular.

c) cilindro, bloco retangular, pirâmide.

d) esfera, pirâmide, cone.

32 Qualquer pirâmide tem:

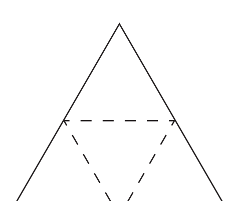
a) pelo menos 8 vértices.

b) pelo menos 8 arestas.

c) todas as faces triangulares.

x **d)** o mesmo número de faces e vértices.

33 Ao dobrar de forma conveniente as linhas tracejadas da figura abaixo, vamos obter um sólido geométrico de nome:



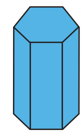
a) prisma.

x **b)** tetraedro.

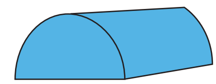
c) hexaedro.

d) octaedro.

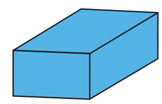
34 (Saresp) Observe os diferentes tipos de caixas utilizadas por uma loja de presentes:



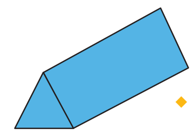
Tipo 1.



Tipo 3.

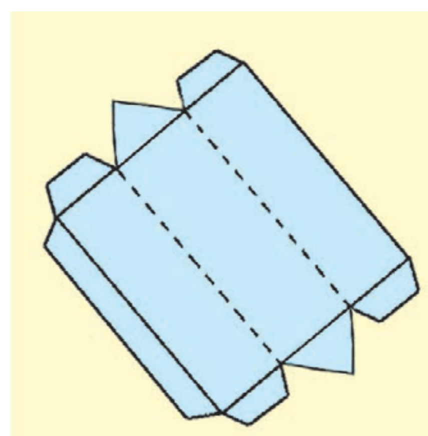


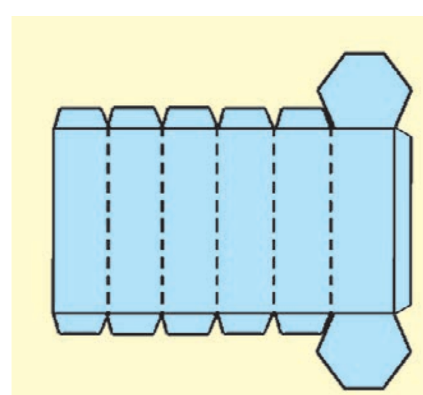
Tipo 2.



Tipo 4.

A vendedora monta a caixa de acordo com a escolha do cliente. Se ela utilizar os modelos que aparecem abaixo, vai obter caixas do tipo:





x **a)** 1 e 4

b) 3 e 4

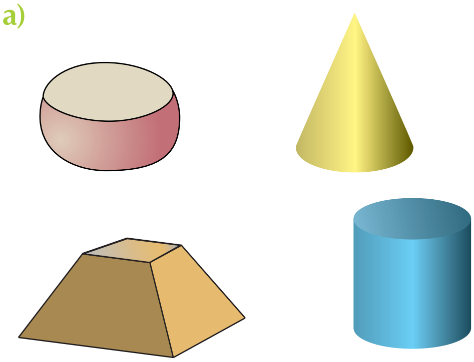
c) 2 e 3

d) 1 e 2

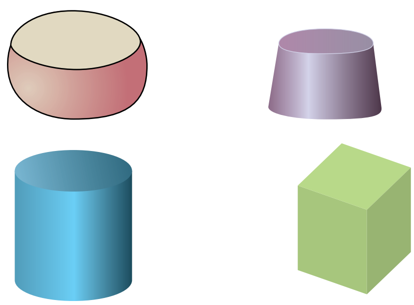
35 Os sólidos geométricos não poliedros estão desenhados em:

Ilustrações DAE

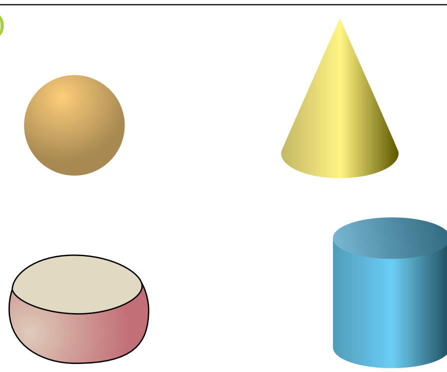
a)



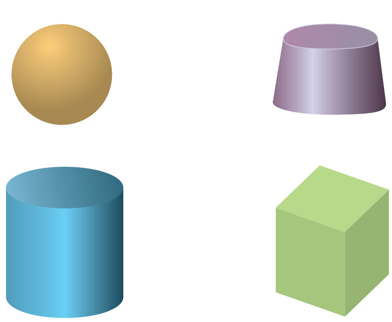
b)



x c)

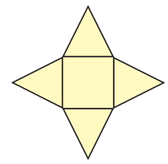


d)

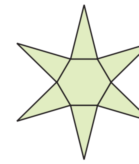


36 (Saresp) Qual das figuras seguintes representa corretamente a planificação de uma pirâmide regular pentagonal?

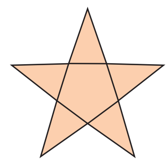
a)



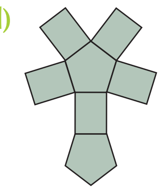
c)



x b)

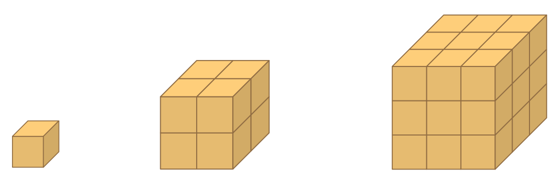


d)



37 Veja esta sequência. De quantos "pequenos cubos" você precisaria para fazer a próxima construção?

a) 16 b) 32 x c) 64 d) 81



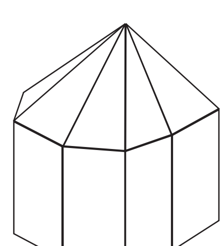
38 Uma pirâmide que tem 7 vértices é:

a) pentagonal. c) heptagonal.

x b) hexagonal. d) octogonal.

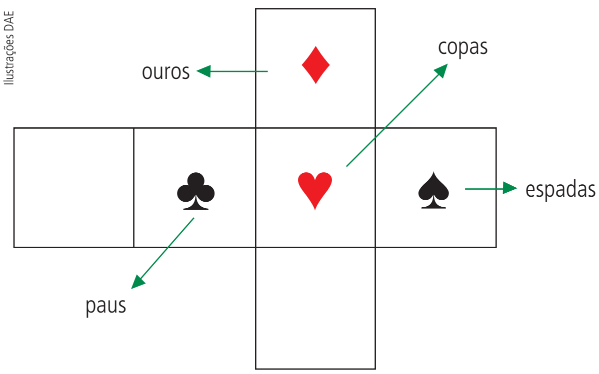
39 (Saresp) O poliedro da figura abaixo é formado colando um prisma e uma pirâmide por meio de uma base octogonal comum. O número total de faces do poliedro é:

a) 9 b) 15 x c) 17 d) 24



40 (UFR-RJ) Durante a aula de artes, Rubinho montou um dado de cartolina e ilustrou quatro das seis faces com símbolos do baralho, conforme demonstra a figura abaixo.

Ilustrações DAE



Ao chegar a sua casa, Rubinho jogou seu dado sobre a mesa e uma das faces não ilustradas ficou voltada para baixo, tocando a superfície da mesa. As ilustrações do dado que poderiam estar voltadas para cima (na face paralela à face que ficou voltada para a mesa) são:

x **a)** copas e ouros.

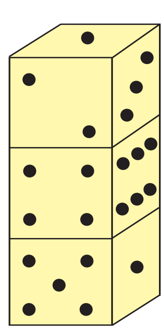
b) espadas e copas.

c) espadas e paus.

d) copas e face sem figura.

41 Três dados, cada um com faces numeradas de 1 a 6, são colocados numa pilha, tal como mostra a figura. O número total de pontinhos que não são visíveis na figura é:

a) 21 **b)** 22 **c)** 31 x **d)** 41



42 Silvinho recortou dois triângulos e três quadrados para construir uma caixa. A caixa construída por Silvinho tem a forma de:

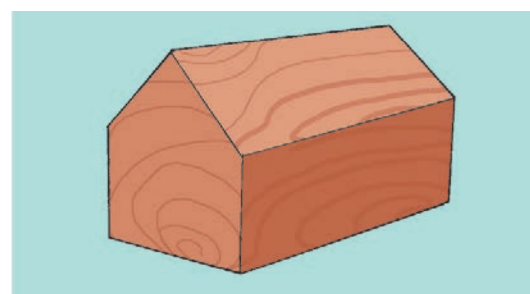
a) pirâmide triangular.

b) pirâmide quadrangular.

x **c)** prisma triangular.

d) prisma quadrangular.

43 (Saresp) Uma indústria produz peças maciças de madeira com formato de prismas. A superfície representada abaixo é formada por:



Ilustra Cartoon

a) 1 pentágono e 3 retângulos.

x **b)** 2 pentágonos e 5 retângulos.

c) 3 pentágonos e 4 retângulos.

d) 3 pentágonos e 3 retângulos.

44 Um sólido geométrico tem seis faces e seis vértices. Trata-se de:

a) prisma triangular.

b) prisma quadrangular.

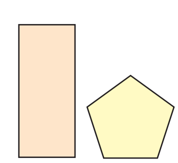
x **c)** pirâmide pentagonal.

d) pirâmide hexagonal.

45 As faces de um prisma apresentam as formas das figuras a seguir. O sólido tem:

a) 6 faces. **c)** 20 arestas.

b) 8 faces. x **d)** 10 vértices.



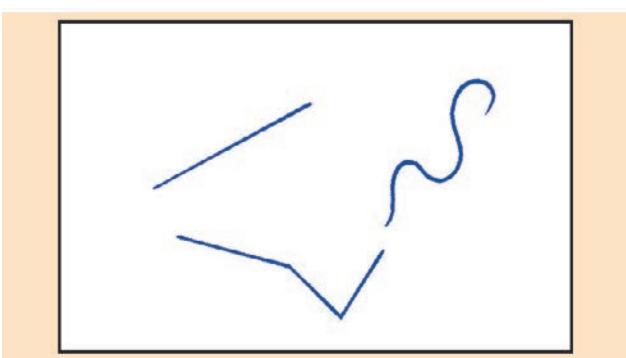
UNIDADE 8

Áreas e volumes

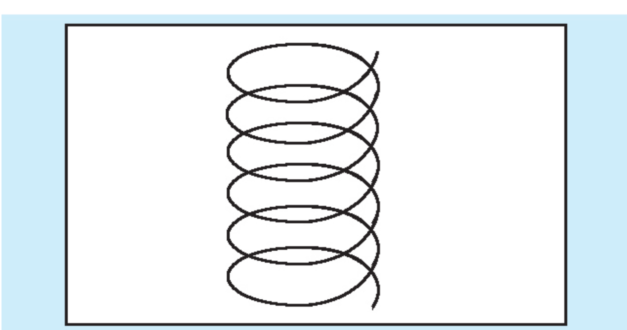
1. Uma, duas, três dimensões

Nosso mundo é tridimensional. Mas nem sempre utilizamos as três dimensões do espaço.

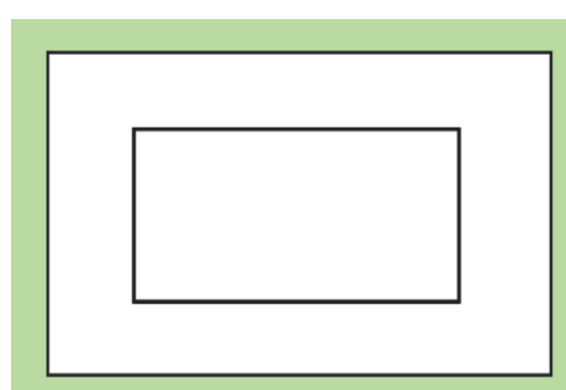
Ilustrações: Ilustra Cartoon



As linhas são figuras unidimensionais, pois têm uma única dimensão: o **comprimento**.

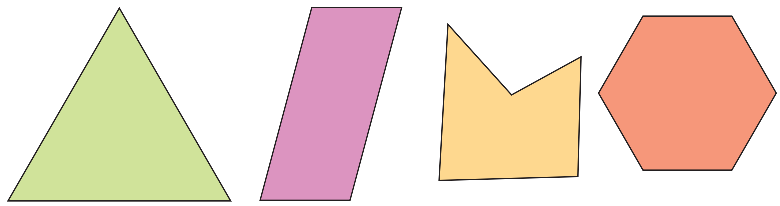


Também há figuras unidimensionais não planas. Veja a figura ao lado.

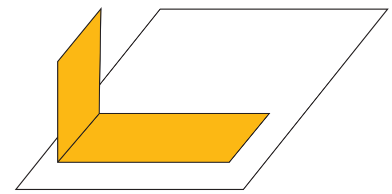


Ao traçar um retângulo, trabalhamos com duas dimensões do espaço: comprimento e largura. O retângulo é uma figura bidimensional.

As figuras bidimensionais ocupam uma superfície que pode ser medida – elas têm **área**.



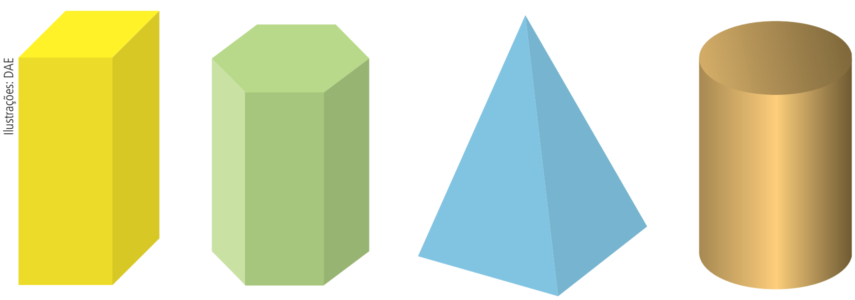
Os polígonos são exemplos de figuras bidimensionais.



Há figuras bidimensionais não planas.

Já os sólidos geométricos são figuras tridimensionais – ocupam um lugar no espaço. Assim como a área é a medida da superfície, o **volume** é a medida do espaço ocupado por um sólido. Os sólidos geométricos têm volume.

Ilustrações: DAE



Todas as figuras tridimensionais são não planas.

Ao comprar fios de arame para cercar um terreno, estamos interessados no comprimento (apesar, é claro, de o arame ter espessura).

Quando o piso de uma sala vai ser acarpetado, é preciso calcular a **área** desse piso para comprar a quantidade correta de material.

Fotos: Fernando Favoretto

A caixa-d'água de uma casa é escolhida de acordo com o volume de água que será consumido por seus moradores.

Nesta unidade, trabalharemos com cálculo de áreas, de volumes e com medidas de capacidade. Vamos lá?

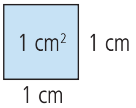
Muitas outras situações envolvem comprimentos, áreas e volumes. Você e seus colegas podem citar mais algumas? Resposta pessoal.

2. Unidades de medida de superfície

Para medir uma superfície, é necessário usar outra superfície como unidade de medida.

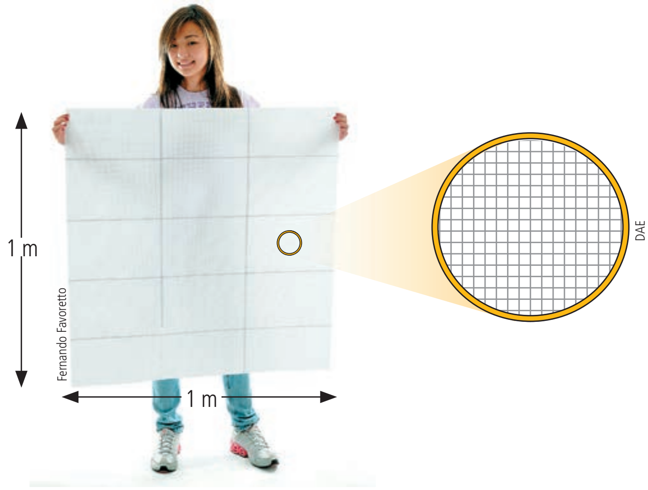
Superfícies de quadrados são usadas como padrão de medida. Vamos relembrar as unidades de medida de superfície do Sistema Métrico Decimal?

- O centímetro quadrado (cm^2) é a superfície ocupada pelo quadrado de 1 centímetro de lado.



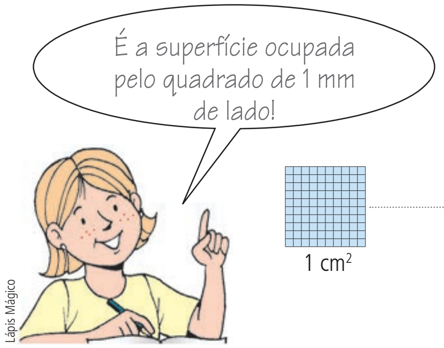
- O metro quadrado (m^2) é a superfície ocupada pelo quadrado de 1 metro de lado.

Veja a fotografia abaixo.



O m^2 aparece com frequência no cotidiano.

E o que seria o milímetro quadrado?

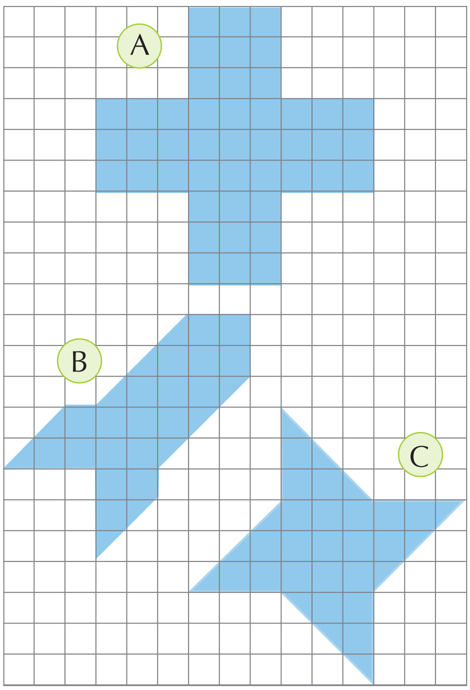


Os quadradinhos menores têm 1 mm de lado.

1. Com base no significado de cm^2, m^2, mm^2, converse com os colegas e expliquem oralmente o que significa quilômetro quadrado (km^2). É a superfície ocupada por um quadrado de 1 km de lado.
2. No cotidiano, é preciso medir superfícies, das menores às maiores. Que unidade de medida de superfície você acha adequada para expressar a área:
   a) de uma sala de aula? m^2
   b) do estado do Amazonas? km^2
   c) de uma folha de caderno? cm^2

Exercícios

1 Admitindo que a área de um quadradinho é 1 cm^2, calcule:

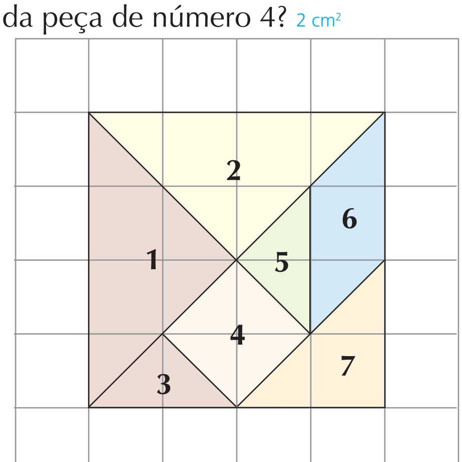


a) a área de A; 45 cm^2

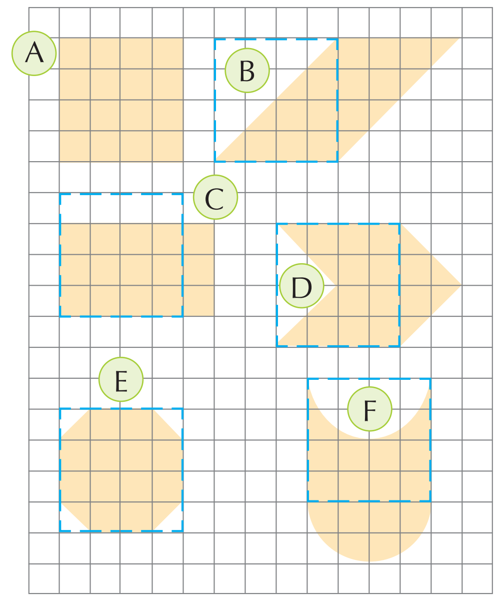
b) a área de B; 24 cm^2

c) a área de C. 27 cm^2

2 Originário da China, o Tangram é um quadrado constituído de 7 peças. Usamos um quadrado de área 16 cm^2 para compor as peças de um tangram. Essas peças foram numeradas de 1 a 7, conforme a figura. Qual é a área, em cm^2, da peça de número 4? 2 cm^2



3 Veja as figuras:

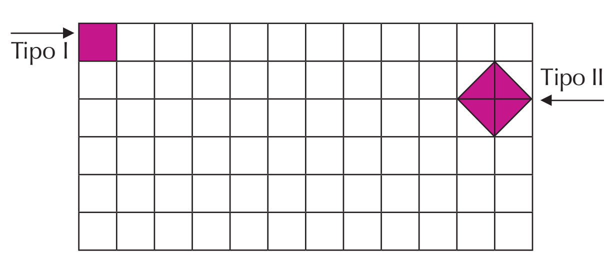


a) Indique as figuras que têm área igual à da figura A. B, D e F.

b) Desenhe em papel quadriculado figuras com área igual à da figura C.
Figura com 15 quadradinhos de área.

c) Desenhe em papel quadriculado retângulos com área igual à da figura A.
Retângulo com 16 quadradinhos de área.

4 Neste painel cabem exatamente 72 azulejos do tipo I. Para revestir esse mesmo painel com azulejos do tipo II, quantas peças serão utilizadas exatamente? 36 peças



Nota:

O azulejo maior pode ser seccionado para completar o revestimento.

3. Conversões entre as unidades de medida de superfície

Metro quadrado e centímetro quadrado

Sabemos que 1 m = 100 cm.

E 1 m²? Quantos cm² ele tem?

Veja ao lado a representação de 1 m^2.

Como 1 m = 100 cm, em 1 m^2 temos 100 fileiras com 100 quadradinhos de 1 cm^2 cada um.

$100 \cdot 100 = 10000$

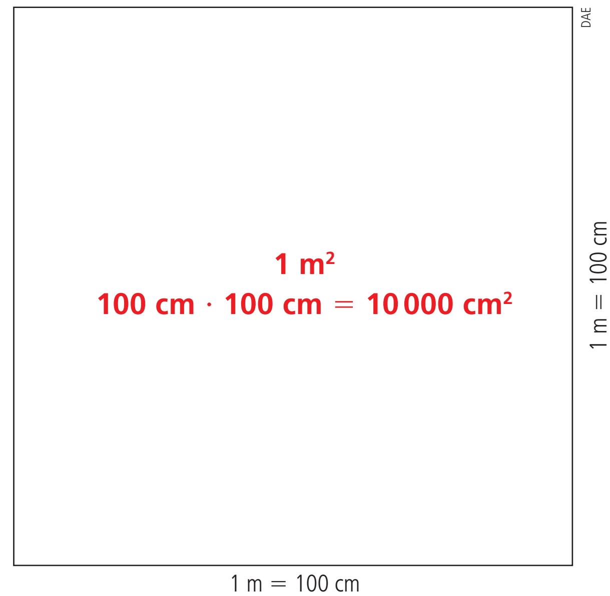
$1\ m^2 = 10000\ cm^2$

Então,

$2\ m^2 = 2 \cdot 10000 = 20000\ cm^2$

$3\ m^2 = 3 \cdot 10000 = 30000\ cm^2$

E assim por diante.



Para transformar uma medida de m^2 para cm^2, basta multiplicá-la por 10000. Consequentemente, para converter cm^2 em m^2 dividimos a medida por 10000.

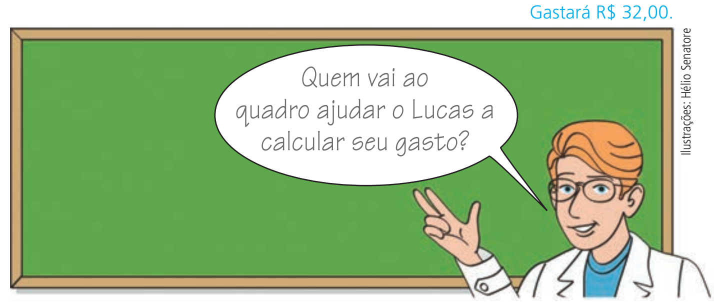
Veja exemplos:

- $7{,}8\ m^2 = 78000\ cm^2$
- $34000\ cm^2 = 3{,}4\ m^2$
- $0{,}03\ m^2 = 300\ cm^2$
- $578\ cm^2 = 0{,}0578\ m^2$

Acompanhe a situação a seguir:

Lucas mandou revestir com fórmica o tampo de uma mesa quadrada de lado 80 cm. A pessoa que fará o serviço cobra R$ 50,00 por metro quadrado de fórmica colocada.

Gastará R$ 32,00.

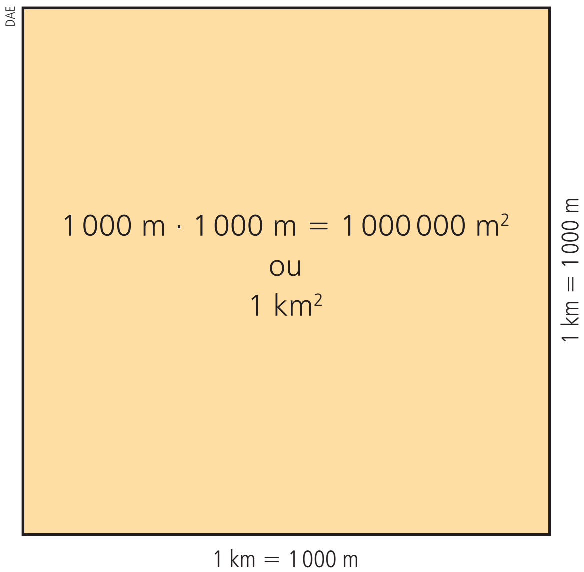


Ilustrações: Hélio Senatore

Nesta, e em outras situações, é preciso saber como converter unidades de medida de superfície.

Relacionando quilômetro quadrado e metro quadrado

Imagine um quadrado com 1 km de lado.



Sabemos que 1 km = 1 000 m. Em 1 km² há 1 000 fileiras de 1 000 quadrados de 1 m² cada um.
$1\,000 \cdot 1\,000 = 1\,000\,000$

$$1 \text{ km}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2$$

Se 1 km² = 1 000 000 m², para converter uma medida de km² para m² basta multiplicá-la por 1 000 000. Exemplos:

- $3 \text{ km}^2 = 3\,000\,000 \text{ m}^2$
- $0{,}0026 \text{ km}^2 = 2\,600 \text{ m}^2$
- $1{,}45 \text{ km}^2 = 1\,450\,000 \text{ m}^2$

Para converter uma medida de m² para km², basta dividi-la por 1 000 000. Exemplos:

- $247\,000 \text{ m}^2 = 0{,}247 \text{ km}^2$
- $9\,000\,000 \text{ m}^2 = 9 \text{ km}^2$
- $180 \text{ m}^2 = 0{,}00018 \text{ km}^2$

Faça a atividade em grupo.

Lembrando que 1 cm = 10 mm, descubra com seus colegas como transformar **cm²** em **mm²** e vice-versa. Mostrem exemplos de conversão.

Medidas agrárias

É comum vermos áreas rurais como fazendas, sítios ou reservas ambientais serem expressas em unidades de medida como o **hectare** e o **alqueire**.

Saiba que:

- 1 hectare = 10 000 m²
- 1 alqueire paulista = 24 200 m²
- 1 alqueire mineiro = 48 400 m²
- 1 alqueire do norte = 27 225 m²

Exercícios

5 Complete em seu caderno.

a) $7\ m^2 = $ ▨ cm^2 70 000

b) $0{,}5\ m^2 = $ ▨ cm^2 5 000

c) $13{,}85\ m^2 = $ ▨ cm^2 138 500

d) $0{,}0001\ m^2 = $ ▨ cm^2 1

e) $8\ km^2 = $ ▨ m^2 8 000 000

f) $2{,}5\ km^2 = $ ▨ m^2 2 500 000

g) $60\,000\ cm^2 = $ ▨ m^2 6

h) $4\,800\ cm^2 = $ ▨ m^2 0,48

6 Oito irmãos dividem um terreno de 1,6 km^2 em partes iguais. Quantos metros quadrados recebe cada um deles? 200 000 m^2

Lápis Mágico

7 Um hectare é uma medida de superfície usada para expressar a área de propriedades agrárias. Um hectare é igual a 10 000 m^2. Nestas condições, obtenha em metros quadrados a área de 5,82 hectares. 5,82 ha = 5,82 · 10000 m^2 = 58 200 m^2

8 Determine em hectares a área de 123 000 m^2.
12,3 hectares, pois 123 000 : 10 000 = 12,3

9 Observe a tabela:

CONECTANDO SABERES

Oceano	Área (em milhões de km^2)
Índico	73,8
Atlântico	82,6
Pacífico	165,8

a) Qual é, em km^2, a área do Oceano Atlântico?
82 600 000 km^2

b) O Oceano Pacífico ocupa uma superfície maior ou menor do que os outros dois oceanos juntos? Maior.

10 Em certas regiões rurais do Brasil, áreas são medidas em alqueires mineiros. Um alqueire mineiro é a área de um terreno quadrado de 220 metros de lado. Qual é a área, em quilômetros quadrados, de uma fazenda com 30 alqueires mineiros? 1,452 km^2

CONECTANDO SABERES

- 220 · 220 = 48 400
- 48 400 · 30 = 1 452 000
- 1 452 000 m^2 = 1,452 km^2

Juca Martins/Pulsar Imagens

◆ Paisagem rural do estado de Minas Gerais, onde a pecuária desempenha importante papel econômico.

11 Uma fazenda retangular que tem 10 km de largura por 15 km de comprimento foi desapropriada para reforma agrária. A fazenda deve ser dividida entre 1000 famílias, de modo que todas as famílias recebam a mesma área. Quantos metros quadrados cada família deve receber?
150 000 m^2
- 10 000 · 15 000 = 150 000 000
- 150 000 000 : 1 000 = 150 000

12 Densidade demográfica é a razão entre o número de habitantes de uma região e a área dessa região. Se uma cidade tem a densidade demográfica de 120 habitantes/km^2, aproximadamente, e uma área de 6 500 km^2, qual deverá ser o seu número de habitantes?
780 000 habitantes; 120 · 6 500 = 780 000

CONECTANDO SABERES

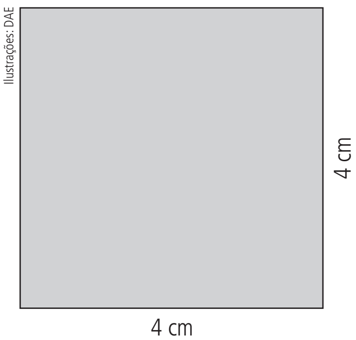
13 A cidade de Nova Iguaçu tem cerca de 750 480 habitantes e ocupa uma área de aproximadamente 524 km^2. Qual é, aproximadamente, a densidade demográfica de Nova Iguaçu, em habitantes por km^2?
1 432 hab. /km^2; 750 480 : 524 = 1 432,2

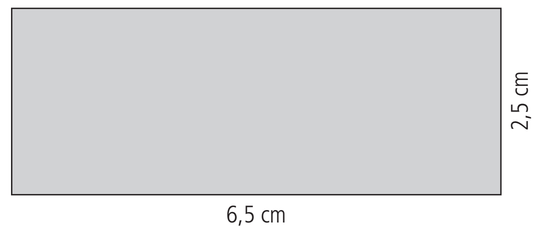
14 Em uma cidade o número de habitantes é de aproximadamente 168 000 e sua densidade demográfica é de 4,8 hab/km^2. Qual é a área aproximada dessa cidade em km^2?
35 000 km^2; 168 000 : 4,8 = 35 000

4. Comparando áreas

Uma indústria fabrica placas de metal de mesma espessura, mas com dimensões diferentes:

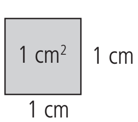
Ilustrações: DAE

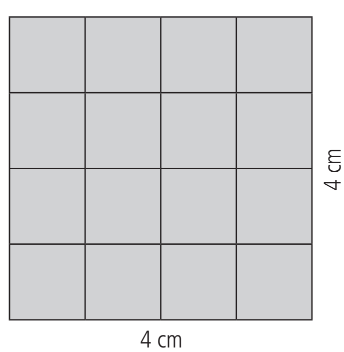




- Qual das placas deve ser a mais cara?

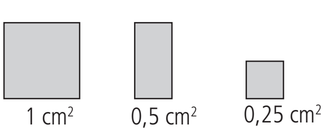
Vamos determinar a área das placas? Escolhemos a superfície de um quadrado como unidade de medida e contamos quantas unidades cabem em cada placa. Veja:

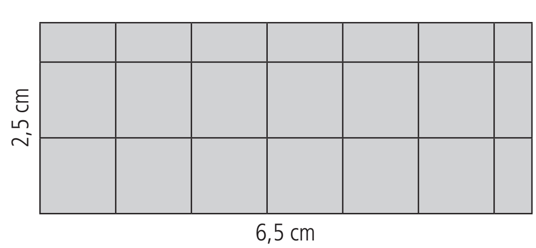




Área = $16\ cm^2$
Repare que $4 \cdot 4 = 16$.

O número de unidades de medida que cabem na placa retangular não é inteiro. Precisamos subdividir a unidade de medida:





Efetue $6{,}5 \cdot 2{,}5$.
Que resultado você encontrou?
$16{,}25\ cm^2$

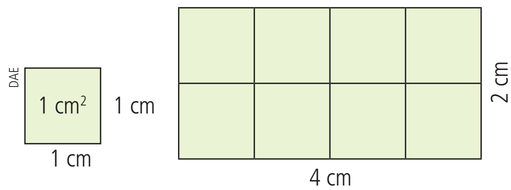
Área = $12 + 8 \cdot 0{,}5 + 0{,}25 = 16{,}25\ cm^2$

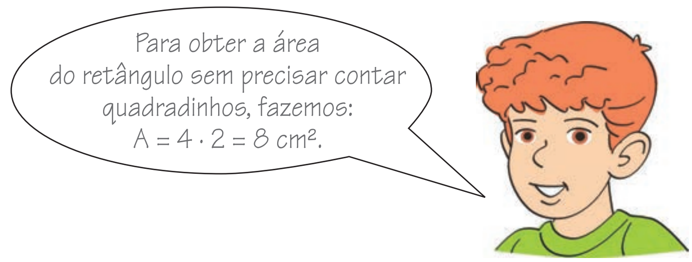
Concluímos que a placa que mede 6,5 cm por 2,5 cm tem a maior área. Portanto, deve ser a mais cara.

5. Área do retângulo e do quadrado

Qual é a área do retângulo abaixo?

DAE





Ilustrações: Hélio Senatore

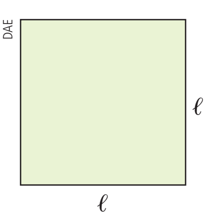
Exatamente! No 6º ano descobrimos que, para calcular a área de qualquer retângulo, basta multiplicar a medida do comprimento pela da largura. Generalizamos nossa descoberta escrevendo:

Área do retângulo = (comprimento) · (largura), ou $A = C \cdot \ell$

Representamos a área por A, o comprimento por C e a largura por ℓ.

No quadrado, a medida do comprimento é igual à da largura:

DAE



$A = \ell \cdot \ell$ ou $A = \ell^2$

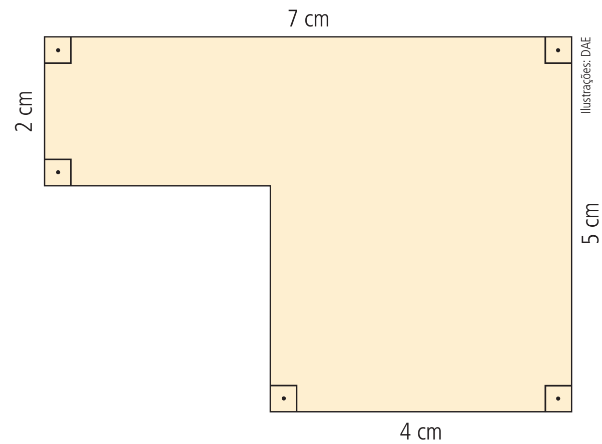
Por que essa generalização é importante? Determinar a área de um retângulo contando quadrados escolhidos como unidade de medida, muitas vezes é complicado. Imagine que queiramos calcular a área de um grande terreno retangular. Espalhar quadrados sobre a superfície do terreno e contá-los seria inviável!

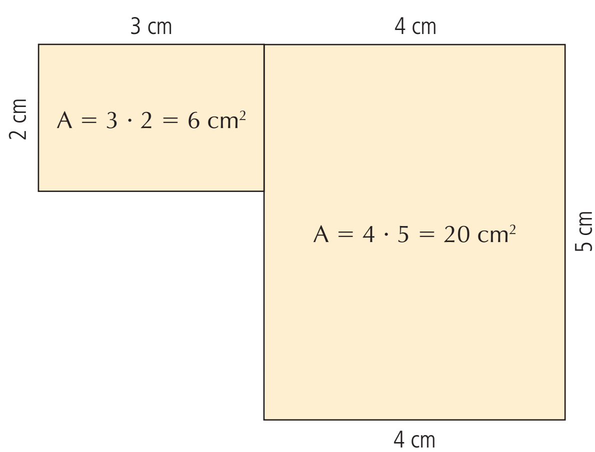
Quantos centímetros quadrados têm a capa de seu livro?
Primeiro faça uma estimativa. Em seguida meça com um régua o comprimento e a largura da capa e calcule a área usando a relação $A = C \cdot \ell$. Sua estimativa ficou próxima do valor correto? Resposta pessoal.

Cálculo de área por decomposição e composição de figuras

Mariana e Júlio calcularam a área da figura abaixo.
Cada um deles resolveu o problema usando um raciocínio diferente. Acompanhe.

- Resolução da Mariana:

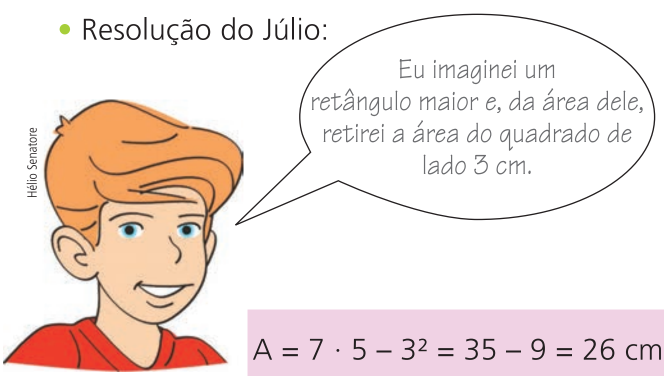


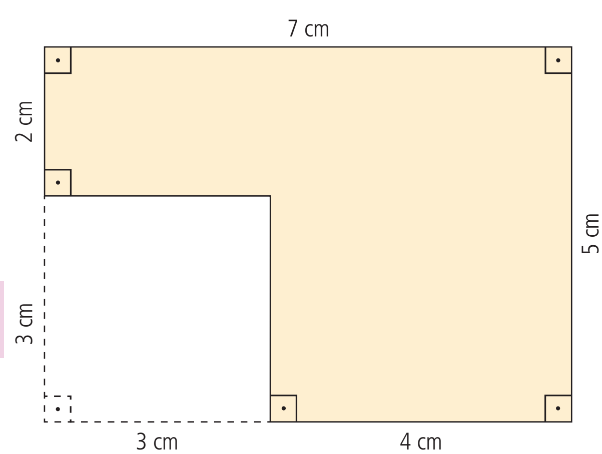


A área da figura é igual à soma das áreas dos dois retângulos:

$A = 6 + 20 = 26 \text{ cm}^2$

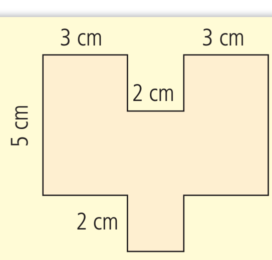
- Resolução do Júlio:





$A = 7 \cdot 5 - 3^2 = 35 - 9 = 26 \text{ cm}^2$

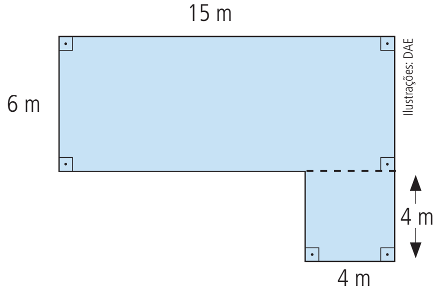
Os dois acertaram!



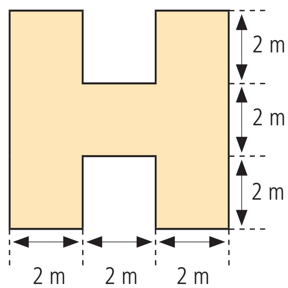
Observe bem a figura ao lado e suas medidas.
Neste polígono, os lados são todos horizontais ou verticais.
Calcule sua área usando cálculo mental. 40 cm²

Exercícios

15 (Saresp) Abaixo vemos a vista superior (também chamada de planta baixa) do apartamento de Marina. Qual a área deste imóvel? $106\ m^2$

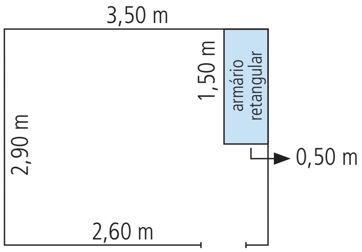


16 Calcule a área da figura sombreada. $28\ m^2$

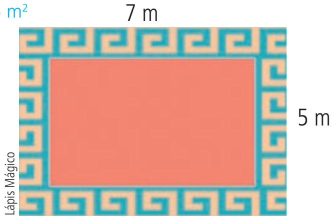


Todos os cantos da figura são ângulos retos.

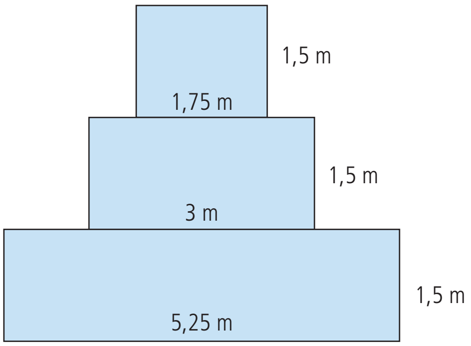
17 Veja a planta de um quarto retangular com um armário embutido. Foi preciso descontar a área do armário no momento de calcular a quantidade de ladrilho para o piso. Quantos metros quadrados de ladrilho foram gastos? $9{,}40\ m^2$



18 O tapete retangular da figura tem uma parte central lisa e uma faixa decorada com 1 m de largura. Qual é a área, em m², da parte lisa do tapete? $15\ m^2$

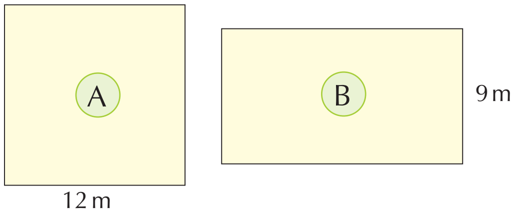


19 Calcule mentalmente a área da figura, sabendo que é formada por três retângulos. $15\ m^2$



20 Um senhor quer construir um canil retangular com 24 m² de área. Indique três possibilidades diferentes para as dimensões do canil (comprimento × largura).
Por exemplo: 3 m × 8 m; 4 m × 6 m; 2 m × 12 m.

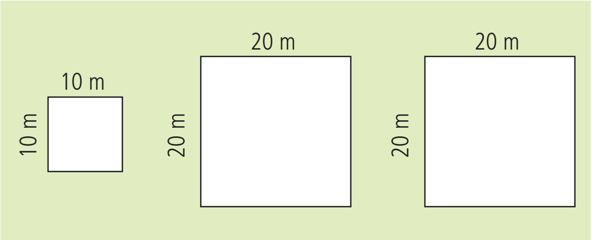
21 Na escola de José há dois pátios, um de forma quadrada e outro de forma retangular. Esses pátios têm a mesma área.



a) Qual é o comprimento do pátio retangular? 16 m

b) Qual dos dois tem maior perímetro? B

22 O senhor Paulo possui três lotes quadrados: um deles tem lado de 10 m e os outros dois têm lados de 20 m cada. Ele quer trocar os três lotes por outro lote quadrado, cuja área seja a soma das áreas daqueles três lotes. Quanto deve medir de lado o novo lote? 30 m

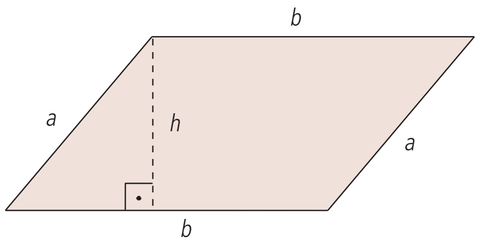


6. Área de polígonos

A ideia de decompor figuras geométricas é útil no cálculo de área de alguns polígonos.

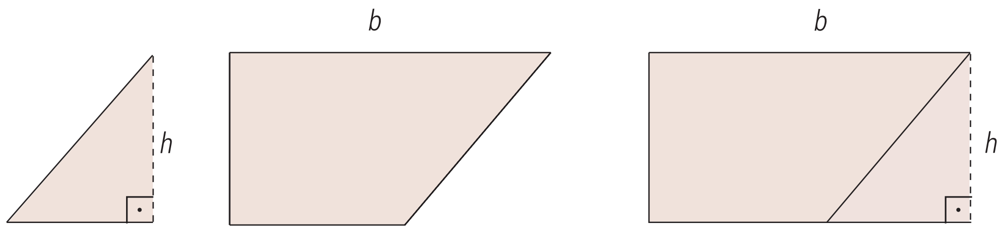
Área do paralelogramo

Paralelogramo é todo quadrilátero que tem dois pares de lados opostos paralelos.



Traçamos um paralelogramo, tomamos um dos lados como base (b) e traçamos, por um vértice, um segmento perpendicular à base, que chamamos de altura (h) relativa à base b. Desse modo, o paralelogramo foi decomposto em duas figuras.

Reposicionando o triângulo, compusemos um retângulo de base (b) e largura (h). A área original da figura não se modificou.



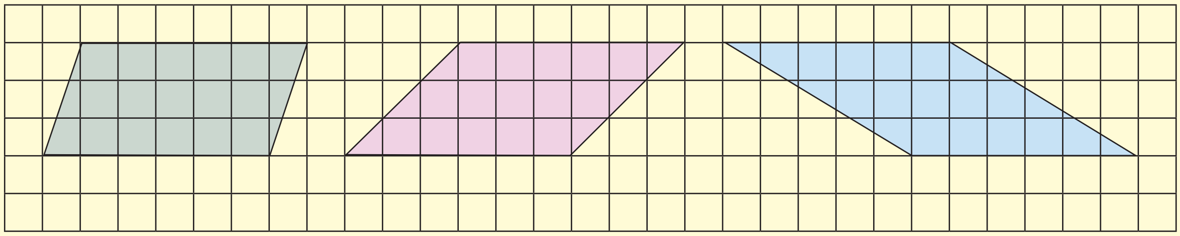
A área do paralelogramo é igual à do retângulo obtido!

$$\boxed{A_{\text{paralelogramo}} = b \cdot h}$$

Para calcular a área do paralelogramo, basta conhecer a medida de um de seus lados e a medida da altura relativa a ele.

Os paralelogramos desenhados abaixo têm a mesma área. Você sabe explicar por quê?

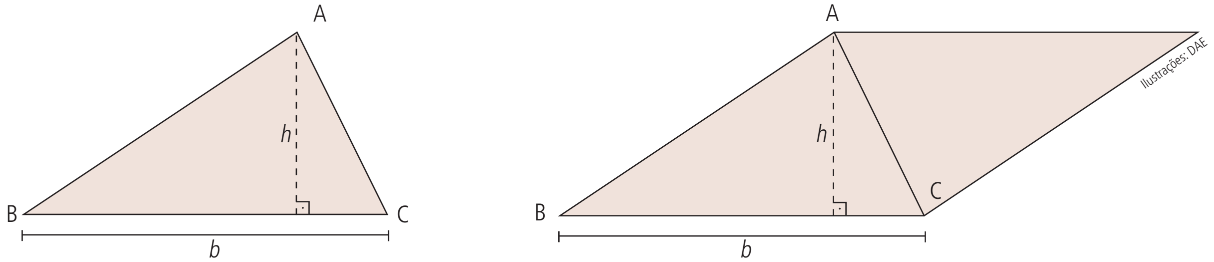
Todos têm a mesma base e a mesma altura.



Ilustrações: DAE

Área do triângulo

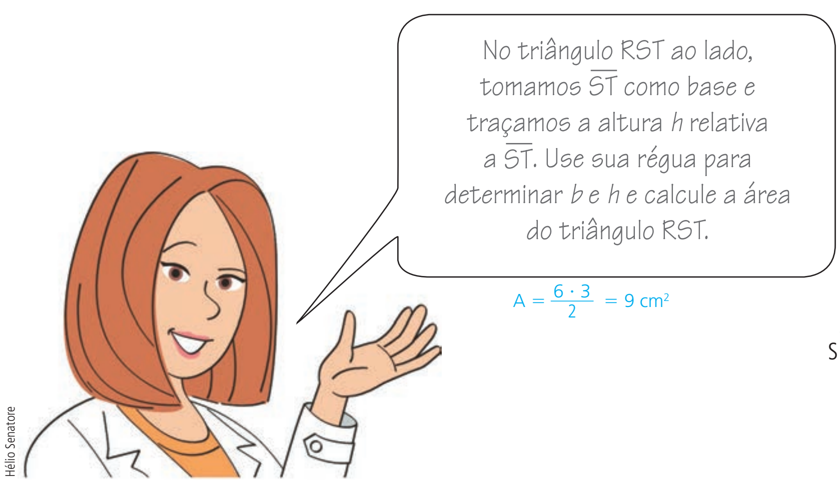
Traçamos abaixo um triângulo ABC qualquer. Tomamos o lado $\overline{BC}$ como base e traçamos por A uma perpendicular à base. Este segmento é a altura relativa à base $\overline{BC}$. Com um triângulo idêntico a este, em outra posição, formamos um paralelogramo de área A = $b \cdot h$.



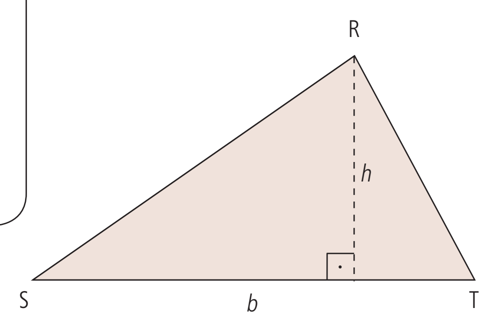
A área do triângulo ABC é igual à metade da área do paralelogramo obtido:

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{b \cdot h}{2}$$

Para calcular a área de um triângulo, basta conhecer a medida de um de seus lados e a medida da altura relativa a esse lado.



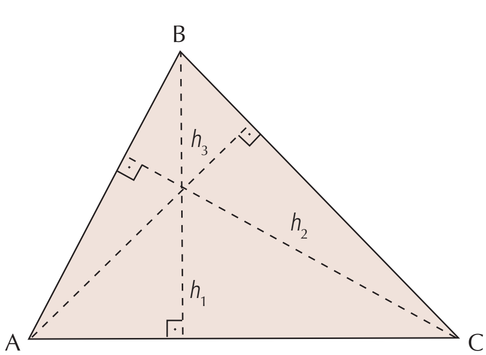
$A = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9 \text{ cm}^2$



Alturas do triângulo

Um triângulo tem três alturas: uma altura relativa a cada um de seus lados.

No cálculo de áreas, qualquer lado do triângulo pode ser tomado como base e só nos interessa a altura relativa a essa base. A altura é o segmento perpendicular à base, com extremidade no vértice oposto a ela.



Na figura estão traçadas as três alturas do triângulo ABC.

- h_1: altura relativa ao lado $\overline{AC}$
- h_2: altura relativa ao lado $\overline{AB}$
- h_3: altura relativa ao lado $\overline{BC}$

Área do losango

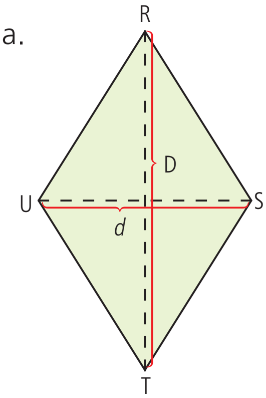
O **losango** é um paralelogramo que tem quatro lados de mesma medida.

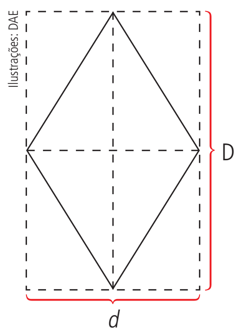
Traçamos um losango e suas diagonais:

D (diagonal maior) e *d* (diagonal menor).

Observe que as diagonais são eixos de simetria.

Uma ideia para calcular a área do losango seria imaginar um retângulo, como fizemos abaixo:



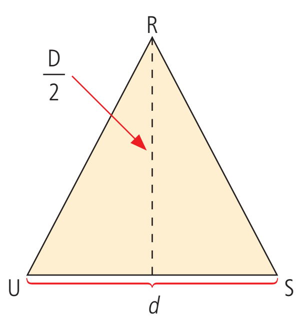


$$A_{\text{retângulo}} = D \cdot d$$

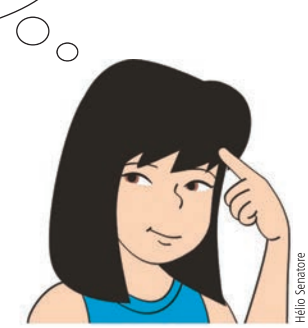
A área do losango é igual à metade da área do retângulo:

$$A_{\text{losango}} = \frac{D \cdot d}{2}$$

Patrícia pensou diferente:



As diagonais são eixos de simetria. Calculo a área do triângulo RSU e multiplico por 2.

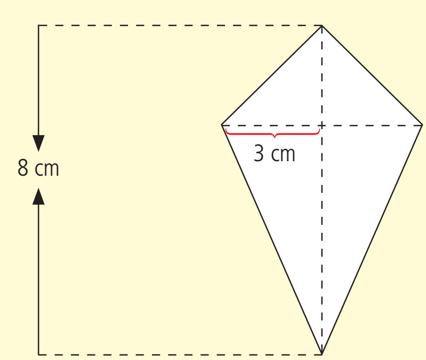


Base: *d* Altura: $\frac{D}{2}$

$$A_{\text{losango}} = \cancel{2} \cdot \frac{d \cdot \frac{D}{2}}{\cancel{2}} = d \cdot \frac{D}{2} = \frac{d \cdot D}{2}$$

O que você achou da ideia da Patrícia?

Traçamos um quadrilátero e suas diagonais. Identifique qual diagonal é eixo de simetria. Use esse fato e as medidas indicadas para calcular a área do quadrilátero. 24 cm²

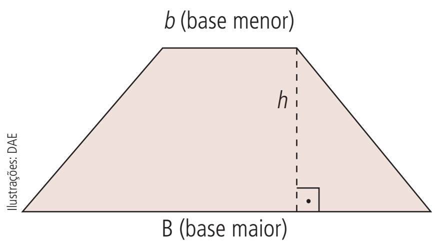


7. Mais cálculos de áreas...

Podemos aplicar a várias situações o nosso conhecimento sobre cálculos de áreas. Acompanhe:

1. O trapézio é o quadrilátero que tem um par de lados paralelos.

Os lados paralelos são chamados de bases (B e *b*) e a altura é representada por *h*.



Ilustrações: DAE

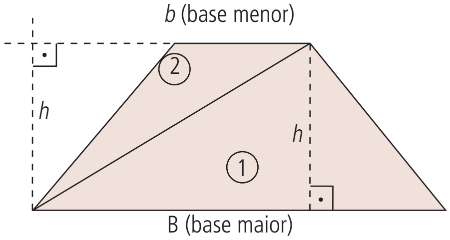
Maurício Morais

A superfície do telhado que você vê na foto é formada por 2 triângulos e 2 trapézios. Para cobrir 1 m² de telhado são usadas aproximadamente 16 telhas francesas. É preciso calcular a área total do telhado para saber quantas telhas são necessárias para cobri-lo.

A área do triângulo já sabemos calcular.

Como calcular a área do trapézio?

O trapézio pode ser dividido em dois triângulos.



Lápis Mágico

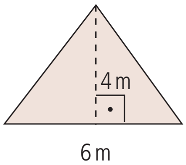
A área do trapézio é a soma das áreas dos dois triângulos:

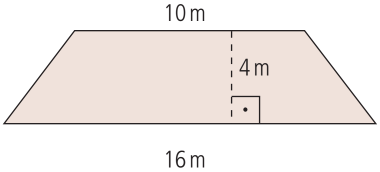
$$A_{\text{trapézio}} = \underbrace{\frac{B \cdot h}{2}}_{A_{\text{triângulo 1}}} + \underbrace{\frac{b \cdot h}{2}}_{A_{\text{triângulo 2}}}$$

Voltando ao telhado deste exemplo...

Agora podemos descobrir aproximadamente o número de telhas necessárias para cobrir o telhado da fotografia.

As medidas estão nas figuras ao lado.





$$A_{\text{triângulo}} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{16 \cdot 4}{2} + \frac{10 \cdot 4}{2} = 32 + 20 = 52 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{total}} = 2 \cdot A_{\text{triângulo}} + 2 \cdot A_{\text{trapézio}} = 2 \cdot 12 + 2 \cdot 52 = 128 \text{ m}^2$$

Como são necessárias 16 telhas francesas por metro quadrado de telhado, temos:

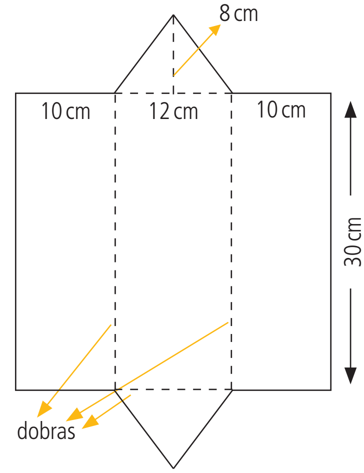
$16 \cdot 128 = 2\,048$ telhas francesas

2. Uma empresa fabrica embalagens de papelão em forma de prisma triangular.

As embalagens são confeccionadas na forma planificada e depois montadas. O custo da embalagem depende da quantidade de papelão utilizada em sua produção, ou seja, da área da embalagem.

Quantos centímetros quadrados de papelão há em cada embalagem?

No modelo planificado ao lado, podemos observar que a área do prisma pode ser obtida somando a área de um retângulo com as áreas de dois triângulos.



$A_{\text{retângulo}} = 32 \cdot 30 = 960\,\text{cm}^2$

$A_{\text{triângulo}} = \dfrac{12 \cdot 8}{2} = 48\,\text{cm}^2$

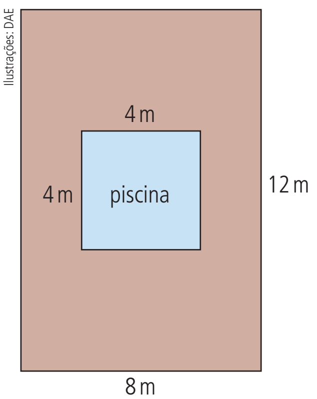
$A_{\text{total}} = 960 + 48 + 48 = 1\,056\ \text{cm}^2$

Portanto, cada embalagem consome $1\,056\ \text{cm}^2$ de papelão.

3. Por aquecer pouco com o sol e não escorregar quando molhada, a pedra mineira é muito usada para revestir o piso ao redor de piscinas.

Quantos metros quadrados de pedra mineira seriam necessários para revestir a área ao redor da piscina construída num terreno conforme a figura abaixo?

Valéria Vaz



Ilustrações: DAE

O terreno é retangular.

$A_{\text{terreno}} = 8 \cdot 12 = 96\,\text{m}^2$

A piscina é quadrada.

$A_{\text{piscina}} = 4 \cdot 4 = 16\,\text{m}^2$

Da área do terreno, vamos *subtrair* a área da piscina, que não será revestida.

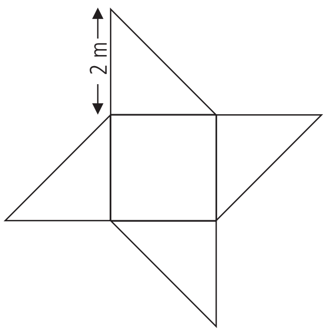
$A_{\text{revestida}} = 96 - 16 = 80\,\text{m}^2$ de pedra mineira

Pesquise em jornais ou lojas de material de construção o preço do metro quadrado da pedra mineira e calcule aproximadamente quanto se gastaria com pedra para o revestimento de que falamos.

Resposta pessoal.

Exercícios

23 (Saresp) Numa praça será construído um jardim com o formato da figura abaixo e plantada grama no seu interior. O lado do quadrado mede 2 metros, e os triângulos são todos iguais. Qual é, em m^2, a área a ser plantada? 12 m^2



24 O desenho abaixo representa parte dos terrenos de um loteamento.

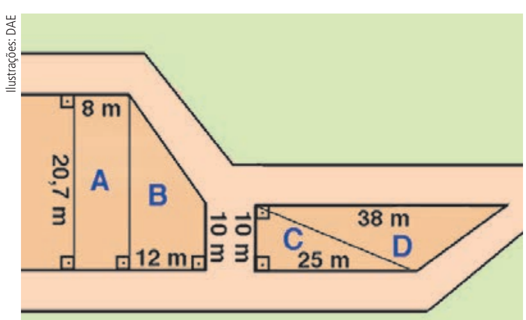


Ilustração fora de escala.

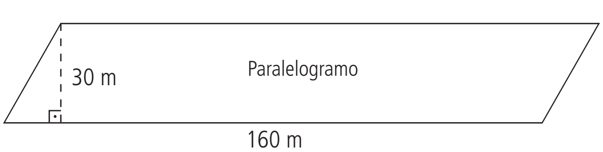
a) Qual é a área do lote A? 165,6 m^2

b) Qual é a área do lote B? 184,2 m^2

c) Qual é a área do lote C? 125 m^2

d) Qual é a área do lote D? 190 m^2

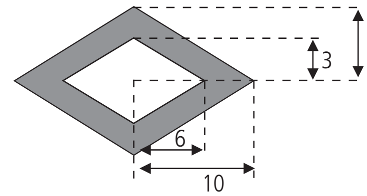
25 O senhor Manuel trocou um terreno retangular de 80 m por 60 m pelo representado na figura.



Na troca dos terrenos, levando em consideração a área, o senhor Manuel ganhou ou perdeu?
Não ganhou, nem perdeu.

26 Calcule as áreas das figuras sombreadas (medidas em centímetros):

a)



$L_1 = \frac{20 \cdot 10}{2} = 100$

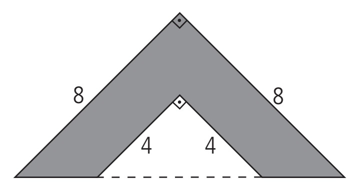
$L_2 = \frac{12 \cdot 6}{2} = 36$

$L_1 - L_2 = 64$

64 cm^2

Ambos os quadriláteros são losangos.

b)



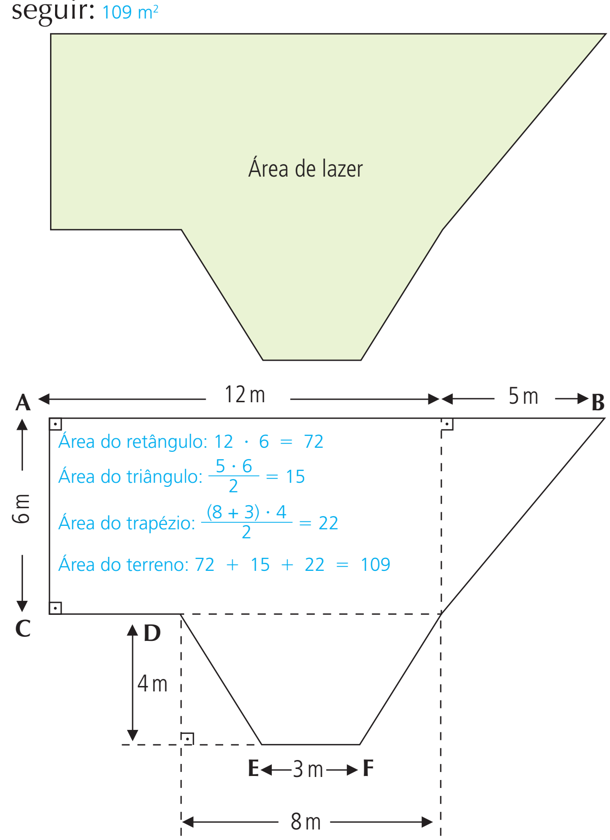
$A_1 = \frac{8 \cdot 8}{2} = 32$

$A_2 = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8$

$A_1 - A_2 = 24$

24 cm^2

27 (CPII-RJ) Deseja-se construir uma área de lazer conforme o esboço de planta mostrado a seguir: 109 m^2



Área do retângulo: $12 \cdot 6 = 72$

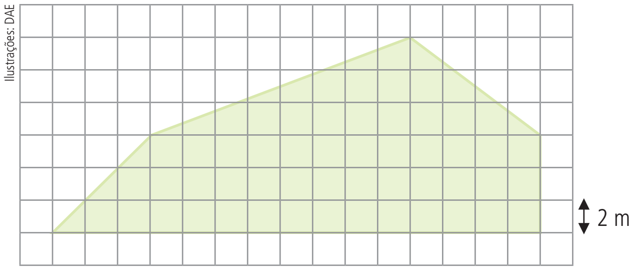
Área do triângulo: $\frac{5 \cdot 6}{2} = 15$

Área do trapézio: $\frac{(8 + 3) \cdot 4}{2} = 22$

Área do terreno: $72 + 15 + 22 = 109$

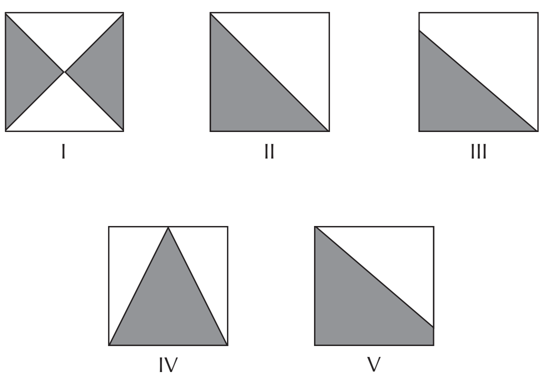
Determine a área do terreno acima usando as medidas indicadas na figura.

28 A figura representa um terreno gramado.



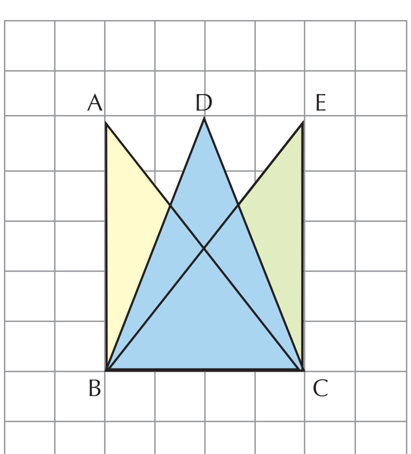
Cada m² de grama demora, em média, 5 minutos para ser cortado. Qual é o tempo previsível para cortar toda a grama? 1 170 min ou 19 h e 30 min

29 (Obmep) Os quadrados abaixo têm todos o mesmo tamanho.

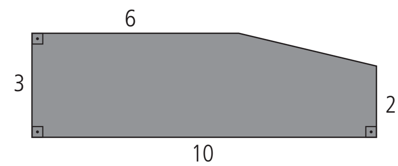


Em qual deles a região sombreada tem a maior área? Em V.

30 Por que os triângulos ABC, DBC e EBC da figura têm a mesma área? Porque têm bases de mesma medida e alturas de mesma medida.



31 Calcule a área da figura sombreada, supondo as medidas em centímetros:



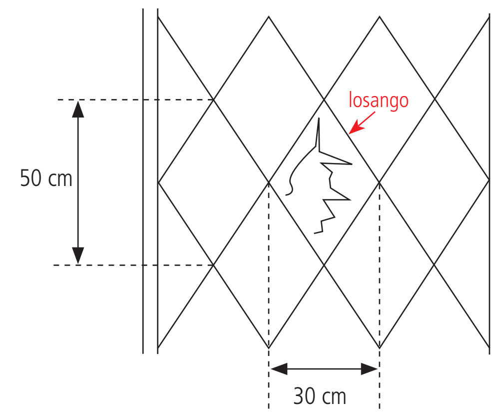
$A = 6 \cdot 3 = 18$

$A_T = \frac{(3 + 2) \cdot 4}{2} = 10$

$A_{total} = 18 + 10 = 28$

28 cm²

32 Tem um vidro partido na varanda da casa da dona Mafalda.

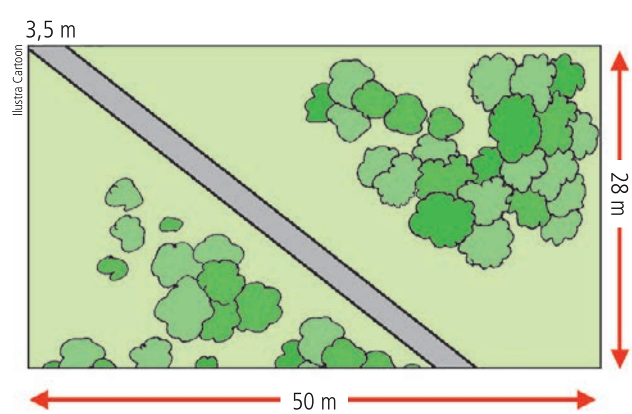


O metro quadrado desse vidro custa R$ 80,00. Quanto vai custar essa peça quebrada? R$ 6,00

33 No bairro em que Rui mora, foi construído um novo jardim de forma retangular. Para facilitar a passagem das pessoas, foi aberto um caminho como mostra o desenho.

a) Qual é a área ocupada pelo caminho? 98 m²

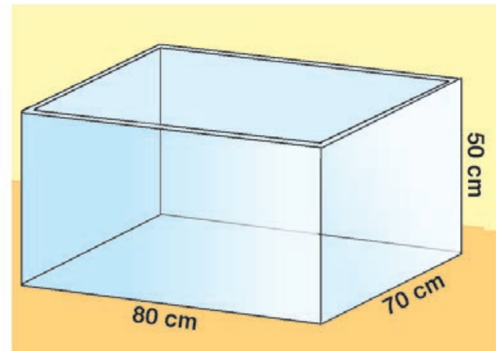
b) Qual é a área da parte ajardinada? 1 302 m²



8. Relações entre as unidades de medida, de volume e de capacidade

Rogério comprou um aquário de vidro em forma de bloco retangular. Ele quer saber quantos litros de água serão necessários para enchê-lo completamente.

Vamos ajudá-lo?



Vimos no livro do 6º ano que o volume de um bloco retangular é o produto de suas três dimensões.

$$\boxed{V = \text{comprimento} \cdot \text{largura} \cdot \text{altura}}$$

ou

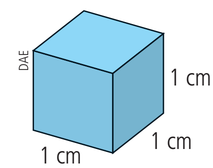
$$\boxed{V = c \cdot \ell \cdot a}$$

$V_{\text{aquário}} = 80 \cdot 70 \cdot 50 = 280\,000\ \text{cm}^3$

Mas quanto isso representa em litros?

Para medir volumes usamos como padrão o volume de cubos.

1 cm^3 é o volume de um cubo de 1 cm de aresta



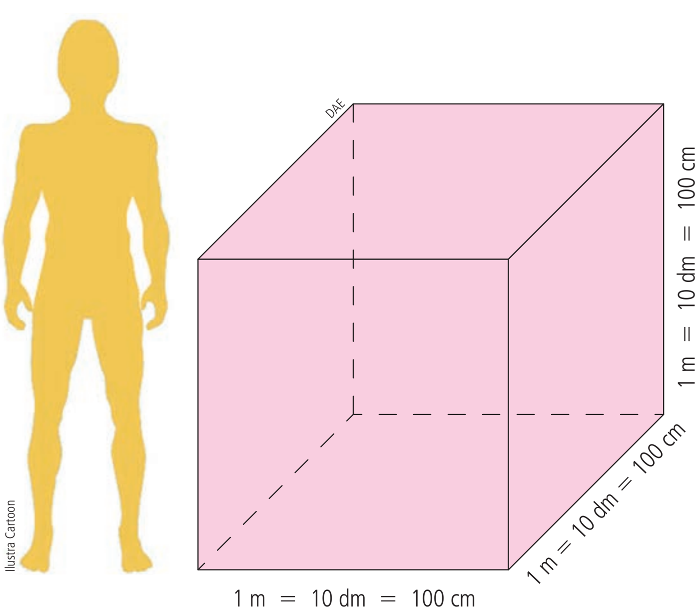
Para encher completamente o aquário são precisos 280 000 cubinhos de 1 cm de aresta.

O **litro** é uma medida de capacidade.

1 litro "enche" completamente um cubo com 1 dm de aresta:

$$1\ \text{dm}^3 = 1\ \text{L}$$

Agora, observe:



O volume de um cubo com 1 m de aresta é:

- $1\ \text{m} \cdot 1\ \text{m} \cdot 1\ \text{m} = 1\ \text{m}^3$

ou

- $10\ \text{dm} \cdot 10\ \text{dm} \cdot 10\ \text{dm} = 1\,000\ \text{dm}^3$

ou ainda

- $100\ \text{cm} \cdot 100\ \text{cm} \cdot 100\ \text{cm} = 1\,000\,000\ \text{cm}^3$

Então,

$$1\ \text{m}^3 \underset{:1\,000}{\overset{\times 1\,000}{=}} 1\,000\ \text{dm}^3 \underset{:1\,000}{\overset{\times 1\,000}{=}} 1\,000\,000\ \text{cm}^3$$

Daí podemos tirar relações entre as medidas de volume e de capacidade:

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ 1\ \text{dm}^3 = 1\ \text{L} \\[2ex] \bullet\ 1\ \text{dm}^3 = 1\,000\ \text{cm}^3 \end{array}\right\}\quad 1\ \text{L} = 1\,000\ \text{cm}^3$$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ 1\ \text{m}^3 = 1\,000\ \text{dm}^3 \\[2ex] \bullet\ 1\,000\ \text{dm}^3 = 1\,000\ \text{L} \end{array}\right\}\quad 1\,000\ \text{L} = 1\ \text{m}^3$$

Agora podemos resolver o problema de Rogério.

O volume do aquário é de 280 000 cm³.

Como cada 1 000 cm³ correspondem a 1 L, para encher completamente o aquário são necessários 280 litros de água.

$$\boxed{280\,000 : 1\,000 = 280}$$

O mililitro

Outra unidade de medida de capacidade bastante frequente é o **mililitro**.

O mililitro é a milésima parte do litro.

$$\boxed{1\ \text{L} = 1\,000\ \text{mL}}$$

1. Sabendo que 1 L = 1 000 mL e que 1 L = 1 000 cm³, descubra a relação entre mL e cm³.
1 mL = 1 cm³

2. Observe as imagens e responda:


Sabesp
NOTA FISCAL
CONTA DE ÁGUA
Nome: JOAQUIM MANOEL
Número de registro: 787845023
Endereço: RUA DOS SANTOS 1625
Município: SÃO PAULO
Vencimento: 18/03/2003
Consumo registrado nos últimos meses
CONSUMO
18 m³
Total a Pagar R$
28,35
Sabesp secretaria de abastecimento do estado de São Paulo

Ilustra Cartoon

◆ O consumo de água de uma residência neste mês foi de 18 m³.

Léo Burgos

- Qual foi o consumo de água em litros nessa residência? 18 000 L

- Qual é o volume de refrigerante desta lata, em cm³? 350 cm³

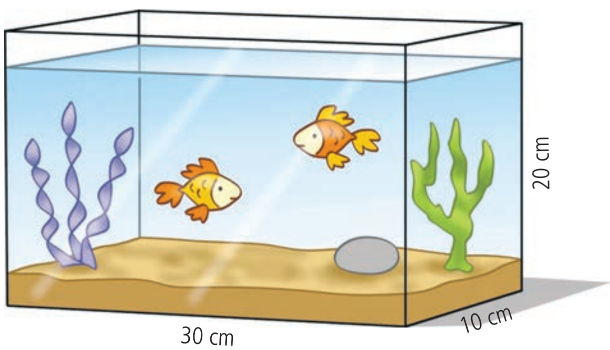
Exercícios

34 Expresse em litros:

a) 70 dm³ 70 L
b) 83,6 dm³ 83,6 L
c) 5 m³ 5 000 L
d) 2,8 m³ 2 800 L
e) 3 500 cm³ 3,5 L
f) 92 cm³ 0,092 L

35 Qual é a capacidade deste aquário em litros?
$V = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ 6 dm³ = 6 L 6 litros

Hélio Senatore



36 Júlio consome por dia 350 mililitros de suco de laranja. Em sete dias, qual é o total de suco de laranja que consome, em litros ? 2,45 L

37 Qual é o volume, em cm³, de:

a) uma embalagem de vinagre de 720 mL? 720 cm³

b) uma garrafa de refrigerante de um litro e meio? 1 500 cm³

c) um garrafão de 5 litros de água? 5 000 cm³

38 Será que um litro de laranjada vai ser suficiente para Marta encher as três jarras?

Lápis Mágico

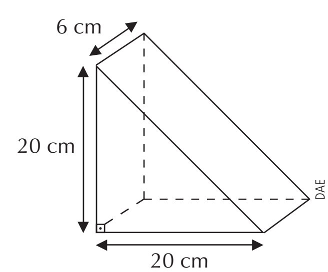
Vai sobrar ou faltar? Quanto? Faltar; 20 mL.

39 Um copo tem capacidade de 0,25 L. Quantos copos podemos encher com 5 litros de refrigerante? 20 copos

40 Uma indústria produz 900 litros de suco por dia. Essa produção é distribuída em garrafas de 750 mL. Quantas garrafas são usadas por dia? 900 000 : 750 = 1 200; 1 200 garrafas

41 Um cubinho de gelo tem 2 cm de aresta. Numa grande festa, foram consumidos um milhão de cubinhos. Quantos m³ de gelo foram consumidos? 8 m³
8 000 000 cm³ = 8 000 dm³ = 8 m³

42 Uma caixa de brinquedos tem a forma mostrada na figura abaixo. Qual é seu volume, em cm³? 1 200 cm³ $V = (20 \cdot 20 \cdot 6) : 2 = 1\,200$



43 Uma piscina tem 10 m de comprimento, 7 m de largura e 1,80 m de profundidade. Como estava completamente cheia, dela foram retirados 4 830 litros. Quantos litros ainda restaram?
121 170 litros

44 A embalagem de 1 litro de certo suco custa R$ 1,74. A embalagem de 1,5 litro custa R$ 2,55. Qual delas é mais vantajosa?
2,55 : 1,5 = 1,70 A embalagem de 1,5 L.

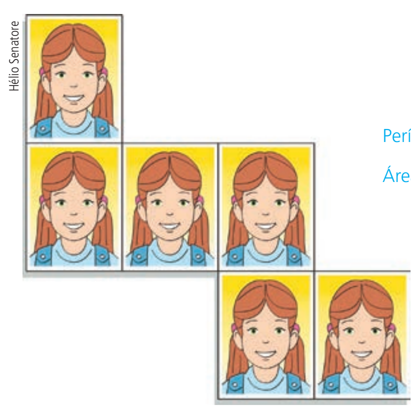
Ilustra Cartoon

Revisando

45 Um terreno quadrado de 80 m de lado foi dividido em quatro lotes de mesma área. Se o preço do m^2 é R$ 55,00 qual é o preço de cada lote? R$ 88.000,00

46 (Saresp) Sabendo que cada haste do cata-vento foi feita a partir da divisão do quadrado A indicado na figura, e que a área do quadrado A mede 4 cm^2, qual a área do cata-vento B?
12 cm^2

47 Cada uma das fotos de Marina é um retângulo de 3 cm por 4 cm. Calcule a área e o perímetro do desenho formado por estas 6 fotos.

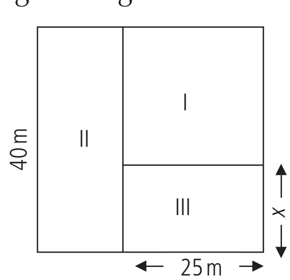


Perímetro: 48 cm.
Área: 72 cm^2.

48 (Uerj) Um terreno com forma de um quadrado de 40 m de lado foi dividido em três regiões retangulares, destinadas à construção de uma casa (I), um campo de futebol (II) e uma piscina (III), conforme sugere a figura.
Sabendo que as áreas das regiões I e II são iguais, calcule:

a) a área da região II; 600 m^2

b) o valor de x na região III. 16 m



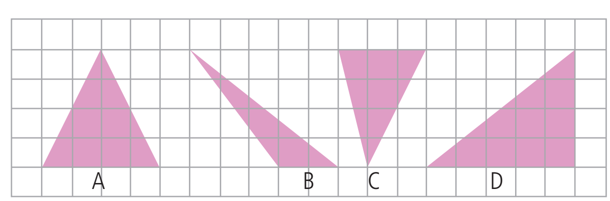
49 (Fesp-RJ) Observe a tabela abaixo, que mostra o valor da taxa de incêndio a ser paga em função da área construída de um imóvel residencial.

Área construída	Taxa (R$)
Até 50 m^2	12,77
Até 80 m^2	31,91
Até 120 m^2	38,30
Até 200 m^2	51,06
Até 300 m^2	63,83
$>$ 300 m^2	76,59

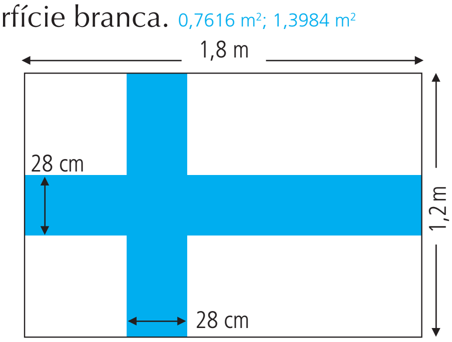
a) Carlos possui dois imóveis: um com 97 m^2 e outro com 132 m^2.
Quanto ele pagará, de taxa de incêndio, por esses dois imóveis? R$ 89,36

b) Qual é o valor da taxa de incêndio de uma residência cuja área construída tem a forma de um retângulo de dimensões 12,5 m por 9,7 m? R$ 51,06

50 Indique os triângulos por ordem crescente da sua área. B, C, A e D.



51 A figura abaixo representa a bandeira da Finlândia. Com o auxílio da calculadora, determine a área da superfície azul e a área da superfície branca. 0,7616 m^2; 1,3984 m^2

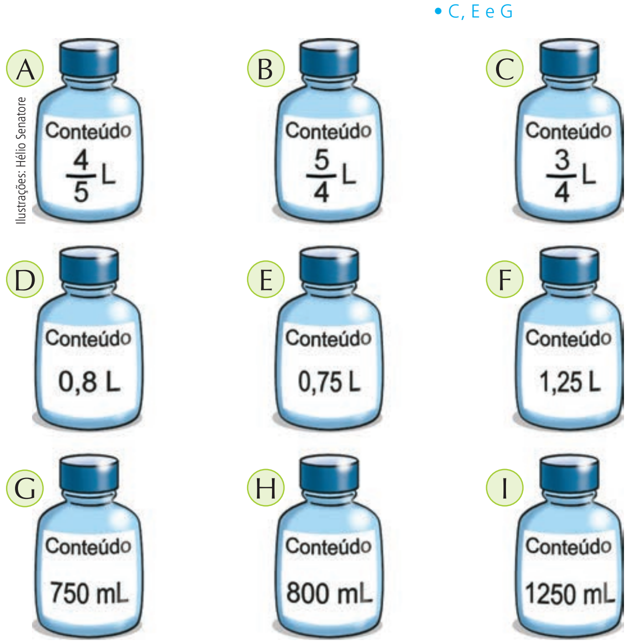


52 Calcule mentalmente.

a) Qual é a diferença de volume entre as embalagens? 150 mL

b) Uma garrafa contém 500 mL de suco. Juntando esse suco com 1,5 L de água, obtivemos 10 copos de refresco. Quantos mililitros de refresco contém cada copo? 200 mililitros

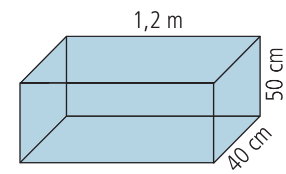
53 Indique, pelas letras, os frascos com a mesma quantidade de conteúdo.
- A, D e H
- B, F e I
- C, E e G



54 Uma fábrica de bebida energética fornece seu produto em embalagens de 600 mL. Quantas embalagens podem ser cheias com a bebida contida em um recipiente com 1 800 litros do produto? 3 000 embalagens

55 Numa embalagem cabem 250 mL de detergente. Para a limpeza de uma cozinha industrial foram usadas 6 embalagens. Indique quanto foi usado de detergente, em litro(s). 1,5 L

56 Rui construiu o aquário da figura com tampa:



a) Quantas placas de vidro foram utilizadas?
6 placas de vidro

b) Qual é a área, em m^2, de cada placa?
0,6 m^2; 0,48 m^2; 0,20 m^2

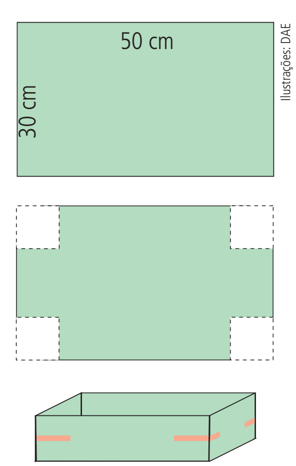
c) Qual é a área total de vidro utilizada? 2,56 m^2

d) Qual é a capacidade, em litros, do aquário?
240 L

57 O tanque de combústivel de um veículo tem a forma de um bloco retangular de dimensões 60 cm, 40 cm e 20 cm. Sabendo-se que o tanque está completamente cheio e que o consumo desse veículo é de 1 litro a cada 9 km rodados, qual é a distância máxima que ele pode percorrer até esgotar todo o combustível? 432 km

$V = 6 \cdot 4 \cdot 2 = 48$ 48 dm^3 = 48 L $48 \cdot 9 = 432$

58 Dispondo-se de uma folha de cartolina medindo 50 cm de comprimento por 30 cm de largura, pode-se construir uma caixa aberta, cortando-se um quadrado de 8 cm de largura em cada canto da folha.



Qual é o volume, em cm^3, dessa caixa? 3 808 cm^3

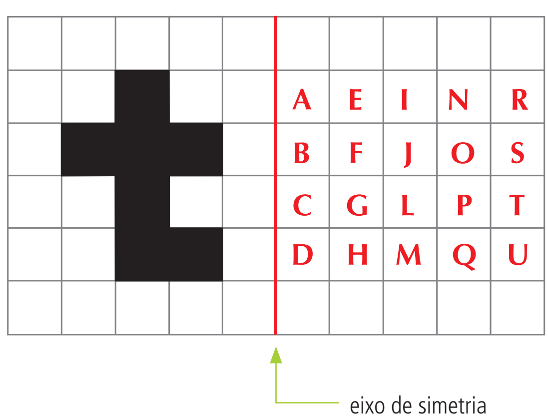
$V = 14 \cdot 34 \cdot 8 = 3808$

59 (Fesp-RJ) Conserte vazamentos e economize água. Um buraco de 3 mm no cano de uma torneira, desperdiça cerca de 4 800 litros de água num dia.

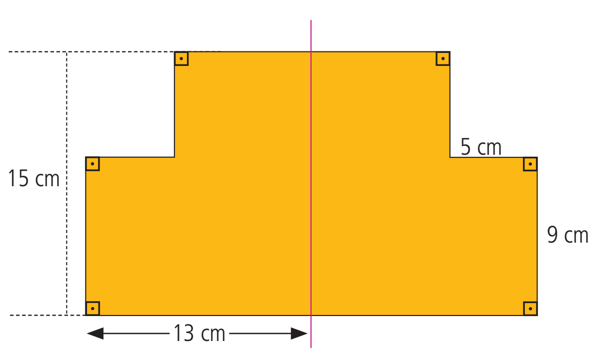
a) Há quanto tempo esse cano está vazando se já foram desperdiçados 300 litros de água? 90 minutos

b) Percebendo esse vazamento e demorando 780 minutos para consertá-lo, qual quantidade de litros de água teremos desperdiçado? 2 600 litros

60 Quais quadrados precisam ser sombreados para se ter uma figura simétrica à representada no quadriculado? I, F, J, O, L, M, H



61 A reta traçada é eixo de simetria da figura sombreada.



Calcule, em cm², a área da figura, considerando os comprimentos indicados. 330 cm²

Desafios

62 Roberto possui um terreno de 1200 m² e deseja construir nele um canteiro que ocupe 15% da metade da área do terreno. Para isso contratou um jardineiro que cobrou R$ 18,00 por m² de canteiro construído. Quanto Roberto gastará, em reais? R$ 1.620,00

$A = 0{,}15 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1200 = 90$

$V = 90 \cdot 18 = 1620$

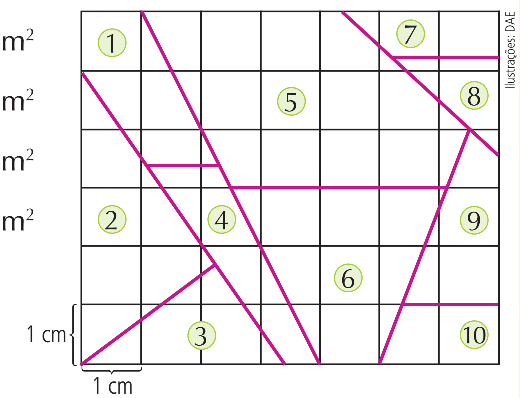
63 Qual das seguintes medidas mais se aproxima do valor da média aritmética das áreas das dez figuras desenhadas abaixo? $M = \frac{7 \cdot 6}{10} = 4{,}2$

a) 2,1 cm²

b) 3,6 cm²

x **c)** 4,2 cm²

d) 6,3 cm²



64 Daniel quer montar um aquário e recebeu a seguinte orientação de um colega:

Ele deseja construir um aquário em forma de bloco retangular para 40 peixinhos. Se a base tiver as dimensões 40 cm e 20 cm, qual será a medida da altura desse aquário? 50 cm

Autoavaliação

Anote, em seu caderno, o número do exercício e a letra correspondente à resposta correta.

65 (Saresp) Uma loja de construção vende diversos tipos de piso, como mostra a ilustração abaixo.

Hélio Senatore

No piso da cozinha de Claúdia cabem exatamente 30 ladrilhos do tipo A. Se Claúdia comprar o piso do tipo B ela precisará de:

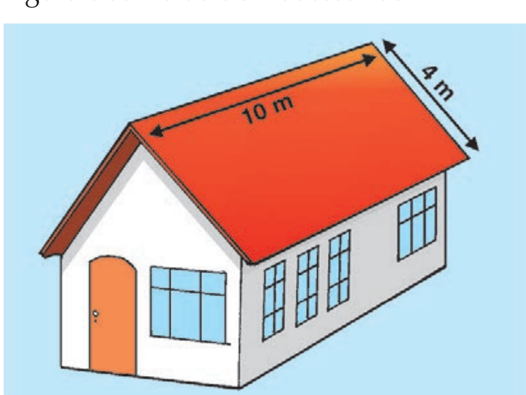
a) 15 ladrilhos.
b) 30 ladrilhos.
c) 45 ladrilhos.
x d) 60 ladrilhos.

66 (Col. Fund. Santo André-SP) Para forrar 12 gavetas de 24 × 25 cm, usaremos folhas de papel cuja medida é 48 × 69 cm. Qual o número mínimo de folhas necessário?

x a) 3 b) 4 c) 5 d) 6

67 (Saresp) Se para cobrir cada m² de telhado são usadas 20 telhas francesas, então para cobrir um telhado com as dimensões indicadas na figura abaixo serão necessárias:

Ilustra Cartoon

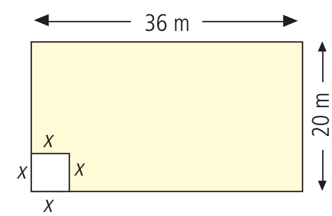


a) 1 000 telhas.
b) 1 200 telhas.
x c) 1 600 telhas.
d) 1 800 telhas.

68 (UF-RN) Um *outdoor* medindo 1,70 m de altura por 4,30 m de largura foi pintado de azul com margens brancas. A largura das margens superior e inferior tem 40 cm e a das margens laterais, 60 cm. Qual a área pintada de branco?

x a) 4,52 m²
b) 4,62 m²
c) 4,72 m²
d) 4,85 m²

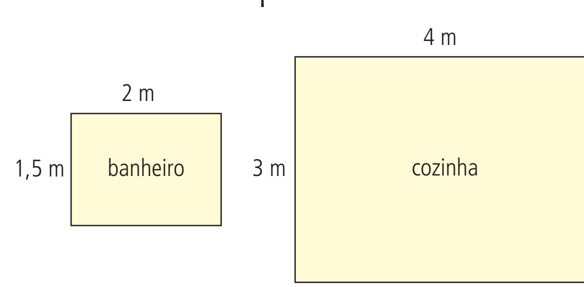
69 Na figura tem-se um terreno retangular no qual se pretende construir um galpão cujo lado deve medir *x* metros.



Se a área da parte sombreada é 684 m², o lado do galpão mede, em metros:

x a) 6
b) 8
c) 7,5
d) 8,5

70 Uma pessoa pretende revestir os pisos da cozinha e do banheiro com o mesmo tipo de ladrilho. Os dois cômodos são retangulares. As dimensões da cozinha são o dobro das do banheiro e a pessoa necessita de 60 ladrilhos para revestir o piso do banheiro. Qual é o número necessário de ladrilhos para a cozinha?

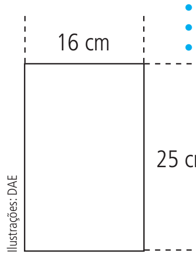


Ilustrações: DAE

a) 60
b) 120
c) 180
x d) 240

71 A figura mostra uma folha de papel retangular. Sabendo que uma folha de tamanho A4 mede aproximadamente 21 cm por 30 cm, sua área supera a da folha representada na figura em:

• $21 \cdot 30 = 630$
• $25 \cdot 16 = 400$
• $630 - 400 = 230$



Ilustrações: DAE

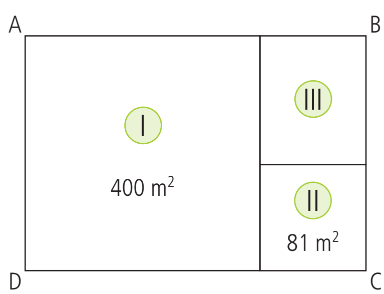
a) 130 cm²

b) 160 cm²

c) 210 cm²

x d) 230 cm²

72 (Vunesp) A figura representa uma área retangular ABCD de cultivo de rosas. São três variedades de rosas, ocupando os lotes I, II e III. Sabendo que os lotes I e II são quadrados, a área do lote III é, em metros quadrados, igual a



x a) 99

b) 108

c) 116

d) 121

73 (Obmep) Uma folha quadrada foi cortada em quadrados menores da seguinte maneira: um quadrado de área 16 cm², cinco quadrados de área 4 cm² cada um e treze quadrados de área 1 cm² cada um. Qual era a medida do lado da folha, antes de ela ser cortada?

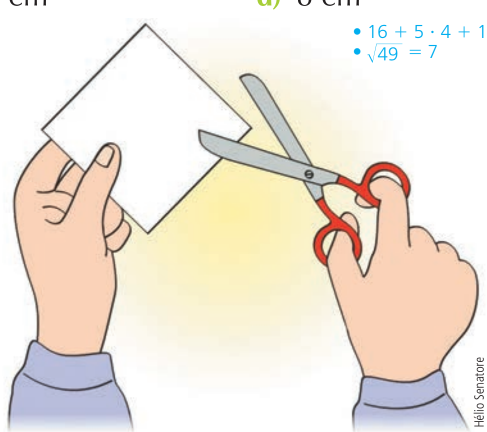
a) 4 cm

b) 5 cm

x c) 7 cm

d) 8 cm

• $16 + 5 \cdot 4 + 13 \cdot 1 = 49$
• $\sqrt{49} = 7$


Hélio Senatore

74 A companhia de abastecimento de água de uma cidade faz a cobrança mensalmente da água fornecida a uma residência de acordo com a tabela a seguir:

• pelos primeiros 12 m³ fornecidos, R$ 1,00 por m³
• pelos 8 m³ seguintes, R$ 2,00 por m³
• pelos 10 m³ seguintes, R$ 4,00 por m³
• pelo consumo que ultrapassar 30 m³, R$ 9,00 o m³

O total a ser pago por um consumo de 38 m³ é:

x a) R$ 140,00

b) R$ 104,00

c) R$ 113,00

d) R$ 164,00

75 (Prominp) Dona Célia está organizando a festa de aniversário de seu filho, considerando que 50 pessoas estarão presentes. Ela calcula que cada pessoa beberá 800 mL de refrigerante. A quantidade mínima de garrafas de 2,25 litros de refrigerante que dona Célia deverá comprar é:

• $0{,}8 \cdot 50 = 40$
• $40 : 2{,}25 = 17{,}8$ (aproximadamente)

a) 16 b) 17 x c) 18 d) 19


Hélio Senatore

76 (FCMSC) Um laboratório dispõe apenas de frascos com volume de 125 cm³.
Quantos frascos serão necessários para acomodar 350 L de certa substância?

• 350 L = 350 dm³ = 350 000 cm³
• 350 000 : 125 = 2 800

a) 280

b) 1 400

x c) 2 800

d) 1 250

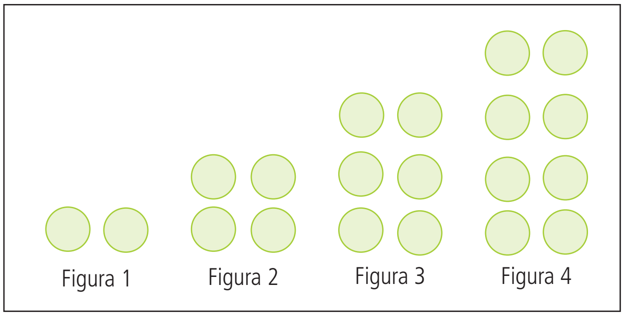
UNIDADE 9

Equações

1. Letras e padrões

Observe a sequência de figuras no quadro.

Descubra o padrão que relaciona a quantidade de bolinhas e o número da figura.



Mantendo o mesmo padrão, quantas bolinhas terá a figura 5? E a figura 8?

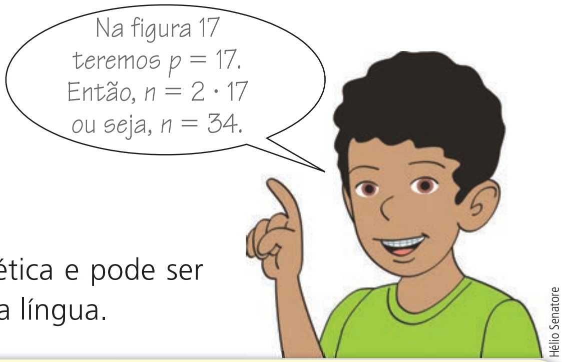
Podemos generalizar esse padrão usando palavras:

- o número de bolinhas da figura é igual a duas vezes o número da posição que ela ocupa na sequência.

Também podemos utilizar a linguagem matemática. Como?

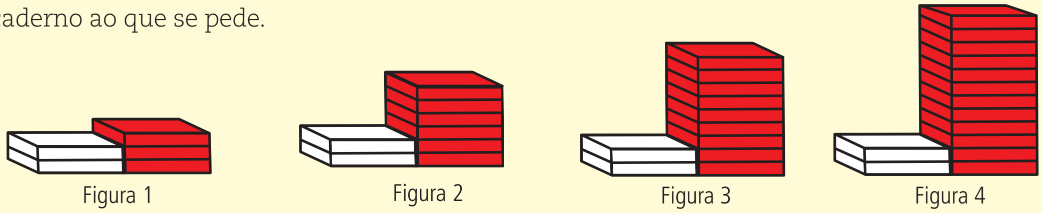
Representando pela letra p a posição da figura e pela letra n o número de bolinhas, escrevemos:

$$n = 2 \cdot p$$



Observe que a linguagem matemática é mais sintética e pode ser compreendida por pessoas que não conhecem a nossa língua.

Na sequência de figuras abaixo, estão empilhadas caixas brancas e caixas vermelhas. Responda em seu caderno ao que se pede.



a) Quantas caixas brancas e quantas caixas vermelhas terá a figura 5? Duas brancas e 15 vermelhas.

b) Qual será o número total de caixas da figura 12? 38 caixas

c) Como se calcula o número de caixas vermelhas da figura 20? Multiplicando 20 por 3.

d) Quantas caixas vermelhas tem a figura cuja posição é n? $3 \cdot n$

2. Equações

O que é uma equação?

Podemos traduzir informações da linguagem comum para a linguagem matemática. Veja alguns exemplos:

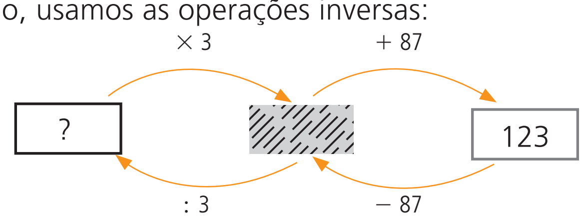
- dois somado a cinco: $2 + 5$
- o triplo de quatro: $3 \cdot 4$
- a metade de quatorze: $14 : 2$
- o dobro de um número: $2 \cdot x$
- certo número somado a sete: $x + 7$
- um número menos seis: $n - 6$

Observe que nos três últimos exemplos usamos uma *letra* para representar um *número desconhecido*. Esse procedimento pode nos ajudar a resolver problemas. Acompanhe:

- Pensei em um número, multipliquei-o por 3, somei 87 e obtive 123. Em que número pensei?

Para encontrar o número desconhecido, usamos as operações inversas:

$$\begin{array}{r} 123 \\ -\ \ 87 \\ \hline 36 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 36 & 3 \\ \cline{2-2} 0 & 12 \end{array}$$



O número pensado é 12.

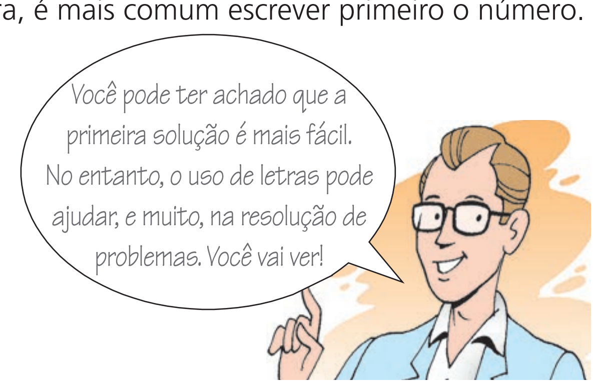
Também podemos representar o número desconhecido por *x*, ou qualquer outra letra, e aí escrever as informações do problema na linguagem matemática: $x \cdot 3 + 87 = 123$

Quando temos um número multiplicando uma letra, é mais comum escrever primeiro o número. Nossa sentença fica assim:

$3 \cdot x + 87 = 123$
$3 \cdot x = 123 - 87$
$3 \cdot x = 36$
$x = 36 : 3$
$x = 12$

Agora é só desfazer cada operação com sua inversa!

Sabe do que mais?
Acabamos de resolver uma equação!



Equa em latim quer dizer "igual". Equações são igualdades em que há pelo menos uma letra representando um número desconhecido. Portanto, $3 \cdot x + 87 = 123$ é uma **equação**.

Quando resolvemos a equação acima encontramos o valor do número desconhecido, que é 12. Dizemos que 12 é a **solução**, ou **raiz**, da equação, pois, substituindo-se *x* por 12 na equação, obtemos uma igualdade verdadeira.

Uma equação pode ter uma única solução, mais do que uma solução ou, ainda, pode não admitir solução. Observe:

- $n + 2 = 5 \rightarrow$ admite somente uma solução: $n = 3$;
- $x = x + 3 \rightarrow$ não admite soluções: um número nunca é igual à sua soma com 3;
- $y = y \rightarrow$ tem infinitas soluções, pois todo número é igual a ele mesmo.

Algumas informações importantes

Vimos que equações são igualdades em que há uma ou mais letras representando números desconhecidos.

As letras serão chamadas de **incógnitas**. Podemos usar x, y, a, b... enfim, qualquer letra minúscula. Nessa unidade trabalharemos com equações que apresentam uma única incógnita.

O sinal de multiplicação não precisa ser escrito nas multiplicações envolvendo letras:

- $2 \cdot x$ será escrito como $2x$;
- $7 \cdot y + 8$ será escrito como $7y + 8$, e assim por diante.

Para estudar equações, há ainda alguns nomes que você deve conhecer:

Uma equação apresenta 1º e 2º **membros**. Cada membro pode ter um ou mais **termos**. Observe os exemplos abaixo:

$$\underbrace{3x - 4}_{1^{\circ}\text{ membro}} = \underbrace{-6 - 3}_{2^{\circ}\text{ membro}}$$

Incógnita: x

Termos: $3x$, -4, -6 e -3

$$\underbrace{\frac{2a}{5} + 1}_{1^{\circ}\text{ membro}} = \underbrace{7}_{2^{\circ}\text{ membro}}$$

Incógnita: a

Termos: $\frac{2a}{5}$, 1 e 7

- $3x - 4 = -6 - 3$ — Como $-6 - 3 = -9$, escrevemos:

  $3x - 4 = -9$ — o inverso de subtrair 4 é somar 4:

  $3x = -9 + 4$ — efetuamos $-9 + 4 = -5$:

  $3x = -5$ — desfazemos a multiplicação por meio da divisão:

  $x = -\frac{5}{3}$ — Usamos o traço de fração para indicar divisão.

Como $(-5) : 3 = -1{,}6666...$, deixamos a solução na forma de fração irredutível.

- $\frac{2a}{5} + 1 = 7$ — O inverso de somar 1 é subtrair 1.

  $\frac{2a}{5} = 7 - 1$

  $\frac{2a}{5} = 6$ — O inverso de dividir por 5 é multiplicar por 5.

  $2a = 6 \cdot 5$

  $2a = 30$ — Por fim, desfazemos a multiplicação por meio da divisão.

  $a = \frac{30}{2}$

  $a = 15$

Verificando a solução de uma equação

A solução de uma equação é o valor que, quando colocado no lugar da incógnita, transforma essa equação numa igualdade verdadeira.

Sempre que você resolver uma equação, terá como verificar se acertou.

Veremos como fazê-lo analisando uma situação do cotidiano.

Marcos pratica corrida. Em seu treinamento, percorre 102 km por semana. De segunda a sábado, corre sempre a mesma distância e, no domingo, percorre 18 km. Quantos quilômetros Marcos corre às segundas-feiras?

Vamos representar por d a distância percorrida em cada um dos 6 dias, de segunda a sábado.

A equação que representa o problema é: $6d + 18 = 102$.

Vamos resolvê-la para encontrar o valor de d.

Tatjana Krstic/Dreamstime.com

$$6d + 18 = 102$$
$$6d = 102 - 18$$
$$6d = 84$$
$$d = \frac{84}{6}$$
$$d = 14$$

Marcos corre 14 km às segundas-feiras.

Para conferir se 14 é a solução correta da equação, basta substituir d por 14 e verificar se a igualdade obtida é verdadeira:

$$6d + 18 = 102$$
$$6 \cdot 14 + 18 = 102$$
$$84 + 18 = 102$$

14 é o número que torna a igualdade verdadeira.
Então, 14 é a solução da equação.

Verdade!

Equações e Álgebra: um pouco de história

A Álgebra é a parte da Matemática que estuda expressões que envolvem letras e números. Sua origem é muito antiga. Um matemático grego chamado Diofante, que viveu em Alexandria por volta do século III d.C., foi provavelmente o primeiro a utilizar símbolos para representar números desconhecidos.

Usamos os conhecimentos algébricos, entre eles a resolução de equações, para representar e resolver problemas, expressar a relação entre grandezas e generalizar propriedades.

A palavra *álgebra* vem de ***Al-jabr** wal mugãbalah*, título de um livro escrito pelo sábio árabe Al-Khowarizmi por volta do ano 825. Essa obra foi traduzida para o latim no século XII com o título *Liber algebrae et almucabala*. Portanto, **álgebra** deriva da tradução latina de *al-jabr*.

Do nome Al-Khowarizmi derivam as palavras *algarismo* e *algoritmo*.

Hélio Senatore

◆ Al-Khowarizmi

Exercícios

1 A expressão $2n + 3$ gera a sequência:

5, 7, 9, ...

Calcule:

a) o sexto termo da sequência; 15

b) o décimo termo da sequência; 23

c) o vigésimo termo da sequência. 43

2 (Saresp) Considere a sequência:

3, 7, 11, 15, 19, 23, ..., n, ...

O número que vem imediatamente depois de n pode ser representado por:

a) 24

b) $4n$

c) $n + 1$

x d) $n + 4$

3 x, $x + 1$ e $x + 2$ representam três números inteiros consecutivos. Se $x = 15$, que números estão representados? 15, 16 e 17

4 Indique em seu caderno a(s) alternativa(s) que representa(m) equações:

x a) $1 + 3x = 16$

b) $2x - 4 < 12$

x c) $\frac{x}{4} - 1 = \frac{5}{6}$

x d) $x - 1 + 7 = 5x$

e) $3 + 9 - 2 = 10$

f) $\frac{1}{2}x - 6 + x > 4$

5 Quais das equações seguintes têm como solução $x = 5$?

x a) $x + 3 = 8$

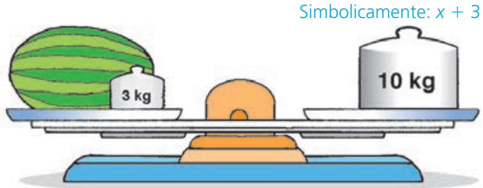
b) $3 - x = 2$

c) $2x + 5 = 20$

x d) $\frac{x}{5} + 1 = 2$

6 A balança está com os pratos em equilíbrio. Qual é o peso da melancia? 7 kg

Simbolicamente: $x + 3 = 10$



7 Encontre mentalmente a solução de cada um destes problemas e em seguida escreva em seu caderno uma equação que traduza cada um deles.

a) Qual é o número que, somado a 4, dá 10?
6; $x + 4 = 10$

b) Qual é o número que, somado a 7, dá 2?
-5; $x + 7 = 2$

c) Qual é o número que, somado a 9, dá -1?
-10; $x + 9 = -1$

Compare as suas respostas com as de seus colegas.

8 Indique no caderno a solução de cada uma das equações.

a) $x + 1 = 9$ 8

b) $x - 2 = 8$ 10

c) $x - 8 = -10$ -2

d) $x + 3 = 3$ 0

e) $x + 101 = 300$ 199

f) $x - 279 = 237$ 516

g) $17 + x = 13$ -4

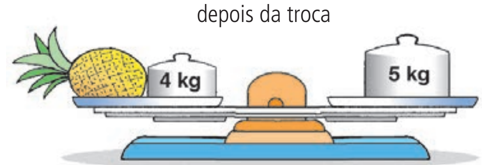
h) $128 + x = 900$ 772

9 Uma balança está com os pratos em equilíbrio. O equilíbrio permanece se trocarmos os pratos? Sim.

antes da troca

Ilustrações: Ilustra Cartoon

depois da troca



10 Indique a solução de cada uma das equações.

a) $5 = x + 3$ 2

b) $72 = 48 + x$ 24

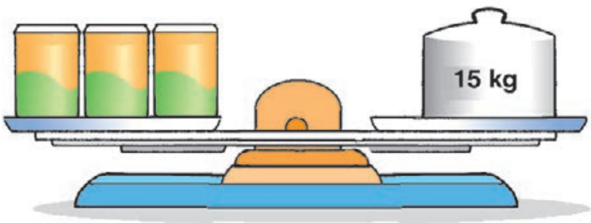
c) $7 = 10 + x$ -3

d) $15 = x + 20$ -5

e) $0 = x + 18$ -18

f) $-7 = x + 50$ -57

11 A balança está com os pratos em equilíbrio e as três latas têm pesos iguais. Quanto pesa cada lata? 5 kg Simbolicamente: $3x = 15$



12 Encontre mentalmente a solução de cada um destes problemas e em seguida escreva uma equação que traduza cada um deles.

a) O dobro de um número é 30. Qual é esse número? 15; $2x = 30$

b) Multiplicando 4 por um certo número, obteve-se 28. Qual é esse número? 7; $4x = 28$

Compare as suas respostas com as de seus colegas.

13 Indique a solução de cada uma das equações.

a) $9x = 18$ 2

b) $7x = 0$ 0

c) $48x = 12$ $\frac{1}{4}$

d) $35x = -105$ -3

14 -1 é a solução das equações

a) $-7x = 7$ e $-3x + 3 = 0$

x b) $-7x = 7$ e $-3x - 3 = 0$

c) $-7x = -7$ e $-3x - 3 = 0$

d) $-7x = -7$ e $-3x + 3 = 0$

15 Calcule o valor de x de modo que:

a) $2x + 3 = 15$ 6

b) $7x - 1 = 13$ 2

c) $2x - 4 = 3$ $\frac{7}{2}$

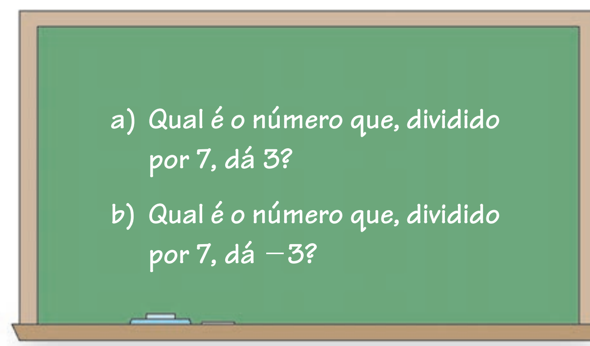
d) $4x + 2 = -18$ -5

e) $5x - 2 = 7 + 6$ 3

f) $10x + 1 = -4 - 5$ -1

16 Calcule mentalmente.
O dobro de um número somado com 3 é igual a 15. Qual é esse número? 6

17 Responda às questões que o professor escreveu na lousa:



Ilustrações: Ilustra Cartoon

21

-21

18 Resolva as equações.

a) $\frac{x}{2} = 8$ 16

b) $\frac{x}{2} = -8$ -16

c) $\frac{3x}{4} = 9$ 12

d) $\frac{2x}{3} = -10$ -15

19 Calcule mentalmente o valor de x.

a) $\frac{x + 4}{6} = 1$ 2

b) $\frac{x - 5}{7} = 1$ 12

20 Resolva as equações.

a) $\frac{3x - 1}{5} = 4$ 7

b) $\frac{x + 9}{9} = 1$ 0

c) $\frac{4x + 3}{5} = -1$ -2

d) $\frac{8x - 5}{2} = 9$ $\frac{23}{8}$

21 Subtraindo 2 da terça parte de um número obteve-se o resultado 8. Qual é esse número?
$\frac{x}{3} - 2 = 8$; 30

22 Resolva as equações.

a) $x + 15 = 11$ -4

b) $19x = 266$ 14

c) $\frac{x}{13} = -2$ -26

d) $1{,}5x - 6 = 0$ 4

e) $1{,}5x + 4 = 19$ 10

f) $\frac{x}{5} - 3 = 10$ 65

3. Algumas operações com letras

Vamos resolver um problema com a ajuda das equações?

- Mário pagou R\$ 8,40 por um caderno e uma caneta. O preço do caderno é igual ao dobro do preço da caneta. Qual é o preço da caneta? E do caderno?

Vamos representar o preço da caneta por x. Como o preço do caderno é o dobro de x, temos:

Preço da caneta: x

Preço do caderno: $2x$

Um caderno e uma caneta custam juntos R\$ 8,40. A equação que representa o problema é:

$$x + 2x = 8,4$$

Ilustrações: Hélio Senatore

O Renan está certo! Não há nada de complicado, pois as letras se comportam de forma semelhante aos números!

Observe as igualdades:

- $7 + 7 = 2 \cdot 7$
- $4 + 4 + 4 = 3 \cdot 4$
- $x + x = 2 \cdot x = 2x$
- $a + a + a = 3 \cdot a = 3a$

Calcule mentalmente:
- $5x + 3x$ $8x$
- $10m - 8m$ $2m$
- $7a - 11a$ $-4a$
- $x + x + 5x - 3x$ $4x$

Daí,

- $x + 2x = 3x$; $9n - 7n = 2n$; $8x + x - 5x = 4x$; $12y - 5y - 7y = 0$, e assim por diante.

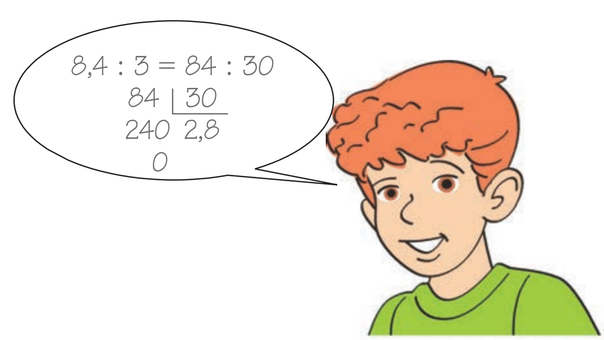
Voltando ao problema:

$x + 2x = 8,4$

$3x = 8,4$

$x = \dfrac{8,4}{3}$

$x = 2,8$



Como x representa o preço da caneta e $2x$, o preço do caderno, temos que uma caneta custa R\$ 2,80 e um caderno custa R\$ 5,60.

Conferindo: caderno + caneta = 5,60 + 2,80 = 8,40

A propriedade distributiva

Você já conhece a propriedade distributiva. Como o nome já diz, ela permite distribuir a multiplicação. Veja exemplos:

- $2 \cdot (4 + 5) = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 5$ (Distribuímos a multiplicação pelas parcelas da adição.)
- $3 \cdot (7 - 2) = 3 \cdot 7 - 3 \cdot 2$

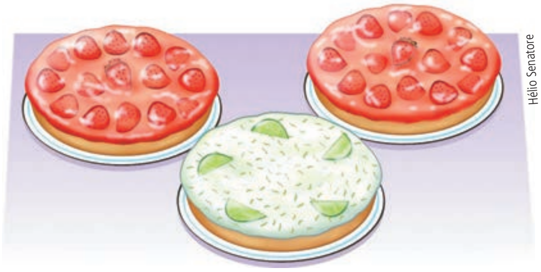
Essa propriedade continua valendo quando trabalhamos com letras:

- $4 \cdot (x + 3) = 4 \cdot x + 4 \cdot 3 = 4x + 12$
- $(-5) \cdot (a + 2) = (-5) \cdot a + (-5) \cdot 2 = -5a - 10$
- $7 \cdot (3 - 2y) = 7 \cdot 3 + 7 \cdot (-2y) = 21 - 14y$

Como o sinal de vezes antes dos parênteses não precisa ser escrito, podemos escrever:

$4 \cdot (x + 3) = 4(x + 3)$; $7 \cdot (3 - 2y) = 7(3 - 2y)$ e assim por diante.

Aplicaremos a propriedade distributiva na resolução de equações e problemas.
Acompanhe um exemplo:


Hélio Senatore

- Dona Sílvia gastou R$ 60,00 comprando uma torta de limão e duas tortas de morango. A torta de morango custa R$ 3,00 a mais que a de limão. Qual é o preço de cada torta?

Vamos equacionar o problema:
Preço da torta de limão: x
Preço da torta de morango: $x + 3$
Preço de duas tortas de morango: $2(x + 3)$

É preciso colocar parênteses. Sem eles, 2 multiplicaria somente x e não $x + 3$, como queremos.

Uma torta de limão mais duas de morango somam R$ 60,00. A equação fica:

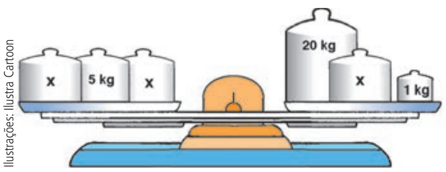
$x + 2(x + 3) = 60$ Aplicando a propriedade distributiva:
$x + 2x + 6 = 60$ Como $x + 2x = 3x$, vem:
$3x + 6 = 60$
$3x = 60 - 6$
$3x = 54$
$x = \frac{54}{3}$
$x = 18$

Verifique a solução do problema: uma torta de limão e duas de morango custam juntas R$ 60,00? Sim.

Se $x = 18$, então $x + 3 = 21$.
A torta de limão custa R$ 18,00 e a de morango R$ 21,00.

Exercícios

23 Qual é o valor de x que equilibra os pratos da balança? 16 kg



Ilustrações: Ilustra Cartoon

24 Resolva as equações.

a) $5x + 3x = 16$ 2

b) $x + x + 8 = 54$ 23

c) $7x - 2 - 5x = 18$ 10

d) $12x - 10x - 4 = 3$ $\frac{7}{2}$

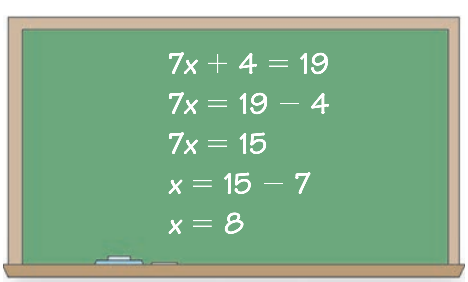
e) $-x - 2x - 4 = 11$ -5

f) $8x = 5x + 4{,}5$ 1,5

25 A professora pediu a seus alunos que resolvessem a equação:

$$7x + 4 = 19$$

Maurício foi apresentar a solução dessa equação no quadro.



a) Ele cometeu um erro na resolução. Qual foi? Cometeu um erro na 4ª linha.

b) Resolva a equação corretamente.
$7x = 15$ (dividindo os dois lados por 7), fica: $x = \frac{15}{7}$.

26 Qual número somado com o seu triplo dá -600? -150; $x + 3x = -600$

27 A soma de um número com o dobro do consecutivo dele dá 206.

a) Escreva uma equação que traduza o problema. $x + 2(x + 1) = 206$

b) Resolva a equação e descubra qual é esse número. 68

28 Um táxi inicia uma corrida marcando R$ 5,00 no taxímetro. Sabendo que cada quilômetro rodado custa R$ 3,00 e que o total da corrida ficou em R$ 47,00, calcule quantos quilômetros foram percorridos.
14 quilômetros; $5 + 3x = 47$

29 Resolva as equações.

a) $4(x + 1) = 12$ 2

b) $5(3 - x) - 4x = 18$ $-\frac{1}{3}$

c) $9x - 3(2x + 2) = 15$ 7

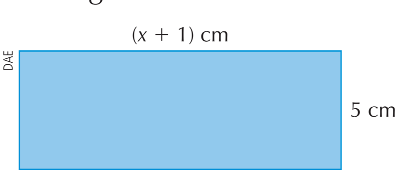
d) $2{,}5(x - 2) - 1{,}5x = 1$ 6

e) $3{,}5x + 8 = 2(x + 7)$ 4

f) $6(3x + 2) - 8 = -2$ $-\frac{1}{3}$

g) $-3(x - 5) - 2(2x + 1) = -8$ 3

30 Observe a figura abaixo:



DAE

Quanto ao retângulo, podemos escrever a equação:

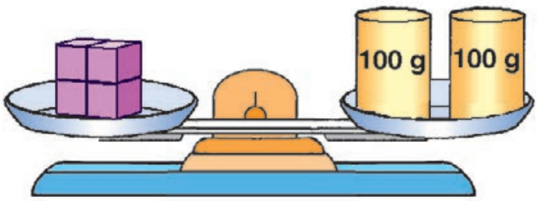
$$2(x + 1) + 2 \cdot 5 = 38$$

a) O que representa o número 38?
O perímetro do retângulo, em centímetros.

b) Resolva a equação. $x = 13$

c) Qual é a área do retângulo? 70 cm²

4. Balanças em equilíbrio e equações

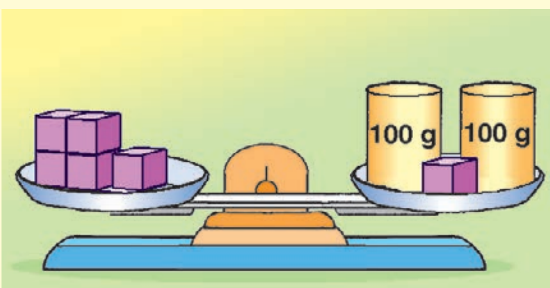


Ilustrações: Ilustra Cartoon

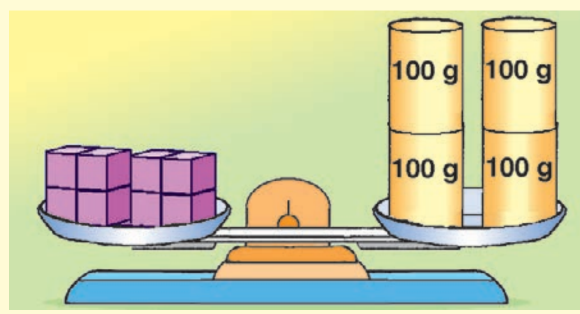
Esta é uma balança de pratos. Esse tipo de balança não é muito comum hoje em dia: elas servem para medir massas com base no equilíbrio dos dois pratos. Essas balanças nos ajudarão a compreender as propriedades das igualdades.

Observe que no prato da esquerda foram colocados quatro cubos idênticos e no prato da direita, dois cilindros de 100 g de massa cada. Como os pratos estão equilibrados, a massa dos quatro cubos é igual à massa dos dois cilindros.

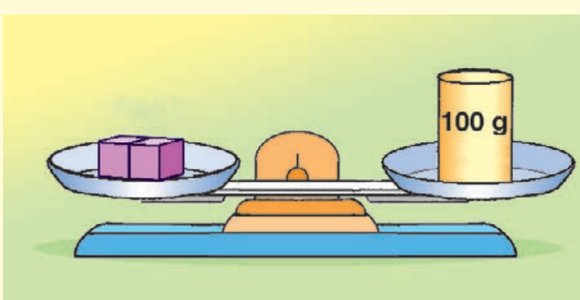
Partindo sempre dessa situação inicial de equilíbrio da balança acima, responda ao que se pede.



Se acrescentarmos a mesma massa a cada prato, o equilíbrio se mantém? Sim.



Se dobrarmos a massa de cada prato, o equilíbrio se mantém? Sim.



Se retirarmos de cada prato a metade de seu conteúdo, o equilíbrio se mantém? Sim.

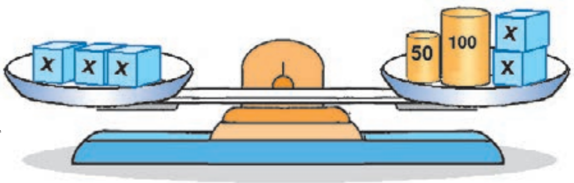
Numa balança de pratos em equilíbrio, quando acrescentamos ou retiramos massas iguais dos dois pratos o equilíbrio se mantém. As equações, que são igualdades, funcionam de modo semelhante. Numa equação podemos:

- somar o mesmo número aos dois membros da equação;
- subtrair o mesmo número dos dois membros da equação;
- multiplicar os dois membros da equação por um mesmo número diferente de zero;
- dividir os dois membros da equação por um mesmo número diferente de zero.

Aplicando o que aprendemos:

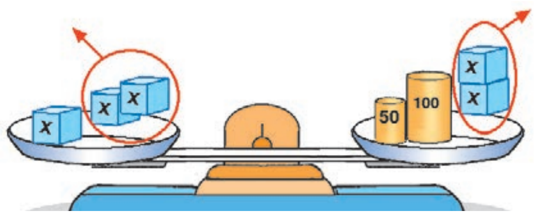
Para resolver a equação $3x = 2x + 100 + 50$, podemos imaginá-la como uma balança de pratos em equilíbrio:

Ilustrações: Ilustra Cartoon



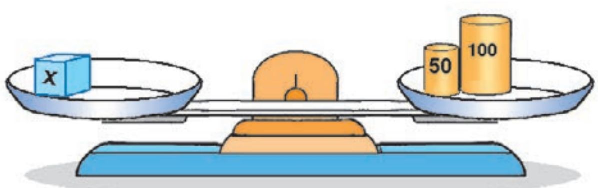
$$3x = 2x + 100 + 50$$
$$3x = 2x + 150$$

Vamos retirar a mesma massa dos dois pratos:



$$-2x \quad 3x = 2x + 150 \quad -2x$$
$$x = 150$$

O equilíbrio se mantém.



Descobrimos a massa do cubinho: 150 g.
Veja mais exemplos:

- $-3x \quad 5x - 8 = 3x + 6 \quad -3x$
  $2x - 8 = 6$

  Vamos subtrair $3x$ dos dois membros da equação.

  Aí, usamos as operações inversas:

  $2x = 6 + 8$

  $2x = 14$

  $x = \dfrac{14}{2}$

  $x = 7$

  Substitua x por 7 na equação e faça as operações indicadas. Você obteve uma igualdade verdadeira? Sim.

- $5(x + 3) = 4(x - 2) + 6$

  Primeiro aplicamos a propriedade distributiva:

  $5x + 15 = 4x - 8 + 6$ Efetuamos $(-8 + 6)$:

  $-4x \quad 5x + 15 = 4x - 2 \quad -4x$ Subtraindo $4x$ de ambos os membros da equação, temos:

  $x + 15 = -2$

  $x = -2 - 15$

  $x = -17$

Exercícios

31 Quais das seguintes ações manteriam a balança em equilíbrio?

Hélio Senatore

x **a)** Adicionar 3 kg em cada prato.

x **b)** Tirar 5 kg de cada prato.

c) Passar uma lata do prato esquerdo para o prato direito.

x **d)** Tirar uma lata de cada prato.

e) Tirar duas latas do prato esquerdo e uma do direito.

32 Esta balança está em equilíbrio e as três melancias têm o mesmo peso:

Ilustra Cartoon

a) Qual é o peso de cada melancia? 5 kg

b) Qual é a equação que representa essa situação? $2m + 7 = m + 12$

33 Estas caixas têm o mesmo número de canetas coloridas.

Hélio Senatore

a) Quantas canetas há em cada caixa? 6 canetas

b) Qual é a equação que representa essa situação? $2x + 2 = x + 8$

34 A soma de três números inteiros consecutivos é -93. Quais são os números?
-32, -31 e -30; $x + (x + 1) + (x + 2) = -93$

35 Resolva as equações.

a) $6x = 2x + 16$ 4

b) $4x - 10 = 2x + 2$ 6

c) $2x + 1 = 4x - 7$ 4

d) $3x - 2 = 4x + 9$ -11

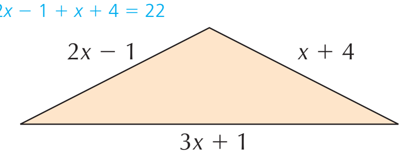
e) $5x + 4 = 3x - 2x + 4$ 0

f) $x + x - 4 = 17 - 2x + 1$ $\frac{11}{2}$

g) $3{,}4x - 2{,}6 = x - 0{,}92$ 0,7

h) $0{,}1x + 3x + 0{,}9x = 14 + 2x$ 7

36 O triângulo da figura tem perímetro de 22 cm. Determine a medida do menor lado.
5 cm
$3x + 1 + 2x - 1 + x + 4 = 22$



37 Resolva as equações.

a) $7(x - 2) = 5(x + 3)$ $\frac{29}{2}$

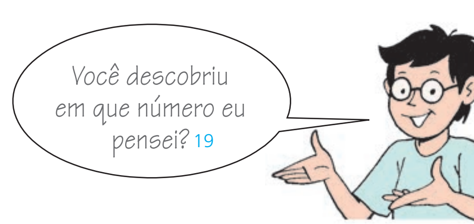
b) $2(x - 5) + 4(x - 1) = 0$ $\frac{7}{3}$

c) $3(2x - 1) = -2(x + 3)$ $-\frac{3}{8}$

d) $7(x - 1) - 2(x - 5) = x - 5$ -2

38 Pensei em um número; x

- subtraí 3 unidades; $x - 3$
- multipliquei o resultado por 4; $(x - 3) \cdot 4$
- somei uma unidade; $(x - 3) \cdot 4 + 1$
- o resultado deu 65. $(x - 3) \cdot 4 + 1 = 65$



Lápis Mágico

5. Mais problemas e equações


Ozzy07/Dreamstime.com

1. Em certa cidade, aconteceu um fato interessante. Num período de quatro dias consecutivos, a temperatura mínima registrada diminuiu exatamente 1 °C por dia.

A média das temperaturas mínimas nesse período foi de −2,5 °C. Quais foram as temperaturas mínimas registradas em cada dia?

Se chamarmos de t a temperatura mínima registrada no primeiro dia, teremos:

- 1º dia: t
- 2º dia: $t - 1$
- 3º dia: $(t - 1) - 1 = t - 2$
- 4º dia: $(t - 2) - 1 = t - 3$

$$\text{Média} = \frac{t + t - 1 + t - 2 + t - 3}{4} = -2{,}5$$

Resolvendo a equação acima, encontramos a temperatura t e, a partir dela, a temperatura mínima registrada em cada dia. Veja a tabela abaixo:

$$\frac{4t - 6}{4} = -2{,}5$$

$$4t - 6 = 4 \cdot (-2{,}5)$$

$$4t - 6 = -10$$

$$4t = -4$$

$$t = -1$$

1º dia t	2º dia $t - 1$	3º dia $t - 2$	4º dia $t - 3$
−1 ºC	−2 ºC	−3 ºC	−4 ºC

2. É possível construir um quadrado e um triângulo equilátero de modo que:

- os dois tenham o mesmo perímetro?
- o lado do quadrado meça 2 unidades a menos que o lado do triângulo?

As equações permitem mostrar que sim. Acompanhe.

Chamando a medida do lado do triângulo de x, a medida do lado do quadrado será $x - 2$.

Como os perímetros devem ser iguais, temos:

$$4(x - 2) = 3x$$

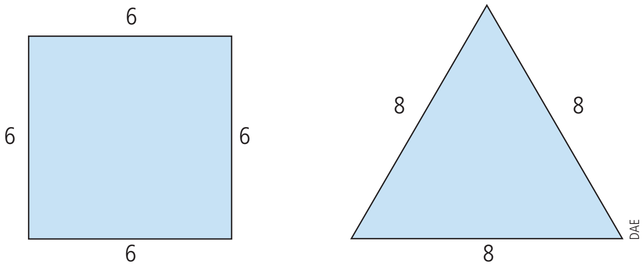
$$4x - 8 = 3x$$

Subtraindo 3x de ambos os membros:

$$x - 8 = 0$$

$$x = 8 \rightarrow x - 2 = 6$$

O triângulo equilátero tem lado 8 e o quadrado, lado 6.

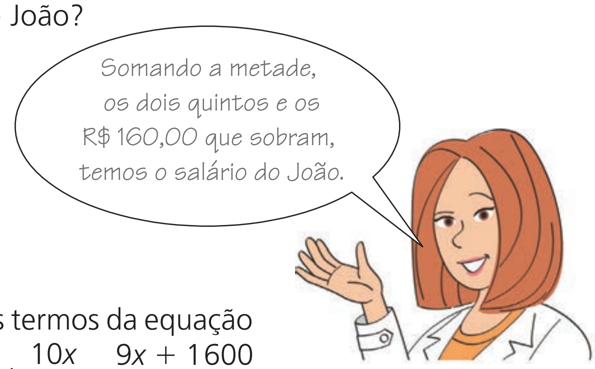


P = 4 · 6 = 24

P = 3 · 8 = 24

Eliminando denominadores

1. Todo início de mês, João separa a metade de seu salário para pagar o aluguel, contas de água, luz etc., e mais dois quintos de seu salário para os gastos com alimentação e transporte. Sobram R$ 160,00 para outras despesas. Qual é o salário de João?



Ilustrações: Hélio Senatore

- Salário de João: x
- Metade do salário de João: $\frac{x}{2}$
- Dois quintos do salário de João: $\frac{2}{5}$ de x ou $\frac{2x}{5}$

$$x = \frac{x}{2} + \frac{2x}{5} + 160$$

Usando frações equivalentes, podemos escrever os termos da equação num mesmo denominador: $\frac{10x}{10} = \frac{5x}{10} + \frac{4x}{10} + \frac{1600}{10} \Rightarrow \frac{10x}{10} = \frac{9x + 1600}{10}$

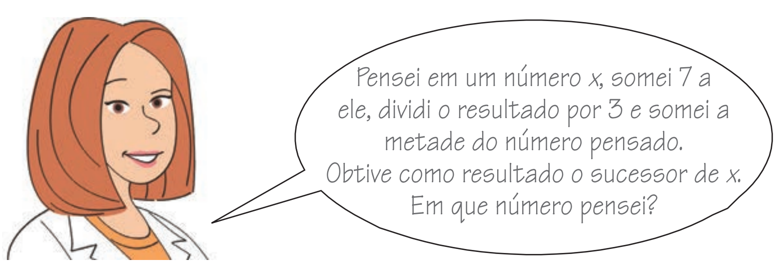
$\frac{10x}{10} = \frac{9x + 1600}{10}$ Multiplicamos ambos os membros da equação por 10:

$\cancel{10} \cdot \frac{10x}{\cancel{10}} = \cancel{10} \cdot \frac{9x + 1\,600}{\cancel{10}}$ Usamos o cancelamento.

$10x = 9x + 1\,600 \longrightarrow x = 1\,600$

Então, João recebe R$ 1.600,00 por mês.

2. A professora propôs um problema para os alunos do 7º ano. Vamos resolvê-lo?



- Número pensado: x
- Metade de x: $\frac{x}{2}$
- Sucessor de x: $x + 1$

Primeiro representamos o problema por meio de uma equação:

$$\frac{x + 7}{3} + \frac{x}{2} = x + 1$$

Escrevemos as frações num mesmo denominador, usando frações equivalentes:

$\frac{2(x + 7)}{6} + \frac{3x}{6} = \frac{6(x + 1)}{6}$ Multiplicamos ambos os membros por 6 e usamos o cancelamento:

$$\cancel{6} \cdot \frac{2(x + 7) + 3x}{\cancel{6}} = \cancel{6} \cdot \frac{6(x + 1)}{\cancel{6}}$$

$$2(x + 7) + 3x = 6(x + 1)$$

Agora a equação ficou mais simples de resolver!

Termine a resolução no seu caderno e descubra em que número a professora pensou. Confira com os colegas! 8

Exercícios

39 (Fuvest-SP) A soma de um número com sua quinta parte é 2. Qual é o número?
$\frac{5}{3}$; $x + \frac{x}{5} = 2$

40 Lia comprou um objeto que pagará em três prestações. Na primeira prestação ela pagará a terça parte do valor do objeto, na segunda prestação, a quinta parte e na última, R$ 35,00. Quanto ela pagará pelo objeto?
R$ 75,00 $\quad x = \frac{x}{3} + \frac{x}{5} + 35$

Andres Rodrigues/Dreamstime.com

41 Resolva as equações.

a) $\frac{x}{2} - \frac{x}{4} = \frac{1}{2}$ 2

b) $\frac{x}{4} + 7 = \frac{x}{2} + 5$ 8

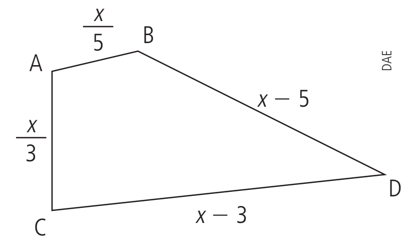
c) $\frac{x}{3} + 4 = 2x$ $\frac{12}{5}$

d) $\frac{x}{6} + \frac{x}{4} = \frac{x}{3} - 1$ -12

42 (Saresp) Zeca entrou num jogo com certo número de fichas. Na primeira rodada, perdeu a terça parte, mas na segunda rodada ganhou três fichas, ficando com 11 fichas no final. Qual era o número de fichas de Zeca no início do jogo? 12 fichas; $x - \frac{x}{3} + 3 = 11$

43 (CAP-UFRJ) Por falta de tratamento de água, $\frac{1}{4}$ dos peixes que havia num aquário morreu. O equivalente à metade dos que morreram está doente. Dez peixes estão saudáveis. Quantos peixes havia inicialmente nesse aquário? 16 peixes; $\frac{x}{4} + \frac{x}{8} + 10 = x$

44 No polígono abaixo, a soma das medidas dos lados $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ é igual à soma das medidas dos lados $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$.



DAE

Calcule:

a) o valor de x; 15

b) o perímetro desse polígono. 30

45 Resolva as equações.

a) $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = \frac{7 + x}{3}$ $\frac{14}{3}$

b) $\frac{x - 2}{3} + 2x = \frac{5x}{2}$ -4

c) $\frac{x - 5}{3} + \frac{3x - 1}{2} = 4$ $\frac{37}{11}$

d) $\frac{x - 1}{5} = x - \frac{2x - 1}{3}$ -4

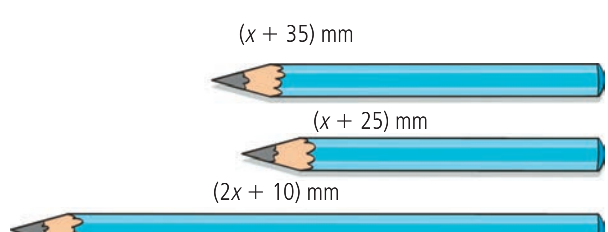
46 A idade do Rodolfo há seis anos era metade da idade que terá daqui a 8 anos.

a) Copie e complete o quadro.

	Há 6 anos	Hoje	Daqui a 8 anos
Rodolfo		x	
	$x - 6$		$x + 8$

b) Qual é a idade atual de Rodolfo?
20 anos; $x - 6 = \frac{x + 8}{2}$

47 O comprimento médio dos três lápis é 90 mm. Qual é o comprimento de cada lápis?



Ilustrações: Hélio Senatore

85 mm, 75 mm e 110 mm; $\frac{4x + 70}{3} = 90$

Revisando

48 Calcule mentalmente a solução de cada uma das equações.

a) $2 + x = 7$ 5

b) $5x = 50$ 10

c) $-7x = 42$ −6

d) $3x - 24 = 0$ 8

e) $0{,}5 - x = 0{,}1$ 0,4

f) $\dfrac{x}{2} = 30$ 60

g) $2x = 1$ $\frac{1}{2}$

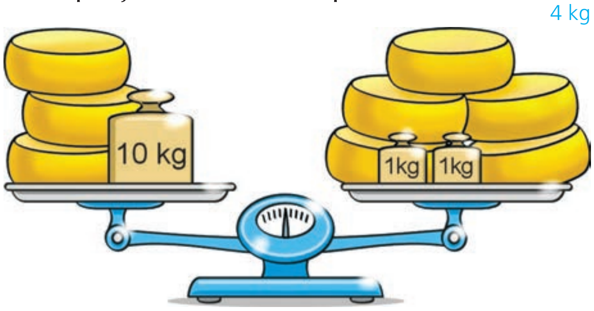
h) $9 + x = 9{,}4$ 0,4

i) $\dfrac{2x + 1}{5} = 1$ 2

j) $\dfrac{x - 3}{11} = 2$ 25

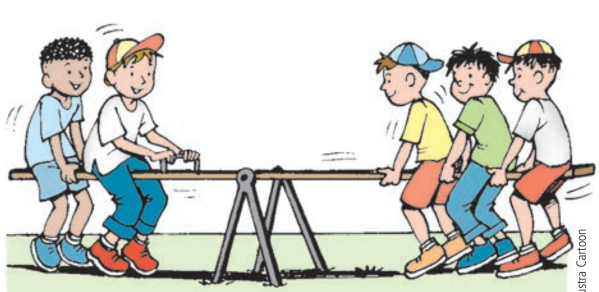
49 A balança está equilibrada e os queijos têm pesos iguais. Quantos quilogramas tem cada queijo? Calcule e responda no caderno. 4 kg

Hélio Senatore



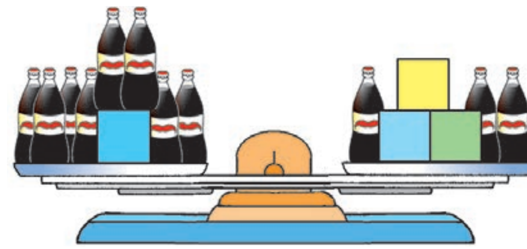
50 Uma pessoa compra x latas de azeitona a R$ 5,00 cada uma e $x + 4$ latas de palmito a R$ 7,00 cada uma. No total gastou R$ 172,00. Determine x. $5x + 7(x + 4) = 172$ $x = 12$

51 Dois corintianos, um de 37 kg e outro de 40 kg, equilibram três palmeirenses em uma gangorra. Um dos palmeirenses pesa 32 kg e os outros dois são irmãos, e têm pesos iguais. Quanto pesa cada um dos palmeirenses que são irmãos? 22,5 kg $37 + 40 = 32 + 2p$



Ilustra Cartoon

52 A balança está equilibrada. Todas as garrafas têm o mesmo peso e cada caixa pesa 1,5 kg. Quanto pesa cada garrafa? 600 g



Ilustra Cartoon

53 Resolva as equações.

a) $2 - 3x = -9 - 4x$ −11

b) $350x - 500 = 100x + 750$ 5

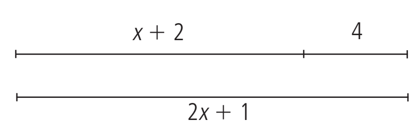
c) $x + 5{,}41 = 3{,}87$ −1,54

d) $3(2x - 1) = -2(x + 3)$ $-\frac{3}{8}$

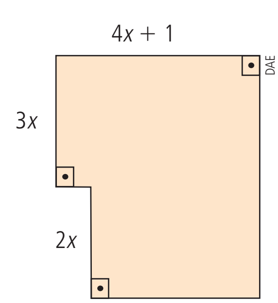
e) $4(x + 10) - 2(x - 5) = 0$ −25

f) $3{,}5x + 8 = 2(x + 7)$ 4

54 Calcule o valor de x sabendo que os dois segmentos têm o mesmo comprimento. 5



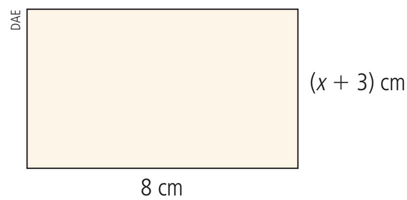
55 O perímetro do terreno abaixo é de 128 m. Quanto vale x? 7 m $2(4x + 1) + 2 \cdot 5x = 128$



DAE

56 Três livros custam o mesmo que 8 cadernos. Um livro custa R$ 25,00 a mais que um caderno. Qual é o preço de um livro? R$ 40,00
$3(x + 25) = 8x$

57 Considere o retângulo:



Determine o valor de x de modo que:

a) o perímetro seja igual a 26 cm; $x = 2$ cm

b) a área seja igual a 48 cm^2. $x = 3$ cm

58 (Ipad-PE) Dona Ester pretende produzir coxinhas para algumas lanchonetes. Ela sabe que terá um custo fixo, para pagar o salário de uma ajudante, de 600 reais por mês. Cada coxinha tem um custo de produção de 50 centavos, e será vendida por R$ 1,10. De acordo com esses dados, qual é o número mínimo de coxinhas que dona Ester deverá produzir por mês para não ter prejuízo? 1 000 coxinhas $1{,}10x = 0{,}50x + 600$


Misto Quente

59 (FCC-SP) Que número deve ser colocado no canto superior grifado do quadrado mágico? 10

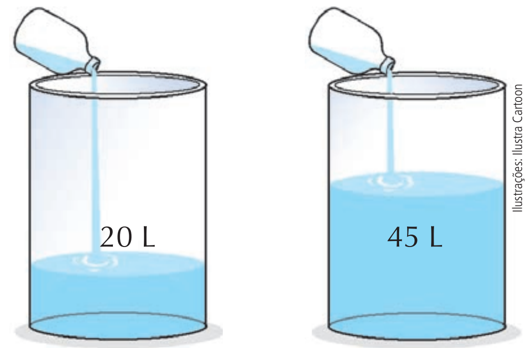
Em um quadrado mágico, a soma dos três números de cada linha, coluna ou diagonal sempre dá o mesmo resultado.

x	17	
	$x + 1$	
	$x - 3$	$x + 2$

12	17	10
	13	
	9	14

$x + (x + 1) + (x + 2) = 17 + (x + 1) + (x - 3) \longrightarrow x = 12$

60 Os tambores da figura têm medidas iguais, mas contêm quantidades diferentes de líquido.



12 garrafões cheios serão colocados para encher o tambor

7 garrafões cheios serão colocados para encher o tambor

Qual é o volume do tambor? 80 L; $12x + 20 = 7x + 45$

61 Resolva as equações.

a) $x - \frac{x}{2} = 1$ 2

b) $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = 15$ 18

c) $\frac{3x}{2} - 5x = -7$ 2

d) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{2} = 4$ $\frac{16}{5}$

e) $\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}x = -2$ -8

62 (Unicamp-SP) Um funcionário teve seu salário reajustado em $\frac{6}{10}$ e passou a ganhar R$ 860,00. Qual era o seu salário antes do aumento? R$ 537,50 $x + \frac{6}{10}x = 860$

63 Dois quintos do meu salário são reservados para o aluguel e a metade é gasta com a alimentação, restando ainda R$ 90,00 para gastos diversos. Qual é o meu salário?
R$ 900,00; $x = \frac{2}{5}x + \frac{1}{2}x + 90$

64 Resolva as equações.

a) $2\left(x + \frac{1}{2}\right) = 13$ 6

b) $x = \frac{1}{2}(x - 1)$ -1

65 Carlos tem 17 anos e Mário tem 15 anos.

a) Copie e complete o quadro.

	Hoje	Daqui a x anos
Carlos		$17 + x$
Mário	15	

17 $\quad$ $15 + x$

b) Daqui a quantos anos a soma de suas idades será 72 anos? 20 anos; $(17 + x) + (15 + x) = 72$

66 Um pai tem hoje 54 anos e seus quatro filhos têm, juntos, 39 anos. Dentro de quantos anos a idade do pai será a soma das idades dos filhos? 5 anos $54 + x = 39 + 4x$


Hélio Senatore

67 Resolva as equações.

a) $\frac{x-1}{2} + \frac{x-3}{3} = 6$ 9

b) $\frac{x-2}{3} - \frac{x+1}{4} = 4$ 59

c) $\frac{2x-3}{4} - \frac{2-x}{3} = \frac{x-1}{3}$ $\frac{13}{6}$

68 Em uma classe com 20 meninos e 30 meninas, foi realizada uma prova. A média dos meninos foi 8. Qual foi a média das meninas, se a média da classe foi 7,4? 7 meninas

$\frac{20 \cdot 8 + 30 \cdot x}{20 + 30} = 7{,}4$

Desafios

69 Fernando tem R$ 1.380,00 e Alberto, R$ 1.020,00. Fernando economiza R$ 36,00 por mês e Alberto, R$ 96,00. Depois de quanto tempo terão quantias iguais?

6 meses; $1\,380 + 36x = 1\,020 + 96x$

70 Uma maçã vale 6 bananas mais meia maçã. Meia dúzia de bananas custa 48 centavos. Quanto custa uma maçã? 96 centavos

$m = 6b + \frac{m}{2}$; $m = 48 + \frac{m}{2}$; $m = 96$


Yanas/Shutterstock.com

71 (Uniube-MG) Uma empresa deseja enviar sua equipe de vendedores para visitar várias cidades, sendo cada uma visitada por apenas um vendedor. Se cada um deles fosse a 10 cidades diferentes, restariam ainda 30 cidades que não seriam visitadas. Se cada vendedor fosse a 12 cidades diferentes, mesmo assim 10 não seriam visitadas. Quantos vendedores tem a empresa? 10 vendedores $10x + 30 = 12x + 10$

72 (Unicamp-SP) Uma senhora comprou uma caixa de bombons para seus dois filhos. Um deles tirou para si metade dos bombons da caixa. Mais tarde, o outro menino também tirou para si metade dos bombons que encontrou na caixa. Restaram 10 bombons. Calcule quantos bombons havia inicialmente na caixa.

$x - \frac{x}{2} - \frac{x}{4} = 10$ $\quad$ 40 bombons

73 Se Luciana emagrecesse 10 kg, ela passaria a ter 75% de seu peso atual. Qual é atualmente o peso de Luciana?

40 kg; $x - 10 = 0{,}75x$


Rodrigo Pires

Seção livre

Aryabhata e as operações inversas

O sistema de numeração decimal que hoje usamos é uma das mais importantes invenções da humanidade. Esse sistema foi criado há muito tempo pelos hindus. Vários matemáticos hindus trouxeram grandes contribuições para a Matemática.

Vamos conhecer um deles?

Aryabhata, poeta, astrônomo e matemático hindu nasceu em 476.

Aos 23 anos, terminou a obra *Aryabhatiya*, que é um dos mais antigos textos hindus conhecidos sobre Matemática e Astronomia.

Ele foi um dos primeiros a explicar as causas dos eclipses do Sol e da Lua.

Aryabhata escrevia usando versos e, para resolver problemas de adivinhação com números, costumava usar as operações inversas.

Veja o tipo de linguagem usada por ele no exemplo de problema a seguir:

◆ Representação da estátua de Aryabhata.

Oh bela donzela com olhos radiantes! Diz-me, uma vez que compreendes o método da inversão, qual é o número que multiplicado por 3, aumentado em 21, dividido por 7, reduzido de 5 dá o resultado final 10?

Podemos esquematizar o problema assim:

$$\boxed{\text{número}} \xrightarrow{\times 3} \square \xrightarrow{+\,21} \square \xrightarrow{:\,7} \square \xrightarrow{-\,5} \boxed{10}$$

Usando o método da inversão sugerido por Aryabhata, partimos do 10 e, em cada etapa, efetuamos a operação inversa:

$$\boxed{10} \xrightarrow{+\,5} \boxed{15} \xrightarrow{\times 7} \boxed{105} \xrightarrow{-\,21} \boxed{84} \xrightarrow{:\,3} \boxed{28}$$

O número é 28.

Quem vai ao quadro descobrir o número desconhecido no problema abaixo usando o método da inversão?

Oh bela donzela com olhos radiantes! Diz-me, uma vez que compreendes o método da inversão, qual é o número que, dividido por 8, diminuído em 10 e multiplicado por 24, dá o resultado final 264? 168

Autoavaliação

Anote, em seu caderno, o número do exercício e a letra correspondente à resposta correta.

74 A solução da equação $0{,}5x = 0{,}3 - 0{,}5x$ é:

x **a)** 0,3 **c)** 0,8
b) 0,5 **d)** 1,3

75 Se $(2 + 3)^2 - x = 12$, então x vale:

a) -2 **c)** 9
b) -1 x **d)** 13

76 Se $2x - 5 = 9$, então $3x + 2$ é igual a:

a) 44 x **c)** 23
b) 14 **d)** 16

77 O número 50 é solução da equação:

a) $\frac{3x}{5} + 7 = \frac{x - 4}{2}$

b) $\frac{3x}{5} - 7 = \frac{x + 4}{2}$

c) $\frac{3x}{5} + 7 = \frac{x + 4}{2}$

x **d)** $\frac{3x}{5} - 7 = \frac{x - 4}{2}$

78 (Prominp) A figura ilustra uma balança de pratos equilibrada, na qual há bolas e sacos. As bolas são todas iguais, ou seja, têm o mesmo peso. Todos os sacos contêm a mesma quantidade de bolas, todas elas iguais às que estão fora dos sacos. Os sacos, quando vazios, tem peso desprezível.

Quantas bolas cada saquinho contém?

a) 2 x **c)** 4
b) 3 **d)** 5

79 A soma de um número com 3 e o quociente desse mesmo número por 3 são iguais. Esse número é: $x + 3 = \frac{x}{3}$

x **a)** $-\frac{9}{2}$ **c)** $\frac{9}{2}$
b) $-\frac{9}{4}$ **d)** $\frac{9}{4}$

80 (UFSE) Numa caixa há bolas brancas e bolas pretas, num total de 360. Se o número de brancas é o quádruplo do de pretas, então o número de bolas brancas é: $x + 4x = 360$
$x = 72$
bolas brancas: $4 \cdot 72 = 288$

a) 72 **c)** 240
b) 120 x **d)** 288

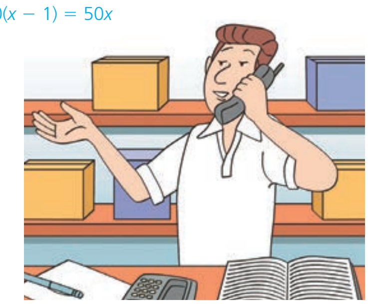
81 (Ufla-MG) Dez caixas fechadas de parafusos mais 100 parafusos soltos pesam o mesmo que 15 caixas fechadas mais 20 parafusos soltos. O número de parafusos em cada caixa é: $10x + 100 = 15x + 20$

a) 12
x **b)** 16
c) 20
d) 24

Feng Yu/Dreamstime.com

82 (Cesgranrio-RJ) Ao negociar a compra de certa mercadoria com um fornecedor, um comerciante lhe disse: "Se você me der R$ 1,00 de desconto em cada peça, poderei comprar 60 peças com a mesma quantia que eu gastaria para comprar 50". Se o fornecedor der o desconto pedido, o comerciante pagará, em reais, por peça: $60(x - 1) = 50x$

x **a)** R$ 5,00
b) R$ 6,00
c) R$ 7,00
d) R$ 8,00



Ilustrações: Hélio Senatore

83 Um número somado ao seu consecutivo e ao seu triplo resulta em 81. Então, esse número está compreendido entre: $x + (x + 1) + 3x = 81$ $x = 16$

a) 10 e 13

x b) 13 e 17

c) 17 e 20

d) 20 e 25

84 (Saresp)

Com qual equação podemos descobrir a quantia que o garoto possui?

a) $2x + 20 + 40 = 200$

b) $x + 40 + 40 = 200$

c) $(x + 40) \cdot 2 + 20 = 200$

x d) $(x + 20) \cdot 2 + 40 = 200$

85 Numa caixa, o número de bolas vermelhas é o triplo do número de bolas brancas. Se tirarmos 2 brancas e 26 vermelhas, o número de bolas de cada cor ficará igual. A quantidade de bolas brancas será encontrada resolvendo-se a equação:

a) $3x - 2 = x + 26$

b) $3x - 2 = 26 - x$

c) $3x + 26 = x + 2$

x d) $3x - 26 = x - 2$

86 (Saresp) Se a professora der 8 balas a cada aluno, sobram-lhe 44 balas; se ela der 10 balas a cada aluno, faltam-lhe 12 balas. Nessa história, se x representa o número de alunos, devemos ter:

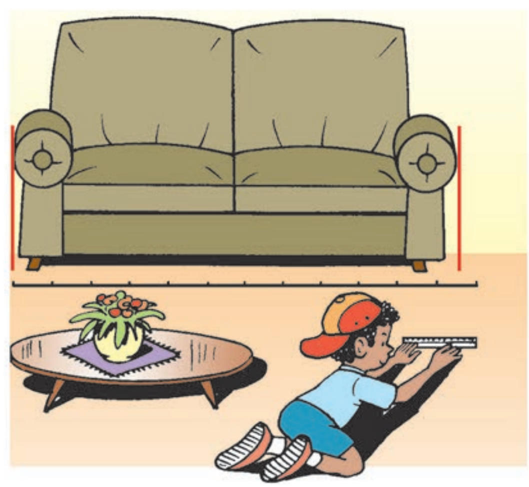
a) $8x = 10$ e $x = 22$

b) $8x + 44 = 10x$ e $x = 22$

c) $8x + 10x = 44 + 12$ e $x = 28$

x d) $8x + 44 = 10x - 12$ e $x = 28$

87 (Uerj) João mediu o comprimento do seu sofá com o auxílio de uma régua:



Ilustrações: Lápis Mágico

Colocando 12 vezes a régua na direção do comprimento, sobraram 15 cm da régua; por outro lado, estendendo 11 vezes, faltaram 5 cm para atingir o comprimento total. O comprimento do sofá, em centímetros, equivale a:

$12x - 15 = 11x + 5$
$x = 20$
$12(20) - 15 = 225$

a) 240

b) 235

x c) 225

d) 220

88 (OBM) Renata digitou um número em sua calculadora, multiplicou-o por 3, somou 12, dividiu o resultado por 7 e obteve o número 15. O número digitado foi:

$\frac{3x + 12}{7} = 15$
$x = 31$

x a) 31

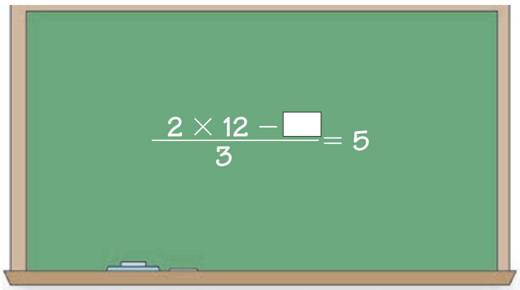
b) 39

c) 7

d) 27

89 (Obmep) Margarida viu no quadro negro algumas anotações da aula anterior, um pouco apagadas, conforme mostra a figura. Qual é o número que foi apagado?

x **a)** 9 **b)** 10 **c)** 12 **d)** 15



90 A solução da equação

$$\frac{3x + 5}{2} - \frac{2x - 9}{3} = 8$$

é também solução da equação:

a) $3x = 3$

x **b)** $3x = 9$

c) $3x = 15$

d) $3x = -15$

91 (Acafe-SC) Um frasco com dois litros de iogurte contém suco de fruta, leite e mel. A quantidade de leite é o dobro da quantidade de suco de fruta, e a quantidade de mel é a nona parte da quantidade dos outros dois líquidos juntos. A quantidade de suco de fruta que esse frasco de iogurte contém é de:

a) 500 mL

x **b)** 600 mL

$2x + x + \frac{3x}{9} = 2\,000$

c) 750 mL

d) 800 mL

92 (Prominp) Dona Maria foi ao mercado levando o dinheiro exato para comprar 3 kg de feijão. Chegando lá viu que o preço do quilo de feijão havia aumentado em R$ 0,10. Assim, ela pôde comprar somente 2 kg, e voltou para casa com R$ 1,50 de troco. Quanto dona Maria pagou, em reais, em cada quilo de feijão?

$3x = 2(x + 0,10) + 1,50$

a) R$ 1,60

x **b)** R$ 1,70

c) R$ 1,80

d) R$ 1,90

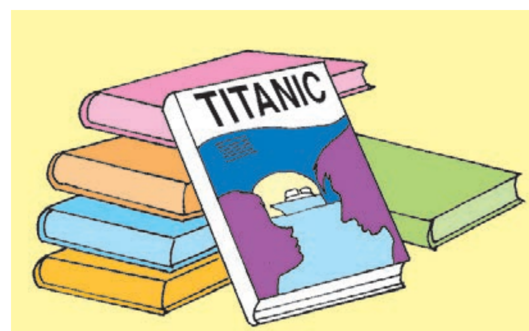
93 (Vunesp) A locadora FILMEBOM cobra de seus usuários R$ 20,00 de taxa fixa de inscrição no primeiro dia e R$ 4,00/dia por filme alugado. Já na locadora FILMEX, o usuário paga uma taxa fixa de R$ 30,00 para ter o direito de alugar filmes e R$ 3,00/dia por filme alugado. Assim, em termos de gastos para o usuário, é indiferente associar-se e alugar filmes por um dia na FILMEBOM ou na FILMEX, desde que ele leve: $20 + 4x = 30 + 3x$ $x = 10$

x **a)** 10 filmes.

b) 15 filmes.

c) 22 filmes.

d) 38 filmes.



Ilustrações: Ilustra Cartoon

94 (Ceetps-SP) Uma empresa operadora de telefones oferece dois planos, A e B, de acordo com a tabela:

Plano	Assinatura mensal (R$)	Ligações locais (R$/minuto)
A	37,24	0,42
B	Pré-pago	1,40

Após quantos minutos de ligação o valor a pagar é o mesmo nos dois planos? $1,40x = 0,42x + 37,24$

a) 25

b) 28

x **c)** 38

d) 42

Thaís Falcão

UNIDADE 10

Inequações

1. Desigualdades – símbolos e propriedades

Vamos comparar números: $7 = 7$ → é uma igualdade;

$7 \neq 4$, $7 > 4$ $7 \neq 11$, $7 < 11$ → são desigualdades.

Os sinais $>$ (maior que), $<$ (menor que) e $\neq$ (diferente) são sinais de desigualdade. Ainda existem os sinais:

$\geqslant$ (maior ou igual) e $\leqslant$ (menor ou igual)

Assim como as igualdades, as desigualdades possuem dois membros:

$$\underbrace{3 + 6}_{1^{\text{o}}\text{ membro}} > \underbrace{5 + 1}_{2^{\text{o}}\text{ membro}}$$

Observe os quadros que partem sempre de uma desigualdade verdadeira:

$6 > 4$ Somando 3 a ambos os membros da desigualdade: $6 + 3 > 4 + 3$ $9 > 7$ (Verdadeira!)	$6 > 4$ Subtraindo 8 de ambos os membros da desigualdade: $6 - 8 > 4 - 8$ $-2 > -4$ (Verdadeira!)

Estes não são exemplos particulares.

Somando ou subtraindo o mesmo número de ambos os membros de uma desigualdade verdadeira, ela permanece verdadeira!

$-1,5 < 2$ é uma desigualdade verdadeira

1. Some 2,5 a ambos os membros da desigualdade. A desigualdade permanece verdadeira? Sim.

2. Subtraia 0,5 de ambos os membros da desigualdade. A desigualdade permanece verdadeira? Sim.

Mais uma propriedade

$2 < 8$ Multiplicando ambos os membros da desigualdade por 5: $2 \cdot 5 < 8 \cdot 5$ $10 < 40$ (Verdadeira!)	$2 < 8$ Dividindo ambos os membros da desigualdade por 2: $2 : 2 < 8 : 2$ $1 < 4$ (Verdadeira!)

Multiplicando ou dividindo ambos os membros da desigualdade por um mesmo número **positivo**, a desigualdade se mantém verdadeira.

Agora, atenção:

$2 < 6$ Multiplicando ambos os membros da desigualdade por (-3): $2 \cdot (-3) < 6 \cdot (-3)$ $-6 < -18$ (Não é verdade!) Para a desigualdade ficar verdadeira, precisamos trocar o sinal $<$ pelo sinal $>$: $-6 > -18$ (Verdadeira!)	$2 < 6$ Dividindo ambos os membros da desigualdade por (-2): $2 : (-2) < 6 : (-2)$ $-1 < -3$ (Não é verdade!) No entanto: $-1 > -3$ (Verdadeira!)

Se multiplicarmos ou dividirmos ambos os membros de uma desigualdade por um mesmo número **negativo**, é preciso:

- trocar o sinal $>$ pelo $<$; ou
- trocar o sinal $<$ pelo sinal $>$ para a desigualdade ficar verdadeira.

$5 > -3$ é uma desigualdade verdadeira

1. Multiplique ambos os membros da desigualdade por (-2).
A desigualdade fica verdadeira? E se trocarmos o sinal $>$ pelo sinal $<$? Não. Sim.

2. Agora divida ambos os membros da desigualdade $5 > -3$ por (-2).
Relate o que você observou. É preciso trocar o sinal $>$ por $<$ para que a desigualdade fique verdadeira.

Exercícios

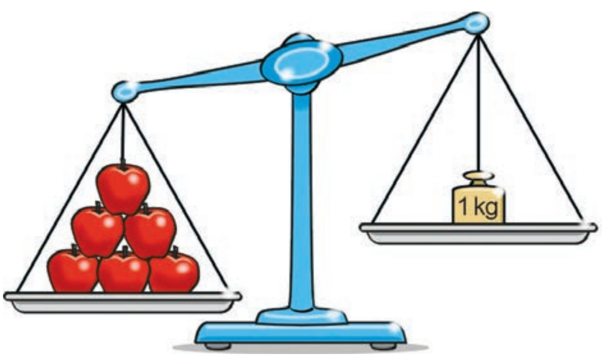
1 O que diz esta afirmação? Dez é maior que oito.

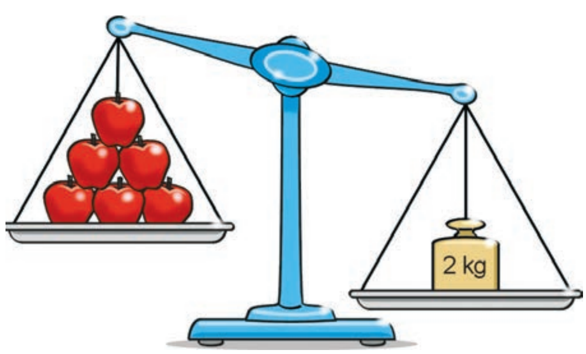
$$10 > 8$$

Ela é verdadeira? Há outra maneira de dizer a mesma coisa? Sim. Oito é menor que dez.

2 Veja as balanças:

Ilustrações: Hélio Senatore





Podemos afirmar o peso correto das maçãs? Se não, o que podemos afirmar, então?
Não. Podemos afirmar que é mais que 1 kg e menos que 2 kg.

3 Certo ou errado?

a) $2 \neq 3$ C
b) $2 > 3$ E
c) $2 = 3$ E
d) $2 \leqslant 3$ C
e) $2 \leqslant 2$ C
f) $2 < 2$ E
g) $-2 > -3$ C
h) $-3 \neq -2$ C

4 Na venda de certo refrigerante, foram oferecidos a um comerciante os seguintes planos de pagamento à vista:

Quantidade de refrigerantes (R)	Desconto
$R < 100$	2%
$100 \leqslant R < 200$	5%
$200 \leqslant R < 300$	10%
$R \geqslant 300$	15%

Observação:
$100 \leqslant R$ significa $R = 100$ ou R igual a qualquer número maior que 100.

Que desconto conseguiria o comerciante, se resolvesse comprar as seguintes quantidades de refrigerantes?

a) 99 2%
b) 100 5%
c) 195 5%
d) 201 10%
e) 200 10%
f) 299 10%
g) 300 15%
h) 700 15%
i) 1 000 15%

5 Complete no caderno com $>$ ou $<$.

a) 8 ▨ 10 e 8 + 3 ▨ 10 + 3 $<$; $<$

b) 5 ▨ 4 e 5 − 1 ▨ 4 − 1 $>$; $>$

6 Se $x < 5$, é correto escrever $x - 2 < 5 - 2$? Sim.

7 Observe o quadro e responda no caderno.

Temos que:	Se multiplicarmos ambos os membros por (−1):	Teremos:
$8 > 5$	$(-1) \cdot 8 = -8$ $(-1) \cdot 5 = -5$	$-8 < -5$

Se multiplicarmos por (-1) os dois membros da desigualdade $-2x > -8$, qual é a nova desigualdade que vamos obter? $2x < 8$

2. Inequações

Pensei em um número natural. Somei 5 a ele e obtive um número maior que 12. Em que número pensei?

De fato, qualquer número maior que 7 quando somado a 5 resulta um número maior que 12.

Se representarmos o número pensado por x, teremos $x + 5 > 12$.

A situação é representada por uma desigualdade que será verdadeira para $x > 7$.

Sentenças que têm pelo menos uma incógnita e são representadas por uma desigualdade recebem o nome de **inequações**.

- $3x + 1 > 7$
- $2y + 5 < y + 6$
- $4(x + 1) - 3 \geqslant -8$

Estes são exemplos de inequações.

Assim como nas equações, podemos verificar se um número é solução de uma inequação.

Os números 5 e 8 são exemplos de solução da inequação $3x + 1 > 7$, pois, quando substituímos x por um desses números nessa inequação, obtemos desigualdades verdadeiras.

$$3 \cdot 5 + 1 > 7$$
$$15 + 1 > 7$$
$$16 > 7$$
(Verdade!)

$$3 \cdot 8 + 1 > 7$$
$$24 + 1 > 7$$
$$25 > 7$$
(Verdade!)

No entanto, o número 1, por exemplo, não é solução dessa inequação:

$3 \cdot 1 + 1 > 7$
$3 + 1 > 7$
$4 > 7$ (Não é verdade!)

Você percebeu que uma inequação pode ter mais de uma solução.

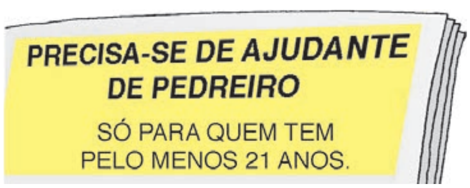
Verifique entre os números 10; 2,5; −2 e −6 quais são soluções da inequação $3x + 1 > 7$. 10 e 2,5

Exercícios

8 Veja as seguintes situações e escreva em seu caderno inequações para cada uma. Considere a idade x. $x \leqslant 8$; $x \geqslant 21$

Ilustrações: Ilustra Cartoon

Situação 1



Situação 2

9 Indique em seu caderno a(s) alternativa(s) que representam inequações:

a) $x - 3 = 10$

x b) $2x + 4 < 0$

c) $2 + 3 + 1 < 7$

x d) $3(x - 2) < 7x - 2x$

e) $7(x + 1) = 6 - 5x$

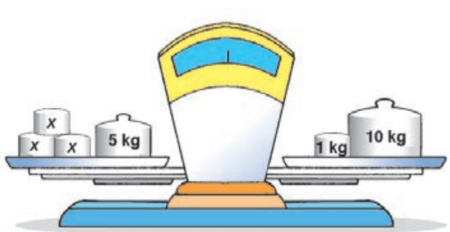
x f) $\frac{x}{2} + 3 > \frac{1}{2} - x$

10 Considere os números:

x a) 4 b) 9 x c) -3 x d) $\frac{1}{2}$

Quais deles são soluções de $3x - 4 < x + 12$?

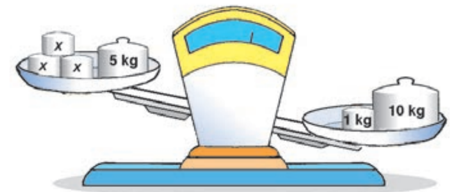
11 A balança está em equilíbrio.



a) Qual equação representa essa situação? $3x + 5 = 11$

b) Quanto pesa cada pacote? 2 kg

12 A balança não está em equilíbrio.



a) Qual inequação representa essa situação? $3x + 5 < 11$

b) Quanto pesa cada pacote? Menos de 2 kg.

13 A balança não está em equilíbrio.

a) Qual inequação representa essa situação? $3x + 5 > 11$

b) Quanto pesa cada pacote? Mais de 2 kg.

14 Lúcia tem R$ 48,00 para comprar 6 cadernos. Na papelaria há cadernos de vários preços.

a) Será que ela pode comprar os cadernos se cada um custar R$ 6,00? E se custar R$ 7,50? Sim. Sim.

b) Os cadernos de que ela mais gostou custam R$ 9,00 cada. Você acha que ela tem dinheiro para comprá-los? Não.

c) Qual é o maior preço que Lúcia pode pagar por caderno? R$ 8,00

15 O triplo de um número é adicionado a 7. O resultado é menor ou igual a 54.

a) Esse número pode ser igual a 12? E a 16? Sim. Não.

b) Escreva em seu caderno uma inequação para o cálculo desse número. $3x + 7 \leqslant 54$

c) Resolva essa inequação considerando apenas os números naturais. 15, 14, 13,..., 2, 1, 0

3. Inequações e problemas

Problemas que envolvem desigualdades podem ser representados e resolvidos por meio de inequações. Veja exemplos:

1. Marta trabalha numa loja de calçados. Ela vai escolher entre duas opções para o cálculo do valor de seu salário:

- R$ 5,00 por par de sapatos vendido no mês;
- R$ 3,00 por par de sapatos vendido no mês mais R$ 200,00 fixos.

A partir de quantos pares de sapatos vendidos a primeira opção de cálculo resulta em um salário maior para Marta?


Ilustra Cartoon

Vamos representar por x o número de pares de sapatos vendidos no mês:

1ª opção: $5x$

2ª opção: $3x + 200$

Para o salário da 1ª opção ser maior do que o da 2ª opção, devemos ter:

$$5x > 3x + 200$$

Lápis Mágico

Podemos subtrair 3x de ambos os membros da inequação:

$5x - 3x > 3x + 200 - 3x$

$2x > 200$

Podemos dividir ambos os membros da inequação por 2, obtendo:

$x > 100$

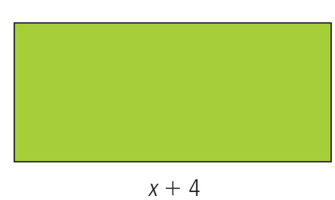
Isso significa que a 1ª opção de cálculo dará um salário maior para Marta se ela vender mais do que 100 pares de sapatos no mês.

Veja que nesse caso só servem as soluções inteiras: 101, 102, 103, 104 etc., porque o número de pares de sapatos vendidos no mês só pode ser um número positivo e inteiro.

2. Quero construir um retângulo cujo comprimento tenha 4 cm a mais do que a medida da largura. Que medida de largura deve ter o retângulo para que seu perímetro seja maior que 60 cm?

Como você já sabe, o perímetro é a soma das medidas dos lados do retângulo. Se representarmos por x a medida da largura do retângulo, a medida do comprimento será $x + 4$ e o perímetro será $x + x + x + 4 + x + 4 = 4x + 8$.

Como queremos que o perímetro seja maior que 60 cm, uma desigualdade representa o problema:



DAE

$4x + 8 > 60$ Subtraindo 8 de ambos os membros:

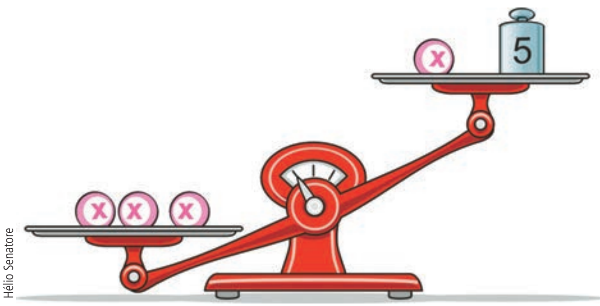
$4x > 52$ Dividindo ambos os membros por 4, que é um número positivo:

$x > 13$

Para que o perímetro desse retângulo seja maior que 60 cm, sua largura deve ter medida maior que 13 cm.

Exercícios

16 Observe a balança em desequilíbrio.



a) Escreva a inequação que o esquema sugere. $3x > x + 5$

b) Indique dois valores possíveis para x. Por exemplo: $x = 7$ e $x = 8$.

c) Resolva a inequação sugerida pelo esquema. $x > \frac{5}{2}$

17 Resolva as inequações.

a) $2x - 15 < -x$ $x < 5$

b) $6x - 5 - 4x \leqslant 3$ $x \leqslant 4$

c) $-x - 10 > -2$ $x < -8$

d) $2x + x - 5 > 19 + 5x$ $x < -12$

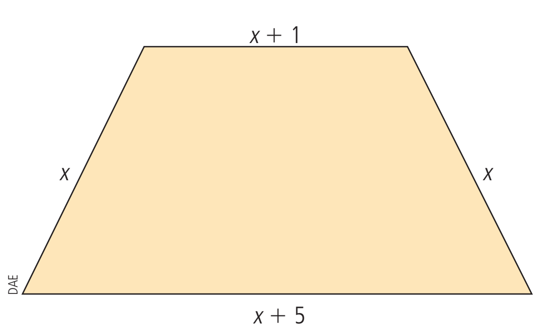
e) $4 - 3x > x + 6$ $x < -\frac{1}{2}$

f) $3x + 8 < 6 + 5x$ $x > 1$

g) $3x + 4 > 7 - 3 - 1$ $x > -\frac{1}{3}$

h) $5x - 15 < 2x + 3 + 5$ $x < \frac{23}{3}$

18 As medidas indicadas na figura estão em centímetros.



Para que valores de x o perímetro do trapézio supera 20 cm? $4x + 6 > 20$ x deve ser maior que 3,5 cm

19 Resolva mentalmente as inequações.

a) $1{,}8x > -3{,}6$ $x > -2$

b) $0{,}5x - 2 < 4$ $x < 12$

20 Numa escola em que as notas variam de 0 a 10, a média mínima para um aluno ser aprovado para o ano seguinte é de 6 pontos nos quatro bimestres. Veja as notas de Marília em Geografia.

1º bim.	2º bim.	3º bim.	4º bim.
6,9	4,8	5,2	

$x + 6{,}9 + 4{,}8 + 5{,}2 \geqslant 24$

Qual é a nota mínima que Marília deve tirar no 4º bimestre para passar para o ano seguinte? 7,1

21 Carlinhos perguntou a sua professora qual era a idade dela.

A que conclusão Carlinhos pode chegar sobre a idade da professora? É menor que 36 anos. $2x - 10 < 62$

22 Se o perímetro de um triângulo equilátero é menor que 16 cm, que valores inteiros pode ter o comprimento do lado? $x < \frac{16}{3}$; então o comprimento do lado pode ser 1, 2, 3, 4 ou 5 cm

23 A assinatura mensal de um telefone celular é de R$ 39,00 e cada unidade de conversação custa R$ 3,50. Quantas unidades de conversação posso utilizar durante um mês para que a conta seja inferior a R$ 81,00?

Menos do que 12 minutos. $3{,}50x + 39 < 81$

4. Exercitando a resolução de inequações

Acompanhe os exemplos de resolução de inequações:

1. $7x - 6 < 9x + 8$ Subtraímos $9x$ de ambos os membros da inequação:

$-2x - 6 < 8$ Somamos 6 a ambos os membros da inequação:

$-2x < 14$ Dividimos ambos os membros da inequação por (–2) e trocaremos o sinal $<$ pelo sinal $>$ porque vamos dividir por um número negativo:

$x > -7$

Escolha um número maior que –7 e verifique se ele é solução desta inequação. Sim.

2. $5x - 2(x + 6) \geqslant x + 4$ Aplicamos a propriedade distributiva:

$5x - 2x - 12 \geqslant x + 4$

$3x - 12 \geqslant x + 4$ Subtraímos x de ambos os membros da inequação:

$2x - 12 \geqslant 4$ Somamos 12 a ambos os membros da inequação:

$2x \geqslant 16$ Dividimos ambos os membros da inequação por 2:

$x \geqslant 8$

O sinal $\geqslant$ inclui o 8 como solução dessa inequação.

3. $\dfrac{x}{4} - \dfrac{2x}{3} \leqslant \dfrac{5}{6}$ Primeiramente escrevemos as frações num mesmo denominador, usando frações equivalentes:

$\dfrac{3x}{12} - \dfrac{8x}{12} \leqslant \dfrac{10}{12}$

$\dfrac{-5x}{12} \leqslant \dfrac{10}{12}$ Multiplicamos ambos os membros da inequação por 12 e usamos o cancelamento:

$\cancel{12} \cdot \dfrac{-5x}{\cancel{12}} \leqslant \cancel{12} \cdot \dfrac{10}{\cancel{12}}$

$-5x \leqslant 10$ Dividimos por -5, que é negativo, portanto invertemos o sinal da desigualdade:

$x \geqslant -2$

O sinal $\geqslant$ inclui o -2 como solução dessa inequação.

Exercícios

24 Resolva as inequações.

a) $7(x - 1) < 5 - 2x$ $x < \frac{4}{3}$

b) $10x - 1 \leqslant 4(x + 1)$ $x \leqslant \frac{5}{6}$

c) $6x - 3(4 - 2x) > 0$ $x > 1$

d) $3(x - 2) < 5x - 8$ $x > 1$

e) $2(x - 3) + 3(x - 1) \leqslant 36$ $x \leqslant 9$

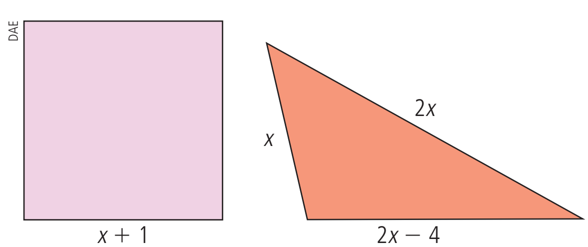
f) $3(x - 1) - 2(x + 1) \geqslant -9$ $x \geqslant -4$

25 Dona Maria quer comprar alguns copos a R$ 2,00 cada e uma bandeja a R$ 15,00. Ela quer gastar menos que R$ 50,00. Responda: $2x + 15 < 50$

a) Será que ela pode comprar 12 copos? E 20? Sim; não.

b) Quantos copos pode comprar, no máximo? 17 copos

26 Na figura estão representados um quadrado e um triângulo, cujas dimensões, em cm, estão indicadas nas figuras.



x deve ser maior que 8 cm
$x + 2x + (2x - 4) > 4(x + 1)$

Para que valores de x o perímetro do triângulo é maior que o perímetro do quadrado?

27 A idade de Paulinho (em anos) é um número:

- ímpar;
- divisível por 3;
- compreendido entre 20 e 30;
- que satisfaz a inequação $2x - 3(x + 7) > -46$.

$2x - 3x - 21 > -46$
$-x > -25$
$x < 25$
24, 23, 22, 21...

Qual é a idade de Paulinho? 21 anos

28 Em que etapa da resolução desta inequação está o erro?

I) $2(x - 3) > 5(x + 11)$

II) $2x - 6 > 5x + 55$

III) $2x > 5x + 61$

IV) $-3x > 61$

x V) $x > -\frac{61}{3}$

No item **V**. A desigualdade foi dividida por um número negativo **sem** trocar o sentido.

29 (Saem-SC) Uma clínica odontológica oferece a seus clientes dois planos de assistência odontológica. O plano A cobra uma taxa de inscrição de R$ 500,00 e R$ 30,00 por atendimento. O plano B cobra uma taxa de inscrição de R$ 300,00 e R$ 40,00 por atendimento. Nessas condições, para o cliente: $40x + 300 < 30x + 500$

a) o plano A é mais econômico que o B, para qualquer número de consultas.

b) o plano B é mais econômico que o A, para mais de 30 consultas.

x c) o plano B é mais econômico que o A, para menos de 20 consultas.

d) o plano A é mais econômico que o B, para menos de 10 consultas.

CONECTANDO SABERES

Sinan Isakovic/Dreamstime.com

30 Resolva as inequações.

a) $x > \frac{5}{7}$ b) $x < 6$ c) $x > 2$ d) $x < \frac{15}{4}$

a) $3x + \frac{x}{2} > \frac{5}{2}$

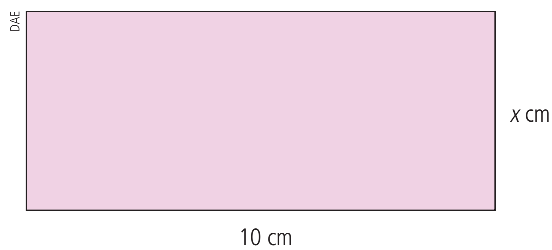
b) $\frac{2x}{3} - \frac{x}{2} < 1$

c) $\frac{x}{3} - 2 < \frac{4x}{3} - 4$

d) $\frac{x}{6} + \frac{x - 1}{2} < 2$

Revisando

31 Um retângulo tem dimensões de 10 cm e x cm.

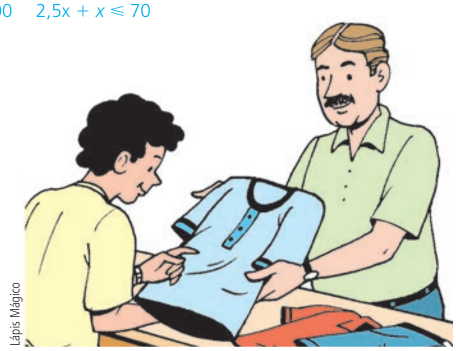


Qual deve ser o valor de x para que:

a) a área seja superior a 48 cm²? $x > 4{,}8$ $10x > 48$

b) o perímetro seja superior a 50 cm? $x > 15$ $2x + 20 > 50$

32 Mário foi comprar uma calça e uma camiseta. A calça custa 2,5 vezes mais do que a camiseta e Mário só tem R$ 70,00. Qual é o preço máximo que ele poderá pagar pela camiseta?
R$ 20,00 $2{,}5x + x \leqslant 70$



33 Resolva as inequações.

a) $5x - 1 \geqslant 9$ $x \geqslant 2$

b) $7x - 4 > 9x + 12$ $x < -8$

c) $5x - 3(x - 2) > 20 - 2x$ $x > \frac{7}{2}$

d) $-2(3x + 6) < 6(2 + x)$ $x > -2$

e) $0{,}2x - 3{,}8 \leqslant 1 - 0{,}3x$ $x \leqslant 9{,}6$

f) $-2(-0{,}5x + 0{,}3) > 1$ $x > 1{,}6$

g) $3(2x - 3) + 4(1 + x) < 17$ $x < \frac{11}{5}$

34 Resolva a inequação $\frac{1}{3} - \frac{x}{2} < \frac{1}{4}$. $x > \frac{1}{6}$

Desafios

35 Se $x = -5$, então é verdade que:

a) $-3x + 8 < 0$

b) $-3x + 8 < -9$

c) $-3x + 8 < 21$

x d) $-3x + 8 < 30$

36 Gustavo pensou no maior número ímpar que verifica a condição:

> A soma de um número natural com o dobro do seu consecutivo é menor que 54.

Em que número Gustavo pensou? 17; $x + 2(x + 1) < 54$

37 (Saresp-SP) Marcela deseja comemorar seu aniversário com uma festa e para isso pesquisou preços de duas empresas especializadas. A empresa Feliz Aniversário cobra uma taxa fixa de R$ 200,00 e mais R$ 20,00 por convidado, enquanto a empresa Parabéns a Você cobra uma taxa fixa de R$ 100,00 e R$ 25,00 por convidado. Para que os preços oferecidos pela empresa Feliz Aniversário sejam mais vantajosos para Marcela, o número de convidados para sua festa deve ser:
$100 + 25x > 200 + 20x$

x a) maior que 20.

b) menor que 20.

c) menor ou igual a 20.

d) maior ou igual a 20.

Seção livre

38 Mais da metade da classe já entregou a prova. Qual parte da classe ainda está trabalhando?
Menos da metade.


Fernando Favoretto

39 Um carro com 1 L de gasolina percorre no mínimo 6 km e no máximo 9 km. Com 45 L de gasolina, determine:

a) a quantidade mínima em km que o carro pode percorrer; 270 km

b) a quantidade máxima em km que o carro pode percorrer. 405 km

40 A velocidade máxima permitida aos automóveis nas ruas de uma cidade é 60 km/h. O que isso significa?

Discuta com seus colegas.

Paulo Pepe

Significa que os automóveis podem se deslocar com velocidades que variam de 0 a 60 km/h ou $0 < \text{velocidade} \leqslant 60$ km/h.

41 (Cesgranrio-RJ) De acordo com o Código de Trânsito Brasileiro, um motorista que tiver 20 ou mais pontos negativos em sua carteira nacional de habilitação perde o direito de dirigir por um período. A tabela abaixo apresenta os pontos perdidos, de acordo com sua gravidade.

Tipo de infração	Nº de pontos perdidos
Leve	3
Média	4
Grave	5
Gravíssima	7

Perderá temporariamente o direito de dirigir um motorista que cometer:

a) duas infrações médias e duas graves.

b) três infrações leves e uma gravíssima.

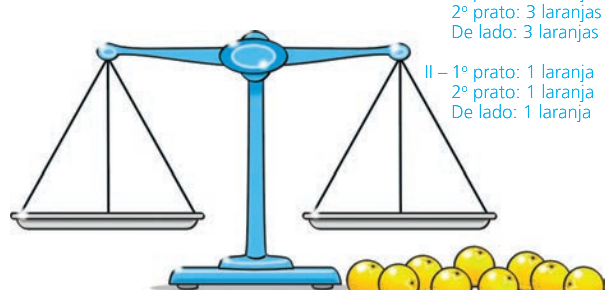
x **c)** quatro infrações médias e uma grave.

d) cinco infrações leves e uma média.

42 (RPM-SP) Possuo 9 laranjas e observei que uma delas está estragada e, por isso, mais leve. As outras têm todas o mesmo "peso". Usando uma balança de dois pratos e com apenas duas pesagens, como posso descobrir a laranja estragada? Pesagem I: descobrimos o grupo mais leve. Pesagem II: tomando as 3 laranjas desse mesmo grupo, descobrimos a laranja mais leve.

I – 1º prato: 3 laranjas
2º prato: 3 laranjas
De lado: 3 laranjas

II – 1º prato: 1 laranja
2º prato: 1 laranja
De lado: 1 laranja


Hélio Senatore

Fonte: *Revista do Professor de Matemática*. Willian Tadeu Silveira. São Paulo, n. 5.

Autoavaliação

Anote, em seu caderno, o número do exercício e a letra correspondente à resposta correta.

43 Num elevador, o anúncio

DAE

pode ser expresso pela inequação:

a) $x < 420$
b) $x > 420$
c) $x \geqslant 420$
x d) $x \leqslant 420$

44 O menor número inteiro x que satisfaz a inequação $8 - 3(2x - 1) < 0$ é:

a) 1
x b) 2
c) -1
d) -2

45 A soma de um número com sua terça parte é maior que 4. Esse número pode ser:

a) 0
b) -3
c) 3
x d) 3,5

46 O dobro de um número somado com a sua terça parte é maior do que 14. Esse número é necessariamente:

a) menor que 6.
x b) maior que 6.
c) menor que 2.
d) maior que 2.

47 Numa cidade, em certo dia, a temperatura mínima registrada foi de 13 ºC e a temperatura máxima registrada foi de 28 ºC. Usando x, podemos representar a variação da temperatura registrada na cidade, nesse dia, pelas inequações:

a) $x > 13$ e $x < 28$
b) $x < 13$ e $x > 28$
x c) $x \geqslant 13$ e $x \leqslant 28$
d) $x \leqslant 13$ e $x \geqslant 28$

48 (Saresp-SP) Para cercar um terreno e fazer um chiqueiro, um fazendeiro dispunha de 200 m de arame farpado. Ele deu 4 voltas com o arame em todo o terreno, perdeu 4 m de arame com as emendas e, mesmo assim, não usou todos os 200 m. Quanto ao perímetro desse terreno podemos dizer, com certeza, que ele é:

Sandra Fanzeres

a) maior do que 51 m.
x b) menor do que 49 m.
c) igual a 49 m.
d) igual a 51 m.

49 Uma pizzaria tem um custo fixo mensal (aluguel, salário e outras despesas que independem da quantidade produzida) de R$ 2.000,00. Sabe-se que o custo de fabricação de cada pizza é R$ 2,50 e o preço de venda por unidade é de R$ 5,00. Quantas pizzas, no mínimo, devem ser vendidas mensalmente para não haver prejuízo?

$5x \geqslant 2{,}50x + 2\,000$

a) 400
b) 600
c) 700
x d) 800

50 (Saresp-SP) Um espião de guerra enviou ao seu comando a seguinte mensagem:

$$\boxed{5n + 25 > 5\,500} \quad n > 1095$$

$$\boxed{-8n + 3\,501 > 210 - 5n} \quad n < 1097$$

O comando sabia que a letra n representava o número de foguetes do inimigo. Fazendo os cálculos, o comando descobriu que o total de foguetes era:

a) 1094
b) 1095
x c) 1096
d) 1097

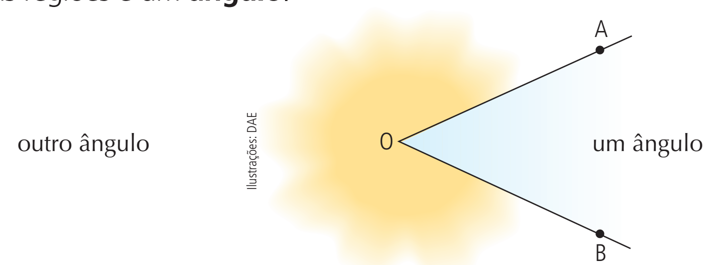
UNIDADE 11

Ângulos e triângulos

1. Recordando...

Você já sabe várias coisas sobre ângulos, pois estudamos esse assunto no livro do 6º ano. Vamos relembrar?

Traçamos no plano duas semirretas de mesma origem, dividindo o plano em duas regiões. Cada uma dessas regiões é um **ângulo**.



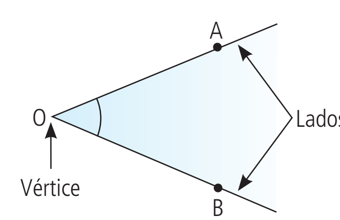
$\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ são semirretas de origem no ponto O.

Na prática, marcamos o ângulo que vamos considerar, usando um pequeno arco, como você vê na figura.

Os **lados** do ângulo representado são as **semirretas OA** e **OB**. A origem comum às duas **semirretas** é o **ponto O**, chamado **vértice** do ângulo.

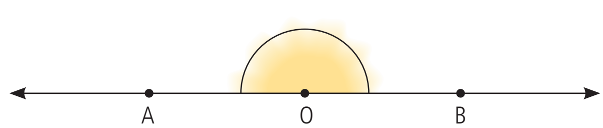
Podemos nomear este ângulo:

AÔB (lemos *ângulo AOB*) ou **Â** (lemos *ângulo A*).



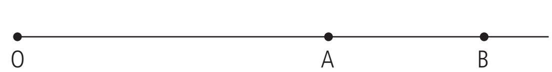
Um ângulo tem 2 lados e 1 vértice.

Se os lados do ângulo forem semirretas opostas, temos um ângulo de meia volta, que é chamado: **ângulo raso**:



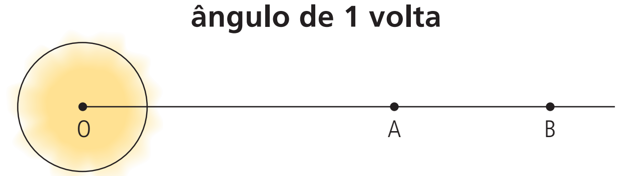
Se os lados do ângulo forem semirretas que coincidem, temos um:

ângulo nulo



ou

ângulo de 1 volta



Medida de ângulos

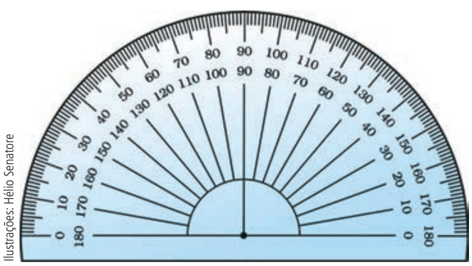
Para medir um ângulo, escolhemos outro como unidade de medida e verificamos quantas vezes ele “cabe” no ângulo a ser medido.

A unidade de medida mais usada para ângulos é o **grau**, cujo símbolo é °. O ângulo de 1 volta tem 360 graus (360°). Obtemos o ângulo de 1° dividindo o ângulo de 1 volta em 360 ângulos de mesma medida.

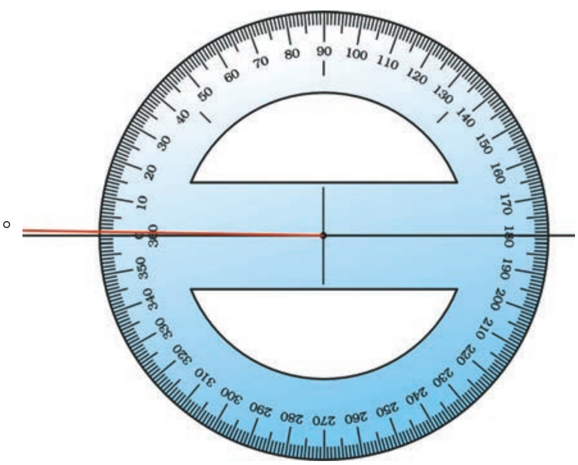
O transferidor é o instrumento usado para medir ângulos.

Veja as ilustrações:

Ilustrações: Hélio Senatore



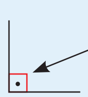
◆ Transferidor de 180°



◆ Transferidor de 360°

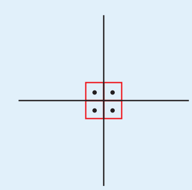
O ângulo de meia volta, ou ângulo raso, mede 180º.

O ângulo de $\frac{1}{4}$ de volta mede 90º. O ângulo de 90º chama-se **ângulo reto**.



Usamos esse símbolo para indicar que o ângulo é reto.

Se duas retas *r* e *s* se cortam formando 4 ângulos de 90º, dizemos que elas são **perpendiculares**.

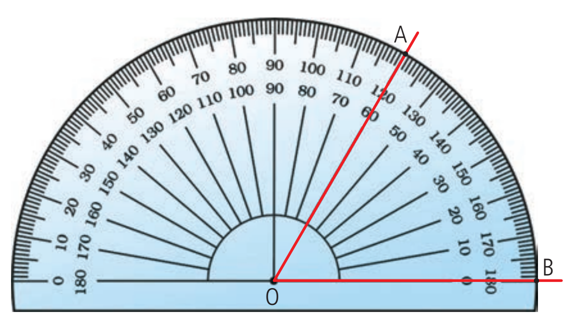


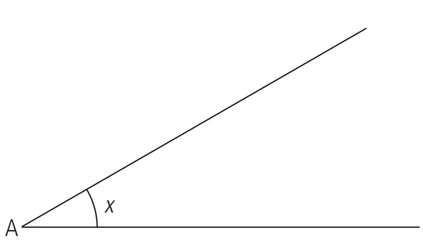
Notação: $r \perp s$

Como registraremos a medida de um ângulo?

Observe a ilustração ao lado para lembrar como posicionamos o transferidor para medir um ângulo. A medida do ângulo AÔB é 60°.

Escreveremos: med(AÔB) = 60° ou med(Ô) = 60°. Em várias situações neste livro usaremos uma letra minúscula para indicar a medida de um ângulo:





Nesta ilustração, a letra *x* representa a medida em graus do ângulo Â.

Exercícios

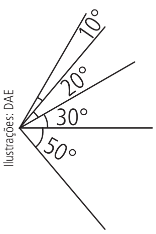
1 Quantos ângulos de medidas diferentes podemos ver na figura? 10°, 20°, 30°, 50°, 60°, 80°, 100° e 110°

a) 4

b) 6

x c) 8

d) 10



Ilustrações: DAE

2 Complete o quadro referente aos ângulos descritos pelo ponteiro dos minutos quando gira:

Vagner

De	Para	Medida do ângulo
2	3	30°
3	6	90°
6	8	60°
8	2	180°

3 (Enem) Nos X-Games Brasil, em maio de 2004, o skatista brasileiro Sandro Dias, apelidado "Mineirinho", conseguiu realizar a manobra denominada "900" na modalidade skate vertical, tornando-se o segundo atleta no mundo a conseguir esse feito. A denominação "900" refere-se ao **número de graus** que o atleta gira no ar em torno de seu próprio corpo, que, no caso corresponde a:

Conectando saberes

Hemera/Thinkstock

a) uma volta e meia.

x b) duas voltas e meia. 900° : 360° = 2,5

c) duas voltas completas.

d) cinco voltas completas.

4 (UFMG) A diferença entre as medidas dos ângulos dos ponteiros de um relógio que marca 2h30min e de outro que marca 1h é: 105° – 30° = 75°

Hélio Senatore

x a) 75°

b) 90°

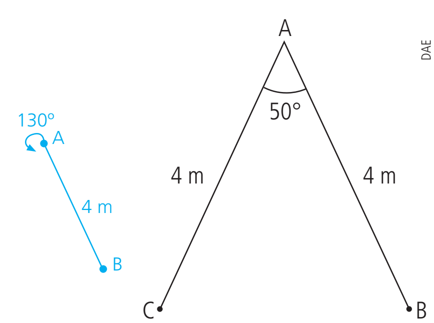
c) 105°

d) 135°

5 (CAP-Unicamp-SP) Numa Mostra de Ciências, um professor coordenou a construção de um robô dirigido por controle remoto o qual obedecia a dois tipos de ordens:

I) Caminhe **X** metros para frente.

II) Gire para a direita (ou para a esquerda) **Y** graus.



DAE

O robô se encontra no ponto B, de frente para o ponto A. Que ordens devem ser dadas para que ele percorra o caminho BAC da figura?

a) Caminhe 4 m; gire para a direita 130°; caminhe 4 m.

b) Caminhe 4 m; gire para a direita 50°; caminhe 4 m.

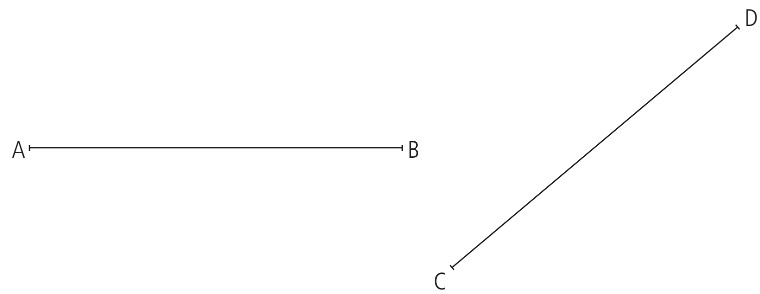
x c) Caminhe 4 m; gire para a esquerda 130°; caminhe 4 m.

d) Caminhe 4 m; gire para a esquerda 50°; caminhe 4 m.

2. Congruência de segmentos e de ângulos

Segmentos

Os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ abaixo têm mesma medida. Confira, usando sua régua.

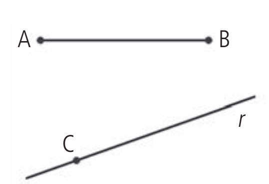


Segmentos que têm mesma medida são segmentos congruentes.

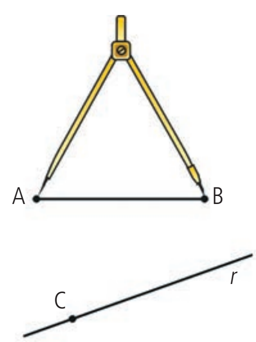
Usaremos o símbolo $\equiv$ para indicar congruência. Escreveremos assim: $\overline{AB} \equiv \overline{CD}$

A palavra congruente é importante na Matemática. No 8º ano você estudará a congruência de polígonos e de triângulos.

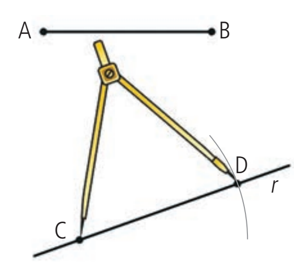
Podemos traçar um segmento congruente a outro segmento dado usando o compasso. Vamos traçar um segmento $\overline{CD}$ congruente ao segmento $\overline{AB}$ dado.



1. Traçamos uma reta qualquer *r*, e marcamos nela um ponto C.



2. Colocamos a ponta seca do compasso em A e abrimos o compasso até exatamente o ponto B.

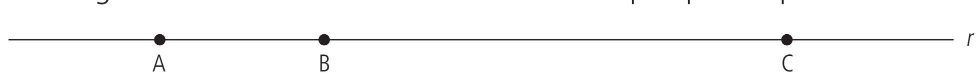


3. Sem mexer na abertura, colocamos a ponta seca do compasso em C e traçamos um arco, determinando o ponto D sobre *r*. O segmento $\overline{CD}$ é congruente ao segmento $\overline{AB}$.

Hélio Senatore

Adição de medidas

Traçamos os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ ambos em uma reta *r* qualquer. O ponto B está entre A e C.

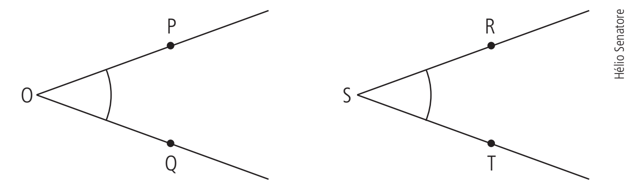


Observe que, se somarmos as medidas dos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$, obteremos a medida de $\overline{AC}$:

$$AC = AB + BC$$

Ângulos

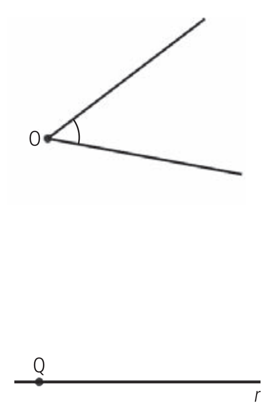
Os ângulos PÔQ e RŜT ilustrados ao lado têm a mesma medida. Confira usando o transferidor.



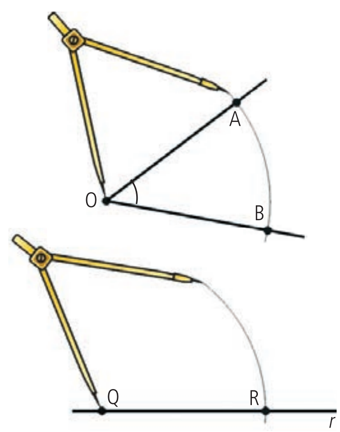
Ângulos de mesma medida são ângulos congruentes.

Escrevemos: PÔQ ≡ RŜT se med(PÔQ) = med(RŜT)

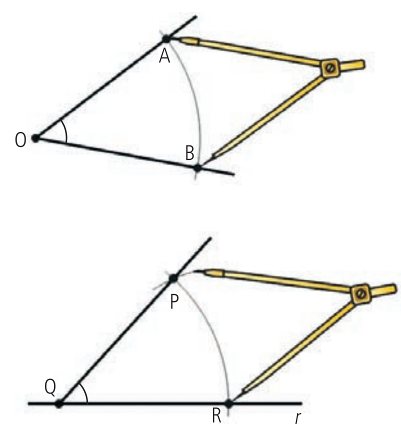
Veja como podemos traçar um ângulo PQ̂R congruente a um ângulo AÔB dado sem usar o transferidor:



1. Traçamos uma reta *r* e marcamos o ponto Q sobre ela.



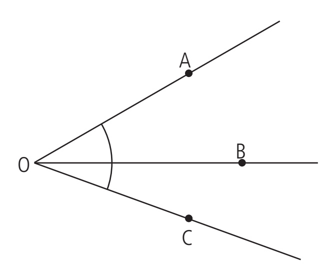
2. Com a ponta seca do compasso em O e depois em Q e mesma abertura, traçamos dois arcos, determinando os pontos A, B e R como você vê na figura.



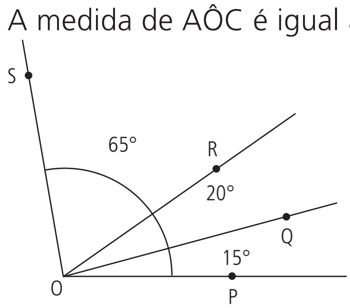
3. Com a ponta seca do compasso em R e abertura igual a distância entre A e B, fazemos um novo arco, determinado o ponto P. Traçamos a semirreta QP, obtendo o ângulo PQ̂R.

Mais uma definição:

Dois ângulos são chamados de **adjacentes** quando têm o mesmo vértice e um lado em comum que os separa. Na figura ao lado, CÔB e BÔA são ângulos adjacentes. Ainda nessa figura, observe o ângulo AÔC. A medida de AÔC é igual à soma das medidas de CÔB e BÔA.



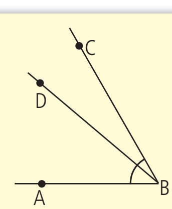
med(AÔC) = med(CÔB) + med(BÔA)



Na figura ao lado, PÔS mede 100° pois:

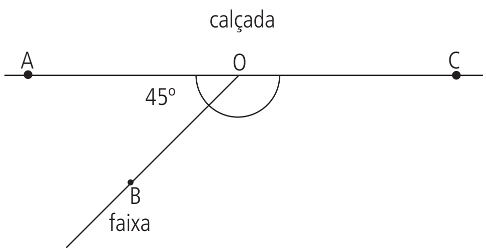
15° + 20° + 65° = 100°

Determine a medida do ângulo AB̂D sabendo que:
med(AB̂C) = 60° e med(DB̂C) = 20° 40°



3. Ângulos suplementares

Nesta rua foram pintadas faixas de estacionamento a 45°.
Vamos examinar o modelo geométrico presente nesta situação:




Arquivo do autor

Uma faixa forma com a calçada o ângulo AÔB, de 45°.

No entanto, fica determinado também o ângulo BÔC.

Observe que a soma das medidas dos ângulos AÔB e BÔC é 180°.

Então, o ângulo BÔC mede 135°, pois 45° + 135° = 180°.

Os ângulos AÔB e BÔC são **ângulos suplementares**. Suas medidas somam 180°.

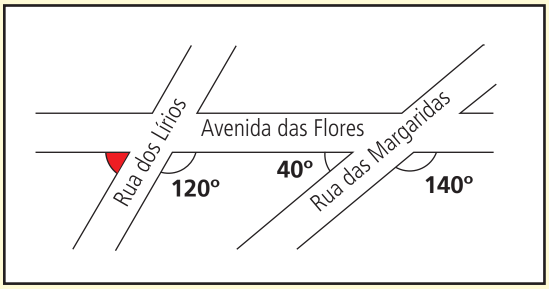
Também podemos dizer que 135° é o **suplemento** de 45°.

1. Observe na figura ao lado os ângulos formados pela Avenida das Flores e a Rua das Margaridas.

Agora responda.

a) Eles são suplementares? Por quê? Sim, pois suas medidas somam 180°.

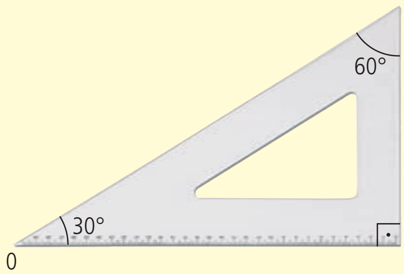
b) Você sabe dizer qual deve ser a medida do ângulo assinalado em vermelho formado pela Avenida das Flores e a Rua dos Lírios? 60°



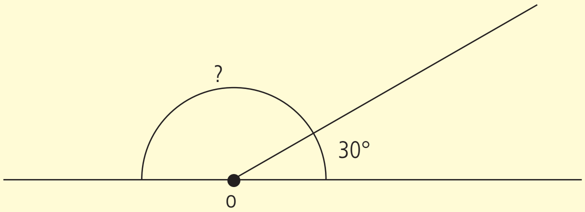
Ilustrações: DAE

2. Marcos traçou uma reta e, utilizando um dos seus esquadros, traçou um ângulo de 30°. Qual é a medida do outro ângulo que ficou determinado? 150°

Esses dois ângulos são suplementares? Sim.



J.C.Ruzza



4. Ângulos complementares

O ângulo de $\frac{1}{4}$ de volta (90°) é chamado de **ângulo reto**.

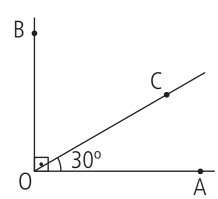
Ângulos com medida:
- menor que 90° chamam-se ângulos agudos.
- maior que 90° chamam-se ângulos obtusos.

Observe o espaço ao seu redor e veja como os ângulos retos aparecem com frequência:

Anselmo Jr.

Sérgio Lima/Folhapress

Na porteira retangular da fotografia, foram colocadas barras transversais para dar rigidez à estrutura. Veja os ângulos que podemos identificar num dos cantos dessa porteira:

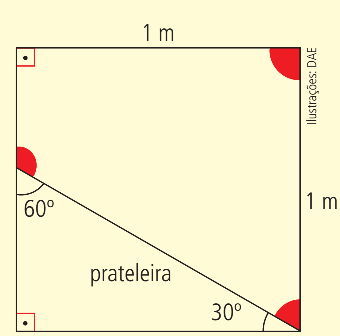


A barra determinou dois ângulos, AÔC e CÔB, cuja soma das medidas é 90°. Os ângulos AÔC e CÔB são **ângulos complementares**. Como AÔC mede 30°, temos que CÔB mede 60°, pois 30° + 60° = 90°. Dizemos também que 60° é o **complemento** de 30°.

Alfredo é marceneiro. Esta semana ele recebeu a encomenda de uma prateleira triangular para colocar num canto de parede.

Ele desenhou a peça e vai cortá-la a partir de uma placa de madeira quadrada, como você vê na figura. A parte que sobrará da placa tem a forma de um trapézio.

Aplique seus conhecimentos sobre quadrados, ângulos suplementares e complementares para descobrir as medidas dos ângulos assinalados em vermelho nesse trapézio. 60°, 120° e 90°



Ilustrações: DAE

Exercícios

6 Usando apenas o cálculo mental, responda em seu caderno.

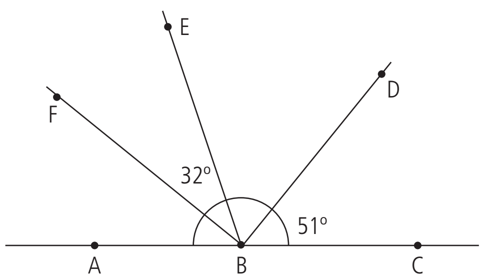
a) Um ângulo de 35° e um de 65° são complementares? Não.

b) Um ângulo de 58° e um de 32° são complementares? Sim.

c) Um ângulo de 70° e um de 110° são suplementares? Sim.

d) Um ângulo de 86° e um de 104° são suplementares? Não.

7 Na figura, FB̂D mede 90°.



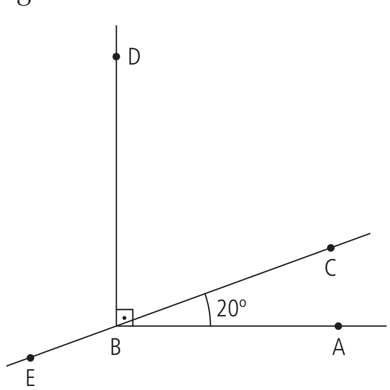
a) Calcule a medida de EB̂D. 58°

b) Calcule a medida de AB̂F. 39°

c) Coloque por ordem decrescente de medida os ângulos: AB̂F, FB̂E, EB̂D, DB̂C.
med(EB̂D) > med(DB̂C) > med(AB̂F) > med(FB̂E)

8 Sou o complementar de 39°. Quem é o meu suplementar? 129°

9 Veja a figura:

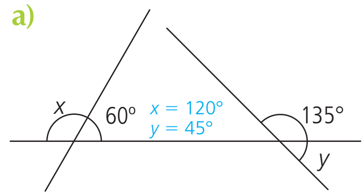


a) Indique um par de ângulos complementares.
Por exemplo: AB̂C e CB̂D.

b) Indique um par de ângulos suplementares.
Por exemplo: EB̂A e AB̂C.

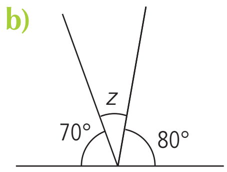
10 Calcule as medidas indicadas pelas letras.

a)



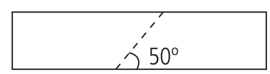
$x = 120°$
$y = 45°$

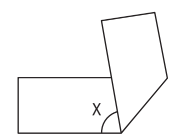
b)



30°

11 (Obmep) Uma tira de papel retangular é dobrada ao longo da linha tracejada, conforme indicado, formando a figura plana da direita. Qual o valor do ângulo x? $x + 50° + 50° = 180°$





a) 50°

x b) 80°

c) 100°

d) 130°

12 O complemento de um ângulo de 40º é igual ao suplemento de um ângulo de:

a) 50°

b) 60°

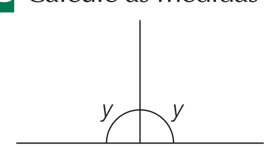
x c) 130°

d) 140°

• 90° − 40° = 50°
• 180° − x = 50°
x = 130°

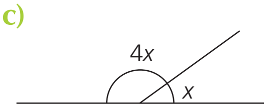
13 Calcule as medidas indicadas pelas letras.

a)



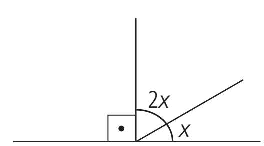
$y = 90°$

c)



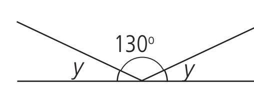
$x = 36°$

b)



$x = 30°$

d)



$y = 25°$

14 Três retas intersectam-se num ponto. Na figura, AÔB mede 110º e AÔC mede 122º. Qual é a medida do ângulo colorido?

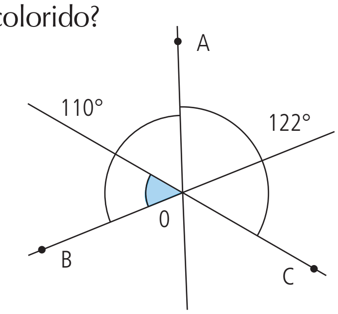
x a) 52º

b) 53º

c) 54º

d) 56º

$110° - x + 122° = 180°$
$x = 52°$

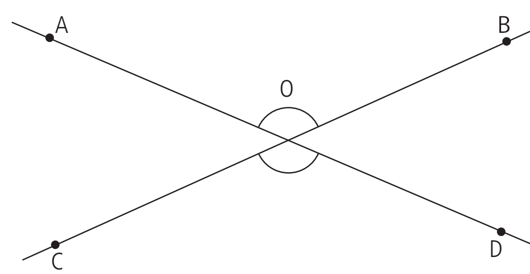


Ilustrações: DAE

5. Ângulos opostos pelo vértice

Os destaques feitos em rosa nas fotografias nos lembram **ângulos opostos pelo vértice**:

Fotos: Fernando Favoretto

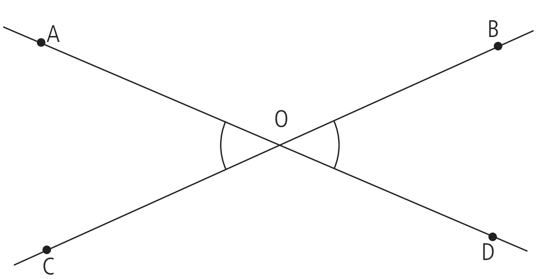


- O que são ângulos opostos pelo vértice?

Traçamos duas retas que se intersectam no ponto O.

Os ângulos BÔA e CÔD têm o mesmo vértice (ponto O), e seus lados são semirretas opostas.

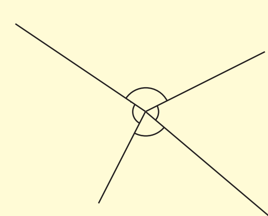
BÔA e CÔD são ângulos opostos pelo vértice.



Pelos mesmos motivos, CÔA e DÔB também são ângulos opostos pelo vértice.

Atenção!

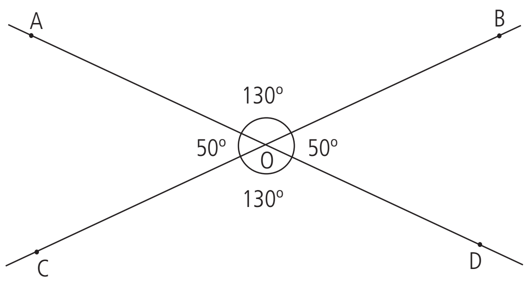
Na figura ao lado, temos ângulos que têm o mesmo vértice, porém não há ângulos opostos pelo vértice. Converse com seus colegas e expliquem por quê.
Os lados não são semirretas opostas.



Ilustrações: DAE

Uma propriedade importante

Observe os pares de ângulos opostos pelo vértice:



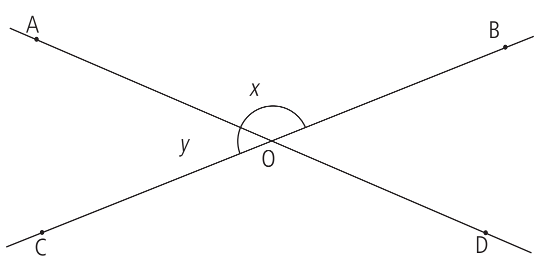
Usando o transferidor, podemos verificar que:
med(AÔB) = med(CÔD) = 130°
med(AÔC) = med(BÔD) = 50°

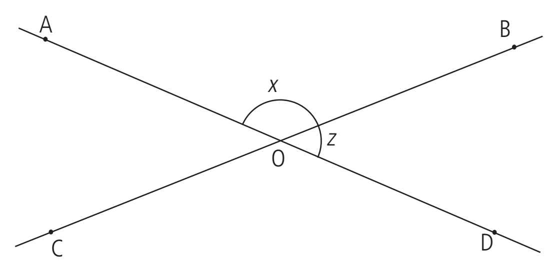
Os ângulos opostos pelo vértice têm mesma medida.

- Será que todo par de ângulos opostos pelo vértice tem mesma medida?

Vamos mostrar que sim:

Como queremos mostrar uma propriedade de forma geral, usaremos letras para representar as medidas dos ângulos.



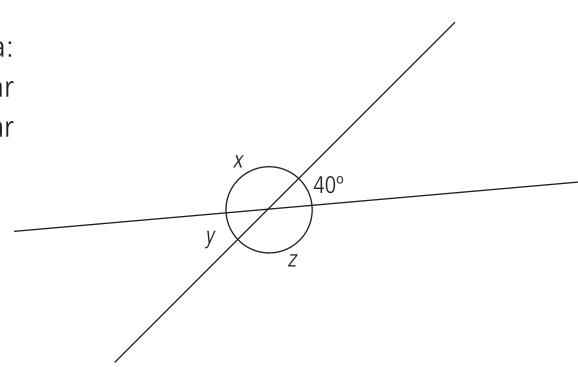


AÔB e AÔC são suplementares:
$x + y = 180°$

AÔB e BÔD são suplementares:
$x + z = 180°$

Então, $x + y = x + z$. Subtraindo x de ambos os membros da igualdade, obtemos $y = z$.
Os ângulos AÔC e BÔD, que são opostos pelo vértice (opv), têm mesma medida.

Vamos aplicar essa propriedade? Observe a figura:
Conhecendo o ângulo de 40° podemos determinar as medidas x, y e z dos ângulos assinalados sem precisar medi-los com transferidor. Acompanhe:



Ilustrações: DAE

$y = 40°$ (ângulos opv)
$x + 40° = 180°$ (ângulos suplementares)
$x = 140°$ e
$z = 140°$, pois x e z são as medidas de ângulos opv.

6. Ângulos, problemas e equações

Aprendemos a resolver equações.
Podemos usar esses conhecimentos para resolver problemas em geometria. Veja exemplos:

1. Na figura ao lado vamos descobrir:

- o valor de x;
- as medidas dos ângulos BÔA e CÔB.

Já sabemos que os ângulos BÔA e CÔB são suplementares. Então:

$$8x + 20° + x + 25° = 180°$$

Resolvendo a equação:

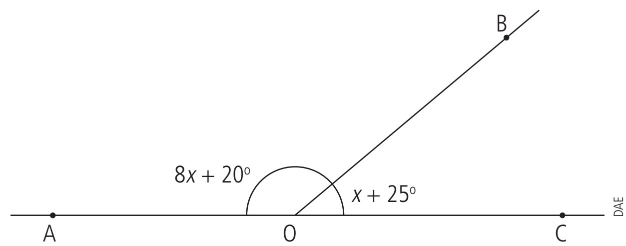
$$9x + 45° = 180°$$

$$9x = 180° - 45°$$

$$9x = 135°$$

$$x = \frac{135°}{9}$$

$$x = 15°$$



med(BÔA) = $8x + 20° = 8 \cdot 15 + 20° = 140°$
med(CÔB) = $x + 25° = 15° + 25° = 40°$

2. Denise "tirou de letra" o problema que o professor Almir propôs:

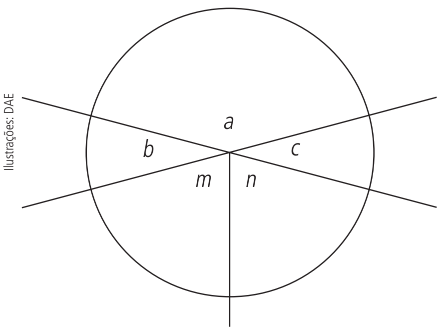
Agora é com você!

Dois ângulos opostos pelo vértice têm medidas respectivamente iguais a $3x + 25°$ e $2x + 45°$. Escreva em seu caderno uma equação para representar o problema, resolva-a e determine as medidas desses ângulos. $3x + 25° = 2x + 45°$; $x = 20°$. Então $3x + 25° = 85°$ e $2x + 45° = 85°$.

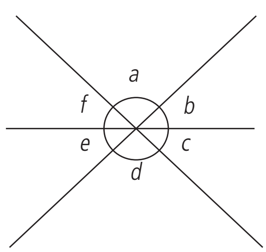
Exercícios

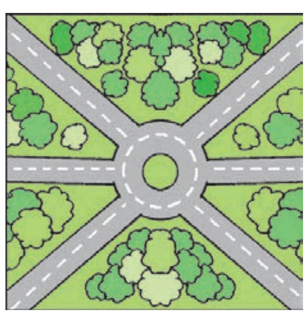
15 Quais letras correspondem a medidas de ângulos opostos pelo vértice? Responda no caderno. *b* e *c*; *a* e *m* + *n*

Ilustrações: DAE



16 Na figura, as letras representam as medidas dos ângulos assinalados. Quais os pares congruentes? *a* e *d*; *b* e *e*; *c* e *f*

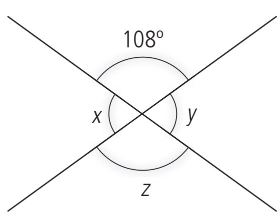




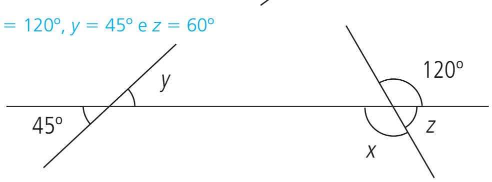
Ilustra Cartoon

17 Calcule as medidas indicadas pelas letras.

a) $x = 72°$, $y = 72°$ e $z = 108°$

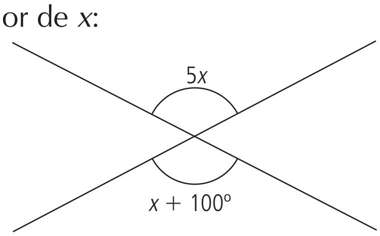


b) $x = 120°$, $y = 45°$ e $z = 60°$

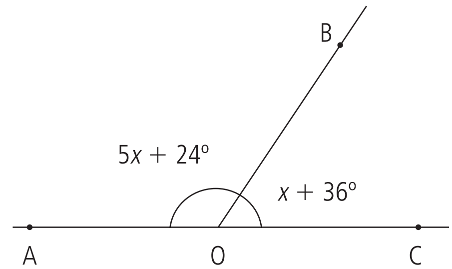


18 Calcule o valor de x:

$5x = x + 100°$
$x = 25°$



19 Observe a figura e responda.

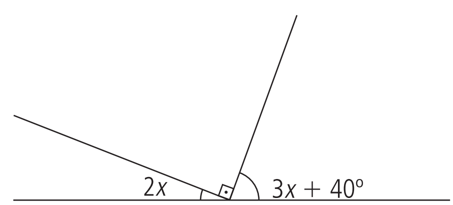


a) Qual é o valor de x? 20°

b) Qual é a medida do ângulo AÔB? 124°

c) Qual é a medida do ângulo BÔC? 56°

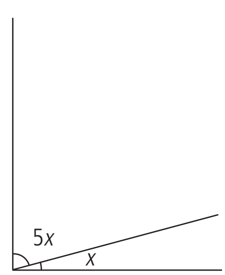
20 Calcule o valor de x: $x = 10°$



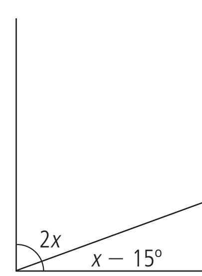
21 Calcule o valor de x, sabendo que os ângulos são complementares.

$5x + x = 90°$; $x = 15°$ $2x + x - 15° = 90$; $x = 35°$

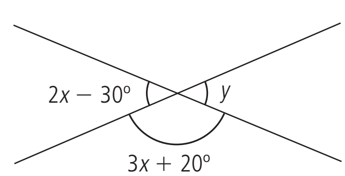
a)



b)



22 Calcule os valores de x e de y: $x = 38°$ e $y = 46°$



23 Calcule a medida de um ângulo que é igual ao dobro do seu complemento.

$x = 2(90° - x)$; $x = 60°$

7. Grau e subdivisões do grau

Há ângulos cujas medidas não correspondem a um número inteiro de graus.

Nos transferidores comuns, a menor divisão é 1°. No entanto, existem instrumentos capazes de registrar medidas como 43,5° (quarenta e três graus e cinco décimos, ou quarenta e três graus e meio) ou 87,25° (oitenta e sete graus e vinte e cinco centésimos).

Além de o grau poder ser subdividido em décimos, centésimos etc., ele tem submúltiplos particulares, que não são decimais:

Se dividirmos 1° em 60 partes iguais, cada parte é chamada de 1 minuto.

$1° = 60' \longrightarrow$ símbolo do minuto

Se dividirmos 1′ em 60 partes iguais, cada parte é chamada de 1 segundo.

$1' = 60'' \longrightarrow$ símbolo do segundo

Pense e responda:

Se 1 grau tem 60 minutos e 1 minuto tem 60 segundos, quantos segundos há em 1 grau? Quantos segundos há em 2 graus? 3600; 7200

Usando essas unidades podemos escrever:

- 43,5° como 43°30′, pois se $1° = 60'$ então $0{,}5° = 30'$
- 87,25° como 87°15′, pois $0{,}25° = \frac{1}{4}$ de grau $= \frac{1}{4}$ de $60' = 15'$
- $4{,}8° = 4° + 0{,}8° = 4° + \frac{8}{10}$ de grau $= 4° + \frac{8}{10} \cdot 60' = 4°48'$

Qual seria a medida da quarta parte de um ângulo reto? Observe:
$90° : 4 = 22{,}5°$
Como $0{,}5° = 30'$, temos $22{,}5° = 22°30'$
Logo, a quarta parte de um ângulo reto tem 22°30′.

Não misture:

Minuto e segundo, partes do grau (medidas de ângulos), com minuto e segundo, partes da hora (medidas de tempo).

Exercícios

24 Escreva estas medidas utilizando os símbolos de grau, minuto e segundo de ângulos:

a) 75 graus e 32 minutos; 75°32′

b) 38 graus, 20 minutos e 15 segundos.
38° 20′15″

25 Responda.

a) Quantos minutos tem 5°? 300′

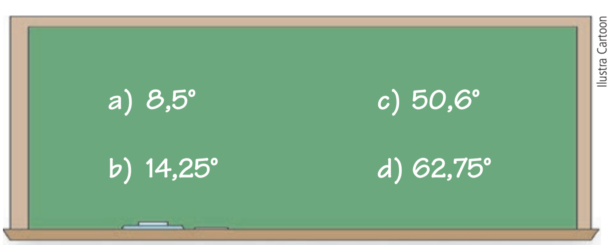
b) Quantos segundos tem 1°1′1″? 3 661″

c) Em 735′, quantos graus há e quantos minutos sobram? 12° e 15′

26 Quanto é?

a) $\frac{5}{10}$ de 60′ 30′ b) 0,5 de 60′ 30′ c) 0,3 de 60′ 18′

27 Transforme em graus e minutos:



Ilustra Cartoon

a) 8°30′ b) 14°15′ c) 50°36′ d) 62°45′

28 Qual é a soma?

a) 48°12′ + 72°30′ 120°42′

b) 71°40′ + 12°50′ 84°30′

c) 32°34′58″ + 25°25′2″ 58°

29 Qual é a diferença?

a) 28°50′ − 16°10′ 12°40′

b) 75°40′12″ − 40°28′52″ 35°11′20″

30 Qual é o produto?

a) 4 · (25°12′) 100°48′

b) 5 · (18°20′) 91°40′

31 Qual é o quociente?

a) 29° : 2 14°30′

b) (32°40′) : 5 6°32′

32 Quanto é?

a) $\frac{1}{4}$ de 140° 35°

b) $\frac{2}{5}$ de 120° 48°

c) $\frac{5}{3}$ de 48° 80°

d) $\frac{1}{3}$ de 150°48′ 50°16′

33 Calcule:

a) o complemento de 81°20′ 8°40′

b) o suplemento de 117°30′ 62°30′

34 Efetuando (38°45′ + 20°30′) : 3 obtém-se:

a) 19°25′

x b) 19°45′

c) 18°45′

d) 19°15′

35 Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

a) 1″ = 60°

b) $1'' = \left(\frac{1}{60}\right)^{\circ}$

c) 1″ = 3 600°

x d) $1'' = \left(\frac{1}{3\,600}\right)^{\circ}$

36 Determine a medida em graus e minutos dos seguintes ângulos:

a) a metade de 9°; 4°30′

b) $\frac{1}{8}$ do ângulo raso; 22°30′

c) a metade da metade de um ângulo reto. 22°30′

37 O valor de x na figura é:

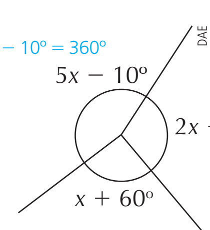
a) 27°30′

b) 28°45′

$2x + 40° + x + 60° + 5x - 10° = 360°$
$8x = 270°$
$x = 33°45′$

c) 30°30′

x d) 33°45′

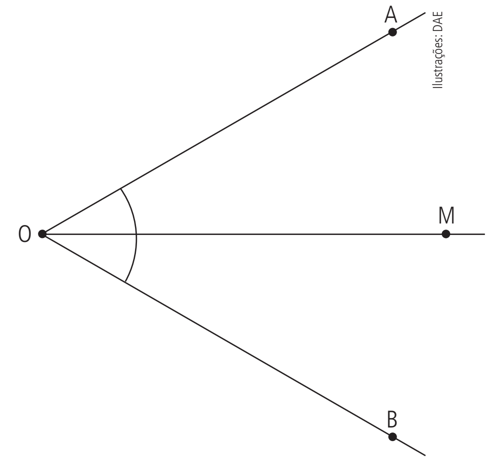


DAE

8. Bissetriz de um ângulo

Na figura ao lado, o ângulo AÔB mede 60°. A semirreta OM dividiu esse ângulo em dois ângulos congruentes AÔM e MÔB.
med(AÔM) = 30° e med(MÔB) = 30°

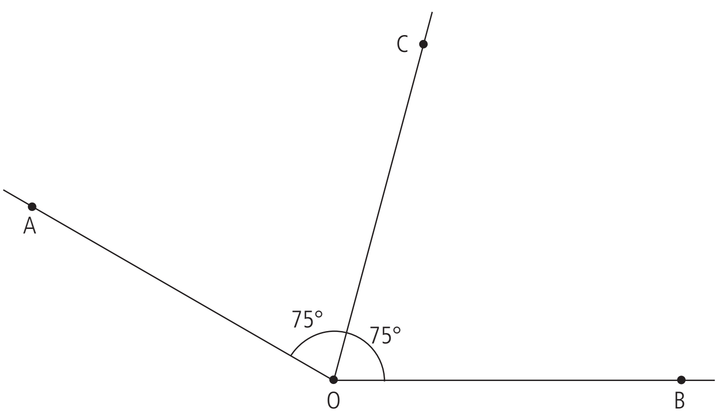
A semirreta OM é a bissetriz de AÔB.



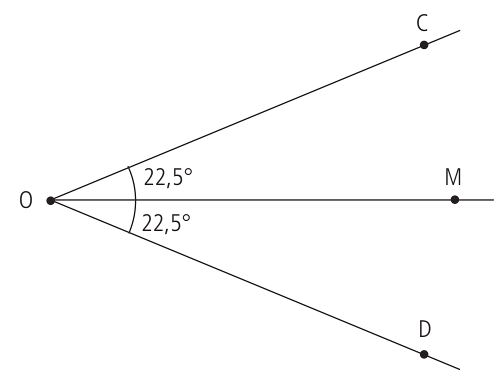
Ilustrações: DAE

Portanto, a bissetriz de um ângulo:

- é uma semirreta de origem no vértice;
- divide esse ângulo em dois ângulos congruentes.



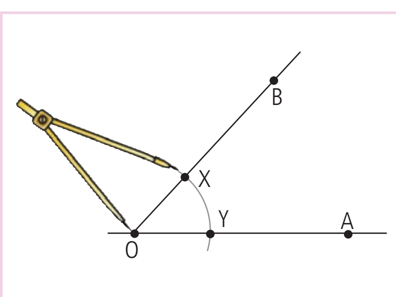
$\overrightarrow{OC}$ é a bissetriz de AÔB



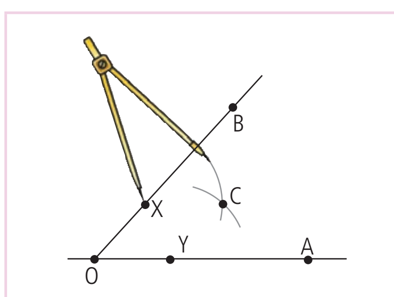
$\overrightarrow{OM}$ é a bissetriz de CÔD

Podemos traçar a bissetriz de um ângulo utilizando régua e compasso. Trace um ângulo AÔB qualquer em seu caderno e siga os passos.

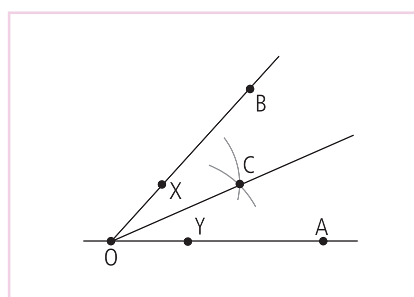
Hélio Senatore



1. Coloque a ponta seca do compasso no ponto de vértice do ângulo e trace um arco com abertura qualquer, como você vê na ilustração. O arco corta os lados do ângulo no pontos X e Y.



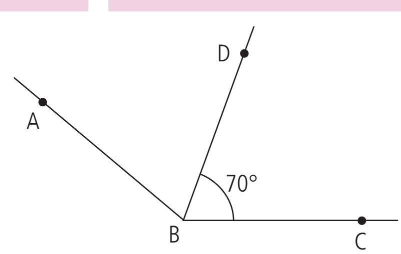
2. Com a ponta seca do compasso em X, trace um novo arco. Sem mudar a abertura do compasso, repita o procedimento colocando a ponta seca em Y. Você determinou o ponto C.



3. Trace com régua a semirreta OC, que é a bissetriz de AÔB.

Na figura ao lado, $\overrightarrow{BD}$ é bissetriz de CB̂A.
Com essa informação, podemos afirmar que:

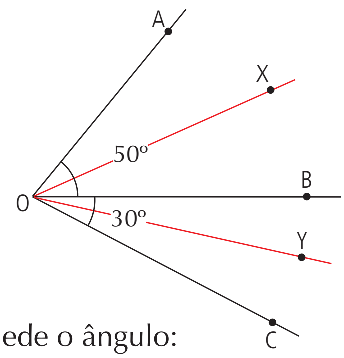
- med(AB̂D) = 70°
- med(AB̂C) = 140°



Exercícios

38 Trace a bissetriz em um ângulo de 130°. Qual é a medida dos ângulos obtidos? 65°

39 As semirretas $\overrightarrow{OX}$ e $\overrightarrow{OY}$ são bissetrizes dos ângulos AÔB e BÔC, respectivamente.



Quanto mede o ângulo:

a) AÔX? 25°

b) XÔB? 25°

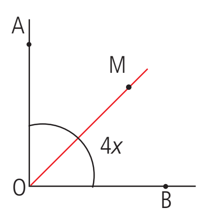
c) BÔY? 15°

d) YÔC? 15°

e) XÔY? 40°

f) AÔY? 65°

40 Na figura, $\overrightarrow{OM}$ é bissetriz de AÔB, que é um ângulo reto. Responda em seu caderno.

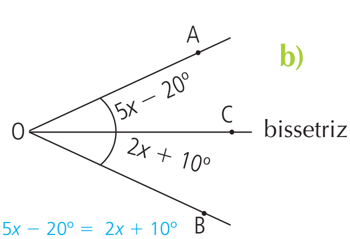


a) Qual é a medida de AÔM? 45°

b) Qual é, em graus, o valor de x? 11°15′

41 Calcule o valor de x, em cada caso, sabendo-se que $\overrightarrow{OC}$ é bissetriz do ângulo dado.

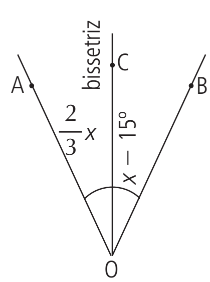
a)



$5x - 20° = 2x + 10°$
$x = 10°$

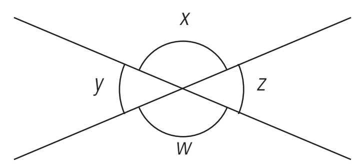
Ilustra Cartoon

b)

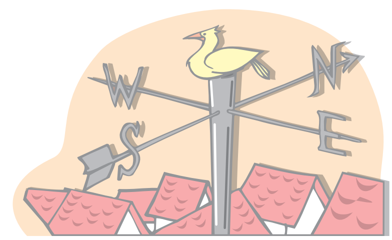


$\frac{2}{3}x = x - 15°$
$x = 45°$

42 Reproduza a figura em seu caderno e responda.



Ilustrações: DAE



Ilustra Cartoon

a) O que você sabe dos ângulos x e w?
São opostos pelo vértice.

b) E dos ângulos y e z?
São opostos pelo vértice.

c) Divida cada ângulo ao meio (metade da medida) com uma reta. O que você descobriu?

Compare suas respostas com as de seus colegas.

Espera-se que o aluno descubra que: • ao se dividir um ângulo ao meio, automaticamente divide-se ao meio o ângulo oposto pelo vértice;
• as duas bissetrizes são perpendiculares entre si.

Curiosidade

As rotações em torno de um ponto (ou giros) podem ser indicadas com ângulos. Veja:

Fotos: Fernando Favoretto

Giro de 90° (360° : 4)

Rotação de $\frac{1}{4}$ de volta (90°)

Giro de 120° (360° : 3)

Rotação de $\frac{1}{3}$ de volta (120°)

Vale a pena ler

Ângulo de visão

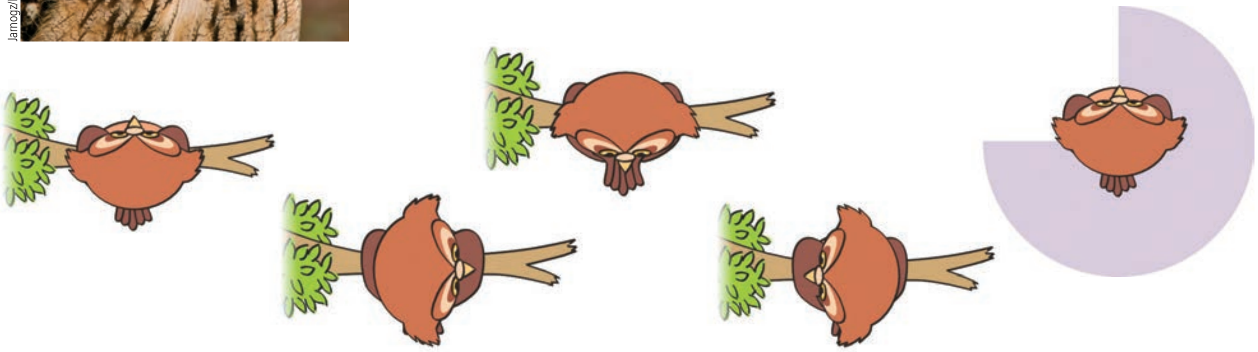
Você sabia que o ângulo ou campo de visão do ser humano é de 180°? Isso significa que quando estamos com a cabeça imóvel, podemos enxergar o que está ao nosso redor num ângulo máximo de 180° só movimentando os olhos.

Mcininch/Dreamstime.com

Jamogz/Dreamstime.com

A coruja, assim como nós, tem os olhos na frente da cabeça e visão binocular (enxerga um objeto com ambos os olhos e ao mesmo tempo). No entanto, seus olhos não se movimentam, o que faz com que seu ângulo de visão seja menor do que o humano: 110°, sendo somente 70° de visão binocular.

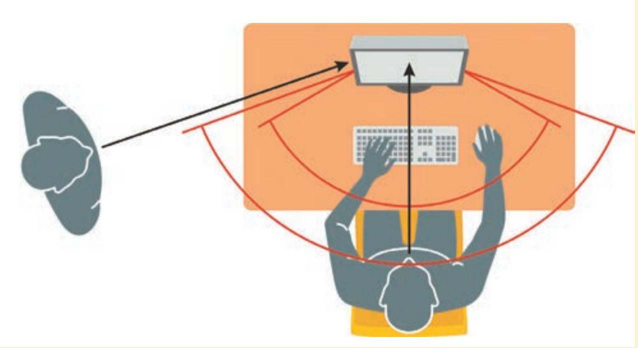
Mas a coruja tem uma vantagem. Quando necessita olhar algum objeto ao seu redor gira o pescoço em um ângulo de até 270°, aumentando assim o seu campo visual.



Ilustrações: Hélio Senatore

Curiosidade

Quando surgiram os monitores de cristal líquido (LCD), os fabricantes enfrentaram um problema: ao olhar lateralmente para o monitor, a imagem perdia a nitidez e até podia desaparecer. Isso ocorria porque a imagem de um LCD só era vista de um ângulo máximo de 140°, como vemos na figura. Novos investimentos em tecnologia precisaram ser feitos para conseguir aumentar esse ângulo. Nos monitores mais modernos, esse problema já não existe.



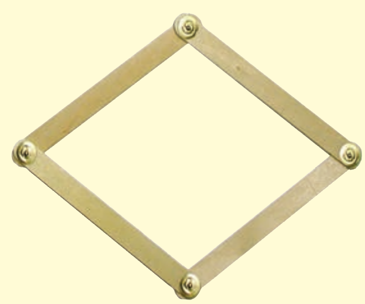
9. Existência de triângulos

Hélio Senatore

Lúcia fez um triângulo usando 3 varetas de madeira. Com essas mesmas 3 varetas, ela poderia ter feito um triângulo diferente deste?

A resposta é não. Se fixamos as medidas dos lados de um triângulo, ele fica definido, sua forma não pode mudar.

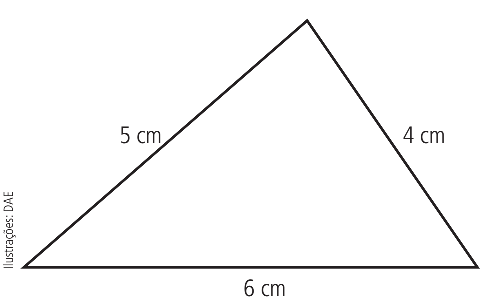
Faça essa experiência: pegue 3 varetas ou palitos de sorvete e monte um triângulo. Tente deformá-lo, mudar sua forma. O triângulo é rígido, não se deforma. Isso não acontece com quadriláteros, pentágonos, hexágonos e outros polígonos.



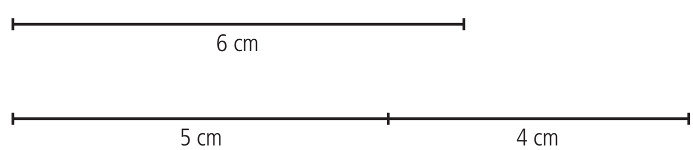
Fotos: Anselmo Jr

Veja: o quadrado pode ser deformado; os ângulos mudam de medida, transformando-o num losango!

Veja as medidas dos lados do triângulo que Lúcia montou.



Ilustrações: DAE

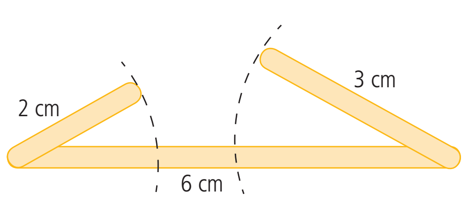


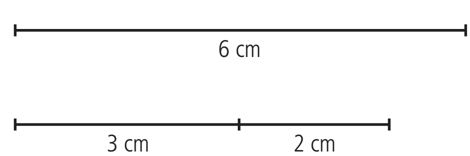
O lado de maior medida tem 6 cm.

$6 < 5 + 4$

Em seguida, ela tentou montar um triângulo usando 3 varetas com comprimentos iguais a 2 cm, 3 cm e 6 cm. Veja o que aconteceu:

Hélio Senatore

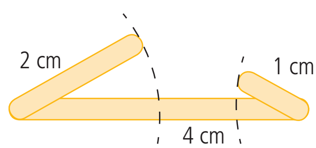


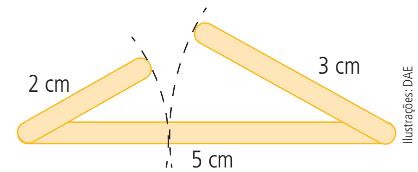


$6 > 3 + 2$

$6 > 5$

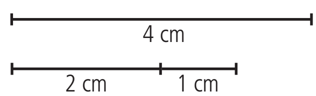
O mesmo ocorreu quando usou 3 varetas com os comprimentos indicados abaixo:

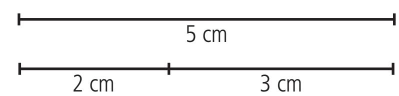




$$4 > 2 + 1$$
$$4 > 3$$

$$5 = 3 + 2$$
$$5 = 5$$





Lúcia percebeu que nem sempre é possível construir um triângulo conhecendo as medidas de 3 segmentos. Há uma **condição** para que isso aconteça.

Só é possível construir um triângulo se a medida do maior lado for menor que a soma das medidas dos outros dois lados.

Veja exemplos:

- O triângulo cujos lados medem 8 cm, 5 cm e 7 cm **existe**, pois $8 < 5 + 7$.
- **Não existe** o triângulo de lados com medidas 4,5 cm, 3 cm, 1,5 cm, pois $4{,}5 = 3 + 1{,}5$.

Exercícios

43 Verifique se é possível construir um triângulo cujos lados medem:

a) 8 cm, 6 cm e 7 cm Sim.

b) 3 cm, 6 cm e 5 cm Sim.

c) 10 cm, 4 cm e 6 cm Não.

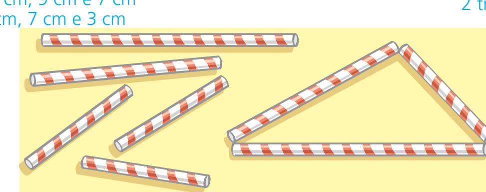
d) 3,5 cm, 5,5 cm e 2 cm Não.

e) 7,2 cm, 3,8 cm e 5,2 cm Sim.

44 Corte canudinhos de refresco com os comprimentos de 12 cm, 9 cm, 7 cm e 3 cm. Com eles procure construir todos os triângulos possíveis. Quantos triângulos conseguiu construir?

- 12 cm, 9 cm e 7 cm
- 9 cm, 7 cm e 3 cm

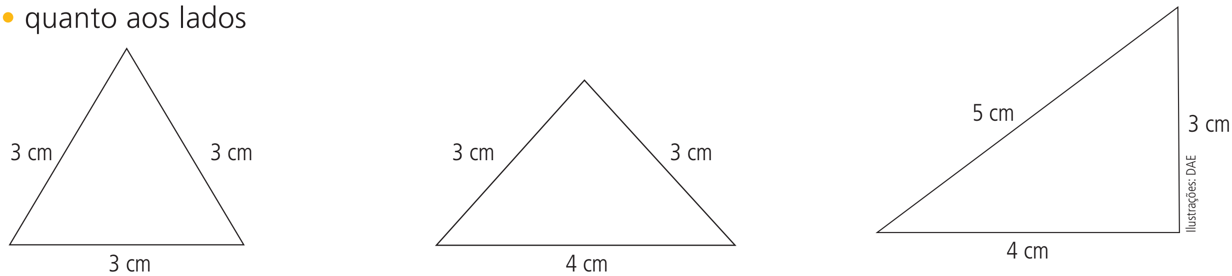
2 triângulos



10. Classificação e construção de triângulos

Classificamos os triângulos:

- quanto aos lados

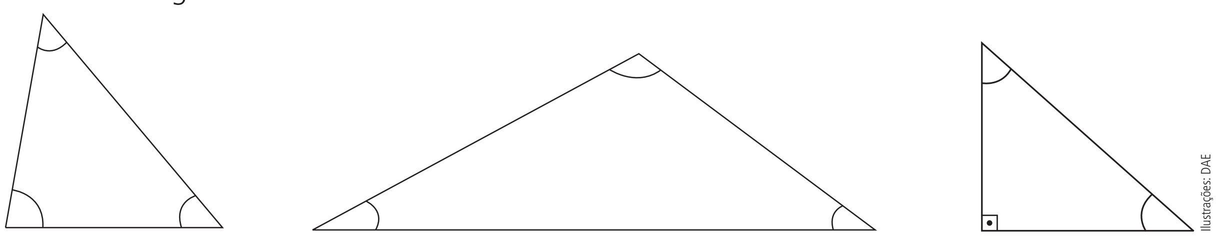


Equilátero: 3 lados de mesma medida

Isósceles: 2 lados de mesma medida

Escaleno: 3 lados de medidas diferentes

- quanto aos ângulos



Acutângulo: 3 ângulos agudos

Obtusângulo: 1 ângulo obtuso

Retângulo: 1 ângulo reto

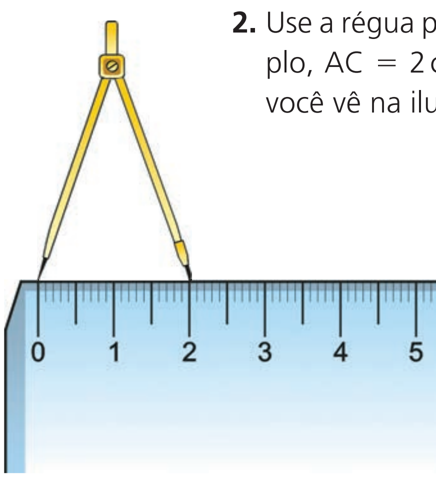
Renato pensou em construir um triângulo com dois ângulos retos.
Este triângulo existe? Não.
Existe um triângulo com dois ângulos obtusos? Não.

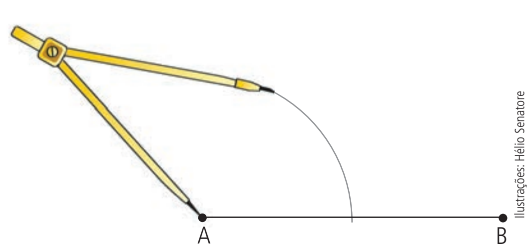
Veja exemplos de construção de triângulos dadas as medidas de seus lados:

- Vamos traçar um triângulo ABC de lados AB = 4 cm, BC = 3 cm e AC = 2 cm. Para fazer também esta construção, você precisará de régua e de compasso.

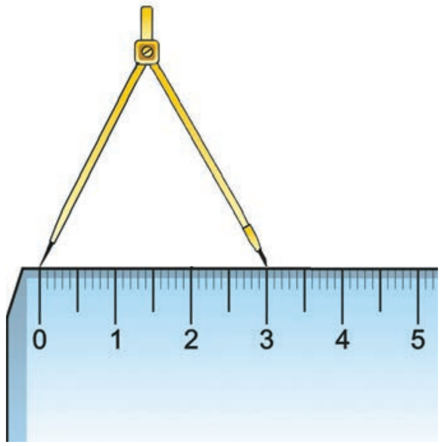
1. Trace um dos lados, por exemplo, AB = 4 cm.

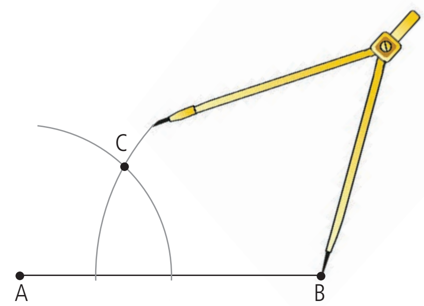
2. Use a régua para ter abertura igual à medida de um dos outros lados, por exemplo, AC = 2 cm. Com a ponta seca do compasso em A, trace um arco, como você vê na ilustração.





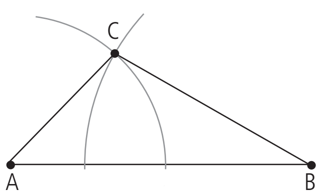
3. Use a régua para obter abertura igual à medida do terceiro lado, BC = 3 cm. Com a ponta seca do compasso em B, trace o arco como na ilustração. Você determinou o ponto C.





Ilustrações: Hélio Senatore

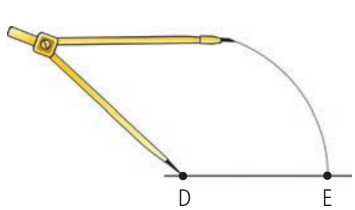
4. Trace, com auxílio da régua, os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$, obtendo o triângulo ABC.

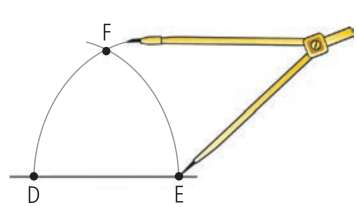


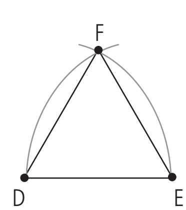
- Vamos construir o triângulo DEF equilátero, de lado 2 cm.

1. Como o triângulo é equilátero, temos DE = DF = EF = 2 cm. Traçamos um dos lados, por exemplo, DE.

2. Com a ponta seca do compasso em D, depois em E, mantendo abertura igual à medida de DE, traçamos dois arcos que se cortam no ponto F. Com régua, traçamos os lados $\overline{DF}$ e $\overline{EF}$, construindo o triângulo DEF.







Construa com auxílio da régua e do compasso o triângulo:

a) ABC, sendo AB = 5 cm, AC = 3,5 cm e BC = 6 cm.

b) DEF, sendo DF = EF = 4 cm e DE = 2,5 cm.

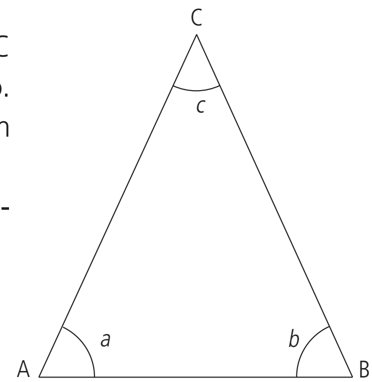
c) GHI equilátero de lado 5 cm.

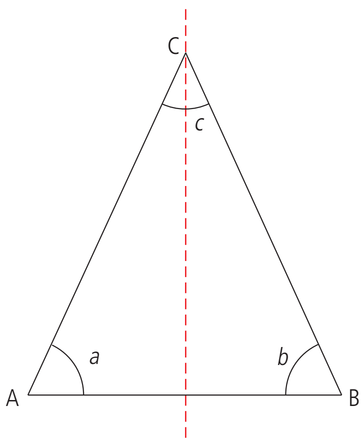
11. Simetria no triângulo isósceles

Construa, em papel sulfite, com régua e compasso o triângulo ABC isósceles com lados AB = 4 cm, BC = AC = 5 cm, representado ao lado.

Marque e nomeie as medidas dos ângulos, recorte a figura com cuidado.

O lado de medida diferente é chamado de base do triângulo isósceles. $\hat{A}$ e $\hat{B}$ são os ângulos da base. $\hat{C}$ é chamado ângulo do vértice.





Dobre o triângulo pela linha representada ao lado, fazendo coincidir os lados $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$.

A linha de dobra é o **eixo de simetria** do triângulo. O eixo de simetria de uma figura divide-a em duas partes idênticas que se sobrepõem perfeitamente quando dobramos a figura por esse eixo.

Todo triângulo isósceles tem um único eixo de simetria.

Como os ângulos $\hat{A}$ e $\hat{B}$ se sobrepõem perfeitamente, temos que $a = b$.

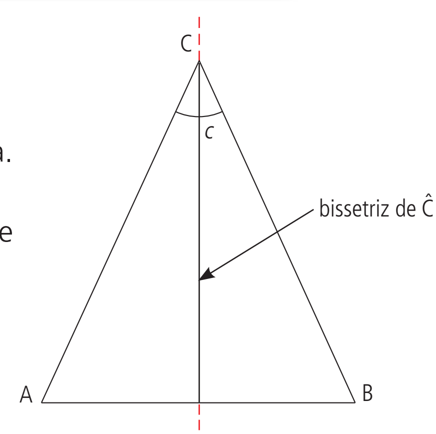
Os ângulos da base de um triângulo isósceles são congruentes.

Essa propriedade vale para todo triângulo isósceles.

Aqui constatamos sua validade usando dobraduras e simetria. No volume do 8º ano provaremos que ela é sempre válida.

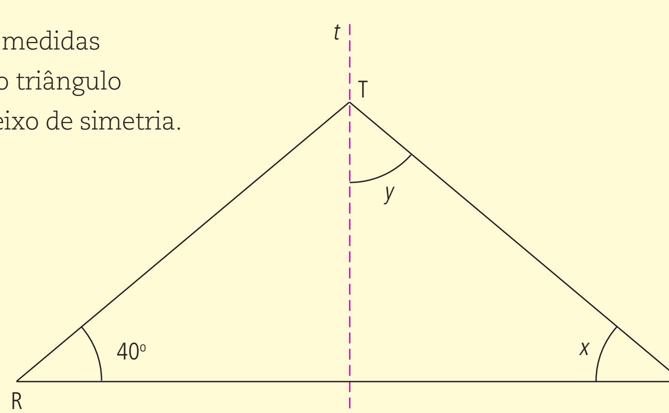
Ainda podemos explorar um pouco mais nossa figura: o eixo de simetria divide o ângulo $\hat{C}$ em dois ângulos congruentes.

O eixo de simetria determina a bissetriz do ângulo do vértice.



Junte-se a um colega para descobrir as medidas x e y indicadas na figura, sabendo que o triângulo RST é isósceles com RT = ST e que t é eixo de simetria.

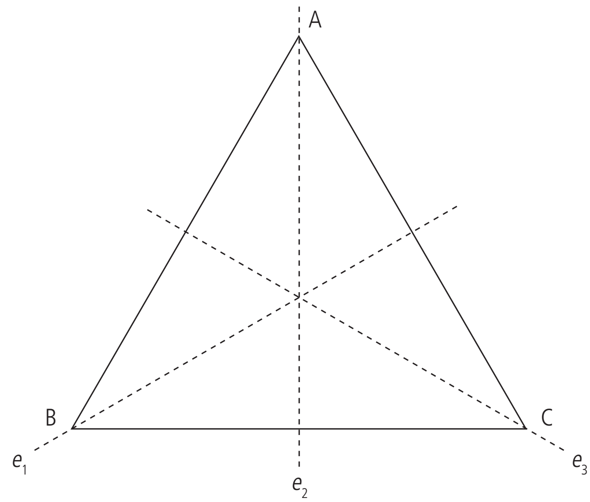
$x = 40°$ e $y = 50°$



Ilustrações: DAE

12. Simetria no triângulo equilátero

Todo triângulo equilátero tem três eixos de simetria. Traçamos esses eixos no triângulo equilátero abaixo.



Cada eixo de simetria divide o triângulo equilátero em duas partes idênticas que se sobrepõem perfeitamente, quando dobramos a figura pelo eixo.

Reproduza o triângulo acima em papel sulfite e recorte-o. Dobre o triângulo sobrepondo exatamente $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$.

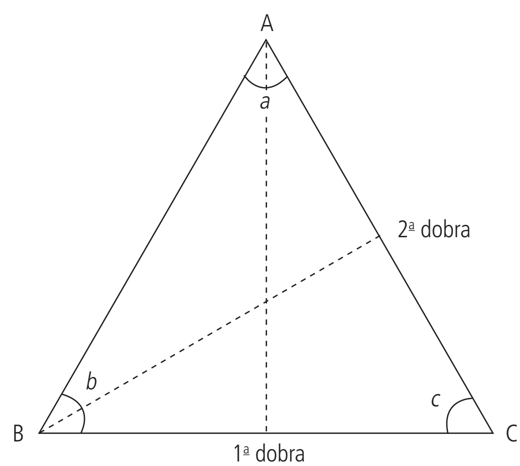
A linha de dobra é um dos eixos de simetria do triângulo. Observe que os ângulos $\hat{B}$ e $\hat{C}$ se sobrepõem perfeitamente.

Daí, $b = c$.

Agora faça outra dobra, sobrepondo $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$. A linha de dobra é outro eixo de simetria.

Os ângulos $\hat{A}$ e $\hat{C}$ se sobrepõem perfeitamente, ou seja, $a = c$.

Se $b = c$ e $a = c$, temos que $a = b = c$.



Ilustrações: DAE

> Os três ângulos internos de um triângulo equilátero são congruentes.

Essa propriedade é válida para todo triângulo equilátero. Como dissemos quando tratamos do triângulo isósceles, neste volume verificamos essa propriedade usando simetria e dobraduras. No volume do 8º ano provaremos sua validade de forma geral.

> Vimos que, no triângulo isósceles, o eixo de simetria determina a bissetriz do ângulo do vértice. No triângulo equilátero, o eixo de simetria e_1 divide o ângulo $\hat{B}$ em dois ângulos congruentes? Sim.
>
> Esse eixo determina a bissetriz do ângulo $\hat{B}$? Sim.
>
> Use sua régua para traçar as bissetrizes dos ângulos $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$ no triângulo que você recortou. Aproveite as marcas feitas pelos três eixos de simetria.

Exercícios

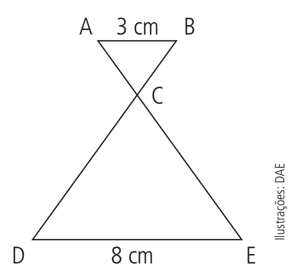
45 Rafael quer construir um triângulo com lados de medidas inteiras. As medidas de dois dos lados ele já determinou: 4 cm e 5 cm. Falta o lado maior. Que medidas ele pode escolher para esse lado, de modo que exista o triângulo? 6 cm, 7 cm ou 8 cm

46 Construa um triângulo isósceles com 20 cm de perímetro e que tenha um lado com 6 cm de comprimento. Haverá só uma solução? Justifique. Não. É possível construir um triângulo de lados 6 cm, 6 cm e 8 cm ou de lados 7 cm, 7 cm e 6 cm.

47 (Fesp-RJ) Se a soma dos lados de um triângulo equilátero é menor do que 17 cm e maior do que 13 cm e a medida de seus lados é um número inteiro, o lado desse triângulo mede:

a) 3 cm
b) 4 cm
x c) 5 cm
d) 6 cm

48 Na figura ao lado, CDE é um triângulo equilátero e ACB é um triângulo isósceles. O perímetro da figura é 32 cm. Qual é, em centímetros, a medida de $\overline{AC}$? 2,5 cm



• 32 – (3 · 8 + 3) = 5
• 5 : 2 = 2,5

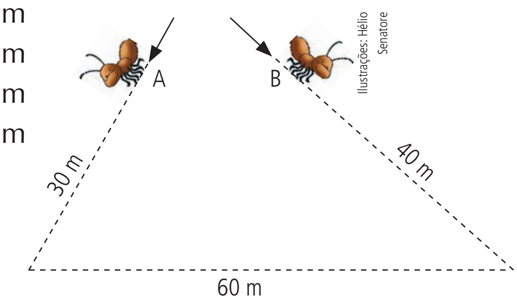
49 (Sesi-SP) Mozart fez uma pipa juntando dois triângulos equiláteros, como mostra a figura.

O ângulo α é:

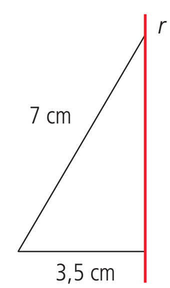
a) agudo e mede 90º.
b) obtuso e mede 60º.
x c) obtuso e mede 120º.
d) obtuso e mede 150º.

50 (Obmep) Duas formigas percorrem o trajeto da figura partindo, ao mesmo tempo, uma do ponto A e outra do ponto B. Elas andam com a mesma velocidade e no sentido indicado pelas flechas. Qual será a distância entre elas no momento em que ficarem uma de frente para a outra? 60 – 10 = 50

a) 40 m
x b) 50 m
c) 60 m
d) 70 m



51 Observe a figura abaixo:

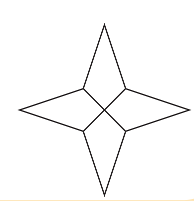


a) Copie e complete a figura no caderno, sabendo que a reta *r* é eixo de simetria.
b) Qual é o perímetro do polígono obtido? 21 cm
c) Classifique o polígono que obteve quanto aos lados. Equilátero.

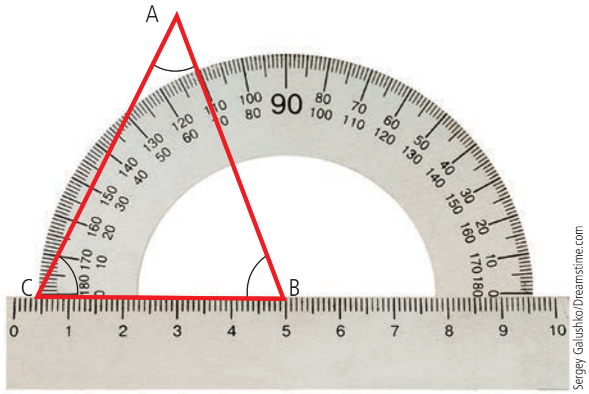
52 Verdadeiro ou falso?

a) Um triângulo equilátero tem três eixos de simetria. V
b) Um triângulo isósceles tem dois eixos de simetria. F
c) Um triângulo retângulo isósceles tem um eixo de simetria. V
d) Um triângulo escaleno não tem eixos de simetria. V

53 Quantos eixos de simetria tem a figura? 4 eixos



13. Ângulos internos dos triângulos



Sergey Galushko/Dreamstime.com

Com seu transferidor, meça os ângulos internos desse triângulo.

O ângulo B nós já medimos para você: 70°.

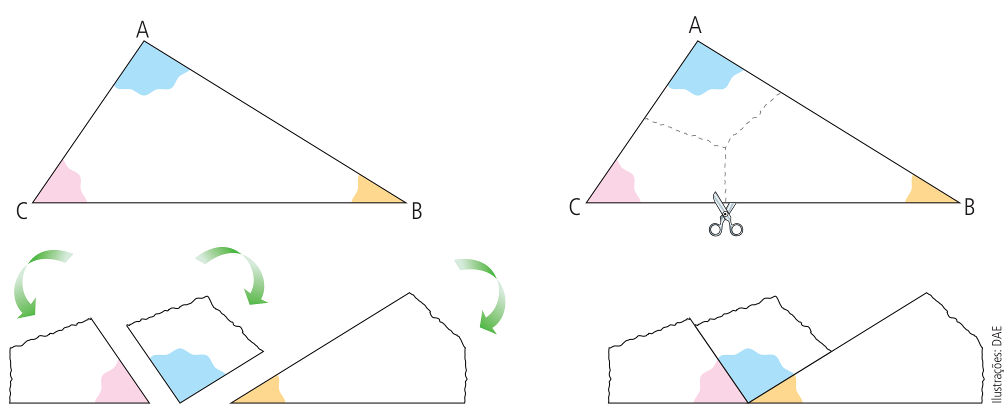
Some as medidas dos três ângulos. Qual é o resultado obtido? 180°

Desenhe com régua, em seu caderno, um triângulo qualquer. Meça os ângulos internos desse triângulo e some as medidas. Que soma você obteve?

Seus colegas também traçaram e mediram os ângulos internos de um triângulo. Que valor eles encontraram para a soma das medidas desses ângulos?

Agora desenhe um triângulo qualquer numa folha de papel que você possa recortar.

Pinte os ângulos internos do triângulo, recorte-os e depois junte, como mostra a figura.

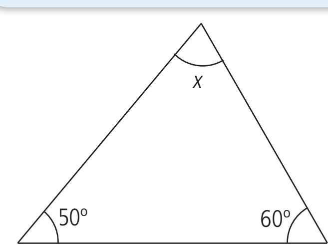


Ilustrações: DAE

$med(\hat{A}) + med(\hat{B}) + med(\hat{C}) = 180°$

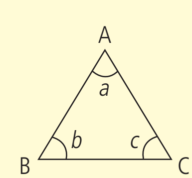
Com essas atividades, verificamos experimentalmente uma propriedade muito importante:

A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°.



O ângulo desconhecido nesse triângulo mede 70°, pois 50° + 60° = 110°
180° – 110° = 70°

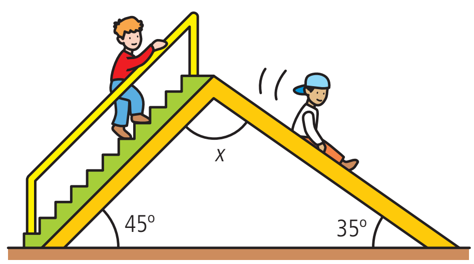
Vimos que se o triângulo ABC é equilátero, $a = b = c$.
Pela propriedade acima temos que $a + b + c = 180°$.
Converse com os colegas e responda:
Qual é a medida de cada ângulo de um triângulo equilátero? 60°



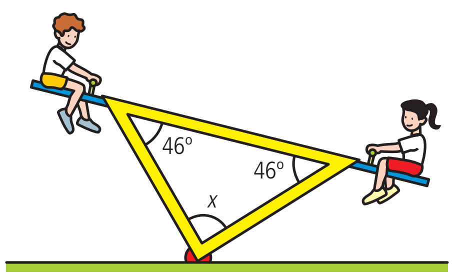
Exercícios

54 Observando as figuras, determine o valor de x em cada um dos triângulos.

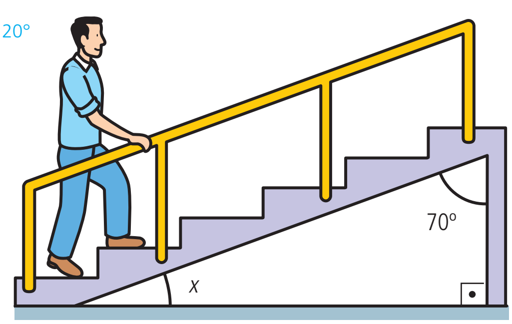
a) 100°



b) 88°



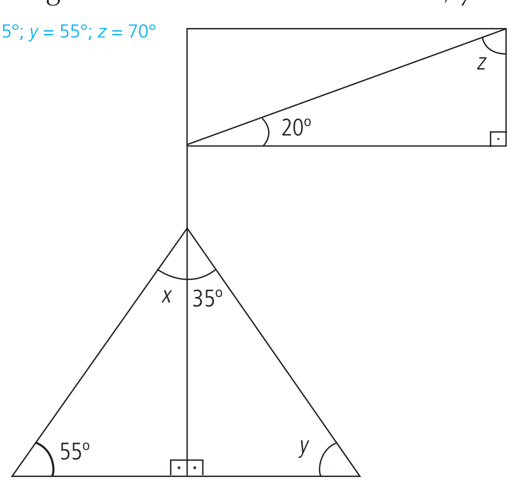
c) 20°



Ilustrações: Hélio Senatore

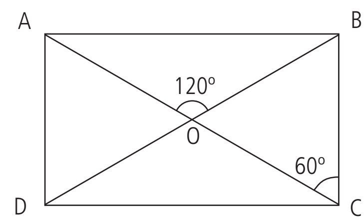
55 Calcule e escreva no caderno as medidas dos ângulos indicados com as letras x, y e z.

$x = 35°$; $y = 55°$; $z = 70°$



56 Os ângulos de um triângulo medem $3x$, $4x$ e $5x$. Determine o valor de x, em graus, e a medida do menor ângulo. $x = 15°$; 45°

57 Observe o retângulo ABCD.

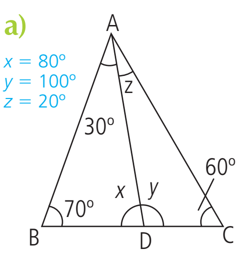


Quanto aos lados, que nome tem o triângulo BOC? Equilátero.

58 Calcule as medidas indicadas pelas letras.

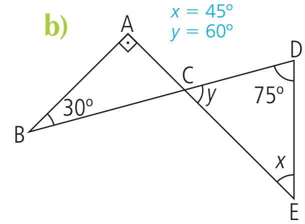
a)

$x = 80°$
$y = 100°$
$z = 20°$



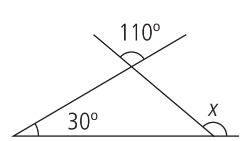
b)

$x = 45°$
$y = 60°$



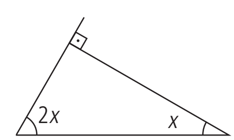
59 Determine o valor de x em cada um dos triângulos.

a)



$x = 140°$

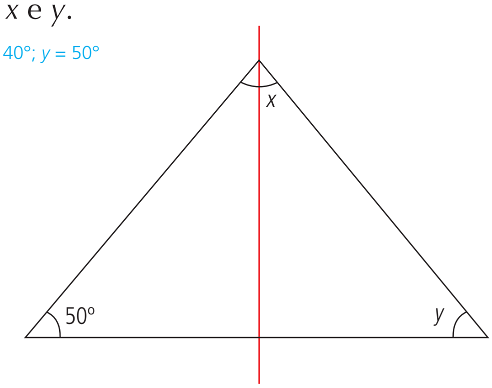
b)



$x = 30°$

60 Na figura, a reta vermelha é um eixo de simetria do triângulo. Determine as medidas de x e y.

$x = 40°$; $y = 50°$



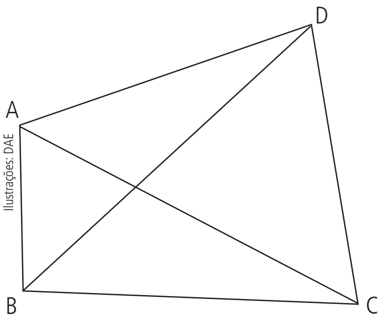
Ilustrações: DAE

14. Soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero

Será que os quadriláteros têm alguma propriedade relativa aos seus ângulos internos? Que tal investigarmos?

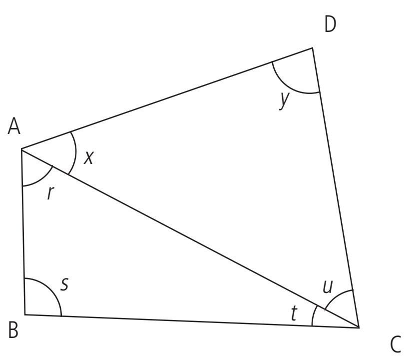
Traçamos um quadrilátero qualquer ABCD. Vamos identificar seus elementos.

- 4 lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$
- 4 vértices: A, B, C, D
- 4 ângulos internos: $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$
- 2 diagonais: $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$



Ilustrações: DAE

Se traçarmos somente a diagonal $\overline{AC}$, o quadrilátero ABCD fica dividido em dois triângulos.



As diagonais são segmentos de reta cujas extremidades são vértices não consecutivos de um polígono. Um triângulo não tem diagonais. Os quadriláteros têm duas diagonais.

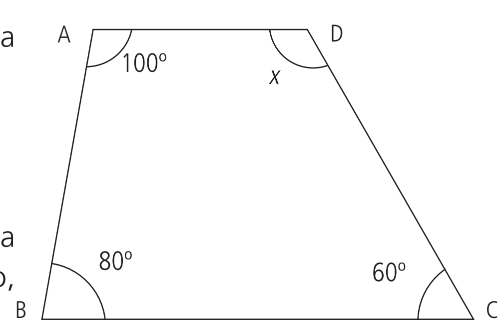
De acordo com a nossa figura, a soma das medidas dos ângulos internos desse quadrilátero é:

$$\underbrace{r + s + t}_{180^\circ} + \underbrace{u + y + x}_{180^\circ} = 360^\circ$$

Como ABCD é um quadrilátero qualquer, verificamos que:

A soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360°.

Usando essa propriedade podemos descobrir a medida do ângulo desconhecido no quadrilátero ao lado.



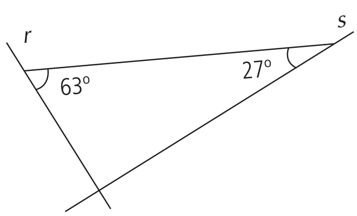
$80^\circ + 60^\circ + 100^\circ = 240^\circ$

A medida do ângulo desconhecido é o que falta para completar 360°, ou seja, $360^\circ - 240^\circ = 120^\circ$. Portanto, $x = 120^\circ$.

Exercícios

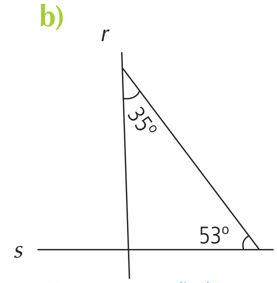
61 Em cada item, verifique se as retas *r* e *s* são ou não perpendiculares.

a)



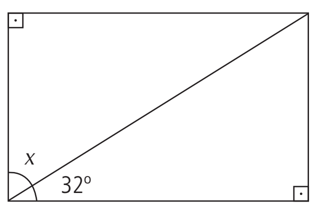
São perpendiculares.

b)

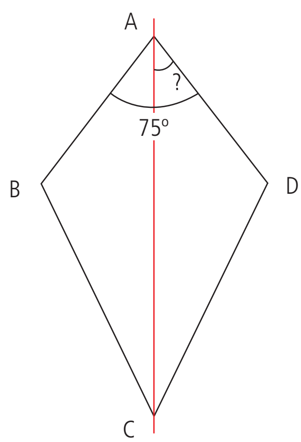


Não são perpendiculares.

62 Qual é o valor de x? 58°



63 A reta vermelha representa um eixo de simetria do quadrilátero ABCD. O ângulo BAD mede 75°.

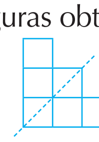


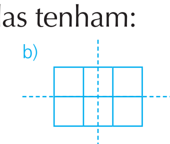
Quanto mede, em graus, o ângulo CAD? 37,5°

64 Acrescente à figura da esquerda os dois quadrados, de modo que as figuras obtidas tenham:

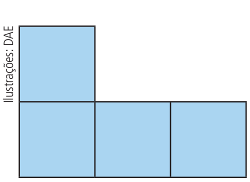
a) um eixo de simetria;

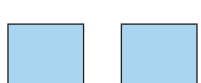
b) dois eixos de simetria.

a) 

b) 

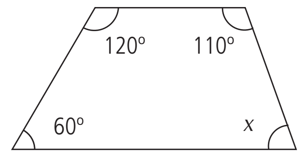
Ilustrações: DAE



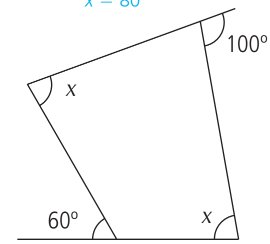


65 Calcule o valor de x nos quadriláteros.

a) $x = 70°$

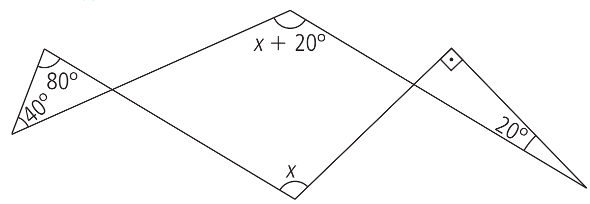


b) $2x + 80° + 120° = 360°$
$x = 80°$



66 Calcule o valor de x na figura.

$x + x + 20° + 60° + 70° = 360°$
$x = 105°$



Os ângulos na arte

CONECTANDO SABERES

Observe a reprodução do quadro a seguir:

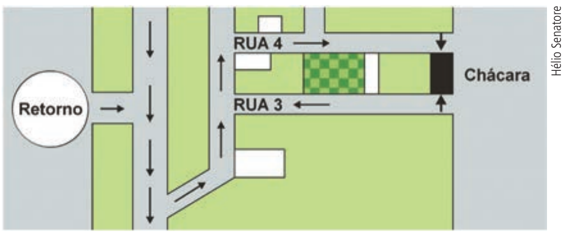
Nesta, e em outras obras de sua autoria, Wassily Kandinsky (1866-1944), um dos maiores pintores do século XX, explora o emprego de ângulos.

Andrea Innocenti/Cubo Images/Glowimages

Wassily Kandinsky. *Sobre os pontos*, 1928.
Óleo sobre tela, 140 cm × 140 cm.

Revisando

67 (Encceja-MEC) O croqui abaixo mostra um mapa que fornece as indicações para chegar à chácara nele indicada.



Luciana, para chegar à chácara, após fazer o retorno, deve:

a) virar à direita, virar à esquerda, entrar na rua 3.

x b) virar à direita, virar à esquerda, entrar na rua 4.

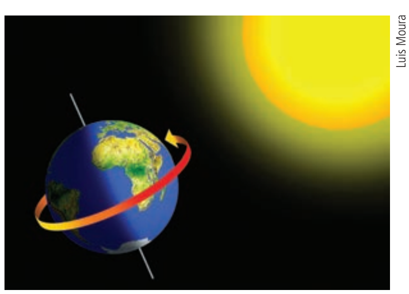
c) virar à esquerda, virar à direita, entrar na rua 3.

d) virar à esquerda, virar à esquerda, entrar na rua 4.

68 A cada 24 horas a Terra dá um giro de 360°. Quantos graus a Terra gira em 12 horas? E em 18 horas? 180°; 270°

CONECTANDO SABERES

Só vale cálculo mental!



O tamanho e a distância entre os elementos da figura não estão na proporção. Foram utilizadas cores-fantasia.

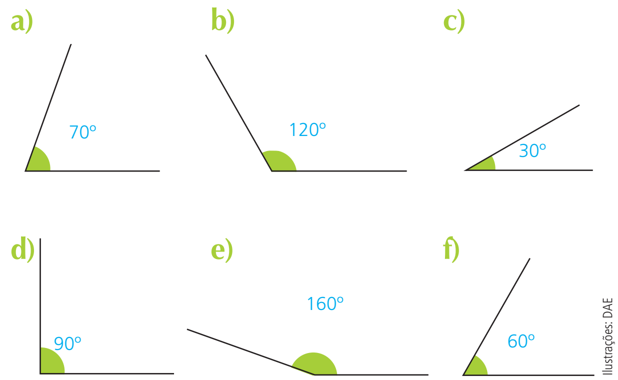
69 Responda em seu caderno.
As diferentes posições do guarda-sol em relação à areia nos dão uma ideia de diferentes tipos de ângulos.

a) Como é chamado um ângulo de 90°? Reto.

b) Como é chamado um ângulo maior que 90°? Obtuso.

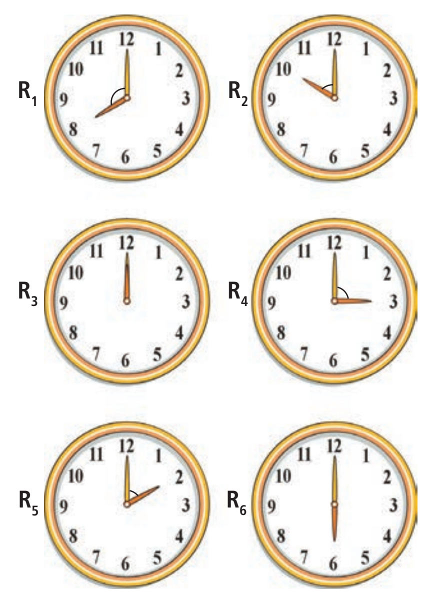
c) Como é chamado um ângulo menor que 90°? Agudo.

70 Olhe cuidadosamente para estes ângulos. Estime a medida, em graus, de cada um deles.



Utilize agora o transferidor para verificar se as estimativas se aproximam do valor correto.

71 Observe os relógios:



Em cada um deles, os ponteiros formam um ângulo.

a) Quais são as suas medidas?

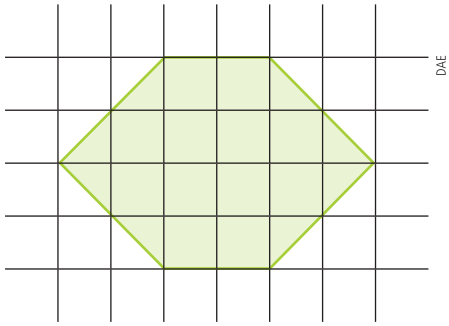
b) Classifique cada um deles.

R_1: 120° obtuso
R_2: 60° agudo
R_3: 0° nulo
R_4: 90° reto
R_5: 60° agudo
R_6: 180° meia-volta ou raso

c) Há ângulos com medidas iguais? R_2 e R_5

d) Escreva outro horário em que os ponteiros de R_4 formem um ângulo reto. 9 horas

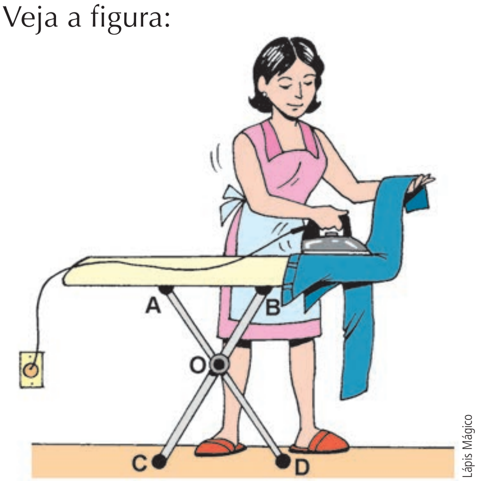
72 Observe a figura e responda em seu caderno.



a) Quantos lados tem esse polígono? Seis.

b) Quais são as medidas de seus ângulos internos? 135°, 135°, 90°, 135°, 135° e 90°

73 Veja a figura:



Se AÔB mede 45°, determine as medidas de:

a) CÔD; 45°

b) BÔD. 135°

74 Na figura, sabe-se que AB⊥CD. Indique:

O símbolo ⊥ significa: perpendicular.

a) um ângulo agudo;
Por exemplo: AÔE

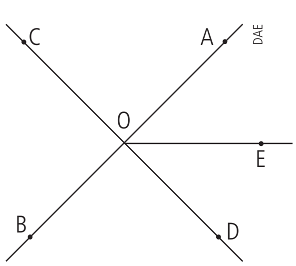
b) um ângulo obtuso;
Por exemplo: BÔE

c) um ângulo reto;
Por exemplo: BÔC

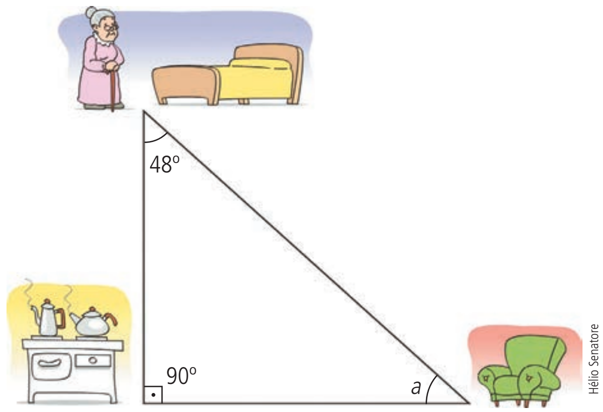
d) dois ângulos complementares;
Por exemplo: AÔE e EÔD

e) dois ângulos suplementares;
Por exemplo: AÔE e EÔB

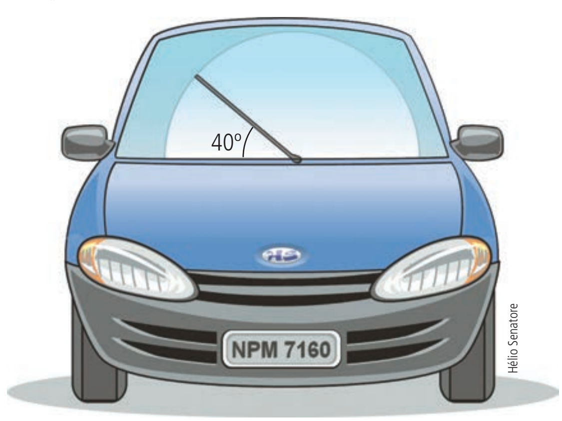
f) dois ângulos opostos pelo vértice.
Por exemplo: AÔC e BÔD



75 (Saresp) O trajeto da vovó pela casa tem a forma do triângulo cujos valores dos ângulos internos estão indicados na figura. Com essas informações, determine o valor do ângulo *a*.
42°

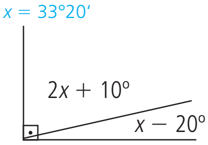


76 (Saresp) O movimento completo do limpador do para-brisa de um carro corresponde a um ângulo raso. Na situação descrita pela figura, admita que o limpador está girando em sentido horário e calcule a medida do ângulo que falta para que ele realize o movimento completo. 140°

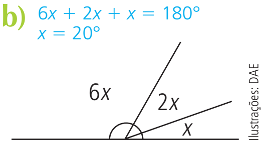


77 Determine o valor de x nas figuras abaixo.

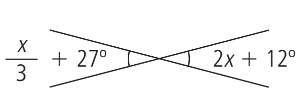
a) $x = 33°20'$



b) $6x + 2x + x = 180°$
$x = 20°$



c)



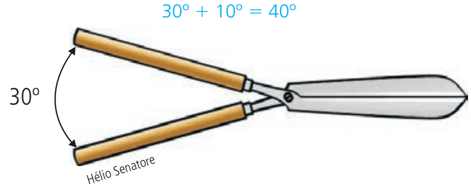
$x = 9°$

78 Complete a tabela em seu caderno.

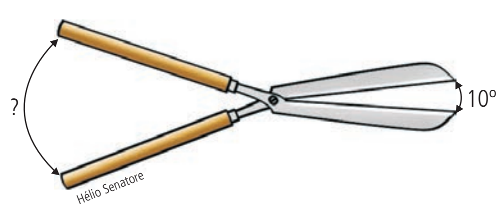
	Ângulo	Complemento	Ângulo	Suplemento	
58°	32°		52°		128°
19°		71°		85°	95°
45°	45°		120°		60°
62°		28°		106°	74°
	x		x		
		$90° - x$		$180° - x$	

79 A soma do complemento com o suplemento de um ângulo é 110°. Quanto mede o ângulo?
$(90° - x) + (180° - x) = 110°$ $x = 80°$

80 A tesoura de jardineiro está fechada. Seus dois cabos formam um ângulo de 30°.
$30° + 10° = 40°$

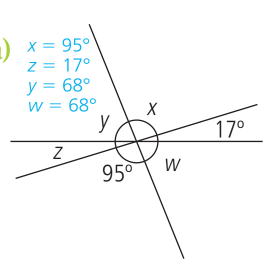


Agora, as duas lâminas foram abertas em 10°. Qual é a medida do novo ângulo formado pelos cabos?

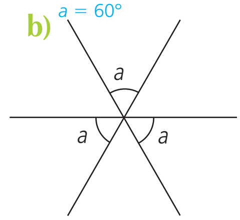


81 Calcule as medidas indicadas pelas letras.

a) $x = 95°$
$z = 17°$
$y = 68°$
$w = 68°$

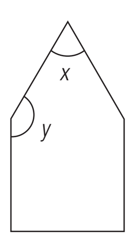


b) $a + a + a = 180°$
$a = 60°$



Ilustrações: DAE

82 O pentágono ao lado é formado por um triângulo equilátero e por um quadrado.

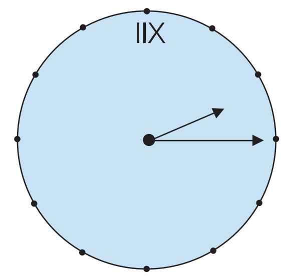


a) Qual é o valor de x?
60°

b) Qual é o valor de y?
150°

Desafios

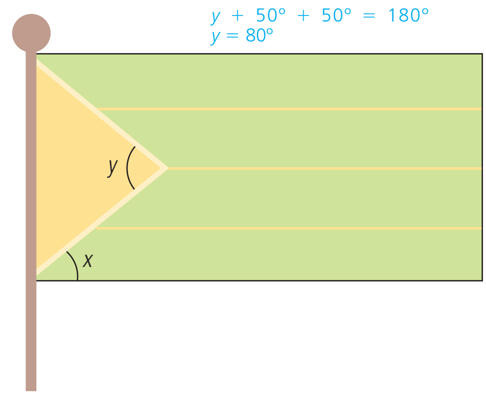
83 Um relógio se reflete no espelho como se observa na figura.



a) Que horas marca? 9h45min

b) Qual é, em graus, o menor ângulo formado pelos dois ponteiros? 22°30′
$\frac{3}{4} \cdot 30° = 22°30'$

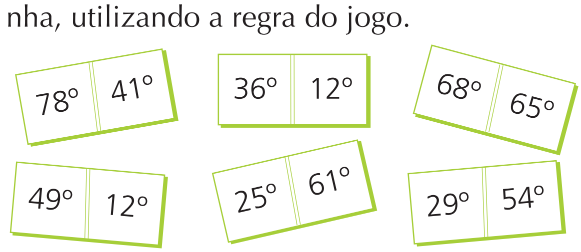
84 Calcule a medida y, indicada na bandeira, sabendo que esta tem um eixo de simetria e que x mede 40°.
$y + 50° + 50° = 180°$
$y = 80°$



85 **Jogo de dominó dos ângulos complementares**

A figura mostra duas peças de dominó que podem ser unidas, pois 38° e 52° representam medidas de ângulos complementares.

Experimente colocar as peças seguintes em linha, utilizando a regra do jogo.



68°	65°	25°	61°	29°	54°	36°	12°	78°	41°	49°	12°

Autoavaliação

Anote, em seu caderno, o número do exercício e a letra correspondente à resposta correta.

86 Um quadro de avisos tem forma retangular. Quantas diagonais tem este quadro?

a) 1

x b) 2

c) 3

d) 4

87 Um triângulo pode ter os ângulos medindo:

a) 70°, 70° e 70°

x b) 75°, 85° e 20°

c) 75°, 85° e 25°

d) 70°, 90° e 25°

88 72° é a medida do:

a) suplemento de um ângulo de 98°.

b) complemento de um ângulo de 98°.

x c) suplemento de um ângulo de 108°.

d) complemento de um ângulo de 108°.

89 O complemento e o suplemento do ângulo de 57°30′ medem, respectivamente:

a) 90° e 180°

b) 180° e 90°

x c) 32°30′ e 122°30′

d) 122°30′ e 32°30′

90 Às 11 horas e 15 minutos, o ângulo a formado pelos ponteiros de um relógio mede:

$90° + \frac{3}{4} \cdot 30° = 112°30'$

a) 120°

x b) 112°30′

c) 108°30′

d) 127°30′

91 (UFMA) Dois ângulos opostos pelo vértice medem $3x + 10°$ e $x + 50°$. Um deles mede:

$3x + 10° = x + 50°$

$x = 20°$

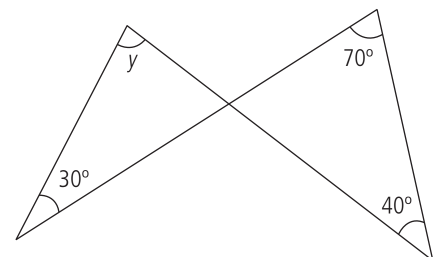
a) 20°

b) 30°

x c) 70°

d) 80°

92 Qual é o valor de y?



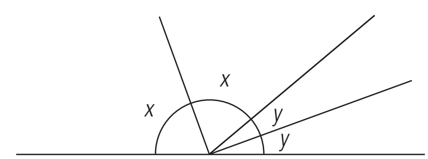
a) 50°

x b) 80°

c) 70°

d) 130°

93 Qual é o valor de $x + y$ na figura?



a) 80°

x b) 90°

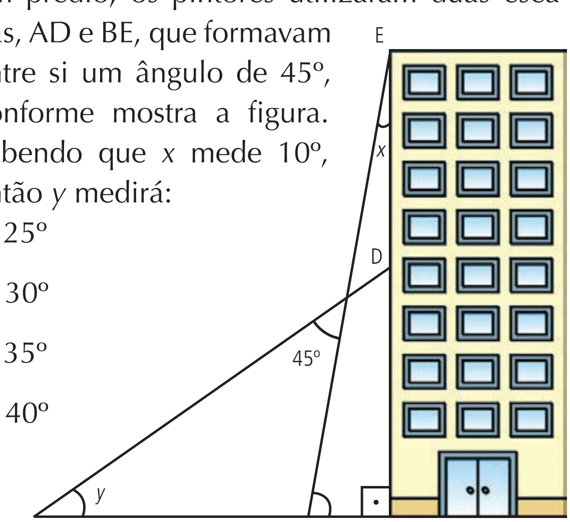
• $2(x + y) = 180°$

• $x + y = 90°$

c) 100°

d) 120°

94 (Laosp) Para pintar a fachada lateral de um prédio, os pintores utilizaram duas escadas, AD e BE, que formavam entre si um ângulo de 45°, conforme mostra a figura. Sabendo que x mede 10°, então y medirá:



a) 25°

b) 30°

x c) 35°

d) 40°

Sugestões de leitura e de sites para o aluno

Para ler...

A Geometria na sua vida. Nilson José Machado. São Paulo: Ática, 2003.

Por meio de capítulos com títulos sugestivos, tais como "A geometria esconde-se na natureza?", "Você come corpos geométricos?" e "Com que poliedros se constroem os monumentos?", o livro destaca a importância da Geometria na arte, na arquitetura, no trabalho, no cotidiano.

A invenção dos números. Oscar Guelli. São Paulo: Ática, 1998.

Trata da história da evolução dos números. Rico em ilustrações, exemplos e atividades para o leitor, aborda sistemas de numeração de antigas civilizações, o surgimento das frações e dos números negativos.

Coleção Investigação Matemática. Marion Smoothey. São Paulo: Scipione, 2001.

Em livros de leitura fácil e rápida, temas da Matemática são apresentados de forma descontraída. Todos os livros têm atividades como jogos e quebra-cabeças.

Para você, aluno do 7º ano, sugerimos os títulos:

- Razão e proporção;
- Escalas;
- Triângulos;
- Quadriláteros.

Medindo comprimentos. Nilson José Machado. São Paulo: Scipione, 2000.

Este livro permite retomar e ampliar conhecimentos sobre medidas de maneira simples e contextualizada.

Números com sinais: uma grande invenção. Oscar Guelli. São Paulo: Ática, 2000.

Por meio da História da Matemática, o livro trabalha, de forma agradável, ideias e situações ligadas aos números negativos e sua evolução no tempo, chegando às operações que envolvem esses números.

O homem que calculava. Malba Tahan. Rio de Janeiro: Record, 2001.

Conta as histórias de Beremiz Samir e de outros personagens "das arábias". Beremiz, brilhante nos cálculos e nos raciocínios, resolve problemas envolventes e desafiadores. É um clássico da literatura lúdica da Matemática.

Polígonos, centopeias e outros bichos. Nilson José Machado. São Paulo: Scipione, 2000.

Uma leitura leve e agradável, que investiga os polígonos, seus elementos e propriedades, a partir da observação do mundo físico e de situações do cotidiano. Dentre os muitos trechos interessantes do livro, destacamos a história do sapo matemático e da centopeia paralítica.

Como encontrar a medida certa. Carlos Marcondes. São Paulo: Ática, 2001.

Quatro amigos participam de uma Olimpíada onde precisam solucionar questões que envolvem medidas.

Para navegar...

<http://www.ibge.gov.br>

Selecione canais e clique em IBGE *teen*.

- **Mão na roda**: para encontrar informações gerais sobre o Brasil, em números, gráficos e mapas.
- **Calendário**: relaciona e comenta datas comemorativas do Brasil e do mundo.
- **Censo 2007 e Censo 2010**: como o nome já diz, contém dados dos censos, como população, escolaridade, condições de vida do povo brasileiro, produção agrícola e pecuária.
- **Mapas**: para uso escolar, disponíveis para visualização e *download*.
- **Biblioteca**: conteúdo para pesquisa, principalmente em História e Geografia.
- **Notícias**: para ler o que há de novo em dados sobre o Brasil e outros temas.

<http://www.cienciahoje.uol.com.br>

Clicando em "CH das crianças", você encontra um menu que permite acessar não só as páginas sobre Matemática, mas também sobre outros ramos da Ciência.

<http://somatematica.com.br>

Cadastrando-se gratuitamente é possível acessar listas de exercícios, artigos, biografias de grandes matemáticos, jogos e também fóruns de discussão.

<http://www.obm.org.br>

Site das Olimpíadas Brasileiras de Matemática, contendo provas e gabaritos, com *download* disponível. Bom para testar seus conhecimentos. Há *links* para sites sobre a História da Matemática e sobre constantes famosas como o número π (pi).

<http://www.obmep.org.br>

Site das Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas. Traz provas de anos anteriores e um grande banco de questões.

<http://www.escolakids.com/matematica>

Site interessante com temas da Matemática e de outras ciências.

<http://www2.tvcultura.com.br/aloescola>

Além de assuntos ligados à Matemática, o site aborda temas importantes, como a água, de forma leve e atraente.

<http://www.numaboa.com/escolinha/matematica>

Site para consulta sobre vários temas.

<http://www.klickeducacao.com.br>

O site permite acesso gratuito a algumas páginas. Clique em "Matemática" no menu "Biblioteca Viva" para pesquisar temas em vários campos da Matemática.

<http://www.sercomtel.com.br/matematica>

Traz exercícios resolvidos e propostos, além de informações básicas sobre diversos conteúdos. Procurar assuntos destinados a alunos do Ensino Fundamental.

<http://www.cabri.com.br/index.php>

O *software* Cabri-géomètre é uma ferramenta auxiliar no ensino-aprendizagem da Geometria.

<http://escolovar.org/mat.htm>

Este site é muito interessante para professores e alunos. Há uma variedade enorme de atividades disponíveis: jogos, animações, simuladores, brincadeiras envolvendo números e formas.

<http://www.wisc-online.com/ListObjects.aspx>

Clicando em Learning Objects, General Education, General Math ou Technical Math, há um grande número de objetos educacionais disponíveis, incluindo apresentações em Power Point sobre vários conteúdos como equações, frações algébricas e áreas de polígonos. Não é preciso cadastro. Os textos estão em inglês, mas são simples.

<http://www.matinterativa.com.br/layout.swf>

Contém aulas digitais, *games*, laboratório de matemática, projetos, artigos e variedades.

<http://www.mais.mat.br/wiki/P%C3%A1gina_principal>

Repositório que reúne mais de 150 recursos educacionais em diversas mídias (áudios, vídeos, *softwares*, textos e experimentos práticos), voltados para os Ensinos Fundamental e Médio.

<http://www.ime.usp.br/~matemateca/>

Mostra objetos matemáticos expostos anualmente na Matemateca, no Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME – USP). Eles são confeccionados com o intuito de despertar curiosidade, servir de incentivo ao aprendizado e divulgar de maneira interessante e divertida temas da Matemática.

<http://matematica.com.br/site/>

O *site* reúne as questões de Matemática de grandes vestibulares. Também apresenta um material didático (artigos, vídeos, provas, desafios, curiosidades etc.) sobre a disciplina para os Ensinos Fundamental e Médio, bem como conteúdo sobre a aplicação da Matemática no dia a dia.

<http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/fabrica_virtual/>

Contém objetos de aprendizagem do Laboratório Virtual de Matemática da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ) e da Rede Internacional Virtual de Educação (RIVED).

<http://www.peda.com/poly>

Em inglês, programa para exploração e construção de poliedros.

<http://www.planetaeducacao.com.br>

Portal educacional que tem como objetivo disseminar as novas tecnologias da informação e da comunicação. Apresenta artigos sobre números inteiros e números decimais para o 6º ano.

<http://alea-estp.ine.pt> e **<http://alea.ine.pt/html/probabil/html/probabilidades.html>**

Ação Local de Estatística Aplicada é um *site* de Portugal que traz textos com noções de Estatística e Probabilidades, textos históricos, problemas, desafios, jogos, curiosidades etc.

<http://www.fc.up.pt/atractor/mat/Polied/poliedros.html>

Página do *site* da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Portugal, apresenta animações de poliedros em 3D.

<http://nautilus.fis.uc.pt/mn/pitagoras/pitflash1.html>

Contém diversos jogos abordando temas da Matemática, dentre eles sobre o teorema de Pitágoras.

<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm29/Global%2003.htm>

Apresenta conteúdos e atividades sobre sistemas de equações.

<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2002/icm208/9ano.html>

Apresenta atividades para testar conhecimentos de trigonometria, circunferência e polígonos.

<http://www.youtube.com/watch?v=7S3iw_sbqsA

Vídeo sobre Arte e Matemática.

<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2002/icm203/numeros.htm#Outras%20curiosidades%20MatemÃiticas%20na%20Natureza>

Apresenta curiosidades sobre os números na natureza.

<http://matematica.no.sapo.pt/nconcreto.htm>

Apresenta texto sobre o surgimento do número.

(Estes sites foram indicados com base em conteúdos acessados em março de 2012).

Referências bibliográficas

BORIN, Júlia. *Jogos e resolução de problemas*: uma estratégia para as aulas de Matemática. São Paulo: IME; USP, 1995.

BOYER, Carl B. *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática*. Brasília: SEF; MEC, 1998.

CARDOSO, Virgínia Cardia. *Materiais didáticos para as quatro operações*. São Paulo: IME; USP, 1992.

CENTURION, Marília. *Conteúdo e metodologia da Matemática, números e operações*. São Paulo: Scipione, 1994.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Da realidade à ação* – reflexões sobre educação e Matemática. São Paulo: Summus, 1995.

__________________. *Educação matemática*: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996.

DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira; SMOLE, Kátia Cristina Stocco. *O conceito de ângulo e o ensino de geometria*. São Paulo: IME; USP, 1992.

GUELLI, Oscar. *A invenção dos números*. São Paulo: Ática, 1998. v. 1. (Coleção Contando a História da Matemática).

IFRAH, Georges. *Números:* a história de uma grande invenção. Rio de Janeiro: Globo, 1992.

KAMII, Constance. *Aritmética*: novas perspectivas. Implicações da teoria de Piaget. Campinas: Papirus, 1992.

KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Org.). *A resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997.

LIMA, Elon Lages. *Áreas e volumes*. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1975. (Coleção Fundamentos da Matemática Elementar).

MACHADO, Nilson José. *Coleção Matemática por Assunto*. São Paulo: Scipione, 1988. v. 1.

MOISE, E; DOWNS, F. L. *Geometria moderna*. São Paulo: Edgard Blücher, 1971.

NETO, Ernesto Rosa. *Didática da Matemática*. São Paulo: Ática, 1987.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

RUBINSTEIN, Cléa *et al*. *Matemática para o curso de formação de professores*. São Paulo: Moderna, 1977.

SANTOS, Vânia Maria Pereira (Coord.). *Avaliação de aprendizagem e raciocínio em Matemática*: métodos alternativos. Rio de Janeiro: IM-UFRJ; Projeto Fundão; Spec/PADCT/Capes, 1997.

STRUIK, Dirk J. *História concisa das Matemáticas*. Lisboa: Gradiva, 1997.

TROTA, Fernando; IMENES, Luiz Márcio; JAKUBOVIC, José. *Matemática aplicada*. São Paulo: Moderna, 1980.

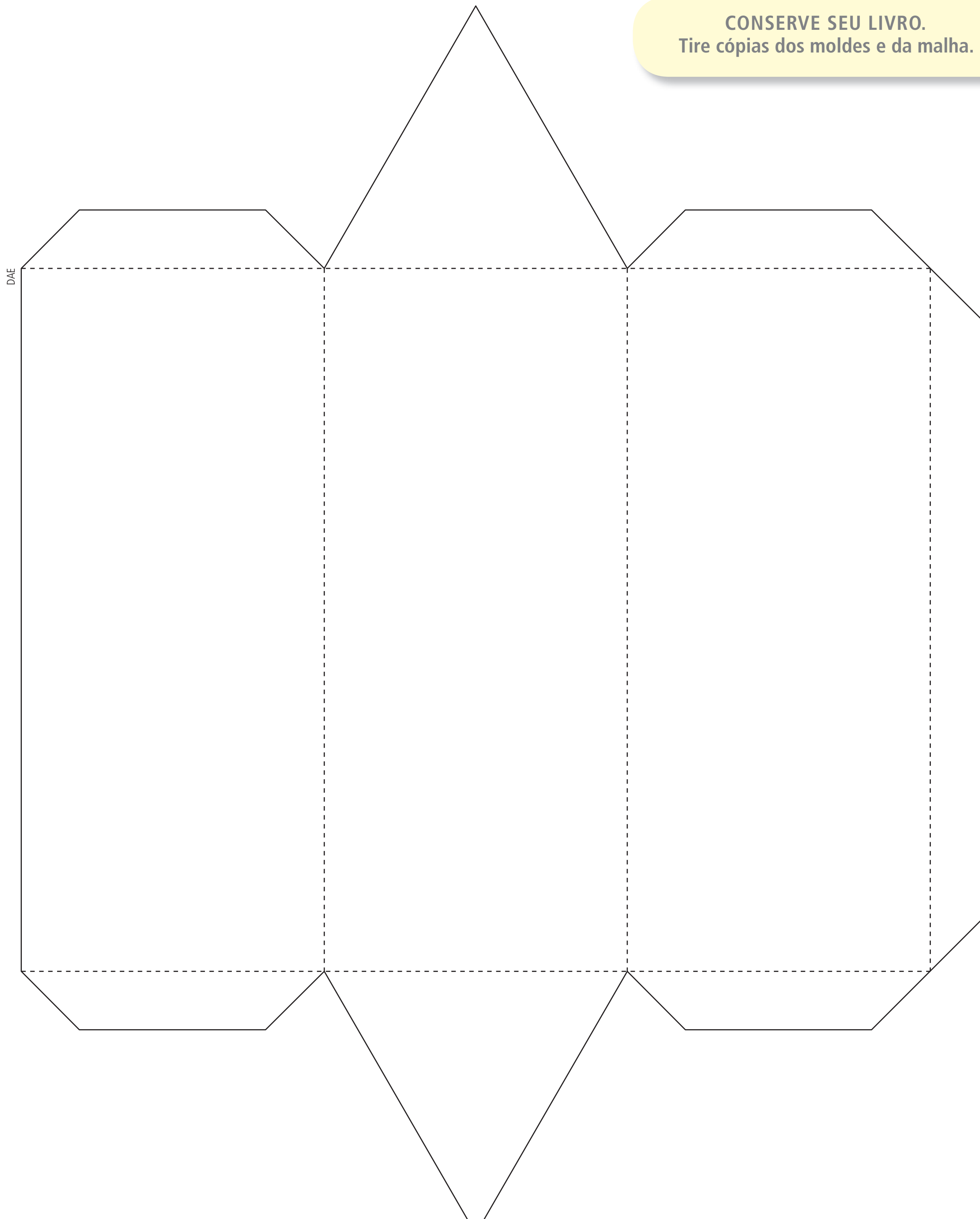
WALLE, John A. van de. *Matemática no Ensino Fundamental*: formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ZABALLA, Antoni (Org.). *A prática educativa*: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Moldes e malha para as atividades

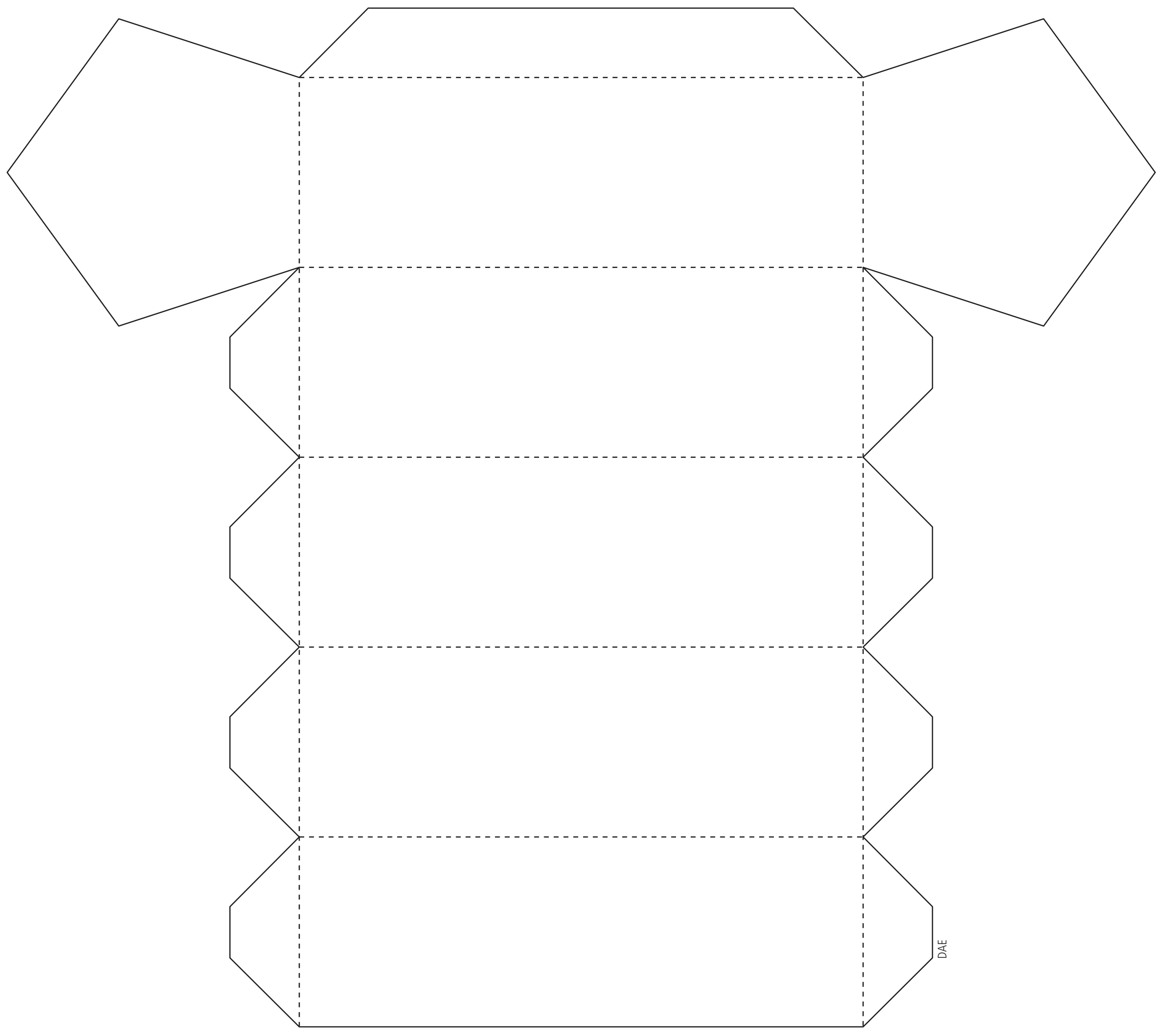
1. Prisma triangular (atividade *Montando prismas e pirâmides*)

CONSERVE SEU LIVRO.
Tire cópias dos moldes e da malha.



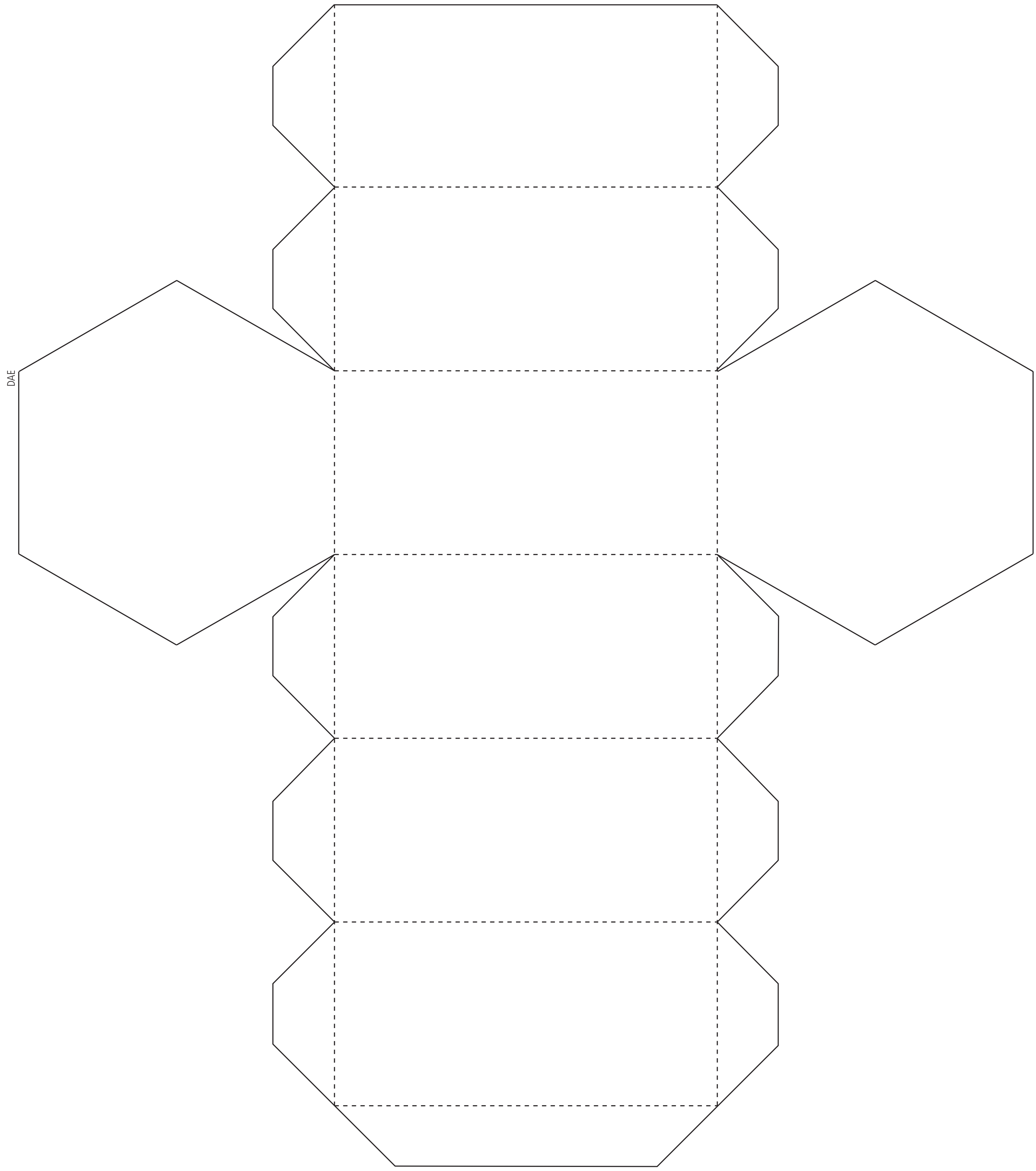
2. Prisma pentagonal

CONSERVE SEU LIVRO.
Tire cópias dos moldes e da malha.



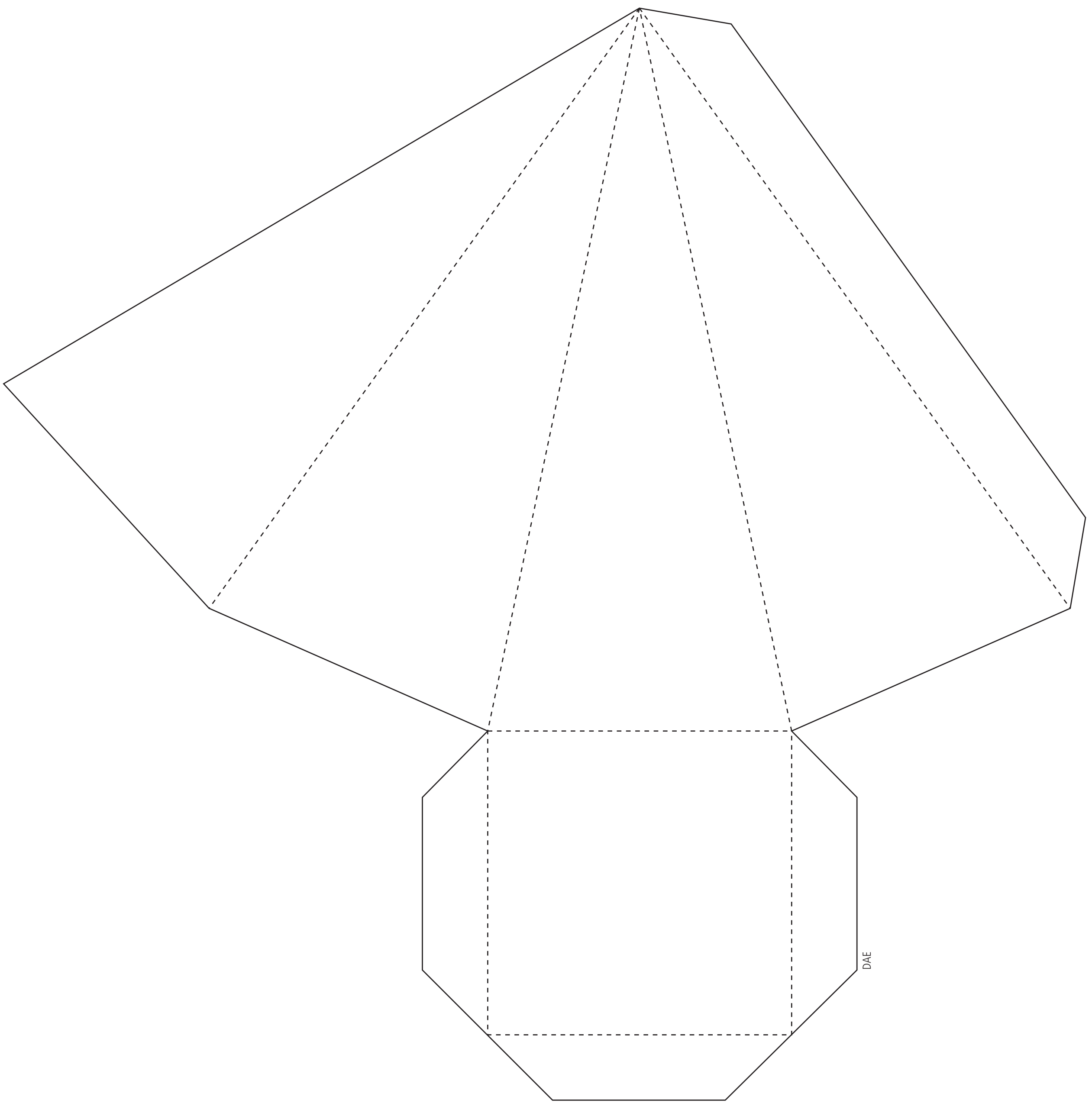
3. Prisma hexagonal

CONSERVE SEU LIVRO.
Tire cópias dos moldes e da malha.



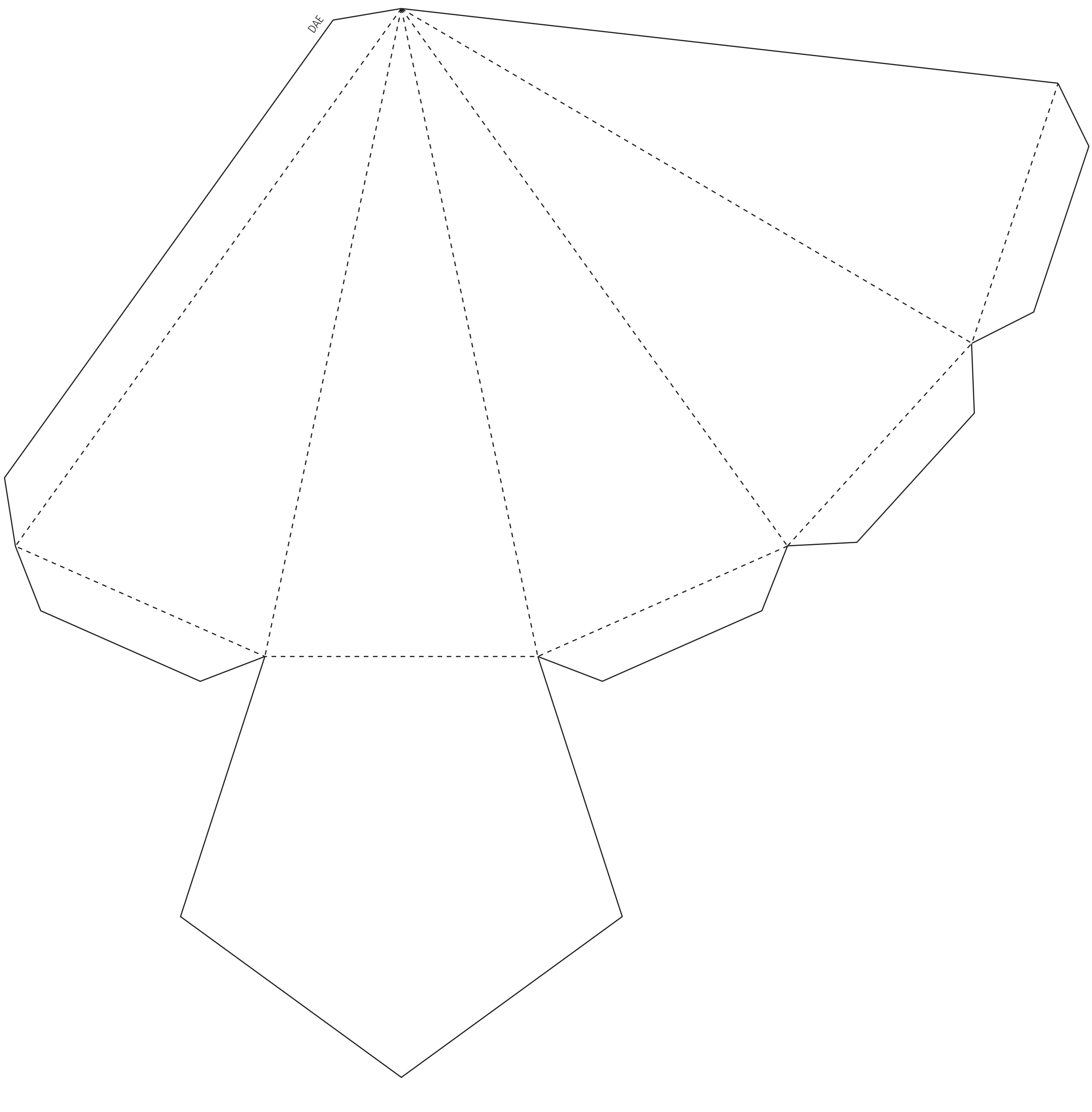
4. Pirâmide de base quadrada

CONSERVE SEU LIVRO.
Tire cópias dos moldes e da malha.



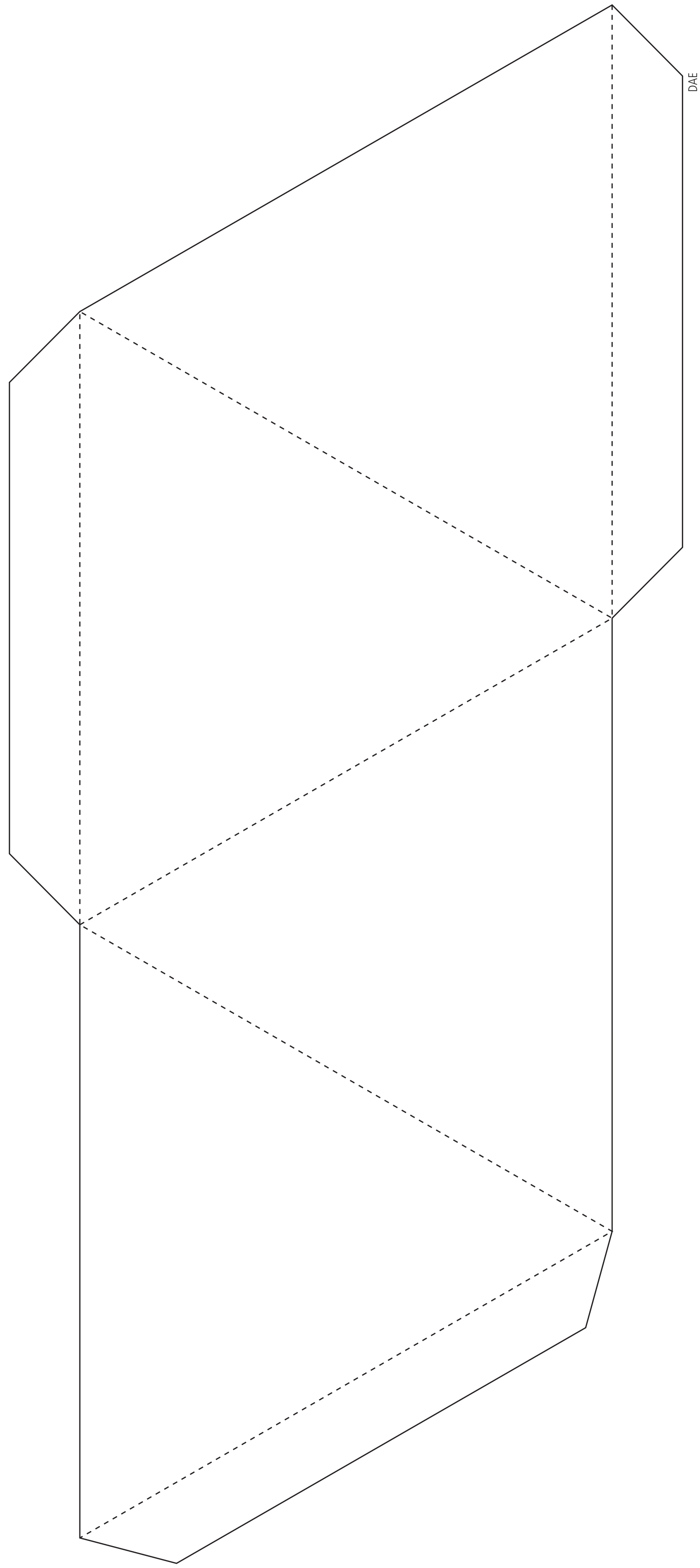
5. Pirâmide de base pentagonal

CONSERVE SEU LIVRO.
Tire cópias dos moldes e da malha.



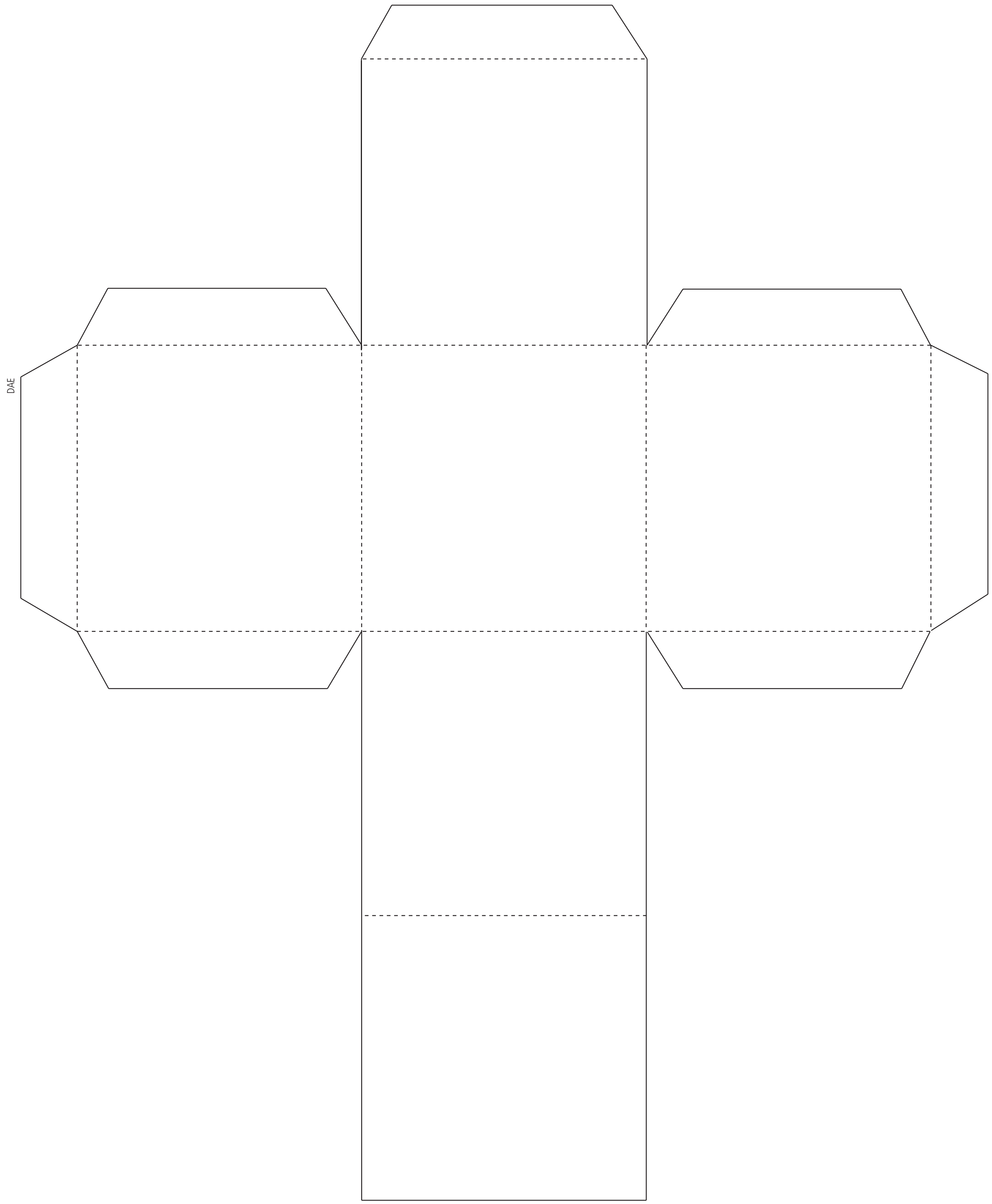
6. Tetraedo regular (atividade *Poliedros regulares*)

CONSERVE SEU LIVRO.
Tire cópias dos moldes e da malha.



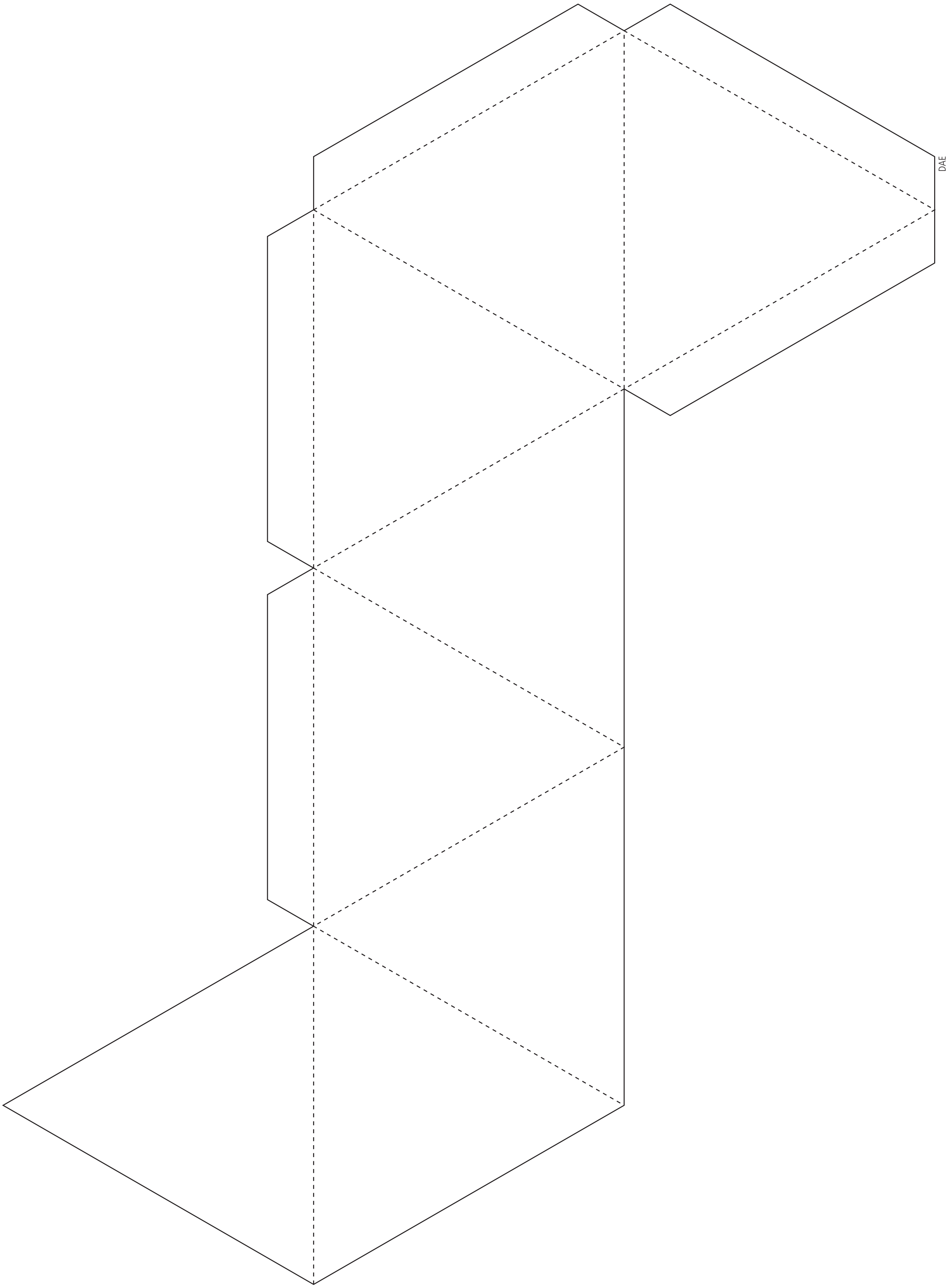
7. Cubo ou hexaedro regular

CONSERVE SEU LIVRO.
Tire cópias dos moldes e da malha.



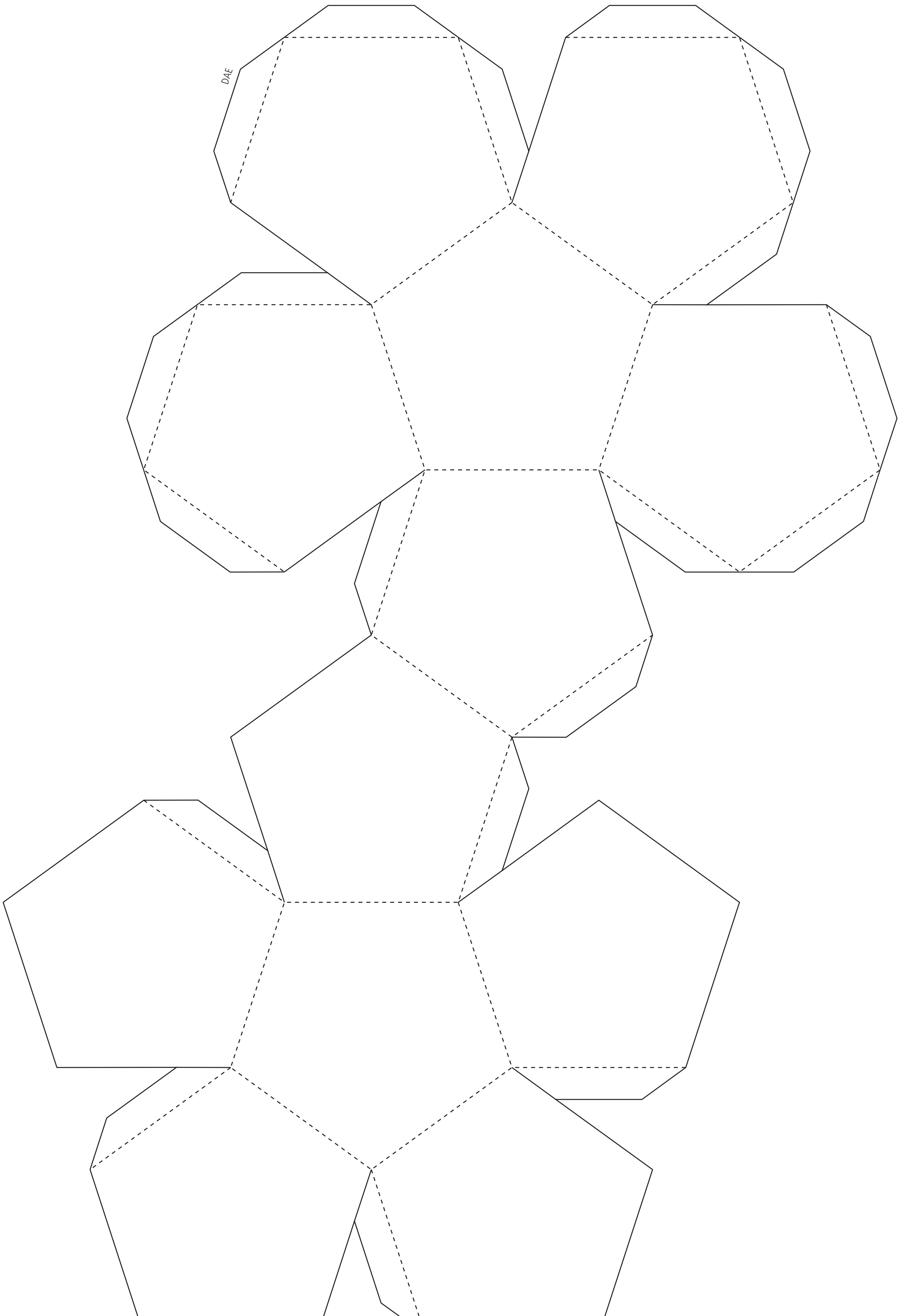
8. Octaedro regular

CONSERVE SEU LIVRO.
Tire cópias dos moldes e da malha.



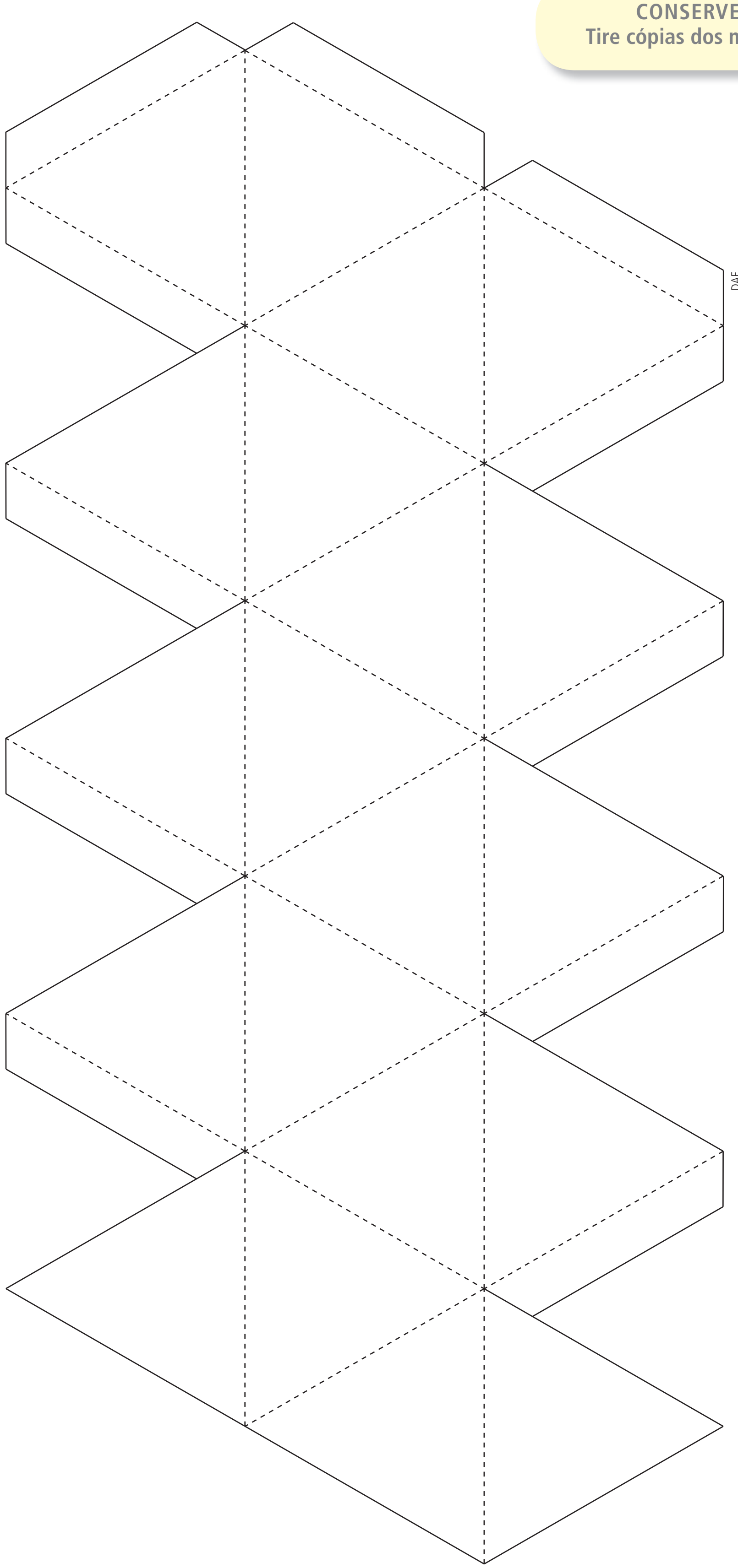
9. Dodecaedro regular

CONSERVE SEU LIVRO.
Tire cópias dos moldes e da malha.



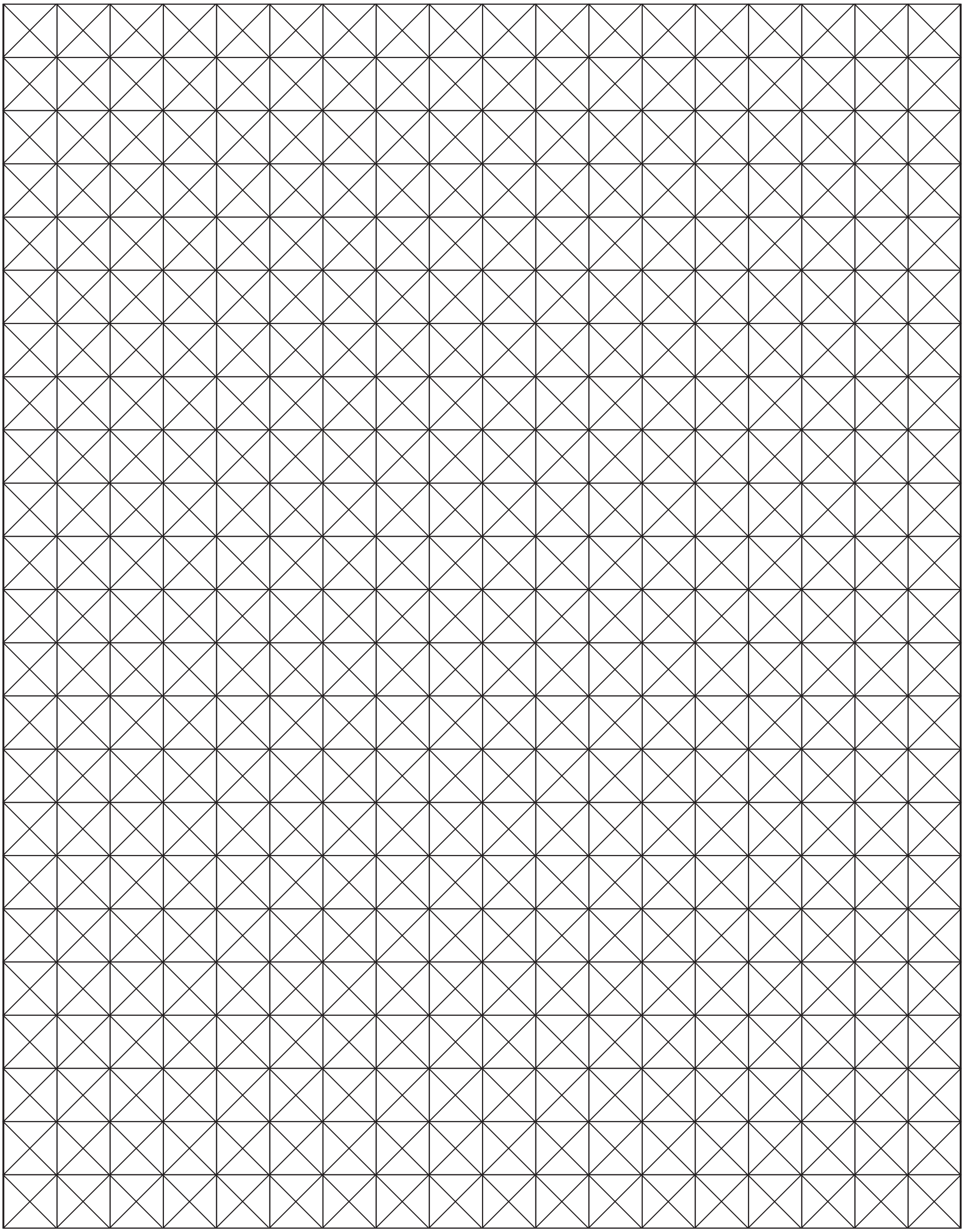
10. Icosaedro regular

CONSERVE SEU LIVRO.
Tire cópias dos moldes e da malha.



11. Malha triangular

CONSERVE SEU LIVRO.
Tire cópias dos moldes e da malha.



DAE

Respostas dos exercícios

UNIDADE 1

Exercícios

Página 9

1. 1 847
2. a) 59 000
b) 2 000 999
3. 81
4. a) Resposta pessoal.
b) 25 pessoas; 13º lugar
5. 19 e 17
6. a) 7
b) 40
c) 9
7. 2 e 12
8. a) 25, 47, 95, 119, 123 e 141
b) 4 cartas
c) Cinco vezes.

Página 11

9. André: 640 m; Bento: 720 m; César: 840 m.
10. a) Três milhões, oitocentos e sessenta mil, novecentos e oitenta e dois.
b) 80; 800 000
11. 9 zeros; 12 zeros
12. O planeta Terra tem cerca de 7 000 000 000 de habitantes.
13. $n + 1$
14. a) São Paulo; Cuiabá.
b) Cuiabá e Natal.
c) 551 350, 803 811, 1 746 896, 1 802 525, 2 562 963, 11 244 369
15. a) 345 e 354
b) 435 e 453
c) 534 e 543
d) 6

Página 14

16. a) F c) V
b) V d) F
17. 136, 144, 152, 160 e 168
18. Sim.
19. a) 12, 15, 18, 21
b) 9, 11, 13, 15
20. 11, 16, 46 e 89
21. 27
22. a) O número 12.
b) Eles têm número igual de divisores.
c) O número 1.
d) O próprio número.
23. 35, 45, 55, 65 e 75
24. 40
25. a) Sim. Porque 5 é divisor de 35.
b) Não. Porque 4 não é divisor de 35.
c) Pode haver 7 grupos de 5 alunos.

Página 15

26. C
27. 37, 41, 23 e 11
28. a) A = 175, B = 5 e C = 7
b) A = 120, B = 2, C = 15 e D = 5
29. c
30. d

Página 18

31. a) 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24 e 28
b) 0, 12 e 24
c) 12
32. 5 vezes
33. 1, 2 e 4; 4
34. b
35. 30 dias
36. O primeiro modelo. Utilizará 28 caixas.
37. Três caixas formadas por 4 amarelas, 5 azuis e 6 verdes.
38. 59 laranjas

Revisando

Página 20

39. a) V c) V
b) F d) F
40. 754
41. R$ 2.005.144,00
42. a) 40; 108
b) $4n$
43. a) 20 alunos
b) 8 alunos
44. 223
45. Par; par.
46. Ímpar.
47. Domingo.
48. 37 bandeirolas
49. 3 ou 7

Página 21

50. 16 bombons
51. b
52. b
53. 30 003, 30 030, 30 300 e 33 000
54. 600 g
55. 400 g, 350 g e 250 g
56. 84 cm
57. 2,28 m

Página 22

58. a) 77 e 78; 2 números
b) 51, 52 e 53; 3 números
c) 67 números
59. 20 páginas
60. b
61. c
62. c
63. b

Página 23

64. 40 segundos
65. 10 tipos
66. a) 104 mulheres e crianças
b) 54 homens

Desafios

67. R$ 177,00
68. 12 livros
69. 5 lápis
70. a) 888
b) 987, 978, 897, 879, 798 e 789
c) 996, 969 e 699

Autoavaliação

Página 24

71. d
72. a
73. d
74. a
75. b
76. b
77. c
78. b

UNIDADE 2

Exercícios

Página 28

1. **b** e **d**
2. a) $\frac{3}{7}$
b) $\frac{1}{3}$
c) $\frac{1}{12}$
3. A: $\frac{7}{10}$; 0,7
B: $\frac{5}{10}$; 0,5
C: $\frac{4}{10}$; 0,4
4. a) $\frac{8}{10} = 0{,}8$ c) $\frac{9}{8} = 1{,}125$
b) $\frac{4}{25} = 0{,}16$ d) $\frac{41}{20} = 2{,}05$
5. a) $\frac{13}{2}$ c) $\frac{78}{25}$
b) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{26}{25}$
6. a) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{10}$
b) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{3}{100}$
7.

Fração	$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{8}{3}$
Número decimal	0,25	0,333...	0,4	2,666...

$\frac{2}{6}$ e $\frac{8}{3}$
8. a) F c) V
b) V d) V
9. 2,25 kg

Página 29

10. 38 080 metros
11. b
12. b
13. R$ 20,50
14. d
15. a
16. R$ 21,02

Seção livre

Página 30

a) 2004 e 2010
b) 58,88
c) Pode ter causado danos graves em regiões onde vivem muitas pessoas.

Página 33

17. a) $\frac{9}{6}$ e $\frac{3}{2}$
b) Frações equivalentes.
c) Sim.
18. a) $\frac{6}{9}$ c) $\frac{10}{12}$
b) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{8}$

19. Dividindo o bolo em duas partes iguais.

20. a) $\frac{5}{15}$ b) $\frac{10}{30}$

21. a) $\frac{6}{2}$ e $\frac{18}{6}$

b) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{7}$ e $\frac{4}{8}$

c) $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$, $\frac{6}{2} = \frac{18}{6}$

22. a) 7, 14, 30, 28

b) 22, 60, 44, 100

23. $\frac{30}{64}$

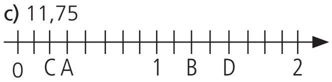
Página 35

24. a) 9,8

b) 14,5

c) 11,75

25.



26. a) Chá.

b) Refrigerante e água.

c) Leite.

d) Laranjada.

27. a) 0,83

b) 0,799

c) 0,8 e 0,800

28. a) Sim.

b) O bolo Espetacular.

c) O bolo Delícia.

29. Caneta.

30. Ari.

Página 37

31. a) 1 d) 1

b) $\frac{1}{2}$ e) 1

c) $\frac{1}{2}$ f) 3

32. 1 torta inteira

33. a) $\frac{17}{30}$ b) $\frac{13}{30}$

34. $\frac{1}{6}$

35. a) 4,5

b) 3,4

c) 5

d) 6

36. R$ 5,20

37. R$ 17,28

38. a) Muçarela: 4 pizzas; atum: 6 pizzas.

b) 10 pizzas

39. a) 12 d) 20

b) 48 e) 50

c) 96 f) 4

Página 38

40. 6 saquinhos

41. a) $\frac{7}{12}$ d) 30

b) $\frac{9}{10}$ e) $\frac{14}{5}$

c) $\frac{5}{8}$ f) 3

42. a) $3\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{4}\right) = \frac{39}{20}$

b) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : 2 = \frac{5}{12}$

43. a) $\frac{36}{25}$

b) $\frac{64}{5}$

44. $\frac{29}{20}$

45. a) 1,8

b) 9,6

46. 76 copos

47. a) 15

b) 11,2

c) 17,5

d) 0,15

48. Açúcar: R$ 3,28; café: R$ 12,30; feijão: R$ 4,80, alho: R$ 3,17; óleo: R$ 3,42; água: R$ 4,25 e total a pagar: R$ 31,22.

Página 41

49. a) A área do quadrado vermelho.

b) A área do quadrado azul.

c) A área total da figura.

50. a) 0,36

b) 10,24

c) 0,064

51. a) 2,25

b) 26,01

c) 0,343

d) 1,331

e) 0,0081

f) 102,01

52. $0,6^2 = 0,36$

53. a) 0,028

b) 2,99

c) 1,008

d) 0,25

e) 0,49

f) 5,95

54. a) 0,4

b) São iguais.

c) $(0,5)^2$

d) $(0,1)^3$

55. a) $2,8 = \sqrt{7,84}$

b) $6,1 = \sqrt{37,21}$

c) $2,5 = \sqrt{6,25}$

d) $7,2 = \sqrt{51,84}$

56. a) 6

b) 10

c) $\frac{6}{10}$

d) 0,6

57. 5,6

58. a) 0,7

b) 0,1

c) 1,3

d) 1,6

59. a) 12,5

b) 1,7

60. 7,56 m²

61. 2

62. 26, 36 e 39

Página 46

63. Não.

64. Lúcio: $6\frac{3}{4}$ h

Mauro: 10 h

65. 12h05min

66. 1 h 4 min 45 s

67. 3 min

68. 13 h 8 min14 s

69. 2 h 2 min 3 s

70. 375 quilômetros

71. 75 min

72. 1 s 384

73. 16h30min

Revisando

Página 48

74. Guilherme: 6 balas; Pedro: 4 balas.

75. 0,2; $\frac{1}{4}$; 0,4; $\frac{1}{2}$; 0,7; $\frac{3}{4}$; 0,9

76. a) $\frac{14}{2}$, $\frac{21}{3}$ (Há outras possibilidades.)

b) $\frac{65}{10}$

c) $\frac{2}{9}$, $\frac{4}{18}$ (Há outras possibilidades.)

d) $\frac{12}{5}$

77. a) A

b) C

78. 0,16 litro

79. a) 8,5

b) 2,1

c) 1,5

d) 3,3

80. 1 pão e meio

81. a) $\frac{17}{30}$ d) $\frac{5}{6}$

b) $\frac{9}{8}$ e) $\frac{13}{5}$

c) $\frac{17}{12}$ f) $\frac{13}{4}$

82. 1,6 m

83. c

Página 49

84. a) José.

b) Rodrigo.

c) 0,05 m

85. a) O percurso de Rodrigo.

b) Mais.

c) $\frac{1}{4}$

86. a) Davi.

b) $\frac{9}{10}$

c) $\frac{1}{10}$

87. 192 calorias

88. 200 gramas

Página 50

89. 20 pacientes

90. a) 0

b) 13,51

c) 1

d) 0,17

91. Porque $3,2^2 = 10,24$.

92. a) 13,5

b) 1,4

93. 12 min

94. A: 0,550 kg; B: 0,325 kg

95. a) R$ 2,50

b) R$ 2,50

c) R$ 1,50

d) R$ 3,70

96. a) 1,5

b) 1,92

97. 0,05

98. 9,1

Página 51

99. 180 pessoas

100. a) $\frac{7}{6}$

b) $\frac{1}{10}$

101. 2 h 15 min
102. 3 min 20 s
103. 6 min 53 s

Desafios

104. 8 kg
105. a) **Cinco** embalagens com 4 latinhas.
Quatro embalagens com 5 latinhas.
Duas embalagens com 4 latinhas mais **duas** embalagens com 6 latinhas.
Duas embalagens com 5 latinhas mais **uma** embalagem com 4 latinhas mais **uma** embalagem com 6 latinhas.
b) Comprando quatro embalagens com 5 latinhas; R$ 16,00.

Seção livre

Página 52

- $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{9}{18} + \frac{6}{18} + \frac{2}{18} = \frac{17}{18}$
- $1 - \frac{17}{18} = \frac{1}{18}$

Página 53

Autoavaliação

106. d
107. c
108. c
109. d
110. c
111. a
112. a
113. d

Página 54

114. d
115. b
116. c
117. c
118. b
119. b
120. b
121. c

UNIDADE 3

Exercícios

Página 57

1. I → B; II → A; III → C
2. a) +10,70
b) –300
c) +8
d) –15
e) –2
f) +527,3
3. a) $\frac{3}{4}; -\frac{1}{4}$
b) $\frac{5}{8}; -\frac{3}{8}$
4. Negativo. –R$ 29,00
5. 3; 2; 1; 0; –1; –2; –3
6. a) 15 °C
b) 5 °C
c) –3 °C
d) 0 °C
7. a) Sim. C
b) A: 59, B: 62, C: 60, D: 57, E: 64
c) +3

Página 59

8. a) B, D, E e G
b) A, C e F
c) +34; –7,2
9. a) +17
b) 0
c) São iguais.
d) –9,8
e) 100
f) +490
g) –369
h) 0,6
10. João, Ari, Carlos e Lúcio.
11. a) –100
b) 10
12. a) –4; 2; 4; 6; 8
b) –17; –8; –5; –2; 1; 4
13. A: $\frac{4}{5}$ kg; B: 0,5 kg; C: 2,8 kg; D: $\frac{5}{2}$ kg
14. a) $<$
b) =
c) $>$
d) $<$
15. a) –1 °C
b) –6 °C
c) +4 °C

Página 62

16. a) A = –4; B = +3; C = –1
b) A = –6; B = +12; C = +6
17. a) abaixo; –2
b) acima; –7
c) abaixo; +6
d) abaixo; +1
e) abaixo; 0
f) acima; +6
g) acima; +2
18. a) –9
b) –164
19. a) +2
b) –1
c) –7
20. Há infinitas possibilidades de resposta.
21. a) 9 e 10
b) 5 e 6
c) –1 e 0
d) –4 e –3
22. +19 e –19; simétricos ou opostos
23. Paulo.
24. a) O simétrico.
b) O módulo.
c) O simétrico de –10.

Página 65

25. a) R$ 23,00
b) –R$ 35,00
c) –R$ 10,00
d) R$ 20,00
e) R$ 0,00
26. a) 5
b) 1
c) –2
d) 0
e) 5
f) –3
g) 6
h) –8
i) 7
j) –2
k) 6
l) 0
27. Retirada de R$ 49,00.
28. a) 570 pontos
b) 435 pontos
c) Carolina (135 pontos).
29. a) –15
b) 11
c) –44
d) 100
e) –600
f) 7,5
g) 9,37
h) –0,3
i) 5,3
j) –1
30. a) $\frac{13}{14}$
b) $-\frac{2}{9}$
c) $\frac{7}{6}$
d) $-\frac{4}{3}$

Página 66

31. 5
32. a) 8
b) –9
c) 2
d) –11
e) 0,05
f) 0,2
g) $-\frac{3}{20}$
h) $\frac{11}{3}$
33. 4 °C
34. Negativo em R$ 47,10.
35. 2,50 kg
36. –19
37. a) –15 + 15 = 0
b) –100 + 103 = 3
c) 42 + 20 = 62
d) –36 + 28 = –8
e) –21 + (–29) = –50

Página 69

38. a) 8
b) 4
c) 0
d) –2
e) –10
f) 100
g) 5,4
h) 0
39. –9 °C
40. 40 °C
41. 7
42. a) 7 gols
b) –5 gols
c) 4 gols
d) 9 gols
43. c

Página 70

44. a) +
b) –
c) –
d) +
46. a) 21
b) –17
c) –7
d) –16
e) –11
f) 20
47. a) 25
b) 19
c) –5
d) 28
e) –6
f) 16
g) 27
h) 13
48. a) 0,15
b) –1,58
c) –1,1
d) –4,6
49. a) $-\frac{4}{5}$
b) $\frac{43}{10}$
c) $\frac{9}{5}$
d) $-\frac{13}{8}$
e) 0

Página 73

50.

–9	–6	–3	+3	+3	+6	+9
–6	–4	–2	+2	+2	+4	+6
–3	–2	–1	+1	+1	+2	+3
–3	–2	–1	0	+1	+2	+3
+3	+2	+1	–1	–1	–2	–3
+6	+4	+2	–2	–2	–4	–6
+9	+6	+3	–3	–3	–6	–9

a) –2
b) –6
c) Troca de sinal.
d) Positivo.
e) Negativo.

51. a) 48 b) 48 c) –48 d) –48 e) 18 f) –35 g) –12 h) –49

52. a) –15 b) –7,8 c) 35 d) 0,52 e) –36 f) –1 g) –96 h) 36

53. a) –10,5
b) 2,88
c) –30
d) –1,8

54. Todos positivos ou um positivo e dois negativos.

55. a) –20
b) –21
c) 21
d) 24

56. a) $2 \cdot (-7) = -14$
b) $3 \cdot (-1{,}8) = -5{,}4$
c) $4 \cdot \left(+\frac{5}{3}\right) = \frac{20}{3}$

57. –2, –4, –8, –16, –32

58. –R$ 34,51

59. +2 e –8

60. a) $-\frac{1}{4}$
b) $-\frac{2}{9}$
c) $\frac{6}{35}$
d) $-\frac{3}{14}$
e) 2
f) $-\frac{8}{3}$

Página 75

61. a) 3
b) –2
c) –5
d) 3
e) –8
f) 4
g) –8
h) 12

62. a) Positivo.
b) Negativo.

63. a) 30
b) –50
c) –20
d) –25

64. a) 3
b) 3
c) –3
d) –40
e) 1
f) –8

65. (–12)

66. a) –21
b) 10
c) 0
d) –18

67. a) 5
b) –620
c) –19,3
d) –310

68. 8

69. a) –10
b) –3
c) 5
d) 6

70. a) $-\frac{1}{5}$
b) $-\frac{3}{8}$
c) $\frac{7}{5}$
d) 100

71. a) $-\frac{5}{6}$
b) $\frac{8}{7}$
c) $-\frac{18}{7}$
d) $-\frac{5}{6}$

72. a) –5
b) –3
c) 9
d) 2

Página 77

73. a) $4^3 = 64$
b) $3^3 = 27$
c) $5^2 = 25$

74. a) 64 b) 64 c) –216 d) 216 e) 0 f) 10 000 g) –32 h) 32 i) 625 j) –1 331 k) –100 000 l) 10 000

75. a) +
b) Expoente par: +
Expoente ímpar: –

76. $(-2)^1 = -2$
$(-2)^0 = 1$

77. c, e, i

78. a) 81 b) –81

79. a) 1 024
b) –2 048

80. a) –1
b) Não há.
c) Não há.
d) –10

81. a) 0,09
b) 2,25
c) –0,008
d) 26,01
e) –0,000 01
f) –0,125

82. $3^3 = 27$

83. a) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$
b) $\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$
c) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243}$
d) $\left(-\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{4}{49}$
e) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$

Página 79

84. Porque $20^2 = 400$.

85. a) 0
b) 1
c) 9
d) 11
e) 13
f) 30

86. Não, pois nenhum número inteiro elevado ao quadrado resulta –25.

87. a) 0,9
b) 10,24; 10,24; 3,2

88. 0,8

89. 29

90. a) 0,8
b) 0,3
c) 1,2
d) 1,5

91. 7,1

92. $4 < \sqrt{18} < 5$

93. 2,3 cm

94. a) $\frac{2}{3}$
b) $\frac{25}{16}$; $\frac{25}{16}$; $\frac{5}{4}$

95. $\frac{1}{2}$

96. a) $\frac{5}{6}$
b) $\frac{10}{9}$
c) 7
d) $-\frac{3}{4}$
e) $\frac{1}{5}$
f) $\frac{3}{2}$

Página 81

97. a) 0
b) –4
c) –6
d) –2

98. a) Ganhou 17 pontos.
b) 4 + (–3) + (+8) + (–5) + (+13)

99. a) –13
b) 6
c) 35

100. a) 13
b) –13
c) –36
d) –1
e) 3
f) 2

101. a) 36
b) 11
c) –60
d) –6
e) 16
f) 15

102. a) –10
b) –16
c) 9
103. a) 2
b) 3
c) –1
d) 6
104. a) –0,7
b) $\frac{1}{15}$
c) 8,8
105. a) $-\frac{5}{2}$
b) $\frac{3}{2}$
c) $\frac{11}{30}$
d) $-\frac{41}{20}$
106. a) $\frac{7}{9}$
b) $-\frac{3}{4}$
c) $-\frac{1}{9}$
d) $\frac{11}{8}$

Revisando

Página 82

107. a) +9
b) –15
c) –3
d) +6
e) –20
108. a) +1
b) –6
c) –5
d) –6
e) –5
109. C
110. –10; $-\frac{3}{2}$; 0; $\frac{1}{2}$; 3,9; 4
111. –1, 0, 1, 2 e 3
112. a) Em 2009 e 2010.
b) Em 2008 e 2011.
c) Prejuízo.
d) Em 2010.
e) –40 milhões
f) 10 milhões

Página 83

113. –54
114. a) 14
b) 12
c) –15
d) –6
115. a) 10
b) –1
c) –28
d) 38
e) –17
f) –60
116. –R$ 120,00
117. a) 4; –6
b) (–2) + (+2); (–1) + (+1); 0 + 0
118. +16
119. d
120. b
121. 10 copos

Página 84

122. –23
123. a) 3 – 3; –2 + 2
b) –5 + 2
c) 3 · (–5)
d) (–2) · (–5)
e) 3 · (–2); 2 · (–3)
f) 2 · 3 · 4; (–2) · (–3) · 4
124. a) –9
b) –35
c) –25
d) 14
125. a) $\frac{19}{27}$
b) $\frac{17}{2}$
c) 0
d) $\frac{19}{4}$
e) –1
f) $-\frac{5}{12}$
g) $\frac{15}{4}$
h) 6

Desafios

126. 61 pontos
127. a) 9
b) –5
c) 3
d) 5
128. 2^{31}
129. –5
130. –280
131. 2

Autoavaliação

Página 85

132. b
133. a
134. d
135. c
136. a
137. c
138. c
139. d

Página 86

140. d
141. b
142. c
143. a
144. b
145. d
146. a
147. a
148. a

UNIDADE 4

Exercícios

Página 89

1. a) $\frac{1}{6}$
b) $\frac{6}{7}$
c) $\frac{1}{7}$
2. a) $\frac{2}{3}$
b) $\frac{3}{2}$
c) $\frac{7}{20}$
d) 2
e) $\frac{3}{8}$
f) $\frac{1}{7}$
g) $\frac{1}{20}$
h) $\frac{5}{4}$
3. Sim.
4. $\frac{1}{3}$
5. C
6. Na situação 1.

Página 91

7. a) 5
b) 3
c) 6
d) 770
e) 8
f) 30
8. 64 cravos
9. 80 gramas
10. a) R$ 10,75
b) R$ 2,56
c) R$ 1,40
d) R$ 9,80
11. 10 pastéis de palmito
12. 21 meninos
13. 12 m

Página 95

14. 86,4 m
15. 80 km
16. a) 3,5 m por 5 m
b) 1,5 m por 3 m
c) 4 m por 5 m
17. 1 400 m
18. 20 m²
19. 1 : 30
20. 1 : 100
21. 1 950 km

Página 99

22. $\frac{1}{2}$
23. $\frac{2}{5}$
24. a) $\frac{1}{10}$
b) $\frac{1}{2}$
c) $\frac{3}{10}$
d) 0
e) $\frac{3}{10}$
25. R$ 37,50
26. a) 20 L
b) 350 km
c) A distância que se percorre com 1 litro de gasolina.
27. Resposta pessoal.

Página 103

28. Sim.
29.

Livros (dados)	1	3	4	8	9	12	15
Revistas (recebidas)	4	12	16	32	36	48	60

30. **a)** 1,5 h
b) 100 km
c) 250; 300; 350; 400
d) 3,5 h
e) Aumenta.
f) Diminui.
g) 100; É a razão entre as grandezas.
31. **a)** 250 fotocópias; 750 fotocópias
b) 132 segundos
c) A primeira.

Página 107

32. **a)** 72 dias
b) 24 dias
c) 20 páginas
d) 14,4 dias; 12 dias
e) Diminui.
f) Aumenta.
g) 360
33. $a = 3$; $b = 6$; $c = 6$. Inversamente proporcionais.
34. **a)** menor **b)** maior
35. 20
36. 4 horas
37. 4 dias
38. **a)** Não. **b)** Resposta pessoal.

Seção livre

Página 108

- 720 000 km
- 50 km
- Aproximadamente 30 km.

Revisando

Página 109

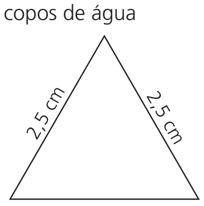
39. Receita A.
40. O da 3ª xícara.
41. **a)** Resposta pessoal.
b) 25 xícaras
42. A = 204; B = 306; C = 612; D = 2 040
43. **a)** 12 **b)** 9
44. 105 latas
45. **a)** $\frac{3}{8}$
b) $\frac{5}{8}$
c) 1 500 camisas

Página 110

46. **a)** Sair bolinha branca (por exemplo).
b) Sair bolinha preta.
c) Sair bolinha azul.
47. Luís.
48. 63 anos
49. 12 folhas de alface
50. 24 cm
51. 25 palitos

Página 111

52. 24,6 km/h
53. 3 minutos
54. 82,5 kg de farinha; 30 kg de açúcar; 20 kg de frutas cristalizadas
55. $a = 12$; $b = 0,75$; $c = 24$; $d = 9$
56. 10 copos de suco concentrado com 25 copos de água
57.



58. 9,6 cm
59. 50 m
60. 18 km

Página 112

61. Sim.
62. 42 litros
63. 3 840 calorias
64. **a)** 9 dias **b)** Não.
65. 60 km/h

Desafios

66. A
67. **a)** 38,5 segundos **b)** 9 andares
68. 306 km
69. 6 crianças
70. b

Autoavaliação

Página 113

71. d
72. b
73. b
74. d
75. c
76. b

Página 114

77. d
78. c
79. c
80. d
81. b
82. d

UNIDADE 5

Exercícios

Página 117

1. **a)** 40% **c)** 50%
b) 25%
2.

Fração	$\frac{13}{100}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{100}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{12}{25}$
Decimal	0,13	0,4	0,35	0,8	0,07	1,5	0,48
Porcentagem	13%	40%	35%	80%	7%	150%	48%

3. **a)** E **c)** I
b) K **d)** C
4. Juliana.
5. **a)** R$ 600,00 **c)** R$ 4.592,00
b) R$ 1.218,00 **d)** R$ 175,00
6. **a)** R$ 30,00 **d)** R$ 330,00
b) R$ 270,00 **e)** R$ 450,00
c) R$ 300,00 **f)** R$ 600,00
7. **a)** R$ 350,00 **d)** R$ 100,80
b) R$ 196,00 **e)** R$ 63,00
c) R$ 179,20 **f)** R$ 91,00
8. R$ 540,00

Página 119

9.

Esporte	Número de praticantes	Porcentagem
Futebol	300	50%
Vôlei	150	25%
Basquete	120	20%
Atletismo	30	5%

10. Pimenta: 1%; sal: 15%; cebola: 30%; alho: 9%; azeite: 45%.
11. **a)** 50%
b) 25%
c) 37,5%
12. **a)** R$ 6,90
b) 15%
13. 35%
14. 18%

Página 121

15. **a)** 70
b) 230
16. 530 alunos
17. 180 000 acidentes
18. R$ 800,00
19. R$ 400,00
20. 400 m²
21. 300 pessoas

	Número de comparecimentos	Lotação
5ª feira	126	42%
6ª feira	150	50%
Sábado	225	75%
Domingo	270	90%

Página 124

22. **a)** R$ 310,00
b) R$ 120,00
c) R$ 230,00
d) R$ 240,00
23.

	100%	10%	1%	0,1%	0,01%
6 000	6 000	600	60	6	0,6
25 000	25 000	2 500	250	25	2,5

24. R$ 77,28
25. R$ 3.025,00. Não. Custará mais do que 20%.
26. R$ 1.230,00
27. **a)** R$ 180,00
b) R$ 170,00
28. Na loja A. Na loja B, o preço é de R$ 36,45.
29. Não volta ao preço inicial.
30. Volta ao preço inicial.

Seção livre

Página 125

1,3 m

Revisando

Página 126

31. 5,4 kg
32. 2,17 litros
33. 20%
34. **a)** R$ 55,00
b) 20%
35. R$ 51,00
36. R$ 120,00

Página 127

37. R$ 216,00
38. 36%
39. 98 mulheres

Desafios

40. **a)** R$ 57,20
b) R$ 200,00
c) 20%

41. R$ 0,25
42. **a)** Sim.
b) Não.

Autoavaliação

Página 128

43. a
44. b
45. c
46. d
47. d
48. c
49. c
50. b
51. b

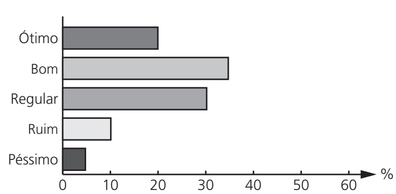
UNIDADE 6

Exercícios

Página 131

1.

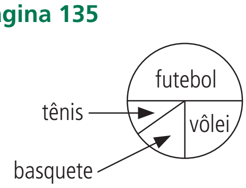
Péssimo	3	5%
Ruim	6	10%
Regular	18	30%
Bom	21	35%
Ótimo	12	20%
Total	60	100%



2. **a)** 20%
b) C
c) 35 alunos
3. **a)** Não.
b) Sim.
c) 5 400 pessoas
d) 30%
e) Sim.

Página 135

4.

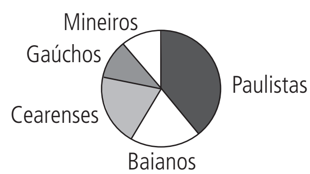


5. **a)** 3 alunos
b) 4 alunos
c) 12 alunos
6. **a)** MPB; 39 CDs.
b) Rock; 6 CDs.
c) Clássicos e Sertanejo.
d) Outros.
7. **a)** Leitura: 1 hora;
diversos: 3 horas;
sono: 8 horas;
escola: 5 horas;
estudo: 6 horas;
lazer: 1 hora.

b)

Nº de horas	Ângulo central (em graus)
1	15°
2	30°
3	45°
5	75°
8	120°
9	135°
12	180°
14	210°

8.



Página 137

9. **a)** 700 latinhas
b) Fevereiro.
c) 1 100 latinhas
10. **a)** 120 alunos
b) Primavera.
c) 555 alunos
11. **a)** 5 000
b) Revista de Política: 50 000
Revista de Arquitetura: 17 500
Revista de Plantas: 6 250
12. 27 litros; 21 litros

Página 139

13. **a)** 804 **b)** 209
14. R$ 12,50
15. 14 776 quilômetros
16. **a)** 5 partidas
b) 18 gols
c) 3,6 gols
17. 84
18. 6,2 kg
19. 23 anos
20. **a)** 60 kg
b) R$ 78,00
c) R$ 1,30

Página 140

21. d
22. c
23. c
24. a
25. e
26. b
27. b

Seção livre

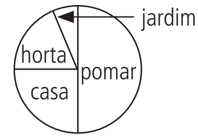
Página 141

a) 1996 – 15
2000 – 12
2004 – 10
2008 – 15
b) 13 medalhas
c) 9 medalhas de ouro

Revisando

Página 143

28. **a)** 18 jogos
b) 9 jogos
c) Fevereiro.
d) Março.
29. c
30.



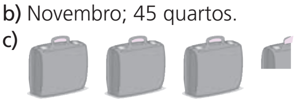
31.

	Porcentagem	Despesas (R$)
TV	37,5%	18 750
Jornais	25%	12 500
Rádio	17,5%	8 750
Revistas	12%	6 000
Correio	8%	4 000
Total	100%	50 000

32. **a)** Laranja.
b) 90°
c) 126°

Página 144

33. b
34. **a)** 50 quartos
b) Novembro; 45 quartos.
c)



35. **a)** 28
b) Sábado.
c) 196 pães
d) 126 pães

Página 145

36. **a)** Março e abril.
b) 200 cadeiras
c) Sim. O estoque era suficiente.
37. **a)** Futebol.
b) 27 alunos
c) Tênis.
d) 8 alunos
38. **a)** 50 funcionários
b) 34 funcionários

Página 146

39. **a)** 2,5 latas
b) 14 latas
c) 10,5 latas
40. R$ 23,50
41. R$ 6,50
42. R$ 73,00
43. Resposta pessoal.

Página147

44. 49
45. –1 °C
46. b
47. R$ 1,90

Desafios

48. a
49. **a)** 40%
b) 64°

Autoavaliação

Página 148

50. c
51. a
52. a
53. b

Página 149
54. d
55. a
56. b
57. b
58. b
59. d

Página 150
60. c
61. c
62. b
63. d
64. c
65. b

UNIDADE 7

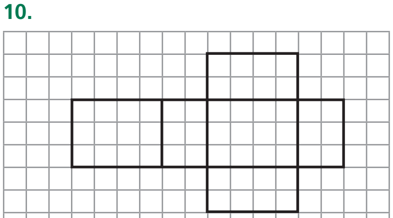
Exercícios

Página 153
1. **a)** B, D, E, F e G
b) A, C e H
c) D, E e G
d) B e E
2. poliedros; faces
3. **a)** A, B, C, H, J, K e L
b) D, E, F, G e I
4. A – 8; B – 6; C – 5; D – 7

Página 157
5. **a)** quadrado; pirâmide quadrangular; prisma quadrangular
b) pentágono; pirâmide pentagonal; prisma pentagonal
c) hexágono; pirâmide hexagonal; prisma hexagonal
6. **a)** Cubo.
b) Qualquer prisma.
c) Pirâmide quadrangular.
d) Bloco retangular.
(Há outras possibilidades de resposta.)
7.

I	6	8	12	14	14
II	6	8	12	14	14
III	5	5	8	10	10
IV	6	6	10	12	12
V	5	6	9	11	11

Página 158
8. **a)** A figura III.
b) Prisma de base hexagonal.
c) 6 retângulos e 2 hexágonos
d) 18 arestas; 12 vértices
e) Sim, pois serão necessários apenas 90 cm de barbante.
9. 100 caixas
10.



11. **a)** da frente: 1; de trás: 6; de cima: 4; de baixo: 3; do lado direito: 2; do lado esquerdo: 5
b) da frente: 2 e 6; de trás: 5 e 1; de cima: 1 e 3; de baixo: 6 e 4; do lado direito: 5; do lado esquerdo: 3 ou 4.

Página 164
12. Laranja.
13. **a)** Cilindro.
b) Cone.
14. **a)** V
b) V
c) V
15. Cilindro.
16. A – cone; B – cilindro.
17. **a)** B, D e E
b) Um tronco de cone e um cone.
c) Um tronco de pirâmide e uma pirâmide.

Revisando

Página 165
18. **a)** A, C, D, E e F
b) D e F
c) B
d) E
19. **a)** D
b) D
c) B
d) A
20. Sim. E.
21. Pirâmide hexagonal.
22. **a)** 6 faces
b) 8 vértices
c) 12 arestas
d) 7 faces
e) 10 vértices
f) 15 arestas
g) Triângulo; quadrados; pentágonos.
23. Um cilindro.
24. Pirâmide.

Página 166
25. **a)**

	Bolinhas	Canudinhos
1ª construção	8	12
2ª construção	6	9

b) 15 canudinhos
c) 3
26. 16 vértices; 24 arestas
27. 7 vértices; 12 arestas

Desafios
28. **a)** 11 faces
b) 11 vértices
c) 20 arestas
29. 51 caixotes
30. **a)** 27 pequenos cubos
b) 1 pequeno cubo
c) 12 pequenos cubos
d) 8 pequenos cubos

Autoavaliação

Página 168
31. a
32. d
33. b
34. a

Página 169
35. c
36. b
37. c
38. b
39. c

Página 170
40. a
41. d
42. c
43. b
44. c
45. d

UNIDADE 8

Exercícios

Página 174
1. **a)** 45 cm^2
b) 24 cm^2
c) 27 cm^2
2. 2 cm^2
3. **a)** B, D e F
b) Figura com 15 quadradinhos de área.
c) Retângulo com 16 quadradinhos de área.
4. 36 peças

Página 177
5. **a)** 70 000
b) 5 000
c) 138 500
d) 1
e) 8 000 000
f) 2 500 000
g) 6
h) 0,48
6. 200 000 m^2
7. 58 200 m^2
8. 12,3 hectares
9. **a)** 82 600 000 km^2
b) Maior.
10. 1,452 km^2
11. 150 000 m^2
12. 780 000 habitantes
13. 1 432 hab./km^2
14. 35 000 km^2

Página 181
15. 106 m^2
16. 28 m^2
17. 9,40 m^2
18. 15 m^2
19. 15 m^2
20. Resposta pessoal.
21. **a)** 16 m
b) B
22. 30 m

Página 187
23. 12 m^2
24. **a)** 165,6 m^2
b) 184,2 m^2
c) 125 m^2
d) 190 m^2
25. Não ganhou, nem perdeu.
26. **a)** 64 cm^2
b) 24 cm^2
27. 109 m^2

Página 188
28. 1 170 min ou 19 h e 30 min

29. Em V.
30. Porque têm bases de mesma medida e alturas de mesma medida.
31. 28 cm²
32. R$ 6,00
33. a) 98 m²
b) 1 302 m²

Página 191
34. a) 70 L
b) 83,6 L
c) 5 000 L
d) 2 800 L
e) 3,5 L
f) 0,092 L
35. 6 litros
36. 2,45 L
37. a) 720 cm³
b) 1 500 cm³
c) 5 000 cm³
38. Faltar; 20 mL.
39. 20 copos
40. 1 200 garrafas
41. 8 m³
42. 1 200 cm³
43. 121 170 litros
44. A embalagem de 1,5 L.

Revisando

Página 192
45. R$ 88.000,00
46. 12 cm²
47. Perímetro: 48 cm
Área: 72 cm²
48. a) 600 m²
b) 16 m
49. a) R$ 89,36
b) R$ 51,06
50. B, C, A e D.
51. 0,7616 m²; 1,3984 m²

Página 193
52. a) 150 mL
b) 200 mililitros
53. A, D e H; B, F e I; C, E e G.
54. 3 000 embalagens
55. 1,5 L
56. a) 6 placas de vidro
b) 0,6 m²; 0,48 m²; 0,20 m²
c) 2,56 m²
d) 240 L
57. 432 km
58. 3 808 cm³

Página 194
59. a) 90 minutos
b) 2 600 litros
60. I, F, J, O, L, M, H
61. 330 cm²

Desafios
62. R$ 1.620,00
63. c
64. 50 cm

Autoavaliação

Página 195
65. d
66. a
67. c
68. a
69. a
70. d

Página 196
71. d
72. a
73. c
74. a
75. c
76. c

UNIDADE 9

Exercícios

Página 201
1. a) 15
b) 23
c) 43
2. d
3. 15, 16 e 17
4. a, c, d
5. a, d
6. 7 kg
7. a) 6
b) –5
c) –10
8. a) 8
b) 10
c) –2
d) 0
e) 199
f) 516
g) –4
h) 772
9. Sim.
10. a) 2
b) 24
c) –3
d) –5
e) –18
f) –57

Página 202
11. 5 kg
12. a) 15
b) 7
13. a) 2
b) 0
c) $\frac{1}{4}$
d) –3
14. b
15. a) 6
b) 2
c) $\frac{7}{2}$
d) –5
e) 3
f) –1
16. 6
17. a) 21
b) –21
18. a) 16
b) –16
c) 12
d) –15
19. a) 2
b) 12
20. a) 7
b) 0
c) –2
d) $\frac{23}{8}$
21. 30
22. a) –4
b) 14
c) –26
d) 4
e) 10
f) 65

Página 205
23. 16 kg
24. a) 2
b) 23
c) 10
d) $\frac{7}{2}$
e) –5
f) 1,5
25. a) Cometeu um erro na 4ª linha.
b) $x = \frac{15}{7}$
26. –150
27. a) $x + 2(x + 1) = 206$
b) 68
28. 14 quilômetros
29. a) 2
b) $-\frac{1}{3}$
c) 7
d) 6
e) 4
f) $-\frac{1}{3}$
g) 3
30. a) O perímetro do retângulo, em centímetros.
b) $x = 13$
c) 70 cm²

Página 208
31. a, b, d
32. a) 5 kg
b) $2m + 7 = m + 12$
33. a) 6 canetas
b) $2x + 2 = x + 8$
34. –32, –31 e –30
35. a) 4
b) 6
c) 4
d) –11
e) 0
f) $\frac{11}{2}$
g) 0,7
h) 7
36. 5 cm
37. a) $\frac{29}{2}$
b) $\frac{7}{3}$
c) $-\frac{3}{8}$
d) –2
38. 19

Página 211
39. $\frac{5}{3}$
40. R$ 75,00
41. a) 2
b) 8
c) $\frac{12}{5}$
d) –12
42. 12 fichas
43. 16 peixes
44. a) 15
b) 30
45. a) $\frac{14}{3}$
b) –4
c) $\frac{37}{11}$
d) –4
46. a)

	Há 6 anos	Hoje	Daqui a 8 anos
Rodolfo	$x - 6$	x	$x + 8$

b) 20 anos
47. 85 mm, 75 mm e 110 mm

Revisando

Página 212
48. a) 5
b) 10
c) –6
d) 8
e) 0,4
f) 60
g) $\frac{1}{2}$
h) 0,4
i) 2
j) 25
49. 4 kg
50. $x = 12$

51. 22,5 kg
52. 600 g
53. a) –11
b) 5
c) –1,54
d) $-\frac{3}{8}$
e) –25
f) 4
54. $x = 5$
55. 7 m
56. R$ 40,00

Página 213

57. a) $x = 2$ cm
b) $x = 3$ cm
58. 1 000 coxinhas
59. 10
60. 80 L
61. a) 2
b) 18
c) 2
d) $\frac{16}{5}$
e) –8
62. R$ 537,50
63. R$ 900,00
64. a) 6
b) –1

Página 214

65. a)

	Hoje	Daqui a x anos
Carlos	17	$17 + x$
Mário	15	$15 + x$

b) 20 anos
66. 5 anos
67. a) 9
b) 59
c) $\frac{13}{6}$
68. 7 meninas

Desafios

69. 6 meses
70. 96 centavos
71. 10 vendedores
72. 40 bombons
73. 40 kg

Seção livre

Página 215

168

Autoavaliação

Página 216

74. a
75. d
76. c
77. d
78. c
79. a
80. d
81. b
82. a

Página 217

83. b
84. d
85. d
86. d
87. c
88. a

Página 218

89. a
90. b
91. b
92. b
93. a
94. c

UNIDADE 10

Exercícios

Página 221

1. Dez é maior que oito. Sim. Oito é menor que dez.
2. Não. Podemos afirmar que é mais que 1 kg e menos que 2 kg.
3. a) C
b) E
c) E
d) C
e) C
f) E
g) C
h) C
4. a) 2%
b) 5%
c) 5%
d) 10%
e) 10%
f) 10%
g) 15%
h) 15%
i) 15%
5. a) <; <
b) >; >
6. Sim.
7. $2x < 8$

Página 223

8. Situação 1: $x \leqslant 8$.
Situação 2: $x \geqslant 21$.
9. b, d, f
10. a, c, d
11. a) $3x + 5 = 11$
b) 2 kg
12. a) $3x + 5 < 11$
b) Menos de 2 kg.
13. a) $3x + 5 > 11$
b) Mais de 2 kg.
14. a) Sim. Sim.
b) Não.
c) R$ 8,00
15. a) Sim. Não.
b) $3x + 7 \leqslant 54$
c) 15, 14, 13, ..., 2, 1, 0

Página 225

16. a) $3x > x + 5$
b) Por exemplo: $x = 7$ e $x = 8$.
c) $x > \frac{5}{2}$
17. a) $x < 5$
b) $x \leqslant 4$
c) $x < -8$
d) $x < -12$
e) $x < -\frac{1}{2}$
f) $x > 1$
g) $x > -\frac{1}{3}$
h) $x < \frac{23}{3}$
18. x deve ser maior que 3,5 cm
19. a) $x > -2$ b) $x < 12$
20. 7,1
21. É menor que 36 anos.
22. 1, 2, 3, 4 ou 5 cm
23. Menos do que 12 minutos.

Página 227

24. a) $x < \frac{4}{3}$
b) $x \leqslant \frac{5}{6}$
c) $x > 1$
d) $x > 1$
e) $x \leqslant 9$
f) $x \geqslant -4$
25. a) Sim. Não.
b) 17 copos
26. x deve ser maior que 8 cm
27. 21 anos
28. V
29. c
30. a) $x > \frac{5}{7}$
b) $x < 6$
c) $x > 2$
d) $x < \frac{15}{4}$

Revisando

Página 228

31. a) $x > 4,8$
b) $x > 15$
32. R$ 20,00
33. a) $x \geqslant 2$
b) $x < -8$
c) $x > \frac{7}{2}$
d) $x > -2$
e) $x \leqslant 9,6$
f) $x > 1,6$
g) $x < \frac{11}{5}$
34. $x > \frac{1}{6}$

Desafios

35. d
36. 17
37. a

Seção livre

Página 229

38. Menos da metade.
39. a) 270 km b) 405 km
40. Significa que os automóveis podem se deslocar com velocidades que variam de 0 a 60 km/h ou 0 < velocidade ⩽ 60 km/h.
41. c
42. I – 1º prato: 3 laranjas
2º prato: 3 laranjas
De lado: 3 laranjas
II – 1º prato: 1 laranja
2º prato: 1 laranja
De lado: 1 laranja
Pesagem I: descobrimos o grupo mais leve.
Pesagem II: tomando as 3 laranjas desse mesmo grupo, descobrimos a laranja mais leve.

Autoavaliação

Página 230

43. d
44. b
45. d
46. b
47. c
48. b
49. d
50. c

UNIDADE 11

Exercícios

Página 233

1. c

2.

De	Para	Medida do ângulo
2	3	30°
3	6	90°
6	8	60°
8	2	180°

3. b
4. a
5. c

Página 238

6. a) Não. c) Sim.
b) Sim. d) Não.
7. a) 58°
b) 39°
c) $med(E\hat{B}D) > med(D\hat{B}C) > med(A\hat{B}F) >$
$> med(F\hat{B}E)$
8. 129°
9. a) Por exemplo: $A\hat{B}C$ e $C\hat{B}D$.
b) Por exemplo: $E\hat{B}A$ e $A\hat{B}C$.
10. a) $x = 120°$
$y = 45°$
b) $z = 30°$
11. b
12. c
13. a) $y = 90°$ c) $x = 36°$
b) $x = 30°$ d) $y = 25°$
14. a

Página 242

15. *b* e *c*; *a* e *m* + *n*
16. *a* e *d*; *b* e *e*; *c* e *f*
17. a) $x = 72°$, $y = 72°$ e $z = 108°$
b) $x = 120°$, $y = 45°$ e $z = 60°$
18. $x = 25°$
19. a) $x = 20°$
b) 124°
c) 56°
20. $x = 10°$
21. a) $x = 15°$ b) $x = 35°$
22. $x = 38°$ e $y = 46°$
23. 60°

Página 244

24. a) 75°32′ b) 38°20′15″
25. a) 300′
b) 3 661″
c) 12° e 15′
26. a) 30′
b) 30′
c) 18′
27. a) 8°30′ c) 50°36′
b) 14°15′ d) 62°45′
28. a) 120°42′
b) 84°30′
c) 58°
29. a) 12°40′ b) 35°11′20″
30. a) 100°48′
b) 91°40′
31. a) 14°30′
b) 6°32′
32. a) 35° c) 80°
b) 48° d) 50°16′
33. a) 8°40′ b) 62°30′
34. b
35. d
36. a) 4°30′
b) 22°30′
c) 22°30′
37. d

Página 246

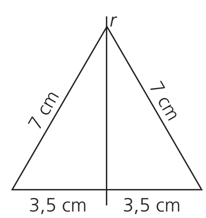
38. 65°
39. a) 25° d) 15°
b) 25° e) 40°
c) 15° f) 65°
40. a) 45° b) 11°15′
41. a) $x = 10°$ b) $x = 45°$
42. a) São opostos pelo vértice.
b) São opostos pelo vértice.
c) Ao se dividir um ângulo ao meio, automaticamente divide-se ao meio o ângulo pelo vértice; as duas bissetrizes são perpendiculares entre si.

Página 249

43. a) Sim. d) Não.
b) Sim. e) Sim.
c) Não.
44. 2 triângulos

Página 254

45. 6 cm, 7 cm ou 8 cm
46. Não. É possível construir um triângulo de lados 6 cm, 6 cm e 8 cm ou de lados 7 cm, 7 cm e 6 cm.
47. c
48. 2,5 cm
49. c
50. b
51. a)



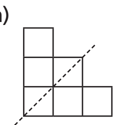
b) 21 cm
c) Equilátero.
52. a) V c) V
b) F d) V
53. 4 eixos

Página 256

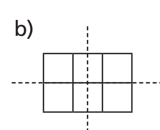
54. a) 100°
b) 88°
c) 20°
55. $x = 35°$; $y = 55°$; $z = 70°$
56. $x = 15°$; 45°
57. Equilátero.
58. a) $x = 80°$; $y = 100°$; $z = 20°$
b) $x = 45°$; $y = 60°$
59. a) $x = 140°$
b) $x = 30°$
60. $x = 40°$; $y = 50°$

Página 258

61. a) São perpendiculares.
b) Não são perpendiculares.
62. $x = 58°$
63. 37,5°
64. a)



b)



65. a) $x = 70°$ b) $x = 80°$
66. $x = 105°$

Revisando

Página 259

67. b
68. 180°; 270°
69. a) Reto.
b) Obtuso.
c) Agudo.
70. a) 70° d) 90°
b) 120° e) 160°
c) 30° f) 60°
71. a) $R_1 = 120°$; $R_2 = 60°$; $R_3 = 0°$;
$R_4 = 90°$; $R_5 = 60°$; $R_6 = 180°$.
b) R_1 obtuso; R_2 agudo; R_3 nulo; R_4 reto; R_5 agudo; R_6 meia-volta ou raso.
c) R_2 e R_5
d) 9 horas

Página 260

72. a) Seis.
b) 135°, 135°, 90°, 135°, 135° e 90°
73. a) 45° b) 135°
74. a) Por exemplo: $A\hat{O}E$.
b) Por exemplo: $B\hat{O}E$.
c) Por exemplo: $B\hat{O}C$.
d) Por exemplo: $A\hat{O}E$ e $E\hat{O}D$.
e) Por exemplo: $A\hat{O}E$ e $E\hat{O}B$.
f) Por exemplo: $A\hat{O}C$ e $B\hat{O}D$.
75. 42°
76. 140°
77. a) $x = 33°20′$
b) $x = 20°$
c) $x = 9°$

Página 261

78.

Ângulo	Complemento
32°	58°
19°	71°
45°	45°
62°	28°
x	$90° - x$

Ângulo	Suplemento
52°	128°
95°	85°
120°	60°
74°	106°
x	$180° - x$

79. 80°
80. 40°
81. a) $x = 95°$; $z = 17°$; $y = 68°$; $w = 68°$
b) $a = 60°$
82. a) $x = 60°$ b) $y = 150°$

Desafios

83. a) 9h45min b) 22°30′
84. $y = 80°$
85.

68°	65°	25°	61°	29°	54°
36°	12°	78°	41°	49°	12°

Autoavaliação

Página 262

86. b
87. b
88. c
89. c
90. b
91. c
92. b
93. b
94. c