

PRÉ-VESTIBULAR
SEMIEXTENSIVO

 **DOM BOSCO**
by Pearson

**MATERIAL DO
PROFESSOR**

• **Física**

VOLUME

1



**DOM
BOSCO**

by Pearson

PRÉ-VESTIBULAR

SEMIEXTENSIVO

**MATERIAL DO
PROFESSOR**

• **Física**

VOLUME

1

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

DOM BOSCO - SISTEMA DE ENSINO
PRÉ-VESTIBULAR SEMIEXTENSIVO 1
Ciências da natureza e suas tecnologias.
© 2019 – Pearson Education do Brasil Ltda.

Vice-presidência de Educação	Juliano Melo Costa
Gerência editorial nacional	Alexandre Mattioli
Gerência de produto	Silvana Afonso
Autoria	Edilson Sousa Santos, Osvaldo Antonio Govone, Wagner Fonzi, Vinicius Piloto
Coordenação editorial	Luiz Molina Luz
Edição de conteúdo	Jaqueline Gomes Cardoso, Egídio Trambaiolli
Assistência de edição	Ana Carolina de Almeida Paulino
Leitura crítica	Daniel Leme, Everton Cortez Rosado, Curso São Carlos Ltda.
Preparação e revisão	Fabiana Cosenza Oliveira, Marcio Della Rosa, Sérgio Nascimento
Gerência de Design	Cleber Figueira Carvalho
Coordenação de Design	Diogo Mecabo
Edição de arte	Alexandre Silva
Coordenação de pesquisa e licenciamento	Maiti Salla
Pesquisa e licenciamento	Andrea Bolanho, Cristiane Gameiro, Heraldo Colon, Maricy Queiroz, Sandra Sebastião, Shirlei Sebastião
Ilustrações	Alex Cói, Carla Viana, Madine Oliveira, Claudia Silveira, Renato Calderaro
Projeto Gráfico	Apis design integrado
Diagramação	Editorial 5
Capa	Apis design integrado
Imagem de capa	mvp64/istock
Produtor multimídia	Cristian Neil Zaramella
PCP	George Baldim, Paulo Campos

Todos os direitos desta publicação reservados à
Pearson Education do Brasil Ltda.

Av. Santa Marina, 1193 - Água Branca
São Paulo, SP – CEP 05036-001
Tel. (11) 3521-3500

www.pearson.com.br

APRESENTAÇÃO

Um bom material didático voltado ao vestibular deve ser maior que um grupo de conteúdos a ser memorizado pelos alunos. A sociedade atual exige que nossos jovens, além de dominar conteúdos aprendidos ao longo da Educação Básica, conheçam a diversidade de contextos sociais, tecnológicos, ambientais e políticos. Desenvolver as habilidades a fim de obterem autonomia e entenderem criticamente a realidade e os acontecimentos que os cercam são critérios básicos para se ter sucesso no Ensino Superior.

O Enem e os principais vestibulares do país esperam que o aluno, ao final do Ensino Médio, seja capaz de dominar linguagens e seus códigos; construir argumentações consistentes; selecionar, organizar e interpretar dados para enfrentar situações-problema em diferentes áreas do conhecimento; e compreender fenômenos naturais, processos histórico-geográficos e de produção tecnológica.

O Pré-Vestibular do Sistema de Ensino Dom Bosco sempre se destacou no mercado editorial brasileiro como um material didático completo dentro de seu segmento educacional. A nova edição traz novidades, a fim de atender às sugestões apresentadas pelas escolas parceiras que participaram do Construindo Juntos – que é o programa realizado pela área de Educação da Pearson Brasil, para promover a troca de experiências, o compartilhamento de conhecimento e a participação dos parceiros no desenvolvimento dos materiais didáticos de suas marcas.

Assim, o Pré-Vestibular Semiextensivo Dom Bosco by Pearson foi elaborado por uma equipe de excelência, respaldada na qualidade acadêmica dos conhecimentos e na prática de sala de aula, abrangendo as quatro áreas de conhecimento com projeto editorial exclusivo e adequado às recentes mudanças educacionais do país.

O novo material envolve temáticas diversas, por meio do diálogo entre os conteúdos dos diferentes componentes curriculares de uma ou mais áreas do conhecimento, com propostas curriculares que contemplem as dimensões do trabalho, da ciência, da tecnologia e da cultura como eixos integradores entre os conhecimentos de distintas naturezas; o trabalho como princípio educativo; a pesquisa como princípio pedagógico; os direitos humanos como princípio norteador; e a sustentabilidade socioambiental como meta universal.

A coleção contempla todos os conteúdos exigidos no Enem e nos vestibulares de todo o país, organizados e estruturados em módulos, com desenvolvimento teórico associado a exemplos e exercícios resolvidos que facilitam a aprendizagem. Soma-se a isso, uma seleção refinada de questões selecionadas, quadro de respostas e roteiro de aula integrado a cada módulo.

SUMÁRIO



481

FÍSICA 1



673

FÍSICA 2



881

FÍSICA 3



FÍSICA 1

CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS

1

INTRODUÇÃO À CINEMÁTICA

- Conceitos relativos
- Ponto material ou corpo extenso
- Movimento – Repouso – Trajetória
- Espaço – Deslocamento escalar – Distância percorrida
- Velocidade
- Velocidade escalar média
- Velocidade escalar instantânea
- Classificação dos movimentos

HABILIDADES

- Inferir o valor de variáveis relacionadas ao movimento, tais como velocidade, intervalo de tempo, aceleração, distância percorrida, deslocamentos, período, frequência, entre outras, partindo de situações-problema.
- Conhecer a linguagem própria da Física, compreendendo os conceitos e terminologias pertencentes a essa área, além de suas formas de expressão que envolvem, entre outras, tabelas, gráficos e relações matemáticas.
- Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.

MECÂNICA

A mecânica se divide em **Cinemática**, **Dinâmica**, **Estática** e **Hidroestática**.

- **Cinemática:** parte da mecânica que descreve o movimento dos corpos por meio de funções matemáticas, sendo possível a determinação de grandezas como a posição, a velocidade e a aceleração dos corpos em cada instante de tempo.
- **Dinâmica:** parte da mecânica que estuda os fatores que causam ou alteram os movimentos dos corpos. Na dinâmica, são introduzidas as grandezas força e massa, tornando a descrição do movimento dos corpos mais completa.
- **Estática:** parte da mecânica que estuda as condições de equilíbrio de um corpo.
- **Hidroestática:** parte da mecânica que estuda as condições de equilíbrio de líquidos e gases.

CINEMÁTICA

CONCEITOS BÁSICOS

Bicicletas, motos, carros, caminhões, aviões, trem, navios e foguetes são invenções humanas que, por mais que não sejam mais novidades no mundo moderno, nos surpreendem a cada dia por apresentarem cada vez mais aparatos tecnológicos que facilitam a vida dos usuários, proporcionando-lhes mais conforto, segurança e confiabilidade.

Todas essas invenções, sendo vistas pelo viés da cinemática, têm em comum a capacidade de deslocamento por pequenas, médias ou grandes distâncias, a velocidades e acelerações distintas.

Com o avanço tecnológico, hoje já não nos imaginamos em um veículo sem monitoramento GPS, instalado diretamente no carro, ou conectado por meio de um *smartphone*. Pode-se notar a importância de um monitoramento por satélites para o transporte de cargas (caminhões), deslocamento de aviões e cruzeiros marítimos.

As noções de movimento e trajetória descritas por um corpo são conceitos relativos que, como veremos a seguir, dependem do referencial adotado. Quando se pretende descrever o movimento de um corpo, primeiro se deve adotar um referencial.

PONTO MATERIAL OU CORPO EXTENSO

Quando as dimensões de um corpo não forem relevantes para a análise de uma situação-problema, ele é conhecido como **ponto material** ou **partícula**. Já quando as dimensões do corpo forem relevantes para a resolução de um problema, ele será tratado como um **corpo extenso**.

Um mesmo corpo pode ser tratado como ponto material em uma determinada situação e como um corpo extenso em outra, como exemplificamos a seguir:

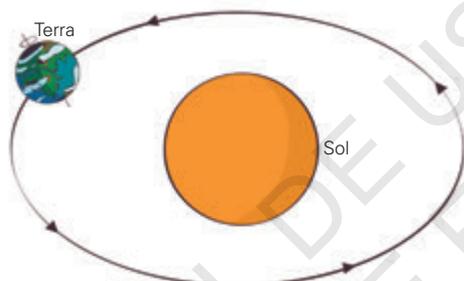
- I. Um veículo que se desloca em uma rodovia por 100 km é considerado um ponto material, pois o seu tamanho é irrelevante comparado ao tamanho da rodovia.



- II. O mesmo veículo do item anterior, ao chocar-se com um outro veículo, passa a ser considerado um corpo extenso, uma vez que suas dimensões serão relevantes para análise pericial do movimento.



- III. Ao analisar o movimento de translação da Terra (365,25 dias), esta é considerada um ponto material que se desloca em torno do Sol.



- IV. Analisando novamente o planeta Terra, desta vez em movimento de rotação, consideramos o planeta um corpo extenso, uma vez que suas dimensões agora já não são mais desprezíveis.

Em dinâmica, trataremos alguns corpos como pontos materiais que se deslocam. Esses pontos têm dimensões desprezíveis; suas massas, porém, serão relevantes para a análise dos sistemas.

MOVIMENTO - REPOUSO - TRAJETÓRIA

Movimento, repouso e trajetória também são conceitos relativos, os quais também dependem do referencial adotado. Assim, um mesmo fenômeno será observado de maneiras distintas, conforme a posição do observador.

Exemplo 1

Em uma estação ferroviária, dois trens (A e B) estão dispostos um ao lado do outro e parados em

relação à plataforma. Caso o trem A comece a se deslocar lentamente, um passageiro no trem B, sentado em um banco e um pouco disperso, ao olhar para o lado, poderia afirmar que é o seu trem que está se deslocando, uma vez que ocorre variação da distância entre ambos. Já uma terceira pessoa, sentada em um banco na plataforma, poderia afirmar que é o trem A que está se deslocando, e o trem B está parado em relação à plataforma.

Exemplo 2

Uma emissora de televisão local transmite um jogo de futebol, e no momento do gol, que partiu de uma bela cobrança de falta do atacante, nos apresenta duas situações distintas.

A câmera que está parada em relação ao solo mostra que a bola foi chutada e que fez uma grande curva até chegar ao gol. Conclui-se, assim, que a trajetória da bola é curvilínea.

Já uma segunda câmera, que acompanha o movimento da bola, a fim de dar maior realismo à situação, mostra aos telespectadores uma trajetória retilínea.

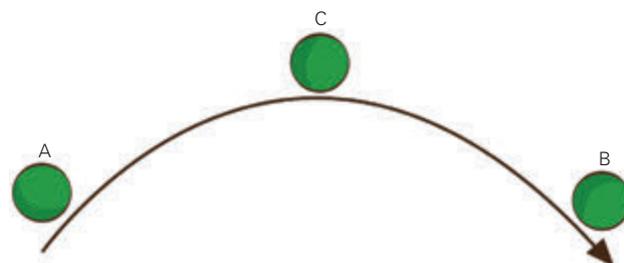
Com isso, observamos nos exemplos 1 e 2 que os conceitos de **repouso**, **movimento** e **trajetória** também dependem do referencial adotado.

ESPAÇO - DESLOCAMENTO ESCALAR - DISTÂNCIA PERCORRIDA

Comprimento, temperatura, massa e tempo, entre outras, são grandezas físicas que são bem definidas apenas pelo valor numérico e unidade de medida; portanto, são grandezas físicas denominadas **escalares**. Já deslocamento, velocidade, aceleração, força, entre outras, são grandezas físicas que devem ser descritas, não só pela intensidade e pela unidade de medida, mas também pela direção e pelo sentido do movimento. Assim, essas grandezas são denominadas **vetoriais**.

Nesta primeira parte dos estudos, velocidade, aceleração e deslocamento serão analisados unidimensionalmente; serão tratados, contudo, como grandezas escalares.

Espaço (S): grandeza escalar que propicia a localização de um móvel ao longo de determinada trajetória, em relação ao ponto de referência adotado como origem ($S = 0$).



Observa-se na figura que os móveis A , B e C ocupam posições distintas ao longo da trajetória; assim, o espaço ocupado pelo móvel A corresponde a $S_A = -20$ km; já o móvel B está localizado no espaço $S_B = 70$ km; e o móvel C está localizado na origem dos espaços, ou seja, $S_C = 0$. Com isso, nota-se que o espaço ocupado por um móvel pode assumir valores negativos, positivos ou nulos, dependendo do referencial adotado.

Deslocamento escalar (ΔS): o deslocamento escalar é dado pela diferença entre o espaço final (S) e o espaço inicial (S_0), ocupados por um objeto.

$$\Delta S = S - S_0$$

Analisando a figura acima, caso o objeto se mova da posição A para a posição B , seu deslocamento escalar será:

$$\Delta S_{AB} = S_B - S_A$$

$$\Delta S_{AB} = 70 - (-20) = 90$$

$$\Delta S_{AB} = 90 \text{ km}$$

Ainda tomando como base a figura acima, se o objeto tivesse se deslocado no sentido oposto, da posição B para a posição A , seu deslocamento escalar seria:

$$\Delta S_{BA} = S_A - S_B$$

$$\Delta S_{BA} = -20 - 70 = -90$$

$$\Delta S_{BA} = -90 \text{ km}$$

Portanto, o deslocamento escalar pode assumir valores positivos ou negativos.

Importante

A distância percorrida pelo móvel é sempre número positivo. Associando-se essa distância ao deslocamento, dito escalar, o sinal **positivo** do deslocamento relaciona-se ao movimento no mesmo sentido da orientação da trajetória, e o sinal **negativo** do deslocamento, ao movimento em sentido contrário.

VELOCIDADE

Na tradicional corrida de São Silvestre, observa-se que um atleta percorre uma determinada distância em certo intervalo de tempo. Ao fazer a relação entre o deslocamento escalar do atleta e o intervalo de tempo gasto nesse deslocamento, obtém-se o valor de sua velocidade. Com essa informação, é possível fazer previsões sobre a distância que o atleta percorrerá, se mantiver sua velocidade, e o intervalo de tempo que levará para completar a prova.

Em uma viagem de carro de uma cidade para outra, as relações de espaço e tempo voltam a

aparecer. Independentemente de o motorista fazer paradas ao longo do percurso, sempre é possível observar no velocímetro a velocidade com que o veículo se desloca.

Nos dois exemplos acima, notamos a rapidez com que o atleta e o veículo se deslocam. Logo, vemos que a velocidade de um corpo está relacionada com a rapidez com que este se desloca; nesses exemplos, porém, as velocidades serão tratadas de maneiras distintas. No primeiro caso, considera-se a **velocidade escalar média** do atleta e, no segundo caso, a **velocidade escalar instantânea** do veículo.

VELOCIDADE ESCALAR MÉDIA

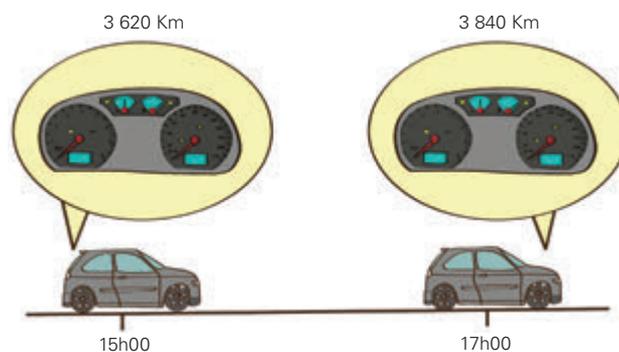
A primeira ideia de velocidade está associada à rapidez. Quanto maior a velocidade de um carro, mais rapidamente ele se movimenta e, portanto, maior distância ele percorre em um dado intervalo de tempo.

O conceito de rapidez está associado à velocidade escalar e não representa o conhecimento relativo ao vetor velocidade. Isso quer dizer que dois corpos que se movimentam de maneiras totalmente diferentes, em trajetórias diferentes, podem ter associado o mesmo valor de velocidade escalar aos respectivos movimentos.

Nesse caso, considera-se a rapidez com que um móvel varia sua posição no decorrer do tempo e define-se a sua velocidade escalar média como a razão entre o deslocamento escalar do corpo ao longo de sua trajetória e o intervalo de tempo gasto nesse percurso.

Exemplo

O veículo desloca-se ao longo de uma trajetória retilínea e, às 15h00, o motorista observa no hodômetro a indicação de 3 620 km. Permanecendo o seu trajeto, às 17h00 o hodômetro do veículo indica 3 840 km.



Conforme descrito no texto, o veículo deslocou-se por duas horas (17h00 – 15h00) e teve um deslocamento escalar de 220 km (3 840 km – 3 620 km). Com isso, podemos afirmar que a cada hora o veículo se

desloca por 110 km. Logo, a velocidade escalar média do veículo é 110 km/h.

Desse modo, define-se:

Velocidade escalar média é a razão entre o deslocamento escalar (ΔS) e o intervalo de tempo correspondente (Δt).

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S - S_0}{t - t_0}$$

Em que:

- S indica a posição no instante t , para um instante qualquer t ;
- S_0 indica a posição inicial no instante t , quando $t = 0$.

No Sistema Internacional (SI), a unidade do deslocamento escalar é o **metro (m)**, e a unidade de intervalo de tempo é o **segundo (s)**. Assim, a unidade de velocidade escalar média é o **metro por segundo (m/s)**.

No cotidiano, é usual utilizarmos o **km/h** como unidade de medida, e não o **m/s**. Assim, a conversão de unidades ocorre da seguinte maneira:

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m e } 1 \text{ h} = 3600 \text{ s.}$$

$$\frac{1 \text{ km}}{\text{h}} = \frac{1 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$$

Para converter velocidade de km/h para m/s, divide-se o valor por 3,6.

Exemplo:

$$108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{108}{3,6} \text{ m/s} \Rightarrow 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$$

Para converter velocidade de m/s para km/h, multiplica-se o valor por 3,6.

Exemplo:

$$15 \text{ m/s} = 15 \cdot 3,6 \text{ km/h} \Rightarrow 15 \text{ m/s} = 54 \text{ km/h}$$

CLASSIFICAÇÃO DOS MOVIMENTOS

A velocidade escalar média não depende da forma da trajetória (retilínea ou curvilínea), e o deslocamento escalar (ΔS) pode ser positivo, negativo ou nulo. O intervalo de tempo é sempre positivo, pois o instante final da observação é sempre posterior ao inicial. Assim:

- Quando $\Delta S > 0$, a velocidade escalar média é positiva ($v > 0$); nessas condições, o móvel se desloca a favor da trajetória, e seu movimento será classificado como progressivo.
- Quando $\Delta S < 0$, a velocidade escalar média é negativa ($v < 0$); assim, o móvel desloca-se no sentido contrário ao da trajetória, e seu movimento será classificado como retrógrado.
- Quando $\Delta S = 0$, a velocidade escalar média é igual a zero ($v = 0$); o móvel permanece em repouso ou finaliza o movimento no mesmo ponto do qual partiu – o espaço final (S) coincide com o espaço inicial (S_0), o que só é possível quando o móvel retorna pela mesma trajetória de ida. Neste caso, existem dois movimentos envolvidos: o de ida e o de volta, segundo o mesmo trajeto.

ROTEIRO DE AULA

MECÂNICA

Dinâmica

Cinemática

Estática

Hidroestática

Grandezas escalares

Posição

Deslocamento
escalar

Distância
percorrida

Intervalo de tempo

Conceitos relativos

Ponto material

Corpo extenso

Movimento

Repouso

Trajatória

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

VELOCIDADE ESCALAR

Velocidade escalar média

Características

Velocidade escalar instantânea

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

- Movimento progressivo: $v > 0$
- Movimento retrógrado: $v < 0$

Velocidade em determinado instante

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Unicamp-SP – Em 2016 foi batido o recorde de voo ininterrupto mais longo da história. O avião Solar Impulse 2, movido a energia solar, percorreu quase 6 480 km em aproximadamente 5 dias, partindo de Nagoya, no Japão, até o Havai, no Oceano Pacífico.

A velocidade escalar média desenvolvida pelo avião foi de aproximadamente

- a) 54 km/h
b) 15 km/h
c) 1 296 km/h
d) 198 km/h

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{6\,480}{5 \cdot 24} \Rightarrow v_m = 54 \text{ km/h}$$

2. UFG-GO – Nos jogos paraolímpicos de Londres, o sul-africano biamputado Oscar Pistorius, após perder a medalha de ouro para o brasileiro Alan Fonteles, indignado, reclamou do tamanho das próteses de Fonteles. Antes dos jogos, elas foram trocadas por um par 5,0 cm maior que, no entanto, estavam dentro do limite estabelecido pelo regulamento. Porém, mesmo com próteses mais longas, as amplitudes de passada de Fonteles foram menores do que as de Pistorius, conforme o quadro da prova de 200 metros rasos, apresentado a seguir.

Dados da corrida	Fonteles	Pistorius
Altura	1,82 m	1,86 m
Altura máxima permitida	1,85 m	1,93 m
Amplitude média da passada	2,04 m	2,17 m
Número de passadas	98	92
Tempo	21,45 s	21,52 s

Considere que Fonteles consiga aumentar a amplitude média de sua passada em 1,0 cm, mantendo a mesma frequência de passadas. Nessas circunstâncias de quantos segundos, aproximadamente, será a nova vantagem de Fonteles?

- a) 0,05
b) 0,07
c) 0,10
d) 0,17
e) 0,35

Deve-se calcular uma nova velocidade média, pois as passadas foram aumentadas. Assim, ele dará 98 passadas de 2,05 m em 21,45 s.

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{98 \cdot 2,05}{21,45} = 9,366 \text{ m/s}$$

Como percorrerá 200 m com a nova velocidade média, seu tempo passará a ser de:

$$\Delta t' = \frac{200}{9,366} \cong 21,35 \text{ s}$$

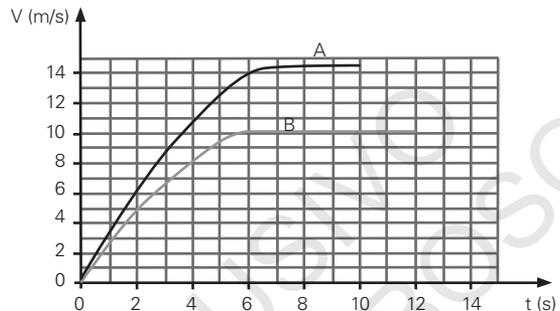
Fonteles terá uma nova vantagem t'' de:

$$\Delta t'' = 21,52 - 21,35 = 0,17 \text{ s} \therefore t'' = 0,17 \text{ s}$$

3. UNESP

C5-H17

Os dois primeiros colocados de uma prova de 100 m rasos de um campeonato de atletismo foram, respectivamente, os corredores A e B. O gráfico representa as velocidades escalares desses dois corredores em função do tempo, desde o instante da largada ($t = 0$) até os instantes em que eles cruzaram a linha de chegada.



Analisando as informações do gráfico, é correto afirmar que, no instante em que o corredor A cruzou a linha de chegada, faltava ainda, para o corredor B completar a prova, uma distância, em metros, igual a

- a) 5
b) 25
c) 15
d) 20
e) 10

Do gráfico, nota-se que o corredor A terminou a prova em um tempo $t = 10$ s, e o corredor B, em um tempo $t = 12$. Como de 10 s a 12 s, B permanece correndo e com velocidade de 10 m/s, obtemos.

$$\Delta s = v_m \cdot \Delta t = 10 \cdot (12 - 10) \rightarrow \Delta s = 20 \text{ m}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

4. Durante um treinamento, um jovem ciclista observa algumas informações no velocímetro de sua bicicleta: Tempo de percurso, velocidade que desenvolve em cada momento ao longo do trajeto e distância percorrida são algumas das informações que consegue obter.

Analisando as informações no velocímetro em duas situações distintas, pode-se concluir que as velocidades do ciclista nos instantes 1 e 2 e a velocidade escalar média no trecho analisado foram, respectivamente, de:

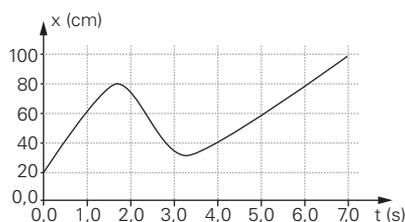


- a) 25,3 km/h, 19,2 km/h e 22,25 km/h
b) 25,3 km/h, 19,2 km/h e 22,20 km/h
 c) 25,3 km/h, 19,2 km/h e 4,77 km/h
 d) 19,2 km/h, 25,3 km/h e 4,77 km/h
 e) 19,2 km/h, 25,3 km/h e 22,20 km/h

A velocidade no primeiro instante é de 25,3 km/h (instantânea)
 A velocidade no segundo instante é de 19,2 km/h (instantânea)
 A velocidade média deve ser calculada analisando a distância que o ciclista percorreu e o tempo gasto.

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{9,80 \text{ km} - 5,30 \text{ km}}{12 \text{ min} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}}} = \frac{4,5 \text{ km}}{0,2 \text{ h}} = 22,5 \therefore v_m = 22,5 \text{ km/h}$$

5. Em uma atividade experimental, com uso das tecnologias e muita criatividade, os alunos constroem pequenos robôs que se deslocam por trajetórias retilíneas durante os testes de funcionamento. Um desses robôs teve a sua posição x , em função do tempo, descrita pelo gráfico a seguir.



- a) Analisando o gráfico, qual é a velocidade escalar média do robô, nos primeiros seis segundos de movimento?

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{80 - 20}{6 - 0} = \frac{60}{6} = 10 \therefore v_m = 10 \text{ cm/s}$$

- b) No instante de tempo $t = 2,0 \text{ s}$, o robô possui movimento progressivo ou retrógrado?

No instante $t = 2,0 \text{ s}$ o robô se desloca contra o sentido do movimento, logo possui movimento retrógrado.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UNESP – Juliana pratica corridas e consegue correr 5,0 km em meia hora. Seu próximo desafio é participar da corrida de São Silvestre, cujo percurso é de 15 km. Como é uma distância maior do que a que está acostumada a correr, seu instrutor orientou que diminuísse sua velocidade média habitual em 40% durante a nova prova. Se seguir a orientação de seu instrutor, Juliana completará a corrida de São Silvestre em

- a) 2h40 min.
 b) 3h00 min.
 c) 2h15 min.
 d) 2h30 min.
 e) 1h52 min.

6. IFSP – O número Mach é definido como a razão entre a velocidade do objeto em movimento e a velocidade do som no meio. No ar, a velocidade do som é de 340 m/s. A velocidade transônica está entre a velocidade sub e supersônica. O período transônico inicia quando começa a aparecer uma barreira de ar em volta das asas do avião. Quando finalmente o avião ultrapassa a velocidade sônica, segue-se um forte estrondo sonoro. Nesse momento, o avião excede 1 Mach.

A maior diferença de pressão passa para a frente da aeronave. Esta abrupta diferença de pressão é a chamada onda de choque, que se estende da traseira à dianteira com uma forma de cone. Esta onda de choque causa o “boom sônico” que se ouve logo após a passagem do avião. Quanto maior a velocidade, mais limitado é o denominado cone de Mach.

Podemos dizer que o texto acima refere-se ao avião com uma velocidade acima de:

- a) 360 km/h, velocidade aproximada máxima de um carro de Fórmula 1.
 b) 1 000 km/h, velocidade aproximada máxima do ar.
c) 1 200 km/h, velocidade aproximada máxima do som no ar.
 d) 2 400 km/h, velocidade aproximada máxima do som no vácuo.
 e) 3 400 km/h, velocidade aproximada máxima do som na água.

A velocidade de propagação do som no ar é cerca de 340 m/s. Convertendo para km/h, obtemos:

$$v_m = 340 \text{ m/s} = \frac{0,34 \text{ km}}{\frac{1}{3600} \text{ h}} = 0,34 \cdot 3600 = 1224 \text{ km/h}$$

8. EEAR-SP



ABADONIAN /ISTOCK

O avião identificado na figura voa horizontalmente da esquerda para a direita. Um indivíduo no solo observa um ponto vermelho na ponta da hélice. Qual figura melhor representa a trajetória de tal ponto em relação ao observador externo?



9. UTFPR (adaptado) – Em agosto de 2015 ocorreu o Campeonato Mundial de Atletismo em Pequim. Nos 100 m rasos feminino, Shelly Ann Fraser Pryce fez o percurso em 10,76 s. Nos 100 m rasos masculino, o atleta Usain Bolt fez o mesmo trajeto em apenas 9,58 s. Com base nessas informações, qual é a diferença de velocidade média aproximada entre eles?

10. UERN – Um garoto que se encontra em uma quadra coberta solta um balão com gás hélio e este passa a se deslocar em movimento retilíneo uniforme com velocidade de 2 m/s. Ao atingir o teto da quadra, o balão estoura e o som do estouro atinge o ouvido do garoto 5,13 s após ele o ter soltado. Se o balão foi solto na altura do ouvido do garoto, então a distância percorrida por ele até o instante em que estourou foi de

(Considere a velocidade do som = 340 m/s)

- a) 8,6 m.
- b) 9,1 m.
- c) 10,2 m.
- d) 11,4 m.

11. Fuvest-SP – Em janeiro de 2006, a nave espacial New Horizons foi lançada da Terra com destino a Plutão, astro descoberto em 1930. Em julho de 2015, após uma jornada de aproximadamente 9,5 anos e 5 bilhões de km, a nave atinge a distância de 12,5 mil km da superfície de Plutão, a mais próxima do astro, e começa a enviar informações para a Terra, por ondas de rádio. Determine

- a) a velocidade média v da nave durante a viagem;

- b) o intervalo de tempo Δt que as informações enviadas pela nave, a 5 bilhões de km da Terra, na menor distância de aproximação entre a nave e Plutão, levaram para chegar a nosso planeta;

- c) o ano em que Plutão completará uma volta em torno do Sol, a partir de quando foi descoberto.

Note e adote:

Velocidade da luz = $3 \cdot 10^8$ m/s

Velocidade média de Plutão = 4,7 m/s

Perímetro da órbita elíptica de Plutão = $35,4 \cdot 10^9$ km

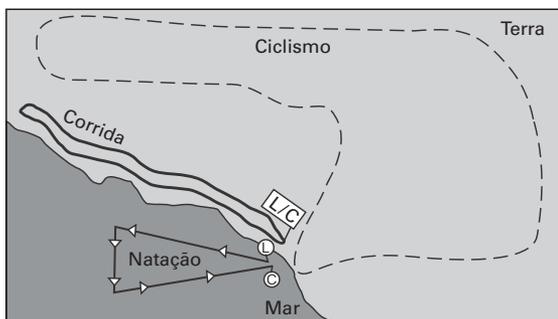
1 ano = $3 \cdot 10^7$ s.

ESTUDO PARA O ENEM

18. Acafe-SC

C5-H17

Em um bairro da grande Florianópolis, foi realizada uma prova de minimaratona. Os organizadores pensaram em fazer uma prova semelhante ao Ironman, porém, com dimensões reduzidas. O percurso da prova está mostrado no mapa, e as medidas são: 800 m do percurso da natação, 4 000 m do percurso do ciclismo e 1 500 m do percurso da corrida. A prova começou com 1 volta no percurso da natação, em seguida 5 voltas no percurso do ciclismo e, finalmente, 3 voltas no percurso da corrida. (L = largada e C = chegada)



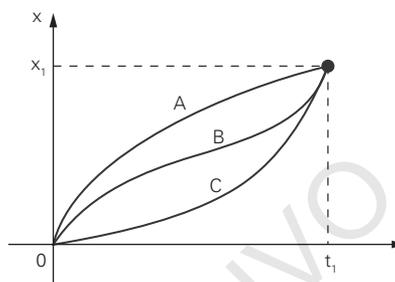
Assim, a alternativa **correta** é:

- a) Todos os atletas que participaram da prova tiveram a mesma velocidade escalar média.
- b) Na prova de corrida, cada atleta realizou um deslocamento de 4 500 metros.
- c) Se um atleta realizou a natação em 10 minutos, sua velocidade média foi de, aproximadamente, 1,3 m/s.
- d) Na prova de ciclismo, o primeiro colocado realizou um espaço percorrido de 20 000 metros e um deslocamento de 0 (zero) metro.

19. PUC-RS

C5-H17

Analise o gráfico $x(t)$ abaixo, que representa três partículas, A, B e C, de massas diferentes, que têm suas posições descritas com o transcorrer do tempo.



A alternativa que melhor representa a comparação entre os módulos das velocidades médias (V) medidas para as partículas no intervalo entre 0 e t_1 é

- a) $V_A < V_B < V_C$
- b) $V_A > V_B > V_C$
- c) $V_A < V_B = V_C$
- d) $V_A = V_B < V_C$
- e) $V_A = V_B = V_C$

20. FPS-PE

C5-H17

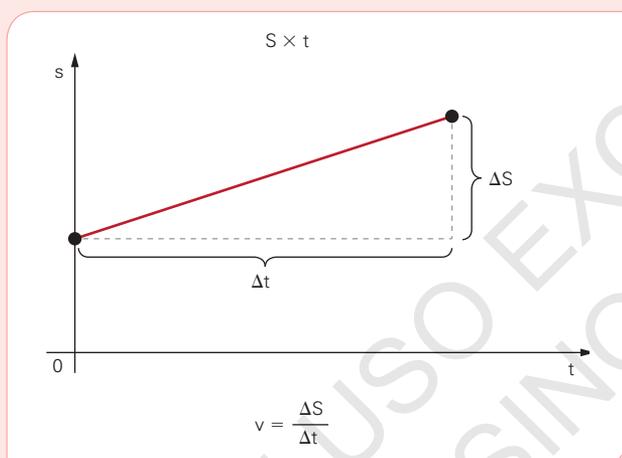
Usualmente, em uma maratona um atleta corre aproximadamente a distância total de 42 km em duas horas. Em uma dada maratona, um atleta partiu 30 minutos depois do início da competição. Quantos quilômetros por hora a mais este atleta precisaria correr para terminar a prova empatado com um outro atleta que partiu no início da competição e finalizou os 42 km de percurso em duas horas?

- a) 1 km/h
- b) 3 km/h
- c) 5 km/h
- d) 7 km/h
- e) 9 km/h

MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME (MRU) E VELOCIDADE ESCALAR RELATIVA

Em uma análise gráfica, a velocidade constante em movimento retilíneo uniforme (MRU) implica o cálculo da tangente do ângulo da função espaço \times tempo ($S \times t$).

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta S}{\Delta t} = v$$

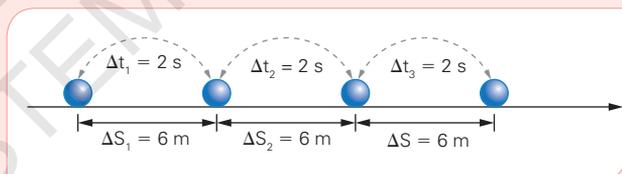


A velocidade pode ser obtida por meio da tangente do ângulo entre a curva e o eixo das abscissas.

No movimento retilíneo uniforme, a velocidade escalar instantânea é constante e não nula em uma trajetória retilínea.

CARACTERÍSTICAS

No movimento retilíneo uniforme, um corpo percorre **deslocamentos iguais** em **intervalos de tempo iguais**.



Nota-se que, para intervalos de tempos iguais a 2 segundos ($\Delta t = 2 \text{ s}$), o corpo se desloca em linha reta por 6 metros ($\Delta S = 6 \text{ m}$), e esse movimento se repete ao longo da trajetória. Podemos afirmar que:

$$v = v_m \text{ (velocidade escalar instantânea = velocidade escalar média)}$$

Assim, obtemos:

$$v_m = v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \text{ ou simplesmente } v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

- Movimento retilíneo uniforme (MRU)
- Velocidade escalar relativa
- Movimento relativo uniforme

HABILIDADES

- Inferir o valor de variáveis relacionadas ao movimento, tais como velocidade, intervalo de tempo, aceleração, distância percorrida, deslocamentos, período, frequência, dentre outras, partindo de situações-problema.
- Entender a função das medições num estudo científico, reconhecendo as grandezas físicas, suas unidades de medidas, seus múltiplos e submúltiplos, permitindo a interpretação dos diversos fenômenos naturais.
- Conhecer a linguagem própria da Física, compreendendo os conceitos e terminologias empregados nessa disciplina, além de suas formas de expressão que envolvem, entre outras, tabelas, gráficos e relações matemáticas.
- Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.

FUNÇÃO HORÁRIA DA POSIÇÃO (ESPAÇO)

Quando um móvel está em movimento em relação a determinado referencial, sua posição (espaço) varia no decorrer do tempo.

Logo, a posição que o móvel ocupa pode ser descrita por uma função.

$$S = f(t)$$

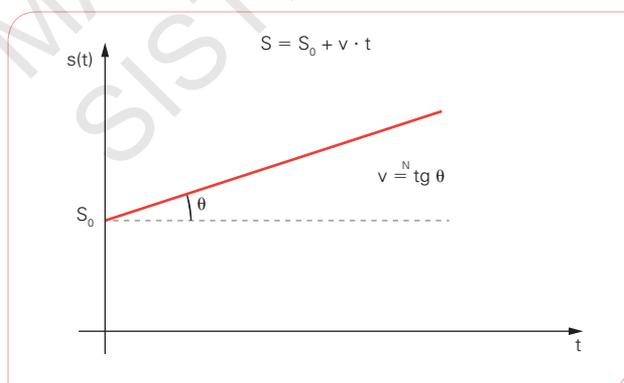
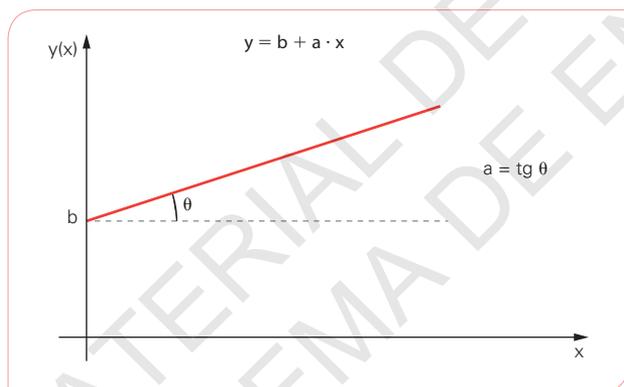
Essa expressão, conhecida **como função horária do espaço**, representa a lei do movimento para esse móvel.

Conhecendo a função horária do espaço, é possível determinar a posição que o móvel ocupará em determinado tempo, ou o tempo que o móvel levará para estar em determinado local. Não é possível, porém, prever a trajetória do móvel, uma vez que dois observadores localizados em locais distintos e em situações diferentes podem ter representações diferentes de trajetória para o mesmo móvel.

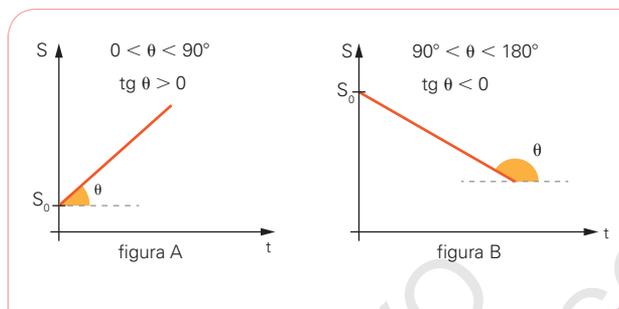
Logo, $S = S_0 + v \cdot t$ é a função horária do espaço no movimento retilíneo uniforme, que também corresponde a uma **função polinomial do 1º grau**.

O termo **S** (espaço) representa a variável dependente dos valores que **t** (tempo, variável independente) vai assumir. O termo **S₀** (espaço inicial) corresponde ao coeficiente linear da reta, ou seja, o ponto no qual a função intersecta o eixo vertical **y** (eixo das ordenadas) e, por fim o termo **v** (velocidade) representa o coeficiente angular da reta, dado pela tangente do ângulo formado pela reta com o eixo horizontal.

Representando graficamente as funções $y = b + a \cdot x$ e $S = S_0 + v \cdot t$, obtemos:



A representação gráfica do espaço (S) em função do tempo (t), conhecida por **diagrama horário**, é uma semirreta.



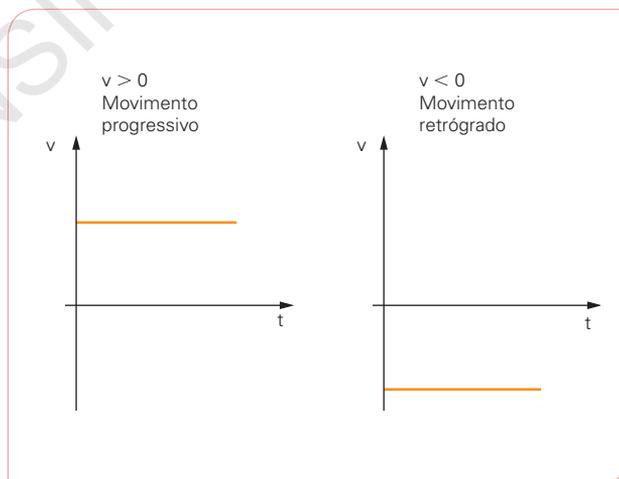
Gráficos de $S \times t$

Quando θ (ângulo que a reta forma com o eixo horizontal) é **agudo** (figura A), sua tangente é positiva, e a função é **crecente**. Nesse caso, o deslocamento escalar é **positivo**, a velocidade é **positiva** e o movimento é **progressivo**.

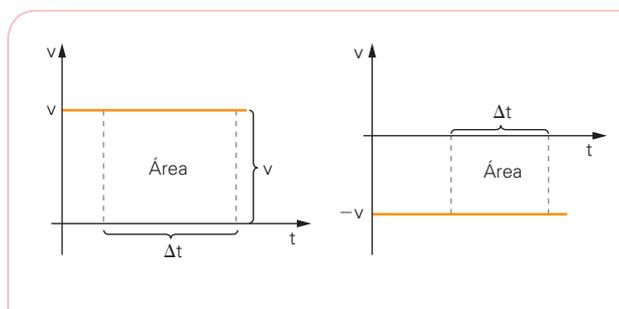
Se θ corresponde a um ângulo **obtuso** (figura B), sua tangente é negativa e a função é **decrescente**. Nesse caso, o deslocamento escalar é **negativo**, a velocidade é **negativa** e o movimento é **retrógrado**.

DIAGRAMA HORÁRIO DA VELOCIDADE

Sendo a velocidade escalar constante, ao construir o gráfico da velocidade em função do tempo ($v \times t$), obtemos:



Observe os gráficos a seguir:



Gráficos de $v \times t$ em MU

Para o intervalo de tempo (Δt) determinado no gráfico, a velocidade (v) é constante. Já sabemos que, ao multiplicar a velocidade escalar pelo tempo do percurso, obtemos o deslocamento escalar (ΔS). Agora, olhando para o mesmo gráfico, mas com um olhar matemático, verificamos que a área do gráfico pode ser calculada multiplicando-se a altura do retângulo (v) pela sua base (Δt); logo, concluímos que o valor numérico da área do gráfico corresponde ao deslocamento escalar do móvel.

$$\Delta S \stackrel{=}{{}} A$$

- Se a velocidade é positiva, o deslocamento corresponde ao valor numérico da área; logo, também é positivo.
- Se a velocidade é negativa, o deslocamento corresponde ao valor numérico da área; porém, com sinal negativo.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

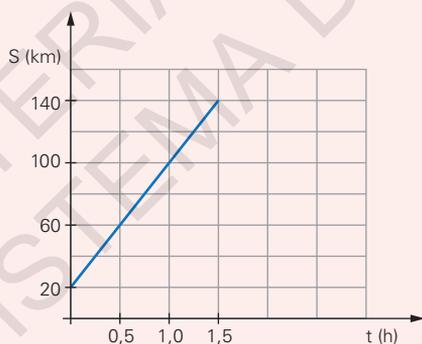
1. Um motorista, trafegando com velocidade constante, começa a monitorar o tempo de percurso e a distância percorrida pelo seu veículo ao passar pelo km 20 de uma rodovia. Trinta minutos após a marcação inicial, o motorista chega ao quilômetro 60 da rodovia; 1 hora depois chega ao quilômetro 100; e 1 hora e 30 minutos após o início das marcações chega ao quilômetro 140 da mesma rodovia.

- Construa o gráfico espaço *versus* tempo, S (km) \times t (h), que represente o movimento do veículo.
- Determine a velocidade escalar média do veículo no percurso.
- Determine a função horária do espaço desse veículo.

Resolução

a) Convertendo o tempo de minutos para horas (1 h = 60 min), montamos a tabela abaixo e construímos o gráfico a seguir:

t (h)	S (km)
0,0	20
0,5	60
1,0	100
1,5	140



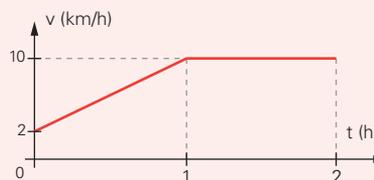
$$\text{b) } v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{140 - 20}{1,5 - 0} = \frac{120}{1,5} = 80$$

Como o carro executa movimento retilíneo uniforme, $v_m = v \therefore v = 80$ km/h

c) Com os valores de $S_0 = 20$ km e $v = 80$ km/h, obtemos a equação horária do espaço:

$$S = S_0 + v \cdot t \Rightarrow S = 20 + 80 \cdot t \text{ (km/h)}$$

2. IFPE – Toda manhã, um ciclista com sua bicicleta pedala na orla de Boa Viagem durante 2 horas. Curioso para saber sua velocidade média, ele esboçou o gráfico velocidade escalar em função do tempo, conforme a figura a seguir. A velocidade média, em km/h, entre o intervalo de tempo de 0 a 2 h, vale:



- a)** 3 **c)** 6 **e)** 9
b) 4 **d)** 8

Resolução

A área sob a curva no diagrama $v \times t$ é numericamente igual ao espaço percorrido (d).

Dividimos a figura em 2 partes e calculamos a área sob a curva da seguinte maneira:

$$d = A_1(\text{trapézio}) + A_2(\text{retângulo}) = \left(\frac{10+2}{2} \right) \cdot 1 + (10 \cdot 1) = 6 + 10 = 16 \text{ km}$$

Mas o intervalo de tempo total gasto é $\Delta t = 2$ h.

Então, a velocidade média é dada por:

$$v_m = \frac{d}{\Delta t} = \frac{16}{2} = 8 \text{ km/h}$$

VELOCIDADE ESCALAR RELATIVA

Considere uma avenida com os seguintes veículos: carro (A), bicicleta (B) e caminhão (C), deslocando-se na mesma trajetória com velocidades, respectivamente, igual a v_A , v_B e v_C , como podemos analisar na figura.

A velocidade de um móvel em relação a outro (tomado como referência) chama-se **velocidade relativa (v_{rel})** e pode ser calculada da maneira apresentada a seguir.

Móveis em sentidos opostos

Observe na figura que o carro (v_A) se desloca no sentido contrário ao do caminhão (v_B). Assim, a velocidade do carro em relação ao caminhão será:

$$v_{rel} = |v_A| + |v_B|$$

Assim, obtemos:

$$v_{rel} = |v_{AB}| = |50| + |40| \Rightarrow v_{AB} = 90 \text{ km/h}$$

Móveis no mesmo sentido

Observe que o carro (A) se desloca no mesmo sentido da bicicleta (C) e tem módulo da velocidade maior que o da bicicleta. Desse modo, a velocidade do carro em relação à bicicleta, será:

$$v_{rel} = |v_A| - |v_C|$$

Assim, obtemos:

$$v_{rel} = |v_{AC}| = |50| - |40| \Rightarrow v_{AC} = 20 \text{ km/h}$$

Observação

Quando se estabelece um movimento relativo entre móveis, um deles é tomado como referência; portanto, permanece parado em relação a si mesmo, enquanto o outro se aproxima ou se afasta dele com certa velocidade relativa. Observe o esquema.



Movimento relativo uniforme

Se dois móveis, na mesma trajetória, mantiverem constantes suas velocidades escalares, um em relação ao outro, executam movimento retilíneo uniforme, aproximando-se ou afastando-se um do outro com velocidade de módulo constante.

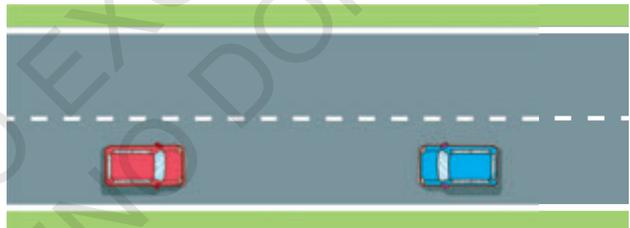
Assim, podemos estabelecer a seguinte expressão para esse MRU:

$$v_{rel} = \frac{\Delta S_{Rel}}{v_{rel}} \quad (\text{constante} \neq 0)$$

Os processos de encontro ou ultrapassagem de móveis são analisados normalmente por movimento relativo.

Exemplo

Dois carros, A e B, se deslocam em sentidos opostos com velocidades v_A e v_B e estão inicialmente separados por uma distância x_0 , conforme a figura. Como determinar o intervalo de tempo para ocorrer o encontro? Vamos analisar a figura a seguir:



Como os movimentos têm sentidos opostos, a velocidade relativa é dada por:

$$v_{rel} = |v_A| + |v_B|$$

Tomando um dos carros como referência, o outro tem, até o encontro, deslocamento relativo de módulo x_0 ; assim, calculamos o intervalo de tempo (Δt) gasto até o encontro:

$$v_{rel} = \frac{\Delta S_{Rel}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta S_{Rel}}{v_{rel}} \Rightarrow \Delta t = \frac{x_0}{|v_A| + |v_B|}$$

ROTEIRO DE AULA

MOVIMENTO RETILÍNEO
UNIFORME (MRU)

CARACTERÍSTICAS

Percorre deslocamentos iguais em intervalos de tempos iguais

Possui velocidade constante

Possui aceleração nula

FUNÇÃO HORÁRIA
DÁ POSIÇÃO

O MRU é descrito por uma equação polinomial do 1º grau – Função linear

$$s = s_0 + v \cdot t$$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME (MRU)

MOVIMENTO RELATIVO

Quando o movimento relativo entre dois móveis (A e B) é estabelecido, um deles é tomado como referência, tendo velocidade nula em relação a si mesmo.

Movimentos no mesmo sentido:

$$V_{\text{rel}} = \underline{|V_A| - |V_B|}$$

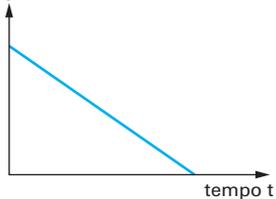
Movimentos no sentido oposto:

$$V_{\text{rel}} = \underline{|V_A| + |V_B|}$$

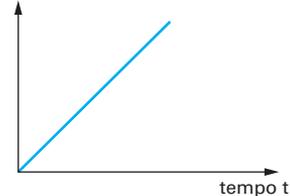
EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. **Unioeste-PR** – Assinale o gráfico que representa CORRETAMENTE um movimento com velocidade constante e diferente de zero.

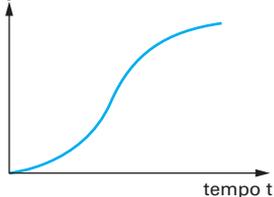
a) Posição x



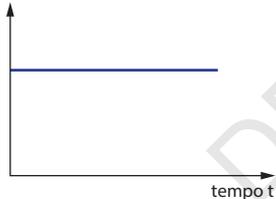
b) Aceleração a



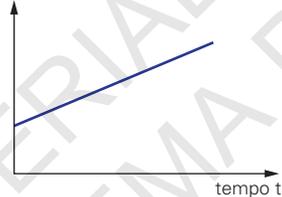
c) Posição x



d) Aceleração a

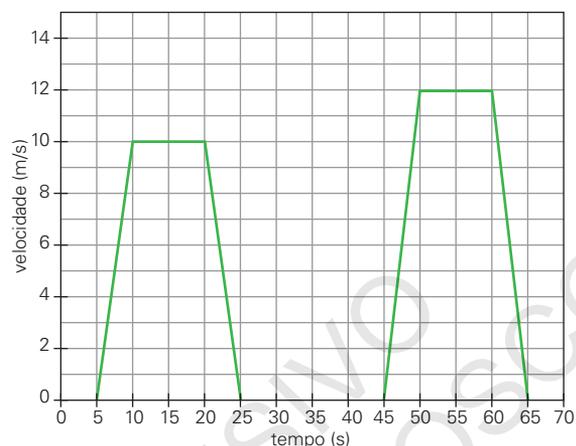


e) Velocidade v



As características do movimento uniforme indicam o gráfico correto; portanto, a velocidade é constante e diferente de zero, a aceleração é nula e a posição varia linearmente com o tempo.

2. **Unicamp-SP** – O semáforo é um dos recursos utilizados para organizar o tráfego de veículos e de pedestres nas grandes cidades. Considere que um carro trafega em um trecho de uma via retilínea, em que temos 3 semáforos. O gráfico abaixo mostra a velocidade do carro, em função do tempo, ao passar por esse trecho em que o carro teve que parar nos três semáforos.



A distância entre o primeiro e o terceiro semáforo é de

- a) 330 m
b) 440 m
c) 50 m
d) 180 m

A distância entre os dois semáforos é numericamente igual à soma das áreas dos trapézios 1 e 2.

$$\Delta S_1 = \frac{[(25 - 5) + (20 - 10)]}{2} \cdot 10 = 150 \text{ m}$$

$$\Delta S_2 = \frac{[(65 - 45) + (60 - 50)]}{2} \cdot 12 = 180 \text{ m}$$

$$\Delta S_T = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 150 + 180 = 330 \therefore \Delta S_T = 330 \text{ m}$$

3. **Acafe-SC**

C6-H20

Filas de trânsito são comuns nas grandes cidades, e duas de suas consequências são: o aumento no tempo da viagem e a irritação dos motoristas. Imagine que você está em uma pista dupla e enfrenta uma fila. Pensa em mudar para a fila da pista ao lado, pois percebe que, em determinado trecho, a velocidade da fila ao lado é 3 carros/min, enquanto a velocidade da sua fila é 2 carros/min.

Considere o comprimento de cada automóvel igual a 3 m.



Assinale a alternativa **correta** que mostra o tempo, em **min**, necessário para que um automóvel da fila ao lado que está a 15 m atrás do seu possa alcançá-lo.

- a) 2
b) 3
c) 5
d) 4

Interpretemos o carro à esquerda como o carro 1 com velocidade (v_1) e o carro da direita como carro 2 (v_2).

$$v_1 = 3 \text{ carros/min } \quad v_2 = 2 \text{ carros/min}$$

Como o comprimento de cada carro é de 3 m, temos:

$$v_1 = 3 \text{ carros/min} \cdot 3 = 9 \text{ m/min} \quad v_2 = 2 \text{ carros/min} \cdot 3 = 6 \text{ m/min}$$

Uma vez que os carros se deslocam no mesmo sentido, temos:

$$v_{rel} = \frac{\Delta S_{rel}}{\Delta t} \quad \Delta t = \frac{\Delta S_{rel}}{v_{rel}} = \frac{15}{9-6} = 5 \quad \therefore \quad \Delta t = 5 \text{ min}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

4. A velocidade dos navios geralmente é medida em uma unidade chamada nó. Um nó equivale a uma velocidade de aproximadamente 1,8 km/h. Um navio A que desenvolve uma velocidade constante de 25 nós vai de encontro a um navio B que desenvolve velocidade de 35 km/h, na mesma direção e sentido que o navio A. Caso estejam inicialmente a 30 km de distância e mantenham suas velocidades constantes, em quanto tempo haverá o encontro entre os navios?

$$v_A = 25 \cdot 1,8 = 45 \text{ km/h}$$

$$v_B = 35 \text{ km/h}; \Delta S_{rel} = 30 \text{ km/h}$$

$$v_{rel} = v_A - v_B = 45 - 35 = 10 \text{ km/h}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta S_{rel}}{v_{rel}} = \frac{30}{10} = 3 \quad \therefore \quad \Delta t = 3 \text{ h}$$

5. IFBA – Dois veículos A e B trafegam numa rodovia plana e horizontal, obedecendo às seguintes equações horárias cujas unidades estão expressas no Sistema Internacional de medidas (SI):

$$X_A = 200 + 10t \text{ e } X_B = 1\,000 - 30t$$

Ao analisar estes movimentos, pode-se afirmar que a velocidade relativa de afastamento dos veículos, em km/h, vale:

- a) 20,0
- b) 40,0
- c) 80,0
- d) 100,0
- e) 144,0

Analisando as equações horárias do movimento, obtemos as velocidades de A e B.

$$A: v_A = 10 \text{ m/s} = 36 \text{ km/h}$$

$$B: v_B = -30 \text{ m/s} = -108 \text{ km/h}$$

Como o móvel B possui velocidade negativa, significa que está se deslocando no sentido oposto ao do móvel A. Assim, a velocidade relativa será:

$$v_{relativa} = |v_A| + |v_B| = 36 + 108 = 144 \quad \therefore \quad v_{relativa} = 144 \text{ km/h}$$

6. UFPR – Em uma caminhada por um parque, uma pessoa, após percorrer 1 km a partir de um ponto inicial de uma pista e mantendo uma velocidade constante de 5 km/h, cruza com outra pessoa que segue em sentido contrário e com velocidade constante de 4 km/h. A pista forma um trajeto fechado com percurso total de 3 km. Calcule quanto tempo levará para as duas pessoas se encontrarem na próxima vez.

Até ao próximo encontro, a soma das distâncias percorridas é igual ao comprimento da pista, $d = 3 \text{ km}$

$$d = d_1 + d_2 \Rightarrow 3 = v_1 \cdot t + v_2 \cdot t \Rightarrow 3 = 5t + 4t = 9t \Rightarrow t = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \text{ h}$$

$$t = \frac{1}{3} \cdot 60 = 20 \therefore t = 20 \text{ min}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. CPS-SP (adaptado) – Para exemplificar uma aplicação do conceito de velocidade média, um professor de Ciências explica aos seus alunos como é medida a velocidade de um veículo quando passa por um radar.

Os radares usam a tecnologia dos sensores magnéticos. Geralmente são três sensores instalados no asfalto alguns metros antes do radar. Esse equipamento mede quanto tempo o veículo demora para ir de um sensor ao outro, calculando a partir daí a velocidade média do veículo.



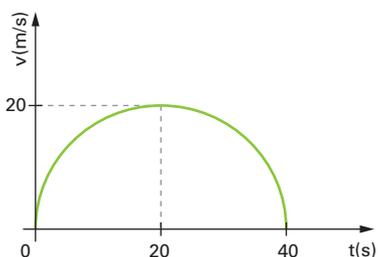
PHOTITTO/SZ016/ISTOCKPHOTO

Disponível em: <<http://tinyurl.com/yd9pdgk7>>. Acesso em: 12 nov. 2017

Considere um veículo trafegando numa pista cuja velocidade máxima permitida seja de 40 km/h (aproximadamente 11 m/s) e a distância média entre os sensores consecutivos seja de 2 metros.

Qual o mínimo intervalo de tempo que o veículo leva para percorrer a distância entre um sensor e outro consecutivo, a fim de não ultrapassar o limite de velocidade?

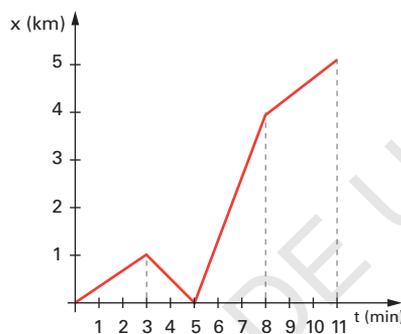
8. **Acafe-SC** – O gráfico a seguir mostra o comportamento da velocidade de um automóvel em função do tempo.



A distância percorrida, em **metros**, por esse automóvel nos primeiros 20 segundos do movimento é:

- a) 400 π .
b) 10 π .
c) 100 π .
d) 200 π .

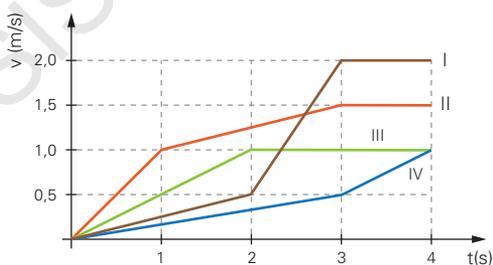
9. **PUC-RJ** – Um carro saiu da posição $x = 0$ km até seu destino final em $x = 5$ km de acordo com gráfico x (km) \times t (min) mostrado na figura. Finalizado o percurso, o computador de bordo calcula a velocidade escalar média do carro, sem considerar o sentido do movimento.



Qual é essa velocidade escalar média dada pelo computador, em km/h?

- a) 27
b) 33
c) 38
d) 47
e) 60

10. **UERJ (adaptado)** – Em uma pista de competição, quatro carrinhos elétricos, numerados de I a IV, são movimentados de acordo com o gráfico $v \times t$ a seguir.



Qual a numeração do carrinho que percorreu a maior distância em 4 segundos?

11. **UFSC** – Pilotos amadores fizeram uma corrida de automóveis em uma pista improvisada de 1 400 m. Cada automóvel foi numerado de 1 a 8 e largou na posição mostrada na figura a seguir.

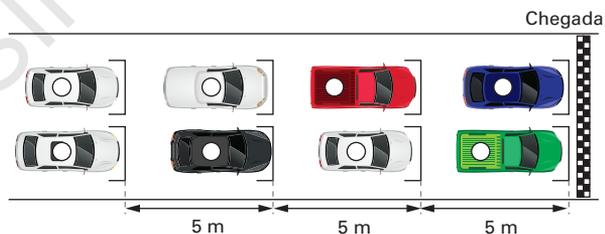
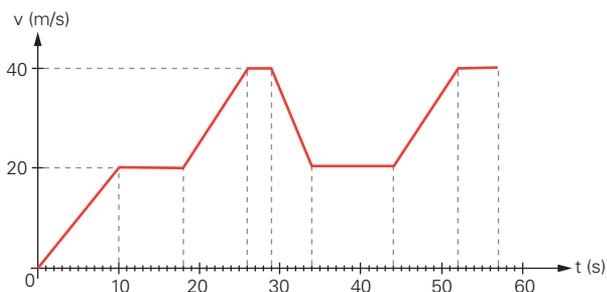
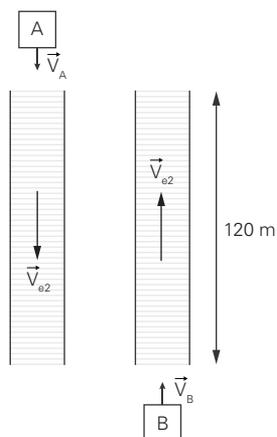


Ilustração da posição dos automóveis no instante da largada

O gráfico a seguir representa a velocidade em função do tempo de um dos automóveis, em sua primeira volta na pista, desde sua largada até alcançar a linha de chegada.



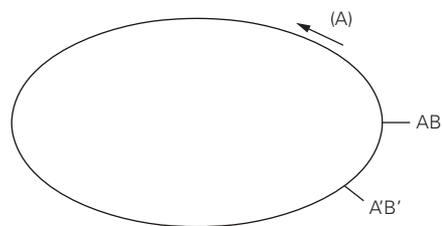
Com base na figura e nos dados acima, é **CORRETO** afirmar que o gráfico:



- a) Calcule o tempo necessário para que a pessoa A chegue até a outra extremidade da esteira rolante.

- b) Quanto tempo depois de entrarem nas esteiras as pessoas A e B passam uma pela outra?

- 17. Fuvest-SP** – Uma pessoa (A) pratica corrida numa pista de 300 m, no sentido anti-horário, e percebe a presença de outro corredor (B), que percorre a mesma pista no sentido oposto. Um desenho esquemático da pista é mostrado a seguir, indicando a posição AB do **primeiro** encontro entre os atletas. Após 1 min e 20 s, acontece o **terceiro** encontro entre os corredores, em outra posição, localizada a 20 m de AB e indicada na figura por A'B' (o **segundo** encontro ocorreu no lado oposto da pista).



Seja v_A e v_B os módulos das velocidades dos atletas A e B, respectivamente, e sabendo que ambas são constantes, determine

- a) v_A e v_B .

- b) a distância percorrida por A entre o primeiro e o segundo encontro, medida ao longo da pista.

- c) quantas voltas o atleta A dá no intervalo de tempo em que B completa 8 voltas na pista.

Dados:

1 volta: $L = 300$ m; tempo para o terceiro encontro:
 $\Delta t_3 = 1$ min e 20 s = 80 s

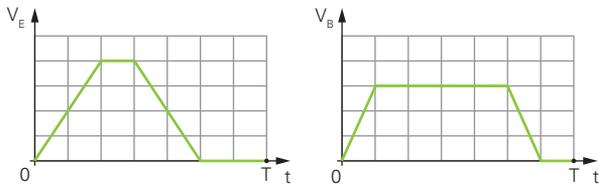
ESTUDO PARA O ENEM

18. IFSP

C5-H17

Com a intenção de se preparar para uma maratona, Branca de neve e Encantado começaram um treino diário de corrida e pediram ajuda para a experiente maratonista Fada madrinha. A instrutora, então, com a ajuda de um dispositivo eletrônico de última geração conhecido como radar, plotou gráficos da velocidade de cada um pelo tempo em que ficava observando.

Certo dia, apresentou os gráficos aos dois, utilizando para isso a mesma escala nos eixos, sendo V_E a velocidade de Encantado e V_B a velocidade de Branca de neve.



Baseando-se nos gráficos apresentados, durante o intervalo de tempo T observado, podemos concluir corretamente que

- a) a aceleração impressa no início por Encantado foi maior do que a de Branca de neve.
- b) a velocidade máxima atingida por Branca de neve foi maior do que a de Encantado.
- c) Encantado foi mais longe que Branca de neve.
- d) Branca de neve percorreu uma distância maior do que Encantado.
- e) a velocidade média de Branca de neve é menor do que a de Encantado.

19. UEA-AM

C6-H20

Com aproximadamente 6500 km de comprimento, o rio Amazonas disputa com o rio Nilo o título de rio mais extenso do planeta. Suponha que uma gota de água que percorra o rio Amazonas possua velocidade igual a 18 km/h e que essa velocidade se mantenha constante durante todo o percurso. Nessas condições, o tempo aproximado, em dias, que essa gota levaria para percorrer toda a extensão do rio é

- a) 20.
- b) 35.
- c) 25.
- d) 30.
- e) 15.

20. Enem

C6-H20

Em apresentações musicais realizadas em espaços onde o público fica longe do palco, é necessária a instalação de alto-falantes adicionais a grandes distâncias, além daqueles localizados no palco. Como a velocidade com que o som se propaga no ar ($v_{\text{som}} = 3,4 \cdot 10^2$ m/s) é muito menor do que a velocidade com que o sinal elétrico se propaga nos cabos ($v_{\text{sinal}} = 3,6 \cdot 10^8$ m/s), é necessário atrasar o sinal elétrico de modo que este chegue pelo cabo ao alto-falante no mesmo instante em que o som vindo do palco chega pelo ar. Para tentar contornar esse problema, um técnico de som pensou em simplesmente instalar um cabo elétrico com comprimento suficiente para o sinal elétrico chegar ao mesmo tempo que o som, em um alto-falante que está a uma distância de 680 metros do palco.

A solução é inviável, pois seria necessário um cabo elétrico de comprimento mais próximo de

- a) $1,1 \cdot 10^3$ km
- b) $8,9 \cdot 10^4$ km
- c) $1,3 \cdot 10^5$ km
- d) $5,2 \cdot 10^5$ km
- e) $6,0 \cdot 10^{13}$ km

MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV) E EQUAÇÃO DE TORRICELLI

MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

Em uma corrida de Fórmula 1, a largada é um momento de extrema importância para os pilotos, pois aquele que consegue imprimir maior aceleração a seu Veículo, leva vantagem em relação aos demais.

Em relação a dado referencial, quando um objeto se desloca variando sua velocidade escalar, esse móvel passa a ter uma aceleração escalar média, dada por:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Em que:

a_m : aceleração escalar média

$\Delta v = v - v_0$ (variação da velocidade = velocidade escalar final – velocidade escalar inicial)

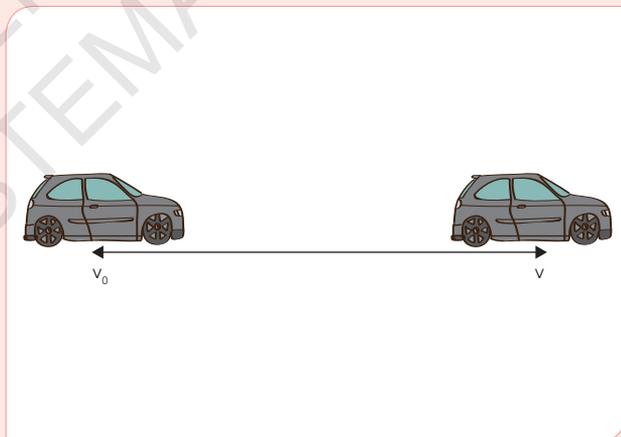
Δt : variação do tempo

Móveis que se deslocam em trajetória retilínea, com velocidade variando linearmente devido à aceleração constante, descrevem um movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV).

- A função horária da velocidade é uma função linear, ou seja, $v = f(t)$
- A função horária do espaço é uma função quadrática, ou seja, $S = f(t)$ é uma função do 2º grau

PROPRIEDADES DA VELOCIDADE MÉDIA

No movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV), a velocidade média entre um instante inicial e um instante final do movimento coincide com a média aritmética das velocidades.



$$v_m = \frac{v + v_0}{2}$$

- Movimento retilíneo uniformemente variado
- Propriedades da velocidade média
- Função horária da velocidade
- Função horária da posição (espaço)
- Equação de Torricelli
- Classificação dos movimentos

HABILIDADES

- Inferir o valor de variáveis relacionadas ao movimento, tais como velocidade, intervalo de tempo, aceleração, distância percorrida, deslocamentos, período, frequência, entre outras, partindo de situações-problema.
- Entender a função das medições em um estudo científico, reconhecendo as grandezas físicas, suas unidades de medidas, seus múltiplos e submúltiplos, possibilitando a interpretação dos diversos fenômenos naturais.
- Ser capaz de emitir juízo de valor em relação a situações sociais que envolvam aspectos físicos e/ou tecnológicos relevantes.
- Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.
- Utilizar e compreender tabelas, gráficos e relações matemáticas gráficas para a expressão do saber físico. Ser capaz de discriminar e traduzir as linguagens matemáticas e discursiva entre si.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

1. Um veículo tem velocidade escalar inicial de 10 m/s e varia a sua velocidade de maneira uniforme até atingir a velocidade final de 30 m/s em um intervalo de tempo de 20 s.

- a) Qual é a velocidade média desenvolvida pelo veículo?
 b) Qual é o deslocamento escalar do veículo?

Resolução

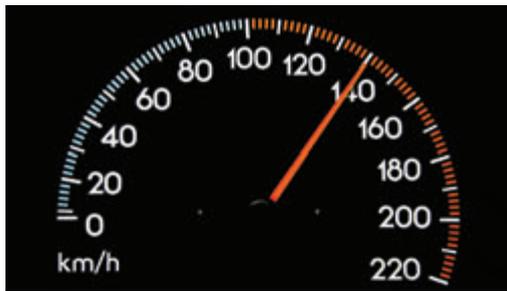
$$\text{a) } v_m = \frac{v + v_0}{2} = \frac{30 + 10}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

$$\therefore v_m = 20 \text{ m/s}$$

$$\text{b) } \Delta S = v_m \cdot \Delta t = 20 \cdot 20 = 400$$

$$\therefore \Delta S = 400 \text{ m}$$

FUNÇÃO HORÁRIA DA VELOCIDADE



O velocímetro de um carro mostra a velocidade em quilômetros por hora.

Considerando $t_0 = 0$, obtemos a função horária da velocidade, $v = f(t)$:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow v = v_0 + at$$

Nessa expressão, denominada **função horária da velocidade** para o MRUV, v_0 corresponde à velocidade inicial do móvel; a corresponde à aceleração escalar do móvel. Para qualquer instante $t > 0$, a função horária fornece a velocidade v do móvel. Logo, essa velocidade é classificada como **velocidade escalar instantânea**.

FUNÇÃO HORÁRIA DA POSIÇÃO (ESPAÇO)



Rotas de voos de aviões em parte da Grande São Paulo.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

2. Um móvel se desloca em linha reta conforme a função horária do espaço:

$$S = 10 + 2t + 3 \cdot t^2 \text{ (SI)}$$

Determine para esse movimento:

- a) O espaço inicial (S_0), a velocidade inicial (v_0) e a aceleração escalar do móvel (a).
 b) Qual é a função horária da velocidade?

Resolução

a) Como o deslocamento do móvel em função do tempo é representado por uma função do 2º grau, podemos obter os valores de S_0 , v_0 e a , fazendo comparação com a função horária do espaço:

$$S = 10 + 2t + 3 \cdot t^2$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

Espaço inicial Velocidade inicial Metade da aceleração

$$S_0 = 10 \text{ m} \quad v_0 = 2 \text{ m/s} \quad \frac{a}{2} = 3 \Rightarrow a = 6 \text{ m/s}^2$$

b) Conhecendo os valores de v_0 e a , basta substituí-los na função horária da velocidade:

$$v = v_0 + at$$

$$v = 2 + 6t \text{ (SI)}$$

EQUAÇÃO DE TORRICELLI

No movimento uniformemente variado, a aceleração escalar é constante e pode ser obtida em termos da função do espaço e do tempo.

Dessa expressão, resulta a equação de Torricelli para o MUV.

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

3. Um veículo parte de repouso e, após deslocar-se por 100 m, atinge a velocidade de 54 km/h (15 m/s). Qual é a aceleração escalar aplicada nesse veículo?

Resolução

$$\Delta S = 100 \text{ m}$$

$$v_0 = 0$$

$$v = 15 \text{ m/s}$$

$$a = ?$$

Podemos obter o valor da aceleração por meio da equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

Substituindo-se os dados do enunciado, obtemos:

$$15^2 = 0^2 + 2 \cdot a \cdot 100 \Rightarrow a = \frac{225}{200} = 1,125$$

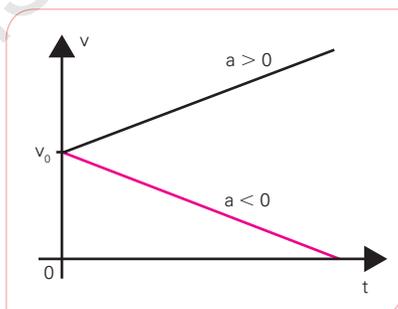
$$\therefore a = 1,125 \text{ m/s}^2$$

CLASSIFICAÇÃO DOS MOVIMENTOS

No módulo 2 desta frente, vimos que os móveis podem ter seus movimentos classificados de duas maneiras: **progressivo** ($v > 0$), quando se movimentam no sentido da trajetória, ou **retrógrado** ($v < 0$), quando se movimentam no sentido contrário ao da trajetória.

Também é possível classificar o movimento de acordo com o comportamento da velocidade em função do tempo. Ele será **acelerado**, quando o móvel tem o módulo de sua velocidade aumentando em função do tempo, ou **retardado**, quando o móvel tem o módulo de sua velocidade reduzindo em função do tempo.

O gráfico $v \times t$ também nos fornece informações sobre o sinal da aceleração do móvel.



O quadro a seguir resume a classificação dos movimentos:

Movimento acelerado	
Movimento em que a intensidade da velocidade aumenta. Isso ocorre quando a velocidade e a aceleração têm o mesmo sinal.	
$v > 0$ e $a > 0$ $a \rightarrow$ $v \rightarrow$  Orientação da trajetória	$v < 0$ e $a < 0$ $a \leftarrow$ $v \leftarrow$  Orientação da trajetória
O produto de a por v é um número positivo, ou seja, $a \cdot v > 0$.	
Movimento retardado	
Movimento em que a intensidade da velocidade diminui. Isso ocorre quando a velocidade e a aceleração têm sinais contrários.	
$v > 0$ e $a < 0$ $a \leftarrow$ $v \rightarrow$  Orientação da trajetória	$v < 0$ e $a > 0$ $a \rightarrow$ $v \leftarrow$  Orientação da trajetória
O produto de a por v é um número negativo, ou seja, $a \cdot v < 0$.	

EXERCÍCIO RESOLVIDO

4. Em uma atividade experimental, observa-se o movimento de uma gota de óleo imersa em água. A trajetória é orientada para cima, a velocidade é medida em m/s e o tempo em segundos.

Nos três primeiros segundos de movimento, a gota sobe com velocidade constante de 0,1 m/s. Nos próximos 3 segundos de movimento, a gota mantém sua trajetória, ganhando velocidade gradativamente até atingir 0,4 m/s, e nos últimos 5 segundos de movimento a gota mantém sua trajetória, porém reduzindo sua velocidade gradativamente até parar.

- Qual é a aceleração da gota em cada intervalo analisado?
- Classifique os movimentos da gota em cada intervalo analisado.

Resolução

a) Trecho I: $a = 0$, pois o movimento é uniforme (velocidade constante)

$$\text{Trecho II: } a_{II} = \frac{\Delta v_{II}}{\Delta t} = \frac{0,4 - 0,1}{3} = \frac{0,3}{3} = 0,1 \therefore a_{II} = 0,1 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Trecho III: } a_{III} = \frac{\Delta v_{III}}{\Delta t} = \frac{0 - 0,4}{5} = -\frac{0,4}{5} = -0,08$$

$$\therefore a_{III} = -0,08 \text{ m/s}^2$$

b) Trecho I: movimento uniforme (velocidade constante)

Trecho II: movimento acelerado (módulo da velocidade crescente: $a > 0$ e $v > 0$)

Trecho III: movimento retardado (módulo da velocidade decrescente: $a < 0$ e $v > 0$)

ROTEIRO DE AULA

MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV)

Características

A velocidade varia linearmente com o tempo

A aceleração é constante e diferente de zero

A função horária do espaço é quadrática (2º grau)

Funções horárias

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$v = v_0 + at$$

ROTEIRO DE AULA

MOVIMENTO RETILÍNEO
UNIFORMEMENTE
VARIADO (MRUV)Equação
de Torricelli

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

Características

Movimento acelerado.

$$a > 0 \text{ e } v > 0.$$

$$a < 0 \text{ e } v < 0.$$

Movimento retardado.

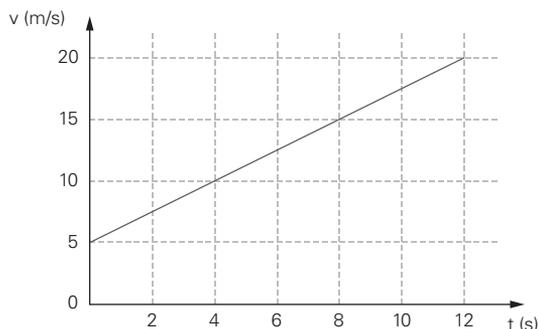
$$a < 0 \text{ e } v > 0.$$

$$a > 0 \text{ e } v < 0.$$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. UERJ – Um carro se desloca ao longo de uma reta. Sua velocidade varia de acordo com o tempo, conforme indicado no gráfico.



A função que indica o deslocamento do carro em relação ao tempo t é:

- a) $5t - 0,55t^2$
b) $5t + 0,625t^2$
 c) $20t - 1,25t^2$
 d) $20t + 2,5t^2$

Do gráfico, obtemos $v_0 = 5$ m/s e calculamos a aceleração (a)

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15 - 5}{8 - 0} = \frac{10}{8} = 1,25 \quad \therefore \quad a = 1,25 \text{ m/s}^2$$

Substituindo na função que dá o deslocamento, temos:

$$\Delta S = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow \Delta S = 5t + \frac{1,25}{2} t^2 \quad \therefore \quad \Delta S = 5t + 0,625t^2$$

2. CFTMG – Dois amigos, Pedro e Francisco, planejam fazer um passeio de bicicleta e combinam encontrarem-se no meio do caminho. Pedro fica parado no local marcado, aguardando a chegada do amigo. Francisco passa pelo ponto de encontro com uma velocidade constante de 9,0 m/s. No mesmo instante, Pedro começa a se mover com uma aceleração também constante de 0,30 m/s².

A distância percorrida por Pedro até alcançar Francisco, em metros, é igual a

- a) 30
 b) 60
 c) 270
d) 540

Francisco possui movimento retilíneo uniforme (MRU) e Pedro tem movimento uniformemente variado (MRUV). Deve-se escrever a equação horária do espaço para Pedro e Francisco, e o encontro ocorrerá quando os dois amigos estiverem na mesma posição:

$$S_f = S_0 + v \cdot t \Rightarrow S_f = 9 \cdot t$$

$$S_p = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow S_p = + \frac{0,30}{2} \cdot t^2 = 0,15 \cdot t^2$$

No encontro, os dois amigos têm a mesma posição:

$$S_f = S_p \Rightarrow 9 \cdot t = 0,15t^2 \Rightarrow t' = 0 \text{ s e } t'' = 60 \text{ s (encontro)}$$

Com o tempo de encontro, encontra-se a posição do encontro por meio das equações horárias do movimento.

$$S_f = S_p = 9t = 9 \cdot 60 = 540 \quad \therefore \quad S_{\text{encontro}} = 540 \text{ m}$$

3. Acafe-SC

C6-H20

Sem proteção adequada, uma queda com *skate* pode causar sérias lesões, dependendo da velocidade em que ocorre a queda. Um menino em repouso no seu *skate* encontra-se no ponto mais alto de uma rampa e começa a descer, chegando ao ponto mais baixo com velocidade de módulo 2,0 m/s. Em seguida, o menino se lança para baixo, com o mesmo *skate*, desse ponto mais alto com uma velocidade inicial de módulo 1,5 m/s.

Sabendo que, em ambas as situações, após iniciado o movimento, o menino não toca mais os pés no solo, a alternativa **correta** que indica o módulo da velocidade, em **m/s**, com que o menino no *skate* chega ao ponto mais baixo na segunda situação, é:

- a) 0,5
 b) 3,5
c) 2,5
 d) 2,0

Situação: 1

$$v_{01} = 0; v_1 = 2 \text{ m/s}$$

$$v_1^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow 2^2 = 0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \quad \therefore \quad a \cdot \Delta S = 2$$

Situação: 2

$$v_{02} = 1,5; v_2 = ?; a \Delta S = 2$$

$$v_2^2 = v_{02}^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow v_2^2 = 1,5^2 + 2 \cdot 2 \quad \therefore \quad v_2 = 2,5 \text{ m/s}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

4. Mackenzie-SP – Nos testes realizados em um novo veículo, observou-se que ele percorre 100 m em 5 s a partir do repouso. A aceleração do veículo é constante nesse intervalo de tempo e igual a

- a) 2 m/s²
 b) 4 m/s²
 c) 6 m/s²
d) 8 m/s²
 e) 10 m/s²

Dados: $v_0 = 0$; $t = 5$ s e $\Delta S = 100$ m, temos:

$$\Delta S = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow a = 2 \cdot \frac{\Delta S}{t^2} = 2 \cdot \frac{100}{5^2} = 8 \quad \therefore \quad a = 8 \text{ m/s}^2$$

5. UFRGS-RS – Um automóvel desloca-se por uma estrada retilínea plana e horizontal, com velocidade constante de módulo v .

Após algum tempo, os freios são acionados e o automóvel percorre uma distância d com as rodas travadas até parar. Desconsiderando o atrito com o ar, podemos afirmar corretamente que, se a velocidade inicial do automóvel fosse duas vezes maior, a distância percorrida seria

- a) $\frac{d}{4}$.
 b) $\frac{d}{2}$.
 c) d .
 d) $2d$.
e) $4d$.

Situação: 1

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow \Delta S = \frac{v^2}{2 \cdot a} \Rightarrow d = \frac{v^2}{2 \cdot a}$$

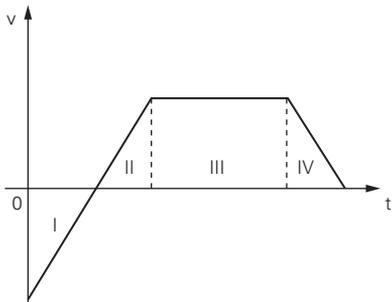
Situação: 2

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow \Delta S = \frac{(2v)^2}{2 \cdot a} \Rightarrow d' = 2 \frac{v^2}{a}$$

Comparando as distâncias, temos:

$$d = \frac{v^2}{2 \cdot a} \text{ e } d' = 2 \frac{v^2}{a} \Rightarrow 2d = \frac{v^2}{a} \Rightarrow 2d = \frac{d'}{2} \therefore d' = 4d$$

6. Sistema Dom Bosco – O gráfico abaixo representa a velocidade (v) em função do tempo (t) para um automóvel em movimento num trecho horizontal e retilíneo de uma rodovia.



Do gráfico, pode-se concluir que nos trechos I, II, III e IV o movimento é, respectivamente,

- a) acelerado, retardado, retardado, acelerado
 b) acelerado, acelerado, uniforme, acelerado
 c) retardado, acelerado, nulo, retardado
 d) retardado, acelerado, uniforme, acelerado
 e) retardado, acelerado, uniforme, retardado

I. Retardado: o módulo da velocidade diminui com o tempo.

II. Acelerado: o módulo da velocidade aumenta com o tempo.

III. Uniforme: o automóvel mantém velocidade constante.

IV. Retardado: o módulo da velocidade diminui com o tempo.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UEM-PR – Um carro está viajando em linha reta para o norte com uma velocidade inicialmente constante e igual a 23 m/s. Despreze os efeitos do atrito e da resistência do ar e assinale a(s) alternativa(s) **correta(s)**.

- 01) A velocidade do carro após decorridos 4 s, se a sua aceleração é de 2 m/s^2 apontando para o norte, será de 31 m/s.
 02) A velocidade do carro após decorridos 10 s, se a sua aceleração é de 2 m/s^2 apontando para o sul, é de -5 m/s .
 04) O deslocamento do carro depois de 4 s, se a sua aceleração é de 2 m/s^2 apontando para o norte, é de 108 m.
 08) A velocidade média do carro, se a sua aceleração é de 2 m/s^2 apontando para o norte, após 4 s, é de 27 m/s.
 16) O movimento do carro, quando este está sujeito a uma aceleração, é denominado movimento uniforme.

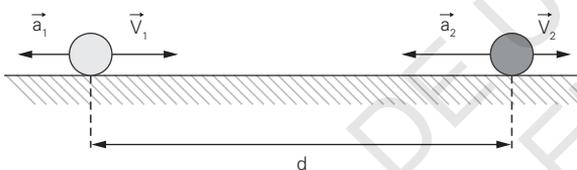
8. UERJ – O cérebro humano demora cerca de 0,36 segundo para responder a um estímulo. Por exemplo, se um motorista decide parar o carro, levará no mínimo esse tempo de resposta para acionar o freio.

Determine a distância que um carro a 100 km/h percorre durante o tempo de resposta do motorista e calcule a aceleração média imposta ao carro se ele para totalmente em 5 segundos.

9. IF Sul-RS (adaptado) – Dois móveis, A e B movendo-se em um plano horizontal, percorrem trajetórias perpendiculares, seguindo os eixos Ox e Oy , de acordo com as funções horárias $x_A = 18 - 3t$ e $y_B = 18 + 9t - 2t^2$ com unidades de acordo com o Sistema Internacional de Unidades (S.I.).

Em que instante os móveis irão se encontrar?

- 10. UPE** – Duas partículas, 1 e 2, se movem ao longo de uma linha horizontal, em rota de encontro com velocidades iniciais de módulos iguais a $v_1 = 10 \text{ m/s}$ e $v_2 = 14 \text{ m/s}$ e acelerações contrárias às suas velocidades de módulos $a_1 = 1,0 \text{ m/s}^2$ e $a_2 = 0,5 \text{ m/s}^2$.



Sabendo que o encontro entre elas ocorre, apenas uma vez, o valor da separação inicial, d , entre as partículas vale

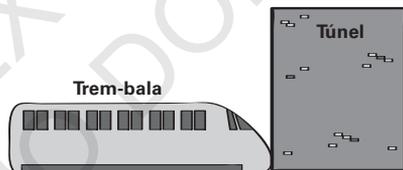
- a) 4 m
b) 8 m
c) 16 m
d) 96 m
e) 192 m

- 11. Unicamp-SP** – Correr uma maratona requer preparo físico e determinação. A uma pessoa comum se recomenda, para o treino de um dia, repetir 8 vezes a seguinte sequência: correr a distância de 1 km à velocidade de $10,8 \text{ km/h}$ e, posteriormente, andar rápido a $7,2 \text{ km/h}$ durante dois minutos.

- a) Qual será a distância total percorrida pelo atleta ao terminar o treino?

- b) Para atingir a velocidade de $10,8 \text{ km/h}$, partindo do repouso, o atleta percorre 3 m com aceleração constante. Calcule o módulo da aceleração do corredor nesse trecho.

- 12. IFPE** – Um trem-bala, viajando a 396 km/h , tem a sua frente emparelhada com o início de um túnel de 80 m de comprimento (ver figura). Nesse exato momento, o trem desacelera a uma taxa de 5 m/s^2 . Sabendo-se que o trem mantém essa desaceleração por todo o tempo em que atravessa completamente o túnel e que ele possui 130 m de comprimento, determine o tempo em segundos que o trem irá gastar.



- a) 3,6 c) 6,0 e) 2,4
b) 2,0 d) 1,8

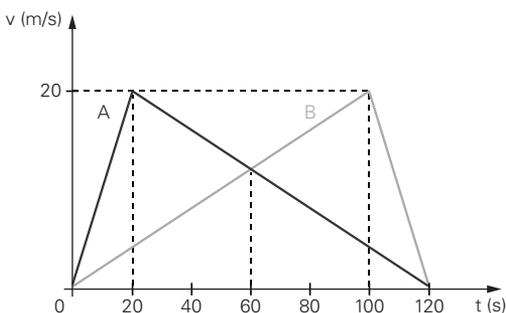
- 13. PUC-RJ** – Um corredor olímpico de 100 metros rasos acelera desde a largada, com aceleração constante, até atingir a linha de chegada, por onde ele passará com velocidade instantânea de 12 m/s no instante final. Qual é a sua aceleração constante?

- a) $10,0 \text{ m/s}^2$ d) $0,72 \text{ m/s}^2$
b) $1,0 \text{ m/s}^2$ e) $2,0 \text{ m/s}^2$
c) $1,66 \text{ m/s}^2$

- 14. UESC-BA** – Um veículo automotivo, munido de freios que reduzem a velocidade de $5,0 \text{ m/s}$, em cada segundo, realiza movimento retilíneo uniforme com velocidade de módulo igual a $10,0 \text{ m/s}$. Em determinado instante, o motorista avista um obstáculo e os freios são acionados. Considerando-se que o tempo de reação do motorista é de $0,5 \text{ s}$, a distância que o veículo percorre, até parar, é igual, em m, a

- a) 17,0
b) 15,0
c) 10,0
d) 7,0
e) 5,0

- 15. UNIFESP** – Dois veículos, A e B, partem simultaneamente de uma mesma posição e movem-se no mesmo sentido ao longo de uma rodovia plana e retilínea durante 120 s . As curvas do gráfico representam, nesse intervalo de tempo, como variam suas velocidades escalares em função do tempo.



Calcule:

- a) o módulo das velocidades escalares médias de A e de B em m/s durante os 120 s

- b) a distância entre os veículos, em metros, no instante $t = 60$ s

16. PUC-RJ – Os vencedores da prova de 100 m rasos são chamados de homem/mulher mais rápidos do mundo. Em geral, após o disparo e acelerando de maneira constante, um bom corredor atinge a velocidade máxima de $12,0 \text{ m/s}$ a $36,0 \text{ m}$ do ponto de partida. Essa velocidade é mantida por $3,0 \text{ s}$. A partir deste ponto, o corredor desacelera, também de maneira constante, com $a = -0,5 \text{ m/s}^2$, completando a prova em, aproximadamente, 10 s . É correto afirmar que a aceleração nos primeiros $36,0 \text{ m}$, a distância percorrida nos $3,0 \text{ s}$ seguintes e a velocidade final do corredor ao cruzar a linha de chegada são, respectivamente,

- a) $2,0 \text{ m/s}^2$; $36,0 \text{ m}$; $10,8 \text{ m/s}$.
b) $2,0 \text{ m/s}^2$; $38,0 \text{ m}$; $21,6 \text{ m/s}$.
c) $2,0 \text{ m/s}^2$; $72,0 \text{ m}$; $32,4 \text{ m/s}$.
d) $4,0 \text{ m/s}^2$; $36,0 \text{ m}$; $10,8 \text{ m/s}$.
e) $4,0 \text{ m/s}^2$; $38,0 \text{ m}$; $21,6 \text{ m/s}$.

17. PUC-PR – Um automóvel parte do repouso em uma via plana, onde desenvolve movimento retilíneo uniformemente variado. Ao se deslocar $4,0 \text{ m}$ a partir do ponto de repouso, ele passa por uma placa sinalizadora de trânsito e, $4,0 \text{ s}$ depois, passa por outra placa sinalizadora 12 m adiante. Qual a aceleração desenvolvida pelo automóvel?

ESTUDO PARA O ENEM

18. CFTMG

C6-H20

A situação em que o módulo da aceleração média será maior está descrita em:

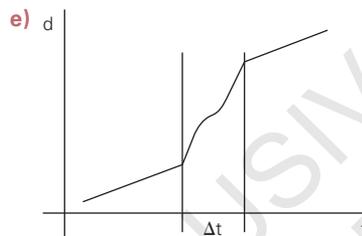
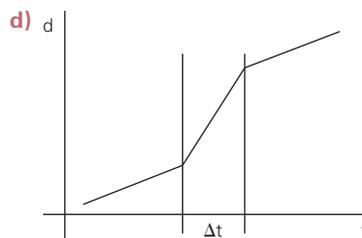
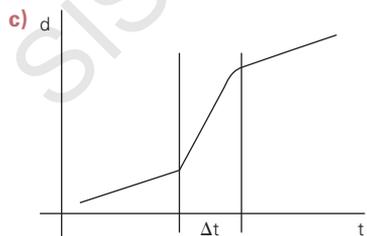
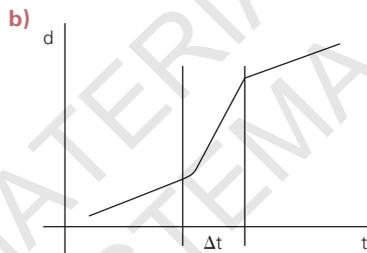
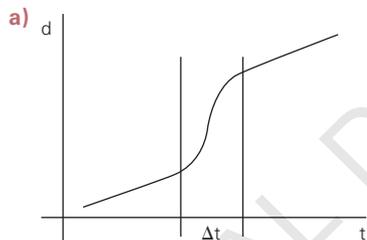
- “Na Terra, uma pedra arremessada para cima encontra-se no ponto mais alto de sua trajetória”.
- “Um corredor velocista realiza a prova dos 100 m rasos alcançando a partir do repouso a velocidade de 11 m/s em 5 s.”
- “Um automóvel em movimento tem sua velocidade de 16 m/s reduzida a zero em 4 s diante de um sinal vermelho”.
- “Um avião, ao pousar, toca a pista de aterrissagem com uma velocidade inicial de 70 m/s, levando 14 s para alcançar o repouso”.
- “Um ciclista que, partindo do repouso, atinge a velocidade de 10 m/s após 40 s pedalando”.

19. UFRGS-RS

C5-H17

Um automóvel desloca-se por uma estrada retilínea plana e horizontal, com velocidade constante de módulo v .

Em certo momento, o automóvel alcança um longo caminhão. A oportunidade de ultrapassagem surge e o automóvel é acelerado uniformemente até que fique completamente à frente do caminhão. Nesse instante, o motorista “alivia o pé” e o automóvel reduz a velocidade uniformemente até voltar à velocidade inicial v . A figura abaixo apresenta cinco gráficos de distância (d) \times tempo (t). Em cada um deles, está assinalado o intervalo de tempo (Δt) em que houve variação de velocidade. Escolha qual dos gráficos melhor reproduz a situação descrita acima.



20. Enem

C1-H3

Um motorista que atende a uma chamada de celular é levado à desatenção, aumentando a possibilidade de acidentes ocorrerem em razão do aumento de seu tempo de reação. Considere dois motoristas, o primeiro atento e o segundo utilizando o celular enquanto dirige. Eles aceleram seus carros inicialmente a $1,00 \text{ m/s}^2$. Em resposta a uma emergência, freiam com uma desaceleração igual a $5,00 \text{ m/s}^2$. O motorista atento aciona o freio à velocidade de $14,0 \text{ m/s}$, enquanto o desatento, em situação análoga, leva $1,00$ segundo a mais para iniciar a frenagem.

Que distância o motorista desatento percorre a mais do que o motorista atento até a parada total dos carros?

- 2,90 m
- 14,0 m
- 15,5 m
- 15,0 m
- 17,4 m

DIAGRAMA HORÁRIO DA VELOCIDADE, DO ESPAÇO, E DA ACELERAÇÃO

4

DIAGRAMA DOS MOVIMENTOS

DIAGRAMA

Os diagramas são utilizados nas mais diferentes áreas, seja na análise física de um movimento, seja no complexo mundo dos negócios.

DIAGRAMA HORÁRIO DA VELOCIDADE ($v \times t$)

Como a função horária da velocidade ($v \times t$) para o movimento uniformemente variado é uma função do 1º grau, a curva do gráfico velocidade \times tempo tem a forma de uma reta inclinada. A intersecção da reta com o eixo das ordenadas indica a velocidade inicial v_0 . A tangente do ângulo que a reta forma com o eixo horizontal nos fornece a **aceleração** escalar do movimento.

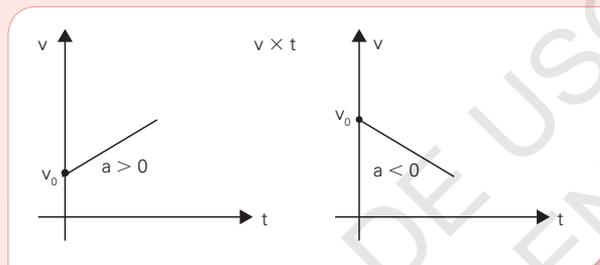


Gráfico de $v \times t$

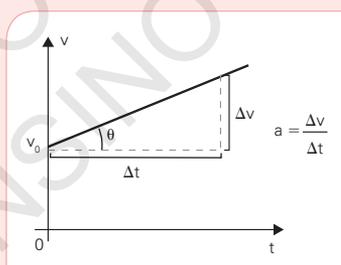
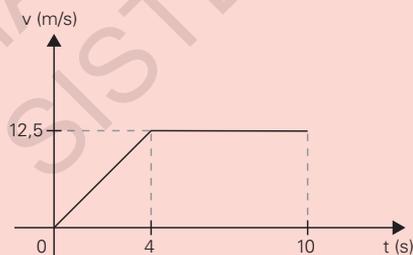


Gráfico $v \times t$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

1. O gráfico a seguir representa o desempenho de um atleta em uma corrida de curta distância. O atleta parte do repouso, acelera por 4,0 s e mantém sua velocidade constante até ultrapassar a linha de chegada.



Analisando o gráfico, conclui-se que a velocidade escalar média do atleta, em m/s, é:

- a) 5,0 c) 15,0 e) 25,0
b) 10,0 d) 20,0

Resolução

A velocidade média do atleta é dada por:

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

A área sob a curva no gráfico $v \times t$ fornece o valor do deslocamento escalar ΔS . Como a área do trapézio descrito pela função é dada por:

$$\Delta S = A = \left(\frac{B+b}{2} \right) \cdot h \Rightarrow \Delta S = \left(\frac{10+6}{2} \right)$$

$$\cdot 12,5 = 8 \cdot 12,5 = 100 \text{ m}$$

$$\therefore \Delta S = 100 \text{ m}$$

Com o valor de ΔS e Δt , calculamos a velocidade escalar média.

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{100}{10} = 10 \quad \therefore v_m = 10 \text{ m/s}$$

- Diagramas
- Diagrama horário da velocidade
- Diagrama horário da posição (espaço)
- Diagrama horário da aceleração

HABILIDADES

- Compreender as características do MUV.
- Distinguir movimentos variados — acelerados e retardados.
- Identificar gráficos característicos do movimento uniforme e do movimento uniformemente variado.
- Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.
- Utilizar e compreender tabelas, gráficos e relações matemáticas gráficas para a expressão do saber físico.
- Ser capaz de discriminar e traduzir as linguagens matemáticas e discursiva entre si.

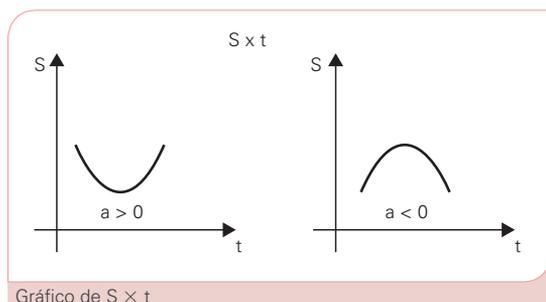
DIAGRAMA HORÁRIO DA POSIÇÃO ($S \times t$)

No movimento uniformemente variado, a função horária do espaço é uma função do 2º grau em t , de modo que podemos escrever:

$$(S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a \cdot t^2),$$

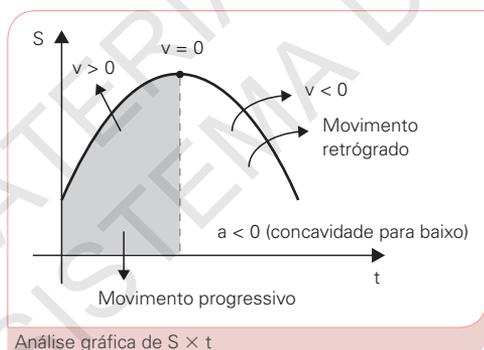
em que S_0 é o espaço inicial; v_0 corresponde à velocidade inicial; e a , à aceleração do movimento.

A representação gráfica de uma função do 2º grau é um ramo de parábola. Assim, o gráfico do espaço em função do tempo ($S \times t$) é descrito pelo diagrama a seguir:



A concavidade da parábola do gráfico $S \times t$ está associada ao coeficiente do termo t^2 . Perceba que ela estará voltada para cima quando a aceleração escalar do MUV for positiva. Quando a aceleração escalar do MUV for negativa, a concavidade da parábola, por sua vez, estará voltada para baixo.

Suponha que um móvel descreva um movimento uniformemente variado, cujas características estão representadas no gráfico abaixo. Vamos obter algumas características do movimento desse móvel por meio da análise gráfica.



Podemos observar que o móvel apresenta aceleração negativa, pois a concavidade da parábola está voltada para baixo.

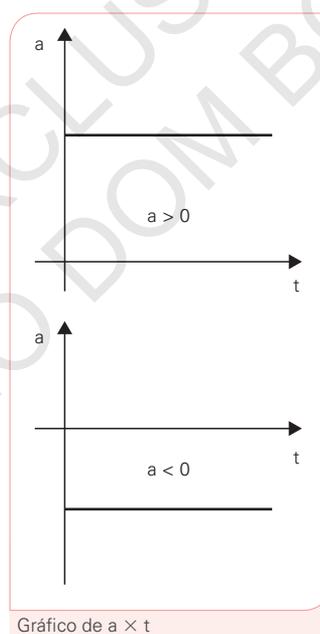
Partindo do instante $t = 0$, notamos que a função é crescente até um determinado instante em que a velocidade escalar se torna nula. Chamamos esse ponto de **ponto de máximo** da função.

Repare que até esse instante o móvel se desloca a favor da orientação positiva da trajetória e sua velocidade é positiva; portanto, o movimento é progressivo.

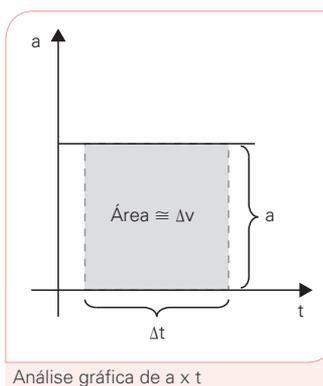
A partir do vértice, a função da velocidade é decrescente e apresenta valores negativos. Como o móvel desloca-se no sentido contrário ao da orientação da trajetória, dizemos que o movimento é retrógrado.

DIAGRAMA HORÁRIO DA ACELERAÇÃO

No caso da aceleração constante, o diagrama horário mostra uma reta paralela ao eixo horizontal, podendo ser positiva ($\Delta v > 0$) ou negativa ($\Delta v < 0$), conforme figura.

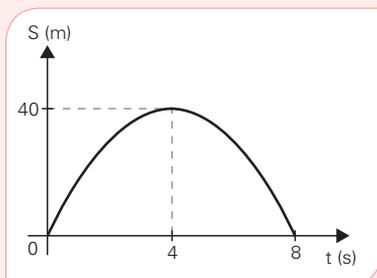


A área sob a curva no gráfico da aceleração *versus* o tempo ($a \times t$) fornece a variação da velocidade (Δv) do móvel.



EXERCÍCIO RESOLVIDO

2. Uma partícula desloca-se ao longo de uma trajetória retilínea, descrevendo um movimento uniformemente variado. Sabendo que a posição da partícula em função do tempo é representada pelo gráfico a seguir, responda aos itens.



- a) Qual é a classificação do movimento nos primeiros 4 segundos?
 b) Qual é a função horária do espaço para essa partícula?

Resolução

a) Analisando o gráfico, notamos que o deslocamento escalar da partícula aumenta no intervalo descrito; logo, sua velocidade escalar é positiva e, assim, o movimento é progressivo. Observa-se também que a parábola apresenta concavidade para baixo; logo, a aceleração escalar tem valor negativo. Assim, com velocidade escalar positiva e aceleração escalar negativa, conclui-

-se que a partícula executa movimento retardado no intervalo analisado.

b) Como o gráfico $s \times t$ do movimento da partícula é uma parábola, ocorre um MUV; portanto, a função é dada por:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Do gráfico, obtemos: $S_0 = 0$

Para o cálculo de v_0 , observamos que, em 4 s, a partícula inverte o sentido do seu movimento; logo, estará parada ($v = 0$).

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow \frac{40}{4} = \frac{0 + v_0}{2} \Rightarrow 10 = \frac{v_0}{2} \Rightarrow v_0 = 20 \text{ m/s}$$

Com o valor da velocidade inicial, obtemos a aceleração da partícula:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 20}{4} = -5 \Rightarrow a = -5 \text{ m/s}^2$$

Agora podemos escrever a equação horária do espaço para o movimento uniformemente variado.

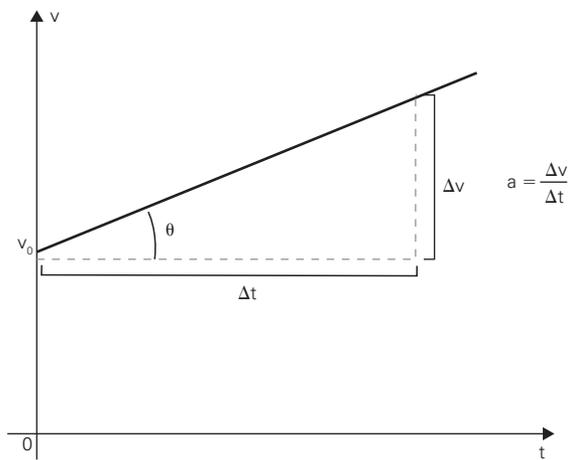
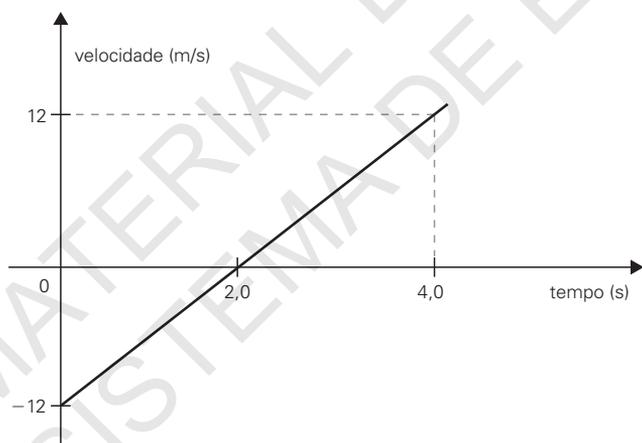
$$S = 0 + 20t + \frac{1}{2} (-5) t^2 \Rightarrow S = 20t - 2,5t^2$$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

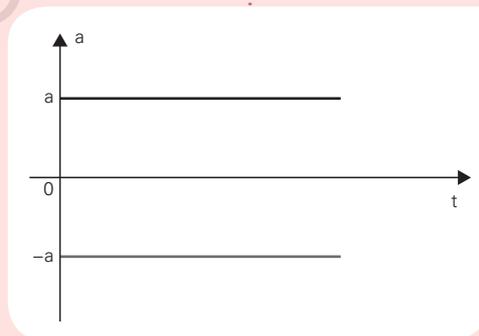
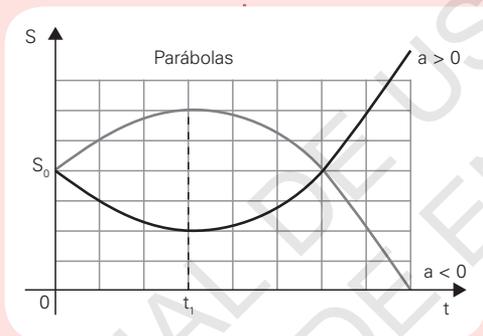
ROTEIRO DE AULA

DIAGRAMA DOS MOVIMENTOS

VELOCIDADE × TEMPO



ROTEIRO DE AULA

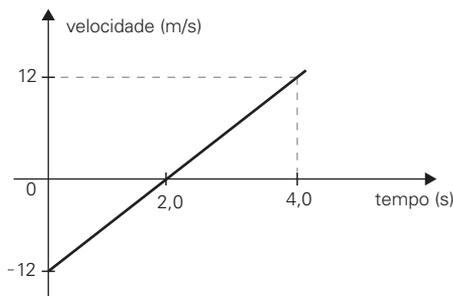
DIAGRAMA
DOS MOVIMENTOSPosição \times TempoAceleração \times Tempo

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. UEG-GO

C5-H17

Leia o gráfico a seguir.



As informações obtidas na leitura do gráfico permitem dizer que

- a) a velocidade inicial é 12 m/s.
b) a velocidade é nula em 2,0 s.
 c) a velocidade final é de -12 m/s.
 d) o espaço percorrido foi de 12 m.
 e) a aceleração escalar é de 12 m/s².

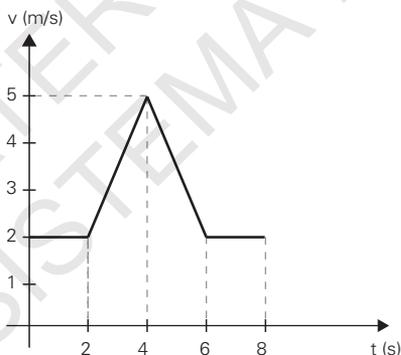
- a) Falsa. Segundo o gráfico, a velocidade inicial do móvel é -12 m/s.
 b) Verdadeira. No instante $t = 2,0$ s, o móvel possui velocidade nula; neste momento, muda o sentido do movimento.
 c) Falsa. O gráfico indica a velocidade contínua a subir após 4,0 s; logo, será maior que 12 m/s.
 d) Falsa. A área do gráfico corresponde ao espaço total percorrido. Logo, o móvel percorre 12 m na ida e 12 m na volta. Teve espaço total percorrido de 24 m e deslocamento igual a 0 m.

e) Falsa. A aceleração foi de 6 m/s², pois: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12 - (-12)}{4 - 0} = \frac{24}{4} = 6 \text{ m/s}^2$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

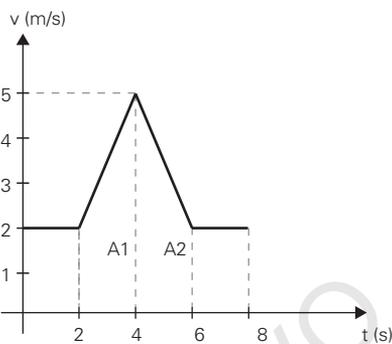
2. UPE – Em um treino de corrida, a velocidade de um atleta foi registrada em função do tempo, conforme ilustra a figura a seguir.



A distância total percorrida pelo corredor, em metros, durante o período de tempo em que ele possuía aceleração diferente de zero, é

- a) 4
 b) 7
 c) 8
d) 14
 e) 22

Deve-se calcular a área sob a curva no gráfico de $v \times t$ entre os instantes 2 s e 6 s, pois nesse intervalo de tempo o móvel possui aceleração diferente de zero.



$$A_1 = \frac{B+b}{2} \cdot h \Rightarrow \Delta S_1 = \frac{5+2}{2} \cdot (4-2) = 7 \text{ m}$$

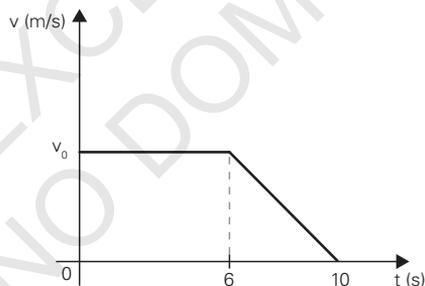
$$A_2 = \frac{B+b}{2} \cdot h \Rightarrow \Delta S_2 = \frac{5+2}{2} \cdot (6-4) = 7 \text{ m}$$

$$\Delta S = 7 + 7 = 14 \therefore \Delta S = 14 \text{ m}$$

3. UEM-PR

C5-H17

O gráfico a seguir representa a variação da velocidade de um móvel em função do tempo.



Se o deslocamento efetuado pelo móvel nos 10 s do movimento é igual a 40 m, então a velocidade inicial v_0 é igual a

- a) 4 m/s
b) 5 m/s
 c) 6 m/s
 d) 7 m/s

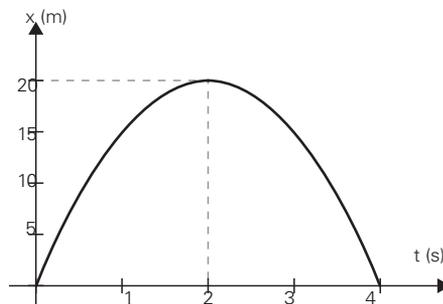
$$\Delta S = \text{Área}$$

$$\Delta S = \frac{B+b}{2} \cdot h \Rightarrow 40 = \frac{10+6}{2} \cdot v_0 \Rightarrow v_0 = \frac{80}{16} = 5 \therefore v_0 = 5 \text{ m/s}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

4. Cefet-MG (adaptado) – Um objeto tem a sua posição (x) em função do tempo (t) descrito pela parábola conforme o gráfico.



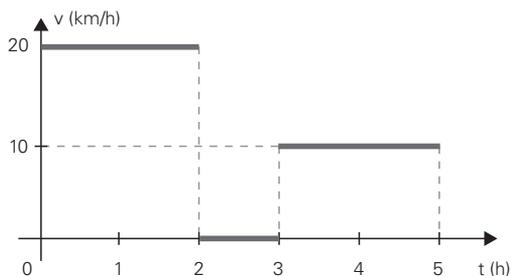
Analisando-se esse movimento, determine o módulo de sua velocidade inicial, em m/s.

No instante $t = 2$ s, a partícula possui velocidade nula

($v = 0$); assim, temos:

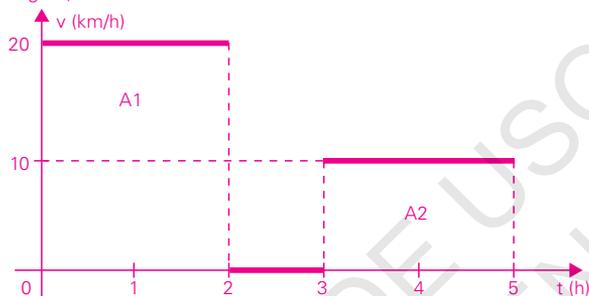
$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{v + v_0}{2} \quad \frac{20}{2} = \frac{0 + v_0}{2} \quad \therefore v_0 = 20 \text{ m/s}$$

5. Mackenzie-SP (adaptado)



Uma pessoa realiza uma viagem de carro em uma estrada retilínea, parando para um lanche, de acordo com o gráfico acima. Qual a velocidade média nas primeiras 5 horas deste movimento?

Primeiramente, devemos calcular o deslocamento do carro durante a viagem, calculando a área da $v \times t$.



$$\Delta S_1 = A_1 = 20 \cdot (2 - 0) = 40 \quad \therefore \Delta S_1 = 40 \text{ km}$$

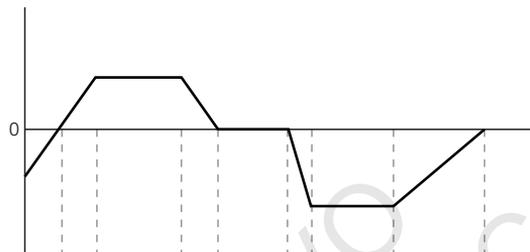
$$\Delta S_2 = A_2 = 10 \cdot (5 - 3) = 20 \quad \therefore \Delta S_2 = 20 \text{ km}$$

$$\Delta S = A_1 + A_2 = 40 + 20 = 60 \quad \therefore \Delta S = 60 \text{ km}$$

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{60}{5} = 12 \quad \therefore v_m = 12 \text{ km/h}$$

6. PUC-PR – A figura fornece a aceleração em função do tempo, $a(t)$, de um pequeno cachorro Chihuahua, enquanto ele persegue um pastor alemão ao longo de uma linha reta.

Marque a alternativa CORRETA.

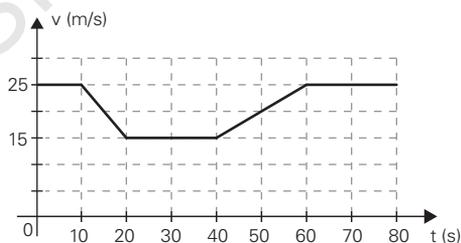


- a) No intervalo de tempo E, o Chihuahua move-se com velocidade constante.
- b) Nos intervalos de tempo C, E e G, o Chihuahua move-se com velocidade constante.
- c) O Chihuahua está parado no intervalo de tempo E.
- d) Nos intervalos de tempo B e D, a velocidade e o deslocamento do Chihuahua são necessariamente positivos.
- e) Entre os intervalos A e B, o Chihuahua inverte o sentido em que está correndo.

Nos intervalos C e G, o móvel possui aceleração constante; logo, possui variação de velocidade; já no intervalo E, o móvel possui aceleração nula, de modo que descreve movimento uniforme de velocidade constante.

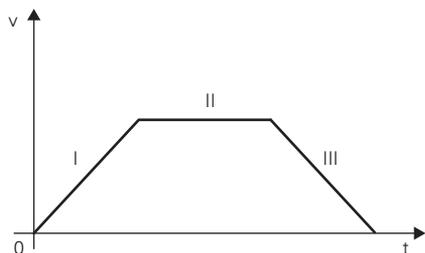
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UNESP – Um motorista dirigia por uma estrada plana e retilínea quando, por causa de obras, foi obrigado a desacelerar seu veículo, reduzindo sua velocidade de 90 km/h (25 m/s) para 54 km/h (15 m/s). Depois de passado o trecho em obras, retornou à velocidade inicial de 90 km/h. O gráfico representa como variou a velocidade escalar do veículo em função do tempo, enquanto ele passou por esse trecho da rodovia.



Determine a distância adicional, em m/s, que o motorista teria percorrido caso não tivesse reduzido a velocidade devido às obras, mas mantido sua velocidade constante de 90 km/h durante os 80 s representados no gráfico.

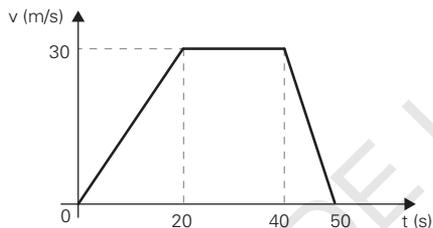
- 8. FGV-SP** – Um carro deslocou-se por uma trajetória retilínea e o gráfico qualitativo de sua velocidade (v), em função do tempo (t), está representado na figura.



Analisando o gráfico, conclui-se corretamente que

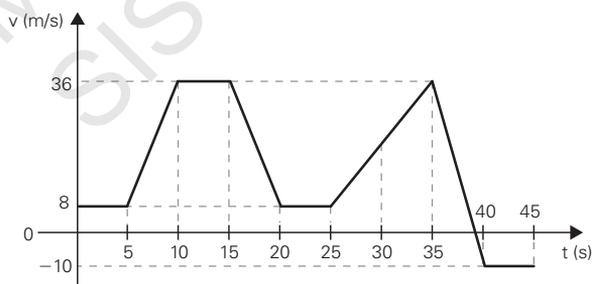
- o carro deslocou-se em movimento uniforme nos trechos I e III, permanecendo em repouso no trecho II.
- o carro deslocou-se em movimento uniformemente variado nos trechos I e III, e em movimento uniforme no trecho II.
- o deslocamento do carro ocorreu com aceleração variável nos trechos I e III, permanecendo constante no trecho II.
- a aceleração do carro aumentou no trecho I, permaneceu constante no trecho II e diminuiu no trecho III.
- o movimento do carro foi progressivo e acelerado no trecho I, progressivo e uniforme no trecho II, mas foi retrógrado e retardado no trecho III.

- 9. CFTMG** – O gráfico a seguir descreve a velocidade de um carro durante um trajeto retilíneo.

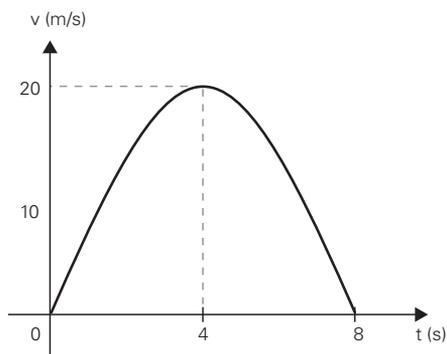


Com relação ao movimento, pode-se afirmar que o carro

- desacelera no intervalo entre 40 e 50 s.
 - está parado no intervalo entre 20 e 40 s.
 - inverte o movimento no intervalo entre 40 e 50 s.
 - move-se com velocidade constante no intervalo entre 0 e 20 s.
- 10. UFPR** – Um veículo está se movendo ao longo de uma estrada plana e retilínea. Sua velocidade em função do tempo, para um trecho do percurso, foi registrada e está mostrada no gráfico a seguir. Considerando que em $t = 0$ a posição do veículo S é igual a zero, determine a sua posição ao final dos 45 s.



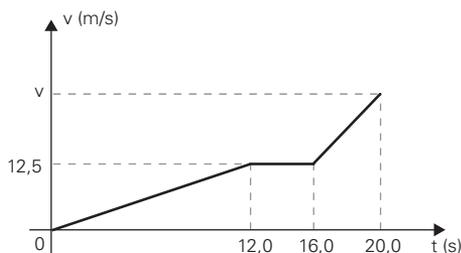
- 11. Imed-RS** – Considere um carro que se movimenta ao longo de uma pista retilínea. O gráfico a seguir descreve a velocidade do carro em função do tempo, segundo um observador em repouso sobre a calçada.



Em relação a essa situação, assinale a alternativa correta.

- O movimento é uniformemente variado.
- O carro realiza um movimento retilíneo uniforme.
- Ao final do movimento ($t = 8$ s), o carro retorna à sua posição de origem ($t = 0$).
- O carro está freando no intervalo $4 \text{ s} < t < 8 \text{ s}$.
- Em $t = 4$ s o carro inverte o sentido do seu movimento.

12. Mackenzie-SP – Certo piloto de *kart* é avaliado durante uma prova, ao longo de um trecho retilíneo de 200 m de comprimento. O tempo gasto nesse deslocamento foi 20,0 s e a velocidade escalar do veículo variou segundo o diagrama a seguir.



Nesse caso, a medida de v no instante em que o *kart* concluiu o trecho foi

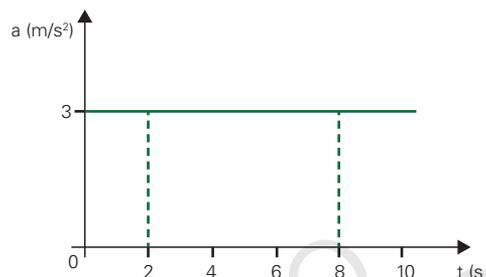
- a) 90,0 km/h d) 30,0 km/h
b) 60,0 km/h e) 25,0 km/h
c) 50,0 km/h

13. UEM-PR – Analise as alternativas a seguir e assinale o que for correto.

- 01)** O gráfico da velocidade em função do tempo, para um móvel descrevendo um movimento retilíneo e uniforme, é uma reta paralela ao eixo dos tempos.
02) O gráfico da posição em função do tempo, para um móvel descrevendo um movimento retilíneo e uniforme, é uma reta, e o coeficiente angular dessa reta fornece a velocidade do móvel.
04) O gráfico do espaço percorrido em função do tempo é uma reta para um móvel que realiza um movimento uniforme qualquer.
08) O espaço percorrido por um móvel, em um dado intervalo de tempo, pode ser obtido calculando-se a "área sob a curva" do gráfico da velocidade em função do tempo, para aquele dado intervalo de tempo.
16) O gráfico da velocidade em função do tempo, para um móvel descrevendo um movimento retilíneo uniformemente variado, é uma parábola.

14. FCMSCSP

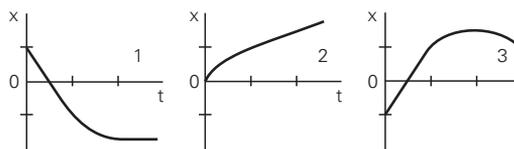
Um automóvel move-se por uma retilínea e sua aceleração escalar está representada no gráfico.



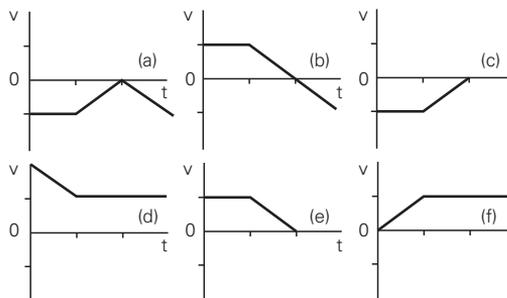
Sabendo que no instante $t = 2$ s a velocidade escalar desse automóvel é de 2 m/s, sua velocidade média no intervalo entre $t = 2$ s e $t = 8$ s é de

- a) 8 m/s
b) 9 m/s
c) 10 m/s
d) 11 m/s
e) 12 m/s

15. UFRGS-RS – Cada um dos gráficos a seguir representa a posição em função do tempo para um movimento unidimensional (as partes curvas devem ser consideradas como segmentos de parábolas).



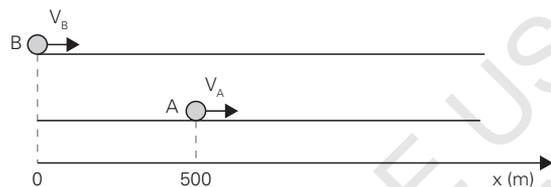
No conjunto de gráficos a seguir, está representada a velocidade em função do tempo para seis situações distintas.



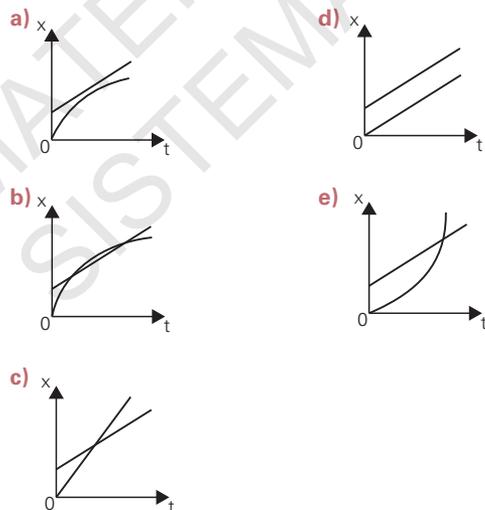
Considerando que as divisões nos eixos dos tempos são iguais em todos os gráficos, assinale a alternativa que combina corretamente os gráficos que descrevem, por pares, o mesmo movimento.

- a) 1(c) – 2(d) – 3(b).
 b) 1(e) – 2(f) – 3(a).
 c) 1(a) – 2(d) – 3(e).
 d) 1(c) – 2(f) – 3(d).
 e) 1(e) – 2(d) – 3(b).

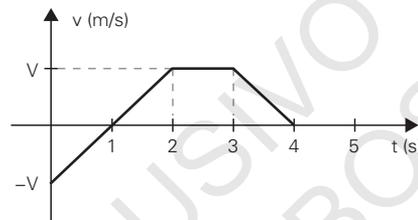
16. Escola Naval-RJ – Analise a figura a seguir.



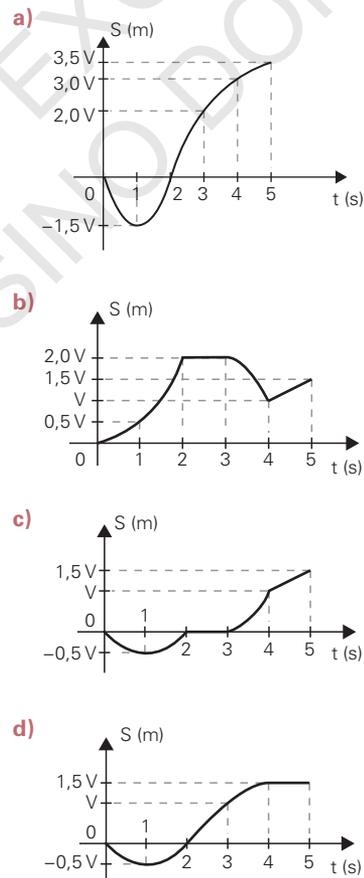
A figura mostra duas partículas A e B se movendo em pistas retas e paralelas, no sentido positivo do eixo x . A partícula A se move com velocidade constante de módulo $v_A = 8$ m/s. No instante em que A passa pela posição $x = 500$ m a partícula B passa pela origem, $x = 0$, com velocidade de $v_B = 45$ m/s e uma desaceleração constante cujo módulo é $1,5$ m/s². Qual dos gráficos abaixo pode representar as posições das partículas A e B em função do tempo?



17. Epcar-MG/AFA-SP – O gráfico a seguir representa a velocidade escalar v de uma partícula em movimento retilíneo.



Considerando que, em $t = 0$, a partícula está na origem dos espaços ($S_0 = 0$), o gráfico que melhor representa a posição (S) dessa partícula até o instante $t = 5$ s é:

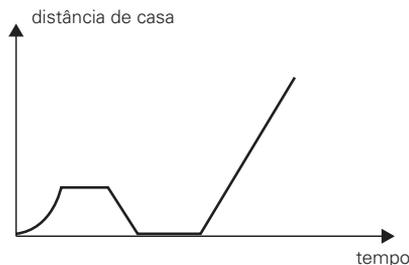


ESTUDO PARA O ENEM

18. UFPR

C5-H17

Assinale a alternativa que apresenta a história que melhor se adapta ao gráfico.



- Assim que saí de casa lembrei que deveria ter enviado um documento para um cliente por *e-mail*. Resolvi voltar e cumprir essa tarefa. Aproveitei para responder mais algumas mensagens e, quando me dei conta, já havia passado mais de uma hora. Saí apressada e tomei um táxi para o escritório.
- Saí de casa e quando vi o ônibus parado no ponto corri para pegá-lo. Infelizmente, o motorista não me viu e partiu. Após esperar algum tempo no ponto, resolvi voltar para casa e chamar um táxi. Passado algum tempo, o táxi me pegou na porta de casa e me deixou no escritório.
- Eu tinha acabado de sair de casa quando tocou o celular e parei para atendê-lo. Era meu chefe, dizendo que eu estava atrasado para uma reunião. Minha sorte é que nesse momento estava passando um táxi. Acenei para ele e poucos minutos depois eu já estava no escritório.
- Tinha acabado de sair de casa quando o pneu furou. Desci do carro, troquei o pneu e finalmente pude ir para o trabalho.
- Saí de casa sem destino – estava apenas com vontade de andar. Após ter dado umas dez voltas na quadra, cansei e resolvi entrar novamente em casa.

19. Fatec-SP

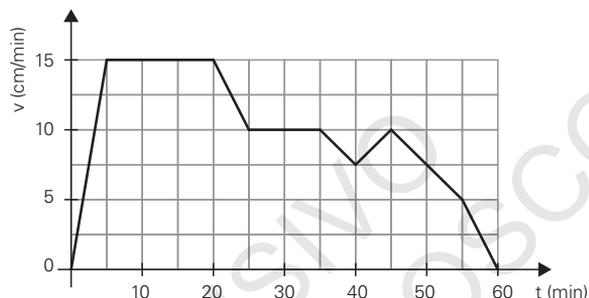
C5-H17

O jipe-robô Curiosity da NASA chegou a Marte, em agosto de 2012, carregando consigo câmeras de alta resolução e um sofisticado laboratório de análises químicas para uma rotina de testes. Da Terra, uma equipe de técnicos comandava seus movimentos e lhe enviava as tarefas que deveria realizar.

Imagine que, ao verem a imagem de uma rocha muito peculiar, os técnicos da NASA, no desejo de que o Curiosity a analisasse, determinem uma trajetória reta que une o ponto de observação até a rocha e instruem o robô para

iniciar seu deslocamento, que teve duração de uma hora. Nesse intervalo de tempo, o Curiosity desenvolveu as velocidades indicadas no gráfico.

O deslocamento total realizado pelo Curiosity, do ponto de observação ao seu destino, foi, em metros,

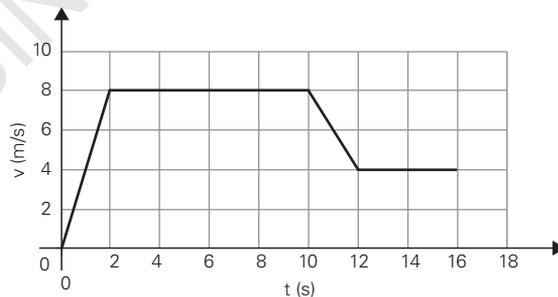


- 9
- 6
- 4
- 2
- 1

20. IFSul-RS (adaptado)

C5-H17

Um ponto material movimentou-se em linha reta durante 16 s e o comportamento da sua velocidade, em função do tempo, foi representado em um gráfico, ilustrado na figura a seguir.



A análise do gráfico indica que o ponto material estava em

- movimento uniformemente acelerado, entre os instantes 0 s e 2 s.
- repouso, somente entre os instantes 2 s e 10 s.
- movimento uniforme, entre os instantes 0 s e 2 s e 10 s e 12 s.
- repouso, entre os instantes 2 s e 10 s e entre os instantes 12 s e 16 s
- movimento uniforme entre os instantes 0 e 16 s.

MOVIMENTOS VERTICAIS

- Queda livre
- Deslocamentos sucessivos
- Lançamento vertical

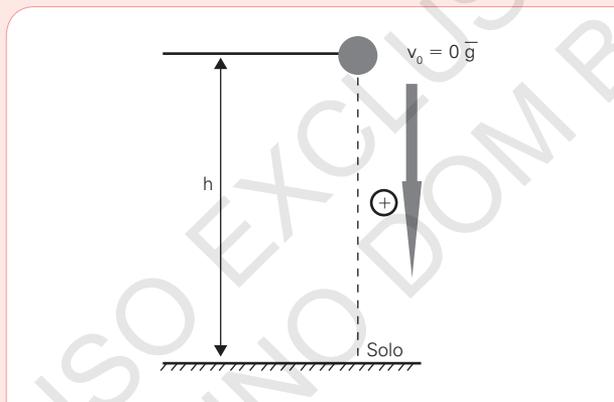
HABILIDADES

- Compreender as características do MUV
- Distinguir movimentos variados — acelerados e retardados
- Analisar o movimento de queda livre por meio do gráfico representativo
- Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.
- Utilizar e compreender tabelas, gráficos e relações matemáticas gráficas para a expressão do saber físico. Ser capaz de discriminar e traduzir as linguagens matemáticas e discursiva entre si.
- Identificar regularidades associando fenômenos que ocorrem em situações semelhantes, para aplicar as leis que expressam essas regularidades para situações na análise e previsão de situações do dia a dia.
- Reconhecer as características do movimento de corpos em queda livre e/ou lançados verticalmente.

QUEDA LIVRE

Em alguns parques de diversão, é comum as pessoas fazerem o uso da aceleração da gravidade para aumentar a sensação de adrenalina.

Veja a representação de um corpo em queda livre de uma altura h acima do solo.



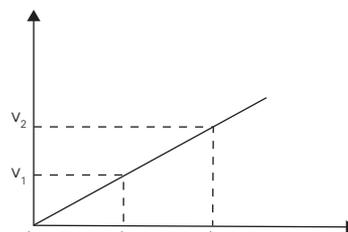
Para pontos próximos da superfície da Terra (até 200 m de altura, por exemplo), considera-se que durante a queda a velocidade do corpo aumenta uniformemente, ou seja, a aceleração do movimento é constante, logo o movimento é classificado como movimento retilíneo uniformemente acelerado.

Sentido do movimento

$$\downarrow t_0 = 0 \quad \otimes v_0 = 0$$

$$\downarrow t_1 = 1 \text{ s} \quad \otimes v_1 = 9,8 \text{ m/s}$$

$$\downarrow t_2 = 2 \text{ s} \quad \otimes v_2 = 19,6 \text{ m/s}$$



Considerando a velocidade inicial de queda igual a zero e a aceleração do movimento igual a g , ao aplicar as equações do MUV, podemos fazer as seguintes comparações:

aceleração $a \rightarrow$ aceleração da gravidade g ;

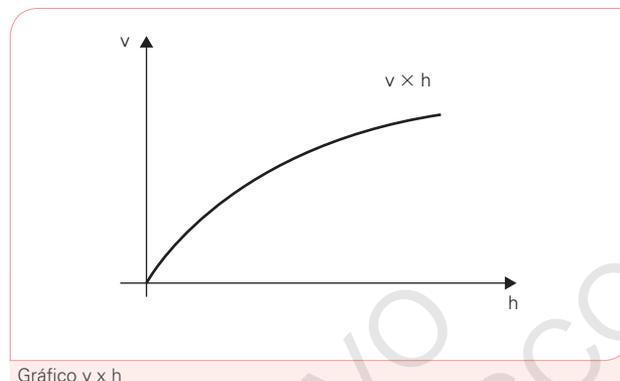
deslocamento escalar $\Delta s \rightarrow$ altura h ;

orientando-se a trajetória de cima para baixo, com origem no ponto inicial do movimento, temos que a função da posição em relação ao tempo fica:

E a equação de Torricelli, que também será utilizada nos cálculos dos movimentos em queda livre, fica assim:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

O gráfico da velocidade em função da altura de queda pode ser representado da seguinte maneira:



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Sistema Dom Bosco – Um objeto é abandonado, a partir do repouso, de uma altura de 20 m acima do solo terrestre. Despreze a resistência do ar e considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Pedem-se:

a) O tempo de queda do corpo até o solo.

Resolução

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} = \sqrt{\frac{40}{10}} = \sqrt{4} = 2$$

Resposta: $t = 2 \text{ s}$

b) O módulo da velocidade do corpo no instante em que ele atinge o solo.

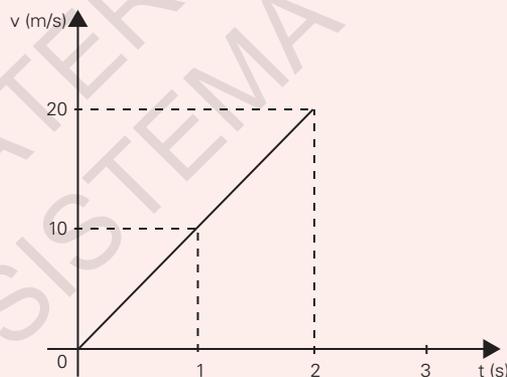
Resolução

$$v = g \cdot t = 10 \cdot 2 = 20$$

Resposta: $v = 20 \text{ m/s}$

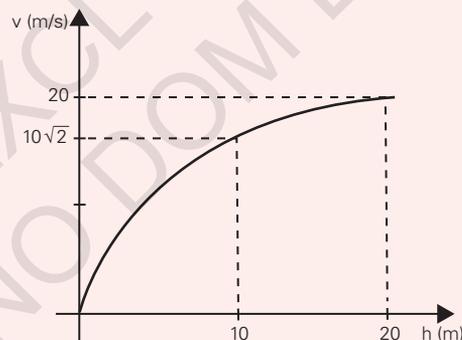
c) O gráfico da velocidade \times tempo de queda.

Resolução



d) O gráfico da velocidade \times altura de queda.

Resolução



2. Em um laboratório de pesquisa, um objeto, livre de influências externas, é abandonado de uma altura de 6 m e cai em queda livre por um intervalo de tempo de 4,0 s, até atingir o solo.

Determine:

a) a aparente aceleração gravitacional à qual o objeto foi submetido;

Resolução

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow g = \frac{2 \cdot h}{t^2} = \frac{2 \cdot 6}{4^2} = \frac{12}{16} = 0,75$$

Resposta: $g = 0,75 \text{ m/s}^2$

b) A altura de descida do objeto em seu último segundo de movimento.

Resolução

Para esse item, pode-se usar as proporções de Galileu. Primeiro calcula-se a distância d para o primeiro segundo de movimento.

$$t \rightarrow d = h = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,75 \cdot 1^2 = 0,375 \therefore d = 0,375 \text{ m}$$

Pelas proporções de Galileu, temos para cada instante t , os seguintes deslocamentos:

$d, 3d, 5d, 7d, \dots$

Logo, no seu último segundo de movimento, o objeto se deslocará por uma distância igual a **7d**.

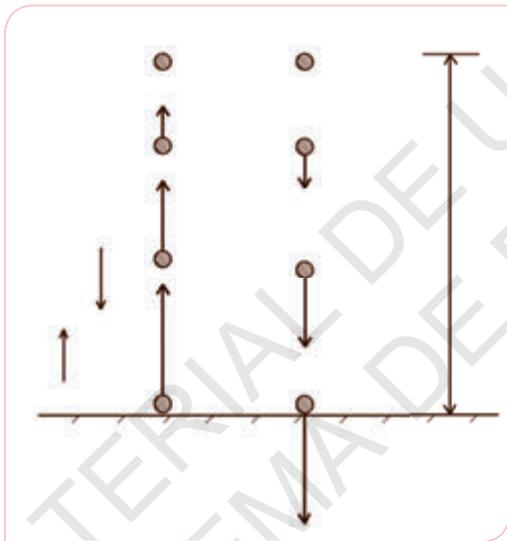
$$h' = 7d = 7 \cdot 0,375 = 2,625 \text{ m} \therefore h' = 2,625 \text{ m}$$

LANÇAMENTO VERTICAL PARA CIMA

O lançamento vertical possui características parecidas com o movimento de queda livre. O corpo sobe em trajetória retilínea e vertical, livre de forças resistivas, como a resistência do ar, e descreve movimento uniformemente variado.

Descreve-se o movimento do corpo da seguinte maneira: no ato do lançamento, ele adquire velocidade vertical para cima, denominada velocidade inicial (v_0), que faz o corpo subir. À medida que sobe, o corpo perde velocidade à razão de 9,8 m/s a cada segundo de subida (aceleração da gravidade). No ponto de altura máxima, a velocidade do corpo se anula ($v = 0$), e ele começa a cair em queda livre.

Observa-se pela figura que o corpo possui, em módulo, a mesma velocidade de subida e de descida, porém com sentidos opostos. Sendo ambos os movimentos retilíneos e com aceleração constante de módulo g , o corpo possui movimento retardado na subida, pois parte com uma velocidade inicial igual a v_0 e vai perdendo velocidade conforme sobe, até que, no ponto mais alto, a velocidade é nula. Durante a descida, o movimento é acelerado, uma vez que o corpo passa a adquirir uma velocidade de intensidade cada vez maior ao longo do tempo, restabelecendo o valor da velocidade que possuía no instante de lançamento.



Para um referencial no solo, com a trajetória orientada para cima, as funções do lançamento vertical podem ser descritas da seguinte maneira:

$$\text{Altura (h): } h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$\text{Velocidade (v): } v = v_0 - g \cdot t$$

$$\text{Equação de Torricelli: } v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h$$

Note que a aceleração da gravidade aparece com valor negativo, pois a aceleração do objeto está no sentido oposto ao do movimento.

Para o cálculo do tempo de subida (t_s) e altura máxima ($h_{\text{máx}}$) atingida pelo corpo lançado verticalmente para cima, pode-se usar as seguintes funções:

Lembrando que na altura máxima $v = 0$, temos:

$$v = v_0 - g \cdot t$$

$$g \cdot t = v_0$$

$$t_s = \frac{v_0}{g}$$

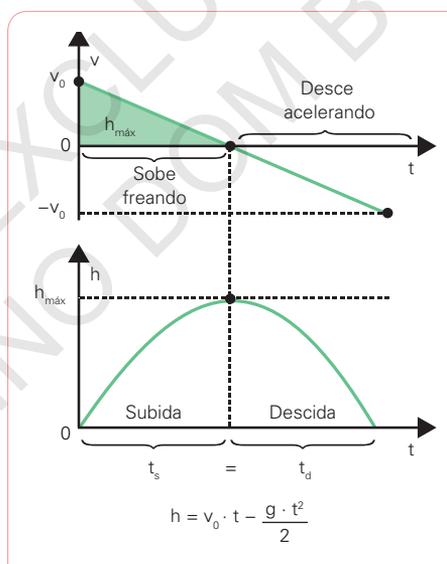
Pela equação de Torricelli, temos:

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h$$

$$0 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h_{\text{máx}}$$

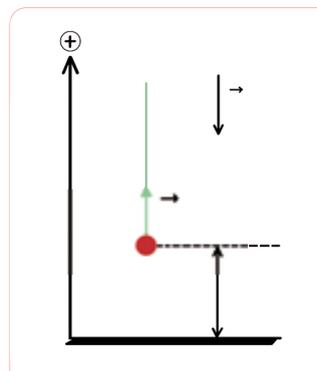
$$h_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$$

Como a velocidade é uma função linear do tempo e a altura atingida pelo objeto é uma função quadrática do tempo, podemos plotar os gráficos de $v \times t$ e $s \times t$:



Observação

Se o corpo for lançado verticalmente para cima da altura h_0 acima do solo, para um referencial no solo e com trajetória orientada para cima, a função horária do espaço ficará $h = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$.



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. Um projétil de brinquedo é arremessado verticalmente para cima, da beira da sacada de um prédio, com uma velocidade inicial de 10 m/s. O projétil sobe livremente e, ao cair, atinge a calçada do prédio com uma velocidade de módulo igual a 30 m/s. Indique quanto tempo o projétil permaneceu no ar, supondo o módulo da aceleração da gravidade igual a 10 m/s² e desprezando os efeitos de atrito sobre o movimento do projétil.

- a) 1 s c) 3 s e) 5 s
 b) 2 s d) 4 s

Resolução

Calcula-se, primeiramente, o tempo de subida (t_s):

Na altura máxima, $v = 0$

$$v = v_0 - g \cdot t$$

$$t_s = \frac{v_0}{g} = \frac{10}{10} = 1 \text{ s}$$

Calcula-se o tempo de queda (t_q):

$$v = v_0 - g \cdot t$$

$$t_q = \frac{v}{g} = \frac{30}{10} = 3 \text{ s}$$

Calcula-se o tempo total (t_t)

$$t_t = t_s + t_q = 1 + 3 = 4 \therefore t_t = 4 \text{ s}$$

4. Um motorista, parado no sinal, observa um menino arremessando várias bolas de tênis para o ar. Suponha que a altura alcançada por uma dessas bolas, a partir do ponto em que é lançada, seja de 50 cm. A velocidade, em m/s, com que o menino arremessa essa bola pode ser estimada em

Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$

- a) 1,4 b) 3,2 c) 5,0 d) 9,8

Resolução

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h$$

$$0^2 = v_0^2 - 2 \cdot 10 \cdot 0,50$$

$$v_0^2 = 10$$

$$v^2 = \sqrt{10} \approx 3,16 \therefore v \approx 3,2 \text{ m/s}$$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

MOVIMENTOS VERTICAIS

Características

Movimento uniformemente variado.

A aceleração constante é igual à aceleração

da gravidade (em módulo).

Queda livre

Movimento vertical para baixo livre de resistências.

Velocidade inicial nula.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

MOVIMENTOS
VERTICAISLançamento vertical
pra cima

Movimento vertical para cima, livre de resistências.

Velocidade inicial diferente de zero.

Velocidade nula no ponto de altura máxima.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Fuvest-SP

C1-H17

Em uma tribo indígena de uma ilha tropical, o teste derradeiro de coragem de um jovem é deixar-se cair em um rio, do alto de um penhasco. Um desses jovens se soltou verticalmente, a partir do repouso, de uma altura de 45 m em relação à superfície da água. O tempo decorrido, em segundos, entre o instante em que o jovem iniciou sua queda e aquele em que um espectador, parado no alto do penhasco, ouviu o barulho do impacto do jovem na água é, aproximadamente,

Note e adote:

- Considere o ar em repouso e ignore sua resistência.
- Ignore as dimensões das pessoas envolvidas.
- Velocidade do som no ar: 360 m/s.
- Aceleração da gravidade: 10 m/s².

a) 3,1.

b) 4,3.

c) 5,2.

d) 6,2.

e) 7,0.

Etapa 1: Calcular o tempo de queda do índio.

$$t_{\text{queda}} = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 45}{10}} = 3 \therefore t_{\text{queda}} = 3,0 \text{ s}$$

Etapa 2: Calcular o tempo de subida do som.

$$t_{\text{som}} = \frac{H}{v} = \frac{45}{360} = 0,125 \therefore t_{\text{som}} = 0,125 \text{ s}$$

Etapa 3: Calcular o tempo total.

$$\Delta t = t_{\text{queda}} + t_{\text{som}} = 3,0 + 0,125 \approx 3,1 \therefore \Delta t \approx 3,1 \text{ s}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

2. PUC-MG – O edifício mais alto do Brasil ainda é o Mirante do Vale com 51 andares e uma altura de 170 metros. Se gotas de água caíssem em queda livre do último andar desse edifício, elas chegariam ao solo com uma velocidade de aproximadamente 200 km/h e poderiam causar danos a objetos e pessoas. Por outro lado, gotas de chuva caem de alturas muito maiores e atingem o solo sem ferir as pessoas ou danificar objetos. Isso ocorre porque:

- a) quando caem das nuvens, as gotas de água se dividem em partículas de massas desprezíveis.
- b) embora atinjam o solo com velocidades muito altas, as gotas não causam danos por serem líquidas.
- c) as gotas de água chegam ao solo com baixas velocidades, pois não caem em queda livre devido ao atrito com o ar.
- d) as gotas de água têm massas muito pequenas e a aceleração da gravidade praticamente não afeta seus movimentos verticais.

No início do movimento, a gota cai em queda livre, logo o seu movimento é acelerado. Porém, ao longo do trajeto, a resistência do ar, que é proporcional ao quadrado da velocidade de queda, aumenta, até o instante em que a força de resistência torna-se igual à força peso da gota, limitando a velocidade de queda da gota, que não é capaz de causar dano a pessoas nem a objetos.

3. Enem

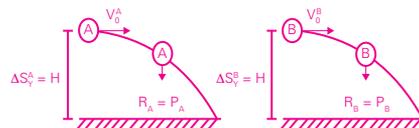
C6-H20

Para um salto no Grand Canyon usando motos, dois paraquedistas vão utilizar uma moto cada um, sendo que uma delas possui massa três vezes maior. Foram construídas duas pistas idênticas até a beira do precipício, de forma que, no momento do salto, as motos deixem a pista horizontalmente e ao mesmo tempo. No instante em que saltam, os paraquedistas abandonam suas motos e elas caem praticamente sem resistência do ar.

As motos atingem o solo simultaneamente porque

- a) possuem a mesma inércia.
- b) estão sujeitas à mesma força resultante.
- c) têm a mesma quantidade de movimento inicial.
- d) adquirem a mesma aceleração durante a queda.
- e) são lançadas com a mesma velocidade horizontal.

O movimento descrito pelas motos é a composição de dois movimentos que ocorrem simultaneamente: na horizontal (movimento uniforme) e na vertical (queda livre), pois a única força que age em cada uma delas é seu próprio peso. Logo:



$$R_A = P_A$$

$$m|a_A| = m \cdot g$$

$$|a_A| = g = \text{cte.}$$

$$R_B = P_B$$

$$3 \cdot m|a_B| = 3 \cdot m \cdot g$$

$$|a_B| = g = \text{cte.}$$

Como as motos perderam o contato com as pistas (que possuem mesma altura) no mesmo instante e, na vertical, o movimento é uniformemente acelerado (queda livre), podemos calcular o tempo de queda de cada uma delas:

$$\text{Moto A: } \Delta S_V^A = v_{0V}^A \cdot t_A + a_A \cdot \frac{t_A^2}{2}$$

$$H = \frac{g \cdot t_A^2}{2}$$

$$t_A = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}$$

$$\text{Moto B: } \Delta S_V^B = v_{0V}^B \cdot t_B + a_B \cdot \frac{t_B^2}{2}$$

$$H = \frac{g \cdot t_B^2}{2}$$

$$t_B = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}$$

Assim, o tempo de queda das motos é o mesmo, independentemente de suas massas e de suas velocidades horizontais.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

4. Mackenzie-SP – Vários corpos idênticos são abandonados de uma altura de 7,20 m em relação ao solo, em intervalos de tempos iguais. Quando o primeiro corpo atingir o solo, o quinto corpo inicia seu movimento de queda livre. Desprezando a resistência do ar e adotando a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$, a velocidade do segundo corpo nessas condições é

- a) 10,0 m/s **d) 9,0 m/s**
 b) 6,0 m/s e) 12,0 m/s
 c) 3,0 m/s

Primeiramente, calculamos o tempo de queda:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,2}{10}} = \sqrt{1,44} = 1,2 \therefore t = 1,2 \text{ s}$$

Como são abandonados 5 corpos, haverá um intervalo de 0,3 s para o

lançamento de cada corpo. Logo, o segundo corpo terá se deslocado

por 0,9 s quando o primeiro corpo atingir o solo. Assim, temos:

$$v' = g \cdot t' = 10 \cdot 0,9 = 9 \therefore v' = 9 \text{ m/s}$$

5. PUC-RJ – Um menino, estando em repouso, joga uma garrafa cheia de água verticalmente para cima com velocidade escalar de 4,0 m/s, a partir de uma altura de 1,0 m em relação ao chão. Ele, então, começa a correr em trajetória retilínea a uma velocidade de 6,0 m/s.

Determine a que distância, em metros, do ponto de partida, o menino está quando a garrafa bate no chão.

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$

O tempo que o garoto terá para se deslocar é igual ao tempo que a garrafa permanecerá no ar. Logo, primeiramente, precisamos calcular o tempo de "voo" da garrafa.

$$S = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$h = h_0 + v_0 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$0 = 1 + 4 \cdot t - \frac{10}{2} \cdot t^2$$

$$5 \cdot t^2 - 4 \cdot t - 1 = 0$$

$$t' = -0,2 \text{ s e } t'' = 1,0 \text{ s}$$

Como o tempo é absoluto, o tempo negativo é descartado e o garoto terá 1,0 s para se deslocar.

$$\Delta S = v \cdot \Delta t = 6 \cdot 1 = 6 \therefore \Delta S = 6 \text{ m}$$

6. EEWB-MG – Em um local onde $g = 10 \text{ m/s}^2$, um objeto é lançado verticalmente para cima, a partir do solo terrestre. O efeito do ar é desprezível.

O objeto atinge 20% de sua altura máxima com uma velocidade de módulo igual a 40 m/s. A altura máxima atingida pelo objeto vale

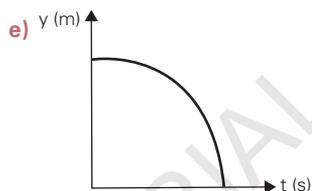
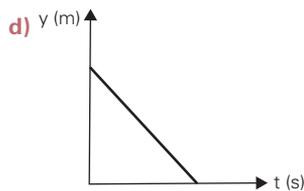
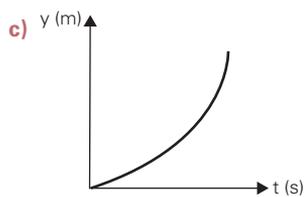
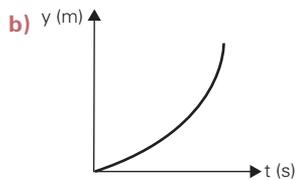
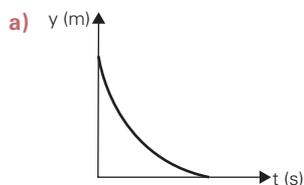
- a) 200 m.
 b) 150 m.
c) 100 m.
 d) 75 m.

Como o móvel percorreu 20% de sua altura máxima ($0,2 \cdot H_{\text{máx}}$), ainda lhe resta percorrer 80% ($0,8 \cdot H_{\text{máx}}$) dessa altura. Assim, usamos $0,2 \cdot H_{\text{máx}}$ como origem dos espaços, $v = 40 \text{ m/s}$ como velocidade inicial de movimento e $v = 0$ como a velocidade em que o móvel está no ponto de altura máxima e, assim, chegamos ao resultado esperado.

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot H \Rightarrow 0 = 40^2 - 2 \cdot 10 \cdot 0,8 \cdot H_{\text{máx}} \therefore H_{\text{máx}} = 100 \text{ m}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UEL-PR – Com o avanço do conhecimento científico acerca da queda livre dos corpos, assinale a alternativa que indica, corretamente, o gráfico de deslocamento *versus* tempo que melhor representa esse movimento em regiões onde a resistência do ar é desprezível.



8. UERJ (adaptado) – Considere que um objeto tenha caído de uma altura igual a 20 m, com aceleração constante, atingindo o solo com a velocidade de 60 km/h. Nessas condições, determine o valor da aceleração, em m/s^2 .

9. UERJ – Uma ave marinha costuma mergulhar de uma altura de 20 m para buscar alimento no mar.

Suponha que um desses mergulhos tenha sido feito em sentido vertical, a partir do repouso e exclusivamente sob ação da força da gravidade.

Desprezando-se as forças de atrito e de resistência do ar, a ave chegará à superfície do mar a uma velocidade, em m/s, aproximadamente igual a:

- a) 20
- b) 40
- c) 60
- d) 80

10. PUC-RJ – Um astronauta, em um planeta desconhecido, observa que um objeto leva 2,0 s para cair, partindo do repouso, de uma altura de 12 m.

Determine a aceleração gravitacional nesse planeta, em m/s^2 .

11. UPF-RS (adaptado) – O Brasil, em 2014, sediou o Campeonato Mundial de Balonismo. Mais de 20 equipes de diferentes nacionalidades coloriram, com seus balões de ar quente, o céu de Rio Claro, no interior de São Paulo. Desse feito, um professor de Física propôs a um estudante de Ensino Médio a seguinte questão: considere um balão deslocando-se horizontalmente, a 80 m do solo, com velocidade constante de 6 m/s. Quando ele passa exatamente sobre uma pessoa parada no solo, deixa cair um objeto que estava fixo em seu cesto. Desprezando qualquer atrito do objeto com o ar e considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, qual será o tempo gasto pelo objeto para atingir o solo, considerado plano?

12. FMP-SC (adaptado) – Em um certo planeta, um corpo é atirado verticalmente para cima, no vácuo, de um ponto acima do solo horizontal. A altura, em metros, atingida pelo corpo é dada pela função $h(t) = At^2 + Bt + C$, em que t está em segundos. Decorridos 4 segundos do lançamento, o corpo atinge a altura máxima de 9 metros e, 10 segundos após o lançamento, o corpo toca o solo. Determine a altura do ponto de lançamento, em metros.

13. IFSul-RS (adaptado) – Em uma experiência de cinemática, estudantes analisaram o movimento de um objeto que foi lançado verticalmente para cima a partir do solo. Eles verificaram que o objeto passa por um determinado ponto 0,5 s depois do lançamento, subindo, e passa pelo mesmo ponto 3,5 s depois do lançamento, descendo. Considerando que essa experiência foi realizada em um local onde a aceleração da gravidade é igual a 10 m/s^2 e que foram desprezadas quaisquer formas de atrito no movimento do objeto, quais os valores de velocidade de lançamento e altura máxima atingida pelo objeto que os estudantes conseguiram determinar?

14. UECE – Considere um pêndulo, construído com um fio inextensível e uma massa puntiforme, que oscila em um plano vertical sob a ação da gravidade ao longo de um arco de círculo. Suponha que a massa se desprenda do fio no ponto mais alto de sua trajetória durante a oscilação.

Assim, após o desprendimento, a massa descreverá uma trajetória

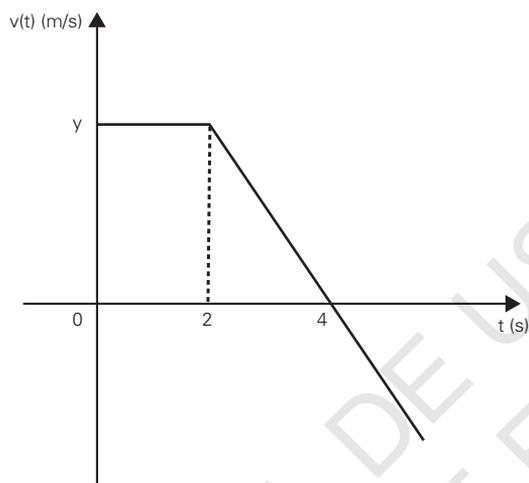
- a) vertical.
- b) horizontal.
- c) parabólica.
- d) reta e tangente à trajetória.

15. UEM-PR – Uma bola é arremessada, desde o solo, verticalmente para cima, com uma velocidade inicial de 25 m/s. Desconsidere a resistência do ar e assumo $g = 10 \text{ m/s}^2$. Assinale a(s) alternativa(s) correta(s).

- 01) A altura máxima alcançada pela bola é de 33 m. Nessa posição, a velocidade da bola é de 3 m/s.
- 02) O tempo necessário para que a bola atinja a altura máxima é de 2,5 s.
- 04) Depois de alcançar a altura máxima, a bola demora mais 4 s para atingir o solo.
- 08) O módulo da velocidade da bola quando esta retorna ao solo é de 25 m/s.

Dê a soma da(s) alternativa(s) correta(s).

- 16. Unifesp** – Em uma manhã de calmaria, um Veículo Lançador de Satélite (VLS) é lançado verticalmente do solo e, após um período de aceleração, ao atingir a altura de 100 m, sua velocidade linear é constante e de módulo igual a 20,0 m/s. Alguns segundos após atingir essa altura, um de seus conjuntos de instrumentos desprende-se e move-se livremente sob ação da força gravitacional. A figura fornece o gráfico da velocidade vertical, em m/s, do conjunto de instrumentos desprendido como função do tempo, em segundos, medido no intervalo entre o momento em que ele atinge a altura de 100 m até o instante em que, ao retornar, toca o solo.



- a) Determine a ordenada y do gráfico no instante $t = 0$ s e a altura em que o conjunto de instrumentos se desprende do VLS.

- b) Calcule, por meio dos dados fornecidos pelo gráfico, a aceleração gravitacional do local e , considerando $\sqrt{2} = 1,4$, determine o instante no qual o conjunto de instrumentos toca o solo ao retornar.

- 17. Unisc-RS** – Ao cair em queda livre de alturas diferentes, h_1 e h_2 (sem atrito), dois corpos alcançam o chão com as velocidades V_1 e V_2 , respectivamente. Sabendo que $V_2 = 2 \cdot V_1$, deduzimos que a altura h_2 vale

- a) $1 h_1$
 b) $2 h_1$
 c) $\frac{h_1}{2}$
 d) $\frac{h_1}{4}$
 e) $4 h_1$

ESTUDO PARA O ENEM

18. UFSM-RS

C6-H20

Durante uma visita ao planeta X, um astronauta realizou um experimento para determinar o módulo da aceleração gravitacional local. O experimento consistiu em determinar o tempo de queda de um objeto de massa m , abandonado a partir do repouso e de uma altura h . O astronauta verificou que o tempo de queda, desprezando a resistência com a atmosfera local, é metade do valor medido, quando o experimento é realizado na Terra, em condições idênticas. Com base nesse resultado, pode-se concluir que o módulo da aceleração gravitacional no planeta X (g_x) é, comparado com o módulo da aceleração gravitacional na Terra (g_t),

- a) $g_x = 4 \cdot g_t$.
 b) $g_x = 2 \cdot g_t$.
 c) $g_x = \frac{g_t}{4}$.
 d) $g_x = \frac{g_t}{2}$.
 e) $g_x = \frac{g_t}{8}$.

19. Enem

C6-H20

O Super-homem e as leis do movimento

Uma das razões para pensar sobre física dos super-heróis é, acima de tudo, uma forma divertida de explorar muitos fenômenos físicos interessantes, desde fenômenos corriqueiros até eventos considerados fantásticos. A figura seguinte mostra o Super-homem lançando-se no espaço para chegar ao topo de um prédio de altura H . Seria possível admitir que, com seus superpoderes, ele estaria voando com propulsão própria, mas considere que ele tenha dado um forte salto. Nesse caso, sua velocidade final no ponto mais alto do salto deve ser zero, caso contrário, ele continuaria subindo. Sendo g a aceleração da gravidade, a relação entre a velocidade inicial do Super-homem e a altura atingida é dada por: $v^2 = 2 \cdot g \cdot H$.



A altura que o Super-homem alcança em seu salto depende do quadrado de sua velocidade inicial porque

- a) a altura do seu pulo é proporcional à sua velocidade média multiplicada pelo tempo que ele permanece no ar ao quadrado.
 b) o tempo que ele permanece no ar é diretamente proporcional à aceleração da gravidade e esta é diretamente proporcional à velocidade.
 c) o tempo que ele permanece no ar é inversamente proporcional à aceleração da gravidade e esta é inversamente proporcional à velocidade média.
 d) a aceleração do movimento deve ser elevada ao quadrado, pois existem duas acelerações envolvidas: a aceleração da gravidade e a aceleração do salto.
 e) a altura do seu pulo é proporcional à sua velocidade média multiplicada pelo tempo que ele permanece no ar, e esse tempo também depende da sua velocidade inicial.

20. UFP-RS

C6-H20

Sobre um rio, há uma ponte de 20 metros de altura de onde um pescador deixa cair um anzol ligado a um peso de chumbo. Esse anzol, que cai a partir do repouso e em linha reta, atinge uma lancha que se deslocava com velocidade constante de 20 m/s por esse rio. Nessas condições, desprezando a resistência do ar e admitindo que a aceleração gravitacional seja 10 m/s^2 , pode-se afirmar que no exato momento do início da queda do anzol a lancha estava a uma distância do vertical da queda, em metros, de:

- a) 80 c) 40 e) 60
 b) 100 d) 20

6

VETORES E CINEMÁTICA VETORIAL

VETORES

GRANDEZAS ESCALARES E VETORIAIS

Grandeza é tudo aquilo que é suscetível de ser medido.

Uma grandeza é denominada escalar quando sua medida fica perfeitamente caracterizada pelo valor numérico seguido de uma unidade adequada. Exemplo: comprimento, massa, temperatura, tempo, entre outras.

Uma grandeza é denominada vetorial quando necessita de uma noção de orientação espacial (direção e sentido) para ficar perfeitamente caracterizada, além de sua intensidade (módulo), dada por seu valor numérico, seguido de uma unidade adequada. Exemplo: força, velocidade, aceleração, torque, entre outras.

Toda grandeza vetorial é trabalhada matematicamente pelas regras de operações com vetores.

VETOR - DEFINIÇÃO E FORMAS DE REPRESENTAÇÃO

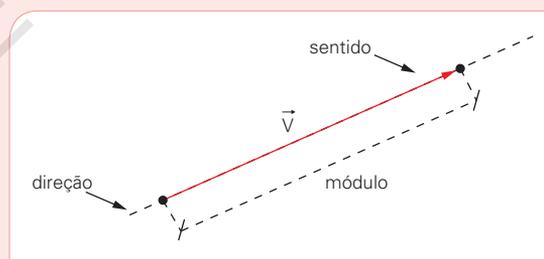
Vetor é um ente matemático, ou seja, um símbolo matemático que serve para representar a intensidade (módulo), a direção e o sentido de uma grandeza física vetorial.

Características de um vetor

Intensidade (módulo) – O comprimento do vetor é proporcional à intensidade da grandeza vetorial.

Direção – é a reta suporte do vetor.

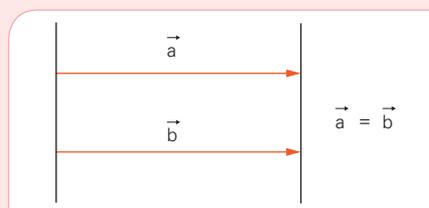
Sentido – é a orientação do segmento de reta.



Os vetores podem ser representados por uma letra qualquer, maiúscula ou minúscula, com uma seta em cima para indicar que se trata de uma grandeza vetorial.

VETORES IGUAIS

Dois vetores são iguais quando apresentam a mesma intensidade (módulo), a mesma direção e o mesmo sentido.



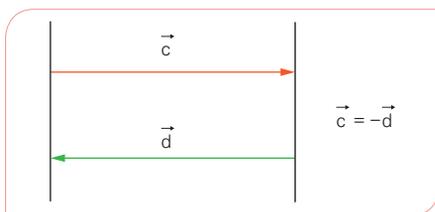
- Grandezas escalares e vetoriais
- Vetor – Definição e formas de representação
- Adição de vetores
- Subtração de dois vetores
- Produto de um escalar por um vetor
- Vetores representados por componentes

HABILIDADES

- Utilizar modelo explicativo de determinada ciência natural para compreender determinados fenômenos.
- Utilizar terminologia científica adequada para descrever situações cotidianas apresentadas de diferentes formas.
- Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

VETORES OPOSTOS

Dois vetores são opostos quando apresentam a mesma intensidade, a mesma direção e sentidos contrários.



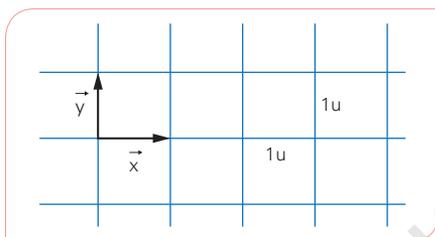
VETOR NULO ($\vec{0}$)

Assim como o conjunto dos números reais contém o zero, existe um vetor nulo, que tem direção e sentido arbitrários e intensidade igual a zero.

VETOR UNITÁRIO

É o vetor de intensidade igual a uma unidade.

O vetor unitário pode ser chamado de **versor**. Quando ele estiver na horizontal, será representado pelos símbolos \hat{x} ou \hat{i} e, na vertical, pelos símbolos \hat{y} ou \hat{j} .

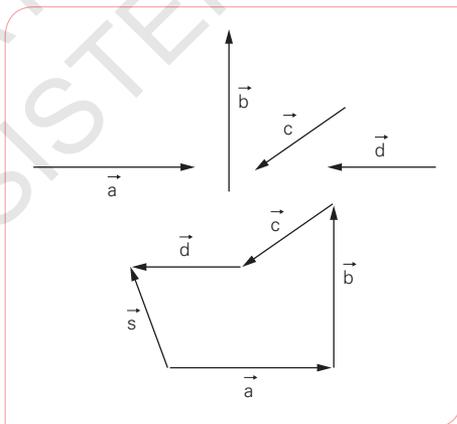


ADIÇÃO DE VETORES

Regra do polígono

Na adição de dois ou mais vetores, pode-se usar a regra do polígono. Essa regra consiste em transladar os vetores, ou seja, mudar sua posição no espaço sem alterar nenhum dos seus atributos, de modo que a extremidade de um coincida com a origem do outro, independentemente da ordem.

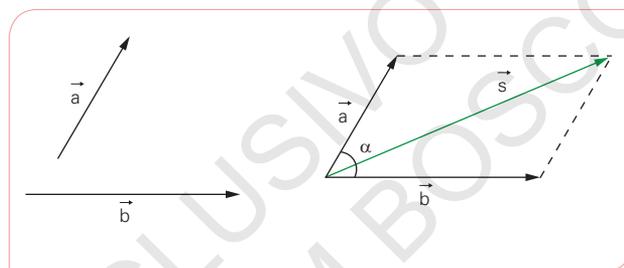
Assim, os vetores são colocados numa sequência qualquer, de forma que o vetor soma \vec{s} é obtido unindo-se a origem do primeiro vetor à extremidade do último, conforme a figura a seguir.



Regra do paralelogramo

Na regra do paralelogramo, os vetores são aproximados de modo a ter suas origens no mesmo ponto. Em seguida, pela extremidade do vetor \vec{a} , traça-se uma paralela ao vetor \vec{b} e, da extremidade do vetor \vec{b} , traça-se uma paralela ao vetor \vec{a} .

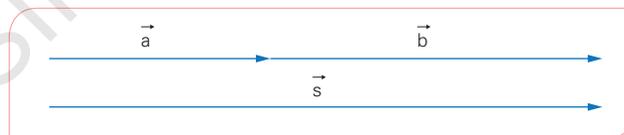
Finalmente, liga-se o ponto correspondente à origem comum dos vetores ao ponto de encontro das paralelas aos vetores, obtendo o vetor soma. O seu sentido é da origem dos vetores para o encontro das paralelas, conforme a figura a seguir.



Se α é o ângulo entre as direções dos vetores, a intensidade do vetor soma é dada pela equação:

$$s = \sqrt{a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \alpha}$$

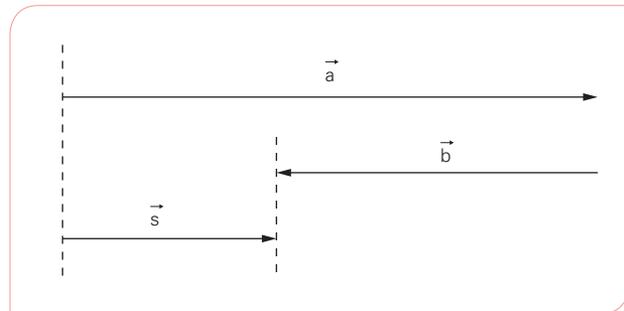
Se $\alpha = 0$, os vetores \vec{a} e \vec{b} possuem a mesma direção e o mesmo sentido.



Neste caso, o módulo do vetor soma é dado por:

$$s = a + b$$

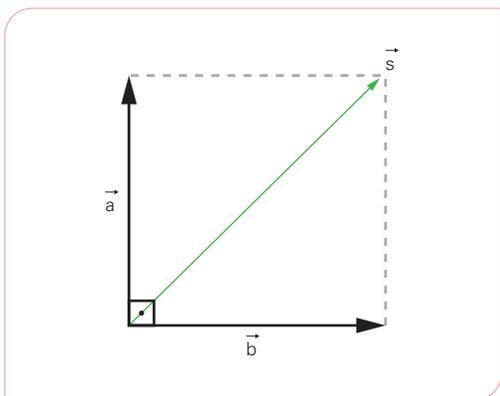
Se $\alpha = 180^\circ$, os vetores \vec{a} e \vec{b} possuem a mesma direção, mas sentidos contrários.



O módulo do vetor soma é dado por:

$$s = |a - b|$$

Se $\alpha = 90^\circ$, as direções dos vetores \vec{a} e \vec{b} são perpendiculares entre si.



Aplicando-se o Teorema de Pitágoras, obtém-se o módulo do vetor soma.

$$s = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Observação

Qualquer que seja o ângulo α entre as direções dos vetores \vec{a} e \vec{b} , pode-se afirmar que a intensidade do

vetor soma está compreendida entre a soma mínima e a soma máxima, ou seja:

$$|a - b| \leq s \leq a + b$$

SUBTRAÇÃO DE DOIS VETORES

A subtração de um vetor de outro pode ser interpretada como a soma do primeiro vetor com o oposto do segundo, ou seja:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

Tanto a regra do polígono quanto a regra do paralelogramo podem ser utilizadas para resolver uma subtração de dois vetores, sendo mais prática a regra do polígono.

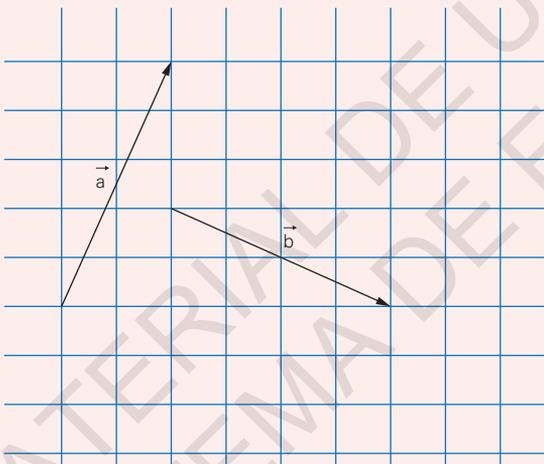
Para isso, deve-se manter o primeiro vetor \vec{a} e inverter o sentido do vetor \vec{b} . Feito isso, a extremidade do vetor \vec{a} deve ser ligada ao início do vetor \vec{b} . O vetor diferença \vec{d} é obtido unindo o início do vetor \vec{a} ao término do vetor \vec{b} .

O módulo do vetor \vec{d} é dado por:

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \alpha}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. A figura a seguir possui dois vetores \vec{a} e \vec{b} . Sabendo que cada quadradinho possui 1 cm de lado, faça o que se pede.



a) Calcule as intensidades (módulos) dos vetores \vec{a} e \vec{b} .

Resolução

O vetor \vec{a} está inclinado em relação à horizontal. Ele possui duas unidades na direção x e cinco unidades na direção y. Logo, seu módulo será:

$$a = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29} \therefore a = \sqrt{29} \text{ cm}$$

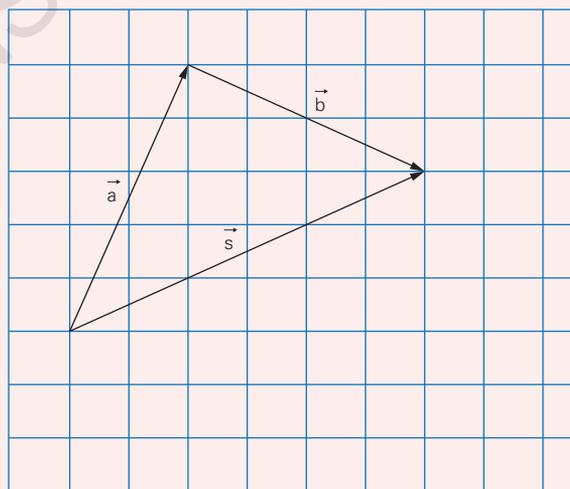
O vetor \vec{b} também está inclinado em relação à horizontal. Ele possui quatro unidades na direção x e duas unidades na direção y. Logo, seu módulo será:

$$b = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore b = 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

b) Utilizando o método da Poligonal, calcule a intensidade (módulo) do vetor soma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$.

Resolução

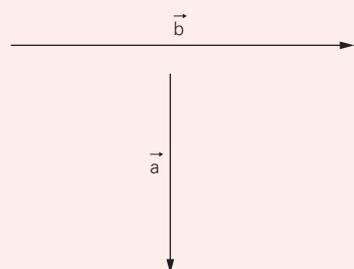
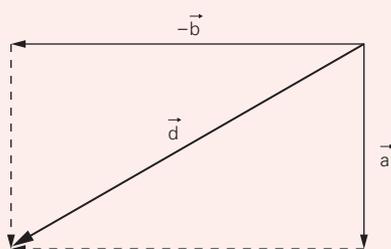


O vetor \vec{s} também está inclinado em relação à horizontal. Ele possui seis unidades na direção x e três unidades na direção y. Logo, seu módulo será:

$$s = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$\therefore s = 3\sqrt{5} \text{ cm}$$

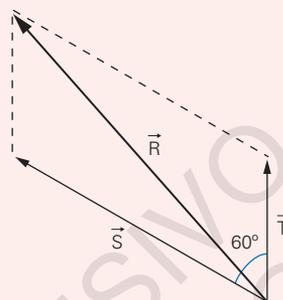
2. Dados os vetores \vec{a} e \vec{b} , cujos módulos valem, respectivamente, 30 e 40, determine graficamente, por meio da regra do paralelogramo, o vetor diferença $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ e calcule o seu módulo.

**Resolução**

Como os vetores são perpendiculares entre si, calcule-se o módulo do vetor diferença \vec{d} aplicando o Teorema de Pitágoras.

$$d = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{900 + 1600} = \sqrt{2500} = 50 \therefore d = 50$$

3. Os vetores \vec{S} e \vec{T} possuem módulos, respectivamente iguais a 12 cm e 8 cm e formam entre si um ângulo de 60° . Calcule o módulo do vetor resultante $\vec{R} = \vec{S} + \vec{T}$ e represente, graficamente, pela regra do paralelogramo, o vetor \vec{R} .



$$R = \sqrt{T^2 + S^2 + 2 \cdot T \cdot S \cdot \cos 60^\circ}$$

$$R = \sqrt{12^2 + 8^2 + 2 \cdot 12 \cdot 8 \cdot 0,5}$$

$$R = \sqrt{144 + 64 + 96} = \sqrt{304} = 4\sqrt{19} \text{ cm}$$

$$R = 4\sqrt{19} \text{ cm}$$

PRODUTO DE UM ESCALAR POR UM VETOR

É possível multiplicar um vetor por um escalar n (número real), obtendo um novo vetor \vec{p} .

$$\vec{p} = n \cdot \vec{a}$$

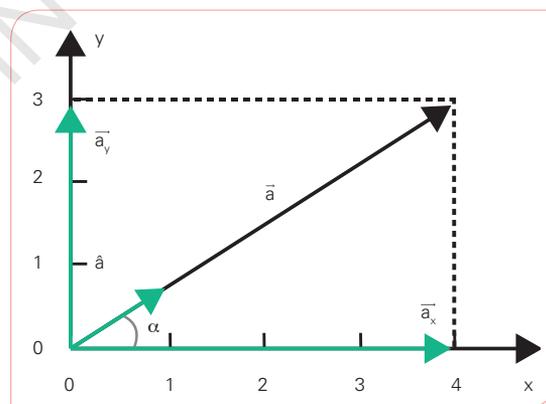
Esse novo vetor \vec{p} tem as seguintes características:

- direção: a mesma de \vec{a} (paralelo a \vec{a})
- sentido: $\begin{cases} \text{mesmo de } \vec{a} \text{ para } n > 0 \\ \text{contrário ao de } \vec{a} \text{ para } n < 0 \end{cases}$
- módulo: $p = |n| \cdot a$

VETORES REPRESENTADOS POR COMPONENTES

Todo vetor poder ser decomposto em suas componentes que, no plano, são dois outros vetores cujas direções coincidem com as direções dos eixos coordenados x e y .

Na figura a seguir, \vec{a}_x e \vec{a}_y são as componentes do vetor \vec{a} .



Utilizando as relações trigonométricas no triângulo retângulo, é possível descrever as componentes do vetor \vec{a} .

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{a} \quad \Rightarrow \quad a_x = a \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{a_y}{a} \quad \Rightarrow \quad a_y = a \cdot \sin \alpha$$

Para os dois vetores, nesse caso, formarem um ângulo reto entre si, o módulo do vetor resultante \vec{a} pode ser obtido pelo teorema de Pitágoras:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

Cinemática vetorial

DESLOCAMENTO VETORIAL

Uma partícula descreve um movimento conforme mostra a figura abaixo. Ela parte do ponto P_1 , percorre a distância até P_2 e deste, percorre b até P_3 e, a seguir, percorre c até P_4 e retorna ao ponto P_3 percorrendo a distância c . Nela podemos tirar três informações importantes, a distância percorrida (d), o deslocamento escalar (ΔS) e o deslocamento vetorial ($\Delta \vec{r}$).

Distância percorrida (d) é a soma de todos os deslocamentos realizados.

$$d = a + b + c + c$$

Deslocamento escalar (ΔS) é o quanto percorreu entre os pontos inicial e final, medido sobre a trajetória.

$$\Delta S = a + b$$

Deslocamento vetorial ($\Delta \vec{r}$) é o vetor que liga o ponto de partida ao ponto de chegada.

$$\vec{r} = \vec{a} + \vec{b}$$

Como o ângulo entre os vetores \vec{a} e \vec{b} é de 90° , podemos aplicar Pitágoras para encontrar a intensidade do vetor deslocamento.

$$r^2 = a^2 + b^2$$

VELOCIDADE VETORIAL MÉDIA

A velocidade escalar média é encontrada fazendo-se a razão entre o deslocamento escalar e o correspondente intervalo de tempo gasto no trajeto. A velocidade vetorial média é encontrada fazendo-se a razão entre o módulo do deslocamento vetorial e o correspondente intervalo de tempo gasto no trajeto.

Em se tratando de uma grandeza vetorial, a velocidade vetorial média necessita de intensidade, direção e sentido. Para caracterizar o vetor velocidade vetorial média:

Intensidade: $|\vec{v}_m| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$.

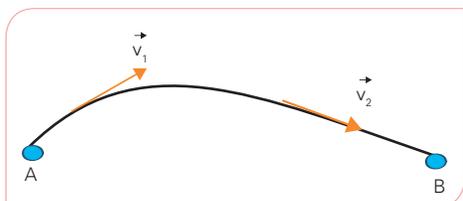
Direção: será a mesma do deslocamento vetorial $\Delta \vec{r}$.

Sentido: como $\Delta t > 0$, será o mesmo do deslocamento vetorial $\Delta \vec{r}$.

VELOCIDADE VETORIAL INSTANTÂNEA

A velocidade vetorial instantânea corresponde à velocidade vetorial do móvel em cada instante de movimento.

Vamos considerar uma partícula deslocando-se do ponto A ao B mostrados na trajetória a seguir.



Intensidade: módulo da velocidade escalar instantânea no ponto.

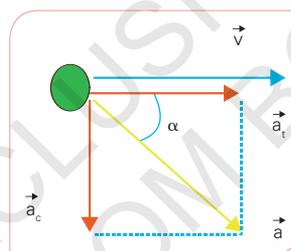
Direção: tangente à trajetória.

Sentido: o mesmo do movimento.

ACELERAÇÃO VETORIAL

Durante o movimento de uma partícula, os vetores aceleração e velocidade podem formar um ângulo qualquer entre eles. Dependendo do valor desse ângulo podemos ter diferentes tipos de trajetórias e movimentos.

Para facilitar o estudo, vamos decompor o vetor aceleração em duas componentes: paralela ao vetor velocidade e perpendicular ao vetor velocidade.



Na figura, \vec{v} representa o vetor velocidade instantânea da partícula, \vec{a} a aceleração vetorial instantânea, \vec{a}_t a componente tangencial da aceleração, sempre paralela ao vetor velocidade, \vec{a}_c a componente centrípeta da aceleração, sempre perpendicular ao vetor velocidade e α o ângulo formado entre os vetores aceleração e velocidade.

COMPONENTE TANGENCIAL DA ACELERAÇÃO

Módulo: corresponde ao módulo da aceleração escalar instantânea.

Direção: a mesma do vetor velocidade.

Sentido: o mesmo do vetor velocidade nos movimentos acelerados e contrário ao vetor velocidade nos movimentos retardados.

COMPONENTE CENTRÍPETA DA ACELERAÇÃO

Módulo: $a_c = \frac{v^2}{R}$ (R = raio da curva).

Direção: radial (perpendicular ao vetor velocidade).

Sentido: apontado para o centro da trajetória.

CLASSIFICAÇÃO DOS MOVIMENTOS

Os movimentos podem ocorrer de seis formas diferentes, conforme analisaremos a seguir.

Movimento Retilíneo Uniforme (MRU)

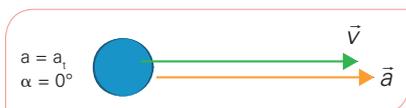
A aceleração vetorial é nula.



O módulo, a direção e o sentido do vetor velocidade permanecem constantes.

Movimento Retilíneo Acelerado (MRA)

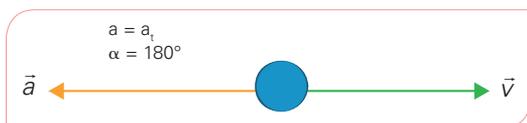
Só existe a componente tangencial da aceleração e ela está na mesma direção e no mesmo sentido do vetor velocidade.



O módulo da velocidade aumenta, a direção e o sentido do vetor velocidade permanecem constantes.

Movimento Retilíneo Retardado (MRR)

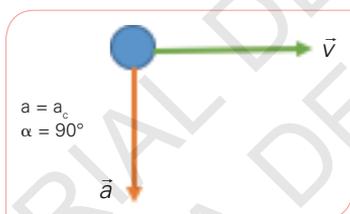
Só existe a componente tangencial da aceleração e ela está na mesma direção e em sentido contrário ao do vetor velocidade.



O módulo da velocidade diminui, a direção e o sentido do vetor velocidade permanecem constantes.

Movimento Curvilíneo Uniforme (MCU)

Só existe a componente centrípeta da aceleração e ela está na direção perpendicular ao vetor velocidade.



O módulo da velocidade permanece constante, a direção do vetor velocidade varia a cada ponto da trajetória.

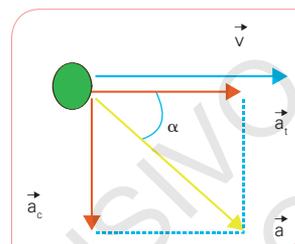
Movimento Curvilíneo Acelerado (MCA)

Existem as duas componentes da aceleração (tangencial e centrípeta) e ela está na direção oblíqua ao vetor velocidade.

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_c$$

$$a^2 = a_t^2 + a_c^2$$

$$0 < \alpha < 90^\circ$$



O módulo da velocidade aumenta, a direção do vetor velocidade varia a cada ponto da trajetória.

Movimento Curvilíneo Retardado (MCR)

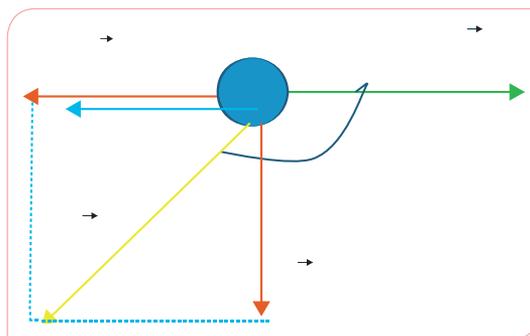
Existem as duas componentes da aceleração (tangencial e centrípeta) e ela está na direção oblíqua ao vetor velocidade.

O módulo da velocidade diminui, a direção do vetor velocidade varia a cada ponto da trajetória.

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_c$$

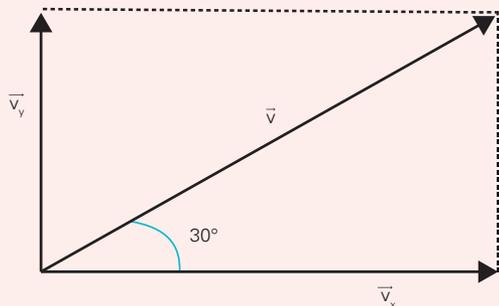
$$a^2 = a_t^2 + a_c^2$$

$$90^\circ < \alpha < 180^\circ$$



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

4. A figura a seguir representa o vetor velocidade de um automóvel que se desloca no plano xy com velocidade $v = 100 \text{ km/h}$. Determine as componentes da velocidade do automóvel na horizontal (eixo x) e na vertical (eixo y). São dados: $\sin 30^\circ = 0,50$ e $\cos 30^\circ = 0,87$

**Resolução**

Componente horizontal

$$v_x = v \cdot \cos 30^\circ = 100 \cdot 0,87 = 87 \text{ km/h}$$

$$v_x = 87 \text{ km/h}$$

Componente vertical

$$v_y = v \cdot \sin 30^\circ = 100 \cdot 0,50 = 50 \text{ km/h}$$

$$v_y = 50 \text{ km/h}$$

5. Num corpo, estão aplicadas apenas duas forças de intensidades 10 N e 15 N. Uma possível intensidade da resultante será

- a) 4 N c) 26 N e) 20 N
b) 30 N d) 2 N

Resolução

Resultante mínima = $15 - 10 = 5 \text{ N}$

Resultante máxima = $15 + 10 = 25 \text{ N}$

Logo, a única alternativa que possui resultante entre 5 N e 25 N é a alternativa que indica 20 N.

Alternativa correta: E

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

VETORES

CARACTERÍSTICAS

Intensidade – Módulo – Qual é o valor numérico?

Direção – Onde está?

Sentido – Para onde ele aponta?

OPERAÇÕES

Adição de vetores (pode-se usar a regra do polígono ou do paralelogramo);

Subtração de vetores – a soma do primeiro vetor com o oposto do segundo (pode-se usar a regra do polígono ou do paralelogramo).

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

Operações

Adição de vetores (pode-se usar a regra do polígono ou a do paralelogramo);

Multiplicação – o produto de um escalar por um vetor resulta em um outro vetor.

Cinemática Vetorial

Deslocamento

Velocidade

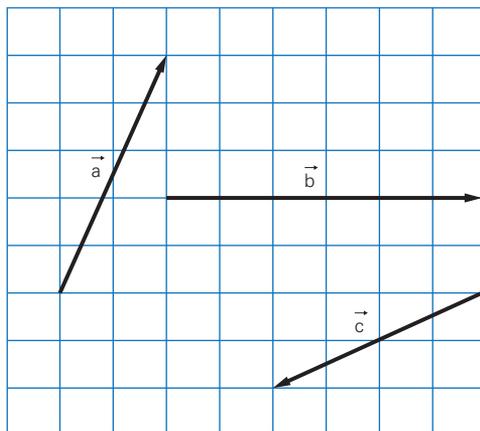
Aceleração

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

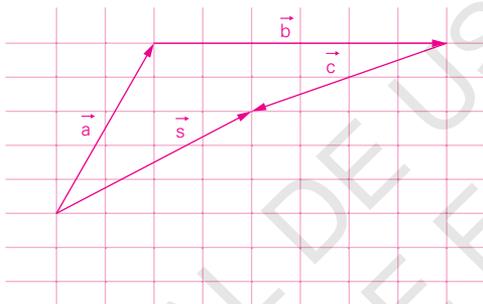
1. Sistema Dom Bosco – Os vetores \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} estão representados na malha quadriculada a seguir.

Sabendo que cada quadrado mede 1u (uma unidade) de lado, faça o que se pede.



Calcule a soma vetorial $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$, utilizando o método da poligonal.

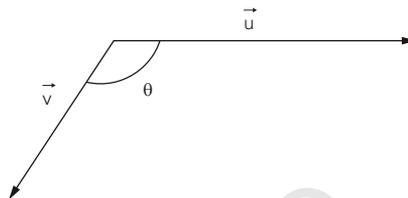
Pelo método da poligonal, deve-se ligar o final do primeiro vetor ao início do próximo, e a soma resultante será o vetor que liga o início do sistema ao final do sistema.



Note que o vetor soma s possui 3 unidades para cima e 4 unidades para a direita. Assim, calcula-se o seu módulo.

$$s = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \quad \therefore \quad s = 5 \text{ u}$$

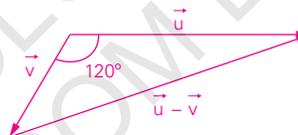
2. UPE (adaptado) – Os vetores \vec{u} e \vec{v} representados na figura a seguir têm módulos, respectivamente, iguais a 8 e 4, e o ângulo θ mede 120° .



Qual é o módulo do vetor resultante $|\vec{u} - \vec{v}|$?

- a) $3\sqrt{7}$ d) $3\sqrt{3}$
b) $4\sqrt{7}$ e) $3\sqrt{5}$
 c) $5\sqrt{5}$

Considere a figura.



Pela lei dos cossenos, segue que

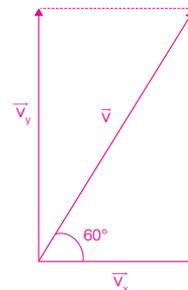
$$|\vec{u} - \vec{v}| = \sqrt{8^2 + 4^2 - 2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot (-0,5)}$$

$$|\vec{u} - \vec{v}| = \sqrt{64 + 16 + 32} = \sqrt{112} = 4\sqrt{7} \text{ cm}$$

$$|\vec{u} - \vec{v}| = 4\sqrt{7} \text{ cm}$$

3. Sistema Dom Bosco – Uma bola de basquete é arremessada em direção à cesta, com velocidade inicial de 40 km/h, formando um ângulo com a horizontal de 60° . Determine a intensidade dos componentes horizontal e vertical (v_x e v_y) da bola de basquete.

Dados: $\sin 60^\circ = 0,87$ e $\cos 60^\circ = 0,50$



Componente horizontal

$$v_x = v \cdot \cos 60^\circ = 40 \cdot 0,50 = 20 \text{ km/h} \quad v_x = 20 \text{ km/h}$$

Componente vertical

$$v_y = v \cdot \sin 60^\circ = 40 \cdot 0,87 = 34,8 \text{ km/h} \quad v_y = 34,8 \text{ km/h}$$

4. EEAR-SP

C6-H20

A adição de dois vetores de mesma direção e mesmo sentido resulta num vetor cujo módulo vale 8. Quando esses vetores são colocados perpendicularmente entre si, o módulo do vetor resultante vale $4\sqrt{2}$. Portanto, os valores dos módulos desses vetores são

- a) 1 e 7
 b) 2 e 6
 c) 3 e 5
 d) 4 e 4

Sejam a e b os módulos dos vetores, escrevemos o sistema de equações a seguir:

$$\begin{cases} a + b = 8 \\ \sqrt{a^2 + b^2} = 4\sqrt{2} \end{cases}$$

Por substituição de variáveis, obtemos:

$$\begin{cases} a = 8 - b \\ a^2 = 32 - b^2 \end{cases} \Rightarrow (8 - b)^2 = 32 - b^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 64 - 16b + b^2 - 32 + b^2 = 0 \Rightarrow 2b^2 - 16b + 32 = 0 \Rightarrow b = 4$$

Substituindo b na primeira equação, obtemos o valor de a :

$$a + b = 8 \Rightarrow a + 4 = 8 \therefore a = 4$$

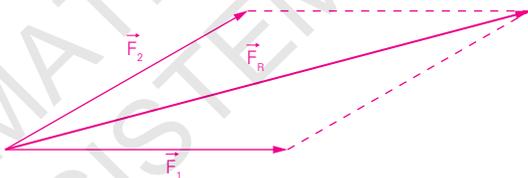
Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científicotecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

5. Sistema Dom Bosco – Duas forças \vec{F}_1 e \vec{F}_2 possuem módulos respectivamente iguais a 10 N e formam entre si um ângulo de 30° . Calculando o módulo do vetor resultante $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ pela regra do paralelogramo, obtemos, aproximadamente,

Dado: $\cos 30^\circ = 0,87$

- a) 18,9 N
 b) 19,8 N
 c) 18,3 N
 d) 19,3 N
 e) 21,0 N



$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ}$$

$$F_R = \sqrt{10^2 + 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 0,87}$$

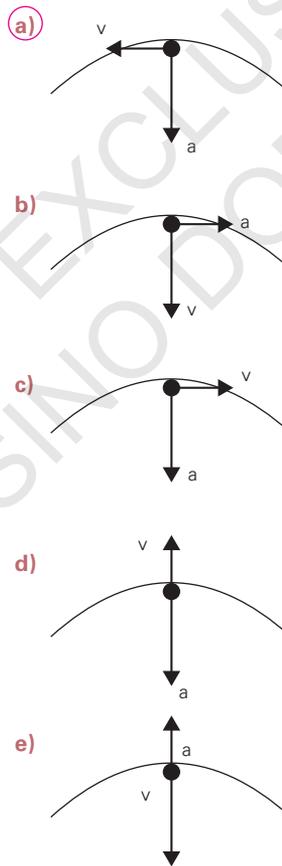
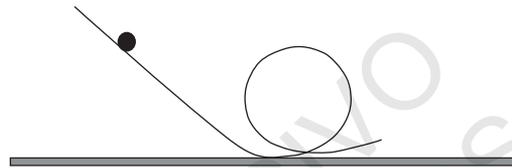
$$F_R = \sqrt{100 + 100 + 174} = \sqrt{374} = 19,3 \text{ N}$$

$$F_R = 19,3 \text{ N}$$

6. Udesc

Considere o “looping” mostrado na Figura, constituído por um trilho inclinado seguido de um círculo. Quando uma pequena esfera é abandonada no trecho inclinado do trilho, a partir de determinada altura, percorrerá toda a trajetória curva do trilho, sempre em contato com ele.

Sejam \mathbf{v} a velocidade instantânea e \mathbf{a} a aceleração centrípeta da esfera, o esquema que melhor representa estes dois vetores no ponto mais alto da trajetória no interior do círculo é:



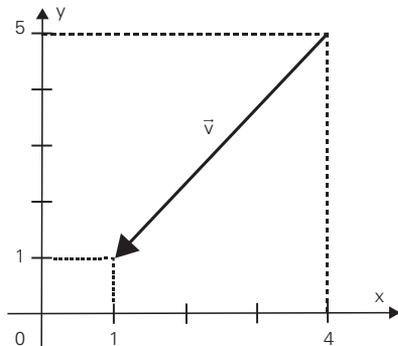
O vetor velocidade é tangente à trajetória e no sentido anti-horário.

O vetor aceleração, no ponto mais alto coincide com a componente centrípeta.

em sentido oposto ao seu vetor velocidade. De modo simplificado, a força de arrasto na esfera pode ser descrita como $\vec{F} = -b\vec{v}$, em que \vec{v} é o vetor velocidade da massa, e b é uma constante positiva. Assim, é correto afirmar que, no ponto mais baixo da trajetória, a força de arrasto é

- a) vertical e tem maior módulo.
- b) horizontal e tem menor módulo.
- c) horizontal e tem maior módulo.
- d) vertical e tem menor módulo.

13. UPE – A figura a seguir mostra o vetor \vec{v} representado no plano cartesiano.



A representação e o módulo desse vetor são, respectivamente,

- a) $\vec{v} = (5, 1)$ e $|\vec{v}| = 3$
- b) $\vec{v} = (3, 0)$ e $|\vec{v}| = 3$
- c) $\vec{v} = (-3, -4)$ e $|\vec{v}| = 4$
- d) $\vec{v} = (-3, -4)$ e $|\vec{v}| = 5$
- e) $\vec{v} = (-1, -4)$ e $|\vec{v}| = 5$

14. EsPCEX-SP/Aman-RJ – Um bote de assalto deve atravessar um rio de largura igual a 800 m, numa trajetória perpendicular à sua margem, num intervalo de tempo de 1 minuto e 40 segundos, com velocidade constante.

Considerando o bote como uma partícula, desprezando a resistência do ar e sendo constante e igual a 6 m/s a velocidade da correnteza do rio em relação à sua margem, o módulo da velocidade do bote em relação à água do rio deverá ser de



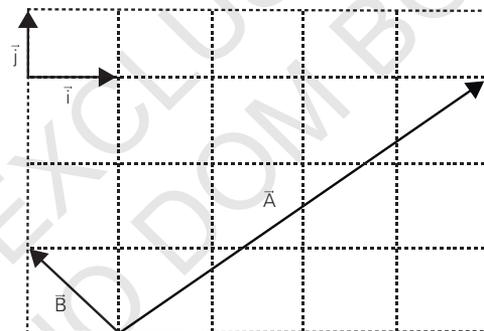
Desenho ilustrativo

- a) 4 m/s.
- b) 6 m/s.
- c) 8 m/s.
- d) 10 m/s.
- e) 14 m/s.

15. UESC-BA – Considere um móvel que percorre a metade de uma pista circular de raio igual a 10,0 m em 10,0 s. Adotando-se 2 como sendo 1,4 e π igual a 3, é correto afirmar:

- a) O espaço percorrido pelo móvel é igual a 60,0 m.
- b) O deslocamento vetorial do móvel tem módulo igual a 10,0 m.
- c) A velocidade vetorial média do móvel tem módulo igual a 2,0 m/s.
- d) O módulo da velocidade escalar média do móvel é igual a 1,5 m/s.
- e) A velocidade vetorial média e a velocidade escalar média do móvel têm a mesma intensidade.

16. IFPE – Qual o cosseno do ângulo formado pelos vetores $\vec{A} = 4 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}$ e $\vec{B} = -1 \cdot \vec{i} + 1 \cdot \vec{j}$, em que \vec{i} e \vec{j} são vetores unitários?



- a) $\frac{-\sqrt{2}}{10}$
- b) $\frac{-\sqrt{10}}{2}$
- c) $\frac{\sqrt{2}}{10}$
- d) $\frac{\sqrt{10}}{2}$
- e) 0

17. UDESC – Observando o movimento de um carrossel no parque de diversões, conclui-se que seu movimento é do tipo circular uniforme.

Assinale a alternativa correta em relação ao movimento.

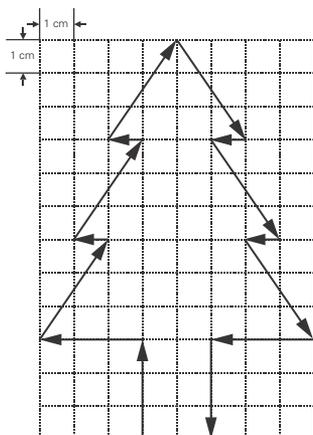
- a) Não é acelerado porque o módulo da velocidade permanece constante.
- b) É acelerado porque o vetor velocidade muda de direção, embora mantenha o mesmo módulo.
- c) É acelerado porque o módulo da velocidade varia.
- d) Não é acelerado porque a trajetória não é retilínea.
- e) Não é acelerado porque a direção da velocidade não varia.

ESTUDO PARA O ENEM

18. Acafe-SC

C5-H17

Considere a árvore de natal de vetores, montada conforme a figura a seguir.



A alternativa correta que apresenta o módulo, em cm, do vetor resultante é

- a) 4
- b) 0
- c) 2
- d) 6
- e) 8

19. UFPR

C5-H17

Dois navios deixam um porto ao mesmo tempo. O primeiro viaja a uma velocidade de 16 km/h em um curso de 45° em relação ao norte, no sentido horário. O segundo viaja a uma velocidade de 6 km/h em um curso de 105° em relação ao norte, também no sentido horário. Após uma hora de viagem, a que distância se encontrarão separados os navios, supondo que eles tenham mantido o mesmo curso e velocidade desde que deixaram o porto?

- a) 10 km.
- b) 14 km.
- c) 15 km.
- d) 17 km.
- e) 22 km.

20. UCS-RS

C5-H17

Na história bíblica de Davi e Golias, o pastor Davi, de porte físico pequeno, diante do gigante guerreiro Golias, derrotou o usando uma funda, instrumento caracterizado por um arranjo adequado de cordas ou tiras, no qual gira-se uma pedra até que ela adquira velocidade tangencial suficiente para atingir o alvo, provocando forte impacto. Supondo que Davi tenha usado uma funda que girava uma pedra num raio de 0,5 m e a pedra, depois de solta, tenha atingido a face de Golias com velocidade de 5 m/s, qual era a aceleração centrípeta da pedra?

- a) $0,25 \text{ m/s}^2$
- b) $2,50 \text{ m/s}^2$
- c) $25,0 \text{ m/s}^2$
- d) $50,0 \text{ m/s}^2$
- e) $500,0 \text{ m/s}^2$

7

COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS E LANÇAMENTO HORIZONTAL

- Superposição de movimentos
- Princípio da simultaneidade de Galileu
- Deslocamento total
- Deslocamento relativo
- Deslocamento de arrastamento
- Lançamento horizontal
- Movimento retilíneo uniforme na horizontal
- Movimento de queda livre na vertical
- Equações do movimento

HABILIDADES

- Utilizar e compreender tabelas, gráficos e relações matemáticas gráficas para a expressão do saber físico. Ser capaz de discriminar e traduzir as linguagens matemática e discursiva entre si.
- Identificar regularidades associando os fenômenos às leis físicas que o descrevem.
- Utilizar leis físicas para prever e interpretar movimentos e analisar procedimentos para alterá-los ou avaliá-los, em situações de interação física entre veículos, corpos celestes e outros objetos.
- Prever fenômenos ou resultados de experimentos científicos organizando e sistematizando informações dadas.

COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS

DESLOCAMENTO RELATIVO

Vamos analisar o caso de um atleta que nada em um rio e, utilizando o princípio da simultaneidade de Galileu, mostrar que o movimento de um corpo corresponde à composição de outros movimentos realizados simultaneamente.

O movimento do atleta em relação às margens do rio pode ser entendido como a junção de dois movimentos:

- I. O do atleta em relação à correnteza;
- II. O da correnteza (águas do rio) em relação às margens.

Logo, para determinado intervalo de tempo, consideremos o deslocamento do atleta em relação à correnteza igual a \vec{d}_{AC} , e o deslocamento da correnteza (águas do rio) em relação à margem igual a \vec{d}_{CM} .

O deslocamento do atleta em relação à margem \vec{d}_{AM} , é dado pela soma vetorial desses dois deslocamentos, ou seja:

$$\vec{d}_{AM} = \vec{d}_{AC} + \vec{d}_{CM}$$

Para um observador, parado em relação a um referencial fixo, posicionado à margem do rio, os três deslocamentos são denominados:

- \vec{d}_{AM} corresponde ao **deslocamento total** \vec{d}_T : deslocamento do corpo (nesse caso, o atleta) em relação ao referencial fixo para o observador, ou seja, a margem;
- \vec{d}_{AC} corresponde ao **deslocamento relativo** \vec{d}_R : deslocamento do corpo (atleta) em relação ao referencial que se movimenta em relação ao observador (correnteza – águas do rio);
- \vec{d}_{CM} corresponde ao **deslocamento de arrastamento** \vec{d}_A : deslocamento do referencial móvel (correnteza – águas do rio) em relação ao referencial fixo para o observador.

Portanto, o deslocamento total é a soma vetorial do deslocamento relativo com o deslocamento de arrastamento.

$$\vec{d}_T = \vec{d}_R + \vec{d}_A$$

VELOCIDADE RELATIVA

Como os deslocamentos são simultâneos, pode-se dividir a expressão acima pelo intervalo de tempo (Δt), a fim de se obter a relação de velocidade entre os movimentos:

$$\frac{\vec{d}_T}{\Delta t} = \frac{\vec{d}_R}{\Delta t} + \frac{\vec{d}_A}{\Delta t} \Rightarrow \vec{v}_T = \vec{v}_R + \vec{v}_A$$

A velocidade total é a soma vetorial da velocidade relativa com a velocidade de arrastamento.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

1. Um barco alcança a velocidade de 25 km/h em relação às margens do rio, quando se desloca no sentido da correnteza, e de 15 km/h, quando se desloca em sentido contrário ao da correnteza. Qual a velocidade do barco em relação às águas?

Resolução

Sejam v_R a velocidade do barco em relação às águas; v_T a velocidade do barco em relação às margens e v_A a velocidade da água em relação às margens. Primeiramente, calculamos as velocidades com o movimento a favor das águas do rio.

$$v_T = v_R + v_A \Rightarrow 25 = v_R + v_A$$

Para o cálculo no sentido contrário às águas do rio, temos:

$$v_T = v_R - v_A \Rightarrow 15 = v_R - v_A$$

Agrupando as duas equações e resolvendo o sistema, temos:

$$\begin{cases} 25 = v_R + v_A \\ 15 = v_R - v_A \end{cases} \Rightarrow v_A = 5 \text{ km/h e } v_R = 20 \text{ km/h}$$

Como o exercício pede o valor da velocidade do barco em relação às águas, temos $v_R =$ velocidade do barco em relação às águas = 20 km/h

2. Um barco, cuja velocidade em relação à água é de 4,0 m/s, orienta-se sempre perpendicularmente às margens de um rio que tem velocidade de correnteza de 3,0 m/s. A velocidade resultante, para um observador na margem do rio, tem módulo, em metros por segundo

- a) 1,0
- b) 3,0
- c) 4,0
- d) 5,0
- e) 7,0

Resolução

$$\vec{v}_T = \vec{v}_R + \vec{v}_A$$

$$v_T = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

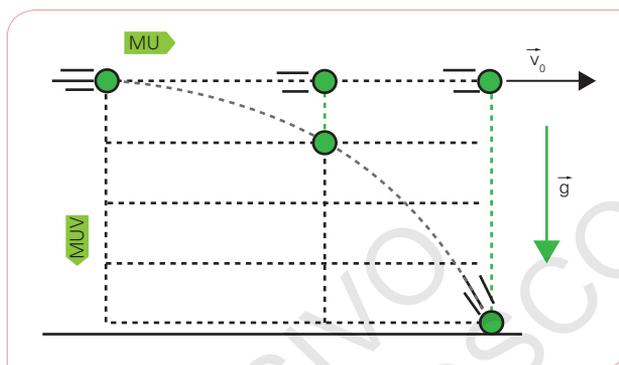
$$v_T = 5 \text{ m/s}$$

LANÇAMENTO HORIZONTAL

O movimento parabólico do corpo pode ser obtido pela composição de dois movimentos:

- **Movimento retilíneo uniforme na horizontal;** nesse caso, o corpo percorre distâncias iguais em intervalos de tempos iguais.

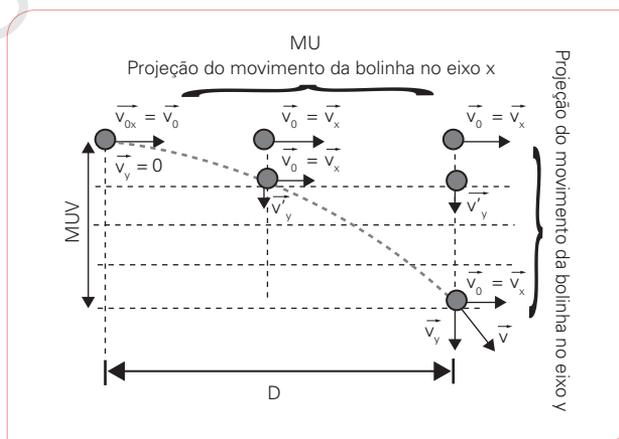
- **Movimento de queda livre na vertical,** ou seja, movimento retilíneo uniformemente acelerado, em razão da aceleração da gravidade local \vec{g} .



Ao analisar esse tipo de movimento, devemos tomar os seguintes cuidados: os dois movimentos são simultâneos, logo o tempo de voo do objeto será o mesmo para ambos. Quando analisarmos a componente horizontal, devemos observar que se trata de um MU. Já a componente vertical do movimento descreve um MUV.

EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

Um objeto disparado de uma altura h com velocidade horizontal \vec{v}_0 , sob a ação exclusiva da gravidade \vec{g} , atinge o solo após certo tempo de queda t e apresenta um alcance horizontal D , conforme mostra a figura a seguir.



Da função horária do espaço no MUV para corpos em queda livre, obtemos o tempo de queda do corpo. Sendo $h_0 = 0$, $v_{0y} = 0$ e a trajetória orientada, em y , para baixo, temos:

$$h = h_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \quad (I)$$

Já a equação para o alcance **D** é obtida por meio da função horária do MU para o movimento na horizontal. Sendo, $S = D$, $S_0 = 0$ e $v_x = v_0$, temos:

$$S = S_0 + v_x \cdot t$$

$$D = v_0 \cdot t = v_0 \cdot t \quad \text{(II)}$$

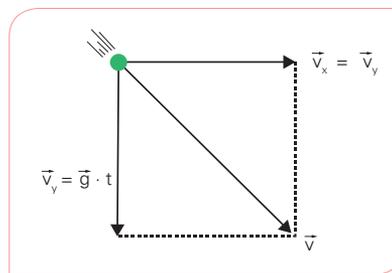
Substituindo-se (I) em (II), temos:

$$D = v_0 \cdot t = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

$$D = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

A velocidade que o objeto atinge em seu voo parabólico, após certo intervalo de tempo (t) do disparo, é

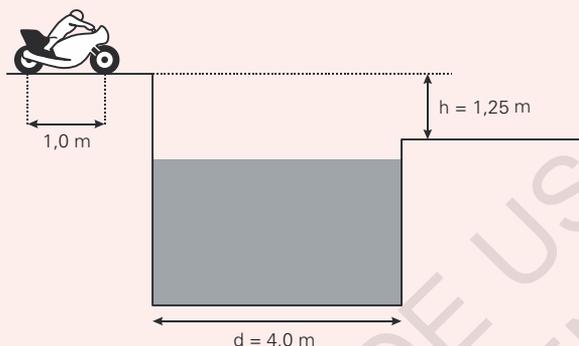
obtida por meio da adição vetorial de suas velocidades componentes:



$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y \Rightarrow v = v_x^2 + v_y^2$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. UNESP – Um motociclista deseja saltar um fosso de largura $d = 4,0$ m, que separa duas plataformas horizontais. As plataformas estão em níveis diferentes, sendo que a primeira se encontra a uma altura $h = 1,25$ m acima do nível da segunda, como mostra a figura.



O motociclista salta o vão com certa velocidade v_0 e alcança a plataforma inferior, tocando-a com as duas rodas da motocicleta ao mesmo tempo. Sabendo-se que a distância entre os eixos das rodas é $1,0$ m e admitindo $g = 10$ m/s², determine:

- o tempo gasto entre os instantes em que ele deixa a plataforma superior e atinge a inferior;
- a menor velocidade com que o motociclista deve deixar a plataforma superior, para que não caia no fosso.

Resolução

a) Para o tempo de queda da motocicleta, temos:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,25}{10}} = \sqrt{0,25} = 0,5 \text{ s} \therefore t = 0,5 \text{ s}$$

b) O motorista terá $0,5$ s para tocar o solo com as duas rodas da motocicleta.

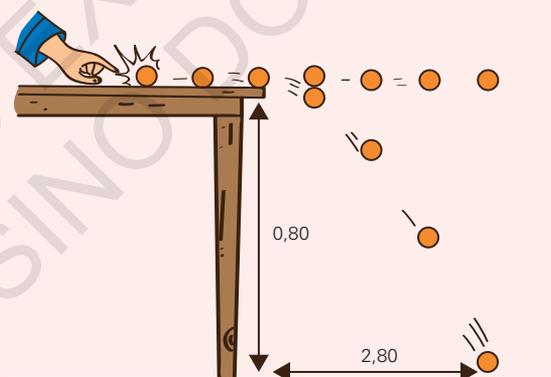
$$D = \Delta S = 5 \text{ m}$$

$$t = 0,5 \text{ s}$$

$$v_0 = \frac{D}{t} = \frac{5}{0,5} = 10 \text{ m/s}$$

$$\therefore v_0 = 10 \text{ m/s}$$

2. PUC-SP – Em um experimento escolar, um aluno deseja saber o valor da velocidade com que uma esfera é lançada horizontalmente, a partir de uma mesa. Para isso, mediu a altura da mesa e o alcance horizontal atingido pela esfera, encontrando os valores mostrados na figura.



Com base nessas informações e desprezando as influências do ar, o aluno concluiu corretamente que a velocidade de lançamento da esfera, em m/s, era de

- 3,1
- 3,5
- 5,0
- 7,0
- 9,0

Resolução

Primeiramente, deve-se calcular o tempo de queda da esfera:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta S}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,8}{10}} = \sqrt{0,16} = 0,4 \text{ s}$$

O tempo de queda é o mesmo tempo de avanço horizontal da bolinha. Assim, conseguimos calcular a velocidade de lançamento.

$$v_{0x} = \frac{\Delta S_x}{\Delta t} = \frac{2,8}{0,4} = 7 \text{ m/s} \quad v_{0x} = 7 \text{ m/s}$$

ROTEIRO DE AULA

COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS - LANÇAMENTO VERTICAL

Composição de movimentos

- $\vec{v}_T = \vec{v}_R + \vec{v}_A$

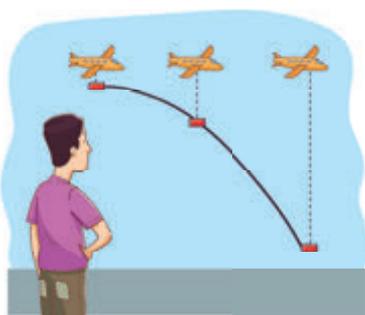
- Deslocamento relativo: o movimento de um corpo pode ser o resultado da composição de outros movimentos realizados simultaneamente.

COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS

Lançamento horizontal

- Movimento com trajetória parabólica.

- Pode ser decomposto em movimento horizontal (MU) e movimento vertical (MUV).



Disponível em: <<https://tinyuri.com/y8cvpjzm>>. Acesso em: 15 nov. 2017.

Desprezando a resistência do ar, a trajetória descrita pela caixa de alimentos terá a forma de uma

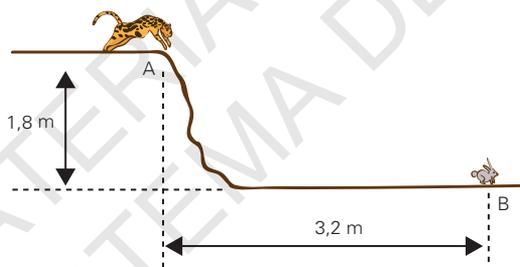
- parábola, do ponto de vista de um observador que estiver no avião.
- linha reta vertical, do ponto de vista de um observador que estiver no avião.
- linha reta vertical, do ponto de vista de um observador que estiver na Terra.
- linha reta horizontal, do ponto de vista de um observador que estiver no avião.
- mesma figura para qualquer observador, pois a trajetória independe do referencial.

Para um observador fixo no solo, a trajetória da caixa será um arco de parábola, pois esta descreve o movimento uniformemente variado na queda e possui, inicialmente, uma velocidade inicial. Já para um observador fixo ao avião, a trajetória da caixa será uma linha reta vertical, pois, desprezando-se as forças resistivas, a caixa terá a mesma velocidade horizontal durante sua trajetória.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.

- 4. Acafe-SC** – O puma é um animal que alcança velocidade de até 18 m/s e pode caçar desde roedores e coelhos até animais maiores como alces e veados. Considere um desses animais que deseja saltar sobre sua presa, nesse caso, um pequeno coelho, conforme a figura.



O puma chega ao ponto A com velocidade horizontal de 5 m/s e lança-se para chegar à presa que permanece imóvel no ponto B. Desconsiderando a resistência do ar e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, a alternativa **correta** é:

- O puma não vai cair sobre a presa, pois vai tocar o solo a 20 cm antes da posição do coelho.
- O puma cairá exatamente sobre o coelho, alcançando sua presa.
- O puma vai chegar ao solo, no nível do coelho, após 0,5 s do início de seu salto.
- O puma vai cair 30 cm a frente do coelho, dando possibilidade da presa escapar.

Como o exercício mostra que o puma realiza lançamento horizontal, logo o seu tempo de queda será igual ao tempo de deslocamento horizontal. Analisando os dois eixos, x e y, o puma terá velocidade inicial nula em y (v_{0y}) e velocidade de 5 m/s em x.

Na vertical:

$$\Delta S_y = v_{0y} \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta S_y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,8}{10}} = \sqrt{0,36} = 0,6$$

$$\therefore t = 0,6 \text{ s}$$

Na horizontal:

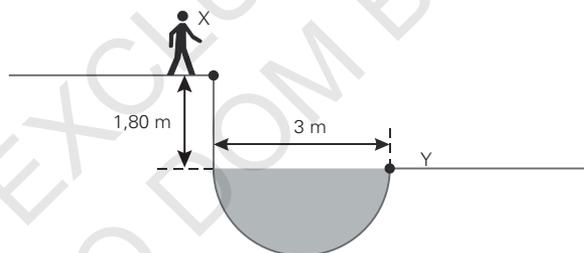
$$\Delta S_x = v_x \cdot t$$

$$\Delta S_x = 5 \cdot 0,6 = 3,0$$

$$\therefore \Delta S_x = 3,0 \text{ m}$$

Como o coelho dista por 3,20 m e o puma cai a 3,00 m, este tocará o solo a 0,20 m = 20 cm antes da posição do coelho.

- 5. IFCE** – A velocidade horizontal mínima necessária para uma pessoa pular do ponto X e atingir o ponto Y, como mostra a figura a seguir, deve ser de



Despreze a resistência do ar e considere a aceleração da gravidade como sendo $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 1 m/s.
- 5 m/s.
- 4 m/s.
- 8 m/s.
- 9 m/s.

Para determinarmos qual a velocidade mínima que a pessoa deve exercer para realizar o salto, primeiramente precisamos saber quanto tempo ela vai demorar para descer em queda livre.

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta S}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,8}{10}} = 0,6 \text{ s}$$

Descobrimos que ela demora 0,6 s para cair, logo deverá percorrer 3 m em 0,6 s, e a velocidade inicial que ela deverá exercer será:

$$v_{0x} = \frac{\Delta S_x}{\Delta t} = \frac{3}{0,6} = 5 \text{ m/s}$$

$$v_{0x} = 5 \text{ m/s}$$

- 6. PUC-RJ** – Uma bola é lançada com velocidade horizontal de 2,5 m/s do alto de um edifício e alcança o solo a 5,0 m da sua base.

Despreze efeitos de resistência do ar e indique, em metros, a altura do edifício.

Considere: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 10
- 2,0
- 7,5
- 20
- 12,5

No eixo horizontal, o movimento é retilíneo uniforme, assim obtemos o tempo de queda.

$$t = \frac{\Delta S_x}{v_x} = \frac{5}{2,5} = 2 \quad \therefore t = 2 \text{ s}$$

Usando esse tempo no eixo vertical, encontramos a altura H:

$$\Delta S_y = v_{0y} \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2 = 0 \cdot 2 + \frac{10}{2} \cdot 2^2 = 20$$

$$\therefore \Delta S_y = H = 20 \text{ m}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Unicamp-SP (adaptado) – Para fins de registros de recordes mundiais, nas provas de 100 metros rasos, não são consideradas as marcas em competições em que houver vento favorável (mesmo sentido do corredor) com velocidade superior a 2 m/s. Sabe-se que, com vento favorável de 2 m/s, o tempo necessário para a conclusão da prova é reduzido em 0,1 s. Se um velocista realiza a prova em 10 s sem vento, qual seria sua velocidade se o vento fosse favorável e com velocidade de 2 m/s?

8. UEPG-PR – Considere um pequeno avião voando horizontalmente com velocidade constante. Se a roda do avião se soltar durante o voo, desprezando o atrito da roda com o ar, assinale o que for correto.

- 01)** Para o piloto do avião, a trajetória da roda é retilínea e vertical.
- 02)** Para um observador no solo, a trajetória da roda é descrita por um arco de parábola.
- 04)** O tempo de queda da roda não depende do valor de sua massa.
- 08)** O local onde a roda irá atingir o solo depende da velocidade do avião no momento em que ela se solta.
- 16)** A velocidade da roda, ao atingir o solo, terá um componente vertical.

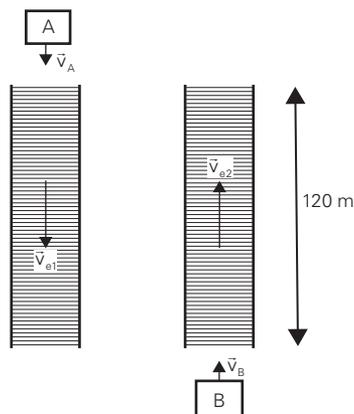
Dê a soma da(s) afirmativa(s) correta(s).

9. UECE – Um barco pode viajar a uma velocidade de 11 km/h em um lago em que a água está parada. Em um rio, o barco pode manter a mesma velocidade com relação à água. Se esse barco viaja no Rio São Francisco, cuja velocidade da água, em relação à margem, assume 0,83 m/s, qual é sua velocidade aproximada em relação a uma árvore plantada na beira do rio quando seu movimento é no sentido da correnteza e contra a correnteza, respectivamente?

- a) 14 km/h e 8 km/h c) 8 km/h e 14 km/h
b) 10,2 m/s e 11,8 m/s d) 11,8 m/s e 10,2 m/s

10. Unicamp-SP – Esteiras rolantes horizontais são frequentemente instaladas em grandes aeroportos para facilitar o deslocamento das pessoas em longos corredores. A figura a seguir mostra duas esteiras rolantes que se deslocam em sentidos opostos com velocidades constantes em relação ao piso em repouso (I) e de mesmo módulo, igual a 1,0 m/s. Em um mesmo instante, duas pessoas

(representadas por A e B) que se deslocavam com velocidade constante de módulo igual a $v_A = 1,5 \text{ m/s}$ e $v_B = 0,5 \text{ m/s}$ em relação ao piso e em sentidos contrários entram nas esteiras e continuam caminhando como anteriormente, como mostra a figura. As esteiras rolantes têm comprimento total de 120 m.



- Calcule o tempo necessário para que a pessoa A chegue até a outra extremidade da esteira rolante.
- Quanto tempo depois de entrarem nas esteiras as pessoas A e B passam uma pela outra?

11. UFSC – Dois amigos, Tiago e João, resolvem iniciar a prática de exercícios físicos a fim de melhorar o condicionamento. Tiago escolhe uma caminhada, sempre com velocidade escalar constante de $0,875 \text{ m/s}$, 300 m na direção norte e, em seguida, 400 m na direção leste. João prefere uma leve corrida, 800 m na direção oeste e, em seguida, 600 m na direção sul, realizando o percurso com velocidade média de módulo $1,25 \text{ m/s}$. Eles partem simultaneamente do mesmo ponto.

De acordo com o exposto acima, assinale a(s) afirmativa(s) correta(s).

- O módulo da velocidade média de Tiago é $0,625 \text{ m/s}$.
- Tiago e João realizam seus percursos em tempos diferentes.
- O deslocamento de Tiago é de 700 m .
- A velocidade escalar média de João é de $1,75 \text{ m/s}$.
- O módulo do deslocamento de João em relação a Tiago é 1500 m .
- A velocidade de João em relação a Tiago é de $0,625 \text{ m/s}$.

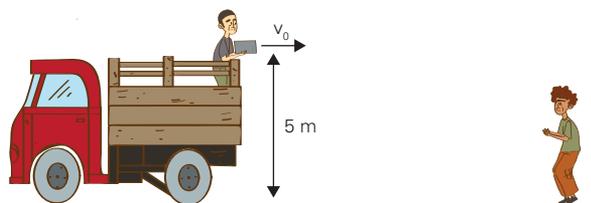
Dê a soma da(s) afirmativa(s) correta(s).

12. Cefet-MG – Em uma via urbana com três faixas, uma delas é reservada exclusivamente para os ônibus com 12 m de comprimento, e as outras duas, para automóveis com 3 m . Os ônibus e os automóveis transportam, respectivamente, 40 e 2 pessoas. Esses veículos estão inicialmente parados e, quando o sinal abre, deslocam-se com a mesma velocidade de 36 km/h .

Considerando-se que a via está completamente ocupada com os veículos e desprezando-se o espaço entre eles, se o sinal permanecer aberto durante 30 s , então a razão entre o número de pessoas dentro do ônibus e o de pessoas dentro dos automóveis que ultrapassaram o sinal é igual a

- 2,5
- 3,3
- 6,7
- 7,5

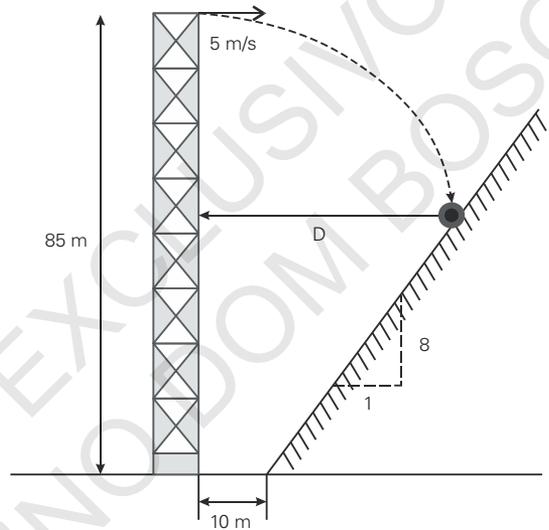
13. IFCE – Da parte superior de um caminhão, a $5,0$ metros do solo, o funcionário 1 arremessa, horizontalmente, caixas para o funcionário 2, que se encontra no solo para pegá-las. Se cada caixa é arremessada a uma velocidade de $8,0 \text{ m/s}$, da base do caminhão, o funcionário 2 deve ficar a que distância do caminhão para pegar as caixas?



b) Considere que o canhão não tenha sido atingido pela bomba e que, na tentativa de acertar o avião, um artilheiro dispare desse canhão um projétil com velocidade inicial v_0 , exatamente no momento em que o avião passa verticalmente sobre ele. Desprezando as dimensões do avião e considerando que o avião não altere sua velocidade, qual o mínimo valor de v_0 para que o artilheiro tenha sucesso?

17. EFOMM-RJ – Uma bola é lançada do topo de uma torre de 85 m de altura com uma velocidade horizontal de 5,0 m/s (ver figura). A distância horizontal D , em metros, entre a torre e o ponto onde a bola atinge o barranco (plano inclinado), vale

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$



- a) 15
b) 17
c) 20
d) 25
e) 28

ESTUDO PARA O ENEM

18. Sistema Dom Bosco

C6-H20

A natação em águas abertas é uma modalidade olímpica que vem ganhando a cada ano mais adeptos. Na prova olímpica, de 10 km, o atleta precisa completar quatro voltas de 2,5 km em torno de boias que marcam o trajeto da disputa. Em sua preparação para a prova olímpica, o atleta faz um percurso a favor da correnteza com velocidade de 12 km/h em relação a um ponto fixo no solo e, na sequência, faz um percurso contra a correnteza, desenvolvendo uma velocidade de 8 km/h em relação a este mesmo ponto. Neste dia de treinamento, qual era a velocidade das águas em relação a um ponto fixo no solo?

- a) 4 km/h
b) 12 km/h
c) 10 km/h
d) 2 km/h
e) 0,25 km/h

19. UPF-RS

C6-H20

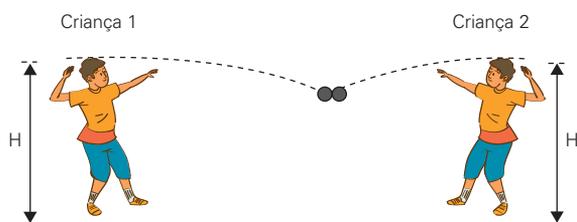
Em uma fábrica de bebidas, um robô fixo procede ao fechamento das garrafas cheias, colocando 5 tampas por segundo. As garrafas, que estão em uma esteira rolante, deslocam-se para a direita. Entre os centros das garrafas, há uma separação de 10 cm. Considerando essa estrutura, pode-se afirmar que, para o sistema funcionar corretamente, a esteira deve

- a) estar uniformemente acelerada para a direita.
b) deslocar-se a uma velocidade de 2 cm/s.
c) estar com uma aceleração de 2 cm/s^2 para a esquerda.
d) descrever um movimento retilíneo uniformemente variado, com velocidade inicial de 50 cm/s.
e) descrever um movimento retilíneo, com velocidade constante de 0,5 m/s.

20. Cefet-MG

C6-H1

João observa duas esferas idênticas, lançadas horizontalmente por duas crianças, 1 e 2, de uma mesma altura H , interceptarem-se antes de tocarem o chão, como mostra a figura a seguir.



Considerando-se que a resistência do ar é desprezível, João conclui sobre esse evento.

- I. A criança 1 arremessou a esfera um pouco antes da criança 2.
- II. A criança 2 imprimiu menor velocidade na esfera que a criança 1.
- III. A aceleração da esfera da criança 1 é menor que a esfera da criança 2, ao longo das trajetórias.

A(s) afirmativa(s) que expressa(m) a(s) conclusão(ões) correta(s) de João é(são)

- a) I.
- b) II.
- c) I e III.
- d) II e III.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

LANÇAMENTO OBLÍQUO

LANÇAMENTO OBLÍQUO

EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

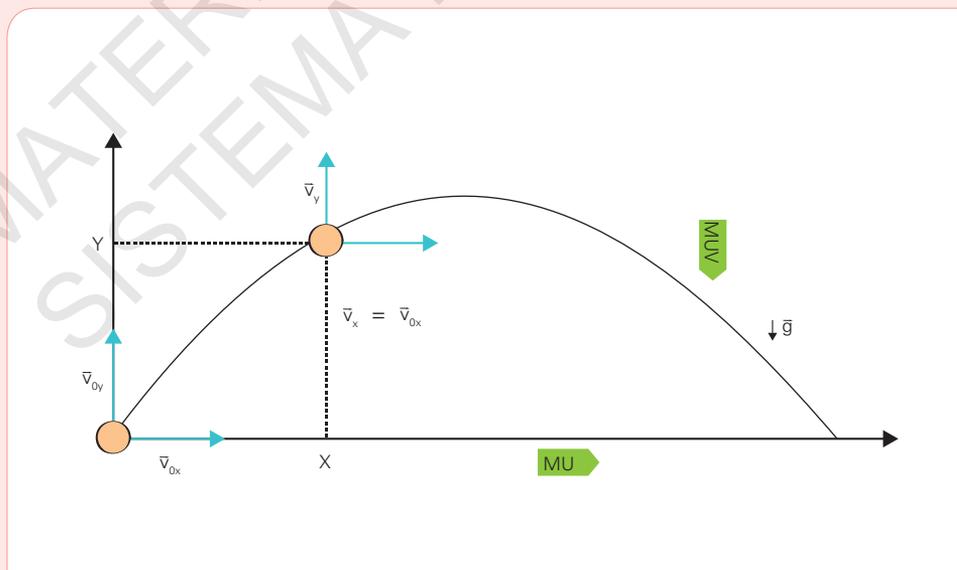
Em diversos esportes, como vôlei, basquete, futebol, podemos notar que a bola, ao ser arremessada, descreve uma trajetória característica: a trajetória oblíqua, ou seja, movimenta-se tanto na horizontal quanto na vertical.

O lançamento oblíquo ocorre quando um corpo é lançado com velocidade inicial \vec{V}_0 em determinado ângulo de inclinação ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) com a horizontal. Nota-se que o corpo descreve uma trajetória parabólica em relação ao solo, caso a resistência do ar seja desprezível.

De modo similar ao que vimos no capítulo de Lançamento Horizontal, o estudo do Lançamento Oblíquo pode ser feito pela composição de outros dois movimentos.

- Na horizontal, temos um Movimento Retilíneo Uniforme (MU), pois o componente horizontal da velocidade é constante.
- Na vertical, temos um Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MUV), pois o componente vertical da velocidade varia com o tempo, em razão da influência da aceleração da gravidade local, que é constante nas proximidades da superfície da Terra.

A decomposição da velocidade inicial em dois componentes ortogonais, no eixo horizontal (x) e no eixo vertical (y), é o ponto de partida para se obter as equações do movimento parabólico.



- Equações do movimento no lançamento oblíquo
- Situações de alcance máximo no lançamento oblíquo

HABILIDADES

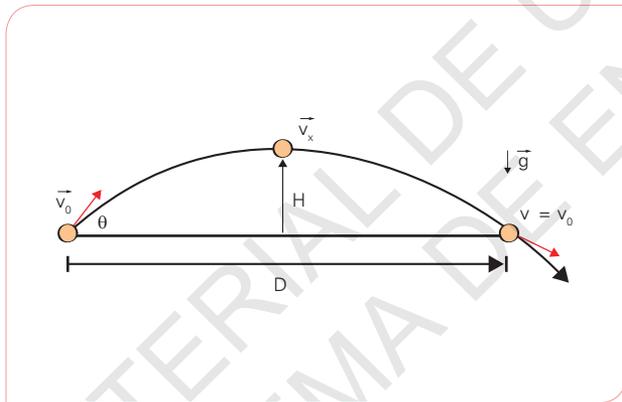
- Identificar as características do movimento em lançamento horizontal e/ou oblíquo.
- Calcular tempo de percurso, velocidade ou deslocamentos de objetos em lançamento horizontal e oblíquo, utilizando linguagem descritiva, algébrica e/ou gráfica.
- Diferenciar e calcular os diferentes componentes da velocidade e do deslocamento em lançamento horizontal e/ou oblíquo.

Características dos movimentos no lançamento oblíquo

O quadro a seguir resume as características dos movimentos componentes do lançamento oblíquo.

Tipo de movimento	Velocidade	Aceleração	Espaço
Movimento Horizontal (MU)	$v_x = v_{0x}$ (constante)	$a_x = 0$	$S = v_{0x} \cdot t$
Movimento Vertical (MUV)	$v_y = v_{0y} + g \cdot t$	$a_y = -g$	$y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

Considerando um objeto disparado do solo com uma velocidade formando um determinado ângulo θ com a horizontal, sob ação exclusiva da gravidade g , o objeto atingirá uma altura máxima H quando a sua velocidade vertical v_y se anular, ou seja, quando houver apenas velocidade horizontal v_x . Esse objeto, então, retorna ao solo com a mesma intensidade de velocidade v_0 com que foi lançado, uma vez que são desprezadas as forças dissipativas ao longo do movimento, após percorrer uma distância horizontal D , denominada alcance, durante um tempo de voo T .



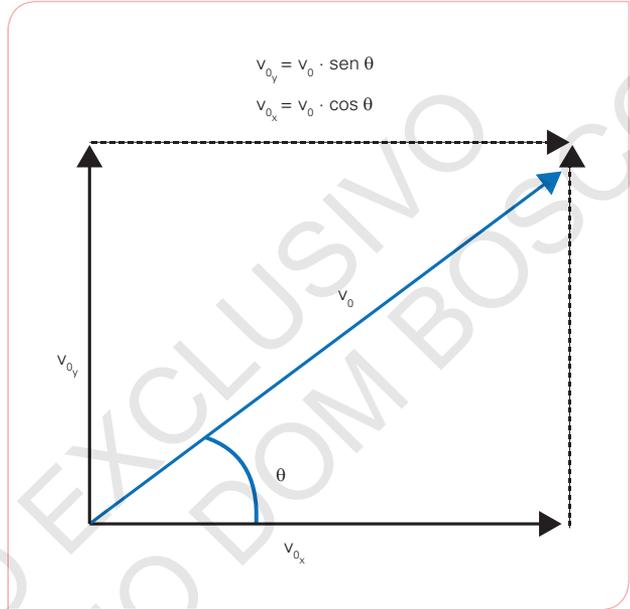
Em primeira análise, a altura máxima atingida H e o tempo de voo T podem ser obtidos por meio do movimento vertical (em y), utilizando-se as equações do movimento uniformemente variado, em função de v_0 , θ e g . Lembrando que no ponto de altura máxima a velocidade vertical se anula ($v_y = 0$), tem-se:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2 \cdot a_y \cdot \Delta S_y$$

$$v_y^0 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot H$$

$$H = \frac{v_{0y}^2}{2 \cdot g}$$

Analisando-se o início do movimento, por meio da decomposição vetorial da velocidade inicial observada na figura a seguir, obtemos o valor da componente vertical da velocidade v_{0y} .



Substituindo o valor de v_0 na equação, temos:

$$H = \frac{v_{0y}^2}{2 \cdot g}$$

$$H = \frac{(v_0 \cdot \text{sen} \theta)^2}{2 \cdot g}$$

Como o tempo de subida ($t_s = t$) é igual ao tempo de descida ($t_d = t$), basta dobrar o tempo de subida para se obter o tempo de voo T .

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t$$

$$t = \frac{v_{0y}}{g}$$

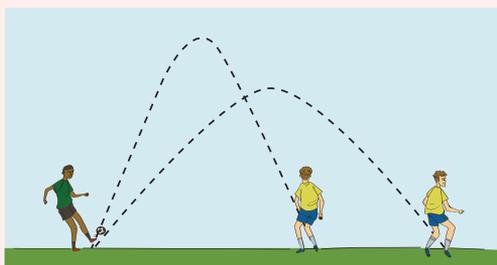
$$T = 2 \cdot t$$

$$T = \frac{2 \cdot v_{0y}}{g}$$

$$T = \frac{2 \cdot (v_0 \cdot \text{sen} \theta)}{g}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. UFF-RJ – Após um ataque frustrado do time adversário, o goleiro prepara-se para lançar a bola e armar um contra-ataque. Para dificultar a recuperação da defesa adversária, a bola deve chegar aos pés de um atacante no menor tempo possível. O goleiro vai chutar a bola, imprimindo sempre a mesma velocidade, e deve controlar apenas o ângulo de lançamento. A figura mostra as duas trajetórias possíveis da bola num certo momento da partida.



Assinale a alternativa que expressa se é possível ou não determinar qual desses dois jogadores receberia a bola no menor tempo. Despreze o efeito da resistência do ar.

- a) Sim, é possível, e o jogador mais próximo receberia a bola no menor tempo.
b) Sim, é possível, e o jogador mais distante receberia a bola no menor tempo.
 c) Os dois jogadores receberiam a bola em tempos iguais.
 d) Não, pois é necessário conhecer os valores da velocidade inicial e dos ângulos de lançamento.
 e) Não, pois é necessário conhecer o valor da velocidade inicial.

Resolução

No ponto mais alto, a componente vertical da velocidade é nula. Então, na vertical, temos uma queda livre a partir do repouso. O tempo de queda pode ser tirado da expressão $H = \frac{1}{2} g \cdot t^2$.

Sendo assim, quanto maior for a altura, maior será o tempo de queda.

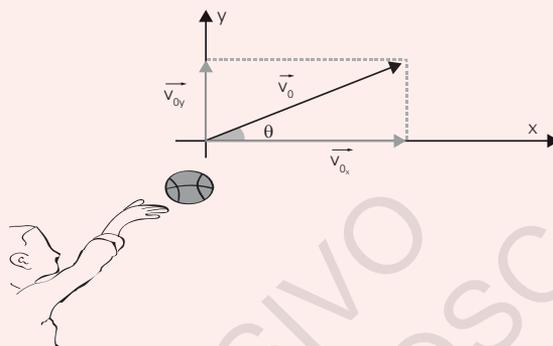
Não podemos esquecer que os tempos de subida e descida são iguais.

Portanto, o tempo total é $T = 2 \cdot t_q$.

O menor tempo de voo da bola é aquele correspondente à menor altura, ou seja, ao jogador que está mais distante.

2. PUC-SP – Dois amigos, Berstáquio e Protásio, distam um do outro 25,5 m. Berstáquio lança obliquamente uma bola para Protásio que, partindo do repouso, desloca-se ao encontro da bola para segurá-la. No instante do lançamento, a direção da bola lançada por Berstáquio formava um ângulo θ com a horizontal, o que permitiu que ela alcançasse, em relação ao ponto de lançamento, a altura máxima de 11,25 m e uma velocidade de 8 m/s nessa posição. Desprezando o atrito da bola com o ar e

adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, podemos afirmar que a aceleração de Protásio, suposta constante, para que ele consiga pegar a bola no mesmo nível do lançamento, deve ser de



- a) $\frac{1}{2} \text{ m/s}^2$. c) $\frac{1}{4} \text{ m/s}^2$. e) $\frac{1}{10} \text{ m/s}^2$.
b) $\frac{1}{3} \text{ m/s}^2$. d) $\frac{1}{5} \text{ m/s}^2$.

Resolução

No ponto mais alto da trajetória, v_y , a componente vertical da velocidade é nula. O alcance D é de 25,5 m, a altura máxima H é de 11,25 m, $v_x = 8 \text{ m/s}$ e a aceleração da bola corresponde à aceleração gravitacional g igual a 10 m/s^2 .

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a\Delta S_y$$

$$0^2 = v_{0y}^2 + 2 \cdot (-10) \cdot 11,25$$

$$v_{0y} = \sqrt{20 \cdot 11,25}$$

$$v_{0y} = \sqrt{225} = 15$$

$$\therefore v_{0y} = 15 \text{ m/s}$$

Com o valor da componente vertical da velocidade, encontramos o tempo de subida (t).

$$v_y = v_{0y} + g \cdot t$$

$$0 = 15 + (-10) \cdot t$$

$$10 \cdot t = 15$$

$$t = \frac{15}{10} = 1,5$$

$$\therefore t = 1,5 \text{ s}$$

Já o tempo de voo (T) corresponde ao dobro do tempo de subida.

$$T = 2 \cdot t = 2 \cdot 1,5 = 3$$

$$\therefore T = 3,0 \text{ s}$$

Como a componente horizontal da velocidade é constante, temos:

$$A = v_x \cdot t = 8 \cdot 3 = 24$$

$$\therefore A = 24 \text{ m}$$

Assim, analisando o movimento de Protásio, obtemos:

$$\Delta S = D - A = 25,5 - 24 = 1,5$$

$$\therefore \Delta S = 1,5 \text{ m}$$

Já a aceleração será:

$$\Delta S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$a = \frac{2 \cdot \Delta S}{t^2} = \frac{2 \cdot 1,5}{3^2} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore a = \frac{1}{3} \text{ m/s}^2$$

Utilizando as equações do módulo acima, é possível chegar a uma relação que define o alcance máximo, que corresponde ao deslocamento horizontal durante o tempo de voo:

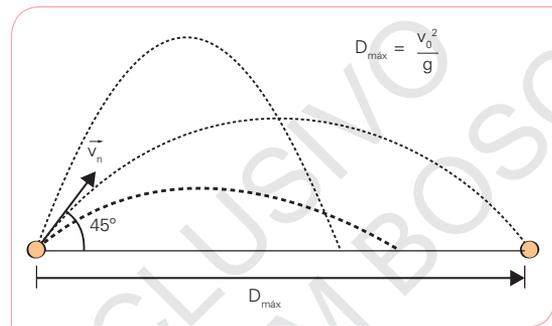
$$D = V_{0x} \cdot T$$

$$D = v_0 \cdot \cos \theta \cdot \left[\frac{2 \cdot (v_0 \cdot \sin \theta)}{g} \right] = \frac{v_0^2 \cdot 2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta}{g}$$

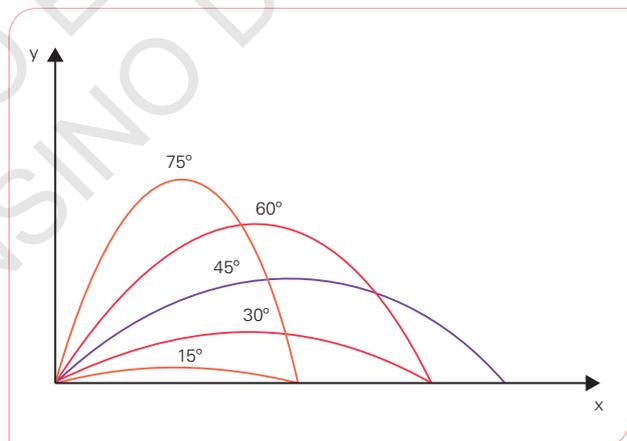
$$D = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\theta}{g}$$

De acordo com a expressão do alcance D , conclui-se que, entre todos os ângulos de disparo θ , aquele que propicia o maior alcance horizontal é o de 45° , pois $\sin 2\theta$ será máximo e igual a 1 quando 2θ for 90° , ou seja, quando $\theta = 45^\circ$, logo o alcance horizontal máximo corresponde a:

$$D_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{g}$$



Para ângulos de lançamentos complementares, isto é, $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$, os respectivos alcances serão iguais: $D_1 = D_2$.



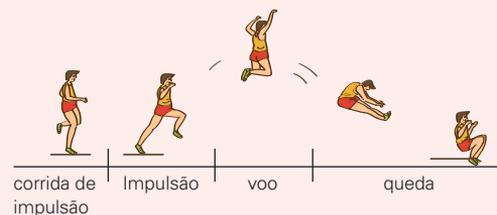
EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. Fac. Albert Einstein-SP – Na modalidade esportiva do salto em distância, o esportista, para fazer o melhor salto, deve atingir a velocidade máxima antes de saltar, aliando-a ao melhor ângulo de entrada no momento do salto que, nessa modalidade, é 45° . Considere uma situação hipotética em que um atleta, no momento do salto, alcance a velocidade de $43,2 \text{ km/h}$, velocidade próxima do recorde mundial dos 100 metros rasos, que é de $43,9 \text{ km/h}$. Despreze o atrito com o ar enquanto ele está em “voo” e considere o saltador como um ponto material situado em seu centro de gravidade.

Nessas condições, qual seria, aproximadamente, a distância alcançada no salto?

Adote o módulo da aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 .

Dados: $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = 0,7$



Disponível em: <<https://sites.google.com/site/edfisicaempic/educacao-fisica-corpo-e-mente/atletismo>>.

- a) 7 m b) 10 m c) 12 m d) 14 m

Resolução

Como 45° corresponde ao ângulo em que o alcance é máximo (D), temos:

$$v_0 = 43,2 \text{ km/h} = 12 \text{ m/s}$$

$$D_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{g} = \frac{12^2}{10} = \frac{144}{10} = 14,4$$

$$\therefore D_{\text{máx}} \approx 14 \text{ m}$$

4. UFSC (adaptado)

O lançamento do dardo é um desporto relacionado ao atletismo e é praticado por homens e mulheres. É uma modalidade olímpica que consiste em arremessar o mais longe possível um dardo, no caso dos homens, com 800,0 g de massa e comprimento de 2,70 m. O recorde mundial masculino é de 98,48 m e o recorde olímpico é de 90,17 m. Em um lançamento do dardo, o atleta aplica uma técnica que resulta em um lançamento que faz entre 30° e 45° com a horizontal e uma velocidade de aproximadamente 100,0 km/h. Vamos considerar um lançamento de 30° , velocidade de 25 m/s, admitir o dardo como um ponto material, desconsiderar qualquer tipo de atrito e definir que a aceleração da gravidade seja de 10 m/s^2 .



Com base no que foi exposto, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

Dados: $\sin 30^\circ = 0,5$; $\cos 30^\circ = 0,8$

01) A altura máxima alcançada pelo dardo é de aproximadamente 31,25 m.

02) O alcance horizontal do dardo depende dos seguintes fatores: velocidade de lançamento, ângulo de lançamento e massa do dardo.

04) Podemos considerar a situação pós-lançamento do dardo até a chegada em solo como sistema conservativo.

Dê a soma da(s) proposição(ões) correta(s).

Resolução

04 (04)

01. Incorreta. A altura máxima (H) será:

$$H = \frac{(v_0 \cdot \sin \theta)^2}{2g} = \frac{25 \cdot 0,5^2}{2 \cdot 10} = 1,25 \text{ m}$$

02. Incorreta. O alcance máximo (D) independe da massa:

$$D = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\theta}{g}$$

04. Correta, pois o sistema é conservativo, já que os efeitos do ar foram desprezados.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

LANÇAMENTO OBLÍQUO

Características

- Movimento com trajetória parabólica
- Na altura máxima, a componente vertical da velocidade é nula.

Decomposição

- Velocidade inicial v_0 é decomposta em v_{0x} e v_{0y}
- Movimento uniforme na horizontal
- Movimento uniformemente variado na vertical

LANÇAMENTO OBLÍQUO

Alcance máximo

$$D_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{g}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Cefet-MG (adaptado) – Uma pedra é lançada para cima a partir do topo e da borda de um edifício de 16,8 m de altura a uma velocidade inicial $v_0 = 10$ m/s e faz um ângulo de $53,1^\circ$ com a horizontal. A pedra sobe e, em seguida, desce em direção ao solo. Qual o tempo, em segundos, para que ela chegue ao solo?

Para calcular o tempo de voo, precisamos saber qual a componente vertical da velocidade inicial do projétil (v_{0y}).

$$\theta = 53,1^\circ; \text{sen } 53,1^\circ = 0,800; y_0 = 16,8 \text{ m}; a = g = -10 \text{ m/s}^2; v_0 = 10 \text{ m/s}; v_{0y} = ?$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen } \theta = v_0 \cdot \text{sen } 53,1^\circ = 10 \cdot 0,8 = 8 \quad \therefore v_{0y} = 8 \text{ m/s}$$

Com o valor da velocidade vertical inicial, escrevemos a equação horário do movimento vertical do projétil.

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$y = 16,8 + 8 \cdot t + \frac{(-10)}{2} \cdot t^2 \Rightarrow y = 16,8 + 8t - 5t^2$$

E encontramos as raízes da equação:

$$\Delta = 8^2 - 4 \cdot (-5) \cdot (16,8) = 64 + 336 = 400$$

$$t_1 = \frac{-8 + \sqrt{400}}{2 \cdot (-5)} = \frac{12}{-10} = -1,2 \text{ s (desprezado)}$$

$$t_2 = \frac{-8 - \sqrt{400}}{2 \cdot (-5)} = \frac{-28}{-10} = 2,8 \text{ s} \quad \therefore t = 2,8 \text{ s}$$

Portanto, a pedra leva 2,8 s para chegar ao solo.

2. PUC-PR

C5-H17

Durante um jogo de futebol, um goleiro chuta uma bola fazendo um ângulo de 30° com relação ao solo horizontal. Durante a trajetória, a bola alcança uma altura máxima de 5,0 m. Considerando que o ar não interfere no movimento da bola, qual a velocidade que a bola adquiriu logo após sair do contato do pé do goleiro?

Use $g = 10$ m/s².



- a) 5 m/s
- b) 10 m/s
- c) 20 m/s**
- d) 25 m/s
- e) 50 m/s

Na altura máxima do movimento, a componente vertical é nula ($v_y = 0$).

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

$$0 = v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot H_{\text{máx}}$$

$$v_{0y} = \sqrt{2 \cdot g \cdot H_{\text{máx}}}$$

$$v_{0y} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5} = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore v_{0y} = 10 \text{ m/s}$$

Como o ângulo de lançamento da bola é de 30° , é possível calcular a velocidade inicial (v_0) da bola.

$$v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen } 30^\circ$$

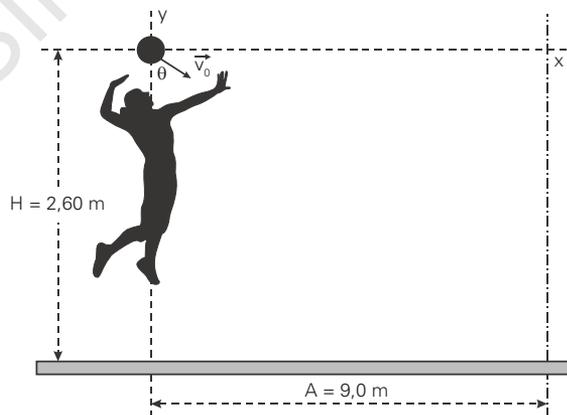
$$v_0 = \frac{v_{0y}}{\text{sen } 30^\circ} = \frac{10}{\frac{1}{2}} = 20$$

$$\therefore v_{0y} = 20 \text{ m/s}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

3. IFBA (adaptado) – Uma jogadora de vôlei rebate uma bola na linha da rede, a uma altura de 2,60 m, com módulo da velocidade inicial v_0 , formando ângulo θ com a direção vertical, num local onde a gravidade vale 10 m/s².



A distância máxima da rede à linha de fundo é de 9,0 m. Considerando que a bola leva 0,2 s para atingir essa marca e que a resistência do ar é desprezível, determine o módulo das componentes iniciais (v_{0x} e v_{0y}) da velocidade da bola, em m/s.

Análise do movimento em x (MU):

$$\Delta S_x = v_{0x} \cdot t$$

$$v_{0x} = \frac{\Delta S_x}{t} = \frac{9}{0,2} = 45$$

$$\therefore |v_{0x}| = 45 \text{ m/s}$$

Análise do movimento em y (MUV), sendo $S_y = H$ e $S_{0y} = H_0$

$$S_v = S_{0v} + v_{0v} \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$0 = 2,6 + v_{0v} \cdot 0,2 + \frac{(-10)}{2} \cdot (0,2)^2$$

$$0 = 2,6 + v_{0v} \cdot 0,2 - 0,2$$

$$v_{0v} = -12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\therefore |v_{0v}| = 12 \text{ m/s}$$

4. PUC-PR – Durante um jogo de futebol, um goleiro chuta uma bola fazendo um ângulo de 30° com relação ao solo horizontal. Durante a trajetória, a bola alcança uma altura máxima de 5,0 m. Considerando que o ar não interfere no movimento da bola, qual a velocidade que a bola adquiriu logo após sair do contato do pé do goleiro? Use $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) 5 m/s d) 25 m/s
 b) 10 m/s e) 50 m/s
 (c) 20 m/s

Sabendo que na posição da altura máxima a componente vertical da velocidade é zero, utilizando a equação de Torricelli, podemos dizer que:

$$v_v^2 = v_{0v}^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

$$0 = v_{0v}^2 - 2 \cdot g \cdot H_{\text{máx}}$$

$$v_{0v}^2 = 2 \cdot 10 \cdot 5$$

$$v_{0v} = \sqrt{100}$$

$$v_{0v} = 10 \text{ m/s}$$

Note que a aceleração neste movimento é em módulo igual à aceleração da gravidade.

Porém, $a = -g$; em razão da aceleração da gravidade, no movimento analisado, está contra o movimento.

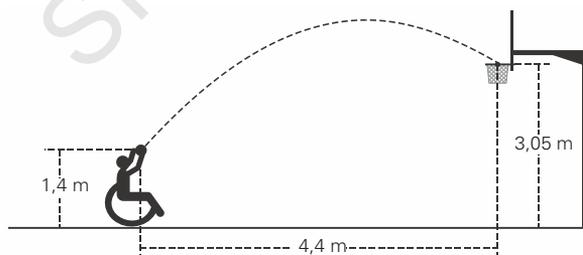
Sabendo que o ângulo de lançamento da bola é de 30° , podemos encontrar a velocidade inicial da bola.

$$v_{0v} = v_0 \cdot \sin 30^\circ$$

$$v_0 = \frac{v_{0v}}{\sin 30^\circ} = \frac{10}{\frac{1}{2}} = 20 \text{ m/s}$$

5. UFPR (adaptado)

Nas Paralimpíadas, recentemente realizadas no Brasil, uma das modalidades esportivas disputadas foi o basquetebol. Em um determinado jogo, foi observado que um jogador, para fazer a cesta, arremessou a bola quando o centro de massa dessa bola estava a uma altura de 1,4 m. O tempo transcorrido desde o instante em que a bola deixou a mão do jogador até ter o seu centro de massa coincidindo com o centro do aro foi de 1,1 s. No momento do lançamento, o centro de massa da bola estava a uma distância horizontal de 4,4 m do centro do aro da cesta, estando esse aro a uma altura de 3,05 m, conforme pode ser observado na figura a seguir.



Considerando que a massa da bola é igual a 600 g, que a resistência do ar é desprezível e que o valor absoluto da aceleração da gravidade é de 10 m/s^2 , determine, utilizando todas as unidades no Sistema Internacional de Unidades,

a) a velocidade horizontal da bola ao atingir o centro do aro da cesta de basquete;

No lançamento oblíquo, desprezando as forças resistivas, a componente horizontal da velocidade da bola é constante. Assim, temos:

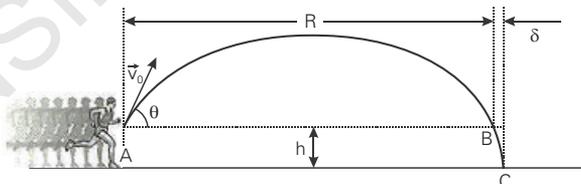
$$v_{0x} = \frac{\Delta S_x}{t} = \frac{4,4}{1,1} = 4 \therefore v_{0x} = 4 \text{ m/s}$$

b) a velocidade inicial vertical da bola.

A componente vertical da velocidade possui movimento uniformemente variado. Assim, temos:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow 3,05 = 1,4 + v_{0v} \cdot 1,1 + \frac{(-10)}{2} \cdot 1,1^2 \Rightarrow 3,05 - 1,4 + 6,05 = 1,1 \cdot v_{0v} \therefore v_{0v} = 7 \text{ m/s}$$

6. EBMS-BA



DURAN, José Henrique Rodas. *Biofísica: conceitos e aplicações*, 2. ed. São Paulo: Pearson, 2011. p.40.

A figura representa o movimento do centro de massa de um atleta que realiza um salto em distância.

Desprezando-se o efeito da resistência do ar, considerando-se o módulo da aceleração da gravidade local igual a g e sabendo-se que o centro de massa está a uma altura h acima da superfície horizontal, é correto afirmar:

- a) O tempo do salto é igual ao dobro do tempo de subida.
 b) O módulo do vetor velocidade v_0 é igual a $v_0 \sin \theta + v_0 \cos \theta$.
 c) O tempo gasto pelo salto em distância é determinado pela expressão $h = v_0 \cdot \sin \theta \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$.
 d) O intervalo de tempo t necessário para que a posição do centro de massa do atleta se desloque do ponto B até C é determinado pela expressão $h = \frac{g}{2} \cdot t^2$.

e) A distância AC é igual a $\frac{V_0^2}{g} \cdot \sin(2 \cdot \theta) + v_0 \cdot \cos \theta \cdot t$, sendo t o tempo gasto para percorrer a altura h em lançamento vertical de cima para baixo, com velocidade inicial de módulo $v_0 \cdot \sin \theta$.

Analisando primeiro o eixo y, temos:

$$S_y = S_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$H = 0 + v_0 \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$\therefore H = v_0 \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

No final do trecho AB, a altura atingida será 0.

$$H = v_0 \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$0 = \left(v_0 \cdot \sin \theta - \frac{g}{2} \cdot t \right)$$

$$\therefore t' = 0 \text{ (descartado)} \text{ e } t'' = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \theta}{g}$$

Já o deslocamento em x no trecho AB será:

$$S_{AB} = v_{0x} \cdot t'' = v_0 \cdot \cos \theta = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \theta}{g} = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta}{g}$$

$$S_{AB} = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin (2 \cdot \theta)}{g}$$

E, agora, calculamos o trecho BC:

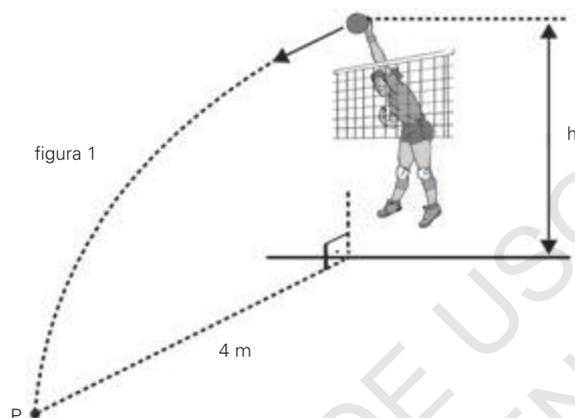
$$S_{BC} = v_{0x} \cdot t = v_0 \cdot \cos \theta \cdot t$$

Por fim, o trecho AC = AB + BC.

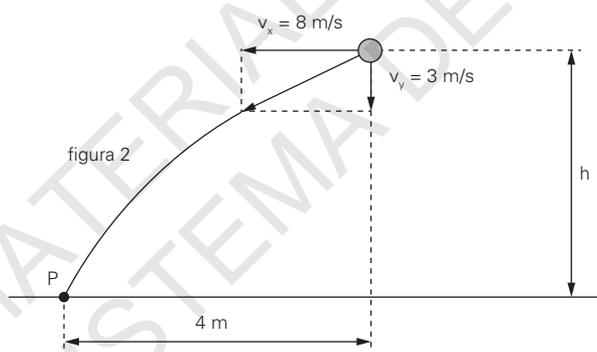
$$S_{AC} = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin (2 \cdot \theta)}{g} + v_0 \cdot \cos \theta \cdot t$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- 7. UFTM-MG** – Num jogo de vôlei, uma atacante acerta uma cortada na bola no instante em que a bola está parada numa altura h acima do solo. Devido à ação da atacante, a bola parte com velocidade inicial V_0 , com componentes horizontal e vertical, respectivamente em módulo, $V_x = 8 \text{ m/s}$ e $V_y = 3 \text{ m/s}$, como mostram as figuras 1 e 2.



Após a cortada, a bola percorre uma distância horizontal de 4 m, tocando o chão no ponto P.



Considerando que, durante seu movimento, a bola ficou sujeita apenas à força gravitacional e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, a altura h , em m, onde ela foi atingida, corresponde a

- a) 2,25 c) 2,7 e) 3,25
b) 2,50 d) 3,00

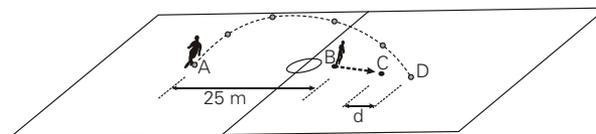
- 8. UPF-RS (adaptado)** – Na Copa do Mundo de 2014, alguns gols foram marcados por cobranças de falta.

Nessa situação, considere que um jogador bate uma falta de modo que a velocidade inicial da bola forma um ângulo de 45° com o plano do gramado. Depois de 2 s de voo, a bola bate na parte superior da trave, que está a 2,4 m de altura do plano do gramado. Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando os efeitos do atrito com o ar, pode-se dizer que a distância, em metros, do ponto onde foi batida a falta até a trave, é de, aproximadamente

- a) 22 b) 32 c) 42 d) 52 e) 62

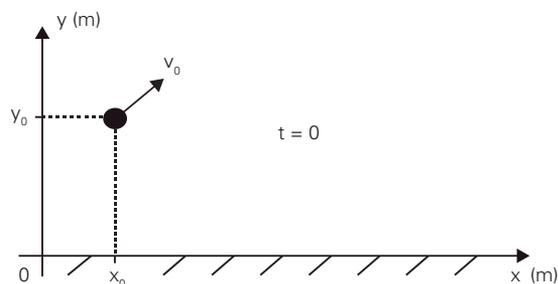
- 9. Esc. Naval-RJ** – Conforme mostra a figura a seguir, em um jogo de futebol, no instante em que o jogador situado no ponto **A** faz um lançamento, o jogador situado no ponto **B**, que inicialmente estava parado, começa a correr com aceleração constante igual a $3,00 \text{ m/s}^2$, deslocando-se até o ponto **C**. Esse jogador chega em **C** no instante em que a bola toca o chão no ponto **D**. Todo o movimento se processa em um plano vertical, e a distância inicial entre **A** e **B** vale 25,0 m. Sabendo-se que a velocidade inicial da bola tem módulo igual a 20,0 m/s e faz um ângulo de 45° com a horizontal, o valor da distância, **d**, entre os pontos **C** e **D**, em metros, é

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$



- a) 1,00 c) 5,00 e) 15,0
b) 3,00 d) 12,0

- 10. EN-RJ** – Analise a figura a seguir.



Conforme indica a figura anterior, no instante $t = 0$, uma partícula é lançada no ar, e sua posi-

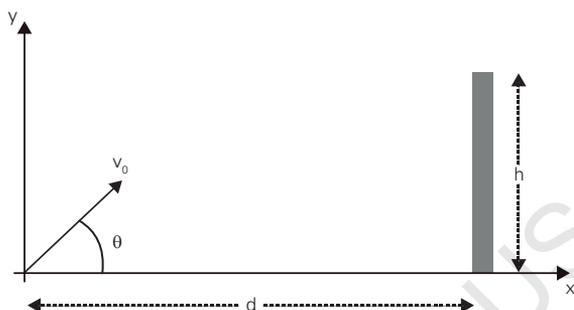
ção em função do tempo é descrita pela equação $\vec{r}(t) = (6,0 \cdot t + 2,5)\hat{i} + (-5,0 \cdot t^2 + 2,0 \cdot t + 8,4)\hat{j}$, com r em metros e t em segundos. Após 1,0 segundo, as medidas de sua altura do solo, em metros, e do módulo da sua velocidade, em m/s, serão, respectivamente, iguais a

- a) 3,4 e 10 c) 3,6 e 10 e) 5,4 e 10
b) 3,6 e 8,0 d) 5,4 e 8,0

11. UEMA

Os professores de História e de Física lançaram um desafio a uma turma de terceiro ano do Ensino Médio, para que compreendessem alguns métodos de combate em larga escala. O professor de História descreveu alguns combates medievais, onde eram feitos cercos a castelos de grandes muralhas. Com o objetivo de causar maior dano aos castelos, e assim levá-los à rendição, os exércitos invasores faziam uso de grandes catapultas, capazes de atirar enormes projéteis para dentro das muralhas dos castelos.

O professor de Física forneceu o seguinte diagrama esquemático:



Com base nele, explicou que os projéteis eram lançados com uma velocidade inicial v_0 e um ângulo θ em relação ao plano. Considerando que o projétil parte da origem do sistema de coordenadas, os deslocamentos serão dados em função do tempo (em segundos) por

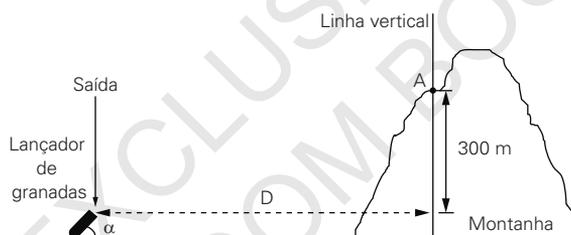
$$x(t) = v_0 \cos \theta \cdot t \text{ e } y(t) = v_0 \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

- a) Esboce o gráfico do deslocamento de y em função do tempo.

- b) Qual valor mínimo da velocidade inicial v_0 deve ser imposto ao projétil para que, ao ser lançado com ângulo $\theta = 45^\circ$, ultrapasse a muralha de 18 metros de altura com 2 metros de folga? Use $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $\sqrt{2} = 1,41$.

- c) A que distância da muralha a catapulta se encontra, ou seja, qual o valor de d ?

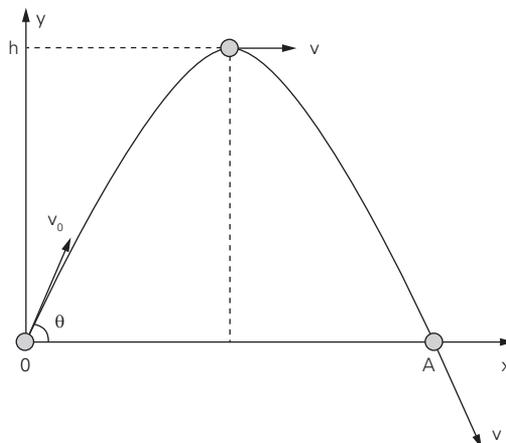
12. Espcex-SP/Aman-RJ (adaptado) – Um lançador de granadas deve ser posicionado a uma distância D da linha vertical que passa por um ponto A. Esse ponto está localizado em uma montanha a 300 m de altura em relação à extremidade de saída da granada, conforme o desenho a seguir.



A velocidade da granada, ao sair do lançador, é de 100 m/s e forma um ângulo " α " com a horizontal; a aceleração da gravidade é igual a 10 m/s² e todos os atritos são desprezíveis. Para que a granada atinja o ponto A, somente após a sua passagem pelo ponto de maior altura possível de ser atingido por ela, qual deve ser a distância D ?

Dados: $\cos \alpha = 0,6$; $\sin \alpha = 0,8$.

13. UEPG-PR – Um projétil, quando é lançado obliquamente no vácuo, descreve uma trajetória parabólica. Essa trajetória é resultante de uma composição de dois movimentos independentes. Analisando a figura a seguir, que representa o movimento de um projétil lançado obliquamente, assinale o que for correto.



01) As componentes da velocidade do projétil, em qualquer instante nas direções x e y , são, respectivamente, dadas por $V_x = V_0 \cdot \cos \theta$ e $V_y = V_0 \cdot \sin \theta - gt$.

02) As componentes do vetor posição do projétil, em qualquer instante, são dadas por $x = V_0 \cdot \cos \theta \cdot t$ e

$$y = V_0 \cdot \sin \theta - \frac{1}{2} gt^2.$$

04) O alcance do projétil na direção horizontal depende da velocidade e do ângulo de lançamento.

08) O tempo que o projétil permanece no ar é $t = 2 \frac{V_0 \cdot \sin \theta}{g}$.

16) O projétil executa simultaneamente um movimento variado na direção vertical e um movimento uniforme na direção horizontal.

Dê a soma do(s) item(ns) correto(s).

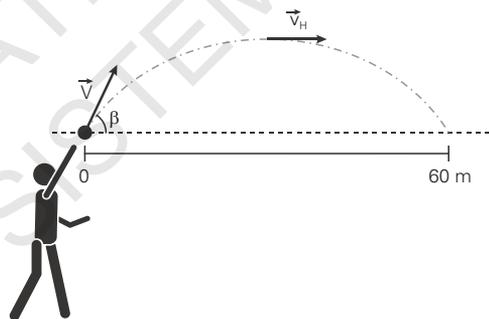
14. UNESP (adaptado)

O GOL QUE PELÉ NÃO FEZ

Na copa de 1970, na partida entre Brasil e Tchecoslováquia, Pelé pega a bola um pouco antes do meio de campo, vê o goleiro tcheco adiantado, e arrisca um chute que entrou para a história do futebol brasileiro. No início do lance, a bola parte do solo com velocidade de 108 km/h (30 m/s), e três segundos depois toca novamente o solo atrás da linha de fundo, depois de descrever uma parábola no ar e passar rente à trave, para alívio do assustado goleiro.

Considerando que o vetor velocidade inicial da bola após o chute de Pelé fazia um ângulo de 30° com a horizontal ($\sin 30^\circ = 0,50$ e $\cos 30^\circ = 0,85$) e desconsiderando a resistência do ar e a rotação da bola, qual era a distância horizontal entre o ponto de onde a bola partiu do solo depois do chute e o ponto onde ela tocou o solo atrás da linha de fundo, em metros?

15. Fatec-SP (adaptado) – Em um jogo de futebol, o goleiro, para aproveitar um contra-ataque, arremessa a bola no sentido do campo adversário. Ela percorre, então, uma trajetória parabólica, conforme representado na figura, em 6 segundos. Desprezando a resistência do ar e com base nas informações apresentadas, quais são os módulos da velocidade \vec{v} , de lançamento, da velocidade \vec{v}_H na altura máxima, em metros por segundos, e a $H_{\text{máx}}$ em metros?



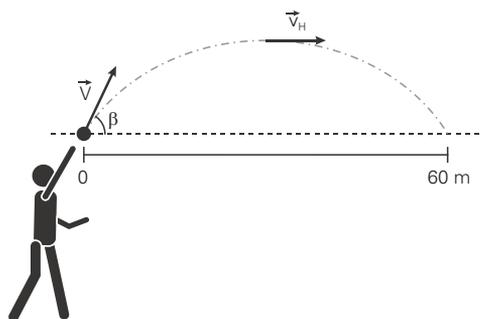
ados: $\sin \beta = 0,8$; $\cos \beta = 0,6$; $g = 10 \text{ m/s}^2$

16. ITA-SP – Numa quadra de vôlei de 18 m de comprimento, com rede de 2,24 m de altura, uma atleta solitária faz um saque com a bola bem em cima da linha de fundo, a 3,0 m de altura, num ângulo θ de 15° com a horizontal, conforme a figura, com trajetória num plano perpendicular à rede. Desprezando o atrito, pode-se dizer que, com 12 m/s de velocidade inicial, a bola



- bate na rede.
- passa tangenciando a rede.
- passa a rede e cai antes da linha de fundo.
- passa a rede e cai na linha de fundo.
- passa a rede e cai fora da quadra.

17. Fatec-SP – Em um jogo de futebol, o goleiro, para aproveitar um contra-ataque, arremessa a bola no sentido do campo adversário. Ela percorre, então, uma trajetória parabólica, conforme representado na figura, em 4 segundos.



Desprezando a resistência do ar e com base nas informações apresentadas, podemos concluir que os módulos da velocidade \vec{v} de lançamento e da velocidade \vec{v}_H na altura máxima são, em metros por segundos, iguais a, respectivamente,

Dados: $\sin \beta = 0,8$; $\cos \beta = 0,6$.

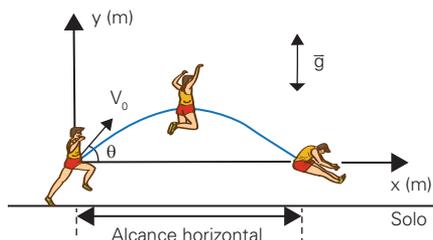
- 15 e 25.
- 15 e 50.
- 25 e 15.
- 25 e 25.
- 25 e 50.

ESTUDO PARA O ENEM

18. UFRGS-RS

C5-H17

Em uma competição de salto em distância, um atleta dá um salto com uma velocidade inicial de módulo $v_0 = 10 \text{ m/s}$, formando um ângulo θ com a horizontal, tal que $\sin \theta = 0,3$ e $\cos \theta = 0,9$. A linha azul, indicada na figura, representa a trajetória do centro de massa do atleta durante o salto.



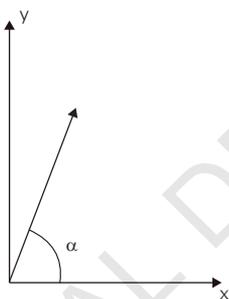
Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando a resistência do ar, o alcance horizontal desse salto é de

- a) 10,8 m. c) 5,4 m. e) 6,5 m.
b) 2,8 m. d) 8,0 m.

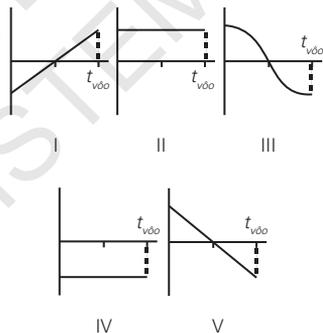
19. UFRGS-RS

C5-H17

Em uma região onde a aceleração da gravidade tem módulo constante, um projétil é disparado a partir do solo, em uma direção que faz um ângulo α com a direção horizontal, conforme representado na figura a seguir.



Assinale a opção que, desconsiderando a resistência do ar, indica os gráficos que melhor representam, respectivamente, o comportamento da componente horizontal e o da componente vertical, da velocidade do projétil, em função do tempo.



- a) I e V d) IV e V
b) II e V e) V e II
c) II e III

20. CPS-SP (adaptado)

C1-H3

“O importante não é competir, e sim celebrar.”

Em sua sabedoria milenar, a cultura indígena valoriza muito o celebrar. Suas festas são manifestações alegres de amor à vida e à natureza. Depois de contatos com outras culturas, as comunidades indígenas criaram diversos mecanismos políticos, sociais e econômicos. Foi nesse contexto que nasceu a ideia dos Jogos dos Povos Indígenas, cujo objetivo é unir as comunidades. Todos participam, promovendo a integração entre as diferentes tribos por meio de sua cultura e esportes tradicionais.

TERENA, Carlos Justino. Disponível em: <http://www.funai.gov.br/indios/jogos/jogos_indigenas.htm>. Acesso em: 29 ago. 2010. (Adaptado).

Desde outubro de 1996, os Jogos dos Povos Indígenas são realizados, em diversas modalidades, com a participação de etnias de todo o Brasil. Uma dessas modalidades é o arco e flecha, em que o atleta tem direito a três lances contra um peixe desenhado num alvo, que fica a 30 metros de distância.

Ao preparar o lance, percebe-se que o atleta mira um pouco acima do alvo. Isso se deve a (à)

- a) baixa tecnologia do equipamento, já que não possui sistema de mira adequado.
b) uma das técnicas empregadas, em que, para acertar o alvo, deve-se lançar a flecha em movimento oblíquo.
c) inadequada percepção do tamanho do alvo, em razão da distância.
d) rotação da Terra que modifica a trajetória da flecha.

MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME

MOVIMENTO CIRCULAR

Dizemos que uma partícula está em movimento circular quando sua trajetória é uma circunferência ou um arco de circunferência.

O giro das hélices de um drone, o movimento dos ponteiros de um relógio, dos dentes de uma engrenagem, dos pneus de um veículo em movimento fazendo uma curva, ou até mesmo a trajetória descrita por uma pedra que gira presa na ponta de um barbante são exemplos de movimento circular.

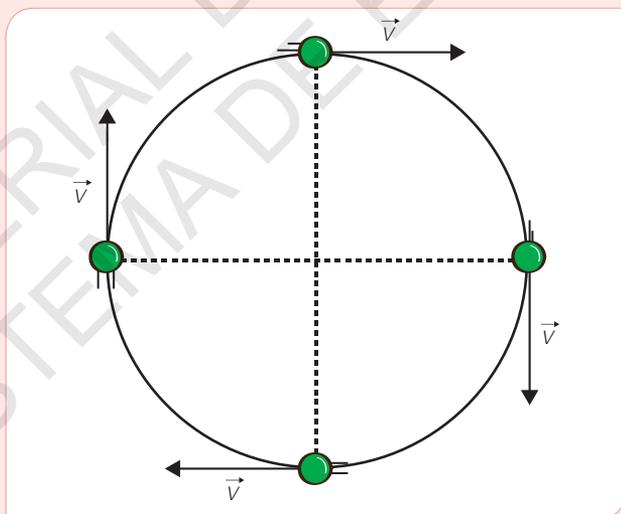
A velocidade é um vetor, portanto tem módulo, direção e sentido. Nos casos em que o módulo da velocidade do objeto em análise é constante, dizemos tratar-se de um **movimento circular uniforme (MCU)**.

Certos fenômenos naturais, como a translação dos planetas em torno do Sol e o movimento de satélites naturais e artificiais, apresentam movimento circular ou aproximadamente circular, sendo que, em módulos posteriores, quando necessário, consideraremos o movimento de planetas como sendo circular uniforme.

MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME

PERÍODO E FREQUÊNCIA

O móvel que descreve um movimento circular uniforme ao longo de sua trajetória, passa de maneira repetida pela mesma posição e com velocidade de módulo constante em intervalos de tempos iguais. Dizemos que esse movimento é periódico.



Quando um móvel descreve um movimento periódico, o intervalo de tempo que leva para completar um único ciclo é denominado **período (T)**.

- Movimento circular
- Movimento circular uniforme
- Aceleração centrípeta
- Movimento concêntrico e transmissão no MCU

HABILIDADES

- Utilizar graus e radianos para representar posição, velocidade e aceleração angulares de objetos, descrevendo movimento circular uniforme.
- Utilizar funções matemáticas para descrever movimentos circulares uniformes.
- Calcular e prever a aceleração, o deslocamento e a velocidade de objetos, descrevendo movimento circular uniforme.
- Aplicar a relação entre frequência e período em movimentos circulares.

Voltando ao drone, as hélices possuem movimento circular uniforme (MCU). Nesse caso, o seu período representa o tempo para a duração de uma volta.

No sistema internacional de unidades (SI), o período é medido em segundos (s).

Em um movimento periódico, o número de ciclos que o móvel descreve em certo intervalo de tempo é denominado **frequência (f)**.

Para o MCU, a frequência (f) pode ser definida como o número de voltas (n), realizadas em certo intervalo de tempo (Δt), ou seja:

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

No SI, a unidade de frequência é o **rps** (rotações por segundo), que recebe o nome de Hertz. Outra unidade de medida de frequência muito utilizada é o **rpm** (rotações por minuto).

$$1 \text{ rps} = 1 \text{ Hz}$$

Logo, para um único ciclo, temos:

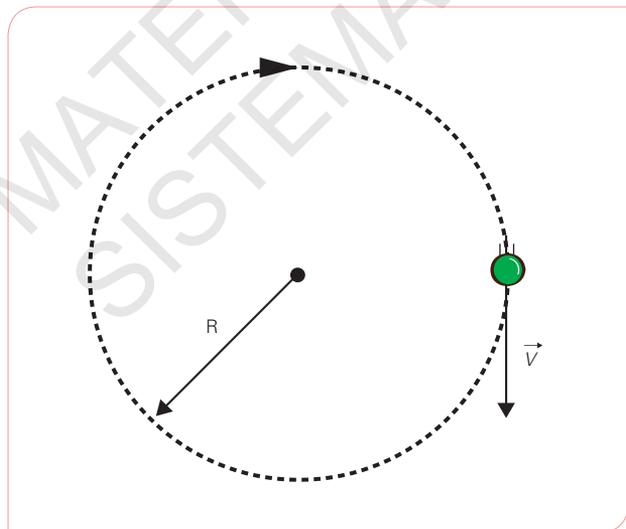
$$f = \frac{n}{\Delta t} = \frac{1 \text{ ciclo}}{T \text{ segundo}} \therefore f = \frac{1}{T}$$

Como 1 rpm corresponde ao número de ciclos em 1 min, temos:

$$1 \text{ Hz} = 60 \text{ rpm}$$

VELOCIDADE LINEAR

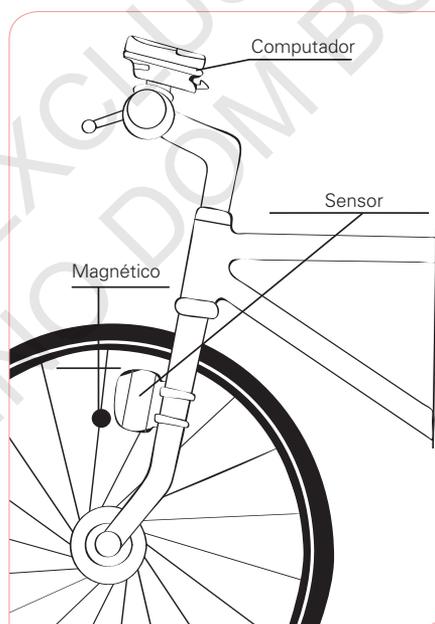
No movimento circular uniforme, quando o móvel descreve uma volta completa, pode-se calcular a sua velocidade linear (v), comumente chamada de velocidade escalar, em função do período (T) ou frequência (f) do movimento, que também é denominada velocidade tangencial, já que o vetor velocidade é tangente à trajetória circular.



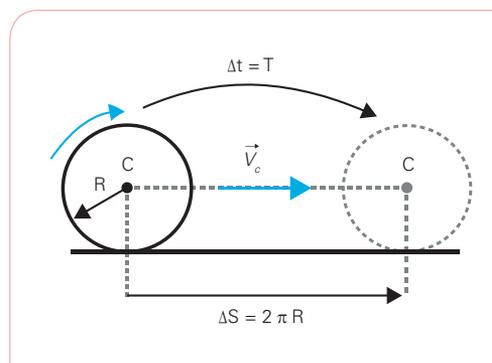
Como o deslocamento escalar do móvel (ΔS) corresponde ao comprimento da circunferência (C), $\Delta S = C = 2 \cdot \pi \cdot R$, e o intervalo de tempo (Δt) corresponde ao período (T), $\Delta t = T$, temos:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \rightarrow v = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T} \quad \text{ou} \quad v = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot f$$

O velocímetro instalado em bicicletas, motos e carros, entre outros veículos, detecta sua velocidade linear desenvolvida através da frequência de rotação de uma das rodas. Por meio de um sensor, um contador contabiliza o número de giros em determinado tempo e, relacionando-o com o raio da roda, obtém-se a velocidade de translação (v) do centro (C) da roda do veículo.



Assim, a velocidade linear de translação do centro da roda (v_c) corresponde a:

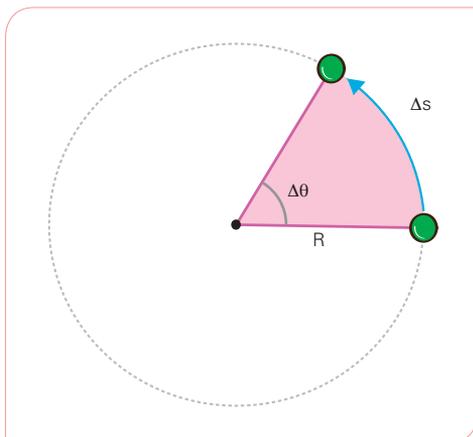


$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T} \quad \text{ou} \quad v = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot f$$

GRANDEZAS ANGULARES

Deslocamento angular ($\Delta\theta$)

Podemos determinar as posições de móveis que descrevem trajetórias circulares pela medida (em raios) do ângulo central ($\Delta\theta$), em lugar do espaço ΔS (arco AB) medido na própria trajetória. Observe na figura a seguir que o deslocamento linear (ΔS) tem correspondência com o deslocamento angular ($\Delta\theta$).



$$\Delta\theta = \frac{\Delta S}{R}$$

Velocidade angular (ω)

No movimento circular uniforme, o móvel gira numa trajetória com ângulos centrais iguais em intervalos de tempos iguais, ou seja, possui velocidade angular constante.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

A unidade da velocidade angular é o radiano por segundo (rad/s). No MCU, é possível determinar a velocidade angular em função do período ou da frequência.

Recordando:

Radianos	Gras
π	180°

Lembrando que, em um período, o móvel completa um único ciclo, ou seja, uma volta de 360° , que corresponde a um deslocamento angular de $2 \cdot \pi$ raios, a velocidade angular ω corresponde a:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad \text{ou} \quad \omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad \text{ou} \quad \omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

Relação entre velocidade angular (ω) e velocidade linear (v)

É possível relacionar a velocidade linear e a velocidade angular de um móvel num trajeto circular de raio R , da seguinte maneira:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\Delta\theta \cdot R}{\Delta t} \rightarrow v = \omega \cdot R$$

Portanto:

$$\text{velocidade linear: } v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot f$$

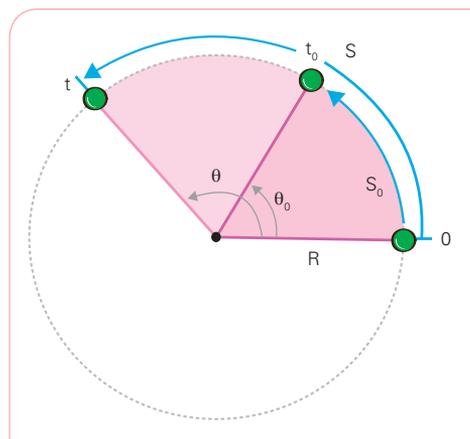
(unidade em m/s)

$$\text{velocidade angular: } \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2 \cdot \pi}{T} = 2 \cdot \pi \cdot f$$

(unidade em rad/s)

Função horária da posição angular

Assim como é possível escrever a posição horária de um móvel no movimento retilíneo uniforme, no movimento circular uniforme, também podemos descrever a posição de um móvel em função do tempo. Enquanto no MRU trabalhamos com as variáveis: posição inicial S_0 (em $t_0 = 0$) e a posição S em um instante posterior t , no MCU, em correspondência ao arco de circunferência, conforme figura, definimos a posição angular inicial θ_0 (em $t_0 = 0$) e a posição θ em um instante t da seguinte maneira:



A função horária no MRU é:

$$S = S_0 + v \cdot t$$

Dividindo a função pelo raio R , temos:

$$\frac{S}{R} = \frac{S_0}{R} + \frac{v \cdot t}{R}$$

Sendo, $\theta_0 = \frac{S_0}{R}$, $\theta = \frac{S}{R}$ e $\omega = \frac{v}{R}$, obtemos:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Sistema Dom Bosco-SP – Uma criança brinca em um carrossel cujo raio mede 4 m e gira com velocidade angular constante. A criança passa pelo seus pais, que estão parados no solo observando tudo, a cada 40 s.

Adotando $\pi = 3$, determine:

- a frequência do movimento da criança em **rpm** e em **hertz** (Hz);
- a velocidade angular da criança;
- a velocidade linear da criança.

Resolução

a) Dados:

$$R = 4 \text{ m}$$

$$T = 40 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{40} \quad \therefore f = 0,025 \text{ Hz}$$

Como 1 Hz = 60 rpm, temos:

$$f = 0,025 \cdot 60 \quad \therefore f = 1,5 \text{ rpm}$$

b) A criança completa um ciclo a cada 40 s, logo $\Delta\theta = 2 \cdot \pi$.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{40} \quad \therefore \omega = \frac{3}{20} \text{ rad/s}$$

$$\text{c) } v = \omega \cdot R = \frac{3}{20} \cdot 4 \quad \therefore v = 0,60 \text{ m/s}$$

2. UERN – Uma roda d'água de raio 0,5 m efetua 4 voltas a cada 20 segundos. A velocidade linear dessa roda é

(Considere: $\pi = 3$)

- 0,6 m/s.
- 0,8 m/s.
- 1,0 m/s.
- 1,2 m/s.

Resolução

$$R = 0,5 \text{ m}$$

$$n = 4 \text{ voltas}$$

$$\Delta t = 20 \text{ s}$$

Com os dados anteriores, calculamos a frequência f .

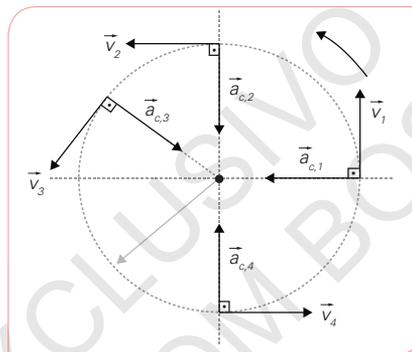
$$f = \frac{n}{\Delta t} = \frac{4}{20} = 0,2 \text{ Hz}$$

Com o valor da frequência, obtemos a velocidade linear

$$V = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot f = 2 \cdot 3 \cdot 0,5 \cdot 0,2 \quad \therefore v = 0,6 \text{ m/s}$$

Aceleração angular

No movimento circular uniforme (MCU), o vetor velocidade tangencial é constante em módulo, porém não em direção e sentido. Logo, como o vetor velocidade tangencia a trajetória circular, em cada instante estará indicando uma nova direção e sentido. Nesse caso, o corpo em MCU estará sujeito a uma aceleração centrípeta (a_c), de intensidade constante e direção variável, sempre orientada para o centro da trajetória, conforme mostra a figura.



Objeto em movimento circular uniforme.

A aceleração centrípeta, conforme vimos em cinemática vetorial, pode ser encontrada pela relação a seguir:

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

3. PUC-RJ (adaptado) – O ponteiro de um relógio tem 1 cm. Supondo que o movimento desse ponteiro seja contínuo e que $\pi = 3$, responda ao que se pede.

- Qual é a velocidade de translação na extremidade desse ponteiro?
- Qual é a aceleração centrípeta da extremidade desse ponteiro?

Resolução

$$\text{a) } R = 1 \text{ cm}$$

$$T = \Delta t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$\pi = 3$$

$$\Delta S = 2 \cdot \pi \cdot R$$

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{\Delta t} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 1}{60} = 0,1 \quad \therefore v = 0,1 \text{ cm/s}$$

$$\text{b) } v = 0,1 \text{ cm/s}$$

$$R = 1 \text{ cm}$$

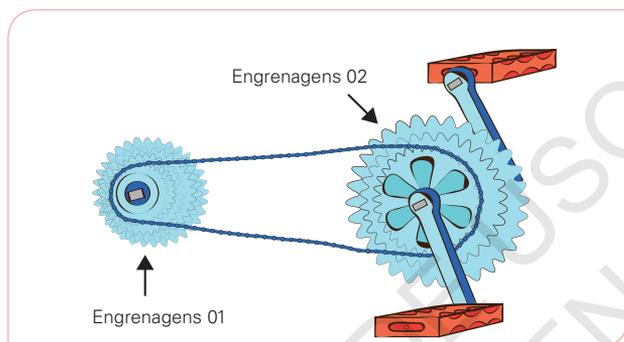
$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{0,1^2}{1} = 0,01 \quad \therefore a_c = 0,01 \text{ cm/s}^2$$

Movimento concêntrico e transmissão no MCU

Movimentos que possuem o mesmo centro são denominados movimentos concêntricos, como as marchas de uma bicicleta.



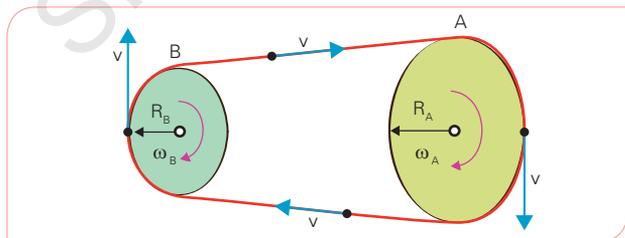
As coroas e catracas de uma bicicleta com marchas constituem um exemplo de movimentos concêntricos (mesmo centro) e de transmissão de movimento circular por meio de uma corrente (coroa-catraca).



Movimentos concêntricos: Considere uma bicicleta de 18 marchas, que possui 6 catracas e 3 coroas. Todos os pontos das 6 catracas giram com a mesma velocidade angular, pois elas possuem o mesmo eixo. O mesmo pode ser dito das 3 coroas.

TRANSMISSÃO DE MCU POR CORREIA OU CORRENTE

Nesse tipo de transmissão, se não houver deslizamento, a correia ou a corrente que interliga as duas engrenagens ou polias possui a mesma velocidade linear, como na figura a seguir:



Logo:

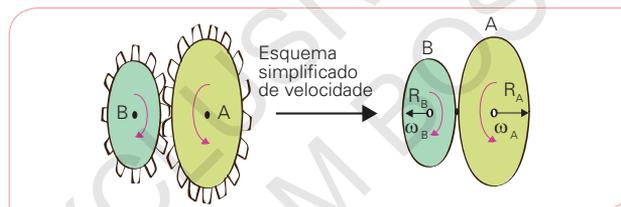
$$v_A = v_B \rightarrow \omega_A \cdot R_A = \omega_B \cdot R_B$$

Sendo a velocidade angular $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$, temos:

$$f_A \cdot R_A = f_B \cdot R_B$$

TRANSMISSÃO DE MCU POR CONTATO DIRETO

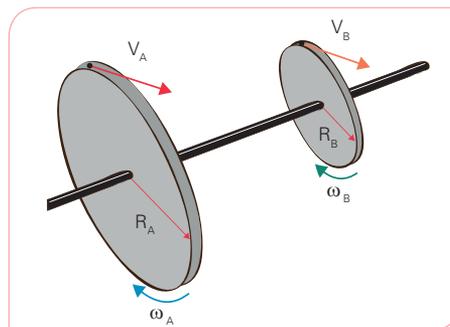
Nesse tipo de transmissão, uma roda toca a outra perifericamente sem que haja deslizamento entre elas; com isso, possuem a mesma velocidade linear, caso comum entre engrenagens acopladas, como na figura a seguir:



Observe que a relação entre as velocidades é a mesma do movimento anterior, porém o sentido de giro de uma das rodas é contrário ao da outra.

TRANSMISSÃO DE MCU POR EIXO CONCÊNTRICO DE MOVIMENTO

Nesse tipo de transmissão de MCU, polias, discos ou engrenagens, possuem movimentos concêntricos ligados ao mesmo eixo de rotação, conforme figura. Assim, o sentido de giro, o período de rotação e a frequência dos discos são os mesmos, e as velocidades lineares de pontos distintos em suas periferias possuem valores diferentes, já que cada peça possui um raio distinto.



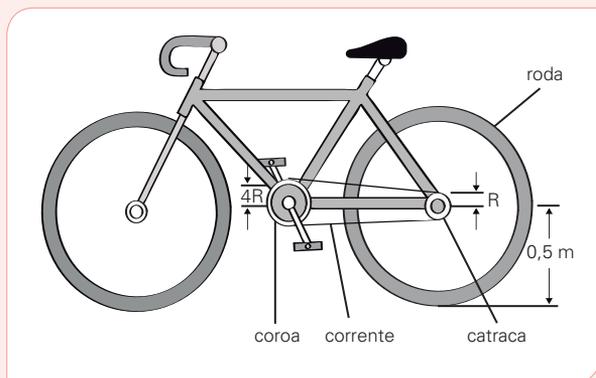
Logo:

$$T_A = T_B \text{ e } f_A = f_B$$

$$\omega_A = \omega_B \rightarrow \frac{v_A}{R_A} = \frac{v_B}{R_B}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

4. UFPB – Em uma bicicleta, a transmissão do movimento das pedaladas se faz por meio de uma corrente, acoplando um disco dentado dianteiro (coroa) a um disco dentado traseiro (catraca), sem que haja deslizamento entre a corrente e os discos. A catraca, por sua vez, é acoplada à roda traseira, de modo que as velocidades angulares da catraca e da roda sejam as mesmas (ver a seguir figura representativa de uma bicicleta).



Em uma corrida de bicicleta, o ciclista desloca-se com velocidade escalar constante, mantendo um ritmo estável de pedaladas, capaz de imprimir no disco dianteiro uma velocidade angular de 4 rad/s, para uma configuração em que o raio da coroa é $4R$, o raio da catraca é R e o raio da roda é $0,5 \text{ m}$. Com base no exposto, conclui-se que a velocidade escalar do ciclista é

- a) 2 m/s. d) 12 m/s.
b) 4 m/s. e) 16 m/s.
c) 8 m/s.

Resolução

$$\omega_{\text{coroa}} = 4 \text{ rad/s}$$

$$R_{\text{coroa}} = 4R$$

$$R_{\text{catraca}} = R$$

$$R_{\text{roda}} = 0,5 \text{ m}$$

Coroa e catraca possuem transmissão de MCU por corrente, logo suas velocidades lineares são iguais.

$$v_{\text{coroa}} = v_{\text{catraca}} \rightarrow \omega_{\text{coroa}} \cdot R_{\text{coroa}} = \omega_{\text{catraca}} \cdot R_{\text{catraca}} \rightarrow$$

$$\rightarrow 4 \cdot 4R = \omega_{\text{catraca}} \cdot R$$

$$\therefore \omega_{\text{catraca}} = 16 \text{ rad/s}$$

Roda e catraca possuem transmissão de MCU por eixo concêntrico, logo suas velocidades angulares são iguais.

$$\omega_{\text{roda}} = \omega_{\text{catraca}} \rightarrow \frac{v_{\text{roda}}}{R_{\text{roda}}} = \omega_{\text{catraca}} \rightarrow \frac{v_{\text{roda}}}{0,5} = 16 \quad \therefore$$

$$v_{\text{roda}} = 8 \text{ m/s.}$$

Como a bicicleta se desloca com a velocidade da roda, a velocidade da bicicleta será de 8 m/s.

ROTEIRO DE AULA

MOVIMENTO CIRCULAR
UNIFORME I

Características

- Um móvel está em movimento circular quando sua trajetória é uma circunferência ou arco de circunferência.
- No movimento circular uniforme, o módulo da velocidade é constante.

Grandezas e equações

$$f = n/\Delta t$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T} \quad \text{ou} \quad v = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot f$$

$$\Delta\theta = \frac{\Delta S}{R}$$

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t$$

$$v = \omega \cdot R$$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Unicamp-SP – Anemômetros são instrumentos usados para medir a velocidade do vento. A sua construção mais conhecida é a proposta por Robinson em 1846, que consiste em um rotor com quatro conchas hemisféricas presas por hastes, conforme figura a seguir. Em um anemômetro de Robinson ideal, a velocidade do vento é dada pela velocidade linear das conchas. Um anemômetro em que a distância entre as conchas e o centro de rotação é $R = 25 \text{ cm}$, em um dia cuja velocidade do vento é $v = 18 \text{ km/h}$, teria uma frequência de rotação de



Se necessário, considere $\pi \approx 3$.

- a) 3 rpm.
b) 200 rpm.
 c) 720 rpm.
 d) 1200 rpm.

$$R = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$$

$$v = 18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$$

Para o cálculo da frequência de rotação (f), temos:

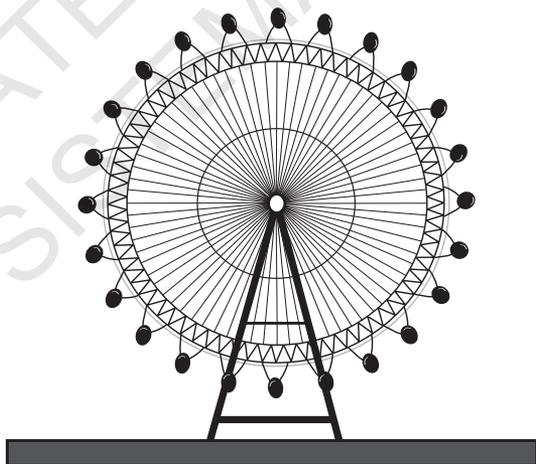
$$v = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot f \rightarrow 5 = 2 \cdot 3 \cdot 0,25 \cdot f \rightarrow 5 = 1,5 \cdot f \rightarrow f = \frac{5}{1,5} \text{ Hz}$$

$$\text{Como } 1 \text{ Hz} = 60 \text{ rpm, temos: } f = \frac{5}{1,5} \cdot 60 = 200 \therefore f = 200 \text{ rpm}$$

2. UFPA

C5-H18

Durante os festejos do Círio de Nazaré, em Belém, uma das atrações é o parque de brinquedos situado ao lado da Basílica, no qual um dos brinquedos mais cobiçados é a Roda Gigante, que gira com velocidade angular ω , constante.



Considerando-se que a velocidade escalar de um ponto qualquer da periferia da Roda é $v = 1 \text{ m/s}$ e que o raio é de 15 m , pode-se afirmar que a frequência de rotação f , em hertz, e a velocidade angular ω , em rad/s, são, respectivamente, iguais a

- a) $\frac{1}{30\pi}$ e $\frac{2}{15}$ d) $\frac{1}{15\pi}$ e $\frac{1}{15}$
 b) $\frac{1}{15\pi}$ e $\frac{2}{15}$ e) $\frac{1}{30\pi}$ e $\frac{1}{30\pi}$
c) $\frac{1}{30\pi}$ e $\frac{1}{15}$

$$v = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot f$$

$$1 = 2 \cdot \pi \cdot 15 \cdot f$$

$$f = \frac{1}{30\pi} \text{ Hz}$$

$$v = \omega \cdot R \Rightarrow \omega = \frac{1}{15} \text{ rad/s}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar propriedades físicas, químicas ou biológicas de produtos, sistemas ou procedimentos tecnológicos às finalidades a que se destinam.

3. UERJ – Para um teste, um piloto de caça é colocado em um dispositivo giratório. A partir de determinado instante, o dispositivo descreve um movimento circular e uniforme, com velocidade constante de $64,8 \text{ km/h}$. Admitindo que o raio da trajetória corresponde a 6 m , calcule, em m/s^2 , o módulo da aceleração a que está submetido o piloto.

Temos:

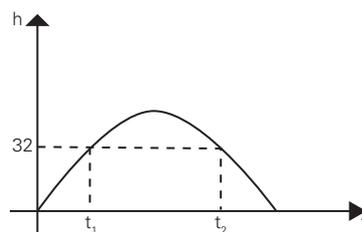
$$V = 18 \text{ m/s}$$

$$R = 6 \text{ m}$$

Logo:

$$a_c = \frac{V^2}{R} = \frac{18^2}{6} = 54 \text{ m/s}^2$$

4. Sistema Dom Bosco – O gráfico a seguir representa a função ($h \times t$) de um projétil em lançamento oblíquo, em que h representa a altura em metros e t , o tempo em segundos:



Sendo a trajetória descrita pela função $h(t) = 12t - t^2$, calcule o tempo total em que o projétil ficou acima dos 32 metros de altura.

Fazendo $12t - t^2 = 32$ e resolvendo a equação, podemos concluir que

$t_1 = 4$ e $t_2 = 8$. Assim, o projétil fica acima dos 32 metros no intervalo

de 4 segundos.

5. UECE – Em uma obra de construção civil, uma carga de tijolos é elevada com o uso de uma corda que passa com velocidade constante de 13,5 m/s e sem deslizar por duas polias de raios de 27 cm e 54 cm. A razão entre a velocidade angular da polia grande e da polia menor é

- a) 3 b) 2 c) $\frac{2}{3}$ **d) $\frac{1}{2}$**

Temos que a velocidade linear é a mesma para as duas polias.

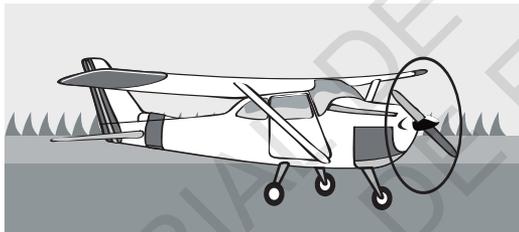
$$V_G = V_M$$

$$\omega_G \cdot R_G = \omega_M \cdot R_M$$

$$\frac{\omega_G}{\omega_M} = \frac{R_M}{R_G} = \frac{27}{54}$$

$$\frac{\omega_G}{\omega_M} = \frac{1}{2}$$

6. UNIFESP – Um avião, logo após a aterrissagem, está em movimento retilíneo sobre a pista horizontal, com sua hélice girando com uma frequência constante de 4 Hz.



Considere que, em determinado intervalo de tempo, a velocidade escalar desse avião em relação ao solo é constante e igual a 2 m/s, que cada pá da hélice tem 1 m de comprimento e que $\pi = 3$. Calcule:

a) a distância, em metros, percorrida pelo avião enquanto sua hélice dá 12 voltas completas;

Temos: $f_{\text{hel}} = 4 \text{ Hz}$; $V_{\text{av}} = 2 \text{ m/s}$; $l_{\text{hel}} = 1 \text{ m}$; $\pi = 3$

O tempo gasto pela hélice para realizar 12 voltas completas corresponde a:

$$t = 12T$$

$$\Delta t = 12 \cdot \frac{1}{f_{\text{hel}}}$$

Sendo $T = \frac{1}{f_{\text{hel}}}$ o período de cada ciclo da hélice.

Substituindo na equação os valores de parâmetros conhecidos, tem-

-se que:

$$\Delta t = \frac{12}{f_{\text{hel}}} = \frac{12}{4} = 3 \text{ s}$$

A distância percorrida pelo avião no intervalo de tempo $\Delta t = 3 \text{ s}$ é:

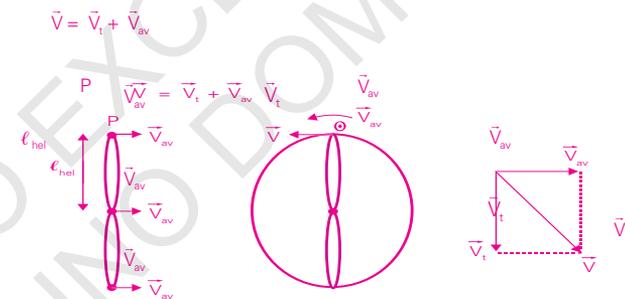
$$\Delta S = V_{\text{av}} \cdot \Delta t = 2 \cdot 3 = 6 \text{ m}$$

b) o módulo da velocidade vetorial instantânea, em m/s, de um ponto da extremidade de uma das pás da hélice do avião, em relação ao solo, em determinado instante desse intervalo.

A velocidade vetorial instantânea da extremidade de uma das hélices

será uma composição da velocidade da extremidade da hélice relativa ao

avião, \vec{V}_t , e a velocidade do avião em relação ao solo, \vec{V}_{av} :



Lembrando que o símbolo \odot na segunda figura representa um vetor perpendicular ao plano do papel, "saindo" desse plano.

Da composição vetorial, conclui-se que:

$$V^2 = V_t^2 + V_{\text{av}}^2$$

$$V = \sqrt{V_t^2 + V_{\text{av}}^2}$$

A velocidade do avião V_{av} possui módulo conhecido e igual a 2 m/s. A velocidade V_t , ou melhor, o seu módulo, é obtido da seguinte forma:

$$\vec{V}_t = \omega \cdot l_{\text{hel}} = 2 \cdot \pi \cdot f_{\text{hel}} \cdot l_{\text{hel}} = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 = 24 \text{ m/s.}$$

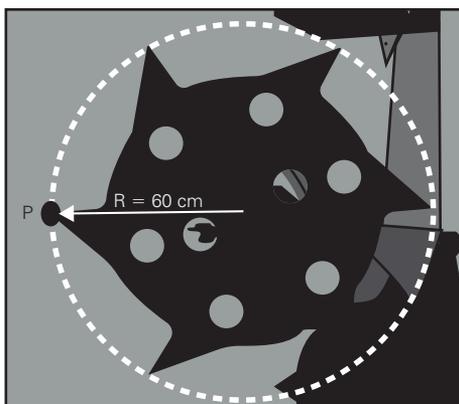
Substituindo-se os parâmetros conhecidos na equação do módulo da velocidade total, obtém-se:

$$V = \sqrt{24^2 + 2^2} = \sqrt{580} = 24,08 \text{ m/s}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Unicamp-SP (adaptado) – As máquinas cortadeiras e colheitadeiras de cana-de-açúcar podem substituir dezenas de trabalhadores rurais, o que pode alterar, de forma significativa, a relação de trabalho nas lavouras de cana-de-açúcar. A pá cortadeira da máquina ilustrada na figura a seguir gira em movimento circular uniforme a uma frequência de 300 rpm. Qual a velocidade de um ponto extremo **P** da pá?

Considere $\pi \approx 3$.



8. PUCCamp-SP – Para que um satélite seja utilizado para transmissões de televisão, quando em órbita, deve ter a mesma velocidade angular de rotação da Terra, de modo que se mantenha sempre sobre um mesmo ponto da superfície terrestre.

Considerando R o raio da órbita do satélite, dado em km, o módulo da velocidade escalar do satélite, em km/h, em torno do centro de sua órbita, considerada circular, é

- a) $\frac{\pi}{24} \cdot R$.
- b) $\frac{\pi}{12} \cdot R$.
- c) $\pi \cdot R$.
- d) $\pi \cdot R$.
- e) $12\pi \cdot R$.

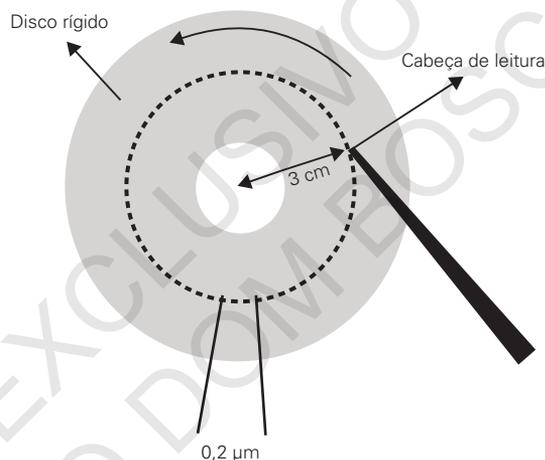
9. PUCCamp-SP – Para que um satélite seja utilizado para transmissões de televisão, quando em órbita, deve ter a mesma velocidade angular de rotação da Terra, de modo que se mantenha sempre sobre um mesmo ponto da superfície terrestre.

Considerando R o raio da órbita do satélite, dado em km, o módulo da velocidade escalar do satélite, em km/h, em torno do centro de sua órbita, considerada circular, é

- a) $\frac{\pi}{24} \cdot R$.
- b) $\frac{\pi}{12} \cdot R$.
- c) $\pi \cdot R$.
- d) $\pi \cdot R$.
- e) $12\pi \cdot R$.

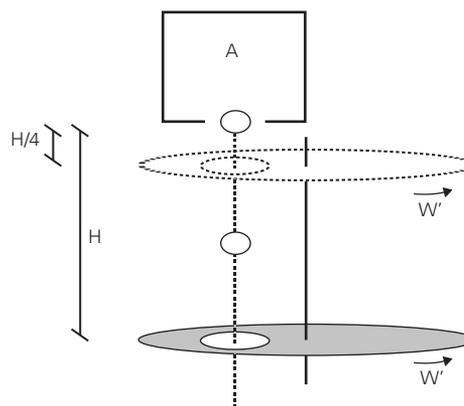
10. Unicamp-SP – Considere um computador que armazena informações em um disco rígido que gira a uma frequência de 120 Hz. Cada unidade de informação ocupa um comprimento físico de $0,2 \mu\text{m}$ na direção do movimento de rotação do disco. Quantas informações magnéticas passam, por segundo, pela cabeça de leitura, se ela estiver posicionada a 3 cm do centro de seu eixo, como mostra o esquema simplificado apresentado a seguir?

(Considere $\pi \approx 3$.)



- a) $1,62 \cdot 10^6$
- b) $1,8 \cdot 10^6$
- c) $64,8 \cdot 10^8$
- d) $1,08 \cdot 10^8$

11. Esc. Naval-RJ – Analise a figura a seguir.



Na figura anterior, temos um dispositivo **A** que libera partículas a partir do repouso com um período $T = 3$ s. Logo abaixo do dispositivo, a uma distância H , um disco contém um orifício que permite a passagem de todas as partículas liberadas pelo dispositivo. Sabe-se que entre a passagem das duas partículas, o disco executa três voltas completas em torno de seu eixo. Se elevarmos o disco a uma altura $\frac{H}{4}$ do dispositivo, qual das opções a seguir exibe o conjunto de três velocidades angulares w' , em rad/s, possíveis para o disco, de forma tal, que todas as partículas continuem passando pelo seu orifício?

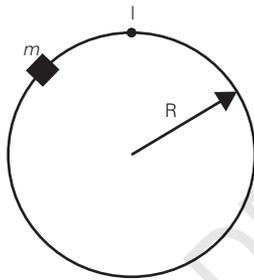
Dado: considere $\pi = 3$.

- a) $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{3}$, e $\frac{8}{3}$ d) 4, 7 e 9
 b) 2, 3 e 5 e) 6, 8 e 12
 c) $\frac{4}{3}$, $\frac{8}{3}$, e $\frac{12}{3}$

12. **Udesc** – O velódromo, nome dado à pista onde são realizadas as provas de ciclismo, tem forma oval e possui uma circunferência entre 250,0 m e 330,0 m, com duas curvas inclinadas a 41° . Na prova de velocidade, o percurso de três voltas tem 1 000,0 m, mas somente os 60π últimos metros são cronometrados. Determine a frequência de rotação das rodas de uma bicicleta, necessária para que um ciclista percorra uma distância inicial de 24π metros em 30 segundos, considerando o movimento uniforme. (O raio da roda da bicicleta é igual a 30,0 cm.) Assinale a alternativa **correta** em relação à frequência.

- a) 80 rpm d) 24π rpm
 b) $0,8\pi$ rpm e) 40π rpm
 c) 40 rpm

13. **UFRGS-RS** – A figura a seguir representa um móvel m que descreve um movimento circular uniforme de raio R no sentido horário, com velocidade de módulo V .



Assinale a alternativa que melhor representa, respectivamente, os vetores velocidade V e aceleração a do móvel quando passa pelo ponto I, assinalado na figura.

- a) a)
- b) a = 0
- c) a
- d) a
- e) a

14. **EBMSP-BA** – A centrifugação de um tubo de ensaio, contendo uma amostra de sangue é um processo utilizado nos laboratórios de análises clínicas para separar plasma e soro de hemácias, sedimento de líquidos biológicos, entre outros. A etapa de centrifugação das amostras é muito importante na fase pré-analítica e deve ser conduzida com a frequência de rotação recomendada, no tempo certo, para reduzir riscos de falhas que podem levar à perda de amostras, gerando novas coletas, elevando o custo e causando impacto negativo sobre a satisfação do cliente.

Considere um tubo de ensaio, contendo uma amostra de sangue, que se encontra a 15,0 cm do eixo central de uma centrífuga, girando com velocidade linear de 42,0 m/s, e determine:

- o ângulo formado entre a direção do vetor velocidade linear e a direção do vetor aceleração da amostra;
- a frequência de rotação da amostra em rpm – rotações por minuto.

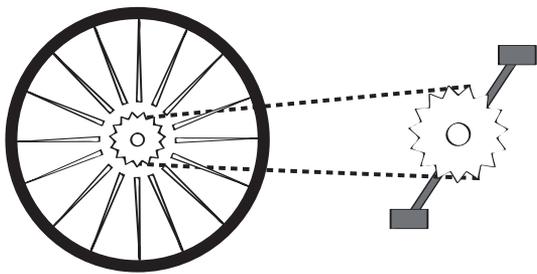
15. **UFRGS-RS** – Em voos horizontais de aeromodelos, o peso do modelo é equilibrado pela força de sustentação para cima, resultante da ação do ar sobre as suas asas.

Um aeromodelo, preso a um fio, voa em um círculo horizontal de 6 m de raio, executando uma volta completa a cada 4 s.

Sua velocidade angular, em rad/s, e sua aceleração centrípeta, em m/s^2 , valem, respectivamente,

- a) π e $6\pi^2$ c) $\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi^2}{4}$ e) $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{\pi^2}{16}$
 b) $\frac{\pi}{2}$ e $\frac{3\pi^2}{2}$ d) $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{\pi^2}{4}$

16. **UFPR** – Um ciclista movimenta-se com sua bicicleta em linha reta a uma velocidade constante de 18 km/h. O pneu, devidamente montado na roda, possui diâmetro igual a 70 cm. No centro da roda traseira, presa ao eixo, há uma roda dentada de diâmetro 7,0 cm. Junto ao pedal e preso ao seu eixo, há outra roda dentada de diâmetro 20 cm. As duas rodas dentadas estão unidas por uma corrente, conforme mostra a figura. Não há deslizamento entre a corrente e as rodas dentadas. Supondo que o ciclista imprima aos pedais um movimento circular uniforme, assinale a alternativa correta para o número de voltas por minuto que ele impõe aos pedais durante esse movimento. Nesta questão, considere $\pi = 3$.



- a) 0,25 rpm c) 5,00 rpm e) 50,0 rpm
b) 2,50 rpm d) 25,0 rpm

17. Fuvest-SP – Uma criança com uma bola nas mãos está sentada em um “gira-gira” que roda com velocidade angular constante e frequência $f = 0,25$ Hz.

- a) Considerando que a distância da bola ao centro do “gira-gira” é 2 m, determine os módulos da velocidade de \vec{v}_T e da aceleração \vec{a} da bola, em relação ao chão.

Num certo instante, a criança arremessa a bola horizontalmente em direção ao centro do “gira-gira” com velocidade \vec{v}_R de módulo 4 m/s, em relação a si.

- b) Determine, para um instante imediatamente após o lançamento, o módulo da velocidade \vec{U} da bola em relação ao chão;

- c) o ângulo θ entre as direções das velocidades \vec{U} e \vec{v}_R da bola.

Note e adote:

$$\pi = 3$$

ESTUDO PARA O ENEM

18. Unifor-CE

C6-H20

Uma das modalidades de corridas de automóveis muito populares nos Estados Unidos são as corridas de arrancadas, lá chamadas de *Dragsters Races*. Esses carros são construídos para percorrerem pequenas distâncias no menor tempo. Uma das características desses carros é a diferença entre os diâmetros dos seus pneus dianteiros e traseiros. Considere um *Dragster* cujos pneus traseiros e dianteiros tenham respectivamente diâmetros de $d_1 = 1,00$ m e $d_2 = 50,00$ cm. Para percorrer uma distância de 300,00 m, a razão (n_1/n_2) , entre o número de voltas dos pneus traseiros e dianteiros, supondo que em nenhum momento haverá deslizamento dos pneus com o solo, será



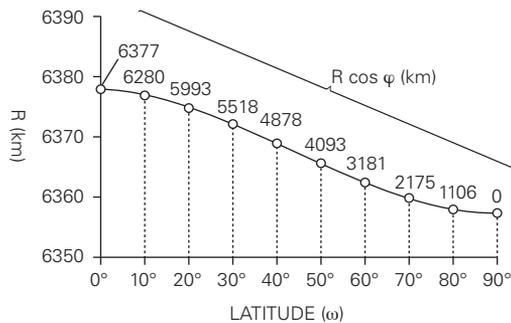
Fonte: <<http://www.bankpower.com/new/show/39-banks-dragster-development-continues>>.

- a) 150,00
b) 50,00
c) 25,00
d) 2,00
e) 0,50

19. Esc. Naval -RJ

C5-H17

Observe o gráfico a seguir.



O gráfico da figura anterior mostra a variação do raio da Terra (R) com a latitude (ϕ). Observe que foram acrescentadas informações para algumas latitudes, sobre a menor distância entre o eixo da Terra e um ponto P na superfície da Terra ao nível do mar, ou seja, $R \cdot \cos \phi$. Considerando que a Terra gira com uma velocidade angular $\omega_T = \pi/12$ (rad/h), qual é, aproximadamente, a latitude de P quando a sua velocidade em relação ao centro da Terra se aproxima numericamente da velocidade do som?

Dados:

$$V_{\text{som}} = 340 \text{ m/s}$$

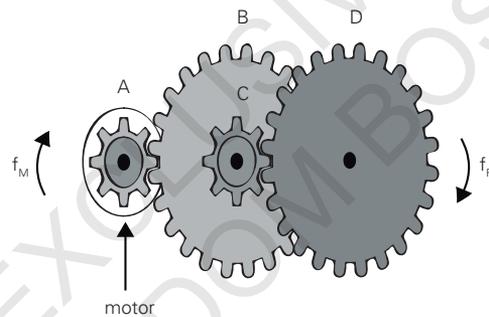
$$\pi = 3$$

- a) 0°
b) 20°
c) 40°
d) 60°
e) 80°

20. UNESP

C2-H6

Um pequeno motor a pilha é utilizado para movimentar um carrinho de brinquedo. Um sistema de engrenagens transforma a velocidade de rotação desse motor na velocidade de rotação adequada às rodas do carrinho. Esse sistema é formado por quatro engrenagens, A , B , C e D , sendo que A está presa ao eixo do motor, B e C estão presas a um segundo eixo e D , a um terceiro eixo, no qual também estão presas duas das quatro rodas do carrinho.



Nessas condições, quando o motor girar com frequência f_M , as duas rodas do carrinho girarão com frequência f_R . Sabendo que as engrenagens A e C possuem 8 dentes, que as engrenagens B e D possuem 24 dentes, que não há escorregamento entre elas e que $f_M = 13,5$ Hz, é correto afirmar que f_R , em Hz, é igual a

- a) 1,5 c) 2,0 e) 2,5
b) 3,0 d) 1,0

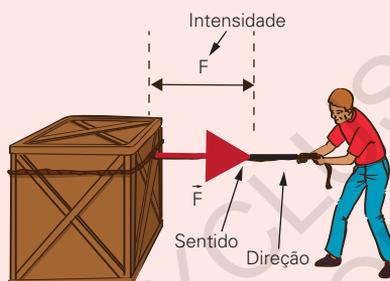
INTRODUÇÃO À DINÂMICA E A PRIMEIRA LEI DE NEWTON

CONCEITOS DE FORÇA

Dinâmica é a parte da mecânica que estuda o porquê do movimento dos corpos, suas causas e também suas alterações. Veremos que o objeto central da dinâmica é a força, que está diretamente relacionada com causas e alterações de estado de movimento e repouso. Mas o que é força?

Força é o agente físico capaz de deformar um corpo, ou proporcionar um equilíbrio, ou provocar sobre este uma aceleração, de modo a alterar seu estado de movimento ou repouso. Trata-se de uma grandeza vetorial, logo, para ser completamente caracterizada, deve-se conhecer o seu **módulo** (intensidade), **direção** (horizontal, vertical, ...) e **sentido** (para a direita, para a esquerda, ...).

A figura a seguir ilustra o caráter vetorial de uma força.



EFEITOS DA FORÇA

É possível reconhecer a existência de forças pelos efeitos que elas produzem quando aplicadas a um corpo.

Deformação

A deformação é um dos efeitos causados pela força. Como exemplo: no salto com vara, a deformação do material é o fator crucial no lançamento do atleta para o alto.

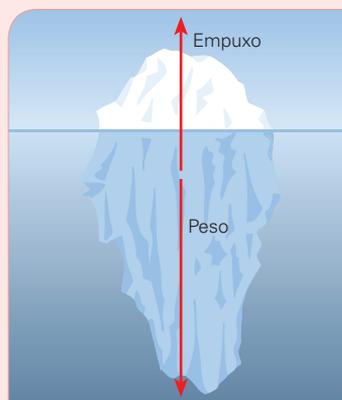
Alteração da velocidade (aceleração)

A força também pode modificar a velocidade de um corpo, que é, precisamente, a definição de aceleração, e essa alteração pode influenciar nas três características do vetor velocidade (intensidade, direção e sentido). Mesmo que a intensidade da velocidade de um corpo permaneça inalterada, no caso do MCU, por exemplo, a mudança de direção do movimento implica a existência de uma resultante de forças não nulas agindo sobre o corpo.

Equilíbrio

O equilíbrio é outro efeito que resulta da atuação de forças.

O *iceberg* flutua na água porque existe a atuação de uma força de atração gravitacional (peso) e outra, de mesma intensidade e direção, porém sentido oposto, em razão do deslocamento da água, denominado empuxo. Como as duas forças possuem a mesma intensidade, o *iceberg* fica em equilíbrio.



TIPOS DE FORÇA

Todas as transformações no Universo derivam de quatro interações básicas: gravitacionais, eletromagnéticas, fracas e fortes. As duas últimas referem-se basicamente a interações que ocorrem no íntimo da matéria, enquanto as duas primeiras podem explicar praticamente tudo o que ocorre no universo perceptível.

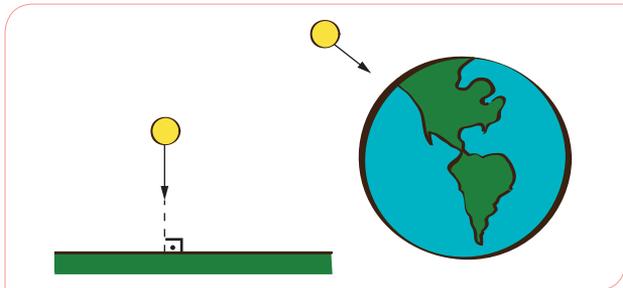
- Conceito de força
- Tipos de força
- Resultante de forças
- Conceito de inércia
- Princípio da inércia ou primeira lei de Newton

HABILIDADES

- Reconhecer causas da variação de movimentos associadas a forças.
- Aplicar as leis de Newton a situações que envolvam tração, força elástica e força normal.
- Aplicar as leis de Newton a situações diversas.
- Avaliar os efeitos da inércia no movimento ou no repouso.

Força peso

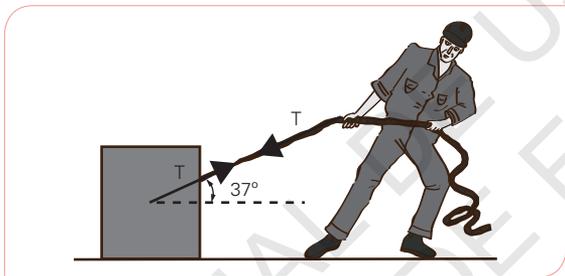
A força de atração gravitacional, conhecida como força peso, é a forma mais simples de interação a distância. Trata-se de uma força de interação entre o planeta, nesse caso, a Terra e qualquer massa que esteja no seu campo de atuação. A direção da força peso aponta para o centro do planeta, e o seu sentido está descrito na figura a seguir.



Outras forças podem ser classificadas como forças de contato. Dentre elas, destacam-se as forças de tração e elástica (contato em um ponto) e as forças normal e de atrito (contato entre superfícies).

Força de tração

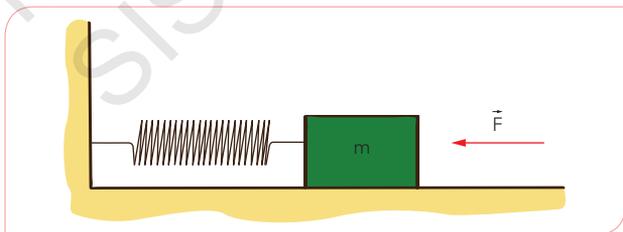
A tração (T) é uma força de contato exercida nos corpos por meio de cordas, cabos ou barras, e pode ser representada por um par de forças iguais e contrárias que atuam no sentido do alongamento da corda. A tração pode ser medida em qualquer ponto do cabo por um dinamômetro (aparelho utilizado para medir força).



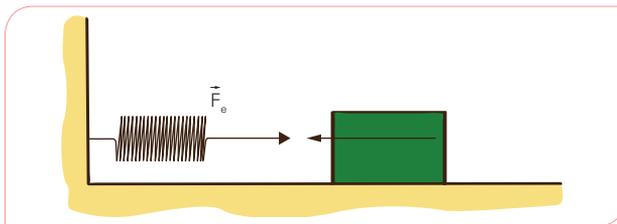
Força elástica

A força de contato decorrente da interação entre uma mola e um agente externo, como um corpo preso a ela, é denominada força elástica. Trata-se de uma força de contato pontual, assim como a força de tração.

Como exemplo, observe a figura a seguir: um bloco em equilíbrio sobre uma superfície horizontal e encostado em uma mola presa à parede.

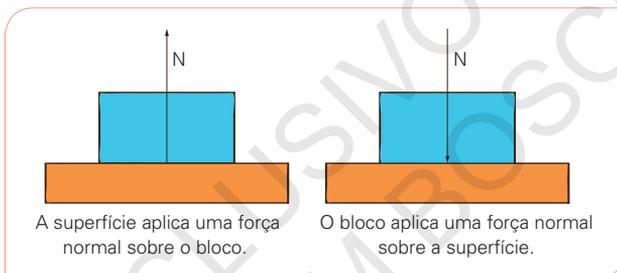


À medida que o bloco é empurrado contra a parede por uma força externa ao sistema, a mola é comprimida e reage, aplicando uma força elástica sobre ele.



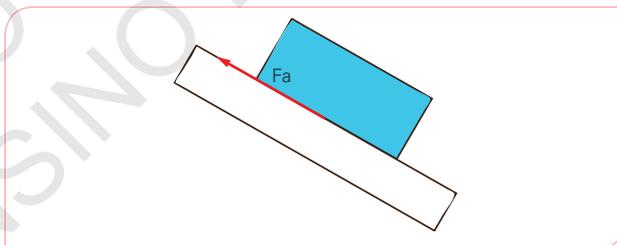
Força normal

A força normal (N) é originada da interação entre as superfícies em contato, e sua direção é sempre perpendicular às superfícies.



Força de atrito

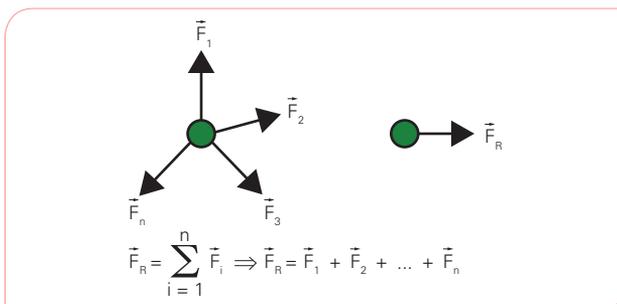
Por fim, a força de atrito (F_a) também é uma força de contato entre corpos, porém sua direção é paralela às superfícies que se tocam.



RESULTANTE DAS FORÇAS

A força resultante (F_R) ou resultante das forças corresponde à soma vetorial de todas as forças aplicadas em um corpo. Exemplo: a criança, mostrada na imagem a seguir, desce o toboágua, a partir do repouso, em movimento acelerado. Isso acontece devido ao conjunto de forças que atuam no corpo dela: peso, normal e atrito. A soma vetorial dessas forças determinam a resultante das forças aplicadas no corpo da criança.

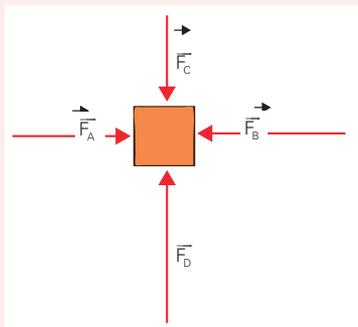
Qualquer corpo que realize um movimento com aceleração está sujeito a uma resultante de forças que pode ser encontrada pela soma vetorial de todas as forças aplicadas nesse corpo.



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Sistema Dom Bosco-SP – Em um programa de auditório, o apresentador muito animado apresenta uma prova em que quatro participantes, A, B, C e D, terão, por determinado tempo, de aplicar forças de módulos respectivamente iguais a $F_A = 60 \text{ N}$, $F_B = 80 \text{ N}$, $F_C = 50 \text{ N}$ e $F_D = 120 \text{ N}$, sobre uma caixa, a fim de ver qual participante terá vantagem sobre os demais. Analisando a figura a seguir, que representa as forças aplicadas pelos participantes sobre o objeto, pode-se afirmar que o módulo da força resultante F_R sobre a caixa será, em Newtons:

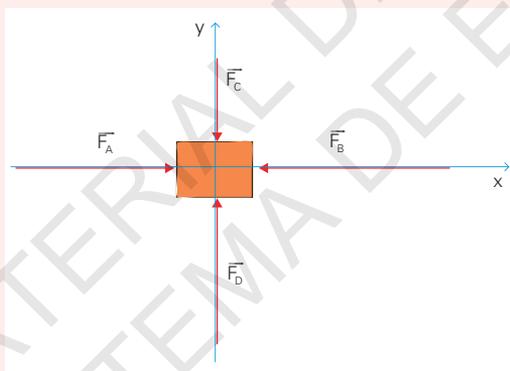
Dado: As forças são perpendiculares entre si.



- a) $\sqrt{53}$
b) $10\sqrt{49}$
 c) $\sqrt{49}$
 d) $10\sqrt{49}$
 e) $\sqrt{90}$

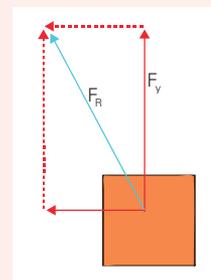
Resolução

Como as forças são perpendiculares, podemos adotar o sistema de eixos descrito na figura a seguir.



$$\text{Na vertical: } F_y = F_D - F_C \rightarrow F_y = 120 - 50 \rightarrow F_y = 70 \text{ N}$$

$$\text{Na horizontal: } F_x = F_B - F_A \rightarrow F_x = 80 - 60 \rightarrow F_x = 20 \text{ N}$$



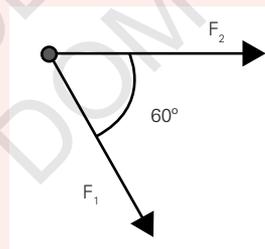
$$\text{A resultante será: } F_R^2 = F_x^2 + F_y^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow F_R = \sqrt{70^2 + 20^2} = \sqrt{5300}$$

$$\therefore F_R = 10\sqrt{53} \text{ N}$$

2. Sistema Dom Bosco-SP – Na figura a seguir, duas forças de mesma intensidade F agem sobre uma partícula. Sendo $\theta = 60^\circ$, pode-se concluir que a força resultante F_R sobre a partícula corresponde a

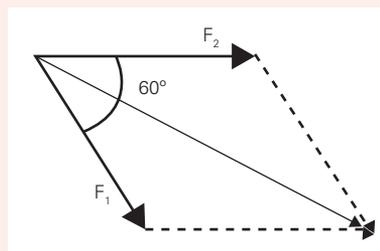
Dado: $\sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos(60^\circ) = \frac{1}{2}$



- a) $F\sqrt{2}$
b) $F\sqrt{3}$
 c) $\frac{1}{2}F$
 d) $\frac{3}{2}F$
 e) F

Resolução

Pela regra do paralelogramo para soma de vetores, temos:



$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(\theta)$$

$$F_R^2 = F^2 + F^2 + 2 \cdot F \cdot F \cdot \frac{1}{2} = 3 \cdot F^2$$

$$\therefore F_R = F \cdot \sqrt{3}$$

LEIS DE NEWTON**A Primeira Lei de Newton:**

Todo corpo tende a manter o seu estado de movimento ou repouso, a menos que uma força resultante não nula a ele seja aplicada.

Pelo enunciado da primeira lei de Newton, nota-se a clara intenção de definir força como agente que altera a velocidade vetorial do corpo, vencendo, assim, a inércia – tendência natural de manter velocidade vetorial constante.

Conclusão

Um corpo livre de forças ou com resultante de forças nula conserva (por inércia) sua velocidade vetorial constante.

Ou seja:

Todo corpo em equilíbrio mantém, por inércia, sua velocidade vetorial constante.

- **Equilíbrio estático:** ocorre quando o corpo se encontra em repouso.

$$\vec{F}_R = \vec{0} \rightarrow \vec{v} = \vec{0} \rightarrow \text{repouso}$$

- **Equilíbrio dinâmico:** ocorre quando o corpo desenvolve movimento retilíneo uniforme, ou seja, não possui aceleração.

$$\vec{F}_R = \vec{0} \rightarrow \vec{v} = \text{constante} \rightarrow \text{MRU}$$

A tendência do corpo de permanecer em equilíbrio (repouso ou MRU) denomina-se inércia.

Conclusão da primeira lei de Newton:

Se a resultante das forças aplicada no corpo é nula, então ele está em equilíbrio estático ou dinâmico.

Referencial Inercial

Referenciais definidos com base na primeira lei de Newton (Lei da inércia) são os referenciais inerciais. Assim, qualquer referencial que se move com velocidade vetorial constante, em relação a um referencial inercial, também se classifica como referencial inercial.

Sistema de referência inercial refere-se a um ponto ou corpo que permanece em repouso ou em movimento retilíneo uniforme, quando a resultante das forças sobre ele é nula, isto é, um referencial inercial é aquele em que a aceleração é constante e igual a zero.

Normalmente, adota-se como sistema de referência inercial todo sistema de referência em repouso ou em translação retilínea e uniforme em relação às estrelas fixas – estrelas que aparentam manter fixas suas posições no céu após muitos séculos de observações astronômicas.

Referencial inercial é aquele que torna válida a lei da inércia, ou seja, sistema de referência que não tem aceleração relativamente às estrelas fixas.

Para grande parte dos problemas de dinâmica envolvendo movimentos de curta duração na superfície terrestre, pode-se considerar um sistema de referência fixo na superfície da Terra como inercial, apesar de nosso planeta não ser um perfeito referencial inercial, considerando, entre outros movimentos, sua rotação e sua translação curvilínea.

Ao puxarmos ou empurrarmos um corpo, podemos encontrar certa dificuldade. Quanto maior a massa do corpo tanto maior será a dificuldade encontrada para mu-

dar o seu estado de equilíbrio. Então, definimos a massa de um corpo como a medida quantitativa da inércia dele.

O peso, diferentemente da massa, depende tanto do valor da massa quanto da aceleração da gravidade no local onde se está medindo o peso.

Popularmente, referimo-nos a peso e a massa como sendo a mesma coisa, mas fisicamente, massa e peso são coisas distintas.

Para facilitar o entendimento da diferença entre essas grandezas físicas, consideremos um litro de água pura. Vamos medir a massa e o peso desse líquido na superfície da Terra e na superfície da Lua.

Superfície da Terra: um litro de água tem a massa de 1 kg e o peso, considerando $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, de 9,8 N.

Superfície da Lua: um litro de água tem a massa de 1 kg e o peso, considerando $g = 1,62 \text{ m/s}^2$, de 1,62 N.

A massa de um litro de água é a mesma na superfície da Terra e da Lua, mas os pesos são distintos.

Outra diferença importante é que a massa é uma grandeza escalar e o peso, tratando-se de uma força, é uma grandeza vetorial.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. Vunesp – As estatísticas indicam que o uso do cinto de segurança deve ser obrigatório para prevenir lesões mais graves em motoristas e passageiros no caso de acidentes. Fisicamente, a função do cinto está relacionada com a

- a) primeira lei de Newton.
- b) lei de Snell.
- c) lei de Ampère.
- d) lei de Ohm.
- e) primeira lei de Kepler.

Resolução

Em uma colisão, enquanto o veículo para, o passageiro, por inércia, continua em movimento, podendo se chocar contra o interior do automóvel; por isso é viável o uso de cinto de segurança.

4. PUC-MG – Tendo em vista a primeira lei de Newton, pode-se afirmar que

- a) não há forças atuando em um objeto, se ele estiver em repouso.
- b) é uma tendência natural dos objetos buscarem permanecer em repouso.
- c) ela se aplica tanto a objetos em movimento quanto a objetos em repouso.
- d) uma força sempre causa o movimento de um objeto.

Resolução

a) Incorreta, pois a força resultante sobre o objeto é nula, podendo ser o resultado da soma vetorial de duas ou mais forças sobre ele.

b) Incorreta, pois a tendência do corpo é de permanecer em repouso ou em MRU.

c) Correta.

d) Incorreta, pois a atuação de uma força também pode fazer um objeto parar, força de atrito, por exemplo.

ROTEIRO DE AULA

INTRODUÇÃO À
DINÂMICA

FORÇA

Fruto de
interação entre

corpos ou

sistemas

Deforma corpos.

Pode levar a
situações de
equilíbrio.

Grandeza
vetorial

Altera
velocidade
de corpos.

Força resultante

Representação
de todas as
forças aplicadas
em um corpo.

TIPOS DE
FORÇA

Peso

Elástica

Tração

Normal

Atrito

ROTEIRO DE AULA

LEIS DE NEWTON

Inércia

Tendência natural dos corpos de manter _____
_____ *velocidade constante* _____.

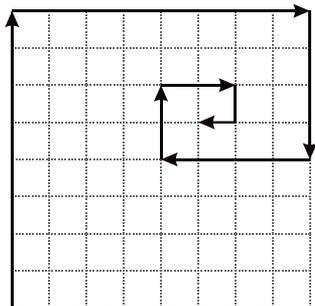
1ª lei de Newton

Todo corpo continua no estado de _____ *repouso* _____
_____ ou de _____ *movimento retilíneo uniforme* _____
_____, a menos que seja obri-
gado a mudá-lo por _____ *forças* _____
a ele aplicadas.

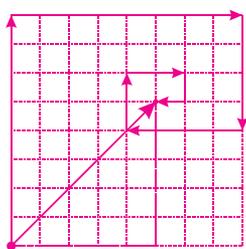
MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. **IFCE** – Se cada quadrado, na figura a seguir, tem lado correspondente a 1 N, qual é o módulo do vetor resultante das forças?



Utilizando a regra da poligonal, temos:



$$F_R^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50$$

$$F_R = \sqrt{50} \therefore F_R = 5 \cdot \sqrt{2} \text{ N}$$

2. **Feevale-RS** – Assinale a alternativa a seguir que identifica a primeira lei de Newton.

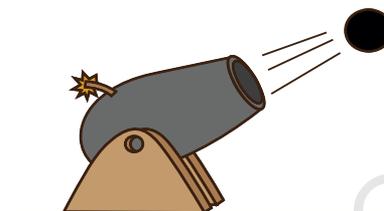
- a) Um corpo em movimento tende a permanecer o movimento em MRU.
 b) Quando sobre um corpo a força resultante é nula, ele tende a permanecer em repouso, se estiver em repouso, ou continuar o movimento em MRU, se estiver se movimentando.
 c) Um corpo tende a permanecer em repouso, caso sua velocidade seja diferente de zero, em relação ao mesmo referencial.
 d) Um corpo tende a permanecer em repouso ou a continuar seu movimento em trajetória retilínea, caso a sua velocidade seja diferente de zero, em relação ao mesmo referencial.
 e) Um corpo pode alterar seu movimento desde que a força resultante sobre ele seja zero.

A lei da inércia (podemos chamar também de primeira lei de Newton), dita “Um corpo em equilíbrio, ou seja, um corpo em que a força resultante sobre ele é nula, tem a tendência de permanecer em repouso, se assim estiver, ou permanecer em movimento retilíneo uniforme, pois se não existe força resultante, não temos aceleração”.

3. **UERJ**

C6-H20

A imagem a seguir ilustra uma bola de ferro após ser disparada por um canhão antigo.



Desprezando-se a resistência do ar, o esquema que melhor representa as forças que atuam sobre a bola de ferro é:

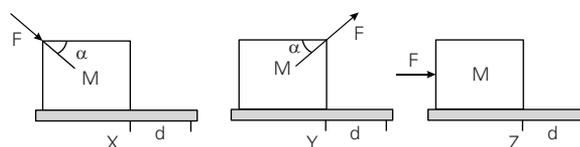


Como não há forças dissipativas, após o lançamento, a única força que atua na bola é a força peso, vertical e para baixo.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.

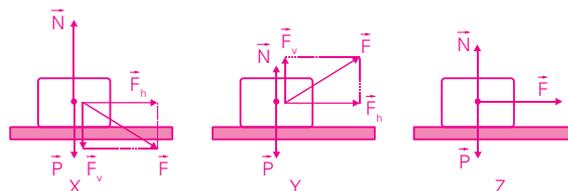
4. **UFRGS-RS (adaptado)** – Um estudante movimentava um bloco homogêneo de massa M sobre uma superfície horizontal, com forças de mesmo módulo F , conforme representa a figura a seguir.



Em X, o estudante empurra o bloco; em Y, o estudante puxa o bloco; em Z, o estudante empurra o bloco com força paralela ao solo.

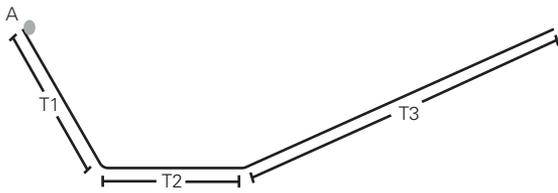
Em qual figura, X, Y ou Z, a força normal exercida pela superfície é, em módulo, igual ao peso do bloco?

Analisando a figura, observamos que, em X e Y, a força F pode ser decomposta em F_x e F_y . Em X, haverá uma compressão maior ao bloco, assim a força normal (N) será maior que o peso (P) e, em Y, haverá uma decompressão atuando no bloco devido à F_y ; com isso, a normal será menor que o peso. Logo, a única situação em que normal e peso são de módulos iguais é em Z.



5. PUC-RS

Para responder à questão, considere as afirmativas referentes à figura e ao texto a seguir.



Na figura anterior, está representada uma pista sem atrito, em um local onde a aceleração da gravidade é constante. Os trechos T1, T2 e T3 são retilíneos. A inclinação de T1 é maior do que a inclinação de T3, e o trecho T2 é horizontal. Um corpo é abandonado do repouso, a partir da posição A.

Sobre as informações, afirma-se que a força resultante sobre o corpo:

- I. é nula no trecho T2.
- II. mantém a sua direção e o seu sentido durante todo o movimento.
- III. é maior em módulo no trecho T1 do que no trecho T3.

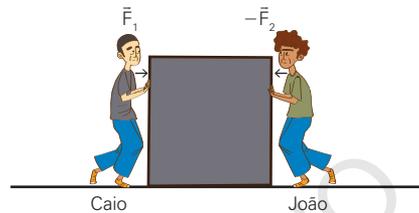
Está(ão) correta(s) a(s) afirmativa(s)

- a) I, apenas.
- b) II, apenas.
- c) I e III, apenas.**
- d) II e III, apenas.
- e) I, II e III.

- 1) Correta. A resultante é nula no trecho T2, pois a normal e o peso se equilibram.
- 2) Incorreta. No trecho T2, a resultante é nula.
- 3) Correta. A resultante é maior em módulo no trecho T1 do que no trecho T3, pois o trecho T1 apresenta maior inclinação.

6. Etec-SP

Vinícius observa duas crianças, Caio e João, empurrando uma caixa de brinquedos. Relembrando a aula de Ciências que teve pela manhã, ele observa o deslocamento da caixa e faz um desenho representando as forças envolvidas nesse processo, conforme a figura.



Considerando que a caixa esteja submetida a duas forças horizontais, nos sentidos representados na figura, de intensidades $F_1 = 100 \text{ N}$ e $F_2 = 75 \text{ N}$, ficou pensando em como poderia evitar o deslocamento dela, fazendo com que ficasse em equilíbrio (parada).

Concluiu, então, que para isso ocorrer, uma outra criança deveria exercer uma força de intensidade igual a

- a) 100 N, junto com João.
- b) 100 N, junto com Caio.
- c) 75 N, junto com João.
- d) 25 N, junto com Caio.
- e) 25 N, junto com João.**

Para a caixa ficar em equilíbrio, em repouso, a resultante das forças aplicadas na caixa deve ser igual a zero.

$$F_R = F_1 - F_2 + F_3 = 0$$

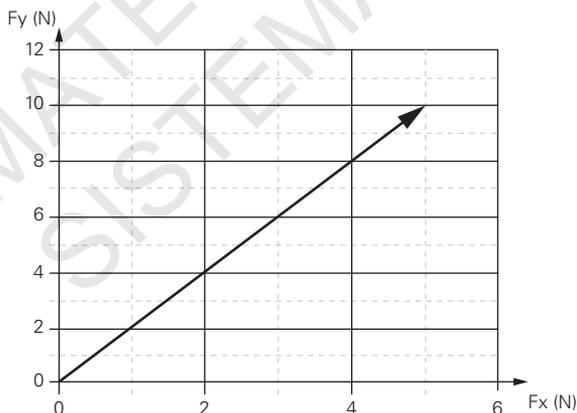
$$100 - 75 + F_3 = 0$$

$$F_3 = -25$$

A força aplicada na caixa deve ser de 25 N e no mesmo sentido da força aplicada por João.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Sistema Dom Bosco

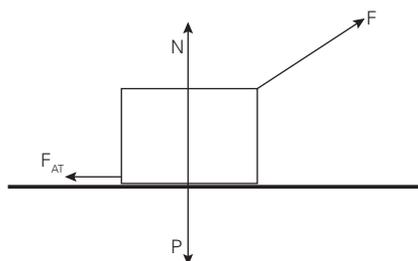


O vetor força aplicado a um objeto pode ser desenhado como mostra a figura.

Contudo, qual é o módulo da força aplicada F nesse objeto?

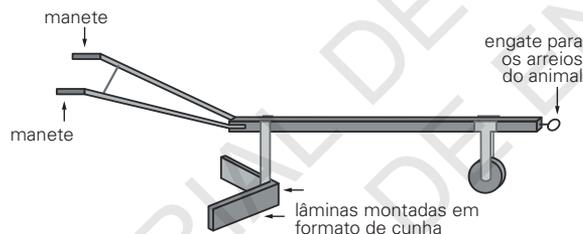
8. UPF-RS

Um estudante de Física aplica uma força F sobre um livro que está em cima de uma mesa, conforme esquema apresentado na figura. Lembrando-se da aula de Mecânica, ele começa a fazer algumas conjecturas sobre as relações entre as forças que atuam nesse livro. Considerando um movimento de velocidade constante, qual das alternativas a seguir expressa de forma mais adequada a relação entre essas forças?



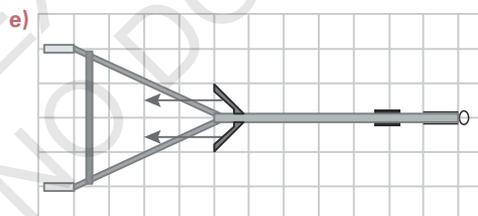
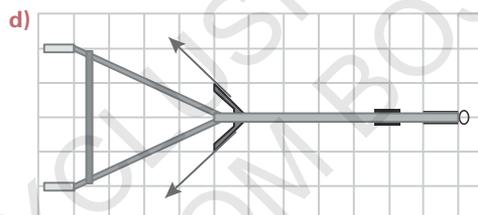
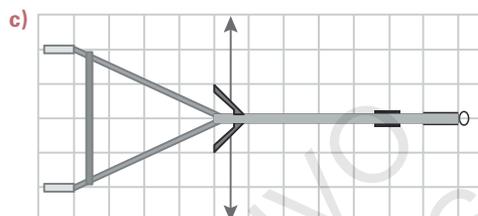
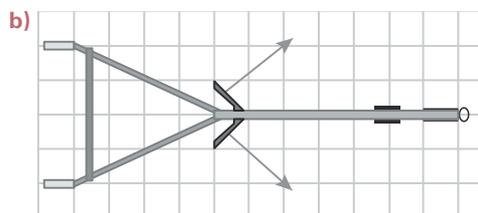
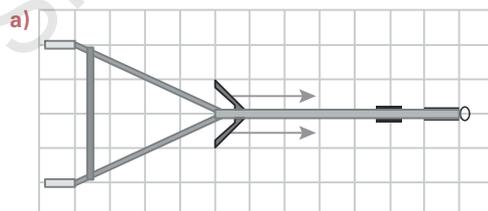
- a) $F < F_{AT}$ e $P = N$.
 b) $F > F_{AT}$ e $P > N$.
 c) $F = F_{AT}$ e $P = N$.
 d) $F > F_{AT}$ e $P < N$.
 e) $F < F_{AT}$ e $P < N$.

9. CPS-SP – Rasgando a terra, tal como a proa de um navio corta as águas, o arado em forma de cunha é uma ferramenta agrícola utilizada para revolver a terra, preparando-a para o cultivo. Para utilizá-lo, é necessária a tração de um animal. Enquanto ele é puxado pelo animal, uma pessoa segura seus dois manetes, orientando o movimento do arado.

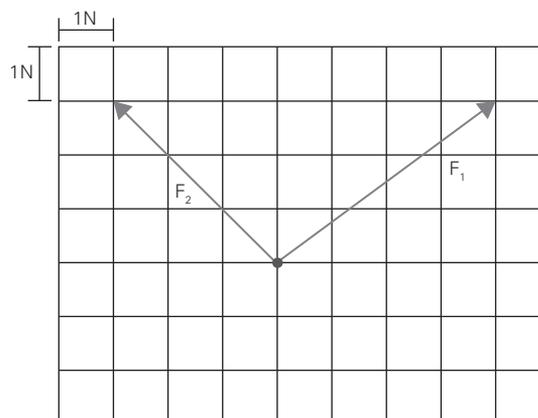


Na figura, pode-se notar o ângulo que as lâminas formam entre si, assim como o engate onde os arreios são fixados. Quando o arado representado na figura é engatado a um animal e esse animal se desloca para frente, os vetores que representam as direções e sentidos das forças com que as lâminas do arado empurram a terra, quando ele está em uso, estão mais bem representados em

Desconsidere a ação do atrito entre as lâminas e a terra.

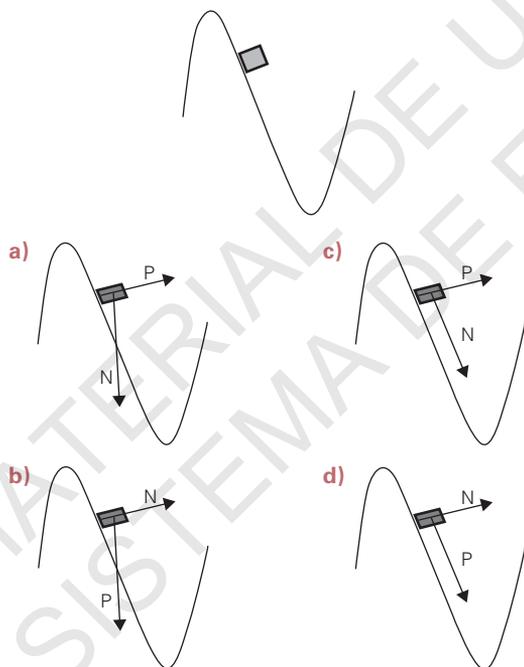


10. Sistema Dom Bosco – O gráfico a seguir representa as forças F_1 e F_2 aplicadas em um ponto material.



Qual é o módulo do vetor resultante F ?

11. Sistema Dom Bosco – Em uma superfície curva, um bloco desliza sem atrito, de cima para baixo. Qual das opções a seguir melhor representa todas as forças que atuam sobre o bloco?



12. UFR-RJ – Um homem está puxando uma caixa sobre uma superfície, com velocidade constante, conforme indicado na figura 1.

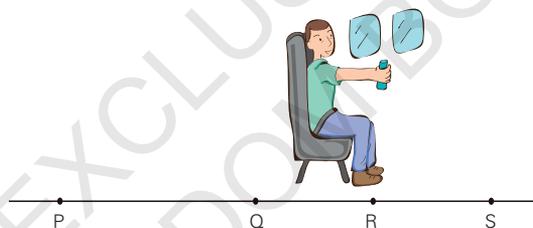
Escolha, dentre as opções a seguir, os vetores que poderiam representar as resultantes das forças que a superfície exerce na caixa e no homem.

Figura 1



	superfície na caixa	superfície no homem		superfície na caixa	superfície no homem
a)	↑	↑	d)	↑	↗
b)	↗	↖	e)	←	↑
c)	↖	↗			

13. UERJ – No interior de um avião que se desloca horizontalmente em relação ao solo, com velocidade constante de 1 000 km/h, um passageiro deixa cair um copo. Observe a ilustração a seguir, na qual estão indicados quatro pontos no piso do corredor do avião e a posição desse passageiro.



O copo, ao cair, atinge o piso do avião próximo ao ponto indicado pela seguinte letra:

- | | |
|------|------|
| a) P | c) R |
| b) Q | d) S |

14. UFT-TO – Assinale a afirmativa a seguir que não é sempre verdadeira.

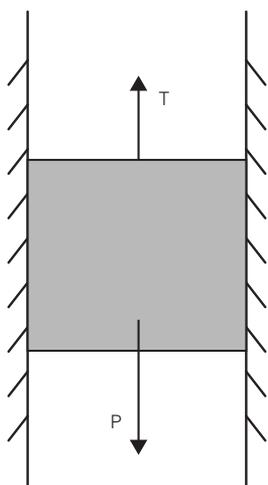
- No movimento circular uniforme de um determinado objeto, existe força atuando no objeto.
- Se um objeto está acelerado é porque existem forças atuando sobre ele e sua velocidade muda com o passar do tempo.
- Se existem forças atuando sobre um objeto, ele está acelerado e sua velocidade muda com o passar do tempo.
- No movimento circular uniforme de um objeto, existe aceleração do objeto e, portanto, a velocidade dele muda com o passar do tempo.
- No movimento circular uniforme de um determinado objeto, não existe aceleração angular.

15. FAU.S.J.CAMPOS-SP

Se você empurrar um objeto sobre um plano horizontal que imagina tão polido para não oferecer nenhuma oposição ao movimento, você faz com que ele se movimente com certa intensidade. No momento em que você solta o objeto, ele:

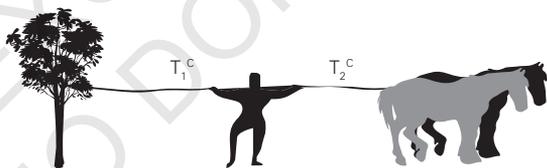
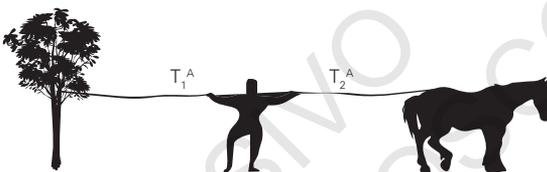
- para imediatamente.
- diminui a intensidade da sua velocidade até parar.
- continua se movimentando, mantendo constante a sua velocidade vetorial.
- para após uma repentina diminuição da intensidade de sua velocidade.
- n.r.a.

16. Unemat-MT (adaptado) – A figura a seguir representa um elevador em movimento com velocidade constante.



Desprezando os possíveis atritos, a tração (T) do cabo durante o movimento de subida é maior, menor ou igual que durante o movimento de descida?

17. UFF-RJ – Na preparação para a competição “O homem mais forte do mundo”, um dedicado atleta improvisa seu treinamento, fazendo uso de cordas resistentes, de dois cavalos do mesmo porte e de uma árvore. As modalidades de treinamento são apresentadas nas figuras a seguir, onde são indicadas as tensões nas cordas que o atleta segura.



Assinale, dentre as alternativas, aquela que descreve as relações entre as tensões nas cordas quando os conjuntos estão em equilíbrio.

- a) $T_1^A = T_2^A = T_1^B = T_2^B = T_1^C = T_2^C$
 b) $(T_1^A = T_2^A) < (T_1^B = T_2^B) < (T_1^C = T_2^C)$
 c) $(T_1^A = T_2^B = T_2^C) < T_2^C < (T_1^A = T_1^C)$
 d) $(T_1^A = T_2^A = T_1^B = T_2^B) < (T_1^C = T_2^C)$
 e) $(T_1^A = T_1^C) < (T_2^A = T_2^B = T_1^B) < T_2^C$

ESTUDO PARA O ENEM

18. UPF-RS

C1-H3

Galileu Galilei, na última parte de seu livro *Discursos e demonstrações concernentes a duas novas ciências*, publicado em 1638, trata do movimento do projétil da seguinte maneira: “Suponhamos um corpo qualquer, lançado ao longo de um plano horizontal, sem atrito; sabemos que esse corpo se moverá indefinidamente ao longo desse plano, com um movimento uniforme e perpétuo [...]”

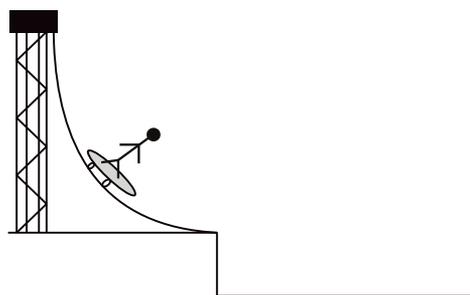
O mencionado por Galileu refere-se:

- a) à lei da gravitação universal.
 b) ao princípio da inércia ou primeira lei de Newton.
 c) ao princípio fundamental da dinâmica ou segunda lei de Newton.
 d) ao princípio da ação e reação ou terceira lei de Newton.
 e) ao princípio de Arquimedes.

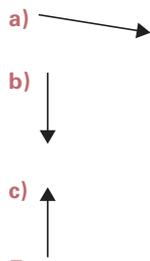
19. Cefet-MG

C5-H17

Um esquetista desce uma rampa curva, conforme mostra a ilustração a seguir



Após o garoto se lançar horizontalmente, em movimento de queda livre, a força peso, em determinado instante, é representada por

**20. Enem****C1-H3**

Em 1543, Nicolau Copérnico publicou um livro revolucionário em que propunha a Terra girando em torno do seu próprio eixo e rodando em torno do Sol. Isso contraria a concepção aristotélica, que acredita que a Terra é o centro do Universo. Para os aristotélicos, se a Terra gira do oeste para o leste, coisas como nuvens e pássaros, que não estão presas à Terra, pareceriam estar sempre se movendo do leste para o oeste, justamente como o

Sol. Mas foi Galileu Galilei que, em 1632, baseando-se em experiências, rebatê a crítica aristotélica, confirmando, assim, o sistema de Copérnico. Seu argumento, adaptado para a nossa época, se uma pessoa, dentro de um vagão de trem em repouso, solta uma bola, ela cai junto a seus pés. Se o vagão estiver se movendo com velocidade constante, a bola também cai junto a seus pés. Isso porque a bola, enquanto cai, continua a compartilhar do movimento do vagão.

O princípio físico usado por Galileu para rebater o argumento aristotélico foi

- a) a lei da inércia.
- b) ação e reação.
- c) a segunda lei de Newton.
- d) a conservação da energia.
- e) o princípio da equivalência.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

11

SEGUNDA E TERCEIRA LEIS DE NEWTON

Princípio fundamental ou segunda lei de Newton

A segunda lei de Newton estabelece que a razão entre a resultante das forças aplicadas em um corpo e a aceleração que ele adquire resulta em um valor constante. Essa constante é a massa do corpo.

$$\frac{\vec{F}_{R1}}{\vec{a}_1} = \frac{\vec{F}_{R2}}{\vec{a}_2} = \frac{\vec{F}_{R3}}{\vec{a}_3} = \dots = \frac{\vec{F}}{\vec{a}} = m$$

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$$

Nota-se que a massa é uma constante positiva, logo a aceleração do corpo está na direção e no sentido da resultante das forças que agem sobre ela.

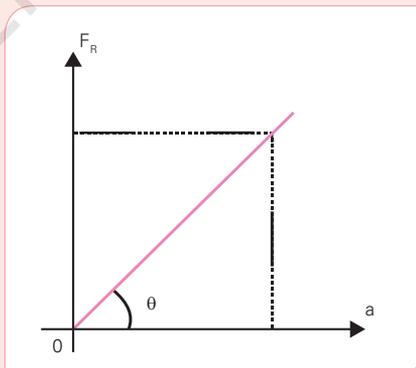


Como a massa de um corpo é um valor constante, força e aceleração são duas grandezas diretamente proporcionais, ou seja, quanto maior a intensidade da força resultante em um corpo, maior será a aceleração adquirida por ele.

Pelo princípio fundamental da dinâmica ou segunda lei de Newton, temos:

A resultante das forças que agem em um corpo é igual ao produto da sua massa pela aceleração adquirida.

Analisando quantitativamente a segunda lei, observamos, no gráfico a seguir, que a declividade da semirreta do gráfico de intensidade da força resultante F_R versus a aceleração adquirida a resulta na massa m do corpo.



$$\text{tg } \theta = m$$

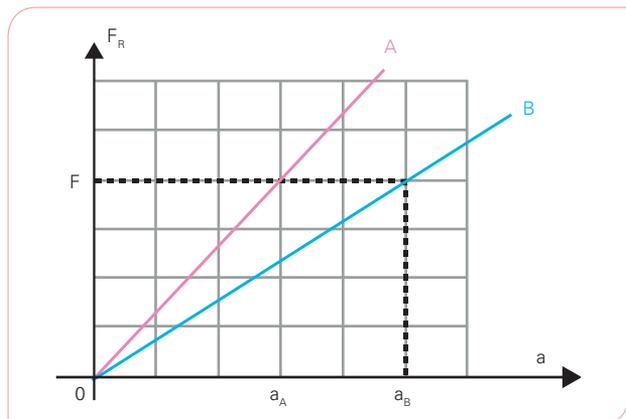
- Princípio fundamental da dinâmica ou segunda lei de Newton
- Massa – medida da inércia
- Lei da ação e reação ou terceira lei de Newton

HABILIDADES

- Calcular a resultante das forças e aplicar a segunda lei de Newton, relacionando aceleração e força na interpretação de movimentos.
- Prever e avaliar, utilizando as leis de Newton, situações cotidianas que envolvam movimentos.
- Aplicar as leis de Newton a situações diversas.
- Identificar ação e reação como pares de forças de interação, na interpretação de situações reais.

MASSA: MEDIDA DA INÉRCIA

Os gráficos a seguir representam a relação entre força resultante aplicada *versus* aceleração adquirida para dois corpos **A** e **B** de massas diferentes, pois constatamos que os gráficos apresentam declividades diferentes.



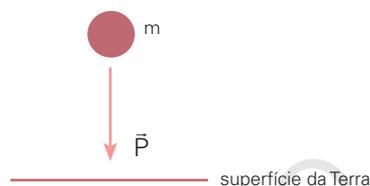
Portanto, um newton (1 N) é a intensidade de força que produziria na massa de um quilograma (1 kg), a aceleração em módulo de um metro por segundo a cada segundo (1 m/s²).

FORÇA PESO (P)

Toda a matéria tem a propriedade de atrair outra matéria. Para dois corpos de pequenas massas, essa força

é praticamente imperceptível, mas, quando se trata de um astro, a força de atração é bastante significativa. A essa força de atração denominamos força peso.

Vamos considerar um corpo de massa m nas proximidades da superfície da Terra.



O corpo de massa m é atraído pela Terra com a força denominada força peso (\vec{P}). Como mostra a figura, essa força é a resultante das forças aplicadas no corpo.

$$F_R = P = m \cdot a$$

A aceleração que atua no corpo é a da gravidade (g) e, para pontos próximos da superfície terrestre, vale $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Para facilitar a resolução dos exercícios, é comum arredondarmos para $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Então:

$$P = m \cdot g$$

No Sistema Internacional de Unidades, usamos:

P em newton (N),

m em quilograma (kg) e

g em metros por segundo ao quadrado (m/s²).

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. FEI-SP – A força resultante sobre um corpo de massa $m = 68,00 \text{ kg}$ é de $207,196 \text{ N}$. Qual é a aceleração do corpo?

- a) $3,470 \text{ m/s}^2$
- b) $3,407 \text{ m/s}^2$
- c) $3,047 \text{ m/s}^2$**
- d) $3,740 \text{ m/s}^2$
- e) $3,074 \text{ m/s}^2$

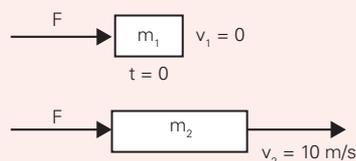
Resolução

$$m = 68,00 \text{ kg}$$

$$F_R = 207,196 \text{ N}$$

$$F_R = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F_R}{m} = \frac{207,196}{68,00} = 3,047 \therefore a = 3,047 \text{ m/s}^2$$

2. UFPI – A figura a seguir mostra, sobre uma superfície horizontal lisa, o bloco de massa $m_1 = 1,0 \text{ kg}$, em repouso, e o bloco de massa $m_2 = 2,0 \text{ kg}$, cuja velocidade é $v = 10 \text{ m/s}$, para a direita. No tempo $t = 0$, ambos os blocos passam a sofrer a ação de forças idênticas, F , de módulo igual a $5,0 \text{ N}$, apontando para a direita. Em que instante de tempo posterior os dois blocos terão a mesma velocidade vetorial?



- a) $t = 1,0 \text{ s}$
- b) $t = 2,0 \text{ s}$
- c) $t = 3,0 \text{ s}$
- d) $t = 4,0 \text{ s}$**
- e) $t = 5,0 \text{ s}$

Resolução

$$a_1 = \frac{F}{m_1} = \frac{5}{1} = 5 \text{ m/s}^2 \rightarrow v_1 = v_{01} + a_1 \cdot t \rightarrow v_1 = 5 \cdot t$$

$$a_2 = \frac{F}{m_2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ m/s}^2 \rightarrow v_2 = v_{02} + a_2 \cdot t \rightarrow$$

$$\rightarrow v_2 = 10 + 2,5 \cdot t$$

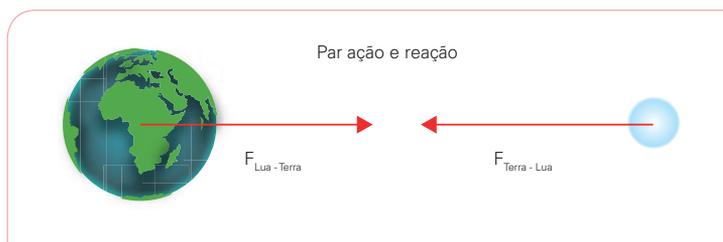
Igualando as funções das velocidades v_1 e v_2 , temos:

$$5 \cdot t = 10 + 2,5 \cdot t \rightarrow 5 \cdot t - 2,5 \cdot t = 10 \rightarrow 2,5 \cdot t = 10$$

$$\therefore t = 4 \text{ s}$$

LEI DA AÇÃO E REAÇÃO OU TERCEIRA LEI DE NEWTON

As forças de interação entre os corpos, tanto as de campo, quanto as de contato, sempre são representadas por pares com características comuns. Enquanto um dos dois corpos analisados fica sujeito a uma das forças do par, denominada ação, o outro fica sujeito à outra força do par, denominada reação, constituindo, assim, o par ação e reação.



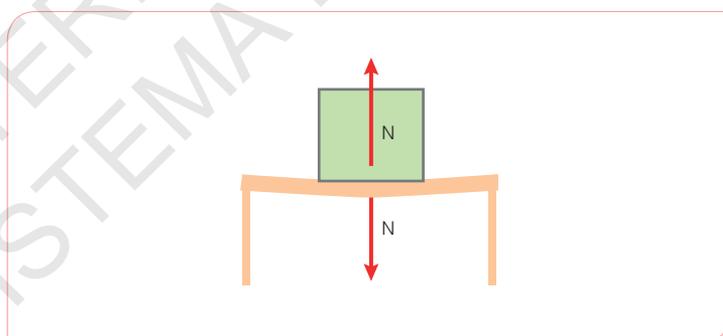
A terceira lei de Newton ou o princípio da ação e reação pode ser expressa da seguinte maneira:

Para cada ação, há uma reação, de mesma intensidade e direção, porém em sentidos opostos e aplicadas em corpos diferentes.

Assim, se um corpo **A** aplica uma força sobre o corpo **B**, **A** recebe de **B** uma força de mesma intensidade, mesma direção e sentido oposto à força que aplicou em **B**.

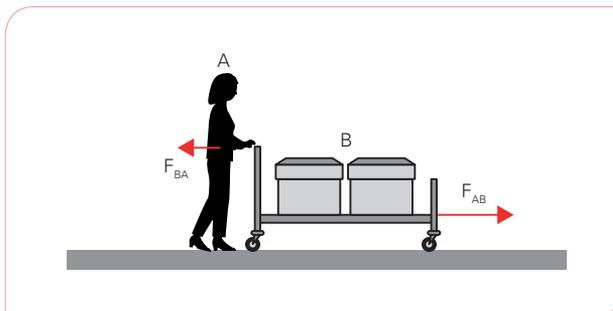
Quanto à terceira lei de Newton, observam-se:

- As forças do par ação e reação possuem sempre a mesma natureza. Exemplo: se uma força de ação é de atração elétrica entre duas partículas, a reação também será de atração elétrica. Se uma força é de contato, perpendicular à superfície, a outra também será de contato e normal à superfície, mantendo-se as características da terceira lei, conforme figura.



- As forças de ação e reação sempre estão aplicadas em corpos distintos, ou seja, nunca ação e reação aparecem no mesmo corpo, de forma que jamais podem equilibrar-se e, além disso, a interação é sempre simultânea.

Na figura a seguir, observa-se a troca de forças entre dois corpos: o homem aplica força ao carrinho (ação) e o carrinho aplica força ao homem (reação). Logo notamos que as forças são aplicadas em sentidos opostos e em corpos diferentes.

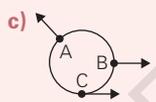
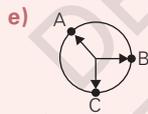
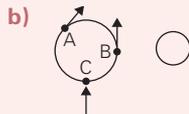
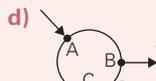
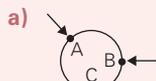
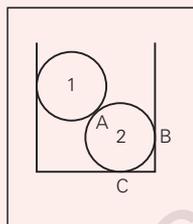


A força que o homem **A** exerce no carrinho **B** (F_{AB}) e a correspondente força que o carrinho **B** exerce em **A** (F_{BA}) constituem o par ação-reação dessa interação.

$$F_{AB} = F_{BA}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

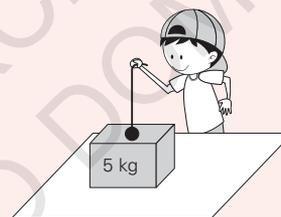
3. PUC-PR – Duas esferas rígidas 1 e 2, de mesmo diâmetro, estão em equilíbrio dentro de uma caixa, como mostra a figura ao lado. Considerando nulo o atrito entre todas as superfícies, assinale o diagrama que representa corretamente as forças de contato que agem sobre a esfera 2 nos pontos A, B e C.



Resolução

A força normal de contato é perpendicular à superfície. Como a esfera em análise é a de número 2, as forças de contato que nela são aplicadas estarão na direção e no sentido de seu centro.

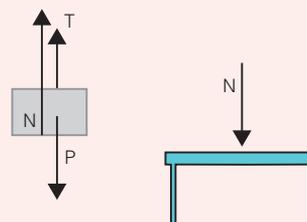
4. Cefet-MG – Um homem fez uma força vertical de 10 N, na tentativa de levantar uma caixa de 5,0 kg, que está sobre uma mesa. Nessa situação, qual é o valor da força normal, em newtons, que a mesa aplica na caixa? Qual é o valor da força Normal que a caixa aplica sobre a mesa?



Resolução

Primeiro, calculamos o peso da caixa:
 $P = m \cdot g = 5 \cdot 10 \therefore P = 50 \text{ N}$

Aplicando as forças que atuam na caixa, temos:
 $T = 10 \text{ N}$ e $P = 50 \text{ N}$



$$N + T = P \rightarrow N = P - T \rightarrow N = 50 - 10 = 40 \therefore N = 40 \text{ N}$$

A mesa aplica uma força de 40 N de intensidade, vertical para cima sobre o bloco, enquanto o bloco aplica uma força de 40 N de intensidade, vertical para baixo sobre a mesa.

ROTEIRO DE AULA

LEIS DE NEWTON

2ª LEI DE NEWTON

A resultante das forças que agem em um corpo

é igual ao produto da sua **massa**

pela **aceleração** adquirida.

$$F_R = \underline{\hspace{2cm}} \quad \mathbf{m \cdot a}$$

Massa inercial

é a medida quantitativa da **inércia**
de um corpo, sendo a constante de proporcionalidade

entre a **força**

aplicada e a **aceleração** adquirida.

ROTEIRO DE AULA

LEIS DE NEWTON

3ª lei de Newton

Assim, se um corpo **A** aplica uma força sobre um corpo **B**, **A** recebe de **B** uma força de _____ *mesma intensidade* _____, mesma direção e _____ *sentido oposto* _____ à força que aplicou em B.

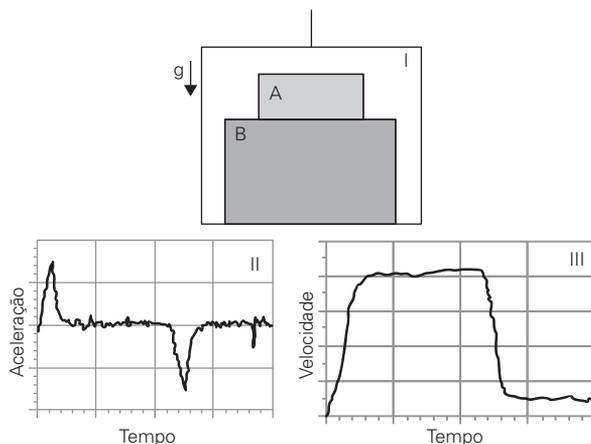
As forças do par _____ *ação* _____ e _____ *reação* _____ possuem sempre a mesma natureza.

As forças de ação e reação sempre estão aplicadas em corpos _____ *distintos* _____.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Fuvest-SP – Duas caixas, A e B de massas m_A e m_B , respectivamente, precisam ser entregues no 40º andar de um edifício. O entregador resolve subir com as duas caixas em uma única viagem de elevador e a figura I ilustra como as caixas foram empilhadas. Um sistema constituído por motor e freios é responsável pela movimentação do elevador; as figuras II e III ilustram o comportamento da aceleração e da velocidade do elevador. O elevador é acelerado ou desacelerado durante curtos intervalos de tempo, após o que ele adquire velocidade constante.



Analise a situação sob o ponto de vista de um observador parado no solo. Os itens a, b e c referem-se ao instante de tempo em que o elevador está subindo com o valor máximo da aceleração, cujo módulo é $a = 1 \text{ m/s}^2$.

a) Obtenha o módulo da força resultante, F_A , que atua sobre a caixa A.

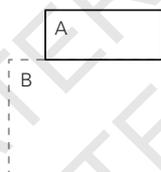
Pela 2ª lei de Newton, temos:

$$F_A = m_A \cdot a = m_A \cdot 1$$

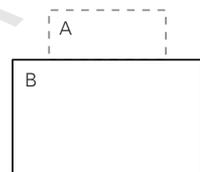
$$\therefore F_A = m_A$$

b) As figuras a seguir representam esquematicamente as duas caixas e o chão do elevador. Faça, nas figuras correspondentes, os diagramas de forças indicando as que agem na caixa A e as que agem na caixa B.

Forças agindo na caixa A

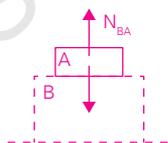


Forças agindo na caixa B

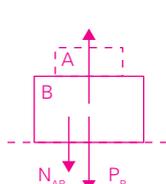


Teremos:

Forças agindo na caixa A



Forças agindo na caixa B



c) Obtenha o módulo, F_S , da força de contato exercida pela caixa A sobre a caixa B.

Para a caixa A com aceleração de 1 m/s^2 para cima, temos:

$$N_{BA} - P_A = m_A \cdot a$$

$$N_{BA} - m_A \cdot 10 = m_A \cdot 1$$

$$N_{BA} = 11 \cdot m_A$$

$$F_S = N_{BA} = 11 \cdot m_A$$

d) Como o cliente recusou a entrega, o entregador voltou com as caixas. Considere agora um instante em que o elevador está descendo com aceleração para baixo de módulo $a = 1 \text{ m/s}^2$. Obtenha o módulo, F_D , da força de contato exercida pela caixa A sobre a caixa B.

Note e adote: Aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Para a caixa A com aceleração de 1 m/s^2 para baixo, temos:

$$P_A - N_{BA} = m_A \cdot a$$

$$m_A \cdot 10 - N_{BA} = m_A \cdot 1$$

$$N_{BA} = 9 \cdot m_A$$

$$F_D = N_{BA} = 9 \cdot m_A$$

2. UFRGS-RS – Aplica-se uma força de 20 N a um corpo de massa m . O corpo desloca-se em linha reta com velocidade que aumenta 10 m/s a cada 2 s .

Qual é o valor, em kg, da massa m ?

- a) 5 **b) 4** c) 3 d) 2 e) 1

Primeiro, calculamos a aceleração:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ s}}$$

$$a = 5 \text{ m/s}^2$$

Usando o princípio fundamental da dinâmica:

$$F_R = m \cdot a$$

$$m = \frac{F_R}{a} = \frac{20 \text{ N}}{5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$m = 4 \text{ kg}$$

3. Enem

C5-H17

Durante uma faxina, a mãe pediu que o filho a ajudasse, deslocando um móvel para mudá-lo de lugar. Para escapar da tarefa, o filho disse ter aprendido na escola que não poderia puxar o móvel, pois a Terceira Lei de Newton define que se puxar o móvel, o móvel o puxará igualmente de volta, e assim não conseguirá exercer uma força que possa colocá-lo em movimento.

Qual argumento a mãe utilizará para apontar o erro de interpretação do garoto?

- a) A força de ação é aquela exercida pelo garoto.
 b) A força resultante sobre o móvel é sempre nula.
 c) As forças que o chão exerce sobre o garoto se anulam.
 d) A força de ação é um pouco maior que a força de reação.
e) O par de forças de ação e reação não atua em um mesmo corpo.

Ação e reação são forças de mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos, porém, não se equilibram, pois não atuam no mesmo corpo.

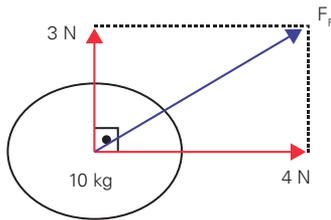
Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

4. PUC-RJ – Duas forças perpendiculares entre si e de módulos 3,0 N e 4,0 N atuam sobre um objeto de massa 10 kg.

Qual é o módulo da aceleração resultante no objeto, em m/s^2 ?

- a) 0,13 d) 2,0
 b) 0,36 e) 5,6
 c) 0,50



De acordo com o Teorema de Pitágoras, temos a Força resultante sobre o corpo:

$$F_R = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ N}$$

E com a força resultante e a massa, usando a 2ª lei de Newton, achamos a aceleração:

$$F_R = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F_R}{m}$$

$$a = \frac{5 \text{ N}}{10 \text{ kg}} = 0,50 \text{ m/s}^2$$

5. UEL-PR

Um corpo de massa m é submetido a uma força resultante de módulo F , adquirindo aceleração a . A força re-

sultante que se deve aplicar a um corpo de massa $m/2$, para que ele adquira aceleração $4a$ deve ter módulo:

- a) $\frac{F}{2}$ c) $2F$
 b) F d) $4F$
 e) $8F$
- $F = m \cdot a$
 $F' = \frac{m}{2} \cdot 4 \cdot a = 2 \cdot m \cdot a$
 $F' = 2 \cdot F$

6. UEPG-PR – O estudo dos movimentos está fundamentado nas três leis de Newton. Sobre movimentos e as leis de Newton, assinale a(s) afirmativa(s) correta(s).

- 01) O princípio da inércia é válido somente quando a força resultante sobre um corpo é não nula.
 02) Duplicando o valor da força resultante aplicada sobre um objeto, a aceleração experimentada pelo objeto também será duplicada.
 04) Forças de ação e reação nunca se anulam, pois atuam sempre em corpos distintos.
 08) Um avião voando em linha reta com velocidade constante está em equilíbrio dinâmico.

Dê a soma da(s) afirmativa(s) correta(s).

14 (02 + 04 + 08)

- 01) Incorreta. O princípio da inércia afirma que “se a resultante das forças sobre um ponto material é nula, ele está em repouso (equilíbrio estático) ou em movimento retilíneo e uniforme (equilíbrio dinâmico)”.
 02) Correta. De acordo com o princípio fundamental da dinâmica, o módulo de aceleração é diretamente proporcional à intensidade da força resultante e inversamente proporcional à massa.
 04) Correta. De acordo com a terceira lei de Newton, forças de ação e reação nunca se equilibram, pois atuam em corpos distintos. Elas se anulam quando deixam de atuar.
 08) Correta. O movimento retilíneo e uniforme é um caso de equilíbrio dinâmico.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. IFCE (adaptado) – Em um dos filmes do Homem Aranha, ele consegue parar uma composição de metrô em aproximadamente 60 s. Considerando que a massa total dos vagões seja de 30 000 kg e que sua velocidade inicial fosse de 72 km/h, qual o módulo da força resultante que o herói em questão deveria exercer em seus braços?

8. Fatec-SP – Leia o texto e responda à questão.

Um motorista conduzia seu automóvel de massa 2000 kg que trafegava em linha reta, com velocidade constante de 72 km/h, quando avistou uma carreta atravessada na pista. Transcorreu 1 s entre o momento em que o motorista avistou a carreta e o momento em que acionou o sistema de freios para iniciar a frenagem, com desaceleração constante igual a 10 m/s^2 . Antes de o automóvel iniciar a frenagem, pode-se afirmar que a intensidade da resultante das forças horizontais que atuavam sobre ele era

- a) nula, pois não havia forças atuando sobre o automóvel.
 b) nula, pois a força aplicada pelo motor e a força de atrito resultante atuavam em sentidos opostos com intensidades iguais.
 c) maior que zero, pois a força aplicada pelo motor e a força de atrito resultante atuavam em sentidos opostos, sendo a força aplicada pelo motor a de maior intensidade.
 d) maior que zero, pois a força aplicada pelo motor e a força de atrito resultante atuavam no mesmo sentido com intensidades iguais.

e) menor que zero, pois a força aplicada pelo motor e a força de atrito resultante atuavam em sentidos opostos, sendo a força de atrito a de maior intensidade.

9. UECE – Duas únicas forças, uma de 3 N e outra de 4 N, atuam sobre uma massa puntiforme. Sobre o módulo da aceleração dessa massa, é correto afirmar que

- a) é o menor possível se os dois vetores força forem perpendiculares entre si.
 b) é o maior possível se os dois vetores força tiverem mesma direção e mesmo sentido.
 c) é o maior possível se os dois vetores força tiverem mesma direção e sentidos contrários.
 d) é o menor possível se os dois vetores força tiverem mesma direção e mesmo sentido.

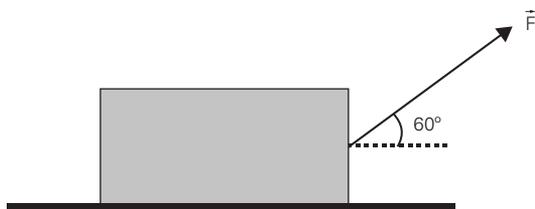
10. UEA-AM – Um bloco de massa m_1 , inicialmente em repouso, recebe a ação exclusiva de uma força F constante, levando-o a percorrer uma distância S . Um outro bloco de massa m_2 , também inicialmente em repouso, recebe a ação da mesma força F constante, de modo a percorrer a mesma distância S no dobro do tempo gasto por m_1 . O valor de m_2 , relativamente a m_1 , é

- a) 2
 b) 1
 c) 3
 d) 4
 e) 5

11. UECE – Considere dois corpos A e B de massas iguais a m . Sobre A, atua somente uma força elétrica, com módulo F_E , e sobre B, apenas seu peso, cujo módulo é F_p . Os módulos das acelerações dos corpos A e B são, respectivamente,

- a) $m \cdot F_E$ e F_p/m .
 b) F_E/m e $m \cdot F_p$.
 c) $m \cdot F_E$ e $m \cdot F_p$.
 d) F_E/m e F_p/m .

12. UPE – Suponha um bloco de massa $m = 2$ kg inicialmente em repouso sobre um plano horizontal sem atrito. Uma força $F = 16$ N é aplicada sobre o bloco, conforme mostra a figura a seguir.



Qual é a intensidade da reação normal do plano de apoio e a aceleração do bloco, respectivamente, sabendo-se que $\sin 60^\circ = 0,85$, $\cos 60^\circ = 0,50$ e $g = 10$ m/s²?

- a) 6,4 N e 4 m/s²
 b) 13,6 N e 4 m/s²
 c) 20,0 N e 8 m/s²
 d) 16,0 N e 8 m/s²
 e) 8,00 N e 8 m/s²

13. UFRN – Em tirinhas, é muito comum encontramos situações que envolvem conceitos de física e que até têm sua parte cômica relacionada, de alguma forma, com a Física.

Considere a tirinha envolvendo a “Turma da Mônica”, mostrada a seguir.

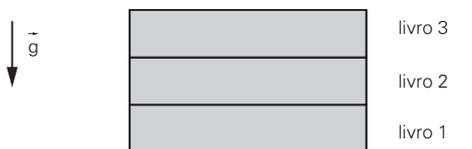


Copyright ©1999 Maurício de Sousa Produções Ltda. Todos os direitos reservados.

Supondo que o sistema se encontra em equilíbrio, é correto afirmar que, de acordo com a lei da ação e reação (3ª Lei de Newton),

- a) a força que a Mônica exerce sobre a corda e a força que os meninos exercem sobre a corda formam um par ação e reação.
 b) a força que a Mônica exerce sobre o chão e a força que a corda faz sobre a Mônica formam um par ação e reação.
 c) a força que a Mônica exerce sobre a corda e a força que a corda faz sobre a Mônica formam um par ação e reação.
 d) a força que a Mônica exerce sobre a corda e a força que os meninos exercem sobre o chão formam um par ação-reação.

14. UESPI (adaptado) – Três livros idênticos, de peso 8 N cada um, encontram-se em repouso sobre uma superfície horizontal (ver figura). Qual é o módulo da força que o livro 2 exerce sobre o livro 1?



15. UECE – Uma motocicleta de 120 kg choca-se de frente com um automóvel de 800 kg, em uma rua horizontal. Sobre a força sofrida pelos veículos, devido à colisão, assinale o que for correto.

- a) As forças sofridas pelos dois veículos são iguais.
 b) A motocicleta sofre maior força.
 c) O automóvel sofre maior força.
 d) As forças sofridas pelos dois veículos vão depender de a colisão ser ou não elástica.

16. PUC-PR – Julgue as assertivas a seguir a respeito das leis de Newton.

- I. É possível haver movimento na ausência de uma força.
 II. É possível haver força na ausência de movimento.
 III. A força que impulsiona um foguete é a força dos gases de escape que saem da parte traseira do foguete, à medida que este expõe os gases para trás.
 IV. Um par de forças de ação e reação sempre atua no mesmo corpo.

Assinale a alternativa correta.

- a) Apenas as assertivas I e II estão corretas.
 b) Apenas a assertiva I está correta.
 c) Apenas as assertivas I, II e III estão corretas.
 d) Todas as assertivas estão incorretas.
 e) Apenas a assertiva IV está correta.

17. Unisc-RS – Qual destas expressões define melhor uma das leis de Newton?

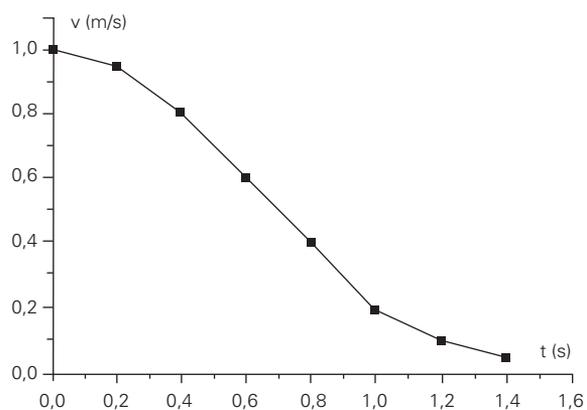
- a) Todo corpo mergulhado num líquido desloca um volume igual ao seu peso.
 b) A força gravitacional é definida como a força que atua num corpo de massa m .
 c) O somatório das forças que atuam num corpo é sempre igual ao peso do corpo.
 d) A força de atrito é igual ao produto da massa de um corpo pela sua aceleração.
 e) Para toda ação, existe uma reação.

ESTUDO PARA O ENEM

18. PUC-MG

C5-H17

Estudando-se o movimento de um objeto de massa 2 kg, obteve-se o gráfico velocidade x tempo a seguir. A velocidade está em m/s e o tempo, em segundo.



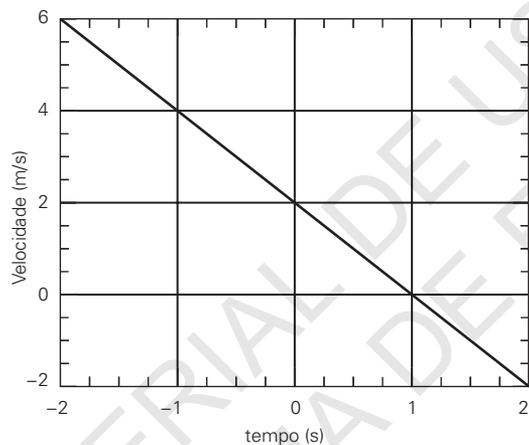
Entre os instantes $t = 0,4$ s e $t = 0,8$ s, o módulo da força resultante sobre o objeto foi aproximadamente de

- a) 2,0 N. c) 0,2 N.
b) 1,5 N. d) 0,8 N.

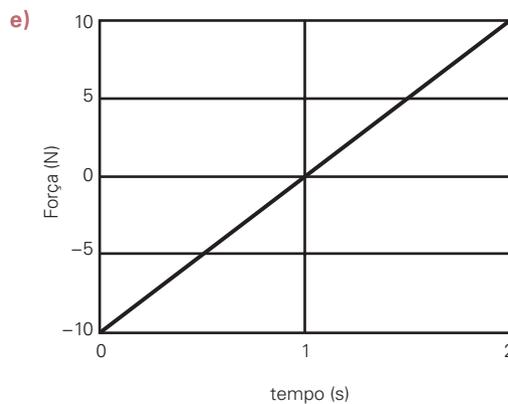
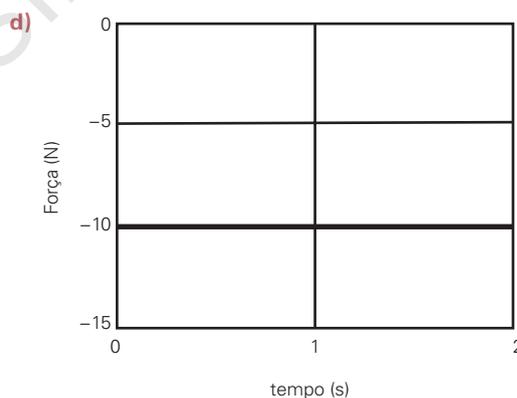
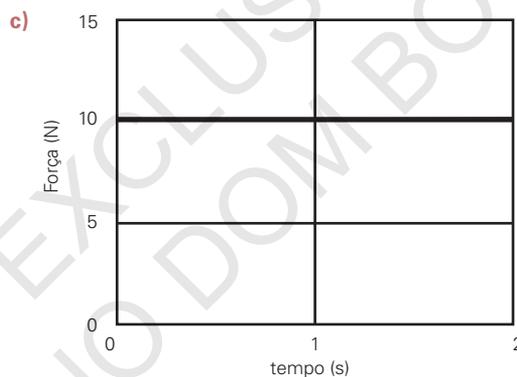
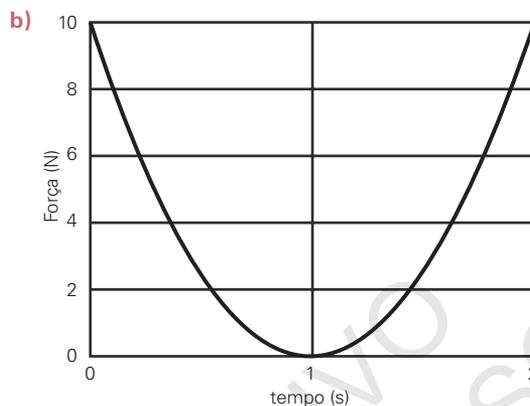
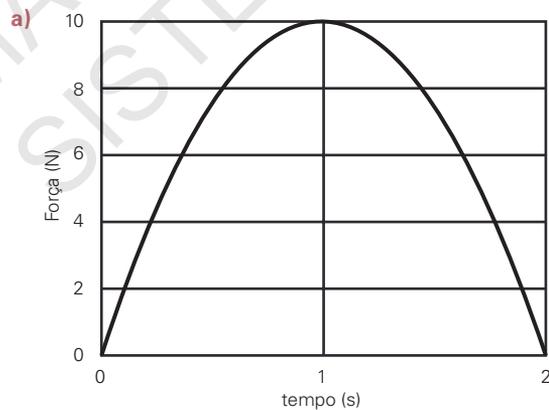
19. UFG-GO

C5-H17

Um objeto de 5 kg move-se em linha reta sob a ação de uma força. O gráfico a seguir representa sua velocidade em função do tempo.



Considerando-se os dados apresentados, conclui-se que o gráfico, que representa a força que atua no objeto em função do tempo, é



20. Sistema Dom Bosco

C6-H20

Leia o fragmento a seguir.

Um burro estava puxando uma carroça e, de repente, parou e falou ao carroceiro: — Não vou mais puxar a carroça; de acordo com a terceira lei de Newton, quando exerço uma força sobre a carroça, esta vai exercer uma força sobre mim de mesmo módulo, mesma direção e sentido oposto, anulando a primeira.

Disponível em: <<http://educar.sc.usp.br/fisica/dinateo.html>>.

Acesso em: 8 fev. 2014.

Fragmento. Analisando o trecho apresentado, o burro está

- a) correto, pois as forças de ação e reação atuam sobre o mesmo corpo e, conseqüentemente, não se anulam.
- b) errado, pois as forças de ação e reação atuam sobre corpos diferentes e, conseqüentemente, não se anulam.
- c) correto, pois as forças de ação e reação atuam sobre corpos diferentes e, conseqüentemente, anulam-se.
- d) correto, pois as forças de ação e reação atuam sobre o mesmo corpo e, conseqüentemente, anulam-se.
- e) errado, pois as forças de ação e reação atuam sobre corpos diferentes e, conseqüentemente, anulam-se.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

12

PESO, FORÇA ELÁSTICA E EQUILÍBRIO ESTÁTICO

- Peso
- Força elástica
- Equilíbrio estático

HABILIDADES

- Distinguir peso e massa e suas respectivas unidades.
- Aplicar as leis de Newton a situações que envolvem força elástica.
- Identificar e diferenciar equilíbrio estático em situações diversas

PESO

Peso é a força exercida sobre um corpo pela atração gravitacional de um orbe, cujo valor é dado pelo produto da **massa** do corpo pela magnitude da **aceleração da gravidade**. Possui direção vertical e sentido para o centro do orbe, no caso da Terra, para o centro do planeta.

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$$

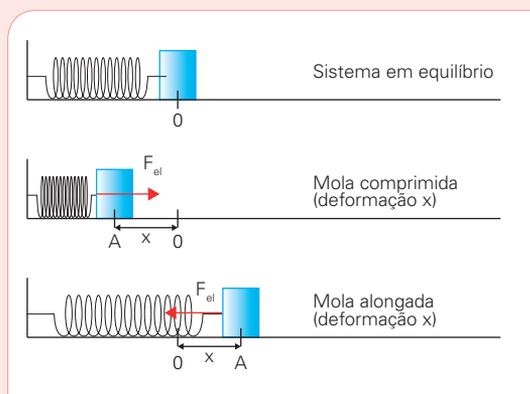
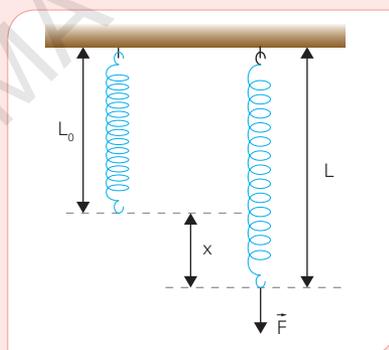
Assim, um corpo de massa **m** que está próximo à superfície da Terra de gravidade \vec{g} , possui um peso $\vec{P}_T = m \cdot \vec{g}$. Já esse mesmo corpo, na Lua, cuja gravidade corresponde a um sexto da gravidade da Terra ($g_L = \frac{1}{6}g$), teria um peso $P_L = \frac{1}{6}mg$, ou seja $P_L = \frac{P_T}{6}$.

FORÇA ELÁSTICA

Robert Hooke (1635-1703) observou experimentalmente que a deformação de uma mola aumenta proporcionalmente com a intensidade da força aplicada, estabelecendo, assim, a Lei de Hooke.

$$F = k \cdot x$$

Aplicando-se uma força (**F**) na extremidade de uma mola fixa, ela tende a deformar (**x**), esticando-se ou comprimindo-se, de acordo com o sentido da localização da força, conforme figura.



A deformação de uma mola está diretamente ligada às dimensões e ao tipo de material que a constitui, sendo esses dois fatores os principais elementos na determinação da constante elástica (**k**); a unidade dessa constante, no SI, é N/m, de cada corpo elástico.

Por fim, a aplicação da lei de Hooke se dá não apenas em molas, mas em materiais que estão sujeitos a deformações elásticas (corda de borracha, elástico etc.).

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Unimep-SP – Um astronauta com o traje completo tem uma massa de 120 kg. Ao ser levado para a Lua, onde a aceleração da gravidade é igual a $1,6 \text{ m/s}^2$, a sua massa e o seu peso serão respectivamente,

- a) 75 kg e 120 N.
- b) 120 kg e 192 N.**
- c) 192 kg e 192 N.
- d) 120 kg e 120 N.
- e) 75 kg e 192 N.

Resolução

A massa independe do local onde o astronauta está, logo permanece 120 kg. Já o peso depende da intensidade da aceleração gravitacional (g), logo temos:

$$P = m \cdot g = 120 \cdot 1,6 = 192 \therefore P = 192 \text{ N}$$

2. UPE – Um corpo de massa m está suspenso por duas molas ideais, paralelas, com constantes elásticas k e deformadas de d . Sabendo que o sistema se encontra em equilíbrio, assinale a alternativa que expressa k .

Dado: considere a aceleração da gravidade g .

- a) 2 mg/d
- b) mg/d
- c) $\text{mg}/2\text{d}$**
- d) 2 d/mg
- e) mg

Resolução

Observando o enunciado, deduzimos que haverá aplicação de duas forças elásticas (F_{el}) para cima, que se igualam com a força peso (P) para baixo, já que o sistema está em equilíbrio.

$$x = d$$

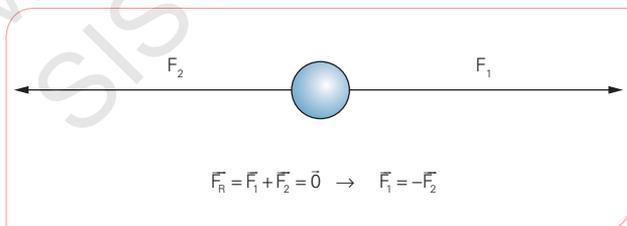
$$F_{el} + F_{el} = P$$

$$k \cdot d + k \cdot d = m \cdot g \rightarrow 2 \cdot k \cdot d = m \cdot g \rightarrow$$

$$\rightarrow k = \frac{m \cdot g}{2 \cdot d}$$

Equilíbrio básico

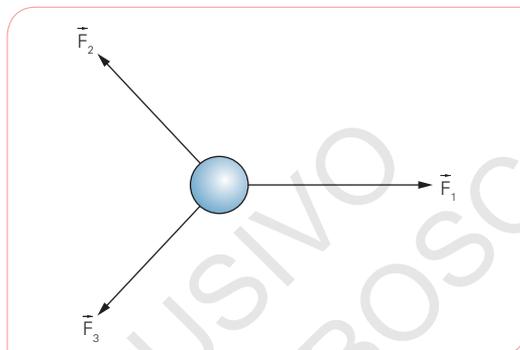
Quando houver aplicação de duas forças em um corpo, a situação de equilíbrio ocorre quando as forças forem opostas, ou seja, quando tiverem mesma intensidade e direção, porém sentidos opostos, conforme figura a seguir.



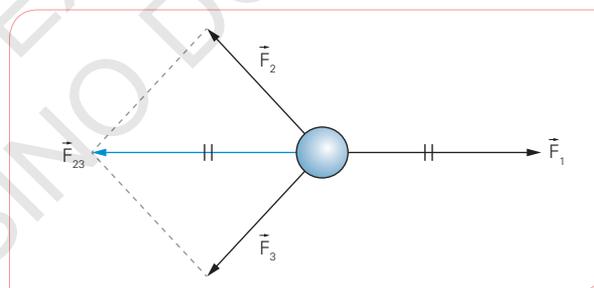
Como as forças são opostas, analisando apenas seus módulos, podemos dizer que: $F_1 = F_2$.

Equilíbrio de partícula sob ação de três forças

Em uma análise bidimensional, considere uma partícula sob ação de três forças coplanares e não colineares, conforme figura a seguir:

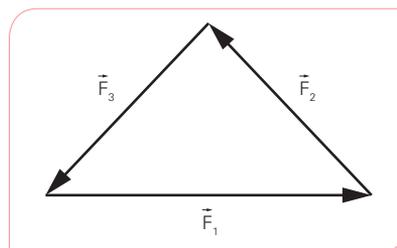


Fazendo a soma vetorial \vec{F}_2 com \vec{F}_3 , obtemos \vec{F}_{23} , que é oposta a \vec{F}_1 ; quando \vec{F}_{23} tem a mesma intensidade que \vec{F}_1 , o sistema está em equilíbrio.



Caso fosse feita a mesma análise, porém fazendo a soma vetorial de \vec{F}_1 com \vec{F}_2 , obteríamos \vec{F}_{12} que seria oposta à força \vec{F}_3 e novamente notaríamos que o sistema está em equilíbrio quando as intensidades de \vec{F}_{12} e \vec{F}_3 são iguais. Quando isso ocorre, dizemos que qualquer uma das forças é equilibrante do sistema formado pelas outras duas.

A resultante das forças é nula quando a linha poligonal formada pelos vetores que representam as forças é fechada.

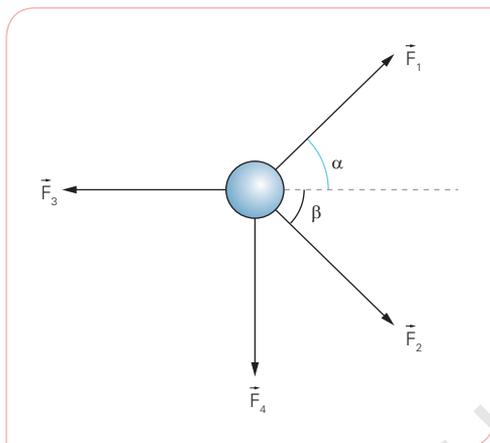


$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$$

Equilíbrio de partícula sob ação de mais de três forças coplanares

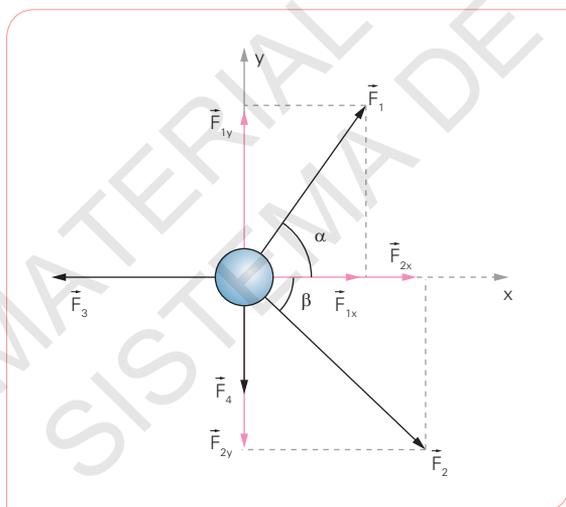
Para um sistema com três ou mais forças coplanares, o ideal é estabelecer um sistema de coordenadas (x, y) e decompor vetorialmente as forças que são aplicadas ao corpo. Para realizar essa decomposição, devemos conhecer o ângulo entre cada uma das forças e um dos eixos (geralmente o eixo x). Quando a resultante das forças, tanto em x quanto em y, for nula, o sistema estará em equilíbrio.

Para a resolução de um problema com mais de três forças, pode-se seguir as três etapas a seguir:



Etapa I

Inicia-se a resolução com a decomposição de todas as forças que se encontram inclinadas em relação aos eixos x e y .



Etapa II

Escrevem-se as equações das forças F_x e F_y decompostas:

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos \alpha$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin \alpha$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos \beta$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin \beta$$

Etapa III

Como o somatório das forças deve ser igual a zero, escrevem-se as expressões que determinam o equilíbrio da partícula.

Forças em relação ao eixo x:

$$F_{1x} + F_{2x} - F_3 = 0$$

Forças em relação ao eixo y:

$$F_{1y} - F_{2y} - F_4 = 0$$

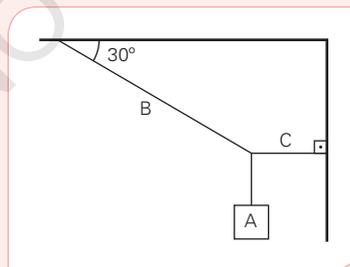
Para que haja equilíbrio, a resultante das forças, tanto em x como em y , deve ser nula.

Portanto, o equilíbrio de partícula sujeita a um número qualquer de forças pode ser expresso pela relação:

$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_{ix} = \vec{0} \text{ e } \sum_{i=1}^N \vec{F}_{iy} = \vec{0}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. IFSul-RS – Uma caixa A, de peso igual a 300 N, é suspensa por duas cordas B e C, conforme a figura a seguir.



O valor da tração na corda B é igual a

- a) 150 N. c) 346,4 N.
b) 259,8 N. **d) 600,0 N.**

Resolução

$$P = 300 \text{ N}$$

$$\sin 30^\circ = 0,5$$

Em um único ponto, há a atuação de três forças e, nesse caso, como o sistema está em equilíbrio, pode-se aplicar o método da poligonal. Contudo, as forças formarão um triângulo conforme as figuras a seguir:

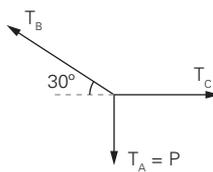


Fig 1

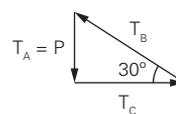


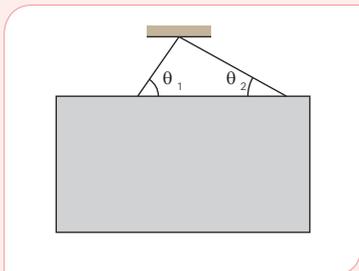
Fig 2

Logo:

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{\text{co}}{\text{hip}} \rightarrow \text{sen } 30^\circ = \frac{P}{T_B} \rightarrow 0,5 = \frac{300}{T_B} \rightarrow$$

$$\rightarrow T_B = 600 \text{ N}$$

4. Cefet-CE – Um quadro de massa $m = 6,0 \text{ kg}$ encontra-se em equilíbrio pendurado ao teto pelos fios 1 e 2, que fazem com a horizontal o ângulo $\theta_1 = 60^\circ$ e $\theta_2 = 30^\circ$, conforme a figura.



Adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, calcule as trações no fio 1 e 2.

Dados: $\text{sen } 30^\circ = \text{cos } 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\text{cos } 30^\circ = \text{sen } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

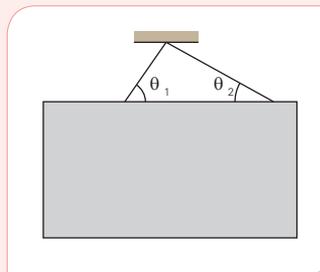
Resolução

Como o quadro está em equilíbrio, a resultante das forças é nula.

Logo:

$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_{ix} = \vec{0} \text{ e } \sum_{i=1}^N \vec{F}_{iy} = \vec{0}$$

Decompondo os vetores e calculando as forças na direção horizontal e vertical, temos:



Horizontal

$$T_{1x} = T_1 \cdot \text{cos } \theta_1 = T_1 \cdot \text{cos } 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot T_1$$

$$T_{2x} = T_2 \cdot \text{cos } \theta_2 = T_2 \cdot \text{cos } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot T_2$$

$$T_{1x} = T_{2x} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot T_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot T_2 \rightarrow T_1 = T_2 \cdot \sqrt{3} \text{ (Eq. 1)}$$

Vertical

$$m = 6 \text{ kg} \text{ e } P = 60 \text{ N}$$

$$T_{1y} = T_1 \cdot \text{sen } \theta_1 = T_1 \cdot \text{sen } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot T_1$$

$$T_{2y} = T_2 \cdot \text{sen } \theta_2 = T_2 \cdot \text{sen } 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot T_2$$

$$T_{1y} + T_{2y} = P$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot T_1 + \frac{1}{2} \cdot T_2 = 60 \rightarrow T_1 \cdot \sqrt{3} + T_2 = 120 \text{ (Eq. 2)}$$

Substituindo a Eq. 1 na Eq. 2, temos:

$$T_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + T_2 = 120 \rightarrow 3 \cdot T_2 + T_2 = 120 \rightarrow$$

$$\rightarrow 4 \cdot T_2 = 120 \therefore T_2 = 30 \text{ N}$$

Como:

$$T_1 = T_2 \cdot \sqrt{3} = 30 \cdot \sqrt{3} \therefore T_1 = 30 \cdot \sqrt{3} \text{ N}$$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOMBOSCO

ROTEIRO DE AULA

TIPOS DE FORÇAS

Peso

Força de campo

$$P = \underline{m \cdot g}$$

Força elástica

Força de contato

$$F_{el} = \underline{k \cdot x}$$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

EQUILÍBRIO ESTÁTICO

DUAS FORÇAS

O equilíbrio ocorre quando as forças tiverem mesma intensidade, mesma direção e sentidos _____ **opostos** _____.

TRÊS FORÇAS COPLANARES

A resultante das forças é _____ **nula** _____ quando a linha poligonal formada pelos vetores que representam as forças é _____ **fechada** _____.

TRÊS OU MAIS FORÇAS

$$\sum_{t=1}^N \vec{F}_{ix} = \vec{0} \text{ e } \sum_{t=1}^N \vec{F}_{iy} = \vec{0}$$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. EEAR-SP – Em Júpiter, a aceleração da gravidade vale aproximadamente 25 m/s^2 ($2,5 \times$ maior do que a aceleração da gravidade da Terra). Se uma pessoa possui na Terra um peso de 800 N , quantos newtons essa mesma pessoa pesaria em Júpiter? (Considere a gravidade na Terra $g = 10 \text{ m/s}^2$).

a) 36

b) 80

c) 800

d) 2000

$$P_{\text{Terra}} = 800 \text{ N}$$

$$g_{\text{Terra}} = g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$P_{\text{Terra}} = m \cdot g \rightarrow 800 = m \cdot 10 \rightarrow m = 80 \text{ kg}$$

Com o valor da massa, calculamos o peso em Júpiter.

$$P_{\text{Júpiter}} = m \cdot g_{\text{Júpiter}} \rightarrow P_{\text{Júpiter}} = 80 \cdot 25 \therefore P_{\text{Júpiter}} = 2000 \text{ N}$$

2. Mackenzie-SP – Quando o astronauta Neil Armstrong desceu do módulo lunar e pisou na Lua, em 20 de julho de 1969, sua massa total, incluindo seu corpo, trajes especiais e equipamento de sobrevivência era de aproximadamente 300 kg . O campo gravitacional lunar é, aproximadamente, $1/6$ do campo gravitacional terrestre. Se a aceleração da gravidade na Terra é aproximadamente $10,0 \text{ m/s}^2$, podemos afirmar que

a) a massa total de Armstrong na Lua é de 300 kg e seu peso é 500 N .

b) a massa total de Armstrong na Terra é de 50 kg e seu peso é 3000 N .

c) a massa total de Armstrong na Terra é de 300 kg e seu peso é 500 N .

d) a massa total de Armstrong na Lua é de 50 kg e seu peso é 3000 N .

e) o peso de Armstrong na Lua e na Terra são iguais.

$$g_T = 10 \text{ m/s}^2$$

$$g_L = \frac{1}{6} \cdot 10 = \frac{10}{6} \text{ m/s}^2$$

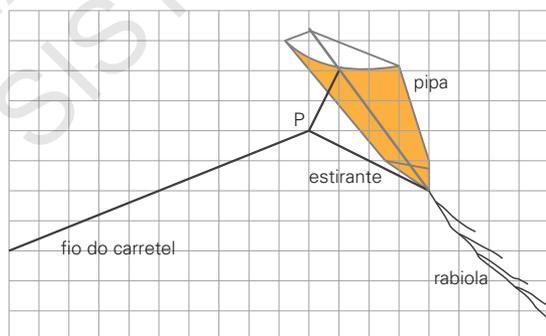
$$P_L = m \cdot g_L \rightarrow P_L = 300 \cdot \frac{10}{6} = \frac{3000}{6} \therefore P_L = 500 \text{ N}$$

3. CPS-SP

C5-H18

Há muitos conceitos físicos no ato de empinar pipas. Talvez por isso essa brincadeira seja tão divertida.

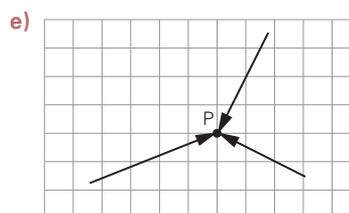
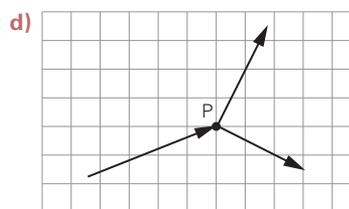
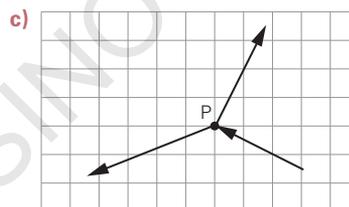
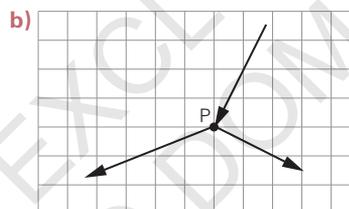
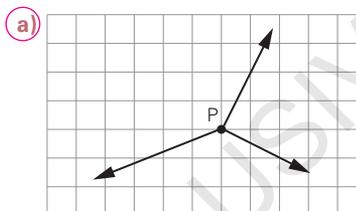
Uma questão física importante para que uma pipa ganhe altura está na escolha certa do ponto em que a linha do carretel é amarrada ao estirante (ponto P) conforme a figura.



Na figura, a malha quadriculada coincide com o plano que contém a linha, o estirante e a vareta maior da pipa.

O estirante é um pedaço de fio amarrado à pipa com um pouco de folga e em dois pontos: no ponto em que as duas varetas maiores se cruzam e no extremo inferior da vareta maior, junto à rabiola.

Admitindo que a pipa esteja pairando no ar, imóvel em relação ao solo, e tendo como base a figura, os vetores que indicam as forças atuantes sobre o ponto P estão mais bem representados em

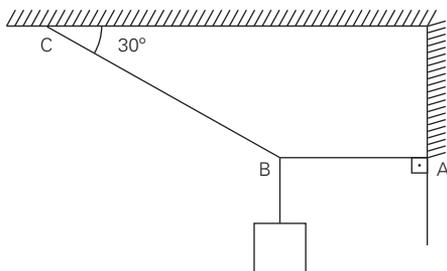


É a única opção que indica corretamente os sentidos das forças atuantes no ponto P, mesmo que não tenha havido rigor na representação dos módulos dessas forças, uma vez que a resultante não está rigorosamente nula.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

4. UERJ – No esquema, está representado um bloco de massa igual a 100 kg em equilíbrio estático.



Determine, em newtons, a tração no fio ideal AB.

$$P = m \cdot g$$

$$P = 100 \cdot 10$$

$$P = 1000 \text{ N}$$

$$T_{BC} \cdot \sin 30^\circ = 1000$$

$$T_{BC} \cdot 0,5 = 1000$$

$$T_{BC} = \frac{1000}{0,5}$$

$$T_{BC} = 2000 \text{ N}$$

$$T_{BC} \cdot \cos 30^\circ = T_{AB}$$

$$2000 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = T_{AB}$$

$$T_{AB} = 1000 \cdot \sqrt{3} \text{ N}$$

5. UEL-PR – Leia a tirinha a seguir.



Disponível em: <<https://dicasdeciencias.com/2011/03/28/garfield-saca-tudo-de-fisica/>>. Acesso em: 27 abr. 2016.

Com base no diálogo entre Jon e Garfield, expresso na tirinha, e nas leis de Newton para a gravitação universal, assinale a alternativa correta.

- a) Jon quis dizer que Garfield precisa perder massa e não peso, ou seja, Jon tem a mesma ideia de um comerciante que usa uma balança comum.
- b) Jon sabe que, quando Garfield sobe em uma balança, ela mede exatamente sua massa com intensidade definida em quilograma-força.
- c) Jon percebeu a intenção de Garfield, mas sabe que, em razão da constante de gravitação universal "g", o peso do gato será o mesmo em qualquer planeta.
- d) Quando Garfield sobe em uma balança, ela mede exatamente seu peso aparente, visto que o ar funciona como um fluido hidrostático.
- e) Garfield sabe que, se ele for a um planeta cuja gravidade seja menor, o peso será menor, pois nesse planeta a massa aferida será menor.

a) Correta.

b) Incorreta, pois a balança mede massa, já que converte compressão em massa, e quilograma-força é uma unidade de força.

c) Incorreta, pois a massa do corpo (gato) não varia independentemente do local.

d) Incorreta, pois balanças medem massa.

e) Incorreta, pois se estivesse em um local de gravidade menor, o peso seria menor, mantendo-se a massa inalterada.

6. UERJ – Em um pêndulo, um fio de massa desprezível sustenta uma pequena esfera magnetizada de massa igual a 0,01 kg. O sistema encontra-se em estado de equilíbrio, com o fio de sustentação em uma direção perpendicular ao solo.

Um ímã, ao ser aproximado do sistema, exerce uma força horizontal sobre a esfera, e o pêndulo alcança um novo estado de equilíbrio, com o fio de sustentação formando um ângulo de 45° com a direção inicial.

Admitindo a aceleração da gravidade igual a 10 m/s², a magnitude dessa força, em newtons, é igual a

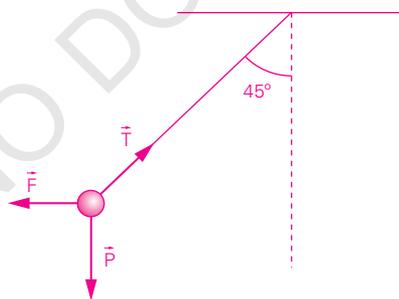
a) 0,1

b) 0,2

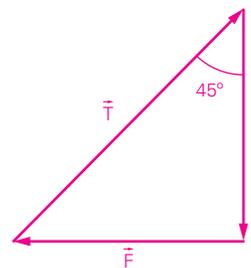
c) 1,0

d) 2,0

A figura mostra as forças que agem na esfera: peso, tração e força magnética.



Como a esfera está em equilíbrio, pela regra da poligonal, as três forças devem fechar um triângulo.



$$\operatorname{tg} 45^\circ \cdot \frac{F}{P} \rightarrow F = P \cdot \operatorname{tg} 45^\circ = m \cdot g \cdot 1 = 0,01 \cdot 10$$

$$F = 0,1 \text{ N}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UFEs-BA – Um agente de saúde, que trabalha em um programa de redução da mortalidade infantil, observou que a balança de mola utilizada para pesar crianças recém-nascidas estava com a escala danificada, sem condições de leitura da posição indicada pelo ponteiro. Para calibrá-la, utilizou massas de valores conhecidos, uma régua e anotou as deformações da mola devido às massas colocadas na cesta pendurada na extremidade livre da balança, obtendo os dados mostrados na tabela.

m(g)	300,0	400,0	500,0	600,0	700,0	800,0	900,0
Dx(cm)	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5

Nas condições da experiência realizada para calibrar a balança, um bebê colocado na cesta pendurada na extremidade livre da mola, que se deforma de 13,0 cm, tem peso, em kg, igual a

- a) 1,8 b) 2,6 c) 3,1 d) 3,5 e) 4,0

8. PUC-RJ (adaptado) – Um objeto de 3,10 kg é liberado por um astronauta, a partir do repouso, e cai em direção à superfície do planeta Marte.

Calcule a força peso em newtons atuando sobre o objeto, expressando o resultado com o número de algarismos significativos apropriado.

Considere a aceleração da gravidade $g_{\text{Marte}} = 3,69 \text{ m/s}^2$.

9. Cefet-MG – No estudo dos movimentos, forças do tipo elétrica, gravitacional e magnética são conceituadas como sendo de ação a distância. Pelas observações atuais, aquelas que apresentam comportamentos de atração e repulsão são as forças

- a) elétrica e magnética.
 b) elétrica e gravitacional.
 c) gravitacional e magnética.
 d) elétrica, gravitacional e magnética.

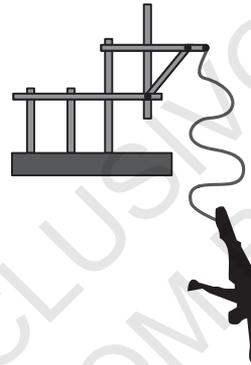
10. UEM-PR – Analise as alternativas a seguir e assinale a(s) alternativa(s)

- 01) 1 kgf é o módulo da força com que o quilograma-padrão é atraído pela Terra, ao nível do mar e a 45° de latitude.
 02) Uma grandeza vetorial é completamente caracterizada quando conhecemos seu módulo, direção e sentido.
 04) Quando um corpo está em repouso, é necessária a ação de uma força sobre esse corpo, para colocá-lo em movimento.
 08) Um corpo somente está em equilíbrio se nenhuma força atuar sobre ele.

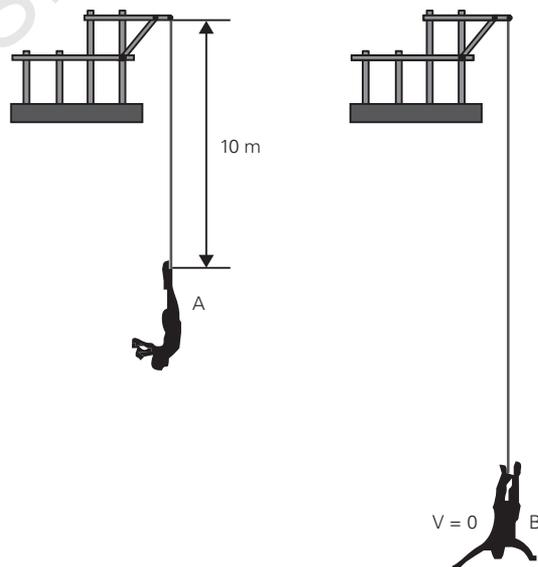
16) A massa de um corpo é a constante de proporcionalidade entre o módulo resultante de forças que atuam nesse corpo e o módulo da aceleração provocada no corpo pela ação dessas forças.

Dê a soma da(s) alternativa(s) correta(s).

11. UNESP – O *bungee jump* é um esporte radical no qual uma pessoa salta no ar amarrada pelos tornozelos ou pela cintura a uma corda elástica.



Considere que a corda elástica tenha comprimento natural (não deformada) de 10 m. Depois de saltar, no instante em que a pessoa passa pela posição A, a corda está totalmente na vertical e com seu comprimento natural. A partir daí, a corda é alongada, isto é, tem seu comprimento crescente até que a pessoa atinja a posição B, onde para instantaneamente, com a corda deformada ao máximo.



Desprezando a resistência do ar, é correto afirmar que, enquanto a pessoa está descendo pela primeira vez depois de saltar, ela

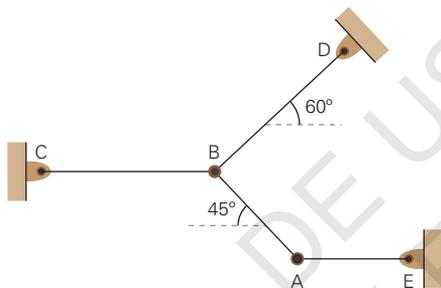
- a) atinge sua máxima velocidade escalar quando passa pela posição A.
 b) desenvolve um movimento retardado desde a posição A até a posição B.

- c) movimenta-se entre A e B com aceleração, em módulo, igual à da gravidade local.
 d) tem aceleração nula na posição B.
 e) atinge sua máxima velocidade escalar numa posição entre A e B.

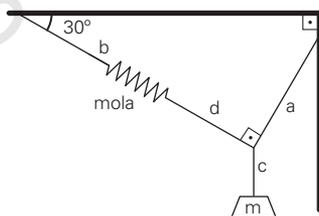
12. UFPR – Com o objetivo de analisar a deformação de uma mola, solta-se, a partir do repouso e de uma certa altura, uma esfera de massa $m = 0,1$ kg sobre essa mola, de constante elástica $k = 200$ N/m, posicionada em pé sobre uma superfície. A deformação máxima causada na mola pela queda da esfera foi 10 cm. Considere a aceleração da gravidade igual a 10 m/s² e despreze a massa da mola e o atrito com o ar.

- a) Determine o módulo e a orientação das forças que atuam sobre a esfera no instante de máxima deformação da mola.
 b) Determine o módulo e a orientação da força resultante sobre a esfera no instante de máxima deformação da mola.
 c) Determine o módulo e o sentido da máxima aceleração sofrida pela esfera.
 d) Determine a força normal exercida pelo solo sobre a mola no instante de sua máxima deformação.

13. EFOMM-RJ – Cada esfera (A e B) da figura pesa 1,00 kN. Elas são mantidas em equilíbrio estático por meio de quatro cordas finas e inextensíveis nas posições mostradas. Qual é a tração na corda BD, em kN?

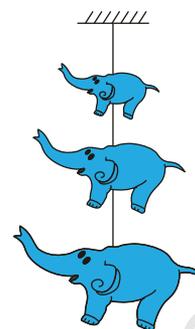


14. UFPR – Uma mola de massa desprezível foi presa a uma estrutura por meio da corda "b". Um corpo de massa "m" igual a 2000 g está suspenso por meio das cordas "a", "c" e "d", de acordo com a figura a seguir, a qual representa a configuração do sistema após ser atingido o equilíbrio. Considerando que a constante elástica da mola é 20 N/cm e a aceleração gravitacional é 10 m/s², assinale a alternativa que apresenta a deformação que a mola sofreu por ação das forças que sobre ela atuaram, em relação à situação em que nenhuma força estivesse atuando sobre ela. Considere ainda que as massas de todas as cordas e da mola são irrelevantes.



- a) 0,5 cm c) 2,5 cm e) 5,2 cm
 b) 1,2 cm d) 3,5 cm

15. Fuvest-SP – Um móvel pendurado no teto tem três elefantinhos presos um ao outro por fios, como mostra a figura. As massas dos elefantes de cima, do meio e de baixo, são, respectivamente, 20 g, 30 g e 70 g. Os valores de tensão, em newtons, nos fios superior, médio e inferior são, respectivamente, iguais a



Note e adote: Desconsidere as massas dos fios.

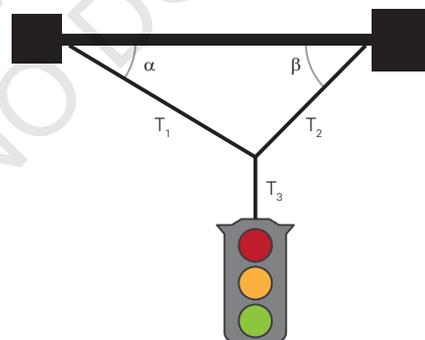
Aceleração da gravidade $g = 10$ m/s².

- a) 1,2; 1,0; 0,7 c) 0,7; 0,3; 0,2 e) 0,2; 0,3; 0,7
 b) 1,2; 0,5; 0,2 d) 0,2; 0,5; 1,2

16. UEMA

O *shopping* São Luís passou por um processo de expansão, com um investimento da ordem de 100 milhões de reais. A obra foi entregue ao público em abril de 2014. Na parte interna do *shopping*, para controle do trânsito, foi instalado um semáforo que pesa 80 N, conforme figura a seguir.

Revista Fecomércio. 60 anos o Estado do Maranhão. São Luís: Fecomércio, 2013. Adaptado.



Considere a figura para responder às perguntas.

- a) Para o caso em que $\alpha = 30^\circ$ e $\beta = 60^\circ$, determine as tensões sofridas pelos cabos 1, 2 e 3, sendo $\sin 30^\circ = 1/2$, $\sin 60^\circ = (\sqrt{3})/2$, $\cos 30^\circ = (\sqrt{3})/2$ e $\cos 60^\circ = 1/2$.

- b) Calcule em qual situação as tensões nos cabos 1 e 2 podem ser iguais.

Dados:

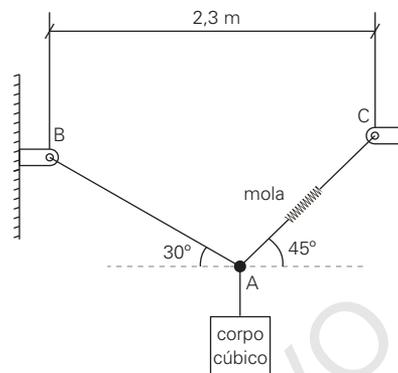
Aceleração da gravidade: 10 m/s^2 .

Densidade do mercúrio: $13,6 \text{ g/cm}^3$.

Pressão atmosférica: $1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

Constante eletrostática: $k_0 = 1/4\pi\epsilon_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

17. IME-SP



A figura anterior mostra um corpo cúbico de 50 cm de aresta suspenso por dois cabos AB e AC em equilíbrio. Sabe-se que o peso específico volumétrico do material do corpo cúbico, a rigidez da mola do cabo AC e o comprimento do cabo AC antes da colocação do corpo cúbico são iguais a $22,4 \text{ kN/m}^3$, $10,0 \text{ kN/m}$ e $0,5 \text{ m}$. O valor do comprimento do cabo AB, em metros, após a colocação do corpo cúbico é

Adote: $\sqrt{3} = 1,73$ e $\sqrt{2} = 1,41$.

- a) 1,0 b) 1,5 c) 2,0 d) 2,5 e) 3,0

ESTUDO PARA O ENEM

18. UERJ

C5-H17

A tabela apresenta a força elástica e a deformação de três molas diferentes.

Mola	Força elástica (N)	Deformação (m)
1	400	0,50
2	300	0,30
3	600	0,80

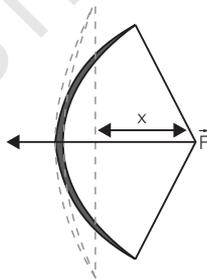
Comparando-se as constantes elásticas dessas três molas, tem-se que

- a) $K_1 > K_2 > K_3$ c) $K_2 > K_3 > K_1$
 b) $K_2 > K_1 > K_3$ d) $K_3 > K_2 > K_1$

19. UFU-MG

C5-H17

O tiro com arco é um esporte olímpico desde a realização da segunda olimpíada em Paris, no ano de 1900. O arco é um dispositivo que converte energia potencial elástica, armazenada quando a corda do arco é tensionada, em energia cinética, que é transferida para a flecha.



Num experimento, medimos a força F necessária para tensionar o arco até uma certa distância x , obtendo os seguintes valores:

F (N)	160,0	320,0	480,0
X (cm)	10	20	30

O valor e as unidades da constante elástica, k , do arco são:

- a) 16 m/N c) 35 N/m e) 54 N/m
 b) $1,6 \text{ k N/m}$ d) $\frac{5}{8} \cdot 10^{-2} \text{ m/N}$

20. UNESP

C6-H20

Um lustre está pendurado no teto de uma sala por meio de dois fios inextensíveis, de mesmo comprimento e de massas desprezíveis, como mostra a figura 1, onde o ângulo que cada fio faz com a vertical é 30° . As forças de tensão nos fios têm a mesma intensidade.

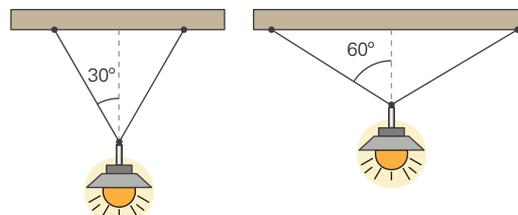


figura 1

figura 2

Considerando $\cos 30^\circ \cong 0,87$, se a posição do lustre for modificada e os fios forem presos ao teto mais distantes um do outro, de forma que o ângulo que cada um faz com a vertical passe a ser o dobro do original, como mostra a figura 2, a tensão em cada fio será igual a

- a) 0,50 do valor original. d) 2,00 do valor original.
 b) 1,74 do valor original. e) 3,46 do valor original.
 c) 0,86 do valor original.

13

SISTEMA DE BLOCOS, ROLDANAS, PLANO INCLINADO E ELEVADORES

SISTEMA DE BLOCOS

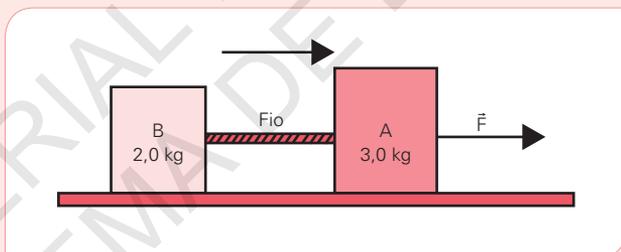
O estudo de sistema de blocos será iniciado pela análise de sistemas em movimento retilíneo, com superfícies horizontais, planas e sem forças dissipativas atuantes e também com a análise de blocos suspensos em movimento vertical.

O método de análise desses sistemas consiste, basicamente, de três procedimentos:

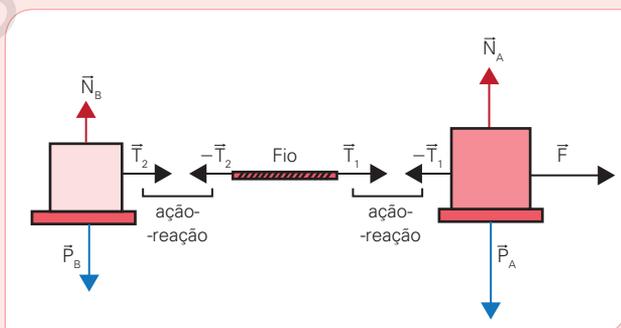
- I. Indicam-se todas as forças atuantes em um bloco, lembrando que forças trocadas internamente entre dois blocos do sistema constituem um par ação-reação, ou seja, têm as mesmas intensidades e sentidos opostos.
- II. Nos movimentos em planos horizontais, as forças verticais se equilibram (se anulam). Assim, havendo resultante de forças no sistema, esta será horizontal e, conseqüentemente, os corpos serão acelerados na mesma direção da força resultante, no caso, horizontal.
- III. Caso a resultante das forças sobre o sistema seja nula, o corpo em estudo poderá estar em equilíbrio estático (parado) ou equilíbrio dinâmico (em MRU); se a resultante das forças for diferente de zero, o bloco apresentará movimento com velocidade variável. Neste caso, aplicando o princípio fundamental da dinâmica, pode-se determinar a sua aceleração.

Blocos tracionados em superfície horizontal

Nesta primeira análise, vamos supor dois blocos, **A** e **B**, de massas m_A e m_B , respectivamente, apoiados numa superfície horizontal isenta de atritos. Para que não haja influência no sistema, o fio que liga A e B é suposto ideal, ou seja, é inextensível e possui massa desprezível. Sendo o sistema puxado por uma força horizontal de módulo F , qual é a aceleração de cada bloco e a tração no fio que os une?



A figura a seguir ilustra as forças atuantes em cada bloco e no fio, bem como os pares ação-reação.



- Sistemas de blocos
- Roldanas
- Plano Inclinado
- A física dos elevadores

HABILIDADES

- Identificar e descrever as diferentes forças atuando em sistemas de blocos, polias e plano inclinado.
- Calcular a resultante das forças e aplicar as leis de Newton em sistemas de blocos, polias e plano inclinado.

Podemos escrever a segunda lei de Newton para o fio ideal, porém, como sua massa é nula, temos:

$$F_{R(\text{fio})} = T_1 - T_2 = m_{\text{fio}} \cdot a = 0 \therefore T_1 = T_2 = T$$

Como o sistema está em equilíbrio vertical, escrevemos o princípio fundamental da dinâmica (PFD) para cada corpo, considerando apenas as forças horizontais que atuam nos blocos.

$$\text{Bloco A: } F_{RA} = F - T_1 = m_A \cdot a \rightarrow F - T = m_A \cdot a \quad (\text{Eq. 1})$$

$$\text{Bloco B: } F_{RB} = T_2 = m_B \cdot a \rightarrow T = m_B \cdot a \quad (\text{Eq. 2})$$

Somando Eq. 1 com Eq. 2, temos:

$$F = m_A \cdot a + m_B \cdot a \rightarrow F = (m_A + m_B) \cdot a$$

Assim, obtemos a aceleração:

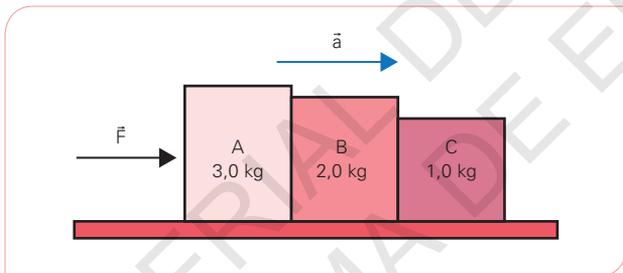
$$a = \frac{F}{(m_A + m_B)} \quad (\text{Eq. 3})$$

Conhecido o valor da aceleração, substituímos Eq. 3 em Eq. 2, para obtermos o valor da tração T , que é igual às trações T_1 e T_2 .

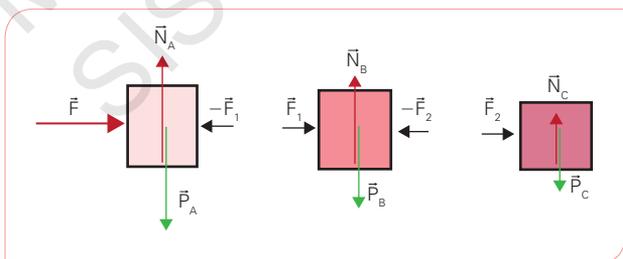
$$T = m_B \cdot a \rightarrow T = m_B \cdot \frac{F}{(m_A + m_B)}$$

Blocos empurrados em superfície horizontal

Agora, vamos supor um sistema formado por três blocos, **A**, **B** e **C**, inicialmente em repouso, de massas respectivamente iguais a m_A , m_B e m_C , encostados entre si e apoiados em uma superfície horizontal. Nesse módulo estamos desconsiderando eventuais forças resistivas, como o atrito entre as superfícies e os blocos, por exemplo. Caso o conjunto seja empurrado por meio de uma força horizontal F , conforme figura, qual é a aceleração de cada bloco e a intensidade da força de contato entre eles?



Inicialmente, separamos os corpos e assinalamos as forças atuantes em cada bloco, conforme figura a seguir.



Em cada bloco, há equilíbrio das forças na vertical ($N = P$). Assim, o sistema será acelerado apenas na direção horizontal, podendo-se aplicar o princípio fundamental da dinâmica para cada bloco:

$$\text{Bloco A: } F_{RA} = F - F_1 = m_A \cdot a \quad (\text{Eq. 1})$$

$$\text{Bloco B: } F_{RB} = F_1 - F_2 = m_B \cdot a \quad (\text{Eq. 2})$$

$$\text{Bloco C: } F_{RC} = F_2 = m_C \cdot a \quad (\text{Eq. 3})$$

Somando Eq. 1, Eq. 2 e Eq. 3, obtemos:

$$F = m_A \cdot a + m_B \cdot a + m_C \cdot a$$

$$F = (m_A + m_B + m_C) \cdot a$$

Assim, obtemos o valor da aceleração:

$$a = \frac{F}{m_A + m_B + m_C}$$

Para encontrarmos as intensidades das forças de contato entre os blocos, deveremos substituir o valor da aceleração em Eq. 3 e Eq. 1.

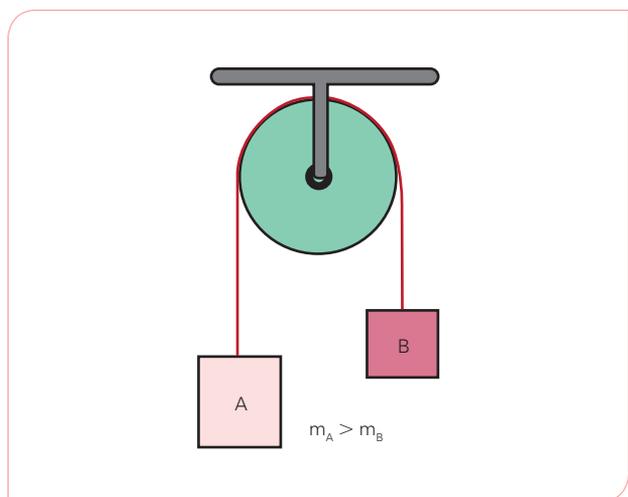
$$(\text{Eq. 3}) F_2 = m_C \cdot a \therefore F_2 = m_C \cdot \frac{F}{m_A + m_B + m_C}$$

$$(\text{Eq. 1}) F - F_1 = m_A \cdot a \rightarrow F_1 = F - m_A \cdot a \therefore$$

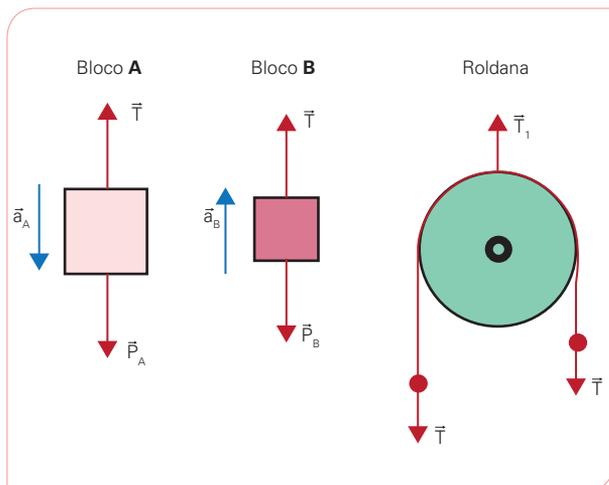
$$\therefore F_1 = F - m_A \cdot \frac{F}{m_A + m_B + m_C}$$

Blocos em plano vertical – Máquina de Atwood

O físico inglês George Atwood (1745-1807) criou, para o estudo de corpos em queda, o sistema com blocos e roldanas, como o representado na figura.



Supondo que a roldana seja ideal, ou seja, sua massa e os atritos atuantes são desprezíveis, o esquema de forças atuando no sistema está representado a seguir:



Como o peso do bloco A é maior que o peso do bloco B, o bloco A desce e o bloco B sobe, ambos com movimento retilíneo uniformemente acelerado, tal que $a_A = a_B = a$.

Adotando que as forças que estiverem no sentido horário são positivas, podemos escrever as equações dos blocos A e B.

$$\text{Bloco A: } F_{RA} = P_A - T = m_A \cdot a \quad (\text{Eq. 1})$$

$$\text{Bloco B: } F_{RB} = T - P_B = m_B \cdot a \quad (\text{Eq. 2})$$

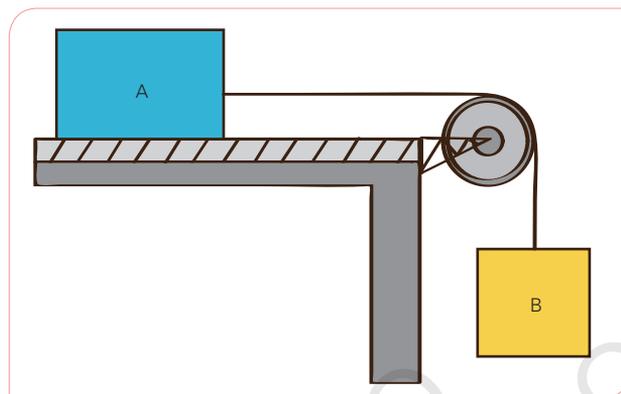
$$a = \frac{P_A - P_B}{m_A + m_B}$$

Já a intensidade da tração no fio que une os blocos é dada por:

$$T = m_A \cdot (g - a) \text{ ou } T = m_B \cdot (g + a)$$

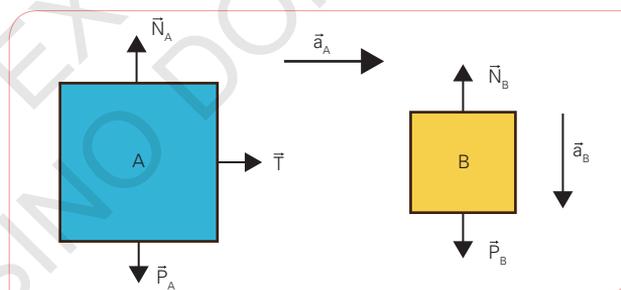
Sistema de blocos horizontais e verticais

Assim como nos sistemas anteriores, vamos desconsiderar as forças resistivas. O bloco A de massa m_A está apoiado em uma superfície horizontal perfeitamente lisa e ligado por um fio inextensível, de massa desprezível, a um bloco B de massa m_B , que se encontra pendurado.



Como o sistema não possui forças resistivas, qualquer valor de massa para o bloco B será suficiente para que o sistema possua uma força resultante diferente de zero e, conseqüentemente, passe a se mover com velocidade variável. Logo, tanto o bloco A como o bloco B terão a mesma aceleração.

Como nos sistemas anteriores, separamos os blocos, indicamos as forças e escrevemos o PFD para cada corpo.



Adotando que o sentido horário seja positivo, escrevemos as equações:

$$\text{Bloco A: } F_{RA} = T = m_A \cdot a \quad (\text{Eq. 1})$$

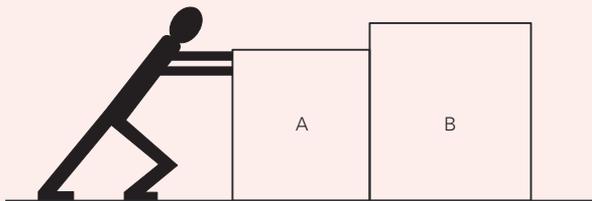
$$\text{Bloco B: } F_{RB} = P_B - T = m_B \cdot a \quad (\text{Eq. 2})$$

Somando as duas equações, obtemos a aceleração:

$$P_B - m_A \cdot a + m_B \cdot a \rightarrow a = \frac{P_B}{(m_A + m_B)}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Cefet-MG – Um trabalhador empurra um conjunto formado por dois blocos A e B de massas 4 kg e 6 kg, respectivamente, exercendo sobre o primeiro uma força horizontal de 50 N, como representado na figura a seguir.



Admitindo-se que não exista atrito entre os blocos e a superfície, o valor da força que A exerce em B, em newtons, é:

- a) 50
- b) 30**
- c) 20
- d) 10

Resolução

Devido à aplicação da força F , o conjunto adquire uma aceleração a , determinada pelo princípio fundamental da dinâmica.

$$F_R = m \cdot a$$

$$m = m_A + m_B$$

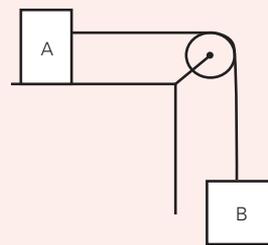
$$F = (m_A + m_B) \cdot a$$

$$50 = (4 + 6) \cdot a \rightarrow 50 = 10 \cdot a \rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2$$

Considerando o corpo B, temos:

$$F_{AB} = m_B \cdot a$$

$$F_{AB} = 6 \cdot 5 \therefore F_{AB} = 30 \text{ N}$$

2. PUC-MG

Sobre a aceleração do bloco B, pode-se afirmar que ela será de:

- a) 10 m/s² para baixo.
- b) 4,0 m/s² para cima.
- c) 4,0 m/s² para baixo.
- d) 2,0 m/s² para baixo.**

Resolução

Dados:

$$m_A = 80 \text{ kg}$$

$$m_B = 20 \text{ kg}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Bloco A: } T = m_A \cdot a \text{ (Eq. 1)}$$

$$\text{Bloco B: } P_B - T = m_B \cdot a \text{ (Eq. 2)}$$

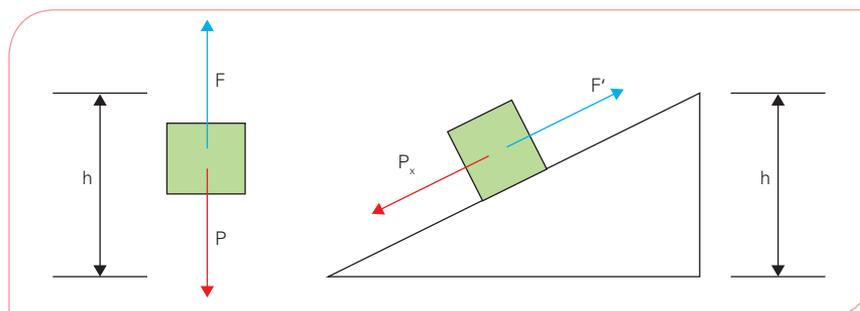
Somando as duas equações, obtemos a aceleração:

$$P_B = m_A \cdot a + m_B \cdot a \rightarrow a = \frac{P_B}{(m_A + m_B)} = \frac{200}{(80 + 20)} = \frac{200}{100} \therefore$$

$$\therefore a = 2 \text{ m/s}^2$$

PLANO INCLINADO

O plano inclinado é uma máquina simples que ajuda o indivíduo a aplicar uma menor força no deslocamento vertical de objetos. Quando se pretende suspender um objeto de uma altura h , deve-se aplicar uma força vertical a ele para vencer o seu peso. Já no plano inclinado, a força a ser aplicada é paralela ao plano e, com isso, deve-se vencer apenas uma componente da força peso: a componente tangencial P_x , como podemos observar na figura a seguir.

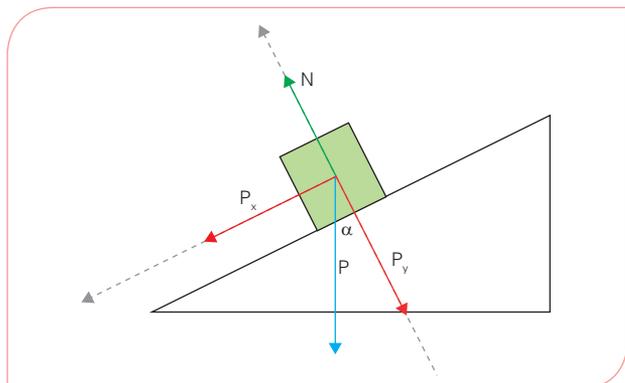


Considere um bloco de massa m apoiado no plano inclinado de ângulo α em relação à horizontal, de modo que ele possa deslizar em movimento acelerado, livre de forças resistivas.

A figura ilustra as forças que atuam no bloco: peso (\vec{P}) e força normal (\vec{N}).

Considerando um plano cartesiano (x, y) , de modo que um dos eixos seja paralelo ao plano inclinado (eixo x) e o outro perpendicular (eixo y), pode-se decompor a força peso nos dois eixos, P_x e P_y :

- Eixo y (sistema em equilíbrio)



$$P_y = P \cdot \cos \alpha \quad N = P_y$$

$$N = P \cdot \cos \alpha$$

- Eixo x

P_x corresponde à componente tangencial do peso.

$$P_x = P \cdot \sin \alpha$$

Não havendo atrito entre o bloco e o plano inclinado nem a atuação de uma força externa, o movimento de um corpo no plano será devido à atuação da componente tangencial da força (P_x). Para obtermos o valor da aceleração a do corpo, utilizamos o princípio fundamental da dinâmica:

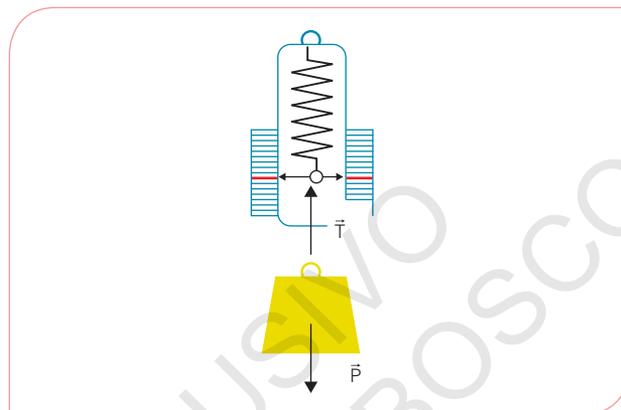
$$F_R = m \cdot a$$

$$P_x = m \cdot a \rightarrow P \cdot \sin \alpha = m \cdot a \rightarrow mg \cdot \sin \alpha = m \cdot a \therefore a = g \cdot \sin \alpha$$

ELEVADOR

O elevador é um meio de transporte utilizado para mover pessoas ou objetos verticalmente. Devido ao seu movimento vertical, é um bom dispositivo para o estudo da resultante das forças em situações em que não há equilíbrio.

Para entendermos como se comportam as intensidades das forças que atuam em um corpo dentro de um sistema acelerado ou retardado (elevador), vamos supor um corpo de peso P , suspenso por um dinamômetro que lhe aplica uma força de tração T , conforme figura a seguir.



A força de tração (T) indicada pelo dinamômetro pode ter intensidade maior, menor ou igual à intensidade do peso (P) do corpo, conforme situações a seguir:

- Com o elevador em repouso ou em movimento uniforme (subindo ou descendo), temos:

$$a = 0 \rightarrow T - P = m \cdot a \rightarrow T - P = 0 \therefore T = P$$

Logo, a força de tração (T) tem a mesma intensidade do peso (P).

- Com o elevador subindo acelerado ou descendo freando, temos que a aceleração do corpo possui sentido contrário ao da aceleração da gravidade, logo podemos adotar que $a > 0$ e $g < 0$.

$$A > 0 \rightarrow T - P = m \cdot a \therefore T = P + m \cdot a$$

Logo, a intensidade da força de tração (T) é maior que a intensidade do peso (P) do corpo.

- Com o elevador subindo freando ou descendo acelerado, temos que a aceleração do corpo possui o mesmo sentido ao da aceleração da gravidade, logo podemos adotar que $a < 0$ e $g < 0$.

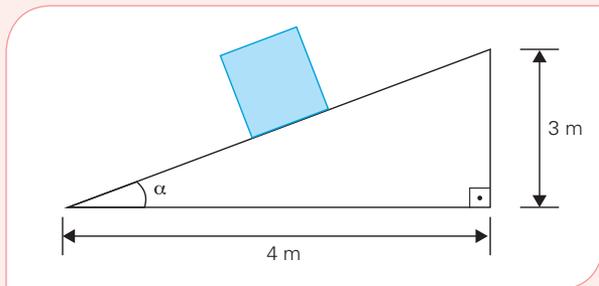
$$a < 0 \rightarrow T - P = m \cdot (-a) \therefore T = P - m \cdot a$$

Logo, a intensidade da força de tração (T) é menor que a intensidade do peso (P) do corpo.

Observação: A leitura dos dinamômetros (intensidade da força de tração ou da força normal, quando o corpo estiver em contato com o solo) denomina-se **peso aparente** do corpo que se encontra suspenso ou apoiado.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. Sistema Dom Bosco – Um bloco de peso 10 N é abandonado em repouso sobre o plano inclinado, de acordo com a figura.

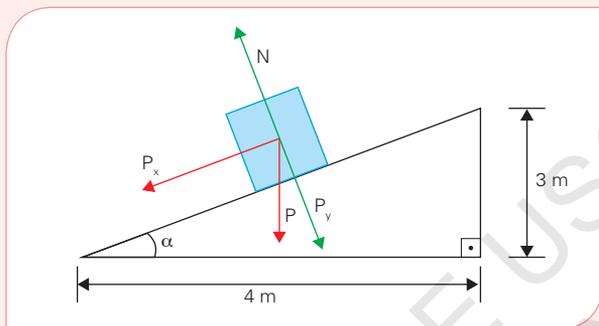


Desprezando-se os atritos, determine:

- a intensidade da força normal de contato;
- a intensidade da força tangencial P_x ;
- a aceleração adquirida pelo bloco.

Resolução

a) Pelo diagrama do corpo livre, indicamos as forças que atuam no bloco.



Primeiro, encontramos os valores de $\sin \alpha$ e $\cos \alpha$:

$$\text{hip}^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \therefore \text{hip} = 5 \text{ m}$$

$$\sin \alpha = \frac{\text{co}}{\text{hip}} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{ca}}{\text{hip}} = \frac{4}{5} = 0,8$$

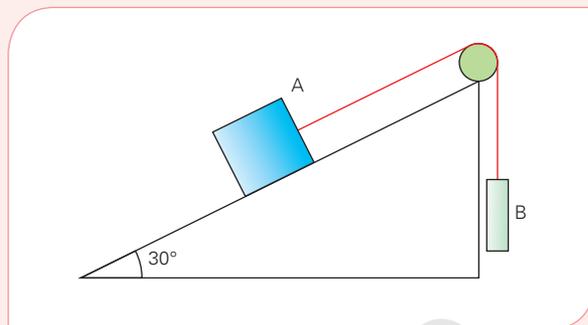
$$N = P_y = P \cdot \cos \alpha$$

$$P_y = 10 \cdot 0,8 = 8 \therefore P_y = 8 \text{ N}$$

$$\text{b) } P_x = P \cdot \sin \alpha = 10 \cdot 0,6 = 6 \therefore P_x = 6 \text{ N}$$

$$\text{c) } a = g \cdot \sin \alpha = 10 \cdot 0,6 = 6 \therefore a = 6 \text{ m/s}^2$$

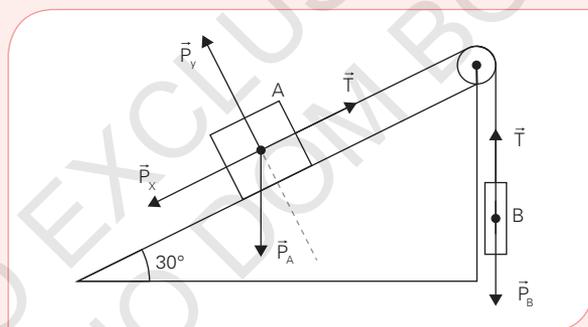
4. Sistema Dom Bosco – O sistema montado na figura é formado por dois blocos **A** e **B** de massas respectivamente iguais a 8 kg e 12 kg. Os blocos são ligados por uma corda inextensível de massa desprezível, e a roldana é ideal. Sendo desconsiderado qualquer atrito no sistema bloco A e plano inclinado e sabendo que $\sin 30^\circ = 0,5$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:



- aceleração do sistema;
- a intensidade de tração na corda.

Resolução

a) Indicando as forças nos blocos, temos:



Partindo do diagrama de forças, podemos escrever:

Para o corpo B:

$$P_B = m_B \cdot a = 12 \cdot 10 = 120 \text{ N}$$

Para o corpo A, na direção do movimento, temos que:

$$P_x = P_A \cdot \sin \alpha = m_A \cdot g \cdot \sin \alpha = 8 \cdot 10 \cdot 0,5 = 40 \text{ N}$$

Como $P_B > P_x$, o sistema irá se mover no sentido horário. Com isso escrevemos as equações de movimento para cada corpo:

$$\text{Corpo A: } T - P_x = m_A \cdot a \text{ (Eq. 1)}$$

$$\text{Corpo B: } P_B - T = m_B \cdot a \text{ (Eq. 2)}$$

Somando as duas equações, obtemos:

$$P_B - P_x = (m_A + m_B) \cdot a$$

$$a = \frac{P_B - P_x}{(m_A + m_B)} = \frac{120 - 40}{(12 + 8)} = \frac{80}{20} = 4 \therefore a = 4 \text{ m/s}^2$$

b) Para calcular a intensidade de tração no fio, podemos substituir o valor da aceleração em Eq. 1, obtendo:

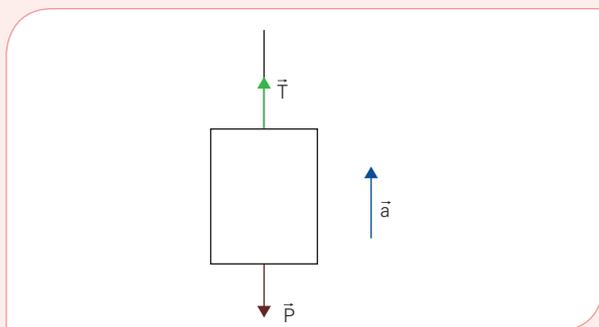
$$T - P_x = m_A \cdot a \rightarrow T = m_A \cdot a + P_x = 8 \cdot 4 + 40 = 72 \therefore T = 72 \text{ N}$$

5. **Sistema Dom Bosco** – Um elevador possui massa de 1 000 kg. Considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 , a tração no cabo do elevador, quando ele sobe vazio, com uma aceleração de 2 m/s^2 , é de:

- a) 9 500 N
- b) 10 000 N
- c) 11 500 N
- d) 12 000 N
- e) 13 000 N

Pelo diagrama de forças, temos:

Resolução



Como o elevador sobe acelerado, pode-se adotar o sentido vertical para cima como positivo e, com isso, escrever o princípio fundamental da dinâmica para o elevador.

$$m = 1\,000 \text{ kg}$$

$$P = m \cdot g = 1\,000 \cdot 10 = 10\,000 \text{ N}$$

$$a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$T - P = m \cdot a \rightarrow T = P + m \cdot a = 10\,000 + 1\,000 \cdot 2 = 12\,000 \therefore T = 12\,000 \text{ N}$$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

SISTEMAS COM BLOCOS

- Indicam-se todas as forças atuantes em cada _____ **bloco** separadamente.
- Aplica-se o _____ **PFD** para cada bloco.
- Resolvem-se as equações do sistema.
- Se houver resultante de forças diferente de zero, há aceleração no mesmo sentido da _____ **força resultante**.
- Se a resultante das forças for nula, o objeto sistema está _____ **parado** ou em _____ **MRU**.

Blocos tracionados
em superfície
horizontal

Blocos empurrados
em superfície
horizontal

Blocos em plano
vertical (Máquina de
Atwood)

Sistema de blocos
horizontais e verticais

ROTEIRO DE AULA

Aplicações das leis de Newton

Plano inclinado

Peso tangencial

$$P_x = \underline{\hspace{2cm}} \quad P \cdot \sin \alpha$$

Força normal

$$N = P_y = P \underline{\hspace{2cm}} \quad \cos \alpha$$

Com o elevador em repouso
 ou em movimento
uniforme (subindo ou
 descendo)
 $T = P$

Elevadores

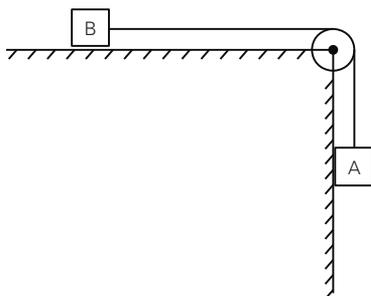
Com o elevador subindo
acelerado ou descendo
 freando $T > P$

Com o elevador subindo
freando ou descendo
 acelerado $T < P$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
 SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Cefet-MG (adaptado) – Na figura, os blocos A e B, com massas iguais a 5 kg e 20 kg, respectivamente, são ligados por meio de um cordão inextensível.

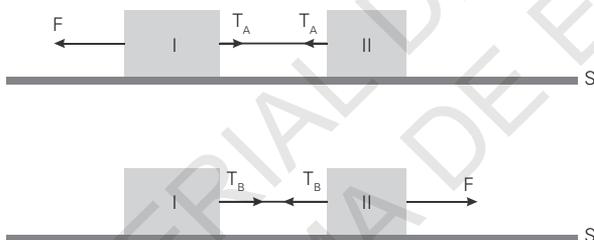


Desprezando-se as massas do cordão e da roldana e qualquer tipo de atrito, qual é a aceleração do bloco A, em m/s^2 ?

Podemos aplicar a segunda lei de Newton para os blocos, obtendo:

$$P_A = (m_A + m_B) \cdot a \rightarrow a = \frac{P_A}{(m_A + m_B)} \rightarrow a = \frac{50}{(5 + 20)} = \frac{50}{25} \therefore a = 2 \text{ m/s}^2$$

2. UERJ – Em um experimento, os blocos I e II, de massas iguais a 10 kg e a 6 kg, respectivamente, estão interligados por um fio ideal. Em um primeiro momento, uma força de intensidade F igual a 64 N é aplicada no bloco I, gerando no fio uma tração T_A . Em seguida, uma força de mesma intensidade F é aplicada no bloco II, produzindo a tração T_B . Observe os esquemas:



Desconsiderando os atritos entre os blocos e a superfície S, a razão entre as trações $\frac{T_A}{T_B}$ corresponde a:

- a) $\frac{9}{10}$ c) $\frac{3}{5}$
 b) $\frac{4}{7}$ d) $\frac{8}{13}$

O módulo da aceleração (a) é o mesmo em ambos os casos. Utilizando o princípio fundamental da dinâmica em ambas, temos:

$$T_A = m_{II} \cdot a \text{ e } T_B = m_I \cdot a$$

Comparando as duas trações por meio de uma razão, obtemos:

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{m_{II} \cdot a}{m_I \cdot a} = \frac{m_{II}}{m_I} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \therefore \frac{T_A}{T_B} = \frac{3}{5}$$

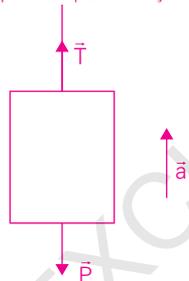
3. PUC-MG – (adaptado)

C6-H20

Um fabricante de elevadores estabelece, por questões de segurança, que a força aplicada nos cabos de aço que sustentam seus elevadores não pode ser superior a $1,2 \cdot 10^4 \text{ N}$. Considere um desses elevadores com uma massa total de $1,0 \cdot 10^3 \text{ kg}$ (massa do elevador com os passageiros) e admita $g = 10 \text{ m/s}^2$. Nessas condições, a aceleração máxima do elevador na subida não pode ser superior a:

- a) $1,2 \text{ m/s}^2$ c) $5,0 \text{ m/s}^2$ e) $10,2 \text{ m/s}^2$
 b) $2,0 \text{ m/s}^2$ d) $9,8 \text{ m/s}^2$

Usando o diagrama de corpo livre para o elevador, obtemos a expressão para a força resultante:



$$F_R = m \cdot a$$

$$T - P = m \cdot a$$

$$a = \frac{T - P}{m} = \frac{T - mg}{m}$$

Para a tração máxima, temos a aceleração máxima:

$$a_{\text{máx}} = \frac{T_{\text{máx}} - P}{m}, \text{ cujo módulo é dado por:}$$

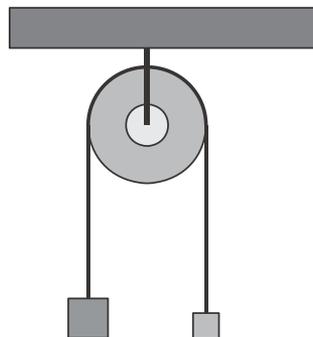
$$a_{\text{máx}} = \frac{1,2 \cdot 10^4 - 1,0 \cdot 10^4}{10 \cdot 10^3}$$

$$\therefore a_{\text{máx}} = 2,0 \text{ m/s}^2$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

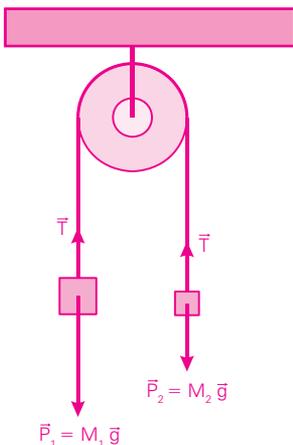
4. PUC-SP (adaptado) – Em uma máquina de Atwood ideal são presas duas massas, tais que $M_1 > M_2$. Inicialmente, as massas estão em repouso e niveladas. Após o abandono simultâneo das massas, verifica-se que elas percorreram 5 m em 2 s, alcançando uma velocidade de 5,0 m/s. Sabendo que o módulo da aceleração da gravidade é de 10 m/s^2 , determine, em kg, os valores de cada uma das massas.



Da equação da velocidade em função do tempo, obtenemos a aceleração:

$$v = v_0 + at \rightarrow a = \frac{5}{2} = 2,5 \therefore a = 2,5 \text{ m/s}^2$$

Do diagrama de corpo livre para uma máquina de Atwood ideal (corda inextensível e massas da polia e da corda desprezíveis), temos a expressão para a força resultante do sistema:



Para a condição de idealidade do sistema, temos que as trações nas cordas são iguais e a expressão da força resultante é:

$$P_1 - P_2 = (M_1 + M_2) \cdot a \rightarrow (M_1 - M_2) \cdot g = (M_1 + M_2) \cdot a$$

Tomando em módulo e substituindo as acelerações, temos:

$$(M_1 - M_2) \cdot 10 = (M_1 + M_2) \cdot 2,5 \rightarrow 4M_1 + 4M_2 = M_1 + M_2 \therefore M_1 = \frac{5}{3} M_2$$

Logo,

$$M_1 = 5 \text{ kg}$$

$$M_2 = 3 \text{ kg}$$

5. Espcex-SP/Aman-RJ – Um elevador possui massa de 1500 kg. Considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s², a tração no cabo do elevador, quando ele sobe vazio, com uma aceleração de 3 m/s², é de:

- a) 4500 N **d) 17000 N**
b) 6000 N **e) 19500 N**
c) 15500 N

De acordo com a segunda lei de Newton, podemos escrever:

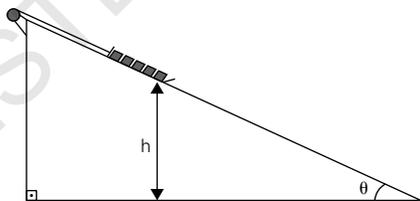
$$F_R = m \cdot a$$

$$T - P = m \cdot a$$

$$T - 15000 = 15000 \cdot 3$$

$$T = 19500 \text{ N}$$

6. UFG-GO – Para se levarem caixas contendo mercadorias ao topo de uma montanha em uma estação de esqui, usa-se um trenó para subir uma rampa cuja inclinação é $\theta = 30^\circ$. O trenó é puxado por um motor e sobe com uma velocidade constante de 7,5 m/s.



Dado:

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

Em dado instante do transporte de mercadorias, a última caixa se desprende, estando à altura $h = 5 \text{ m}$. Considerando que o atrito é desprezível na rampa e que a caixa fica livre a partir do instante em que se solta,

- a) desenhe um diagrama contendo as forças que atuam sobre a caixa e determine sua aceleração;
b) calcule o tempo que a caixa levará para retornar à base da rampa.

a) Devido ao atrito ser insignificante, após o desprendimento da caixa apenas as forças peso normal atuarão na caixa, conforme ilustração abaixo.

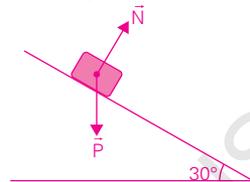
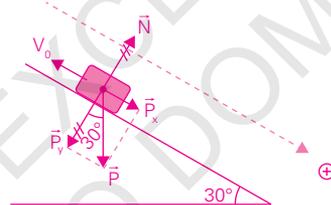


Fig. 1

b) A figura abaixo demonstra as forças que atuam na caixa e também a direção de orientação adotada para a trajetória, após a caixa ser abandonada.



Para o referencial adotado, a velocidade inicial é igual a: $v_0 = -7,5 \text{ m/s}$. Obtemos do princípio fundamental da dinâmica o valor da aceleração:

$$F_R = m \cdot a$$

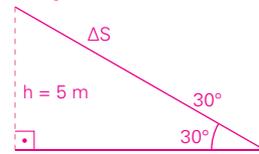
$$P_x = m \cdot a$$

$$M \cdot g \cdot \sin 30^\circ = m \cdot a$$

$$10 \cdot \frac{1}{2} = a$$

$$a = 5 \text{ m/s}^2$$

Da Fig. 3, calculamos o deslocamento escalar:



$$\sin 30^\circ = \frac{h}{\Delta S}$$

$$\Delta S = \frac{h}{\sin 30^\circ} = \frac{5}{\frac{1}{2}}$$

$$h = 10 \text{ m}$$

Tratando-se de movimento uniformemente variado, temos:

$$\Delta S = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$10 = -7,5 + \frac{5}{2} \cdot t^2$$

$$t^2 - 3t - 4 = 0$$

$$t = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-4)}}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = \frac{3 + 5}{2} \rightarrow t = 4 \\ t = \frac{3 - 5}{2} \rightarrow t = -1 \end{array} \right.$$

$$\therefore t = 4 \text{ s}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

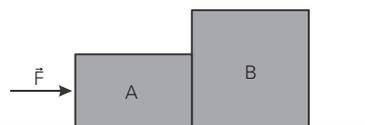
7. Sistema Dom Bosco – Um sistema é composto por três blocos, A, B e C, de massas respectivamente iguais a 1 kg, 2 kg e 3 kg, inicialmente em repouso, sob a ação de uma força resultante de 90 N de intensidade, horizontal, para a direita. Sabendo que o sistema está apoiado em uma superfície perfeitamente lisa e livre de qualquer força resistiva, pode-se afirmar que sua velocidade após 2,0 segundos é de:

- 10 m/s
- 20 m/s
- 30 m/s
- 40 m/s
- 50 m/s

8. UEPG-PR – A figura a seguir representa um conjunto sobre o qual é exercido uma força igual a 10 N. Desprezando o atrito entre os blocos e a superfície, assinale o que for correto.

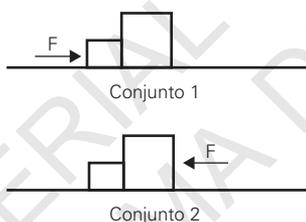
Dados:

$$g = 10 \text{ m/s}^2 \quad m_A = 2 \text{ kg} \quad m_B = 3 \text{ kg}$$



- 01) A aceleração dos corpos vale 2 m/s^2 .
- 02) A força que B exerce em A vale 6 N.
- 04) A força que A exerce em B vale 4 N.
- 08) Considerando que o conjunto partiu do repouso, a equação que fornece o deslocamento do conjunto será $\Delta x = t^2$.

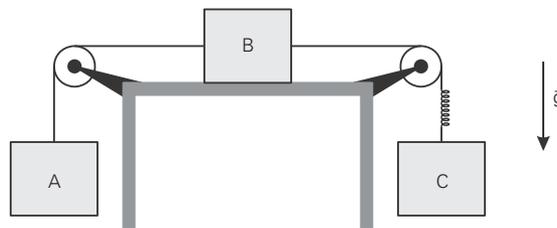
9. UFRJ (adaptado) – Analise as figuras a seguir e leia com atenção o texto.



Dois blocos de massas m e M , sendo $M = 3m$, estão em repouso e em contato um ao lado do outro, sobre uma superfície plana. Se empurrarmos um dos blocos com uma força F , paralela à superfície, o conjunto se moverá com uma dada aceleração.

Determine se faria diferença para as magnitudes da aceleração do conjunto e das forças de contato entre os blocos, se tivéssemos empurrado o outro bloco.

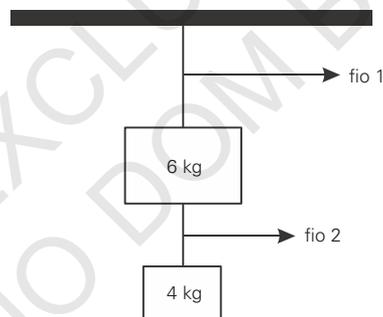
10. IFBA – Na montagem experimental abaixo, os blocos A, B e C têm massas $m_A = 2,0 \text{ kg}$, $m_B = 3,0 \text{ kg}$, e $m_C = 5,0 \text{ kg}$. Desprezam-se os atritos e a resistência da ar. Os fios e as polias são ideais. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.



No fio que liga o bloco B com o bloco C, está intercalada uma mola leve de constante elástica $3,5 \cdot 10^3 \text{ N/m}$. Com o sistema em movimento, a deformação da mola é:

- 2,0 cm
- 1,0 cm
- 1,5 cm
- 2,8 cm
- 4,2 cm

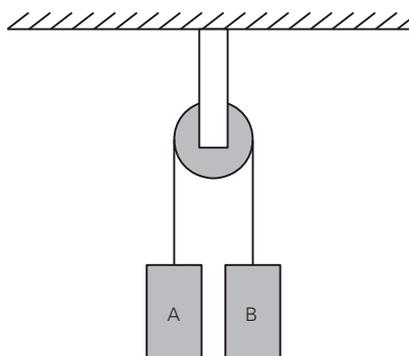
11. IFSul-RS – O sistema abaixo está em equilíbrio.



A razão $\frac{T_1}{T_2}$ entre as intensidades das trações nos fios ideais 1 e 2 vale:

- $\frac{2}{5}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{3}{2}$
- $\frac{5}{2}$

12. Cefet-MG – Dois blocos A e B, de massas $M_A = 2,0 \text{ kg}$ e $M_B = 3,0 \text{ kg}$, estão acoplados por meio de uma corda inextensível e de peso desprezível que passa por uma polia conforme figura.

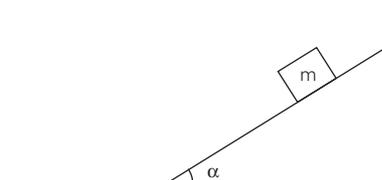


Esses blocos foram abandonados e, após se mover por 1,0 m, o bloco B encontrava-se a 3,0 m do solo quando se soltou da corda. Desprezando-se a massa da polia e quaisquer formas de atrito, o tempo necessário, em segundos, para que B chegue ao chão é igual a:

- a) 0,2
- b) 0,4
- c) 0,6
- d) 0,8

Texto para as questões 13 e 14

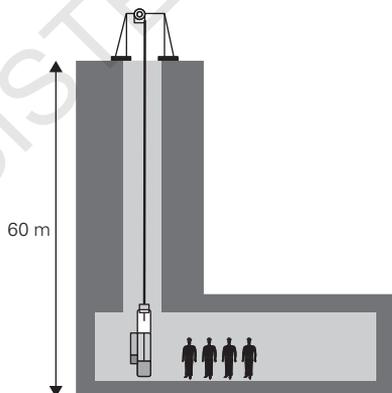
- 13. UFRGS** – Na figura a seguir, um bloco de massa m é colocado sobre um plano inclinado, sem atrito, que forma um ângulo α com a direção horizontal. Considere g o módulo da aceleração da gravidade.



Nessa situação, os módulos da força peso do bloco e da força normal sobre o bloco valem, respectivamente,

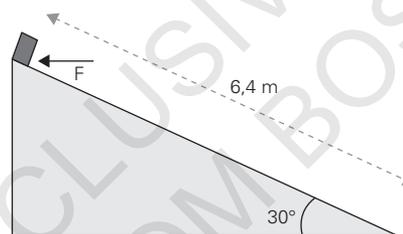
- a) $m \cdot g$ e $m \cdot g$
 - b) $m \cdot g$ e $m \cdot g \cdot \sin \alpha$
 - c) $m \cdot g$ e $m \cdot g \cdot \cos \alpha$
 - d) $m \cdot g \cdot \sin \alpha$ e $m \cdot g$
 - e) $m \cdot g \cdot \cos \alpha$ e $m \cdot g \cdot \sin \alpha$
- 14. UFRGS** – O módulo da força resultante sobre o bloco é igual a:
- a) $m \cdot g \cdot \cos \alpha$
 - b) $m \cdot g \cdot \sin \alpha$
 - c) $m \cdot g \cdot \tan \alpha$
 - d) $m \cdot g$
 - e) zero

- 15. UFTM-MG (adaptado)** – No resgate dos mineiros do Chile, em 2010, foi utilizada uma cápsula para o transporte vertical de cada um dos enclausurados na mina de 700 metros de profundidade. Considere um resgate semelhante ao feito naquele país, porém a 60 metros de profundidade, tendo a cápsula e cada resgatado um peso total de $5 \cdot 10^4$ N. O cabo que sustenta a cápsula não pode suportar uma força que exceda $7,5 \cdot 10^4$ N. Adote $g = 10$ m/s² para o local do resgate. Esse movimento tem aceleração máxima no primeiro trecho e, a seguir, movimento retardado, com o motor desligado, até o final de cada ascensão.



Qual deve ter sido o menor tempo para cada ascensão do elevador?

- 16. PUC-RJ** – Um bloco de gelo se encontra em repouso no alto de uma rampa sem atrito, sendo sustentado por uma força horizontal F de módulo 11,6 N, como mostrado na figura.



Dados:

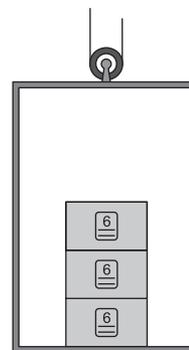
$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$\sin 30^\circ = 0,50$$

$$\cos 30^\circ = 0,87$$

- a) Calcule a massa do bloco de gelo.
 - b) Considere agora que a força F deixe de atuar. Calcule a velocidade com que o bloco chegaria à base da rampa, após percorrer os 6,4 m de sua extensão.
- 17. UNESP** – Algumas embalagens trazem, impressas em sua superfície externa, informações sobre a quantidade máxima de caixas iguais a ela que podem ser empilhadas, sem que haja risco de danificar a embalagem ou os produtos contidos na primeira caixa da pilha, de baixo para cima.

Considere a situação em que três caixas iguais estejam empilhadas dentro de um elevador e que, em cada uma delas, esteja impressa uma imagem que indica que, no máximo, seis caixas iguais a ela podem ser empilhadas.



Suponha que esse elevador esteja parado no andar térreo de um edifício e que passe a descrever um movimento uniformemente acelerado para cima. Adotando $g = 10$ m/s², é correto afirmar que a maior aceleração vertical que esse elevador pode experimentar, de modo que a caixa em contato com o piso receba deste, no

máximo, a mesma força que receberia se o elevador estivesse parado e, na pilha, houvesse seis caixas, é igual a:

a) 4 m/s^2

b) 8 m/s^2

c) 10 m/s^2

d) 6 m/s^2

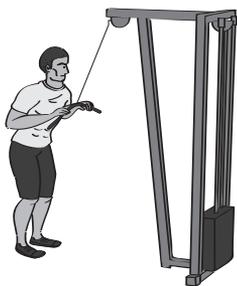
e) 2 m/s^2

ESTUDO PARA O ENEM

18. Sistema Dom Bosco

C6-H20

A prática de atividade física além de fazer bem para o corpo, faz bem para a alma. Em academias, é comum a utilização de equipamentos com polias acopladas para direcionar a força. Em um desses equipamentos, o atleta consegue trabalhar o tríceps, conforme indica a figura a seguir.



Analisando a figura, caso o atleta suspenda um conjunto de anilhas com uma massa total de 20 kg com aceleração constante para cima de 1 m/s^2 , qual é a intensidade da força que ele irá exercer momentaneamente no conjunto?

Adote: $g = 10 \text{ m/s}^2$

a) 20 N

b) 200 N

c) 22 N

d) 220 N

e) 180 N

19. IFSul-RS (adaptado)

C6-H20

Uma pessoa de massa igual a 65 kg está dentro de um elevador, inicialmente parado, que começa a descer. Durante um curto intervalo de tempo, o elevador sofre uma aceleração para baixo de módulo igual a 2 m/s^2 . Considerando-se a aceleração gravitacional no local igual a 10 m/s^2 , durante o tempo em que o elevador acelera, a força normal exercida pelo piso do elevador na pessoa é igual a:

a) 520 N

b) 650 N

c) 780 N

d) 820 N

e) zero

20. UECE (adaptado)

C6-H20

Uma criança desliza em um tobogã muito longo, com uma aceleração constante. Em um segundo momento, um adulto, com o triplo do peso da criança, desliza por esse mesmo tobogã, com aceleração também constante. Trate os corpos do adulto e da criança como massas puntiformes e despreze todos os atritos. A razão entre a aceleração do adulto e a da criança durante o deslizamento é:

a) 1

b) 2

c) $1/3$

d) 4

e) 8

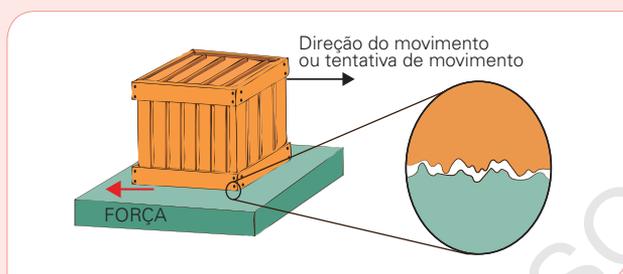
14

FORÇA DE ATRITO

Atrito

Neste módulo, vamos estudar mais uma força de contato entre corpos, a **força de atrito**. A fim de facilitar os cálculos e a interpretação dos conceitos físicos, a força de atrito foi ignorada até o momento. Agora, no entanto, vamos ter conhecimento dessa força muito presente no nosso cotidiano.

Em uma escala microscópica, até as superfícies mais lisas possuem aspereza, conforme figura.



Sendo possível a troca de forças em direção tangencial à superfície de contato, entre dois sólidos ásperos, haverá atrito entre eles. Estando esses corpos em movimento, surgirá a força de atrito cinético ou dinâmico; caso haja apenas a tendência ao movimento entre os corpos, estando eles parados, surgirá a força de atrito estático. Não havendo movimento ou tendência ao movimento, apesar de haver o atrito entre os corpos, não existirá força de atrito atuando neles.

FORÇA DE ATRITO ESTÁTICO

A força de atrito estático é uma força de contato entre os corpos que se opõem à tendência do movimento. Ela ocorre em razão das interações do corpo e da superfície de apoio, impedindo seu deslizamento. Se uma força motriz F é aplicada a um corpo e este permanece em repouso, é porque ali está atuando uma força em sentido contrário à força motora, no caso, a **força de atrito estático F_{ae}** que possui a mesma intensidade da força motriz aplicada, porém, em sentido oposto.

$$F = F_{ae} \rightarrow \text{o corpo permanece em repouso}$$

Com o aumento da intensidade de força motriz, aumenta-se também a intensidade da força de atrito estático até um limite máximo, denominada força de atrito de destaque $F_{a_{m\acute{a}x}}$, ficando o corpo na iminência do movimento. Essa força pode ser determinada pela expressão:

$$F_{a_{m\acute{a}x}} = \mu_e \cdot N$$

Na expressão, μ_e é um número adimensional que representa o **coeficiente de atrito estático**, estando associado aos tipos de superfície que estão em contato.

Por fim, caso a força motora F seja maior que a força de atrito de destaque, o

- Atrito
- Força de atrito estático
- Força de atrito dinâmico
- Força de atrito – Análise gráfica

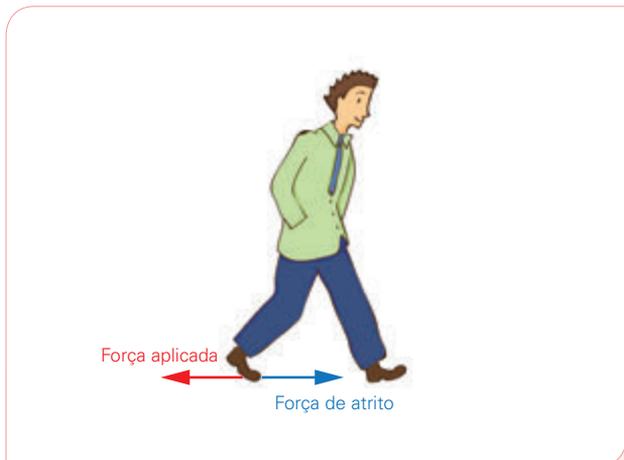
HABILIDADES

- Diferenciar atrito estático e dinâmico.
- Relacionar aceleração e força de atrito na interpretação de movimentos.
- Resolver problemas que envolvem força de atrito.
- Utilizar leis físicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da dinâmica.
- Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.
- Utilizar terminologia científica adequada para descrever situações cotidianas apresentadas de diferentes formas.
- Descrever características físicas e parâmetros de movimentos de corpo em diferentes linguagens e formas de representação.
- Relacionar propriedades físicas, químicas ou biológicas de produtos, sistemas ou procedimentos tecnológicos às finalidades a que se destinam.
- Relacionar informações para compreender manuais de instalação ou utilização de aparelhos ou sistemas tecnológicos de uso comum.

corpo adquire movimento e passa a sofrer a ação de uma força de atrito dinâmico ou cinético.

$$F > F_{a_{\text{máx}}} \rightarrow \text{o corpo adquire movimento}$$

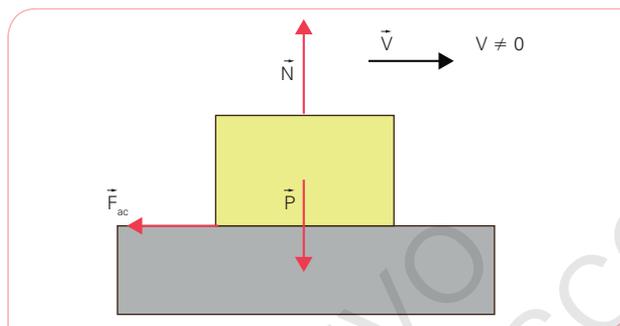
FORÇA DE ATRITO CINÉTICO OU DINÂMICO



Ao caminhar, uma pessoa empurra o chão com os pés para trás, e, em razão disso, surge uma força de atrito sobre a pessoa no sentido contrário, empurrando-a para frente, ou seja, o chão exerce força sobre a pessoa. A inexistência desse atrito faria as pessoas ficarem "patinando" ao tentarem se deslocar.

Quando um objeto é arremessado em uma superfície horizontal, recebe inicialmente um impulso e, à medida que se movimenta, vai reduzindo a sua veloci-

dade até parar. Isso ocorre em razão do atrito entre o objeto e a superfície. A força de atrito entre o objeto e a superfície, enquanto ele estiver em movimento, é denominada **força de atrito cinético ou dinâmico** F_{ac} .



A força de atrito cinético independe da velocidade do objeto e possui módulo constante, sendo sua intensidade diretamente proporcional à força de compressão N (força normal) entre o corpo e a superfície.

$$F_{ac} = \mu_c \cdot N$$

Assim como o coeficiente de atrito estático (μ_e), o coeficiente de atrito cinético (μ_c) é uma grandeza adimensional que está associada à aspereza das duas superfícies que estão em contato.

Na prática, o coeficiente de atrito cinético é menor que o coeficiente de atrito estático, ou seja, $\mu_c < \mu_e$. Desse modo, observamos que é mais fácil manter um corpo em movimento do que colocá-lo em movimento.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Unicamp-SP – O sistema de freios ABS (do alemão *Antiblockier-Bremssystem*) impede o travamento das rodas do veículo, de forma que elas não deslizem no chão, o que leva a um menor desgaste do pneu. Não havendo deslizamento, a distância percorrida pelo veículo até a parada completa é reduzida, pois a força de atrito aplicada pelo chão nas rodas é estática, e seu valor máximo é sempre maior que a força de atrito cinético. O coeficiente de atrito estático entre os pneus e a pista é $\mu_e = 0,80$, e o cinético vale $\mu_c = 0,60$.

Sendo $g = 10 \text{ m/s}^2$ e a massa do carro $m = 1200 \text{ kg}$, o módulo da força de atrito estático máxima e a força de atrito cinético são, respectivamente, iguais a:

- a) 1200 N e 12000 N c) 20000 N e 15000 N
b) 12000 N e 120 N d) 9600 N e 7200 N

Resolução

$$m = 1200 \text{ kg}$$

$$\mu_e = 0,80$$

$$\mu_c = 0,60$$

$$P = mg = 1200 \cdot 10 = 12000 \text{ N}$$

$$N = P = 12000 \text{ N}$$

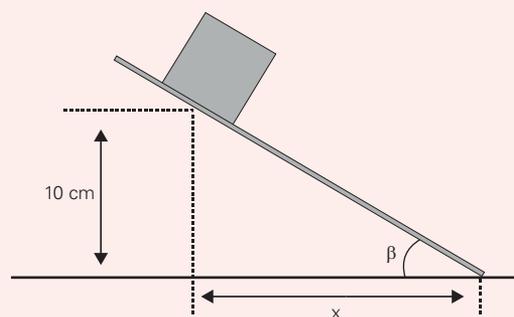
Para o cálculo da força de atrito máxima, temos:

$$F_{a_{\text{máx}}} = \mu_e \cdot N = 0,80 \cdot 12000 = 9600 \therefore F_{a_{\text{máx}}} = 9600 \text{ N}$$

Para o cálculo da força de atrito cinético, temos:

$$F_{ac} = \mu_c \cdot N = 0,60 \cdot 12000 = 7200 \therefore F_{ac} = 7200 \text{ N}$$

2. UPE – Um bloco de aço é colocado sobre uma tábua de apoio que vai se inclinando aos poucos. Quando o bloco fica na iminência de escorregar, a tábua forma com a horizontal um ângulo β , de acordo com a figura a seguir:

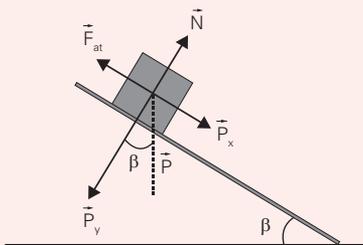


Sabendo-se que o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a tábua vale $\mu_e = 0,40$, é correto afirmar que a distância x indicada na figura, em centímetros, vale:

- a) 25 c) 12 e) 4
b) 10 d) 20

Resolução

Indicando as forças que atuam no bloco, temos:



Escrevendo as componentes do peso, obtemos:

$$P_x = P \cdot \sin \beta$$

$$P_y = P \cdot \cos \beta$$

$$P_y = N$$

O bloco está parado, porém na iminência de escorregar, logo:

$$F_{at\max} = P_x$$

$$\mu_e \cdot N = P_x$$

$$\mu_e \cdot P \cdot \cos \beta = P \cdot \sin \beta$$

$$\mu_e \cdot \cos \beta = \sin \beta$$

$$\mu_e = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \operatorname{tg} \beta \therefore \operatorname{tg} \beta = 0,4$$

Com o valor da tangente de β , conseguimos calcular o valor de x por meio das relações trigonométricas no triângulo retângulo.

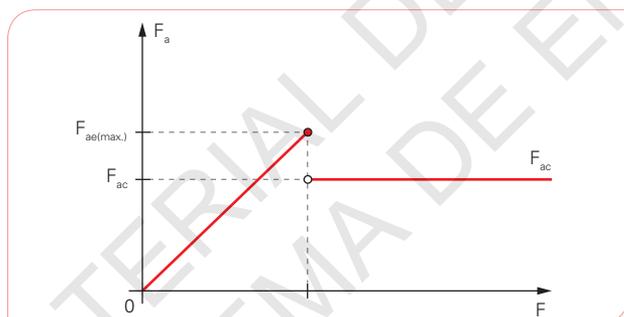
$$\operatorname{co} = h = 10 \text{ cm}$$

$$\operatorname{ca} = x$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{co}}{\operatorname{ca}} = \frac{h}{x} \rightarrow x = \frac{h}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{10}{0,4} = 25 \therefore x = 25 \text{ cm}$$

Força de atrito - Análise gráfica

Vimos no módulo anterior que a força de atrito estática é uma força de valor variável que depende da intensidade de força motriz aplicada ao corpo em análise, até que um valor máximo seja atingido e a força de atrito passa a ser cinética ou dinâmica, tendo valor constante e de intensidade menor que a máxima força de atrito estático. Podemos reunir essas informações na forma de um gráfico de força de atrito em função da força aplicada a um dos corpos:



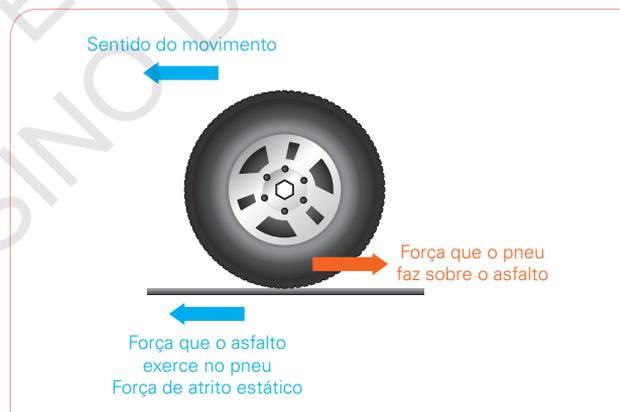
Por meio do gráfico, notamos que:

- Enquanto o módulo da força de atrito não atinge o valor máximo, ele será igual ao módulo da força F .
- A partir do instante em que o corpo entra em movimento, a força de atrito passa a ser cinética e seu módulo permanece constante.

Atrito e tração nas rodas de um veículo

Quando um veículo se desloca sem deslizar, o atrito entre o pneu e o solo é estático, pois não há deslocamento do centro de massa do pneu em relação a um

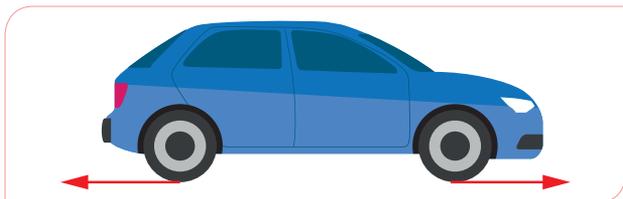
ponto fixo no solo. Já quando o automóvel derrapa, entre o pneu e o solo passa a existir o atrito cinético, sendo este de menor intensidade que o anterior.



Um veículo automotor costuma ter tração dianteira, tração traseira ou tração nas quatro rodas. A tração está relacionada com a proximidade do motor ao eixo de rotação que irá gerar o torque adequado para que os pneus de um veículo se movimentem.

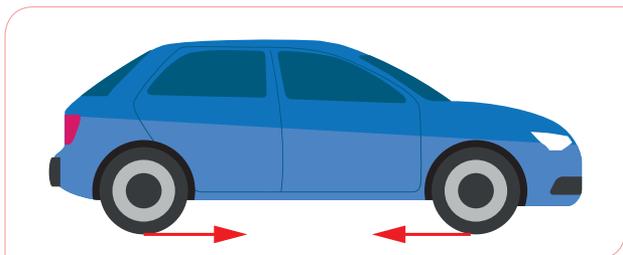
TRAÇÃO DIANTEIRA

Os pneus de um veículo de tração dianteira aplicam força ao solo no sentido contrário ao sentido do movimento que se deseja obter. Pelo princípio da ação e reação, o solo devolve uma força de sentido oposto ao veículo. Logo, as rodas dianteiras sofrem força de atrito no mesmo sentido do deslocamento do automóvel. Já as rodas traseiras são apenas arrastadas pelo veículo e aplicam força ao solo no sentido do movimento do veículo. Logo, a força de atrito que sofrem possui sentido contrário ao do movimento (ilustrado pelas setas no pneu do carro).



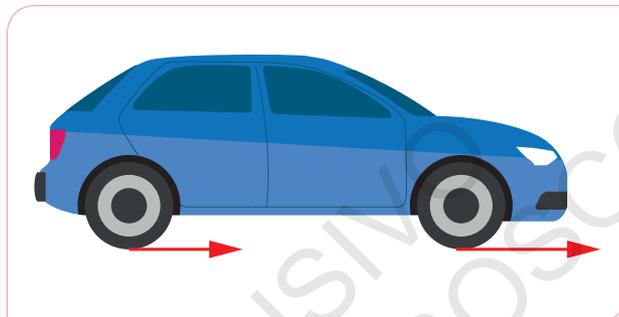
TRAÇÃO TRASEIRA

As forças de atrito que atuam nas rodas dos veículos de tração traseira possuem o mesmo caráter das forças estudadas no veículo de tração dianteira, porém os pneus que aplicam a força no solo são os traseiros, e, por causa disso, as forças de atrito possuem sentidos inversos ao exemplo anterior, conforme observamos na figura (ilustrado pelas setas no pneu do carro).



TRAÇÃO NAS QUATRO RODAS

Veículos com tração nas quatro rodas possuem eixos que aplicam força aos dois eixos de rotação dos pneus, traseiro e dianteiro. Por causa disso, a força de atrito que o solo exerce nos pneus está no mesmo sentido de seu deslocamento (ilustrado pelas setas no pneu do carro).



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

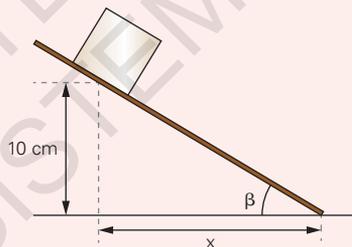
3. FCM-PB – Um carro de corrida consegue fazer uma curva de raio 100 metros, sem derrapagem, a uma velocidade de 180 km/h. Qual é o coeficiente de atrito estático entre os pneus do carro e o asfalto da pista? Considere a aceleração da gravidade como sendo 10 m/s².

- a) 32,4 c) 25 e) 0,25
b) 3,24 d) 2,5

$$F_{\text{at}} = F_c \rightarrow \mu \cdot N = m \cdot a_c \rightarrow \mu \cdot m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{R} \rightarrow$$

$$\rightarrow \mu = \frac{v^2}{R \cdot g} = \frac{50^2}{100 \cdot 10} = 2,5$$

4. UPE – Um bloco de aço é colocado sobre uma tábua de apoio que vai se inclinando aos poucos. Quando o bloco fica na iminência de escorregar, a tábua forma com a horizontal um ângulo β , de acordo com a figura a seguir:

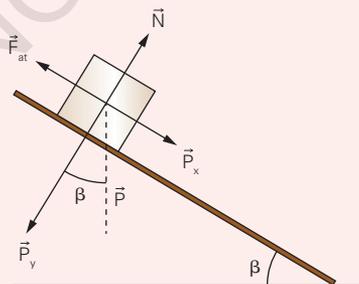


Sabendo-se que o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a tábua vale $\mu_e = 0,40$, é correto afirmar que a distância x indicada na figura, em centímetros, vale:

- a) 25 c) 12 e) 4
b) 10 d) 20

Resolução

Indicando as forças que atuam no bloco, temos:



Escrevendo as componentes do peso, obtemos:

$$P_x = P \cdot \text{sen } \beta$$

$$P_y = P \cdot \text{cos } \beta$$

$$P_y = N$$

O bloco está em repouso, porém, na iminência de escorregar, logo:

$$F_{\text{at máx}} = P$$

$$\mu_e \cdot N = P_x$$

$$\mu_e \cdot P \cdot \text{cos } \beta = P \cdot \text{sen } \beta$$

$$\mu_e \cdot \text{cos } \beta = \text{sen } \beta$$

$$\mu_e = \frac{\text{sen } \beta}{\text{cos } \beta} = \text{tg } \beta \therefore \text{tg } \beta = 0,4$$

Com o valor da tangente de β , conseguimos calcular o valor de x pelas relações trigonométricas no triângulo retângulo.

$$\text{co} = h = 10 \text{ cm}$$

$$\text{ca} = x$$

$$\text{tg } \beta = \frac{\text{co}}{\text{ca}} = \frac{h}{x} \rightarrow x = \frac{h}{\text{tg } \beta} = \frac{10}{0,4} = 25 \therefore x = 25 \text{ cm}$$

ROTEIRO DE AULA

FORÇA DE ATRITO

Estático

Força que se opõe à tendência do movimento que atua enquanto o corpo está em repouso.

Possui intensidade variável.

$$F_{\text{atmáx}} = \mu_s \cdot N$$

Cinético ou dinâmico

Força que se opõe ao movimento do corpo, enquanto este estiver em movimento.

Possui intensidade constante.

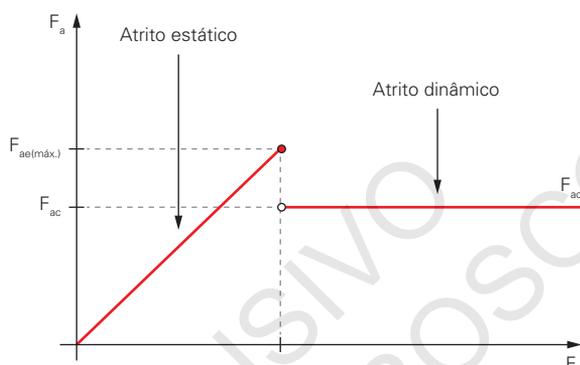
$$F_{\text{atmáx}} = \mu_c \cdot N$$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

FORÇA DE ATRITO

Análise gráfica



Atrito e tração nas rodas de um veículo

TRAÇÃO DIANTEIRA

A força de atrito nas rodas dianteiras possui o mesmo sentido do movimento do veículo e, nas rodas traseiras, sentido contrário ao do movimento.

TRAÇÃO TRASEIRA

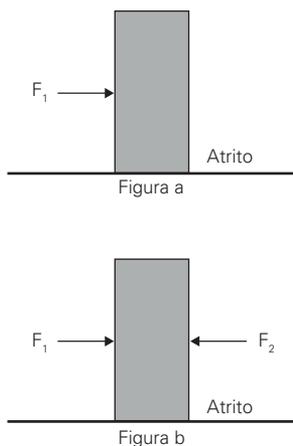
A força de atrito nas rodas traseiras possui o mesmo sentido do movimento do veículo e, nas rodas dianteiras, sentido contrário ao do movimento.

TRAÇÃO NAS QUATRO RODAS

A força de atrito nas quatro rodas possui o mesmo sentido do movimento do veículo.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Unioeste-PR – Um bloco está em repouso sobre uma superfície horizontal. Nessa situação, atuam horizontalmente sobre o bloco uma força F_1 de módulo igual a 7 N e uma força de atrito entre o bloco e a superfície (Figura a). Uma força adicional F_2 , de módulo 3 N, de mesma direção, mas em sentido contrário à F_1 , é aplicada no bloco (Figura b), com a atuação das três forças horizontais (força de atrito, F_1 e F_2) e o bloco em repouso.



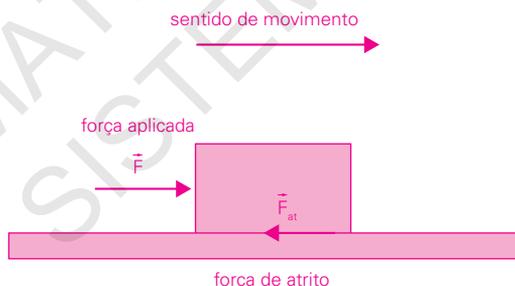
Assinale a alternativa que apresenta corretamente o módulo da força resultante horizontal F_r sobre o bloco:

- a) $F_r = 3 \text{ N}$
b) $F_r = 0$
 c) $F_r = 10 \text{ N}$
 d) $F_r = 4 \text{ N}$
 e) $F_r = 7 \text{ N}$

Como o bloco se mantém em inércia, quer dizer que a força resultante é nula, bem como a força de atrito estático é igual em módulo à força F_1 na figura (a), e na condição da figura (b), é igual à diferença entre F_1 e F_2 .

2. UCS-RS (adaptado) – Sobre uma caixa de massa 120 kg, atua uma força horizontal constante F de intensidade 600 N. A caixa encontra-se sobre uma superfície horizontal em um local no qual a aceleração gravitacional é 10 m/s^2 . Para que a aceleração da caixa seja constante, com módulo igual a 2 m/s^2 e tenha a mesma orientação da força F , qual é o coeficiente de atrito cinético entre a superfície e a caixa?

Diagrama de corpo livre:



Aplicando-se a segunda lei de Newton:

$$F_r = m \cdot a$$

$$F - F_a = m \cdot a$$

$$F - \mu \cdot N = m \cdot a$$

Como o movimento é horizontal, o módulo da força normal é idêntico ao peso, em razão da nulidade de forças extras na vertical.

$$F - \mu \cdot P = m \cdot a$$

$$F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a$$

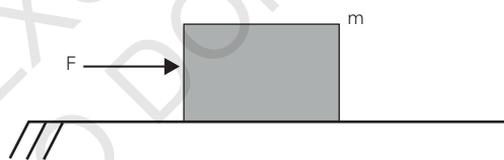
Separando o coeficiente de atrito cinético e trocando os valores oferecidos, teremos, então:

$$\mu = \frac{F - m \cdot a}{m \cdot g}$$

$$\mu = \frac{600 - 120 \cdot 2}{120 \cdot 10}$$

$$\therefore \mu = 0,3$$

3. Unifor-CE (adaptado) – Sobre um paralelepípedo de granito de massa $m = 900,0 \text{ kg}$, apoiado sobre um terreno plano e horizontal, é aplicada uma força paralela ao plano de $F = 2900,0 \text{ N}$. Os coeficientes de atrito dinâmico e estático entre o bloco de granito e o terreno são 0,25 e 0,35, respectivamente. Considere a aceleração da gravidade local igual a $10,0 \text{ m/s}^2$. Estando inicialmente em repouso, qual é a intensidade da força de atrito que age no bloco?



Dados:

$$m = 900 \text{ kg}$$

$$F = 2900 \text{ N}$$

$$\mu_c = 0,25$$

$$\mu_e = 0,35$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

Calculando a força de atrito estático máxima:

$$F_{a \text{ max}} = \mu_e N = \mu_e mg = 0,35 \cdot 900 \cdot 10$$

$$F_{a \text{ max}} = 3150 \text{ N}$$

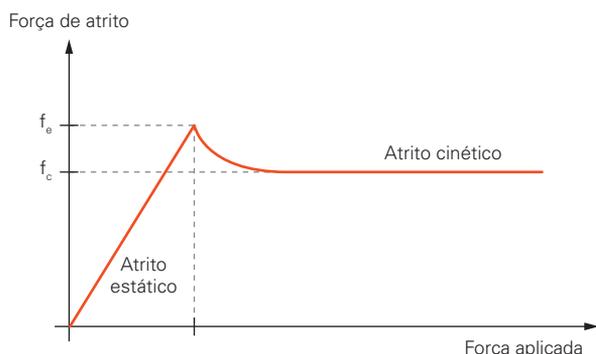
Portanto, a força de atrito estático máxima possui maior intensidade que a colocada paralelamente ao plano, então o bloco não entra em movimento. Assim, a força resultante sobre ele é nula.

Então:

$$F_a = F$$

$$F_a = 2900 \text{ N}$$

4. UEPB – Um jovem aluno de física, atendendo ao pedido de sua mãe para alterar a posição de alguns móveis da residência, começou empurrando o guarda-roupa do seu quarto, que tem 200 kg de massa. A força que ele empregou, de intensidade F , horizontal, paralela à superfície sobre a qual o guarda-roupa deslizaria, mostrou-se insuficiente para deslocar o móvel. O estudante solicitou a ajuda do seu irmão e, dessa vez, somando à sua força uma outra força igual, foi possível a mudança pretendida. O estudante, desejando compreender a situação-problema vivida, levou-a para sala de aula, e ela foi tema de discussão. Para compreendê-la, o professor apresentou aos estudantes um gráfico, a seguir, que relacionava as intensidades da força de atrito (f_e , estático e f_c , cinético) com as intensidades das forças aplicadas ao objeto deslizante.



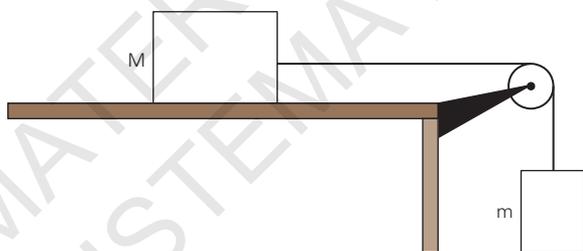
Com base nas informações apresentadas no gráfico e na situação vivida pelos irmãos em casa, é correto afirmar que:

- o valor da força de atrito estático é sempre maior do que o valor da força de atrito cinético entre as duas mesmas superfícies.
- a força de atrito estático entre o guarda-roupa e o chão é sempre numericamente igual ao peso do guarda-roupa.
- a força de intensidade F , exercida inicialmente pelo estudante, foi inferior ao valor da força de atrito cinético entre o guarda-roupa e o chão.
- a força resultante da ação dos dois irmãos conseguiu deslocar o guarda-roupa, porque foi superior ao valor máximo da força de atrito estático entre o guarda-roupa e o chão.
- a força resultante da ação dos dois irmãos conseguiu deslocar o guarda-roupa, porque foi superior à intensidade da força de atrito cinético entre o guarda-roupa e o chão.

Para o guarda-roupa se mover, é necessário que a força resultante seja maior que a força de atrito máxima (força de destaque).

5. UFPA (adaptado) – Sobre uma mesa plana, alguns estudantes conseguiram montar um experimento simples, usando dois corpos cujas massas são: $m = 3 \text{ kg}$ e $M = 7 \text{ kg}$, em que simulam duas situações distintas, conforme a descrição e a figura a seguir.

- Não existe o atrito.
- Existe o atrito com um coeficiente de atrito $\mu = 2/7$.



Tendo em vista as duas situações (I – sem atrito e II – com atrito) e admitindo-se que o atrito na polia e a sua massa são desprezíveis e a aceleração da gravidade é $g = 10/\text{ms}^2$, determine a intensidade das acelerações a_1 e a_2 nos casos I e II, respectivamente.

Sem atrito:

$$P_m = m \cdot g = (m + M) \cdot a_1$$

$$m \cdot g = (m + M) \cdot a_1 \rightarrow 30 = 10 \cdot a_1 \therefore a_1 = 3 \text{ m/s}^2$$

Com atrito:

$$P_m - F_{aM} = (m + M) \cdot a_2$$

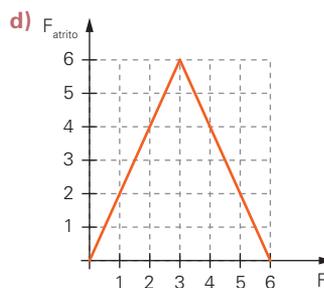
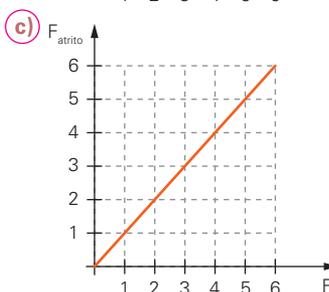
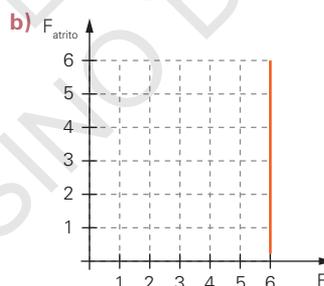
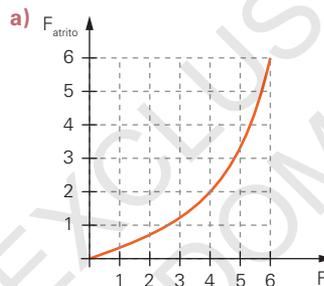
$$m \cdot g - \mu \cdot M \cdot g = (m + M) \cdot a_2 \rightarrow 30 - \frac{2}{7} \cdot 70 = 10 \cdot a_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 10 = 10 \cdot a_2$$

$$\therefore a_2 = 1 \text{ m/s}^2$$

6. PUC-SP – Um objeto cúbico, maciço e homogêneo, de massa igual a 1500 g , está em repouso sobre uma superfície plana e horizontal. O coeficiente de atrito estático entre o objeto e a superfície é igual a $0,40$. Uma força F , horizontal à superfície, é aplicada sobre o centro de massa desse objeto.

Que gráfico melhor representa a intensidade da força de atrito estático F_{atrito} em função da intensidade F da força aplicada? Considere as forças envolvidas em unidades do SI.



$$F_R = m \cdot a \rightarrow F - F_a = m \cdot 0 \rightarrow F = F_a$$

Para haver movimento, a força resultante deve ser maior que a força de atrito máxima. Se não há movimento, o sistema não possui aceleração; então, a força F que atua no bloco possui a mesma intensidade da força de atrito F_a que o mantém parado.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Imed-RS – Um professor de ensino médio deseja determinar o coeficiente de atrito cinético entre dois tênis e o chão dos corredores da escola, supostamente horizontais. Para tanto, ele mede inicialmente a massa dos dois tênis, A e B, encontrando um valor de 400 g e 500 g, respectivamente. Em seguida, solicita que um aluno puxe horizontalmente os tênis com um dinamômetro, verificando a sua marcação quando o tênis está se movendo com velocidade constante, sendo que são registrados os valores de 2,8 N para o tênis A e 3,0 N para o tênis B.

Com base nessas informações e considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 , é correto afirmar:

- O coeficiente de atrito cinético determinado para o tênis A é um valor entre 0,4 e 0,6.
- Mesmo sem ser realizada uma medida para o atrito estático, o valor do coeficiente desse atrito será menor do que o encontrado para o atrito cinético em cada caso.
- O tênis B possui maior coeficiente de atrito cinético do que o tênis A.
- Foi determinado um valor de 0,6 para o coeficiente de atrito cinético para o tênis B.
- Em nenhuma das medidas, foi determinado um valor maior ou igual a 0,7.

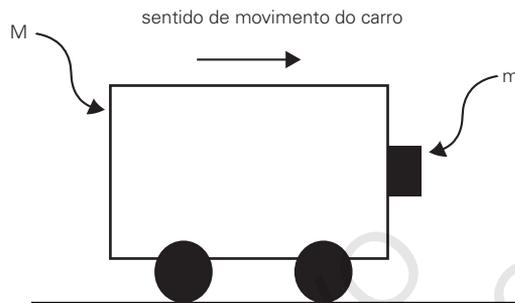
8. UERN (adaptado) – Uma força horizontal constante é aplicada num corpo de massa 3 kg que se encontra sobre uma mesa cuja superfície é formada por duas regiões: com e sem atrito. Considere que o corpo realiza um movimento retilíneo e uniforme na região com atrito cujo coeficiente de atrito dinâmico é igual a 0,2 e dirige-se para a região sem atrito. Qual a aceleração adquirida pelo corpo ao entrar na região sem atrito?

Considere: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

9. IFSul-RS – Uma caixa encontra-se em repouso em relação a uma superfície horizontal. Pretende-se colocar essa caixa em movimento em relação a essa superfície. Para tal, será aplicada uma força de módulo F que forma 53° acima da direção horizontal. Considerando que o coeficiente de atrito estático entre a superfície da caixa e a superfície horizontal é igual a 0,25, que o coeficiente de atrito dinâmico entre a superfície da caixa e a superfície horizontal é igual a 0,10, que a massa do objeto é igual 2 kg e que a aceleração da gravidade no local é igual a 10 m/s^2 , o menor módulo da força F que deverá ser aplicado para mover a caixa é um valor mais próximo de:

Utilize: $\sin 53^\circ = 0,8$ e $\cos 53^\circ = 0,6$.

- 6,25 N
- 8,33 N
- 12,50 N
- 20,00 N

10. Mackenzie-SP

Um corpo de massa m está apoiado sobre a superfície vertical de um carro de massa M , como mostra a figura anterior. O coeficiente de atrito estático entre a superfície do carro e a do corpo é μ . Sendo g o módulo da aceleração da gravidade, a menor aceleração (a) que o carro deve ter para que o corpo de massa m não escorregue é:

- $a \geq \frac{m}{M} \cdot \frac{g}{\mu}$
- $a \geq \frac{M}{m} \cdot \frac{g}{\mu}$
- $a \geq \frac{g}{\mu}$
- $a \geq \frac{m+M}{m} \cdot \frac{g}{\mu}$
- $a \geq \frac{m}{m+M} \cdot \frac{g}{\mu}$

11. PUC-RJ – Um bloco metálico de massa 2,0 kg é lançado com velocidade de 4,0 m/s a partir da borda de um trilho horizontal de comprimento 1,5 m e passa a deslizar sobre esse trilho. O coeficiente de atrito cinético entre as superfícies vale 0,2. Cada vez que colide com as bordas, o bloco inverte seu movimento, mantendo instantaneamente o módulo de sua velocidade.

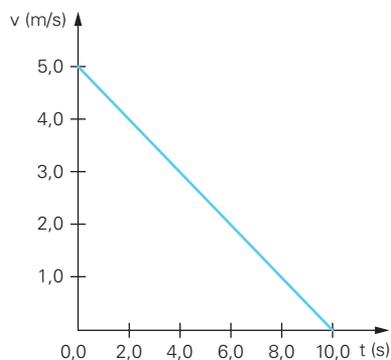


Quantas vezes o bloco cruza totalmente o trilho, antes de parar?

Considere: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 0
- 1
- 2
- 3
- 4

12. Mackenzie-SP



Um corpo de massa 2,0 kg é lançado sobre um plano horizontal rugoso com uma velocidade inicial de 5,0 m/s, e sua velocidade varia com o tempo, segundo o gráfico anterior.

Considerando a aceleração da gravidade $g = 1,0 \text{ m/s}^2$, o coeficiente de atrito cinético entre o corpo e o plano vale

- a) $5,0 \cdot 10^{-2}$
- b) $5,0 \cdot 10^{-1}$
- c) $1,0 \cdot 1,0^{-1}$
- d) $2,0 \cdot 10^{-1}$
- e) $2,0 \cdot 10^{-2}$

13. UNIFESP – Um abajur está apoiado sobre a superfície plana e horizontal de uma mesa em repouso em relação ao solo. Ele é acionado por meio de um cordão que pende verticalmente, paralelo à haste do abajur, conforme a figura 1.

Para mudar a mesa de posição, duas pessoas a transportam inclinada, em movimento retilíneo e uniforme na direção horizontal, de modo que o cordão mantêm-se vertical, agora inclinado de um ângulo $\theta = 30^\circ$, constante em relação à haste do abajur, de acordo com a figura 2. Nessa situação, o abajur continua apoiado sobre a mesa, mas, na iminência de escorregar em relação a ela, ou seja, qualquer pequena inclinação a mais da mesa provocaria o deslizamento do abajur.

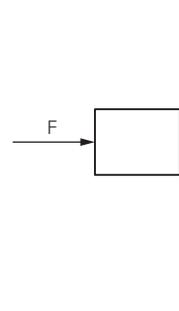


Calcule:

- a) o valor da relação $\frac{N_1}{N_2}$, sendo N_1 o módulo da força normal que a mesa exerce sobre o abajur na situação da figura 1 e N_2 sendo o módulo da mesma força na situação da figura 2;

- b) o valor do coeficiente de atrito estático entre a base do abajur e a superfície da mesa.

14. IFSul-RS – Na figura a seguir, está representado um bloco de 2,0 kg sendo pressionado contra a parede por uma força \vec{F} .

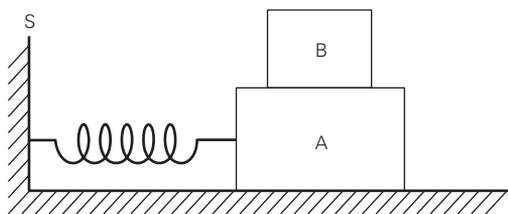


O coeficiente de atrito estático entre as superfícies de contato vale 0,5, e o cinético vale 0,3. Considere $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

A força mínima \vec{F} que pode ser aplicada ao bloco para que este não deslize na parede é:

- a) 10 N
- b) 20 N
- c) 30 N
- d) 40 N

- 15. Epcar-MG** – Na situação da figura a seguir, os blocos A e B têm massas $m_A = 3,0 \text{ kg}$ e $m_B = 1,0 \text{ kg}$. O atrito entre o bloco A e o plano horizontal de apoio é desprezível, e o coeficiente de atrito estático entre B e A vale $\mu_e = 0,4$. O bloco A está preso numa mola ideal, inicialmente não deformada, de constante elástica $K = 160 \text{ N/m}$ que, por sua vez, está presa ao suporte S.



O conjunto formado pelos dois blocos pode ser movimentado produzindo uma deformação na mola e, quando solto, a mola produzirá certa aceleração nesse conjunto. Desconsiderando a resistência do ar, para que B não escorregue sobre A, a deformação máxima que a mola pode experimentar, em cm, vale:

- a) 3,0
- b) 4,0
- c) 10
- d) 16

- 16. PUCCamp-SP** – Para se calcular o coeficiente de atrito dinâmico entre uma moeda e uma chapa de fórmica, a moeda foi colocada para deslizar pela chapa, colocada em um ângulo de 37° com a horizontal.

Foi possível *medir* que a moeda, partindo do repouso, deslizou $2,0 \text{ m}$ em um intervalo de *tempo* de $1,0 \text{ s}$, em movimento uniformemente variado.

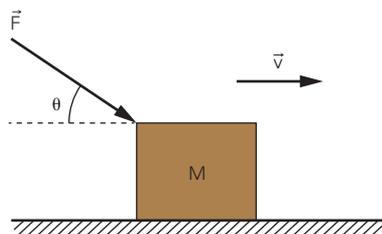
Adote: $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\sin 37^\circ = 0,60$ e $\cos 37^\circ = 0,80$.

Nessas condições, o coeficiente de atrito dinâmico entre as superfícies vale:

- a) 0,15
- b) 0,20
- c) 0,25
- d) 0,30
- e) 0,40

- 17. UFPR** – Um homem empurra uma caixa de massa M sobre um piso horizontal exercendo uma força constante \vec{F} , que faz um ângulo θ com a direção horizontal, conforme mostra a figura a seguir. Considere que o

coeficiente de atrito cinético entre a caixa e a superfície é μ e que a aceleração da gravidade é g .



- a) Utilizando as grandezas e os símbolos apresentados no enunciado, deduza uma equação literal para o módulo da força \vec{F} exercida pelo homem, de modo que a caixa se movimente com velocidade escalar constante \vec{v} para a direita.

- b) Escreva a equação para o módulo da força, para o caso particular em que o ângulo θ é igual a zero, isto é, a força \vec{F} é paralela ao piso

ESTUDO PARA O ENEM

18. Enem

C1-H2

O freio ABS é um sistema que evita que as rodas de um automóvel sejam bloqueadas durante uma frenagem forte e entrem em derrapagem. Testes demonstram que, a partir de uma dada velocidade, a distância de frenagem será menor se for evitado o bloqueio das rodas. O ganho na eficiência da frenagem na ausência de bloqueio das rodas resulta do fato de:

- a) o coeficiente de atrito estático tornar-se igual ao dinâmico, momentos antes da derrapagem.
- b) o coeficiente de atrito estático ser maior que o dinâmico,

independentemente da superfície de contato entre os pneus e o pavimento.

- c) o coeficiente de atrito estático ser menor que o dinâmico, independentemente da superfície de contato entre os pneus e o pavimento.
- d) a superfície de contato entre os pneus e o pavimento ser maior com as rodas desbloqueadas, independentemente do coeficiente de atrito.
- e) a superfície de contato entre os pneus e o pavimento ser maior com as rodas desbloqueadas e o coeficiente de atrito estático ser maior que o dinâmico.

19. Enem

C1-H2

Num sistema de freio convencional, as rodas do carro travam e os pneus derrapam no solo, caso a força exercida sobre o pedal seja muito intensa. O sistema ABS evita o travamento das rodas, mantendo a força de atrito no seu valor estático máximo, sem derrapagem. O coeficiente de atrito estático da borracha em contato com o concreto vale $\mu_e = 1,0$, e o coeficiente de atrito cinético para o mesmo par de materiais é $\mu_c = 0,75$. Dois carros, com velocidades iniciais iguais a 108 km/h, iniciam a frenagem numa estrada perfeitamente horizontal de concreto no mesmo ponto. O carro 1 tem sistema ABS e utiliza a força de atrito estática máxima para a frenagem; já o carro 2 trava as rodas, de maneira que a força de atrito efetiva é a cinética. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

As distâncias, medidas a partir do ponto em que iniciam a frenagem, que os carros 1 (d_1) e 2 (d_2) percorrem até parar são, respectivamente,

- a) $d_1 = 45 \text{ m}$ e $d_2 = 60 \text{ m}$
- b) $d_1 = 60 \text{ m}$ e $d_2 = 45 \text{ m}$

- c) $d_1 = 90 \text{ m}$ e $d_2 = 120 \text{ m}$
- d) $d_1 = 5,8 \cdot 10^2 \text{ m}$ e $d_2 = 7,8 \cdot 10^2 \text{ m}$
- e) $d_1 = 7,8 \cdot 10^2 \text{ m}$ e $d_2 = 5,8 \cdot 10^2 \text{ m}$

20. Enem

C6-H20

Uma pessoa necessita da força de atrito em seus pés para se deslocar sobre uma superfície. Logo, uma pessoa que sobe uma rampa em linha reta será auxiliada pela força de atrito exercida pelo chão em seus pés.

Em relação ao movimento dessa pessoa, quais são a direção e o sentido da força de atrito mencionada no texto?

- a) Perpendicular ao plano e no mesmo sentido do movimento.
- b) Paralela ao plano e no sentido contrário ao movimento.
- c) Paralela ao plano e no mesmo sentido do movimento.
- d) Horizontal e no mesmo sentido do movimento.
- e) Vertical e sentido para cima.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

APLICAÇÕES DAS LEIS DE NEWTON E FORÇA RESULTANTE CENTRÍPETA

15

Resistência do ar

Um corpo extenso em movimento no ar sofre a ação de uma força de oposição denominada resistência do ar. Um paraquedista, um automóvel e um ciclista sofrem a resistência do ar em seus deslocamentos, por exemplo.

Para determinada faixa de valores de velocidade, essa força, com sentido oposto ao da velocidade de corpo, tem intensidade proporcional, aproximadamente, ao quadrado da velocidade do corpo.

$$R_{\text{ar}} = k \cdot v^2$$

R_{ar} = força de resistência do ar.

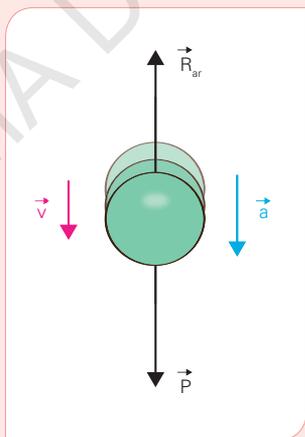
v = velocidade do corpo.

k = coeficiente aerodinâmico do corpo, sendo dependente do formato do corpo e da área de sua maior seção transversal (seção perpendicular ao movimento).

VELOCIDADE LIMITE DE QUEDA VERTICAL NO AR

Um corpo de massa m abandonado em queda livre (ausência de ar) tem velocidade aumentando linearmente com o tempo, já que o peso é a única força que atua no corpo, propiciando-lhe uma aceleração tangencial constante e de mesmo valor da aceleração gravitacional ($\mathbf{a}_t = \mathbf{g}$). No entanto, um corpo de massa m abandonado em um ambiente com ar passa a sofrer com a força de resistência do ar (\mathbf{R}_{ar}). Com isso, o corpo passa a ganhar velocidade em seu movimento, porém, sua aceleração tangencial (\mathbf{a}) torna-se decrescente no decorrer da descida, até se anular, ou seja, a intensidade da velocidade do corpo cresce até um valor limite.

Demonstração:



$$F_R = m \cdot a$$

$$P - R_{\text{ar}} = m \cdot a$$

$$mg - kv^2 = m \cdot a$$

$$\therefore a = g - \left(\frac{k}{m} \cdot v^2 \right)$$

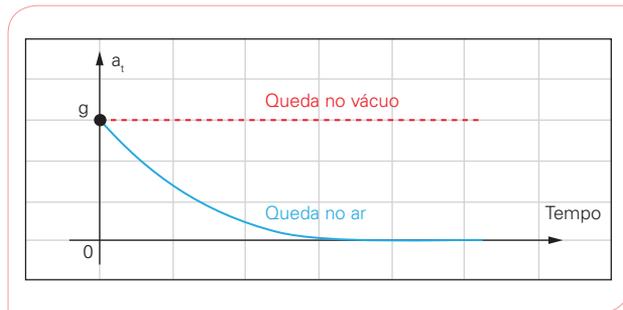
- Resistência do ar
- Roldanas móveis
- Plano inclinado com atrito
- Componente da força resultante
- Exemplos usuais de aplicação da força centrípeta

HABILIDADES

- Identificar e descrever as diferentes forças atuando em sistemas de blocos, polias e plano inclinado com atrito.
- Calcular a resultante das forças e aplicar as leis de Newton em sistemas de blocos, polias e plano inclinado com atrito.
- Compreender as forças resistivas e identificá-las.
- Identificar a força centrípeta em situações cotidianas.
- Identificar as forças resultantes em situações diversificadas.
- Calcular as componentes das forças resultantes.

Observe que, com o aumento da velocidade, ocorre o decréscimo da aceleração.

Analisando graficamente a aceleração do corpo em função do tempo, temos:

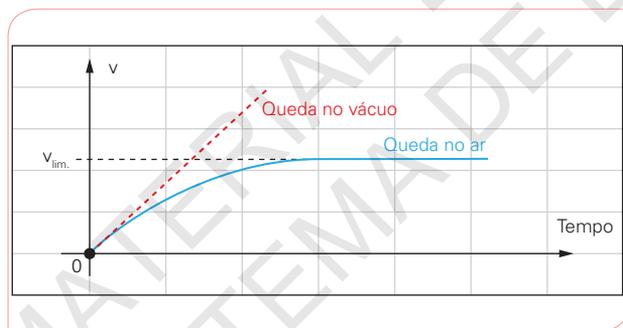


Assim, quando a aceleração se anula, o corpo adquire um valor máximo de velocidade, ou seja, uma velocidade limite (v_{lim}).

$$a = 0 \rightarrow 0 = g - \frac{k}{m} \cdot v_{lim}^2 \rightarrow v_{lim} = \sqrt{\frac{m \cdot g}{k}}$$

Concluimos que, enquanto o peso do corpo é maior que a resistência do ar, há aceleração no mesmo sentido da velocidade, que acaba crescendo. Aumentando a velocidade, aumenta a resistência do ar até o momento em que peso e resistência do ar possuem o mesmo valor. Com isso, o corpo para de ganhar velocidade, o equilíbrio dinâmico é atingido ($a = 0$) e a velocidade passa a ser constante, ou seja, atinge-se a velocidade limite (v_{lim}).

Comparando dois corpos, um em queda livre (queda no vácuo) e outro em queda no ar, sendo desprezada a força de empuxo do ar, temos o gráfico a seguir:

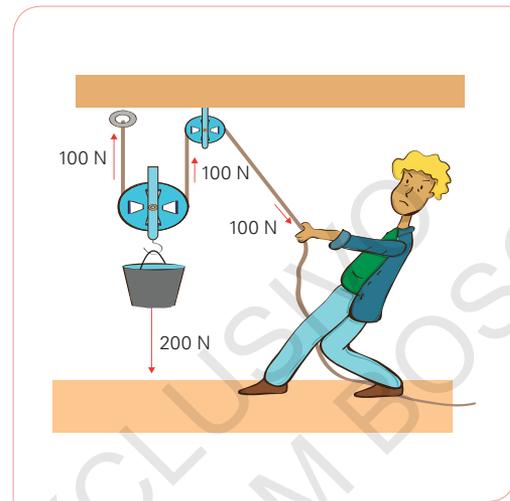


Observação: Para corpos diminutos (muito pequenos) e com baixa velocidade de tráfego em um fluido (líquido ou gás), a força de resistência do fluido é proporcional à velocidade ($R = k \cdot v$).

Roldanas móveis

Enquanto as roldanas fixas são dispositivos que servem para mudar a direção e o sentido da força, não alterando a intensidade da tração que será aplicada a uma corda a fim de equilibrar ou erguer um corpo,

as roldanas móveis são dispositivos que podem ser acoplados de maneira a diminuir a intensidade da força tensora aplicada a uma corda. As setas vermelhas representam a intensidade de cada força envolvida, de acordo com a figura.

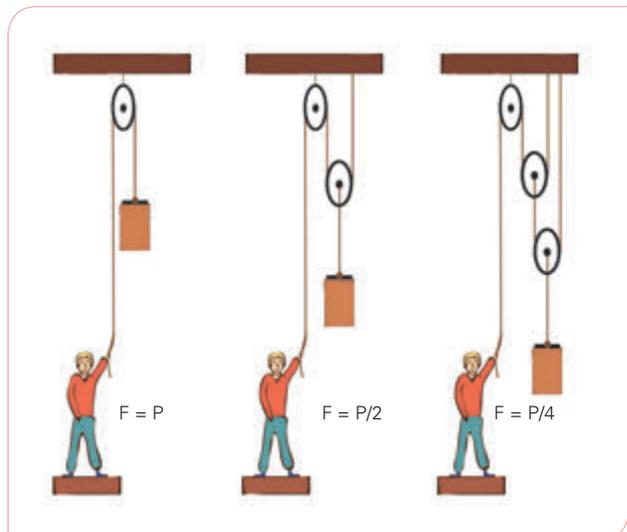


Com o uso de uma roldana móvel, cada trecho da corda sustenta metade do peso do objeto suspenso. Assim, a força necessária para suspender o corpo corresponde à metade de seu peso.

A vantagem do uso de roldana móvel é a facilidade em deslocar corpos pesados; já a desvantagem é a necessidade do uso de maior quantidade de corda para realizar o mesmo trabalho.

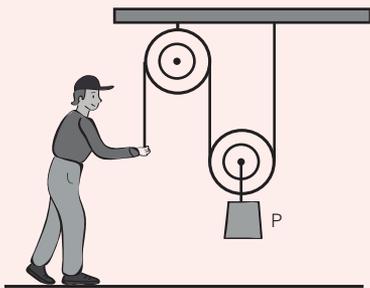
Quanto maior a quantidade de roldanas móveis n em um sistema, menor será a força aplicada F para suspender o corpo de peso P , conforme figura a seguir, de modo que sua intensidade pode ser obtida da seguinte maneira:

$$F = \frac{P}{2^n}$$



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Fuvest-SP – Considere o esquema representado na figura. As roldanas e a corda são ideais. O corpo suspenso da roldana móvel tem peso $P = 500 \text{ N}$.



- a) Qual é o módulo da força vertical (para baixo) que o homem deve exercer sobre a corda para equilibrar o sistema?
- b) Para cada 1 m de corda que o homem puxa, quanto se eleva o corpo suspenso?

Resolução

a) $P = 500 \text{ N}$ e $n = 1$ (uma roldana móvel)

$$F = \frac{P}{2^n} = \frac{500}{2^1} = 250 \therefore F = 250 \text{ N}$$

b) Para cada 1 m de corda, o corpo sobe metade do valor correspondente, ou seja, o corpo irá se elevar 0,5 m.

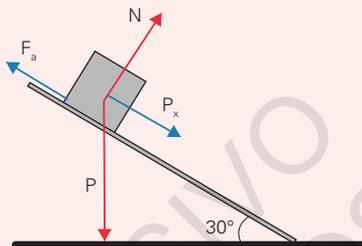
2. Sistema Dom Bosco – Um bloco de aço é abandonado do repouso sobre uma rampa que possui ângulo de inclinação de 30° com a horizontal. Qual deve ser o

coeficiente de atrito estático para que o corpo fique na iminência de escorregar?

Dado: $\sin 30^\circ = 0,50$ e $\cos 30^\circ = 0,87$

Resolução

Representando a situação descrita por meio da figura a seguir e marcando as forças que atuam sobre o bloco:



Vamos considerar que o eixo x é paralelo à inclinação da rampa, enquanto o eixo y é perpendicular a ele. Para que o corpo fique em equilíbrio, as forças que atuam a partir da direção x devem se igualar, de modo que: $F_a = P_x$ e,

$$F_a = \mu_e \cdot N = \mu_e \cdot mg \cdot \cos 30^\circ = 0,87 \cdot \mu_e \cdot mg$$

$$P_x = mg \cdot \sin 30^\circ = 0,50 \cdot mg$$

Estabelecendo a igualdade:

$$0,87 \cdot \mu_e \cdot mg = 0,50 \cdot mg \rightarrow \mu_e = \frac{0,50}{0,87} = 0,575$$

$$\therefore \mu_e = 0,575$$

COMPONENTES DA FORÇA RESULTANTE

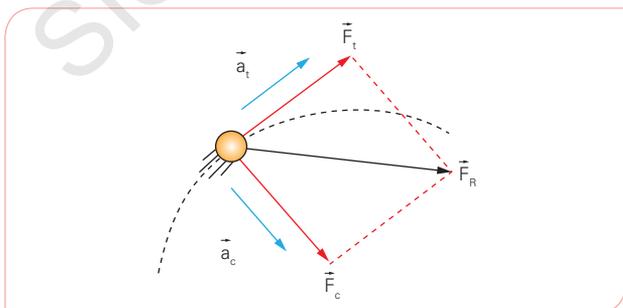
Para a completa descrição do movimento bidimensional de um móvel, temos que sua aceleração \mathbf{a} é definida pela composição vetorial da aceleração tangencial \mathbf{a}_t (aceleração de mesma direção da velocidade tangencial do objeto) e aceleração centrípeta \mathbf{a}_c (aceleração direcionada para o centro da trajetória), ou seja:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_c$$

Pelo princípio fundamental da dinâmica, temos:

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a} \rightarrow \vec{F}_R = m \cdot (\vec{a}_t + \vec{a}_c) \rightarrow \vec{F}_R = m \cdot \vec{a}_t + m \cdot \vec{a}_c$$

$$\therefore \vec{F}_R = \vec{F}_t + \vec{F}_c$$



Assim, quando um objeto possui aceleração tangente à sua trajetória, o produto $m \cdot \vec{a}_t$ denomina-se **componente tangencial** da força \vec{F}_t , e o produto $m \cdot \vec{a}_c$, **componente centrípeta** da força \vec{F}_c .

Logo, a força tangencial \mathbf{F}_t produz aceleração tangencial \mathbf{a}_t na direção **tangente** à trajetória e a força centrípeta \mathbf{F}_c produz aceleração centrípeta \mathbf{a}_c na direção **normal** à trajetória.

Analisando as componentes da força resultante como uma grandeza escalar, temos:

$$F_t = m \cdot a_t \quad \text{e} \quad F_c = m \cdot a_c$$

RESULTANTE TANGENCIAL

Nos movimentos retilíneos acelerados ou retardados, a força resultante é tangencial (mesma direção da velocidade), já que os movimentos possuem apenas aceleração tangencial ($a = a_t$). Ou seja:

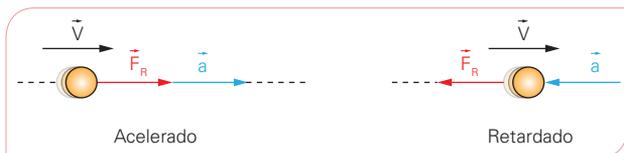
$$F_R = F_t \rightarrow F_R = m \cdot a_t$$

Em que $a_t = |a|$ (módulo da aceleração escalar)

No movimento uniformemente variado:

$$a_t = a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

É válido lembrar que, para movimento retilíneo acelerado, a aceleração e a resultante tangencial orientam-se no mesmo sentido da velocidade do móvel. Quando retardado, orientam-se em sentidos opostos ao da velocidade do móvel, conforme ilustra a figura a seguir.



RESULTANTE CENTRÍPETA

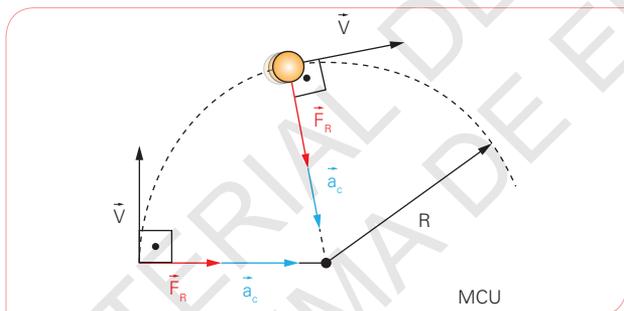
Em movimentos curvilíneos a força centrípeta gera uma aceleração direcionada para o centro da curva denominada **aceleração centrípeta** a_c . Logo, corpos que descrevem trajetórias curvas, mesmo quando não alteram a intensidade de sua velocidade escalar, alteram a direção e o sentido do movimento. Como nos movimentos curvilíneos uniformes não há aceleração tangencial, apenas centrípeta, a força resultante que atua no corpo é centrípeta.

$$F_R = F_c \rightarrow F_R = m \cdot a_c$$

$$\text{Como } a_c = \frac{v^2}{R}, \text{ temos: } F_R = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

$$F_c = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

No movimento circular uniforme, os vetores força resultante e aceleração centrípeta mantêm-se perpendiculares à velocidade do móvel, ambos no sentido voltado para o centro da curva.

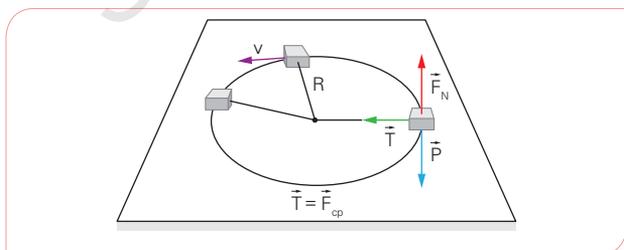


EXEMPLOS USUAIS DE APLICAÇÃO DA FORÇA CENTRÍPETA

CORPO GIRANDO EM UM PLANO HORIZONTAL

A tração no fio é a resultante centrípeta.

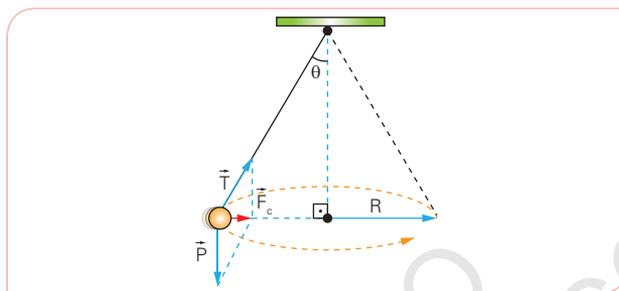
$$F_c = T$$



PÊNDULO CÔNICO

A força centrípeta é a resultante entre T e P.

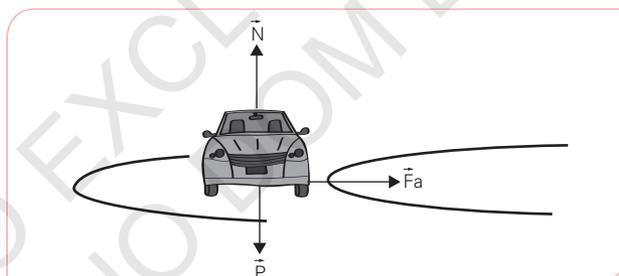
$$F_c = P \cdot \operatorname{tg} \theta$$



CARRO EXECUTANDO UMA CURVA HORIZONTAL COM ATRITO

A força de atrito estático entre os pneus e a pista corresponde à força centrípeta.

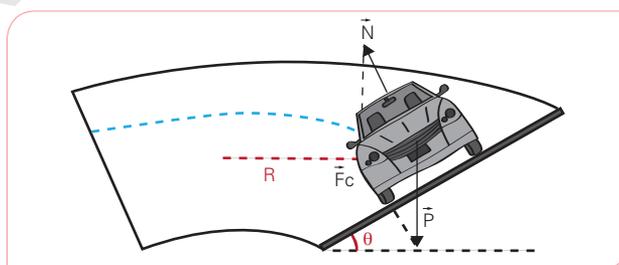
$$F_c = F_a$$



CARRO EM CURVA SOBRELEVADA

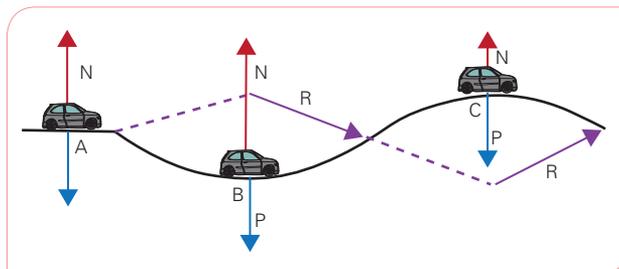
A força centrípeta é a resultante entre P e N.

$$F_c = P \cdot \operatorname{tg} \theta$$



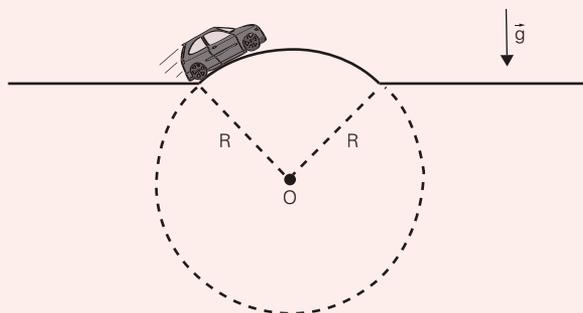
CARRO EXECUTANDO CURVAS VERTICAIS

- No plano (ponto A), temos: $N = P$, $F_c = 0$
- No ponto mais baixo da depressão (ponto B), temos: $F_c = N - P$.
- No ponto mais alto da elevação (ponto C), temos: $F_c = P - N$.



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. UFAL – Um carro passa por uma elevação na pista com velocidade de módulo constante e igual a 10 km/h. A elevação corresponde a um arco de uma circunferência de raio $R = 5$ m, centrada no ponto O (ver figura). Considerando o carro uma partícula material, qual é a sua aceleração centrípeta, em km/h^2 , sobre a elevação?



- a) 2 c) 200 e) 20 000
 b) 4 d) 400

Resolução:

$$v = 10 \text{ km/h}$$

$$R = 5 \text{ m} = 0,005 \text{ km}$$

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{10^2}{0,005} = \frac{100}{0,005} = 20000 \therefore$$

$$\therefore a_c = 20000 \text{ km/h}^2$$

4. UFTM-MG – Ao se observar o movimento da Lua em torno da Terra, verifica-se que, com boa aproximação, ele pode ser considerado circular e uniforme. Aproximadamente, o raio da órbita lunar é $38,88 \cdot 10^4$ km, e o tempo gasto pela Lua para percorrer sua órbita é 27 dias.

Considerando a massa da Lua igual a $7,3 \cdot 10^{22}$ kg, adotando o centro do referencial Terra-Lua no centro da Terra e $\pi \cong 3$, determine:

- a) a velocidade escalar média de um ponto localizado no centro da Lua, em km/h;
 b) o valor aproximado da resultante das forças, em newtons, envolvidas no movimento orbital da Lua.

Resolução:

$$\pi = 3$$

$$R = 38,88 \cdot 10^4 \text{ km} = 38,88 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$\Delta t = T = 27 \text{ dias} = 648 \text{ h}$$

a) Para o cálculo da velocidade média, temos:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 38,88 \cdot 10^4}{648} = 3600 \therefore v = 3600 \text{ km/h}$$

b) O movimento da Lua é considerado uniforme e a força resultante é centrípeta.

$$v = 3600 \text{ km/h} = 1000 \text{ m/s}$$

$$F_R = F_c = \frac{m \cdot v^2}{R} = \frac{7,3 \cdot 10^{22} \cdot 1000^2}{38,88 \cdot 10^7} = 1,88 \cdot 10^{20} \text{ N}$$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOMBOSCO

ROTEIRO DE AULA

APLICAÇÕES DAS LEIS DE NEWTON

Resistência do ar

$$R_{\text{ar}} = \underline{\quad kv^2 \quad}$$

Roldana móvel

$$F = \underline{\quad P/2n \quad}$$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

FORÇA CENTRÍPETA

Força resultante

Situações usuais de aplicação

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

Carro em curva

$$\vec{F}_R = \vec{F}_t + \vec{F}_c$$

Pêndulo cônico

$$F_c = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Globo da morte

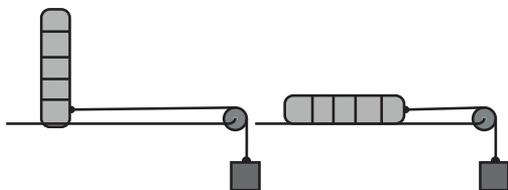
Corpo girando em plano horizontal preso por um fio

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

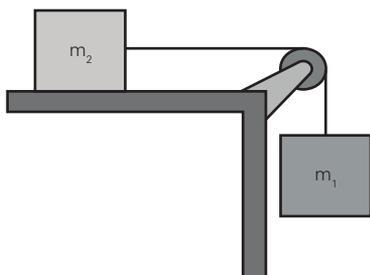
1. Unicamp-SP (adaptado) – Importantes estudos sobre o atrito foram feitos por Leonardo da Vinci (1452-1519) e por Guillaume Amontons (1663-1705). A figura (a) é uma ilustração feita por Leonardo da Vinci do estudo sobre a influência da área de contato na força de atrito.

a)

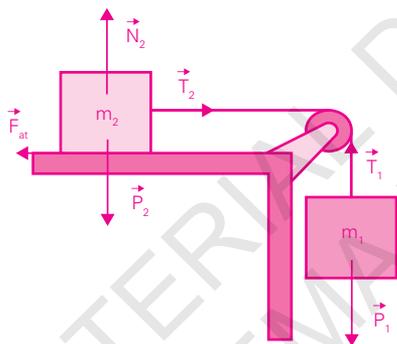


Dois blocos de massas $m_1 = 1,0$ kg e $m_2 = 0,5$ kg são ligados por uma corda e dispostos como mostra a figura (b). A polia e a corda têm massas desprezíveis, e o atrito nas polias também deve ser desconsiderado. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco de massa m_2 e a superfície da mesa é $\mu_c = 0,8$. Qual deve ser a distância de deslocamento do conjunto para que os blocos, que partiram do repouso, atinjam a velocidade $v = 2,0$ m/s?

b)



Dados: $m_1 = 1$ kg; $m_2 = 0,5$ kg; $\mu_c = 0,8$; $v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
A figura mostra as forças atuantes nos blocos:



Na direção vertical, a resultante no bloco 2 é nula:

$$N_2 = P_2 = m_2 \cdot g = 0,5 \cdot (10) \rightarrow N_2 = 5 \text{ N}$$

$$F_a = \mu_c \cdot N_2 = 0,8 \cdot (5) \rightarrow F_a = 4 \text{ N}$$

As trações \vec{T}_1 e \vec{T}_2 têm mesma intensidade, pois agem no mesmo fio.

Calculando a aceleração dos blocos:

$$\begin{cases} P_1 - T_1 = m_1 a \\ T_2 - F_a = m_2 a \end{cases}$$

$$P_1 - F_{at} = (m_1 + m_2) a \rightarrow 10 - 4 = 1,5a \rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

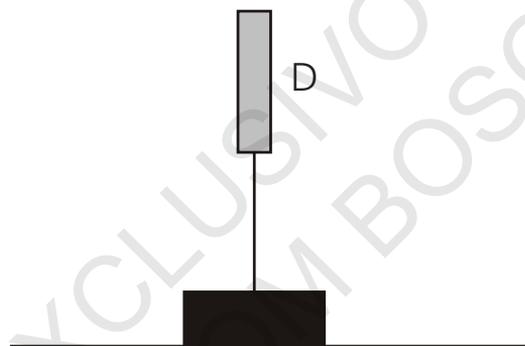
Pela equação de Torricelli, determina-se o deslocamento do bloco:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$$

$$\Delta s = \frac{v^2}{2a} = \frac{2^2}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8}$$

$$\Delta s = 0,5 \text{ m}$$

2. Fuvest-SP – Objetos em queda sofrem os efeitos da resistência do ar, a qual exerce uma força que se opõe ao movimento desses objetos, de tal modo que, após um certo tempo, eles passam a se mover com velocidade constante. Para uma partícula de poeira no ar, caindo verticalmente, essa força pode ser aproximada por $\vec{F}_a = -b\vec{v}$, sendo \vec{v} a velocidade da partícula de poeira e b uma constante positiva. O gráfico mostra o comportamento do módulo da força resultante sobre a partícula, F_R , como função de v , o módulo de \vec{v} .



Note e adote:

O ar está em repouso.

O valor da constante b , em unidades de $\text{N} \cdot \text{s/m}$, é:

a) $1,0 \cdot 10^{-14}$

d) $1,0 \cdot 10^{-10}$

b) $1,5 \cdot 10^{-14}$

e) $3,0 \cdot 10^{-10}$

c) $3,0 \cdot 10^{-14}$

No instante em que a partícula é abandonada, sua velocidade é nula. A força que se opõe ao movimento é, então, também nula, sendo a força resultante igual ao próprio peso.

Da leitura direta do gráfico: $v = 0 \rightarrow F_a = 0 \rightarrow F_R = P = 3 \cdot 10^{-14}$ N

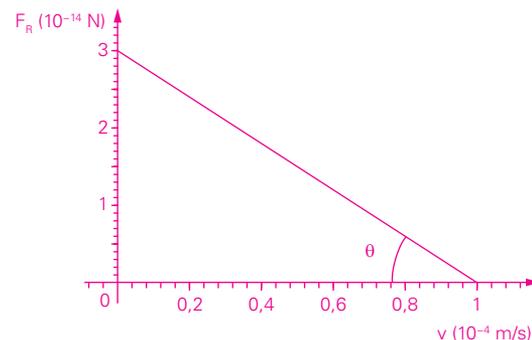
Iniciada a queda, o módulo da força resultante é dado pelo princípio fundamental da dinâmica: $F_R = P - F_a \rightarrow F_R = P - bv$

Também do gráfico: $v = 1 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow F_R = 0$

Assim, substituindo os valores, obtemos: $0 = 3 \cdot 10^{-14} - b(1 \cdot 10^{-4}) \rightarrow$

$$\rightarrow b = \frac{3 \cdot 10^{-14}}{1 \cdot 10^{-4}} \left[\frac{\text{N}}{\frac{\text{m}}{\text{s}}} \right] \rightarrow b = 3 \cdot 10^{-10} \text{ N} \cdot \frac{\text{s}}{\text{m}}$$

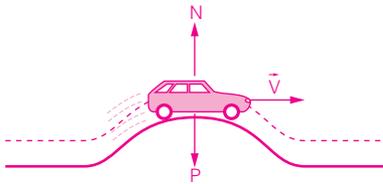
Nota: Ao se concluir que $F_R = P - bv$, pode-se notar que b é o coeficiente angular da reta mostrada no gráfico.



Assim, de uma maneira matemática mais direta: $b = \text{tg } \theta \rightarrow b =$

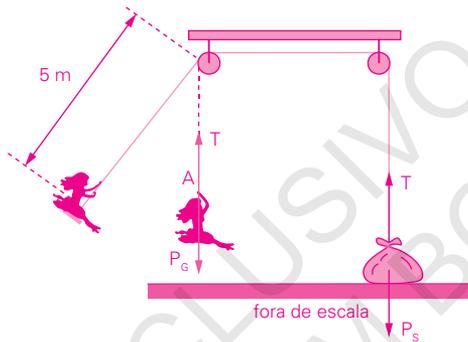
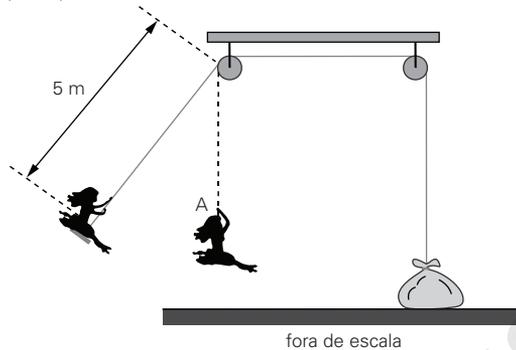
$$= \frac{3 \cdot 10^{-14}}{1 \cdot 10^{-4}} \rightarrow b = 3 \cdot 10^{-10} \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}}$$

No ponto mais alto da elevação, temos:



$$F_R = R_c = P - N \rightarrow P - N = \frac{Mv^2}{R} \rightarrow N = Mg - \frac{Mv^2}{R}$$

6. UNESP – Uma garota de 50 kg está brincando em um balanço constituído de um assento e de uma corda ideal, que tem uma de suas extremidades presa nesse assento e a outra, em um saco de areia de 66 kg, que está apoiado, em repouso, sobre o piso horizontal. A corda passa por duas roldanas ideais fixas no teto e, enquanto oscila, a garota percorre uma trajetória circular contida em um plano vertical de modo que, ao passar pelo ponto A, a corda fica instantaneamente vertical.



$$\begin{aligned} m_s &= 66 \text{ kg} \\ m_g &= 50 \text{ kg} \\ g &= 10 \text{ m/s}^2 \\ R &= L = 5 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Solo: } T &= P_g \rightarrow T = 660 \text{ N} \\ \text{Garota: } T - P_g &= F_c \rightarrow T - 500 = \frac{m_g \cdot v}{R} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{50 \cdot v}{5} &= 660 - 500 \rightarrow v^2 = 160 \rightarrow v = 4 \text{ m/s} \end{aligned}$$

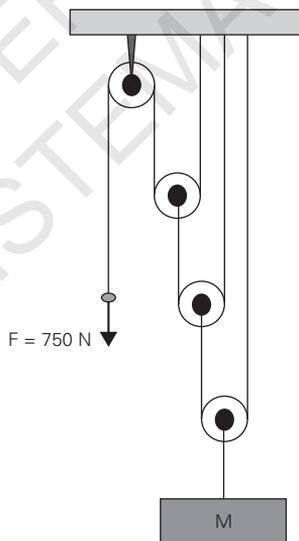
Desprezando a resistência do ar e a massa do assento, considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e as informações contidas na figura, a maior velocidade, em m/s, com a qual a garota pode passar pelo ponto A sem que o saco de areia perca contato com o solo é igual a:

- a) 2 c) 3 e) 1
b) 5 d) 4

A maior velocidade ocorre quando a força normal que o apoio exerce no saco de areia é nula, ou seja, quando o peso é igual à intensidade de tração na corda.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

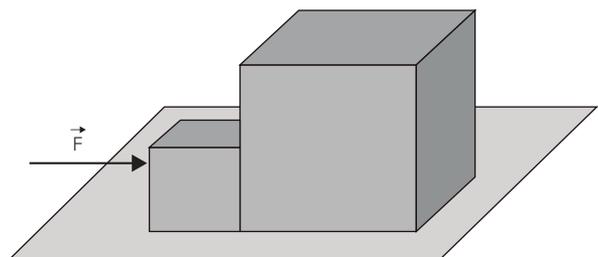
7. IFSP – Roldanas móveis são utilizadas para vantagens mecânicas, ou seja, aplica-se uma determinada força a uma extremidade do sistema e transmite-se à outra extremidade uma força de maior intensidade. Esse tipo de recurso é comumente utilizado em guindastes de construção civil para levantar materiais de grandes massas. Um modelo semelhante ao dos guindastes está apresentado na figura, em que são colocadas 3 roldanas móveis e 1 fixa.



Considerando a massa M igual a 500 kg sendo levantada a partir do repouso em um local cuja aceleração gravitacional é de 10 m/s^2 , podemos afirmar que, após 2 s, ela atingirá a velocidade, em m/s, de:

- a) 4
b) 8
c) 10
d) 12
e) 14

8. UECE – Dois cubos de mesma densidade e tamanhos diferentes repousam sobre uma mesa horizontal e mantêm contato entre si por uma de suas faces. A aresta de um dos cubos mede o dobro da aresta do outro. Em um dado instante, uma força constante \vec{F} , horizontal, é aplicada sobre o cubo menor que, por sua vez, empurra o maior, conforme a figura a seguir.



Despreze todos os atritos. A razão entre o módulo de \vec{F} e o módulo da força de contato entre os cubos é:

- a) 8
- b) 2
- c) 1/8
- d) 9/8

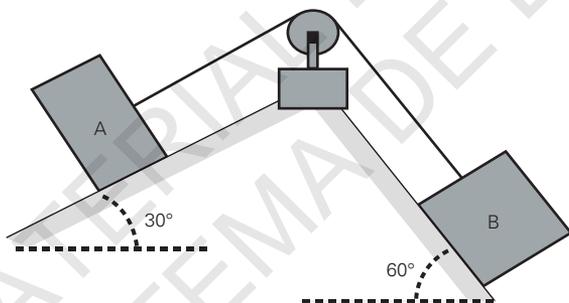
9. UNESP – Ao tentar arrastar um móvel de 120 kg sobre uma superfície plana e horizontal, Dona Elvira percebeu que, mesmo exercendo sua máxima força sobre ele, não conseguiria movê-lo, devido à força de atrito entre o móvel e a superfície do solo. Chamou, então, Dona Dolores, para ajudá-la. Empurrando juntas, elas conseguiram arrastar o móvel em linha reta, com aceleração escalar constante de módulo $0,2 \text{ m/s}^2$.

Sabendo que as forças aplicadas pelas duas senhoras tinham a mesma direção e o mesmo sentido do movimento do móvel, que Dona Elvira aplicou uma força de módulo igual ao dobro da aplicada por Dona Dolores e que durante o movimento atuou sobre o móvel uma força de atrito de intensidade constante e igual a 240 N, é correto afirmar que o módulo da força aplicada por Dona Elvira, em newtons, foi igual a:

- a) 340
- b) 60
- c) 256
- d) 176
- e) 120

10. EFOMM-RJ – Os blocos A e B da figura pesam $1,00 \text{ kN}$ e estão ligados por um fio ideal que passa por uma polia sem massa e sem atrito. O coeficiente de atrito estático entre os blocos e os planos é $0,60$. Os dois blocos estão inicialmente em repouso. Se o bloco B está na iminência de movimento, o valor da força de atrito, em newtons, entre o bloco A e o plano é:

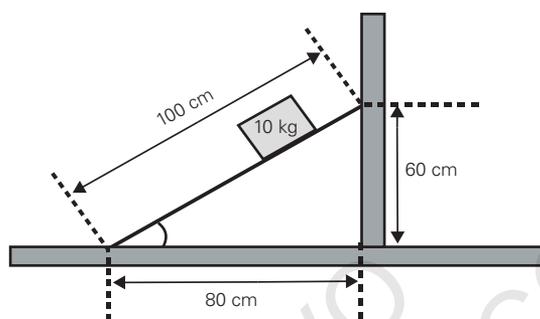
Dado: $\cos 30^\circ \approx 0,87$



- a) 60
- b) 70
- c) 80
- d) 85
- e) 90

11. Acafe-SC – Um professor de Física utiliza uma rampa móvel para verificar o valor do coeficiente de atrito estático entre a rampa e um bloco. O professor foi alterando o ângulo da rampa em relação à horizontal, até que o bloco atingiu a iminência do movimento. Nesse exato instante, ele tirou uma foto da montagem e

acrescentou os valores de algumas grandezas, como mostra a figura.

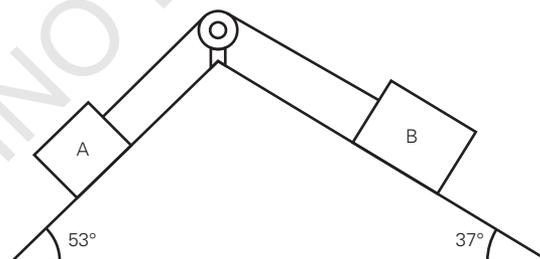


Chegando à sala, explicou a situação a seus alunos e pediu que determinassem o valor do coeficiente de atrito estático entre o bloco e a rampa.

O valor correto do coeficiente de atrito estático e da força de atrito, em N, que os alunos devem encontrar, é:

- a) 0,65 e 45
- b) 0,75 e 45
- c) 0,65 e 60
- d) 0,75 e 60

12. UEFS-BA



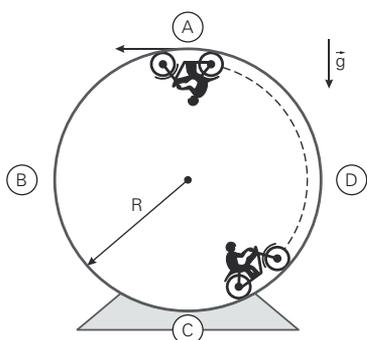
Dois blocos, A e B, de massas, respectivamente, iguais a $10,0 \text{ kg}$ e $30,0 \text{ kg}$, são unidos por meio de um fio ideal, que passa por uma polia, sem atrito, conforme a figura.

Considerando-se o módulo da aceleração da gravidade local igual a $10,0 \text{ m/s}^2$, o coeficiente de atrito cinético entre os blocos e as superfícies de apoio igual a $0,2$, $\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0,6$ e $\sin 53^\circ = \cos 37^\circ = 0,8$, qual o módulo da tração no fio que liga os dois blocos, em kN?

13. UECE – Uma criança deixa sua sandália sobre o disco girante que serve de piso em um carrossel. Considere que a sandália não desliza em relação ao piso do carrossel, que gira com velocidade angular constante, ω . A força de atrito estático sobre a sandália é proporcional a:

- a) ω
- b) ω^2
- c) $\omega^{1/2}$
- d) $\omega^{3/2}$

14. IFCE – Considere a figura a seguir, na qual é mostrado um piloto acrobata fazendo sua moto girar por dentro de um "globo da morte".



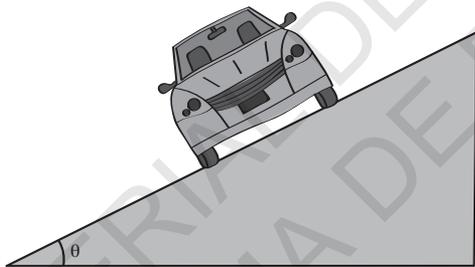
Ao realizar o movimento de *loop* dentro do globo da morte (ou seja, percorrendo a trajetória ABCD mostrada acima), o piloto precisa manter uma velocidade mínima de sua moto para que esta não caia ao passar pelo ponto mais alto do globo (ponto "A").

Nestas condições, a velocidade mínima " v " da moto, de forma que esta não caia ao passar pelo ponto "A", dado que o globo da morte tem raio R de 3,60 m, é:

(Considere a aceleração da gravidade com o valor $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

- a) 6 km/h
- b) 12 km/h
- c) 21,6 km/h
- d) 15 km/h
- e) 18 km/h

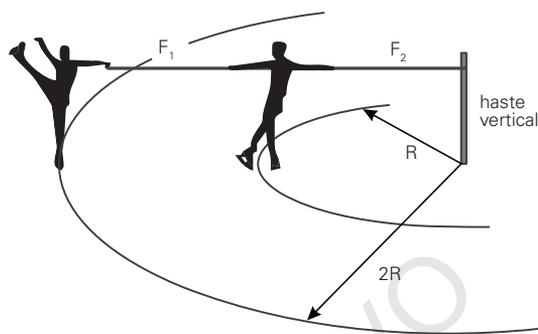
- 15. Famerp-SP** – Em um autódromo, cuja pista tem 5400 m de comprimento, há uma curva de raio 120 m, em superfície plana inclinada, na qual a borda externa é mais elevada que a interna, como mostra a figura. O ângulo de inclinação θ é tal que $\text{sen } \theta = 0,60$.



- a) Supondo que um carro de competição desenvolva uma velocidade média de 216 km/h, determine o intervalo de tempo, em segundos, em que ele completa uma volta nessa pista.
- b) Considere que a massa do carro seja igual a 600 kg, que sua velocidade na curva inclinada seja 30 m/s e que a componente horizontal desta velocidade seja igual à resultante centrípeta. Determine a intensidade da força normal, em newtons, aplicada pela pista sobre o carro, nessa curva.

- 16. UNESP** – Em um show de patinação no gelo, duas garotas de massas iguais giram em movimento circular uniforme em torno de uma haste vertical fixa, perpendicular ao plano horizontal. Duas fitas, F_1 e F_2 , inextensíveis, de massas desprezíveis e mantidas na horizontal, ligam uma garota à outra e uma delas à haste. Enquanto as garotas patinam, as fitas, a haste

e os centros de massa das garotas mantêm-se num mesmo plano perpendicular ao piso plano e horizontal.



Considerando as informações indicadas na figura, que o módulo da força de tração na fita F_1 é igual a 120 N e desprezando o atrito e a resistência do ar, é correto afirmar que o módulo da força de tração, em newtons, na fita F_2 é igual a:

- a) 120
- b) 240
- c) 60
- d) 210
- e) 180

- 17. Fuvest-SP** – De férias em Macapá, cidade brasileira situada na linha do equador e a 51° de longitude oeste, Maria faz uma *selfie* em frente ao monumento do marco zero do equador. Ela envia a foto a seu namorado, que trabalha em um navio ancorado próximo à costa da Groenlândia, a 60° de latitude norte e no mesmo meridiano em que ela está. Considerando apenas os efeitos da rotação da Terra em torno de seu eixo, determine, para essa situação,
- a) a velocidade escalar v_M de Maria;
 - b) o módulo a_M da aceleração de Maria;
 - c) a velocidade escalar v_N do namorado de Maria;
 - d) a medida do ângulo α entre as direções das acelerações de Maria e de seu namorado.

Note e adote:

Maria e seu namorado estão parados em relação à superfície da Terra.

Velocidades e acelerações devem ser determinadas em relação ao centro da Terra.

Considere a Terra uma esfera com raio $6 \cdot 10^6 \text{ m}$.

Duração do dia $\approx 80.000 \text{ s}$

$\pi \approx 3$

Ignore os efeitos da translação da Terra em torno do Sol.

$\text{sen } 30^\circ = \cos 60^\circ = 0,5$

$\text{sen } 60^\circ = \cos 30^\circ \approx 0,9$

ESTUDO PARA O ENEM

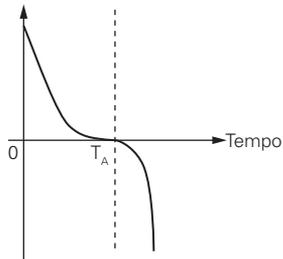
18. Enem

C5-H17

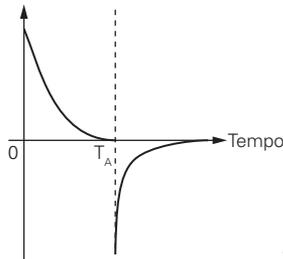
Em um dia sem vento, ao saltar de um avião, um paraquedista cai verticalmente até atingir a velocidade limite. No instante em que o paraquedas é aberto (instante T_A), ocorre a diminuição de sua velocidade de queda. Algum tempo após a abertura do paraquedas, ele passa a ter velocidade de queda constante, que possibilita sua aterrissagem em segurança.

Que gráfico representa a força resultante sobre o paraquedista, durante o seu movimento de queda?

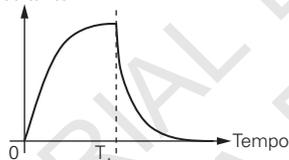
a) Força resultante



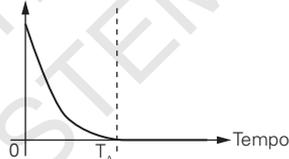
b) Força resultante



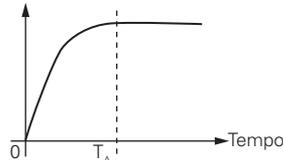
c) Força resultante



d) Força resultante

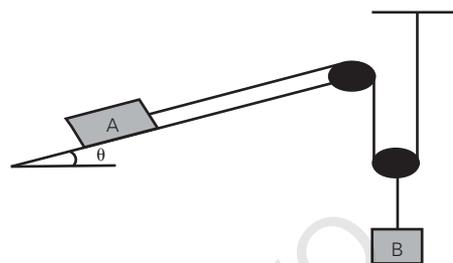


e) Força resultante



19. Mackenzie-SP

C5-H17

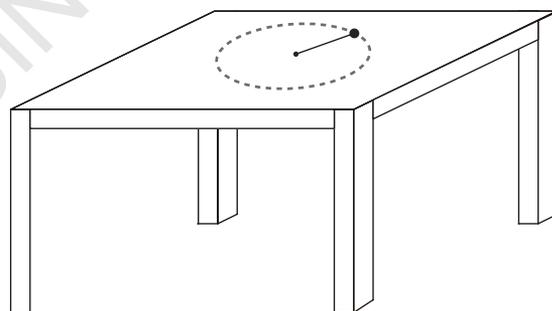


Na figura esquematizada acima, os corpos A e B encontram-se em equilíbrio. O coeficiente de atrito estático entre o corpo A e o plano inclinado vale $\mu = 0,500$ e o peso do corpo B é $P_B = 200$ N. Considere os fios e as polias ideais e que o fio que liga o corpo A é paralelo ao plano inclinado. Sendo $\sin \theta = 0,600$ e $\cos \theta = 0,800$, o peso máximo que o corpo A pode assumir é:

- 100 N
- 300 N
- 400 N
- 500 N
- 600 N

20. PUC-RJ

C6-H20



Um bloco de massa 0,50 kg está preso a um fio ideal de 40 cm de comprimento cuja extremidade está fixada à mesa, sem atrito, conforme mostrado na figura. Esse bloco se encontra em movimento circular uniforme com velocidade de 2,0 m/s.

Sobre o movimento do bloco, é correto afirmar que:

- como não há atrito, a força normal da mesa sobre o bloco é nula.
- o bloco está sofrendo uma força resultante de módulo igual a 5,0 N.
- a aceleração tangencial do bloco é 10 m/s².
- a aceleração total do bloco é nula pois sua velocidade é constante.
- ao cortar o fio, o bloco cessa imediatamente o seu movimento.

16

TRABALHO

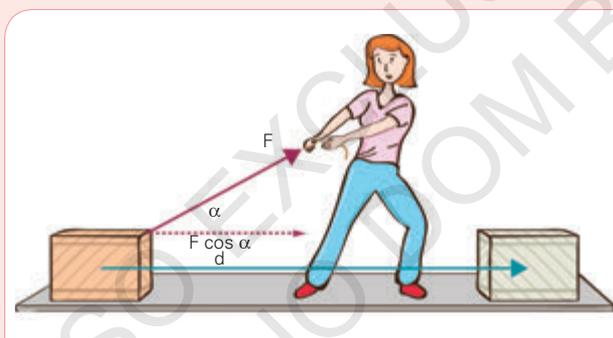
- Trabalho mecânico
- Trabalho de uma força constante

HABILIDADE

- Calcular o trabalho mecânico de forças de diferentes naturezas.
- Trabalho de uma força variável
- Trabalho da resultante das forças

Trabalho mecânico

Trabalho é uma grandeza física escalar associada à ação de uma força ao longo de um deslocamento realizado por um corpo. Esse esforço, que se exerce sobre o corpo altera a sua energia, tem relação direta com o produto entre a força que causa o esforço e a distância percorrida pelo corpo considerado durante a ação da força.



TRABALHO DE UMA FORÇA CONSTANTE

Por definição, o trabalho τ realizado pela força constante F , ao longo do deslocamento d , é dado por:

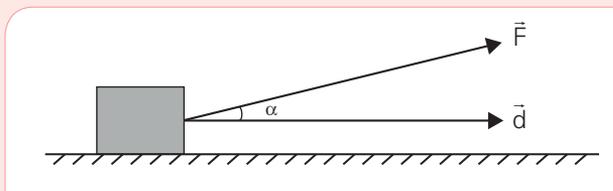
$$\tau = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

Nessa expressão, α corresponde ao ângulo formado entre os vetores força F e deslocamento d . No Sistema Internacional (SI), a unidade de força é o newton (N), a do deslocamento é o metro (m), e a do trabalho é o joule (J).

Agora, vamos analisar qual é o trabalho de uma força para alguns casos particulares.

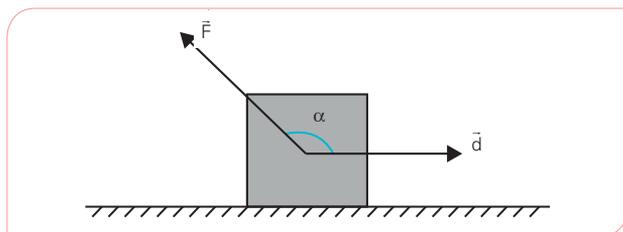
Trabalho motor (trabalho positivo)

Para $0 \leq \alpha < 90^\circ$, tem-se que $0 < \cos \alpha \leq 1$. Nessas condições, o trabalho é positivo, sendo denominado trabalho motor.



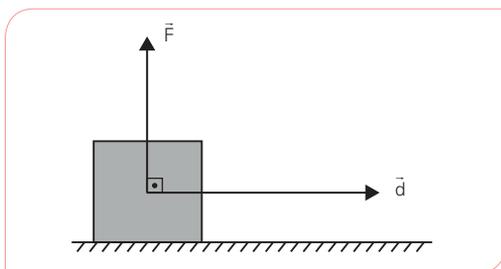
Trabalho resistente (trabalho negativo)

Para $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$, tem-se que $-1 \leq \cos \alpha < 0$. Nessas condições, o trabalho é negativo, sendo denominado trabalho resistente.



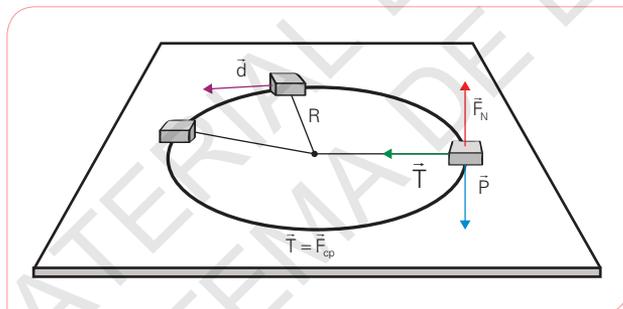
Trabalho nulo ou trabalho mínimo

Para $\alpha = 90^\circ$, tem-se que $\cos \alpha = 0$. Nessas condições, o trabalho é nulo. Logo, podemos observar que forças perpendiculares ao deslocamento não realizam trabalho.



Como o corpo da figura anterior está se deslocando na direção horizontal, o trabalho da força F será nulo, pois F é perpendicular ao deslocamento. Nota-se que não há deslocamento vertical do corpo, logo, não há trabalho de F sendo realizado sobre ele.

A força normal de contato em uma superfície horizontal, o peso e a resultante centrípeta são três exemplos de forças aplicadas a um corpo que, por formarem 90° com o deslocamento do objeto, possuem trabalho nulo.

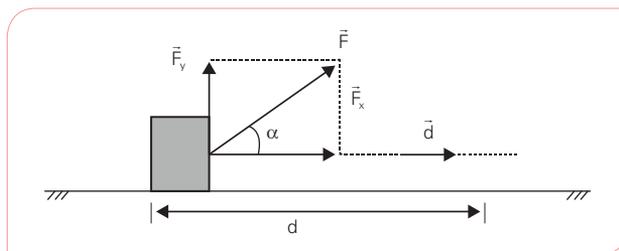


Na situação do trabalho nulo, a energia total do corpo não se altera, e, no trabalho resistente, ela diminui.

Trabalho máximo

Para $\alpha = 0$, tem-se que $\cos \alpha = 1$. Nessa condição, há o máximo aproveitamento da força na realização do trabalho.

De modo geral, quando o ângulo entre os vetores é diferente de 0 ou de 180° , pode-se decompor a força nas suas componentes: $F_x = F \cdot \cos \alpha$, na direção do deslocamento; e $F_y = F \cdot \sin \alpha$, na direção perpendicular ao deslocamento.

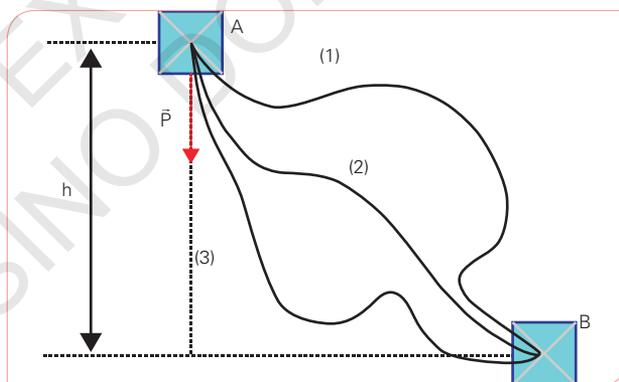


Observe que o corpo não possui deslocamento na vertical e que o ângulo entre a componente vertical da força (F_y) e o deslocamento é de 90° . Logo, o trabalho realizado por essa componente é nula. Já a componente horizontal da força (F_x) é paralela ao deslocamento, e o trabalho corresponde a:

$$\tau = F_x \cdot d \rightarrow \tau = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

TRABALHO DO PESO

Para objetos com deslocamento vertical, independente da trajetória descrita, o deslocamento possui a mesma direção do peso ($P = mg$). Logo, haverá a realização de trabalho.



Observamos na figura que, apesar de se deslocar por três caminhos distintos, (1), (2) e (3), o objeto teve o mesmo deslocamento vertical h .

Como o ângulo entre o deslocamento e a força peso é de 0 ou 180° , o trabalho pode ser obtido da seguinte maneira:

$$\tau_{\text{Peso}} = F \cdot d \cdot \cos \alpha \rightarrow \tau = P \cdot h \rightarrow \tau_{\text{Peso}} = m \cdot g \cdot h$$

$$\tau_{\text{Peso}} = \pm m \cdot g \cdot h$$

No caso do objeto da figura anterior, como a altura é a mesma para os três caminhos e o objeto também, então o trabalho do peso será o mesmo nas três situações. O sinal de \pm que antecede a multiplicação se deve às situações de subida e de descida:

- Quando o objeto se deslocar no sentido do peso, o ângulo entre o deslocamento e a força é nulo ($\alpha = 0$), e o trabalho será positivo.
- Quando o objeto se deslocar no sentido contrário ao do peso, deslocamento e força são diametralmente opostos ($\alpha = 180^\circ$), e o trabalho será negativo.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. PUC-MG – Um corpo de massa 0,20 kg, preso por um fio, gira em movimento circular e uniforme, de raio 50 cm, sobre uma superfície horizontal lisa. O trabalho realizado pela força de tração no fio, durante meia-volta, vale:

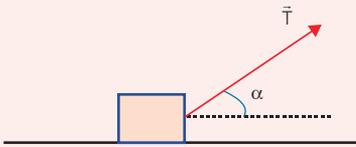
- a) Zero
 b) 1,0 J
 c) 3,1 J
 d) 6,3 J
 e) 10,0 J

Resolução

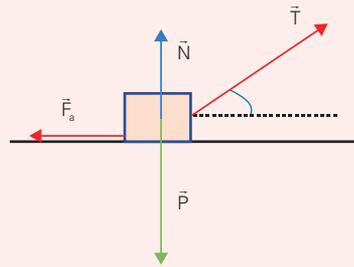
A força de tração no fio T é perpendicular à trajetória, logo, $\cos 90^\circ = 0$, e o trabalho realizado pela força é nulo.

2. Sistema Dom Bosco – Um bloco de massa m se desloca por 8 m em uma superfície plana, conforme indica a figura. Sobre o bloco atua uma força de atrito dinâmico de 100 N e uma força de tração de 200 N.

Dado: $\sin \alpha = 0,6$ e $\cos \alpha = 0,8$



a) Indique as forças peso, normal e de atrito que atuam no bloco.



b) Qual é o trabalho realizado por cada uma dessas forças? Classifique-os quanto a motor, nulo ou resistente.

Resolução

Peso: $\tau_p = \pm m \cdot g \cdot h \text{ Pd} \cdot \cos 90^\circ = 0$ (Trabalho nulo)

Normal: $\tau_N = N \cdot d \cdot \cos 90^\circ = 0$ (Trabalho nulo)

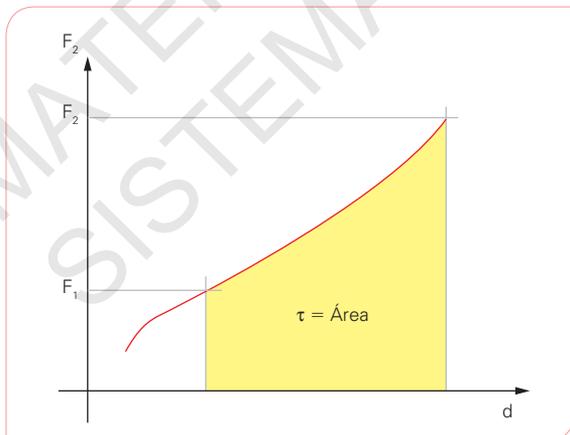
Tração: $\tau_T = T \cdot d \cdot \cos \alpha = 200 \cdot 8 \cdot 0,8 = 1280 \text{ J}$ (Trabalho motor)

Atrito: $\tau_{Fa} = F_a \cdot d \cdot \cos 180^\circ = 100 \cdot 8 \cdot (-1) = -800 \text{ J}$ (Trabalho resistente)

TRABALHO DE UMA FORÇA VARIÁVEL

O cálculo do trabalho realizado pela força aplicada por um corpo é bem definido pela equação do trabalho para uma força constante ($\tau = F \cdot d \cdot \cos \alpha$). Mas e nos casos em que a força aplicada ao corpo tivesse valor variável ao longo do percurso, como poderíamos determinar o valor do trabalho realizado?

Nesses casos, o ideal é que seja feito o gráfico da Força (F) versus o deslocamento (d). Repare que a área (A) obtida, conforme figura ao lado, é numericamente igual ao trabalho (T) realizado pela força de intensidade variável.



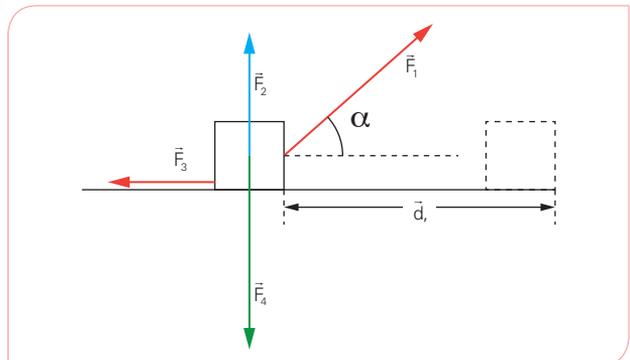
A figura a seguir representa uma força constante F aplicada a um corpo que se desloca por uma distância d .

TRABALHO DA RESULTANTE DAS FORÇAS

Um corpo que sofre a ação de múltiplas forças simultaneamente está sujeito a um deslocamento que dependerá da intensidade resultante das forças aplicadas. Assim, para o cálculo do trabalho resultante devido à atuação de diferentes forças, podemos calcular o trabalho de cada força isoladamente e depois efetuar a adição algébrica dos trabalhos. Outra possibilidade é obter a intensidade da força resultante e o ângulo que esta forma com o deslocamento do corpo e aplicar a fórmula do trabalho resultante.

$$\tau_R = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_n$$

Na figura a seguir, um corpo sofre a atuação simultânea de quatro forças distintas, F_1 , F_2 , F_3 e F_4 .



Para o cálculo do trabalho resultante conforme descrito acima, há duas maneiras distintas de resolução:

1. Calcula-se o trabalho de cada força individualmente e efetua-se a soma algébrica de todos os trabalhos.

$$\tau_R = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4$$

Mesmo quando houver a aplicação de força variável será possível obter o valor do trabalho resultante aplicando esse modo de resolução.

2. Calcula-se a força resultante e aplica-se a definição de trabalho.

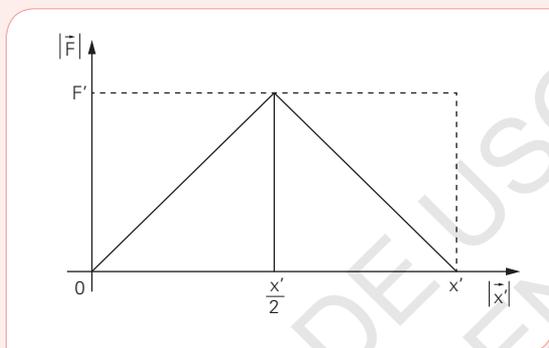
$$\tau_R = F_R \cdot d \cdot \cos \alpha$$

Neste modo de resolução, as forças aplicadas devem ter valor constante.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. UFPel-RS – Um corpo de massa m se move ao longo do eixo x sob ação de uma força F , cujo módulo é representado no gráfico a seguir, em função do módulo do deslocamento. Tanto a força F quanto o deslocamento x possuem a mesma direção e o mesmo sentido.

Com base na análise do gráfico, pode-se afirmar que o trabalho realizado pela força ao deslocar o corpo desde a origem até a posição x' é:

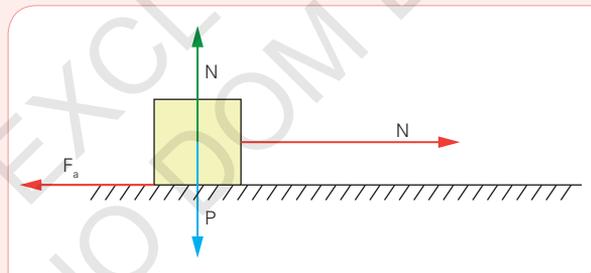


- a) $\frac{1}{2} F' x'$ c) $2 \cdot F' \cdot x'$ e) $(F' \cdot x')^{1/2}$
 b) $F' \cdot x'$ d) $(F' \cdot x')^2$

A área abaixo da curva do gráfico da força x deslocamento representa o trabalho da força. Assim, temos:

$$T = A = \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow T = \frac{F' \cdot x}{2} \therefore T = \frac{1}{2} F' x'$$

2. Sistema Dom Bosco – Na figura, sob ação de uma força de intensidade $F = 30 \text{ N}$, constante e paralela ao plano horizontal, um bloco de 2 kg de massa percorre $1,2 \text{ m}$ com aceleração constante de 2 m/s^2 .



- a) Qual é a intensidade da força de atrito dinâmico que atua no bloco?

$$\begin{aligned}
 F_R &= m \cdot a \\
 F - F_a &= m \cdot a \\
 30 - F_a &= 2 \cdot 2 \\
 -F_a &= 4 - 30 = -26 \therefore F_a = 26 \text{ N}
 \end{aligned}$$

- b) Qual é o trabalho resultante das forças que atuam no bloco?

$$\begin{aligned}
 \tau_N &= 0 \text{ (A força normal é perpendicular ao deslocamento)} \\
 \tau_P &= 0 \text{ (O peso é perpendicular ao deslocamento)} \\
 \tau_F &= F \cdot d \cdot \cos 0^\circ = 30 \cdot 1,2 \cdot 1 = 36 \therefore \tau_F = 36 \text{ J} \\
 \tau_{Fa} &= F_a \cdot d \cdot \cos 180^\circ = 26 \cdot 1,2 \cdot (-1) \therefore \tau_{Fa} = -31,2 \text{ J} \\
 \tau_R &= \tau_N + \tau_P + \tau_F + \tau_{Fa} \\
 \tau_R &= 0 + 0 + 36 - 31,2 = 4,8 \therefore \tau_R = 4,8 \text{ J}
 \end{aligned}$$

ROTEIRO DE AULA

TRABALHO MECÂNICO

TRABALHO DE UMA FORÇA

$$\tau = \frac{F \cdot d \cdot \cos \alpha}{}$$

$$\begin{aligned} \alpha = 0^\circ \rightarrow \tau &= \frac{F \cdot d}{} \\ \alpha = 90^\circ \rightarrow \tau &= \frac{0}{} \\ \alpha = 180^\circ \rightarrow \tau &= \frac{F \cdot d}{} \end{aligned}$$

TRABALHO DO PESO

$$\tau_p = \frac{\pm m \cdot g \cdot h}{}$$

CARACTERÍSTICAS

Trabalho > 0 Motor

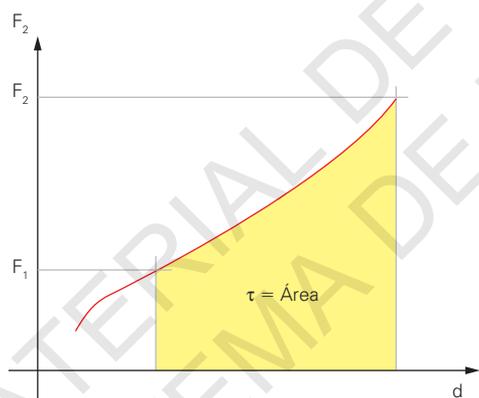
Trabalho < 0 Resistente

Trabalho = 0 Nulo

ROTEIRO DE AULA

TRABALHO MECÂNICO

GRÁFICO



TRABALHO RESULTANTE

$$\tau_R = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_n$$

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. CPS-SP – Para transportar terra adubada retirada da compostagem, um agricultor enche um carrinho de mão e o leva até o local de plantio aplicando uma força horizontal, constante e de intensidade igual a 200 N.

Se, durante esse transporte, a força resultante aplicada foi capaz de realizar um trabalho de 1800 J, então, a distância entre o monte de compostagem e o local de plantio foi, em metros,

(Lembre-se de que o trabalho realizado por uma força, durante um deslocamento, é o produto da intensidade dessa força pelo deslocamento.)

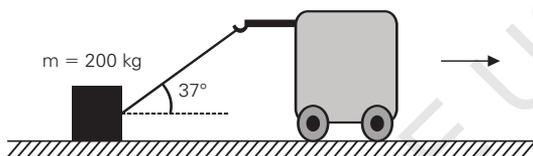
- a) 6
b) 9
 c) 12
 d) 16
 e) 18

$$\tau = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

$$1800 = 200 \cdot d \cdot \cos 0$$

$$d = \frac{1800}{200} \therefore d = 9 \text{ m}$$

2. UFU-MG – Um guindaste arrasta por 100 m, com velocidade constante, um caixote de 200 kg, por meio de um cabo inextensível e de massa desprezível, conforme esquema a seguir. Nessa situação, o ângulo formado entre o cabo e o solo é de 37° e o coeficiente de atrito cinético entre o caixote e o solo é 0,1.



Com base em tal situação, faça o que se pede.

Dados: $\sin 37^\circ = 0,6$; $\cos 37^\circ = 0,8$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) Represente o diagrama de forças que agem sobre o caixote quando ele está sendo arrastado.
 b) Calcule o valor do trabalho da força que o guindaste faz sobre o caixote quando ele é arrastado por 100 m.

a) O diagrama de forças que agem sobre o caixote está representado na figura a seguir.

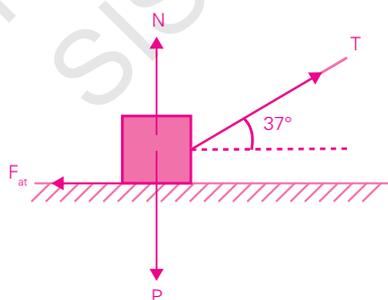
Onde:

T = tração no cabo

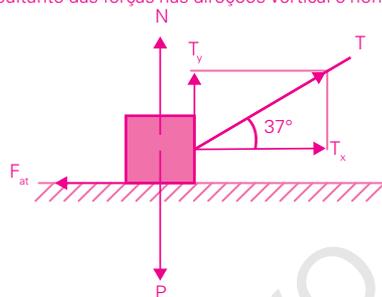
P = peso do caixote

F_{at} = força de atrito cinético entre o caixote e o solo

N = força normal do solo sobre o caixote



b) Decompondo a tração em seus componentes ortogonais e calculando a resultante das forças nas direções vertical e horizontal, temos:



Na direção horizontal, para equilíbrio dinâmico:

$$T_x = F_{at}$$

$$T \cdot \cos 37^\circ = \mu_c \cdot N$$

$$T \cdot 0,8 = 0,1 \cdot N$$

$$\therefore N = 8T \quad (1)$$

Na direção vertical, para equilíbrio dinâmico:

$$P = N + T_y$$

$$2000 = N + T \cdot \sin 37^\circ$$

$$\therefore 2000 = N + 0,6T \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2):

$$2000 = 8T + 0,6T$$

$$T = \frac{2000}{8,6}$$

$$\therefore T \approx 232,6 \text{ N}$$

E o trabalho (τ) realizado pelo guindaste sobre o caixote é:

$$\tau = T \cdot d \cdot \cos 37^\circ$$

$$\tau = 232,6 \cdot 100 \cdot 0,8$$

$$\tau = 18608 \text{ J}$$

3. Mackenzie-SP

C6-H20

Na Olimpíada Rio 2016, nosso medalhista de ouro em salto com vara, Thiago Braz, de 75,0 kg, atingiu a altura de 6,03 m, recorde mundial, caindo a 2,80 m do ponto de apoio da vara. Considerando o módulo da aceleração da gravidade $g = 10,0 \text{ m/s}^2$, o trabalho realizado pela força peso durante a descida foi aproximadamente de

- a) 2,10 kJ **c) 4,52 kJ** e) 5,10 kJ
 b) 2,84 kJ d) 4,97 kJ

$$\tau = m g h$$

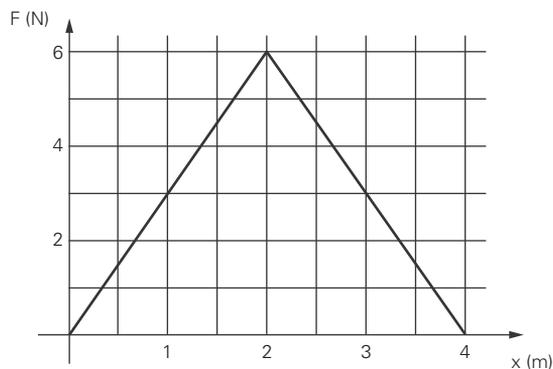
$$\tau = 75 \cdot 10 \cdot 6,03 = 4522,5$$

$$\tau \approx 4,52 \text{ kJ}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

4. UFRGS – Uma partícula de 2 kg está inicialmente em repouso em $x = 0 \text{ m}$. Sobre ela, atua uma única força F que varia com a posição x , conforme mostra a figura abaixo.



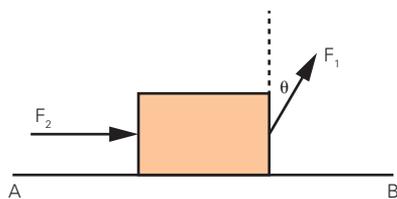
Qual é o trabalho realizado pela força F_1 em J, quando a partícula se desloca desde $x = 0$ m até $x = 4$ m?

- a) 24
b) 12
 c) 6
 d) 3
 e) 0

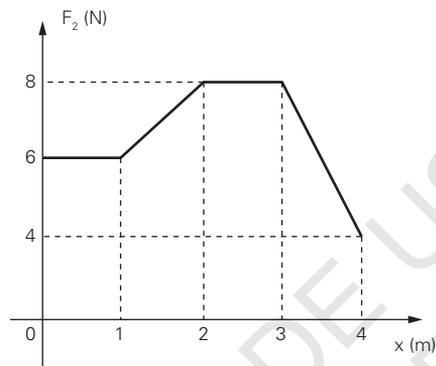
O trabalho realizado pela força representa a área sob o gráfico $F \times d$:

$$\tau = \frac{4 \cdot 6}{2} = 12 \therefore \tau = 12 \text{ J}$$

5. UPE – Um corpo de massa m desliza sobre o plano horizontal, sem atrito ao longo do eixo AB, sob ação das forças F_1 e F_2 de acordo com a figura a seguir. A força F_1 é constante, tem módulo igual a 10 N e forma com a vertical um ângulo $\theta = 30^\circ$.



A força F_2 varia de acordo com o gráfico a seguir:



Dados: $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = 1/2$

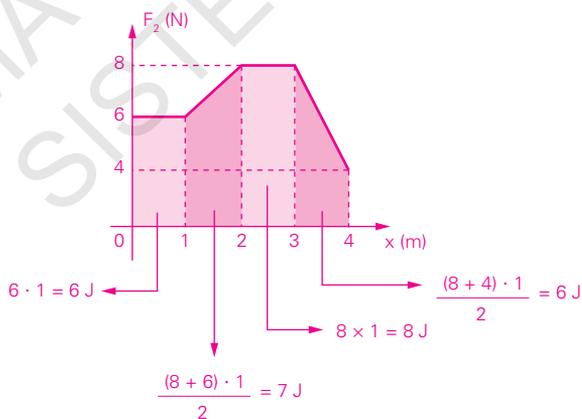
O trabalho realizado pelas forças (F) para que o corpo sofra um deslocamento de 0 a 4 m, em joules, vale:

- a) 20
b) 47
 c) 27
 d) 50
 e) 40

$$\tau_1 = (F \sin 30^\circ) \cdot d = 10 \cdot 0,5 \cdot 4 = 20 \text{ J}$$

$$\tau_2 = \text{Área do gráfico}$$

A figura abaixo mostra o cálculo da área.

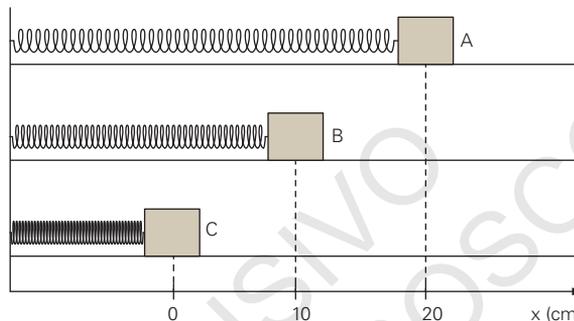


$$\tau_2 = 6 + 7 + 8 + 6 = 27$$

$$\text{Como } \tau = \tau_1 + \tau_2$$

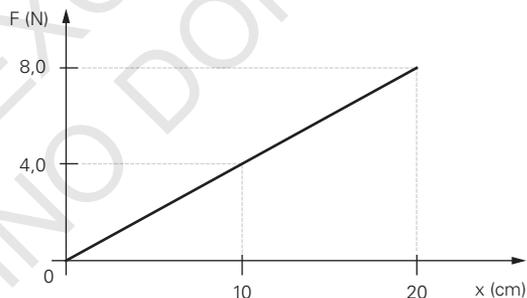
$$\tau = 20 + 27 = 47 \text{ J}$$

6. Famerp-SP – A figura mostra o deslocamento horizontal de um bloco preso a uma mola, a partir da posição A e até atingir a posição C.



Disponível em: www.mundoeducacao.bol.uol.br. (Adaptado)

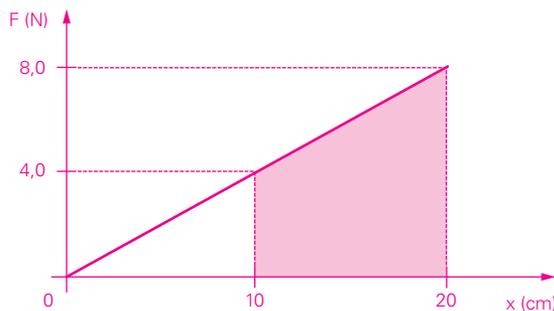
O gráfico representa o módulo da força que a mola exerce sobre o bloco em função da posição desse bloco.



O trabalho realizado pela força elástica aplicada pela mola sobre o bloco, quando este se desloca da posição A até a posição B, é:

- a) 0,60 J**
 b) -0,60 J
 c) -0,30 J
 d) 0,80 J
 e) 0,30 J

O trabalho realizado pela força elástica corresponde à área sob a curva entre o deslocamento da posição A até a posição B. Logo, de acordo com o gráfico abaixo, temos:



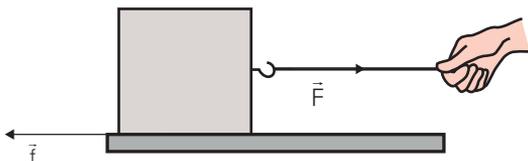
A área pintada corresponde à área do trapézio:

$$\tau = (8 + 4) \cdot \frac{(0,20 - 0,10)}{2} = 0,60$$

$$\therefore \tau = 0,60 \text{ J}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. IFSC – Em uma atividade experimental de Física, foi proposto aos alunos que determinassem o coeficiente de atrito dinâmico ou cinético e que também fizessem uma análise das grandezas envolvidas nessa atividade. Tal atividade consistia em puxar um bloco de madeira sobre uma superfície horizontal e plana com uma força \vec{F} , com velocidade constante.



Sobre essa situação, é correto afirmar que:

- a) o trabalho realizado pela força \vec{F} é nulo.
- b) o trabalho total realizado sobre o bloco é negativo.
- c) o trabalho realizado pela força de atrito \vec{f} é nulo.
- d) o trabalho realizado pela força de atrito \vec{f} é negativo.
- e) o trabalho realizado pela força \vec{F} é igual à variação da energia cinética do bloco.

8. Espcex-SP (adaptado) – Um bloco, puxado por uma corda inextensível e de massa desprezível, desliza sobre uma superfície horizontal com atrito, descrevendo um movimento retilíneo e uniforme. A corda faz um ângulo de 53° com a horizontal, e a tração que ela transmite ao bloco é de 80 N. Se o bloco sofrer um deslocamento de 20 m ao longo da superfície, o trabalho realizado pela tração no bloco será de:

(Dados: $\sin 53^\circ = 0,8$ e $\cos 53^\circ = 0,6$)

- a) 480 J
- b) 640 J
- c) 960 J
- d) 1 280 J
- e) 1 600 J

9. IFCE – Uma pessoa sobe um lance de escada, com velocidade constante, em 1,0 min. Se a mesma pessoa subisse o mesmo lance, também com velocidade constante, em 2,0 min, ela realizaria um trabalho:

- a) duas vezes maior que no primeiro caso.
- b) duas vezes menor que no primeiro caso.
- c) quatro vezes maior que no primeiro caso.
- d) quatro vezes menor que no primeiro caso.
- e) igual ao do primeiro caso.

10. UECE (adaptado) – Em um corredor horizontal, um estudante puxa uma mochila de rodinhas de 6 kg pela haste, que faz 60° com o chão. A força aplicada pelo estudante é a mesma necessária para levantar um peso de 1,5 kg, com velocidade constante. Considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 , qual é o trabalho, em joule, realizado para puxar a mochila por uma distância de 30 m?

11. PUC-RJ – Um homem tem de levantar uma caixa de 20 kg a uma altura de 1,0 m. Ele tem duas opções: (1) levantar a caixa com seus braços, fazendo uma força vertical; (2) usar uma rampa inclinada a 30° , de atrito desprezível com a superfície da caixa, e empurrar a caixa com seus braços fazendo uma força paralela à rampa.

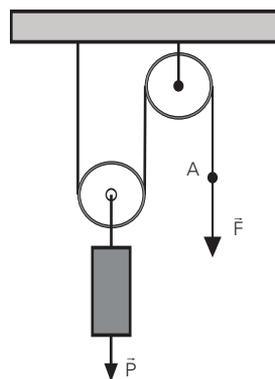
Supondo que, em ambos os casos, a caixa é levantada com velocidade constante, considere as seguintes afirmações:

- I. O trabalho realizado pelo homem é menor na opção (2).
- II. A força exercida pelo homem é a mesma para as duas opções.
- III. Na opção (2), a força normal entre a caixa e a rampa realiza um trabalho positivo.

Marque a alternativa correta:

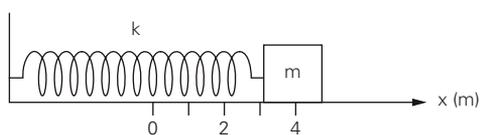
- a) São verdadeiras as afirmações I e II.
- b) São verdadeiras as afirmações I e III.
- c) Nenhuma das afirmações é verdadeira.
- d) Todas as afirmações são verdadeiras.
- e) São verdadeiras as afirmações II e III.

12. UFJF-MG – Um sistema de polia móvel, como mostrado na figura a seguir, pode ser muito útil para suspender algum objeto utilizando uma força menor que o peso do próprio objeto. Considere a corda sem massa e inextensível e despreze as massas das polias e qualquer perda de energia do sistema.

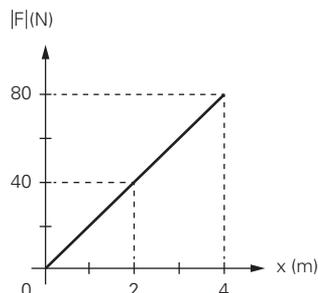


- a) Considerando que o peso foi deslocado a uma altura h , qual é o trabalho realizado pela força \vec{P} ?
- b) Qual é o deslocamento total da extremidade A e qual o trabalho realizado pela força \vec{F} ?
- c) Qual é o valor da força \vec{F} para um sistema formado por N polias móveis? Justifique sua resposta.

13. UPE (adaptado) – Considere um bloco de massa m ligado a uma mola de constante elástica $k = 20 \text{ N/m}$, como mostrado na figura a seguir. O bloco encontra-se parado na posição $x = 4,0 \text{ m}$. A posição de equilíbrio da mola é $x = 0$.



O gráfico a seguir indica como o módulo da força elástica da mola varia com a posição x do bloco.



Qual é o trabalho realizado pela força elástica para levar o bloco da posição $x = 4,0$ m até a posição $x = 2,0$, em joules?

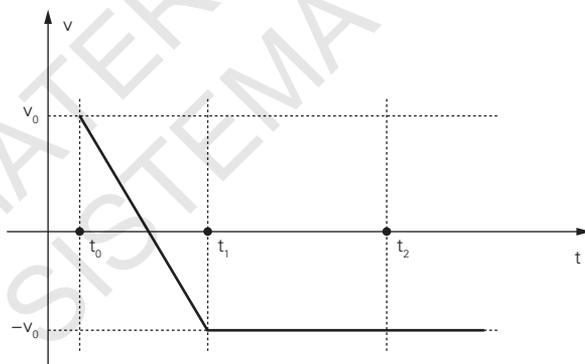
- 14. UERJ** – Um objeto é deslocado em um plano sob a ação de uma força de intensidade igual a 5 N, percorrendo em linha reta uma distância igual a 2 m.

Considere a medida do ângulo entre a força e o deslocamento do objeto igual a 15° e T o trabalho realizado por essa força. Uma expressão que pode ser utilizada para o cálculo desse trabalho, em joules, é $T = 5 \times 2 \times \sin \theta$.

Nessa expressão, θ equivale, em graus, a:

- a) 15
- b) 30
- c) 45
- d) 75

- 15. FMP-SC** – Um objeto de massa m , que pode ser tratado como uma partícula, percorre uma trajetória retilínea, e sua velocidade varia no tempo de acordo com a função cujo gráfico está descrito na figura abaixo.

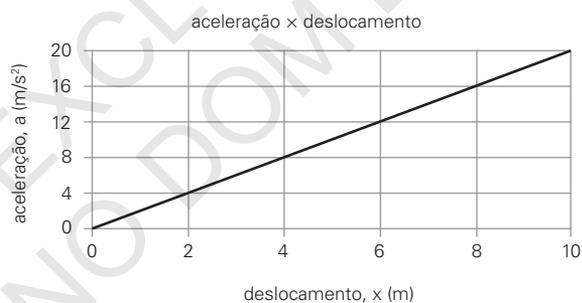


Considere os três instantes assinalados na figura: o instante t_0 , no qual a velocidade do objeto vale v_0 , o instante t_1 , no qual a velocidade vale $-v_0$, e o instante t_2 , para o qual a velocidade do objeto continua valendo $-v_0$.

Os trabalhos realizados pela força resultante sobre o objeto entre os instantes t_0 e t_1 (W_1), e entre os instantes t_1 e t_2 (W_2), valem:

- a) $W_1 < 0$ e $W_2 < 0$
- b) $W_1 > 0$ e $W_2 < 0$
- c) $W_1 = 0$ e $W_2 = 0$
- d) $W_1 > 0$ e $W_2 = 0$
- e) $W_1 = 0$ e $W_2 < 0$

- 16. Ulbra-RS** – Um corpo de massa 5 kg move-se ao longo do eixo x , e sua aceleração em função da posição é variável. Qual é o trabalho total realizado sobre esse corpo quando ele se desloca desde $x = 0$ até $x = 10$ m?



- a) 100 J
- b) 200 J
- c) 400 J
- d) 500 J
- e) 1 000 J

- 17. Unicamp-SP (adaptado)** – O primeiro trecho do metrô de São Paulo, entre as estações Vila Prudente e Oratório, foi inaugurado em agosto de 2014. Uma das vantagens do trem utilizado em São Paulo é que cada carro é feito de ligas de alumínio, mais leve que o aço, o que, ao lado de um motor mais eficiente, permite ao trem atingir uma velocidade de 80 km/h. A densidade do aço $d_{\text{aço}} = 7,9 \text{ g/cm}^3$ e a do alumínio é

$d_{\text{Al}} = 2,7 \text{ g/cm}^3$. Obtenha a razão $\left(\frac{\tau_{\text{aço}}}{\tau_{\text{Al}}}\right)$ entre os tra-

balhos realizados pelas forças resultantes que aceleram dois trens de dimensões idênticas, um feito de aço e outro feito de alumínio, com a mesma aceleração constante de módulo a , por uma mesma distância l .

ESTUDO PARA O ENEM

18. UFSM-RS

C5-H17

A tabela reproduz o rótulo de informações nutricionais de um pacote de farinha de trigo.

INFORMAÇÃO NUTRICIONAL (Porção de 50 g ou 1/2 xícara de farinha de trigo)		
Quantidade por porção		%VD(%)
Valor energético	170 kcal = 714 kJ	9%
Carboidratos	36,0 g	12%
Proteínas	4,9 g	7%
Gorduras totais	0,7 g	1%
Gorduras saturadas	0,0 g	0
Gorduras trans	0,0 g	—
Fibra alimentar	1,6 g	6%
Sódio	0,0 mg	0
Ferro	2,1 mg	15%
Ácido fólico (vit. B9)	76 µg	19%

Considerando o valor energético informado no rótulo, essa quantidade de energia corresponde ao trabalho realizado ao arrastar um corpo contra uma força de atrito de 50 N, com velocidade constante, por uma distância de, aproximadamente,

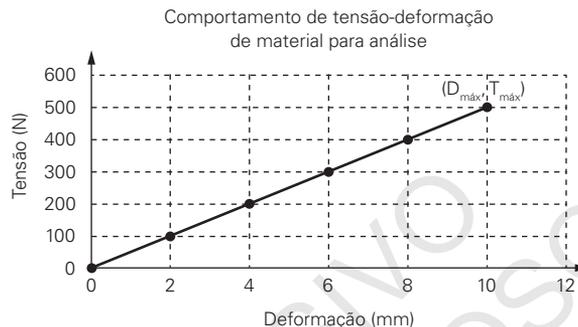
- a) 3,4 m d) 3,4 km
b) 14,3 m e) 14,3 km
c) 1,4 km

19. Fatec-SP

C5-H17

Durante o estágio realizado por uma aluna do curso de Mecânica de Precisão da Fatec, ela faz uma análise de um material por meio de um sistema mecânico que tensiona a peça de maneira longitudinal. Esse sistema está interligado a um dispositivo eletrônico que registra a tensão aplicada e a deformação sofrida por essa peça.

Para saber o módulo de resiliência (energia acumulada durante essa deformação) dessa peça, ela esboça um gráfico com as duas grandezas.



De acordo com a leitura dos dados apresentados pelo gráfico podemos afirmar que o trabalho realizado pela força tensora até atingir a deformação máxima de 10 mm é, em joules, de:

- a) $5,0 \cdot 10^{-1}$
b) $2,5 \cdot 10^0$
c) $5,0 \cdot 10^1$
d) $2,5 \cdot 10^2$
e) $5,0 \cdot 10^3$

20. PUC-RJ

C6-H20

Um pedreiro atravessa uma rua horizontal de largura igual a 10 m com velocidade constante. Ele carrega um balde de cimento de massa igual a 15 kg, segurando-o pelas alças com uma força vertical.

Calcule o trabalho, em joules, realizado pela força exercida pelo pedreiro sobre o balde.

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$

- a) 0 d) 150
b) 10 e) 500
c) 15

SHUTTERSTOCK / ABC7



FÍSICA 2

CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

1

INTRODUÇÃO À ONDULATÓRIA E FENÔMENOS ONDULATÓRIOS

- Conceito de onda
- Classificação das ondas
- Equação fundamental da ondulatória
- Reflexão
- Refração
- Difração
- Polarização
- Ressonância
- Interferência
- Batimento

HABILIDADES

- Identificar ondas mecânicas e eletromagnéticas.
- Diferenciar as ondas mecânicas das eletromagnéticas e as ondas transversais das longitudinais, identificando suas aplicações.
- Calcular velocidade, comprimento de onda e frequência para uma onda.
- Compreender os conceitos frequência, período, comprimento de onda, velocidade de propagação e amplitude de uma onda.
- Relacionar frequência, comprimento de onda e velocidade de propagação.
- Descrever fenômenos ondulatórios, como reflexão, refração, difração, polarização, ressonância, interferência e batimento.
- Aplicar os conceitos de reflexão, refração, difração, polarização, ressonância, interferência, batimento para a compreensão de fenômenos ondulatórios em situações diversas.

Pulso de onda

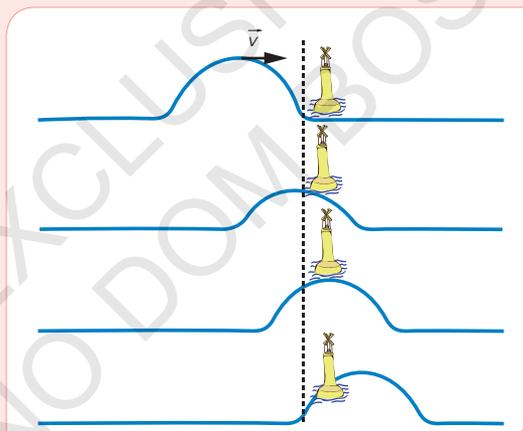
Quando uma gota de chuva atinge a superfície de um lago, por exemplo, ela causa uma perturbação nessa superfície em forma de círculos concêntricos.

Imagine que uma única gota de chuva atinge essa superfície. Essa única perturbação denominamos **pulso de onda**.

Podem existir pulsos dos mais diversos tipos, como os causados na superfície d'água, os sonoros ou até mesmo os luminosos.

Quando produzimos um pulso na superfície tranquila de um lago, uma boia de sinalização oscila na vertical, porém não é arrastada na horizontal pela onda.

Dessa forma, podemos dizer que o pulso de onda fornece energia ao meio, podendo oscilar seus pontos, mas não transporta matéria.

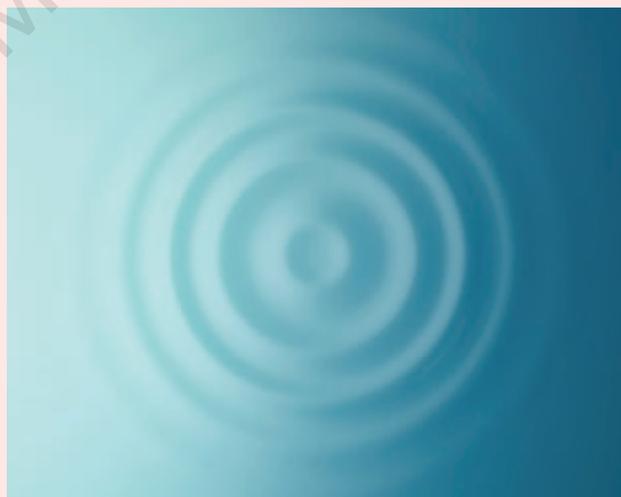


Oscilação de uma boia ao ser atingida por um pulso de onda.

O pulso de onda transporta energia, mas não transporta matéria.

Ondas periódicas

Vimos no tópico anterior que uma gota de chuva, ao atingindo a superfície de um lago, causa uma perturbação nessa superfície, que definimos como pulso de onda. Agora, imagine que as gotas de chuva caem nessa mesma superfície em intervalos de tempo regulares, dando origem a uma sequência de pulsos. Esse conjunto de pulsos regulares denominamos **onda periódica**.



Onda é uma sucessão periódica de pulsos que transportam energia, mas não transportam matéria.

Observação

A onda periódica pode ser denominada também como trem de ondas.

Onda periódica na água.

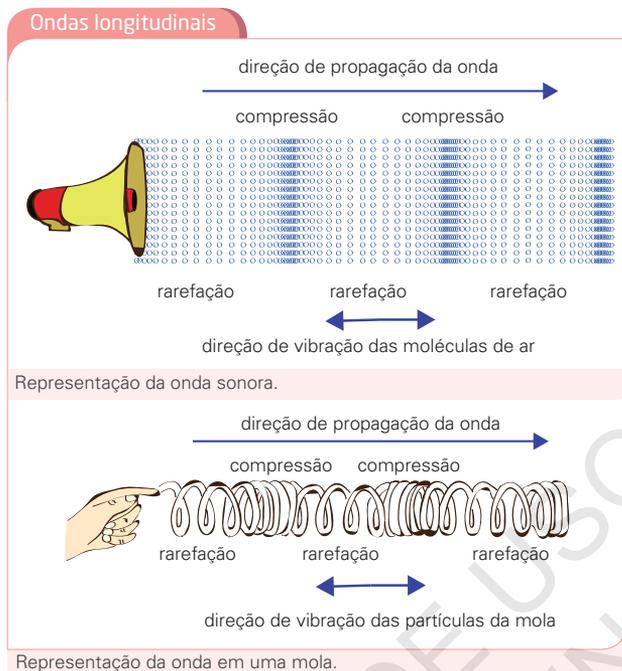
Classificação das ondas

As ondas podem ser classificadas quanto à sua forma, à sua natureza e à sua dimensão de propagação.

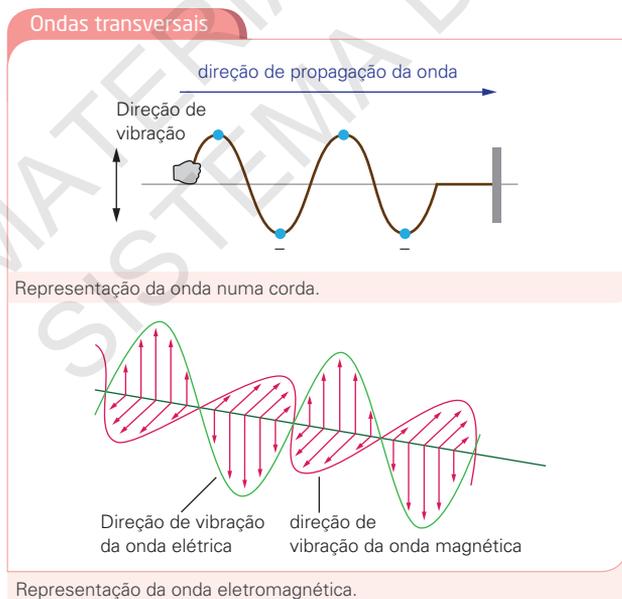
FORMA DAS ONDAS

As ondas podem ser classificadas em **longitudinais** e **transversais**.

As ondas **longitudinais** vibram na mesma direção em que se propagam. Podemos citar como exemplos as ondas sonoras e as ondas formadas em uma mola, quando os seus anéis são comprimidos ou esticados na horizontal.

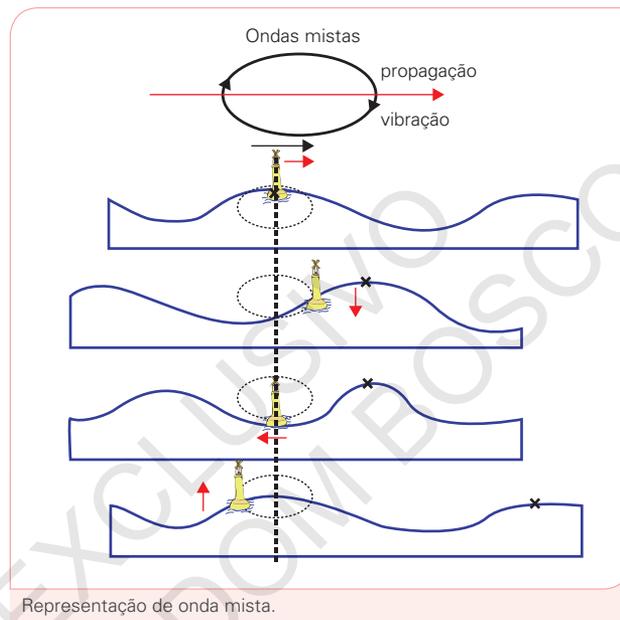


As ondas **transversais** vibram numa direção perpendicular àquela em que se propagam. Podemos citar como exemplos as ondas numa corda e as ondas eletromagnéticas, como a luz.



Observação

As ondas que se propagam na água, como as do mar, são classificadas como mistas, pois são resultado de uma combinação das ondas transversais e das longitudinais.

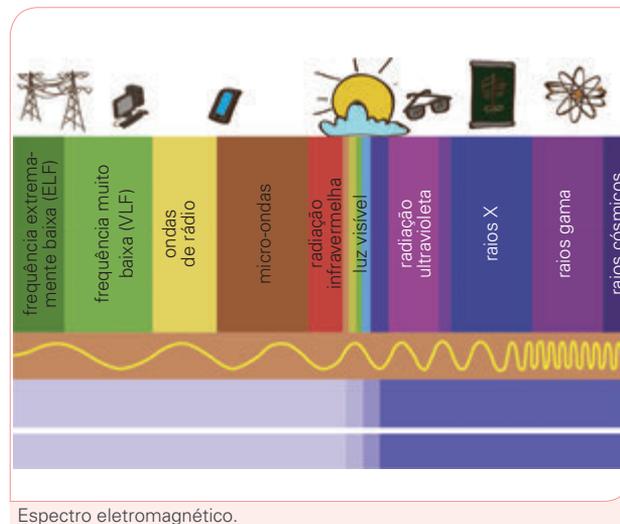


NATUREZA DAS ONDAS

As ondas podem ser classificadas em **mecânicas** e **eletromagnéticas**.

Ondas **mecânicas** precisam de um meio material para se propagar. Podemos citar como exemplos as ondas sonoras, as ondas formadas em uma corda ou em uma mola, as ondas sísmicas etc.

Ondas **eletromagnéticas** são aquelas que não precisam de um meio material para se propagar. Elas são formadas por um campo elétrico e um campo magnético, perpendiculares e alternados entre si, como ilustrado no tópico anterior. Podemos citar como exemplos a luz visível, as ondas de rádio, os raios X, os raios cósmicos etc., ou seja, todo espectro eletromagnético.



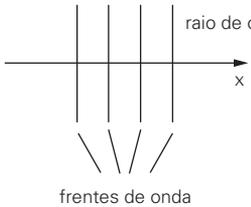
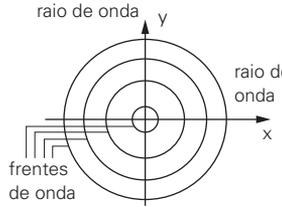
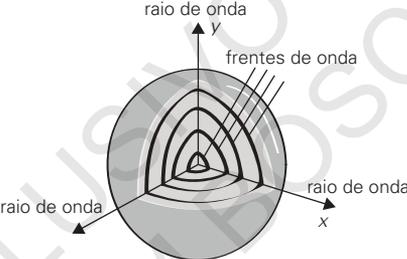
DIMENSÃO DAS ONDAS

As ondas podem ser classificadas em **unidimensionais**, **bidimensionais** e **tridimensionais**.

As ondas **unidimensionais** propagam-se em apenas uma dimensão. Podemos citar como exemplos as ondas que se propagam em uma corda, em uma mola ou até mesmo em um raio *laser* (por aproximação).

As ondas **bidimensionais** propagam-se em apenas duas dimensões. Podemos citar como exemplo as ondas que se propagam na água, como as do mar.

As ondas **tridimensionais** propagam-se em três dimensões. Podemos citar como exemplos as ondas sonoras e a luz.

Representação da dimensão das ondas			
Unidimensional	Bidimensional		Tridimensional
			
Frente pontual Ex.: <i>laser</i>	Frentes planas Ex.: onda em uma corda	Frentes circulares Ex.: onda na água	Frentes esféricas Ex.: som

As **frentes de onda** são as linhas que representam os conjuntos de pontos atingidos por uma onda, em determinado intervalo de tempo. Já a linha imaginária que fornece a direção de propagação da onda é denominada **raio de onda**.

Equação fundamental da ondulatória

São elementos de uma onda:

- **Cristas:** são os pontos mais altos da onda.
- **Vales:** são os pontos mais baixos da onda.
- **Amplitude (A):** é a distância entre o ponto mais alto (crista) e o eixo central da onda, ou a distância entre o ponto mais baixo (vale) e o eixo central.
- **Comprimento de onda (λ):** é o comprimento de um pulso de onda. Pode ser obtido pela medida da distância entre duas cristas consecutivas, ou entre dois vales consecutivos, ou, ainda, pela medida de um segmento completo de onda. Essa grandeza física é representada pela letra grega lambda (λ) e sua unidade no sistema internacional é o metro.

PERÍODO (T)

É o tempo necessário para que a onda realize uma oscilação completa (pulsação), ou seja, é o tempo necessário para que ela percorra a distância equivalente ao comprimento de onda. A unidade do sistema internacional para o período é o segundo.

FREQUÊNCIA (f)

É o número de oscilações que uma onda realiza em determinado intervalo de tempo.

$$f = \frac{\text{número de oscilações}}{\Delta t}$$

Para uma oscilação, o intervalo de tempo corresponde ao período, logo:

$$f = \frac{1}{T}$$

A unidade de frequência no sistema internacional é o hertz (Hz), que corresponde ao inverso do segundo (s^{-1}).

VELOCIDADE DA ONDA (v)

A velocidade é a razão entre o deslocamento e o intervalo de tempo. No sistema internacional, sua unidade é o metro por segundo (m/s).

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Para uma oscilação, o deslocamento corresponde ao comprimento de onda, e o intervalo de tempo corresponde ao período. Logo:

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

Lembrando que a frequência é o inverso do período, temos que:

$$v = \lambda \cdot f$$

Equação fundamental da ondulatória

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. UNESP

- I. Uma onda transporta partículas do meio pelo qual passa.
- II. As ondas sonoras são perturbações que não podem se propagar no vácuo.
- III. Quando uma onda mecânica periódica se propaga em um meio, as partículas do meio não são transportadas pela onda.
- IV. Uma onda é transversal quando sua direção de propagação é perpendicular à direção de vibração.

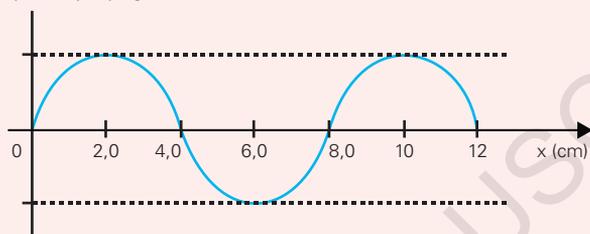
Das afirmações anteriores, são verdadeiras

- a) somente I e II. **d)** somente II, III e IV.
 b) somente II e III. **e)** todas.
 c) somente III e IV.

Resolução

- I. Falsa. As ondas não transportam matéria.
 II. Verdadeira. O som é uma onda mecânica, logo necessita de um meio material para se propagar.
 III. Verdadeira. As ondas não transportam matéria.
 IV. Verdadeira. Definição de onda transversal.

2. UERJ – Observe no diagrama o aspecto de uma onda que se propaga com velocidade de 0,48 m/s em uma corda:



Calcule, em hertz, a frequência da fonte geradora da onda.

Resolução

Da figura, o comprimento de onda equivale a 8 cm = 0,08 m.

$$\text{Assim, a frequência é } f = \frac{v}{\lambda} = \frac{0,48}{0,08} = 6,0 \text{ Hz.}$$

Reflexão

UNIDIMENSIONAL

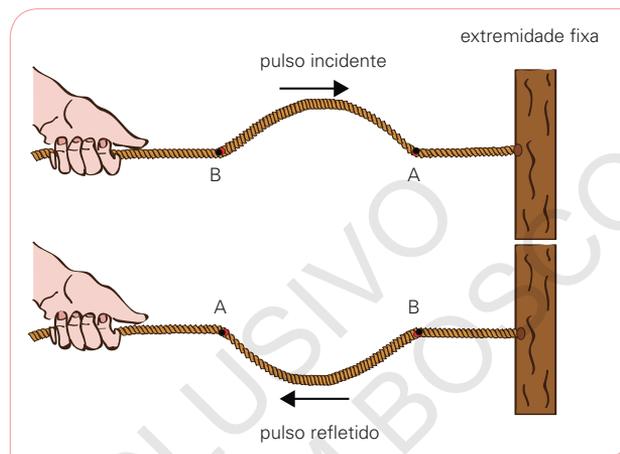
O treinamento físico com cordas tem sido incorporado ao treinamento funcional e ao *crossfit*. Uma de suas modalidades é o *rope training*, onde diversos exercícios são executados utilizando uma ou duas cordas navais.



Rope training.

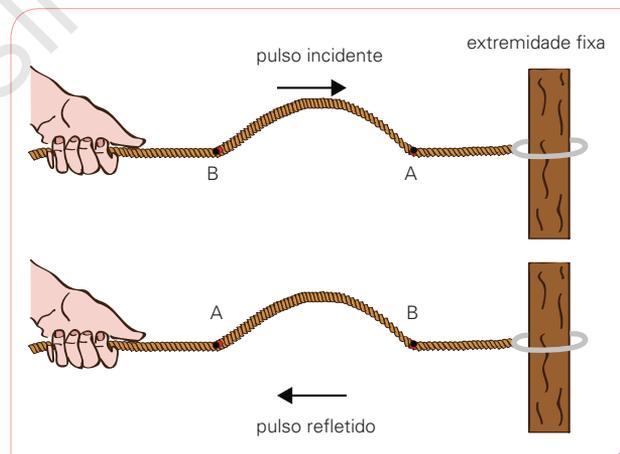
Imagine que durante o treinamento uma pessoa gere pulsos periódicos numa corda. Ao atingir a extremidade oposta da corda, duas situações distintas podem ocorrer:

- **Extremidade fixa**



Ao encontrar uma extremidade fixa, o pulso sofre inversão de fase, ou seja, se o pulso incidente for uma crista, o pulso refletido será um vale e vice-versa. Isso ocorre porque a parede reagirá sobre cada ponto da corda com uma força de mesma intensidade, mesma direção, porém sentido contrário (princípio da ação e reação).

- **Extremidade móvel**



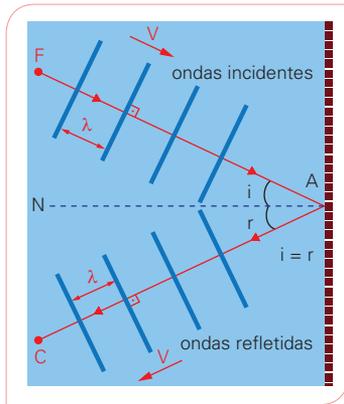
Ao encontrar uma extremidade livre, o pulso não sofre inversão de fase, ou seja, se o pulso incidente for uma crista, o pulso refletido será também uma crista. Isso ocorre porque a argola sobe e desce gerando um pulso sem inversão de fase.

BIDIMENSIONAL

Ondas planas

As ondas planas, por exemplo, podem ser geradas quando a superfície da água é tocada com um objeto plano (régua) ou até mesmo pelo vento.

Ao atingir um obstáculo, como a borda da piscina, elas sofrem reflexão.



Para desenhar as ondas refletidas, devemos considerar as leis da reflexão e que cada ponto do obstáculo se torna uma nova fonte de ondas (ondas secundárias).

Leis da reflexão

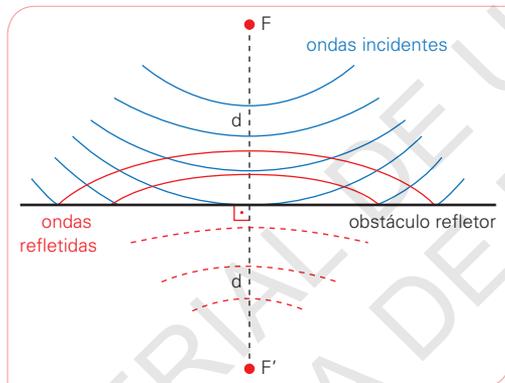
1ª lei: O raio incidente (RI), o raio refletido (RR) e a reta normal (N) são coplanares;

2ª lei: O ângulo de incidência (i) é igual ao ângulo de reflexão (r)

$$i = r$$

Ondas circulares

As ondas circulares, por exemplo, são geradas quando gotas caem na superfície da água.



Para traçar as ondas refletidas, devemos determinar geometricamente uma fonte imaginária F' , simétrica à original F . Dessa forma, as ondas refletidas devem ser traçadas considerando que foram produzidas pela fonte F' .

Na reflexão, permanecem inalterados a velocidade de propagação, o comprimento de onda e a frequência.

Refração

Ao atingir a superfície de separação entre dois meios, por exemplo, entre o ar e a água, uma parcela da onda sofre reflexão. No entanto, uma parcela dessa onda pode atravessar a superfície de separação e mudar de meio. Dessa forma, podemos dizer que a parcela que mudou de meio sofreu **refração**.

UNIDIMENSIONAL

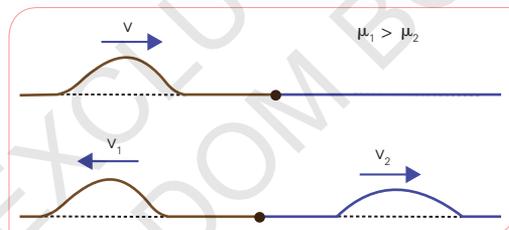
Para analisar o fenômeno da refração em uma dimensão, vamos considerar duas cordas de densidades lineares diferentes. Uma corda mais fina (menos densa), conectada a uma corda mais grossa (mais densa).

A densidade linear (μ) de uma corda é obtida pela razão entre a massa (m) e o comprimento da corda (L).

$$\mu = \frac{m}{L}$$

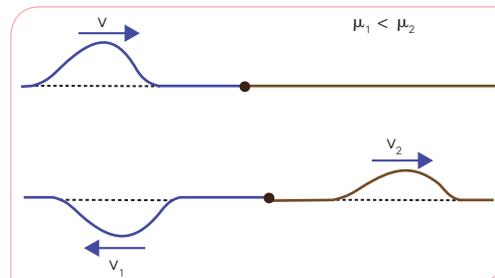
A unidade da densidade linear no sistema internacional é o kg/m.

Primeiramente, vamos analisar o caso em que um pulso de onda é gerado em uma corda mais densa e propaga-se até atingir a corda menos densa ($\mu_1 > \mu_2$).



Podemos observar que uma parcela do pulso de onda incidente sofreu reflexão retornando pela corda mais densa, sem inversão de fase. Outra parcela do pulso mudou de meio e sofreu refração, também sem inversão de fase.

Agora, vamos analisar o caso em que um pulso de onda é gerado em uma corda menos densa e propaga-se até atingir a corda mais densa ($\mu_1 < \mu_2$).



Podemos observar que uma parcela do pulso de onda sofreu reflexão retornando pela corda menos densa, com inversão de fase. Outra parcela do pulso mudou de meio e sofreu refração, sem inversão de fase.

A fonte das ondas é a mesma para as duas cordas em ambos os casos, logo a frequência é a mesma. Dessa forma, utilizando a equação fundamental da ondulatória, podemos escrever:

$$f = \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \quad (1)$$

A velocidade de uma onda que se propaga numa corda pode ser obtida pela equação de Taylor:

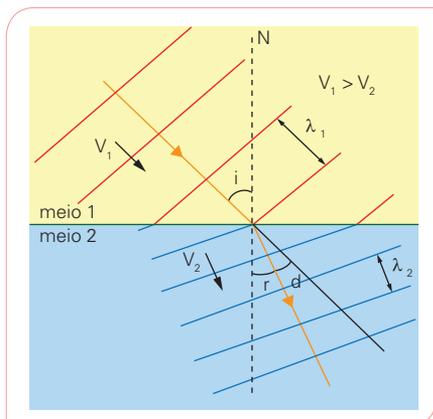
$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (2)$$

em que T é a tração na corda e μ é a densidade linear.

Como a tração é a mesma para as duas cordas, a corda mais densa possui menor velocidade. Dessa forma, analisando a equação 1, podemos concluir que ela possui menor comprimento de onda.

BIDIMENSIONAL

A refração também pode ocorrer em duas dimensões. Observe a figura a seguir, que representa uma onda atingindo a superfície de separação de dois meios e sofrendo refração.



Na maior parte dos casos, a onda sofre um desvio ao mudar de meio, por causa da diferença na velocidade de propagação.

Para determinar o desvio ($d = i - r$) sofrido pela onda, precisamos calcular o ângulo de refração (r) pela equação apresentada a seguir, que pode ser obtida com base nos conceitos de onda e geometria.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Observação

Por meio dessa equação, é possível chegar à lei de Snell-Descartes, que será vista posteriormente no estudo da refração da luz, em óptica.

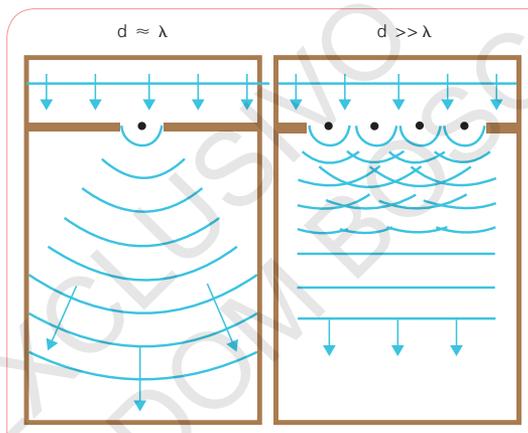
Difração

É a capacidade que uma onda possui em contornar um obstáculo ou atravessar uma fenda. Apesar de todas as ondas poderem sofrer difração, esse fenômeno é mais perceptível para as ondas sonoras e para as ondas que se propagam na superfície da água do que para a luz.



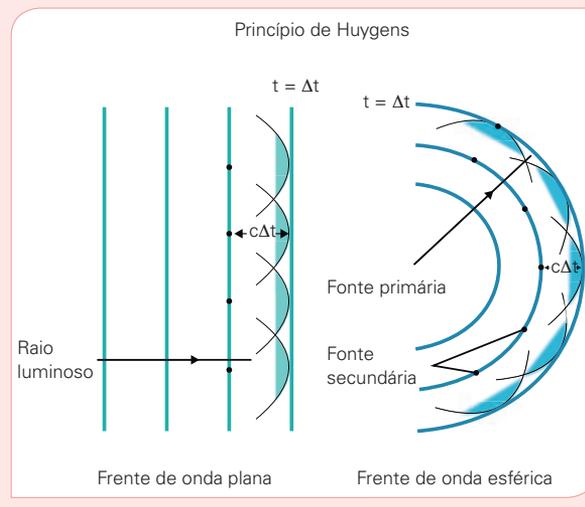
Difração das ondas na água.

Para que a difração seja mais facilmente percebida, é necessário que o obstáculo ou a fenda tenha uma dimensão semelhante ou menor que o comprimento da onda incidente. Dessa forma, pelo princípio de Huygens, cada ponto da frente de onda primária que atingir a fenda se comportará como uma nova fonte de onda, permitindo que ondas secundárias se propaguem em todas as direções. Caso a abertura da fenda ou do obstáculo seja significativamente maior que o comprimento de onda, a onda secundária será semelhante à primária, sendo, assim, a difração menos acentuada.



Cristiaan Huygens (1629-1995), físico, astrônomo e matemático holandês, enunciou o seguinte princípio:

“Todos os pontos de uma frente de onda podem ser considerados fontes de ondas secundárias, que se espalham em todas as direções com uma velocidade igual à de propagação da onda”.



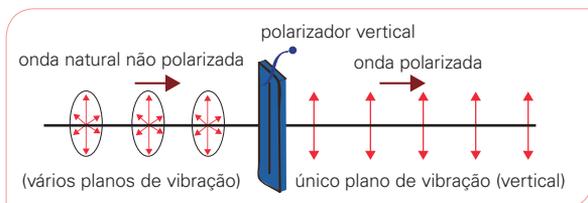
Observação

O som difrata facilmente, pois possui comprimentos de onda que variam de poucos centímetros a dezenas de metros, o que corresponde ao tamanho de inúmeros objetos (obstáculos) e fendas do nosso cotidiano, permitindo que escutemos mesmo que existam obstáculos. Já a luz não sofre difração facilmente, pois

seu comprimento de onda é muito pequeno (10^{-7} m); portanto, não podemos enxergar um objeto quando existe um obstáculo.

Polarização

Ao comprarmos óculos de sol, podemos optar por lentes polarizadas, ou seja, lentes que permitem que a luz as atravesse em uma única direção. Dessa forma, a **polarização** é o fenômeno ondulatório que possibilita que as ondas eletromagnéticas passem a se propagar em uma única direção, ou seja, o polarizador permite que a onda vibre em um único plano.



Somente as ondas transversais podem ser polarizadas.

Observação

Somente as ondas transversais podem se polarizadas, pois vibram em direções perpendiculares à de propagação. As ondas longitudinais vibram na mesma direção de propagação, dessa forma, não podem ser polarizadas.

Ressonância

O forno de micro-ondas é um aparelho cujo princípio de funcionamento é a ressonância. No aparelho, existe um dispositivo chamado *magnetron*, cuja função é gerar ondas eletromagnéticas com uma frequência praticamente igual à natural da água. As ondas eletromagnéticas transmitem energia para as moléculas de água presentes nos alimentos, que passam a vibrar com maior intensidade, gerando calor.

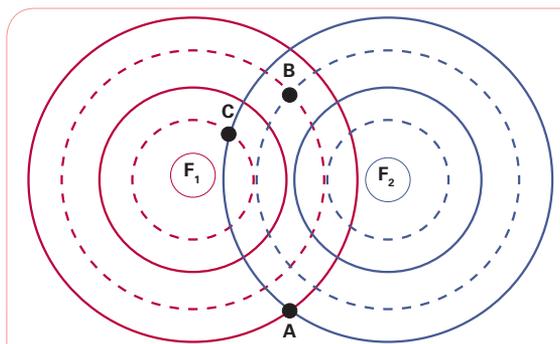
Dessa forma, o fenômeno da ressonância consiste em transmitir energia para um sistema físico, por meio de um agente externo que emite uma onda de frequência praticamente igual à frequência natural de vibração dos corpos.

Esse fenômeno pode ocorrer também com as ondas mecânicas, como no caso de um tenor, que é capaz de atingir com a sua voz a frequência natural de vibração de um copo de cristal, provocando a sua quebra.

Interferência

O fenômeno da **interferência** ocorre quando diferentes ondas se interceptam ao se propagarem no mesmo meio. Observe na imagem a seguir o encontro das frentes de onda provenientes de duas fontes distintas.

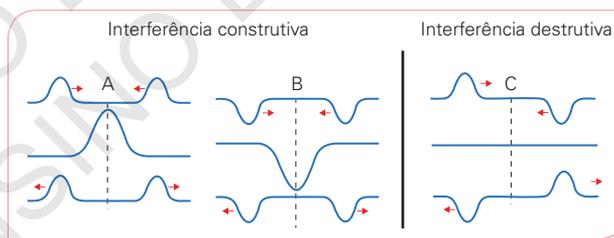
Ao se encontrarem, as frentes de onda podem sofrer interferência construtiva ou destrutiva.



Representação da interferência entre duas fontes circulares. As linhas cheias representam cristas e as tracejadas, vales.

Na ilustração anterior, podemos observar que duas fontes distintas produzem ondas em fase, ou seja, quando a fonte F_1 produz uma crista, a fonte F_2 também produz uma crista. No ponto A, ocorre o encontro de duas cristas; no ponto B, ocorre o encontro de dois vales. Em ambos os casos, podemos dizer que ocorreu **interferência construtiva**. Já no ponto C, temos um encontro de uma crista e um vale; dessa forma, podemos dizer que ocorreu uma **interferência destrutiva**.

Na imagem a seguir, representamos o encontro dos pulsos de onda, nos casos em que ocorrem interferência construtiva (pontos A e B) e destrutiva (ponto C).



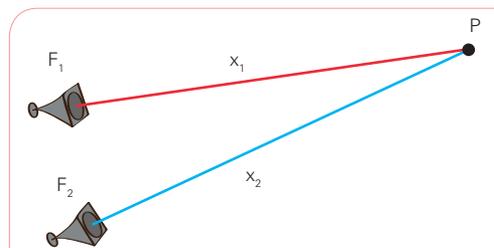
Representação da interferência entre pulsos de onda.

Podemos observar que, durante interferência construtiva, as amplitudes dos pulsos incidentes somam-se e, na interferência destrutiva, elas se subtraem. Em ambos os casos, após a interferência, os pulsos continuam se propagando da mesma forma que antes do encontro.

Observação

Caso as amplitudes dos pulsos incidentes sejam diferentes na interferência destrutiva, esta será denominada de interferência destrutiva parcial e o pulso resultante ainda apresentará amplitude.

Para determinar o tipo de interferência, em determinado ponto do espaço, de forma analítica, é necessário conhecer a diferença de percurso das ondas (Δx). Vamos considerar duas fontes que emitem ondas de mesma frequência e o ponto de interesse.



Para determinar a diferença de percurso, basta calcular o módulo da diferença da distância de cada fonte ao ponto de interesse.

$$\Delta x = |x_1 - x_2|$$

Após determinar a diferença de percurso, devemos estabelecer o número (n), que corresponde à quantidade de meios de comprimentos de onda que compõem a diferença de percurso.

$$\Delta x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Dessa forma, temos:

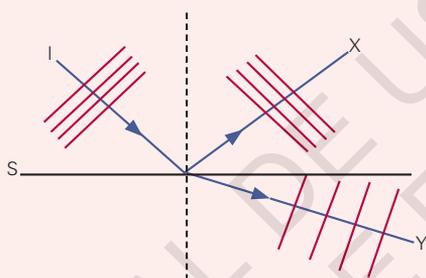
	Fontes em concordância de fase	Fontes em oposição de fase
Se n for par	Interferência construtiva	Interferência destrutiva
Se n for ímpar	Interferência destrutiva	Interferência construtiva

Observação

Caso o valor de n não for inteiro, a interferência será denominada parcial.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. UNESP – A figura representa uma onda periódica I que atinge a superfície de separação S entre dois meios. Representa também outros dois trens de ondas, X e Y , a serem identificados, e a linha pontilhada indica a normal à superfície de separação S .



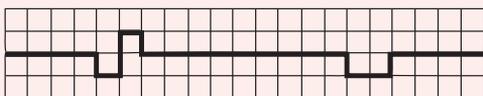
Os dois trens de ondas X e Y correspondem, respectivamente, às ondas

- a) refletida e refratada.
- b) refletida e difratada.
- c) refratada e refletida.
- d) difratada e refratada.
- e) refletida e polarizada.

Resolução

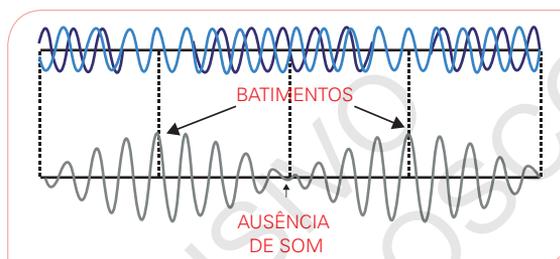
O trem de ondas X sofre reflexão, pois permanece no mesmo meio e possui comprimento de onda igual ao da onda incidente. O trem Y sofre refração, pois mudou de meio sofrendo alteração na velocidade e no comprimento de onda.

4. FGV-SP – A figura mostra dois pulsos que se movimentam em sentidos contrários, um em direção ao outro sobre a mesma corda, que pode ser considerada ideal.



Batimento

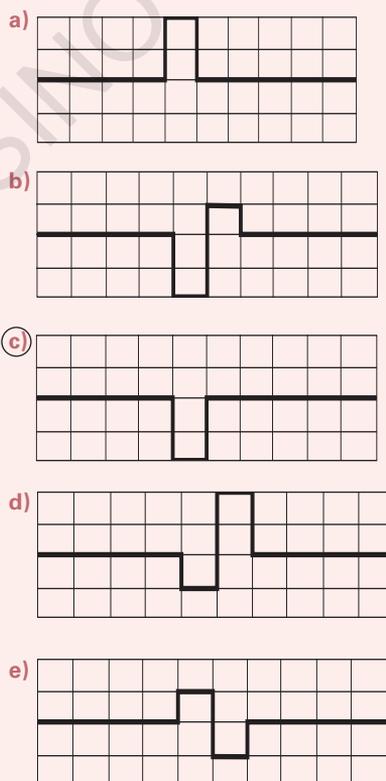
Quando afinamos um instrumento musical, comparamos uma nota emitida por instrumento afinado com a nota emitida pelo desafinado. Ao emitir a nota nos dois instrumentos, o som irá oscilar entre máximos e mínimos de intensidade. A essa oscilação resultante da superposição de duas ondas que se propagam na mesma direção denominamos batimento.



A frequência de batimento corresponde ao módulo da diferença entre as duas frequências originais.

$$f_B = |f_1 - f_2|$$

No momento em que houver sobreposição total, a disposição esperada para os pontos da corda estará mais bem indicada por:



Resolução

As se encontrarem, a crista e o vale sofreram interferência destrutiva. Já no encontro vale com vale, teremos interferência construtiva. Dessa forma, a onda resultante terá a largura de um quadrado e a altura de dois quadrados para baixo.

ROTEIRO DE AULA

O conceito de onda

Onda é uma sucessão periódica de pulsos.

Ondas transportam energia sem transportar matéria.

Longitudinais: oscilações ocorrem na direção de propagação.

Transversais: oscilações ocorrem perpendicularmente à direção de propagação.

Mistas: possuem componentes transversais e longitudinais.

Classificação das ondas

Mecânicas: precisam de um meio para se propagar.

Eletromagnéticas: não necessitam de meio para se propagar.

Unidimensionais: propagação em uma direção.

Bidimensionais: propagação em duas direções.

Tridimensionais: propagação em três direções.

Comprimento de onda: comprimento de uma oscilação completa; é dada em metros no SI.

As propriedades fundamentais das ondas

Período: tempo necessário para uma oscilação completa, é dada em segundos no SI.

Frequência: número de oscilações por unidade de tempo; é dado em hertz no SI.

Equação fundamental da ondulatória: $v = \lambda \cdot f$

ROTEIRO DE AULA

Fenômenos ondulatórios

Reflexão: ocorre quando a onda atinge um obstáculo e retorna ao seu meio original com a mesma velocidade e o mesmo comprimento de onda.

Refração: ocorre quando a onda muda de meio com consequente mudança de velocidade e de comprimento de onda.

Difração: capacidade de a onda contornar obstáculos.

Polarização: a onda transversal passa a oscilar em uma única direção.

Ressonância: transmissão de energia através de uma onda de frequência praticamente igual à frequência natural de vibração dos corpos.

Interferência: ocorre quando duas ou mais ondas se interceptam em determinado meio. Podem ser construtivas ou destrutivas.

Batimento: superposição de duas ondas que se propagam na mesma direção.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Instituto Mauá de Tecnologia-SP – Considere os seguintes fenômenos físicos: o som proveniente de uma caixa acústica, a ondulação da superfície da água de uma piscina ao receber o impacto de uma pedra, o calor proveniente do Sol, a luz emitida por uma lâmpada e os raios X emitidos por uma válvula. Quanto à sua natureza, o que existe:

a) em comum entre esses fenômenos?

Todos os fenômenos citados são ondulatórios. Em tais fenômenos,

ocorre o transporte de energia, não havendo transporte de matéria.

b) de diferente entre eles?

O som e a ondulação sobre a superfície da água são ondas mecânicas;

portanto, necessitam de um meio material para se propagar. O som é

uma onda longitudinal. As ondas na água são, essencialmente, híbridas.

Os demais fenômenos citados são ondas eletromagnéticas e propagam-

-se transversalmente com velocidade $c \approx 3,0 \cdot 10^8$ m/s no vácuo.

2. UNESP

C1-H1

Radares são emissores e receptores de ondas de rádio e têm aplicações, por exemplo, na determinação de velocidades de veículos nas ruas e rodovias. Já os sonares são emissores e receptores de ondas sonoras, sendo utilizados no meio aquático para determinação da profundidade dos oceanos, localização de cardumes, dentre outras aplicações. Comparando-se as ondas emitidas pelos radares e pelos sonares, temos que

- a) as ondas emitidas pelos radares são mecânicas, e as ondas emitidas pelos sonares são eletromagnéticas.
 b) ambas as ondas exigem um meio material para se propagar e, quanto mais denso for esse meio, menores serão suas velocidades de propagação.
 c) as ondas de rádio têm oscilações longitudinais, e as ondas sonoras têm oscilações transversais.
 d) as frequências de oscilação de ambas as ondas não dependem do meio em que se propagam.
 e) a velocidade de propagação das ondas dos radares pela atmosfera é menor do que a velocidade de propagação das ondas dos sonares pela água.

a) Falsa. As ondas emitidas pelos radares são ondas de rádio, portanto, são eletromagnéticas. As ondas emitidas pelos sonares são ondas sonoras, portanto, são ondas mecânicas.

b) Falsa. O erro encontra-se no fato de ambas exigirem meio material para se propagar. Apenas as ondas mecânicas o fazem.

c) Falsa. Ondas de rádio são ondas eletromagnéticas, apresentando apenas modos transversais de propagação. Ondas sonoras são ondas longitudinais de compressão.

d) Verdadeiro.

e) Falsa. A velocidade de propagação das ondas de rádio na atmosfera é próxima de c , a velocidade da luz no vácuo. Essa velocidade é, sem dúvida, muito maior do que a velocidade do som em qualquer meio material.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seu papel nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

3. PUCamp-SP – Um gorila, ao bater no peito para se comunicar, produz ondas sonoras que se propagam no ar com velocidade de 340 m/s. Sabendo que o comprimento de onda do som produzido por uma dada batida no peito é de 20 cm, a frequência desse som, em hertz, vale

a) $1,7 \cdot 10^{-1}$

b) 1,7

c) $1,7 \cdot 10^1$ $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0,2}$

d) $1,7 \cdot 10^2$ $f = 1,7 \cdot 10^3$ Hz

e) $1,7 \cdot 10^3$

4. UEPG-PR – Quando uma pedra é jogada na água, é possível observar que a perturbação que ela produz se propaga em toda a superfície livre por meio de ondas. O movimento ondulatório apresenta fenômenos como reflexão, refração, difração, polarização, entre outros. Sobre esses fenômenos ondulatórios, assinale o que for correto.

01) Uma onda, quando muda de velocidade ao passar de um meio para outro, pode sofrer reflexão e refração.

02) Ondas sonoras não sofrem o fenômeno de polarização.

04) A difração, através de uma fenda, somente é observada quando a fenda é menor ou da mesma ordem de grandeza do comprimento de onda.

08) Numa onda polarizada, todas as partículas do meio vibram numa única direção perpendicular à direção de propagação da onda.

16) O fenômeno de difração ocorre quando uma onda encontra um obstáculo que, parcialmente, interrompe-a.

Dê a soma dos números dos itens corretos.

31 (01 + 02 + 04 + 08 + 16)

01. Correta.

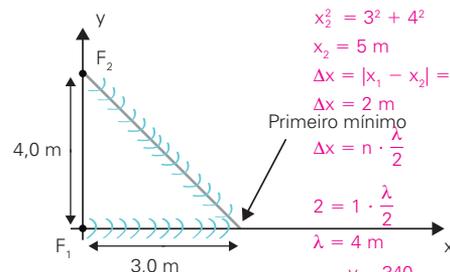
02. Correta. A polarização só ocorre em ondas transversais.

04. Correta.

08. Correta.

16. Correta.

5. UFPE – Duas fontes sonoras pontuais, F_1 e F_2 , separadas entre si por 4,0 m, emitem ondas em fase e na mesma frequência. Um observador, afastando-se lentamente da fonte F_1 , ao longo do eixo x , detecta o primeiro mínimo de intensidade sonora, em razão da interferência das ondas geradas por F_1 e F_2 , na posição $x = 3,0$ m. Sabendo-se que a velocidade do som é 340 m/s, qual a frequência das ondas sonoras emitidas, em Hz?



$$x_2^2 = 3^2 + 4^2$$

$$x_2 = 5 \text{ m}$$

$$\Delta x = |x_1 - x_2| = |3 - 5|$$

$$\Delta x = 2 \text{ m}$$

$$\Delta x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$2 = 1 \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = 4 \text{ m}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{4}$$

$$f = 85 \text{ Hz}$$

6. PUC-RJ – Uma onda eletromagnética propaga-se no vácuo e incide sobre uma superfície de um cristal, fazendo um ângulo i 56° com a direção normal à superfície. Considerando a velocidade de propagação da onda no vácuo como $c = 3 \cdot 10^8$ m/s e sabendo que a onda refratada faz um ângulo de $r = 30^\circ$ com a direção normal, podemos dizer que a velocidade de propagação da onda no cristal, em m/s, é

- a) $1,0 \cdot 10^8$ d) $\sqrt{4} \cdot 10^8$
 b) $\sqrt{2} \cdot 10^8$ e) $\sqrt{5} \cdot 10^8$
 c) $\sqrt{3} \cdot 10^8$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{3 \cdot 10^8}{v_2}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{3 \cdot 10^8}{v_2}$$

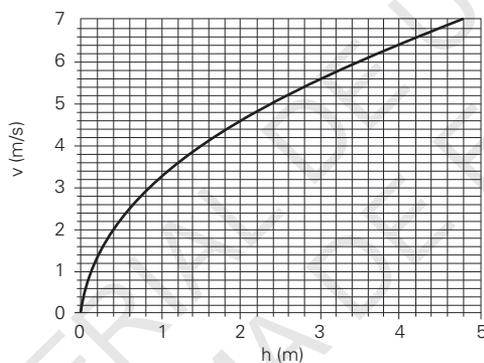
$$v_2 = \sqrt{3} \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Unicamp-SP – A tecnologia de telefonia celular 4G passou a ser utilizada no Brasil em 2013, como parte da iniciativa de melhoria geral dos serviços no Brasil, em preparação para a Copa do Mundo de 2014. Algumas operadoras inauguraram serviços com ondas eletromagnéticas na frequência de 40 MHz. Sendo a velocidade da luz no vácuo $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s, o comprimento de onda dessas ondas eletromagnéticas é

- a) 1,2 m.
 b) 7,5 m.
 c) 5,0 m.
 d) 12,0 m.

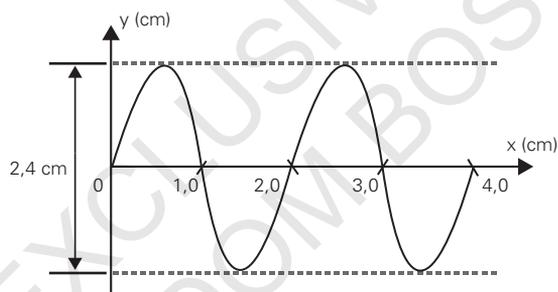
8. Fuvest-SP – Ondas na superfície de líquidos têm velocidades que dependem da profundidade do líquido e da aceleração da gravidade, desde que se propaguem em águas rasas. O gráfico representa o módulo v da velocidade da onda em função da profundidade h da água.



Uma onda no mar, onde a profundidade da água é 4 m, tem comprimento de onda igual a 50 m. Na posição em que a profundidade da água é 1 m, essa onda tem comprimento de onda, em m, aproximadamente igual a

- a) 8
 b) 12
 c) 25
 d) 35
 e) 50

9. Mackenzie-SP



O gráfico representa uma onda que se propaga com velocidade constante de 200 m/s.

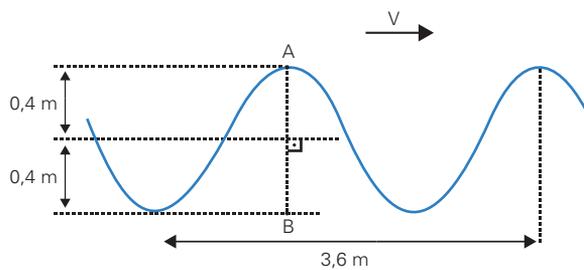
A amplitude (A), o comprimento de onda (λ) e a frequência (f) da onda são, respectivamente,

- a) 2,4 cm, 1,0 cm, 40 kHz.
 b) 2,4 cm, 4,0 cm, 20 kHz.
 c) 1,2 cm, 2,0 cm, 40 kHz.
 d) 1,2 cm, 2,0 cm, 10 kHz.
 e) 1,2 cm, 4,0 cm, 10 kHz.

10. UPE – Um pulso ondulatório senoidal é produzido em uma extremidade de uma corda longa e propaga-se por toda a sua extensão. A onda possui uma frequência de 50 Hz e comprimento de onda 0,5 m. O tempo que a onda leva para percorrer uma distância de 10 m na corda vale, em segundos,

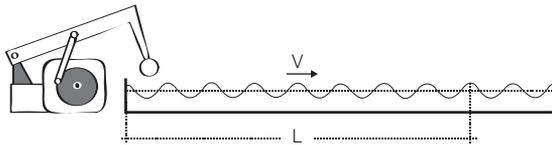
- a) 0,2
 b) 0,4
 c) 0,6
 d) 0,7
 e) 0,9

11. UFTM-MG – Ondas transversais propagam-se por uma corda esticada com velocidade constante V . A figura representa uma fotografia tirada de um pedaço dessa corda em um determinado instante. Sabendo que o período de oscilação dos pontos dessa corda é de 0,5 s e que a amplitude das ondas vale 0,4 m, calcule:



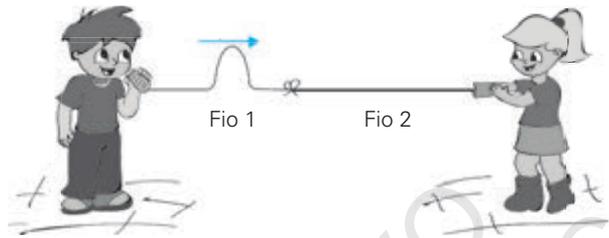
- a) a velocidade média do ponto A da corda em seu deslocamento até o ponto B, em um intervalo de tempo menor do que seu período de oscilação;
- b) a velocidade de propagação V das ondas por essa corda.

12. UFPR (adaptado) – Em uma cuba de ondas com comprimento muito longo, de maneira que podem ser desprezadas as ondas refletidas nas extremidades, foi colocado um sistema eletromecânico capaz de gerar pulsos no meio líquido na cuba. Para gerar as ondas, um disco gira com velocidade angular constante e movimentava uma alavanca, conforme indicado na figura a seguir.



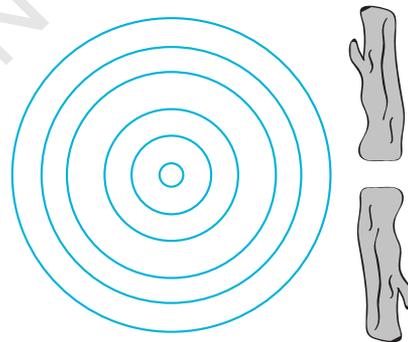
Um cilindro "C"; ao penetrar e ser retirado do líquido da cuba, provoca pulsos que se propagam no meio, gerando ondas. Na figura, verifica-se uma das configurações assumidas, em determinado instante, pela onda que se propaga no meio líquido, situação em que foi possível medir a distância $L = 1,2$ m. A velocidade de propagação da onda é $1,5$ m/s. Com base nessas informações, qual é a frequência de oscilação da onda?

13. UEAM (adaptado) – Como não dispunham de muito barbante para montar seu telefone de latinhas, duas crianças precisaram emendar dois fios diferentes, sendo o fio 2 mais denso que o fio 1. Nessa brincadeira, durante a conversa, os fios devem ser mantidos esticados.



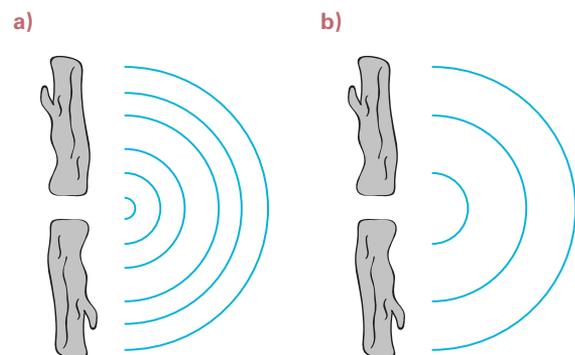
Antes de começarem a conversar, quando os fios estavam esticados, uma delas provocou uma perturbação no fio 1, produzindo um pulso transversal que se propagou por ele com velocidade v_1 . Considerando que, quando refratou para o fio 2, o pulso propagou-se por ele com velocidade v_2 e que $v_1 = 1,5 \cdot v_2$, determine a razão λ_1/λ_2 entre os comprimentos de onda dos pulsos nos fios 1 e 2.

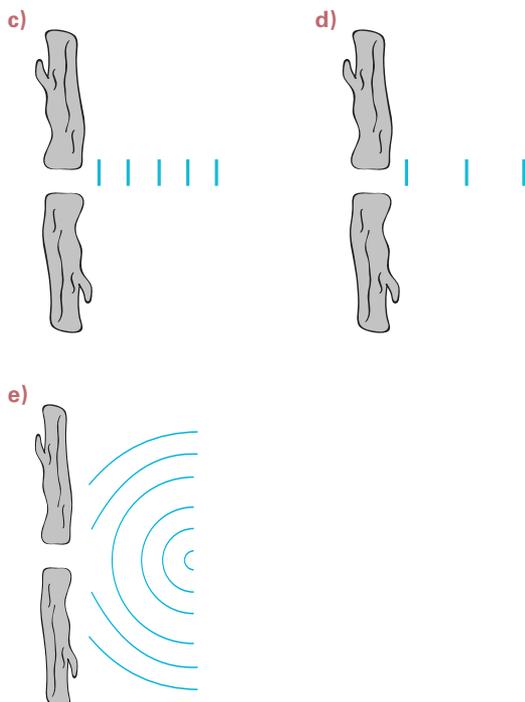
14. UEAM – Um fruto desprende-se da árvore e cai sobre as águas tranquilas e de profundidade constante de uma região alagada, produzindo ondas circulares concêntricas. Próximo ao centro das ondas, dois troncos caídos, dispostos como indica a figura, mostram uma fenda de dimensões próximas ao comprimento de onda das ondas propagadas, por onde parte do pulso pode atravessar.



Posicionamento das cristas das ondas produzidas em determinado instante.

O padrão de cristas de onda esperado, após a travessia dos pulsos pela fenda, é mais próximo de





15. UFPE – Na praia, a luz do Sol fica, em geral, parcialmente polarizada em razão das reflexões na areia e na água. Certo dia, no fim da tarde, a componente horizontal do vetor campo elétrico está 2 vezes maior que a componente vertical.

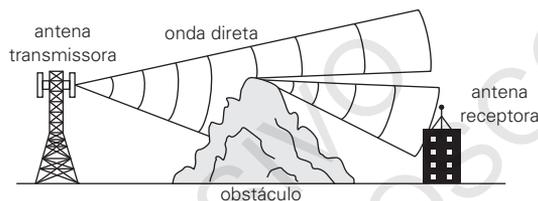
Um banhista fica de pé e usa óculos com lentes polarizadoras que eliminam a componente horizontal. Determine a porcentagem da intensidade luminosa total que chega aos olhos do banhista.

Dado: a intensidade de luz é $I = E_H^2 + E_V^2$

16. IFMT

O nosso cotidiano é repleto de fenômenos físicos que nos auxiliam nas mais diversas atividades. Dentre eles, destacam-se as ondas, que surgem quando um sistema

é deslocado de sua posição de equilíbrio e a perturbação se propaga de uma região para outra do sistema transportando apenas energia. Quando uma onda que se propaga muda de meio ou encontra um obstáculo, ela interage com o meio, o que gera alguns comportamentos específicos, chamados de fenômenos ondulatórios. Os fenômenos ondulatórios estão presentes nas ondulações em um lago, nos sons musicais que você pode ouvir, na transmissão dos jogos de futebol e até nas mensagens enviadas via redes sociais.



O fenômeno ondulatório melhor representado no esquema da figura acima é o da:

- a) reflexão
- b) dispersão
- c) refração
- d) difração
- e) polarização

17. UECE

No ouvido, para a chegada de informações sonoras ao cérebro, o som se propaga, de modo simplificado, por três meios consecutivos: o ar, no ouvido médio, um meio sólido (os ossos martelo, bigorna e estribo) e um meio líquido, no interior da cóclea. Ao longo desse percurso, as ondas sonoras têm

- a) mudança de frequência de um meio para o outro.
- b) manutenção da amplitude entre os meios.
- c) mudança de velocidade de propagação de um meio para o outro.
- d) manutenção na forma de onda e na frequência entre os meios.

ESTUDO PARA O ENEM

18. UTF-PR

C1-H1

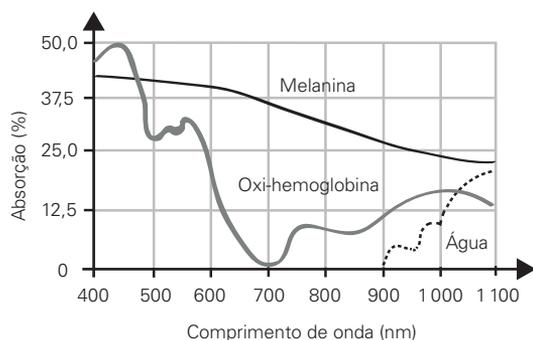
Quando aplicada na medicina, a ultrassonografia permite a obtenção de imagens de estruturas internas do corpo humano. Ondas de ultrassom são transmitidas ao interior do corpo. As ondas que retornam ao aparelho são transformadas em sinais elétricos, amplificadas, processadas por computadores e visualizadas no monitor de vídeo. Essa modalidade de diagnóstico por imagem baseia-se no fenômeno físico denominado

- a) ressonância.
- b) reverberação.
- c) reflexão.
- d) polarização.
- e) dispersão.

19. Enem

C1-H1

A epilação a *laser* (popularmente conhecida como depilação a *laser*) consiste na aplicação de uma fonte de luz para aquecer e causar uma lesão localizada e controlada nos folículos capilares. Para evitar que outros tecidos sejam danificados, selecionam-se comprimentos de onda que são absorvidos pela melanina presente nos pelos, mas que não afetam a oxi-hemoglobina do sangue e a água dos tecidos da região onde o tratamento será aplicado. A figura mostra como é a absorção de diferentes comprimentos de onda pela melanina, oxi-hemoglobina e pela água.



MACEDO, F. S.; MONTEIRO, E. Epilação com *laser* e luz intensa pulsada. *Revista Brasileira de Medicina*. Disponível em: <www.moreirajr.com.br>. Acesso em: 4 set. 2015. Adaptado.

Qual é o comprimento de onda, em nm, ideal para a epilação a *laser*?

- a) 400
- b) 700

- c) 1 100
- d) 900
- e) 500

20. Enem (adaptado)

C1-H1

Em um dia de chuva muito forte, constatou-se uma goteira sobre o centro de uma piscina coberta, formando um padrão de ondas circulares. Nessa situação, observou-se que caíam duas gotas a cada segundo. A distância entre duas cristas consecutivas era de 25 cm e cada uma delas se aproximava da borda da piscina com velocidade de 0,5 m/s. Após algum tempo, a chuva diminuiu e a goteira passou a cair uma vez por segundo. Com a diminuição da chuva, a distância entre as cristas e a velocidade de propagação da onda tornaram-se, respectivamente,

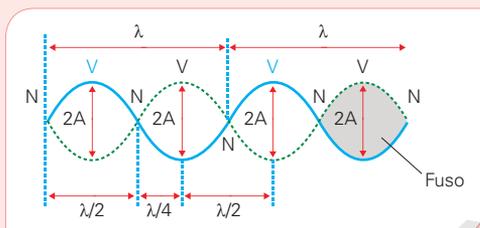
- a) maior que 25 cm e maior 0,5 m/s.
- b) maior que 25 cm e igual a 0,5 m/s.
- c) menor que 25 cm e menor que 0,5 m/s.
- d) menor que 25 cm e igual a 0,5 m/s.
- e) igual a 25 cm e igual a 0,5 m/s.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ONDAS ESTACIONÁRIAS E SONORAS

Elementos das ondas estacionárias

Na figura seguinte, temos a representação de uma onda estacionária. Ela mostra o resultado da interferência.



Representação da onda estacionária.

Amplitude (A): corresponde à máxima distância de vibração do ventre (V). A unidade do sistema internacional é o metro.

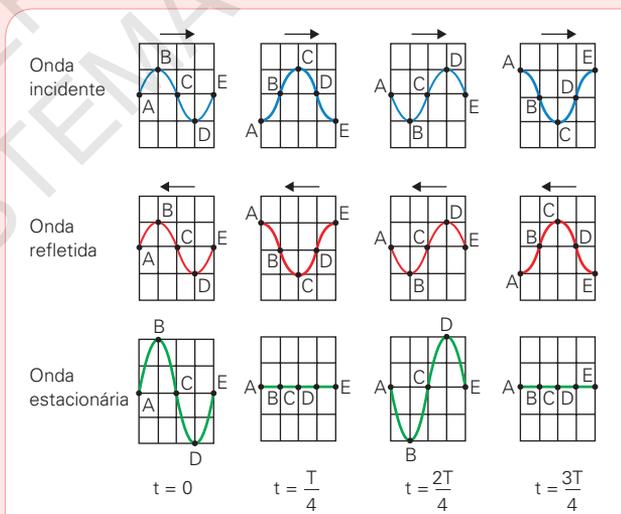
Ventres (V): são os pontos em que ocorre interferência construtiva. A distância entre dois ventres consecutivos equivale a meio comprimento de onda. A amplitude de vibração desses pontos é máxima. Também podem ser chamados de antinós ou antinodos.

Nós (N): são os pontos em que ocorre interferência destrutiva. A distância entre dois nós consecutivos igualmente equivale a meio comprimento de onda. A amplitude de vibração desses pontos é nula. Também podem ser chamados de nodos.

Fuso: corresponde à região compreendida entre dois nós consecutivos, que equivale a meio comprimento de onda.

Formação das ondas estacionárias

Na figura a seguir, estão representadas as ondas incidente, refletida e estacionária em diferentes instantes de tempo.



Formação da onda estacionária.

- Elementos das ondas estacionárias
- Formação das ondas estacionárias
- Infrassom
- Ultrassom
- Eco
- Reverberação
- Reforço
- Altura
- Timbre
- Intensidade

HABILIDADES

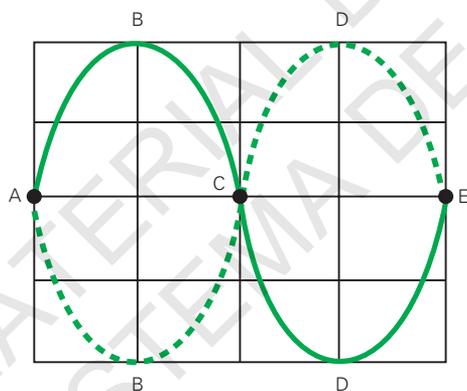
- Reconhecer os elementos de uma onda estacionária.
- Calcular grandezas que caracterizam as ondas, como velocidade, comprimento de onda e frequência.
- Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.
- Identificar as características físicas das ondas sonoras.
- Associar qualidades sonoras como timbre, altura e intensidade às características físicas das ondas mecânicas.
- Aplicar os conceitos de reflexão, refração, eco, reverberação e reforço para a compreensão de fenômenos ondulatórios, em situações diversas.

Nos intervalos de tempo $t = 0$ e $t = 2 \cdot \frac{T}{4}$, podemos observar que os pontos A, C e E possuem amplitude nula nas ondas incidente, refletida e estacionária. Os pontos B e D possuem amplitude correspondente a uma quadrícula nas ondas incidente e refletida, e a duas quadrículas na onda estacionária, pois em alguns instantes sofrem **interferência construtiva**. A diferença entre esses instantes é que, em $t = 0$, o ponto B corresponde a uma crista, e o ponto D, a um vale na onda estacionária; no instante $t = 2 \cdot \frac{T}{4}$, observamos o inverso.

Nos intervalos de tempo $t = \frac{T}{4}$ e $t = 3 \cdot \frac{T}{4}$, podemos observar que os pontos B e D possuem amplitude nula nas ondas incidente, refletida e estacionária. Os pontos A, C e E possuem amplitude correspondente a uma quadrícula nas ondas incidente e refletida, e amplitude nula na onda estacionária, pois sofrem **interferência destrutiva**.

Podemos reparar que na onda estacionária os pontos A, C e E apresentam **amplitude nula**, portanto, correspondem aos **nós (N)**. Os pontos B e D ora são cristas, ora são vales, possuindo **amplitude máxima** equivalente ao **dobro das ondas incidente e refletida**, portanto, correspondem aos **ventres (V)**.

Em razão de o movimento dos pontos da corda ser relativamente rápido, suas imagens acabam se superpondo em nossa retina (persistência retiniana), dando origem às imagens observadas na corda do violão e na representação das ondas estacionárias.



Representação da onda estacionária.

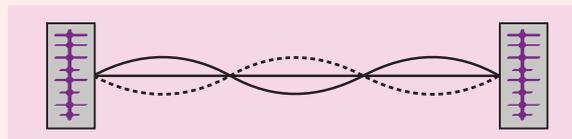
A onda estacionária normalmente é representada como na figura anterior, onde os pontilhados indicam a posição da onda depois de meio período.

Observação

A persistência retiniana é a fração de tempo que a imagem permanece na retina após desaparecer do campo visual.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

1. UFMS – A figura mostra ondas estacionárias em uma corda de comprimento 45 cm, de densidade linear de massa $\mu = 6,2 \text{ g/m}$, com as duas extremidades fixas, e que está vibrando a 450 Hz.



Dê como resposta a soma dos números correspondentes às afirmações corretas.

- 01) Todos os pontos da corda vibram com a mesma amplitude.
- 02) Todos os pontos da corda vibram com a mesma frequência.
- 04) O comprimento de onda na corda é de 90 cm.
- 08) A velocidade de propagação da onda na corda é de 135 m/s.
- 16) A força tensora na corda é de 113 N, aproximadamente.

Resolução

$$26 \text{ (} 02 + 08 + 16 \text{)}$$

01) Incorreta. Os ventres possuem amplitude máxima e os nós, mínima.

02) Correta. Todos os pontos da onda estacionária possuem a mesma frequência.

04) Incorreta.

$$3 \cdot \frac{\lambda}{2} = 45$$

$$\lambda = 30 \text{ cm}$$

08) Correta.

$$v = \lambda \cdot f$$

$$v = 0,3 \cdot 450$$

$$v = 135 \text{ m/s}$$

16) Correta.

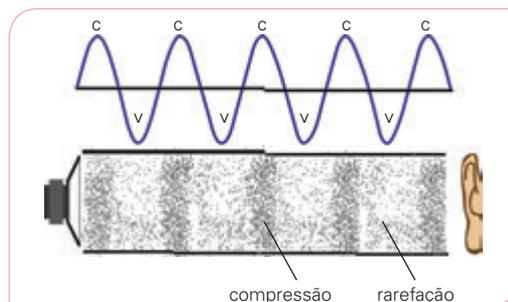
$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

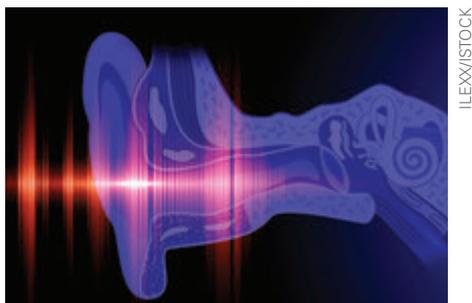
$$135 = \sqrt{\frac{F}{6,2 \cdot 10^{-3}}}$$

$$F \approx 113 \text{ N}$$

Onda sonora

As ondas sonoras são formadas por sucessivas regiões de compressão e rarefação das partículas que compõem o meio no qual elas se propagam. Podemos observar na imagem a seguir uma representação das ondas sonoras atingindo a orelha humana.





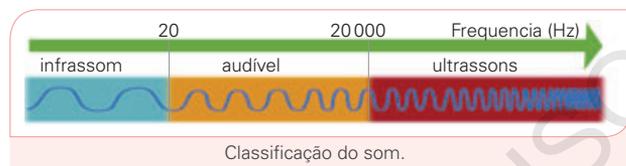
ILEXX/ISTOCK

Representação da onda sonora atingindo a orelha humana.

Ao atingir o tímpano, a onda sonora faz ele vibrar na mesma frequência da fonte sonora. Essa vibração é transmitida para três ossículos (martelo, bigorna e estribo), passando, portanto, a se propagar no meio sólido. Em seguida, essas vibrações são amplificadas na janela oval, até que atingem o nervo auditivo, causando a sensação fisiológica do som.

CLASSIFICAÇÃO DO SOM

As ondas sonoras podem ser classificadas como audíveis, para os humanos, quando compreendidas, aproximadamente, no intervalo de frequência de 20 Hz até 20 000 Hz. Abaixo de 20 Hz o som é classificado como infrassom e acima de 20 000 Hz, como ultrassom.



Os humanos só podem ouvir os sons compreendidos no intervalo de frequência audível; no entanto, para alguns animais, o intervalo de frequência audível é maior ou menor. Veja a tabela a seguir.

Animal	Intervalo audível	Gráfico de frequências (Hz)					
		10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5
Elefante	10 Hz a 10 kHz	[Barra horizontal cobrindo de 10 Hz a 10 kHz]					
Cão	15 Hz a 60 kHz	[Barra horizontal cobrindo de 15 Hz a 60 kHz]					
Humano	20 Hz a 20 kHz	[Barra horizontal cobrindo de 20 Hz a 20 kHz]					
Gato	60 Hz a 65 kHz	[Barra horizontal cobrindo de 60 Hz a 65 kHz]					
Camundongo	1 kHz a 100 kHz	[Barra horizontal cobrindo de 1 kHz a 100 kHz]					
Golfinho	10 kHz a 240 kHz	[Barra horizontal cobrindo de 10 kHz a 240 kHz]					

Intervalos audíveis

Como exemplo, podemos citar os elefantes, que são capazes de ouvir na região do infrassom, detectando tremores de terra com baixas frequências. Já os golfinhos, assim como os morcegos, utilizam a ecolocalização, na região do ultrassom, para detectar a posição ou a distância de objetos.

VELOCIDADE DO SOM

Como já mencionamos anteriormente, após o som vibrar o tímpano, passa a se propagar em meio sólido; dessa forma, sua velocidade de propagação aumenta.

Isso ocorre em razão do som ser uma onda mecânica, ou seja, precisa de meio material para se propagar, e, no caso dos sólidos, as partículas estão mais próximas. De modo geral, a velocidade de propagação do som no meio sólido é maior que no meio líquido, que, por sua vez, é maior para o qual no meio gasoso.

Substância	Temperatura (°C)	Velocidade do som (m/s)
Gases		
Ar	0	331
Ar	20	343
Ar	100	387
Dióxido de Carbono	0	259
Oxigênio	0	316
Hélio	0	965
Líquidos		
Clorofórmio	20	1 004
Etanol	20	1 162
Mercúrio	20	1 450
Água Fresca	20	1 482
Sólidos		
Cobre	–	5 010
Vidro Pirex	–	5 640
Aço	–	5 960
Berílio	–	12 870

Velocidade do som

vsólidos > vlíquidos > vgases

Outras aplicações relacionadas à reflexão sonora são o eco, a reverberação e o reforço.

Para explicar a diferença entre elas, devemos considerar que o tempo mínimo necessário para que a orelha faça a distinção de dois sons é de 0,1 s.

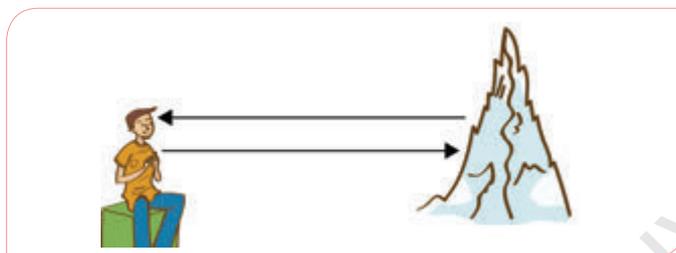
O **reforço** acontece quando a fonte e o obstáculo estão muito próximos e, portanto, não há diferença de tempo significativa para que o som original e o refletido cheguem à orelha. Um exemplo é falar alto próximo a uma parede.

Já a **reverberação** ocorre quando a diferença de tempo, para que o som original e o refletido cheguem à orelha, é menor que 0,1 s. Dessa forma, temos uma sensação de prolongamento do som. A reverberação na música pode ser utilizada para criar a sensação de

profundidade ao som, deixando-o mais natural; no entanto, o excesso pode comprometer a compreensão da fala.

O **eco** é caracterizado quando ouvimos o som refletido após o término do som natural, ou seja, a diferença de tempo para que o som original e o refletido cheguem à orelha, é maior ou igual a 0,1 s.

Lembrando que a velocidade do som no ar é de aproximadamente 340 m/s, temos que:



$$v = \frac{2 \cdot d}{\Delta t}$$

$$2 \cdot d = v \cdot \Delta t$$

$$2 \cdot d = 340 \cdot 0,1$$

$$d = 17 \text{ m}$$

Logo, a distância mínima necessária para que ocorra o eco é de 17 m. No caso de uma distância inferior, ocorre a reverberação.

eco \Rightarrow distância $>$ 17 m
reverberação \Rightarrow distância \leq 17 m

QUALIDADES FISIOLÓGICAS DO SOM

Algumas características das ondas sonoras dependem da percepção do nosso sistema auditivo. Por exemplo, somos capazes de distinguir se uma música está com volume elevado ou não, se a música é cantada por um homem ou por uma mulher, ou até mesmo diferenciar a mesma nota musical emitida por instrumentos distintos, como um piano ou um saxofone. A essas características que dependem da fisiologia do nosso sistema auditivo denominamos **qualidades fisiológicas do som**. São elas: **altura**, **timbre** e **intensidade sonora**.

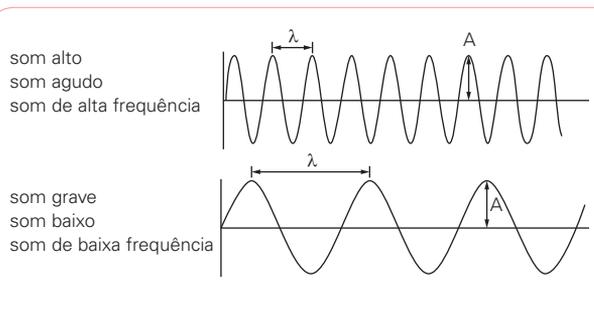
Altura

Ao contrário do que podemos imaginar, a **altura (tom)** não está relacionada ao volume de uma onda sonora, mas sim à sua **frequência**. Por exemplo, num coral, os **sons altos** (alta frequência) são os **agudos**, emitidos pelo soprano (voz feminina) e pelo tenor (voz masculina); já os **sons baixos** (baixa frequência) são os **graves**, emitidos pelo contralto (voz feminina) e pelo baixo (voz masculina).

Altura

som agudo \Rightarrow som alto \Rightarrow som de alta frequência

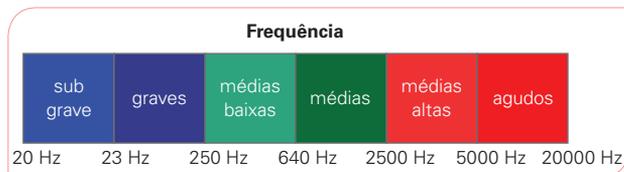
som grave \Rightarrow som baixo \Rightarrow som de baixa frequência



Representação das ondas sonoras aguda e grave.

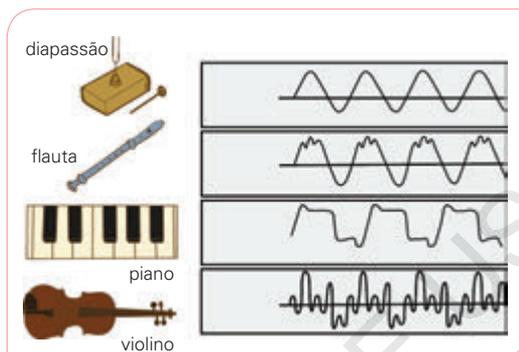
Na ilustração anterior, podemos observar que as ondas sonoras tem mesma amplitude (A), porém o som agudo apresenta maior frequência e menor comprimento

de onda (λ) do que o som grave. Na imagem a seguir, indicamos uma classificação para a faixa de onda audível, de subgrave até agudo.



Timbre

As notas musicais emitidas por instrumentos sonoros, como o piano, o violino, a flauta etc., são combinações das diferentes frequências geradas por esses instrumentos, os harmônicos, que estudaremos nos módulos 6 e 7. Dessa forma, cada instrumento produz uma forma de onda que difere pelo conjunto de harmônicos combinados com a frequência principal (fundamental). Na figura a seguir, podemos observar as formas de onda emitidas por diferentes instrumentos sonoros para a mesma nota musical.



Representação da onda sonora emitida por diferentes instrumentos para a mesma nota musical.

Na figura, podemos perceber que, embora os sons representem a mesma nota musical (mesma frequência fundamental), eles apresentam formas distintas, e o instrumento que oferece a forma de onda mais parecida com a emitida pelo diapassão (frequência fundamental) é a flauta doce. A qualidade fisiológica que possibilita distinguir os sons emitidos por instrumentos distintos para a mesma frequência é o **timbre**.

Timbre

Permite diferenciar sons de mesma frequência emitidos por instrumentos distintos.

Intensidade

Ao comprar uma caixa de som para ouvir música, estamos interessados no volume que ela é capaz de emitir. Quanto mais próximo estivermos da caixa, mais intenso será o som. Isso ocorre porque as moléculas de ar oscilam com mais intensidade nessa região, ocasionando uma maior pressão sobre o tímpano. Ao nos afastarmos das caixas, ocorre o inverso. Desse modo, a **intensidade** é a qualidade fisiológica que permite

classificar um **som** como **forte** (alta intensidade) ou como **fraco** (baixa intensidade).

Intensidade

som forte \Rightarrow alta intensidade
som fraco \Rightarrow baixa intensidade

Para quantificar a intensidade sonora, utilizaremos o conceito de potência, quantidade de energia sonora emitida por uma fonte em determinado intervalo de tempo. A energia é transferida da fonte para as moléculas do meio, as quais ocupam certa região do espaço (área). Dessa forma, quanto menor for a área em que a energia se distribui, maior será a intensidade ou o volume do som.

Com base no exposto, podemos definir a intensidade sonora como a razão entre a potência emitida e a área ocupada pela frente de onda em uma determinada distância da fonte.

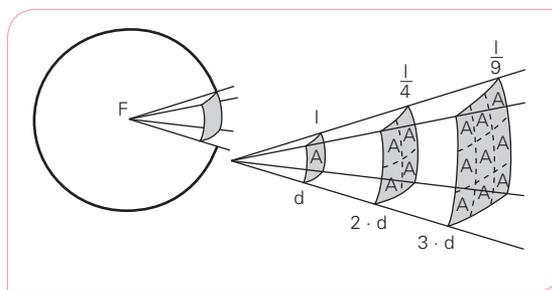
$$I = \frac{P}{\text{Área}}$$

No sistema internacional de unidades, a potência (P) é dada em watts (W) e a área é dada em metros quadrados (m^2). Portanto, a intensidade sonora (I) será dada em watts por metro quadrado (W/m^2).

Para uma onda sonora tridimensional, a área ocupada pela frente de onda em uma determinada distância da fonte corresponde à área de uma superfície esférica. Dessa forma, podemos reescrever a equação anterior da seguinte forma:

$$I = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$$

em que d corresponde à distância, em metros, entre a fonte e a frente de onda.

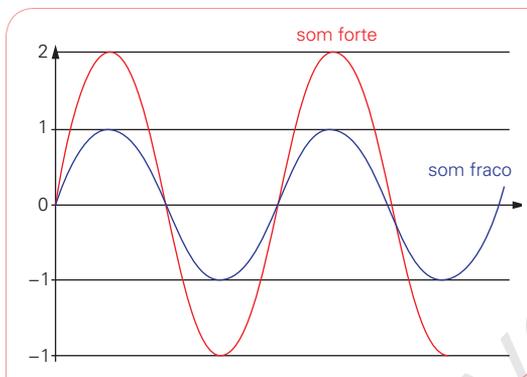


Representação das frentes de onda em três distâncias da fonte.

Na imagem anterior, podemos observar que, ao dobrar a distância entre a frente de onda e a fonte, a intensidade sonora diminuiu quatro vezes; ao triplicar, diminuiu nove vezes. Desse modo, podemos perceber que a intensidade sonora é inversamente proporcional ao quadrado da distância até a fonte.

A amplitude de uma onda é uma grandeza física que está diretamente associada à energia. Assim, podemos

inferir que a intensidade sonora depende da amplitude da onda, pois, quanto maior a amplitude, maior será a intensidade da oscilação das moléculas do meio e vice-versa.



Representação de um som forte e de um som fraco.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

2. Acafe-SC – A orelha humana é o órgão responsável pelo nosso sentido auditivo. Ele distingue no som três qualidades: altura, intensidade e timbre. A altura é a qualidade que permite ao mesmo tempo diferenciar sons graves de sons agudos, dependendo somente da frequência do som. Considerando os conhecimentos sobre ondas sonoras e o exposto anteriormente, assinale a alternativa correta que completa as lacunas das frases a seguir. Podemos afirmar que o som será mais _____ quanto _____ for sua frequência.

- a) grave – maior.
- b) agudo – menor.
- c) agudo – maior.
- d) intenso – maior.

Resolução

Um som grave é um som com baixa frequência e um som agudo é um som com alta frequência.

3. UFAL – Considere que um alto-falante no alto de um poste emite ondas sonoras como uma fonte sonora pontual, com potência média constante. Um estudante, munido de um dispositivo para medição de intensidade sonora, registra $1 \text{ mW/m}^2 = 10^{-3} \text{ W/m}^2$ a uma distância de 6 m do alto-falante. Desconsidere a influência de eventuais reflexões das ondas sonoras. Se o estudante se afastar até uma distância de 10 m do alto-falante, que intensidade sonora ele medirá?

- a) 1 mW/m^2
- b) $0,6 \text{ mW/m}^2$
- c) $0,36 \text{ mW/m}^2$
- d) $0,06 \text{ mW/m}^2$
- e) $0,01 \text{ mW/m}^2$

Resolução

$P \Rightarrow$ constante

$$I_1 \cdot A_1 = I_2 \cdot A_2$$

$$10^{-3} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 6^2 = I_2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^2$$

$$I_2 = 0,36 \cdot 10^{-3} = 0,36 \text{ mW/m}^2$$

ROTEIRO DE AULA

Ondas estacionárias

São formadas pela interferência entre duas ondas que possuem as mesmas características e propagam-se em sentidos opostos.

Amplitude (A): corresponde à máxima distância de vibração.

Ventres (V): pontos em que ocorre interferência construtiva.

Nós (N): pontos em que ocorre interferência destrutiva.

Fuso: região compreendida entre dois nós consecutivos.

Nós: possuem amplitude nula.

Ventres: possuem o dobro da amplitude das ondas incidente e refletida.

Velocidade de propagação nula.

ROTEIRO DE AULA

Ondas sonoras I

_____ **Infrassom** _____ é o som com frequência inferior a 20 Hz.

_____ **Som audível** _____ é o som com frequência entre 20 Hz e 20 kHz.

_____ **Ultrassom** _____ é o som com frequência superior a 20 kHz.

A _____ **reverberação** _____ acontece quando o som refletido é percebido antes do término do som original.

O _____ **eco** _____ acontece quando o som original já se extinguiu.

Altura é a qualidade fisiológica do som relacionada à _____ **frequência** _____ que permite classificar os sons em altos ou baixos.

_____ **Timbre** _____ é a qualidade fisiológica do som que permite distinguir sons de mesma frequência emitidos por instrumentos musicais distintos.

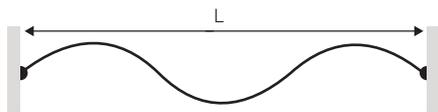
_____ **Intensidade** _____ é a qualidade fisiológica do som relacionada à amplitude que permite classificar os sons em fortes ou fracos.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. UFRGS

C1-H1

A figura a seguir representa uma onda estacionária produzida em uma corda de comprimento $L = 50$ cm.



Sabendo que o módulo da velocidade de propagação de ondas nessa corda é 40 m/s, encontre a frequência dessa onda.

- a) 40 Hz
b) 60 Hz
c) 80 Hz
d) 100 Hz
e) 120 Hz

$$L = \frac{3}{2} \cdot \lambda$$

$$\lambda = \frac{2}{3} \cdot L$$

$$\lambda = \frac{2}{3} \cdot 0,5$$

$$\lambda = \frac{1}{3} \text{ m}$$

$$v = \lambda \cdot f$$

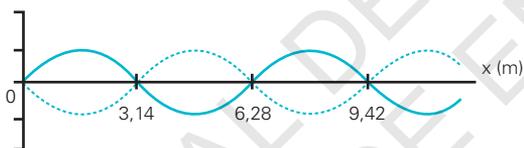
$$40 = \frac{1}{3} \cdot f$$

$$f = 120 \text{ Hz}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

2. UECE-CE – Dois instantâneos de uma onda harmônica transversal que se propaga na direção x em um meio não dispersivo são mostrados na figura. A diferença de tempo entre esses instantâneos é de $0,5$ s.



Assim, a velocidade de propagação da onda é, em m/s,

- a) 9,42
b) 3,14
c) 6,28
d) 1,57

$$L = \frac{1}{2} \cdot \lambda$$

$$\lambda = 2 \cdot L$$

$$\lambda = 2 \cdot 3,14$$

$$\lambda = 6,28 \text{ m}$$

Como a diferença entre os instantâneos é de $0,5$ s e a onda inverteu de fase, o período é de 1 s.

$$v = \lambda \cdot f = \lambda \cdot \frac{1}{T}$$

$$v = 6,28 \cdot \frac{1}{1}$$

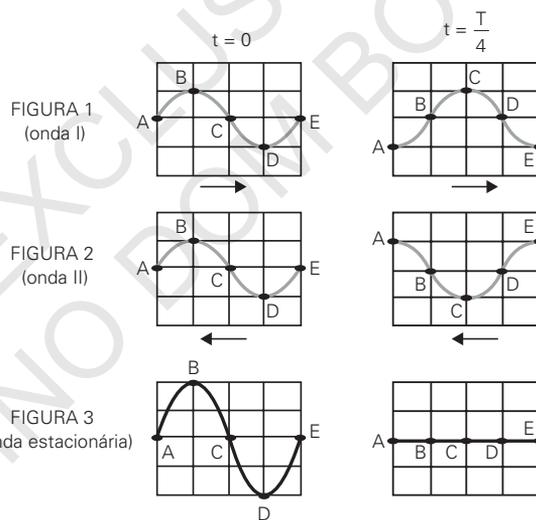
$$v = 6,28 \text{ m/s}$$

3. UNESP (adaptado) – Duas ondas mecânicas transversais e idênticas, I e II, propagam-se em sentidos

opostos por uma corda elástica tracionada. A figura 1 representa as deformações que a onda I, que se propaga para a direita, provocaria em um trecho da corda

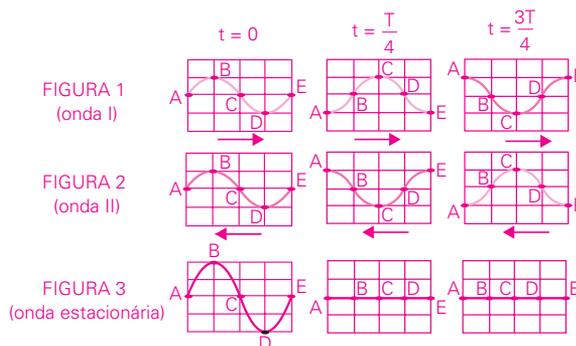
nos instantes $t = 0$ e $t = \frac{T}{4}$, em que T é o período

de oscilação das duas ondas. A figura 2 representa as deformações que a onda II, que se propaga para a esquerda, provocaria no mesmo trecho da corda, nos mesmos instantes relacionados na figura 1. Ao se cruzarem, essas ondas produzem uma figura de interferência e, em razão desse fenômeno, estabelece-se uma onda estacionária na corda. A figura 3 representa a configuração da corda resultante da interferência dessas duas ondas, nos mesmos instantes $t = 0$ e $t = \frac{T}{4}$.



Represente a configuração da corda nesse mesmo trecho em razão da formação da onda estacionária no instante $\frac{3 \cdot T}{4}$.

Do instante $t = \frac{T}{4}$ até $t = \frac{3 \cdot T}{4}$ decorre meio período, ocorrendo inversão de fase em cada uma das ondas, como ilustra a figura, desencadeando a onda estacionária mostrada.



4. Unifenas-MG – Associe cada item com o seu respectivo nome.

- I. É a qualidade fisiológica do som que permite, por exemplo, uma pessoa distinguir um som baixo de um som alto.
 - II. É a qualidade fisiológica do som que permite uma pessoa distinguir um som forte de um som fraco.
 - III. É a qualidade fisiológica do som que permite distinguir sons de mesma altura e intensidade, emitidos por fontes sonoras distintas.
- a) volume, intensidade e altura
b) altura, intensidade e timbre
 c) altura, timbre e sonoridade
 d) timbre, altura e intensidade
 e) intensidade, altura e timbre

I) Refere-se à altura, ou tom, ou, ainda, frequência.

II) Refere-se à intensidade do som. Som forte = alta intensidade; som fraco = baixa intensidade.

III) Refere-se ao timbre do som. Cada som tem uma composição complexa de harmônicos que lhes atribui formato de onda único.

5. PUC-PR – A respeito das qualidades fisiológicas do som, são feitas algumas afirmações:

- I. A percepção de um som mais grave ou mais agudo está associada à frequência da onda sonora produzida.
- II. Todos os animais têm a “faixa audível” das ondas sonoras na mesma frequência, que é entre 20 e 20 000 Hz, aproximadamente.
- III. Dois instrumentos diferentes podem produzir ondas sonoras com a mesma frequência, mas nunca com a mesma intensidade sonora.
- IV. A qualidade fisiológica que nos possibilita diferenciar a voz de duas pessoas sem vê-las é o timbre.
- V. As ondas sonoras podem ser difratadas.

Das afirmações anteriores, estão corretas apenas

- a) II, III e IV.

- b) I, IV e V.**
- c) I, III e V.
- d) III, IV e V.
- e) II e III.

I) Correta. Baixa frequência \Rightarrow grave; alta frequência \Rightarrow aguda.

II) Incorreta. Alguns animais são capazes de ouvir e emitir sons nas faixas do infrassom e ultrassom.

III) Incorreta. Não existem restrições para as intensidades dos sons emitidos por quaisquer instrumentos. Elas dependem de suas características e de como o instrumento é tocado.

IV) Correta. Cada som tem uma composição complexa de harmônicos que lhes atribui formato de onda único, chamado de timbre.

V) Correta. Ondas sonoras apresentam o fenômeno da difração.

6. UEPG-PR – O som é uma onda mecânica que se propaga num meio material. Sobre as ondas sonoras dê a soma das alternativas corretas.

01) O som propaga-se melhor em lugares onde a atmosfera é mais densa, isto é, onde a pressão atmosférica é maior, tornando-o bem mais perceptível ao sentido auditivo.

02) A interferência sonora faz com que um corpo vibrante em contato com outro vibre na mesma frequência do primeiro.

04) A refração de uma onda consiste na passagem dessa onda de um meio para outro com a mudança de sua frequência.

08) As ondas sonoras propagam-se somente em linha reta, portanto, quando é colocado um anteparo entre a fonte sonora e o nosso ouvido, elas, em parte, são barradas e o som é enfraquecido.

16) O encontro do som com as paredes que produzem reflexões múltiplas e prolongam-se depois de cessada a sua emissão é o fenômeno conhecido como reverberação.

17 (01 + 16)

01) Correta. Quanto mais denso o meio, mais próximas as partículas estão.

02) Incorreta. O fenômeno descrito é o da ressonância.

04) Incorreta. A frequência é uma propriedade da fonte e, portanto, não se altera ao passar de um meio para outro.

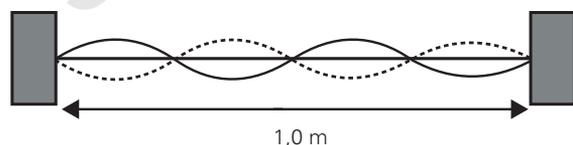
08) Incorreta. A difração é o fenômeno que explica o fato de as ondas contornarem obstáculos.

16) Correta. A reverberação é o prolongamento de um som por causa de reflexão.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Em uma propagação ondulatória, forma-se um padrão de ondas estacionário com 5 fusos. Sabendo que a distância do primeiro nó até o último é de 150 cm, qual é o comprimento de onda das ondas que originaram o padrão estacionário?

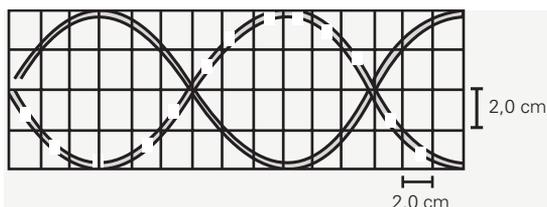
8. PUC-PR – Uma corda de 1 m de comprimento está fixa em suas extremidades e vibra na configuração estacionária da figura a seguir. Conhecida a frequência de vibração igual a 1 000 Hz, podemos afirmar que a velocidade da onda na corda é



- a) 500 m/s.
b) 1 000 m/s.

- c) 250 m/s.
- d) 100 m/s.
- e) 200 m/s.

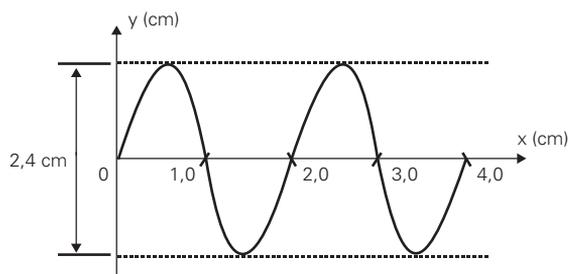
9. Sistema Dom Bosco – O gráfico a seguir representa o perfil de uma onda estacionária em um determinado instante.



- a) Qual a relação entre o comprimento de onda e a amplitude dessa onda estacionária?

- b) Sabendo que o módulo da velocidade de propagação da onda é igual a 48 cm/s, qual é a sua frequência?

10. Mackenzie-SP (adaptado)



O gráfico anterior representa uma onda que se propaga com velocidade constante de 200 m/s. Ao encontrar um obstáculo, a onda sofre reflexão e forma um padrão estacionário com a onda incidente.

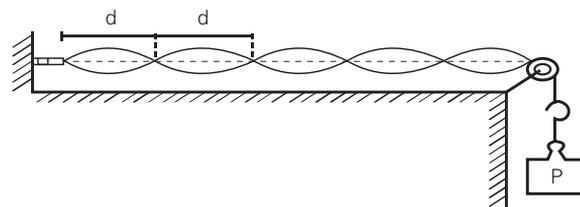
Encontre a amplitude (A), o comprimento de onda (λ) e a frequência (f) da onda estacionária resultante.

11. UFJF-MG (adaptado) – A radiação produzida por um forno de micro-ondas interage com as moléculas de água contidas nos alimentos, fazendo-as oscilar com uma frequência de 3,0 GHz ($3,0 \cdot 10^9$ Hz). Essa oscilação é capaz de produzir calor que aquece o alimento.

- a) Calcule o comprimento de onda das micro-ondas no interior do forno.

- b) O forno pode ser considerado como uma cavidade ressonante, desde que a frequência da onda seja exatamente a frequência ressonante para a cavidade. Nesse caso, as ondas eletromagnéticas, em seu interior, terão nodos nas paredes do forno. Sabendo que a distância entre duas laterais consecutivas é $l = 50$ cm, determine o número n de antinodos das ondas estacionárias ao longo dessa distância.

12. Unifesp – A figura representa uma configuração de ondas estacionárias produzida num laboratório didático com uma fonte oscilante.



- a) Sendo $d = 12$ cm a distância entre dois nós sucessivos, qual o comprimento de onda da onda que se propaga no fio?

- b) O conjunto P de cargas que traciona o fio tem massa $m = 180$ g. Sabe-se que a densidade linear do fio é $\mu = 5,0 \cdot 10^{-4}$ kg/m. Determine a frequência de oscilação da fonte.

Dados: velocidade de propagação de uma onda numa corda: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$; $g = 10$ m/s².

13. Da definição de eco e sabendo que o tempo mínimo para que os seres humanos possam distinguir um som do outro é de $1/10$ s, qual a menor distância para uma pessoa ouvir o eco da sua voz?

Dado: velocidade do som no ar = 340 m/s.

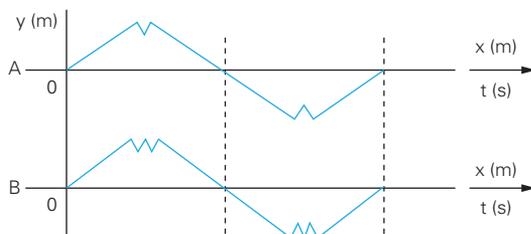
14. UEA (adaptado) – A característica física que possibilita a distinção dos sons emitidos por um clarinete e por um oboé, ambos instrumentos de sopro, é um fenômeno associado

- a) aos diferentes comprimentos de onda, conhecido por frequência.

- b) aos diferentes formatos de ondas, conhecido por comprimento de onda.

- c) à intensidade sonora do instrumento, conhecido por altura.
- d) às diferentes vazões do ar nesses instrumentos, conhecido por velocidade.
- e) às diferentes formas de interferência entre os harmônicos, conhecido como timbre.

15. PUC-MG (adaptado) – As vozes de cantores, emitidas nas mesmas condições ambientais, foram representadas em um osciloscópio e apresentam os aspectos geométricos indicados a seguir.



A respeito dessas ondas, foram feitas várias afirmativas:

- I. As vozes possuem timbres diferentes.
 - II. As ondas possuem o mesmo comprimento de onda.
 - III. Os sons emitidos possuem alturas iguais.
 - IV. As ondas emitidas possuem a mesma frequência.
 - V. Os sons emitidos possuem a mesma intensidade.
 - VI. As ondas emitidas possuem amplitudes diferentes.
 - VII. O som indicado em A é mais agudo do que o indicado em B.
 - VIII. Os períodos das ondas emitidas são iguais.
- O número de afirmativas corretas é igual a
- a) 2
 - b) 3
 - c) 4
 - d) 5
 - e) 6

16. IFTO – No anual PMW Rock Festival, realizado na Praia da Graciosa em Palmas-TO, durante um *show* musical de Humberto Gessinger, ex-vocalista da banda Engenheiros do Hawaii, dois indivíduos, Caio e José, permaneceram em locais diferentes em frente ao palco. Caio ficou em pé a 30 m das caixas de som, enquanto José, a 80 m delas. Com relação ao som produzido por um violão, podemos afirmar que

- a) o som ouvido por Caio possui timbre diferente do ouvido por José.
- b) Caio e José ouvem o som com mesmo timbre, porém com alturas diferentes.
- c) o som ouvido por Caio possui intensidade maior do que o ouvido por José.
- d) o som ouvido por Caio possui intensidade menor do que o ouvido por José.
- e) o som ouvido por José possui altura maior do que o ouvido por Caio.

17. UFMG (adaptado) – Mariana pode ouvir sons na faixa de 20 Hz a 20 kHz. Adotando a velocidade do som no ar como $v = 340$ m/s, determine:

- a) o comprimento de onda do som mais grave;
- b) o comprimento de onda do som mais agudo.

ESTUDO PARA O ENEM

18. Enem

C1-H1

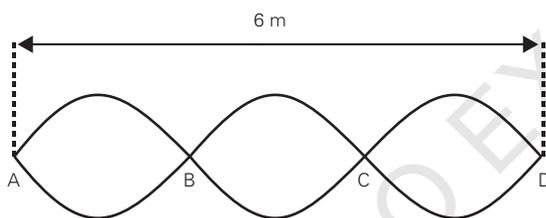
O sonar é um equipamento eletrônico que permite a localização de objetos e a medida de distâncias no fundo do mar, pela emissão de sinais sônicos e ultrassônicos e a recepção dos respectivos ecos. O fenômeno do eco corresponde à reflexão de uma onda sonora por um objeto, a qual volta ao receptor pouco tempo depois de o som ser emitido. No caso do ser humano, o ouvido é capaz de distinguir sons separados por, no mínimo, 0,1 segundo. Considerando uma condição em que a velocidade do som no ar é 340 m/s, qual é a distância mínima a que uma pessoa deve estar de um anteparo refletor para que se possa distinguir o eco do som emitido?

- a) 17 m
- b) 34 m
- c) 68 m
- d) 3 400 m
- e) 1 700 m

19. UFRS

C1-H1

A figura mostra uma onda estacionária em uma corda. Os pontos A, B, C e D são nodos e a distância entre os nodos A e D é de 6 m. A velocidade de propagação das ondas que resultam na onda estacionária, nessa corda, é de 10 m/s.



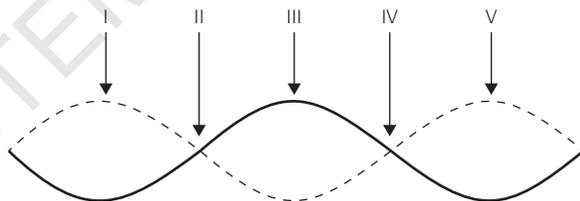
A frequência da onda estacionária vale, em hertz,

- a) 10
- b) 2,5
- c) 1,25
- d) 5
- e) 1,66

20. Enem

C1-H1

Um experimento para comprovar a natureza ondulatória da radiação de micro-ondas foi realizado da seguinte forma: anotou-se a frequência de operação de um forno de micro-ondas e, em seguida, retirou-se sua plataforma giratória. No seu lugar, colocou-se uma travessa refratária com uma camada grossa de manteiga. Depois disso, o forno foi ligado por alguns segundos. Ao se retirar a travessa refratária do forno, observou-se que havia três pontos de manteiga derretida alinhados sobre toda a travessa. Parte da onda estacionária gerada no interior do forno é ilustrada na figura.



De acordo com a figura, que posições correspondem a dois pontos consecutivos da manteiga derretida?

- a) I e III
- b) I e V
- c) II e III
- d) II e IV
- e) II e V

ONDAS SONORA E CORDAS SONORAS

- Intensidade
- Nível sonoro
- Sonoridade
- Cordas sonoras
- Harmônicos
- Instrumentos musicais

HABILIDADES

- Calcular, por meio de logaritmo, a intensidade sonora.
- Analisar os efeitos da poluição sonora na audição humana.
- Avaliar argumentos sobre problemas decorrentes da poluição sonora para a saúde humana e possíveis formas de controlá-la.
- Relacionar, em fenômenos acústicos, comprimento de onda, frequência e velocidade de ondas.
- Analisar as características sonoras de instrumentos musicais com base em conceitos de ondulatória.

Nível sonoro

As ondas sonoras estão presentes no nosso cotidiano e, ao mesmo tempo que facilitam a comunicação, podem, em muitos casos, ocasionar desconforto. Como apresentado no módulo anterior, a orelha humana é sensível a certa intensidade sonora, ou seja, o tímpano vibra com maior ou menor amplitude de acordo com o valor da intensidade sonora que o atinge. A intensidade mínima capaz de sensibilizar o tímpano é denominada **limiar de audição**, cerca de 10^{-12} W/m^2 , e a intensidade máxima tolerável corresponde ao **limiar da dor**, cerca de 10^0 W/m^2 .

Para lidar com a ampla faixa de valores em que a orelha pode ser sensibilizada, utilizaremos, por conveniência, a escala logarítmica. A razão do uso da escala logarítmica consiste no fato de que, para uma função logarítmica de base dez, quando multiplicamos uma variável por dez, a outra variável aumenta apenas em uma unidade. Veja o exemplo:

$$\begin{aligned} f(x) &= \log x \\ \text{para } x = 10 &\Rightarrow f(10) = 1 \\ \text{para } x = 100 &\Rightarrow f(100) = 2 \end{aligned}$$

Assim, podemos escrever a seguinte expressão:

$$NS = \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

Nessa expressão, I_0 corresponde ao limiar da audição (10^{-12} W/m^2), que também pode ser denominado intensidade de referência; I corresponde à intensidade do som em determinada região do espaço. Já **NS** corresponde ao nível sonoro ou sonoridade, cuja unidade, no sistema internacional, é o **bel**, em homenagem ao cientista Alexander Graham Bell. Na prática, a unidade bel ainda não era conveniente para representar o nível sonoro, dessa forma, optou-se por utilizar o décimo do bel, o **decibel**.

$$NS = 10 \cdot \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

Caso a intensidade sonora do ambiente seja igual ao limiar de audição, temos:

$$NS = 10 \cdot \log \left(\frac{I}{I_0} \right), \text{ como: } I = I_0$$

$$NS = 10 \cdot \log \left(\frac{I_0}{I_0} \right) = 10 \cdot \log 1$$

$$NS = 0 \text{ dB}$$

E, se a intensidade sonora do ambiente for igual ao limiar da dor (10^0 W/m^2), temos:

$$NS = 10 \cdot \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

$$NS = 10 \cdot \log \left(\frac{10^0}{10^{-12}} \right) = 10 \cdot \log 10^{12}$$

$$NS = 120 \text{ dB}$$

O limite inferior da escala de nível sonoro é zero decibel. Não existe limite superior; o limiar da dor para a orelha humana corresponde a 120 decibels. No entanto, estudos mostram que valores acima de 80 decibels podem causar problemas de audição, dependendo do tempo de exposição.

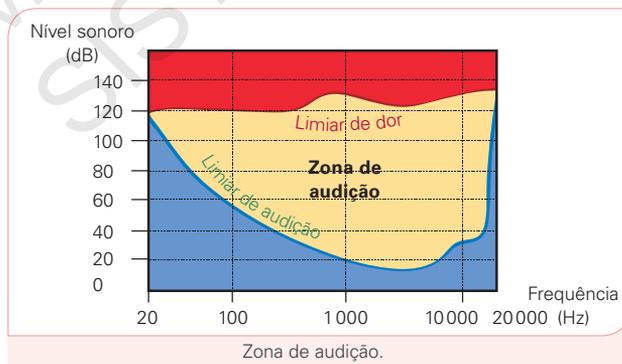
Observação

De acordo com o sistema internacional de unidades, o plural de decibel é decibels.

A tabela a seguir relaciona os tipos de sons mais comuns, com a intensidade sonora do ambiente e seu correspondente nível sonoro.

Fonte	Nível Sonoro	Intensidade Sonora I
	dB	W/m ²
Avião a jato a 50 m	130	10
Limite da dor	120	1
Serra elétrica a 1 m de distância	110	0,1
Discoteca, 1 m do alto-falante	100	0,01
Caminhão diesel, 10 m de distância	90	0,001
Calçada de via movimentada, 5 m	80	0,0001
Aspirador de pó, distância de 1 m	70	0,00001
Voz em conversa normal à 1 m	60	0,000001
Casa comum	50	0,0000001
Biblioteca silenciosa	40	0,00000001
Quarto silencioso à noite	30	0,000000001
Estúdio de TV em silêncio	20	0,0000000001
Farfalhar de folhas ao vento	10	0,00000000001
Limiar da audição	0	0,000000000001

Na tabela anterior, podemos observar o nível sonoro tanto para o limiar da audição quanto para o limiar da dor. No entanto, esses limites podem sofrer variação, dependendo da frequência com que são emitidos.



A tabela a seguir mostra alguns valores que constam na norma.

NÍVEL DE RUÍDO	MÁXIMA EXPOSIÇÃO DIÁRIA
dB	PERMISSÍVEL
85	8 horas
90	4 horas
95	2 horas
100	1 hora
105	30 minutos
110	15 minutos
115	7 minutos

Limite de exposição sem proteção.

Para poder mensurar o nível sonoro, é necessário um decibelímetro, que mede o nível sonoro do ambiente em decibels.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

1. Acafe-SC – Define-se a intensidade de uma onda (I) como potência transmitida por unidade de área disposta perpendicularmente à direção de propagação da onda. Porém, essa definição não é adequada para medir nossa percepção de sons, pois nosso sistema auditivo não responde de forma linear à intensidade das ondas incidentes, mas de forma logarítmica. Define-se, então, nível sonoro (β) como $\beta = 10 \cdot \log(I/I_0)$, sendo β dado em decibels (dB) e $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$. Supondo que uma pessoa, posicionada de forma que a área de $6,0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$ de um de seus tímpanos esteja perpendicular à direção de propagação da onda, ouça um som contínuo de nível sonoro igual a 60 dB durante 5,0 s, a quantidade de energia que atingiu seu tímpano nesse intervalo de tempo foi

- a) $1,8 \cdot 10^{-8} \text{ J}$.
 b) $3,0 \cdot 10^{-12} \text{ J}$.
 c) $3,0 \cdot 10^{-10} \text{ J}$.
 d) $1,8 \cdot 10^{-14} \text{ J}$.
 e) $6,0 \cdot 10^{-9} \text{ J}$.

Resolução

$$\beta = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$60 = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$$

$$I = 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

$$I = \frac{P}{A} \text{ e } P = \frac{E}{\Delta t}$$

$$E = I \cdot A \cdot \Delta t$$

$$E = 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{-5} \cdot 5$$

$$E = 3 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

Alternativa correta: C.

Harmônicos

Quando uma corda sonora é posta para oscilar, ela pode gerar diferentes modos de vibração, denominados harmônicos. Observe a ilustração a seguir.

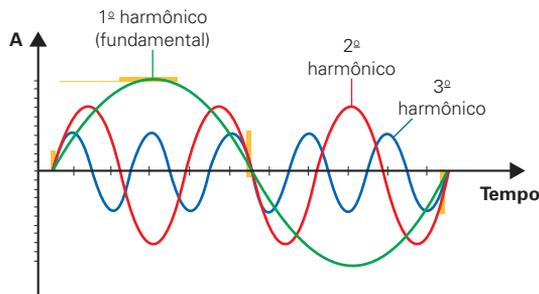
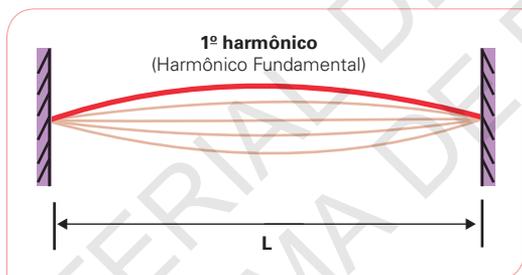


Ilustração dos harmônicos.

O primeiro harmônico é denominado também de fundamental, pois é ele quem determina a frequência do som resultante. Os demais harmônicos (superiores) são responsáveis por caracterizar o timbre, que, como vimos no módulo 4, é a qualidade fisiológica do som que permite identificar sons de mesma frequência emitidos por instrumentos musicais distintos. Apesar de os harmônicos serem produzidos simultaneamente, quando tocamos um instrumento, vamos estudar as características dos três primeiros harmônicos de forma individual.

PRIMEIRO HARMÔNICO

Na imagem a seguir, observamos a formação de uma onda estacionária em uma corda vibrante fixa nas suas extremidades.



Nessa imagem, podemos observar a formação de um ventre, ponto com máxima amplitude de vibração, e dois nós, ponto com amplitude de vibração nula. Também podemos perceber que o comprimento dessa corda equivale a meio comprimento de onda.

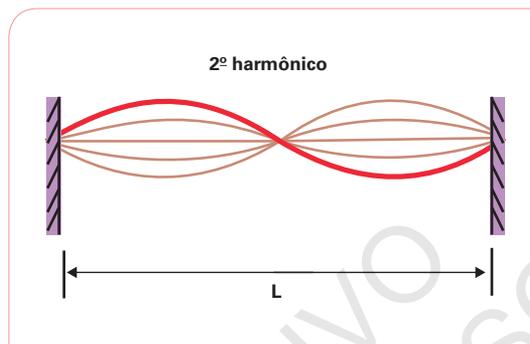
$$L = 1 \cdot \frac{\lambda_1}{2}$$

Dessa forma, utilizando a equação fundamental da ondulatória, podemos obter as seguintes equações:

$$v = \lambda_1 \cdot f_1 \Rightarrow v = \frac{2 \cdot L \cdot f_1}{1} \text{ ou } f_1 = 1 \cdot \frac{v}{2 \cdot L}$$

SEGUNDO HARMÔNICO

Nesta imagem, podemos observar a formação de dois ventres e três nós.



Também podemos perceber que o comprimento dessa corda equivale a um comprimento de onda ou a dois meios comprimentos de onda.

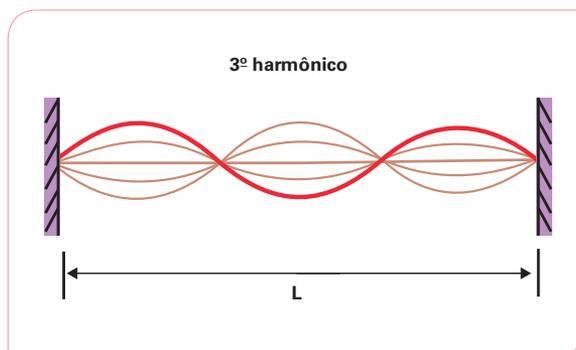
$$L = 2 \cdot \frac{\lambda_2}{2}$$

Da mesma forma, utilizando a equação fundamental da ondulatória, podemos obter as seguintes equações:

$$v = \lambda_2 \cdot f_2 \Rightarrow v = \frac{2 \cdot L \cdot f_2}{2} \text{ ou } f_2 = 2 \cdot \frac{v}{2 \cdot L}$$

TÉRCEIRO HARMÔNICO

Nesta imagem, podemos observar a formação de três ventres e quatro nós.



Também podemos perceber que o comprimento dessa corda equivale a um comprimento de onda e meio ou três meios comprimentos de onda.

$$L = 3 \cdot \frac{\lambda_3}{2}$$

Novamente, utilizando a equação fundamental da ondulatória, podemos obter as seguintes equações:

$$v = \lambda_3 \cdot f_3 \Rightarrow v = \frac{2 \cdot L \cdot f_3}{3} \text{ ou } f_3 = 3 \cdot \frac{v}{2 \cdot L}$$

ENÉSIMO HARMÔNICO

Com base nas equações anteriores, podemos deduzir que as frequências dos harmônicos superiores (segundo e terceiro harmônicos) são múltiplas da frequência do primeiro harmônico. Dessa forma, podemos escrever:

$$f_n = n \cdot f_1 \text{ ou } f_n = n \cdot \frac{v}{2 \cdot L}$$

$$v = \frac{2 \cdot L \cdot f_n}{n}$$

Nessa equação, n é um número natural e inteiro e diferente de zero ($n = 1, 2, 3, \dots$), logo, podemos concluir que ela conta com infinitos harmônicos.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

2. UFPA – No trabalho de restauração de um antigo piano, um músico observa que se faz necessário substituir uma de suas cordas. Ao efetuar a troca, fixando rigidamente a corda pelas duas extremidades ao piano, ele verifica que as frequências de 840 Hz, 1 050 Hz e 1 260 Hz são três frequências de ressonâncias sucessivas dos harmônicos gerados nela. Se a velocidade de propagação de uma onda transversal na corda for 210 m/s, pode-se afirmar que o comprimento da corda colocada no piano, em cm, é

- a) 100
- b) 90
- c) 30
- d) 50

Resolução

$$f_n = 840 \text{ Hz}$$

$$f_{n+1} = 1\,050 \text{ Hz}$$

$$f_{n+1} - f_n = n \cdot \frac{v}{2 \cdot L}$$

$$1\,050 - 840 = 1 \cdot \frac{210}{2 \cdot L}$$

$$L = 0,5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

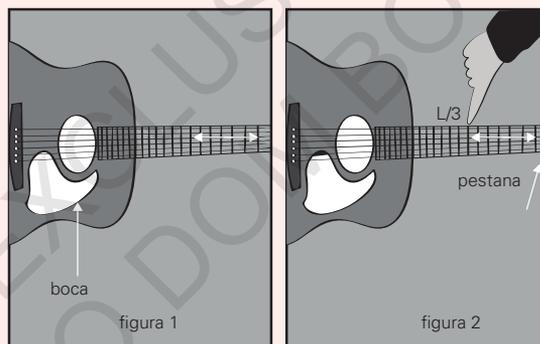
3. UFU-MG – Uma corda de um violão emite uma frequência fundamental de 440,0 Hz ao vibrar livremente, quando tocada na região da boca, como mostra a figura 1. Pressiona-se, então, a corda a $L/3$ de distância da pestana, como mostra a figura 2.

Lembre que a velocidade de uma onda que se propaga numa corda pode ser obtida pela equação de Taylor:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

em que T é a tração e μ é a densidade linear da corda, que pode ser obtida pela razão entre a massa (m) e o comprimento da corda (L).

$$\mu = \frac{m}{L}$$



A frequência fundamental emitida pela corda pressionada, quando tocada na região da boca, será de

- a) 660,0 Hz.
- b) 146,6 Hz.
- c) 880,0 Hz.
- d) 293,3 Hz.

Resolução

$$v = \frac{2 \cdot L \cdot f_n}{n}$$

$$v = \frac{2 \cdot L \cdot f_1}{1} = \frac{2 \cdot L \cdot 440}{1} = 880 \cdot L$$

$$\frac{\lambda'_1}{2} = \frac{2 \cdot L}{3} \Rightarrow \lambda'_1 = \frac{4 \cdot L}{3}$$

$$v = \lambda'_1 \cdot f_1 \Rightarrow 880 \cdot L = \frac{4 \cdot L}{3} \cdot f_1$$

$$f_1 = 660 \text{ Hz}$$

ROTEIRO DE AULA

Ondas sonoras II

Limiar da audição é a intensidade mínima de som capaz de sensibilizar o tímpano.

Limiar da dor é a intensidade máxima de som tolerável.

Nível sonoro ou sonoridade é uma medida da intensidade sonora em uma escala logarítmica.

A unidade de nível sonoro no sistema internacional de unidades é decibel, cujo plural é decibels.

ROTEIRO DE AULA

Cordas sonoras

O primeiro harmônico é denominado também de fundamental, pois é ele quem determina a frequência do som resultante.

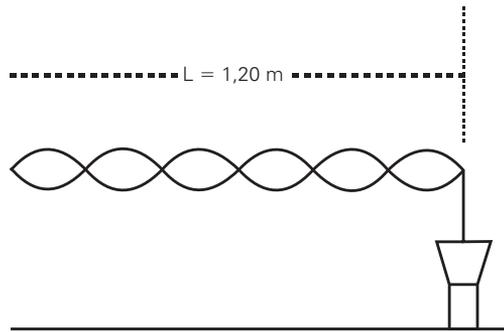
Harmônicos superiores são responsáveis por caracterizar o timbre.

As frequências dos harmônicos superiores são múltiplos da frequência do harmônico fundamental.

A velocidade de propagação das ondas nas cordas pode ser obtida pela raiz quadrada da razão entre a força de tensão e a densidade linear.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. UFPR – Num estudo sobre ondas estacionárias, foi feita uma montagem na qual uma fina corda teve uma das suas extremidades presa numa parede e a outra, num alto-falante. Verificou-se que o comprimento da corda, desde a parede até o alto-falante, era de 1,20 m. O alto-falante foi conectado a um gerador de sinais, de maneira que havia a formação de uma onda estacionária quando o gerador emitia uma onda com frequência de 6 Hz, conforme é mostrado na figura a seguir.



Com base nessa figura, determine, apresentando os respectivos cálculos:

a) Qual é o número do harmônico representado?

O número do harmônico em cordas é igual ao número de ventres

formados, portanto é o 6^o harmônico.

b) O comprimento de onda da onda estacionária.

A figura mostra três ondas completas, portanto:

$$\lambda = \frac{1,20}{3}$$

$$\lambda = 0,40 \text{ m}$$

c) A velocidade de propagação da onda na corda.

$$v = \lambda \cdot f$$

$$v = 0,40 \cdot 6$$

$$v = 2,4 \text{ m/s}$$

2. Determine o nível sonoro num ponto situado a 10 m de uma fonte sonora de potência 12 000 W.

Dados: $\pi = 3$ e $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

Ponto p:

$$I = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$$

$$I = \frac{12\,000}{4 \cdot 3 \cdot 10^2} = 10 \text{ W/m}^2$$

$$NS = 10 \cdot \log \left(\frac{10^1}{10^{-12}} \right) = 130 \text{ dB}$$

4. UFSM-RS

C2-H6

Dois engenheiros chegam à entrada de uma mina de extração de sal que se encontra em grande atividade. Um deles está portando um decibelímetro e verifica que a intensidade sonora é de 115 dB. Considerando as qualidades fisiológicas do som, qual é a definição de intensidade sonora?

- a) Velocidade da onda por unidade de área
- b) Frequência da onda por unidade de tempo.
- c) Potência por unidade de área da frente de onda
- d) Amplitude por unidade de área da frente de onda
- e) Energia por unidade de tempo

Por definição: $I = \frac{P}{A}$

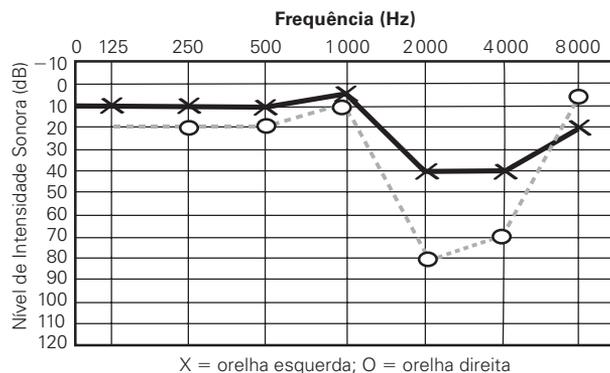
Ou seja, intensidade resume-se à quantidade de energia que passa por tempo (potência) em uma certa área.

Competência: Identificar a presença e aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações para compreender manuais de instalação ou utilização de aparelhos, ou sistemas tecnológicos de uso comum.

4. Fatec-SP – Considere o texto, o gráfico e a tabela para responder à questão.

O barulho, no ambiente de trabalho, pode ser muito prejudicial, pois a exposição diária e contínua a ruídos com intensidade superior a 85 dB (decibéis) pode levar a danos permanentes nas células sensoriais da orelha, causando desde perda parcial até perda total da audição. Por esse motivo, nesses locais, o trabalhador deve sempre utilizar o equipamento de proteção individual. Em um exame médico periódico, foi realizado um teste de audiometria de via aérea para verificar a acuidade auditiva de um trabalhador. Nesse tipo de teste, o paciente fica em uma cabine acústica, hermeticamente isolada, usando um fone de ouvido e um botão acionador em sua mão. O médico executa, então, sons com diferentes frequências e em níveis crescentes de intensidade sonora. Toda vez que o paciente consegue perceber o som, ele aciona o botão, e esse acionamento registra em um audiograma o nível mínimo de intensidade sonora que ele consegue escutar em cada uma das frequências testadas. O resultado do teste realizado por esse trabalhador está apresentado no audiograma a seguir, com a tabela de referência de perda auditiva de Lloyd e Kaplan, utilizada para fazer o diagnóstico.



X = orelha esquerda; O = orelha direita

Tabela de referência de perda auditiva de Lloyd e Kaplan

Média tonal	Grau de perda auditiva
$\leq 25 \text{ dB}$	Audição normal
26 – 40 dB	Leve

41 – 55 dB	Moderado
56 – 70 dB	Moderadamente severo
71 – 90 dB	Severo
≥ 91 dB	Profundo

Disponível em: <<http://tinyurl.com/lcxpain>>.
Acesso em: 1º maio 2015.

Com base nas informações apresentadas no audiograma (gráfico) e na tabela de referência, é correto afirmar que

- o nível de intensidade sonora é medido pelo logaritmo da razão da frequência incidente pela frequência padrão.
- a orelha esquerda apresenta perda auditiva profunda a sons de 1 000 Hz
- as duas orelhas apresentam perdas auditivas profundas em 4 000 Hz.
- a orelha direita apresenta perda auditiva severa a frequências de 2 kHz.
- as duas orelhas apresentam perdas auditivas entre 125 Hz e 1 000 Hz.

Para $f = 2 \text{ KHz} = 2 000 \text{ Hz}$, a orelha direita apresenta sonoridade de 80 dB com grau severo de perda auditiva.

5. IME-RJ – Quando uma corda de violão é tocada, o comprimento de onda da onda sonora produzida pela corda

- é maior que o comprimento de onda da onda produzida na corda, já que a distância entre as moléculas do ar é maior que a distância entre os átomos da corda.
- é menor que o comprimento de onda da onda produzida na corda, já que a massa específica do ar é menor que a massa específica da corda.
- é igual ao comprimento de onda da onda produzida na corda, já que as frequências das duas ondas são iguais.

d) pode ser maior ou menor que o comprimento de onda da onda produzida na corda, dependendo das velocidades de propagação da onda sonora e da onda produzida na corda.

e) pode ser maior ou menor que o comprimento de onda da onda produzida na corda, dependendo das frequências da onda sonora e da onda produzida na corda.

Como as frequências são iguais, temos:

$$f_c = f_s$$

$$\frac{v_c}{\lambda_c} = \frac{v_s}{\lambda_s}$$

$$\frac{\lambda_s}{\lambda_c} = \frac{v_s}{v_c}$$

Logo, os comprimentos de onda são proporcionais às velocidades.

6. UEL-PR (adaptado) – Uma das cordas de um violoncelo é afinada em lá ($f = 440 \text{ Hz}$), quando não pressionada com o dedo, ou seja, quando está com seu comprimento máximo, que é de 60 cm, desde o cavalete até a pestana. Qual deve ser o comprimento da corda para produzir uma nota de frequência $f = 660 \text{ Hz}$?

$$f_n = \frac{n \cdot v}{2 \cdot L}$$

$$L = \frac{n \cdot v}{2 \cdot f}$$

$$0,6 = \frac{1 \cdot v}{2 \cdot 440}$$

$$v = 528 \text{ m/s}$$

$$L' = \frac{1 \cdot 528}{2 \cdot 660}$$

$$L' = 0,4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Unita-SP – A orelha humana pode detectar intensidades sonoras que vão de 10^{-12} W/m^2 a 1 W/m^2 . Usando como intensidade de referência 10^{-12} W/m^2 , determine os níveis de intensidade sonora em decibels (dB).

8. Sistema Dom Bosco – Considere as seguintes afirmações sobre as ondas sonoras:

- Eco e reverberação são fenômenos relacionados à reflexão da onda sonora.
- Decibel (dB) é a unidade do nível de intensidade sonora.
- A frequência da onda ultrassônica é menos elevada do que a da onda sonora.

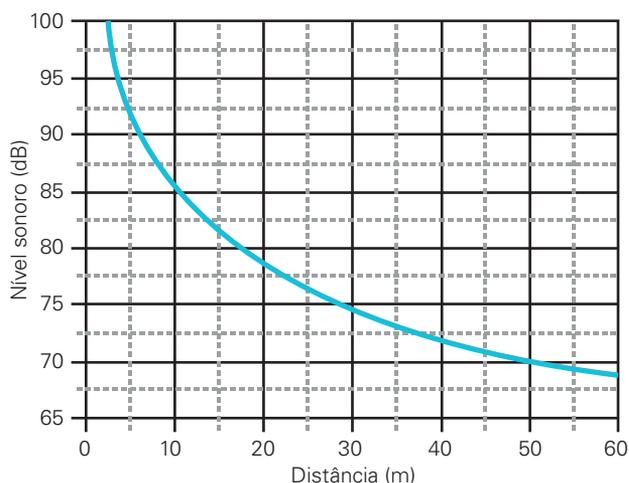
Está correto apenas o que se afirma em:

- I.
- II.
- III.
- I e II.
- II e III.

9. Unicamp-SP – O nível sonoro, N , é medido em decibéis (dB) de acordo com a expressão $N = 10 \cdot \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$, em

que I é a intensidade da onda sonora e $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ é a intensidade de referência padrão correspondente ao limiar da audição do ouvido humano. Numa certa construção, o uso de proteção auditiva é indicado para trabalhadores expostos durante um dia de trabalho a um nível igual ou superior a 85 dB.

O gráfico a seguir mostra o nível sonoro em função da distância de uma britadeira em funcionamento na obra.



- a) A que distância mínima da britadeira os trabalhadores podem permanecer sem proteção auditiva?
- b) A frequência predominante do som emitido pela britadeira é de 100 Hz. Sabendo-se que a velocidade do som no ar é de 340 m/s, qual é o comprimento de onda para essa frequência?
- c) Qual é a intensidade da onda sonora emitida pela britadeira a uma distância de 50 m?

10. Fuvest-SP – O resultado do exame de audiometria de uma pessoa é mostrado nas figuras a seguir. Os gráficos representam o nível de intensidade sonora mínima I , em decibéis (dB), audível por suas orelhas direita e esquerda, em função da frequência f do som, em kHz. A comparação desse resultado com o de exames anteriores mostrou que, com o passar dos anos, ela teve perda auditiva. Com base nessas informações, foram feitas as seguintes afirmações sobre a audição dessa pessoa:

- I. Ela ouve sons de frequência de 6 kHz e intensidade de 20 dB com a orelha direita, mas não com a esquerda.
- II. Um sussurro de 15 dB e frequência de 0,25 kHz é ouvido por ambas as orelhas.
- III. A diminuição de sua sensibilidade auditiva, com o passar do tempo, pode ser atribuída a degenerações dos ossos martelo, bigorna e estribo, da orelha externa, onde ocorre a conversão do som em impulsos elétricos.



É correto apenas o que se afirma em

- a) I.

- b) II.
c) III.
d) I e III.
e) II e III.

11. UEM-PR – O Ministério Brasileiro do Trabalho estabeleceu o intervalo de tempo máximo que um trabalhador pode ser exposto diariamente a níveis sonoros intensos (acima de 80 dB). A norma do Ministério do Trabalho reduziu à metade o intervalo de tempo de exposição a cada 5 dB a partir de 85 dB. A tabela a seguir apresenta a relação entre o nível sonoro e o intervalo de tempo máximo a que um trabalhador pode ser exposto a ele diariamente.

Nível Sonoro (dB)	Intervalo de tempo máximo (h)
85	8
90	4
95	2
100	1

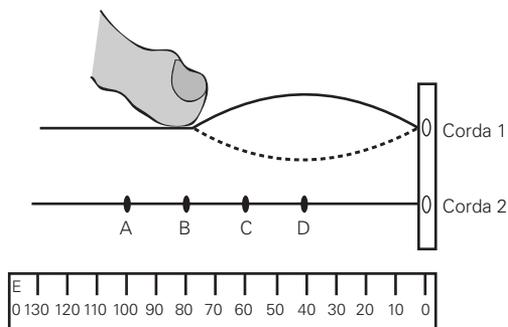
A equação que relaciona o nível sonoro e a intensidade sonora é dada por $N = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$, em que N é o nível

sonoro dado em dB, I é a intensidade sonora dada em W/m^2 e I_0 é a intensidade sonora de referência, que é igual a $1 \cdot 10^{-12} W/m^2$. Assinale o que for correto.

- 01) O intervalo de tempo máximo em que um trabalhador pode ser exposto diariamente a um nível sonoro de 110 dB é de 0,25 h.
- 02) O intervalo de tempo máximo em que um trabalhador pode ser exposto diariamente varia linearmente com a variação da intensidade sonora.
- 04) Se o nível sonoro for de 110 dB, a intensidade sonora é de $0,1 W/m^2$.
- 08) Quando o nível sonoro é aumentado em dez unidades, a razão I/I_0 é multiplicada por 10.
- 16) Se a intensidade sonora for de $1 \cdot 10^{-3} W/m^2$, o intervalo de tempo máximo em que o trabalhador pode ser exposto a ela diariamente é de 4 h.

Dê a soma do(s) item(ns) correto(s).

12. Acafe-SC – Um professor de Física, querendo ensinar ondas estacionárias aos seus alunos, construiu um experimento com duas cordas, como mostra a figura. Pressionou a corda 1 a 80 cm do ponto fixo e, tocando nela, criou o primeiro harmônico de uma onda estacionária.

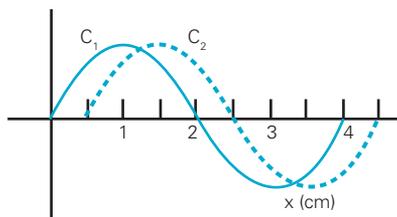


Sabendo que a frequência conseguida na corda 1 é 440 Hz e que a velocidade da onda na corda 2 é o dobro da velocidade da onda na corda 1, determine a posição que alguém deverá pressionar a corda 2 para conseguir o primeiro harmônico de uma onda estacionária com o dobro da frequência conseguida na corda 1.

A alternativa correta é

- a) C.
- b) A.
- c) B.
- d) D.

- 13. Fuvest-SP** – A figura representa imagens instantâneas de duas cordas flexíveis idênticas, C_1 e C_2 , tracionadas por forças diferentes, nas quais se propagam ondas. Durante uma aula, estudantes afirmaram que as ondas nas cordas C_1 e C_2 têm:



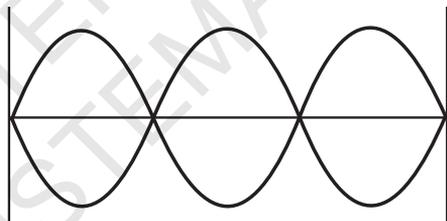
- I. a mesma velocidade de propagação;
- II. o mesmo comprimento de onda;
- III. a mesma frequência.

Está correto apenas o que se afirma em

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) I e II.
- e) II e III.

- 14. Cefet-MG** – A velocidade da onda que se propaga em uma corda depende de dois fatores: tensão e densidade linear. Se essas grandezas dobrarem de valor, então a velocidade de propagação será multiplicada por
- a) 0,25
 - b) 0,50
 - c) 1,0
 - d) 2,0
 - e) 4,0

- 15. Unifev-SP** – A figura mostra o terceiro harmônico de uma onda estacionária que se estabeleceu em uma corda tensionada entre duas extremidades fixas.



(<http://virtual.ufc.br>. Adaptado.)

Sabendo-se que a velocidade de propagação da onda nessa corda é de 2,0 m/s e a frequência de oscilação do terceiro harmônico é 5,0 Hz:

- a) calcule a distância entre as duas extremidades fixas, em metros;

- b) desenhe a configuração da onda estacionária de frequência imediatamente inferior à mostrada na figura (segundo harmônico).

- 16. ITA-SP** – Um fio metálico, preso nas extremidades, tem comprimento L e diâmetro d e vibra com uma frequência fundamental de 600 Hz. Outro fio do mesmo material, mas com comprimento $3L$ e diâmetro $d/2$, quando submetido à mesma tensão, vibra com uma frequência fundamental de

- a) 200 Hz.
- b) 283 Hz.
- c) 400 Hz.
- d) 800 Hz.
- e) 900 Hz.

- 17. UFPR** – Um instrumento musical possui cordas metálicas de comprimento L . Uma das cordas possui diâmetro d , densidade ρ e, quando sujeita a uma tensão T , vibra com uma frequência fundamental de 420 Hz. Suponha que um músico troque essa corda por outra de mesmo material e comprimento, mas com a metade do diâmetro original. Considere que as cordas estão fixas nas suas extremidades. Faça o que se pede, justificando suas respostas.

- a) Encontre a expressão para a velocidade de propagação da onda na corda em função das grandezas T , d e ρ .

- b) Determine a velocidade da onda na nova corda, quando sujeita a uma tensão quatro vezes superior à primeira, em função da velocidade na corda original.

- c) Calcule a frequência fundamental nessa nova situação.

ESTUDO PARA O ENEM

18. UENP-PR

C1-H1

Para medir a intensidade das ondas sonoras, costuma-se utilizar, na prática, o nível de intensidade sonora medido em uma escala logarítmica, definida por $\alpha = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$ db, em que $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ é a menor

intensidade do som detectável pelo ouvido humano, que corresponde ao nível zero de intensidade ou limiar de audibilidade.

Quanto ao nível e à intensidade sonora, relacione a coluna da esquerda com a da direita.

- | | |
|---------------------------------------|----------------------------------|
| I. Avião próximo: $\alpha = 100$ db | (A) $I = 10^{-10} \text{ W/m}^2$ |
| II. Rua barulhenta: $\alpha = 90$ db | (B) $I = 10^{-8} \text{ W/m}^2$ |
| III. Conversa comum: $\alpha = 60$ db | (C) $I = 10^{-6} \text{ W/m}^2$ |
| IV. Música suave: $\alpha = 40$ db | (D) $I = 10^{-3} \text{ W/m}^2$ |
| V. Murmúrio: $\alpha = 20$ db | (E) $I = 10^{-2} \text{ W/m}^2$ |

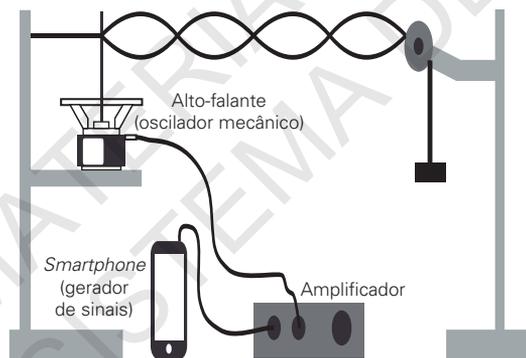
Assinale a alternativa que contém a associação correta.

- a) a) I-A, II-B, III-D, IV-E, V-C.
 b) b) I-D, II-A, III-C, IV-B, V-E.
 c) c) I-D, II-B, III-E, IV-C, V-A.
 d) d) I-E, II-A, III-D, IV-C, V-B.
 e) e) I-E, II-D, III-C, IV-B, V-A.

19. FCM-MG (adaptado)

C1-H1

A figura mostra uma haste vertical ligada a um alto-falante que oscila a 400 Hz ligado a uma corda que passa por uma roldana e é esticada por um peso, formando uma onda estacionária.



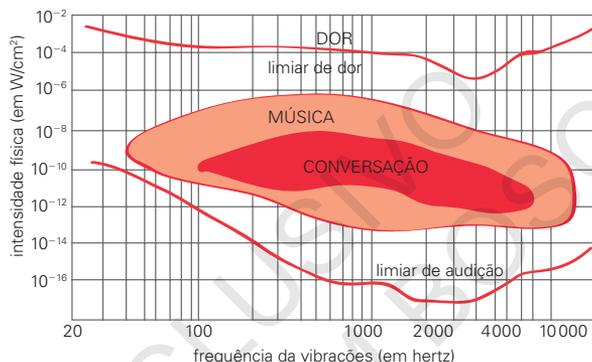
Alterando-se gradativamente o número de vibrações da haste, a onda se desfaz e, em seguida, observa-se outra configuração de uma nova onda estacionária, com menor comprimento de onda. Para que tal fato aconteça, a nova frequência do alto-falante será de

- a) 200 Hz. d) 600 Hz.
 b) 300 Hz. e) 700 Hz.
 c) 500 Hz.

20. Fameca-SP

C1-H1

A figura mostra um audiograma, gráfico que demonstra a relação entre o limite de recepção e a frequência de vibração dos sons que a orelha humana é capaz de perceber. No eixo vertical, estão os valores da intensidade física e, no eixo horizontal, estão os valores da frequência.



Maurício Pietrocola et al. *Física em contextos*, 2012. Adaptado.

Analisando o gráfico, conclui-se corretamente que

- a) uma emissão sonora de 1,0 kHz e de intensidade 10^{-4} W/m^2 causa sensação dolorosa.
 b) uma emissão sonora de 800 Hz e de intensidade 10^{-10} W/m^2 causa sensação dolorosa.
 c) é impossível ouvir uma emissão de 1,0 kHz e de intensidade 10^{-5} W/m^2 .
 d) o limiar de dor para uma emissão sonora de 100 Hz é o mesmo que para uma emissão de 5,0 kHz.
 e) o ser humano não consegue ouvir sons emitidos com intensidade de 10^{-14} W/m^2 e frequência de 800 Hz.

4

TUBOS SONOROS E EFEITO DOPPLER

Tubos sonoros

Assim como as cordas, os tubos sonoros podem gerar diferentes modos de vibração, denominados harmônicos. Eles são formados pelas ondas estacionárias decorrentes do ar soprado dentro dos tubos, que formam os instrumentos de sopro.

Existem dois tipos de tubos sonoros. Os **tubos abertos**, que possuem duas extremidades abertas, e os **tubos fechados**, que possuem uma extremidade fechada e a outra aberta. Observe as ilustrações a seguir.



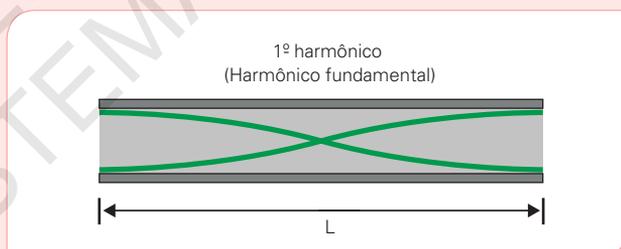
Tubos abertos e fechados.

Nos tubos abertos, uma parcela do ar soprado no interior deles sofre reflexão ao entrar em contato com o ar do meio externo, em razão da diferença de temperatura e pressão entre eles, formando as ondas estacionárias. Nos tubos fechados o princípio é semelhante, no entanto, o ar sofre reflexão ao atingir a extremidade fechada.

Tubos abertos

PRIMEIRO HARMÔNICO

Na imagem a seguir, observamos a formação de uma onda estacionária em um tubo aberto.



Nessa imagem, podemos notar a formação de dois ventres (pontos com máxima amplitude de vibração) e um nó (ponto com amplitude de vibração nula). Também podemos perceber que o comprimento desse tubo equivale a meio comprimento de onda.

$$L = 1 \cdot \frac{\lambda_1}{2}$$

- Tubos sonoros
- Harmônicos
- Instrumentos musicais
- Efeito Doppler

HABILIDADES

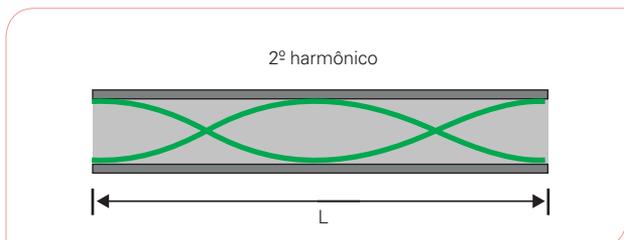
- Relacionar, em fenômenos acústicos, comprimento de onda, frequência e velocidade de ondas.
- Analisar as características sonoras de instrumentos musicais com base em conceitos de ondulatória.
- Prever e explicar a variação na frequência das ondas usando o efeito Doppler.

Dessa forma, utilizando a equação fundamental da ondulatória, podemos obter as seguintes equações:

$$v = \lambda_1 \cdot f_1 \Rightarrow v = \frac{2 \cdot L \cdot f_1}{1} \text{ ou } f_1 = 1 \cdot \frac{v}{2 \cdot L}$$

SEGUNDO HARMÔNICO

Nesta imagem, podemos observar a formação de três ventres e dois nós.



Também podemos perceber que o comprimento desse tubo equivale a um comprimento de onda ou dois meios comprimentos de onda.

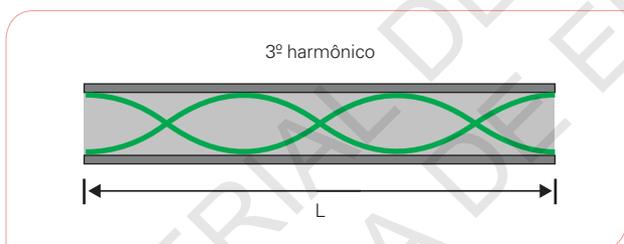
$$L = 2 \cdot \frac{\lambda_2}{2}$$

Da mesma forma, utilizando a equação fundamental da ondulatória, podemos obter as seguintes equações:

$$v = \lambda_2 \cdot f_2 \Rightarrow v = \frac{2 \cdot L \cdot f_2}{2} \text{ ou } f_2 = 2 \cdot \frac{v}{2 \cdot L}$$

TERCEIRO HARMÔNICO

Nesta imagem, podemos observar a formação de quatro ventres e três nós.



Também podemos perceber que o comprimento desse tubo equivale a um comprimento e meio de onda ou a três meios comprimentos de onda.

$$L = 3 \cdot \frac{\lambda_3}{2}$$

Novamente, utilizando a equação fundamental da ondulatória, podemos obter as seguintes equações:

$$v = \lambda_3 \cdot f_3 \Rightarrow v = \frac{2 \cdot L \cdot f_3}{3} \text{ ou } f_3 = 3 \cdot \frac{v}{2 \cdot L}$$

ENÉSIMO HARMÔNICO

Com base nas equações anteriores, podemos deduzir que as frequências dos harmônicos superiores (segundo e terceiro harmônicos) são múltiplos da fre-

quência do primeiro harmônico. Dessa forma, podemos escrever:

$$f_n = n \cdot f_1 \text{ ou } f_n = n \cdot \frac{v}{2 \cdot L}$$

$$v = \frac{2 \cdot L \cdot f_n}{n}$$

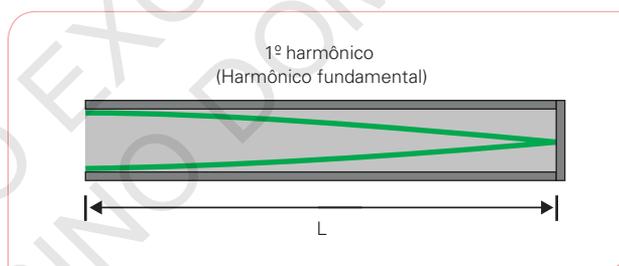
Nessas equações, n é um número natural e inteiro e diferente de zero ($n = 1, 2, 3, \dots$), logo podemos concluir que ele possui infinitos harmônicos.

Observe que as equações obtidas para os tubos abertos são idênticas às que foram obtidas para as cordas vibrantes no módulo anterior.

Tubos fechados

PRIMEIRO HARMÔNICO

Na imagem a seguir, observamos a formação de uma onda estacionária em um tubo fechado.



Nessa imagem, podemos observar a formação de um ventre e um nó. Também podemos perceber que o comprimento desse tubo equivale a um quarto de comprimento de onda.

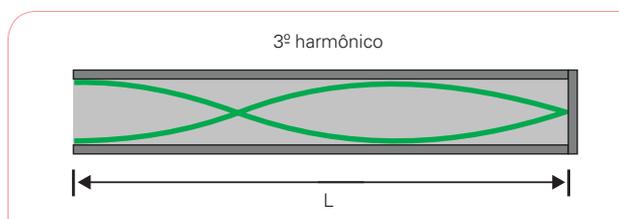
$$L = 1 \cdot \frac{\lambda_1}{4}$$

Dessa forma, utilizando a equação fundamental da ondulatória, podemos obter as seguintes equações:

$$v = \lambda_1 \cdot f_1 \Rightarrow v = \frac{4 \cdot L \cdot f_1}{1} \text{ ou } f_1 = 1 \cdot \frac{v}{4 \cdot L}$$

TERCEIRO HARMÔNICO

Como na extremidade aberta sempre se forma um ventre e na extremidade fechada, um nó, não existe segundo harmônico. Na imagem a seguir, podemos observar a formação de dois ventres e dois nós.



Também podemos perceber que o comprimento desse tubo equivale a três quartos de comprimento de onda.

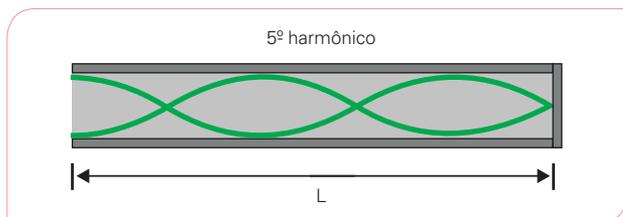
$$L = 3 \cdot \frac{\lambda_3}{4}$$

Da mesma forma, utilizando a equação fundamental da ondulatória, podemos obter as seguintes equações:

$$v = \lambda_3 \cdot f_3 \Rightarrow v = \frac{4 \cdot L \cdot f_3}{3} \text{ ou } f_3 = 3 \cdot \frac{v}{4 \cdot L}$$

QUINTO HARMÔNICO

Pela mesma razão que não houve formação do segundo harmônico, não existe o quarto harmônico. Nesta imagem, podemos observar a formação de três ventres e três nós.



Também podemos perceber que o comprimento desse tubo equivale a cinco quartos de comprimento de onda.

$$L = 5 \cdot \frac{\lambda_5}{4}$$

Novamente, utilizando a equação fundamental da ondulatória, podemos obter as seguintes equações:

$$v = \lambda_5 \cdot f_5 \Rightarrow v = \frac{4 \cdot L \cdot f_5}{5} \text{ ou } f_5 = 5 \cdot \frac{v}{4 \cdot L}$$

ENÉSIMO HARMÔNICO

Com base nas equações anteriores, podemos deduzir que os tubos fechados só possuem harmônicos ímpares, e as frequências dos harmônicos superiores (terceiro e quinto harmônicos) são múltiplos ímpares da frequência do primeiro harmônico. Dessa forma, podemos escrever:

$$f_n = n \cdot f_1 \text{ ou } f_n = n \cdot \frac{v}{4 \cdot L}$$

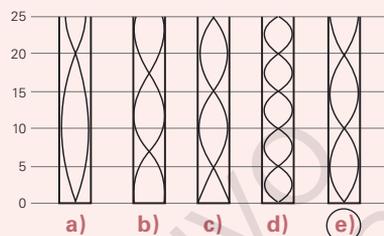
$$\frac{4 \cdot L \cdot f_n}{n}$$

Nessas equações, n é um número natural, ímpar, inteiro e diferente de zero ($n = 1, 3, 5, \dots$), logo podemos concluir que ele possui infinitos harmônicos ímpares.

Tanto nas cordas sonoras, quanto nos tubos sonoros, as frequências nas quais os harmônicos são formados são denominadas frequências de ressonância.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Fuvest-SP – Um músico sopra a extremidade aberta de um tubo de 25 cm de comprimento, fechado na outra extremidade, emitindo um som na frequência $f = 1700$ Hz. A velocidade do som no ar nas condições do experimento é $v = 340$ m/s. Dos diagramas a seguir, aquele que melhor representa a amplitude de deslocamento da onda sonora estacionária no tubo pelo sopro do músico é



Resolução

$$f_n = n \cdot \frac{v}{4 \cdot L}$$

$$1700 = n \cdot \frac{340}{4 \cdot 0,25}$$

$$n = 5$$

2. UNESP – Um aluno, com o intuito de produzir um equipamento para a feira de ciências de sua escola, selecionou 3 tubos de PVC de cores e comprimentos diferentes, para a confecção de tubos sonoros. Ao bater com a mão espalmada em uma das extremidades de cada um dos tubos, são produzidas ondas sonoras de diferentes frequências. A tabela a seguir associa a cor do tubo com a frequência sonora emitida por ele. Cor: vermelha – azul – roxa; Frequência: 290 – 440 – 494. Podemos afirmar corretamente que os comprimentos dos tubos vermelho (L_{vermelho}), azul (L_{azul}) e roxo (L_{roxo}) guardam a seguinte relação entre si:

a) $L_{\text{vermelho}} < L_{\text{azul}} > L_{\text{roxo}}$

b) $L_{\text{vermelho}} = L_{\text{azul}} = L_{\text{roxo}}$

c) $L_{\text{vermelho}} > L_{\text{azul}} = L_{\text{roxo}}$

d) $L_{\text{vermelho}} > L_{\text{azul}} > L_{\text{roxo}}$

e) $L_{\text{vermelho}} < L_{\text{azul}} < L_{\text{roxo}}$

Resolução

Apesar da questão não mencionar se os tubos são abertos ou fechados, o comprimento do tubo, em ambos os casos, é inversamente proporcional à frequência.

$$f_n = n \cdot \frac{v}{2 \cdot L} \text{ ou } f_n = n \cdot \frac{v}{4 \cdot L}$$

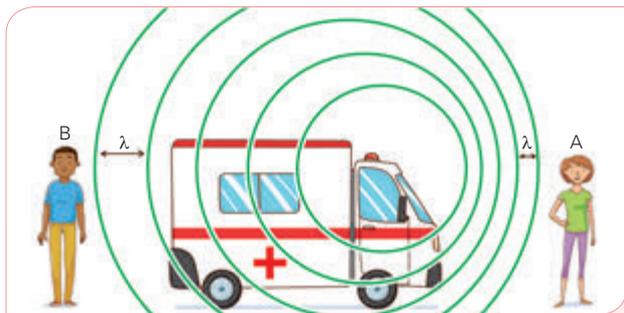
Dessa forma, o tubo que possui menor frequência terá maior comprimento ($L_{\text{vermelho}} > L_{\text{azul}} > L_{\text{roxo}}$).

Alternativa correta: a.

Efeito Doppler para o som

Descrito teoricamente pela primeira vez pelo físico austríaco Christian Doppler, o efeito Doppler, nome pelo qual ficou conhecido para as ondas sonoras, é a alteração aparente na frequência observada ou percebida quando há movimento relativo entre a fonte e o observador. Um exemplo prático é a sirene de uma ambulância

em movimento. Quando ela se aproxima de um observador, a frequência percebida por ele é maior (som mais agudo) que a frequência real emitida pela fonte. Quando a fonte se afasta do observador, a frequência percebida por ele será menor (som mais grave).



Efeito Doppler.

Na imagem anterior, podemos observar a ambulância (fonte sonora) aproximando-se de uma pessoa (observador A) localizada no ponto A e afastando-se de outra pessoa localizada no ponto B (observador B).

Quando a ambulância se aproxima do observador A, podemos detectar um achatamento das frentes de onda, com conseqüente diminuição no comprimento de onda. Esse fato acarreta um aumento aparente na frequência notada pois a velocidade de propagação da onda sonora no ar permanece constante.

Ao mesmo tempo que a ambulância se aproxima do observador A, ela se afasta do B. Nesse caso, podemos perceber um aumento do espaço entre as frentes de onda, com conseqüente aumento do comprimento de onda. O resultado é uma diminuição aparente na frequência observada, pois a velocidade de propagação da onda sonora no ar permanece constante.

Apesar de as ondas sonoras se propagarem em todas as direções, nosso estudo ficará restrito a uma única direção, ou seja, quando a fonte e o observador apresentam movimento relativo na mesma direção. Dessa forma, teremos três situações possíveis:

- 1) A fonte das ondas sonoras aproxima-se ou afasta-se do observador;
- 2) O observador aproxima-se ou afasta-se da fonte de onda sonora;
- 3) A fonte e o observador aproximam-se ou afastam-se, e ambos possuem velocidade.

Em todas as situações, temos que:

- Na aproximação: $f_o > f_f$ e $\lambda_o < \lambda_f$
- No afastamento: $f_o < f_f$ e $\lambda_o > \lambda_f$

Nas expressões anteriores, f_o é a frequência observada ou aparente, f_f é a frequência da fonte ou real, λ_o é o comprimento de onda observado e λ_f é o comprimento de onda da fonte.

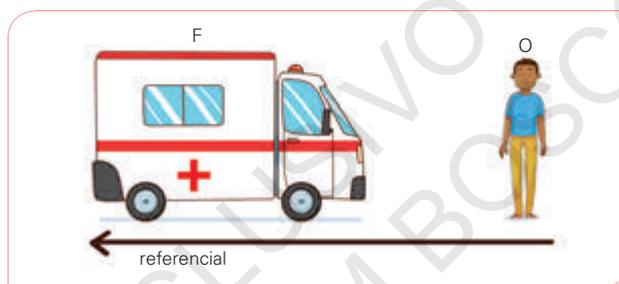
A frequência observada (f_o) e a frequência da fonte (f_f) relacionam-se pela equação a seguir, conhecida como equação do efeito Doppler.

$$f_o = f_f \cdot \frac{v \pm v_o}{v \pm v_f}$$

Na equação anterior, v é a velocidade de propagação das ondas no meio (velocidade do som), v_f é a velocidade da fonte e v_o é a velocidade do observador.

Para determinar qual sinal (+ ou -) deve ser utilizado na equação, devemos **adotar o referencial positivo do observador para a fonte**. Dessa forma, se o observador se desloca no mesmo sentido do referencial, sua velocidade será positiva; caso contrário, será negativa. A mesma regra se aplica para a velocidade da fonte.

Exemplo



Nesse caso, quem se mover para a esquerda terá velocidade positiva e quem se mover para a direita terá velocidade negativa.

Efeito Doppler para a luz

O efeito Doppler para as ondas eletromagnéticas foi descrito pelo físico francês Hippolyte Fizeau, que desconhecia o trabalho de Christian Doppler. Por esse motivo, muitos autores o denominam efeito Doppler-Fizeau. O efeito é semelhante ao que ocorre com as ondas sonoras, ou seja, as ondas eletromagnéticas também sofrem uma alteração aparente na frequência observada ou percebida quando há movimento relativo entre a fonte e o observador.

Como vimos anteriormente, uma variação aparente na frequência é acompanhada de uma variação do comprimento de onda, visto que a velocidade de propagação da onda no meio é constante. Para a luz, os desvios no comprimento de onda acarretam mudança na cor. Assim, quando o agente emissor se aproxima do observador, temos o desvio da cor para o azul; quando ele se afasta, ocorre o desvio da cor para o vermelho. Isso significa que, caso uma estrela se afaste da Terra, haverá um desvio da luz por ela emitida para o vermelho, e, caso se aproxime, o desvio será para o azul.

Esse fato foi comprovado anos mais tarde pelo físico Eduard Hubble, que, ao medir o espectro de emissão da luz de algumas galáxias, percebeu que elas apresentavam desvio para o vermelho. Isso significa que as galáxias estão se afastando umas das outras, fato esse que apoia a teoria do Big Bang para a origem do Universo.

A equação do efeito Doppler para as ondas eletromagnéticas leva em consideração a teoria da relatividade proposta por Albert Einstein. Dessa forma, temos:

- Na aproximação: $f_o = f_f \cdot \sqrt{\frac{c + v_f}{c - v_f}}$
- No afastamento: $f_o = f_f \cdot \sqrt{\frac{c - v_f}{c + v_f}}$

Na equação anterior, v_f é a velocidade da fonte e c é a velocidade da luz no vácuo.

Analisando as equações anteriores, podemos observar que, se a velocidade da fonte for desprezível em

relação à velocidade da luz, não haverá efeito Doppler para a luz. Esse fato explica por que o efeito Doppler é mais perceptível nas ondas sonoras.

Efeito Doppler é alteração aparente na frequência percebida, em razão do movimento relativo entre a fonte e o observador.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. Cefet-MG – Uma ambulância, emitindo um som de frequência f , move-se com uma velocidade v em direção a um pedestre que se encontra parado na margem de uma rodovia. Considerando que a velocidade do som no ar é v_s , a frequência f' ouvida pelo pedestre vale

$$\text{a) } f' = \frac{v}{v_s + v} \cdot f \quad \text{d) } f' = \frac{v_s}{v_s - v} \cdot f$$

$$\text{b) } f' = \frac{v_s}{v_s + v} \cdot f \quad \text{e) } f' = f$$

$$\text{c) } f' = \frac{v_s - v}{v_s} \cdot f$$

Resolução

$$f_o = f_f \cdot \frac{v \pm v_o}{v \pm v_f}$$

Adotando o referencial observador – fonte –, temos:

$$f' = f \cdot \frac{v_s}{v_s - v}$$

4. Fuvest-SP – Uma onda sonora considerada plana, proveniente de uma sirene em repouso, propaga-se no ar parado, na direção horizontal, com velocidade v igual a 330 m/s e comprimento de onda igual a 16,5 cm.

Na região em que a onda está se propagando, um atleta corre, em uma pista horizontal, com velocidade U igual a 6,60 m/s, formando um ângulo de 60° com a direção de propagação da onda. O som que o atleta ouve tem uma frequência aproximada de

a) 1960 Hz.

b) 1980 Hz.

c) 2000 Hz.

d) 2020 Hz.

e) 2040 Hz.

Resolução

Encontrando a componente horizontal da velocidade:

$$U_x = U \cdot \cos 60^\circ$$

$$U_x = 6,6 \cdot 0,5$$

$$U_x = 3,3 \text{ m/s}$$

Calculando a frequência:

$$v = \lambda \cdot f$$

$$330 = 0,165 \cdot f_f$$

$$f_f = 2000 \text{ Hz}$$

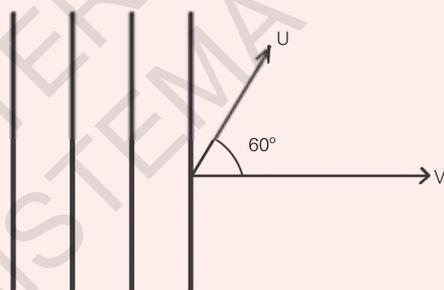
Aplicando a equação do efeito Doppler:

$$f_o = f_f \cdot \frac{v \pm v_o}{v \pm v_f}$$

$$f_o = 2000 \cdot \frac{330 - 3,3}{330 + 0}$$

$$f_o \approx 1980 \text{ Hz}$$

frentes de onda



ROTEIRO DE AULA

Tubos sonoros

Os _____ **tubos abertos** _____, possuem duas extremidades abertas.

Os _____ **tubos fechados** _____, possuem uma extremidade fechada e outra aberta.

As frequências dos harmônicos superiores dos tubos abertos são múltiplos da frequência do harmônico _____ **fundamental** _____.

As frequências dos harmônicos superiores dos tubos fechados são múltiplos _____ **ímpares** _____ da frequência do harmônico fundamental.

As frequências nas quais os harmônicos são formados são denominadas frequências de _____ **ressonância** _____.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

EFEITO
DOPPLER

Efeito Doppler é a alteração aparente na _____ **frequência** _____ percebida, em razão do movimento relativo entre a fonte e o observador.

Na _____ **aproximação** _____, a frequência observada é maior que a frequência da fonte.

No _____ **afastamento** _____, a frequência observada é menor que a frequência da fonte.

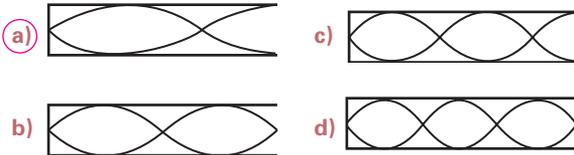
Ao aplicar a equação do efeito Doppler, devemos adotar o referencial positivo do _____ **observador** _____ para a _____ **fonte** _____.

No efeito Doppler para a luz, quando o emissor se aproxima do observador, temos o desvio da cor para _____ **o azul** _____; quando se afasta o desvio da cor é para _____ **o vermelho** _____.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO BOSCO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. **UFV-MG** – Das figuras a seguir, aquela que representa corretamente o padrão de ondas estacionárias, oscilando no terceiro harmônico em um tubo aberto na extremidade direita e fechado na extremidade esquerda, é



Na situação de um tubo fechado, tem-se a formação de 1,5 fuso e 2 nós, conforme o item a.

2. **FGV-SP** – Um carro trafega a 20 m/s em uma estrada reta. Ele aproxima-se de uma pessoa parada no acostamento querendo atravessar a estrada. O motorista do carro, para alertá-la, toca a buzina, cujo som por ele ouvido tem 640 Hz. A frequência do som da buzina percebida pela pessoa parada é, aproximadamente,

(Dica: considere que a velocidade do som no ar é igual a 340 m/s e que não há vento).

- a) 760 Hz. d) 600 Hz.
b) 720 Hz. e) 680 Hz.
c) 640 Hz.

Na aproximação:

$$f_o = f_i \cdot \frac{v \pm v_o}{v \pm v_r}$$

$$f_o = 640 \cdot \frac{340}{340 - 20}$$

$$f_o = 640 \cdot \frac{340}{340 - 20} = 680 \text{ Hz}$$

3. **USF-SP** (adaptado)

C1-H1

Há muitas aplicações da Física que são extremamente úteis na Medicina. Indubitavelmente, o estudo das ondas e de seus fenômenos auxilia a área em vários exames e no diagnóstico de doenças. As características das ondas sonoras ou luminosas sofrem alterações com a movimentação da fonte emissora de ondas ou do observador. Pode haver a variação da frequência de uma onda quando refletida em células vermelhas (hemácias) em movimento. Por exemplo, quando uma onda é emitida pelo equipamento e é refletida em hemácias que se deslocam em sentido oposto à localização do aparelho, a frequência da onda refletida é maior do que a onda emitida.

Com base nas informações do texto, por meio dessa diferença de frequência da onda emitida e recebida, sabe-se

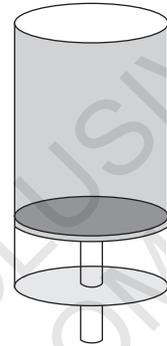
- a) o número de células presentes no sangue, por meio do fenômeno resultante do batimento das ondas.
b) a densidade do sangue, por meio da ressonância das ondas na superfície das células sanguíneas.
c) o fluxo sanguíneo decorrente da difração das ondas na superfície das células.
d) a densidade do sangue, por meio da amplitude da onda resultante entre a onda incidente e a refletida.
e) a velocidade com que o sangue se movimenta, por meio das relações matemáticas originárias do efeito Doppler.

A diferença entre a frequência refletida e a emitida é capaz de informar a direção e a velocidade em que o sangue está, da mesma maneira que um radar rodoviário é capaz de informar a velocidade de um carro.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

4. **PUC-GO** (adaptado)



Um exemplo do fenômeno de ressonância pode ser observado em um tubo sonoro que amplifica um som em uma frequência específica. Suponha um tubo com um êmbolo que, ao se mover, modifica a profundidade H da cavidade do tubo, como mostra a figura.

Um diapasão de 500 Hz é posto para vibrar próximo à boca do tubo, fazendo com que ele amplifique o som produzido, por causa da ressonância. Considerando-se que a menor profundidade H em que ocorre a amplificação do som (ressonância) seja igual a 17 cm e que as demais condições permaneçam inalteradas, podemos afirmar que:

- O comprimento de onda será igual a 34 cm.
- O segundo harmônico ocorrerá quando a profundidade H for igual a 51 cm.
- A velocidade do som nas condições locais será igual a 340 m/s.
- Se a profundidade máxima da cavidade do tubo for de 80 cm, então será possível observar um terceiro harmônico nesse tubo.

Com base nas sentenças anteriores, marque a alternativa em que todos os itens estão corretos:

- a) I e II.
b) I, e IV.
c) II e III.
d) III e IV.
e) III, somente.

I – Incorreta. Trata-se de um tubo fechado. Portanto, vale a seguinte

relação: $f_n = n \cdot \frac{v}{4} \cdot H$, em que $\lambda_n = \frac{4 \cdot H}{n}$. A menor profundidade cor-

responderá ao primeiro harmônico, de modo que $\lambda_1 = 68 \text{ cm}$.

II – Incorreta. O tubo fechado apresenta apenas harmônicos ímpares.

III – Correta. O som manterá sua velocidade de propagação.

IV – Correta. A condição para que ocorra o terceiro harmônico é:

$$f_3 = \frac{3 \cdot v}{4 \cdot H_3} = 3 \cdot f_1 = \frac{v}{4 \cdot H_1}, \text{ isto é, } H_3 = 3 \cdot H_1 = 3 \cdot 17 = 51 \text{ cm.}$$

O comprimento do tubo deverá ser maior ou igual a 51 cm.

5. IFSC – (adaptado) O que define a frequência de uma onda, seja mecânica seja eletromagnética, é a fonte. Mas existe uma situação em que a frequência percebida por um observador é diferente da frequência emitida pela fonte. Essa diferença entre a frequência percebida e a emitida é explicada pelo efeito Doppler. Esse fenômeno é consequência do movimento relativo entre fonte e observador.

Vamos analisar a seguinte situação: uma viatura da polícia move-se com velocidade constante, com a sirene ligada, emitindo uma frequência de 900 Hz. Um observador parado na calçada presencia o movimento da viatura e ouve o som da sirene com uma frequência de 1000 Hz. Sabendo que a velocidade do ar é de 340 m/s, determine a velocidade da viatura.

$$f_o = f_i \cdot \frac{v \pm v_o}{v \pm v_i}$$

$$1000 = 900 \cdot \frac{340}{340 - v_i}$$

$$v_i = 34 \text{ m/s}$$

6. UFPR (adaptado) – Um órgão é um instrumento musical composto por diversos tubos sonoros, abertos ou fechados nas extremidades, com diferentes comprimentos. Num certo órgão, um tubo A é aberto em ambas as extremidades e possui uma frequência fundamental de 200 Hz. Nesse mesmo órgão, um tubo B tem uma das extremidades aberta e a outra fechada, e a sua frequência fundamental é igual à frequência do segundo harmônico do tubo A. Considere a velocidade do som no ar igual a 340 m/s. Determine:

a) o comprimento do tubo A;

Tubo A aberto: $f_1^A = 200 \text{ Hz}$.

$$L_A = \frac{v}{2 \cdot f_1^A} = \frac{340}{2 \cdot 200} = 0,85 \text{ m}$$

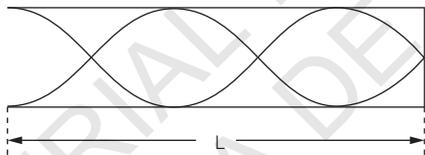
b) o comprimento do tubo B.

Tubo B fechado: $f_2^B = 400 \text{ Hz}$.

$$L_B = \frac{v}{4 \cdot f_2^B} = \frac{340}{4 \cdot 400} = 0,2125 \text{ m}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. IFMG – Um instrumento musical primitivo é feito por um tubo oco aberto em uma de suas extremidades e fechado na outra e é minimamente representado na figura a seguir.



Seu comprimento $L = 2,5 \text{ m}$ e considerando que a velocidade do som nesse ambiente seja de 320 m/s, é correto afirmar:

- Uma expressão que pode corretamente ser usada para se determinar a frequência do som emitido por esse instrumento é $f = \frac{n \cdot v}{2 \cdot L}$, em que v é a velocidade do som no ambiente, L é o comprimento do tubo e n é o número do harmônico emitido pelo instrumento para $n = 1, 2, 3, \dots$
- A frequência do som emitido por esse instrumento é de 220 Hz.
- No interior do tubo, quanto maior a velocidade de propagação do som no ar, menor será a frequência do som emitido por esse instrumento.
- O comprimento de onda dentro do tubo representado será de aproximadamente 2,5 m.
- Um outro instrumento, em condições similares a

este, com 5,0 m de comprimento, emitiria um som de frequência 80 Hz.

- UEM-PR** – Em um laboratório, situado ao nível do mar, um cientista faz vibrar um diapasão de frequência de 660 Hz junto à boca de uma proveta totalmente preenchida com água. Por meio de um dispositivo especial, ele faz o nível de água na proveta variar e observa que, para alguns níveis de água específicos no interior da proveta, ou seja, para algumas distâncias (H) específicas da superfície da água até a extremidade superior (a boca) da proveta, o som proveniente dela é fortemente reforçado. Considerando que o primeiro reforço é observado para $H = 12,5 \text{ cm}$, assinale o que for correto.
 - Quando ocorre o reforço sonoro, há a formação de ondas estacionárias no interior da proveta, que são ondas resultantes da ressonância da proveta com a frequência da fonte sonora, ou seja, com as ondas provenientes do diapasão.
 - As frequências de ressonância no interior da proveta são dadas por $f_n = n \cdot v/4 \cdot H$, sendo v a velocidade do som no ar no interior da proveta e n um número inteiro, ímpar, positivo e diferente de zero.
 - Quando $H = 12,5 \text{ cm}$ e a velocidade do som no interior da proveta é de 330 m/s, há a formação de um nó na superfície da água e de um antinó na extremidade superior da proveta.
 - Quando $H = 0,625 \text{ m}$, a proveta ressona no sexto harmônico do diapasão, e há a formação de quatro nós no interior da proveta.

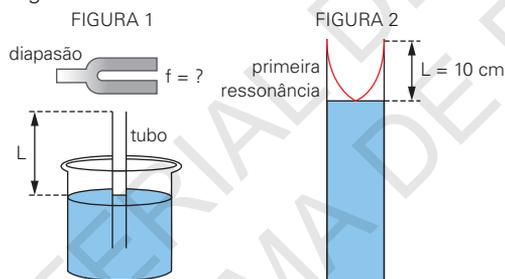
16) Quando a proveta ressona no sétimo harmônico do diapasão, o comprimento de onda das ondas estacionárias em seu interior é de 0,5 m, e há a formação de 5 antinodos no interior da proveta.

Dê a soma do(s) item(ns) correto(s).

9. UERN – Uma pessoa, ao soprar na extremidade aberta de um tubo fechado, obteve o som do primeiro harmônico cuja frequência é 375 Hz. Se o som no local se propaga com velocidade de 330 m/s, então o comprimento desse tubo é de

- a) 20 cm.
- b) 22 cm.
- c) 24 cm.
- d) 26 cm.

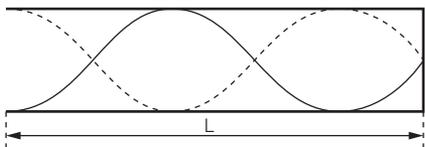
10. UNESP – Um experimento foi feito com a finalidade de determinar a frequência de vibração de um diapasão. Um tubo cilíndrico aberto em suas duas extremidades foi parcialmente imerso em um recipiente com água e o diapasão vibrando foi colocado próximo ao topo desse tubo, conforme a figura 1. O comprimento L da coluna de ar dentro do tubo foi ajustado movendo-o verticalmente. Verificou-se que o menor valor de L , para o qual as ondas sonoras geradas pelo diapasão são reforçadas por ressonância dentro do tubo, foi de 10 cm, conforme a figura 2.



Considerando a velocidade de propagação do som no ar igual a 340 m/s, é correto afirmar que a frequência de vibração do diapasão, em Hz, é igual a

- a) 425
- b) 850
- c) 1 360
- d) 3 400
- e) 1 700

11. UFPE – A figura mostra uma onda estacionária em um tubo de comprimento $L = 5$ m, fechado em uma extremidade e aberto na outra.



Considere que a velocidade do som no ar é 340 m/s e determine a frequência do som emitido pelo tubo, em hertz.

12. Fuvest-SP – Um alto-falante emitindo som com uma única frequência é colocado próximo à extremidade aberta de um tubo cilíndrico vertical preenchido com um líquido. Na base do tubo, há uma torneira que permite escoar lentamente o líquido, de modo que a altura da coluna de líquido varie uniformemente no tempo. Partindo-se do tubo completamente cheio com o líquido e considerando apenas a coluna de ar criada no tubo, observa-se que o primeiro máximo de intensidade do som ocorre quando a altura da coluna de líquido diminui 5 cm e que o segundo máximo ocorre um minuto após a torneira ter sido aberta.

Determine

a) o módulo da velocidade v de diminuição da altura da coluna de líquido;

b) a frequência f do som emitido pelo alto-falante.

Sabendo que uma parcela da onda sonora pode se propagar no líquido, determine

c) o comprimento de onda λ desse som no líquido;

d) o menor comprimento L da coluna de líquido para que haja uma ressonância desse som no líquido.

Note e adote

Velocidade do som no ar: $v_{\text{ar}} = 340$ m/s.

Velocidade do som no líquido: $v_{\text{liq}} = 1\,700$ m/s.

Considere a interface ar-líquido sempre plana.

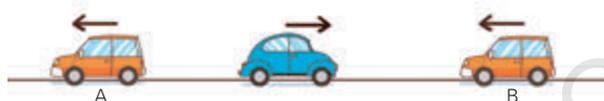
A ressonância em líquidos envolve a presença de nós na sua superfície.

- 13. ITA-SP** – Um pesquisador percebe que a frequência de uma nota emitida pela buzina de um automóvel parece cair de 284 Hz para 266 Hz à medida que o veículo passa por ele. Sabendo-se que a velocidade do som no ar é 330 m/s, determine a velocidade do automóvel.

14. UFPB

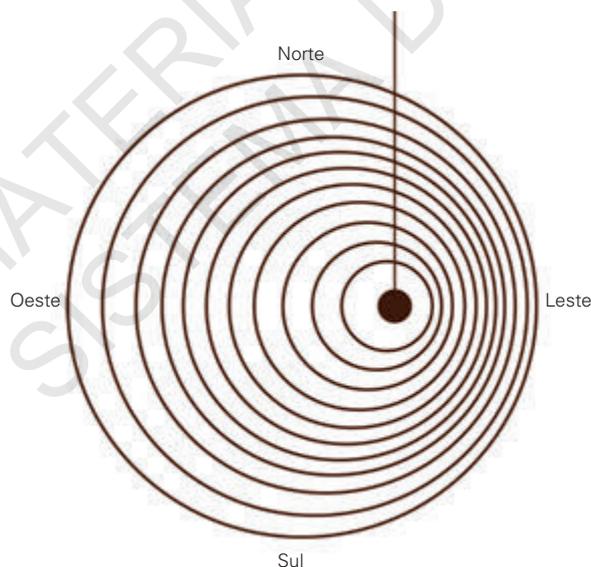
Em um trecho reto de determinada estrada, um fusca move-se do ponto A para o ponto B com velocidade de 20 m/s. Dois outros carros estão passando pelos pontos A e B, com velocidade de 20 m/s, porém com sentido contrário ao do fusca, conforme ilustrado na figura a seguir. Nesse momento, o motorista do fusca começa a buzinar e o som emitido pela buzina tem frequência f .

Denominando as frequências ouvidas pelos motoristas dos carros que passam pelos pontos A e B de f_A e f_B , respectivamente, é correto afirmar que



- a) $f_A = f_B > f$.
 b) $f_A = f_B < f$.
 c) $f_A > f > f_B$.
 d) $f_A < f < f_B$.
 e) $f_A = f_B = f$.

- 15. Unimontes-MG** – Uma fonte pontual emite pulsos periódicos enquanto se movimenta com velocidade de módulo v na superfície de um tanque de água, formando um padrão de ondas em que se observa o efeito Doppler (veja a figura).



Pela configuração apresentada na figura, podemos afirmar corretamente que a fonte pontual se move

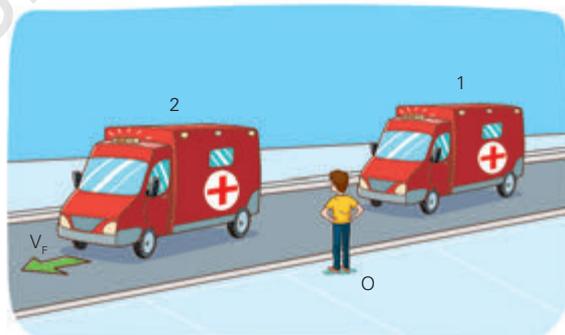
- a) de leste para oeste.
 b) de sul para norte.
 c) de norte para sul.
 d) de oeste para leste.

- 16. ITA-SP (adaptado)** – Quando em repouso, uma corneta elétrica emite um som de frequência 512 Hz. Numa experiência acústica, um estudante deixa cair a corneta do alto de um edifício. Qual a distância percorrida pela corneta, durante a queda, até o instante em que o estudante detecta o som na frequência de 485 Hz? (Despreze a resistência do ar.)

Admita que a aceleração da gravidade e a velocidade de propagação do som no ar sejam $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ e 340 m/s, respectivamente.

Considere um observador O parado na calçada de uma rua quando uma ambulância passa com a sirene ligada (conforme a figura). Ele nota que a altura do som da sirene diminui repentinamente depois que a ambulância o ultrapassa. Uma observação mais detalhada revela que a altura sonora da sirene é maior quando a ambulância se aproxima do observador e menor quando a ambulância se afasta. Esse fenômeno, juntamente com outras situações físicas nas quais ele ocorre, é denominado efeito Doppler. (...)

JUNIOR, F. R. *Os Fundamentos da Física*. 8. ed. vol. 2. São Paulo: Moderna, 2003. p. 429. Adaptado.



- a) I.
 b) III e IV.
 c) II.
 d) I e III.
 e) II e IV.

- 17. UEPB** – Resolva a seguinte situação-problema:

Considere ainda o observador (conforme a figura) parado na calçada munido de um detector sonoro. Quando uma ambulância passa por ele a uma velocidade constante com a sirene ligada, o observador percebe que o som que ele ouvia teve sua frequência diminuída de 1 000 Hz para 875 Hz. Sabendo que a velocidade do som no ar é 333,0 m/s, a velocidade da ambulância que passou pelo observador, em m/s, é

- a) 22,2
 b) 23,0
 c) 24,6
 d) 32,0
 e) 36,0

ESTUDO PARA O ENEM

18. Enem

C1-H1

O morcego emite pulsos de curta duração de ondas ultrassônicas, os quais voltam na forma de ecos após atingirem objetos no ambiente, trazendo informações a respeito das suas dimensões, suas localizações e dos seus possíveis movimentos. Isso se dá em razão da sensibilidade do morcego em detectar o tempo gasto para os ecos voltarem, bem como das pequenas variações nas frequências e nas intensidades dos pulsos ultrassônicos. Essas características lhe permitem caçar pequenas presas mesmo quando estão em movimento em relação a ele. Considere uma situação unidimensional em que uma mariposa se afasta, em movimento retilíneo e uniforme, de um morcego em repouso.

A distância e velocidade da mariposa, na situação descrita, seriam detectadas pelo sistema de um morcego por quais alterações nas características dos pulsos ultrassônicos?

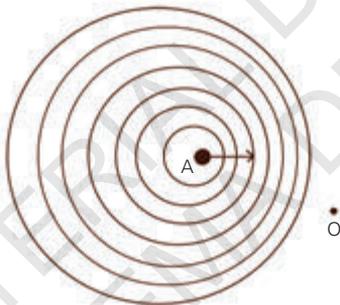
- Intensidade diminuída, tempo de retorno aumentado e frequência percebida diminuída.
- Intensidade aumentada, tempo de retorno diminuído e frequência percebida diminuída.
- Intensidade diminuída, tempo de retorno diminuído e frequência percebida aumentada.
- Intensidade diminuída, tempo de retorno aumentado e frequência percebida aumentada.
- Intensidade aumentada, tempo de retorno aumentado e frequência percebida aumentada.

19. Enem

C1-H1

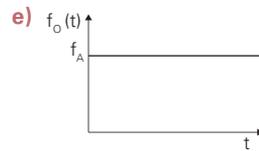
Uma ambulância A em movimento retilíneo e uniforme aproxima-se de um observador O, em repouso. A sirene emite um som de frequência constante f_A . O desenho ilustra as frentes de onda do som emitido pela ambulância.

O observador possui um detector que consegue registrar, no esboço de um gráfico, a frequência da onda sonora detectada em função do tempo $f_O(t)$, antes e depois da passagem da ambulância por ele.



Qual esboço gráfico representa a frequência $f_O(t)$ detectada pelo observador?

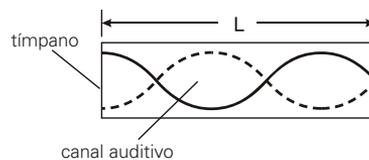
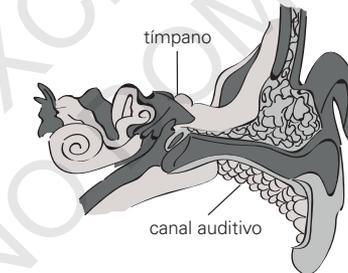
- Gráfico de $f_O(t)$ vs t mostrando uma onda senoidal com amplitude constante e frequência constante, oscilando em torno de f_A .
- Gráfico de $f_O(t)$ vs t mostrando uma curva que começa em f_A , sobe para um pico e depois desce para um valor menor que f_A .
- Gráfico de $f_O(t)$ vs t mostrando uma curva que começa em um valor menor que f_A , sobe para um pico e depois desce para um valor maior que f_A .
- Gráfico de $f_O(t)$ vs t mostrando uma curva que começa em um valor maior que f_A , desce para um vale e depois sobe para um valor menor que f_A .



20. Enem

C1-H1

Um dos modelos usados na caracterização dos sons ouvidos pelo ser humano baseia-se na hipótese de que ele funciona como um tubo ressonante. Nesse caso, os sons externos produzem uma variação de pressão do ar no interior do canal auditivo, fazendo a membrana (tímpano) vibrar. Esse modelo pressupõe que o sistema funciona de forma equivalente à propagação de ondas sonoras em tubos com uma das extremidades fechadas pelo tímpano. As frequências que apresentam ressonância com o canal auditivo têm sua intensidade reforçada, enquanto outras podem ter sua intensidade atenuada.



Considere que, no caso de ressonância, ocorra um nó sobre o tímpano e um ventre da onda na saída do canal auditivo, de comprimento L igual a 3,4 cm. Assumindo que a velocidade do som no ar (v) é igual a 340 m/s, a frequência do primeiro harmônico (frequência fundamental, $n = 1$) que se formaria no canal, ou seja, a frequência mais baixa que seria reforçada por uma ressonância no canal auditivo, usando esse modelo é

- 0,025 kHz, valor que considera a frequência do primeiro harmônico igual a $n \cdot v/4 \cdot L$ e equipara o ouvido a um tubo com ambas as extremidades abertas.
- 2,5 kHz, valor que considera a frequência do primeiro harmônico igual a $n \cdot v/4 \cdot L$ e equipara o ouvido a um tubo com uma extremidade fechada.
- 10 kHz, valor que considera a frequência do primeiro harmônico igual a $n \cdot v/L$ e equipara o ouvido a um tubo com ambas as extremidades fechadas.
- 2500 kHz, valor que expressa a frequência do primeiro harmônico como igual a $n \cdot v/L$, aplicável ao ouvido humano.
- 10000 kHz, valor que expressa a frequência do primeiro harmônico como igual a $n \cdot v/L$, aplicável ao ouvido e ao tubo aberto e fechado.

INTRODUÇÃO À ÓPTICA GEOMÉTRICA

Luz

Fontes de luz

De acordo com a definição de luz, só podemos enxergar os objetos que enviam luz para os nossos olhos. Existem dois tipos de objetos: os que possuem luz própria, como o Sol, ou os corpos que refletem a luz, como a Lua.

Os corpos que possuem luz própria são denominados luminosos ou **fontes primárias de luz**. Como exemplos, podemos citar o Sol, demais estrelas, uma lâmpada acesa, um ferro incandescente etc.

Os corpos que refletem a luz proveniente de uma fonte primária são denominados iluminados ou **fontes secundárias de luz**. Como exemplos, podemos citar a Terra, a Lua, uma lâmpada apagada, um ferro na temperatura ambiente etc.

Também podemos classificar as fontes como pontual ou extensa. A **fonte pontual** ou puntiforme tem dimensões desprezíveis quando comparadas com as distâncias que a separam de outros corpos. Como exemplo, podemos citar uma lâmpada de led do *flash* do celular numa distância superior a 10 metros. Já a **fonte extensa** tem dimensões consideráveis em relação às distâncias que a separam de outros corpos. Como exemplo, podemos citar a lâmpada fluorescente tubular instalada no teto de uma residência.

Outra forma de classificar a luz emitida por uma fonte é a quantidade de cores que ela emite. Dessa forma, as fontes são classificadas como monocromáticas ou policromáticas. As **fontes monocromáticas** emitem somente uma cor; um exemplo é a luz emitida pelo *laser*. As **fontes policromáticas** emitem luz de diversas cores; um exemplo é a luz branca do Sol, que é composta por infinitas cores, dentre as quais se destacam: vermelha, laranja, amarela, verde, azul, anil e violeta.

Tanto a luz monocromática quanto a luz policromática possuem praticamente a mesma velocidade de propagação no vácuo e no ar.

VELOCIDADE DA LUZ

Christiaan Huygens foi um dos primeiros físicos a calcular a velocidade da luz. No entanto, foi o físico francês Louis Fizeau, que descobriu o efeito Doppler para as ondas eletromagnéticas, realizando um experimento que permitiu medir com maior precisão esse valor. Léon Foucault, outro físico francês, aperfeiçoou o experimento de Fizeau, melhorando a precisão do valor. Por fim, medidas mais precisas foram realizadas pelo físico americano Albert Michelson. Atualmente, o valor considerado para a velocidade da luz é aproximadamente $299\,792\,458$ m/s – no entanto, para fins didáticos, utilizamos:

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

- Reconhecer as características de propagação da luz em meios materiais e no vácuo.

HABILIDADES

- Compreender qualitativamente as teorias acerca da natureza da luz.
- Compreender a definição do ano-luz como unidade de medida e a velocidade da luz como constante universal.
- Compreender o fenômeno de dispersão luminosa e os conceitos de luz poli e monocromática.
- Conceituar fenômenos luminosos de reflexão e refração.
- Diferenciar fontes primárias de fontes secundárias de luz.
- Diferenciar fontes puntiformes de fontes extensas.
- Classificar meios de propagação em transparentes, translúcidos e opacos.
- Compreender os mecanismos físicos por trás das cores que observamos nos objetos.
- Representar geometricamente os feixes de luz, utilizando-se dos princípios de propagação da luz.
- Compreender a formação de sombras e penumbras, bem como explicar a ocorrência dos eclipses.
- Compreender o funcionamento de uma câmara escura, fazendo uma analogia ao olho humano.

ANO-LUZ

Para medir distâncias astronômicas, utilizamos a unidade de medida ano-luz, em vez de quilômetros ou metros. Um ano-luz corresponde à distância percorrida pela luz em um ano. Dessa forma, para calcular o valor equivalente a 1 ano-luz, em metros, utilizaremos a velocidade da luz.

$$1 \text{ ano} \approx 3,16 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow d = c \cdot \Delta t$$

$$d = 3 \cdot 10^8 \cdot 3,16 \cdot 10^7$$

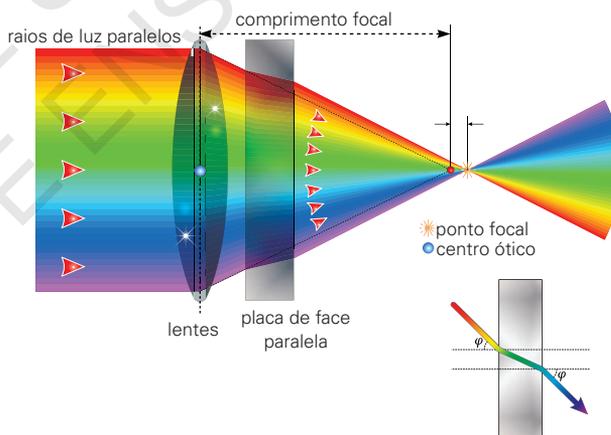
$$d \approx 9,5 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

A princípio, parece uma distância muito grande, no entanto o planeta Kepler-452b, que possui características semelhantes às da Terra, está a cerca de 1 400 anos-luz de distância do nosso planeta.

Raios e feixes de luz

As linhas orientadas que representam o sentido e a direção de propagação da luz são denominadas **raios de luz**. O conjunto dos raios de luz é chamado pincel de luz, ou **feixe de luz**. Os feixes podem ter forma cilíndrica, cônica convergente ou cônica divergente. Por exemplo, quando observamos um *laser*, o feixe tem uma forma cilíndrica; já quando a luz do sol atravessa uma lupa e concentra-se em um ponto, sua forma é cônica convergente; e, quando temos um holofote circular, trata-se de uma forma cônica divergente.

Também é possível observar os feixes de luz em laboratório com o uso de uma fonte de luz e uma lente.



Feixes de luz.

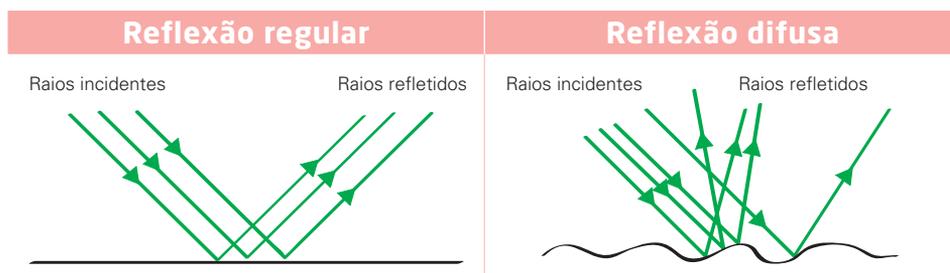
Na imagem anterior, podemos notar um feixe cilíndrico que sai da fonte e atinge a lente. Desta última até o ponto de concentração da luz, temos um feixe cônico convergente; após esse ponto, o feixe é cônico divergente.

FENÔMENOS LUMINOSOS

REFLEXÃO

A reflexão luminosa ocorre quando o raio ou o feixe de luz atinge a superfície de separação de um determinado meio e retorna para o meio original. Existem dois tipos de reflexão, a regular e a difusa.

Na reflexão regular ou especular, os raios refletidos continuam paralelos após a reflexão, pois incidiram sobre uma superfície plana e polida como a de um espelho. Já na reflexão difusa, os raios refletidos não são mais paralelos, atingindo diferentes direções.



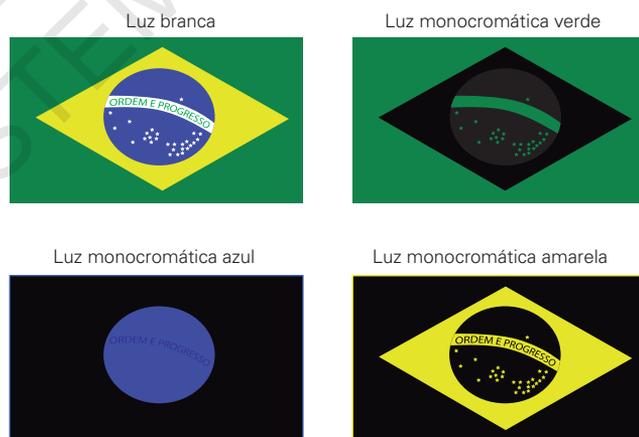
A reflexão no espelho do quarto é regular. No entanto, podemos enxergar os diversos detalhes da imagem por causa da reflexão difusa que a luz proveniente das lâmpadas do quarto sofre nos diferentes objetos. Por exemplo, podemos enxergar um quadro e sua composição de cores.

A COR DOS OBJETOS

Como definimos no início do módulo, luz é o agente físico capaz de sensibilizar nossos olhos. Sendo assim, se enxergamos um objeto de cor vermelha, é porque esse objeto reflete a luz vermelha e absorve as demais cores. Observe a imagem anterior. Se podemos identificar a cor vermelha no quadro, é porque este absorveu todas as cores provenientes das fontes policromáticas brancas (lâmpadas), e refletiu somente a vermelha. Dessa forma, a cor que enxergamos dos objetos depende da fonte de luz a qual forem submetidas.

Caso a fonte de luz seja policromática branca, os objetos vão refletir a cor de seus pigmentos e absorverão as demais cores. Dessa forma, um objeto branco vai refletir praticamente todas as cores e um objeto preto as absorverá. No entanto, caso a fonte seja monocromática, os objetos que possuírem pigmentos com a mesma cor da fonte (incluindo os brancos) vão refletir a luz, e os demais vão absorvê-la, ficando pretos.

Na ilustração a seguir, quando a bandeira é iluminada com luz branca, podemos visualizar todas as suas cores. Quando ela é iluminada com luz monocromática verde, vemos somente as cores verde e preta, pois os elementos verdes e os elementos brancos refletem a luz verde, e os demais absorvem-na, ficando pretos. Se for iluminada com luz monocromática azul, podemos observar somente as cores azul e preta, pois os elementos azuis e brancos refletem a luz azul e os demais absorvem-na, ficando pretos. Por fim, se for iluminada com luz monocromática amarela, podemos observar somente as cores amarela e preta, pois os elementos amarelos e brancos refletem a luz amarela, e os demais absorvem-na, ficando pretos.



Bandeira do Brasil iluminada por diferentes fontes de luz.

REFRAÇÃO

O fenômeno da refração ocorre quando a luz muda de meio – por exemplo, quando atravessa uma janela. Nesse caso, a luz passa do ar para o vidro e retorna para o ar. Nesse fenômeno, a velocidade de propagação da luz muda, pois ela é característica do meio.

Só podemos enxergar os objetos dentro do prédio porque a luz sofre refração atravessando as janelas.

Dependendo do ângulo com que a luz incide na superfície de separação entre dois meios, ela pode sofrer um desvio.



Refração em copos d'água.

Na imagem anterior, os canudos parecem quebrados, pois a luz sofre refração em razão da diferença na velocidade de propagação entre a água e o ar.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. UEM-PR – Analise as alternativas a seguir e assinale o que for correto.

01) Quando um feixe de raios de luz paralelos incide sobre uma superfície e é refletido em todas as direções, com perda do paralelismo dos raios refletidos, ocorre reflexão regular.

02) A reflexão difusa é a maior responsável pela visão dos objetos iluminados que nos cercam.

04) A luz visível branca é composta por infinitas luzes monocromáticas, situadas na região das cores do arco-íris.

08) Um corpo branco, iluminado com luz branca, absorve as luzes de todas as cores.

16) Considerando que não há refração da luz, um corpo vermelho iluminado com luz branca reflete a luz vermelha e absorve a maior parte da luz das demais cores.

Dê a soma do(s) item(ns) correto(s).

Resolução

22 (02 + 04 + 16)

01) Incorreta. Foi descrita a reflexão irregular ou difusa.

02) Correta. A luz espalha-se em todas as direções, chegando ao observador em qualquer posição.

04) Correta. A luz branca é policromática.

08) Incorreta. Ele reflete todas as cores.

DISPERSÃO

A dispersão luminosa é caracterizada pela separação da luz branca, policromática, em infinitas cores. A causa da separação das cores é a refração, ou seja, a diferença na velocidade de propagação para cada cor em um determinado meio. Por exemplo, na formação do arco-íris, a dispersão ocorre nas gotículas de água.

Esse fenômeno foi estudado por Isaac Newton na metade do século XVII. Ao fazer incidir um feixe de luz branca em um prisma, ele observou a separação das cores. Newton foi além e descobriu também que as diferentes cores poderiam ser combinadas novamente, formando a luz branca.

MEIOS DE PROPAGAÇÃO

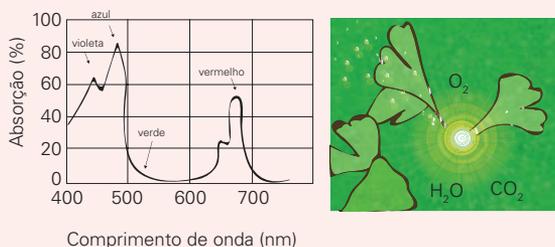
A luz pode se propagar em diferentes meios, os quais podemos classificar como: transparentes, translúcidos e opacos.

Nos meios transparentes, os objetos podem ser vistos com nitidez, pois a luz percorre trajetórias regulares até os olhos do observador. Como exemplos, podemos citar o ar, o vidro comum, água limpa e parada etc. Já nos meios translúcidos, a imagem dos objetos não é nítida, pois as trajetórias dos raios de luz são irregulares. Os exemplos são os vidros foscos, a água turva, a neblina etc. Por fim, os meios opacos não permitem a propagação da luz. São exemplos: o concreto, o aço, a madeira etc.

16) Correta. Se enxergamos vermelho, é porque essa cor foi refletida.

2. UFRN – A coloração das folhas das plantas é determinada, principalmente, pelas clorofilas a e b – nelas presentes –, que são dois dos principais pigmentos responsáveis pela absorção da luz necessária para a realização da fotossíntese.

O gráfico a seguir mostra o espectro conjunto de absorção das clorofilas a e b em função do comprimento de onda da radiação solar visível. Com base nessas informações, é correto afirmar que, para realizar a fotossíntese, as clorofilas absorvem, predominantemente,



a) o violeta, o azul e o vermelho, e refletem o verde.

b) o verde, e refletem o violeta, o azul e o vermelho.

c) o azul, o verde e o vermelho, e refletem o violeta.

d) o violeta, e refletem o verde, o vermelho e o azul.

Resolução

Pelo gráfico, o verde praticamente não é absorvido, só podendo ser refletido.

Princípio da independência dos raios de luz

Após se cruzarem, dois feixes de luz mantêm suas características iniciais.

Na imagem a seguir, podemos verificar de forma mais clara que os feixes de luz mantêm suas características originais, após o cruzamento, ou seja, o feixe vermelho permanece vermelho e o feixe azul continua azul.



TEEKID/ISTOCKPHOTO

Feixes de luz.

Princípio da reversibilidade dos raios de luz

Ao olhar para um espelho, enxergamos outras pessoas, pois elas refletem a luz do meio e o espelho, por sua vez, reflete essa luz até nossos olhos. Observe a imagem a seguir em que uma pessoa pode enxergar o olho da outra.

COKADA/ISTOCKPHOTO



Casal se olhando no espelho.

Nessa situação, se o senhor pode enxergar a senhora por reflexão, a senhora também pode enxergá-lo da mesma forma. Isso se deve ao **princípio da reversibilidade dos raios de luz**, em que a trajetória de propagação dos raios de luz não se modifica após sofrer inversão de sentido. Esse princípio é válido para meios

transparentes, como o ar, e, isotrópicos, no quais as propriedades são as mesmas em qualquer direção. Dessa forma, podemos dizer que:

Nos meios transparentes e isotrópicos, a trajetória dos raios de luz é independente do sentido de propagação.

Princípio da propagação retilínea dos raios de luz

Tanto na imagem de abertura do módulo quanto na que ilustra o princípio da independência dos raios de luz, podemos perceber que as trajetórias dos raios de luz são retilíneas. Isso se deve ao **princípio da propagação retilínea dos raios de luz**, segundo o qual, a luz, ao percorrer um meio transparente e homogêneo, propaga-se em linha reta. Meios homogêneos são aqueles que possuem as mesmas propriedades físicas (temperatura, pressão, densidade etc.) em todo o volume ocupado. Observe a imagem a seguir de uma cirurgia a *laser*.



LOOKING2THESKY/ISTOCKPHOTO

Cirurgia a *laser*.

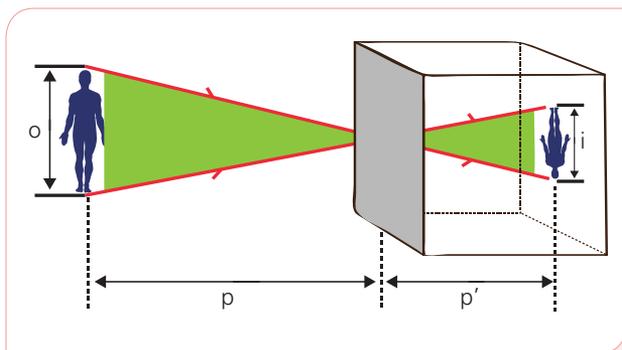
Na imagem, podemos observar o feixe de *laser* percorrendo uma trajetória retilínea, pelo ar, até atingir o olho. Esse fato ilustra o princípio da propagação retilínea dos raios de luz, que pode ser assim enunciado:

Nos meios transparentes e homogêneos, a trajetória dos raios de luz é retilínea.

Algumas das consequências da propagação retilínea dos raios de luz são: a formação de uma imagem invertida em uma câmara escura de orifício, a formação de sombra, de penumbra e dos eclipses.

CÂMARA ESCURA DE ORIFÍCIO

A câmara escura de orifício é constituída de uma caixa fechada, na qual é feito um orifício para a entrada



Câmara escura de orifício.

da luz. Acredita-se que a finalidade inicial da câmara foi demonstrar que a luz se propaga em linha reta. A primeira caixa teria sido construída no século VI pelo professor de geometria Antêmio de Trales, um dos arquitetos da Basílica de Santa Sofia, em Constantinopla, atual Istambul. Somente no século XIX, as câmaras escuras foram adaptadas para gerar as primeiras fotografias.

Na ilustração anterior, o é a altura do objeto, p é sua distância até o orifício, i é a altura da imagem e p' sua distância até o orifício, que também corresponde à espessura da câmara.

Como existe semelhança entre os triângulos destacados, podemos escrever:

$$\frac{i}{o} = \frac{p'}{p}$$

A **imagem** formada na câmara escura é projetada no fundo dela; logo, podemos dizer que ela é **real**. Em razão da propagação retilínea dos raios de luz, a imagem é **invertida**. E, como podemos observar, ela é **menor** que o objeto.

SOMBRA E PENUMBRA

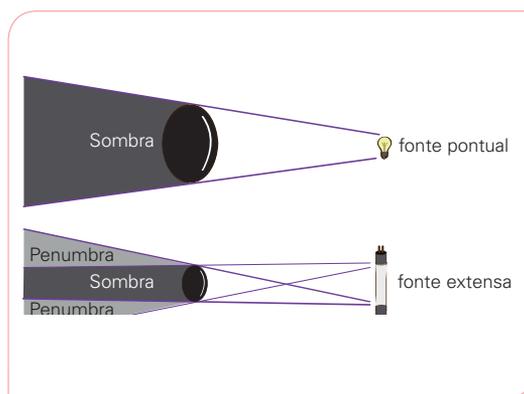
Outra evidência de que a luz se propaga em linha reta é a formação de sombra e penumbra. Observe que, na imagem de abertura do módulo, existe uma região no fundo do palco que não recebe iluminação; essa é uma região de **sombra**. Na mesma imagem, temos uma região parcialmente iluminada, a qual chamamos de **penumbra**.

Na imagem anterior, podemos observar tanto a formação de sombra quanto a formação de penumbra. No entanto, elas nem sempre ocorrem juntas. Caso a fonte de luz seja pontual, ou seja, suas dimensões serão desprezíveis em relação às distâncias consideradas, haverá somente a formação de sombra. Para fontes extensas, teremos a formação tanto de sombra, quanto de penumbra.

Na ilustração anterior, podemos observar a formação de sombra quando iluminamos um obstáculo com uma fonte pontual e a formação de sombra e de penumbra por causa da utilização da fonte extensa. Esse efeito ocorre durante os eclipses solares e lunares.



Sombra e penumbra.



Sombra e penumbra.

ECLIPSE SOLAR

Ocorre quando a Lua fica posicionada entre o Sol e a Terra, servindo de obstáculo para a luz. Pode ser do tipo total, quando o observador na Terra estiver na região de sombra, e do tipo parcial, quando esse observador estiver na região de penumbra.

Na ilustração do eclipse solar, podemos observar a região de sombra (eclipse solar total) e a região de penumbra (eclipse solar parcial). Na imagem do eclipse

solar, presenciamos um eclipse anular que ocorre quando a Lua não consegue cobrir totalmente o Sol.

Ilustração do eclipse solar

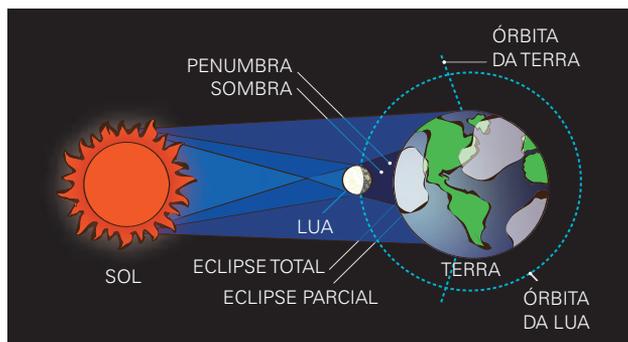


Imagem do eclipse solar

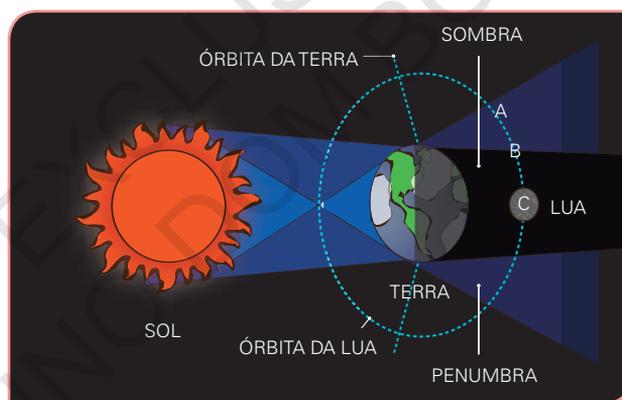


KARAYUSCHU/ISTOCKPHOTO

ECLIPSE LUNAR

Ocorre quando a Terra fica posicionada entre o Sol e a Lua, servindo de obstáculo para a luz. Pode ser do tipo: **penumbral**, quando a Lua fica na região de penumbra projetada pela Terra; do tipo **parcial**, quando a Lua fica entre a região de penumbra e sombra projetadas pela Terra; ou do tipo **total**, quando a Lua fica na região de sombra projetada pela Terra. No caso do eclipse total, a Lua fica avermelhada e não some totalmente, pois a luz sofre refração na atmosfera terrestre. Observe as ilustrações e as imagens a seguir.

Ao atingir a atmosfera terrestre, a luz sofre refração e dispersão, e os comprimentos de luz com menor frequência, na região do vermelho e do alaranjado, atingem a Lua, resultando no aspecto avermelhado.



A - Eclipse lunar penumbral



LUKASZ SZCZEPAŃSKI/ISTOCKPHOTO

B - Eclipse lunar parcial



NARXXI/ISTOCKPHOTO

C - Eclipse lunar total



JOUEIN/ISTOCKPHOTO

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. **Cefet-MG** – Para descrever a formação de sombras, penumbras e imagens em espelho plano, é necessário que a luz visível tenha como principal característica a

- frequência definida.
- amplitude constante.
- propagação retilínea.
- velocidade constante.

Resolução

É o princípio da propagação retilínea que possibilita a formação de sombra, penumbra e imagens em espelhos.

4. **UEL-PR** – Num instante X, a Lua interpõe-se entre a Terra e o Sol. Três observadores, P, S e I, encontram-se na superfície da Terra, todos no hemisfério voltado para o Sol,

respectivamente nas regiões de penumbra, de sombra e de iluminação. Assim, no instante X,

- S observa o eclipse total, P observa um eclipse parcial e I não percebe o eclipse do Sol.
- P e S observam o eclipse total do Sol, enquanto I, não.
- P observa o eclipse parcial do Sol, S observa o eclipse total da Lua e I não percebe nenhum eclipse.
- todos percebem o eclipse total do Sol.
- P observa o eclipse parcial do Sol, S observa o eclipse total do Sol e I observa o eclipse parcial da Lua.

Resolução

S, na área de sombra, percebe o eclipse total do Sol, P percebe o eclipse parcial, pois está na região de penumbra e I não percebe o eclipse, pois está na região iluminada.

ROTEIRO DE AULA

Introdução à óptica geométrica

Luz é o agente físico capaz de sensibilizar nossos olhos.

Corpos que possuem luz própria são denominados luminosos ou fontes primárias de luz.

Fontes secundárias de luz refletem a luz proveniente de uma fonte primária.

As fontes monocromáticas emitem somente uma cor; um exemplo é a luz emitida pelo *laser*. As fontes policromáticas emitem luz de diversas cores.

Um ano-luz corresponde à distância percorrida pela luz em um ano.

Raios de luz são linhas orientadas que representam o sentido e a direção de propagação da luz.

Feixes de luz podem ser cônicos convergentes, cônicos divergentes ou cilíndricos.

A reflexão ocorre quando o feixe de luz atinge a superfície de separação de um determinado meio e retorna para o meio original.

O fenômeno da refração ocorre quando a luz muda de meio.

A dispersão é caracterizada pela separação da luz branca, policromática, em infinitas cores.

Os meios de propagação podem ser classificados como: transparentes, translúcidos e opacos.

ROTEIRO DE AULA

Introdução à óptica geométrica II

Princípio _____ da independência _____ dos raios de luz. Após se cruzarem, dois feixes de luz mantêm suas características iniciais.

Princípio _____ da reversibilidade _____ dos raios de luz. Nos meios transparentes e isotrópicos, a trajetória dos raios de luz é independente do sentido de propagação.

Princípio _____ da propagação retilínea _____ dos raios de luz. Nos meios transparentes e homogêneos, a trajetória dos raios de luz é retilínea.

Câmara escura de orifício

$$\frac{i}{o} = \frac{p'}{p}$$

_____ Sombra _____ é a região do espaço que não recebe iluminação.

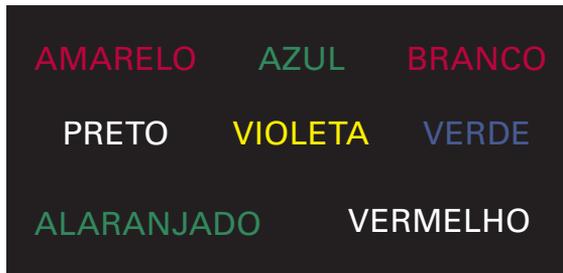
_____ Penumbra _____ é a região do espaço parcialmente iluminada.

_____ Eclipse solar _____ ocorre quando a Lua fica posicionada entre o Sol e a Terra.

_____ Eclipse lunar _____ ocorre quando a Terra fica posicionada entre o Sol e a Lua.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. PUC-SP (adaptado) – Observe atentamente a imagem a seguir. Temos uma placa metálica de fundo preto sobre a qual foram escritas palavras com cores diferentes.



Supondo que as cores utilizadas sejam constituídas por pigmentos puros, ao levarmos essa placa para um ambiente absolutamente escuro e ao iluminarmos com luz monocromática azul, as únicas palavras e cores resultantes, respectivamente, que serão percebidas por um observador de visão normal são

- preto, azul e vermelho e azul.
- preto, verde e vermelho e preto e azul.**
- preto e vermelho e preto, azul e verde.
- verde e preto e azul.
- preto, verde e vermelho e azul.

Ao incidir luz monocromática azul sobre a chapa, teremos apenas duas situações em que a luz será refletida com grande intensidade: quando ela atingir palavras em cor azul (VERDE) e quando ela atingir palavras em cor branca (PRETO e VERMELHO). Nessas situações, o observador enxergará as palavras na cor azul, e o restante da chapa será visível na cor preta.

2. PUCCamp-SP (adaptado) – Andrômeda é uma galáxia distante $2,3 \cdot 10^6$ anos-luz da Via Láctea, a nossa galáxia. Sabendo-se que a luz proveniente de Andrômeda viaja a uma velocidade de $3,0 \cdot 10^8$ km/s, determine a distância aproximada de Andrômeda até a Terra, em km.

$$\text{Um ano-luz equivale a } \left(1 \text{ ano} \cdot 365 \frac{\text{dias}}{\text{ano}} \cdot 24 \frac{\text{horas}}{\text{dia}} \cdot 3600 \frac{\text{s}}{\text{hora}} \right) \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \approx 9,5 \cdot 10^{12} \text{ km.}$$

Assim, $2,3 \cdot 10^6$ anos-luz equivalem a $2,3 \cdot 10^6 \cdot 9,5 \cdot 10^{12} \approx 2,18 \cdot 10^{19}$ km.

3. Enem

C1-H1

A sombra de uma pessoa que tem 1,80 m de altura mede 60 cm. No mesmo momento, a seu lado, a sombra projetada de um poste mede 2 m. Mais tarde, a sombra do poste diminuiu 50 cm, então a sombra da pessoa passou a medir

- 30 cm.
- 45 cm.**
- 50 cm.
- 80 cm.
- 90 cm.

$$\frac{H}{h} = \frac{S}{s} \rightarrow \frac{1,80}{h} = \frac{0,60}{2,0} \rightarrow h = 6 \text{ m}$$

Calculando a nova sombra da pessoa:

$$\frac{H}{h} = \frac{S}{s} \rightarrow \frac{1,80}{6,0} = \frac{S}{1,5} \rightarrow S' = 0,45 \text{ m} = 45 \text{ cm}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

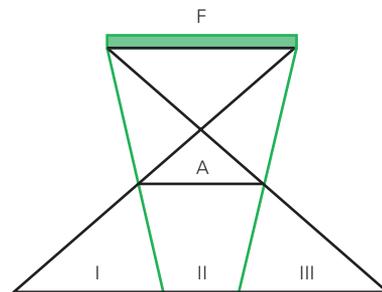
4. Cefet-MG – Considere uma situação em que há um alinhamento perfeito entre o Sol, a Terra e a Lua, com o centro dos três astros formando uma linha reta. Nesse caso, é possível observar a partir _____ o fenômeno chamado _____ quando _____ se encontra entre _____ e _____.

A opção que contém os termos que completam corretamente as lacunas é

- da Lua, eclipse solar, a Lua, o Sol, a Terra.
- da Terra, eclipse solar, a Terra, a Lua, o Sol.
- da Terra, eclipse lunar, a Terra, a Lua, o Sol.**
- da Lua, eclipse terrestre, a Terra, o Sol, a Lua.

Um observador, na Terra observará um eclipse lunar quando a Terra estiver entre a Lua e o Sol, bloqueando a luz proveniente do Sol que atinge a Lua.

5. UFRJ – Na figura a seguir, F é uma fonte de luz extensa e A, um anteparo opaco.



Pode-se afirmar que I, II e III são, respectivamente, regiões de

- sombra, sombra e penumbra.
- sombra, sombra e sombra.
- penumbra, sombra e penumbra.**
- sombra, penumbra e sombra.
- penumbra, penumbra e sombra.

I. Região parcialmente iluminada (penumbra).

II. Região sem iluminação (sombra).

III. Região parcialmente iluminada (penumbra).

6. Unicamp-SP – O Teatro de Luz Negra, típico da República Tcheca, é um tipo de representação cênica caracterizada pelo uso do cenário escuro com uma iluminação estratégica dos objetos exibidos. No entanto, o termo Luz Negra é fisicamente incoerente, pois a coloração negra é justamente a ausência de luz. A luz branca é a composição de luz com vários comprimentos de onda e a cor de um corpo é dada pelo comprimento de onda da luz que ele predominantemente reflete. Assim, um quadro que apresente as cores azul e branca quando iluminado pela luz solar, ao ser iluminado por uma luz monocromática de comprimento de onda correspondente à cor amarela, apresentará, respectivamente, uma coloração

- a) amarela e branca.
- b) negra e amarela.**
- c) azul e negra.
- d) totalmente negra.

Como somente incide radiação da cor amarela – na porção azul, que reflete apenas o comprimento de onda referente a essa radiação, não ocorre reflexão alguma, e ela apresenta coloração negra –, na porção branca, que reflete igualmente todas as radiações, há reflexão somente da radiação amarela e ela apresenta, então, coloração amarela.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Etec-SP – Os centros urbanos possuem um problema crônico de aquecimento denominado **ilha de calor**. A cor cinza do concreto e a cor vermelha das telhas de barro nos telhados contribuem para esse fenômeno.

O adensamento de edificações em uma cidade implica diretamente no aquecimento. Isso acarreta no desperdício de energia, devido ao uso de ar condicionado e ventiladores. Um estudo realizado por uma ONG aponta que é possível diminuir a temperatura do interior das construções. Para tanto, sugere que todas as edificações pintem seus telhados de cor branca, integrando a campanha chamada “One Degree Less” (“Um grau a menos”).

Para justificar a cor proposta pela ONG, o argumento físico é de que a maioria das ondas incidentes presentes na luz branca é

- a) absorvida pela tinta branca, sendo mantida a energia no telhado.
- b) refletida pela tinta branca, sendo mantida a energia no telhado.
- c) refletida pela tinta branca, sendo devolvida a energia para o exterior da construção.
- d) refratada pela tinta branca, sendo transferida a energia para o interior da construção.
- e) refratada pela tinta branca, sendo devolvida a energia para o exterior da construção.

8. IFCE – Considere as seguintes afirmativas.

- I. Os meios transparentes são meios que a luz percorre em trajetórias bem definidas, ou seja, a luz passa por esses meios regularmente.
- II. Nos meios translúcidos, a luz não se propaga. Esses meios absorvem e refletem essa luz, e a luz absorvida é transformada em outras formas de energia.
- III. Nos meios opacos, a luz não passa por eles com tanta facilidade como nos meios transparentes: sua trajetória não é regular.

É (são) verdadeira(s)

- a) apenas I.
- b) apenas II.
- c) apenas III.
- d) I e III.
- e) II e III

9. Udesc – Recentemente, um grupo de astrônomos brasileiros da Universidade de São Paulo (USP) e da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), em parceria com o Observatório Europeu do Sul (ESO), descobriram a estrela gêmea do Sol mais velha já

identificada, com 8,2 bilhões de anos – quase o dobro da idade do Sol, que tem 4,6 bilhões de anos. A estrela Hipparcos 102152 fica a 250 anos-luz da Terra, na constelação de Capricórnio. Considerando essa informação, analise as proposições.

- I. A luz gasta 250 anos para percorrer a distância entre Hipparcos 102152 e a Terra.
- II. A idade da estrela Hipparcos 102152 é de 250 anos.
- III. Qualquer fenômeno que ocorra, hoje, na estrela Hipparcos 102152, será percebido na Terra somente daqui a 250 anos.
- IV. Uma foto da estrela Hipparcos 102152 tirada hoje mostra como ela será daqui a 250 anos.

Assinale a alternativa correta.

- a) Somente as afirmativas I e II estão corretas.
- b) Somente as afirmativas II e IV estão corretas.
- c) Somente as afirmativas I e IV estão corretas.
- d) Somente as afirmativas I e III estão corretas.
- e) Somente as afirmativas II e III estão corretas.

10. UCS-RS – Alfredo Moser, um mecânico mineiro, desenvolveu um sistema de iluminação baseado em garrafas pet de dois litros preenchidas com uma solução de água e cloro. Capaz de iluminar ambientes fechados durante o dia, a lâmpada de Moser já é usada em diversos países. Sua instalação exige que ela seja adaptada no teto de forma que metade do seu corpo fique para fora da casa e metade para dentro. A intenção é que a luz do sol incida na parte da garrafa que fica acima do telhado e seja desviada pelo líquido dentro da garrafa para o interior da residência. Uma ideia simples e eficiente que está baseada na propriedade da luz é conhecida como

- a) indução.
- b) reverberação.
- c) interferência.
- d) condução elétrica.
- e) refração.

11. Unisinos-RS

Um dos dez experimentos mais importantes da Física divulgados pela revista científica *Physics World* é o que está ilustrado na figura a seguir, realizado pela primeira vez por Isaac Newton. Neste experimento, pode-se

separar, utilizando-se um prisma de base triangular, a luz branca em suas componentes.



Disponível em: <https://www.colegioweb.com.br/prismas-opticos/estudo-do-angulo-de-desvio.html>. Acesso em 07 set. 2017.

Os dois principais fenômenos ondulatórios que estão associados ao efeito óptico ilustrado na figura são

- a) reflexão e refração.
- b) reflexão e difração.
- c) difração e interferência.
- d) refração e dispersão.
- e) difração e ressonância.

12. UEM-PR – Assinale a(s) alternativa(s) correta(s).

01) As diferentes cores observadas pelos olhos dos seres humanos estão associadas com os diferentes comprimentos de onda das radiações eletromagnéticas visíveis.

02) As cores dos objetos são definidas pelas suas características de absorção e reflexão da luz, ou seja, corpos puramente azuis, por exemplo, possuem essa cor porque absorvem vários comprimentos de onda diferentes e refletem apenas o comprimento de onda referente à cor azul.

04) Um corpo puramente vermelho iluminado com uma fonte de luz branca, quando observado por um olho humano que não apresenta nenhuma disfunção visual, parece ser preto.

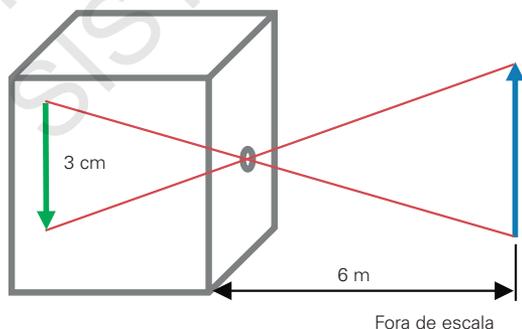
08) O comprimento de onda da luz vermelha é maior que o comprimento de onda da luz azul.

16) A frequência da luz verde é menor que a frequência da luz violeta.

Dê a soma da(s) alternativa(s) correta(s).

13. Vunesp

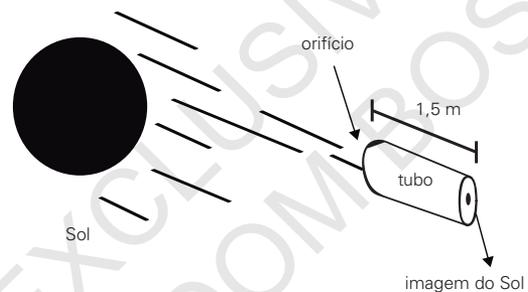
A figura mostra um objeto luminoso colocado a 6,0 m de uma câmara escura de orifício, o que produz na parede da câmara oposta ao orifício uma imagem de 3,0 cm de altura.



Se a distância do objeto à câmara for reduzida para 2,0 m, a imagem produzida terá uma altura de

- a) 18 cm.
- b) 6 cm.
- c) 12 cm.
- d) 9 cm.
- e) 1 cm.

14. UFU-MG – Um método para determinar o diâmetro do Sol consiste no emprego de um tubo de cartão, por exemplo; em uma de suas extremidades, é feito um pequeno furo com um alfinete e, na outra, colocado um papel semitransparente. A luz que viaja do Sol até nós, ou seja, que percorre 150 milhões de quilômetros, atravessa o pequeno orifício e projeta no papel semitransparente uma imagem do astro-rei, conforme o esquema a seguir.

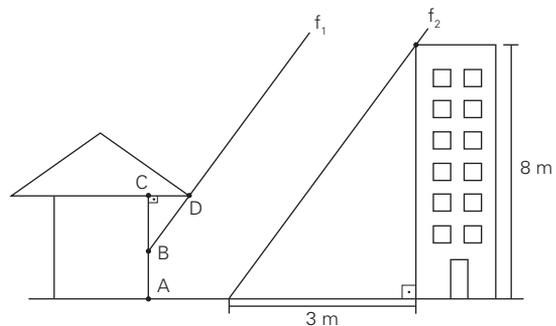


Para o tubo com o comprimento mostrado no esquema, o diâmetro da imagem é de 1,4 cm.

a) Com base na situação descrita, calcule o diâmetro do Sol.

b) Por que a Lua, mesmo tendo diâmetro muito menor do que o do Sol, consegue encobri-lo por completo, conforme percebido por um observador que está em um local da Terra onde esteja ocorrendo um eclipse total do Sol?

15. Cefet-MG – Na figura a seguir, o segmento AC representa uma parede cuja altura é 2,9 m. A medida do segmento AB é 1,3 m, e o segmento CD representa o beiral da casa. Os raios de sol r_1 e r_2 passam ao mesmo tempo pela casa e pelo prédio, respectivamente.

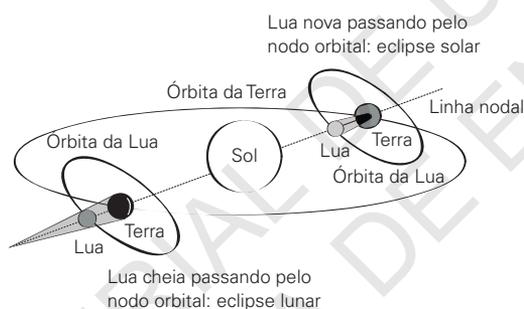


Considerando os dados e a figura, o comprimento do beiral, em metros, é

- a) 0,60
- b) 0,65
- c) 0,70
- d) 0,75

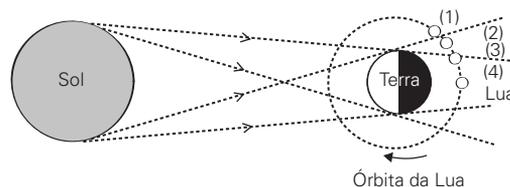
16. UEM-PR – Com base no princípio da propagação retilínea da luz, determine a altura de um edifício sabendo-se que ele projeta no solo uma sombra de 15 m de comprimento no mesmo instante em que um muro de 2 m de altura projeta uma sombra no solo de 4 m.

17. IFSP – Mecanismos do eclipse: a condição para que ocorra um eclipse é que haja um alinhamento total ou parcial entre Sol, Terra e Lua. A inclinação da órbita da Lua com relação ao Equador da Terra provoca o fenômeno de a Lua nascer em pontos diferentes no horizonte a cada dia. Se não houvesse essa inclinação, todos os meses teríamos um eclipse da Lua (na lua cheia) e um eclipse do Sol (na lua nova).

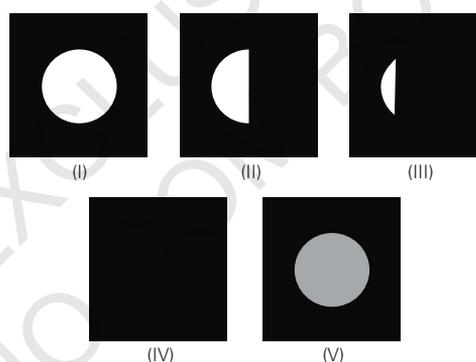


Disponível em: <www.seara.ufc.br/astrofomia/fenomenos/eclipses.htm>. Acesso em: out. 2012.

A seguir, vemos a Lua representada na figura nas posições 1, 2, 3 e 4, correspondentes a instantes diferentes de um eclipse.



As figuras a seguir mostram como um observador, na Terra, pode ver a Lua. Numa noite de lua cheia, ele vê como na figura I.



Assinale a alternativa em que haja correta correspondência entre a posição da Lua, a figura observada e o tipo de eclipse.

	Lua na posição	Figura observada	Tipo de eclipse
a)	1	III	Solar parcial
b)	2	II	Lunar parcial
c)	3	I	Solar total
d)	4	IV	Lunar total
e)	5	V	Lunar parcial

ESTUDO PARA O ENEM

18. CPS-SP (adaptado)

C1-H1

Produzir sombras na parede é uma brincadeira simples. Para brincar, basta que você providencie uma vela e um ambiente escuro. Em certa noite, quando a luz havia acabado, Fernanda e sua irmãzinha aproveitaram a luz de uma vela acesa deixada sobre a mesa para brincarem com sombras. Fernanda posicionou cuidadosamente sua mão espalmada entre a chama e a parede, de forma que a palma da mão estivesse paralela à parede. A ação assustou sua irmãzinha, uma vez que a sombra projetada na parede era bem maior que a palma da mão de

seu irmã. Sabendo que a distância da mão de Fernanda até a chama da vela era de 0,3 m, a largura de sua mão quando espalmada é de 15 cm e a distância entre a parede e a chama da vela (considerada puntiforme) era de 1,5 m, aproximadamente em quantas vezes a sombra da mão de Fernanda será aumentada na parede?

- a) 5
- b) 8
- c) 7
- d) 9
- e) 6

19. Enem**C1-H1**

Algumas crianças, ao brincarem de esconde-esconde, tapam os olhos com as mãos, acreditando que, ao adotarem tal procedimento, não poderão ser vistas. Essa percepção da criança contraria o conhecimento científico porque, para serem vistos, os objetos

- a) refletem partículas de luz (fótons), que atingem os olhos.
- b) geram partículas de luz (fótons), convertidas pela fonte externa.
- c) são atingidos por partículas de luz (fótons), emitidas pelos olhos.
- d) refletem partículas de luz (fótons), que se chocam com os fótons emitidos pelos olhos.
- e) são atingidos pelas partículas de luz (fótons), emitidas pela fonte externa e pelos olhos.

20. Etec-SP**C1-H1**

Os centros urbanos possuem um problema crônico de aquecimento denominado **ilha de calor**. A cor cinza do concreto e a cor vermelha das telhas de barro nos telhados contribuem para esse fenômeno. O adensamento

de edificações em uma cidade implica diretamente no aquecimento. Isso acarreta no desperdício de energia, devido ao uso de ar condicionado e ventiladores. Um estudo realizado por uma ONG aponta que é possível diminuir a temperatura do interior das construções. Para tanto, sugere que todas as edificações pintem seus telhados de cor branca, integrando a campanha chamada "One Degree Less" ("Um grau a menos").

Para justificar a cor proposta pela ONG, o argumento físico é de que a maioria das ondas incidentes presentes na luz branca é

- a) absorvida pela tinta branca, sendo mantida a energia no telhado.
- b) refletida pela tinta branca, sendo mantida a energia no telhado.
- c) refletida pela tinta branca, sendo devolvida a energia para o exterior da construção.
- d) refratada pela tinta branca, sendo transferida a energia para o interior da construção.
- e) refratada pela tinta branca, sendo devolvida a energia para o exterior da construção.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

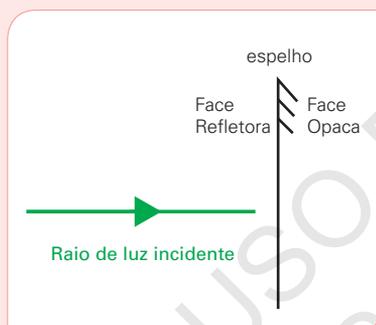
ESPELHOS PLANOS

Espelhos planos

Qualquer superfície plana e polida, capaz de refletir a luz que nela incide, é um **espelho plano**.

Os espelhos planos utilizados em residências geralmente são fabricados pela deposição de nitrato de prata em uma das faces do vidro comum (face refletora) e uma pintura preta impermeável na outra face (face opaca).

Utilizaremos a seguinte representação para os espelhos planos.



Representação de espelhos planos.

Princípio do tempo mínimo

O matemático grego Herão de Alexandria, no século I, foi um dos primeiros a estudar a trajetória da luz, demonstrando que a luz sempre percorre o menor caminho para ir de um ponto a outro. No entanto, esse princípio só é válido para a reflexão. Somente no século XVII o matemático francês Pierre de Fermat propôs o que conhecemos hoje como princípio do tempo mínimo.

A luz, quando se propaga entre dois pontos, faz sempre a trajetória do tempo mínimo.

Existe uma mudança significativa no que foi proposto por Herão de Alexandria, pois a luz não fará sempre o menor caminho, mas fará o caminho de menor tempo. Dessa forma, o fenômeno da refração também pôde ser explicado e a óptica geométrica recebeu significativas contribuições.

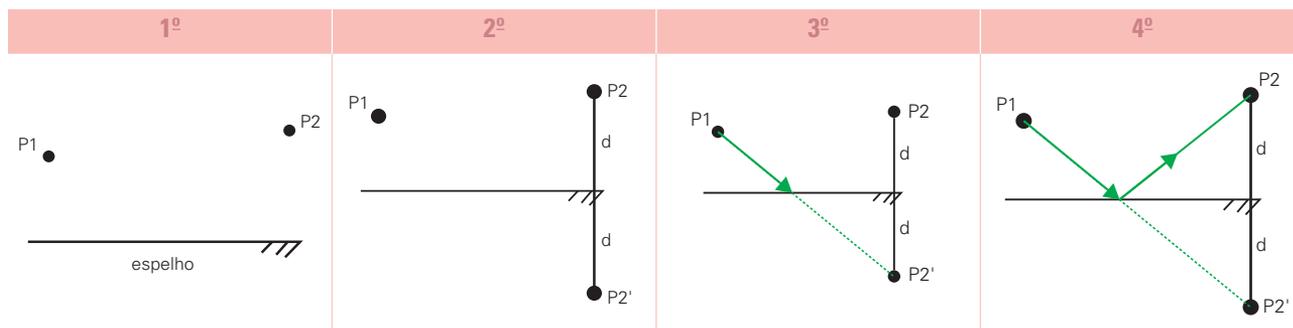
A fim de simplificar nosso estudo, apresentaremos um método geométrico para encontrar a trajetória de menor caminho entre dois pontos a ser percorrido pela luz na reflexão.

- Medir a distância (d) do ponto aonde se quer chegar (P_2) até o espelho.
- Desenhar um ponto imaginário (P'_2) na mesma distância e na mesma vertical do ponto original (P_2).
- Unir o ponto inicial (P_1) e o ponto imaginário (P'_2) com uma reta.
- Unir o ponto em que a reta tocou o espelho com o ponto final (P_2).

- Princípio do tempo mínimo
- Leis da reflexão
- Espelhos planos
- Campo visual
- Translação
- Rotação
- Associação de espelhos

HABILIDADES

- Compreender e reconhecer as leis da reflexão.
- Reconhecer as características da imagem formada num espelho plano.
- Relacionar o fenômeno de reflexão com o campo visual de um espelho plano.
- Relacionar a distância que um espelho plano translada com o deslocamento obtido pela sua imagem.
- Relacionar a distância que um objeto translada com o deslocamento obtido pela sua imagem.
- Diferenciar rotação de translação de um espelho plano.
- Associar o ângulo entre espelhos planos com o número de imagens obtidas por um ou mais objetos.

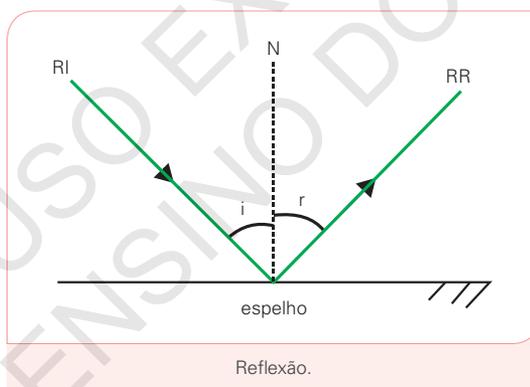


Leis da reflexão

As leis da reflexão são consequências do princípio do tempo mínimo. As leis apresentadas a seguir são válidas, tanto para a reflexão especular, quanto para a reflexão difusa.

Na reflexão, permanecem constantes a frequência, a velocidade de propagação e o comprimento de onda da luz.

Primeira lei: o raio incidente (RI), o raio refletido (RR) e a reta normal (N) são coplanares.



De acordo com a primeira lei, RI, RR e N são coplanares, ou seja, estão em um mesmo plano, por exemplo, o plano da folha.

Segunda lei: o ângulo de incidência (i) é igual ao ângulo de reflexão (r).

A segunda lei garante que o ângulo formado entre o raio incidente e a reta normal é igual ao ângulo formado entre o raio refletido e a reta normal.

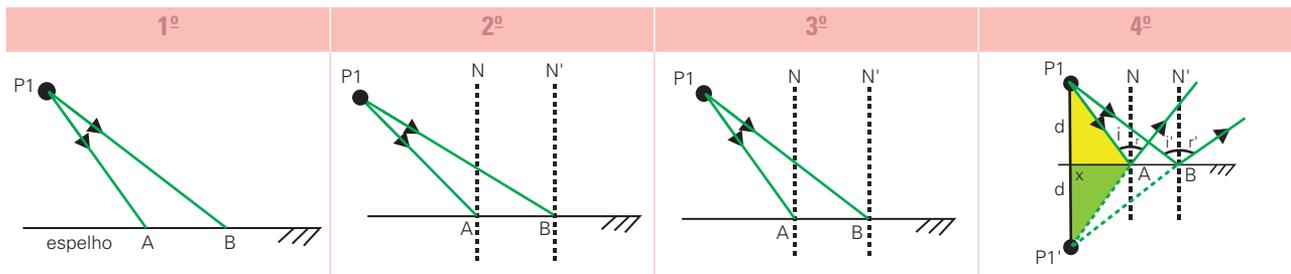
$$i = r$$

Formação de imagem em espelho plano

IMAGEM DE UM OBJETO PONTUAL

Para traçar a imagem de um objeto pontual posicionado na frente de um espelho plano, devemos aplicar as leis da reflexão. Dessa forma, elaboramos um procedimento que possibilita a obtenção dessa imagem.

- Traçar dois raios de luz partindo do ponto inicial (P_1) até o espelho.
- Desenhar a reta normal (N) para cada ponto em que o raio toca o espelho.
- Utilizar o transferidor para medir o ângulo de incidência e traçar o raio refletido com o mesmo ângulo ($i = r$). Repetir o procedimento para o outro raio.
- Prolongar os raios refletidos até que se encontrem.



A imagem (P_1') do objeto real (P_1) é formada pelo prolongamento dos raios de luz. A **imagem** obtida pelo prolongamento dos raios de luz é denominada **virtual**.

Podemos observar na quarta imagem que os triângulos P_1XA e $P_1'XA$ são congruentes. Logo, a distância (d), de P_1 até X , é igual à distância (d), de P_1' até X . Dessa forma, podemos concluir que a imagem do ponto (P_1') é simétrica ao objeto (P_1).

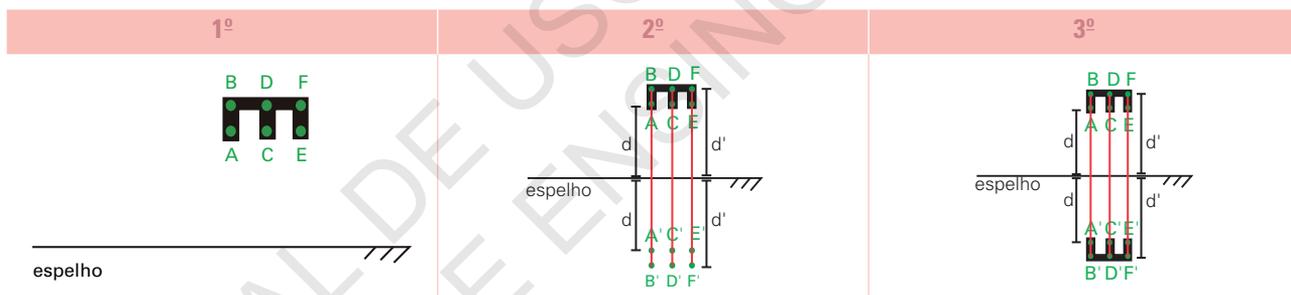
Para os espelhos planos, a distância do objeto até o espelho é igual à distância da imagem até o objeto.

A imagem é simétrica ao objeto e virtual.

IMAGEM DE UM OBJETO EXTENSO

Para traçar a imagem de um objeto extenso posicionado na frente de um espelho plano, utilizaremos a simetria entre os pontos da imagem. Dessa forma, elaboramos um procedimento simples que possibilita a obtenção dessa imagem.

- Traçar pontos nas extremidades do objeto e nomeá-los.
- Medir a distância de cada ponto ao espelho e desenhar seus respectivos pontos imagem.
- Unir os pontos.



Podemos observar que a imagem é do mesmo tamanho do objeto e que não houve inversão, pois o A que estava no lado esquerdo do objeto permaneceu do lado esquerdo na imagem. No entanto, percebemos que houve reversão na letra E, portanto, a imagem não é superponível ao objeto, isto é, quando colocada por cima deste, os pontos não coincidem. Essa propriedade dos espelhos planos é chamada de enantiomorfismo. Observe as imagens a seguir.



FRANCKREPORTER/ISTOCKPHOTO



KERRICK/ISTOCKPHOTO

Ambulância.

Na imagem anterior, podemos observar que a palavra ambulância está escrita de forma reversa. O motivo é que, após sofrer reversão no espelho, ela vai aparecer de forma correta para o motorista.

A imagem formada no espelho plano tem o mesmo tamanho do objeto, é direita, virtual e enantiomorfa, não superponível ao objeto.

Observação

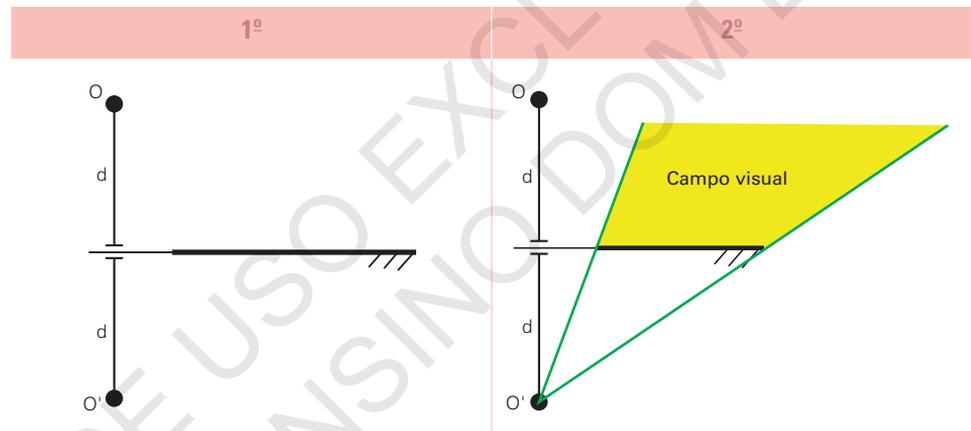
Uma imagem superponível ao objeto é denominada homorfa.

Campo visual

Tanto na imagem de abertura quanto na imagem do retrovisor do automóvel da imagem anterior, podemos observar uma determinada região do espaço que pode ser vista por reflexão no espelho. Essa região é denominada **campo visual**.

Para estabelecer o campo visual de um espelho, basta acompanhar o seguinte procedimento:

- Medir a distância do observador ao espelho e desenhar seu respectivo ponto imagem.
- Desenhar retas que passem pelo ponto imagem e pelas bordas do espelho.

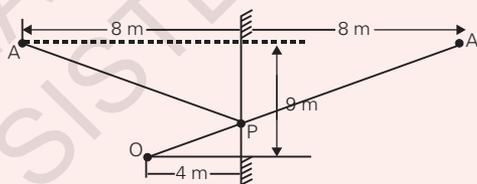


Dessa forma, o campo visual corresponde à região real do espaço compreendida entre as retas e o espelho.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. AFA-SP – Um observador O, colocado a 4 m de um espelho plano, vê a imagem de um objeto A que se encontra a 8 m do mesmo espelho, conforme mostra a figura. Um raio de luz que parte de A e atinge o observador O por reflexão no espelho percorrerá, nesse trajeto de A para O

- a) 10 m. **c) 15 m.**
b) 12 m. d) 18 m.



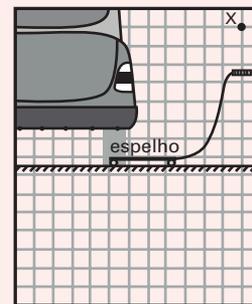
Resolução

O raio de luz percorrerá 9 m na vertical e $8 + 4 = 12$ m na horizontal

$$d^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$$

$$d = 15 \text{ m}$$

2. UFSCar-SP – Para melhorar a qualidade do ar, a administração da cidade de São Paulo exige que seus veículos passem periodicamente por uma inspeção em que são medidos os níveis de emissão de gases poluentes e observadas eventuais irregularidades, como a ausência do filtro catalisador. Para facilitar o trabalho do fiscal, um espelho plano foi estrategicamente montado sobre rodinhas, permitindo que, pela reflexão, observe-se a parte de baixo do carro.



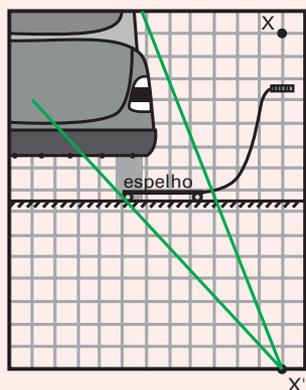
Considerando a posição X do olho do fiscal e a posição do espelho plano, é correto afirmar que, dos pontos

indicados, o fiscal é capaz de enxergar, no máximo, até o ponto

- a) P. b) Q. c) R. **d) S.** e) T.

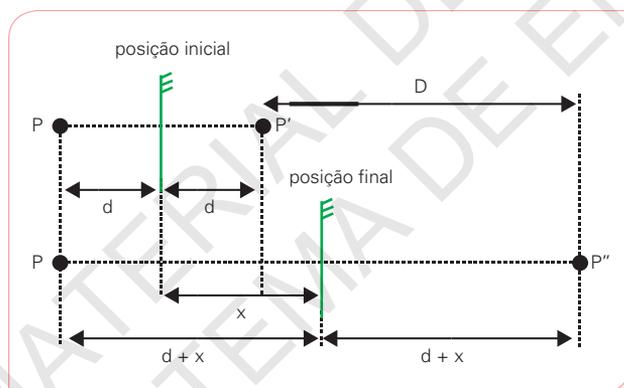
Resolução

Desenhando ao campo visual, percebemos que o fiscal só enxerga até o ponto S.



Translação de espelhos planos

Estamos interessados em estudar o que acontece com a imagem quando um espelho sofre translação, ou seja, existe movimento relativo entre o objeto e o espelho. Vamos considerar um objeto pontual P na frente de um espelho plano e que este seja deslocado de uma distância x em relação à sua posição inicial.



Translação de espelho plano.

Considere que d é a distância inicial entre o objeto P e o espelho na posição inicial, e D é a distância entre as posições inicial e final da imagem. Dessa forma, temos:

$$\begin{aligned} D + 2 \cdot d &= 2 \cdot (d + x) \\ D + 2 \cdot d &= 2 \cdot d + 2 \cdot x \\ D &= 2 \cdot x \end{aligned}$$

Logo, o deslocamento entre as imagens corresponde ao dobro do deslocamento do espelho

em relação ao objeto. Como o intervalo de tempo decorrido para o deslocamento do espelho é o mesmo para a imagem, ela deve possuir o dobro da velocidade de deslocamento do espelho, pois precisa percorrer uma distância duas vezes maior, no mesmo intervalo de tempo.

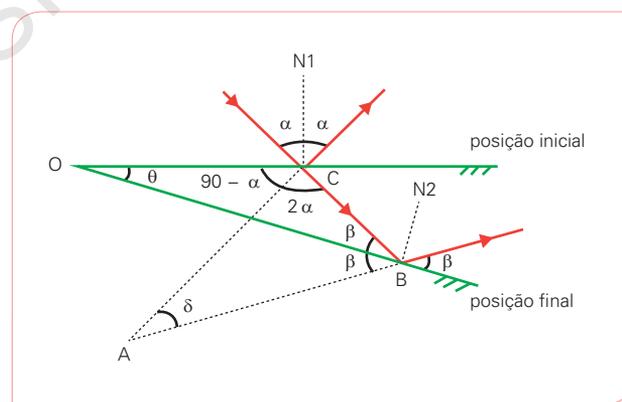
Considerando V como a velocidade de deslocamento da imagem e v como a velocidade de deslocamento do espelho, podemos escrever:

$$V = 2 \cdot v$$

Na translação de espelhos planos, o deslocamento do objeto em relação à imagem, corresponde ao dobro do deslocamento do objeto em relação ao espelho. O mesmo vale para a velocidade de deslocamento.

Rotação de espelhos planos

A rotação de espelhos planos é pouco comum no cotidiano, mas pode ocorrer, por exemplo, quando estamos observando nosso reflexo em porta espelhada e alguém a abre. Dessa vez, estamos interessados em descobrir o ângulo de rotação (δ) do raio de luz refletido na superfície espelhada quando essa sofre uma rotação de ângulo θ .



Rotação de espelho plano.

Considere que α é o ângulo de incidência da luz na posição inicial e δ é o ângulo formado entre o raio refletido nas posições inicial e final. Dessa forma, temos no triângulo BOC:

$$\begin{aligned} \theta + 90 - \alpha + 2 \cdot \alpha + \beta &= 180 \\ \beta &= 90 - \alpha - \theta \end{aligned}$$

No triângulo ABC, temos:

$$\begin{aligned} \delta + 2 \cdot \alpha + 2 \cdot \beta &= 180 \\ \delta + 2 \cdot \alpha + 2 \cdot (90 - \alpha - \theta) &= 180 \\ \delta &= 2 \cdot \theta \end{aligned}$$

Logo, o ângulo de rotação do raio refletido corresponde ao dobro do ângulo de rotação do espelho.

Na rotação de espelhos planos, o ângulo de rotação do raio refletido corresponde ao dobro do ângulo de rotação do espelho.

Associação de espelhos planos

Um fenômeno interessante que ocorre quando associamos espelhos planos é a formação de múltiplas imagens. O número de imagens formadas pela associação de dois espelhos planos depende do ângulo entre eles. Observe a imagem a seguir.

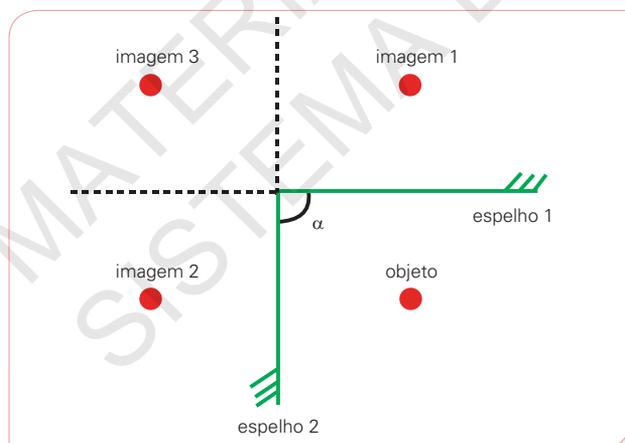


CHAMELEONSEYE/ISTOCKPHOTO

Associação de espelhos planos.

Na imagem anterior, podemos ver uma menina entre dois espelhos planos, que fazem 90° entre si. Podemos notar a formação de múltiplas imagens, no entanto, estamos interessados somente nas três imagens mais próximas. Uma é formada no espelho do lado direito da menina, outra é formada do lado esquerdo e, por fim, temos uma formada atrás da menina, entre os dois espelhos.

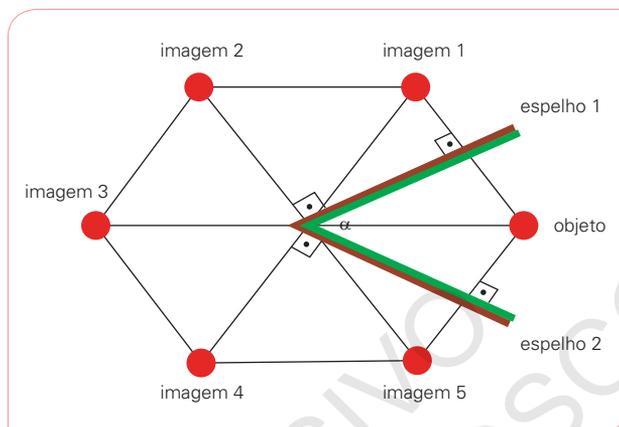
Podemos representar a situação observada na imagem da seguinte forma:



Representação da associação de espelhos planos ($\alpha = 90^\circ$).

Na imagem anterior, podemos perceber que os espelhos determinaram quatro regiões; uma contém o objeto e as outras três contêm imagens.

Para $\alpha = 60^\circ$, podemos fazer a seguinte representação:



Representação da associação de espelhos planos ($\alpha = 60^\circ$).

Dessa vez, os espelhos determinaram seis regiões; uma contém o objeto e as outras cinco contêm imagens.

Dessa forma, podemos perceber que o número de regiões delimitadas é inversamente proporcional ao ângulo ($360^\circ/\alpha$). Para encontrar uma expressão que permita calcular o número de imagens (N), podemos estabelecer o número de regiões e descontar uma que pertence ao objeto, logo:

$$N = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

Essa expressão é válida com as seguintes condições:

- para um único objeto;
- se o número de regiões ($360^\circ/\alpha$) for par e inteiro, o objeto pode ser colocado em qualquer lugar entre os espelhos;
- se o número de regiões ($360^\circ/\alpha$) for ímpar e inteiro, o objeto pode ser colocado somente no plano bissetor entre os espelhos.

Nas imagens formadas pela associação de espelhos, podemos notar o seguinte padrão:

Número de imagens formadas	Homorfas	Enantiomorfas
1	0	1
2	0	2
3	1	2
4	2	2
5	2	3
6	3	3
7	3	4
...

Para N maior ou igual a três imagens:

- todos os N que forem par formarão igual número de imagens homorfas e enantiomorfas ($N/2$).
- todos os N que forem ímpar formarão número de imagens:
 - homorfas iguais a $(N - 1)/2$
 - enantiomorfas iguais a $[(N - 1)/2] + 1$

Na imagem a seguir, podemos observar a formação de múltiplas imagens, em razão de as faces refletoras do espelho terem sido dispostas paralelamente.

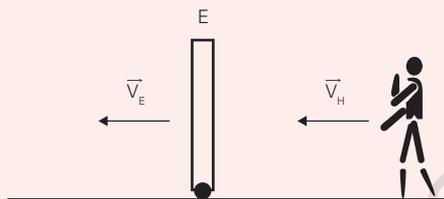


Associação de espelhos planos de forma paralela.

Cada imagem formada funciona como objeto para o outro espelho e, assim, formam-se múltiplas imagens do casal.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. Unimontes-MG – Um homem caminha, com velocidade de módulo $v_H = 3\text{m/s}$ em relação ao solo, em direção a um espelho plano vertical E , o qual também se move com velocidade de módulo $v_E = 4\text{m/s}$ em relação ao solo. Qual o módulo da velocidade da imagem em relação ao homem?



- a) 1 m/s
- b) 3 m/s
- c) 2 m/s
- d) 4 m/s

Resolução

A velocidade de afastamento do espelho em relação ao homem é igual a 1 m/s ($v = 4 - 3$).

Logo, para os espelhos planos, a velocidade de afastamento da imagem é 2 m/s ($2 \cdot v$).

4. Unifor-CE – O ângulo entre dois espelhos planos é de 20° . Um objeto de dimensões desprezíveis é colocado em uma posição tal que obterá várias imagens formadas pelo conjunto de espelhos. Das imagens observadas, quantas serão enantiomorfas?

- a) 8
- b) 9
- c) 10
- d) 17
- e) 18

Resolução

O número de imagens formadas é:

$$n = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

$$n = \frac{360^\circ}{20^\circ} - 1$$

$$n = 17$$

Número de imagens formadas	Homorfas	Enantiomorfas
1	0	1
2	0	2
3	1	2
4	2	2
5	2	3
...
17	8	9

ROTEIRO DE AULA

Espelhos planos

Princípio do tempo mínimo _____:

A luz, quando se propaga entre dois pontos, faz sempre a trajetória do tempo mínimo.

Espelho plano _____ é qualquer superfície plana e polida capaz de refletir a luz.

Primeira lei da reflexão: o raio incidente (RI), o raio refletido (RR) e a reta normal (N) são coplanares _____.

Segunda lei de reflexão: incidência _____ o ângulo de (i) é igual ao ângulo de reflexão _____ (r).

Para os espelhos planos, a imagem é simétrica _____ ao objeto e virtual.

A imagem formada no espelho plano enantiomorfa _____ é não superponível ao objeto.

Campo visual _____ é a região do espaço que pode ser vista por reflexão no espelho.

ROTEIRO DE AULA

ESPELHOS
PLANOS II

Na _____ **translação** _____ de espelhos planos, o deslocamento entre as imagens corresponde ao dobro do deslocamento do objeto em relação ao espelho.

A _____ **velocidade** _____ de deslocamento entre as imagens corresponde ao dobro da _____ **velocidade** _____ do deslocamento do objeto em relação ao espelho.

Na rotação de espelhos planos, o ângulo de rotação do raio _____ **refletido** _____ corresponde ao dobro do ângulo de rotação do espelho.

Para calcular o número de _____ **imagens formadas** _____ na associação de dois espelhos planos, utilizamos a seguinte equação:

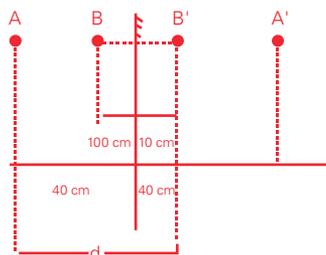
$$N = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

Múltiplas imagens são formadas quando os espelhos são dispostos de forma _____ **paralela** _____.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

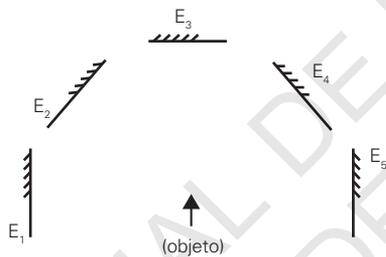
1. PUC-RJ (adaptado) – Um objeto está a 10 cm da superfície de um espelho plano. Um observador posiciona-se a 40 cm do espelho e seus olhos se encontram à mesma altura do objeto. Calcule a distância, em centímetros, entre a imagem do objeto formada pelo espelho e o observador.

$$d = 40 + 10 = 50 \text{ cm}$$



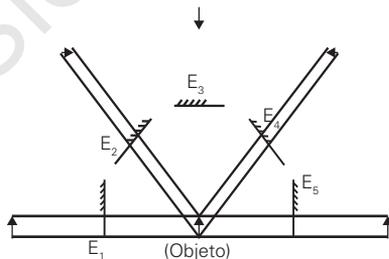
2. Sistema Dom Bosco – A magia dos espelhos em sua casa

Os espelhos estão sempre em alta. Além de proporcionarem uma sensação de amplitude, eles dão um toque de sofisticação aos ambientes, refletindo com charme a iluminação e o estilo dos moradores. Considere que um ambiente foi decorado com 5 espelhos planos, E_1, E_2, E_3, E_4 e E_5 , e um objeto foi colocado entre eles, conforme a figura. Assinale a sequência que representa corretamente as imagens do objeto conjugadas nesses espelhos.



- a) $E_1: \uparrow$ $E_2: \rightarrow$ $E_3: \downarrow$ $E_4: \leftarrow$ $E_5: \uparrow$
 b) $E_1: \uparrow$ $E_2: \nearrow$ $E_3: \downarrow$ $E_4: \nearrow$ $E_5: \uparrow$
 c) $E_1: \uparrow$ $E_2: \nearrow$ $E_3: \uparrow$ $E_4: \nwarrow$ $E_5: \uparrow$
 d) $E_1: \uparrow$ $E_2: \nwarrow$ $E_3: \downarrow$ $E_4: \nearrow$ $E_5: \uparrow$
 e) $E_1: \downarrow$ $E_2: \rightarrow$ $E_3: \uparrow$ $E_4: \rightarrow$ $E_5: \downarrow$

As imagens devem ser simétricas aos espelhos. A figura mostra as imagens formadas.



3. UEMG

C1-H1

Um espelho reflete raios de luz que nele incidem. Se usássemos os espelhos para refletir, quantas reflexões interessantes poderíamos fazer. Enquanto a filosofia se incumbem de reflexões internas, que incidem e voltam para dentro da pessoa, um espelho trata de reflexões externas.

Mas, como escreveu Luiz Vilela, “você verá”

Você está diante de um espelho plano, vendo-se totalmente. Num certo instante, é disso que é feita a vida, de instantes, você se aproxima do espelho a 1,5 m/s e está a 2,0 m de distância dele.

Nesse instante, a sua imagem, fornecida pelo espelho, estará

- a) a 2,0 m de distância do espelho, com uma velocidade de 3,0 m/s em relação a você.
 b) a 2,0 m de distância do espelho, com uma velocidade de 1,5 m/s em relação a você.
 c) a uma distância maior que 2,0 m do espelho, com uma velocidade de 3,0 m/s em relação ao espelho.
 d) a uma distância menor que 2,0 m do espelho, com uma velocidade de 1,5 m/s em relação ao espelho.

Em um espelho plano, a distância entre a imagem e o espelho é a mesma que entre o objeto e o espelho. Com isso, nota-se que a velocidade em relação ao espelho da imagem é igual à velocidade do objeto, nesse caso, 1,5 m/s. Sendo assim, por velocidade relativa, temos que a velocidade entre o objeto e a imagem é o dobro, portanto, 3 m/s.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

4. Cefet-MG (adaptado) – Dois espelhos planos fornecem de um objeto 11 (onze) imagens. Determine o ângulo formado entre eles.

$$n = \frac{360^\circ}{\beta} - 1$$

$$11 = \frac{360^\circ}{\beta} - 1$$

$$11 + 1 = \frac{360^\circ}{\beta}$$

$$\beta = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

5. IFCE – Um garoto parado na rua vê sua imagem refletida por um espelho plano preso verticalmente na traseira de um ônibus que se afasta com velocidade escalar constante de 36 km/h. Em relação ao garoto e ao ônibus, as velocidades da imagem são, respectivamente,

- a) 20 m/s e 10 m/s.
 b) zero e 10 m/s.
 c) 20 m/s e zero.

d) 10 m/s e 20 m/s.

e) 20 m/s e 20 m/s.

$$v = 36 \text{ km/h} \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

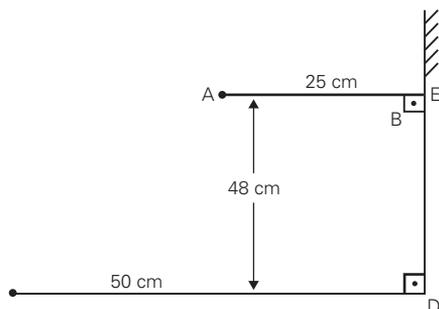
Em relação ao garoto, a imagem desloca-se com o dobro da velocidade:

$$v = 20 \text{ m/s}$$

Em relação ao ônibus, a imagem tem o mesmo deslocamento, logo, a mesma velocidade:

$$v = 10 \text{ m/s}$$

6. UEL-PR – A figura representa um espelho plano E vertical e dois segmentos de reta AB e CD perpendiculares ao espelho.



Supondo que um raio de luz parta de A e atinja C por reflexão no espelho, o ponto de incidência do raio de luz no espelho dista de D, em centímetros,

a) 48

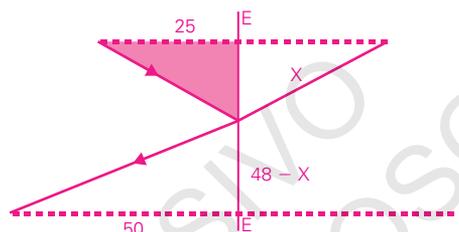
b) 40

c) 32

d) 24

e) 16

Considerando-se os triângulos a seguir, podemos escrever:



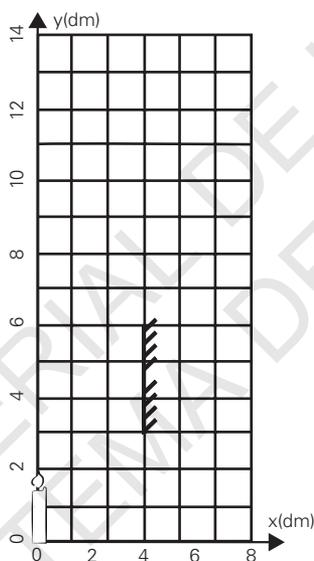
$$\frac{48 - x}{50} = \frac{x}{25} \Rightarrow x = 16 \text{ cm}$$

A distância D será, então:

$$D = (48 - 16) \text{ cm} = 32 \text{ cm.}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UFJF-MG – Uma vela de 20 cm está posicionada próxima a um espelho E plano de 30 cm, conforme indicado na figura. Um observador deverá ser posicionado na mesma linha vertical da vela, ou seja, no eixo y, de forma que ele veja uma imagem da vela no espelho.



Qual o intervalo de y em que o observador pode ser posicionado para que ele possa ver a imagem em toda sua extensão?

a) $0 \text{ dm} \leq y \leq 6 \text{ dm}$

b) $3 \text{ dm} \leq y \leq 6 \text{ dm}$

c) $4 \text{ dm} \leq y \leq 7 \text{ dm}$

d) $5 \text{ dm} \leq y \leq 10 \text{ dm}$

e) $6 \text{ dm} \leq y \leq 10 \text{ dm}$

8. UFAM (adaptado) – Enquanto mantém um espelho plano quadrado com 20 cm de lado na vertical, uma jovem

observa que o espelho permite que ela veja exatamente a imagem de uma árvore quando o espelho é colocado a 40 cm de seus olhos. Se a distância entre a árvore e o espelho é de 50 m, qual será a altura da árvore em metros?

9. Sistema Dom Bosco – Uma árvore de 3 m de altura se encontra a 12 m de um espelho plano, que é grande o suficiente para que a imagem seja vista por inteiro. No caso em que o espelho seja aproximado da árvore da metade da distância original, a altura da nova imagem e sua distância ao espelho, serão, respectivamente, iguais a

a) 3 m e 6 m.

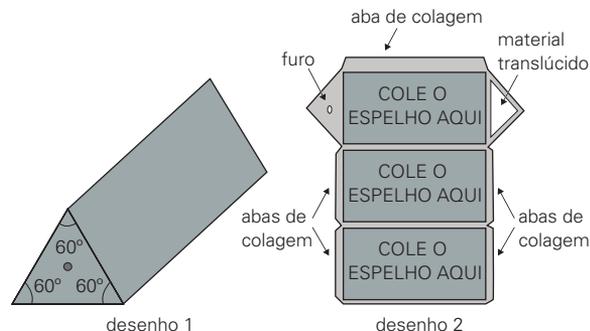
b) 6 m e 3 m.

c) 6 m e 6 m.

d) 6 m e 12 m.

e) 3 m e 12 m.

10. Etec-SP – O caleidoscópio consiste em um prisma regular de base triangular, obtido da união de três espelhos planos retangulares, todos com as suas faces espelhadas voltadas uma para as outras (desenho 1). Em uma das bases triangulares, é colado um material translúcido, enquanto a outra base é opaca, contendo apenas um furo em seu centro. Dentro do caleidoscópio, encontram-se pequenos objetos soltos, tais como contas ou pedacinhos de papel.



desenho 1

desenho 2

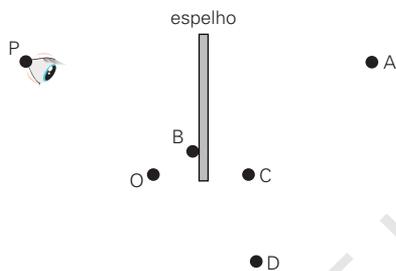
Ao olharmos para o interior do caleidoscópio através do furo da base opaca, podemos ver as imagens obtidas pelas inúmeras reflexões dos objetos nos espelhos.

Desejando construir seu caleidoscópio, João o fez com papel-cartão escuro (desenho 2). Ele colou dois espelhos consecutivos, bem como as abas correspondentes das laterais nas bases formadas com os triângulos equiláteros.

Enquanto esperava a cola secar, decidiu olhar as imagens de um botão que ele segurou entre esses dois espelhos. Como o caleidoscópio ainda não estava fechado por completo, ele pôde olhar diretamente para as faces refletoras dos espelhos. O número máximo de imagens distintas do botão que podem ser vistas por João é

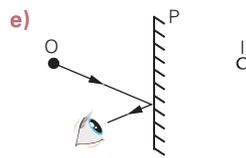
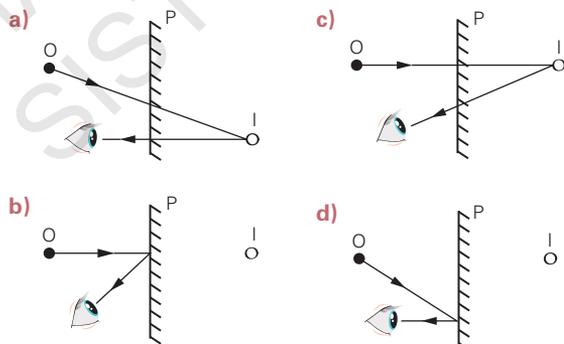
- a) um.
- b) dois.
- c) três.
- d) cinco.
- e) seis.

11. **Cesgranrio-RJ** – Um observador está localizado numa posição P, de frente para um espelho, como na figura a seguir. Se uma pequena lâmpada for colocada na posição do ponto O, o observador



- a) verá a imagem da lâmpada no ponto B.
- b) verá a imagem da lâmpada no ponto C.
- c) verá a imagem da lâmpada no ponto D.
- d) não verá a imagem da lâmpada, pois a imagem está fora de seu campo visual.
- e) verá a imagem da lâmpada no ponto A.

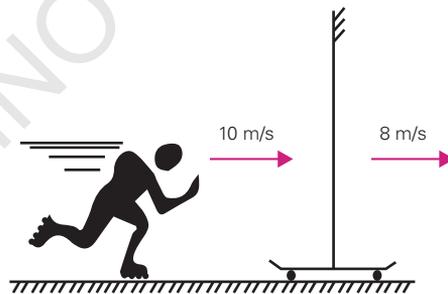
12. **UFRGS** – Nos diagramas a seguir, O representa um pequeno objeto luminoso que está colocado diante de um espelho plano P, perpendicular à página, ambos imersos no ar; I representa a imagem do objeto formada pelo espelho, e o olho representa a posição de quem observa a imagem. Qual dos diagramas indica corretamente a posição da imagem e o traçado dos raios que chegam ao observador?



13. **EEAR-SP** – Um dado, comumente utilizado em jogos, cujos números nas faces são representados pela quantidade de pontos pretos, é colocado na frente de dois espelhos planos que formam entre si um ângulo de 60° . Nesses espelhos, é possível observar nitidamente as imagens de apenas uma das faces do dado, e a soma de todos os pontos pretos observados nos espelhos, referentes a essa face, totaliza 20 pontos. Portanto, a face voltada para os espelhos que gera as imagens nítidas é a de número:

- a) 1
- b) 2
- c) 4
- d) 5

14. **UEA-AM (adaptado)** – A situação apresentada a seguir mostra um espelho plano vertical, apoiado sobre rodas, movendo-se, sem atrito, com velocidade constante de $8,0 \text{ m/s}$ em relação ao solo. Um homem sobre patins move-se 10 m/s em relação ao solo, no mesmo sentido do movimento do espelho.



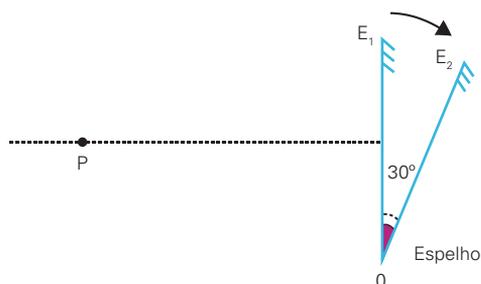
Com que velocidade o homem está se aproximando de sua imagem produzida pelo espelho?

15. **UEM-PR** – Um homem de $1,80 \text{ m}$ de altura está parado sobre uma superfície plana a $2,0 \text{ m}$ de um espelho plano que está à sua frente. Ele observa no espelho toda a extensão de seu próprio corpo, dos pés à cabeça, e um poste, de 2 m de altura, disposto 3 m atrás de si. Com base nessas informações, assinale o que for correto.

- 01) A imagem observada pelo homem no espelho plano é direita, virtual, igual e enantiomorfa.
- 02) O espelho possui uma altura mínima de 90 cm .
- 04) Se o homem der um passo para frente, diminuindo sua distância em relação ao espelho em 40 cm , ele não observará mais sua imagem, dos pés à cabeça, no espelho plano.
- 08) A distância do poste até a imagem do homem, formada no espelho plano, é de $5,0 \text{ m}$.
- 16) A distância do homem à sua imagem, formada no espelho plano, é o dobro da distância do homem até o espelho.

Dê a soma da(s) alternativa(s) correta(s).

- 16. UNESP** – Considere um objeto luminoso pontual, fixo no ponto P, inicialmente alinhado com o centro de um espelho plano E. O espelho gira, da posição E_1 para a posição E_2 , em torno da aresta cujo eixo passa pelo ponto O, perpendicularmente ao plano da figura, com um deslocamento angular de 30° , como indicado a seguir.



Copie o ponto P, o espelho em E_1 e em E_2 , desenhando a imagem do ponto P quando o espelho estiver em $E_1 (P'_1)$ e quando o espelho estiver em $E_2 (P'_2)$. Considerando um raio de luz perpendicular a E_1 , emitido pelo objeto luminoso em P, determine os ângulos de reflexão desse raio quando o espelho estiver em $E_1 (\alpha'_1)$ e quando o espelho estiver em $E_2 (\alpha'_2)$.

- 17. Fuvest-SP** – O telêmetro de superposição é um instrumento óptico, de concepção simples, que no passado foi muito utilizado em câmeras fotográficas e em aparelhos de medição de distâncias. Uma representação esquemática de um desses instrumentos O espelho semitransparente E_1 está posicionado a 45° em relação à linha de visão, horizontal, AB. O espelho E_2 pode ser girado, com precisão, em torno de um eixo perpendicular à figura, passando por C, variando-se, assim, o ângulo β entre o plano de E_2 e a linha horizontal. Deseja-se determinar a distância AB do objeto que está no ponto B ao instrumento.

a) Desenhe na figura, com linhas cheias, os raios de luz que, partindo do objeto que está em B, atingem o olho do observador – um atravessa o espelho E_1 e o outro é refletido por E_2 no ponto C. Suponha que ambos cheguem ao olho do observador paralelos e superpostos.

b) Desenhe, com linhas tracejadas, o trajeto aproximado de um raio de luz que parte do objeto em B' , incide em C e é refletido por E_2 .

c) Determine o valor do ângulo γ entre as linhas AB e BC .

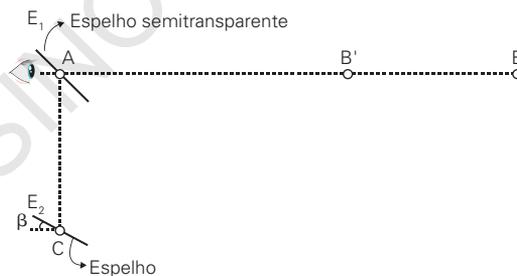
d) Com $AC = 10$ cm, determine o valor de AB .

Note e adote:

$$\begin{aligned} \sin(22^\circ) &= 0,37; \cos(22^\circ) = 0,93; \sin(44^\circ) = 0,70; \\ \cos(44^\circ) &= 0,72; \end{aligned}$$

$$\sin(88^\circ) = 0,99; \cos(88^\circ) = 0,03$$

As direções AB e AC são perpendiculares entre si.

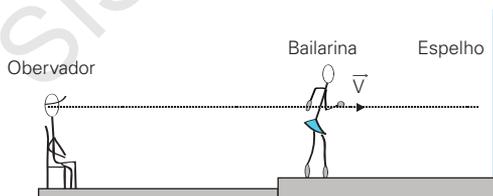


ESTUDO PARA O ENEM

18. UFMS

C1-H1

Em uma apresentação de dança, um espelho plano serve como pano de fundo em um palco de teatro. Suponha que a bailarina se coloque entre o espelho e o público, que assiste à dança. Nesse instante, um observador do público está em uma posição da qual vê a imagem refletida da bailarina no espelho e vê também a bailarina na mesma linha de seus olhos, conforme mostra a figura.



A bailarina aproxima-se do espelho com velocidade v , em relação ao palco. Se a bailarina vê sua própria ima-

gem e também a do observador refletida no espelho, é correto afirmar que

- o observador percebe que a imagem da bailarina, refletida no espelho, aproxima-se dele com velocidade $2 \cdot v$.
- a bailarina percebe que a imagem do observador, refletida no espelho, aproxima-se dela com velocidade $2 \cdot v$.
- a bailarina percebe que sua própria imagem, refletida no espelho, aproxima-se dela com velocidade $2 \cdot v$.
- a imagem refletida da bailarina no espelho é uma imagem real.
- a distância da bailarina até o espelho é o dobro da distância da bailarina até sua imagem refletida.

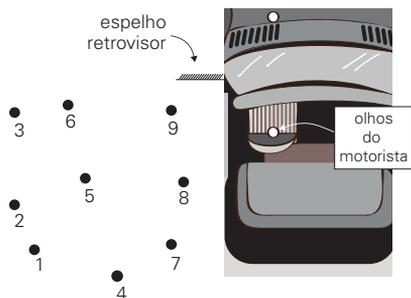
19. Unicamp-SP

C1-H1

Pontos cegos de um veículo são zonas não visíveis para o motorista. Elas não são cobertas por nenhum dos espelhos nem visíveis diretamente, estando em geral escondidas por alguma parte do veículo ou em

um ângulo que não é visualizado nos espelhos. Nessas áreas em que ocorrem os pontos cegos, podem estar objetos ou pessoas, além de carros, motos ou bicicletas que, ocultos, podem sofrer graves acidentes provocados por mudança de faixa, por exemplo. Quando o condutor visualiza de repente outro veículo, até então não visto, tanto a olho nu quanto com a ajuda dos retrovisores, pode-se considerar que este estava no ponto cego. Ao se manobrar para estacionar ou também no momento de mudança de faixa, o que está invisível pode sofrer algum tipo de colisão.

A figura a seguir mostra um espelho retrovisor plano na lateral esquerda de um carro. O espelho está disposto verticalmente e a altura do seu centro coincide com a altura dos olhos do motorista. Os pontos da figura pertencem a um plano horizontal que passa pelo centro do espelho. Nesse caso, os pontos que podem ser vistos (que não são pontos cegos) pelo motorista são



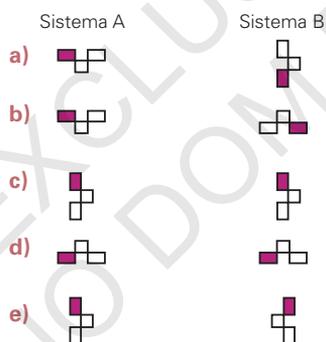
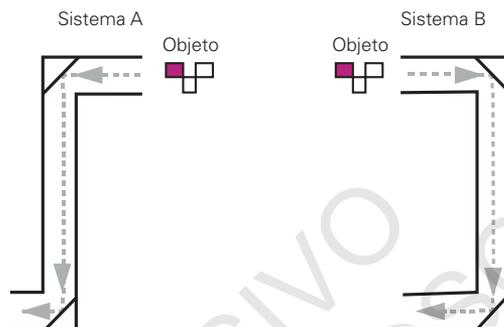
- a) 1, 4, 5 e 9
- b) 4, 7, 8 e 9
- c) 1, 2, 5 e 9
- d) 2, 5, 6 e 9
- e) 1, 4, 7 e 8

20. Unimontes-MG

C1-H1

Dois sistemas ópticos, representados a seguir, usam espelhos planos, ocorrendo as reflexões indicadas.

Após as reflexões, suas imagens finais são:



7

ESPELHOS ESFÉRICOS

Tipos de espelhos esféricos

Os espelhos esféricos recebem esse nome porque são formados por calotas esféricas. As calotas esféricas, por sua vez, são obtidas ao seccionar uma esfera.

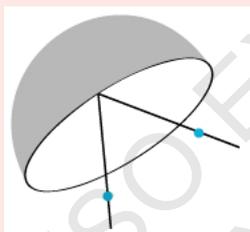
Ao seccionar uma esfera podemos obter duas calotas esféricas. Caso a superfície refletora da calota for interna, dará origem a um espelho **esférico côncavo**; caso a superfície refletora seja externa, dará origem a um espelho **esférico convexo**.

- Espelhos côncavos
- Espelhos convexos
- Condições de nitidez de Gauss
- Raios notáveis
- Construção geométrica de imagens
- Referencial de Gauss
- Determinação analítica das imagens
- Equação de Gauss
- Equação do aumento

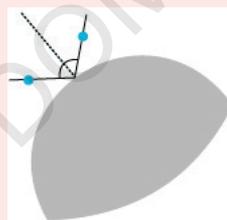
HABILIDADES

- Reconhecer os tipos de espelhos.
- Reconhecer os elementos dos espelhos esféricos.
- Caracterizar as condições de nitidez de Gauss.
- Reconhecer os raios notáveis.
- Construir geometricamente as imagens.
- Compreender o referencial de Gauss.
- Aplicar as equações de Gauss, analisando fisicamente o significado dos resultados obtidos.

Espelho côncavo



Espelho convexo



Para efeitos didáticos, utilizaremos a seguinte representação para os espelhos esféricos.

Espelho côncavo



Espelho convexo



Espelho esférico côncavo, superfície refletora interna.

Espelho esférico convexo, superfície refletora externa.

Aplicações dos espelhos esféricos

Como mencionamos na introdução, existem muitas aplicações para os espelhos esféricos. A seguir, relacionamos alguns tipos de aplicações com espelho esférico.

Espelhos côncavos



Espelho de maquiagem.



Espelho odontológico.



Espelho de farol.

Espelhos convexos



Espelho de lojas.



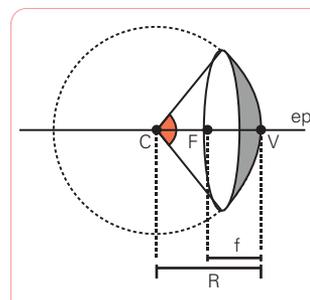
Espelho odontológico.



Espelho de farol.

Elementos geométricos dos espelhos esféricos

- **Centro de curvatura (C):** ponto central da esfera da qual foi cortada a calota esférica.
- **Vértice (V):** ponto mais externo da calota.
- **Raio (R):** raio da esfera da qual foi cortada a calota esférica.
- **Eixo principal (ep):** reta que passa pelo centro de curvatura e pelo vértice.
- **Ângulo de abertura (α):** definido pelo centro de curvatura e pelas retas que passam pelas bordas do espelho.
- **Foco (F):** ponto médio entre o centro de curvatura e o vértice.
- **Distância focal (f):** distância entre o foco e o vértice, ou seja, metade do raio de curvatura ($f = R/2$).



Elementos geométricos dos espelhos esféricos.

Formação geométrica de imagens em espelhos esféricos

CONDIÇÕES DE NITIDEZ DE GAUSS

Johann Carl Friedrich Gauss foi um matemático e físico alemão que viveu no século XIX e contribuiu significativamente para o progresso da Matemática e da Física. Em um de seus trabalhos, publicado em 1840, fez uma análise da formação de imagens, estabelecendo condições para que ela apresentasse maior resolução e nitidez. Elas ficaram conhecidas como **condições de nitidez de Gauss**. São elas:

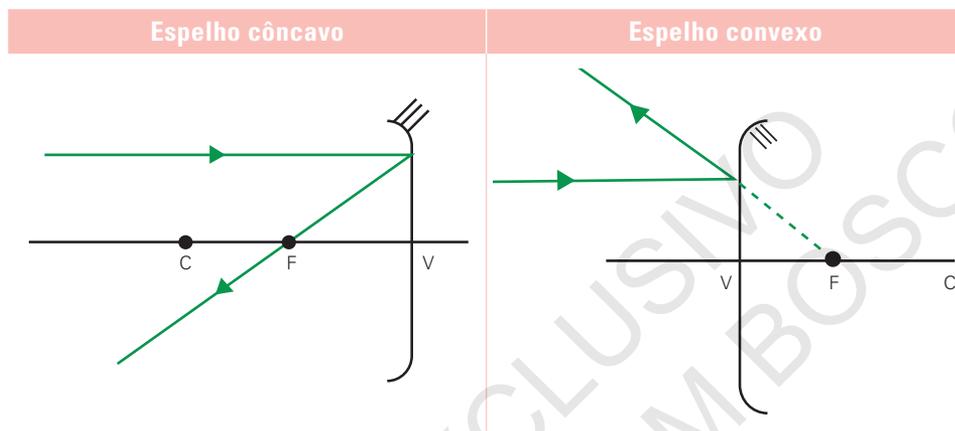
- 1ª: O ângulo de abertura do espelho deve ser pequeno ($\alpha < 10^\circ$), o que implica em um grande raio;
- 2ª: Os raios de luz incidentes do espelho devem ser paralelos ou pouco inclinados e devem estar próximos ao eixo principal.

Outra forma de se referir às condições de nitidez de Gauss é dizer que os raios de luz incidentes devem ser paraxiais ao espelho.

RAIOS NOTÁVEIS

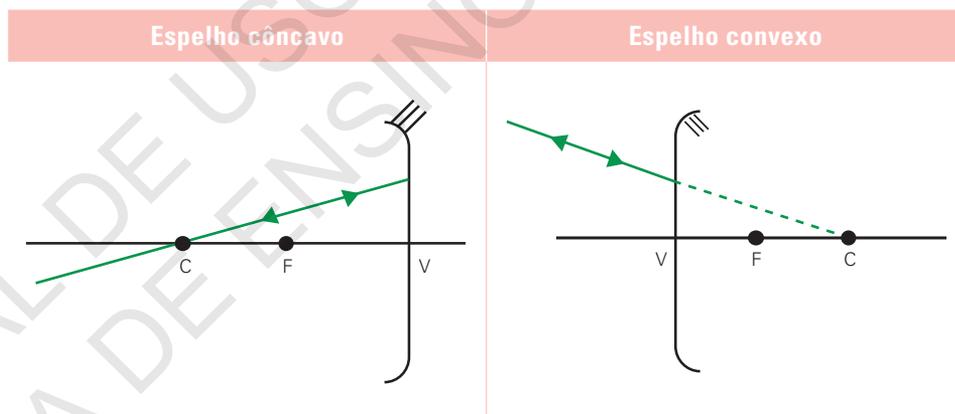
Para construir geometricamente a imagem de objetos em espelhos esféricos, podemos fazer uso das leis da refração, assim como fizemos com os espelhos planos. No entanto, conhecendo o comportamento de alguns raios de luz, conhecidos como notáveis, o processo torna-se bem mais simples.

1º raio notável: o raio que incidir paralelamente ao eixo principal deve sofrer reflexão e passar pelo foco, no caso de espelhos côncavos, ou apontar para o foco, no caso de espelhos convexos.

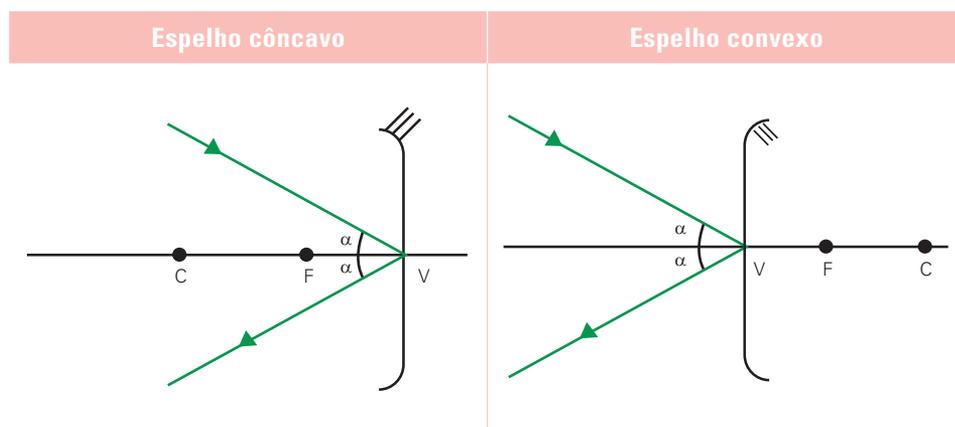


Pelo princípio da reversibilidade, o inverso também é válido. Dessa forma, se o raio incidir pelo foco, deve sair paralelo.

2º raio notável: o raio que incidir pelo centro de curvatura deve sofrer reflexão e passar por ele mesmo, no caso de espelhos côncavos, ou apontar para o centro, no caso de espelhos convexos.



3º raio notável: o raio que incidir pelo vértice deve sofrer reflexão e sair simetricamente ao eixo principal.



Construção geométrica de imagens em espelhos esféricos

Para construir geometricamente a imagem de um objeto real posicionado de forma perpendicular ao eixo principal, devemos utilizar pelo menos dois raios notáveis.

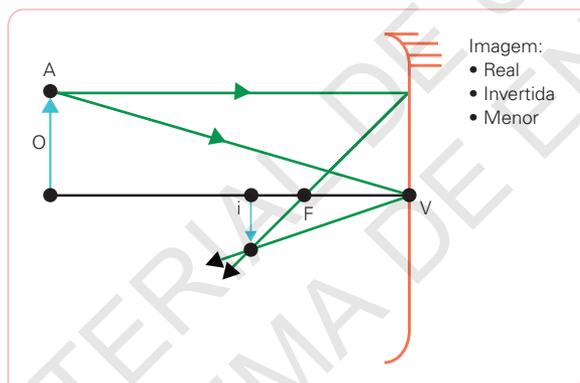
Os espelhos côncavos apresentam cinco casos distintos de imagens, um para cada posição que o objeto ocupar em relação ao eixo principal. Já os espelhos convexos contam com um único caso.

Em cada caso, classificaremos as imagens de acordo com a natureza, a orientação em relação ao eixo principal e o tamanho em relação ao objeto. Dessa forma:

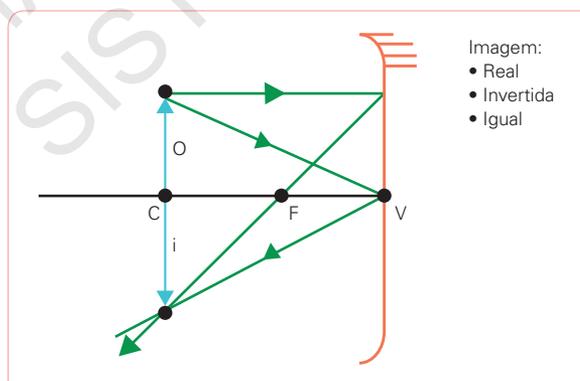
- **Natureza:** **real**, formada pelo cruzamento dos raios de luz; **virtual**, formada pelo cruzamento do prolongamento dos raios de luz; **imprópria**, ou no infinito, quando os raios não se cruzam.
- **Orientação:** **direita**, mesma posição em relação ao eixo principal do objeto; **invertida**, posição contrária à do objeto em relação ao eixo principal.
- **Tamanho:** **maior**, **menor** ou **igual** à altura do objeto.

ESPELHOS CÔNCAVOS

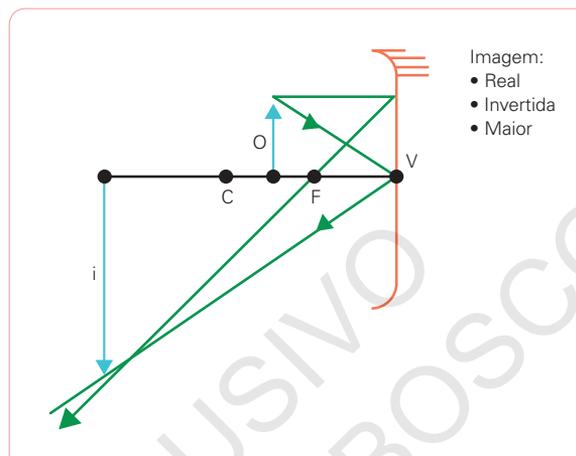
1º caso: objeto antes do centro de curvatura



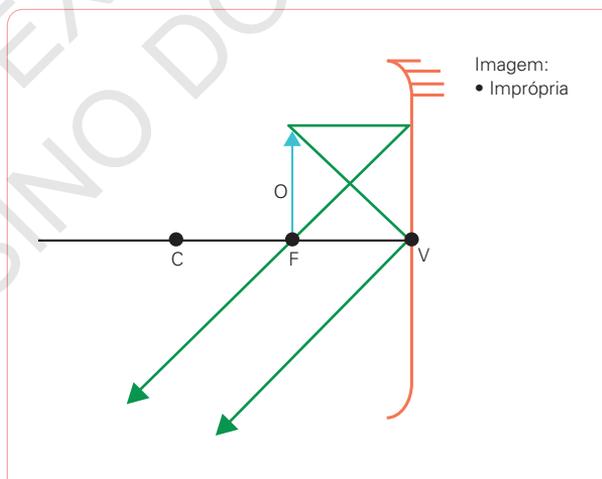
2º caso: objeto no centro de curvatura



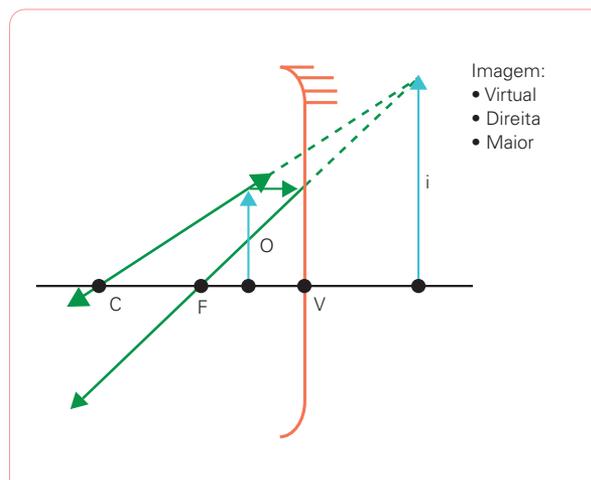
3º caso: objeto entre o centro de curvatura e o foco



4º caso: objeto no foco

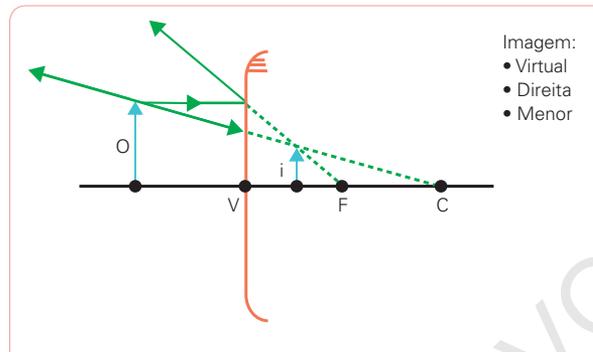


5º caso: objeto entre o foco e o vértice



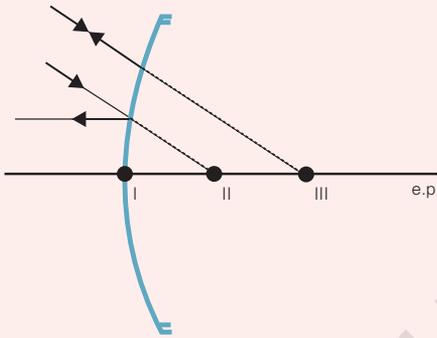
ESPELHOS CONVEXOS

Caso único: objeto posicionado na frente do espelho.



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. PUCCamp-SP – Com base na figura a seguir, que representa um espelho esférico convexo, em seu eixo principal e em dois raios de luz incidentes,



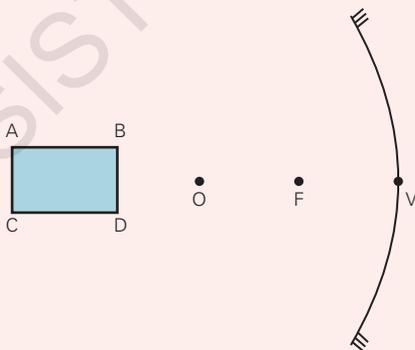
pode-se concluir que os pontos I, II e III são, desse espelho, respectivamente,

- foco, centro de curvatura e vértice.
- vértice, foco e centro de curvatura.
- foco, vértice e centro da curvatura.
- vértice, centro de curvatura e foco.
- centro de curvatura, foco e vértice.

Resolução

O ponto I é o vértice, onde o espelho toca o eixo principal; o ponto II é o foco, pois o raio que incide na direção do foco reflete paralelo ao eixo principal; e o ponto III é o centro de curvatura, pois o raio que incide na direção do centro volta sobre ele mesmo.

2. UFG-GO – Um objeto retangular é colocado diante de um espelho côncavo, conforme representado na figura a seguir.

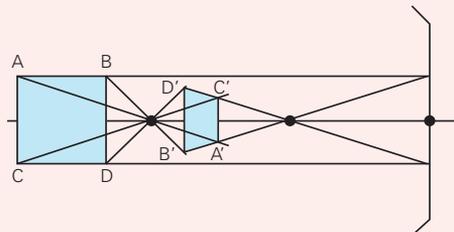


Para a situação apresentada, a imagem conjugada por esse espelho é

-
-
-
-
-

Resolução

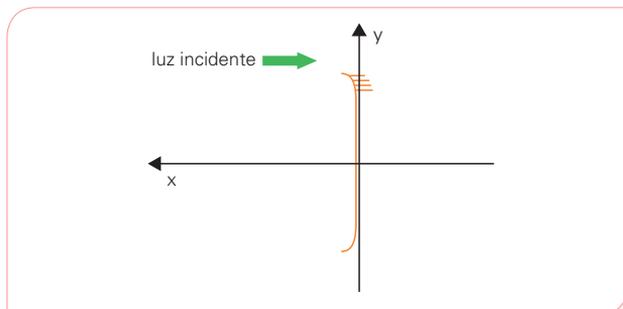
Traçando-se dois raios notáveis a partir de cada um dos quatro pontos, obtemos os respectivos pontos imagem, que formam a figura mostrada em A.



Referencial de Gauss

Para determinar as características da imagem utilizando as equações de Gauss, devemos adotar o seguinte referencial:

- para o eixo das abscissas (x): o sentido adotado deve ser contrário ao da luz incidente;
- para o eixo das ordenadas (y): o sentido adotado deve ser de baixo para cima.



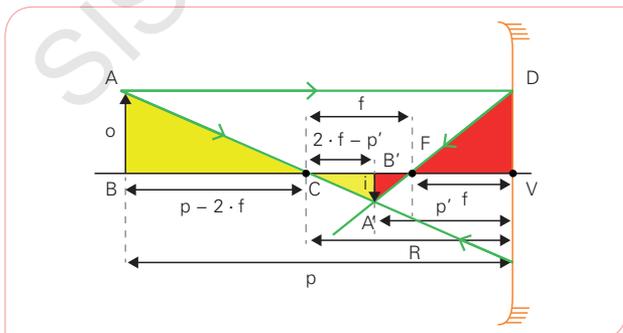
Referencial de Gauss.

CONVENÇÕES E CONSEQUÊNCIAS DO REFERENCIAL DE GAUSS

Grandeza	Sinal de acordo com referencial de Gauss
f é a distância focal.	Espelho côncavo $f > 0$ Espelho convexo, $f < 0$
p é a distância do objeto ao vértice.	Objeto real, $p > 0$ Objeto virtual, $p < 0$
p' é a distância da imagem ao vértice.	Imagem real, $p' > 0$ Imagem virtual, $p' < 0$
o é altura do objeto.	Objeto direito, $o > 0$ Objeto invertido, $o < 0$
i é altura da imagem.	Imagem direita, $i > 0$ Imagem invertida, $i < 0$

Equações de Gauss

Vamos considerar o primeiro caso de construção geométrica de imagens, estudado no módulo anterior. Nesse caso, o objeto real de tamanho (o) é posicionado a uma distância (p) do espelho côncavo de distância focal (f), e p é maior que o raio (R).



Utilizando os dois primeiros raios notáveis, foi possível determinar geometricamente a posição da imagem em relação ao espelho (p'), bem como seu tamanho (i). Também foi possível a delimitação de quatro triângulos retângulos, os quais estão em destaque na ilustração. Para demonstrar a equação de Gauss, utilizaremos o referencial de Gauss e a semelhança de triângulos, dois a dois.

Entre os triângulos ABC e A'B'C, temos que:

$$\frac{-i}{o} = \frac{2 \cdot f - p'}{p - 2 \cdot f} \quad (1)$$

Entre os triângulos FVD e FA'B', temos que:

$$\frac{-i}{o} = \frac{p' - f}{f} \quad (2)$$

Observação

O sinal negativo para i nas equações (1) e (2) decorre do referencial de Gauss (imagem invertida).

Igualando as equações (1) e (2) e dividindo ambos os membros por $p \cdot p' \cdot f$, temos que:

$$\frac{2 \cdot f - p'}{p - 2 \cdot f} = \frac{p' - f}{f}$$

$$p \cdot p' = p \cdot f + p' \cdot f$$

$$\frac{p \cdot p'}{p \cdot p' \cdot f} = \frac{p \cdot f}{p \cdot p' \cdot f} + \frac{p' \cdot f}{p \cdot p' \cdot f}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

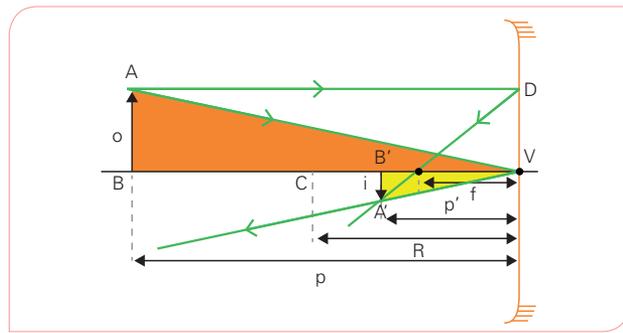
Equação de Gauss

A última equação é conhecida como equação dos pontos conjugados de Gauss, ou somente equação de Gauss.

Como geralmente estamos interessados em obter o foco, podemos escrever a equação de Gauss da seguinte forma:

$$f = \frac{p \cdot p'}{p + p'}$$

Voltando a observar o primeiro caso da construção geométrica de imagens para espelhos côncavos, utilizando o primeiro e o terceiro raios notáveis, temos que:



Novamente, empregando o referencial de Gauss, a semelhança de triângulos, temos:

Entre os triângulos $A'B'V$ e ABV , temos que:

$$\frac{-i}{o} = \frac{p'}{p}$$

Ou podemos escrever que:

$$A = \frac{i}{o} = \frac{-p'}{p}$$

Equação do aumento

Nessa equação, A representa o aumento linear. Essa grandeza permite saber se a imagem é direita

ou invertida e se ela é maior, menor ou igual ao tamanho do objeto.

Resumidamente, temos:

Grandeza	Sinal de acordo com o referencial de Gauss
A é o aumento linear.	Imagem direita, $A > 0$
	Imagem invertida, $A < 0$
	Imagem menor que o objeto, $0 < A < 1$
	Imagem igual ao objeto, $ A = 1$
	Imagem maior que o objeto, $ A > 1$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. UERN – Um homem, para se barbear, utiliza um espelho côncavo e verifica que a imagem formada no espelho fica invertida e do mesmo tamanho de seu rosto quando este se encontra a 60 cm do espelho. Desejando obter uma imagem direita e ampliada três vezes, o homem deverá

- se afastar 10 cm do espelho.
- se afastar 15 cm do espelho.
- se aproximar 20 cm do espelho.
- se aproximar 40 cm do espelho.

Resolução

$$f = \frac{R}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm}$$

$$\frac{i}{o} = \frac{-p'}{p} = 3$$

$$p' = -3 \cdot p$$

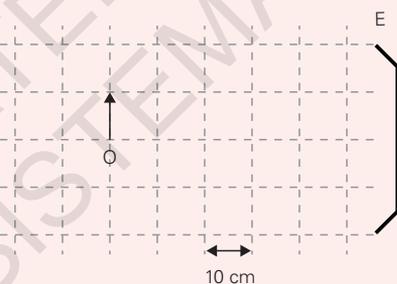
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{p} + \frac{1}{-3 \cdot p}$$

$$p = 20 \text{ cm}$$

Portanto, ele deverá se aproximar 40 cm do espelho.

4. UFRGS – Observe a figura a seguir.



Na figura, E representa um espelho esférico côncavo com distância focal de 20 cm, e O , um objeto extenso colocado a 60 cm do vértice do espelho.

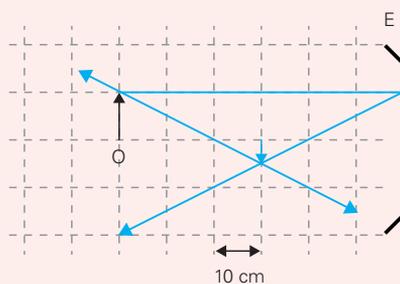
Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do enunciado a seguir, na ordem em que aparecem.

A imagem do objeto formada pelo espelho é _____, _____ e situa-se a _____ do vértice do espelho.

- real – direita – 15 cm
- real – invertida – 30 cm
- virtual – direita – 15 cm
- virtual – invertida – 30 cm
- virtual – direita – 40 cm

Resolução

Graficamente, temos:



$$p' = 30 \text{ cm}$$

ROTEIRO DE AULA

Espelhos esféricos I

Espelho esférico convexo,
superfície refletora externa.

Espelho esférico côncavo,
superfície refletora interna.

Distância focal (f): é a distância entre o
foco e o vértice, ou seja, metade
do raio de curvatura.

Para satisfazer às condições de nitidez de
Gauss, os raios de luz incidentes devem
ser paraxiais ao espelho.

O raio que incidir paralelamente
ao eixo principal deve sofrer reflexão e
passar pelo foco, no caso de espelhos
côncavos, ou apontar para o foco, no caso
de espelhos convexos.

O raio que incidir pelo centro de
curvatura deve sofrer re-
flexão e passar por ele mesmo, no caso
de espelhos côncavos, ou apontar para o
centro, no caso de espelhos convexos.

O raio que incidir pelo vértice
deve sofrer reflexão e sair simetricamente
ao eixo principal.

Espelhos convexos só formam
imagens virtuais, direitas e menores que
o objeto.

ROTEIRO DE AULA

ESPELHOS ESFÉRICOS II

Referencial de Gauss

Para o eixo das abscissas (x): o sentido adotado deve ser

_____ **contrário** _____ ao da luz incidente.

Para o eixo das ordenadas (y): o sentido adotado deve ser de

_____ **baixo** _____ para _____ **cima** _____.

f é a distância focal.

Espelho _____ **côncavo** _____, $f > 0$

Espelho _____ **convexo** _____, $f < 0$

p é a distância do objeto ao vértice.

Objeto _____ **real** _____, $p > 0$

Objeto _____ **virtual** _____, $p < 0$

p' é a distância da imagem ao vértice.

Imagem real, $p' > 0$

Imagem virtual, $p' < 0$

A é o aumento linear.

Imagem _____ **direita** _____, $A > 0$

Imagem _____ **invertida** _____, $A < 0$

Imagem _____ **menor** _____ que o objeto,

$0 < |A| < 1$ Imagem igual ao objeto, $|A| = 1$

Imagem _____ **maior** _____ que o objeto, $|A| > 1$

Equação dos pontos conjugados de Gauss

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Equação do aumento

$$A = \frac{i}{o} = - \frac{p'}{p}$$

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. **UEG-GO** – Os espelhos esféricos convexos possuem a propriedade de ampliar o campo visual do observador e, em razão disso, apresentam várias aplicações. As imagens fornecidas por esses espelhos

- a) são sempre reais, menores e invertidas.
- b) são sempre virtuais, maiores e invertidas.
- c) são sempre virtuais, menores e direitas.**
- d) são sempre reais, maiores e direitas.

Para um objeto real, os espelhos convexos conjugam sempre uma imagem virtual, direita e menor que o objeto. Em razão disso, eles ampliam o campo visual do observador.

2. **FMJ-SP** – Um professor quer projetar *slides* numa tela a uma distância de 10,0 m do projetor. Sabendo-se que o espelho do projetor é côncavo e que sua distância focal é de 2,0 cm, a distância aproximada, em cm, em que cada *slide* deve se situar em relação ao espelho é

- a) 5,0
- b) 0,5
- c) 10,0
- d) 1,0
- e) 2,0**

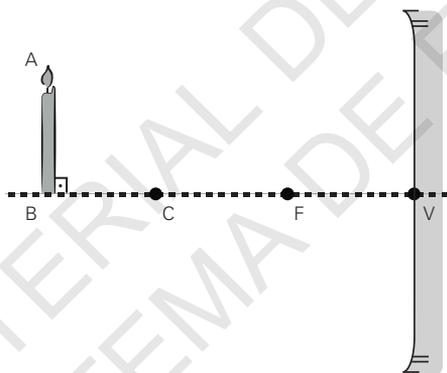
Aplicando a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1000} + \frac{1}{p'}$$

$$p' \approx 2 \text{ cm}$$

3. Um objeto luminoso foi colocado diante de um espelho esférico côncavo. Com o auxílio de uma régua, trace alguns raios de luz para obter a imagem. Para as características da imagem formada, determine:



a) Natureza:

Real (pode ser projetada)

b) Localização:

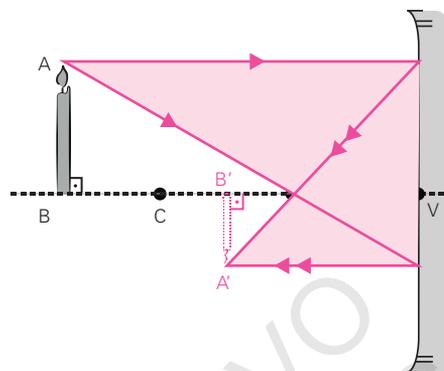
Entre C e F

c) Dimensões em relação ao objeto:

Menores

d) Orientação em relação ao objeto:

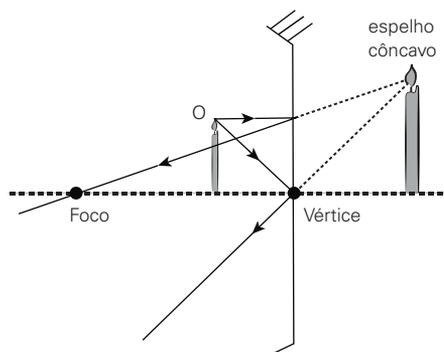
Invertida



4. **PUC-RS** – Um salão de beleza projeta instalar um espelho que aumenta 1,5 vez o tamanho de uma pessoa posicionada em frente a ele. Para o aumento ser possível e a imagem se apresentar direita (direta), a pessoa deve se posicionar, em relação ao espelho,

- a) antes do centro de curvatura.
- b) no centro de curvatura.
- c) entre o centro de curvatura e o foco.
- d) no foco.
- e) entre o foco e o vértice do espelho.**

Como se trata de objeto real, para que a imagem seja direita, ela deve também ser virtual. Então o objeto deve estar posicionado entre o foco e o vértice do espelho, como mostra a figura.



5. Num anteparo a 60 cm de um espelho esférico, forma-se uma imagem nítida de um objeto real situado a 20 cm do espelho. Determine:

a) a natureza do espelho;

Imagens projetadas só podem ser reais. Assim, a imagem gerada é real.

Como objeto e imagem são reais, o espelho é **côncavo**.

b) a distância focal e o raio de curvatura do espelho.

Passando-se os dados:

$$p' = 60 \text{ cm e } p = 20 \text{ cm}$$

Da equação de Gauss, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{20} + \frac{1}{60} \Rightarrow f = 15 \text{ cm}$$

Como: $R = 2f$, temos:

$$R = 30 \text{ cm}$$

6. Um objeto luminoso de 2 cm de altura é posicionado perpendicularmente sobre o eixo principal de um espelho esférico côncavo, cuja distância focal vale 10 cm e está a 20 cm. Sabendo-se que o espelho satisfaz às condições de Gauss, as características da imagem por ele formada são

- a) 2 cm de altura, real e invertida em relação ao objeto.
- b) 4 cm de altura, real e invertida em relação ao objeto.

- c) 6 cm de altura, real e direita em relação ao objeto.
- d) 2 cm de altura, virtual e invertida em relação ao objeto.
- e) 4 cm de altura, virtual e direita em relação ao objeto.

Aplicando a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{20} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = 20 \text{ cm}$$

$p' > 0 \Rightarrow$ imagem real

O aumento linear transversal (A) é dado por:

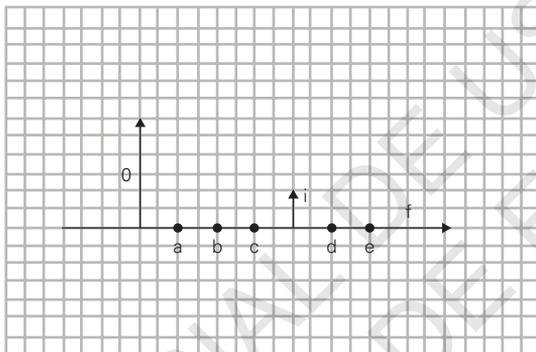
$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

$$\frac{i}{2} = -\frac{20}{20} \Rightarrow i = -2 \text{ cm}$$

$i < 0 \Rightarrow$ imagem invertida

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UFAL – O esquema a seguir representa o eixo principal (r) de um espelho esférico, um objeto real O e sua imagem i conjugada pelo espelho.



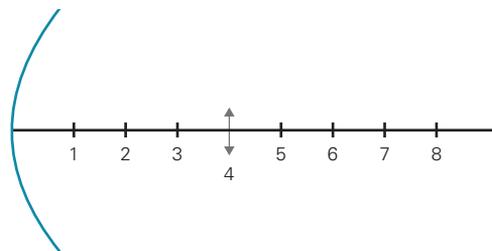
Considerando os pontos a, b, c, d, e, é correto afirmar que o espelho é

- a) côncavo e seu vértice se encontra em d.
 - b) côncavo e seu foco se encontra em c.
 - c) côncavo e seu centro se encontra em e.
 - d) convexo e seu vértice se encontra em c.
 - e) convexo e seu foco se encontra em e.
8. Faceres-SP – Um objeto está próximo a um espelho côncavo. As características das imagens formadas no espelho quando o objeto se encontra entre o foco e o vértice do espelho são:
- a) Virtual, invertida e maior.
 - b) Real, invertida e maior
 - c) Virtual, direita e menor.
 - d) Real, invertida e menor.
 - e) Virtual, direita e maior..

9. Mackenzie-SP – Uma garota encontra-se diante de um espelho esférico côncavo e observa que a imagem direita de seu rosto é ampliada duas vezes. O rosto da garota só pode estar

- a) entre o centro de curvatura e o foco do espelho côncavo.
- b) sobre o centro de curvatura do espelho côncavo.
- c) entre o foco e o vértice do espelho côncavo.
- d) sobre o foco do espelho côncavo.
- e) antes do centro de curvatura do espelho côncavo.

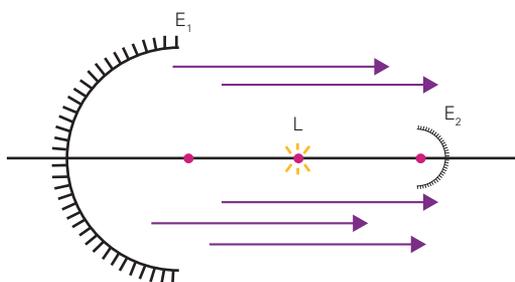
10. PUC-RS – A figura a seguir mostra um espelho côncavo e diversas posições sobre o seu eixo principal. Um objeto e sua imagem, produzida por esse espelho, são representados pelas flechas na posição 4.



O foco do espelho está no ponto identificado pelo número

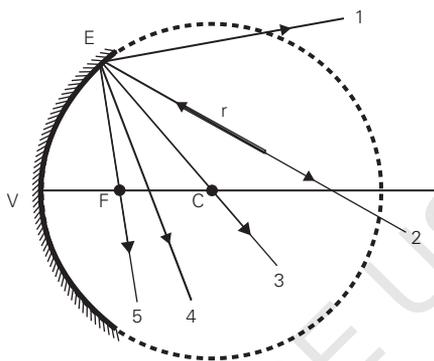
- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 8

11. Fuvest-SP – Um holofote é constituído por dois espelhos esféricos côncavos, E_1 e E_2 , de modo que a quase totalidade da luz proveniente da lâmpada L seja projetada pelo espelho maior E_1 , formando um feixe de raios quase paralelos. Nesse arranjo, os espelhos devem ser posicionados de forma que a lâmpada esteja, aproximadamente,



- nos focos dos espelhos E_1 e E_2 .
- no centro de curvatura de E_2 e no vértice de E_1 .
- no foco de E_2 e no centro de curvatura de E_1 .
- nos centros de curvatura de E_1 e E_2 .
- no foco de E_1 e no centro de curvatura de E_2 .

- 12. PUC-RS** – Na figura a seguir, ilustra-se um espelho esférico côncavo E e seus respectivos centros de curvatura (C), foco (F) e vértice (V). Um dos infinitos raios luminosos que incidem no espelho tem sua trajetória representada por r . As trajetórias de 1 a 5 referem-se a possíveis caminhos seguidos pelo raio luminoso refletido no espelho.



O número que melhor representa a trajetória percorrida pelo raio r , após refletir no espelho E , é

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

- 13. FMJ-SP** – Um objeto é colocado perpendicularmente sobre o eixo principal de um espelho esférico de distância focal 2 m, que atende às condições de nitidez de Gauss. A imagem formada é virtual, direita e com o dobro do comprimento do objeto. Nas condições descritas, relativas à natureza e à posição da imagem formada, determine

- o tipo do espelho esférico empregado;

- a distância, em metros, do objeto ao vértice do espelho esférico.

- 14. Unimontes-MG** – Um objeto a 20 cm de distância de um espelho tem sua imagem formada a 12 cm dele. Se a imagem formada é real, o tipo de espelho e o seu foco em centímetros são, respectivamente,

- convexo, $-7,5$
- côncavo, 15
- côncavo, 7,5
- convexo, -15

- 15. FURG-RS** – Considere a frase a seguir:

Um objeto colocado a uma distância de 10 cm de um espelho curvo gera uma imagem virtual ampliada em 2 vezes, sendo o espelho do tipo _____ com distância focal de _____ cm.

A melhor opção para preencher as lacunas é

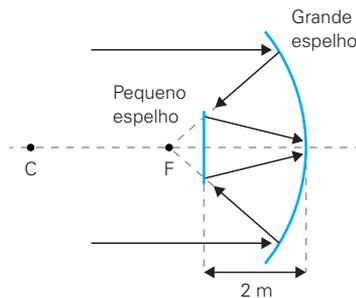
- côncavo, 20/3
- côncavo, 20
- convexo, 20/3
- convexo, 20
- plano, 10

- 16. PUC-PR** – Um espelho côncavo produz uma imagem real invertida do mesmo tamanho de um objeto situado a 40 cm de distância.

Podemos afirmar que a distância focal do espelho é

- 20 cm.
- 40 cm.
- 10 cm.
- 80 cm.
- 120 cm.

- 17. UFJF-MG** – A luz de um feixe paralelo de um objeto distante atinge um grande espelho, de raio de curvatura $R = 5,0$ m, de um poderoso telescópio, como mostra a figura. Após atingir o grande espelho, a luz é refletida por um pequeno espelho, também esférico e não plano como parece, que está a 2 m do grande. Sabendo que a luz é focalizada no vértice do grande espelho esférico, responda ao que se pede nos itens seguintes.



- O objeto no ponto F , para o pequeno espelho, é real ou virtual? Justifique sua resposta.

b) Calcule o raio de curvatura r do pequeno espelho.

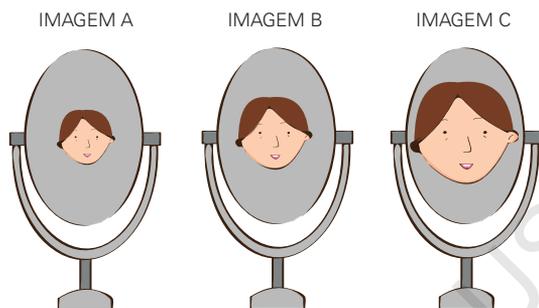
c) O pequeno espelho é côncavo ou convexo? Justifique sua resposta.

ESTUDO PARA O ENEM

18. UNESP

C5-H17

Quando entrou em uma ótica para comprar novos óculos, um rapaz deparou-se com três espelhos sobre o balcão: um plano, um esférico côncavo e um esférico convexo, todos capazes de formar imagens nítidas de objetos reais colocados à sua frente. Notou ainda que, ao se posicionar sempre a mesma distância desses espelhos, via três diferentes imagens de seu rosto, representadas na figura a seguir.



Em seguida, associou cada imagem vista por ele a um tipo de espelho e classificou-as quanto às suas naturezas.

Uma associação correta feita pelo rapaz está indicada na alternativa

- a) o espelho A é o côncavo e a imagem conjugada por ele é real.
- b) o espelho B é o plano e a imagem conjugada por ele é real.
- c) o espelho C é o côncavo e a imagem conjugada por ele é virtual.
- d) o espelho A é o plano e a imagem conjugada por ele é virtual.
- e) o espelho C é o convexo e a imagem conjugada por ele é virtual.

19. OPF-SP

C5-H17

Nos ônibus que circulam nas cidades brasileiras, é comum vermos espelhos retrovisores que não são planos. Seu objetivo é ampliar o campo de visão do motorista. Considere que um carro tenha 2 m de altura e esteja a 3 m do espelho cuja distância focal, em módulo, é 0,25 m. Qual é o tipo de espelho que está sendo utilizado no ônibus e qual o tamanho da imagem do carro?

- a) Convexo; a imagem é 13 vezes menor.
- b) Côncavo; a imagem é 13 vezes maior.
- c) Convexo; a imagem é 11 vezes menor.
- d) Côncavo; a imagem é 11 vezes menor.
- e) Convexo; a imagem é 11 vezes maior.

20. Mackenzie-SP

C5-H17

O uso de espelhos retrovisores externos convexos em automóveis é uma determinação de segurança do governo americano desde 1970, porque

- a) a imagem aparece mais longe que o objeto real, com um aumento do campo visual, em relação ao de um espelho plano.
- b) a distância da imagem é a mesma que a do objeto real em relação ao espelho, com aumento do campo visual, em relação ao de um espelho plano.
- c) a imagem aparece mais perto que o objeto real, com um aumento do campo visual, em relação ao de um espelho plano.
- d) a imagem aparece mais longe que o objeto real, com uma redução do campo visual, em relação ao de um espelho plano.
- e) a distância da imagem é maior que a do objeto real em relação ao espelho, sem alteração do campo visual, quando comparado ao de um espelho plano.

REFRAÇÃO DA LUZ

Refração da luz

O fenômeno da refração luminosa ocorre quando um raio de luz atinge a superfície de separação de um meio e atravessa-o, sofrendo alteração na velocidade de propagação. Como exemplo, podemos citar a luz passando do ar para a água nas gotas da imagem de abertura. Nessa situação, ocorre uma mudança na velocidade em que a luz se propaga, que pode estar acompanhada de um desvio na sua trajetória. O desvio, se houver, depende do ângulo de incidência do raio de luz com a reta normal, como veremos mais adiante.

A frequência da luz incidente só depende da fonte; dessa forma, permanece constante na refração. Como necessariamente temos mudança na velocidade, o comprimento de onda também se altera. De acordo com a equação fundamental da ondulatória ($v = \lambda \cdot f$), a velocidade de propagação e o comprimento de onda são diretamente proporcionais; se houver aumento na velocidade, haverá aumento no comprimento de onda, e o mesmo ocorrerá caso haja diminuição.

Refração é a alteração provocada na velocidade de propagação da luz, quando esta muda de meio.

Observação

Toda refração é acompanhada por uma reflexão, pois parte da luz incidente retorna ao meio original.

Índice de refração

ÍNDICE DE REFRAÇÃO ABSOLUTO

Uma das formas de caracterizar um determinado meio de propagação da luz, como o ar ou a água, é estabelecendo como ele afeta sua velocidade de propagação. Dessa forma, o **índice de refração absoluto de um meio (n)** estabelece uma comparação entre a velocidade de propagação da luz no meio (v) e a da luz no vácuo (c). Ele pode ser calculado pela razão entre as duas velocidades.

$$n = \frac{c}{v}$$

Na equação anterior, o valor de n deverá ser maior ou igual a um, pois o maior valor de v possível é a própria velocidade da luz c , que ocorre quando o meio em que ela se propaga é o vácuo. Qualquer outro meio de propagação terá, portanto, índice de refração absoluto maior que um. Por exemplo, no ar, o índice de refração (0 °C e 1 atm) é aproximadamente 1,0000292, logo, para efeitos didáticos, utilizaremos 1. Desse modo, consideremos que a luz se propaga no ar com a mesma velocidade com que se propaga no vácuo ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s). Já para a água (20 °C e 1 atm), o valor

- Índice de refração
- Leis da refração
- Ângulo limite
- Reflexão total
- Dioptros planos
- Lâmina de faces paralelas

HABILIDADES

- Descrever fenômenos ondulatórios, como reflexão e refração.
- Reconhecer as características de propagação e os fenômenos de refração e reflexão da luz em meios materiais.
- Aplicar os conceitos de reflexão e refração para a compreensão de fenômenos ondulatórios em situações diversas.
- Aplicar as leis de Snell-Descartes em situações que envolvem refração.
- Reconhecer situações em que ocorre reflexão total, relacionando os índices de refração dos meios envolvidos.

é aproximadamente 1,33, ou seja, a luz propaga-se no vácuo com uma velocidade 33,3% maior que na água. Segue tabela para alguns meios materiais.

Meio material	n
Ar seco (0 °C, 1 atm)	≈ 1 (1,000292)
Gás carbônico (0 °C, 1atm)	≈ 1 (1,00045)
Gelo (-8 °C)	1,310
Água (20 °C)	1,333
Etanol (20 °C)	1,362
Glicerina	1,470
Monoclorobenzeno	1,527
Vidros	de 1,4 a 1,7
Diamante	2,417

ÍNDICE DE REFRAÇÃO RELATIVO

Quando estamos comparando o comportamento da luz em dois meios, por exemplo, ar-água ou água-diamante, é útil trabalhar com o **índice de refração relativo**. Esse índice estabelece uma comparação direta entre os meios em questão; logo, pode ser calculado pela razão entre os índices de refração absoluto dos dois meios quaisquer.

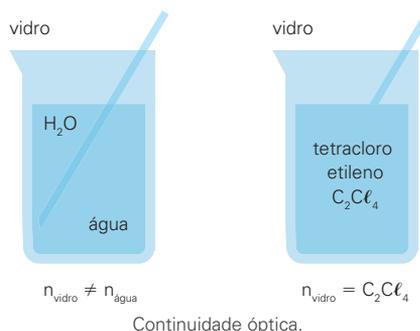
$$n_{A,B} = \frac{n_A}{n_B}$$

A equação anterior permite calcular o índice de refração do meio A em relação ao meio B, por exemplo, o $n_{\text{ar-água}}$.

Caso o índice de refração relativo seja:

- menor que 1, dizemos que o meio A é menos refringente que o meio B ($n_A < n_B$).
- maior que 1, dizemos que o meio A é mais refringente que o meio B ($n_A > n_B$).
- igual a 1, dizemos que o meio A é tão refringente quanto o meio B ($n_A = n_B$).

Quando o índice de refração relativo é igual a 1, podemos dizer que existe continuidade óptica entre os meios.



Na água, é possível enxergar o bastão de vidro, pois os índices de refração absolutos são diferentes. Como os índices de refração absolutos do tetracloreto de etileno e do bastão de vidro são iguais, o índice de refração relativo será 1; assim, não será possível distinguir o vidro do bastão e o tetracloreto de etileno, caracterizando a continuidade óptica.

Leis da refração

As leis da refração também são consequências do princípio do tempo mínimo, apresentado no módulo sobre espelhos planos.

Primeira lei: o raio incidente (RI), o raio refratado (RR) e a reta normal (N) são coplanares.

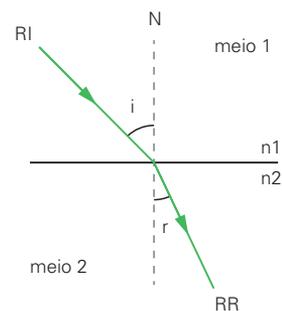
De acordo com a primeira lei, RI, RR e N são coplanares, ou seja, estão em um mesmo plano, por exemplo, o plano da folha. O ângulo de incidência (i) é formado entre o raio incidente e a reta normal (N); o ângulo de refração (r) é formado entre o raio refratado e a reta normal (N).

Segunda lei: o produto do índice de refração, do meio pelo qual a luz incide, pelo seno do ângulo de incidência (i), é igual ao produto do índice de refração, do meio pelo qual a luz refrata pelo seno do ângulo de refração (r).

A segunda lei, também conhecida como lei de Snell-Descartes, pode ser escrita em forma de equação.

$$n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r$$

Lei de Snell-Descartes



CONSEQUÊNCIAS DA LEI DE SNELL-DSCARTES

$0^\circ < i < 90^\circ$	$0^\circ < i < 90^\circ$	$i = 0^\circ$
Se $n_1 < n_2$, o meio 2 é mais refringente que o meio 1, portanto, o raio de luz aproxima-se da reta normal ($r < i$).	Se $n_1 > n_2$, o meio 1 é mais refringente que o meio 2, portanto, o raio de luz afasta-se da reta normal ($r > i$).	Se a incidência for normal, não haverá desvio do raio refratado.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. EEAR-SP – O vidro tem índice de refração absoluto igual a 1,5. Sendo a velocidade da luz no ar e no vácuo aproximadamente igual a $3 \cdot 10^8$ m/s, pode-se calcular que a velocidade da luz no vidro é igual a

- a) $2 \cdot 10^8$ m/s.
- b) $2 \cdot 10^8$ km/s.**
- c) $4,5 \cdot 10^8$ m/s.
- d) $4,5 \cdot 10^8$ km/s.

Resolução

$$n = \frac{c}{v}$$

$$1,5 = \frac{3 \cdot 10^8}{v}$$

$$v = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5}$$

$$v = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 2 \cdot 10^5 \text{ km/s}$$

2. PUC-RJ – Um feixe luminoso proveniente de um *laser* propaga-se no ar e incide sobre a superfície horizontal da água fazendo um ângulo de 45° com a vertical. O ângulo que o feixe refratado forma com a vertical é

Dados:

Índice de refração no ar: 1,0

Índice de refração na água: 1,5

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{1}{2} \quad \text{sen } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{sen } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

- a)** menor que 30° .
- b)** maior que 30° e menor que 45° .
- c)** igual a 45° .
- d)** maior que 45° e menor que 60° .
- e)** maior que 60° .

Resolução

$$n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r$$

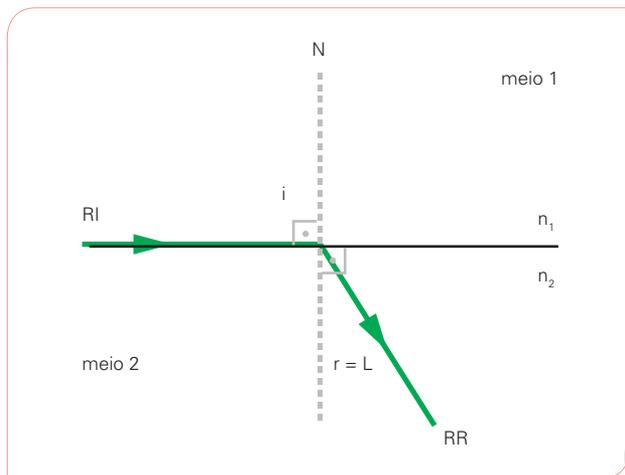
$$1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{2} \cdot \text{sen } r$$

$$\text{sen } r = \frac{\sqrt{2}}{3} \approx 0,47$$

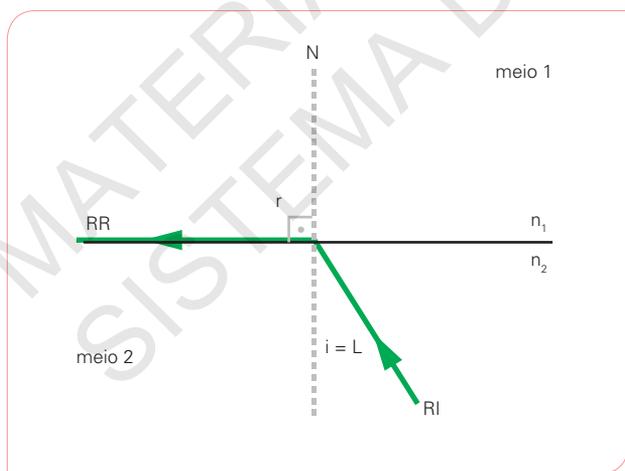
$$r < 30^\circ$$

Ângulo limite

Para estudar o fenômeno da reflexão total, primeiramente, vamos estudar o conceito de ângulo limite para a refração. De acordo com lei de Snell-Descartes, quando a luz incide de um meio menos refringente para outro mais refringente, o ângulo de incidência sempre será maior que o ângulo de refração (a luz aproxima-se da normal). O ângulo máximo de incidência é de 90° , logo o ângulo máximo de refração será menor que 90° . A esse ângulo de refração, que é obtido quando a luz incide de forma rasante, chamamos de **ângulo limite de refração (L)**.



Vamos considerar agora que a luz se propague do meio mais refringente em direção ao meio menos refringente. Nesse caso, segundo a lei de Snell-Descartes, o ângulo de incidência será menor que o de refração (a luz afasta-se da normal). O máximo valor possível para o ângulo de refração será de 90° , logo o ângulo de incidência será menor que 90° . Esse ângulo corresponde ao máximo ângulo de incidência para que ocorra refração (rasante), então ele também pode ser denominado de ângulo limite de incidência.



A fim de determinar esse ângulo limite de incidência, vamos aplicar a lei de Snell-Descartes, para o caso de a luz incidir do meio mais refringente (n_{maior}) para o meio menos refringente (n_{menor}).

$$n_2 \cdot \sin L = n_1 \cdot \sin 90^\circ$$

$$\frac{\sin L}{1} = \frac{n_1}{n_2}$$

Como $n_2 > n_1$, podemos escrever:

$$\sin L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}} \text{ ou } L = \text{arc sen} \left(\frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}} \right)$$

Observação

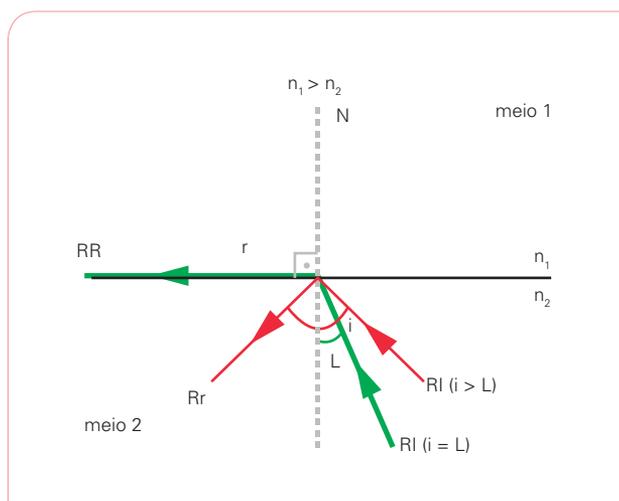
Obteríamos resultado análogo caso tivéssemos utilizado a luz se propagando do meio menos refringente para o meio mais refringente.

O ângulo limite de incidência para ocorrer refração, quando a luz se propaga do meio mais refringente para o menos refringente, é o máximo ângulo de incidência.

Reflexão total

No tópico anterior, vimos que existe um ângulo limite de incidência para que ocorra refração. Esse ângulo só é menor que 90° , quando a luz se propaga do meio mais refringente para o meio menos refringente. No entanto, é possível que o ângulo de incidência da luz seja maior que esse limite. Caso isso ocorra, não haverá refração no raio de luz, mas sim **reflexão total**.

A reflexão total é um fenômeno que ocorre com a luz quando ela atinge a interface de separação de dois meios, fazendo um ângulo de incidência, com a reta normal, maior que o ângulo limite. Dessa forma, a luz retorna ao meio de origem, respeitando as leis da reflexão.



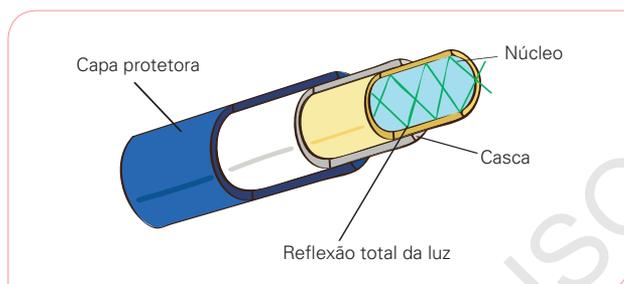
Logo, duas condições são necessárias para que ocorra reflexão total:

- 1ª A luz propague-se do meio mais refringente (n_{maior}) para o meio menos refringente (n_{menor}).
- 2ª O ângulo de incidência da luz (i) deve ser maior que o ângulo limite (L).

APLICAÇÕES DA REFLEXÃO TOTAL

A reflexão total pode explicar como os dados viajam em altas velocidades através de fibras ópticas e a formação da miragem, que foi apresentada na foto de abertura.

No caso da fibra óptica, primeiramente, devemos converter o sinal elétrico em luminoso, em um aparelho chamado fotoemissor. Esse aparelho emite um feixe de luz que sofrerá sucessivas reflexões totais. Isso é possível porque o material da casca possui um índice de refração menor que o do núcleo.



As principais vantagens da utilização de fibras ópticas em relação aos cabos tradicionais de cobre são: aumento significativo na velocidade e na quantidade de transmissão de dados e o fato de as fibras não sofrerem interferências eletromagnéticas.

As miragens também são decorrentes da reflexão total. Existem dois tipos de miragens: as inferiores, como a da imagem da abertura, e as superiores.

As miragens ocorrem porque os índices de refração dependem da temperatura. Dessa forma, o ar que está em contato com o solo, na miragem inferior, tem maior temperatura e menor índice de refração que a camada de ar logo acima. Assim, a luz do Sol, proveniente de uma camada de ar mais fria (mais refringente), ao atingir uma camada de ar mais quente (menos refringente), pode sofrer reflexão total, quando o ângulo de incidência é maior que o ângulo limite.

Para formar uma imagem, o cérebro recebe inúmeros raios de luz; dessa forma, ele obtém raios provenientes do céu e os raios provenientes da reflexão total. Nosso cérebro também interpreta que os raios de luz se propagam em linha reta, assim, temos a impressão de que eles provêm de uma imagem do céu no asfalto, que confundimos com água, em razão do brilho intenso. Se os raios de luz que sofrem reflexão total forem provenientes do topo de uma montanha, veremos uma imagem invertida dela.



Miragem inferior.

Na imagem anterior, podemos ver tanto o efeito ilusório de água quanto a miragem da montanha invertida.

Já na miragem do tipo superior ou marítima, o ar mais quente (menos refringente) está na parte de cima, pois o ar em contato com o mar está mais frio (mais refringente). Dessa forma, um observador pode receber novamente tanto os raios provenientes do objeto quanto os provenientes da reflexão total. Mas, em razão da inversão nas temperaturas, das camadas de ar, a miragem forma-se no céu. Essas miragens podem ter originado a lenda dos navios fantasmas.

Em uma situação muito rara, camadas de ar frio e camadas de ar quente, trazidas provavelmente por ventos terrestres, podem se alternar. Dessa forma, as imagens direitas e invertidas dos objetos podem formar uma grande estrutura no horizonte. Esse fenômeno ficou conhecido como **Fata Morgana**. Especula-se que um fenômeno desse tipo pode ter encoberto o *iceberg* que causou o famoso naufrágio do navio Titanic em 1912.

Diopetro plano

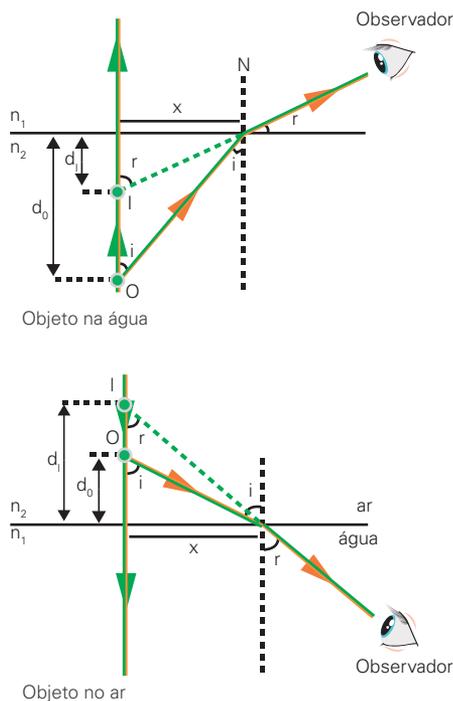
Ao observar peixes em um aquário ou em um lago tranquilo, você está vendo um diopetro plano.



Aquário em um shopping de Dubai.

Quando a luz percorre dois meios homogêneos e transparentes, separados por uma superfície plana, podemos dizer que ela atravessou um **diopetro plano**.

Vamos analisar o que ocorre com a luz no dióptro plano ar-água.



Vamos aplicar a lei de Snell-Descartes para o primeiro caso, no qual o observador recebe a luz proveniente de um objeto na água, como o peixe de um lago.

$$n_{\text{água}} \cdot \text{sen } i = n_{\text{ar}} \cdot \text{sen } r$$

Podemos generalizar essas equações ao perceber que, no primeiro caso, o n_{ar} corresponde ao índice de refração do meio do observador e $n_{\text{água}}$ é índice de refração do meio do objeto. No segundo caso, o n_{ar} corresponde ao índice de refração do meio do objeto e $n_{\text{água}}$ é índice de refração do meio do observador. Logo, para ambos os casos:

$$\frac{d_1}{d_0} = \frac{n_{\text{observador}}}{n_{\text{objeto}}}$$

Nessa equação, d_1 é a distância da imagem até a superfície de separação e d_0 é a distância do objeto até a superfície de separação.

Lâminas de faces paralelas

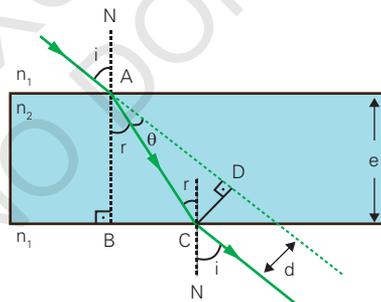
Ao observar objetos através de uma janela, estamos olhando uma lâmina de faces paralelas.



BALLUNI/ISTOCKPHOTO

Vista de uma janela.

Quando a luz percorre dois ou três meios homogêneos e transparentes, separados por superfícies planas, podemos dizer que ela atravessou uma **lâmina de faces paralelas**. Vamos analisar o que ocorre com a luz na lâmina ar-vidro-ar, como a da janela da figura anterior.



$$d = \frac{e \cdot \text{sen}(i - r)}{\text{cos } r}$$

Observação

No caso de o terceiro meio ser diferente do primeiro, os raios incidente e emergente não serão paralelos

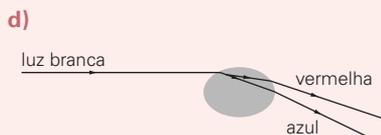
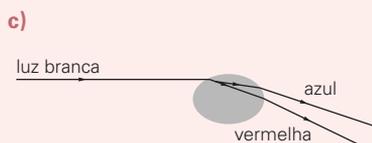
EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. UFMG – Um arco-íris forma-se devido à dispersão da luz do Sol em gotas de água na atmosfera.

Após incidir sobre gotas de água na atmosfera, raios de luz são refratados; em seguida, eles são totalmente refletidos e novamente refratados. Sabe-se que o índice de refração da água para a luz azul é maior que para a luz vermelha.

Considerando essas informações, assinale a alternativa em que estão mais bem representados os fenômenos que ocorrem em uma gota de água e dão origem a um arco-íris.





Resolução

De acordo com a lei de Snell: $\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_{\text{gota}}}{n_{\text{ar}}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{sen } r = \frac{n_{\text{ar}} \cdot \text{sen } i}{n_{\text{gota}}}$$

Como o índice de refração da gota é maior para a luz azul, essa radiação apresenta menor ângulo de refração ($r_a < r_v$), ou seja, sofre maior desvio ao se refratar.

4. FEI-SP – Numa aula de natação, o professor atira uma moeda na água e pede a um de seus alunos que vá buscá-la. O aluno observa a moeda e estima que a profundidade da piscina seja 1,5 m. Na verdade, a profundidade da piscina, em m, é

Dados: $n_{\text{ar}} = 1$ e $n_{\text{água}} = \frac{4}{3}$

a) 0,500

b) 1,125

c) 1,200

d) 2,500

e) 2,000

Resolução

$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{n_{\text{observador}}}{n_{\text{objeto}}}$$

$$\frac{1,5}{d_o} = \frac{1}{\frac{4}{3}}$$

$$d_o = 2 \text{ m}$$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

Refração

Refração é a alteração provocada na velocidade de propagação da luz quando esta muda de meio.

O índice de refração absoluto de um meio (n) estabelece uma comparação entre a velocidade de propagação da luz no meio (v) e a da luz no vácuo (c).

O índice de refração relativo estabelece uma comparação direta entre dois meios.

Primeira lei da refração: o raio incidente (RI), o raio refratado (RR) e a reta normal (N) são coplanares.

Segunda lei da refração :

$$n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r$$

Se $n_1 < n_2$, o meio 2 é mais refringente que o meio 1, portanto, o raio de luz aproxima-se da reta normal ($r < i$).

Se $n_1 > n_2$, o meio 1 é mais refringente que o meio 2, portanto, o raio de luz afasta-se da reta normal ($r > i$).

ROTEIRO DE AULA

Refração

O ângulo limite é o máximo ângulo de incidência para que ainda ocorra refração, quando a luz se propaga do meio mais refringente para o menos refringente.

1ª condição para reflexão total: que a luz propague-se do meio mais refringente (n_{maior}) para o meio menos refringente (n_{menor}).

2ª condição para reflexão total: o ângulo de incidência da luz (i) deve ser maior que o ângulo limite (L).

Um dioptra plano é caracterizado por dois meios homogêneos e transparentes , separados por uma superfície plana.

A lâmina de faces paralelas é caracterizada por dois ou três meios homogêneos e transparentes, separados por superfícies planas.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. PUC-RJ (adaptado) – Sabendo que a velocidade de uma onda eletromagnética em um meio é dada por $1,2 \cdot 10^8$ m/s, qual é o índice de refração desse meio?

Considere: velocidade da luz no vácuo $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s

O índice de refração absoluto n é a razão entre a velocidade da luz c em um dado meio e a velocidade da onda eletromagnética v nesse meio.

$$n = \frac{c}{v}$$

Usando os valores fornecidos, temos:

$$n = \frac{3,0 \cdot 10^8}{1,2 \cdot 10^8} = 2,5$$

2. Mackenzie-SP (adaptado) – Um raio de luz monocromática de frequência $f = 1,0 \cdot 10^{15}$ Hz, com velocidade $v = 3,0 \cdot 10^5$ km/s, que se propaga no ar, cujo índice de refração é igual a 1, incide sobre uma lâmina de vidro ($n_{\text{vidro}} = \sqrt{2}$), formando um ângulo 45° com a superfície da lâmina. Encontre o seno do ângulo de refração.

Usando a lei de Snell:

$$n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r$$

$$1 \cdot \text{sen } 45^\circ = \sqrt{2} \cdot \text{sen } r$$

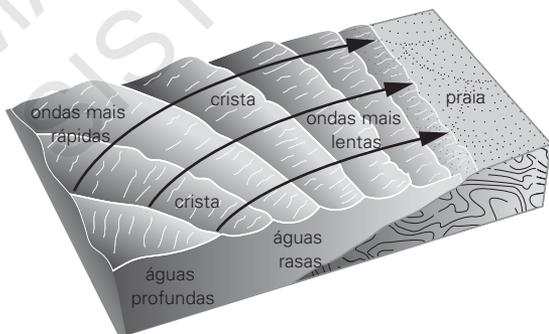
$$1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \cdot \text{sen } r$$

$$\text{sen } r = \frac{1}{2}$$

3. UNESP

C1-H1

A figura representa ondas chegando a uma praia. Observa-se que, à medida que se aproximam da areia, as cristas vão mudando de direção, tendendo a ficar paralelas à orla. Isso ocorre devido ao fato de que a parte da onda que atinge a região mais rasa do mar tem sua velocidade de propagação diminuída, enquanto a parte que se propaga na região mais profunda permanece com a mesma velocidade até alcançar a região mais rasa, alinhando-se com a primeira parte.



O que foi descrito no texto e na figura caracteriza um fenômeno ondulatório chamado

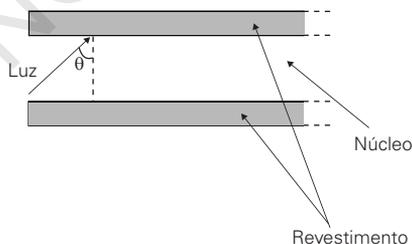
- a) reflexão.
b) difração.
c) refração.
d) interferência.
e) polarização.

Consideram-se as partes fundas e rasas como meios diferentes em razão da mudança na velocidade de propagação da onda quando ela passa de um para outro. Logo, a passagem de uma onda para meio diferente chama-se refração.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

4. Fuvest-SP – Uma fibra ótica é um guia de luz, flexível e transparente, cilíndrico, feito de sílica ou polímero, de diâmetro não muito maior que o de um fio de cabelo, usado para transmitir sinais luminosos a grandes distâncias, com baixas perdas de intensidade. A fibra ótica é constituída de um núcleo, por onde a luz se propaga, e de um revestimento, como esquematizado na figura a seguir (corte longitudinal). Sendo o índice de refração do núcleo 1,60 e o do revestimento, 1,45, o menor valor do ângulo de incidência θ do feixe luminoso, para que toda a luz incidente permaneça no núcleo, é, aproximadamente,



Note e adote

θ (graus)	sen θ	cos θ
25	0,42	0,91
30	0,50	0,87
45	0,71	0,71
50	0,77	0,64
55	0,82	0,57
60	0,87	0,50
65	0,91	0,42

$$n_1 \cdot \text{sen } \theta_1 = n_2 \cdot \text{sen } \theta_2$$

- a) 45° b) 50° c) 55° d) 60° **e) 65°**

Aplicando a lei de Snell para ângulo limite

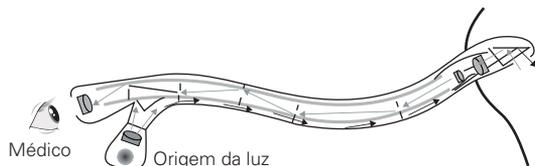
$$n_{\text{núcleo}} \text{sen } \theta = n_{\text{revest}} \text{sen } 90^\circ$$

$$\text{sen } \theta = \frac{n_{\text{revest}}}{n_{\text{núcleo}}} = \frac{1,45}{1,60}$$

$$\text{sen } \theta = 0,91$$

Pela tabela: $\theta = 65^\circ$.

5. Acafe-SC – O uso de fibras ópticas em aplicações médicas tem evoluído bastante desde as aplicações pioneiras do Fiberscope, em que um feixe de fibras de vidro servia basicamente para iluminar e observar órgãos no interior do corpo humano. Hoje em dia, tem-se uma variedade de aplicações de sistemas sensores com fibras ópticas em diagnóstico e cirurgia.



Assinale a alternativa **correta** que completa as lacunas das frases a seguir.

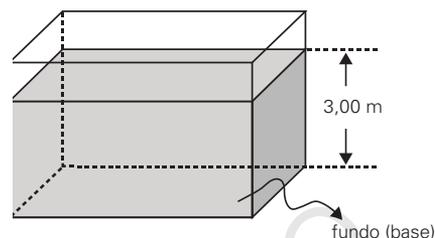
O princípio é que, quando lançado um feixe de luz numa extremidade da fibra, e pelas características ópticas do meio (fibra), esse feixe percorre a fibra por meio de _____ sucessivas. A fibra possui no mínimo duas camadas: o núcleo (filamento de vidro) e o revestimento (material eletricamente isolante). No núcleo, ocorre a transmissão da luz propriamente dita. A transmissão da luz dentro da fibra é possível graças a uma diferença de índice de _____ entre o revestimento e o núcleo, e o núcleo possui sempre um índice de refração mais elevado, característica que, aliada ao ângulo de _____ do feixe de luz, possibilita o fenômeno da _____ total.

- a) refrações – refração – incidência – reflexão
- b) reflexões – refração – incidência – reflexão**
- c) reflexões – incidência – refração – refração
- d) interferências – refração – incidência – reflexão

O feixe de luz percorre a fibra por meio de reflexões sucessivas, sendo possível por causa da diferença entre os índices de refração do revestimento e do núcleo. Em razão do ângulo de incidência dos feixes de luz, é possível a ocorrência do fenômeno da reflexão total.

6. Mackenzie-SP

Certa piscina contém água, de índice de refração absoluto igual a $\frac{4}{3}$, e sua base se encontra 3,00 m abaixo da superfície livre.



Quando uma pessoa, na beira da piscina, olha perpendicularmente para seu fundo (base), terá a impressão de vê-lo

Dado: Índice de refração absoluto do ar $n = 1$

- a) 2,25 m mais próximo, em relação à profundidade real.
- b) 1,33 m mais próximo, em relação à profundidade real.
- c) 0,75 m mais próximo, em relação à profundidade real.**
- d) 1,33 m mais distante, em relação à profundidade real.
- e) 0,75 m mais distante, em relação à profundidade real.

$$\frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{água}}} = \frac{h_1}{h_0}$$

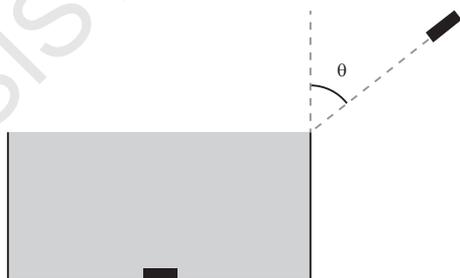
$$\frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{h_1}{3}$$

$$h_1 = 2,25 \text{ m.}$$

Portanto, a imagem é sobrelevada de 0,75 m.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Fuvest-SP – Uma moeda está no centro do fundo de uma caixa d'água cilíndrica de 0,87 m de altura e base circular com 1,0 m de diâmetro, totalmente preenchida com água, como esquematizado na figura.



Se um feixe de luz *laser* incidir em uma direção que passa pela borda da caixa, fazendo um ângulo θ com a vertical, ele só poderá iluminar a moeda se

Note e adote:

Índice de refração da água: 1,4

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)$$

$$\sin(20^\circ) = \cos(70^\circ) = 0,35$$

$$\sin(30^\circ) = \cos(60^\circ) = 0,50$$

$$\sin(45^\circ) = \cos(45^\circ) = 0,70$$

$$\sin(60^\circ) = \cos(30^\circ) = 0,87$$

$$\sin(70^\circ) = \cos(20^\circ) = 0,94$$

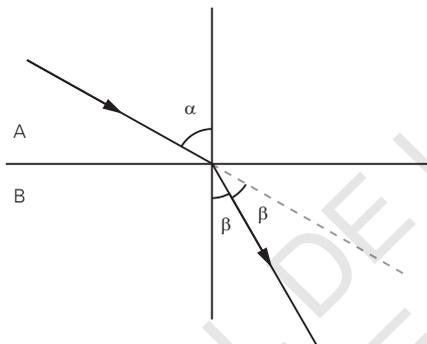
- a) $\theta = 20^\circ$**

- b) $\theta = 30^\circ$
 c) $\theta = 45^\circ$
 d) $\theta = 60^\circ$
 e) $\theta = 70^\circ$

8. Um raio de luz passa do ar para a água, após atingir a superfície da água com um ângulo de incidência de 45° . Quando entra na água, quais das seguintes propriedades da luz variam?

- I. Comprimento de onda
 II. Frequência
 III. Velocidade de propagação
 IV. Direção de propagação

- a) I e II, somente
 b) II, III e IV, somente
 c) I, III e IV, somente
 d) III e IV, somente
 e) I, II, III e IV
9. **Ibmec-SP** – Um raio de luz monocromática propaga-se do meio A para o meio B, de tal forma que o ângulo de refração β vale a metade do ângulo de incidência α . Se o índice de refração do meio A vale 1 e o $\sin \beta = 0,5$, o índice de refração do meio B vale

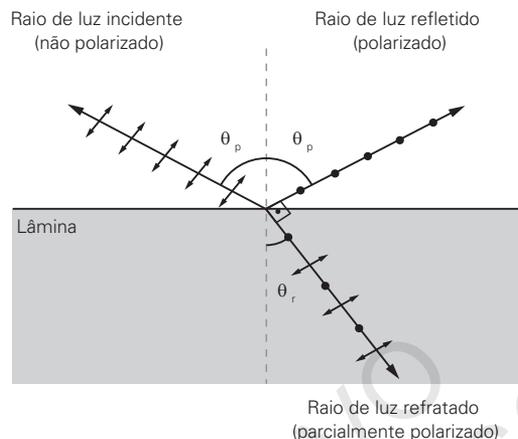


- a) $\sqrt{2}$
 b) 3
 c) $\sqrt{3}$
 d) 0,75
 e) 0,5

10. **Enem**

C1-H1

A fotografia feita sob luz polarizada é usada por dermatologistas para diagnósticos. Isso permite ver detalhes da superfície da pele que não são visíveis com o reflexo da luz branca comum. Para se obter luz polarizada, pode-se utilizar a luz transmitida por um polaroide ou a luz refletida por uma superfície na condição de Brewster, como mostra a figura. Nessa situação, o feixe da luz refratada forma um ângulo de 90° com o feixe da luz refletida, fenômeno conhecido como lei de Brewster. Nesse caso, o ângulo da incidência θ_p , também chamado de ângulo de polarização, e o ângulo de refração θ_r , estão em conformidade com a lei de Snell.

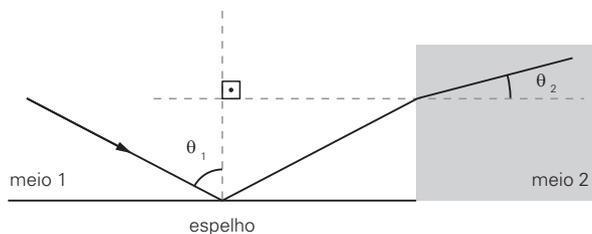


Considere um feixe de luz não polarizada proveniente de um meio com índice de refração igual a 1, que incide sobre uma lâmina e faz um ângulo de refração θ de 30° .

Nessa situação, qual deve ser o índice de refração da lâmina para que o feixe refletido seja polarizado?

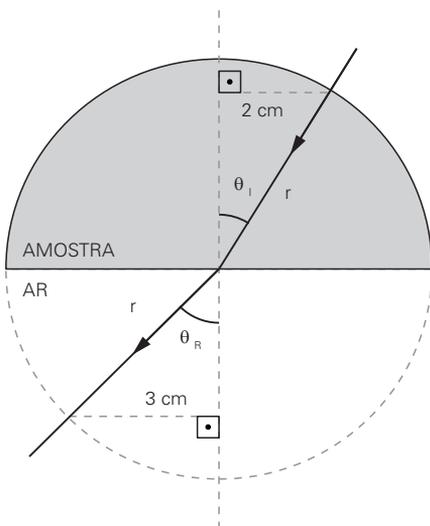
- a) $\sqrt{3}$
 b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 c) 2
 d) $\frac{1}{2}$
 e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. **UFPR** – Um feixe de luz incide num espelho plano fazendo um ângulo $\theta_1 = 60^\circ$ com a normal ao espelho, propagando-se pelo ar (meio 1). O feixe refletido propaga-se no meio 1 e incide na interface entre o meio 1 e o meio 2, onde sofre refração. O feixe refratado sai com ângulo θ_2 com relação à normal à interface, conforme mostra a figura a seguir. As duas normais são perpendiculares entre si. Sabe-se que o índice de refração do ar vale $n_1 = 1$, que $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, que $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e que $\sin \theta_2 = \frac{1}{5}$ e $\cos \theta_2 = \frac{2\sqrt{6}}{5}$. Além disso, a velocidade da luz no meio 1 é $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s.



Levando em consideração os dados apresentados, determine o valor da velocidade da luz no meio 2.

12. Fatec-SP – Durante um ensaio com uma amostra de um material transparente e homogêneo, um aluno do curso de Materiais da Fatec precisa determinar de que material a amostra é constituída. Para isso, ele utiliza o princípio da refração, fazendo incidir sobre uma amostra semicircular, de raio r , um feixe de *laser* monocromático, conforme a figura.



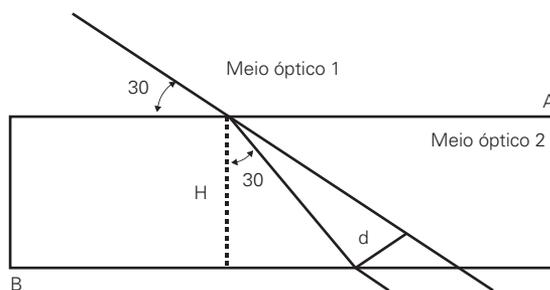
Material	n
ar	1,00
resina	1,50
policarbonato	1,59
cristal dopado	1,60
cristal de titânio	1,71
cristal de lantânio	1,80

Utilizando os dados da figura e as informações apresentadas na tabela de referência, podemos concluir corretamente que o material da amostra é

Lembre-se de que: $n_I \cdot \sin \theta_I = n_R \cdot \sin \theta_R$

- cristal de lantânio.
- cristal de titânio.
- cristal dopado.
- policarbonato.
- resina.

13. Unitau-SP – Um raio luminoso viaja no meio óptico 1 e atinge a superfície A que divide os dois meios ópticos da figura a seguir. Consequentemente, devido aos dois meios ópticos serem totalmente distintos, o raio luminoso sofre uma refração, passando a viajar no meio óptico 2, que tem espessura H . Alcançando a superfície B, refrata mais uma vez, passando a viajar no meio óptico 1.

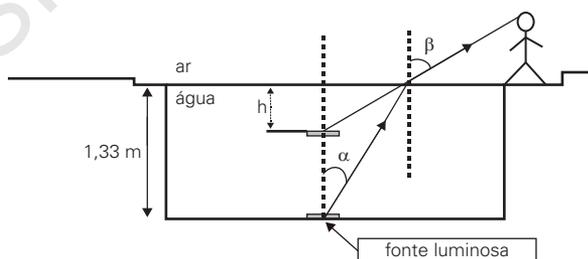


Com relação à figura proposta, é correto afirmar que o desvio lateral d do raio incidente com o refratado é

- $\frac{H}{\sqrt{3}}$
- $2 \cdot \frac{H}{\sqrt{3}}$
- $H \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $H \cdot \sqrt{3}$
- $H \cdot \sqrt{2}$

14. Espcex-SP – Uma fonte luminosa está fixada no fundo de uma piscina de profundidade igual a 1,33 m.

Uma pessoa na borda da piscina observa um feixe luminoso monocromático, emitido pela fonte, que forma um pequeno ângulo α com a normal da superfície da água, e que, depois de refratado, forma um pequeno ângulo β com a normal da superfície da água, conforme o desenho.



desenho ilustrativo - fora de escala

A profundidade aparente “ h ” da fonte luminosa vista pela pessoa é de

Dados: sendo os ângulos α e β pequenos, considere $\text{tg } \alpha \cong \sin \alpha$ e $\text{tg } \beta \cong \sin \beta$.

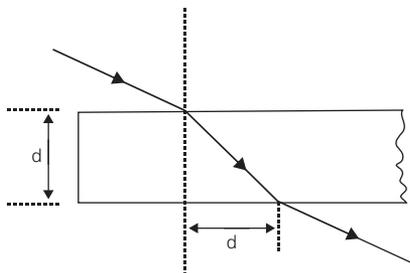
índice de refração da água: $n_{\text{água}} = 1,33$

índice de refração do ar: $n_{\text{ar}} = 1$

- 0,80 m.
- 1,00 m.
- 1,10 m.
- 1,20 m.
- 1,33 m.

15. FMP-RJ – A figura a seguir ilustra um raio monocromático que se propaga no ar e incide sobre uma lâmina de faces paralelas, delgada e de espessura d com ângulo de incidência igual a 60° . O raio sofre refração, propaga-se no interior da lâmina e, em seguida, volta a se propagar no ar.

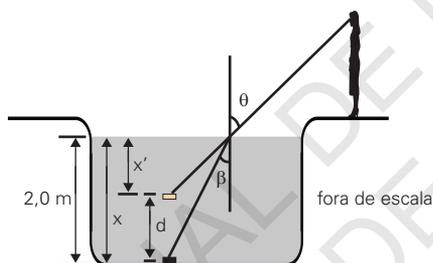
Se o índice de refração do ar é 1, então o índice de refração do material da lâmina é



a) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ e) $\sqrt{3}$

b) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ d) $\sqrt{6}$

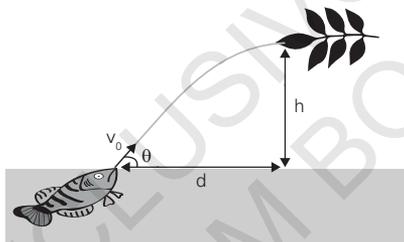
16. Famerp-SP – Uma pessoa observa uma moeda no fundo de uma piscina que contém água até a altura de 2,0 m. Devido à refração, a pessoa vê a imagem da moeda acima da sua posição real, como ilustra a figura. Considere os índices de refração absolutos do ar e da água iguais a 1,0 e $\frac{4}{3}$, respectivamente.



a) Considerando $\sin \theta = 0,80$, qual o valor do seno do ângulo β ?

b) Determine quantos centímetros acima da posição real a pessoa vê a imagem da moeda.

17. UFG-GO – Os peixes da família Toxotidae, pertencentes à ordem dos Perciformes, naturais da Ásia e da Austrália, são encontrados em lagoas e no litoral. Eles são vulgarmente chamados de peixes-arqueiros pela peculiar técnica de caça que utilizam. Ao longo da evolução, tais peixes desenvolveram a extraordinária habilidade de atingir suas presas, geralmente insetos que descansam sobre ramos ou folhas próximos à superfície da água, por meio de um violento jato de água disparado pela boca. Para acertar seus alvos com tais jatos de água, instintivamente, os peixes levam em conta tanto a refração da água quanto o ângulo de saída do jato em relação à superfície da água. Conforme o exposto, considere um peixe-arqueiro que aviste um inseto a uma distância d e uma altura h , como indicado na figura.



Para os casos em que $h = d$, calcule a distância horizontal aparente, ou seja, a distância da presa percebida pelo peixe-arqueiro devido à refração, supondo que a água possua um índice de refração $n = \sqrt{2}$.

Dados:

$$n_{\text{ar}} = 1$$

$$n_{\text{água}} = \sqrt{2}$$

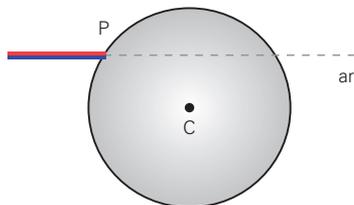
$$h = d \Rightarrow \theta = 45^\circ.$$

ESTUDO PARA O ENEM

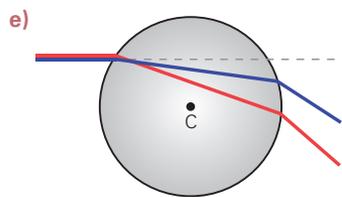
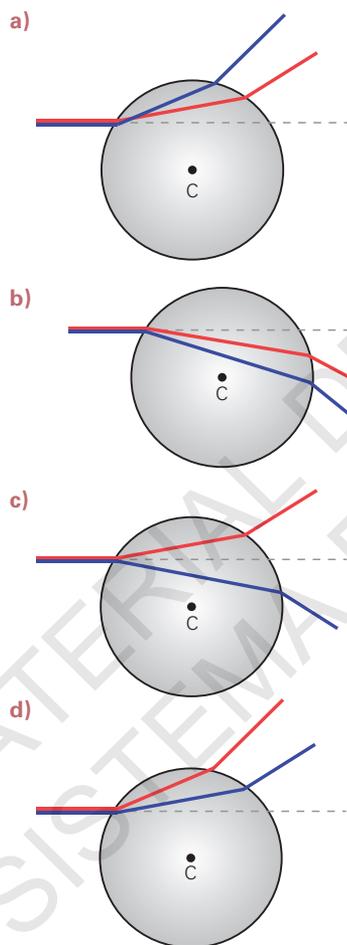
18. Famerp-SP

C1-H1

Dois raios de luz monocromáticos provenientes do ar, um azul e o outro vermelho, incidem no ponto P da superfície de uma esfera maciça de centro C, paralelos um ao outro, na direção da linha tracejada indicada na figura. A esfera é feita de vidro transparente e homogêneo.



Se o índice de refração absoluto do vidro é maior para a cor azul do que para a vermelha e se não houve reflexão total dentro da esfera, a figura que representa corretamente a trajetória desses raios desde a sua incidência no ponto P até a sua emergência da esfera está indicada em



19. Enem

C1-H1

A banda larga brasileira é lenta. No Japão, já existem redes de fibras ópticas que permitem acessos à internet com velocidade de 1 gigabit por segundo (Gbps), o suficiente para baixar em um minuto, por exemplo, 80 filmes. No Brasil, a maioria das conexões ainda é de 1 megabit por segundo (Mbps), ou seja, menos de um milésimo dos acessos mais rápidos do Japão. A fibra óptica é composta basicamente de um material dielétrico (sílica ou plástico), segundo uma estrutura cilíndrica, transparente e flexível. Ela é formada de uma região central envolta por uma camada, também de material dielétrico, com índice de refração diferente ao do núcleo. A transmissão em uma fibra óptica acontecerá de forma correta se o índice de refração do núcleo, em relação ao revestimento, for

- a) superior e ocorrer difração.
- b) superior e ocorrer reflexão interna total.
- c) inferior e ocorrer reflexão interna parcial.
- d) inferior e ocorrer interferência destrutiva.
- e) inferior e ocorrer interferência construtiva.

20. Enem

C1-H1

Uma proposta de dispositivo capaz de indicar a qualidade da gasolina vendida em postos e, conseqüentemente, evitar fraudes, poderia utilizar o conceito de refração luminosa. Nesse sentido, a gasolina não adulterada, na temperatura ambiente, apresenta razão entre os senos dos raios incidente e refratado igual a 1,4. Desse modo, fazendo incidir o feixe de luz proveniente do ar com um ângulo fixo e maior que zero, qualquer modificação no ângulo do feixe refratado indicará adulteração no combustível.

Em uma fiscalização rotineira, o teste apresentou o valor de 1,9. Qual foi o comportamento do raio refratado?

- a) Mudou de sentido.
- b) Sofreu reflexão total.
- c) Atingiu o valor do ângulo limite.
- d) Direcionou-se para a superfície de separação.
- e) Aproximou-se da normal à superfície de separação.

9

TIPOS DE LENTES E SUAS PROPRIEDADES

- Tipos de lentes
- Lentes de bordas finas
- Lentes de bordas grossas
- Lente delgada
- Condições de nitidez de Gauss
- Elementos das lentes esféricas
- Propriedades dos raios luminosos

HABILIDADES

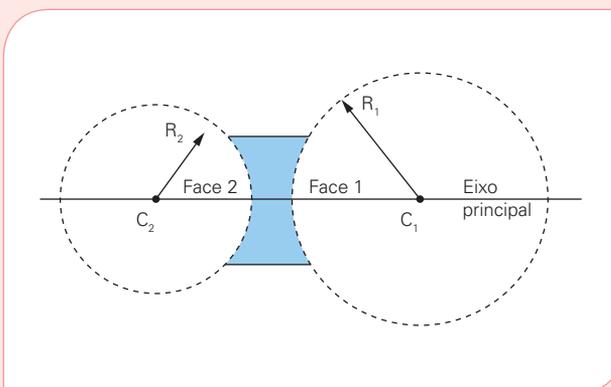
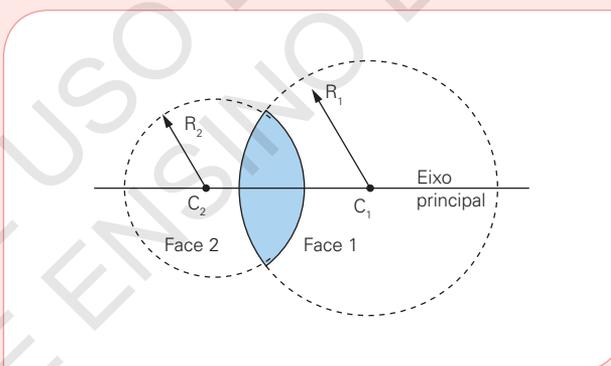
- Classificar os tipos de lentes.
- Conhecer a nomenclatura das lentes.
- Reconhecer o comportamento de uma lente em diferentes meios.
- Reconhecer os elementos geométricos de uma lente esférica.
- Reconhecer as propriedades dos raios refratados nas lentes.
- Identificar as condições de nitidez de Gauss

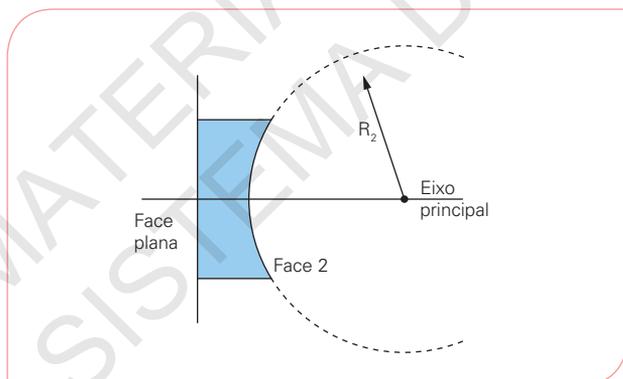
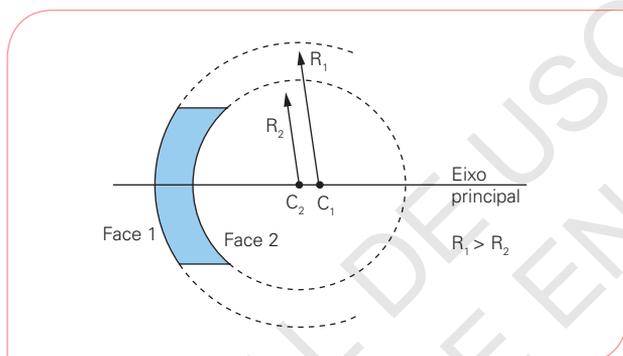
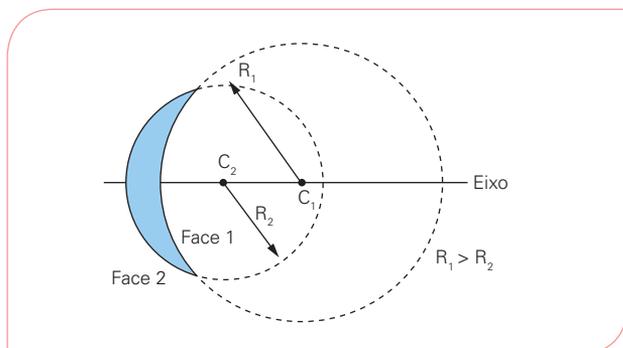
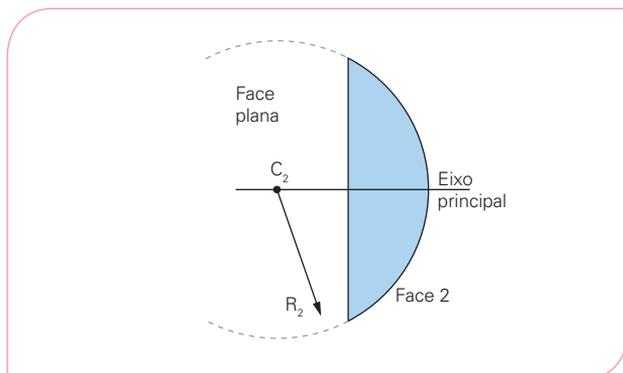
Estudamos os espelhos esféricos e vimos que a luz sofre reflexão no espelho e forma uma imagem para o objeto que se encontra à sua frente. Vimos as propriedades, construímos geometricamente as imagens e aprendemos a determinação analítica dessas imagens.

Nas lentes ocorre algo muito parecido com os espelhos esféricos, nas propriedades, nas construções das imagens e nas determinações analíticas dessas imagens. A diferença é que, nos espelhos, a luz sofre reflexão (incide no espelho e volta) e, nas lentes, a luz sofre refração (incide e atravessa a lente).

As lentes esféricas são muito aplicadas no mundo atual. Usamos as lentes em inúmeros instrumentos, por exemplo, microscópio, telescópio, binóculos, lupa e óculos.

As lentes apresentam duas faces. Ambas podem ser esféricas ou uma pode ser esférica e a outra, plana.





C: centro de curvatura da face

R: Raio de curvatura da face

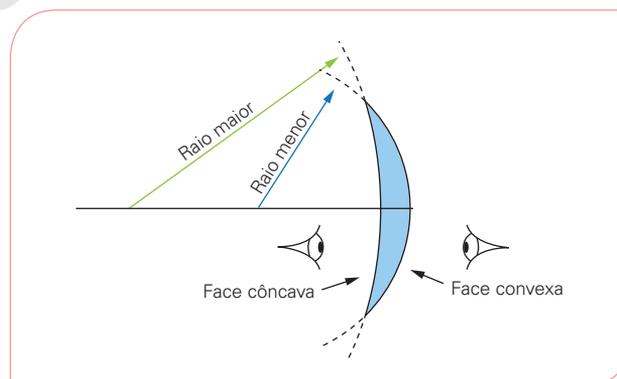
Eixo principal: é a linha que passa pelos centros de curvatura de ambas as faces e pelo centro da lente, denominado centro óptico da lente.

CLASSIFICAÇÃO

Podemos classificar as lentes em bordos finos e bordos grossos. Bordos finos são as lentes espessas no meio e finas nas extremidades. Bordos grossos são as lentes finas no meio e espessas nas extremidades. O nome de cada lente da figura anterior é dado em função da curvatura das faces, conforme a figura a seguir.

Nome dos seis tipos de lentes	
Bordos finos	Bordos grossos
Biconvexa	Bicôncava
Plano-convexa	Plano-côncava
Côncavo-convexa	Convexo-côncava

A classificação em convexa e côncava é dada em função da curvatura da face e sempre olhando a lente a partir do meio externo.



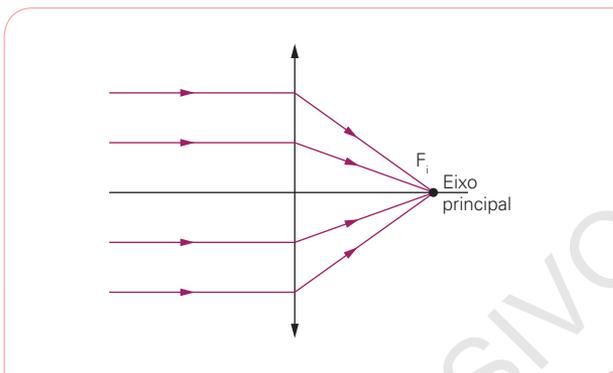
Para não confundirmos as lentes côncavo-convexa e convexo-côncava, padronizou-se que as lentes de **bordos finos** têm seus nomes terminados em **convexa** (biconvexa, plano-convexa e côncavo-convexa), enquanto as lentes de **bordos grossos** têm seus nomes terminados em **côncava** (bicôncava, plano-côncava e convexo-côncava).

COMPORTAMENTO ÓPTICO DALENTE

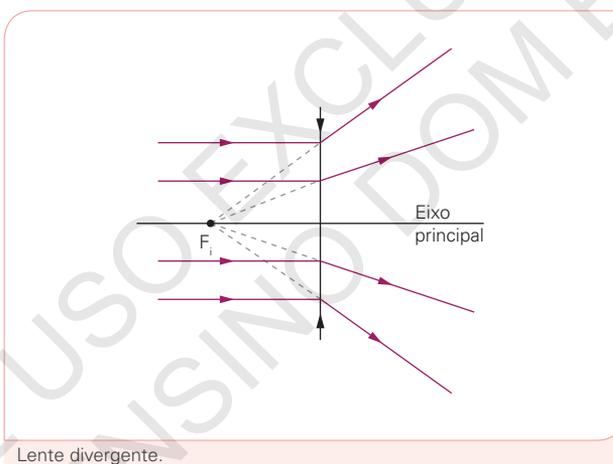
As lentes esféricas podem ter dois comportamentos, de modo a convergir ou divergir o feixe de luz in-

cidente. No primeiro caso, elas são classificadas como convergentes e no segundo, como divergentes.

Vamos considerar um feixe de luz cilíndrico incidindo paralelamente ao eixo principal das duas lentes abaixo:



Lente convergente



Lente divergente.

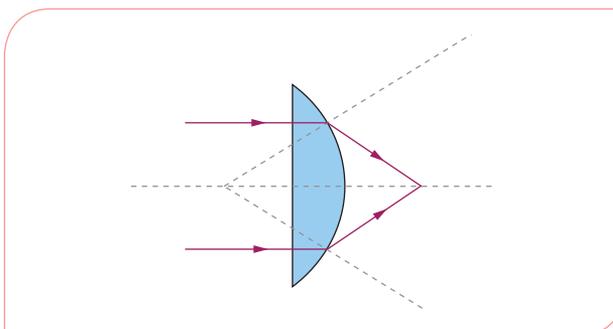
Lente convergente: representada pela seta normal que dá a impressão de a luz estar chegando a um ponto, e os raios de luz convergem para um ponto do eixo principal denominado foco imagem.

Lente divergente: representada pela seta invertida que dá a impressão de a luz estar se afastando a partir de um ponto, e os raios de luz divergem do eixo principal. Os prolongamentos desses raios se encontram em um ponto denominado foco imagem.

Todas as lentes de bordos finos têm o mesmo comportamento, que depende dos índices de refração absoluto do material de que é feita a lente e do meio externo. A mesma coisa acontece com as lentes de bordos grossos.

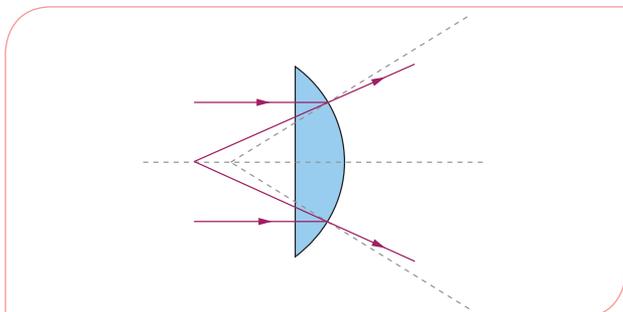
Para entendermos o comportamento da lente, vamos analisar quatro situações a seguir.

- 1) Lente de vidro imersa no ar (índice de refração da lente > índice de refração do meio)



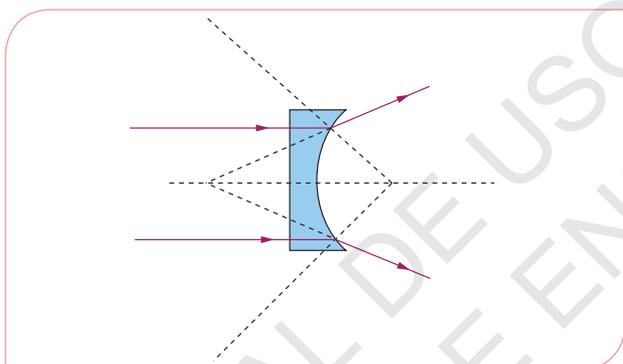
Na primeira face da lente, a luz não sofre desvio (incidência normal). Na segunda face da lente, a luz passa do vidro (meio mais refringente) para o ar (meio menos refringente). Então, o raio de luz se afasta da reta normal. Dessa forma, a lente é convergente.

- 2) Lente de ar imersa no vidro (índice de refração da lente < índice de refração do meio)



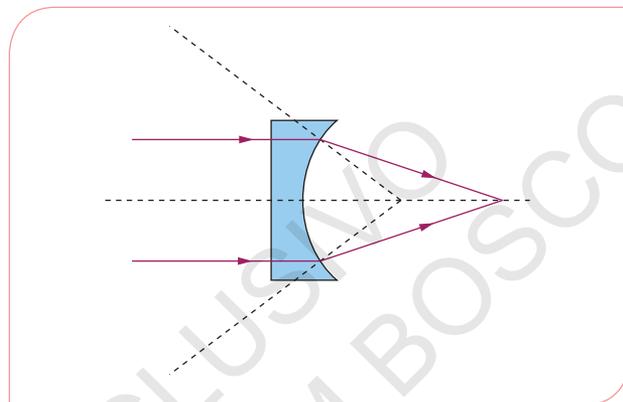
Na primeira face da lente, a luz não sofre desvio (incidência normal). Na segunda face da lente, a luz passa do ar (meio menos refringente) para o vidro (meio mais refringente). Então, o raio de luz se aproxima da reta normal. Dessa maneira, a lente é divergente.

- 3) Lente de vidro imersa no ar (índice de refração da lente > índice de refração do meio)



Na primeira face da lente, a luz não sofre desvio (incidência normal). Na segunda face da lente, a luz passa do vidro (meio mais refringente) para o ar (meio menos refringente). Então, o raio de luz se afasta da reta normal. Dessa forma, a lente é divergente.

- 4) Lente de ar imersa no vidro (índice de refração da lente < índice de refração do meio).



Na primeira face da lente, a luz não sofre desvio (incidência normal). Na segunda face da lente, a luz passa do ar (meio menos refringente) para o vidro (meio mais refringente). Então, o raio de luz se aproxima da reta normal. Dessa forma, a lente é convergente.

Chamando de n_L o índice de refração absoluto do material de que é feita a lente e n_M o índice de refração absoluto do meio que envolve a lente, as lentes podem apresentar os seguintes comportamentos:

Lentes	$n_L > n_M$	$n_L < n_M$
Bordos finos	Convergente	Divergente
Bordos grossos	Divergente	Convergente

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. **Sistema Dom Bosco** – Assinale a alternativa correta acerca das lentes esféricas.

- a) As lentes de bordos finos são sempre convergentes.
 b) As lentes de bordos grossos são sempre divergentes.
 c) As lentes de bordos finos são sempre divergentes.
 d) As lentes de bordos grossos são sempre convergentes.
 e) As lentes de bordos grossos podem ser convergentes ou divergentes, dependendo da relação entre os índices de refração absoluto da lente e do meio.

Resolução

Tanto uma lente de bordos grossos quanto uma lente de bordos finos podem ser convergentes ou divergentes. Para saber o comportamento da lente, é necessário saber a relação entre os índices de refração absoluto do material de que é feita a lente e do meio no qual a lente está imersa.

2. **Sistema Dom Bosco** – Uma lente apresenta duas faces esféricas: uma côncava de raio R_1 e outra convexa de raio R_2 . Considerando a lente feita de vidro e imersa no ar, o seu comportamento é:

- a) convergente se ela for de bordos grossos.
 b) convergente se os raios de curvatura das faces forem iguais, $R_1 = R_2$.
 c) divergente se os raios de curvatura das faces forem iguais, $R_1 = R_2$.
 d) divergente se ela for de bordos grossos.
 e) divergente se ela for de bordos finos.

Resolução

Sendo uma lente esférica de raios R_1 (face côncava) e R_2 (face convexa), temos as seguintes situações:

$R_1 = R_2$ não é lente.

Bordos grossos, a lente é convexo-côncava e seu comportamento é divergente.

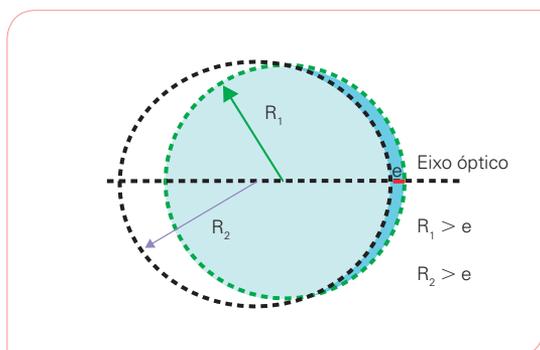
Bordos finos, a lente é côncavo-convexa e seu comportamento é convergente.

LENTE DELGADA

As imagens formadas pelas lentes nem sempre são nítidas. Há situações em que elas aparecem distorcidas. Assim como ocorre nos espelhos esféricos, para as lentes existem duas condições de nitidez conhecidas como **condições de nitidez de Gauss**. São condições para que se possam ver as imagens nitidamente, ou seja, sem distorções.

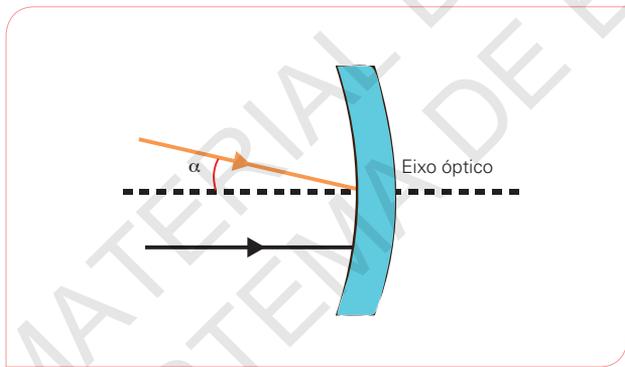
1ª Condição de nitidez de Gauss

A lente esférica deve ser **delgada**. Lente delgada é aquela que apresenta espessura pequena comparada aos raios de curvatura das faces. Isso quer dizer, a lente deve ser fina.



2ª Condição de nitidez de Gauss

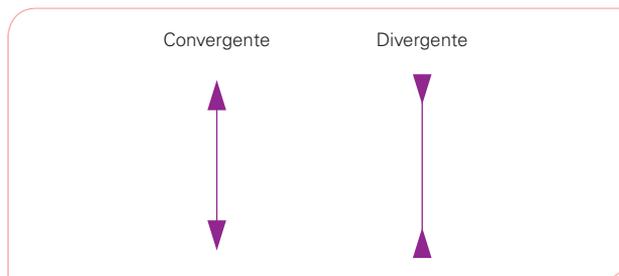
Os raios incidentes em uma das faces da lente devem ser paraxiais. Raios paraxiais são aqueles que incidem praticamente paralelos ao eixo principal da lente e próximos do seu centro óptico. Os raios muito inclinados (α alto) ou incidindo próximo à borda da lente geram imagens distorcidas.



O ângulo α deve ser pequeno.

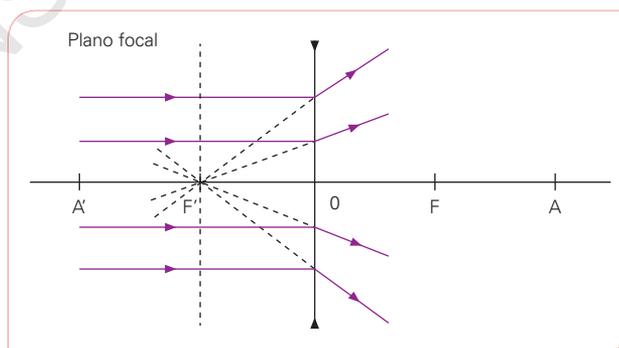
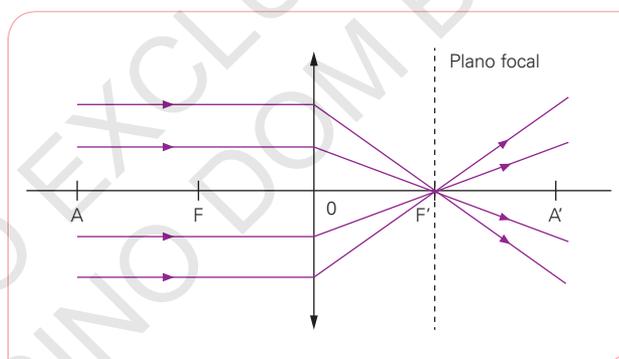
Representação das lentes

Nos traçados dos raios luminosos e nas construções geométricas das imagens, nós vamos considerar que as condições de nitidez de Gauss estão sendo obedecidas. Acontecendo isso, as lentes poderão ser representadas de forma esquemática, como mostra a figura a seguir.



ELEMENTOS DAS LENTES ESFÉRICAS

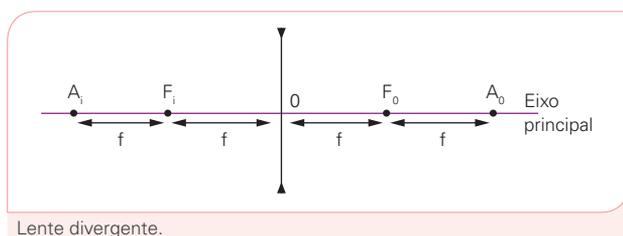
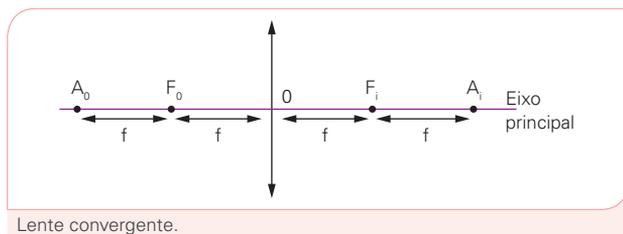
A incidência da luz em uma lente pode ocorrer de qualquer lado, ou seja, quando for colocar uma lente em um instrumento óptico, ela pode ser colocada de forma que a luz incida de qualquer um dos dois lados. Agora, para marcarmos os pontos importantes de uma lente, há necessidade de se saber de qual lado chega a luz incidente na lente.



Considerando a luz incidindo da esquerda para a direita, conforme mostram as figuras, temos:

- O → Centro óptico da lente
- F_0 → Foco objeto
- A_0 → Ponto antiprincipal objeto
- F_i → Foco imagem
- A_i → Ponto antiprincipal imagem

Chamamos f de distância focal da lente, que corresponde ao comprimento do segmento de reta que liga o centro óptico da lente ao foco objeto ou ao foco imagem. Chamamos de $2f$ o comprimento do segmento de reta, que liga o centro óptico da lente ao ponto antiprincipal objeto ou ao ponto antiprincipal imagem.



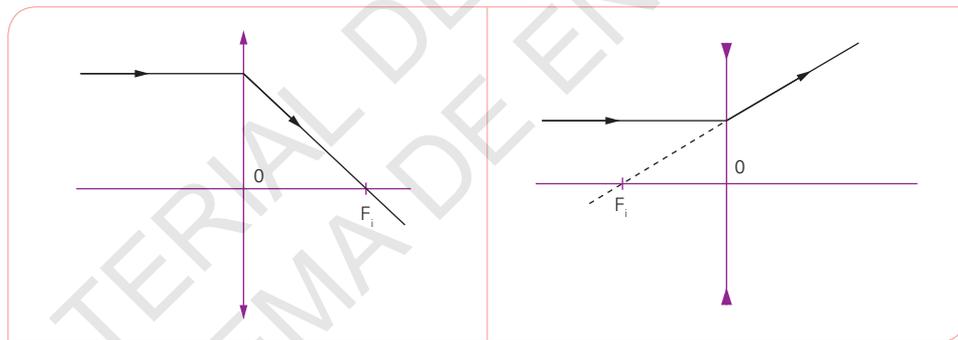
Os focos objeto e imagem e os pontos antiprincipais objeto e imagem, assumem papéis importantes nas propriedades dos raios luminosos e nas construções geométricas das imagens.

Usamos F_0 e A_0 para traçar os raios de luz incidentes na lente e F_i e A_i para traçar os raios de luz refratados pela lente. Isso explica o porquê dos pontos objeto e imagem estarem invertidos nas lentes convergente e divergente.

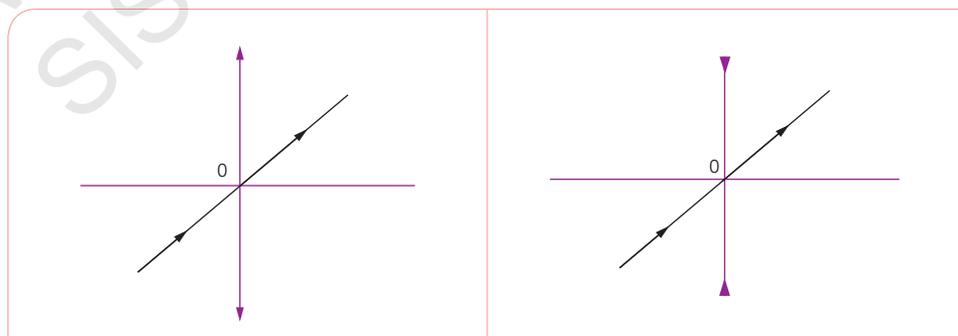
PROPRIEDADES DOS RAIOS LUMINOSOS

Vamos analisar quatro propriedades importantes que nos auxiliarão na construção geométrica das imagens. Elas são válidas para as situações que obedecem às condições de nitidez de Gauss.

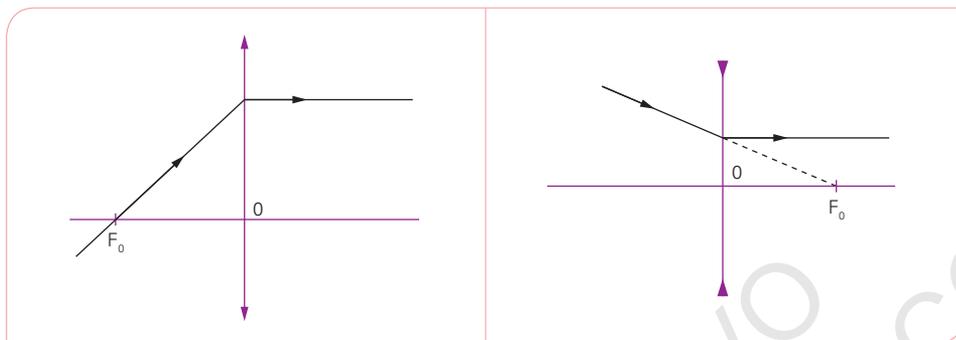
- 1ª O raio de luz que incidir paralelamente ao eixo principal de uma lente esférica, sofre refração e a atravessa, passando pelo foco imagem na lente convergente e na direção do foco imagem na lente divergente.



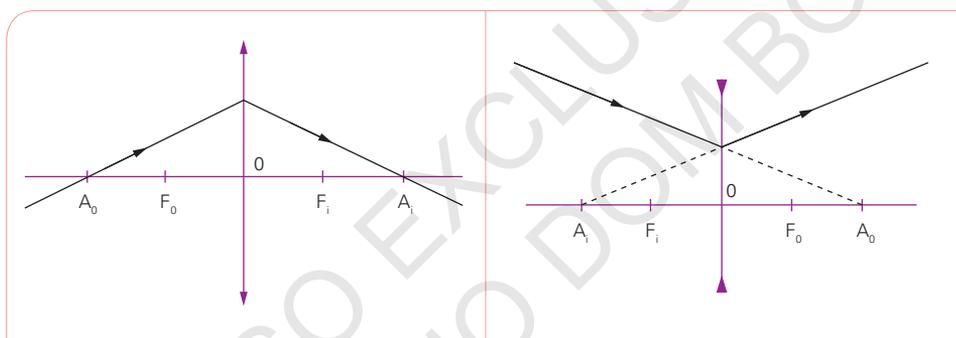
- 2ª O raio de luz que incidir no centro óptico da lente sofre refração e continua a se propagar na mesma direção e no mesmo sentido que tinha antes da incidência.



- 3ª O raio de luz que incide passando pelo foco objeto na lente convergente ou na direção do foco objeto na lente divergente sofre refração e sai paralelamente ao eixo principal da lente.



- 4ª O raio de luz que incide passando pelo ponto antiprincipal objeto ou na direção dele sai passando pelo ponto antiprincipal imagem ou na direção dele.



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. **Sistema Dom Bosco** – Uma lente esférica utilizada por um instrumento óptico deve ser bem preparada para que forneça imagens não distorcidas dos objetos, ou seja, que obedeça a condições de nitidez de Gauss. Uma lente de vidro, do tipo plano-convexa, usada no ar, será considerada adequada se

- a espessura for igual ao raio de curvatura da face esférica.
- a espessura for maior que o raio de curvatura da face esférica.
- tanto a espessura quanto o raio de curvatura da face esférica forem grandes.
- a espessura for muito menor que o raio de curvatura da face esférica.
- tanto a espessura quanto o raio de curvatura da face esférica forem pequenos.

Resolução

Uma condição de Gauss é que a lente seja delgada, ou seja, a espessura deve ser bem menor que os raios de curvatura das faces. No caso da lente plano-convexa, a espessura deve ser bem menor que o raio da face esférica.

4. **Sistema Dom Bosco** – Deseja-se acender uma lâmpada na frente de uma lente esférica convergente com a finalidade de se obter um pincel de luz cilíndrico. Para conseguir essa situação, deve-se colocar a lâmpada no

- foco objeto da lente.
- ponto antiprincipal objeto.
- ponto antiprincipal imagem.
- centro óptico da lente.
- ponto médio entre o foco objeto e ponto antiprincipal objeto.

Resolução

Partindo da propriedade na lente convergente de que todo raio de luz que incide passando pelo foco objeto sofre refração e sai paralelo ao eixo principal da lente, então, colocando-se a lâmpada no foco objeto, seria o equivalente a um pincel de luz estar partindo desse foco e incidindo na lente. Após a refração na lente, ele formaria um pincel cilíndrico.

ROTEIRO DE AULA

Lentes esféricas

Bordos finos

Convergente

se $n_L > n_M$

Divergente

se $n_L < n_M$

Bordos grossos

Divergente

se $n_L > n_M$

Convergente

se $n_L < n_M$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

CONDIÇÕES DE NITIDEZ DE GAUSS

Lente delgada

Raios paraxiais

Centro óptico da lente

Foco objeto

Elementos da lente

Ponto antiprincipal objeto

Foco imagem

Ponto antiprincipal imagem

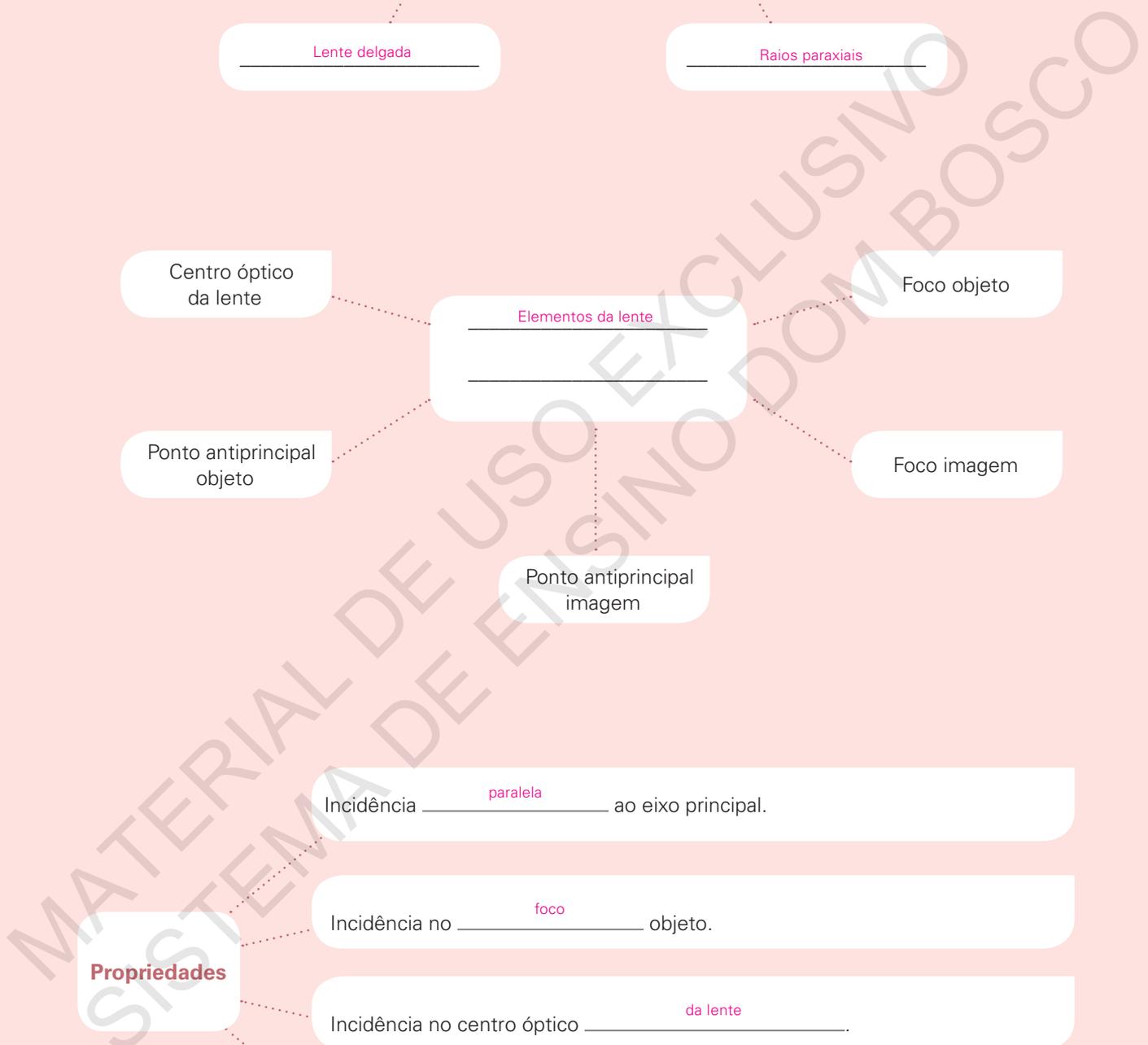
Propriedades

Incidência paralela ao eixo principal.

Incidência no foco objeto.

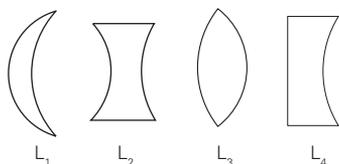
Incidência no centro óptico da lente.

Incidência no ponto antiprincipal objeto.



EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Mackenzie-SP – Uma lupa, também conhecida por microscópio simples, consiste de uma lente convergente. Considerando-se que as lentes abaixo ilustradas são constituídas de material cujo índice de refração absoluto é maior que o do meio que as envolve, as que podem ser usadas como lupa são



- a) L_1 e L_4
 b) L_2 e L_4
 c) L_1 e L_2
 d) L_2 e L_3
 e) L_1 e L_3

Sendo o índice de refração do material da lente maior que o índice de refração do meio externo à lente, serão convergentes somente as lentes de bordos finos, L_1 e L_3 .

2. Sistema Dom Bosco – Sobre lentes esféricas, assinale o que for **correto**.

- 01) Pincel cilíndrico ao incidir paralelamente ao eixo principal de uma lente bicôncava, sempre sofre divergência cujos prolongamentos dos raios se encontram no foco imagem da lente.
 02) Uma lente biconvexa imersa em um meio menos refringente que ela converge a luz que a atravessa.
 04) Uma lente bicôncava imersa em um meio menos refringente que ela diverge a luz que a atravessa.
 08) O centro óptico das lentes delgadas é o ponto de intersecção dos raios convergidos pelas lentes.

06 (02 + 04)

01) Incorreto. Na lente bicôncava, convergência ou divergência. Depende da relação entre os índices de refração da lente e do meio.

02) Correto. Em uma lente biconvexa e imersa em um meio de menor índice de refração que o material que constitui essa lente, ela se comporta como convergente.

04) Correto. Em uma lente biconvexa e imersa em um meio de menor índice de refração que o material que constitui essa lente, ela se comporta como divergente.

08) Incorreto. O centro óptico da lente é o ponto de intersecção do eixo principal com a lente.

3. Sistema Dom Bosco – As figuras A e B mostram os comportamentos de duas lentes de vidro imersas no ar quando três raios luminosos incidem sobre elas. F_0 é o foco objeto e F_i é o foco imagem.

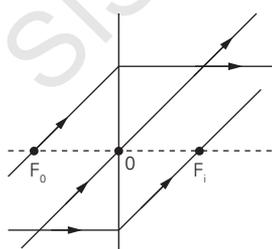


Figura A

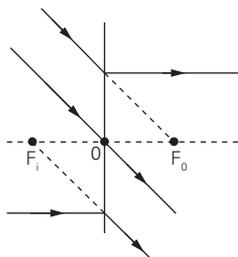


Figura B

Com base nessas figuras, podemos concluir que

- a) a lente da figura A é divergente.
 b) a lente da figura B é divergente.
 c) as duas lentes são convergentes.
 d) na lente da figura B, as posições dos focos F_0 e F_i estão trocadas.
 e) a figura A pode representar o comportamento óptico de uma lente plano-côncava.

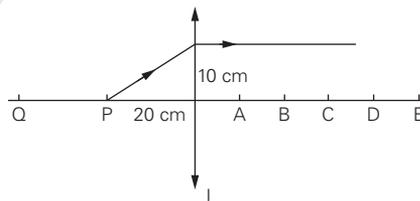
A lente A converge a luz, enquanto a lente B diverge.

4. Sistema Dom Bosco – Uma lente apresenta suas duas faces esféricas, sendo a primeira face côncava de curvatura R_1 e a segunda face convexa, de raio de curvatura R_2 . O índice de refração do material que constitui a lente é menor que o índice de refração do meio no qual ela se encontra imersa. Assinale a alternativa que mostra uma situação possível para o comportamento dessa lente.

- a) convergente se $R_1 = R_2$.
 b) divergente se $R_1 = R_2$.
 c) convergente se for de bordos finos.
 d) divergente se for de bordos finos.
 e) convergente se for de bordos grossos.

Em se tratando do índice de refração da lente ser menor que o índice de refração do meio, as lentes de bordos finos são divergentes e as de bordos grossos são convergentes.

5. Cesgranrio-RJ

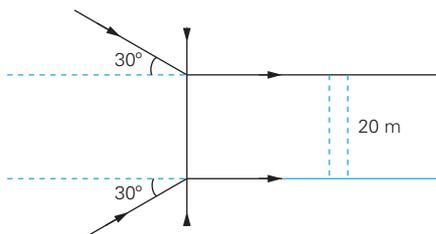


A partir de uma lente biconvexa L e sobre seu eixo principal, marcam-se cinco pontos A, B, C, D e E a cada 10 cm, conforme ilustra a figura. Observa-se que um raio luminoso, emitido de um ponto P, distante 20 cm dessa lente, após atravessá-la, emerge paralelamente ao seu eixo principal. Portanto, se esse raio for emitido de um ponto Q, situado a 40 cm dessa lente, após atravessá-la, ele irá convergir para o ponto:

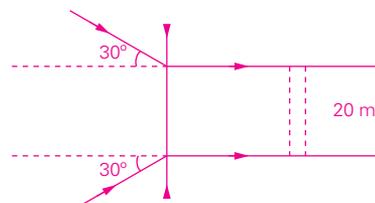
- a) A b) B c) C d) D e) E

O ponto P representa o foco da lente, pois o raio que incide passando pelo foco objeto sofre refração e sai paralelamente ao eixo principal da lente. Dessa forma: $f = 20$ cm. O ponto Q está a 40 cm da lente, portanto ele coincide com o ponto antiprincipal objeto. O raio refratado sairá passando pelo ponto antiprincipal imagem e a 40 cm do centro óptico da lente. Esse ponto coincide com o D.

6. **UFRJ** – A figura mostra dois raios luminosos que incidem sobre uma lente, formando um ângulo de 30° com a normal a ela e emergindo paralelos. A distância entre os pontos A e B em que os raios atingem a lente é de 20 cm.



Determine a distância focal da lente.



$$\alpha = 30^\circ, \text{ cateto oposto} = 20/2 = 10 \text{ cm e cateto adjacente} = f$$

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{10}{f}$$

$$f = \frac{30 \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

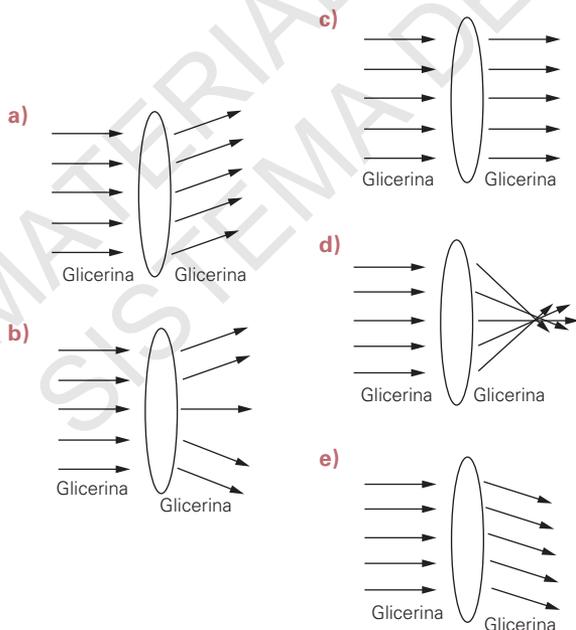
$$f = 10 \sqrt{3} \text{ cm}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

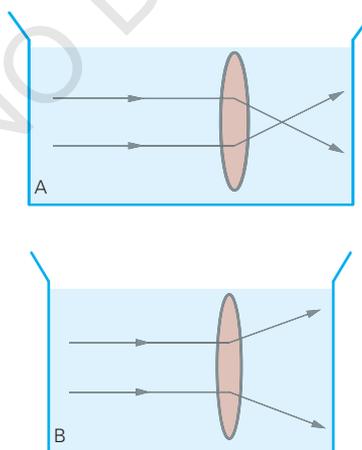
7. **UFTM-MG** – Os chineses fabricavam vidro desde o século VI a.C. e também conheciam as lentes de aumento e diminuição. Dos tipos de lentes apresentados, as lentes esféricas de bordos delgados, cuja espessura da borda é menor que a do centro da lente, são as

- convergentes, biconvexas.
- convergentes, bicôncavas.
- divergentes, convexo-côncavas.
- divergentes, bicôncavas.
- divergentes, biconvexas.

8. **UFJF-MG** – A glicerina é uma substância transparente, cujo índice de refração é praticamente igual ao do vidro comum. Uma lente de vidro biconvexa é totalmente imersa num recipiente com glicerina. Qual das figuras a seguir melhor representa a transmissão de um feixe de luz através da lente?



9. **Cesgranrio-RJ** – Uma lente biconvexa é imersa em dois líquidos, A e B, comportando-se ora como lente convergente, ora como lente divergente, conforme indicam as figuras.



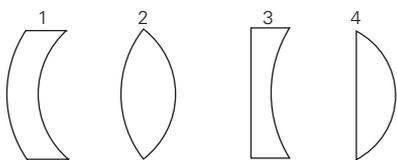
Seja n_A , n_B e n_C os índices de refração do líquido A, do líquido B e da lente, respectivamente, então é correto afirmar que

- $n_A < n_B < n_C$
- $n_A < n_C < n_B$
- $n_B < n_A < n_C$
- $n_B < n_C < n_A$
- $n_C < n_B < n_A$

10. **PUC-MG** – A lente da historinha do Bidu pode ser representada por quais das lentes cujos perfis são mostrados a seguir?

© MAURICIO DE SOUSA EDITORA LTDA.





- a) 1 ou 3
b) 2 ou 4
c) 1 ou 2
d) 3 ou 4
e) 2 ou 3

11. IFN-MG – Em uma prova de Física, o professor apresentou aos alunos a figura I, representada a seguir. Nessa figura, que esquematiza um experimento de óptica, têm-se: uma lente oca e transparente, preenchida com ar e mergulhada em um aquário cheio de água, uma lâmpada especial, fixada em uma das paredes laterais do aquário, e um estreito feixe luminoso, emitido pela lâmpada, o qual incide perpendicularmente à face plana da lente. Na questão proposta, o professor solicita que os alunos desenhem a trajetória do feixe luminoso, após atravessar a lente.

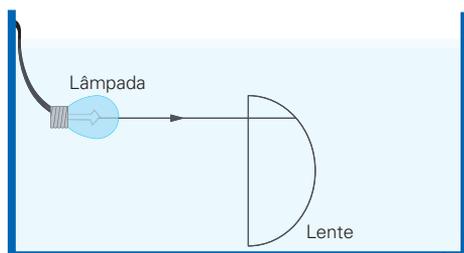


Figura 1.

Eduardo e Mônica, ao responderem à questão proposta, fizeram os desenhos apresentados nas figuras II e III, respectivamente.

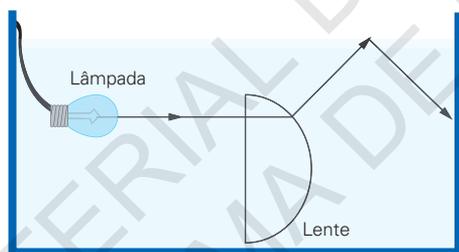


Figura II (Eduardo).

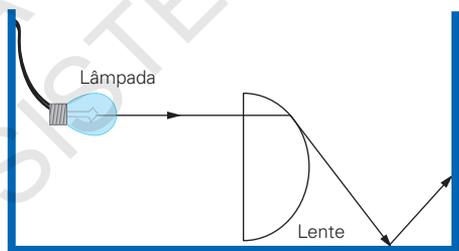


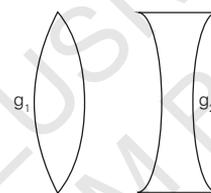
Figura III (Mônica).

Assinale, dentre as seguintes, a alternativa que julga, corretamente, os desenhos de Eduardo e Mônica.

- a) Somente a situação descrita no desenho de Mônica é fisicamente possível.

- b) As situações descritas nos dois desenhos são fisicamente possíveis.
c) Somente a situação descrita no desenho de Eduardo é fisicamente possível.
d) As situações descritas nos dois desenhos são fisicamente impossíveis.

12. UFAC – Um fabricante de dispositivos ópticos precisa construir um aparelho que funcione dentro de um líquido que possui índice de refração n_L . Para o funcionamento do equipamento, é necessário ter duas lentes esféricas: uma convergente e outra divergente. Para isso, dispõem-se dois tipos de materiais transparentes, os quais possuem índices de refração n_1 e n_2 . Sabe-se que a relação entre todos os índices é $n_1 < n_L < n_2$ e que o fabricante ainda pode optar por duas geometrias, g_1 e g_2 , mostradas na figura a seguir.



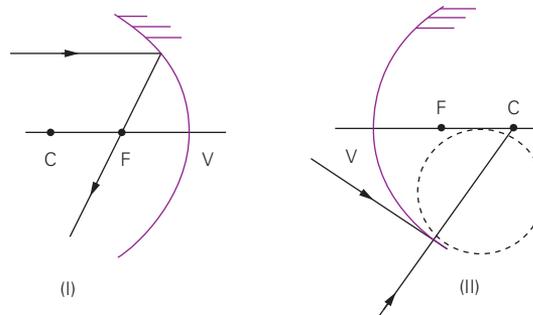
Para saber quais lentes seriam usadas, cinco engenheiros responsáveis, utilizando a lei de Snell, chegaram, separadamente, às seguintes conclusões:

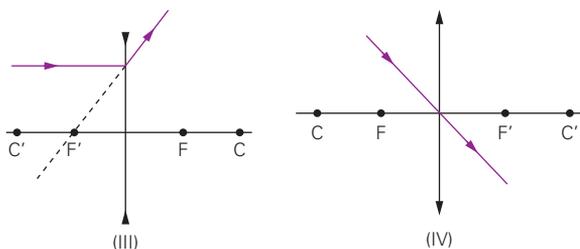
- I. O material de índice de refração n_1 é útil para construir uma lente convergente de geometria g_1 .
- II. O material de índice de refração n_2 é útil para construir uma lente divergente de geometria g_2 .
- III. O material de índice de refração n_2 é útil para construir uma lente convergente, e sua forma geométrica teria de ser do tipo g_1 .
- IV. O material de índice de refração n_1 é útil para construir uma lente convergente que tenha a forma g_2 .
- V. O material de índice de refração n_1 é útil para construir uma lente divergente de geometria g_1 .

Para fabricar corretamente o dispositivo, deve-se levar em consideração que as conclusões

- a) III e IV estão incorretas.
b) II, III e V estão incorretas.
c) II, III, IV e V estão corretas.
d) de todos os engenheiros estão incorretas.
e) I e II estão corretas.

13. UEG-GO (adaptado) – As figuras a seguir mostram raios de luz em alguns espelhos esféricos e em algumas lentes.

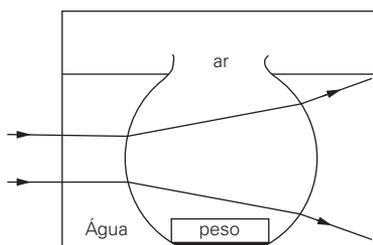




Segundo a óptica geométrica, é correto afirmar que

- a) os raios traçados nas figuras I e II estão corretos.
- b) os raios traçados nas figuras III e IV não estão corretos.
- c) os raios traçados nas figuras I, III e IV estão corretos.
- d) todos os raios estão corretos.

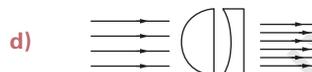
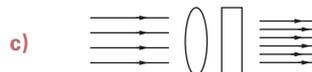
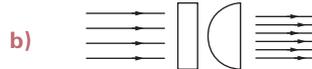
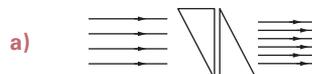
14. **UNESP** – Um aquário esférico de paredes finas é mantido dentro de outro aquário que contém água. Dois raios de luz atravessam esse sistema da maneira mostrada na figura a seguir, que representa uma seção transversal do conjunto.



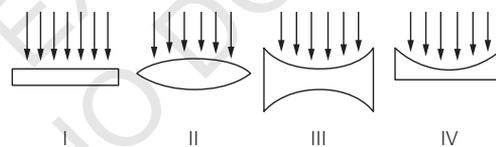
Pode-se concluir que, nessa montagem, o aquário esférico desempenha a função de:

- a) espelho côncavo.
- b) espelho convexo.
- c) prisma.
- d) lente divergente.
- e) lente convergente.

15. **Unirio-RJ** – Uma pessoa deseja construir um sistema óptico capaz de aumentar a intensidade de um feixe de raios de luz paralelos, tornando-os mais próximos, sem que modifique a direção original dos raios incidentes. Para isso, tem à sua disposição prismas, lentes convergentes, lentes divergentes e lâminas de faces paralelas. Tendo em vista que os elementos que constituirão o sistema óptico são feitos de vidro e estarão imersos no ar, qual das cinco composições a seguir poderá ser considerada uma possível representação do sistema óptico desejado?



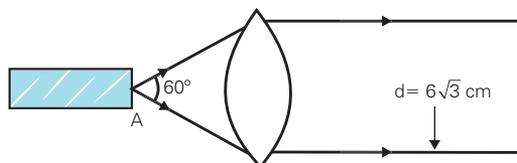
16. **UERJ** – As figuras abaixo representam raios solares incidentes sobre quatro lentes distintas.



Deseja-se incendiar um pedaço de papel, concentrando a luz do sol sobre ele. A lente que seria mais efetiva para essa finalidade é a de número:

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV

17. **UFPE** – A luz emitida por uma determinada fonte diverge formando um cone de ângulo $\theta = 60^\circ$, a partir do ponto A, conforme a figura a seguir. Determine a distância focal da lente (delgada), em cm, de maneira que o diâmetro do feixe colimado seja igual a $6\sqrt{3}$ cm.

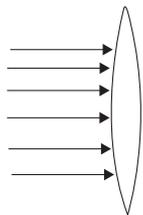


ESTUDO PARA O ENEM

18. UECE

C1-H1

Um recipiente com formato de uma lente delgada, bicôncava, conforme a figura a seguir, é feito de um material com índice de refração igual ao do ar.



Pode-se encher o recipiente com um dos três fluidos: ar (índice de refração 1), fluido B (índice de refração 1,2) ou fluido C (índice de refração 1,3). Um feixe de raios paralelos incide na direção indicada na figura. A lente convergirá os raios se for preenchida com

- o fluido C e imersa no ar.
- ar e imersa no fluido C.
- ar e imersa no ar.
- ar e imersa no fluido B.

19. PUC-RS

C1-H1

Quando um raio de luz monocromática passa obliquamente pela superfície de separação de um meio para outro mais refringente, o raio aproxima-se da normal à superfície. Por essa razão, uma lente pode ser convergente ou divergente, dependendo do índice de refração do meio em que se encontra. As figuras 1 e 2 representam lentes com índice de refração n_1 , imersas em meios de índice de refração n_2 , sendo N a normal à superfície curva das lentes.

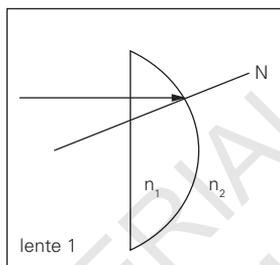


Figura 1

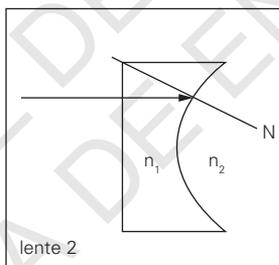


Figura 2

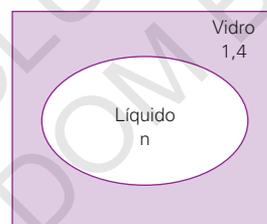
Considerando essas informações, conclui-se que

- a lente 1 é convergente se $n_2 < n_1$.
- a lente 1 é convergente se $n_2 > n_1$.
- a lente 2 é divergente se $n_2 > n_1$.
- a lente 2 é convergente se $n_2 < n_1$.
- as lentes 1 e 2 são convergentes se $n_1 = n_2$.

20. Fuvest-SP

C6-H20

Um objeto decorativo consiste de um bloco de vidro transparente, de índice de refração igual a 1,4, com a forma de um paralelepípedo, que tem, em seu interior, uma bolha, aproximadamente esférica, preenchida com um líquido, também transparente, de índice de refração n . A figura mostra um perfil do objeto. Nessas condições, quando a luz visível incide perpendicularmente em uma das faces do bloco e atravessa a bolha, o objeto se comporta, aproximadamente, como



- uma lente divergente, somente se $n > 1,4$.
- uma lente convergente, somente se $n > 1,4$.
- uma lente convergente, para qualquer valor de n .
- uma lente divergente, para qualquer valor de n .
- se a bolha não existisse, para qualquer valor de n .

10

CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA DE IMAGENS NAS LENTES E SUA DETERMINAÇÃO ANALÍTICA

- Construção das imagens
- Lente divergente
- Lente convergente
- Determinação analítica de imagens nas lentes
- Representações e sinais
- Equação de Gauss das lentes esféricas
- Características das imagens

HABILIDADES

- Reconhecer as características das imagens formadas pelas lentes esféricas.
- Aplicar as propriedades dos raios de luz nos traçados das imagens nas lentes.
- Identificar a aplicação das lentes no cotidiano.
- Reconhecer os sinais e convenções para a aplicação das equações.
- Aplicar as equações relacionadas à determinação analítica de imagens.
- Identificar, a partir dos cálculos, as características das imagens.

Nos espelhos planos, para qualquer que seja a posição de um objeto colocado à sua frente, a imagem formada será sempre virtual, direita em relação ao objeto e do mesmo tamanho que o objeto.

Já nos espelhos esféricos, a imagem formada de um objeto real, pode ser real ou virtual, direita ou invertida em relação ao objeto e maior, menor ou igual ao tamanho do objeto. Isso depende do tipo de espelho e da distância do objeto ao espelho.

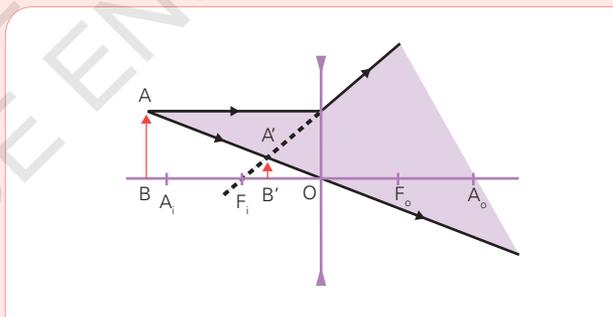
Com as lentes esféricas acontece algo semelhante aos espelhos esféricos. A lente convergente é muito parecida com o espelho côncavo e a divergente, com o espelho convexo.

Construção das imagens

Para construirmos as imagens dos objetos colocados diante de uma lente, vamos usar as propriedades dos raios luminosos vistas no módulo anterior. Das quatro propriedades, devemos usar pelo menos duas delas para descobrirmos a imagem de um ponto objeto.

1ª LENTE DIVERGENTE

Para qualquer posição do objeto diante da lente, esta formará um único tipo de imagem daquele objeto.



A imagem:

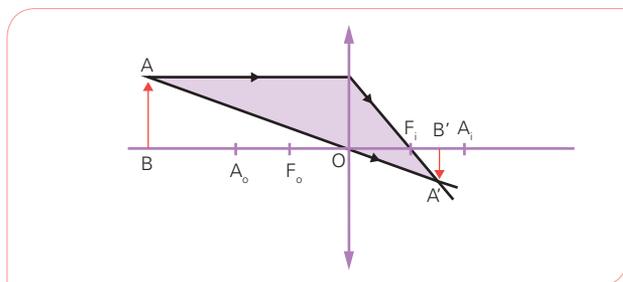
- se forma no prolongamento dos raios refratados: **virtual**.
- tem a mesma orientação do objeto: **direita**.
- tem o tamanho reduzido: **menor**.
- posição: entre F_1 e O .

Uma das aplicações diretas desse tipo de lente está na correção da miopia. O estudo da correção da miopia faz parte dos nossos estudos e será visto mais adiante.

2ª LENTE CONVERGENTE

Dependendo da posição do objeto em relação à lente, a imagem poderá ter características distintas.

a) Objeto antes do ponto antiprincipal objeto (A_o)

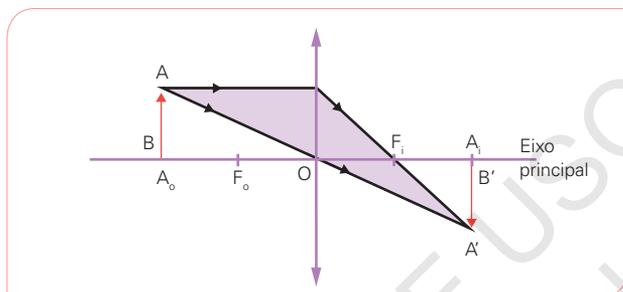


A imagem:

- se forma no encontro dos raios refratados: **real**.
- tem a orientação inversa do objeto: **invertida**.
- tem o tamanho reduzido: **menor**.
- posição entre F_i e A_i .

Podemos citar como aplicação dessa situação a máquina fotográfica. O objeto situado a metros da máquina tem sua imagem posicionada no anteparo no interior da máquina (antigamente, onde ficava o filme). Por se tratar de uma imagem projetada, ela é dita imagem real.

b) Objeto no ponto antiprincipal objeto (A_o)

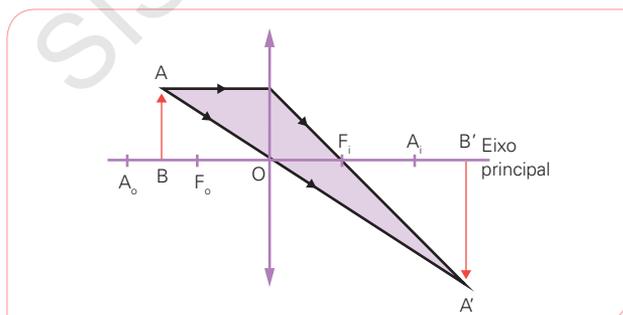


A imagem:

- se forma no encontro dos raios refratados: **real**.
- tem a orientação inversa do objeto: **invertida**.
- tem o mesmo tamanho do objeto: **igual**.
- posição em A_i .

Podemos citar como aplicação dessa situação a máquina fotocopadora. O original (objeto) é colocado sobre o vidro plano da máquina. Ao iniciar a cópia, a imagem se forma dentro da máquina sobre a folha que será impressa. Essa situação é para cópia de mesmo tamanho que o original. Cópia reduzida corresponde ao caso anterior e cópia aumentada pode ser vista na próxima situação.

c) Objeto entre o ponto antiprincipal objeto e o foco objeto

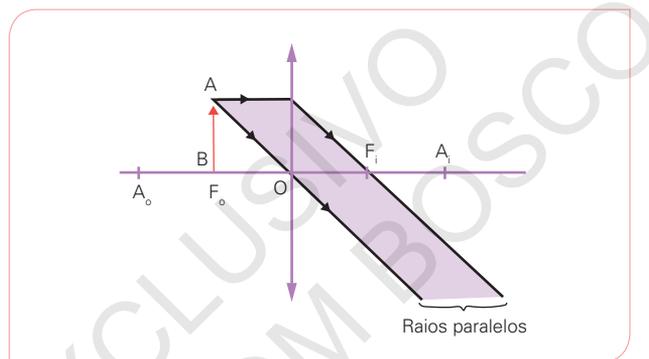


A imagem:

- se forma no encontro dos raios refratados: **real**.
- tem a orientação inversa do objeto: **invertida**.
- tem o tamanho ampliado: **maior**.
- posição depois de A_i .

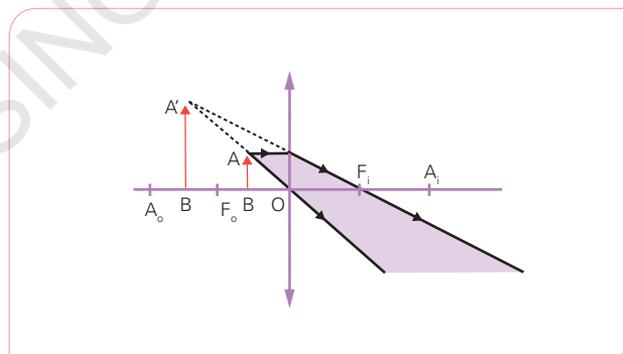
Podemos citar como aplicação o projetor. O objeto, colocado entre os pontos antiprincipal objeto e foco objeto, forma uma imagem ampliada e projetada em uma tela (real).

d) Objeto no foco objeto (F_o)



A imagem é imprópria devido aos raios emergirem paralelos entre si.

e) Objeto entre o foco objeto (F_o) e o centro óptico da lente (O)



A imagem:

- se forma no prolongamento dos raios refratados: **virtual**.
- tem a mesma orientação do objeto: **direita**.
- tem o tamanho ampliado: **maior**.
- posição entre o objeto e a lente.

Podemos citar como exemplo a lupa ou lente de aumento. O objeto colocado entre o foco objeto e a lente tem sua imagem formada atrás dele e ampliada.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Mackenzie-SP – Um objeto real, colocado perpendicularmente ao eixo principal de uma lente esférica delgada e convergente, terá uma imagem real e aumentada, quando for colocado:

- a) entre o centro óptico e o foco principal objeto da lente.
- b) entre o foco principal objeto e o ponto antiprincipal objeto da lente.**
- c) no foco principal objeto da lente.
- d) no ponto antiprincipal objeto da lente.
- e) além do ponto antiprincipal objeto da lente.

Resolução

A imagem real é formada pela lente convergente, e o objeto deve estar colocado antes do foco objeto da lente. A imagem aumentada é formada quando o objeto for colocado entre o centro óptico da lente e o ponto antiprincipal objeto, exceto no foco objeto.

Para a imagem ser real e ampliada, o objeto deve ser colocado entre o foco objeto e o ponto antiprincipal objeto.

2. UEA-AM – Um professor de Física dividiu a sala em grupos e organizou uma gincana de perguntas e respostas. Um grupo elaborou uma pergunta sobre óptica geométrica, fornecendo as seguintes pistas:

- I. posso formar imagens reais ou virtuais de objetos reais;
- II. minhas imagens virtuais são maiores do que o objeto.

Acertaria a resposta quem afirmasse se tratar de:

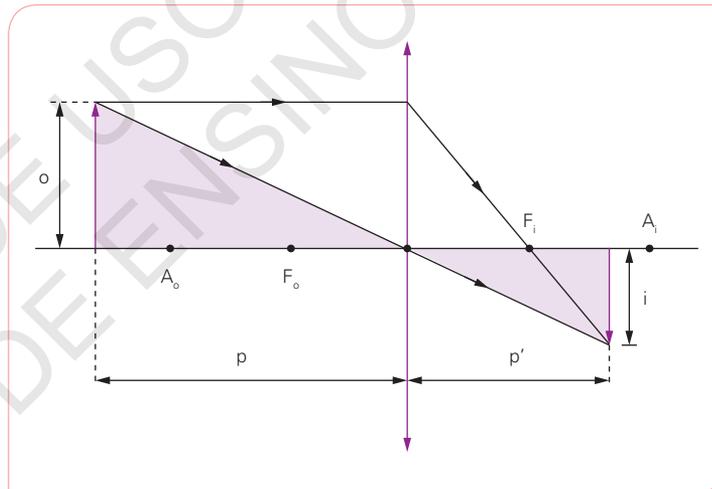
- a) um espelho plano.
- b) um espelho esférico convexo.
- c) um prisma triangular de vidro.
- d) uma lente esférica divergente.
- e) uma lente esférica convergente.**

Resolução

Formam imagens reais ou virtuais e, se virtuais, de tamanho ampliado, as lentes convergentes e os espelhos côncavos.

Representações e sinais

Para as lentes convergente e divergente, vamos usar as representações e os sinais indicados a seguir.



f → distância focal: indica a distância de F_o ou de F_i até o centro óptico da lente.

o → altura do objeto.

i → altura da imagem.

p → posição do objeto: distância do objeto ao centro óptico da lente.

p' → posição da imagem: distância da imagem ao centro óptico da lente.

$f > 0$ → lente convergente: os raios luminosos passam pelos focos objeto e imagem (pontos reais).

$f < 0$ → lente divergente: os prolongamentos dos raios luminosos passam pelos focos objeto e imagem (pontos virtuais).

$p > 0$ → objeto real.

$p < 0$ → objeto virtual.

$P' > 0$ → imagem real.

$P' < 0$ → imagem virtual.

$o > 0$ → objeto para cima.

$o < 0 \rightarrow$ objeto para baixo.

$i > 0 \rightarrow$ imagem para cima.

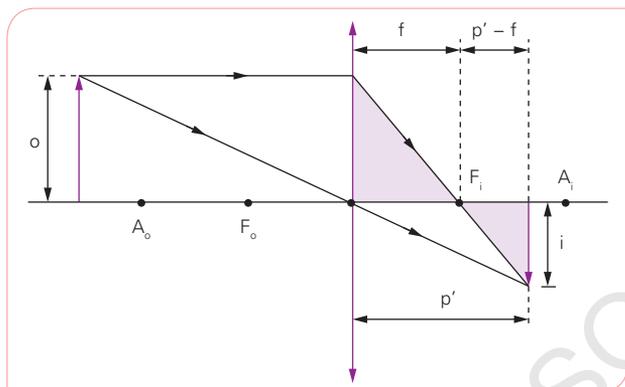
$i < 0 \rightarrow$ imagem para baixo.

- Se **i** e **o** forem de sinais iguais, a imagem é direita em relação ao objeto.
- Se **i** e **o** forem de sinais opostos, a imagem é invertida em relação ao objeto.

Equação de Gauss

Na figura anterior, temos dois triângulos semelhantes em destaque. Por semelhança de triângulos, temos:

$$\frac{i}{o} = \frac{p}{p'} \text{ equação I}$$



Os dois triângulos em destaque na figura ao lado também são semelhantes. Então:

$$\frac{i}{o} = \frac{p-f}{f} \text{ equação II}$$

Igualando as equações I com II:

$$\frac{p}{p'} = \frac{p-f}{f} \Rightarrow p' \cdot f = p \cdot p' - p \cdot f$$

Dividindo a equação por $p \cdot p' \cdot f$

$$\frac{p \cdot f}{p \cdot p' \cdot f} = \frac{p \cdot p}{p \cdot p' \cdot f} - \frac{p \cdot f}{p \cdot p' \cdot f} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{i}{o} = \frac{-p}{p'}$$

O sinal **negativo** da equação é devido à imagem estar **invertida** em relação ao objeto.

Orientação ao professor: Comente como colocar os sinais corretos na equação de Gauss e o significado do sinal negativo na segunda equação.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. Unicap-PE – Um objeto real é colocado a 10 cm de uma lente convergente. A imagem conjugada é real e se forma a 10 cm da lente. Determine a distância focal dessa lente.

Resolução

$p = 10$ cm e $p' = 10$ cm (imagem real)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$f = 5$ cm

4. Albert Einstein-SP – Um objeto real de 10 cm de altura é posicionado a 30 cm do centro óptico de uma lente biconvexa, perpendicularmente ao seu eixo principal. A imagem conjugada tem 2,5 cm de altura. Para produzirmos uma imagem desse mesmo objeto e com as mesmas características, utilizando, porém, um espelho esférico, cujo raio de curvatura é igual a 20 cm, a que distância do vértice, em cm, da superfície refletora do espelho ele

deverá ser posicionado, perpendicularmente ao seu eixo principal?

- a) 20
b) 25
c) 50
d) 75

Resolução

$o = 10$ cm, $p = 30$ cm, $i = -2,5$ cm e $R = 20$ cm

Lente:

$$\frac{i}{o} = \frac{-p}{p} \Rightarrow \frac{-2,5}{10} = \frac{-p}{p} \Rightarrow p' = \frac{p}{4}$$

$$\text{Espelho: } f = \frac{R}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{p} + \frac{1}{\frac{p}{4}} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{5}{p}$$

$\therefore p = 50$ cm

ROTEIRO DE AULA

Lente divergente

Imagem: virtual, _____ **direita e menor** _____.

Imagem: virtual, _____ **direita e maior** _____.

Imagem: _____ **real** _____, invertida e menor.

Lente convergente

Imagem: _____ **real, invertida** _____ e igual.

Imagem: _____ **real** _____, invertida e maior.

Imagem: _____ **imprópria** _____.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$f > 0 \rightarrow$ lente _____ **convergente** _____.

$f < 0 \rightarrow$ lente _____ **divergente** _____.

$p > 0 \rightarrow$ objeto _____ **real** _____.

$p < 0 \rightarrow$ objeto _____ **virtual** _____.

$p' > 0 \rightarrow$ imagem _____ **real** _____.

$p' < 0 \rightarrow$ imagem _____ **virtual** _____.

$o > 0 \rightarrow$ objeto para _____ **cima** _____.

$o < 0 \rightarrow$ objeto para _____ **baixo** _____.

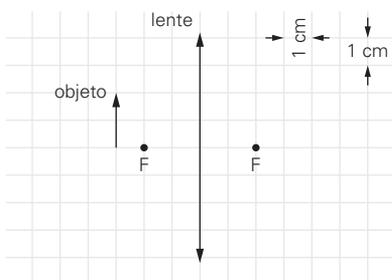
$i > 0 \rightarrow$ imagem para _____ **cima** _____.

$i < 0 \rightarrow$ imagem para _____ **baixo** _____.

$$\frac{i}{o} = \frac{-p'}{p}$$

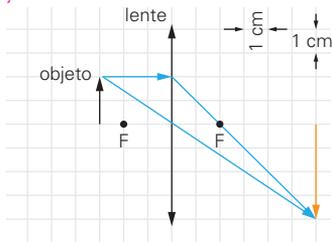
EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Unicamp-SP – Um objeto é disposto em frente a uma lente convergente, conforme a figura abaixo. Os focos principais da lente são indicados com a letra F. Pode-se afirmar que a imagem formada pela lente



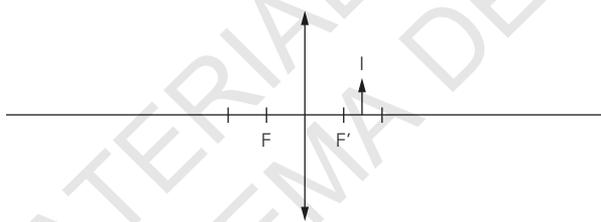
- a) é real, invertida e mede 4 cm.
 b) é virtual, direita e fica a 6 cm da lente.
 c) é real, direita e mede 2 cm.
 d) é real, invertida e fica a 3 cm da lente.

Usando duas das propriedades dos raios luminosos podemos encontrar a imagem do objeto.

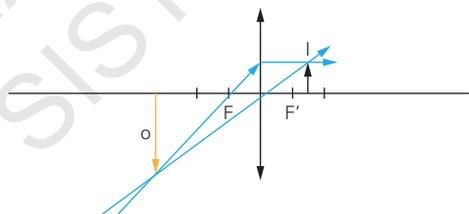


A imagem encontrada está a 6 cm da lente, tem tamanho de 4 cm, é real, invertida e maior que o objeto.

2. UFPR – A figura abaixo representa uma lente convergente. Os pontos F e F' correspondem ao foco objeto e ao foco imagem, respectivamente. Na figura, está representada uma imagem I. Determine, graficamente, o objeto associado a essa imagem.



Usando duas das propriedades, encontraremos o objeto.



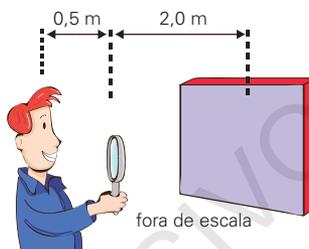
O raio de luz que incide passando pelo foco, emerge paralelamente ao eixo principal.

O raio de luz que incide no centro óptico da lente, emerge sem sofrer desvio.

1. FCM-SP

C1-H1

Em uma parede vertical está pendurado um quadro retangular cuja superfície tem área S. Brincando com uma lente esférica convergente, um rapaz observa uma imagem invertida e nítida desse quadro, mantendo a lente parada, a 0,5 m de seus olhos, e paralela à parede, a 2 m dela.



Disponível em: < mx.depositphotos.com >. (Adaptado)

Considerando válidas as condições de nitidez de Gauss, a área da imagem do quadro observada pelo rapaz é

- a) S/4
 b) S/8
 c) S
 d) S/16
 e) S/2

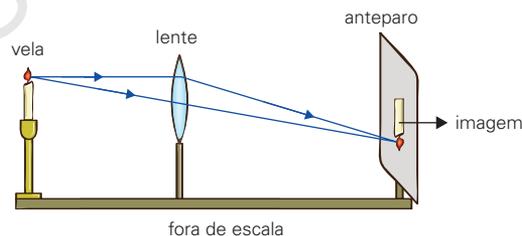
Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

$$p = 2 \text{ m}, p' = 0,5 \text{ m e } o = S$$

$$\frac{i}{o} = \frac{-p}{p} \Rightarrow \frac{i}{S} = \frac{-0,5}{2,0} \Rightarrow i = \frac{S}{4}$$

4. FMJ-SP – A figura mostra uma lente delgada convergente colocada entre uma vela e um anteparo, no qual está projetada uma imagem nítida da vela.



Disponível em: < www.if.ufrgs.br >. (Adaptado)

- a) Considerando que a distância da lente até o anteparo seja 30 cm e que a distância da vela até a lente seja 60 cm, calcule a relação entre os tamanhos da imagem e do objeto.
 b) Se a lente for colocada a 40 cm do anteparo, a que distância da lente, em centímetros, deve ser colocada a vela para que seja projetada no anteparo uma nova imagem nítida?

a)

$$\frac{i}{o} = \frac{-p}{p} = \frac{-30}{60} \Rightarrow \frac{i}{o} = -0,5$$

b)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p} = \frac{1}{30} + \frac{1}{60} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20} \Rightarrow f = 20 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{p} + \frac{1}{40}$$

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{20} - \frac{1}{40} = \frac{1}{40}$$

$$p = 40 \text{ cm}$$

5. **UEM-PR** – Quando um objeto real, retilíneo e frontal AB é colocado no ar

- 01) defronte a uma lente divergente, a imagem formada pelos raios de luz que atravessam a lente é sempre virtual, direita e menor que o objeto.
- 02) além do ponto antiprincipal objeto C de uma lente convergente, a imagem formada pelos raios de luz que atravessam a lente é real, invertida e menor que o objeto.
- 04) sobre o ponto antiprincipal objeto C de uma lente convergente, a imagem formada pelos raios de luz que atravessam a lente é real, direita e menor que o objeto.
- 08) entre o ponto antiprincipal objeto C e o foco principal objeto F de uma lente convergente, a imagem formada pelos raios de luz que atravessam a lente é real, invertida e maior que o objeto.
- 16) sobre o foco principal objeto F de uma lente convergente, a imagem formada pelos raios de luz que atravessam a lente é real, direita e maior que o objeto.

11 (01 + 02 + 08)

01) Correto. A imagem de um objeto real formada por uma lente divergente será sempre virtual, direita e menor que o objeto.

02) Correto. Objeto mais afastado que o ponto antiprincipal de uma lente convergente, terá imagem real, invertida e menor que o objeto.

04) Incorreto. Objeto no ponto antiprincipal de uma lente convergente, terá imagem real, invertida e igual ao objeto.

08) Correto. Objeto entre o ponto antiprincipal e o foco de uma lente convergente, terá imagem real, invertida e maior que o objeto.

16) Incorreto. Objeto no foco de uma lente convergente terá imagem imprópria.

6. **Udesc** – Com relação às lentes convergentes e às divergentes, analise as proposições.

- I. Para lentes divergentes, a imagem de um objeto é sempre virtual, direita e menor.
- II. Para uma lente convergente, um objeto localizado entre o foco e o centro da lente, a imagem é virtual, direita e maior.
- III. Para uma lente divergente, um objeto localizado entre o centro de curvatura e o foco, a imagem é real, invertida e maior.
- IV. Para lentes convergentes, a imagem de um objeto é sempre real, direita e maior.

Assinale a alternativa **correta**:

- a) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
- b) Somente as afirmativas II e IV são verdadeiras.
- c) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
- d) Somente as afirmativas I, III e IV são verdadeiras.
- e) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.

I. Correto. A lente divergente forma, para um objeto, imagem virtual, direita e menor que o objeto.

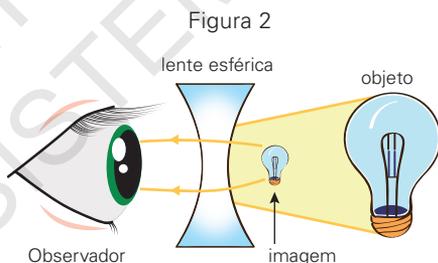
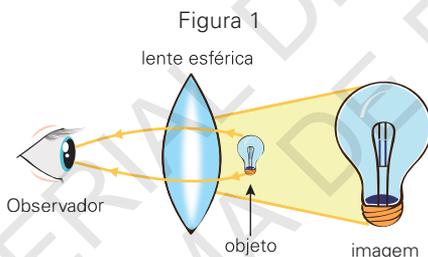
II. Correto. Objeto situado entre o foco e o centro óptico da lente, a imagem formada será virtual, direita e maior que o objeto.

III. Incorreto. Lente divergente não forma imagem real.

IV. Incorreto. Lente convergente forma imagem real e virtual.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. **UEFS-BA** – As figuras 1 e 2 representam uma lente esférica de vidro, um objeto, a imagem conjugada pela lente ao objeto e o olho de um observador vendo a imagem.



Na figura _____, a lente é _____ e a imagem conjugada por ela é _____.

As lacunas devem ser preenchidas, respectivamente, por

- a) 1 – divergente – virtual.
- b) 1 – convergente – virtual.

- c) 2 – divergente – real.
- d) 2 – convergente – virtual.
- e) 1 – convergente – real.

8. **Mackenzie-SP** – Uma lente convergente de distância focal f e centro óptico O conjuga de um objeto real, uma imagem real, invertida e de mesmo tamanho. Esse objeto encontra-se

- a) entre o centro óptico e o foco.
- b) sobre o foco.
- c) sobre o ponto antiprincipal objeto.
- d) entre o foco e o ponto antiprincipal objeto.
- e) antes do ponto antiprincipal objeto.

9. **Cefet-MG** – Três alunos são orientados a desenvolver um procedimento experimental simples para a determinação da distância focal de uma lente convergente. As soluções encontradas por eles foram as seguintes:

Aluno 1: A imagem do céu criada através da lente é projetada sobre uma folha de papel. A distância da folha ao centro da lente é a distância focal procurada.

Aluno 2: A lente é colocada entre o objeto e um observador distante. Varia-se a posição da lente até que o objeto desapareça. A distância focal será a distância entre o centro da lente e o observador.

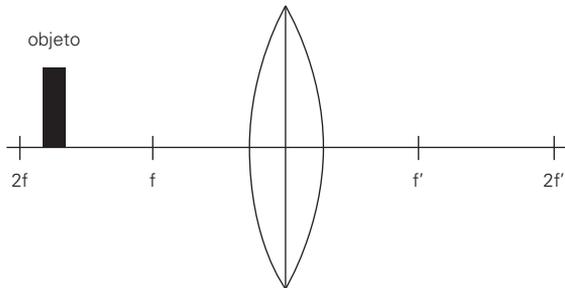
Aluno 3: A lente é usada como uma lupa para se observar um objeto. Varia-se a posição da lente até que a imagem tenha o maior tamanho possível. A distância

entre esse objeto e o centro da lente será aproximadamente a distância focal.

Com relação aos procedimentos, pode-se concluir que apenas o(s) aluno(s)

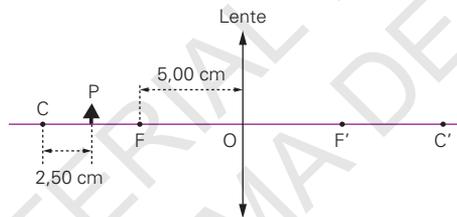
- 1 está correto.
- 2 está correto.
- 1 e 2 estão corretos.
- 1 e 3 estão corretos.
- 2 e 3 estão corretos.

- 10. UCPel-RS** – De acordo com a figura a seguir, assinale a opção que caracteriza corretamente a imagem do objeto que se forma do lado direito da lente.



- Imagem virtual, invertida e menor.
- Imagem real, invertida e maior.
- Imagem real, direita e menor.
- Imagem virtual, direita e maior.
- Não há formação de imagem, pois o objeto está entre $2f$ e f .

- 11. Mackenzie-SP (adaptado)** – A figura ilustra o esquema, sem escala, de um pequeno objeto real P, situado sobre o eixo principal de uma lente delgada convergente, com os respectivos focos principais, F e F', e pontos antiprincipais, C e C'.

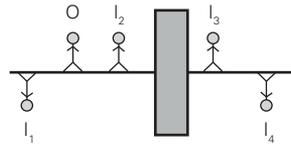


A imagem conjugada de P é _____, _____ e de altura _____ que a do objeto. A alternativa que preenche, corretamente, na ordem correta de leitura, as lacunas do texto é

- virtual, direita, maior.
- virtual, invertida, menor.
- real, direita, menor.
- real, invertida, maior.
- real, invertida, menor.

- 12. UFAM** – Considere a situação na qual o boneco O está diante de uma lente delgada, simétrica, oculta pela área sombreada da figura a seguir. A linha cheia representa o eixo central da lente. Os quatro bonecos I_1 a I_4 mostram a localização e a orientação de

possíveis imagens produzidas pela lente. As alturas e distâncias do boneco e das possíveis imagens estão fora de escala.



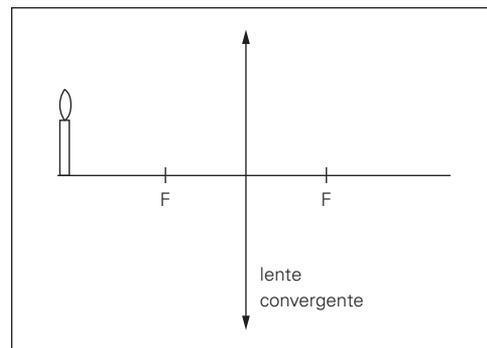
Com relação à lente delgada, oculta pela região sombreada da figura, podemos afirmar que, se a lente for:

- convergente, formará a imagem real I_4 , caso o boneco O seja colocado antes do ponto focal da lente.
- convergente, formará a imagem virtual I_1 , caso o boneco O seja colocado entre o ponto focal e o centro geométrico da lente.
- convergente, formará as imagens reais I_3 e I_4 dependendo da posição em que boneco O seja colocado diante da lente.
- divergente, a única imagem que formará é a imagem virtual I_2 , independente da posição do boneco O.
- divergente, a única imagem que formará é a imagem virtual I_1 , independente da posição do boneco O.

Assinale a alternativa correta:

- Somente as afirmativas I, II e IV estão corretas.
- Somente as afirmativas I, III e V estão corretas.
- Somente as afirmativas I e IV estão corretas.
- Somente as afirmativas III e IV estão corretas.
- Somente as afirmativas III e V estão corretas.

- 13. UFJF-MG** – Uma vela está situada a uma distância de 23 cm de uma lente convergente com distância focal de 10 cm, como mostrado na figura abaixo.



Sobre a imagem formada, pode-se afirmar que:

- será real e invertida, formada à direita da lente, a uma distância de 17,69 cm desta, e com tamanho menor que o do objeto.
- será virtual e direita, formada à esquerda da lente, a uma distância de 17,69 cm desta, e com tamanho maior que o do objeto.
- será real e invertida, formada à direita da lente, a uma distância de 6,97 cm desta, e com tamanho menor que o do objeto.
- será real e invertida, formada à esquerda da lente, a uma distância de 6,97 cm desta, e com tamanho maior que o do objeto.

e) será real e direta, formada à direita da lente, a uma distância de 17,69 cm desta, e com tamanho menor que o do objeto.

14. UFSC – Assinale a alternativa correta.

Um objeto de 10 cm de altura está posicionado a 7 cm de uma lente convergente de borda fina, de distância focal $f = 5$ cm. Determine a posição e a altura da imagem, respectivamente.

- a) 17,5 cm, -25,0 cm
- b) 17,5 cm, 25,0 cm
- c) 2,9 cm, -4,1 cm
- d) 2,9 cm, 4,1 cm
- e) 2,0 cm, -0,3 cm

15. Unioeste-PR (adaptado) – Uma vela com 10 cm de altura é colocada a 10 cm de uma lente convergente de distância focal igual a 20 cm. De acordo com esses dados, assinale a alternativa correta.

- a) A imagem é real, invertida e possui 20 cm de altura.
- b) A imagem é virtual, direta e possui 5,0 cm de altura.
- c) A imagem é virtual, direta e possui 20 cm de altura.
- d) As lentes convergentes sempre produzem imagens reais de objetos reais.

16. UEM-PR (adaptado) – Um objeto de tamanho $T_o = 15$ cm está situado a uma distância $D_o = 30$ cm de uma lente. Verifica-se que a lente forma uma imagem virtual do objeto, cujo tamanho, T_i , é igual a 3 cm.

- a) Qual o módulo da distância D_i (em cm) da imagem à lente?
- b) Qual é a distância focal da lente?
- c) Qual é o tipo de lente da situação?

17. UEPG-PR – Uma lente delgada é utilizada para projetar numa tela, situada a 1 m da lente, a imagem de um objeto real de 10 cm de altura e localizado a 25 cm da lente. Sobre o assunto, assinale o que for correto.

- 01) A lente é convergente.
- 02) A distância focal da lente é 20 cm.
- 04) A imagem é invertida.
- 08) O tamanho da imagem é 40 cm.
- 16) A imagem é virtual.

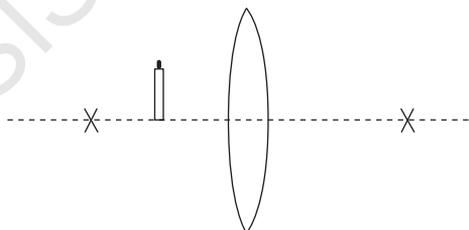
Dê a soma dos números dos itens corretos.

ESTUDO PARA O ENEM

18. FPS-PE

C1-H1

Uma vela está localizada a 2,0 m de uma lente convergente de distância focal igual a 4,0 m, como ilustrado na figura. Determine em que posição a imagem da vela se formará.



- a) A 0,5 m da lente, no mesmo lado da vela.
- b) A 2,0 m da lente, no lado oposto da vela.

- c) A 4,0 m da lente, no mesmo lado da vela.
- d) A 4,0 m da lente, no lado oposto da vela.
- e) A 0,5 m da lente, no lado oposto da vela.

19. Mackenzie-SP

C1-H1

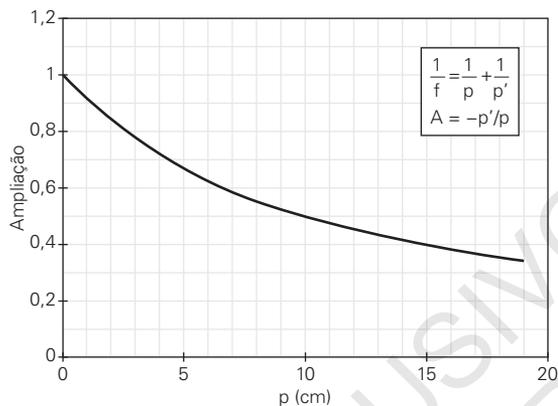
Em uma experiência de óptica, na sala de aula, coloca-se um objeto real à distância de 6 cm do centro óptico de uma lente biconvexa de distância focal 4 cm. Sendo observadas as condições de Gauss, a distância entre esse objeto e sua imagem será de

- a) 6 cm
- b) 9 cm
- c) 12 cm
- d) 15 cm
- e) 18 cm

20. PUC-PR (adaptado)

C5-H17

A equação de Gauss relaciona a distância focal (f) de uma lente esférica delgada com as distâncias do objeto (p) e da imagem (p') ao vértice da lente. O gráfico dado mostra a ampliação (A) da imagem em função da distância do objeto para uma determinada lente delgada.



Se o objeto estiver a 6 cm da lente, a que distância a imagem se formará da lente, qual a lente utilizada e quais as características da imagem?

- a) Será formada, a 30 cm da lente divergente, uma imagem real, direita e menor.
- b) Será formada, a 3,75 cm da lente divergente, uma imagem virtual, direita e menor.
- c) Será formada, a 30 cm da lente divergente, uma imagem virtual, invertida e menor.
- d) Será formada, a 3,75 cm da lente convergente, uma imagem real, direita e maior.
- e) Será formada, a 3,75 cm da lente convergente, uma imagem virtual, invertida e menor.

AUMENTO LINEAR TRANSVERSAL E ASSOCIAÇÃO DE LENTES ESFÉRICAS

11

Aumento linear

Designamos o símbolo **o** ao tamanho (altura) do **objeto** e de **i** ao tamanho (altura) da **imagem**. Por convenção devemos usar o sinal (+) quando objeto ou imagem estiverem para cima e usar o sinal (–) quando objeto ou imagem estiverem para baixo, sempre em relação ao eixo principal.

O aumento linear transversal (A) é encontrado fazendo-se a razão entre os tamanhos da imagem pelo objeto.

$$A = \frac{i}{o} = \frac{-p}{p}$$

Ao lançar os valores, é importante prestar a atenção aos sinais que deverão ser colocados na equação:

- Se $A > 0$, significa que **i** e **o** possuem sinais iguais: imagem direita em relação ao objeto. Isso ocorre com as imagens virtuais.
- Se $A < 0$, significa que **i** e **o** possuem sinais contrários: imagem invertida em relação ao objeto. Isso ocorre com as imagens reais.
- $|A| = 1$: a altura da imagem é igual à altura do objeto.
- $|A| > 1$: a altura da imagem é maior que a altura do objeto.
- $0 < |A| < 1$: a altura da imagem é menor que a altura do objeto.

Vergência

Nas receitas médicas, as lentes que um paciente deverá usar para correções de miopia, hipermetropia e presbiopia vêm expressas em graus. Quanto maior for a deficiência visual do paciente, maior será o grau da lente que deverá usar.

Essa medida, na Física, possui a unidade dioptria (di) e é equivalente ao grau. Apesar de terem o mesmo valor e significado, dioptria é a unidade correta, já o grau é de uso popular.

A grandeza física que possui a unidade dioptria é a vergência da lente e é definida como o inverso da distância focal.

$$V = \frac{1}{f}$$

- Se $f > 0$, então, $V > 0$: lente convergente.
- Se $f < 0$, então, $V < 0$: lente divergente.

Para que a vergência da lente seja medida em dioptrias, a distância focal deverá estar em metros.

$$di = \frac{1}{m} = m^{-1}$$

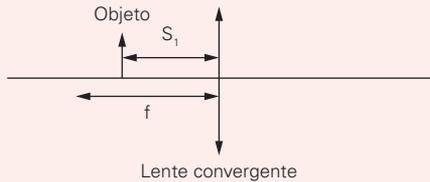
- Aumento linear
- Vergência da lente
- Equação dos fabricantes de lentes
- Associação de lentes
- Justaposição das lentes

HABILIDADES

- Aplicar a equação para determinar o aumento linear transversal.
- Reconhecer características da imagem a partir do valor e sinal do aumento linear transversal.
- Identificar o tipo de lente a partir da sua vergência.
- Calcular a vergência (o grau) da lente.
- Reconhecer a influência do meio externo na distância focal de uma lente.
- Aplicar a equação do fabricante de lentes.
- Identificar quando as lentes estão justapostas.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. PUC-RJ – Uma lente convergente está representada esquematicamente na figura. O objeto está localizado em $S_1 = 2/3 f$, onde f é a distância focal.



A distância da imagem à lente e o fator de ampliação são dados, respectivamente, por:

- a) $-2f; 2$
- b) $2f; 1,5$
- c) $-f; 3$
- d) $f; 2$
- e) $-2f; 3$

Resolução

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{\frac{2}{3}f} + \frac{1}{p} \Rightarrow \frac{1}{p} = \frac{1}{f} - \frac{3}{2f} = \frac{-1}{2f} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p' = -2f$$

$$a = \frac{-p'}{p} = \frac{-(-2f)}{2f/3} \Rightarrow A = 3 \text{ vezes}$$

2. IFSul-RS – A grandeza física vergência é medida em dioptrias, o que, no cotidiano, é o “grau” de uma lente. Logo, uma pessoa que usa óculos com lentes para a correção de sua visão de 2,5 graus, está usando óculos com uma lente de vergência igual a 2,5 dioptrias.

Essa lente tem uma distância focal de

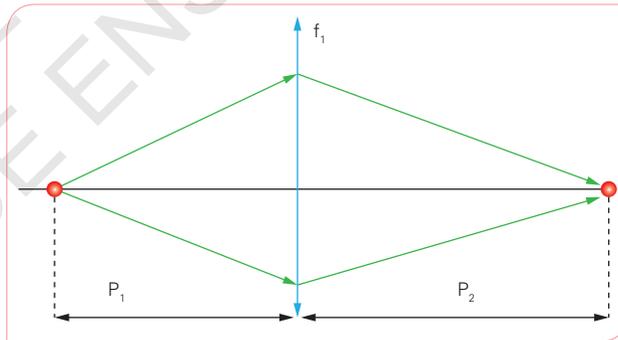
- a) 0,30 m.
- b) 0,40 m.
- c) 2,50 m.
- d) 0,25 m.

Resolução

$$V = \frac{1}{f} \Rightarrow 2,5 = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{1}{2,5} \Rightarrow f = 0,4 \text{ m}$$

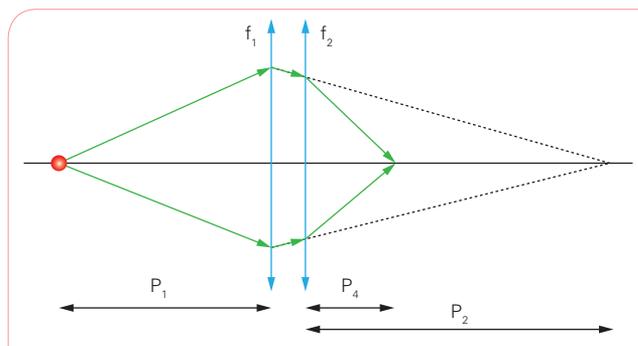
Justaposição das lentes

Dadas duas lentes de distâncias focais f_1 e f_2 , podem ser ambas convergentes, ambas divergentes, ou uma convergente e a outra divergente. Vamos colocá-las justapostas e, então, encontrar a lente equivalente dessa associação, cuja distância focal é f . Na demonstração a seguir, vamos considerar a associação de duas lentes convergentes. Observe a formação da imagem na lente convergente abaixo:



A lente de distância focal f_1 , sozinha, para um objeto a distância P_1 , forma a imagem distante em P_2 .

Associando a lente de distância focal f_2 com a lente f_1 , temos:



As lentes de distâncias focais f_1 e f_2 serão justapostas. Deixamos certa distância entre elas meramente para percebermos o traçado dos raios luminosos.

As duas lentes juntas, para um objeto distante em P_1 formam uma imagem em P_4 .

Lente 1: $f_1, p = P_1, p' = P_2$

Lente 2: $f_2, p = -P_2$ (os raios incidentes se encontram no prolongamento, então, o ponto objeto é virtual), $p' = P_4$

Lente equivalente: $f, p = P_1, p' = P_4$

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} \quad \frac{1}{f_2} = \frac{-1}{P_2} + \frac{1}{P_4} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_4}$$

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} + \frac{-1}{P_2} + \frac{1}{P_4} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_4} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

$$V = V_1 + V_2$$

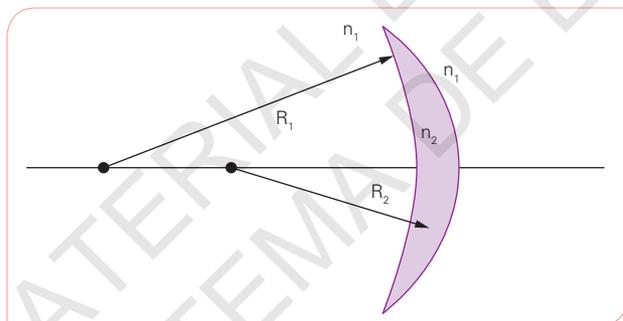
A lente equivalente terá vergência igual à soma das vergências das lentes 1 e 2. Podemos associar quantas lentes desejarmos, mas devemos observar os sinais das vergências:

- positiva para lente convergente;
- negativa para lente divergente.

Equação do fabricante

A distância focal de uma lente e a vergência dela dependem de alguns parâmetros: índice de refração do material de que é feita a lente, índice de refração do meio no qual ela será utilizada e dos raios de curvatura das faces. Halley conseguiu relacionar esses elementos e deduziu a equação conhecida como equação do fabricante de lentes.

Dada a lente a seguir, n_1 é o índice de refração do meio externo (normalmente é o ar e vale aproximadamente 1), n_2 é o índice de refração do material de que é feita a lente, R_1 o raio de curvatura de uma das faces e R_2 o raio de curvatura da outra face.



A vergência dessa lente é dada por:

$$V = \frac{1}{f} = \frac{n_2}{n_1} - 1 \cdot \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Convenção de sinais:

- $R > 0$ para face convexa
- $R < 0$ para face côncava
- Quando uma face é plana, $R = \infty \rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{\infty} = 0$

Observe bem as unidades de medidas. Para encontrar a vergência em dioptrias, os raios devem ser lançados na equação em metros.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. UEPG-PR – Duas lentes convergentes, de distâncias focais 10 cm e 15 cm, estão em contato. Um objeto real é posicionado sobre o eixo principal a 8 cm do sistema. Com base nestes dados, assinale o que for correto.

- 01) A imagem formada é ampliada.
 02) A imagem formada é invertida.
 04) A imagem fornecida pelo sistema é virtual.
 08) A distância focal do sistema é 25 cm.
 16) A convergência do sistema é 0,04 dioptrias.

Resolução

03 (01 + 02)

$f_1 = 10$ cm, $f_2 = 15$ cm e $p = 8$ cm. O foco é dado por:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6} \Rightarrow f = 6 \text{ cm}$$

A posição da imagem, é: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{8} + \frac{1}{p'}$

$$\Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{1}{24} \Rightarrow p' = 24 \text{ cm}$$

01. Correto. Como $p' > p$, a imagem é ampliada.
 02. Correto. Como $p' > 0$, a imagem é real e toda imagem real é invertida.
 04. Incorreto. A imagem é real ($p' > 0$).
 08. Incorreto. A distância focal é de 6 cm.
 16. Incorreto. $V = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,06} = 16,67$ di

4. Unioeste-PR – A convergência de uma lente plano-convexa é igual a 4,0 di quando a lente está imersa no ar, cujo índice de refração pode ser considerado igual a 1,0 e 2,0 di quando a lente está imersa na água, cujo índice de refração é igual a 4/3. Considerando a lente delgada, assinale a alternativa correta.

- a) O índice de refração da lente é igual a 2,0.
 b) A distância focal da lente, quando no ar, é igual a 1,0 m.
 c) A distância focal da lente, quando na água, é igual a 25 cm.
 d) O raio de curvatura da lente é igual a 50 cm.
 e) As lentes plano-convexas são sempre convergentes.

Resolução

$$V = \frac{1}{f} = \frac{n_{\text{lente}}}{n_{\text{meio}}} - 1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Substituindo as duas situações na equação, temos:

$$4,0 = \frac{n}{1} - 1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$2,0 = \frac{n}{4/3} - 1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Dividindo as equações:

$$4,0 \frac{n}{4/3} - 1 = 2,0 \frac{n}{1} - 1$$

$$3n - 4 = 2n - 2 \Rightarrow n = 2$$

ROTEIRO DE AULA

$$A = \frac{i}{o} = \frac{-p}{p}$$

$A > 0 \rightarrow$ imagem direita _____ (virtual) _____.

$A < 0 \rightarrow$ imagem invertida _____ (real) _____.

$|A| = 1 \rightarrow$ _____ igual _____.

$0 < |A| < 1 \rightarrow$ _____ menor _____.

$|A| > 1 \rightarrow$ _____ maior _____.

$$V = \frac{1}{f}$$

$V > 0 \rightarrow$ _____ convergente _____.

$V < 0 \rightarrow$ _____ divergente _____.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

$$V = V_1 + V_2$$

Convergente: $f > 0$ e $V > 0$.

Divergente: $f < 0$ e $V < 0$.

$$V = \frac{1}{f} = \frac{n_{\text{lente}} - 1}{n_{\text{meio}}} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Face convexa: $R > 0$.

Face côncava: $R < 0$.

Face Plana: $R = \infty$ $\frac{1}{R} = \frac{1}{\infty} = 0$.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Fameca-SP – Para que suas mãos fiquem livres enquanto trabalha na confecção de um anel, um joalheiro utiliza uma armação com lentes que se assemelha muito à aba de um boné. Por meio de uma articulação, essa aba permite que as duas lentes convergentes, de distâncias focais iguais e de módulo 20 cm, sejam posicionadas a uma distância fixa de cada olho. Calcule:

- o módulo da vergência, em dioptrias, de uma dessas lentes.
- o módulo da distância à lente, em cm, em que o joalheiro deve posicionar o anel para que ele veja a imagem direita e duas vezes maior do que a própria joia.

$$f = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

$$\text{a) } V = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,2} \Rightarrow V = 5 \text{ di}$$

b) Pelo enunciado, temos que $A = +2$ vezes, portanto:

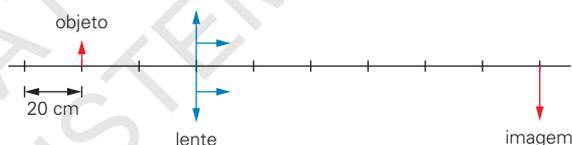
$$A = \frac{-p'}{p} \Rightarrow 2 = \frac{-p'}{p} \Rightarrow p' = -2p$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{p} + \frac{1}{-2p} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{2p} \Rightarrow p = 10 \text{ cm}$$

2. Famerp-SP – Um objeto luminoso é colocado a 60 cm de uma lente delgada convergente e observa-se uma imagem nítida desse objeto projetada em um anteparo distante 120 cm da lente, como mostra a figura 1.



Em seguida, o objeto é deslocado 20 cm, aproximando-o da lente, e a imagem no anteparo deixa de ser nítida. Para que se retome a nitidez da imagem, é necessário afastar a lente do objeto, como mostra a figura 2.



- Calcule a distância focal da lente, em cm.
- Calcule a distância, em cm, que se deve deslocar a lente de sua posição inicial para que a imagem do objeto projetada no anteparo volte a ser nítida.

$$\text{a) } p = 60 \text{ cm e } p' = 120 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{60} + \frac{1}{120} = \frac{3}{120} = \frac{1}{40} \Rightarrow f = 40 \text{ cm}$$

$$\text{b) } p + p' = 60 + 120 - 20 = 160 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{40} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{p+p'}{pp} = \frac{1}{40}$$

$$\frac{160}{pp'} = \frac{1}{40} \Rightarrow pp' = 6400$$

A soma dá 160 e o produto é 6 400. Então, $p = p' = 80 \text{ cm}$.

A lente estava a 120 cm da imagem e agora a 80 cm. Portanto, ela sofreu um deslocamento d .

$$d = 120 - 80 \Rightarrow d = 40 \text{ cm}$$

3. PUC-PR

C5-H17

Um estudante deseja projetar em uma tela a imagem de um objeto ampliada duas vezes. Sabendo que a tela se encontra a 2 m da lente, para formar essa imagem desejada, pergunta-se: qual deve ser o tipo de lente utilizada e qual deve ser o módulo de sua distância focal?

- Convergente e 2/3 m
- Divergente e 2/3 m
- Convergente e 3/2 m
- Divergente e 3 m
- Convergente e 2 m

$$A = -2 \text{ vezes (imagem projetada) e } p' = 2 \text{ m}$$

Imagem projetada só ocorre nas lentes convergentes.

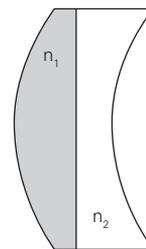
$$A = \frac{-p'}{p} \Rightarrow -2 = \frac{-2}{p} \Rightarrow p = 1 \text{ m}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow f = \frac{2}{3} \text{ m}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

4. UFTM-MG – Duas lentes esféricas, uma plano-convexa e outra plano-côncava, são justapostas e inseridas no vácuo (índice de refração igual a 1). Os raios de curvatura de ambas as lentes têm o mesmo valor, entretanto, seus índices de refração diferem.



A vergência do conjunto, resultado da adição das vergências individuais de ambas as lentes, em di, pode ser determinada por

$$\text{a) } V = \frac{n_1 + n_2}{2R}$$

$$\text{b)} V = \frac{n_1}{n_2} R$$

$$\text{c)} V = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$\text{d)} V = \frac{n_1 + n_2}{R}$$

$$\text{e)} V = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

$$V = V_1 + V_2 = \frac{n_1}{1} - 1 \frac{1}{R} + \frac{n_2}{1} - 1 \frac{-1}{R}$$

$$V = \frac{n_1 - 1}{R} + \frac{-n_2 + 1}{R} \Rightarrow V = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

5. UEM-PR – Considere uma lente plano-côncava de índice de refração $n_l = 1,5$, cuja face curva tem um raio de curvatura de 20,0 cm. Com relação ao funcionamento dessa lente, analise as alternativas e assinale o que for correto.

- 01) Quando essa lente está mergulhada em um líquido com índice de refração $n_\ell = 2,0$, ela funciona como uma lente convergente.
- 02) Quando essa lente está mergulhada em um líquido com índice de refração $n_\ell = 1,0$, ela funciona como uma lente divergente.
- 04) Quando essa lente está mergulhada em um líquido com índice de refração $n_\ell = 2,0$, sua distância focal é 80,0 cm.
- 08) Quando essa lente está mergulhada em um líquido com índice de refração $n_\ell = 1,0$, sua distância focal é 40 cm.
- 16) Quando essa lente está mergulhada em um líquido com índice de refração $n_\ell = 1,5$, ela funciona como uma lente biconvexa.

Resposta 15 (01 + 02 + 04 + 08)

$$n_l = 1,5, R_1 = \infty, R_2 = -20,0 \text{ cm}$$

$$\text{01. Correto. } \frac{1}{f} = \frac{n_l}{n_m} - 1 \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1,5}{2,0} - 1 \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-20} = \frac{-0,25}{-20} = \frac{1}{80}$$

$$\text{02. Correto. } \frac{1}{f} = \frac{n_l}{n_m} - 1 \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1,5}{1,0} - 1 \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-20} = \frac{0,5}{-20} = \frac{1}{-40}$$

$$\text{04. Correto. } \frac{1}{f} = \frac{n_l}{n_m} - 1 \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1,5}{2,0} - 1 \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-20} = \frac{-0,25}{-20} = \frac{1}{80}$$

$$\text{08. Correto. } \frac{1}{f} = \frac{n_l}{n_m} - 1 \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1,5}{1,0} - 1 \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-20} = \frac{0,5}{-20} = \frac{1}{-40}$$

16. Incorreto. Sendo os índices de refração da lente e do meio iguais, a luz não sofre desvios, portanto não há lente.

6. UFTM-MG – A face convexa de uma lente de vidro plano-convexa possui um raio de curvatura de 6,0 cm. Sendo o índice de refração do vidro igual a 1,5, a distância focal da lente será, em cm, igual a:

- a) 1,5
b) 6,0
c) 8,0
d) 10,5
 e) 12,0

$$R = 6,0 \text{ cm e } n_l = 1,5$$

$$\frac{1}{f} = \frac{n_l}{n_m} - 1 \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1,5}{1,0} - 1 \frac{1}{6} + \frac{1}{\infty} = \frac{0,5}{6} = \frac{1}{12}$$

$$f = 12 \text{ cm}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. IFMT – Ao se observar um objeto que está a 4,0 cm de uma lupa de distância focal 6,0 cm. Quantas vezes a imagem será maior do que o objeto?

- a) 3 vezes
b) 12 vezes
c) 24 vezes
d) 2 vezes
e) 1,5 vezes

8. Unioeste-PR – Uma vela com 10 cm de altura é colocada a 10 cm de uma lente convergente de distância focal igual a 20 cm.

Com relação a esses dados, assinale a alternativa correta.

- a) A vergência da lente é 2,0 di.
b) A imagem é real, invertida e possui 20 cm de altura.
c) A imagem é virtual, direta e possui 5,0 cm de altura.
d) A imagem é virtual, direta e possui 20 cm de altura.
e) As lentes convergentes sempre produzem imagens reais de objetos reais.

9. UEM-PR – Analise as alternativas abaixo e assinale a(s) correta(s).

- 01) Os raios de luz que incidem paralelamente ao eixo principal de um espelho esférico côncavo e que são refletidos por esse espelho convergem para um mesmo ponto do eixo principal, denominado foco.
- 02) A imagem formada de um objeto situado entre o vértice e o foco de um espelho côncavo é real, invertida e menor do que o objeto.
- 04) A vergência de uma lente esférica, definida como o inverso da distância focal, determina o maior ou o menor poder de convergência ou de divergência dessa lente.
- 08) Quando raios luminosos incidem paralelamente ao eixo principal de uma lente esférica e a atravessam sem efetivamente se interceptarem após atravessá-la, a natureza da imagem formada é real.
- 16) A equação de Gauss, que é fundamental no estudo de lentes e de espelhos esféricos, possibilita-nos estudar a natureza e as características das imagens fornecidas por esses sistemas físicos.

- 10. Vunesp-SP** – Durante a análise de uma lente delgada para a fabricação de uma lupa, foi construído um gráfico que relaciona a coordenada de um objeto colocado diante da lente (p) com a coordenada da imagem conjugada desse objeto por essa lente (p').

A figura 1 representa a lente, o objeto e a imagem. A figura 2 apresenta parte do gráfico construído.

Figura 1

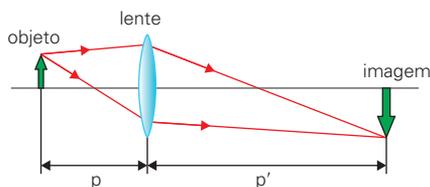
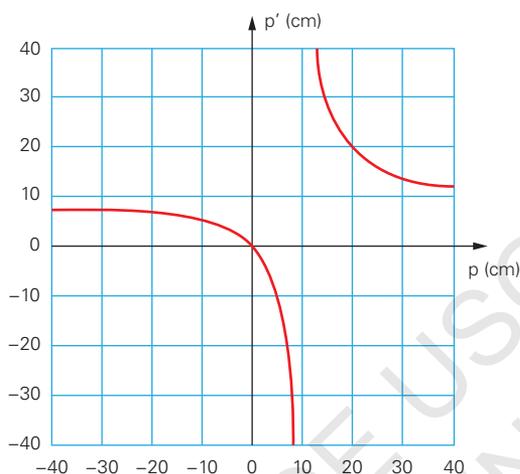


Figura 2



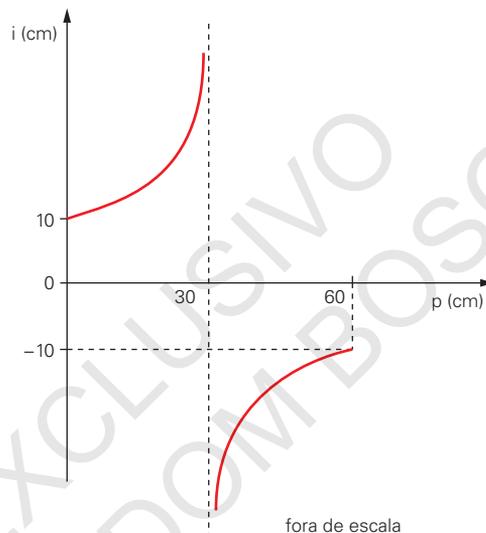
- a) Considerando válidas as condições de nitidez de Gauss para essa lente, calcule a que distância se formará a imagem conjugada por ela, quando o objeto for colocado a 60 cm de seu centro óptico.
- b) Suponha que a lente seja utilizada como lupa para observar um pequeno objeto de 8 mm de altura, colocado a 2 cm da lente. Com que altura será vista a imagem desse objeto?

- 11. UEM-PR** – Num laboratório de óptica, uma vela acesa (o objeto), uma lente convergente e uma tela estão alinhadas sobre uma bancada. A distância entre o objeto e a tela é de 2 m. A lente fornece uma imagem, quatro vezes maior que a vela, projetada na tela. Sobre este sistema, assinale o que for **correto**.

- 01)** A imagem projetada é real e direita (não invertida).
- 02)** A distância focal da lente mede 0,27 m.
- 04)** Se a lente for movimentada entre a vela e a tela, uma nova imagem nítida será projetada na tela quando a lente estiver a 1,43 m do objeto.
- 08)** A nova imagem nítida, obtida movimentando-se a lente, é real, invertida e quatro vezes menor que o objeto.
- 16)** A vergência da lente é negativa, sendo dada por $-3,7$ di.

- 12. UFTM-MG** – Um objeto real linear é colocado diante de uma lente esférica delgada convergente, perpendicularmente a seu eixo principal.

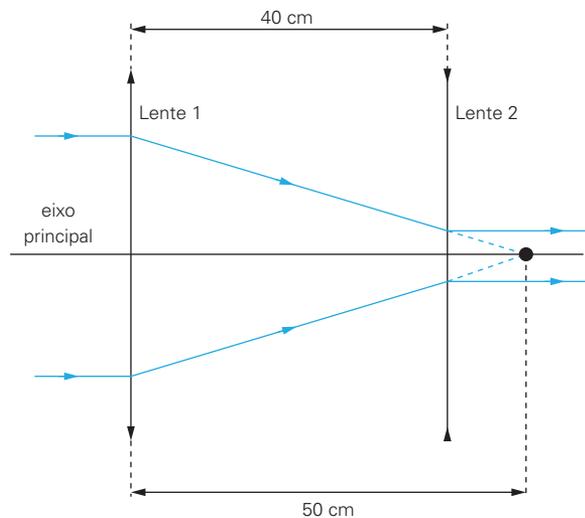
À medida que o objeto é movido ao longo desse eixo, a altura (i) da imagem conjugada pela lente varia, em função da distância do objeto a ela (p), conforme o gráfico a seguir.



Se o objeto for colocado a 20 cm da lente, a altura da imagem conjugada por ela, em cm, e o módulo da distância da imagem à lente, também em cm, serão respectivamente iguais a

- a) 30 e 30.
- b) 15 e 25.
- c) 30 e 60.
- d) 20 e 30.
- e) 20 e 60.

- 13. FCMSCSP-SP** – A figura representa uma associação de duas lentes esféricas, 1 e 2, atravessada por dois raios de luz monocromáticos que incidem na lente 1 paralelos ao seu eixo principal e emergem da lente 2, também paralelos ao seu eixo principal.



Sendo $|f_1|$ e $|f_2|$ os módulos das distâncias focais dessas lentes, o valor da relação $\left| \frac{f_1}{f_2} \right|$ é

- a) 0,20.
- b) 0,80.
- c) 1,25.
- d) 2,50.
- e) 5,00.

14. UEPG-PR – A respeito de uma lente feita com um material de índice de refração n , assinale o que for correto.

- 01)** A distância focal será a metade do raio de uma lente plano convexa com $n = 1,5$.
- 02)** Se a lente for convergente, ela se tornará divergente se o índice de refração do meio que a envolve for maior que n .
- 04)** O valor do foco será igual ao dos raios se a lente for biconvexa, com raios iguais e com $n = 1,5$.
- 08)** O raio de curvatura será igual a zero se a lente for plano côncava.

15. Unir-RO – Uma lente biconvexa tem raios de curvatura iguais a 0,5 metros. O índice de refração do material da lente em relação ao meio é 1,5. Quais são características da imagem de um objeto real a 1 m de distância do centro da lente?

- a) igual, invertida e real
- b) maior, direta e real
- c) menor, invertida e virtual
- d) igual, direta e virtual
- e) maior, invertida e virtual

16. UEM-PR – Uma lente delgada biconvexa, com raios de curvatura de 30 cm e índice de refração n_{Le} , é colocada em um meio líquido com índice de refração $n_L = 2$. Um raio luminoso monocromático incide sobre a lente paralelamente ao seu eixo principal. Com base nessas informações, analise as alternativas e assinale o que for **correto**.

- 01)** Quando $n_{Le} = 2,5$, ao penetrar na lente, o raio de luz se afasta da normal à superfície da lente.
- 02)** Quando $n_{Le} = 1,5$, ao emergir da lente, o raio de luz se aproxima da normal à superfície da lente.
- 04)** Quando $n_{Le} = 2,5$, a distância focal dessa lente é 0,6 m.
- 08)** Quando $n_{Le} = 1,5$, essa lente se comporta como uma lente divergente.
- 16)** Quando $n_{Le} = 1,5$, a vergência dessa lente é 5/3 di.

17. UFU-MG – Um sistema óptico é constituído por duas lentes convergentes delgadas em contato, de distâncias focais f_1 e f_2 . Para obter um sistema equivalente, pode-se substituir essas lentes por uma que possua uma distância focal f , dada por

$$\text{a) } f = \frac{f_1 + f_2}{f_1 \cdot f_2}$$

$$\text{b) } f = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2}$$

$$\text{c) } f = \frac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2}$$

$$\text{d) } f = \frac{2f_1 \cdot f_2}{f_1 - f_2}$$

ESTUDO PARA O ENEM

18. PUCCamp-SP

C1-H1

As lentes convergentes formam imagens cujas características dependem da distância entre o objeto e a lente. Quando um objeto luminoso é colocado sobre o eixo principal e a 15 cm de uma lente delgada convergente de distância focal igual a 20 cm, a imagem formada é

- a) real e quatro vezes menor que o objeto.
- b) real e com o dobro do tamanho do objeto.
- c) real e quatro vezes maior que o objeto.
- d) virtual e com o dobro do tamanho do objeto.
- e) virtual e quatro vezes maior que o objeto.

19. Unifenas-MG

C1-H1

Um aparelho projetor de imagens possui uma lente de borda fina cuja distância focal é de 5 centímetros. Já o objeto de tamanho 2 centímetros está posicionado a 7,5 cm do centro óptico da lente. A que distância do projetor deverá estar colocada a tela para a projeção da imagem?

- a) 75 cm
- b) 55 cm
- c) 35 cm
- d) 25 cm
- e) 15 cm

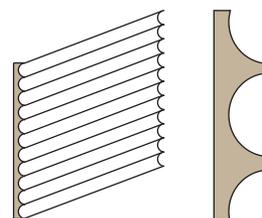
20. FGV-SP

C1-H1

Do lado de fora, pela vidraça do banheiro, um bisbilhoiteiro tenta enxergar seu interior.

Frustrado, o xereta só conseguiu ver as múltiplas imagens de um frasco de xampu, guardado sobre o aparador do boxe, a 36 cm de distância do vidro. De fato, mal conseguiu identificar que se tratava de um frasco de xampu, uma vez que cada uma de suas imagens, embora com a mesma largura, tinha a altura, que no original é de 20 cm, reduzida a apenas:

(Informações: suponha válidas as condições de estigmatismo de Gauss e que os índices de refração do vidro e do ar sejam, respectivamente, 1,5 e 1,0.)



- a) 0,5 cm
- b) 1,0 cm
- c) 1,5 cm
- d) 2,0 cm
- e) 2,5 cm

ÓPTICA DA VISÃO E INSTRUMENTOS ÓPTICOS

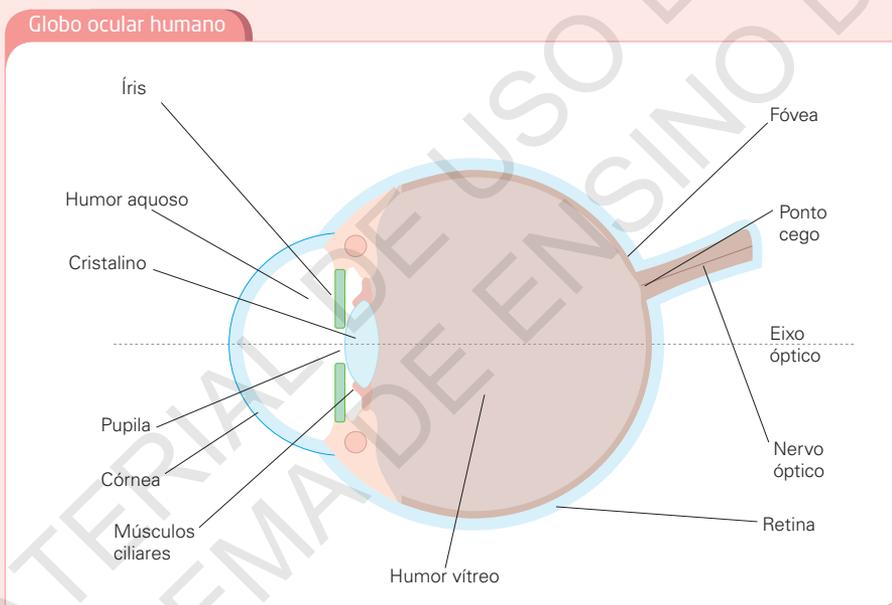
12

Uma parcela alta da população irá, provavelmente, em determinada idade de vida, passar pelo oftalmologista em busca de ajuda para enxergar nitidamente os objetos. Algumas pessoas já nascem com deficiência visual e outras a desenvolvem ao longo da vida.

Neste módulo, vamos estudar a visão humana, as anomalias da visão e como corrigir as anomalias por meio do uso de lentes esféricas.

Visão humana

A visão tem por finalidade receber ondas eletromagnéticas, na faixa da luz visível, e formar uma imagem nítida na retina. Essa imagem é convertida em pulsos elétricos, e eles são conduzidos, pelo nervo óptico, ao cérebro, por meio de pulsos elétricos, para que lhes seja dada a devida interpretação.



O globo ocular é constituído de um conjunto de meios, sendo alguns transparentes.

- **Córnea:** membrana transparente que protege os olhos da entrada de partículas e também atua como uma lente.
- **Íris:** parte colorida dos olhos que atua como um diafragma. Em local muito iluminado, a abertura da íris é pequena para entrar menos luz. Em local pouco iluminado, a abertura da íris é grande para permitir maior entrada de luz.

- Olho humano
- Defeitos da visão
- Instrumentos ópticos

HABILIDADES

- Entender a estrutura do olho humano.
- Reconhecer as anomalias da visão.
- Determinar a vergência das lentes para correção de anomalias.
- Entender o funcionamento dos instrumentos ópticos.
- Reconhecer as lentes usadas nos diversos instrumentos ópticos.
- Aplicar as equações de aumento para cada tipo de instrumento.

- **Pupila:** é a abertura da íris que varia de acordo com a intensidade da luz incidente. Seu diâmetro é variado, semelhante ao de um obturador de câmera fotográfica.
- **Humor aquoso:** líquido transparente que lubrifica a córnea para que não haja ressecamento. É também chamado de lágrima.
- **Cristalino:** lente biconvexa convergente e transparente que ajusta a luz para projetar a imagem no interior do olho.
- **Músculos ciliares:** são músculos que podem comprimir ou relaxar o cristalino para alterar o raio de curvatura das faces dessa lente. Dessa forma podem-se projetar no interior dos olhos imagens nítidas.
- **Humor vítreo:** substância transparente de preenchimento do olho para mantê-lo firme.
- **Retina:** membrana contendo células sensíveis à luz. Funciona como anteparo onde será formada a imagem.
- **Nervo óptico:** leva a mensagem, em forma de pulsos elétricos, até o cérebro.

Trajeto da luz

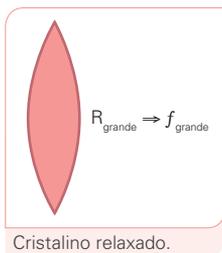
A luz proveniente de um objeto, vinda do ar, atinge a córnea, passa pelo humor aquoso, pela abertura da íris (pupila), pelo cristalino, pelo humor vítreo e incide na retina que é o anteparo onde se forma uma imagem real, invertida e de tamanho menor que o do objeto.

Nesse trajeto ocorrem várias refrações e muitas delas seguidas de convergências. São elas: ar-córnea, córnea-humor aquoso, humor aquoso-cristalino e cristalino-humor vítreo.

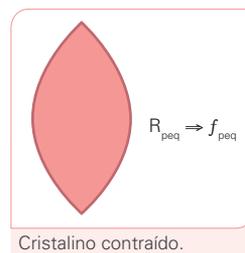
Adaptação visual

Tanto o cristalino quanto a retina estão em posições fixas no olho. Variando-se a distância entre o objeto visado e os olhos, há necessidade de ajustes para que a imagem formada na retina seja nítida. Isso é feito pelos músculos ciliares que comprimem o cristalino para que ele mude os raios de curvatura de suas faces e, conseqüentemente, mude a distância focal. Dessa forma, a imagem fica nítida na retina.

Para observações de objetos distantes, o cristalino precisa convergir menos a luz. Então, os músculos ciliares relaxam e soltam o cristalino.

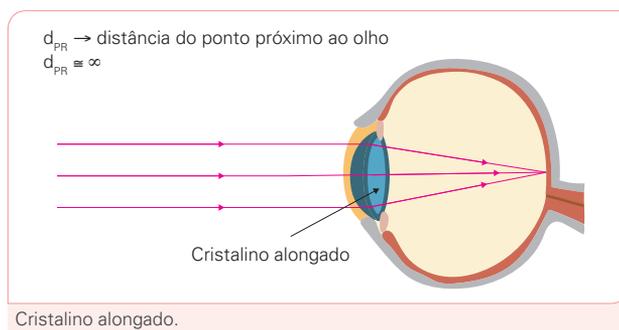
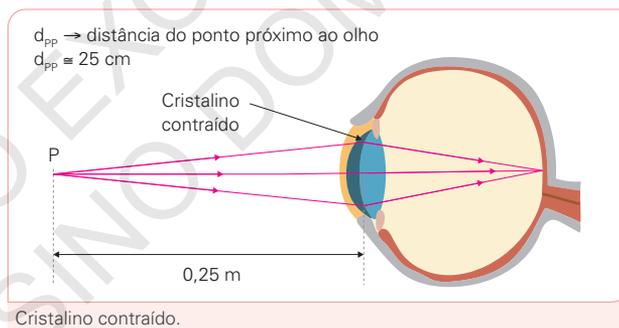


Para observações de objetos próximos, o cristalino precisa convergir mais a luz. Então, os músculos ciliares comprimem o cristalino.



Pontos extremos de visualização

Uma pessoa de visão normal consegue visualizar objetos de um ponto próximo dos olhos, em média a 25 cm dos olhos, até um ponto remoto infinitamente distante.



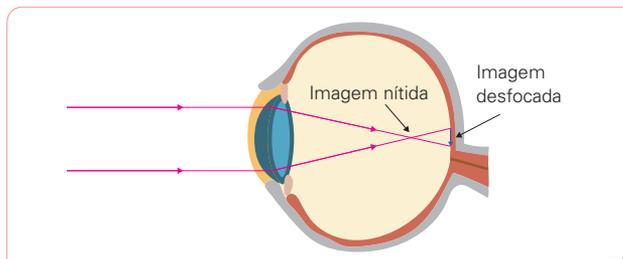
Dependendo da anomalia da visão, essas distâncias podem variar, ou seja, a distância do ponto próximo ao olho pode ser maior que 25 cm e a distância do ponto remoto pode ser menor que o infinito.

Anomalias da visão

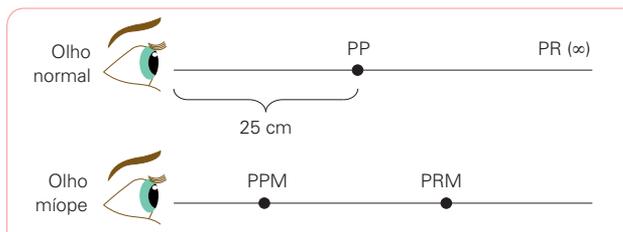
1) Miopia

A miopia é a anomalia da visão em que a pessoa não consegue ver com nitidez os objetos mais afastados dos olhos. Essa anomalia ocorre devido ao alongamento do olho, e a imagem acaba se formando antes

da retina. Nessas condições, a pessoa observa uma imagem não nítida como se estivesse fora de foco.



Os objetos bem próximos dos olhos são vistos com nitidez. A dificuldade é para enxergar os objetos distantes.

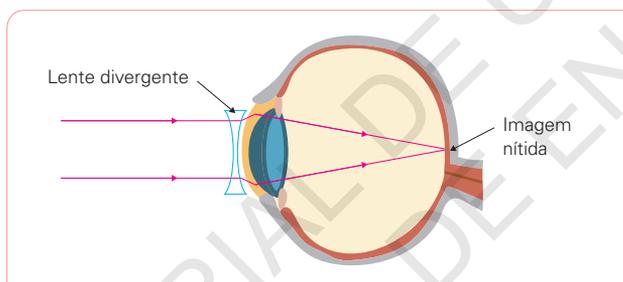


Para o míope, temos:

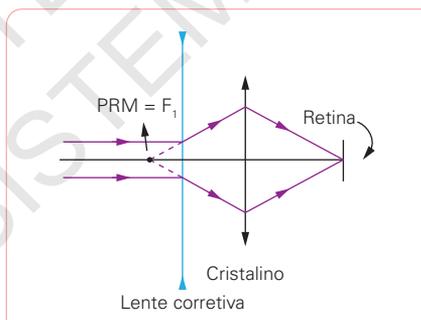
$$d_{\text{PPM}} < 25 \text{ cm}$$

$$d_{\text{PRM}} < \infty$$

A correção dessa anomalia é feita com o uso de óculos com lentes **divergentes**.



Esquemáticamente temos:



Um objeto localizado no infinito, raios incidentes paralelos, deverá formar uma imagem na lente divergente, que coincida com o ponto remoto do míope. Esse ponto coincide com o foco imagem da lente diver-

gente. As imagens dos objetos posicionados antes do infinito terão suas imagens formadas pela lente entre os pontos próximo e remoto do míope.

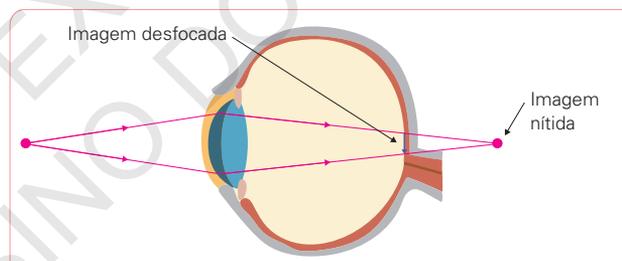
$F_i = -d_{\text{PRM}}$ (o sinal negativo existe devido à distância focal ser negativa).

$$V = \frac{-1}{d_{\text{PRM}}}$$

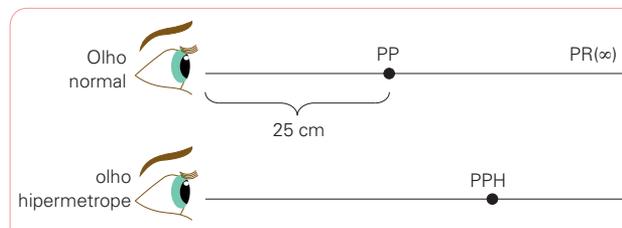
Este caso também pode ser resolvido com cirurgia na córnea. A córnea é desgastada até ajustar a curvatura para formar a imagem exatamente na retina. A d_{PRM} deve ser colocada em metros para que a vergência seja em dioptrias (grau).

2) Hipermetropia

A hipermetropia é a anomalia da visão em que a pessoa não consegue ver com nitidez os objetos mais próximos dos olhos. Essa anomalia ocorre devido ao encurtamento do olho na direção do eixo óptico e a imagem acaba se formando atrás da retina. Nessas condições, a pessoa observa uma imagem não nítida como se estivesse fora de foco.



Os objetos distantes dos olhos são vistos com nitidez. A dificuldade está em enxergar os objetos próximos.

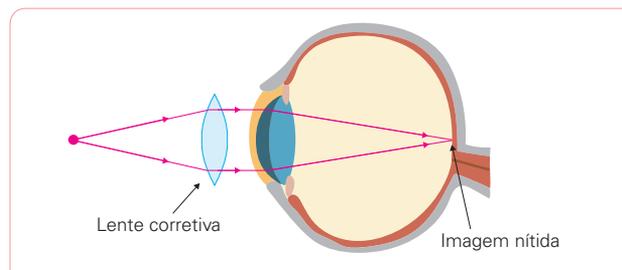


Para o hipermetrope:

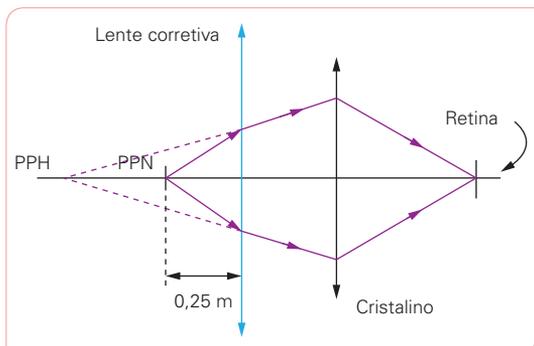
$$d_{\text{PPH}} > 25 \text{ cm}$$

$$d_{\text{PRH}} = \infty$$

A correção dessa anomalia é feita com o uso de óculos com lentes **convergentes**.



Esquemáticamente temos:



Um objeto localizado próximo do olho, pincel divergente, deverá formar uma imagem na lente convergente, que coincida com o ponto próximo do hipermetrope.

Em relação à lente convergente:

$$p = \text{PPN} = 0,25 \text{ m}$$

$p' = -d_{\text{PPH}}$ (o sinal é negativo devido à imagem ser virtual).

A vergência V é dada pela equação de Gauss:

$$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{0,25} + \frac{1}{-d_{\text{PPH}}}$$

$$V = 4 - \frac{1}{d_{\text{PPH}}}$$

3) Presbiopia

Com a idade, os músculos ciliares vão enrijecendo e perdendo a capacidade de comprimir o cristalino. Dessa forma perde-se a capacidade de visualizar, com nitidez, os objetos colocados nas proximidades dos olhos. A origem dessa anomalia é diferente da hipermetropia, mas a sensação de dificuldade de visualização e a correção são parecidas. Usamos a mesma equação para o cálculo do "grau" da lente convergente. A presbiopia é também conhecida como vista cansada.

4) Astigmatismo

Esta anomalia da visão acontece na córnea que apresenta curvatura não uniforme. Nesse caso, na córnea, para determinado ponto, há a formação de mais de uma

imagem. Para a correção devem-se usar lentes cilíndricas que compensem a curvatura irregular da córnea.

5) Daltonismo

O daltonismo é uma anomalia da visão que atinge parte da população mundial e tem a ver com a nitidez das cores. A visão normal permite reconhecer e diferenciar as cores. No daltonismo, as cores ficam pouco definidas e confusas para serem diferenciadas. Em outras palavras, o daltonismo caracteriza-se pela irregularidade na percepção das cores. Há graus diferenciados com dificuldades maiores ou menores de diferenciação das cores.

A retina, responsável pela recepção da luz e a transformação para pulsos elétricos, é composta de bastonetes e cones. Os bastonetes estão ligados ao cinza e ao branco. Os cones são responsáveis pela visão das cores. Se eles forem bem desenvolvidos, a visão é normal e contempla todas as cores. Se não estiverem bem desenvolvidos, as cores não são bem visualizadas e temos os daltônicos.

6) Catarata

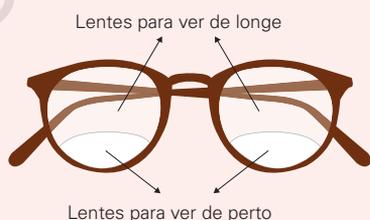
Portadores de diabete ou mesmo pessoas com mais idade, podem desenvolver uma anomalia conhecida por catarata. Ela ocorre no cristalino que perde sua transparência e torna-se, aos poucos, opaco impedindo a passagem parcial ou total da luz. Esse caso não tem correção com óculos, mas sim com cirurgia que substitui o cristalino por uma lente especial. A cirurgia da catarata é bastante comum.

7) Glaucoma

O globo ocular deve apresentar determinada pressão para que a imagem seja projetada na retina. Se a pressão for superior à normal, dizemos que o olho apresenta glaucoma. Essa anomalia é silenciosa, ou seja, a pessoa nessas condições acaba não percebendo que é portadora do glaucoma. Com o passar do tempo o campo de visão vai diminuindo e quando começar a incomodar, normalmente, já é tarde demais. Se o glaucoma for diagnosticado no início, com uso de colírio, a anomalia pode ser controlada.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Acafe-SC – Um professor resolveu fazer algumas afirmações sobre óptica para seus alunos. Para tanto, contou com o auxílio de óculos com lentes bifocais (figura abaixo). Esses óculos são compostos por duas lentes, uma superior para ver de longe e outra inferior para ver de perto.



Com base no exposto anteriormente e nos conhecimentos de óptica, analise as afirmações a seguir, feitas pelo professor a seus alunos.

- I. As lentes inferiores dos óculos são aconselhadas para uma pessoa com miopia.
- II. As lentes superiores são lentes divergentes.
- III. Pessoas com hipermetropia e presbiopia são aconselhadas a usar as lentes inferiores.
- IV. As lentes inferiores possibilitam que as imagens dos objetos, que se formam antes da retina, sejam formadas sobre a retina.
- V. As lentes inferiores podem convergir os raios do Sol.

Todas as afirmações corretas estão em:

- a) III – IV
- b) IV – V
- c) II – III – V
- d) I – II – III

Resolução

I. Incorreto. As lentes inferiores são para ver de perto (leitura), portanto são convergentes (hipermetropia ou presbiopia).

II. Correto. As lentes superiores são para ver de longe, portanto, divergentes.

III. Correto. As lentes inferiores são para ver de perto (leitura), portanto são convergentes (hipermetropia ou presbiopia).

IV. Incorreto. Na hipermetropia e na presbiopia as imagens são formadas após a retina.

V. Correto. As lentes inferiores são para ver de perto (leitura), portanto são convergentes (hipermetropia ou presbiopia).

2. É muito comum o uso de óculos para as correções da miopia e da hipermetropia. Determine a vergência das lentes nos óculos em cada um dos casos abaixo:

- a) Uma pessoa que enxerga no máximo a 40 cm dos olhos e que deseja enxergar objetos muito distantes.
- b) Uma pessoa que só enxerga a partir de 40 cm dos olhos e que deseja enxergar, nitidamente, objetos a 25 cm dos olhos.

Resolução

a) Considerando desprezível a distância da lente até o olho da pessoa, temos:

$$d_{pr} = 40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m}$$

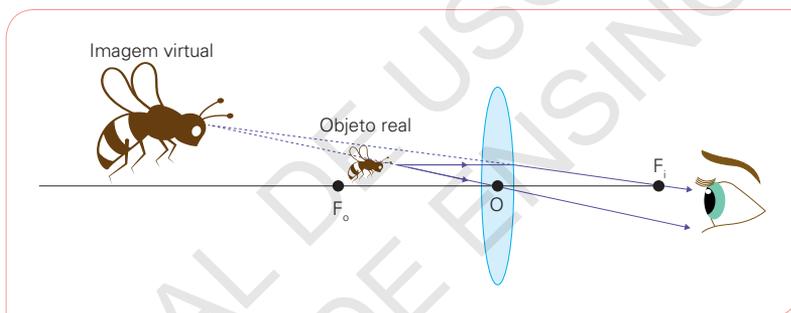
$$V = \frac{-1}{d_{pr}} = \frac{-1}{0,4} \quad V = -2,5 \text{ di}$$

b) Sendo a abscissa do objeto $p = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$ e abscissa da imagem $p' = -40 \text{ cm} = -0,4 \text{ m}$, portanto, temos:

$$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{0,25} + \frac{1}{-0,4} = 4 - 2,5 \quad V = 1,5 \text{ di}$$

Lupa

A lupa, ou lente de aumento, é muito utilizada para a visualização de pequenos objetos que não conseguimos enxergar com nitidez. Vale lembrar que a lupa pode ser usada também para gerar imagens reais, pois ela é uma lente convergente.



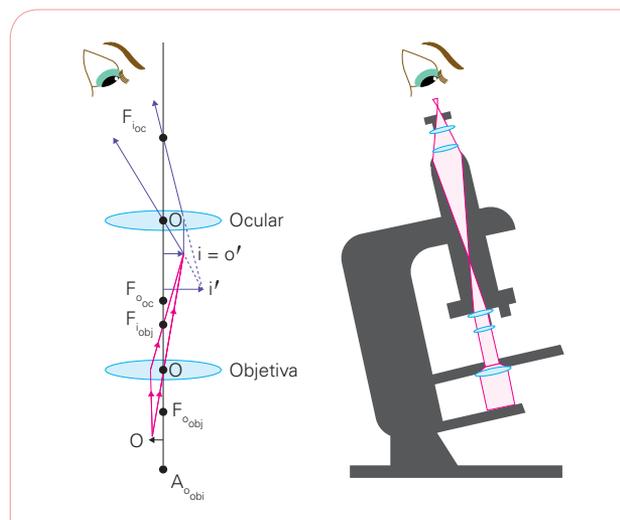
Estando o objeto entre o foco e a lente, a imagem será virtual, direita e maior que esse objeto.

DUAS OU MAIS LENTES NÃO JUSTAPOSTAS

Para duas ou mais lentes, com eixos principais coincidentes e não justapostas, o objeto colocado diante da primeira delas formará uma imagem que será fonte para a segunda, e assim sucessivamente. Devem-se considerar as propriedades para cada lente individualmente, até chegar à imagem final.

MICROSCÓPIO COMPOSTO

O microscópio composto apresenta pelo menos duas lentes convergentes, não justapostas, que fornecem grande aumento. A imagem final será virtual e invertida



em relação ao objeto.

A objetiva é uma lente convergente próxima ao objeto, e a ocular, também convergente, é a lente que será usada para visualizar a imagem. Na figura, **O** é o objeto para a objetiva e **I** é a imagem correspondente. A imagem **I** será o objeto para a ocular (**O'**) que formará a imagem **I'**. O observador verá a imagem **I'**.

Aumentos

$$\text{Objetiva: } A_{ob} = \frac{I}{O} \Rightarrow O = \frac{I}{A_{ob}}$$

$$\text{Ocular: } A_{oc} = \frac{I'}{O'} \Rightarrow I' = O' \cdot A_{oc}$$

$$\text{Aumento do microscópio: } A = \frac{I}{O} = \frac{O \cdot A_{oc}}{I/A_{ob}} =$$

$$= \frac{O \cdot A_{oc} \cdot A_{ob}}{I}$$

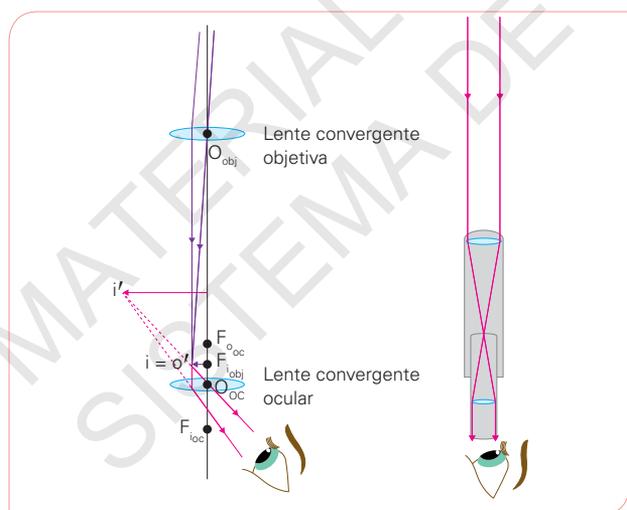
Como $I = O'$, então:

$$A = A_{oc} \cdot A_{ob}$$

Dessa forma, temos que o aumento linear do microscópio corresponde aos aumentos lineares da lente objetiva e da lente ocular.

LUNETAS ASTRONÔMICAS

A luneta astronômica, ou telescópio refrator, composta de duas lentes convergentes, tem seu princípio de formação de imagens muito parecido com o do microscópio composto. A diferença é que, no microscópio, o objeto fica bem próximo da objetiva e, na luneta, o objeto está no infinito.

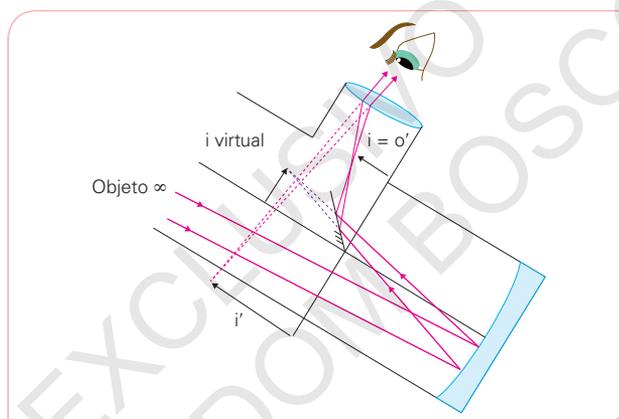


Costumamos falar em aumento da imagem gerada pelo telescópio, mas o que ocorre é uma aproximação da imagem, dando a sensação de que houve aumento. Há, sim, um aumento angular para a visualização dessa imagem, quando comparada com o objeto. Esse

aumento angular pode ser encontrado fazendo-se o quociente entre a distância focal da objetiva e a distância focal da ocular.

$$A_{ang} = \frac{f_{ob}}{f_{oc}}$$

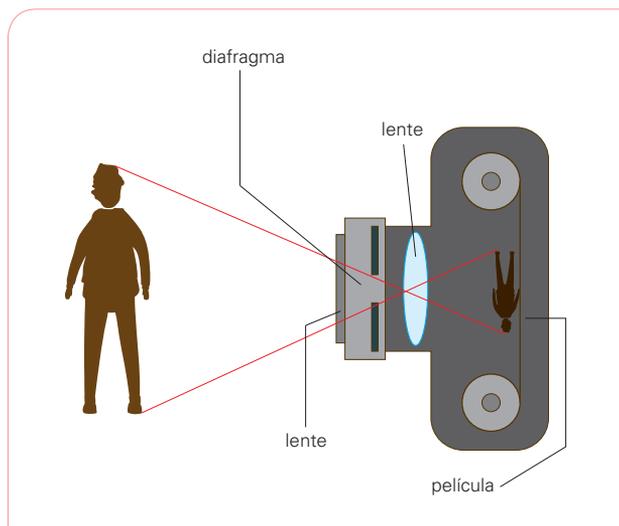
O telescópio refletor utiliza um espelho côncavo a fim de concentrar a luz para o foco, e a lente convergente funciona como a ocular.



Para observações de objetos na superfície da Terra, costuma-se utilizar a luneta de Galileu. A diferença é que ela emprega, na ocular, uma lente divergente.

MÁQUINA FOTOGRAFICA

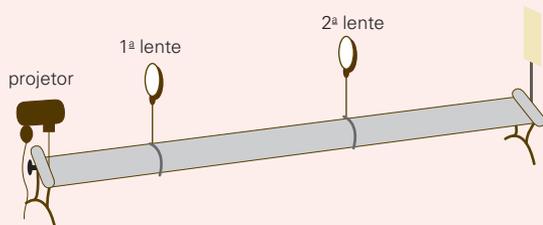
A máquina fotográfica utiliza uma ou mais lentes convergentes para projetar a imagem de um objeto. Antigamente, a projeção era feita sobre o negativo de um filme a fim de se obter a imagem. Hoje em dia, com as máquinas digitais, no lugar do filme há sensores digitais denominados CCD (dispositivo de carga acoplada, em inglês), cuja finalidade é armazenar eletronicamente essa imagem.



A lente convergente pode deslocar-se à direita ou à esquerda a fim de se ajustar para que a imagem

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. Facisb-SP – A figura mostra um banco óptico com duas lentes esféricas, delgadas, convergentes e de distância focal igual a 20 cm, cujos eixos principais coincidem. Acolado a esse equipamento, um projetor atua como objeto luminoso.



Colocando o projetor sobre o eixo principal do sistema na posição $x_p = 0$ cm, a primeira lente na posição $x_1 = 30$ cm e a segunda lente na posição $x_2 = 70$ cm, a imagem final conjugada pela segunda lente se formará na posição

- a) 75 cm.
- b) 60 cm.
- c) 50 cm.
- d) 40 cm.
- e) 80 cm.**

Resolução

$$p_1 = 30 \text{ cm}, f_1 = f_2 = 20 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{30} + \frac{1}{p_1} \Rightarrow \frac{1}{p_1} = \frac{1}{20} - \frac{1}{30} = \frac{1}{60} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_1 = 60 \text{ cm}$$

A imagem formada pela lente 1 está a 60 cm dela.

$$x_{i_1} = 30 + 60 = 90 \text{ cm}$$

$$p_2 = 70 - 90 = -20 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{-20} + \frac{1}{p_2} \Rightarrow \frac{1}{p_2} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{1}{10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2 = 10 \text{ cm}$$

$$x_{i_2} = 70 + 10$$

$$x_{i_2} = 80 \text{ cm}$$

4. UFTM-MG – Um garoto pretende projetar uma imagem da tela de sua TV ligada em uma das paredes brancas de sua sala e, para isso, utilizará uma lente esférica delgada. A superfície da parede escolhida e a da tela da TV são paralelas e a distância entre elas é 4 m. Para conseguir projetar uma imagem nítida e com dimensões três vezes menores do que as da tela da TV, o garoto deverá posicionar a lente, entre a parede e a TV, a uma distância da TV, em metros, igual a

- a) 2,5.
- b) 1,0.
- c) 2,0.
- d) 3,0.**
- e) 3,5.

Resolução

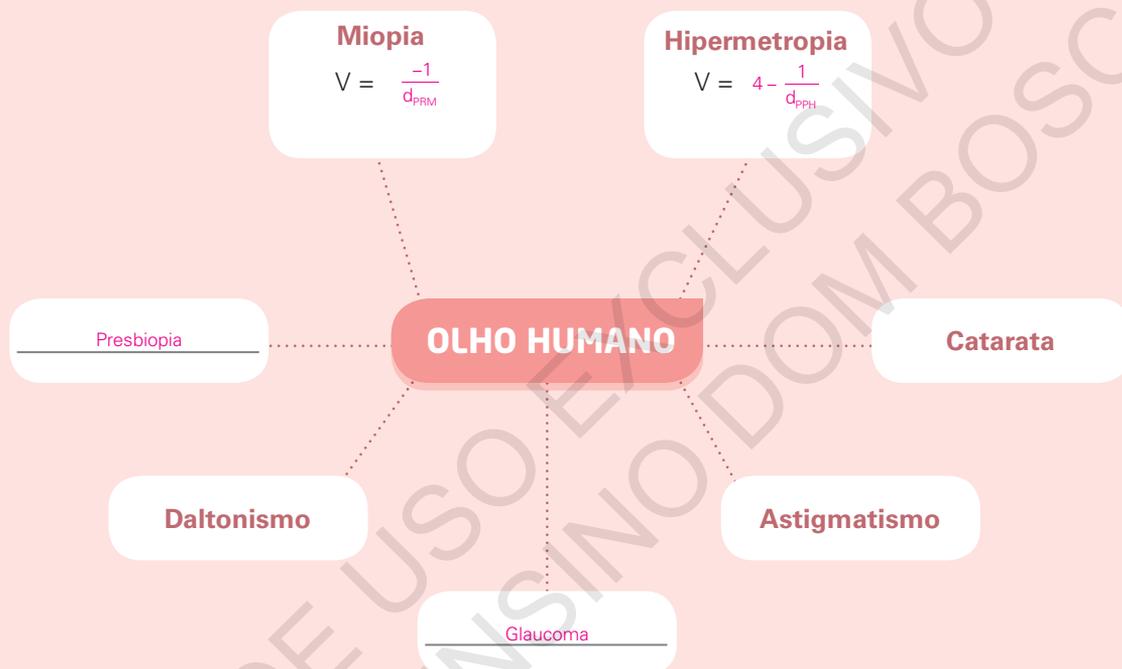
$p + p' = 4$ m e $A = -1/3$ (a imagem projetada é invertida)

$$A = \frac{-p'}{p} \Rightarrow \frac{-1}{3} = \frac{-p'}{p} \Rightarrow p' = \frac{p}{3}$$

$$p + \frac{p}{3} = 4 \Rightarrow \frac{4p}{3} = 4 \Rightarrow p = 3 \text{ m}$$

projetada seja nítida.

ROTEIRO DE AULA



MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
 SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

INSTRUMENTOS
ÓPTICOS

Lupa

Microscópio
compostoMáquina
fotográfica

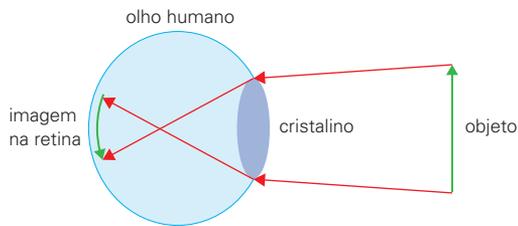
Luneta

Projeter

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

- 1. FMJ-SP** – O cristalino do olho humano funciona como uma lente que converge os raios luminosos vindos de um objeto, devendo a imagem se formar no plano da retina, localizada no fundo do olho, como mostra a figura.



- a) Admitindo que o cristalino obedeça às condições de nitidez de Gauss para lentes esféricas e que a convergência normal da vista para um objeto muito afastado seja de 50 dioptrias, determine a distância, em centímetros, entre a retina e o cristalino.
- b) Em pessoas com mais de quarenta anos, é comum o desenvolvimento de uma anomalia visual popularmente conhecida como “vista cansada”, que decorre do enrijecimento dos músculos ciliares. Cite o nome científico dessa anomalia. Para a miopia, cite o tipo de lente usado na correção desta anomalia.

a. $d = p'$, $V = 50$ di.

Objeto muito afastado, podemos considerá-lo no infinito e a imagem (retina) coincidirá com o foco do cristalino. Então: $d = p' = f$

$$d = f = \frac{1}{V} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

b. A vista cansada é a presbiopia. A correção da miopia é feita com a lente divergente.

- 2. IFMT** – Uma pessoa míope não pode ver com nitidez objetos colocados a uma distância superior a 50 cm. Quantas dioptrias devem ter seus óculos para que ela possa ver com clareza os objetos afastados?

- a) +2 di
b) -2 di
 c) +20 di
 d) -20 di
 e) 50 di

$$d_{pr} = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$$

$$V = \frac{-1}{d_{pr}} = \frac{-1}{0,5} = -2 \text{ di}$$

3. PUC-PR

C1-H2

Uma pessoa possui um problema de visão devido ao qual consegue enxergar com nitidez apenas a distâncias maiores que 80 cm, enquanto essa distância, para visão normal, é de 25 cm.

Em posse dessas informações, qual é, dentre as alternativas, o provável defeito de visão dessa pessoa e qual a vergência (em dioptrias) das lentes corretivas que ela deve usar para que possa enxergar objetos a distância normal?

- a) Miopia; 2,75 di
 b) Hipermetropia; -2,75 di
 c) Miopia; -2,75 di
d) Hipermetropia; 2,75 di
 e) Hipermetropia; 4 di

$$p = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m} \text{ e } p' = -80 \text{ cm} = -0,8 \text{ m}$$

$$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{0,25} + \frac{1}{-0,8} = 4 - 1,25 = 2,75 \text{ di (lente convergente)}$$

O defeito da visão é a hipermetropia ou a presbiopia.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

- 4. Fuvest-SP** – Câmeras digitais, como a esquematizada na figura, possuem mecanismos automáticos de focalização.



Em uma câmera digital que utilize uma lente convergente com 20 mm de distância focal, a distância, em mm, entre a lente e o sensor da câmera, quando um objeto a 2 m estiver corretamente focalizado, é, aproximadamente,

- a) 1.
 b) 5.
 c) 10.
 d) 15.
e) 20.

$$f = 20 \text{ mm e } p = 2 \text{ m} = 2000 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{2000} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{20} - \frac{1}{2000} = \frac{99}{2000} \approx \frac{1}{20}$$

$$p' \approx 20 \text{ mm}$$

- 5. UERJ** – Em função de suas características, uma lente convergente, ao ser exposta à luz do Sol, gera uma concentração de luz a 60 cm do seu centro óptico, como ilustra a imagem.



Considere que um objeto é colocado a 180 cm do centro óptico dessa lente para que sua imagem seja projetada com nitidez sobre uma tela.

Calcule a distância, em centímetros, a que a tela deve ser colocada, a partir do centro óptico da lente, para obtenção dessa imagem.

O Sol está infinitamente distante, então: $f = 60 \text{ cm}$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{60} = \frac{1}{180} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{60} - \frac{1}{180} = \frac{2}{90}$$

$$p' = 90 \text{ cm}$$

6. Unicid-SP – Em uma consulta oftalmológica, um paciente foi diagnosticado como hipermetrope e, para sua correção visual, foi prescrita uma lente de 2,0 di. A lente prescrita é

- divergente, com distância focal igual a 0,50 m.
- convergente, com distância focal igual a 0,50 m.**
- divergente, com distância focal igual a 2,0 m.
- convergente, com distância focal igual a 2,0 m.
- divergente, com distância focal igual a 0,20 m.

$$V = 2,0 \text{ di}$$

$$f = \frac{1}{V} = \frac{1}{2,0} = 0,5 \text{ m (lente convergente)}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Unicisal – Em relação aos defeitos da visão, assinale a alternativa correta.

- Para enxergar nitidamente, uma pessoa míope deve usar lentes convergentes.
- Um olho hipermetrope forma imagens antes da retina.
- O astigmatismo deve-se ao não paralelismo dos eixos visuais dos dois olhos.
- A presbiopia ocorre devido à perda da capacidade de acomodação do cristalino.
- O estrabismo deve-se à assimetria da curvatura da córnea.

8. IFPE – Defeitos na visão humana decorrem de anomalias no olho, que podem resultar em dificuldades para enxergar. A correção desses defeitos é possível através da utilização de lentes. Dentre as alternativas a seguir, assinale a única que não é defeito na visão.

- Miopia
- Hipermetropia
- Catarata
- Astigmatismo
- Presbiopia

9. UFAM – Os óculos são dispositivos ópticos utilizados, principalmente, para a correção de ametropias. A palavra óculos surgiu a partir do termo 'ocularium', que era utilizado na antiguidade clássica para designar os orifícios das armaduras dos soldados da época. Esses orifícios permitiam que os soldados enxergassem. Hoje, quando se referem ao tipo de óculos que precisam usar para corrigir determinada ametropia, as pessoas usam o termo "grau". Na realidade, em optometria, o "grau" representa a convergência da lente dada em dioptria, onde $1 \text{ di} = 1 \text{ m}^{-1}$. Considere a seguinte receita prescrita por um oftalmologista:

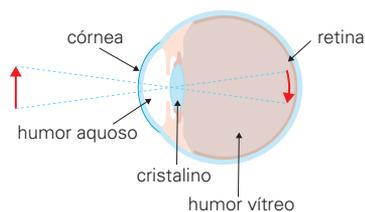
		Lente esférica	Lente cilíndrica	Eixo
Longe	OD	-1,00		
	OE	-1,00		
Perto	OD	2,00		
	OE	2,00		

Pode-se afirmar que o dono da receita apresenta:

- dois "graus" de miopia e, devido ao envelhecimento, já está com um "grau" de presbiopia.

- um "grau" de hipermetropia e, devido ao envelhecimento, já está com dois "graus" de presbiopia.
- um "grau" de miopia e, devido ao envelhecimento, já está com dois "graus" de presbiopia.
- dois "graus" de hipermetropia e, devido ao envelhecimento, já está com um "grau" de presbiopia.
- um "grau" de miopia e, devido ao envelhecimento, já está com dois "graus" de hipermetropia.

10. UFSC – Fazendo uma análise simplificada do olho humano, pode-se compará-lo a uma câmara escura. Fazendo uma análise cuidadosa, ele é mais sofisticado que uma câmara fotográfica ou filmadora. A maneira como o olho controla a entrada de luz e trabalha para focalizar a imagem para que ela seja formada com nitidez na retina é algo espetacular. A figura abaixo apresenta, de maneira esquemática, a estrutura do olho humano e a forma pela qual a luz que parte de um objeto chega à retina para ter a sua imagem formada. Na tabela abaixo, é apresentado o índice de refração de cada uma das partes do olho.



Parte do olho	Índice de refração
Córnea	1,37 a 1,41
Humor aquoso	1,33
Cristalino	1,38 a 1,41
Humor vítreo	1,33

Disponível em: <<http://adventista.forumbrasil.net/t1533-sistema-optico-olho-humano-novo-olhar-sobre-a-visao-mais-complexidade>>. Acesso em: 18 jul. 2012. (Adaptado)

Com base no exposto, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- A imagem do objeto formada na retina é real, invertida e menor, o que nos leva a afirmar que o cristalino é uma lente de comportamento convergente.
- A velocidade da luz, ao passar pelas partes do olho, é maior no humor aquoso e no humor vítreo.
- O fenômeno da refração da luz é garantido pelo desvio da trajetória da luz, sendo mantidas constantes todas as outras características da luz.

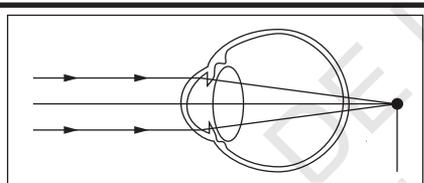
- 08) A refração da luz só ocorre no cristalino, cujo índice de refração é diferente do índice de refração do humor aquoso e do humor vítreo.
- 16) A miopia é um problema de visão caracterizado pela formação da imagem antes da retina, sendo corrigido com uma lente de comportamento divergente.
- 32) A presbiopia, popularmente chamada de “vista cansada”, é um problema de visão similar à hipermetropia, sendo corrigido com uma lente de comportamento convergente.
- 64) A hipermetropia é um problema de visão caracterizado pela formação da imagem depois da retina, sendo corrigido com uma lente de comportamento divergente.

11. UFRN – Durante uma consulta a seu médico oftalmologista, um estudante obteve uma receita com as especificações dos óculos que ele deve usar para corrigir seus defeitos de visão. Os dados da receita estão apresentados no quadro abaixo.

		Esférica (dioptrias)	Cilíndrica (dioptrias)	Eixo	D.P.
Longe	OD				
	OE				
Perto	OD	+2,00			
	OE	+2,00			

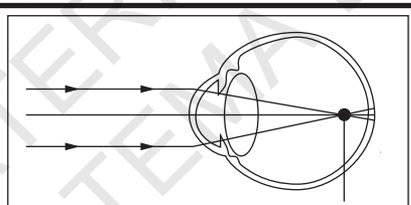
Em suas aulas de física, ele havia aprendido como se formam as imagens no olho hipermetrope e no míope, as quais estão representadas nas figuras I e II abaixo.

Figura I



No olho hipermetrope, a imagem se forma depois da retina

Figura II



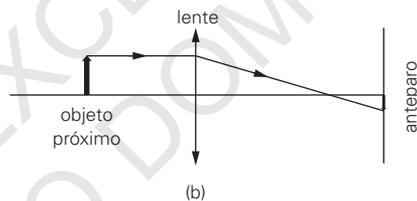
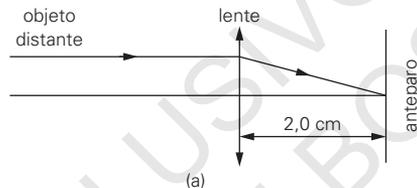
No olho Míope, a imagem se forma antes da retina

Sabendo que a dioptria, D , popularmente conhecida como “grau da lente”, é determinada pelo inverso da distância focal f (m), medida em metros, isto é, $D = \frac{1}{f(m)}$, é correto afirmar que o estudante é

- a) hipermetrope, e as lentes de seus óculos devem ter distância focal igual a 0,5 m.
- b) hipermetrope, e as lentes de seus óculos devem ter distância focal igual a 2,0 m.

- c) míope, e as lentes de seus óculos devem ter distância focal igual a 0,5 m.
- d) míope, e as lentes de seus óculos devem ter distância focal igual a 2,0 m.

12. Unicamp-SP – A acomodação da visão consiste na mudança da distância focal do cristalino, que é uma lente convergente do olho, de modo que a imagem se forme exatamente na retina, tanto para objetos a grandes distâncias quanto para objetos próximos. A catarata é uma doença que torna o cristalino opaco. Seu tratamento consiste na substituição do cristalino doente por uma lente intraocular. Neste caso, a acomodação visual pode ser obtida através do deslocamento da lente implantada, para frente e para trás, com o auxílio do músculo ciliar.



- a) Uma lente de distância focal fixa forma a imagem de um objeto localizado a uma grande distância em um anteparo, conforme mostra a figura (a). Qual é a distância focal da lente, e quanto ela deve ser afastada para formar, no anteparo, a imagem de um objeto localizado a 50 cm da posição final da lente, conforme mostra a figura (b)?
- b) Lasers, que emitem pulsos de luz no infravermelho de duração de vários femtossegundos ($1 \text{ fs} = 10^{-15} \text{ s}$), vêm sendo empregados nas cirurgias oculares. Considere que um laser emite radiação de comprimento de onda $\lambda = 1050 \text{ nm}$, e que cada um de seus pulsos dura $\Delta t = 70 \text{ fs}$. Qual é o período da onda eletromagnética radiada e qual é o número de comprimentos de onda contidos em um pulso? A velocidade da luz no vácuo é $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$.

13. Unifenas-MG (adaptado) – Com relação aos instrumentos ópticos, julgue as assertivas, assinalando F (falso) ou V (verdadeiro).

- I. Os telescópios são instrumentos ópticos de aumento.
 - II. A lupa fornece imagem: direta, maior e real.
 - III. Para obtermos os aumentos de um microscópio composto, basta multiplicar os aumentos lineares transversais da lente objetiva pelo da lente ocular.
 - IV. Um microscópio comum é composto por duas lentes de bordas finas.
 - V. A luneta é um instrumento óptico de aproximação.
- a) V, V, V, V e V.
- b) F, F, F, F e F.
- c) F, F, V, F e V.
- d) F, F, V, V e F.
- e) F, F, V, V e V.

14. IFG-GO – As lentes delgadas são muito utilizadas no nosso cotidiano em faróis, lentes de óculos, lupas, binóculos, microscópios e no nosso próprio olho. Elas são classificadas, em relação ao seu comportamento óptico, essencialmente em convergentes e divergentes. Sobre tal comportamento e a utilização dessas lentes, é **correto** afirmar que

- a) as lentes delgadas utilizadas nas lupas são chamadas de divergentes.
- b) uma pessoa com miopia pode utilizar-se corretamente de uma lente convergente para corrigir sua deficiência visual.
- c) os hipermetropes ou hiperopes têm dificuldade de enxergar com nitidez objetos distantes dos seus olhos.
- d) as lentes de bordas finas, independentemente do meio onde se encontram, sempre se comportam como lentes convergentes.
- e) as lentes divergentes sempre conjugam imagens virtuais, diretas e menores de um objeto real.

15. UFAL – Uma câmera fotográfica consiste basicamente de uma câmara escura contendo uma lente convergente em uma abertura e um filme fotossensível no lado oposto. Dizemos que um objeto está “bem focalizado” quando sua imagem é formada exatamente sobre o filme; quando isso ocorre, há uma maior nitidez do objeto a ser fotografado. Do ponto de vista físico, uma máquina fotográfica que possui “autofoco ultrarrápido”

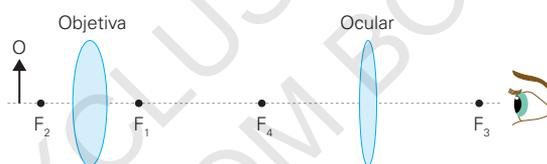
- a) localiza mais rapidamente os objetos a serem fotografados, regulando o índice de refração correto da lente para obter a focalização.
- b) altera automaticamente a curvatura da lente e reposiciona o ponto de formação da imagem sobre o filme fotossensível de maneira mais rápida que o normal.
- c) detecta automaticamente e amplia digitalmente os objetos a serem fotografados com mais rapidez, melhorando, assim, a sua nitidez e, portanto, sua focalização.
- d) ajusta automaticamente, e de maneira mais rápida, a sensibilidade do filme fotossensível a partir da posição do objeto na cena, melhorando sua focalização.
- e) determina automaticamente a distância do objeto a ser fotografado e reposiciona a lente para obter sua focalização de maneira mais rápida que o normal.

16. ITA-SP – Um dos telescópios utilizados por Galileu era composto de duas lentes: a objetiva de 16 mm de diâmetro e distância focal de 960 mm e a ocular formada por uma lente divergente. O aumento era de 20 vezes. Podemos afirmar que a distância focal da ocular e a imagem eram, respectivamente:

- a) 192 mm, direta

- b) 8 mm, direta
- c) 58 mm, invertida
- d) 960 mm, direta
- e) 48 mm, direta

17. UFPR – Um microscópio composto é constituído, em sua forma mais simples, por duas lentes convergentes colocadas em sequência, conforme esquematizado na figura a seguir. A lente mais próxima ao objeto é chamada objetiva e a lente mais próxima ao olho humano é chamada ocular. A imagem formada pela objetiva é real, maior e invertida, e serve como objeto para a ocular, que forma uma imagem virtual, direta e maior com relação à imagem formada pela objetiva. Suponha que a distância focal da lente objetiva seja de 1 cm, a distância focal da lente ocular seja de 4 cm e a distância entre as lentes seja de 6 cm.



Com base nas informações dadas e nos conceitos de óptica, identifique como verdadeiras (V) ou falsas (F) as seguintes afirmativas:

- () Para que a imagem formada pela objetiva tenha as características especificadas no enunciado, o objeto deve estar a uma distância maior que 2 cm dessa lente.
- () Supondo que o objeto esteja a uma distância de 1,5 cm da objetiva, a imagem formada por essa lente estará a 3 cm dela.
- () A imagem final formada por esse microscópio é virtual, invertida e maior em relação ao objeto.
- () A imagem formada pela objetiva deve estar a uma distância maior que 4 cm da ocular.

Assinale a alternativa que apresenta a sequência correta, de cima para baixo.

- a) V – F – F – V.
- b) F – V – V – F.
- c) V – V – F – F.
- d) F – F – V – V.
- e) F – V – V – V.

ESTUDO PARA O ENEM

18. Unespar-PR **C5-H18**

Dor de cabeça pode ser o primeiro sintoma de problemas visuais. Temos que ficar alertas se a dor de cabeça acompanhar mudanças na visão, como embaçamento, pontos cegos, auréolas em volta de luzes, entre outros. Tais indicações podem representar uma doença oftalmológica. Neste contexto, a miopia é responsável pela dificuldade de enxergar objetos distantes, geralmente devido a um alongamento do globo ocular. A imagem

se forma _____ da retina e a correção pode ser feita com o uso de lentes _____.

Assinale a alternativa que completa as lacunas de forma **correta**.

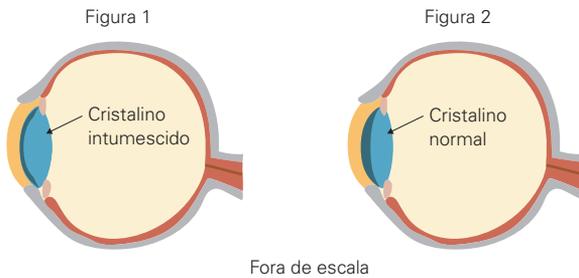
- a) depois – convergentes;
- b) depois – divergentes;
- c) antes – convergentes;
- d) antes – divergentes;
- e) depois – biconvexas.

19. Vunesp-SP

C5-H18

Dentre as complicações que um portador de diabetes não controlado pode apresentar está a catarata, ou seja, a perda da transparência do cristalino, a lente do olho. Em situações de hiperglicemia, o cristalino absorve água, fica intumescido e tem seu raio de curvatura diminuído (figura 1), o que provoca miopia no paciente. À medida que a taxa de açúcar no sangue retorna aos níveis normais, o cristalino perde parte do excesso de água e volta ao tamanho original (figura 2).

A repetição dessa situação altera as fibras da estrutura do cristalino, provocando sua opacificação.



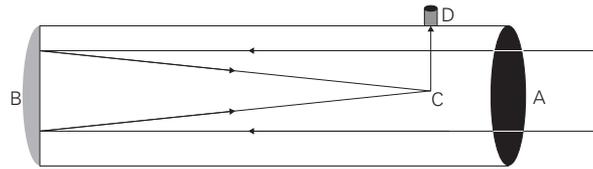
De acordo com o texto, a miopia causada por essa doença deve-se ao fato de, ao tornar-se mais intumescido, o cristalino ter sua distância focal

- a) aumentada e tornar-se mais divergente.
- b) reduzida e tornar-se mais divergente.
- c) aumentada e tornar-se mais convergente.
- d) aumentada e tornar-se mais refringente.
- e) reduzida e tornar-se mais convergente.

20. Enem

C1-H4

A figura seguinte representa, esquematicamente, um telescópio refletor:



A luz emitida por um astro penetra no telescópio pelo orifício na posição A, reflete no espelho parabólico localizado na posição B e é novamente refletida pelo espelho C em direção às lentes localizadas na ocular do telescópio (local onde o observador aproxima o olho) na posição D. Essa lente forma uma imagem real e maior do objeto observado, um pouco à frente de D. Por isso, o observador não deve encostar seus olhos na lente para enxergar essa imagem.

Considerando uma situação em que apenas uma lente é colocada na posição D, qual é o tipo de espelho e de lente utilizados nas posições B e D, respectivamente?

- a) Convexo e bifocal.
- b) Convexo e divergente.
- c) Côncavo e convergente.
- d) Côncavo e divergente.
- e) Plano e convergente.

13

INTRODUÇÃO À HIDROSTÁTICA E TEOREMA DE STEVIN

MASSA ESPECÍFICA

Para caracterizar uma determinada substância pura e homogênea, em temperatura e pressão definidas, utilizaremos o conceito de massa específica. Imagine certa quantidade de água em um copo.

Considerando a água pura e homogênea, podemos denominar massa específica a razão entre a massa de água e o volume ocupado por ela no recipiente (copo).

A massa específica de uma substância pura e homogênea é a razão entre a massa da substância e o volume ocupado por ela.

$$\mu = \frac{m}{V}$$

A massa específica de uma substância é representada pela letra grega μ , e sua unidade no Sistema Internacional é o quilograma por metro cúbico (kg/m^3). Dessa forma, devemos indicar a massa em quilogramas (kg) e o volume em metros cúbicos (m^3). No entanto, na prática, é comum encontrar o valor da massa específica em gramas por mililitro (g/mL) ou gramas por centímetro cúbico (g/cm^3), que são unidades equivalentes.

Observe a tabela a seguir, que apresenta o valor da massa específica para algumas substâncias puras.

Substância	Massa específica (g/cm^3)
Óleo	0,800
Gelo (0°C)	0,917
Água (4°C)	1,000
Alumínio	2,700
Ferro	7,870
Cobre	8,940
Prata	10,500
Chumbo	11,340
Mercúrio	13,600
Ouro	19,320



Copo de água.

SEZERYADIGAR/ISTOCKPHOTO

- Densidade
- Massa específica
- Pressão
- Teorema de Stevin
- Princípio fundamental da hidrostática
- Pressão hidrostática

HABILIDADES

- Relacionar os conceitos de massa específica, densidade e pressão ao estudo da hidrostática.
- Efetuar cálculos que envolvam os conceitos de massa específica, densidade e pressão.

A fim de converter **g/cm³** ou **g/mL** para o Sistema Internacional de Unidades, multiplicamos seu valor por mil (1 000). Veja o exemplo para água líquida:

$$1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1 \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} = 1 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

DENSIDADE

Em determinados corpos, a substância não está uniformemente distribuída por seu volume ou ele é composto por mais de uma substância. Um exemplo é o transatlântico da imagem de abertura, que é composto por inúmeras substâncias, incluindo o ar contido em seu interior. Nessas situações, é conveniente utilizar o conceito de densidade.

A densidade de um corpo é a razão entre a massa do corpo e o volume ocupado por ele.

$$d = \frac{m}{V}$$

A densidade do corpo é representada pela letra **d**, e sua unidade no Sistema Internacional é o quilograma por metro cúbico (kg/m³). Dessa forma, devemos indicar a massa em quilogramas (kg) e o volume em metros cúbicos (m³).

Observe a tabela a seguir, que apresenta o valor aproximado da densidade de algumas substâncias ou corpos:

Substância/Corpo	Densidade (g/cm ³)
Ar (0°C, 1 atm)	$1,293 \cdot 10^{-3}$
Água do mar (0°C, 1 atm)	1,030
Corpo humano	0,980
Madeira seca	0,730

No exemplo das embarcações, dissemos que ambas possuíam densidade menor que a da água do mar, mas como isso é possível, visto que um transatlântico é feito de aço? Simples: por conta do grande volume de ar em seu interior. Dessa forma, sua densidade média se torna menor e ele pode flutuar, como veremos nos próximos módulos.

Observação: A maioria dos vestibulares não faz distinção entre densidade e massa específica, portanto, é comum utilizar a letra **d** para representar ambas as grandezas.

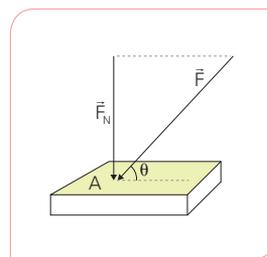
Pressão

Carregar compras é uma tarefa corriqueira em nossas vidas. Na imagem a seguir, você pode observar uma pessoa segurando algumas sacolas.



Pessoa segurando sacolas.

Imagine que seja você essa pessoa, e que dentro da sacola tenha um saco de 5 kg de arroz. Ao segurar a sacola com os quatro dedos, como na imagem, você faria menos esforço do que se a segurasse com um único dedo, certo? Errado, o esforço seria o mesmo, mas a pressão sobre seu dedo seria maior. Isso decorre do fato de que, ao segurar a sacola com um único dedo, a área de contato com a alça é menor, além de a força-peso correspondente ao saco de arroz ficar concentrada em uma pequena área. Dessa forma, a pressão é a grandeza física que relaciona a quantidade de força aplicada por unidade de área.



A pressão é a razão entre o módulo da força normal aplicada em determinada superfície e a área ocupada por ela.

$$p = \frac{F_N}{A}$$

A pressão é representada pela letra **p** e sua unidade no Sistema Internacional é o newton por metro quadrado (N/m²). Dessa forma, devemos indicar a força em newton (N) e a área em metro quadrado (m²). A unidade N/m² foi denominada pascal (Pa) em homenagem ao físico e matemático francês Blaise Pascal.

No entanto, existem outras unidades de pressão que são comumente utilizadas: quando calibramos um pneu (psi, libra por polegada quadrada), aferimos a pressão sanguínea (mmHg, milímetro de mercúrio) ou medimos a pressão do ar (atm, atmosfera).

$$1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa} \approx 14,7 \text{ psi} \approx \\ \approx 760 \text{ mmHg} \approx 1 \text{ atm}$$

É importante observar que pressão é grandeza escalar, isto é, devemos levar em consideração somente seu módulo, pois em um fluido ela age em todas as direções.

Como a pressão é inversamente proporcional à área de aplicação da força, quanto menor a área, menor a força que deverá ser aplicada em determinada atividade. Logo, esse é o motivo para afiar facas, de lâminas de barbear serem finas, de pregos e agulhas serem pontiagudos etc.

FOTOZLAJA/ISTOCKPHOTO



Faca.



Lâmina de barbear.

ASLAN ALPHANI/ISTOCKPHOTO



Preço

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. PUC-MG – A densidade do óleo de soja usado na alimentação é de aproximadamente $0,80 \text{ g/cm}^3$. O número de recipientes com o volume de 1 L que podem ser enchidos com 80 kg desse óleo é de:

- a) 100
- b) 20
- c) 500
- d) 50

Resolução

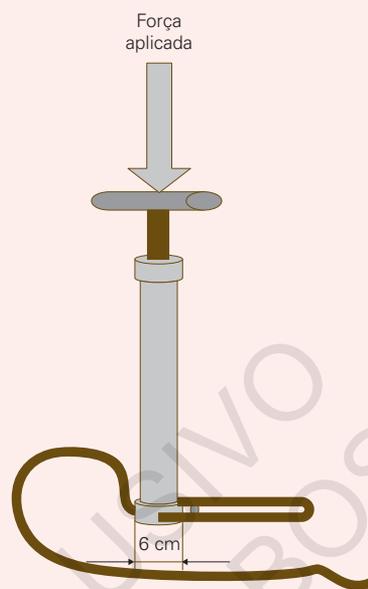
$$d = \frac{m}{V}$$

$$V = \frac{m}{d} = \frac{80}{0,8}$$

$$V = 100 \text{ L}$$

Para 100 L serão necessários 100 recipientes de 1 L cada um.

2. EEAR – No interior de um pneu de bicicleta, a pressão é de aproximadamente $2,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. Para encher o pneu até tal pressão, é utilizada uma bomba cujo êmbolo possui um diâmetro de 6 cm .



Qual é o valor da força mínima, em N , que deve ser aplicada sobre a manivela da bomba para encher o pneu da bicicleta? (Considere $\pi = 3$).

- a) 475
- b) 575
- c) 675
- d) 775

Resolução

$$P = \frac{F}{A}$$

$$F = P \cdot A = P \cdot \pi \cdot r^2$$

$$F = 2,5 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2$$

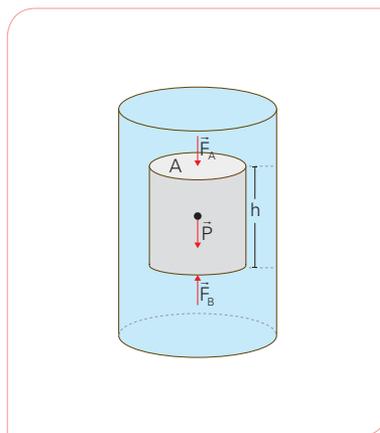
$$F = 675 \text{ N}$$

TEOREMA DE STEVIN

Em 1586, Simon Stevin, engenheiro, físico e matemático holandês, publicou o tratado *De Beghinselen des Waterwichts*, que é considerado por muitos a base da hidrostática.

Em seu tratado, Stevin foi capaz de determinar uma expressão matemática que permitiu calcular a diferença de pressão entre dois pontos de um fluido ideal em equilíbrio. Consideramos, de forma simplificada, que um fluido ideal em equilíbrio é incompressível, ou seja, sua densidade é independente da pressão, que, por sua vez, é exercida em todas as direções. Para efeitos didáticos, vamos considerar os fluidos reais como fluidos ideais. Dessa forma, por exemplo, podemos considerar a água um fluido ideal.

Para demonstrar o teorema de Stevin, temos um corpo cilíndrico submerso dentro de um recipiente preenchido com um fluido – água, por exemplo.

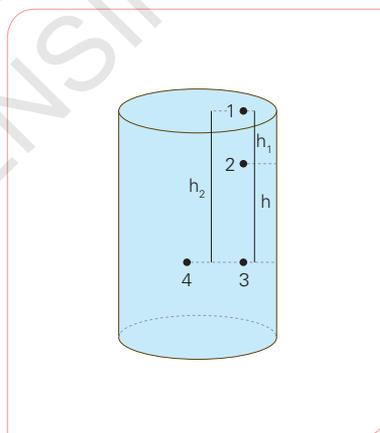


A diferença de pressão entre dois pontos de um fluido em equilíbrio é igual ao produto entre a densidade, a aceleração gravitacional e a altura relativa entre eles.

$$\Delta p = d \cdot g \cdot h$$

Nessa expressão matemática, Δp corresponde à variação de pressão entre os dois pontos do fluido, e sua unidade no Sistema Internacional é o pascal (Pa). Dessa forma, devemos utilizar a densidade, d , em quilograma por metro cúbico (kg/m^3), a aceleração gravitacional, g , em metros por segundo ao quadrado (m/s^2) e a diferença de altura, h , em metros (m).

Com base no teorema de Stevin e na figura a seguir, podemos fazer as seguintes considerações:



Dessa forma, podemos concluir que:

1. A pressão resultante em um ponto qualquer de um fluido é a soma da pressão atmosférica com a pressão hidrostática.

$$p = p_{\text{atm}} + p_{\text{hidrostática}}$$

2. Para fluidos ideais, a pressão hidrostática só depende da altura. Pontos que estiverem na mesma altura estarão submetidos à mesma pressão.

Com base na teoria apresentada, podemos inferir que as pessoas no barco, na imagem de abertura, estão sujeitas somente à pressão atmosférica; além disso, a pessoa que está mergulhando está sujeita à pressão atmosférica e à pressão hidrostática. Assim, a diferença de pressão entre elas corresponde apenas à pressão hidrostática – teorema de Stevin.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. Acafe-SC – Algumas cafeteiras comerciais possuem um tubo de vidro transparente interligado para a verificação da quantidade de café no reservatório (ambos abertos na parte de cima), como mostra a figura.



ROCHARIBEIRO/SHUTTERSTOCK

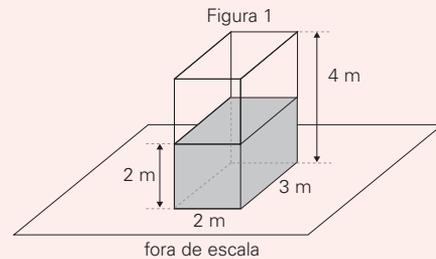
Admita que a área da seção reta horizontal do reservatório seja 20 vezes maior do que a do tubo de vidro. Quando a altura alcançada pelo café no tubo é h , a alternativa correta que indica a altura do café no interior do reservatório corresponde a:

- a) h
- b) $h/2$
- c) $h/20$
- d) $2h$

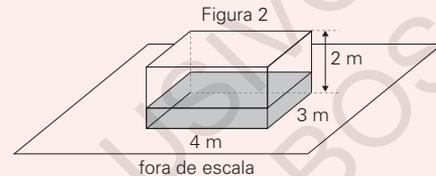
Resolução

Pelo teorema de Stevin, pontos de mesma altura possuem a mesma pressão, independente do recipiente. Logo, o café alcançará a mesma altura nos dois reservatórios.

4. UNESP – Um reservatório tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo com dimensões 2 m, 3 m e 4 m. A figura 1 o representa apoiado sobre uma superfície plana horizontal, com determinado volume de água dentro dele, até a altura de 2 m. Nessa situação, a pressão hidrostática exercida pela água no fundo do reservatório é P_1 .



A figura 2 representa o mesmo reservatório apoiado de um modo diferente sobre a mesma superfície horizontal e com a mesma quantidade de água dentro dele.



Considerando o sistema em equilíbrio nas duas situações e sendo P_2 a pressão hidrostática exercida pela água no fundo do reservatório na segunda situação, é correto afirmar que

- a) $P_2 = P_1$
- b) $P_2 = 4P_1$
- c) $P_2 = \frac{P_1}{2}$
- d) $P_2 = 2P_1$
- e) $P_2 = \frac{P_1}{4}$

Resolução

$$V_2 = V_1$$

$$4 \cdot 3 \cdot h_2 = 2 \cdot 3 \cdot 2$$

$$h_2 = 1 \text{ m.}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{d \cdot g \cdot h_2}{d \cdot g \cdot h_1} = \frac{1}{2}$$

$$P_2 = \frac{P_1}{2}.$$

MATERIAL DE ESTUDO PARA O SISTEMA DE ENSINO DE FÍSICA

ROTEIRO DE AULA

Introdução à hidrostática

A _____ **massa específica** _____ de uma substância pura e homogênea é a razão entre a massa da substância e o volume ocupado por ela.

A _____ **densidade** _____ de um corpo é a razão entre a massa do corpo e o volume ocupado por ele.

A unidade de massa específica e de pressão no Sistema Internacional de Unidades é o _____ **quilograma** _____ por metro _____ **cúbico** _____.

A _____ **pressão** _____ é a razão entre o módulo da força normal aplicada em determinada superfície e a área ocupada por ela.

A unidade de pressão no Sistema Internacional de Unidades é o _____ **newton** _____ por metro _____ **quadrado** _____.

A unidade newton por metro quadrado também pode ser chamada de _____ **pascal** _____.

ROTEIRO DE AULA

Teorema de Stevin

A diferença de pressão entre dois pontos de um fluido em equilíbrio é igual ao produto entre a densidade, a aceleração gravitacional e a altura relativa entre eles (teorema de Stevin).

$$\Delta p = d \cdot g \cdot h$$

Δp corresponde à variação de pressão entre os dois pontos do fluido, e sua unidade no Sistema Internacional é o pascal (Pa).

A pressão resultante em um ponto qualquer de um fluido é a soma da pressão atmosférica com a pressão hidrostática.

Para determinado fluido, a pressão hidrostática só depende da altura. Dessa forma, pontos que estiverem na mesma altura estarão submetidos à mesma pressão.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Esc. Naval-RJ (adaptado) – Um submarino da Marinha Brasileira da classe Tikuna desloca uma massa de água de 1 586 toneladas quando está totalmente submerso e de 1 454 toneladas quando está na superfície da água do mar. Quando esse submarino está na superfície, os seus tanques de mergulho estão cheios de ar e, quando está submerso, esses tanques possuem água salgada. Qual é a quantidade de água salgada, em m^3 , que os tanques de mergulho desse submarino devem conter para que ele se mantenha flutuando totalmente submerso?

Dados: Densidade da água do mar = $1,03 \text{ g/cm}^3$. Despreze o peso do ar nos tanques de mergulho.

Massa de água extra que deve ser deslocada quando o submarino está na superfície:

$$m = (1\,586 - 1\,454) \cdot 10^3 = 132 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

Portanto, o volume de água que os tanques de mergulho devem conter é de:

$$V = \frac{m}{d} = \frac{132 \cdot 10^3}{1,03 \cdot 10^3}$$

$$V \approx 128 \text{ m}^3$$

2. UPF-RS – Durante um churrasco, o assador percebe que a faca está “sem fio” e decide afiá-la. Como resultado desse processo, a faca passa a cortar a carne com maior facilidade e mesmo esforço. Dentre as razões que justificam esse fenômeno, está a de que afiar a faca resulta em

- a) redução de pressão.
- b) redução de força.
- c) aumento de sensibilidade.
- d) redução de área de contato.**
- e) aumento de força.

$$p = \frac{F}{A}$$

Para a mesma força, uma redução da área de contato gera uma maior pressão, facilitando o corte.

3. USF-SP – Uma das atrações circenses de maior sucesso é o homem-bala. Ele é lançado de um canhão como se fosse um projétil e executa um movimento parabólico, como mostra a figura a seguir.



CHRIS BOSWELL/ALAMY STOCK PHOTO

Um canhão que tem diâmetro de 80 cm e comprimento útil igual a 2,5 m lança uma pessoa, comunicando-lhe uma energia cinética de 200 000 J. Considere $\pi = 3$.

Determine:

- a) a força resultante que atua sobre a pessoa durante o seu percurso no interior do canhão.
- b) a pressão em pascal que os gases exercem no interior do cano.

$$a) \tau = \Delta E_c$$

$$F \cdot \Delta d = \Delta E_c$$

$$F = \frac{200\,000}{2,5}$$

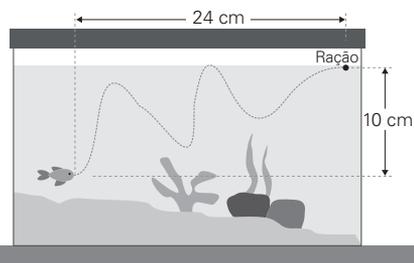
$$F = 8 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$b) p = \frac{F}{A}$$

$$p = \frac{F}{\pi \cdot \frac{d^2}{4}} = \frac{4 \cdot 8 \cdot 10^4}{3 \cdot (0,8)^2}$$

$$p = 1,67 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

4. Acafe-SC – Maria, após colocar ração para o peixe Beta do irmão, fica observando seu movimento no aquário e percebe que ele leva 5 s para sair de sua posição e chegar onde está a ração. Tentando lembrar-se de seus estudos, ela cria um esquema do aquário no instante em que o peixe começou seu movimento (figura a seguir), desenhando sua trajetória (linha tracejada que liga o peixe à ração), e faz algumas afirmações.



Nesse sentido, julgue as afirmações da garota, marcando com **V** as **verdadeiras** e com **F** as **falsas**.

- () O espaço percorrido pelo peixe é numericamente igual ao módulo de seu deslocamento.
- () O deslocamento do peixe tem módulo de 26 cm.
- () O peixe desenvolveu uma velocidade escalar média de 5,2 cm/s.
- () O peixe não realizou um MRU.
- () A pressão hidrostática sobre o peixe, no início do seu movimento, é maior do que a pressão hidrostática sobre a ração.

A sequência correta, de cima para baixo, é:

$$a) V - V - F - F - V$$

$$b) F - F - V - V - V$$

$$c) V - V - V - F - F$$

$$d) F - V - F - V - V$$

Falsa. O módulo de seu deslocamento é em linha reta, já o espaço percorrido pelo peixe representa sua trajetória; logo, são diferentes.

Verdadeira.

$$|d| = \sqrt{(24)^2 + (10)^2} = 26 \text{ cm}$$

Falsa. O valor calculado corresponde à velocidade vetorial média.

Verdadeira. O peixe não realizou um MRU, pois sua trajetória foi sinuosa.

Verdadeira. A pressão hidrostática é diretamente proporcional à profundidade, que, no início de seu movimento, é maior do que no final.

5. Mackenzie-SP – A pressão exercida por uma coluna de água de 10 m de altura é igual a 1,0 atm. Um mergulhador encontra-se a uma profundidade H da superfície livre da água, onde a pressão atmosférica é 1,0 atm. A pressão absoluta sobre o mergulhador é de 5,0 atm. A profundidade em que o mergulhador se encontra é

- a) 50 m.
b) 40 m.
 c) 30 m.
 d) 20 m.
 e) 10 m.

$$p = p_{\text{atm}} + d \cdot g \cdot h$$

$$5 \cdot 10^5 = 1 \cdot 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot h$$

$$h = 40 \text{ m}$$

6. UFPR (adaptado)

C1-H2

Uma minúscula bolha de ar sobe até a superfície de um lago. A pressão dessa bolha ao se formar é de $1,5 \cdot 10^5$ Pa. Considerando a pressão atmosférica como 10^5 Pa, a aceleração gravitacional como 10 m/s^2 e a densidade da água como 1 g/cm^3 , assinale a alternativa que apresenta a distância percorrida pela bolha durante esse movimento, se não houve variação de temperatura significativa durante a subida da bolha.

- a) 2 m.
 b) 3,6 m.
c) 5 m.
 d) 6,2 m.
 e) 8,4 m.

$$p = p_{\text{atm}} + d \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{p - p_{\text{atm}}}{d \cdot g}$$

$$h = \frac{1,5 \cdot 10^5 - 1,0 \cdot 10^5}{10^3 \cdot 10}$$

$$h = 5 \text{ m}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UNESP – Considere as seguintes características de uma moeda de R\$ 0,10: massa = 4,8 g; diâmetro = 20,0 mm; espessura = 2,2 mm.

Admitindo como desprezível o efeito das variações de relevo sobre o volume total da moeda e sabendo que o volume de um cilindro circular reto é igual ao produto da área da base pela altura e que a área de um círculo é calculada pela fórmula πr^2 , a densidade do material com que é confeccionada a moeda de R\$ 0,10 é de aproximadamente

- a) 9 g/cm³.
 b) 18 g/cm³.
 c) 14 g/cm³.
 d) 7 g/cm³.
 e) 21 g/cm³.

8. UERJ – Um automóvel de massa igual a 942 kg é suspenso por um elevador hidráulico cujo cilindro de ascensão tem diâmetro de 20 cm.

Calcule a pressão a ser aplicada ao cilindro para manter o automóvel em equilíbrio a uma determinada altura.

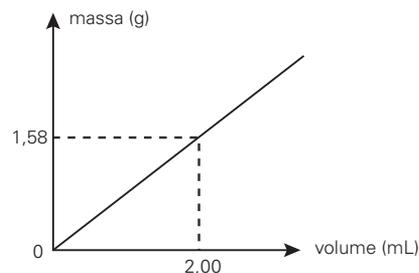
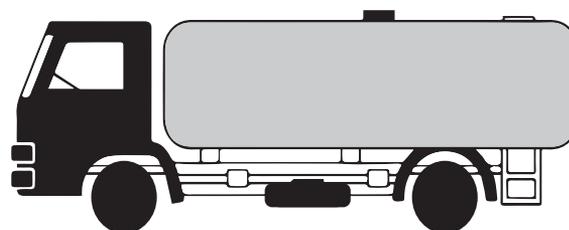
Texto para a próxima questão:

Quando necessário, adote:

- módulo da aceleração da gravidade: $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- densidade do ar: $1,2 \text{ kg/m}^3$
- calor específico do ar: $0,24 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$
- $1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$
- permeabilidade magnética do meio:
 $\mu = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$
- valor de pi: $\pi = 3$

9. Fac. Albert Einstein-SP – Um caminhão-tanque, estacionado sobre um piso plano e horizontal, tem massa de 12 toneladas quando o tanque transportador, internamente cilíndrico, de raio interno 1 m, está totalmente vazio.

Quando esse tanque está completamente cheio de combustível, ele fica submetido a uma reação normal do solo de 309600 N. Com base nessas informações e nas contidas no gráfico, referentes ao combustível transportado, determine o comprimento interno do tanque cilíndrico, em unidades do SI. Suponha invariável a densidade do combustível em função da temperatura.



- a) 8 b) 10 c) 12 d) 15

10. UFG-GO – Os carros modernos utilizam freios a disco em todas as rodas, e o acionamento é feito por um sistema hidráulico fechado, que é acionado quando o

motorista pisa no pedal de freio. Nesse sistema, ao mover o pistão, as pastilhas de freio entram em contato com o disco nos dois lados. Considere que um carro de 500 kg, viajando a uma velocidade de 20 m/s, precisa parar imediatamente. O motorista o faz sem deslizamento dos pneus, dentro de uma distância de 20 m. Considerando-se o exposto, calcule:

- a força média com que cada pistão pressiona o disco de freio. Use 0,8 como o coeficiente de atrito entre a pastilha e o disco.
- a pressão do óleo que empurra o pistão. Use o diâmetro de 4 cm para esse pistão.

11. PUC-RS – A umidade relativa é a razão obtida dividindo-se a massa de vapor de água presente num dado volume de ar pela massa de vapor de água que poderia estar presente nesse mesmo volume e à mesma temperatura, caso o ar estivesse saturado. Portanto, ar saturado de vapor de água tem umidade relativa de 100%.

Verifica-se que, numa sala com 320 m^3 de ar a 23°C , a umidade relativa é de 50%. Sabendo-se que ar saturado a 23°C contém 20 gramas de vapor de água por metro cúbico de ar e que a massa específica da água é $1,0 \text{ kg/L}$, conclui-se que, se todo o vapor de água presente na sala fosse liquefeito, seria possível obter um volume de água de

- 2,0 L
- 2,5 L
- 2,8 L
- 3,0 L
- 3,2 L

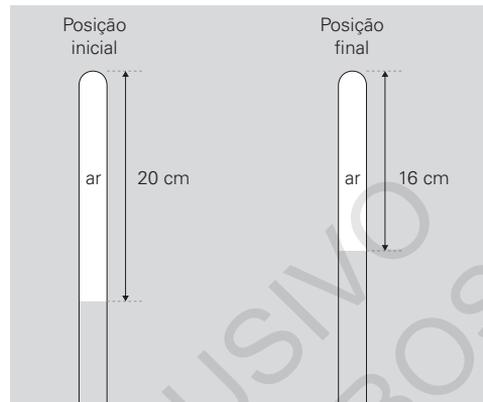
12. Unicamp-SP (adaptado) – Alguns experimentos muito importantes em Física, como os realizados em grandes aceleradores de partículas, necessitam de um ambiente com uma atmosfera extremamente rarefeita, comumente denominada de ultra-alto-vácuo. Em tais ambientes a pressão é menor ou igual a 10^{-6} Pa . Sabe-se que a pressão atmosférica diminui com a altitude, de tal forma que, a centenas de quilômetros de altitude, ela se aproxima do vácuo absoluto. Por outro lado, pressões acima da encontrada na superfície terrestre podem ser atingidas facilmente em uma submersão aquática. Calcule a razão $P_{\text{sub}}/P_{\text{nave}}$ entre as pressões que devem suportar a carcaça de uma nave espacial (P_{nave}) a centenas de quilômetros de altitude e a de um submarino (P_{sub}) a 100 m de profundidade, supondo que o interior de ambos os veículos se encontra à pressão de 1 atm. Considere a densidade da água como $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.

13. EEAR-SP – O valor da pressão registrada na superfície de um lago é de $1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, que corresponde a 1 atm. Um mergulhador se encontra, nesse lago, a uma profundidade na qual ele constata uma pressão de 3 atm. Sabendo que a densidade da água do lago vale $1,0 \text{ g/cm}^3$ e que o módulo da aceleração da gravidade no local vale $10,0 \text{ m/s}^2$, a qual profundidade, em metros, em relação à superfície, esse mergulhador se encontra?

- 10
- 20
- 30
- 40

14. Famerp-SP – O profundímetro é um instrumento utilizado por mergulhadores para indicar a que profundidade estão em relação à superfície da água. Um profundímetro rudimentar é constituído de um tubo de vidro com a extremidade inferior aberta e a superior fechada, aprisionando determinada quantidade de ar. Quando o tubo se desloca verticalmente dentro da água, o volume ocupado pelo ar varia, indicando uma variação da pressão exercida pela água.

Considere um mergulhador inicialmente sob pressão absoluta de 2 atm. Nessa situação, a altura da coluna de ar dentro do tubo de vidro é de 20 cm. Após afundar um pouco, o mergulhador para em uma posição em que a altura da coluna de ar é igual a 16 cm, conforme a figura.

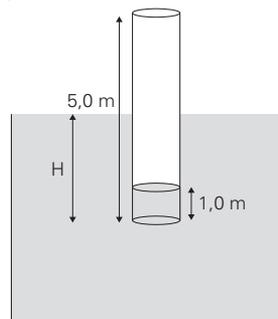


Considerando que uma coluna de água, em equilíbrio, com 10 m de altura exerce uma pressão de 1 atm, que o ar é um gás ideal e que a temperatura é constante durante o mergulho, é correto afirmar que a variação de profundidade sofrida por esse mergulhador foi de

- 2 m.
- 4 m.
- 3 m.
- 5 m.
- 1 m.

15. PUC-RJ (adaptado) – Um tubo cilíndrico de vidro de 5,0 m de comprimento tem um de seus extremos aberto e o outro fechado. Estando inicialmente em contato com o ar à pressão atmosférica 1 atm, esse tubo é introduzido dentro de uma piscina com água, com a parte fechada para cima, até que a água tenha se elevado a um quinto da altura do tubo. Nesse instante, a pressão passa a valer 1,25 atm. O tubo é mantido nessa posição.

Veja a figura.



Suponha que esse processo ocorra com temperatura constante. Tome o ar como gás ideal.

Considere: $1 \text{ atm} = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

$g = 10 \text{ m/s}^2$

$\rho_{\text{água}} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$

Qual é a altura H do tubo que se encontra submergida?

16. PUC-MG – Um edifício tem sua caixa-d'água localizada no último andar. A pressão hidrostática em uma torneira localizada na garagem térrea é de $4,0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$,

enquanto a pressão de uma torneira localizada dez andares acima da garagem é de $1,0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$. Pode-se afirmar que o pé direito (altura) de cada pavimento é de:

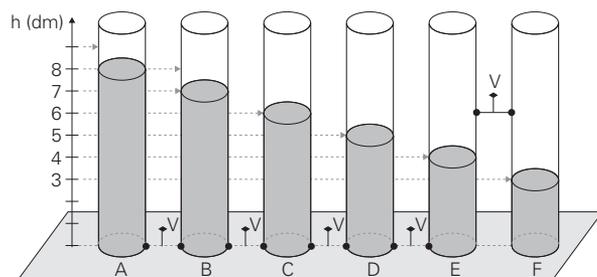
Dados:

$$P_{\text{água}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

Aceleração da gravidade: 10 m/s^2

- a) 3,0 m.
- b) 2,5 m.
- c) 4,0 m.
- d) 5,0 m.

- 17. UNESP** – Seis reservatórios cilíndricos, superiormente abertos e idênticos (A, B, C, D, E e F), estão apoiados sobre uma superfície horizontal plana e ligados por válvulas (V) nas posições indicadas na figura.



Com as válvulas (V) fechadas, cada reservatório contém água até o nível (h) indicado na figura. Todas as válvulas

são, então, abertas, o que permite a passagem livre da água entre os reservatórios, até que se estabeleça o equilíbrio hidrostático.

Nessa situação final, o nível da água, em dm, será igual a

- a) 6,0 nos reservatórios de A a E e 3,0 no reservatório F.
- b) 5,5 nos reservatórios de A a E e 3,0 no reservatório F.
- c) 6,0 em todos os reservatórios.
- d) 5,5 em todos os reservatórios.
- e) 5,0 nos reservatórios de A a E e 3,0 no reservatório F.

ESTUDO PARA O ENEM

18. Enem

Um estudante construiu um densímetro, esquematizado na figura, utilizando um canudinho e massa de modelar. O instrumento foi calibrado com duas marcas de flutuação, utilizando água (marca A) e etanol (marca B) como referências.

Em seguida, o densímetro foi usado para avaliar cinco amostras: vinagre, leite integral, gasolina (sem álcool anidro), soro fisiológico e álcool comercial (92,8 °GL).

Que amostra apresentará marca de flutuação entre os limites A e B?

- a) Vinagre.
- b) Gasolina.
- c) Leite integral.
- d) Soro fisiológico.
- e) Álcool comercial.

C5-H18



situação, qual é a máxima massa, em kg, permitida para um caminhão que possui cinco eixos com dois pneus em cada eixo, cuja área de contato de um pneu é de $0,02 \text{ m}^2$?

Dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) $1,0 \cdot 10^6$
- b) $2,0 \cdot 10^5$
- c) $1,2 \cdot 10^5$
- d) $4,0 \cdot 10^4$
- e) $4,0 \cdot 10^3$

20. PUC-RS

C1-H2

Aquecedores de passagem são acionados pela passagem da água no seu interior, ou seja, ligam quando a torneira é aberta. O manual de instalação de um aquecedor desse tipo informa que "a pressão mínima necessária para o correto funcionamento do equipamento é equivalente a 10 m de coluna de água".

Levando-se em conta que a massa específica da água é 1000 kg/m^3 e que a aceleração da gravidade no local é aproximadamente 10 m/s^2 , a informação se refere à pressão hidrostática, em pascals, de

- a) $1,0 \cdot 10^6$
- b) $1,0 \cdot 10^5$
- c) $1,0 \cdot 10^4$
- d) $1,0 \cdot 10^3$
- e) $1,0 \cdot 10^2$

19. UFG-GO

C5-H18

Os caminhões ficam maiores a cada dia devido à necessidade de se transportar cargas cada vez maiores em menor tempo. Por outro lado, o pavimento (estrada de asfalto ou concreto) precisa ser dimensionado para que sua resistência seja compatível com a carga suportada repetidamente. Para um pavimento de boa durabilidade, a pressão de $2,0 \text{ MPa}$ deve ser suportada. Nessa

14

EXPERIÊNCIA DE TORRICELLI
E VASOS COMUNICANTES

- Pressão atmosférica
- Barômetro de Torricelli
- Vasos comunicantes
- Tubo em U
- Manômetro de tubo aberto

HABILIDADES

- Relacionar os conceitos de densidade e pressão ao princípio fundamental da hidrostática.
- Efetuar cálculos que envolvem o princípio fundamental da hidrostática.
- Apresentar conclusões a partir da experiência de Torricelli.

EXPERIÊNCIA DE TORRICELLI

Em 1644, Evangelista Torricelli, físico e matemático italiano, escreveu uma carta descrevendo o experimento que o deixaria conhecido na história. Esse experimento é conhecido como barômetro de Torricelli ou, simplesmente, experiência de Torricelli. Além de comprovar existência e medir o valor da pressão atmosférica, resolveu um problema na física conhecido desde a época de Aristóteles (384-322 a.C.), que era a existência, ou não, do vácuo.

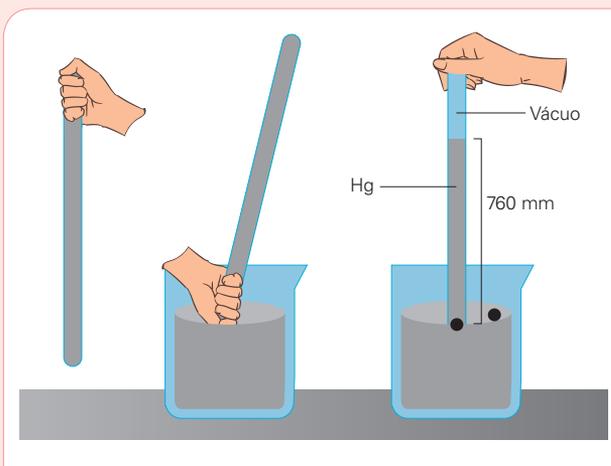
Até aquele momento, a explicação para o funcionamento das bombas de sucção, que eram utilizadas para retirar água de poços, se baseava no conceito de Aristóteles de que a natureza tinha horror ao vácuo, dessa forma ao produzi-lo, com a bomba, a água preencheria o seu lugar.

Por volta de 1640, Leonardo da Vinci, físico e inventor italiano, foi convidado pelo Duque da Toscana para construir um poço mais profundo que os habituais, cerca de 15 m. O problema é que ao utilizar a bomba de sucção, neste poço, a água não subia além de 10,33 m. Galileu Galilei, outro físico italiano, na tentativa de explicar o problema, afirmou que água não subia por causa do seu próprio peso. Ele acreditava também que a água subia os 10,33 m por conta de uma força de vácuo, embora não pudesse provar.

Torricelli, além dos trabalhos de Galileu, com quem conviveu brevemente, tinha conhecimento dos trabalhos de outro físico italiano, Giovanni Batista Baliani, que afirmava, que o peso da coluna de ar era causa do problema, embora não tenha conseguido comprovar. O problema era que em seus experimentos ele utilizava água como fluido, o que fazia com que seus tubos tivessem que possuir mais de 10,33 m de comprimento. Algo muito difícil de conseguir na época.

A hipótese de Torricelli era que ao substituir água por fluidos mais densos, a altura da coluna deveria diminuir. Após algumas tentativas com diferentes fluidos, Torricelli planejou o experimento que acabaria comprovando a existência da pressão atmosférica.

Inicialmente, ele preencheu uma vasilha e um tubo fechado em uma das extremidades, com mercúrio. Tampando a parte aberta do tubo, com o dedo, ele mergulhou o mesmo na vasilha. Veja figura esquemática.



Esquema da experiência de Torricelli.

Como o mercúrio tem uma densidade 13,6 vezes maior que a da água, a coluna deveria ser 13,6 vezes menor que os 10,33 metros de coluna d'água, aproximadamente 76 cm. Esta hipótese foi comprovada quando a coluna de mercúrio atingiu 76 cm ou 760 mm de mercúrio, deixando vácuo no seu interior, conhecido como "vácuo torricelliano". Logo, a pressão atmosférica corresponde à pressão de 760 mmHg = 760 torr, em homenagem a Torricelli.

Utilizando o teorema de Stevin, concluímos que a pressão nos pontos 1 e 2 deve ser igual. Dessa forma, temos:

$$p_1 = p_2$$

$$p_{\text{hidrostática}} = p_{\text{atm}}$$

$$d \cdot g \cdot h = p_{\text{atm}}$$

$$10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,76 = p_{\text{atm}}$$

$$p_{\text{atm}} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 760 \text{ mmHg} = 760 \text{ torr}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Acafe-SC – O altímetro é o instrumento usado para medir alturas ou altitudes, geralmente em forma de um barômetro aneroide destinado a registrar alterações da pressão atmosférica que acompanham as variações de altitude.

Assinale a alternativa **correta** que indica o comportamento do altímetro quando um avião passa de uma região de alta pressão para outra de baixa pressão.

- a) Perda de altitude.
- b) Ganho de altitude.**
- c) Altitude em relação ao nível do solo.
- d) Não é afetado.

Resolução

Ao passar de uma região de alta pressão para uma de baixa pressão, o avião está ganhando altitude, pois a pressão atmosférica diminui com a altitude.

2. Uece – O combustível acondicionado no interior de um botijão de GLP – gás liquefeito de petróleo – de 13 kg ocupa aproximadamente 15% do espaço no estado gasoso, o restante encontra-se no estado líquido. Estando a fase gasosa e a fase líquida em equilíbrio térmico, é correto afirmar que

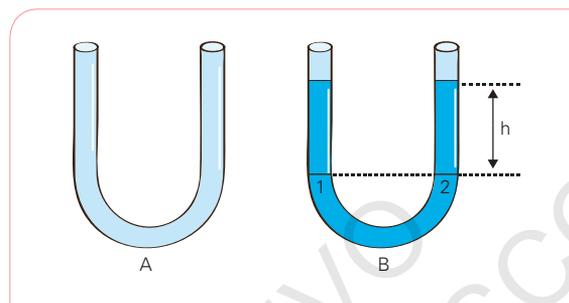
- a) a fase vapor está a uma pressão igual à fase líquida se desprezarmos as variações de pressão devidas à presença da gravidade.**
- b) a fase vapor está a uma pressão inferior à fase líquida se desprezarmos as variações de pressão devidas à presença da gravidade.
- c) caso haja um vazamento no botijão, o GLP não troca calor com o ambiente.
- d) caso haja um vazamento no botijão, o GLP cede calor ao ambiente.

Resolução

Tanto a fase líquida quanto a fase gasosa estarão submetidas a mesma pressão, que é a pressão interna do botijão.

TUBO EM U

Para estudar os vasos comunicantes, vamos considerar inicialmente um tubo cilíndrico em formato de U como o da figura a seguir.



O tubo A está vazio e o tubo B foi preenchido com água. Repare que a altura da coluna de água é igual no ramo esquerdo e no ramo direito do tubo B. Isso se deve ao fato de que a pressão atmosférica é a mesma nos dois ramos. Pelo teorema de Stevin podemos afirmar que a pressão nos pontos 1 e 2 são iguais, e podem ser calculadas pela soma da pressão atmosférica com a hidrostática.

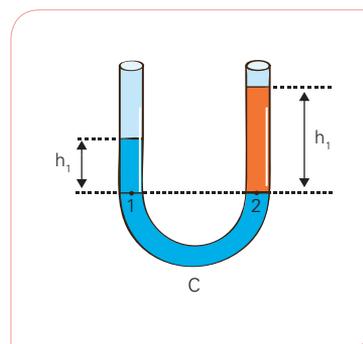
$$p_1 = p_2$$

$$p_{\text{atm}} + p_{h(1)} = p_{\text{atm}} + p_{h(2)}$$

$$d \cdot g \cdot h_1 = d \cdot g \cdot h_2$$

$$h_1 = h_2 = h$$

Ao adicionar um fluido imiscível, isto é, que não se mistura com água, por exemplo óleo, obtemos a seguinte situação:



Podemos observar, no tubo C, que as alturas h_1 e h_2 são diferentes, ou seja, existe um desnível entre a água e o óleo. O motivo é o fato de o óleo, possuir uma densidade menor que a da água, o que é compensado pela coluna de altura maior. Pelo teorema de Stevin podemos afirmar que a pressão nos pontos 1 e 2 continua igual, logo:

$$p_1 = p_2$$

$$p_{\text{atm}} + p_{h(1)} = p_{\text{atm}} + p_{h(2)}$$

$$d_{\text{água}} \cdot g \cdot h_1 = d_{\text{óleo}} \cdot g \cdot h_2$$

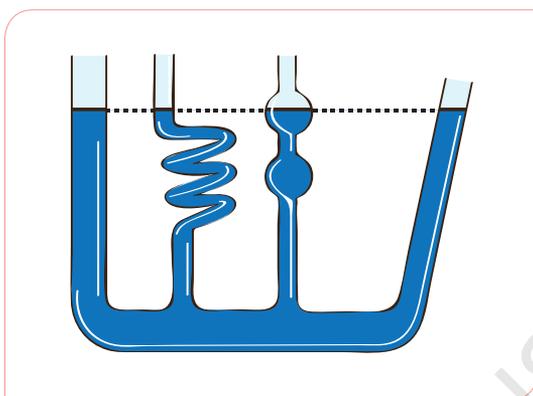
$$d_{\text{água}} \cdot h_1 = d_{\text{óleo}} \cdot h_2$$

Podemos utilizar o tubo em U, por exemplo para descobrir a densidade de um fluido desconhecido. Para isso, devemos medir as alturas das colunas, da superfície até a linha imaginária que representa a separação dos fluidos. Conhecendo a densidade do fluido 1 podemos encontrar a densidade do fluido 2.

$$d_2 = \frac{d_1 \cdot h_1}{h_2}$$

equação do tubo em U

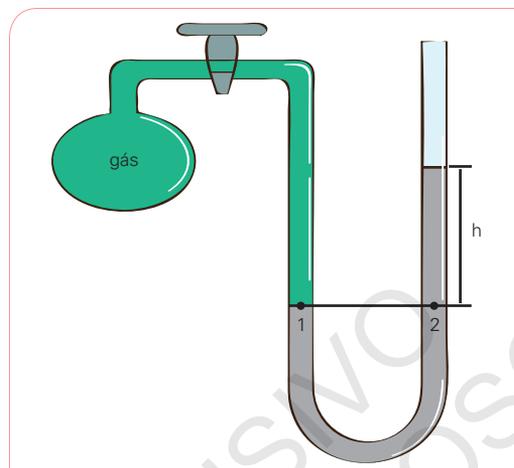
Observação: Para múltiplos vasos comunicantes, contendo um único fluido, a situação é análoga ao tubo B, ou seja, todos os tubos estarão no mesmo nível independente do seu formato.



MANÔMETRO DE TUBO ABERTO

Os manômetros de tubo aberto são instrumentos simples que podem ser utilizados para medir a pressão

de um fluido no estado líquido ou gasoso. Observe a figura a seguir.



No ramo esquerdo do manômetro, está conectado um recipiente contendo gás. O ramo direito foi preenchido com um fluido cuja densidade é conhecida, por exemplo, mercúrio. Pelo teorema de Stevin, podemos afirmar que a pressão do gás é igual a pressão no ponto 1, que por sua vez é igual à do ponto 2. Dessa forma temos:

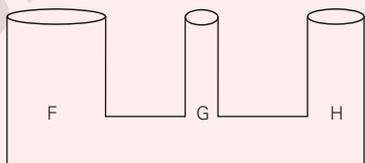
$$\begin{aligned} p_1 &= p_2 \\ p_1 &= p_{\text{atm}} + p_{h(2)} \\ p_1 &= p_{\text{atm}} + d_2 \cdot g \cdot h \end{aligned}$$

$$p_{\text{gás}} = p_{\text{atm}} + d_{\text{fluido}} \cdot g \cdot h_{\text{fluido}}$$

equação do manômetro de tubo aberto

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. Espcex-SP – Pode-se observar, no desenho abaixo, um sistema de três vasos comunicantes cilíndricos F, G e H distintos, abertos e em repouso sobre um plano horizontal na superfície da Terra. Coloca-se um líquido homogêneo no interior dos vasos de modo que não haja transbordamento por nenhum deles. Sendo h_F , h_G e h_H o nível das alturas do líquido em equilíbrio em relação à base nos respectivos vasos F, G e H, então, a relação entre as alturas em cada vaso que representa este sistema em equilíbrio estático é:



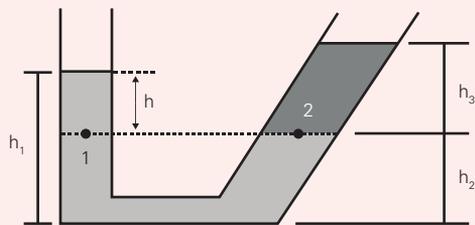
desenho ilustrativo-fora de escala

- a) $h_F = h_G = h_H$
- b) $h_G > h_H > h_F$
- c) $h_F = h_G > h_H$
- d) $h_F < h_G = h_H$
- e) $h_F > h_H > h_G$

Resolução

Pelo teorema de Stevin, pontos de um mesmo líquido em repouso, que estão na mesma altura, possuem a mesma pressão. Dessa forma, a altura do nível é a mesma nos três vasos.

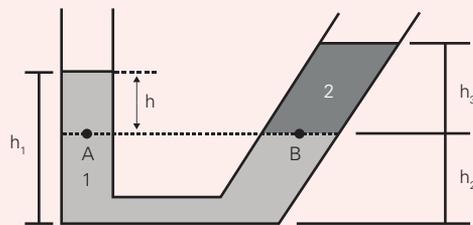
2. UEL-PR – A figura a seguir apresenta um vaso preenchido com dois fluidos diferentes não miscíveis. O fluido 1 apresenta densidade de 1 g/cm^3 e o fluido 2, densidade de $0,7 \text{ g/cm}^3$.



Se $h_1 = h + h_2$, qual a razão h/h_3 ?

- a) 0,7
- b) 1
- c) 5
- d) 3,2
- e) 100

Resolução



Pelo teorema de Stevin, as pressões nos pontos A e B são iguais.

Então:

$$d_1 \cdot h = d_2 \cdot h_3$$

$$\frac{h}{h_3} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{0,7}{1}$$

$$\frac{h}{h_3} = 0,7.$$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

Experiência de Torricelli

Surge da necessidade de explicar o motivo da água não subir mais que 10,33 m, por sucção.

Giovani Batista Baliani afirmava que o peso da coluna de ar era causa do problema, embora não tenha conseguido comprovar experimentalmente, pois utilizava água.

A hipótese de Torricelli era que, ao substituir água por fluidos mais densos, a altura da coluna deveria diminuir.

A hipótese foi comprovada quando a coluna de mercúrio atingiu 76 cm ou 760 mm de mercúrio, deixando vácuo no seu interior, conhecido como "vácuo torricelliano".

A pressão atmosférica corresponde à pressão de 760 mmHg = 760 torr, em homenagem a Torricelli.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

VASOS
COMUNICANTES

Vasos comunicantes são recipientes que estão interligados

_____.

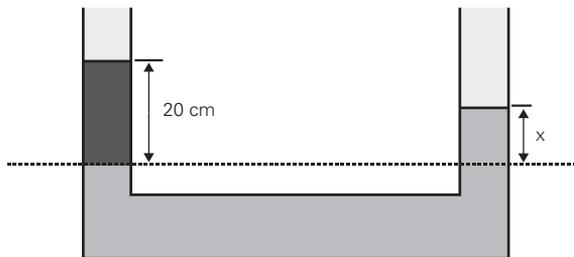
O tubo em U é uma aplicação prática dos vasos comunicantes, que permite medir a densidade de um fluido desconhecido e imiscível.

O barômetro de tubo aberto permite que seja feita a leitura da pressão de um gás contido em determinado recipiente.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. EEAR-SP – Em um sistema de vasos comunicantes, são colocados dois líquidos imiscíveis, água com densidade de $1,0 \text{ g/cm}^3$ e óleo com densidade de $0,85 \text{ g/cm}^3$. Após os líquidos atingirem o equilíbrio hidrostático, observa-se, numa das extremidades do vaso, um dos líquidos isolados, que fica a 20 cm acima do nível de separação, conforme pode ser observado na figura.



Determine o valor de x , em cm , que corresponde à altura acima do nível de separação e identifique o líquido que atinge a altura x .

- a) 8,5; óleo
b) 8,5; água
c) 17,0; óleo
d) 17,0; água

Como a água possui maior densidade, ela possui a menor coluna e atinge a altura x .

Na linha tracejada, temos:

$$p_{\text{óleo}} = p_{\text{água}}$$

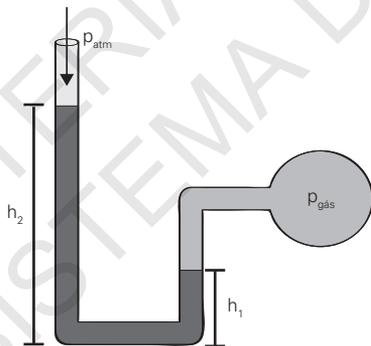
$$p_{\text{atm}} + d_{\text{óleo}} \cdot g \cdot h_{\text{óleo}} = p_{\text{atm}} + d_{\text{água}} \cdot g \cdot h_{\text{água}}$$

$$d_{\text{óleo}} \cdot h_{\text{óleo}} = d_{\text{água}} \cdot h_{\text{água}}$$

$$0,85 \cdot 20 = 1 \cdot x$$

$$x = 17 \text{ cm}$$

2. Efomm (adaptado) – O tipo de manômetro mais simples é o de tubo aberto, conforme a figura abaixo.



Uma das extremidades do tubo está conectada ao recipiente que contém um gás a uma pressão $p_{\text{gás}}$, e a outra extremidade está aberta para a atmosfera. O líquido dentro do tubo em forma de U é o mercúrio, cuja densidade é $13,6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. Considere as alturas $h_1 = 5,0 \text{ cm}$ e $h_2 = 8,0 \text{ cm}$. Qual é o valor da pressão manométrica do gás em pascal?

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$

$$p_{\text{gás}} = d_{\text{Hg}} \cdot g \cdot h$$

$$p_{\text{gás}} = d_{\text{Hg}} \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$$

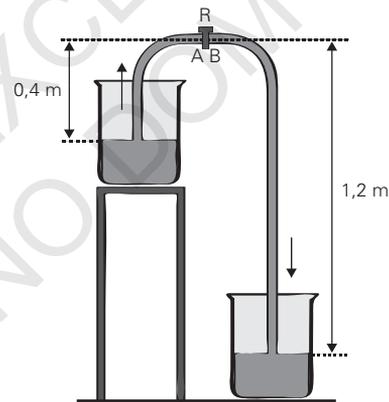
$$p_{\text{gás}} = 13,6 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot (8 - 5) \cdot 10^{-2}$$

$$p_{\text{gás}} = 4,08 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

3. UNESP

C1-H2

O sifão é um dispositivo que permite transferir um líquido de um recipiente mais alto para outro mais baixo, por meio, por exemplo, de uma mangueira cheia do mesmo líquido. Na figura, que representa, esquematicamente, um sifão utilizado para transferir água de um recipiente sobre uma mesa para outro no piso, R é um registro que, quando fechado, impede o movimento da água. Quando o registro é aberto, a diferença de pressão entre os pontos A e B provoca o escoamento da água para o recipiente de baixo.



Considere que os dois recipientes estejam abertos para a atmosfera, que a densidade da água seja igual a 10^3 kg/m^3 e que $g = 10 \text{ m/s}^2$. De acordo com as medidas indicadas na figura, com o registro R fechado, a diferença de pressão $P_A - P_B$, entre os pontos A e B, em pascal, é igual a

- a) 4 000.
b) 10 000.
c) 2 000.
d) 8 000.
e) 12 000.

Nas extremidades do sifão, na superfície livre da água, a pressão é igual à pressão atmosférica.

$$p_A = d \cdot g \cdot h_A = p_{\text{atm}}$$

$$p_B = d \cdot g \cdot h_B = p_{\text{atm}}$$

$$p_A - p_B = d \cdot g \cdot (h_B - h_A)$$

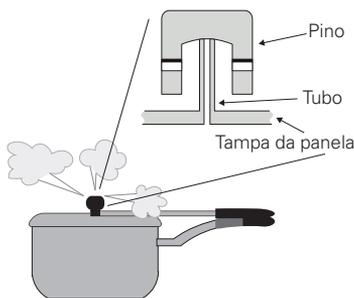
$$p_A - p_B = 10^3 \cdot 10 \cdot (1,2 - 0,4)$$

$$p_A - p_B = 8 000 \text{ Pa.}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

4. Fuvest-SP – Para impedir que a pressão interna de uma panela de pressão ultrapasse um certo valor, em sua tampa há um dispositivo formado por um pino acoplado a um tubo cilíndrico, como esquematizado na figura abaixo. Enquanto a força resultante sobre o pino for dirigida para baixo, a panela está perfeitamente vedada. Considere o diâmetro interno do tubo cilíndrico igual a 4 mm e a massa do pino igual a 48 g. Na situação em que apenas a força gravitacional, a pressão atmosférica e a exercida pelos gases na panela atuam no pino, a pressão absoluta máxima no interior da panela é



Note e adote:

$$\pi = 3$$

$$1 \text{ atm} = 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$\text{aceleração local da gravidade} = 10 \text{ m/s}^2$$

- a) 1,1 atm.
- b) 1,2 atm.
- c) 1,4 atm.**
- d) 1,8 atm.
- e) 2,2 atm.

$$p_{\text{gás}} = p_{\text{pino}} + p_{\text{atm}} \Rightarrow p_{\text{gás}} = \frac{P}{A} + p_{\text{atm}}$$

$$p_{\text{gás}} = \frac{m g}{\pi \cdot d^2 / 4} + p_{\text{atm}}$$

$$p_{\text{gás}} = \frac{48 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 4}{3 \cdot (4 \cdot 10^{-3})^2} + 1 \cdot 10^5$$

$$p_{\text{gás}} = 1,4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 = 1,4 \text{ atm.}$$

5. UFJF-MG

Texto para a próxima questão:

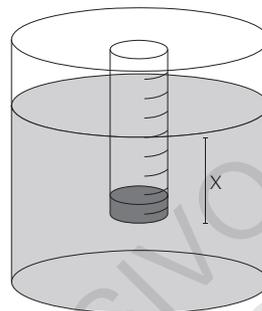
Use quando necessário:

$$1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}, R = 8,32 \text{ J/mol} \cdot \text{K}, c_p^{\text{ar}} = 1007 \text{ KJ/kg} \cdot \text{K} \text{ e } c_v^{\text{ar}} = 0,718 \text{ KJ/kg} \cdot \text{K} \text{ ou } C_v = (3/2)nR;$$

$$\rho_{\text{água}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

André está muito empolgado com a sua viagem ao Oriente Médio, pois visitará o Mar Morto, que é um grande lago de água salgada. Na verdade, a concentração de sal na água daquele lugar é tão grande que a mudança de densidade da água é bem considerável. André resolveu então levar seu densímetro caseiro para a viagem, para conferir essa mudança de densidade. O densímetro consiste

em um tubo cilíndrico de vidro, de 2,0 cm de diâmetro, fechado na parte inferior, contendo uma pequena quantidade de areia no fundo, como mostra a figura. O restante do tubo contém apenas ar, de densidade desprezível. O densímetro de André é graduado na escala x , com $x = 0$ no fundo do cilindro.



Para calibrar o densímetro, André o colocou na piscina da sua casa, notando que a água atingiu a escala $x_p = 24,0 \text{ cm}$.

- a) Durante sua tão esperada viagem, ao colocar seu densímetro na água do Mar Morto, ele viu que o nível da água estava em $x_m = 20,0 \text{ cm}$. Qual a densidade da água no Mar Morto?
- b) Qual a massa do densímetro de André?
- c) André não parou por aí, e tentou mergulhar a uma profundidade de 1,5 m no grande lago, que é a profundidade da sua piscina. Qual o módulo da diferença entre as pressões sob as quais André foi exposto no fundo da piscina de sua casa e no grande lago de água salgada?

$$a) \rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{A \cdot x} \Rightarrow m = \rho \cdot A \cdot x$$

$$m_p = m_m \Rightarrow \rho_p = A \cdot x_p = \rho_m \cdot A \cdot x_m$$

$$\rho_m = \frac{\rho_p \cdot x_p}{x_m} = \frac{1000 \cdot 24}{20}$$

$$\rho_m = 1200 \text{ kg/m}^3$$

$$b) m = \rho \cdot A \cdot x \Rightarrow m = \rho \cdot \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot x$$

$$m = 1000 \cdot \pi \cdot \frac{(2 \cdot 10^{-2})^2}{4} \cdot 24 \cdot 10^{-2}$$

$$m = 0,072 \text{ kg} = 72 \text{ g}$$

c) A pressão total na piscina será:

$$p = p_{\text{atm}} + \rho_p \cdot g \cdot h$$

$$p = 1 \cdot 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 1,5$$

$$p = 115000 \text{ Pa}$$

A pressão total no grande lago será:

$$p = p_{\text{atm}} + \rho_p \cdot g \cdot h$$

$$p = 1 \cdot 10^5 + 1,2 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 1,5$$

$$p = 118000 \text{ Pa}$$

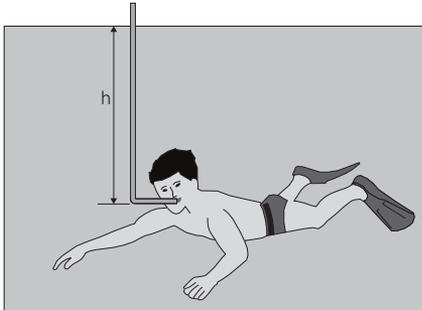
$$\Delta p = p_m - p_p$$

$$\Delta p = 3000 \text{ Pa} = 3 \text{ kPa}$$

6. UNESP

C1-H2

A diferença de pressão máxima que o pulmão de um ser humano pode gerar por inspiração é em torno de $0,1 \cdot 10^5$ Pa ou 0,1 atm. Assim, mesmo com a ajuda de um *snorkel* (respirador), um mergulhador não pode ultrapassar uma profundidade máxima, já que a pressão sobre os pulmões aumenta à medida que ele mergulha mais fundo, impedindo-os de inflarem.



Considerando a densidade da água $\rho \cong 10^3$ kg/m³ e a aceleração da gravidade $g \cong 10$ m/s², a profundidade máxima estimada, representada por h , a que uma pessoa pode mergulhar respirando com a ajuda de um *snorkel* é igual a

- a) $1,1 \cdot 10^2$ m.
- b) $1,0 \cdot 10^2$ m.
- c) $1,1 \cdot 10^1$ m.
- d) $1,0 \cdot 10^1$ m.
- e) $1,0 \cdot 10^0$ m.

$$\Delta p = d \cdot g \cdot h$$

$$0,1 \cdot 10^5 = 1,0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot h$$

$$h = 1,0 \text{ m}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UEM-PR – Sobre líquidos estáticos e incompressíveis, assinale a(s) alternativa(s) correta(s).

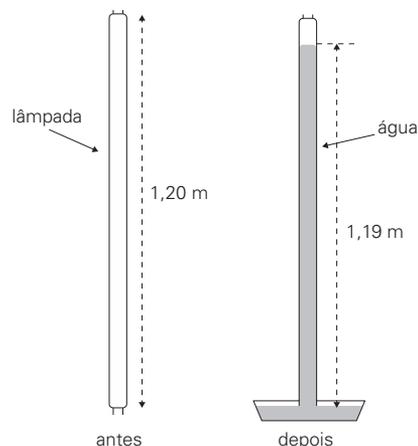
- 01) Se uma força F é aplicada à superfície de um fluido e atua sobre uma área A perpendicular a esta força, então a pressão média P é definida como $P = F/A$.
- 02) A pressão em uma determinada profundidade, em relação à superfície de um líquido, depende do formato do recipiente que contém esse líquido.
- 04) Em um fluido, se dois pontos possuem diferentes profundidades, a diferença entre as pressões de cada ponto depende apenas da densidade do líquido, da aceleração da gravidade local e da diferença entre os valores das profundidades dos dois pontos.
- 08) O acréscimo de pressão, em um ponto de um líquido em equilíbrio, transmite-se integralmente a todos os pontos desse líquido.
- 16) Quando uma pessoa bebe água usando um canudo, o ar do interior do canudo é sugado pela boca, reduzindo a pressão no interior do canudo. Assim, a pressão no interior do canudo torna-se menor do que a pressão atmosférica. Isso faz com que a água suba pelo interior do canudo e atinja a boca da pessoa.

8. Acafe-SC – Em Criciúma (SC), uma mina de carvão tem 500 m de profundidade. Coloca-se no fundo da mina um recipiente aberto com água a ferver. O que acontece com a água nessa situação?

- a) Entra em ebulição a uma temperatura superior a 100 °C.
- b) Entra em ebulição a uma temperatura inferior a 100 °C.
- c) Entra em ebulição a 100 °C.
- d) Não consegue entrar em ebulição.

9. UFU-MG (adaptado) – Uma montagem experimental foi feita com o propósito de determinar a pressão no

interior de uma lâmpada fluorescente do tipo não compacta, ou seja, com formato cilíndrico. Para isso, o lacre metálico de uma das extremidades da lâmpada foi totalmente mergulhado na água de um recipiente e, então, rompido. Conforme representado no esquema a seguir, a água entrou pela abertura do lacre quebrado e subiu pela lâmpada, devido à baixa pressão em seu interior. Considere que a lâmpada empregada possui 1,20 m de comprimento, seu diâmetro é de 4 cm, a água atingiu a altura de 1,19 m e que esse experimento foi realizado em um local onde a pressão atmosférica é igual a 700 mmHg. Considere: $d_{\text{água}} = 997$ kg/m³, $g = 9,8$ m/s² e $p_{\text{atm}} = 101\,325$ Pa = 760 mmHg.

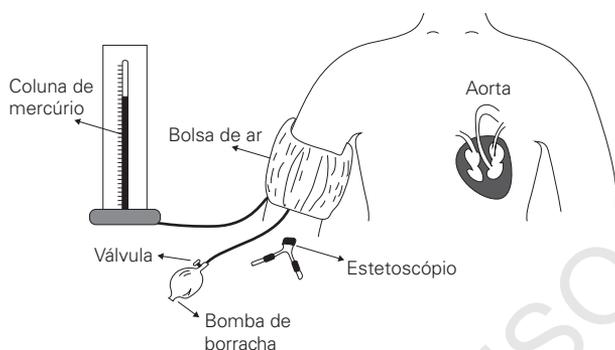


- a) A partir da situação experimental descrita, e desconsiderando eventual eliminação de impurezas gasosas dissolvidas na água quando dentro do tubo da lâmpada,

calcule o valor da pressão interna que possui uma lâmpada fluorescente com as especificações indicadas.

- b) Ao realizar tal procedimento experimental, um estudante percebeu que a água, após ter preenchido quase totalmente a lâmpada, começou a entrar em ebulição, despreendendo algumas bolhas. Nesse instante, o aluno verificou em um termômetro que a temperatura no ambiente era de $21\text{ }^{\circ}\text{C}$. Intrigado, tocou o tubo da lâmpada para perceber se ele estava quente, porém, não estava. Explique por que a água entrou em ebulição conforme o cenário descrito.

10. **IFSC** – A pressão sanguínea é medida com o esfigmomanômetro, que consiste de uma coluna de mercúrio com uma das extremidades ligada a uma bolsa, que pode ser inflada por meio de uma pequena bomba de borracha, como mostra a figura abaixo. A bolsa é enrolada em volta do braço, a um nível aproximadamente igual ao do coração, a fim de assegurar que as pressões medidas sejam mais próximas às da aorta.



Fonte: Caldas e Cecil Chow, Emico Okuno; Iberê L. *Física para Ciências Biológicas e Biomédicas*. São Paulo: Harbra, 1982.

Assinale a soma da(s) proposição(ões) correta(s).

- 01) A pressão é definida pela razão entre o módulo da força perpendicular à superfície e a área da superfície.
- 02) A pressão exercida por uma coluna de um líquido (por exemplo, o mercúrio) depende da densidade do líquido, da aceleração da gravidade local e da área dessa coluna.
- 04) A pressão exercida por uma coluna de um líquido (por exemplo, o mercúrio) depende da densidade do líquido, da aceleração da gravidade local e da altura dessa coluna.
- 08) A pressão atmosférica ao nível do mar é aproximadamente 760 mmHg .
- 16) Uma coluna de água de 10 m exerce uma pressão de aproximadamente uma atmosfera.
- 32) A pressão $12/8$ comumente falada é na verdade $120/80\text{ (mmHg)}$.

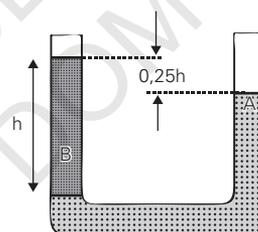
11. **UFPR** – No dia 20 de abril de 2010, houve uma explosão numa plataforma petrolífera da British Petroleum, no Golfo do México, provocando o vazamento de petróleo que se espalhou pelo litoral. O poço está localizado a $1\,500\text{ m}$ abaixo do nível do mar, o que dificultou os trabalhos de reparação. Suponha a densidade da água do mar com valor constante e igual a $1,02\text{ g/cm}^3$ e considere a pressão atmosférica igual a $1,00 \times 10^5\text{ Pa}$. Com base nesses dados, calcule a pressão na profundidade em que se encontra o poço e assinale a alternativa correta que fornece em quantas vezes essa pressão é múltipla da pressão atmosférica.

- a) 15 400
b) 1 540
c) 154
d) 15,4
e) 1,54

12. **Udesc** – A pressão atmosférica é 76 cmHg em um local onde há uma piscina cheia de água, que tem uma profundidade de $5,0\text{ m}$. Assinale a alternativa correta quanto à pressão total no fundo da piscina.

- a) 81 cmHg
b) $1,50 \times 10^5\text{ N/m}^2$
c) $0,50 \times 10^5\text{ N/m}^2$
d) $1,5 \times 10^5\text{ cmHg}$
e) 576 cmHg

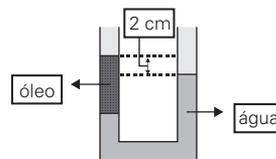
13. **UNIFESP** – Um fluido A, de massa específica μ_A , é colocado em um tubo curvo aberto, onde já existe um fluido B, de massa específica μ_B . Os fluidos não se misturam e, quando em equilíbrio, B preenche uma parte de altura h do tubo. Neste caso, o desnível entre as superfícies dos fluidos, que se encontram à pressão atmosférica, é de $0,25h$. A figura ilustra a situação descrita.



Considerando que as interações entre os fluidos e o tubo sejam desprezíveis, pode-se afirmar que a razão μ_B/μ_A é

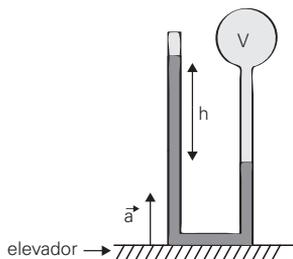
- a) 0,75.
b) 0,80.
c) 1,0.
d) 1,3.
e) 1,5.

14. **UECE (adaptado)** – Um tubo em U, de seção transversal reta uniforme igual a 1 cm^2 , contém água ($d_A = 10^3\text{ kg/m}^3$) em equilíbrio estático.



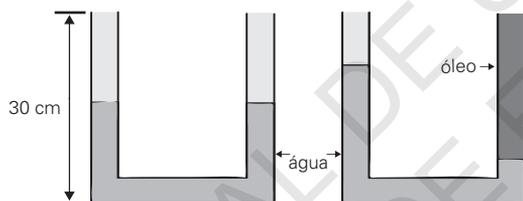
Determine o volume de óleo ($d_o = 900\text{ kg/m}^3$), em centímetros cúbicos, que deve ser colocado em um dos ramos do tubo para causar uma diferença de 2 cm entre as superfícies superiores do óleo e da água, conforme mostra a figura.

15. ITA-SP – No interior de um elevador, encontra-se um tubo de vidro fino, em forma de U, contendo um líquido sob vácuo na extremidade vedada, sendo a outra conectada a um recipiente de volume V com ar mantido à temperatura constante. Com o elevador em repouso, verifica-se uma altura h de 10 cm entre os níveis do líquido em ambos os braços do tubo. Com o elevador subindo com aceleração constante \bar{a} (ver figura), os níveis do líquido sofrem um deslocamento de altura de 1,0 cm. Pode-se dizer então que a aceleração do elevador é igual a



- a) $1,1 \text{ m/s}^2$.
 b) $0,91 \text{ m/s}^2$.
 c) $0,91 \text{ m/s}^2$.
 d) $1,1 \text{ m/s}^2$.
 e) $2,5 \text{ m/s}^2$.

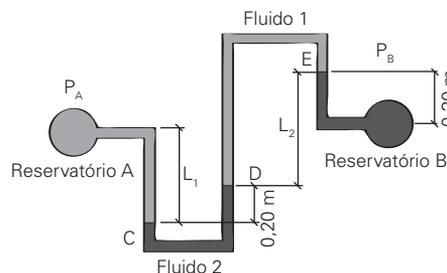
16. EEWB-MG – Um vaso comunicante em forma de U possui duas colunas da mesma altura $h = 30 \text{ cm}$, preenchidas com água até a metade. Em seguida, adiciona-se óleo de massa específica igual a $0,70 \text{ g/cm}^3$ a uma das colunas até a coluna estar completamente preenchida, conforme mostram as figuras abaixo.



A massa específica da água é de $1,0 \text{ g/cm}^3$. A coluna de óleo terá comprimento de:

- a) 27,5 cm
 b) 25,0 cm
 c) 22,5 cm
 d) 20,0 cm

17. IME-RJ



Considerando o esquema acima, um pesquisador faz três afirmações que se encontram listadas a seguir:

Afirmção I. Se a diferença de pressão entre os dois reservatórios ($P_A - P_B$) for equivalente a 20 mm de coluna de água, a variação de massa específica entre os dois fluidos ($\rho_1 - \rho_2$) será igual a $0,2 \text{ kg/l}$.

Afirmção II. Se o fluido 1 for água e se a diferença de pressão ($P_A - P_B$) for de $0,3 \text{ kPa}$, a massa específica do fluido 2 será igual a $0,7 \text{ kg/l}$.

Afirmção III. Caso o fluido 1 tenha massa específica igual à metade da massa específica da água, o fluido 3 (que substitui o Fluido 2 da configuração original) deverá ser mais denso do que a água para que a diferença de pressão entre os reservatórios seja a mesma da afirmação I.

Está(ão) correta(s) a(s) afirmação(ões)

Dados:

- massa específica da água: 1 kg/l ;
- aceleração da gravidade: 10 m/s^2 ;
- Para as afirmações I e II: $L_1 = 0,30 \text{ m}$ e $L_2 = 0,40 \text{ m}$;
- Para a afirmação III apenas: $L_1 = 0,60 \text{ m}$ e $L_2 = 0,80 \text{ m}$;

Consideração:

- os fluidos são imiscíveis.
- a) I apenas.
 b) II apenas.
 c) III apenas.
 d) I e II apenas.
 e) I, II e III.

ESTUDO PARA O ENEM

18. UEPB

C1-H2

Em 1643, o físico italiano Evangelista Torricelli (1608-1647) realizou sua famosa experiência, medindo a pressão atmosférica por meio de uma coluna de mercúrio, inventando, assim, o barômetro. Após essa descoberta, suponha que foram muitos os curiosos que fizeram várias medidas de pressão atmosférica.

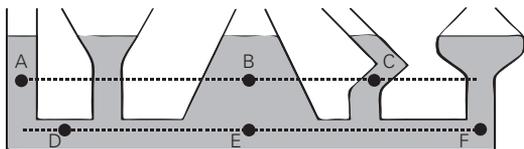
Com base na experiência de Torricelli, pode-se afirmar que o maior valor para altura da coluna de mercúrio foi encontrado:

- a) no Pico do Jabre, ponto culminante do estado da Paraíba, no município de Maturéia.
 b) no alto de uma montanha a 1 500 metros de altitude.
 c) no 10º andar de um prédio em construção na cidade de Campina Grande.
 d) numa bonita casa de veraneio em João Pessoa, no litoral paraibano.
 e) no alto do Monte Everest, o ponto culminante da Terra.

19. PUC-RS

C1-H2

Analise a figura abaixo, que representa um recipiente com cinco ramos abertos à atmosfera, em um local onde a aceleração gravitacional é constante, e complete as lacunas do texto que segue. As linhas tracejadas, assim como o fundo do recipiente, são horizontais.



Considerando que o recipiente está em equilíbrio mecânico e contém um fluido de massa específica constante, afirma-se que a pressão exercida pelo fluido no _____ é _____ pressão exercida pelo fluido no _____.

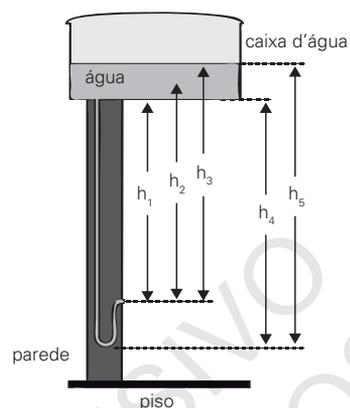
- a) ponto A – menor que a – ponto D.
- b) ponto A – menor que a – ponto C.
- c) ponto B – igual à – ponto E.
- d) ponto D – menor que a – ponto F.
- e) ponto D – igual à – ponto C.

20. Enem

C5-H18

O manual que acompanha uma ducha higiênica informa que a pressão mínima da água para o seu funcionamento

apropriado é de 20 kPa. A figura mostra a instalação hidráulica com a caixa d'água e o cano ao qual deve ser conectada a ducha.



O valor da pressão da água na ducha está associado à altura

- a) h_1 .
- b) h_2 .
- c) h_3 .
- d) h_4 .
- e) h_5 .

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

15

TEOREMA DE PASCAL E TEOREMA DE ARQUIMEDES

- Teorema de Pascal
- Prensa hidráulica
- Teorema de Arquimedes
- Empuxo

HABILIDADES

- Identificar o comportamento de um sistema hidráulico, segundo os conceitos de pressão, o princípio de Pascal e o teorema de
- Arquimedes.
- Efetuar cálculos que envolvam o princípio fundamental da hidrostática, o princípio de Pascal e o teorema de Arquimedes.

Princípio de Pascal

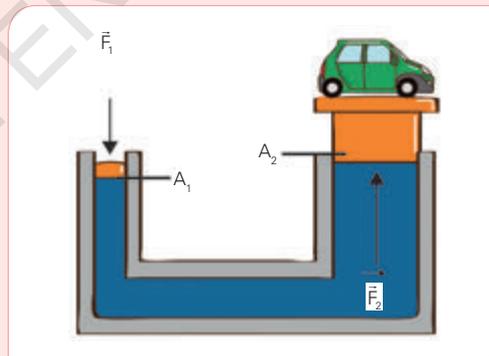
Em 1663, um ano após sua morte, foi publicado o *Traité de l'équilibre des liqueurs*, escrito pelo físico e matemático francês Blaise Pascal.

Em seu tratado, Pascal foi capaz de esclarecer os princípios da hidrostática propostos por Torricelli, além de determinar o princípio de Pascal, que trata da transmissão da pressão em fluidos. O princípio de Pascal acaba por revolucionar a física e a engenharia, pois permitiu a criação de máquinas que multiplicassem a força a elas aplicadas. Essas máquinas, denominadas prensas hidráulicas, estão presentes no nosso cotidiano, como no elevador hidráulico da imagem de abertura, nos freios e sistemas hidráulicos dos veículos e máquinas, enfim em todos os sistemas em que seja necessário obter uma vantagem mecânica, ou seja, multiplicar o valor da força.

O princípio de Pascal pode ser enunciado da seguinte forma:

Uma variação qualquer de pressão, em determinado ponto de um fluido em repouso, é transmitida integralmente para os demais pontos do fluido.

A imagem seguinte mostra um esquema simplificado de um elevador ou prensa hidráulica.



Prensa hidráulica.

Na imagem anterior, podemos observar um sistema de vasos comunicantes preenchido com um fluido incompressível. Ao aplicar uma força de intensidade F_1 no êmbolo de área A_1 , a variação de pressão é transmitida integralmente para todos os pontos do fluido e atinge o êmbolo de área A_2 , no qual exerce uma força F_2 . Podemos equacionar o problema da seguinte forma:

$$\Delta p_1 = \Delta p_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

equação da prensa hidráulica em função da área

No sistema internacional de unidades, a força deve ser utilizada em newton (N), e a área, que muitas vezes corresponde a à área de uma circunferência ($A = \pi \cdot R^2$), deve ser utilizada em metros quadrados (m^2).

Nessas máquinas, muitas vezes estamos interessados em descobrir por qual valor a força aplicada será multiplicada, ou seja, queremos determinar qual é a vantagem mecânica (VM). Este valor pode ser obtido pela razão entre a força de maior intensidade, e a força de menor intensidade. No nosso sistema, temos:

$$VM = \frac{F_2}{F_1}$$

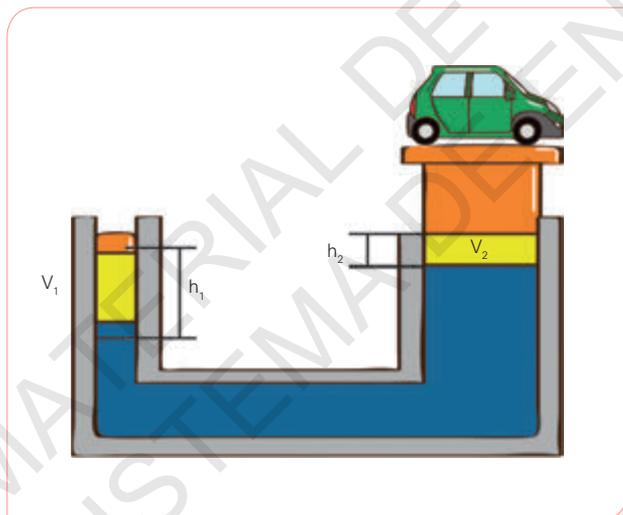
vantagem mecânica

O valor obtido é adimensional e representa o fator multiplicativo da força. Combinando a equação da prensa hidráulica em função da área, com a equação da vantagem mecânica, temos:

$$VM = \frac{A_2}{A_1}$$

Dessa forma, podemos projetar a prensa hidráulica para obter a vantagem mecânica desejada, determinando a razão entre as áreas dos êmbolos, ou por meio da da área de secção dos tubos.

Observe novamente o esquema da prensa hidráulica.



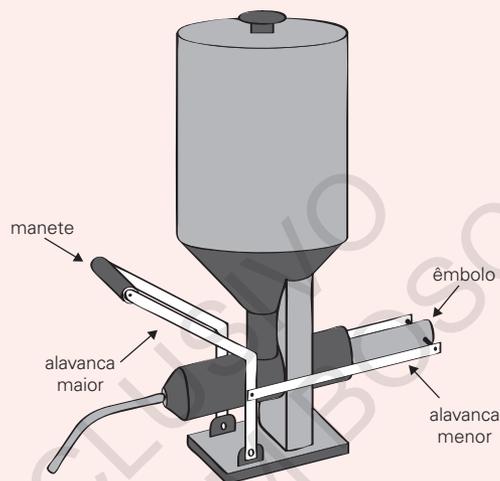
Prensa hidráulica.

Ao mover o êmbolo de área A_1 houve uma variação de altura h_1 , maior que variação de altura h_2 , isto se deve, ao fato de os volumes deslocados serem iguais ($V_1 = V_2 = V$), mas as áreas dos êmbolos serem distintas ($A_1 \neq A_2$). Dessa forma, o êmbolo que apresentar menor área, neste caso A_1 , terá maior variação de altura, h_1 e vice-versa.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

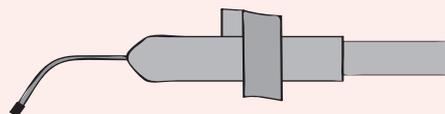
Texto para a próxima questão:

Todo carrinho de churros possui um acessório peculiar que serve para injetar doce de leite nos churros. Nele, a força sobre um êmbolo, transmitida por alavancas, empurra o recheio para dentro do churro.



Em cada lado do recheador, há duas alavancas unidas por um pivô, uma delas, reta e horizontal, e a outra, parte vertical e parte transversal. A alavanca maior encontra, na base do aparelho, outro pivô e, na outra extremidade, um manete, onde é aplicada a força. A alavanca menor conecta-se à extremidade do êmbolo que está em contato com o doce de leite, pronta para aplicar, no início do processo, uma força horizontal.

1. FGV-SP– O doce de leite não saía mesmo! Nem podia, uma vez que uma pequena tampa ainda obstruía a saída do doce.



Não percebendo a presença da tampa, o vendedor, já irritado, começou a aplicar sobre o manete uma força gradativamente maior, que por sua vez era transmitida ao êmbolo, na mesma direção de seu eixo de simetria. Mesmo assim, a tampa se manteve em seu lugar! Admitindo que o doce de leite se comporte como um fluido ideal, a relação entre a força resistente da tampa e a

força exercida pelo mecanismo sobre o êmbolo, $\frac{F_{\text{tampa}}}{F_{\text{êmbolo}}}$ é

Dados:

diâmetro do êmbolo: 30 mm

área da tampa tocada pelo doce: $9 \cdot \pi \cdot 10^{-6} m^2$

- a) $3 \cdot \pi^{-1} \cdot 10^{-2}$.
- b) $4 \cdot 10^{-2}$.**
- c) $2 \cdot \pi \cdot 10^{-2}$.
- d) $1,2 \cdot 10^{-1}$.
- e) $1,2 \cdot \pi \cdot 10^{-1}$.

Resolução

Aplicando o teorema de Pascal

$$\frac{F_{\text{tampa}}}{A_{\text{tampa}}} = \frac{F_{\text{êmbolo}}}{A_{\text{êmbolo}}}$$

$$\frac{F_{\text{tampa}}}{9 \pi \cdot 10^{-6}} = \frac{F_{\text{êmbolo}}}{\pi \cdot d^2/4}$$

$$\frac{F_{\text{tampa}}}{F_{\text{êmbolo}}} = \frac{4 \cdot 9 \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$\frac{F_{\text{tampa}}}{F_{\text{êmbolo}}} = 4 \cdot 10^{-2}$$

2. UEPG-PR – A grandeza pressão foi objeto de estudo desde a Antiguidade. Cientistas, após realizarem vários experimentos envolvendo essa grandeza, enunciaram princípios físicos que são aplicados até os dias de hoje por físicos e engenheiros. Nesse âmbito da ciência, assinale o que for correto.

Dados:

densidade da água: $1 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

01) Tem-se uma piscina em forma de um paralelepípedo retângulo com área da base 24 m^2 e altura 3 m completamente cheia de água e um poço em forma cilíndrica, com área da base $0,8 \text{ m}^2$ e altura 6 m , com água até a marca dos 3 m . A pressão hidrostática no fundo da piscina é maior que no fundo do poço.

02) Na condição de equilíbrio de dois líquidos não miscíveis em vasos comunicantes, as alturas contadas

a partir do nível de separação dos líquidos são inversamente proporcionais às massas específicas dos líquidos.

04) Uma das importantes aplicações do princípio de Pascal é a prensa hidráulica, que é um dispositivo multiplicador de energia.

08) De acordo com o princípio de Pascal, o acréscimo de pressão exercido num ponto de um fluido ideal, em equilíbrio, é transmitido apenas para os pontos situados no mesmo nível do líquido.

16) A pressão atmosférica diminui à medida que aumenta a altitude em relação ao nível do mar.

Resolução

18 (02 + 16).

[01] Incorreto. Pela lei de Stevin, como possuem a mesma altura, estarão submetidos a mesma pressão.

[02] Correto. Pela Lei de Stevin:

$$p = d \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{p}{d \cdot g}$$

[04] Incorreto. A prensa hidráulica tem como princípio a multiplicação da força e não de energia.

[08] Incorreto. De acordo com o princípio de Pascal, a pressão se distribui uniformemente sobre todo o líquido.

[16] Correto. A pressão atmosférica é inversamente proporcional à altura em relação ao nível do mar.

Teorema de Arquimedes

Arquimedes de Siracusa, engenheiro, matemático e astrônomo grego, viveu de 287-212 a.C. Suas contribuições nos diversos campos do conhecimento foram tão significativas, que seu nome é lembrado até hoje. Praticamente tudo o que se sabe sobre Arquimedes provém de obras de autores gregos, romanos, bizantinos e árabes.

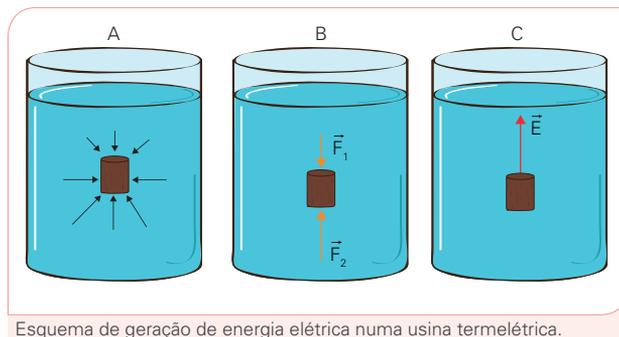
Sua mais famosa contribuição, conhecida como princípio de Arquimedes, está baseada em uma história, cuja veracidade é duvidosa. No entanto, a história ilustra bem o princípio e, portanto, merece ser contada. Certa vez, o rei Herão de Siracusa encomendou uma coroa a um ourives e lhe entregou uma certa quantidade de ouro para sua produção. Quando o rei recebeu a coroa desconfiou que o ourives tinha substituído certa quantidade de ouro por prata. Para testar a coroa, o rei teria chamado Arquimedes. Após refletir muito, ele descobriu a solução ao tomar um banho de banheira. Ao perceber que parte da água vazava quando ele entrava, ele teria dito: "*Heureka! Heureka!*"; que significa achei a solução. Para resolver o problema Arquimedes utilizou um recipiente com água, uma certa quantidade de ouro e outra quantidade de prata, ambas com a mesma massa da coroa. Mergulhou o ouro no recipiente e anotou a altura da coluna de água. Fez o mesmo com a prata que alcançou uma altura maior. Por fim, mergulhou a coroa, e a altura da coluna de água ficou entre a altura

do ouro e a altura da prata, indicando que o rei estava certo em desconfiar do ourives.

Verdade ou não, Arquimedes formulou seu teorema, que diz:

Um corpo, mergulhado de forma parcial ou total, num fluido em equilíbrio, recebe deste uma força de mesmo módulo, mesma direção e sentido oposto ao peso do fluido deslocado.

Essa força vertical e para cima, que foi denominada empuxo, é a força resultante das forças de pressão que atuam no corpo. Veja imagem a seguir:



Esquema de geração de energia elétrica numa usina termelétrica.

Na figura A da imagem anterior, podemos observar as diferentes forças de pressão, que atuam no

corpo. Como as componentes horizontais se anulam, temos, na figura B, uma força vertical para baixo de módulo F_1 e outra força vertical, para cima de módulo F_2 . Essas forças somadas resultam na força de empuxo.

$$\begin{aligned} E &= F_2 - F_1 \\ E &= p_2 \cdot A - p_1 \cdot A \\ E &= \Delta p \cdot A \\ E &= d_{\text{fluido}} \cdot g \cdot h \cdot A \end{aligned}$$

$$E = d_{\text{fluido}} \cdot V_{\text{imerso}} \cdot g$$

equação do empuxo

No sistema internacional de unidades, a unidade da força empuxo é o newton (N). Logo, devemos utilizar a densidade em quilograma por metro cúbico kg/m^3 , o volume em metros cúbicos (m^3) e a aceleração gravitacional em metros por segundo ao quadrado (m/s^2).

É importante observar que o volume utilizado nesta equação deve ser o volume imerso do corpo. Assim para calcular o volume imerso do navio cargueiro da figura de abertura, devemos conhecer o volume de água que ele desloca e a densidade da água por onde ele navega.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. UEA-AM – De acordo com o princípio de Arquimedes, um corpo qualquer imerso em um líquido em equilíbrio sofre uma força aplicada pelo líquido denominada empuxo, cujo módulo, direção e sentido são, respectivamente,

- a) peso do corpo, vertical para baixo.
- b) diferença entre o peso do corpo e do líquido deslocado, vertical para cima.
- c) peso do líquido deslocado, vertical para cima.
- d) peso do líquido deslocado, vertical para baixo.
- e) peso do corpo, vertical para cima.

Resolução

O empuxo é uma força de direção vertical, sentido para cima e de intensidade igual à do peso do fluido deslocado.

4. UCS-RS – No desenho animado *Up – Altas aventuras*, o personagem Carl Fredricksen, um vendedor de balões, tem a ideia de viajar levando consigo a própria casa. Para isso, ele enche uma quantidade grande de balões com um gás e amarra-os à casa, que é erguida no ar. Por um certo tempo, a casa sobe. Mas, de repente, sem que nenhum balão seja solto, a ascensão vertical é interrompida e a casa se desloca, graças ao vento, apenas na horizontal. Por que isso aconteceu?

- a) O empuxo do ar sobre os balões foi diminuindo à medida que diminuía a densidade do ar.
- b) A pressão atmosférica sobre o teto da casa foi aumentando com a altura.
- c) A temperatura baixa, que caracteriza a grande altitude, fez aumentar a pressão interna e o volume dos balões.
- d) Mesmo com os balões fechados, o número de moles do gás dentro deles diminuiu com a altura, reduzindo a pressão manométrica sobre a casa.
- e) Devido à altitude e ao atrito do ar, a temperatura da casa aumentou e, por isso, diminuíram a pressão e o volume do gás dentro dos balões.

Resolução

Ao subir, o balão acelera verticalmente; logo, a intensidade do empuxo é maior que a do peso. Quando ele deixa de subir, o empuxo torna-se igual ao peso.

$$E = P$$

$$d_{\text{ar}} \cdot V_{\text{balões}} \cdot g = m \cdot g$$

$$d_{\text{ar}} \cdot V_{\text{balões}} = m$$

Como a massa não muda e o volume dos balões pode até aumentar com a diminuição da pressão atmosférica, podemos concluir que a densidade do ar diminui.

ROTEIRO DE AULA

TEOREMA DE PASCAL

Uma variação qualquer de pressão em determinado ponto de um fluido em repouso é transmitida integralmente para os demais pontos do fluido.

Na prensa hidráulica, é constante a razão entre a força aplicada em cada êmbolo e a sua área.

A vantagem mecânica de uma prensa hidráulica pode ser obtida tanto pela razão entre a força maior e a força menor quanto pela razão entre a área maior e a área menor dos êmbolos.

Se o fluido hidráulico for ideal, a variação de volume nos dois ramos da prensa será igual.

ROTEIRO DE AULA

TEOREMA DE ARQUIMEDES

Um corpo, mergulhado de forma parcial ou total, num fluido em equilíbrio, recebe deste uma força de mesmo módulo, mesma direção e sentido oposto ao peso do **fluido deslocado**.

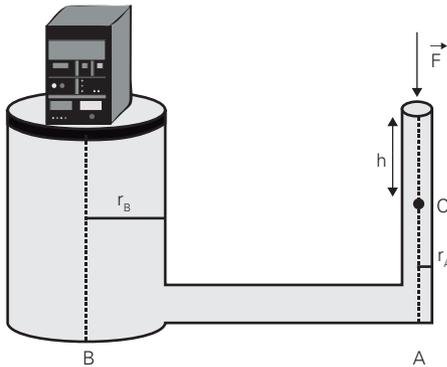
A soma das diferentes forças de pressão que atuam num corpo resultam na força de **empuxo**.

A força de empuxo é vertical, para cima e tem módulo igual ao peso do **fluido** deslocado.

O empuxo pode ser calculado pelo **produto** entre a densidade do fluido, o volume imerso e a aceleração gravitacional.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. UFJF-MG – Um dos laboratórios de pesquisa da UFJF recebeu um equipamento de 400 kg. É necessário elevar esse equipamento para o segundo andar do prédio. Para isso, eles utilizam um elevador hidráulico, como mostrado na figura abaixo. O fluido usado nos pistões do elevador é um óleo com densidade de 700 kg/m^3 . A força máxima aplicada no pistão A é de 250 N. Com base nessas informações, faça o que se pede.



- Calcule a razão mínima entre os raios dos pistões A e B para que o elevador seja capaz de elevar o equipamento.
- Sabendo que área do pistão A é de $0,05 \text{ m}^2$, calcule a área do pistão B.
- Com base no desenho, calcule a pressão manométrica no ponto C, situado a uma distância $h = 0,2 \text{ m}$ abaixo do ponto onde a força F é aplicada.

a) pelo teorema de Pascal:

$$\frac{P}{r_B^2} = \frac{F}{r_A^2} \Rightarrow \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 = \frac{F}{P}$$

$$\frac{r_A}{r_B} = \sqrt{\frac{F}{P}} = \sqrt{\frac{250}{4000}}$$

$$\frac{r_A}{r_B} = \frac{1}{4}$$

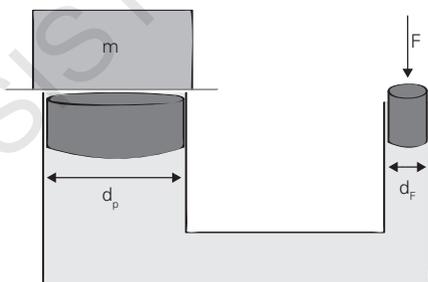
$$\text{b) } \frac{P}{A_B} = \frac{F}{A_A} \Rightarrow \frac{4000}{A_B} = \frac{250}{0,05}$$

$$A_B = \frac{4000 \cdot 0,05}{250}$$

$$A_B = 0,8 \text{ m}^2$$

$$\text{c) } p = d \cdot g \cdot h = 700 \cdot 10 \cdot 0,2$$

$$p = 1400 \text{ N/m}^2$$

2. PUC-RJ

Um bloco de massa $m = 9000 \text{ kg}$ é colocado sobre um elevador hidráulico como mostra a figura anterior.

A razão entre o diâmetro do pistão (D_p) que segura a base do elevador e o diâmetro (D_F) onde se deve aplicar a força F é de $D_p/D_F = 30$.

Encontre a força necessária para se levantar o bloco com velocidade constante. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$ e despreze os atritos.

- 100 N
- 300 N
- 600 N
- 900 N
- 1000 N

No elevador hidráulico, a pressão deve ser a mesma em ambos os ramos.

$$\frac{F_p}{A_p} = \frac{F_F}{A_F}$$

$$\frac{m \cdot g}{\pi \cdot \frac{d_p^2}{4}} = \frac{F_F}{\pi \cdot \frac{d_F^2}{4}}$$

$$F_F = m \cdot g \cdot \left(\frac{d_F}{d_p}\right)^2 = 9000 \cdot 10 \cdot \left(\frac{1}{30}\right)^2$$

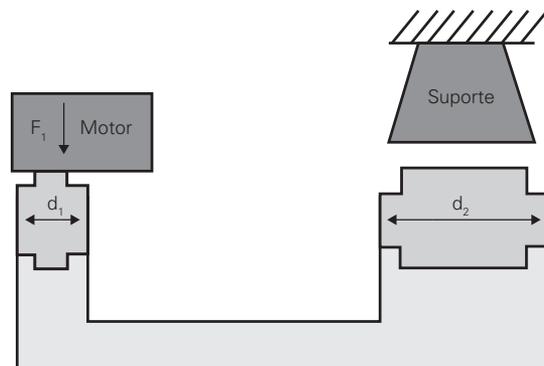
$$F_F = 100 \text{ N}$$

3. UFRGS

C1-H2

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do texto que segue, na ordem em que aparecem.

A figura a seguir representa uma prensa hidráulica composta por dois pistões, de diâmetros d_1 e d_2 . O motor aplica uma força axial de intensidade $F_1 = 100 \text{ N}$ no pistão de diâmetro $d_1 = 0,05 \text{ m}$. Para que se possa obter uma força de intensidade $F_2 = 10000 \text{ N}$ no pistão de diâmetro d_2 , esse diâmetro deve ser igual a _____, e a pressão transmitida será de _____.



- 0,25 m; 50,9 kPa
- 0,50 m; 12,7 kPa
- 0,50 m; 50,9 kPa

d) 0,12 m; 50,9 Pa

e) 0,12 m; 12,7 Pa

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{F_1}{\pi \cdot d_1^2/4} = \frac{F_2}{\pi \cdot d_2^2/4}$$

$$\frac{100}{(0,05)^2} = \frac{10000}{d_2^2}$$

$$d_2 = 0,5 \text{ m}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

4. Fepar – Leia o texto a seguir:



GETTY IMAGES/ISTOCKPHOTO

O corpo, imerso em água aquecida, pode vivenciar situações, estímulos e sensações únicos, contribuindo de maneira significativa para a habilitação e reabilitação motoras do ser humano. A atividade física em piscina passou a ser amplamente empregada para diversas finalidades e com excelentes resultados em praticamente todas as áreas da medicina física de reabilitação. O sucesso do tratamento em piscina terapêutica depende, basicamente, da correta indicação, da utilização adequada dos princípios físicos da água associados aos efeitos fisiológicos do corpo em imersão e de uma infraestrutura que permita o desenvolvimento seguro e agradável do tratamento.

Disponível em: <<http://www.profala.com/arthro2.htm>>.

Acesso em: 20 jul. 2017.

$$E = \mu \cdot g \cdot V; g = 10 \text{ m/s}^2; P_{\text{ef}} = \mu \cdot g \cdot h; \mu_{\text{água}} = 1 \text{ g/cm}^3$$

Com base em conceitos físicos, julgue as afirmativas a seguir em verdadeiras ou falsas.

- () A água no estado líquido atinge a densidade máxima de 1000 kg/m^3 à temperatura de $4 \text{ }^\circ\text{C}$.
- () Ao mergulhar o corpo de um paciente numa piscina com água em equilíbrio, o corpo ficará sujeito a apenas uma única força, denominada força de empuxo.
- () Um corpo mergulhado num líquido sofre um empuxo de baixo para cima igual ao peso do líquido deslocado.
- () Um objeto com volume de 30 cm^3 utilizado na aula de hidroginástica encontra-se totalmente imerso na água de uma piscina. Nesse caso, o valor do empuxo do líquido sobre o objeto é de $3 \cdot 10^{-1} \text{ N}$.
- () A pressão efetiva sofrida por um corpo situado a 130 cm de profundidade em uma piscina (com água em equilíbrio) é de $1,3 \text{ atm}$.

V – F – V – V – F

Verdadeira. A água, na pressão normal, tem sua densidade máxima de 1000 kg/m^3 à temperatura de $4 \text{ }^\circ\text{C}$.

Falsa. Sempre haverá também a força peso.

Verdadeira. Esse enunciado refere-se ao teorema de Arquimedes.

Verdadeira.

$$E = d \cdot g \cdot V$$

$$E = 1000 \cdot 10 \cdot 30 \cdot 10^{-6}$$

$$E = 3 \cdot 10^{-1} \text{ N}$$

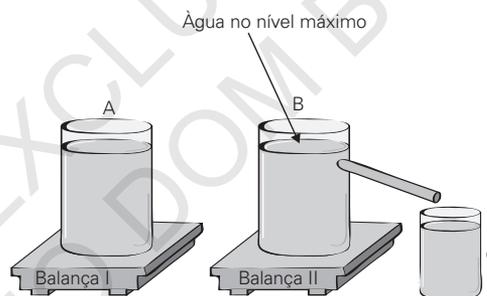
Falsa. A pressão efetiva é também conhecida como pressão hidrostática (Lei de Stevin):

$$P_{\text{ef}} = d \cdot g \cdot h$$

$$P_{\text{ef}} = 1000 \cdot 10 \cdot 1,3$$

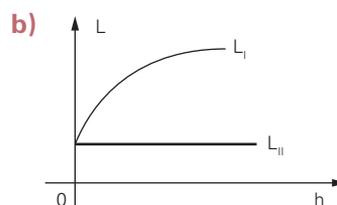
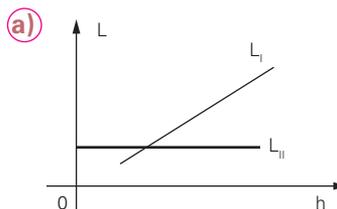
$$P_{\text{ef}} = 1,3 \cdot 10^4 \text{ Pa} = 0,13 \text{ atm}$$

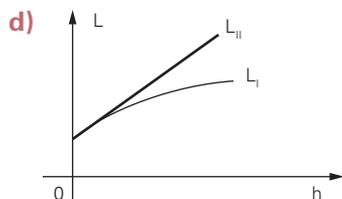
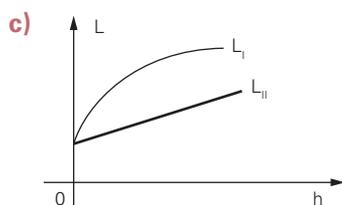
5. Epcar-MG – Dois recipientes A e B, contendo o mesmo volume de água, são colocados separadamente sobre duas balanças I e II, respectivamente, conforme indicado na figura a seguir.



A única diferença entre os recipientes A e B está no fato de que B possui um “ladrão” que permite que a água escoe para um outro recipiente C, localizado fora das balanças. Em seguida, mergulha-se, lentamente, sem girar e com velocidade constante, por meio de um fio ideal, em cada recipiente, um cilindro metálico, maciço, de material não homogêneo, de tal forma que o seu eixo sempre se mantém na vertical. Os cilindros vão imergindo na água, sem provocar variação de temperatura e sem encostar nas paredes e nos fundos dos recipientes, de tal forma que os líquidos, nos recipientes A e B, sempre estarão em equilíbrio hidrostático no momento da leitura nas balanças.

O gráfico que melhor representa a leitura L das balanças I e II, respectivamente, L_I e L_{II} , em função da altura h submersa de cada cilindro é





Leitura na balança I:

$$L_I = L_0 + E \Rightarrow L_I = L_0 + d \cdot g \cdot A \cdot h$$

Portanto, $L_I \cdot h$ é linear.

Leitura na balança II:

$$L_{II} = L_0$$

Não haverá alteração, pois, devido ao "ladrão", o líquido deslocado será retirado do recipiente.

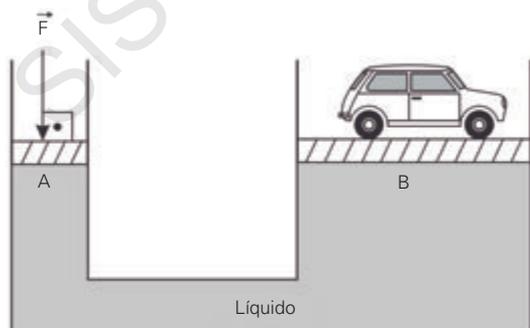
Portanto, $L_{II} \cdot h$ é uma reta de inclinação nula.

6. Acafe-SC (adaptado)



EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Epcar-MG – A figura abaixo representa um macaco hidráulico constituído de dois pistões **A** e **B** de raios $R_A = 60 \text{ cm}$ e $R_B = 240 \text{ cm}$, respectivamente. Esse dispositivo será utilizado para elevar a uma altura de 2 m, em relação à posição inicial, um veículo de massa igual a 1 tonelada devido à aplicação de uma força \vec{F} . Despreze as massas dos pistões, todos os atritos e considere que o líquido seja incompressível.



Os exercícios feitos nas aulas de hidroginástica podem ajudar as pessoas com problemas como artrite, pois favorecem a melhor utilização das articulações afetadas, sem oferecer risco de agravamento dos sintomas. Pesquisas identificaram melhora nos casos de pessoas com artrite reumatoide, além de reduzir dores de osteoartrite.

Disponível em: <<http://www.mundoboaforma.com.br/13-beneficios-da-hidroginastica-para-boa-forma-e-saude/>>. Acesso em: 13 de set. 2017.

Assim, analise as proposições a seguir, marque com V as verdadeiras e com F as falsas.

- () Na piscina da hidroginástica aparece uma força de empuxo da água sobre a pessoa para cima diminuindo o efeito do peso.
- () O valor da força peso será igual ao empuxo quando a pessoa estiver boiando em equilíbrio na piscina de hidroginástica.
- () O empuxo recebido pela pessoa tem o mesmo valor do peso da massa de água da piscina que a pessoa desloca.
- () O valor da força peso só será igual ao empuxo quando a pessoa estiver totalmente submersa na piscina de hidroginástica.

Verdadeira. O empuxo, sendo uma força vertical, para cima, diminui o efeito do peso dos hidroginastas imersos na piscina.

Verdadeira. O equilíbrio dinâmico representa que a força resultante sobre o corpo é nula. Então, para a pessoa boiando, temos a igualdade entre seu peso e empuxo.

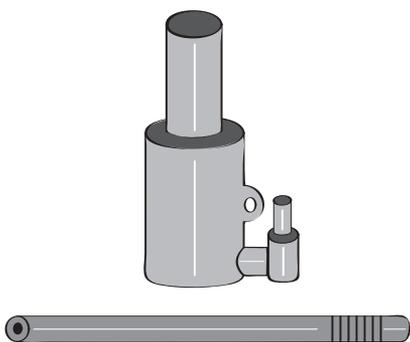
Verdadeira. O empuxo é igual ao peso de líquido deslocado pela pessoa.

Falsa. O peso é igual ao empuxo quando o corpo estiver em equilíbrio na água, boiando ou totalmente submerso, desde que não esteja em contato com o fundo da piscina.

Nessas condições, o fator de multiplicação de força deste macaco hidráulico e o trabalho, em joules, realizado pela força \vec{F} , aplicada sobre o pistão de menor área, ao levantar o veículo bem lentamente e com velocidade constante, são, respectivamente,

- a) 4 e $2,0 \cdot 10^4$
- b) 4 e $5,0 \cdot 10^3$
- c) 16 e $2,0 \cdot 10^4$
- d) 16 e $1,25 \cdot 10^3$

8. FGV-SP – O macaco hidráulico consta de dois êmbolos: um estreito, que comprime o óleo, e outro largo, que suspende a carga. Um sistema de válvulas permite que uma nova quantidade de óleo entre no mecanismo sem que haja retorno do óleo já comprimido. Para multiplicar a força empregada, uma alavanca é conectada ao corpo do macaco.



Tendo perdido a alavanca do macaco, um caminhoneiro de massa 80 kg, usando seu peso para pressionar o êmbolo pequeno com o pé, considerando que o sistema de válvulas não interfira significativamente sobre a pressurização do óleo, qual será a carga máxima, em kg, que o macaco poderá suspender?

Dados:

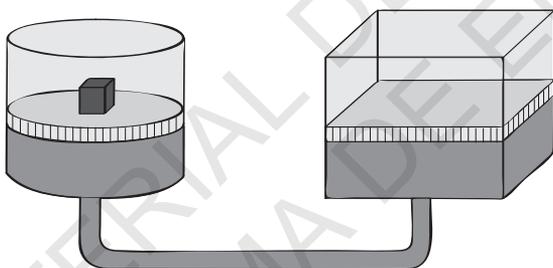
diâmetro do êmbolo menor = 1,0 cm

diâmetro do êmbolo maior = 6,0 cm

aceleração da gravidade = 10 m/s²

9. **FMP-RJ** – Uma prensa hidráulica é composta por dois reservatórios: um cilíndrico e outro em forma de prisma com base quadrada. O diâmetro do êmbolo do reservatório cilíndrico tem a mesma medida que o lado do êmbolo do reservatório prismático. Esses êmbolos são extremamente leves e podem deslocar-se para cima ou para baixo, sem atrito, e perfeitamente ajustados às paredes dos reservatórios.

Sobre o êmbolo cilíndrico está um corpo de peso **P**.



A força que deve ser aplicada ao êmbolo quadrado para elevar esse corpo deve ter intensidade mínima igual a

a) $\frac{P}{\pi}$

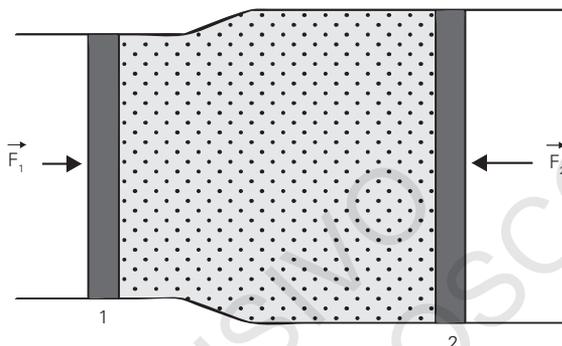
b) $\frac{2 \cdot P}{\pi}$

c) $\frac{4 \cdot P}{\pi}$

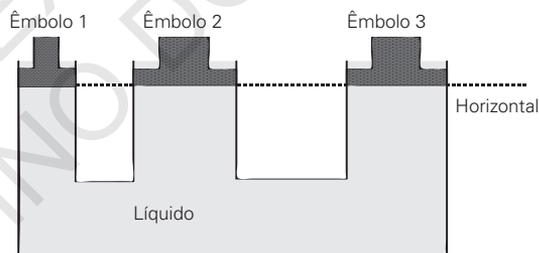
d) $\frac{\pi \cdot P}{2}$

e) $\frac{\pi \cdot P}{4}$

10. **Ufes** – A tubulação da figura a seguir contém líquido incompressível que está retido pelo êmbolo 1 (de área igual a 10,0 cm²) e pelo êmbolo 2 (de área igual a 40,0 cm²). Se a força \vec{F}_1 tem módulo igual a 2,00 N, qual deve ser o módulo da força \vec{F}_2 , que mantém o sistema em equilíbrio?

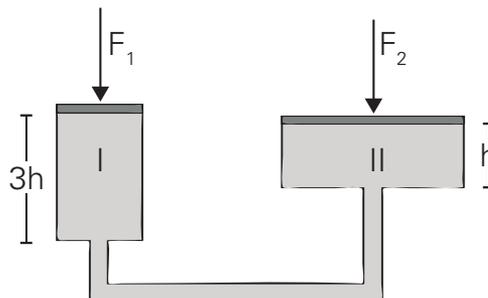


11. **UFRGS (adaptada)** – A figura mostra três tubos cilíndricos interligados entre si e contendo um líquido em equilíbrio fluido estático. Cada tubo possui um êmbolo, sendo a área da seção reta do tubo 1 a metade da área da seção reta do tubo 2 e da do tubo 3; os êmbolos se encontram todos no mesmo nível (conforme a figura a seguir). O líquido faz uma força de 200 N no êmbolo 1.



Quais são os módulos das forças que os êmbolos 2 e 3 fazem no líquido?

12. **UERJ** – Observe, na figura a seguir, a representação de uma prensa hidráulica, na qual as forças F_1 e F_2 atuam, respectivamente, sobre os êmbolos dos cilindros I e II.



Admita que os cilindros estejam totalmente preenchidos por um líquido.

O volume do cilindro II é igual a quatro vezes o volume do cilindro I, cuja altura é o triplo da altura do cilindro II.

A razão $\frac{F_2}{F_1}$ entre as intensidades das forças, quando o sistema está em equilíbrio, corresponde a:

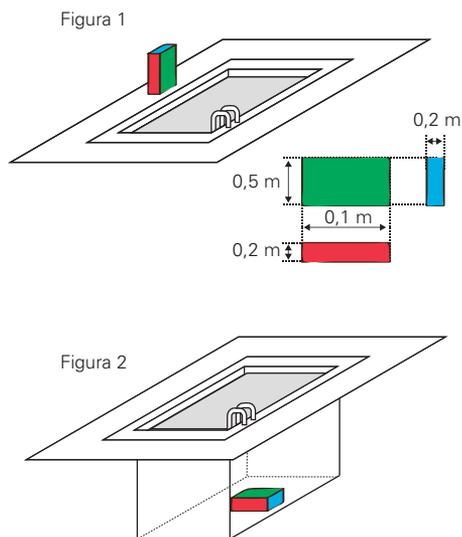
a) 12

c) 3

b) 6

d) 2

- 13. Famerp-SP** – Uma caixa de massa 150 kg, com faces retangulares pintadas nas cores verde, vermelho e azul, está apoiada na borda plana e horizontal de uma piscina, sobre uma de suas faces azuis, conforme a figura 1, que também indica as dimensões de cada uma das faces da caixa. Na situação da figura 2, a caixa está dentro da piscina, totalmente submersa e apoiada no fundo, em repouso, sobre uma de suas faces verdes.

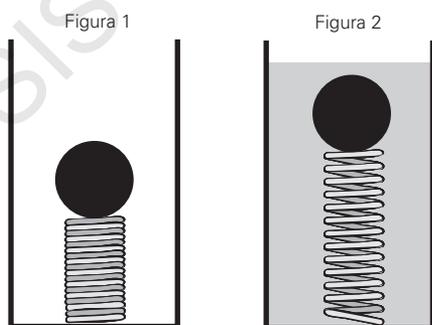


Considerando que a água da piscina esteja parada, que sua densidade seja igual a 10^3 kg/m^3 e que $g = 10 \text{ m/s}^2$ calcule, em pascal:

- a pressão exercida pela caixa sobre a borda da piscina, na situação indicada na figura 1;
- a pressão exercida pela caixa no fundo da piscina, na situação indicada na figura 2.

- 14. PUC-RS** – Para responder à questão, considere as situações a seguir.

Uma das extremidades de uma mola encontra-se fixa no fundo de um recipiente, enquanto a outra extremidade está presa em uma esfera de massa m . O sistema está em equilíbrio mecânico, e a mola, para essa situação, encontra-se comprimida, conforme a figura 1. Quando água é colocada no recipiente e se reestabelece o equilíbrio mecânico, a mola fica esticada, como mostra a figura 2.



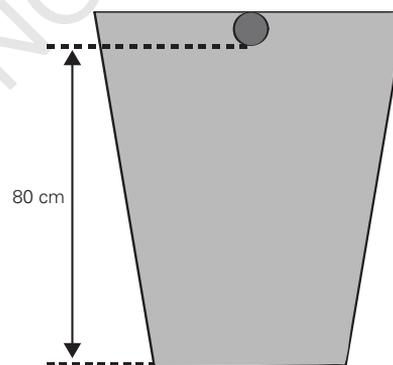
Desconsiderando o efeito do ar, analise as afirmativas sobre as forças peso, empuxo e elástica que atuam na esfera nas figuras 1 e 2, e preencha os parênteses com V (verdadeiro) ou F (falso).

- A força peso é vertical para baixo nas figuras 1 e 2.
- As forças elástica e peso têm sentidos opostos entre si tanto na figura 1 quanto na 2.
- A força elástica é vertical para cima na figura 1; na figura 2, é vertical para baixo.
- Na figura 2, as forças elástica e empuxo têm o mesmo sentido.
- Na figura 2, as forças peso e empuxo têm a mesma intensidade.

O correto preenchimento dos parênteses, de cima para baixo, é

- V – F – V – F – F
- V – V – F – F – F
- V – F – F – F – V
- F – V – F – V – V
- F – V – V – V – F

- 15. FMJ-SP** – Uma esfera rígida de volume 5 cm^3 e massa 100 g é abandonada em um recipiente, com velocidade inicial nula, totalmente submersa em um líquido, como mostra a figura.



Verifica-se que a esfera leva 4 s para atingir o fundo do recipiente, a 80 cm de profundidade. Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e que apenas as forças peso e empuxo atuem sobre a esfera, determine:

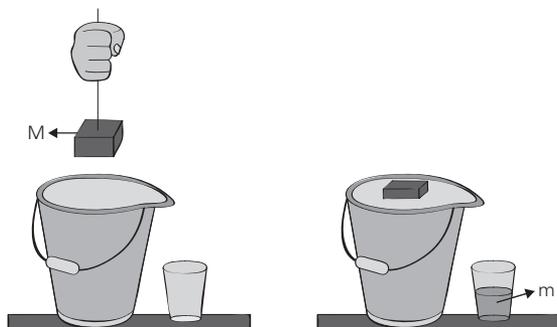
- a velocidade, em m/s, com que a esfera toca o fundo do recipiente.
- a densidade do líquido, em g/cm^3 .

- 16. PUC-RJ** – Uma esfera de massa $1,0 \cdot 10^3 \text{ kg}$ está em equilíbrio, completamente submersa a uma grande profundidade dentro do mar. Um mecanismo interno faz com que a esfera se expanda rapidamente e aumente seu volume em 5,0%.

Considerando que $g = 10 \text{ m/s}^2$ e que a densidade da água é $d_{\text{água}} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, calcule:

- o empuxo de Arquimedes sobre a esfera, antes e depois da expansão da mesma;
- a aceleração da esfera logo após a expansão.

17. Fuvest-SP



Um bloco de madeira impermeável, de massa M e dimensões $2 \times 3 \times 3 \text{ cm}^3$ é inserido muito lentamente na água de um balde, até a condição de equilíbrio, com metade de seu volume submersa. A água que vaza do balde é coletada em um copo e tem massa m . A figura ilustra as situações inicial e final; em ambos os casos, o balde encontra-se cheio de água até sua capacidade máxima. A relação entre as massas m e M é tal que

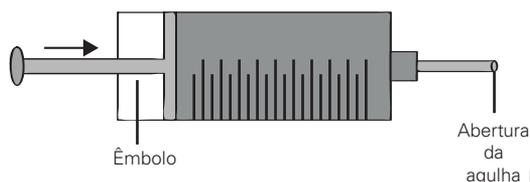
- a) $m = M/3$
- b) $m = M/2$
- c) $m = M$
- d) $m = 2M$
- e) $m = 3M$

ESTUDO PARA O ENEM

18. UFSM-RS

C1-H2

Um certo medicamento, tratado como fluido ideal, precisa ser injetado em um paciente, empregando-se, para tanto, uma seringa.



Considere que a área do êmbolo seja 400 vezes maior que a área da abertura da agulha e despreze qualquer forma de atrito. Um acréscimo de pressão igual a P sobre o êmbolo corresponde a qual acréscimo na pressão do medicamento na abertura da agulha?

- a) ΔP
- b) $200 \Delta P$
- c) $\frac{\Delta P}{200}$
- d) $400 \Delta P$
- e) $\frac{\Delta P}{400}$

19. Espcex-SP/Aman-RJ

C1-H2

Um elevador hidráulico de um posto de gasolina é acionado por um pequeno êmbolo de área igual a $4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$. O automóvel a ser elevado tem peso de $2 \cdot 10^4 \text{ N}$ e está sobre o êmbolo maior de área $0,16 \text{ m}^2$. A intensidade mínima da força que deve ser aplicada ao êmbolo menor para conseguir elevar o automóvel é de

- a) 20 N
- b) 40 N
- c) 50 N
- d) 80 N
- e) 120 N

20. UNESP

C1-H2

As figuras 1 e 2 representam uma pessoa segurando uma pedra de 12 kg e densidade $2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ambas em repouso em relação à água de um lago calmo, em duas situações diferentes. Na figura 1, a pedra está totalmente imersa na água e, na figura 2, apenas um quarto dela está imerso. Para manter a pedra em repouso na situação da figura 1, a pessoa exerce sobre ela uma força vertical para cima, constante e de módulo F_1 . Para mantê-la em repouso na situação da figura 2, exerce sobre ela uma força vertical para cima, constante e de módulo F_2 .

Figura 1

Figura 2



Considerando a densidade da água igual a 10^3 kg/m^3 e $g = 10 \text{ m/s}^2$, é correto afirmar que a diferença $F_2 - F_1$, em newtons, é igual a

- a) 60
- b) 75
- c) 45
- d) 30
- e) 15

16

CORPOS FLUTUANDO
E CORPOS TRACIONADOS

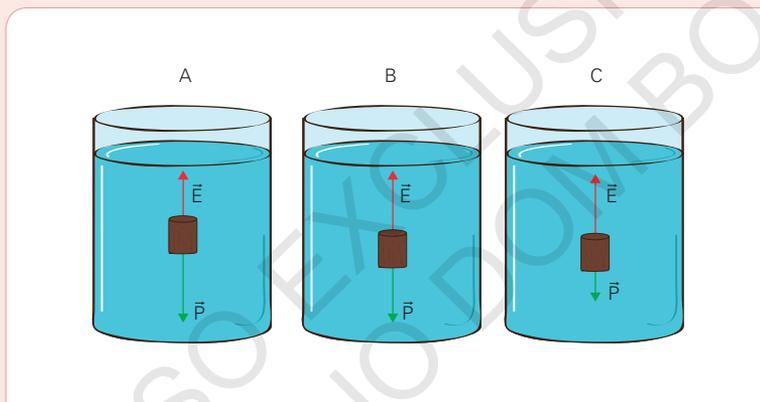
- Flutuação
- Teorema de Arquimedes
- Empuxo
- Tração

HABILIDADES

- Identificar o comportamento de um sistema hidráulico, segundo os conceitos de pressão, o princípio de Pascal e o teorema de Arquimedes.
- Efetuar cálculos que envolvam o princípio fundamental da hidrostática, o princípio de Pascal e o teorema de Arquimedes.

Copos totalmente imersos

Para os corpos totalmente imersos em um fluido, mas que não tocam o fundo, devemos analisar três situações distintas.



Na **figura A**, da imagem anterior, podemos observar que o módulo da força peso (P) é maior que o módulo da força de empuxo (E). Dessa forma, aplicando o princípio fundamental da dinâmica e o teorema de Arquimedes, temos:

$$\begin{aligned}
 P &> E \\
 F_R &= P - E \\
 m \cdot a &= m \cdot g - d_{\text{fluido}} \cdot V_{\text{imerso}} \cdot g \\
 V_{\text{imerso}} &= V_{\text{corpo}} = \frac{m}{d_{\text{corpo}}} \\
 m \cdot a &= m \cdot g - d_{\text{fluido}} \cdot \frac{m}{d_{\text{corpo}}} \cdot g \\
 a &= g - \frac{d_{\text{fluido}}}{d_{\text{corpo}}} \cdot g \\
 a &= \left(1 - \frac{d_{\text{fluido}}}{d_{\text{corpo}}} \right) \cdot g
 \end{aligned}$$

Nesta situação podemos perceber que o corpo executa um **movimento retilíneo uniformemente variado**, com aceleração menor que a gravitacional, pois a força de empuxo se opõe ao movimento do corpo. Ao adotar o referencial positivo para baixo, a velocidade será positiva e, como a aceleração tem a mesma direção e sentido da velocidade, ela também será positiva, logo, podemos concluir que a densidade do corpo é maior que a densidade do fluido. Dessa forma, foi estabelecida uma condição de flutuabilidade negativa, ou seja, o corpo vai afundar.

$$a > 0 \Rightarrow d_{\text{corpo}} > d_{\text{fluido}}$$

Na **figura B**, podemos observar que o módulo da força peso (P) é igual ao módulo da força de empuxo (E). Dessa forma, aplicando o princípio fundamental da dinâmica e o teorema de Arquimedes, temos:

$$\begin{aligned} F_R &= 0 \Rightarrow a = 0 \\ P &= E \\ m \cdot g &= d_{\text{fluido}} \cdot V_{\text{imerso}} \cdot g \\ V_{\text{imerso}} &= V_{\text{corpo}} = \frac{m}{d_{\text{corpo}}} \\ m \cdot g &= d_{\text{fluido}} \cdot \frac{m}{d_{\text{corpo}}} \cdot g \\ d_{\text{fluido}} &= d_{\text{corpo}} \end{aligned}$$

Nesta situação o corpo está em repouso, na vertical, com **velocidade nula**. A densidade do corpo é igual à densidade do fluido, logo, podemos dizer que foi estabelecida uma condição de flutuabilidade neutra.

Na **figura C**, podemos observar que o módulo da força peso (P) é menor que o módulo da força de empuxo (E). Dessa forma, aplicando o princípio fundamental da dinâmica e o teorema de Arquimedes, temos:

$$\begin{aligned} P &< E \\ F_R &= E - P \\ m \cdot a &= d_{\text{fluido}} \cdot V_{\text{imerso}} \cdot g - m \cdot g \\ V_{\text{imerso}} &= V_{\text{corpo}} = \frac{m}{d_{\text{corpo}}} \\ m \cdot a &= d_{\text{fluido}} \cdot \frac{m}{d_{\text{corpo}}} \cdot g - m \cdot g \\ a &= \frac{d_{\text{fluido}}}{d_{\text{corpo}}} \cdot g - g \\ a &= \left(\frac{d_{\text{fluido}}}{d_{\text{corpo}}} - 1 \right) \cdot g \end{aligned}$$

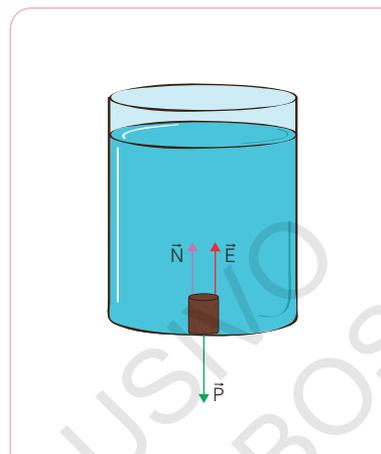
Nesta situação, podemos perceber que o corpo executa um movimento retilíneo uniformemente variado, também com aceleração menor que a gravitacional, pois, nesse caso, a força peso se opõe ao movimento do corpo. Ao adotar o referencial positivo para cima, a velocidade será positiva e como a aceleração tem a mesma direção e sentido da velocidade, ela também será positiva. Logo podemos concluir que a densidade do corpo é menor que a densidade do fluido. Dessa forma, foi estabelecida uma condição de flutuabilidade negativa, ou seja, o corpo sobe.

$$a > 0 \Rightarrow d_{\text{corpo}} < d_{\text{fluido}}$$

Resumindo:

- $P > E$, o corpo afunda, flutuabilidade negativa.
- $P = E$, o corpo mantém sua posição, flutuabilidade neutra.
- $P < E$, o corpo sobe, flutuabilidade positiva.

Uma situação distinta das anteriores acontece quando o corpo totalmente submerso toca o fundo, por exemplo, as conchas na imagem de abertura. Observe o diagrama de forças que ilustra essa situação.



Na figura, podemos observar que o módulo da força peso (P) é igual ao módulo da força de empuxo (E), mais a força normal (N). Dessa forma, aplicando o princípio fundamental da dinâmica e o teorema de Arquimedes, temos:

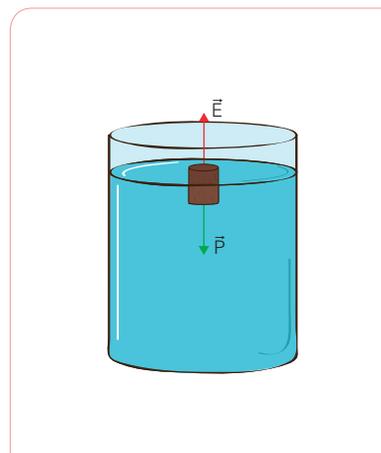
$$\begin{aligned} P &= N + E \\ N &= P - E \\ N &= m_{\text{corpo}} \cdot g - d_{\text{fluido}} \cdot V_{\text{imerso}} \cdot g \end{aligned}$$

Nesta situação, o módulo da força normal pode ser calculado pela diferença entre a força peso e a força de empuxo. Para que exista força normal, nesta situação, é necessário que a densidade do corpo seja maior que a do fluido.

$$d_{\text{corpo}} > d_{\text{fluido}}$$

Corpos parcialmente imersos

Para os corpos parcialmente imersos em um fluido, temos a seguinte situação.



Na figura, podemos observar que o módulo da força peso (P) é igual ao módulo da força de empuxo (E), logo, foi estabelecida a condição de flutuabilidade neutra.

Dessa forma, aplicando o princípio fundamental da dinâmica e o teorema de Arquimedes, temos:

$$\begin{aligned} F_R = 0 &\Rightarrow a = 0 \\ P &= E \\ m_{\text{corpo}} \cdot g &= d_{\text{fluido}} \cdot V_{\text{imerso}} \cdot g \\ d_{\text{corpo}} \cdot V_{\text{corpo}} &= d_{\text{fluido}} \cdot V_{\text{imerso}} \end{aligned}$$

Nesta situação, como o volume imerso é menor que o volume do corpo, a densidade do corpo deve ser menor que a densidade do fluido.

$$d_{\text{corpo}} < d_{\text{fluido}}$$

Peso aparente

Você provavelmente já se sentiu mais leve dentro de uma piscina, ou foi capaz de erguer outra pessoa sem muito esforço. O motivo é que, imersos em um fluido, os corpos ficam sujeitos à força de empuxo, que os torna aparentemente mais leves.

Dessa forma, podemos dizer que, em um fluido, os corpos ficam sujeitos a um peso aparente, que pode ser obtido pela diferença entre a força peso e o empuxo.

$$P_{\text{aparente}} = P - E$$



Iceberg.

ROMOLOTVANI/ISTOCKPHOTO

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. PUC-RJ – Uma estudante de Física joga na água uma esfera de alumínio de raio 3,0 cm e observa que a esfera flutua com metade de seu volume submerso. Ela rapidamente conclui que a esfera é oca.

Qual é o volume oco da esfera, em cm^3 ?

Dados:

$$\rho_{\text{água}} = 1,0 \text{ g/cm}^3; \rho_{\text{Al}} = 2,7 \text{ g/cm}^3; g = 10 \text{ m/s}^2 \text{ e } \pi \approx 3,14$$

- a) 113
- b) 92**
- c) 21
- d) 81
- e) 27

Resolução

$$E = P \Rightarrow d_L \cdot V_{\text{imerso}} \cdot g = m \cdot g$$

$$d_{\text{Al}} \cdot V_{\text{Al}} = d_L \cdot V_{\text{imerso}}$$

$$d_{\text{Al}} \cdot V_{\text{Al}} = d_L \cdot 0,5 \cdot V_{\text{esf}}$$

$$V_{\text{Al}} = \frac{d_L \cdot V_{\text{esf}}}{d_{\text{Al}} \cdot 2}$$

$$V_{\text{oco}} = V_{\text{esf}} - V_{\text{Al}}$$

$$V_{\text{oco}} = V_{\text{esf}} - \frac{d_L \cdot V_{\text{esf}}}{d_{\text{Al}} \cdot 2} = V_{\text{esf}} \cdot \left(1 - \frac{d_L}{2 \cdot d_{\text{Al}}}\right)$$

$$V_{\text{oco}} = \frac{4\pi \cdot 3^3}{3} \cdot \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 2,7}\right)$$

$$V_{\text{oco}} = 92,1 \text{ cm}^3$$

2. UERJ – Uma barca para transportar automóveis entre as margens de um rio, quando vazia, tem volume igual a 100 m^3 e massa igual a $4,0 \times 10^4 \text{ kg}$. Considere que todos os automóveis transportados tenham a mesma massa de $1,5 \times 10^3 \text{ kg}$ e que a densidade da água seja de $1000 \text{ kg} \times \text{m}^{-3}$.

O número máximo de automóveis que podem ser simultaneamente transportados pela barca corresponde a:

- a) 10
- b) 40**
- c) 80
- d) 120

Resolução

O empuxo máximo deve equilibrar o peso da barca mais o peso dos n automóveis.

$$n \cdot P_{\text{auto}} + P_{\text{barca}} = E$$

$$n \cdot m \cdot g + M \cdot g = d_{\text{água}} \cdot V \cdot g$$

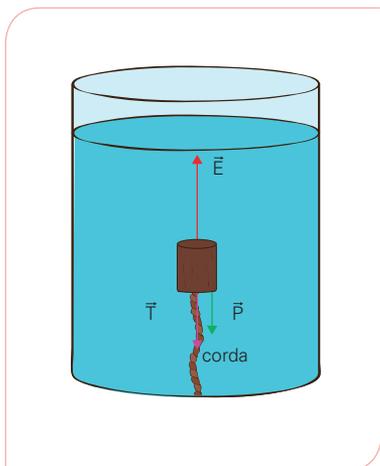
$$n = \frac{d_{\text{água}} \cdot V - M}{m} = \frac{10^3 \cdot 100 - 4 \cdot 10^4}{1,5 \cdot 10^3}$$

$$n = 40$$

Corpos tracionados

São inúmeras as situações que podem envolver corpos tracionados em um meio fluido. Analisaremos duas situações que servirão de base para a resolução dos problemas deste módulo.

SITUAÇÃO 1 - CORPO PRESO POR CORDA FIXA NO FUNDO DO RECIPIENTE



Na figura, podemos observar que o módulo da força de empuxo (E) é igual ao módulo da força peso (P), mais a força de tração (T). Dessa forma, aplicando o princípio fundamental da dinâmica e o teorema de Arquimedes, temos:

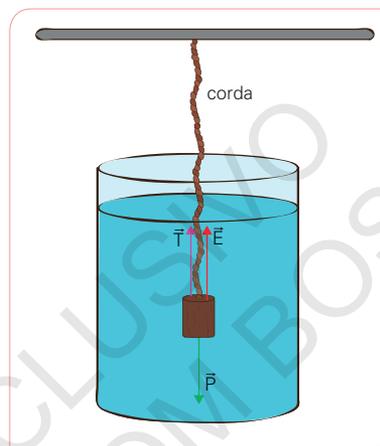
$$\begin{aligned} E &= P + T \\ T &= E - P \\ T &= d_{\text{fluido}} \cdot V_{\text{imerso}} \cdot g - m_{\text{corpo}} \cdot g \end{aligned}$$

Nesta situação, o módulo da força de tração pode ser calculado pela diferença entre os módulos da força de empuxo e da força peso. Para que exista força de

tração, nesta situação, é necessário que a densidade do corpo seja menor que a do fluido.

$$D_{\text{corpo}} < d_{\text{fluido}}$$

SITUAÇÃO 2 - CORPO SUSPENSO POR CORDA FIXA FORA DO RECIPIENTE



Na figura, podemos observar que o módulo da força peso (P) é igual ao módulo da força de empuxo (E), mais o módulo da força de tração (T). Dessa forma, aplicando o princípio fundamental da dinâmica e o teorema de Arquimedes, temos:

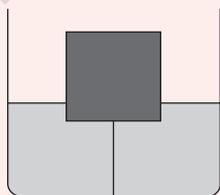
$$\begin{aligned} P &= E + T \\ T &= P - E \\ T &= m_{\text{corpo}} \cdot g - d_{\text{fluido}} \cdot V_{\text{imerso}} \cdot g \end{aligned}$$

Nesta situação, o módulo da força de tração pode ser calculado pela diferença entre a força peso e a força de empuxo. Para que exista força de tração, nesta situação, é necessário que a densidade do corpo seja maior que a do fluido.

$$d_{\text{corpo}} > d_{\text{fluido}}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. UNIFESP – A figura representa um cilindro flutuando na superfície da água, preso ao fundo do recipiente por um fio tenso e inextensível.



Acrescenta-se aos poucos mais água ao recipiente, de forma que o seu nível suba gradativamente. Sendo E o empuxo exercido pela água sobre o cilindro, T a tração

exercida pelo fio sobre o cilindro, P o peso do cilindro e admitindo-se que o fio não se rompe, pode-se afirmar que, até que o cilindro fique completamente imerso,

- o módulo de todas as forças que atuam sobre ele aumenta.
- só o módulo do empuxo aumenta; o módulo das demais forças permanece constante.
- os módulos do empuxo e da tração aumentam, mas a diferença entre eles permanece constante.
- os módulos do empuxo e da tração aumentam, mas a soma deles permanece constante.
- só o módulo do peso permanece constante; os módulos do empuxo e da tração diminuem.

Resolução

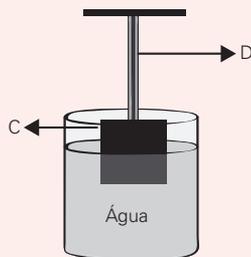
A intensidade do empuxo vai aumentar de acordo com o aumento do volume submerso. Dessa forma,

a intensidade da força de tração também deve aumentar, pois a intensidade da força peso do bloco permanece constante.

No equilíbrio:

$$E = T + P$$

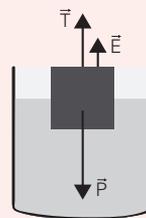
4. **PUC-RS** – A figura a seguir representa um cubo C, em equilíbrio, suspenso por um dinamômetro D e com metade do seu volume imerso em água. O cubo tem volume de $6,4 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ e peso de 1,72 N.



Considere que a massa específica da água é $1,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, e que o módulo da aceleração da gravidade é 10 m/s^2 . Neste caso, a leitura do dinamômetro, em newtons, é:

- a) 1,7 c) 0,85 e) 0,32
 b) 1,4 d) 0,64

Resolução



No equilíbrio:

$$E + T = P$$

$$T = P - E$$

$$T = P - d_{\text{água}} \cdot V_{\text{imerso}} \cdot g$$

$$T = 1,72 - 10^3 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 6,4 \cdot 10^{-5} \right) \cdot 10$$

$$T = 1,4 \text{ N}$$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

CORPOS FLUTUANDO

Corpos totalmente submersos

$P > E$, o corpo _____ **afunda** _____, flutuabilidade negativa.

$P = E$, o corpo mantém sua posição, flutuabilidade _____ **neutra** _____.

$P < E$, o corpo _____ **sobe** _____, flutuabilidade positiva.

Corpos parcialmente submersos

O módulo da força peso (P) é _____ **igual** _____ ao módulo da força de empuxo (E).

O volume imerso é _____ **menor** _____ que o volume do corpo.

A densidade do corpo deve ser _____ **menor** _____ que a densidade do fluido.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

CORPOS TRACIONADOS

Corda fixa no fundo do recipiente

O módulo da força de tração pode ser calculado pela diferença entre os módulos da força de _____ empuxo e da força _____ peso.

$$d_{\text{corpo}} < d_{\text{fluido}}$$

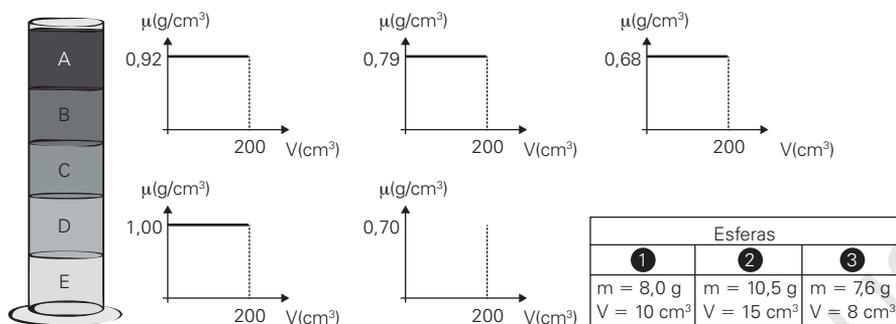
Corda fixa fora do recipiente

O módulo da força de tração pode ser calculado pela diferença entre os módulos da força _____ peso e da força _____ empuxo.

$$d_{\text{corpo}} > d_{\text{fluido}}$$

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. UFSC – Em uma aula de laboratório, um professor de Física colocou dentro de um cilindro de vidro cinco líquidos não miscíveis de densidades diferentes (A, B, C, D e E), conforme mostra a figura a seguir. Em seguida, apresentou três esferas maciças que foram colocadas dentro do cilindro de forma que ficaram em equilíbrio em determinadas posições. Os gráficos de densidade *versus* volume de cada um dos líquidos e a tabela com dados das três esferas são apresentados a seguir.



Com base no exposto e na figura acima, é correto afirmar que:

- 01)** a esfera 1 possui maior densidade do que os líquidos A e B, porém tem menor densidade do que os demais líquidos.
- 02)** a esfera 2 ficará em equilíbrio estático, totalmente submersa, em qualquer posição dentro do líquido B.
- 04)** a esfera 3 ficará em equilíbrio quando estiver parcialmente submersa no líquido E.
- 08)** a pressão total exercida no fundo do cilindro de vidro é 10^5 N/m^2 .
- 16)** quando todas as esferas estiverem em equilíbrio dentro do cilindro, o empuxo aplicado sobre cada uma delas terá o mesmo módulo de seus pesos.
- 32)** a esfera 2 possui maior peso do que as demais esferas, por isso ficará em equilíbrio no fundo do cilindro de vidro.

$$02 + 04 + 16 = 22.$$

Cálculo das densidades das esferas:

$$\mu_1 = \frac{8 \text{ g}}{10 \text{ cm}^3} \therefore \mu_1 = 0,8 \text{ g/cm}^3$$

$$\mu_2 = \frac{10,5 \text{ g}}{15 \text{ cm}^3} \therefore \mu_2 = 0,7 \text{ g/cm}^3$$

$$\mu_3 = \frac{7,6 \text{ g}}{8 \text{ cm}^3} \therefore \mu_3 = 0,95 \text{ g/cm}^3$$

[01] Incorreto. O líquido C ainda tem densidade menor que a esfera 1.

[02] Correto. Como a esfera 2 tem a mesma densidade do líquido B, ela ficará em equilíbrio, totalmente submersa neste líquido.

[04] Correto. A esfera 3 tem uma densidade intermediária entre os líquidos D e E, portanto, ela ficará equilibrada na interface entre os dois líquidos.

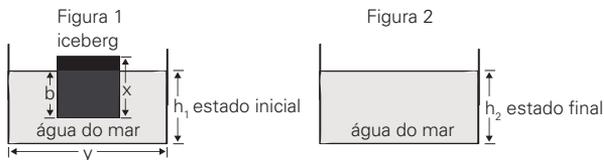
[08] Incorreto. A pressão total no fundo do cilindro de vidro será a soma da pressão atmosférica 10^5 N/m^2 , mais toda a pressão hidrostática dada pelas camadas de líquidos.

[16] Correto. O empuxo será igual ao peso das esferas em equilíbrio dentro dos líquidos.

[32] Incorreto. Apesar de a esfera 2 apresentar maior peso, ela também possui maior volume, tendo a menor densidade das esferas. Portanto, para saber onde a esfera ficará em equilíbrio, devemos nos ater apenas à sua densidade em relação ao fluido.

2. EBMS-BA – Uma parte ocidental da barreira Larsen C na Antártida – a maior geleira na Antártida – se despreendeu e formou o maior iceberg na história da região. O surgimento do iceberg aconteceu no período entre 10 e 12 de julho de 2017, quando uma parte da geleira Larsen C com $5,8 \cdot 10^3 \text{ km}^2$ finalmente se despreendeu. Cientistas da Universidade de Swansea, Reino Unido, que estiveram observando essa geleira durante meses, tinham avisado que se o desprendimento acontecesse, resultaria no aparecimento de um iceberg com 190 m de altura e $1,155 \text{ km}^3$ de gelo, representando perigo para a navegação marítima.

Disponível em: <<https://br.sputniknews.com/mundo/>>. Acesso em: ago. 2017. (Adaptado)



Considerem-se a densidade do gelo igual a $0,92 \text{ g/cm}^3$, a da água doce igual a $1,0 \text{ g/cm}^3$ e a da água do mar igual a $1,03 \text{ g/cm}^3$ e o módulo da aceleração da gravidade local igual a 10 m/s^2 .

Sabendo-se que as densidades da água do mar antes e depois do descongelamento total do iceberg são diferentes, e utilizando-se como modelo físico para representar o iceberg, um cubo de aresta x e um recipiente com base quadrada de lado y , como na figura, é correto afirmar:

- a) A altura h_2 que indica o nível da água do recipiente após o descongelamento total do gelo é $\frac{d_a}{d_p}$ vezes maior do que a altura h_1 , sendo d_a a densidade da água do estado inicial e d_p a densidade da água do estado final.
- b) O princípio de Arquimedes assegura que, após o descongelamento total do iceberg, que flutuava em equilíbrio nas águas do mar, o nível da água h_1 não sofre alteração, mantendo-se h_1 igual a h_2 .
- c) A altura $x - b$ da aresta do cubo que representa o iceberg, que permanece emersa nas águas do recipiente corresponde a 8% do comprimento total x .
- d) A parte imersa do iceberg bx^2 , que flutua em equilíbrio nas águas do mar, corresponde a 92% do volume total x^3 .
- e) A massa do iceberg é da ordem de cem milhões de toneladas.

Como a massa é invariável, temos:

$$m_a = m_p$$

$$d_a \cdot V_a = d_p \cdot V_p$$

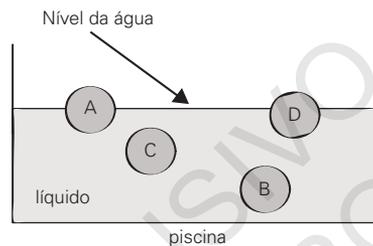
$$\frac{d_a}{d_p} = \frac{V_p}{V_a} = \frac{h_2 \cdot y^2}{h_1 \cdot y^2}$$

$$\frac{d_a}{d_p} \cdot h_1 = h_2$$

3. Espcex-SP

C1-H2

Quatro objetos esféricos A, B, C e D, sendo respectivamente suas massas m_A , m_B , m_C e m_D , tendo as seguintes relações $m_A > m_B$ e $m_B = m_C = m_D$, são lançados dentro de uma piscina contendo um líquido de densidade homogênea. Após algum tempo, os objetos ficam em equilíbrio estático. Os objetos A e D mantêm metade de seus volumes submersos e os objetos C e B ficam totalmente submersos conforme o desenho abaixo.



desenho ilustrativo fora de escala

Sejam V_A , V_B , V_C e V_D os volumes dos objetos A, B, C e D, respectivamente, podemos afirmar que

- a) $V_A = V_D > V_C = V_B$
 b) $V_A = V_D > V_C > V_B$
 c) $V_A > V_D > V_B = V_C$
 d) $V_A < V_D = V_B = V_C$
 e) $V_A = V_D < V_C < V_B$

$$P_B = P_C = P_D \Rightarrow E_B = E_C = E_D$$

$$d_l \cdot g \cdot V_B = d_l \cdot g \cdot V_C = d_l \cdot g \cdot \frac{V_D}{2}$$

$$2 \cdot V_B = 2 \cdot V_C = V_D$$

$$P_A > P_B \Rightarrow E_A > E_B$$

$$d_l \cdot g \cdot \frac{V_A}{2} > d_l \cdot g \cdot V_B$$

$$V_A > 2 \cdot V_B$$

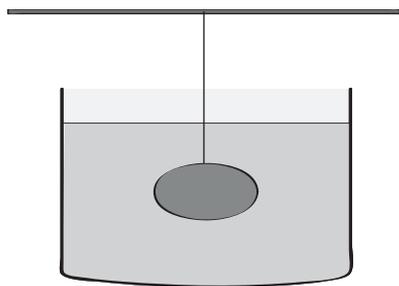
Portanto:

$$V_A > V_D > V_B = V_C$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

4. Unigranrio – Uma pedra cujo peso vale 500 N é mergulhada e mantida submersa dentro d'água em equilíbrio por meio de um fio inextensível e de massa desprezível. Este fio está preso a uma barra fixa, como mostra a figura. Sabe-se que a tensão no fio vale 300 N. Marque a opção que indica corretamente a densidade da pedra em kg/m^3 . Dados: Densidade da água = 1 g/cm^3 e $g = 10 \text{ m/s}^2$.



- a) 200
b) 800
c) 2 000
d) 2 500
e) 2 800

No equilíbrio:

$$E = P - T$$

$$E = 500 \text{ N} - 300 \text{ N}$$

$$E = 200 \text{ N}$$

$$E = \mu_{\text{liq}} \cdot V \cdot g \Rightarrow V = \frac{E}{d_{\text{liq}} \cdot g}$$

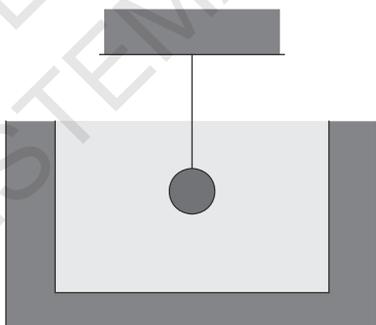
$$V = \frac{200}{1000 \cdot 10} = 0,02 \text{ m}^3$$

$$d_{\text{pedra}} = \frac{m}{V} = \frac{50}{0,02}$$

$$d_{\text{pedra}} = 2500 \text{ kg/m}^3$$

5. Efoimm-RJ – Na figura abaixo, uma corda é presa a um suporte e tensionada por um corpo esférico de 500 g, que se encontra totalmente imerso em um recipiente contendo água. Determine a velocidade com que se propaga uma onda na corda. Considere a corda um fio ideal.

(Dados: massa específica da água = 1 g/cm³; volume da esfera = 0,1 dm³; densidade da corda = 1,2 g/m; aceleração da gravidade = 10 m/s².)



- a) 47,3 m/s
b) 49 m/s
c) 52,1 m/s

d) 54,5 m/s

e) 57,7 m/s

No equilíbrio:

$$T + E = P$$

$$T + d_{\text{água}} \cdot g \cdot V_{\text{esfera}} = m \cdot g$$

$$T + 10^3 \cdot 10 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} = 0,5 \cdot 10$$

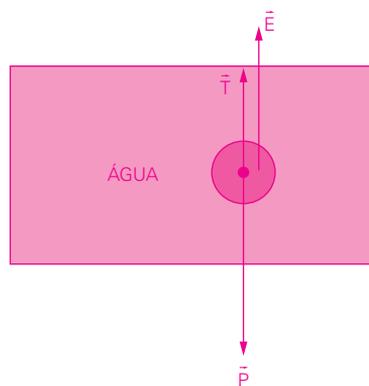
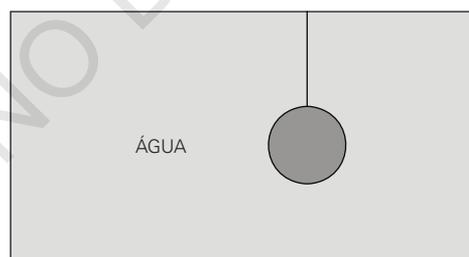
$$T = 4 \text{ N}$$

Utilizando a equação de Taylor, a velocidade na corda será:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu_{\text{corda}}}} = \sqrt{\frac{4}{1,2 \cdot 10^{-3}}} = \sqrt{\frac{10^4}{3}} = \frac{100\sqrt{3}}{3}$$

$$v \approx 57,7 \text{ m/s}$$

6. UFPE – A figura mostra uma esfera de ferro, de densidade $d = 7,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ e volume $V = 10^{-3} \text{ m}^3$, submersa em água. A esfera está pendurada por um fio fino e inextensível, que está preso à tampa do aquário. Determine a tensão no fio, em newtons.



No equilíbrio:

$$T + E = P$$

$$T + d_{\text{água}} \cdot g \cdot V_{\text{esfera}} = d_{\text{esfera}} \cdot V_{\text{esfera}} \cdot g$$

$$T + 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 7,8 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} \cdot 10$$

$$T = 68 \text{ N}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

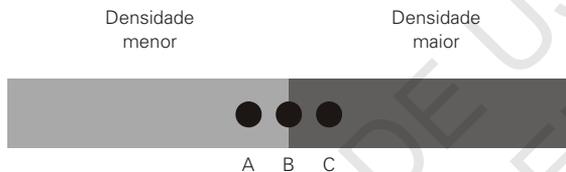
7. PUC-RJ – Uma esfera de raio R flutua sobre um fluido com apenas $1/8$ de seu volume submerso. Se essa esfera encolhesse uniformemente, mantendo sua massa inicial, qual seria o valor mínimo de seu raio para que não viesse a afundar?

- a) $R/2$
- b) $R/3$
- c) $R/8$
- d) $R/16$
- e) $R/24$

8. PUC-RJ – Uma plataforma tem base de área de $2,0 \text{ m}^2$, espessura de $0,2 \text{ m}$ e massa de 10 kg . Ela se encontra flutuando em um rio de águas tranquilas. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$ e a densidade da água do rio igual a 10^3 kg/m^3 .

- a) A que profundidade, em relação à superfície da água, encontra-se o fundo da plataforma?
- b) Qual é a máxima capacidade de massa externa que a plataforma pode suportar sem que submerja totalmente?

9. Unicamp-SP – Uma boia de sinalização marítima muito simples pode ser construída unindo-se dois cilindros de mesmas dimensões e de densidades diferentes, sendo um de densidade menor e outro de densidade maior que a da água, tal como esquematizado na figura abaixo. Submergindo-se totalmente esta boia de sinalização na água, quais serão os pontos efetivos mais prováveis de aplicação das forças peso e empuxo?



- a) Peso em C e empuxo em B.
- b) Peso em B e empuxo em B.
- c) Peso em C e empuxo em A.
- d) Peso em B e empuxo em C.

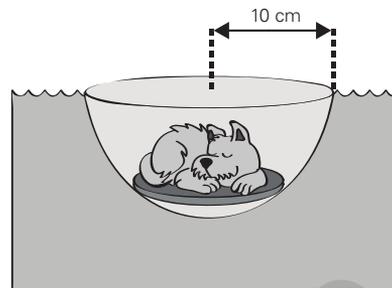
10. Fuvest-SP – Um objeto homogêneo colocado em um recipiente com água tem 32% de seu volume submerso; já em um recipiente com óleo, tem 40% de seu volume submerso. A densidade desse óleo, em g/cm^3 , é

Note e adote:

Densidade da água = 1 g/cm^3

- a) $0,32$
- b) $0,40$
- c) $0,64$
- d) $0,80$
- e) $1,25$

11. UNESP – Um filhote de cachorro cochila dentro de uma semiesfera de plástico de raio 10 cm , a qual flutua em uma piscina de águas paradas, totalmente submersa e em equilíbrio, sem que a água entre nela.



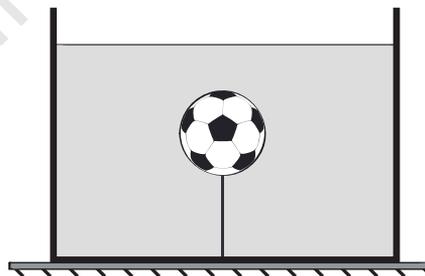
fora de escala

Desprezando a massa da semiesfera, considerando a densidade da água da piscina igual a 10^3 kg/m^3 , $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\pi = 3$ e sabendo que o volume de uma esfera de raio R é dado pela expressão $V = \frac{4 \cdot \pi \cdot R^3}{3}$ é

correto afirmar que a massa do cachorro, em kg , é igual a

- a) $2,5$
- b) $2,0$
- c) $3,0$
- d) $3,5$
- e) $4,0$

12. UERJ – Em uma experiência de hidrostática, uma bola de futebol foi presa com um fio ideal no fundo de um recipiente com água, conforme representado na figura.

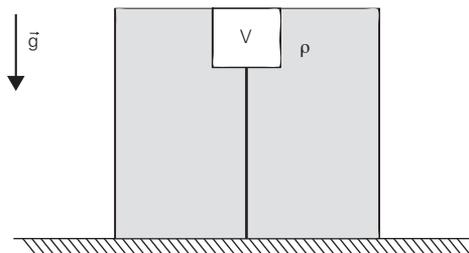


Sabe-se que a bola possui massa de $0,45 \text{ kg}$ e volume de $5,7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

Dados: gravidade local, $g = 10 \text{ m/s}^2$ e densidade da água, $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$.

Determine, em newtons, a tração exercida pelo fio.

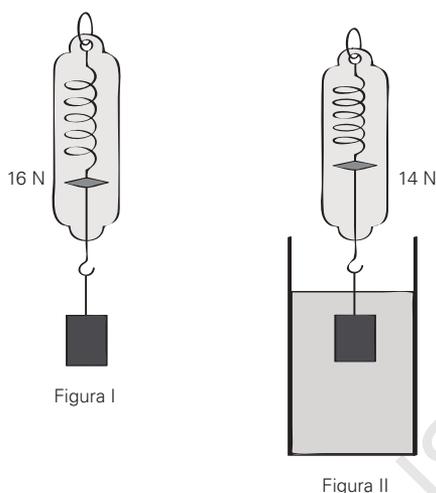
13. UPE – Um bloco de volume $V = 0,25 \text{ m}^3$ e massa $0,05 \text{ kg}$ está preso a um fio ideal e completamente imerso em um líquido de densidade $\rho = 400 \text{ kg/m}^3$ contido em uma caixa selada, conforme ilustra a figura.



Sabendo-se que a tensão no fio nessa situação é igual a 89,5 N, determine o módulo da reação normal da superfície superior da caixa sobre o bloco.

- a) 0,0 N
b) 89,0 N
c) 910,0 N
d) 910,5 N
e) 1000,0 N

- 14. UFRGS** – A figura I representa um corpo metálico maciço, suspenso no ar por um dinamômetro, que registra o valor 16 N. A figura II representa o mesmo corpo totalmente submerso na água, e o dinamômetro registra 14 N.



Desprezando o empuxo do ar e considerando a densidade da água $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ e a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$, o volume e a densidade do corpo são, respectivamente,

- a) $2,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$ e $10,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.
b) $2,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$ e $8,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.
c) $2,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$ e $7,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.
d) $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ e $8,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.
e) $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ e $7,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.

Texto para a próxima questão:

Use quando necessário:

- Aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$; Densidade da água $\rho = 1,0 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$
- Constante $\pi = 3,14$

- 15. UFRGS** – Uma esfera maciça de aço está suspensa em um dinamômetro, por meio de um fio de massa desprezível, e todo esse aparato está imerso no ar. A esfera, ainda suspensa ao dinamômetro, é então mergulhada completamente num líquido de densidade desconhecida. Nesta situação, a leitura do dinamômetro sofre uma diminuição de 30% em relação à situação inicial. Considerando a densidade do aço igual a 8 g/cm^3 , a densidade do líquido, em g/cm^3 , é aproximadamente

- a) 1,0
b) 1,1

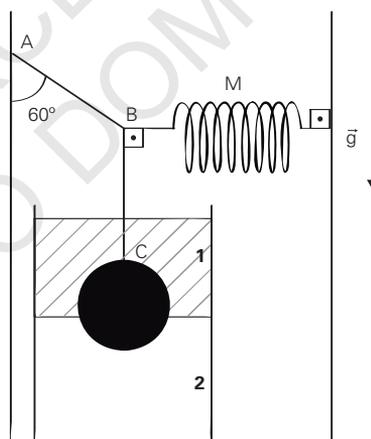
- c) 2,4
d) 3,0
e) 5,6

- 16. Espcex-SP** – Uma corda ideal AB e uma mola ideal M sustentam, em equilíbrio, uma esfera maciça homogênea de densidade ρ e volume V através da corda ideal BC, sendo que a esfera encontra-se imersa em um recipiente entre os líquidos imiscíveis 1 e 2 de densidade ρ_1 e ρ_2 , respectivamente, conforme figura abaixo. Na posição de equilíbrio observa-se que 60% do volume da esfera estão contidos no líquido 1 e 40% no líquido 2. Considerando o módulo da aceleração da gravidade igual a g, a intensidade da força de tração na corda AB é

Dados:

$$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

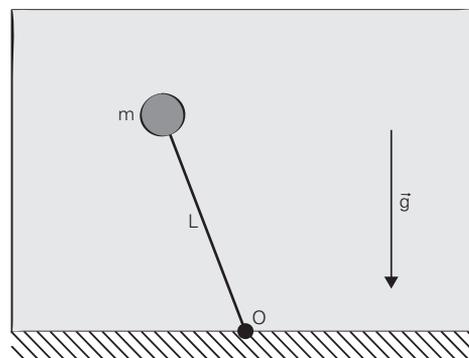
$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$



desenho ilustrativo - fora de escala

- a) $\sqrt{3}Vg(\rho - 0,6\rho_1 - 0,4\rho_2)$
b) $\sqrt{3}Vg(\rho - 0,6\rho_2 - 0,4\rho_1)$
c) $2Vg(\rho - 0,6\rho_2 - 0,4\rho_1)$
d) $\frac{\sqrt{3}}{3}Vg(\rho - 0,6\rho_1 - 0,4\rho_2)$
e) $2Vg(\rho - 0,6\rho_1 - 0,4\rho_2)$

- 17. UPE**



Uma pequena esfera de massa $m = 250 \text{ g}$ é presa a um fio ideal, de comprimento $L = 25 \text{ cm}$, fixado em um ponto O , no fundo de um tanque. O sistema está imerso em um líquido de densidade desconhecida e oscila com pequena amplitude com um período $T = 3 \text{ s}$. A densidade da esfera é menor que a densidade do líquido. Desconsiderando os efeitos resistivos, determine a massa de líquido deslocada pela esfera.

Dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $\pi = 3$.

- a) 150 g
- b) 275 g
- c) 450 g
- d) 650 g
- e) 975 g

ESTUDO PARA O ENEM

18. UPF-RS

C1-H2

A tirinha mostra um iceberg que tem seu volume parcialmente imerso ($9/10$ de seu volume total) na água do mar. Considerando que a densidade da água do mar é $1,0 \text{ g/cm}^3$, assinale a alternativa que indica a densidade do gelo, em g/cm^3 , que compõe o iceberg.

EDU@IO PORTAL DO GOVERNO
CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS



- a) 0,5
- b) 1,3
- c) 0,9
- d) 0,1
- e) 1

19. Enem

C1-H2

Um navio petroleiro é capaz de transportar milhares de toneladas de carga. Neste caso, uma grande quantidade de massa consegue flutuar.

Nesta situação, o empuxo é

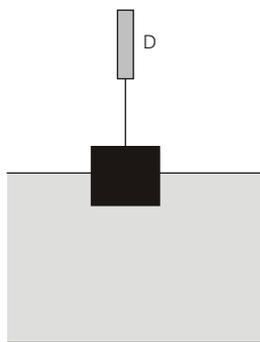
- a) maior que a força peso do petroleiro.
- b) igual à força peso do petroleiro.
- c) maior que a força peso da água deslocada.
- d) igual à força peso do volume submerso do navio.
- e) igual à massa da água deslocada.

20. Enem

C1-H2

Em um experimento realizado para determinar a densidade da água de um lago, foram utilizados alguns materiais conforme ilustrado: um dinamômetro D com graduação de 0 N a 50 N e um cubo maciço e homogêneo de 10 cm de aresta e 3 kg de massa. Inicialmente, foi conferida a calibração do dinamômetro, constatando-se a leitura de 30 N quando o cubo era preso ao dinamômetro e suspenso no ar. Ao mergulhar o

cubo na água do lago, até que metade do seu volume ficasse submersa, foi registrada a leitura de 24 N no dinamômetro.



Considerando que a aceleração da gravidade local é de 10 m/s^2 , a densidade da água do lago, em g/cm^3 , é

- a) 0,6
- b) 1,2
- c) 1,5
- d) 2,4
- e) 4,8

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

SHUTTERSTOCK / SURANGASL



FÍSICA 3

CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS

1

CARGA ELÉTRICA, ELETRIZAÇÃO E LEI DE COULOMB

- Carga elétrica
- Quantidade de carga elétrica
- Conservação de carga elétrica
- Processos de eletrização
- Eletrização por atrito
- Eletrização por contato
- Eletrização por indução
- Indução Total
- Força elétrica
- Pêndulo eletrostático
- Lei de Coulomb
- Gráfico $F \times d$

HABILIDADES

- Identificar fenômenos eletrostáticos intencionais e acidentais do cotidiano.
- Aplicar o princípio de conservação e a quantização da carga em processos de eletrização.
- Confrontar interpretações científicas com interpretações baseadas no senso comum ao longo do tempo ou em diferentes culturas.
- Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas Ciências Físicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.
- Utilizar leis físicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da eletrostática.
- Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

CARGA ELÉTRICA

A maioria dos materiais não apresenta características elétricas, ou seja, é neutra. Se realizarmos, porém, experimentos simples, como caminhar sobre um tapete, nosso corpo pode ser eletrizado. O mesmo efeito pode ocorrer quando, por exemplo, tiramos uma blusa de lã. Esse fato nos indica que existem cargas elétricas em nossos corpos, no tapete e até mesmo em uma blusa de lã.

A **carga elétrica** é uma propriedade intrínseca de cada corpo, presente nas partículas fundamentais que compõem a matéria. Os átomos apresentam três tipos de partículas: **prótons**, que têm carga elétrica positiva; **elétrons**, que têm carga elétrica negativa; e **nêutrons**, que não têm carga elétrica. Quando friccionamos dois corpos de materiais diferentes, causamos um desequilíbrio na distribuição de cargas elétricas, deixando-os, assim, eletrizados.

Os materiais podem ser classificados de acordo com a facilidade com que as cargas elétricas se movem em seu interior. Os materiais chamados de **condutores** são aqueles que possibilitam às cargas elétricas mover-se com facilidade em seu interior, como os metais, a água mineral e o corpo humano. Já os materiais que não possibilitam a locomoção de cargas são chamados de **isolantes ou dielétricos**, como a água destilada, o plástico e a borracha. Existem também os **semicondutores**, materiais com propriedades intermediárias e relacionados a condutores e isolantes; por exemplo, o silício, utilizado na construção de circuitos integrados (*chips*) de computadores.

Por fim, há também os **supercondutores**, materiais que não apresentam resistência alguma à passagem de cargas elétricas.

Quantidade de carga elétrica

A quantidade de carga elétrica presente em um corpo pode ser representada pela letra **Q** ou **q** e, no Sistema Internacional de Unidades (SI), é medida em **Coulomb (C)**. Existem dois tipos de carga: **positiva (próton)** e **negativa (elétron)**. Quando um corpo contém **quantidades iguais** de cargas elétricas positivas e negativas, dizemos que ele está **eletricamente neutro**. Quando essa **quantidade é diferente**, dizemos que o corpo está **eletricamente carregado**.

Tanto em um próton quanto em um elétron, a quantidade de carga é igual em valor absoluto e corresponde à menor quantidade de carga elétrica encontrada na natureza, a **quantidade elétrica elementar (e)**.

Em 1909, o valor de **e** foi calculado pelo físico americano Robert Andrews Millikan (1868-1953) por meio do experimento da gota de óleo, que consiste em balancear forças elétricas e gravitacionais em uma minúscula gota de óleo eletrizada, situada entre dois eletrodos de metal, ou seja, um capacitor. Conhecendo-se o campo elétrico presente, a carga pode ser determinada. O resultado obtido foi de aproximadamente $1,59 \cdot 10^{-19}$ C. Atualmente, o valor mais preciso é dado por:

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Portanto, podemos escrever a carga elétrica do próton (q_p), do elétron (q_e) e do nêutron (q_n) como

$$q_p = + 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$q_e = - 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$q_n = 0$$

A carga elétrica do próton é igual, em módulo, à do elétron. Assim, como essa é a menor quantidade de carga elétrica encontrada na natureza, qualquer quantidade de carga elétrica em um corpo é um múltiplo de e^- , além disso, diz-se que a quantidade de carga elétrica de um corpo é **quantizada**. Assim, concluímos que:

Um corpo com carga elétrica **positiva** só pode apresentar quantidade de carga elétrica (Q) dada por:

$+ 1 \cdot e; + 2 \cdot e; + 3 \cdot e; \dots; + n \cdot e$, em que n é um número inteiro positivo.

Um corpo com carga elétrica **negativa** só pode apresentar quantidade de carga elétrica (Q) dada por:

$- 1 \cdot e; - 2 \cdot e; - 3 \cdot e; \dots; - n \cdot e$, em que n é um número inteiro positivo.

De modo geral, pode-se escrever que a quantidade de carga elétrica de um corpo é dada por:

$$Q = n \cdot e, \forall n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Conservação de carga elétrica

Antes da fricção, os corpos não apresentam efeitos elétricos; isso significa que a quantidade de carga elétrica de cada corpo é nula, ou seja, o número de prótons de um corpo é igual ao número de elétrons. Durante um processo de fricção, os corpos envolvidos ficam eletrizados. Nesse processo é fornecida energia suficiente para que as cargas elétricas negativas (elétrons) se transfiram de um corpo para o outro. Assim, desequilibrando-se o número de elétrons no corpo, cria-se uma diferença entre o número de prótons (n_p) e elétrons (n_e): enquanto um cede elétrons, o outro recebe elétrons. Portanto,

- se $n_e = n_p$: o corpo é eletricamente neutro.
- se $n_e > n_p$: o corpo é eletricamente negativo (recebeu elétrons).
- se $n_e < n_p$: o corpo é eletricamente positivo (cedeu elétrons).

Se os corpos do experimento estão isolados, ou seja, não sofrem influência de outros corpos, a quantidade de carga elétrica cedida por um é igual à recebida pelo outro. Eles adquirem quantidades de carga elétrica iguais em módulo, porém com sinais contrários. Em um sistema isolado, portanto, a quantidade total de carga elétrica permanece constante; esta é a chamada **Lei da Conservação de Carga Elétrica**.

PROCESSOS DE ELETRIZAÇÃO

Em dias frios e com pouca umidade relativa do ar, é comum levar um choque ao tocar a carroceria de um carro. Quando em movimento, o atrito do veículo com o ar faz com que ele se eletrize. Em virtude da

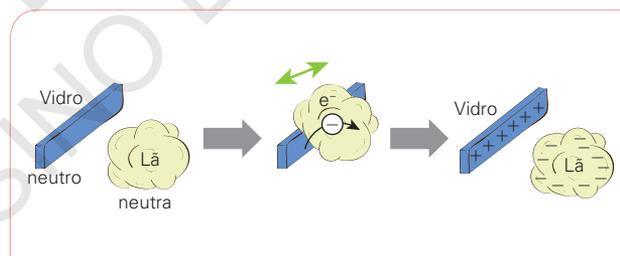
baixa umidade do ar, o veículo se comporta como um **isolante** elétrico, permitindo que cargas elétricas armazenadas nele ali permaneçam por um certo tempo.

Ao tocar na carroceria do carro, cargas elétricas fluem no corpo humano em direção à terra, caracterizando choque elétrico. Mas se o corpo estiver isolado, ele fica eletrizado. Podemos classificar os processos de eletrização em **atrito, contato e indução**.

Eletrização por atrito

Quando friccionamos dois corpos neutros de substâncias diferentes, um corpo cede elétrons, ficando eletrizado positivamente, e o outro recebe elétrons, ficando eletrizado negativamente. A eletrização por atrito em isolantes é diferente da eletrização por atrito em condutores. Quando feita em isolantes, a carga obtida é concentrada na região de fricção; já quando feita em condutores, devido às suas características, as cargas espalham-se pelo corpo do condutor.

Ação	Eletrizado
Cedeu elétrons	Positivamente
Recebeu elétrons	Negativamente



Bastonete de vidro e chumaço de lã. Ao friccionar um no outro, os materiais adquirem cargas positivas e negativas, respectivamente, sempre respeitando a Lei da Conservação de Carga Elétrica, então $|Q_{\text{vidro}}| = |Q_{\text{lã}}|$.

Nesse exemplo, ao friccionar os dois materiais, a Lei da Conservação de Carga Elétrica nos mostra que a quantidade de carga cedida é igual à quantidade de carga recebida, ou seja $|q_{\text{vidro}}| = |q_{\text{lã}}|$.

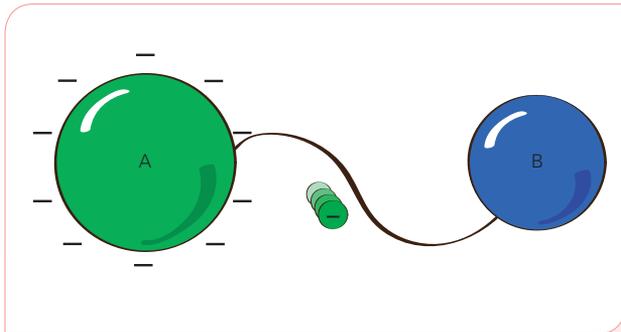
Eletrização por contato

A eletrização por contato é produzida quando dois corpos condutores, com pelo menos um deles eletrizado, entram em contato. Assim, a carga elétrica tende a distribuir-se entre eles, equilibrando a carga dos dois corpos. Logo, no fim desse processo, os dois corpos terão a mesma carga e o mesmo sinal. Portanto, a carga final de cada um dos corpos pode ser calculada pela média aritmética entre as cargas dos corpos.

Em termos de **potencial elétrico**, ocorre a passagem de elétrons do corpo de menor potencial para o de maior potencial, atingindo-se o chamado **equilíbrio eletrostático**.

A figura 1 mostra um **corpo A** inicialmente eletrizado com carga elétrica negativa, que é colocado em

contato com um **corpo B** inicialmente neutro. Quando o contato é feito, elétrons do **corpo A** migram para o **corpo B**, pois o potencial elétrico de **A**, que é negativo, é menor que o potencial elétrico de **B**, que é nulo.



Eletrização por contato.

No caso em que os dois corpos têm mesmo tamanho, a carga elétrica final pode ser calculada como a média aritmética entre as duas cargas, sendo a esfera A, eletrizada pela carga q , e a esfera B, neutra. Após o contato, q'_A é a carga final da esfera A, e q'_B , a carga final da esfera B. Pela **Lei do Equilíbrio Eletrostático**, concluímos que:

$$q'_A + q'_B = q$$

Após o contato, obtemos:

$$q'_A = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{q + 0}{2} = \frac{q}{2}$$

$$\text{Logo, } \frac{q}{2} + q'_B = q \Rightarrow q'_B = \frac{q}{2}$$

Portanto, tanto o corpo A quanto o corpo B ficarão em equilíbrio eletrostático com a carga elétrica final de $\frac{q}{2}$.

Em caso de corpos de tamanhos diferentes, após o contato, a carga elétrica final é diretamente proporcional ao seu raio. Logo:

$$\frac{q'_A}{R_A} = \frac{q'_B}{R_B}$$

Pela Lei do Equilíbrio Eletrostático, $q'_A + q'_B = q$; logo, resolvendo o sistema linear, obtemos:

$$q'_A = \left(\frac{R_A}{R_A + R_B} \right) q \text{ e } q'_B = \left(\frac{R_B}{R_A + R_B} \right) q$$

Se ambas as esferas estiverem carregadas inicialmente com cargas q_A e q_B , pelo mesmo raciocínio, obtemos:

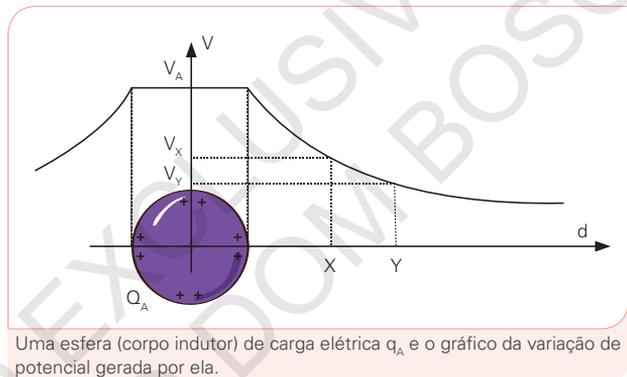
$$q'_A = \left(\frac{R_A}{R_A + R_B} \right) (q_A + q_B) \text{ e } q'_B = \left(\frac{R_B}{R_A + R_B} \right) (q_A + q_B)$$

Eletrização por indução

A eletrização também pode ser feita **sem que haja contato entre os corpos**, sendo que tal processo é chamado de eletrização por indução. Esse tipo de eletrização consiste em separar cargas positivas e negativas de um condutor inicialmente neutro, chamado de **induzido**, mediante outro corpo (condutor ou isolante) eletrizado, chamado de **indutor**.

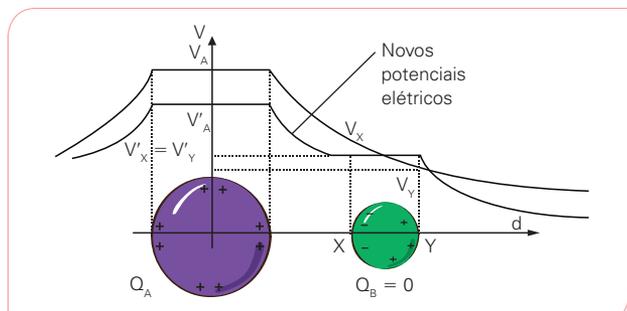
Para explicar com mais detalhes, utilizaremos o exemplo a seguir:

1. Inicialmente temos um indutor (esfera A) eletrizado positivamente com carga q_A . O gráfico mostra como varia o potencial elétrico V gerado por ele em função da distância.



Uma esfera (corpo indutor) de carga elétrica q_A e o gráfico da variação de potencial gerada por ela.

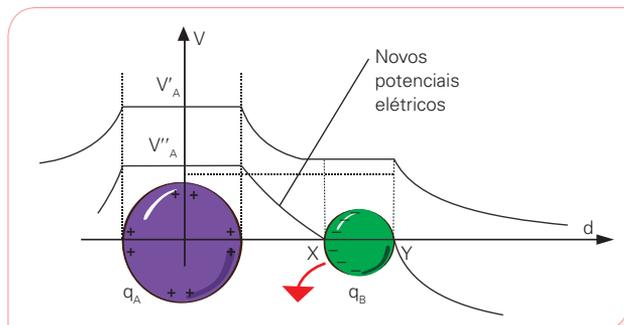
2. Colocamos o induzido (esfera B), inicialmente neutro, nas proximidades do indutor; por exemplo, entre os pontos **X** e **Y**. Então, pela **Lei da Atração e Repulsão**, as cargas positivas do indutor atraem as cargas negativas e repelem as cargas positivas de A, forçando um movimento de cargas no corpo induzido e, conseqüentemente, produzindo uma **diferença de potencial (ddp)**. Cargas elétricas, elétrons livres do condutor em movimento espontâneo, vão do ponto **Y**, de menor potencial elétrico, para o **X**, de maior potencial elétrico. Com a chegada de elétrons livres à região **X**, o potencial elétrico do ponto **X** diminui, e na região de **Y**, cargas elétricas dos átomos que ali permaneceram e perderam elétrons livres (cátions) elevam o potencial elétrico de **Y**. Esse fenômeno ocorre até que novos potenciais elétricos V'_X e V'_Y dos pontos **X** e **Y** se igualem, atingindo-se o equilíbrio eletrostático.



Esfera A (indutor) e esfera B (induzido) e os novos potenciais elétricos de A em função da distância dos pontos X e Y.

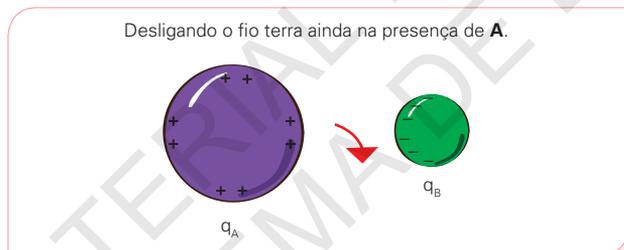
Como o condutor B não recebeu nem cedeu elétrons, continua eletricamente neutro, apesar de ter sofrido separação de cargas e estar, assim, polarizado.

3. Liga-se, por meio de fio condutor (fio terra), qualquer ponto do condutor B (induzido) à terra e observa-se que ocorre o movimento de elétrons livres novamente, pois entre esse ponto do condutor B ($V_B \neq 0$) e a terra ($V = 0$) vai haver **diferença de potencial elétrico (ddp)**, até que seja mais uma vez atingido o equilíbrio eletrostático, ou seja, até que o potencial elétrico de B se iguale ao da terra.



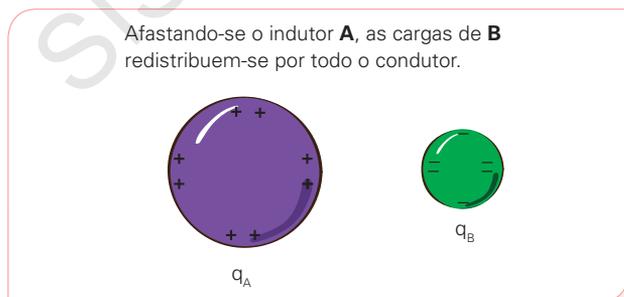
Esfera A (indutor) e esfera B (induzido) e os novos potenciais elétricos de A em função da distância dos pontos X e Y.

4. Apesar de o condutor B ter ficado eletrizado negativamente, pois recebeu elétrons da terra, não se pode afastar o condutor A ainda. Em razão do excesso de cargas negativas em B, se isso ocorrer, seu potencial elétrico fica negativo e todos os elétrons livres recebidos da terra retornam a ela até que o potencial de B se anule. Assim, ele retorna à situação inicial (eletricamente neutro), desfazendo a ligação com a terra ainda na presença do condutor A (indutor) e, em seguida, afastando-o, fazendo com que o condutor B (induzido) fique eletrizado negativamente.



Processo de remoção do fio terra do induzido (B).

5. No fim do processo, o induzido sempre se eletriza com a carga de sinal contrário ao da carga do indutor.



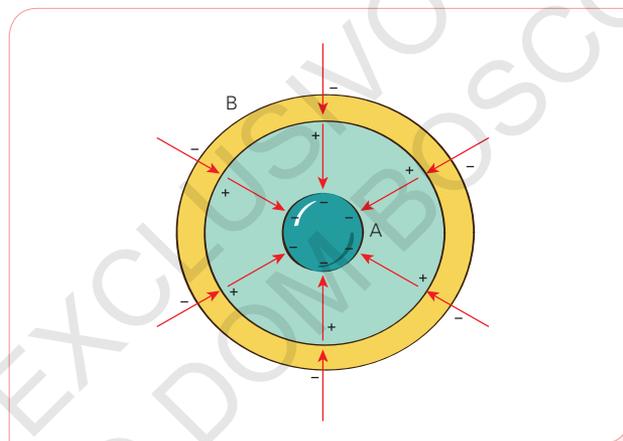
Processo de remoção do fio terra do induzido (B).

Indução total

As linhas de força são um conjunto de linhas imaginárias, de tal forma que a força que atua sobre uma carga de prova em qualquer ponto do espaço é tangente à cada linha naquele ponto.

Um caso particular da eletrização por indução ocorre quando todas as linhas de força estão unidas ao indutor e ao induzido. Esse caso é chamado de **indução**, e a carga induzida é igual, em quantidade, à carga indutora.

A figura a seguir representa um condutor A eletrizado colocado no interior de um condutor oco B eletricamente neutro.

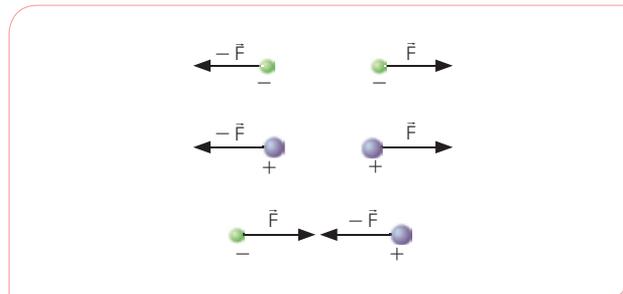


Esfera oca B e esfera A, inicialmente eletrizada com carga negativa. Também são representadas as linhas de força do indutor A.

Todas as linhas de força do indutor A estão unidas ao induzido B e, sendo $-q$ a carga elétrica de A, cargas induzidas em B serão $+q$ e $-q$.

Cargas elétricas de mesmo nome (sinal) repelem-se e de nomes contrários atraem-se.

Essa conclusão ficou conhecida como lei de Dufay, como mostrado no esquema a seguir.



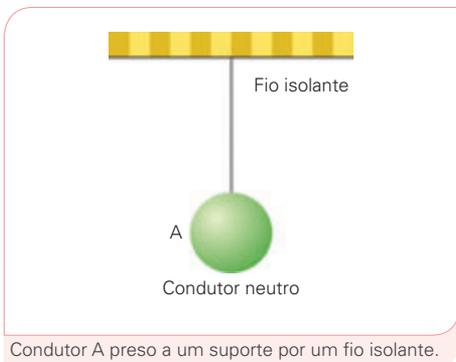
Cargas elétricas pontiformes de mesmos sinais se repelem e de sinais diferentes se atraem. Representação de cargas e seus vetores nos três casos: duas cargas negativas; duas cargas positivas; uma negativa e uma positiva.

FORÇA ELÉTRICA

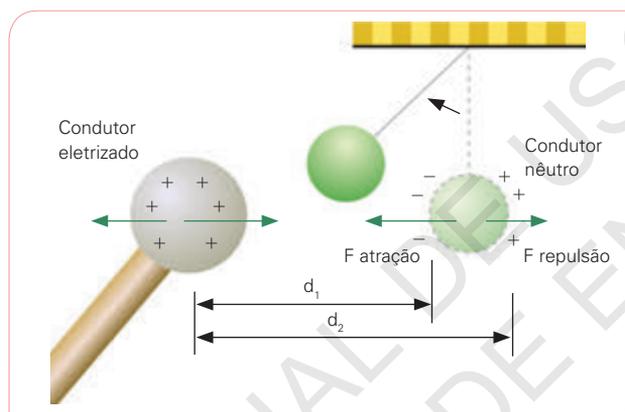
Pêndulo eletrostático

É possível que um corpo inicialmente neutro sofra atração eletrostática pelo fenômeno da indução. Tome-

mos como exemplo uma esfera condutora neutra, leve, suspensa num suporte por um fio isolante.



Observe que, quando aproximamos um corpo eletrizado (**B**) do pêndulo neutro (**A**), o condutor **B** induz a separação de cargas no condutor **A**, dessa forma, as cargas de sinais contrários ficam mais próximas entre si do que as de mesmo sinal; ou seja, a distância d_1 entre cargas de sinais contrários é menor que a distância d_2 entre as cargas de mesmo sinal. Como $d_1 < d_2$, a força de atração ($\vec{F}_{\text{atração}}$) é maior que a força de repulsão ($\vec{F}_{\text{repulsão}}$), o que faz o condutor **A** aproximar-se do condutor **B**.



Essa relação, conhecida como lei de Coulomb, estabelece:

A intensidade da força de interação elétrica entre duas cargas puntiformes é diretamente proporcional ao produto dos módulos das cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas.

Matematicamente, obtemos:

$$F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$$

Em que:

- q_1 e q_2 : são os módulos das cargas;
- d : é distância entre as cargas.

A constante k de proporcionalidade está relacionada ao meio em que as cargas se encontram. Sendo esse meio o vácuo, seu valor, em unidades do SI, é:

$$k = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

denominada **constante eletrostática do vácuo**.

A constante k também pode ser definida em termos de outra constante, a **permissividade elétrica no vácuo** (ϵ_0), que é dada por:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Portanto,

$$\epsilon_0 \cong 8,854 \cdot 10^{-12} \text{C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$$

A equação que representa a lei de Coulomb fornece o módulo da força elétrica entre duas cargas elétricas puntiformes. A direção da força de interação entre as duas cargas elétricas é a reta que contém ambas. Em relação ao sentido, ocorre:

- atração, quando cargas elétricas possuem sinais contrários;
- repulsão, quando cargas elétricas possuem mesmo sinal.

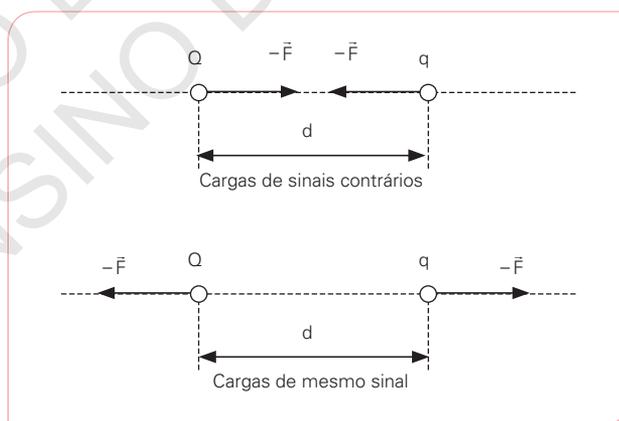


Gráfico $F \times D$

Variando-se a distância d de separação entre duas cargas elétricas Q e q , o módulo da força (F) de interação entre elas varia. Veja alguns valores na tabela a seguir.

Distância	$\frac{d}{2}$	d	$2 \cdot d$	$3 \cdot d$
Força	$4 \cdot F$	F	$\frac{F}{4}$	$\frac{F}{9}$

Observe que quando o valor da distância é dobrado, o módulo da força diminui a 1/4 do valor original e, reduzindo-se o valor da distância à metade, o módulo da força quadruplica.

Com base na tabela, pode-se construir o gráfico $F \times d$, em coordenadas cartesianas:

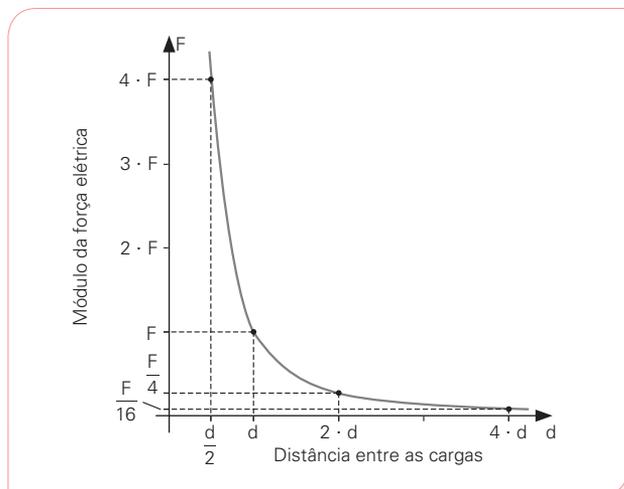


Gráfico do módulo da Força Elétrica \times Distância entre as cargas.

Com base no gráfico pode-se observar que quando a distância d tende ao infinito, o módulo da força tende a zero. Da mesma forma, quando a distância d tende a zero, o módulo da força tende ao infinito.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Duas partículas eletrizadas se atraem com força de intensidade $F = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ N}$ quando a distância entre elas é $d = 1 \text{ m}$. Sabendo que uma das partículas tem carga igual a $+1 \mu\text{C}$ e a constante eletrostática no vácuo é de $9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$, determine a carga da segunda partícula.

Sendo q_1 e q_2 as partículas do sistema, se $q_1 = +1 \mu\text{C}$, obtemos

$$F = k \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot |q_2|}{d^2}$$

Como $F = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ N}$, logo,

$$1,8 \cdot 10^{-2} \text{ N} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot q_2 \text{ C} \cdot \text{m}^{-2}$$

Assim, $q_2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 2 \mu\text{C}$.

Como a força é de atração e o sinal de q_1 é positivo, então $q_2 = -2 \mu\text{C}$.

2. Duas partículas se repelem a uma distância $d = 3 \text{ m}$. Suas cargas elétricas são iguais a $5 \mu\text{C}$ cada. Dada a constante eletrostática no vácuo $k = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$, calcule a força elétrica resultante.

$$F = k \cdot \frac{Q \cdot Q}{d^2}$$

$$F = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{d^2}$$

$$F = 25 \cdot 10^{-3} \text{ N} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOMINOSCO

ROTEIRO DE AULA

CARGA ELÉTRICA

Prótons, nêutrons e elétrons

Quantidade de carga elétrica

Elementar (e)

$$q^1 = q^2$$

Lei da Conservação de Carga Elétrica

$$|q_p| = |q_e|$$

$$q = n \cdot e$$

Conservação da carga

$$n_e = n_p \text{ (neutro)}$$

$$n_e > n_p \text{ (negativo)}$$

$$n_e < n_p \text{ (positivo)}$$

Eletrização

Atrito

Contato

Indução

Fricção com transferência de carga de um material para outro

Corpos condutores com um ao menos eletrizado

Sem contato entre os corpos, mas com atração por campo com variação pela distância

Potencial elétrico

Presença de um indutor e um induzido. Lei da Atração e Repulsão (ddp)

Tende ao equilíbrio eletrostático

(Lei do Equilíbrio Eletrostático)

Aterramento para o equilíbrio eletrostático

Indução total:

$$q_{\text{induzida}} = q_{\text{indutora}}$$

ROTEIRO DE AULA

LEI DE COULOMB

Cargas iguais se repelem

Pêndulo eletrostático

Cargas diferentes se atraem

Indução:
Corpo neutro sofre atração
eletrostática

Se a distância tende a infinito, o
módulo da força tende a zero.

Se o módulo da força tende a infinito, a distância
tende a zero

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

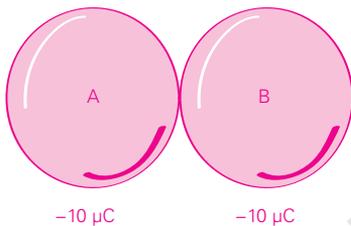
1. Mackenzie-SP – Uma esfera metálica **A**, eletrizada com carga elétrica igual a $-20,0 \mu\text{C}$, é colocada em contato com outra esfera idêntica **B**, eletricamente neutra. Em seguida, encosta-se a esfera **B** em outra **C**, também idêntica eletrizada com carga elétrica igual a $50,0 \mu\text{C}$. Após esse procedimento, as esferas **B** e **C** são separadas. A carga elétrica armazenada na esfera **B**, no final desse processo, é igual a:

- a) $20,0 \mu\text{C}$
- b) $30,0 \mu\text{C}$
- c) $40,0 \mu\text{C}$
- d) $50,0 \mu\text{C}$
- e) $60,0 \mu\text{C}$

Inicialmente temos as esferas:



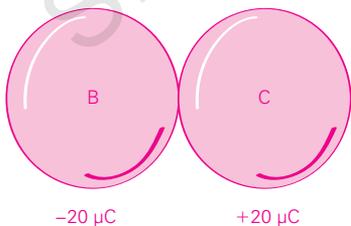
Após o contato da esfera **A** (eletrizada) com a esfera **B** (neutra), as cargas se distribuem igualmente entre os corpos, portanto, $Q_A = Q_B = -10 \mu\text{C}$.



Agora, as esferas **B** (agora eletrizada negativamente) e **C**, antes do contato:



Após o contato da esfera **B** com a esfera **C**, as cargas se distribuem igualmente entre os corpos, portanto, $Q_B = Q_C = \frac{-10 + 50}{2} \mu\text{C} = +20 \mu\text{C}$.



Portanto, a esfera **B** ficará carregada positivamente com $20 \mu\text{C}$;

2. UFRGS – Uma carga negativa Q é aproximada de uma esfera condutora isolada, eletricamente neutra. A esfera é, então, aterrada com um fio condutor.

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do enunciado a seguir, na ordem em que aparecem.

Se a carga Q for afastada para bem longe enquanto a esfera está aterrada, e, a seguir, for desfeito o aterramento, a esfera ficará _____.

Por outro lado, se primeiramente o aterramento for desfeito e, depois, a carga Q for afastada, a esfera ficará _____.

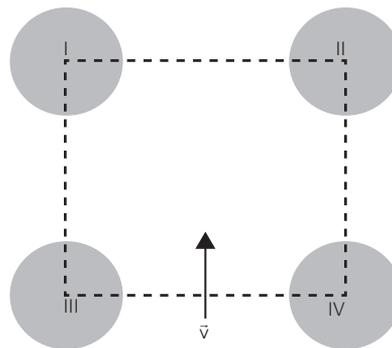
- a) eletricamente neutra – positivamente carregada
- b) eletricamente neutra – negativamente carregada
- c) positivamente carregada – eletricamente neutra
- d) positivamente carregada – negativamente carregada
- e) negativamente carregada – positivamente carregada

Se o indutor (esfera eletrizada) já estiver longe quando o aterramento for desfeito, a esfera que estava aterrada (induzido), será neutralizada durante o processo de afastamento do indutor. Agora, caso o aterramento seja desfeito antes de o indutor ser afastado, a esfera condutora isolada terá carga elétrica induzida. Já que a carga elétrica negativa sofrerá repulsão para o fio terra, a esfera induzida ficará com carga positiva, que é contrária à carga do indutor (negativo).

3. Fuvest-SP

C5-H17

Os centros de quatro esferas idênticas, **I**, **II**, **III** e **IV**, com distribuições uniformes de carga, formam um quadrado. Um feixe de **elétrons** penetra na região delimitada por esse quadrado, pelo ponto equidistante dos centros das esferas **III** e **IV**, com velocidade inicial \vec{v} na direção perpendicular à reta que une os centros de **III** e **IV**, conforme representado na figura.



A trajetória dos elétrons será retilínea, na direção de \vec{v} , e eles serão acelerados com velocidade crescente dentro da região plana delimitada pelo quadrado, se as esferas **I**, **II**, **III** e **IV** estiverem, respectivamente, eletrizadas com cargas

- a) $+Q, -Q, -Q, +Q$
- b) $+2Q, -Q, +Q, -2Q$
- c) $+Q, +Q, -Q, -Q$
- d) $-Q, -Q, +Q, +Q$
- e) $+Q, +2Q, -2Q, -Q$

Note e adote: e é um número positivo.

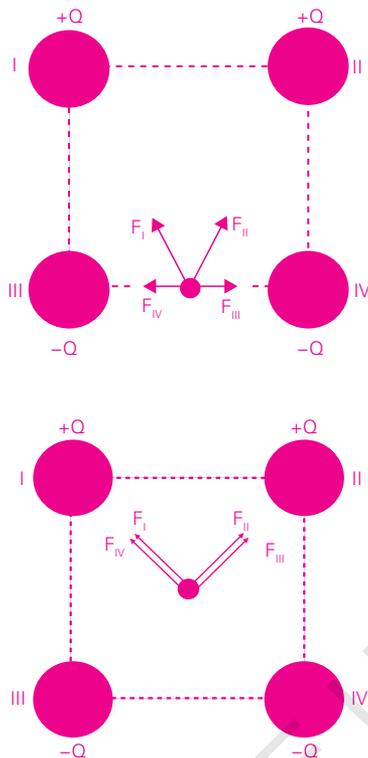
Seja retilíneo e plano dentro da região delimitada pelo quadrado, a força resultante deve ter a direção e sentido de \vec{v} .

Assim, para que essa força seja retilínea, vertical e para cima, a força resultante horizontal deve ser nula. Portanto, quando o

feixe de elétrons penetrar a região delimitada, para que eles sejam acelerados, é necessário ter uma força resultante de atração por I e II e de repulsão de III e IV. Logo, I e II devem ter cargas positivas e III e IV devem ter cargas negativas.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.



Portanto, é necessário que as cargas de I, II, III e IV sejam respectivamente iguais a +Q, +Q, -Q, -Q respectivamente.

4. Fuvest-SP – Um objeto metálico, X, eletricamente isolado, tem carga negativa $5,0 \cdot 10^{-12}$ C. Um segundo objeto metálico, Y, neutro, mantido em contato com a Terra, é aproximado do primeiro e ocorre uma faísca entre ambos, sem que eles se toquem. A duração da faísca é 0,5 s e sua intensidade é 10^{-11} A. No final desse processo, as cargas elétricas totais dos objetos X e Y são, respectivamente,

- zero e zero.
- zero e $-5,0 \cdot 10^{-12}$ C.
- $-2,5 \cdot 10^{-12}$ C e $2,5 \cdot 10^{-12}$ C.
- $-2,5 \cdot 10^{-12}$ C e $+2,5 \cdot 10^{-12}$ C.
- $+5,0 \cdot 10^{-12}$ C e zero.

$$\text{Dado que } 1\text{A} = \frac{1\text{C}}{\text{s}}$$

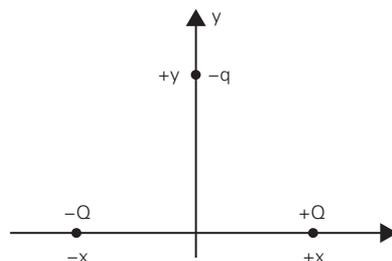
Durante o período da faísca, a carga transferida foi de

$$0,5\text{s} \cdot 10^{-11} \frac{\text{C}}{\text{s}} = 5,0 \cdot 10^{-12} \text{ C}$$

Logo, como o objeto metálico (condutor) Y estava em contato com a Terra, toda carga transferida para ele fica neutralizada.

Assim, como toda a carga de X foi transferida para Y durante a faísca e a carga de Y foi neutralizada pela Terra, concluímos que as cargas de X e Y são nulas.

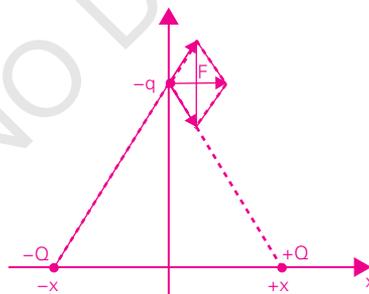
5. Mackenzie-SP



Dois corpos eletrizados com cargas elétricas puntiformes +Q e -Q são colocados sobre o eixo x nas posições +x e -x respectivamente. Uma carga elétrica de prova -q é colocada sobre o eixo y na posição +y como mostra a figura acima.

A força eletrostática resultante sobre a carga elétrica de prova

- tem direção horizontal e sentido da esquerda para a direita.
- tem direção horizontal e sentido da direita para a esquerda.
- tem direção vertical e sentido ascendente.
- tem direção vertical e sentido descendente.
- é um vetor nulo.



Haverá a repulsão entre a carga -Q e a carga de prova -q e haverá atração entre a carga +Q e a carga de prova -q. Como as distâncias entre as cargas -Q e -q e +Q e -q são iguais, as forças de interações entre as cargas em análise possuem a mesma intensidade. Assim, analisando os vetores forças elétricas resultantes, vemos que o vetor resultante terá direção horizontal e sentido da direita para a esquerda.

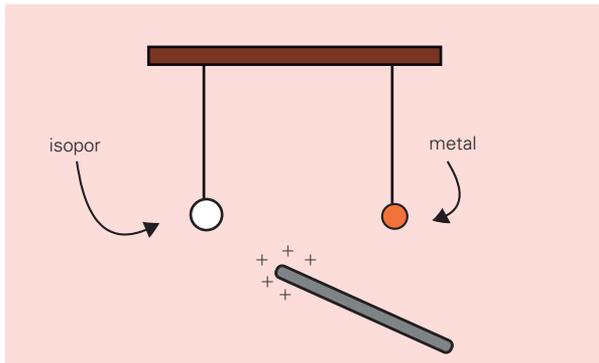
6. Facisa-SP – Três bolinhas (A, B e C) de isopor, neutras, são penduradas em um suporte, usando fios isolantes, em forma de pêndulos e afastadas uma das outras. Ao tocar nas bolinhas A e B se repelem entre si e o mesmo ocorre com as bolinhas B e C. Nesse sentido, podemos concluir que

- as três bolinhas possuem cargas de mesmo sinal.
- A e C contêm cargas de sinais opostos.
- A e C não se eletrizam.
- seguramente A, B e C são negativas.
- seguramente A, B e C são positivas.

Ao dizer "eletrizados" o exercício não deixou claro se eram eletrizados negativamente ou positivamente, logo, por se repelirem, as cargas são de mesmos sinais, pois se fossem de sinais diferentes, seriam atraídas entre si.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UFRJ – Uma bolinha de isopor e outra de metal com carga nula são penduradas em um suporte por fios isolantes, como mostra a figura a seguir.



Aproximando um bastão eletricamente carregado de carga positiva de cada uma delas, podemos afirmar que:

- as duas bolinhas se afastam do bastão.
- as duas bolinhas se aproximam do bastão.
- a bolinha de isopor se aproxima e a bolinha de metal se afasta do bastão.
- a bolinha de isopor não se move e a bolinha de metal se afasta do bastão.
- a bolinha de isopor aproxima-se do bastão e a bolinha de metal não se move.

8. UFSC – A eletricidade estática gerada por atrito é fenômeno comum no cotidiano. Pode ser observada ao pentearmos o cabelo em um dia seco, ao retirarmos um casaco de lã ou até mesmo ao caminharmos sobre um tapete. Ela ocorre porque o atrito entre materiais gera desequilíbrio entre o número de prótons e elétrons de cada material, tornando-os carregados positivamente ou negativamente. Uma maneira de identificar qual tipo de carga um material adquire quando atritado com outro é consultando uma lista elaborada experimentalmente, chamada série **triboelétrica**, como a mostrada a seguir. A lista está ordenada de tal forma que qualquer material adquire carga positiva quando atritado com os materiais que o seguem.

Materiais		Materiais	
1	Pele humana seca	10	Papel
2	Couro	11	Madeira
3	Pele de coelho	12	Latão
4	Vidro	13	Poliéster
5	Cabelo humano	14	Isopor
6	Náilon	15	Filme de PVC
7	Chumbo	16	Poliuretano
8	Pele de gato	17	Polietileno
9	Seda	18	Teflon

Com base na lista **triboelétrica**, assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

- A pele de coelho atritada com teflon ficará carregada positivamente, pois receberá prótons do teflon.
 - Uma vez eletrizados por atrito, vidro e seda quando aproximados vão se atrair.
 - Em processo de eletrização por atrito entre vidro e papel, o vidro adquire carga de + 5 unidades, então o papel adquire carga de – 5 unidades.
 - Atritar couro e teflon produzirá mais eletricidade estática do que atritar couro e pele de coelho.
 - Dois bastões de vidro aproximados depois de atritados com pele de gato vão se atrair.
 - Um bastão de madeira atritado com outro bastão de madeira ficará eletrizado.
- Dê como resposta a soma da(s) alternativa(s) correta(s)

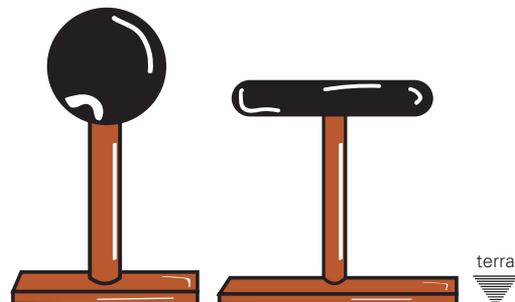
9. UFSCar-SP – Considere dois corpos sólidos envolvidos em processos de eletrização. Um dos fatores que pode ser observado tanto na eletrização por contato quanto na por indução é o fato de que, em ambas:

- torna-se necessário manter um contato direto entre os corpos.
- deve-se ter um dos corpos ligado temporariamente a um aterramento.
- ao fim do processo de eletrização, os corpos adquirem cargas elétricas de sinais opostos
- um dos corpos deve, inicialmente, estar carregado eletricamente.
- para ocorrer, os corpos devem ser bons condutores elétricos.

10. PUC-RJ – Dois bastões metálicos idênticos estão carregados com a carga de $9 \mu\text{C}$. Eles são colocados em contato com um terceiro bastão, também idêntico aos outros dois, mas cuja carga líquida é zero. Após o contato entre eles ser estabelecido, afastam-se os três bastões. Qual é a carga líquida resultante, em μC , no terceiro bastão?

- 3,0
- 4,5
- 6,0
- 9,0
- 18

11. UNESP – Indução eletrostática é o fenômeno no qual se pode causar a separação de cargas em um corpo neutro pela aproximação de outro já eletrizado. O condutor que está eletrizado é chamado indutor, e o condutor no qual a separação de cargas ocorreu é chamado induzido. A figura mostra uma esfera condutora indutora positivamente eletrizada, induzindo a separação de cargas em um condutor inicialmente neutro.



Analisando a figura e sobre o processo de eletrização por indução, são feitas as seguintes afirmações:

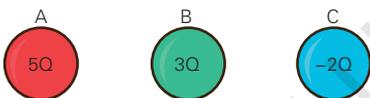
- I. Para eletrizar o corpo neutro por indução, deve-se aproximar o indutor, conectar o induzido à terra, afastar o indutor e, finalmente, cortar o fio terra.
- II. Para eletrizar o corpo neutro por indução, deve-se aproximar o indutor, conectar o induzido à terra, afastar o indutor e, finalmente, afastar o indutor.
- III. Na situação da figura, a conexão do induzido à terra, com o indutor nas suas proximidades, faz com que prótons do induzido escoem para a terra, por repulsão.
- IV. No final do processo de eletrização por indução, o corpo inicialmente neutro e que sofreu indução adquire carga de sinal negativo.

Está correto, apenas, o contido em:

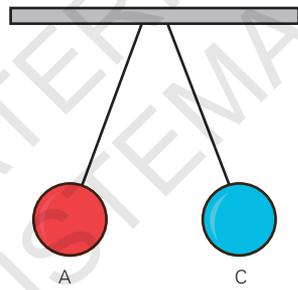
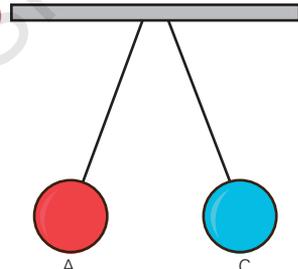
- a) II. c) I e IV. e) II, III e IV.
b) I e III. d) II e IV.

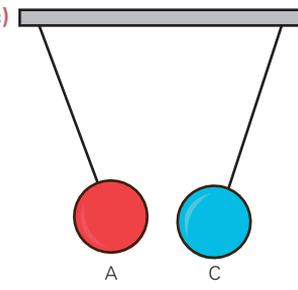
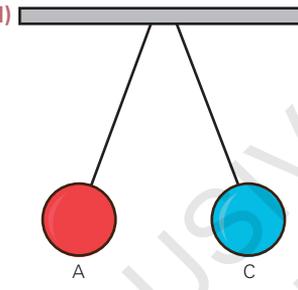
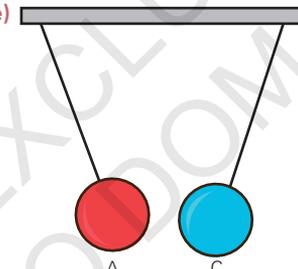
12. **UERJ** – Duas esferas metálicas idênticas estão carregadas com cargas elétricas de sinais iguais e módulos diferentes e se encontram situadas no vácuo, separadas uma da outra por uma distância x . Sobre a força elétrica, que atua em cada uma destas esferas, tem-se que são:
- a) iguais em módulo e possuem sentidos opostos.
 - b) iguais em módulo e possuem o mesmo sentido.
 - c) diferentes em módulo e possuem sentidos opostos.
 - d) diferentes em módulo e possuem o mesmo sentido.

13. **UNESP** – Em um experimento de eletrostática, um estudante dispunha de três esferas metálicas idênticas, **A**, **B** e **C**, eletrizadas, no ar, com cargas elétricas $5Q$, $3Q$ e $-2Q$, respectivamente.

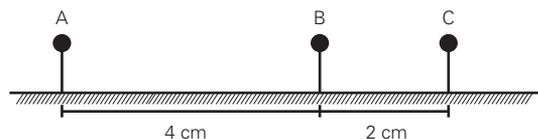


Utilizando luvas de borracha, o estudante coloca as três esferas simultaneamente em contato e, depois de separá-las, suspende **A** e **C** por fios de seda, mantendo-as próximas. Verifica, então, que elas interagem eletricamente, permanecendo em equilíbrio estático a uma distância d uma da outra. Sendo k a constante eletrostática do ar, assinale a alternativa que contém a correta representação da configuração de equilíbrio envolvendo as esferas **A** e **C** e a intensidade da força de interação elétrica entre elas.

- a)  e $F = \frac{10kQ^2}{d^2}$
- b)  e $F = \frac{4kQ^2}{d^2}$

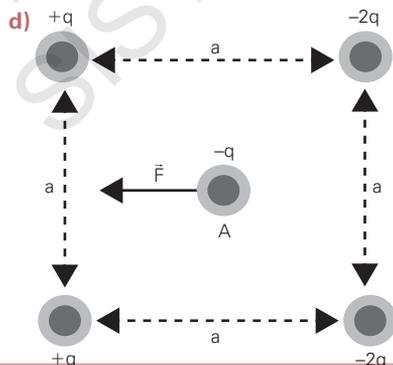
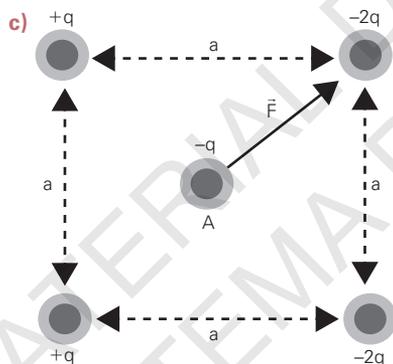
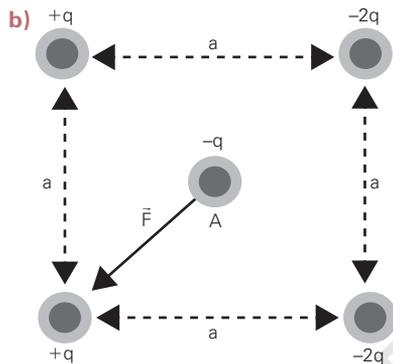
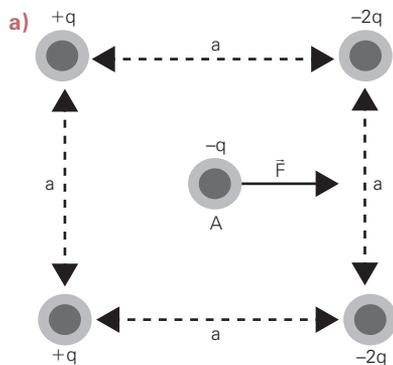
- c)  e $F = \frac{10kQ^2}{d^2}$
- d)  e $F = \frac{2kQ^2}{d^2}$
- e)  e $F = \frac{4kQ^2}{d^2}$

14. **PUC-RS (adaptado)** – Três esferas de dimensões desprezíveis **A**, **B** e **C** estão eletricamente carregadas com cargas elétricas respectivamente iguais a $2q$, q e q . Todas se encontram fixas, apoiadas em suportes isolantes e alinhadas horizontalmente, como mostra a figura abaixo:

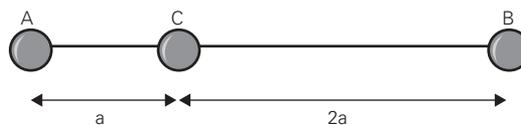


O módulo da força elétrica exercida por **B** na esfera **C** é F . Calcule o módulo da força elétrica exercida por **A** na esfera **B** em função de F .

15. Unicamp-SP – A atração e a repulsão entre partículas carregadas têm inúmeras aplicações industriais, tal como a pintura eletrostática. As figuras a seguir mostram um mesmo conjunto de partículas carregadas, nos vértices de um quadrado de lado a , que exercem forças eletrostáticas sobre a carga **A** no centro desse quadrado. Na situação apresentada, o vetor que melhor representa a força resultante agindo sobre a carga **A** se encontra na figura



16. Unicentro-PR (adaptado) – A figura representa três pequenas esferas, **A**, **B** e **C**, fixadas no vácuo e eletrizadas com a mesma carga Q .



Considerando-se que a força de repulsão entre **A** e **B** tem intensidade igual a $40,0\text{ N}$, a intensidade da força elétrica exercida por **A** e **B** sobre a esfera **C**, em N é:

- a) 300 N
- b) 330 N
- c) 360 N
- d) 390 N
- e) 420 N

17. Unicamp-SP (adaptada) – Forças eletrostáticas estão presentes no fenômeno da polinização de uma flor. Ao se aproximar da flor, um grão de pólen com carga eletrostática faz com que elétrons se acumulem na ponta do estigma da flor, o que por sua vez atrai o pólen, levando à fecundação da flor. A força elétrica entre duas cargas é dada por $F = k_e \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2}$, em que $k_e = 9 \cdot 10^9\text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

Se $q_1 = q_2 = 4,0 \cdot 10^{-14}\text{ C}$ são as cargas do grão e do estigma e a massa do grão de pólen é $0,1\text{ g}$, calcule a distância d entre o grão de pólen e o estigma para que a força elétrica atrativa entre eles se iguale ao peso do grão.

Considere: $g = 10\text{ m/s}^2$

ESTUDO PARA O ENEM

18. UFPE

C5-H17

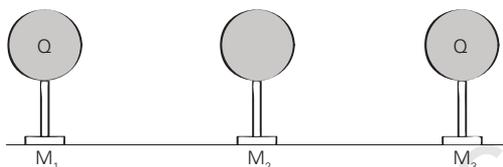
Considere os materiais:

1	Borracha	5	Vidro
2	Porcelana	6	Ouro
3	Alumínio	7	Mercúrio
4	Nylon	8	Madeira

Assinale a alternativa, na qual os três materiais citados são bons condutores.

- a) 5, 7 e 8
 b) 3, 5 e 6
 c) 3, 4 e 6
 d) 3, 6 e 7
 e) 1, 3 e 7

19. Fuvest-SP – Três esferas metálicas, M_1 , M_2 , M_3 , de mesmo diâmetro e montadas em suportes isolantes, estão bem afastadas entre si e longe de outros objetos.



Inicialmente M_1 e M_3 têm cargas iguais, com valor Q , e M_2 está descarregada. São realizadas duas operações, na sequência indicada:

- I. A esfera M_1 é aproximada de M_2 até que ambas fiquem em contato elétrico. A seguir, M_1 é afastada até retornar à sua posição inicial.
 II. A esfera M_3 é aproximada de M_2 até que ambas fiquem em contato elétrico. A seguir, M_3 é afastada até retornar à sua posição inicial.

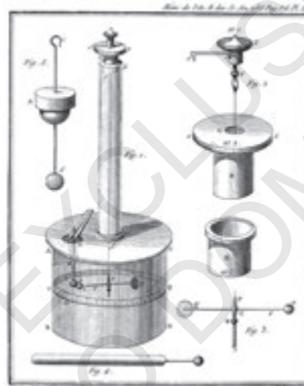
Após essas duas operações, as cargas nas esferas serão cerca de:

	M_1	M_2	M_3
a)	$Q/2$	$Q/4$	$Q/4$
b)	$Q/2$	$3Q/4$	$3Q/4$
c)	$2Q/3$	$2Q/3$	$2Q/3$
d)	$3Q/4$	$Q/2$	$3Q/4$
e)	Q	zero	Q

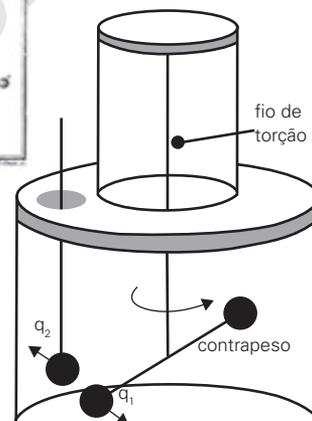
20. UFJF-MG

C1-H3

Em 1785, Charles Augustin de Coulomb, com um auxílio de uma balança de torção, investigou a interação entre cargas elétricas. A balança é composta por uma haste isolante, com duas esferas em suas extremidades, sendo uma isolante (contrapeso) e outra condutora, como mostram as figuras abaixo. Todo o conjunto é suspenso por um fio de torção. Quando o sistema entra em equilíbrio, a esfera condutora é carregada com uma carga q_1 e outra esfera, com carga q_2 , é aproximada da esfera metálica. O sistema sofre uma torção, que depende do sinal e intensidade das cargas. Com isso, é possível determinar a força de interação entre as esferas carregadas em função do ângulo de rotação. Assim, assinale a alternativa que descreve a Lei de Coulomb.



A balança de torção de Coulomb, *Mémoires de l'Académie des Sciences*, 1784.



Esquema simplificado da balança de torção de Coulomb

- a) A força elétrica é proporcional ao produto das cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas.
 b) A força elétrica é proporcional ao produto das massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas.
 c) A força elétrica é proporcional ao somatório das cargas e inversamente proporcional à distância entre elas.
 d) Independentemente dos sinais das cargas, a torção no fio não mudará de direção.
 e) Quanto maior a massa das esferas, maior a aceleração causada pela força Coulombiana.

2

CAMPO ELÉTRICO E CAMPO ELÉTRICO UNIFORME

- Campo elétrico
- Vetor campo elétrico
- Campo elétrico em virtude de uma carga elétrica puntiforme
- Gráfico de $E \times d$
- Campo elétrico em virtude de várias cargas elétricas puntiformes
- Linhas de campo elétrico (linhas de força)
- Representação dos campos elétricos
- Equilíbrio de cargas num campo elétrico uniforme

HABILIDADES

- Confrontar interpretações científicas com interpretações baseadas no senso comum, ao longo do tempo ou em diferentes culturas.
- Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.
- Utilizar leis físicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da eletrostática.
- Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

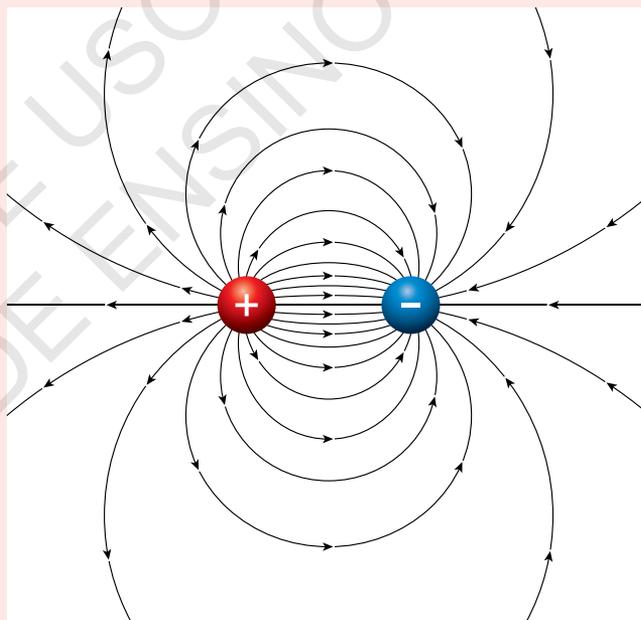
CONCEITO DE CAMPO ELÉTRICO

Sabemos que entre dois corpos eletrizados existe uma força, que pode ser de atração ou de repulsão. Você já se perguntou como uma partícula percebe a existência de outra, sem que haja um contato entre elas?

Para responder a esta pergunta, podemos fazer uma analogia com o campo gravitacional, estabelecida por Newton, no século XVII. Segundo Newton, a matéria, que é constituída por massa, gera ao seu redor um campo – **o campo gravitacional** – que deforma o espaço ao seu redor, causando forças em corpos que venham a ocupar essa região.

Analogamente, as cargas elétricas também geram um campo – **o campo elétrico** – capaz de exercer forças em outras cargas que venham a ocupar essa região.

A ideia de campo elétrico só foi estabelecida no século XIX, por Michael Faraday, junto com o conceito de *linhas de força*, hoje conhecidas como **linhas de campo elétrico**, que são as orientações dos campos elétricos na vizinhança do corpo eletrizado.



PETERHERMESFURIAN/ISTOCKPHOTO

O **campo elétrico** é um *campo vetorial*, ou seja, uma distribuição de vetores em torno de um corpo eletricamente carregado, como um bastão de vidro eletrizado.

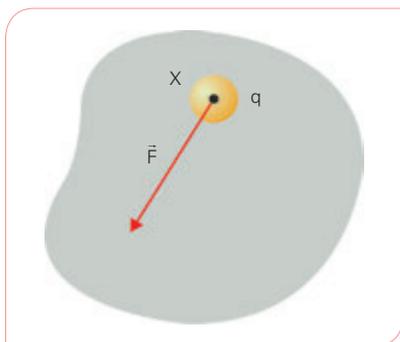
Ao aproximar um bastão eletrizado de um pêndulo eletrostático, nota-se que, enquanto a distância entre ambos é grande, nada indica que exista alguma força entre eles. A partir de certa distância, torna-se evidente a existência de algo que origina uma interação entre ambos, seja de atração, seja de repulsão.



Essa região de influência do bastão, em virtude da carga elétrica na qual ocorrem as interações, indica a existência de um campo elétrico. Assim sendo, quando se quiser comprovar a existência ou não de um campo elétrico em dada região, basta colocar nela uma *carga de prova*. Se for verificada a existência de uma força (ação) de natureza elétrica, é possível afirmar que existe campo elétrico nesta região.

VETOR CAMPO ELÉTRICO

Ao colocarmos uma *carga de prova* em um ponto qualquer, podemos perceber a existência de um campo elétrico. A carga de prova q , positiva, fica sujeita à ação de uma força elétrica \vec{F} , como podemos ver na figura a seguir.

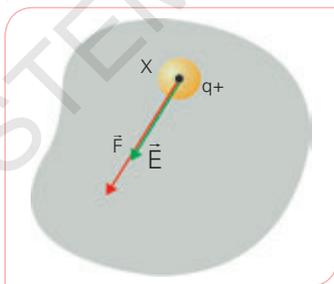


No ponto X, onde é colocada a carga de prova q , o campo elétrico é representado pelo vetor campo elétrico, definido pela razão entre força elétrica e módulo de carga elétrica q , ou seja:

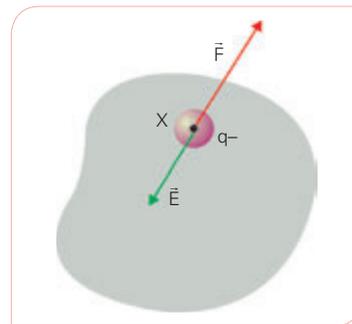
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

O vetor campo elétrico no ponto X tem

- **Direção:** a mesma da força \vec{F} ;
- **Sentido:** igual ao de \vec{F} se q for positiva, e oposto ao de \vec{F} , se q for negativa;
- **Intensidade:** $E = \frac{F}{|q|}$.



Se a carga de prova q for **negativa**, o sentido da força elétrica \vec{F} será oposto ao anterior, mas o sentido do campo elétrico será o mesmo, pois a carga de prova é utilizada somente para constatar a existência do campo. Observe a figura a seguir:



Como $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$, a unidade de campo elétrico no sistema internacional de unidades pode ser determinada da seguinte maneira:

tema internacional de unidades pode ser determinada da seguinte maneira:

$$[E] = \frac{[F]}{[q]} = [k] \cdot \frac{[q_1] \cdot [q_2]}{[d^2]} \cdot \frac{1}{[q]} = \text{N} \cdot \frac{\text{m}^2 \cdot \text{C}^2}{\text{C}^2 \cdot \text{m}^2} \cdot \frac{1}{\text{C}} \Rightarrow \\ \Rightarrow [E] = \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Porém, podemos representar o campo elétrico em outra unidade, o volt por metro, dado que

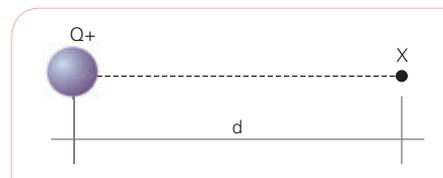
$$1\text{V} = 1 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{C}}$$

$$[E] = \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

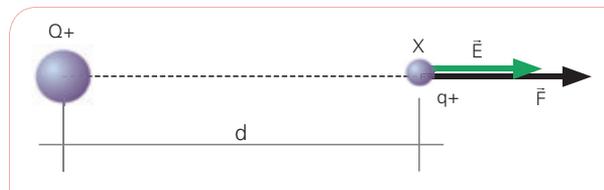
CAMPO ELÉTRICO EM VIRTUDE DE CARGA ELÉTRICA PUNTIFORME

Considere uma carga elétrica puntiforme Q positiva e isolada, ou seja, que não sofra influência de outras cargas elétricas. Essa carga Q gera, ao seu redor, um campo elétrico.

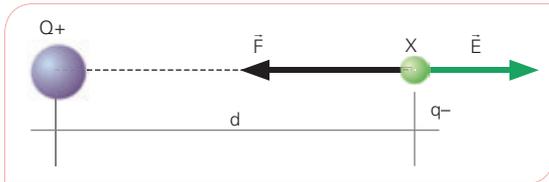
Pode-se determinar o campo elétrico num ponto X situado à distância d da carga elétrica, conforme figura:



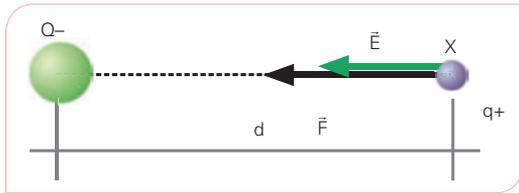
Colocando uma carga de prova q positiva no ponto X, nota-se que ela fica sujeita à força de repulsão \vec{F} . Isso permite concluir que nesse ponto existe um campo elétrico \vec{E} , apontando para fora, em virtude da carga elétrica Q positiva, que é a geradora do campo.



Observe que, se trocarmos a carga positiva q por outra negativa, a força entre as cargas será de atração, porém o vetor campo elétrico não sofrerá alteração. Lembre-se: O vetor campo elétrico é independente da carga de prova.

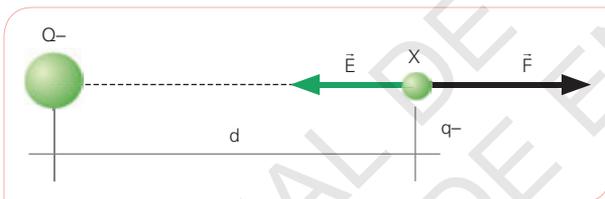


Voltemos ao primeiro caso. O que ocorrerá se substituirmos a carga geradora $+Q$ por uma de sinal contrário, diante da mesma carga de prova positiva $+q$?



Repare que agora o campo elétrico aponta para dentro, pois a carga geradora é negativa e a força elétrica também é para dentro, devido à atração entre as cargas de sinais contrários.

Por fim, mantendo-se a carga geradora negativa e trocando a carga de prova q por outra também negativa, o vetor \vec{E} não se altera, mas a força passa a ser de repulsão.



Resumo:

- O vetor campo elétrico tem direção da reta que passa pelo ponto e pela carga Q geradora;
- Carga elétrica positiva sempre gera campo elétrico nos pontos ao seu redor com sentido de afastamento em relação a ela;
- Carga elétrica negativa sempre gera campo elétrico nos pontos ao seu redor com sentido de aproximação em relação a ela.

GRÁFICO $E \times D$

Temos que $E = \frac{F}{|q|}$ e, pela **Lei de Coulomb**,

$$F = k \cdot \frac{|Q_1| \cdot |q_2|}{d^2}, \text{ logo } E = k \cdot \frac{Q \cdot q_2}{d^2} \cdot \frac{1}{|q|} = k \cdot \frac{|Q|}{d^2}$$

Com isso, podemos construir um gráfico do campo elétrico E em função da distância d .

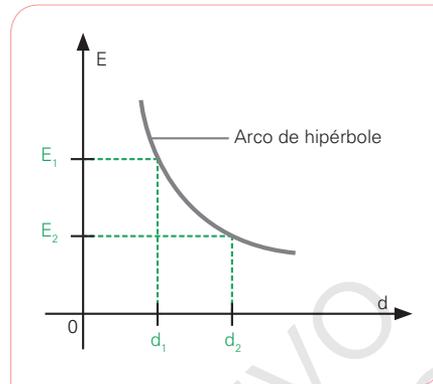


Gráfico $E \times d$

Se a distância d tende ao infinito, o campo elétrico E tende a zero. Analogamente, se d tende a zero, E tende ao infinito.

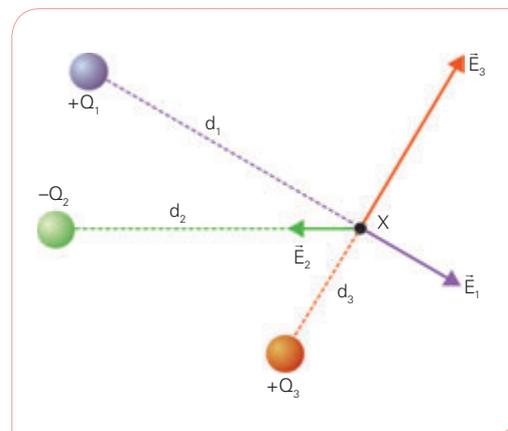
$$\text{Se } d \rightarrow \infty \Leftrightarrow E \rightarrow 0$$

$$\text{Se } d \rightarrow 0 \Leftrightarrow E \rightarrow \infty$$

CAMPO ELÉTRICO EM VIRTUDE DE VÁRIAS CARGAS ELÉTRICAS PUNTIFORMES

Supõe-se que numa região do espaço existam várias cargas elétricas puntiformes Q_1, Q_2, \dots . Cada uma delas gera, ao seu redor, um campo elétrico, independentemente da presença das outras. Portanto, em cada ponto dessa região tem-se a superposição de vários campos elétricos, cada qual gerado por uma das cargas.

Como exemplo, veja, na figura seguinte, a ilustração dos campos elétricos gerados pelas cargas elétricas Q_1, Q_2 e Q_3 num ponto X da região em torno das cargas:



O campo elétrico resultante no ponto X é dado pela soma vetorial dos campos elétricos \vec{E}_1, \vec{E}_2 e \vec{E}_3 :

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

Ou seja, para o caso de duas dimensões, somamos os componentes do eixo das abscissas e do eixo das ordenadas dos campos elétricos \vec{E}_1 , \vec{E}_2 e \vec{E}_3

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y$$

No eixo \mathbf{x} : $\vec{E}_x = E_1 \cdot \hat{x} + E_2 \cdot \hat{x} + E_3 \cdot \hat{x}$ (\hat{x} é o vetor unitário do eixo \mathbf{x}).

No eixo \mathbf{y} : $\vec{E}_y = E_1 \cdot \hat{y} + E_2 \cdot \hat{y} + E_3 \cdot \hat{y}$ (\hat{y} é o vetor unitário do eixo \mathbf{y}).

Sendo $E_i = k \cdot Q_i \frac{1}{d_i^2}$, $\forall i = 1, 2, 3$

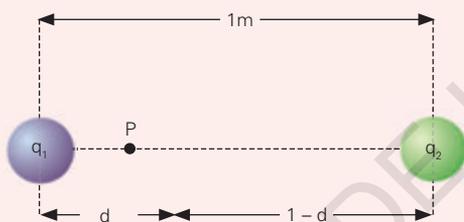
EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. PUC-RJ—Duas cargas pontuais $q_1 = 3,0 \mu\text{C}$ e $q_2 = 6,0 \mu\text{C}$ são colocadas a uma distância de 1,0 m entre si. Calcule a distância, em metros, entre a carga q_1 e a posição, situada entre as cargas, onde o campo elétrico é nulo. Considere: $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

- a) 0,3
- b) 0,4**
- c) 0,5
- d) 0,6
- e) 2,4

Resolução

Chamamos a distância da carga q_1 até o ponto P (ponto onde o campo elétrico é nulo) de d ; logo, a distância de P até q_2 é de $1 - d$, como mostra a figura a seguir.



Assim, temos que o campo elétrico gerado por q_1 deve ser igual ao campo elétrico gerado por q_2 , então

$$\begin{aligned} E_1 &= k \cdot \frac{q_1}{d^2} = \\ &= k \cdot \frac{q_2}{(1-d)^2} = E_2 \end{aligned}$$

$$\text{Portanto, } \frac{3,0}{d^2} = \frac{6,0}{(1-d)^2} \rightarrow (1-d)^2 = 2d^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - d = d\sqrt{2}$$

Considerando que $d > 0$, temos $1 - d = d\sqrt{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow d = \frac{1}{(1 + \sqrt{2})} \approx 0,4 \therefore d \approx 0,4 \text{ m}$$

2. UNISC – Qual dessas expressões representa a lei de Coulomb em eletricidade?

- a) $F = \frac{K \cdot Q \cdot q}{r}$
- b) $V = \frac{K \cdot Q}{r}$
- c) $F = \frac{K \cdot Q \cdot q}{2 \cdot r}$
- d) $E = \frac{K \cdot q}{r^2}$
- e) $F = \frac{K \cdot Q \cdot q}{r^2}$

A intensidade da Força elétrica trocada entre cargas puntiformes será diretamente proporcional estas cargas envolvidas e inversamente proporcional ao quadrado da distância.

Linhas de Campo Elétrico (Linhas de Força)

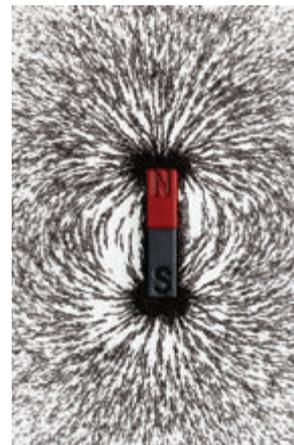
A figura ao lado mostra a distribuição de limalhas de ferro espalhadas sobre uma folha de papel, colocada sobre um ímã demarcado com seus dois polos, sendo o norte da cor vermelha. Trata-se de um modo prático de se visualizar o campo magnético gerado pelo ímã.

Para facilitar a visualização do conceito de campo elétrico e explicar as ações a distância entre corpos eletrizados, Michael Faraday (1791-1867) propôs um conceito correlato.

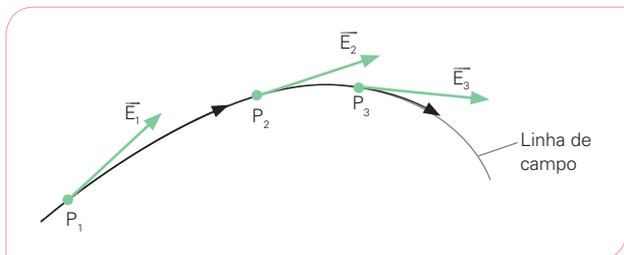
Para ele, linhas formadas pelas limalhas de ferro, embora invisíveis, poderiam ser utilizadas para a visualização de um campo numa região. Faraday nomeou-as de **linhas de força**, hoje conhecidas como **linhas de campo**.

Para um campo elétrico em particular, linhas de campo são imaginárias; orientadas, podem ser retas ou curvas e indicam, ponto a ponto, o vetor campo elétrico na região.

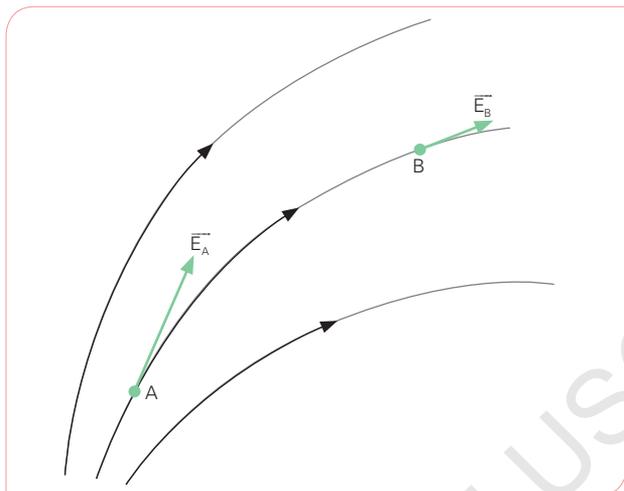
Portanto, dado um ponto qualquer em uma linha de campo, a direção do vetor campo elétrico nesse ponto é tangente à curva e seu sentido é o mesmo da linha de



campo. Na figura a seguir, observamos o vetor campo elétrico em três pontos distintos.



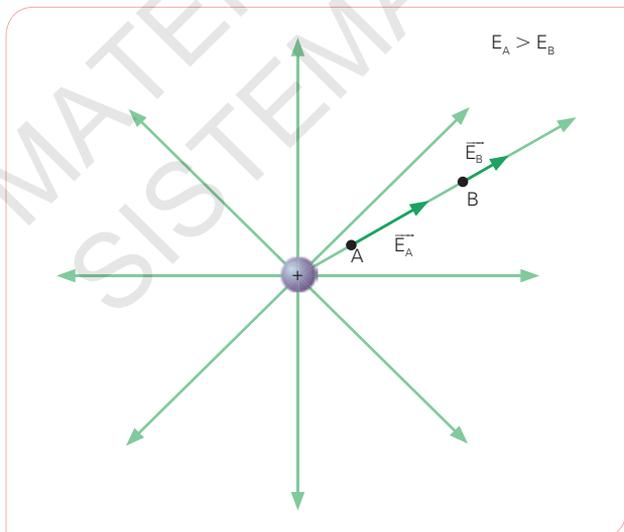
Em relação ao módulo (intensidade) do vetor campo elétrico, ele é proporcional à densidade das linhas de campo, ou seja, onde há maior concentração de linhas de campo o módulo do campo elétrico é mais intenso.



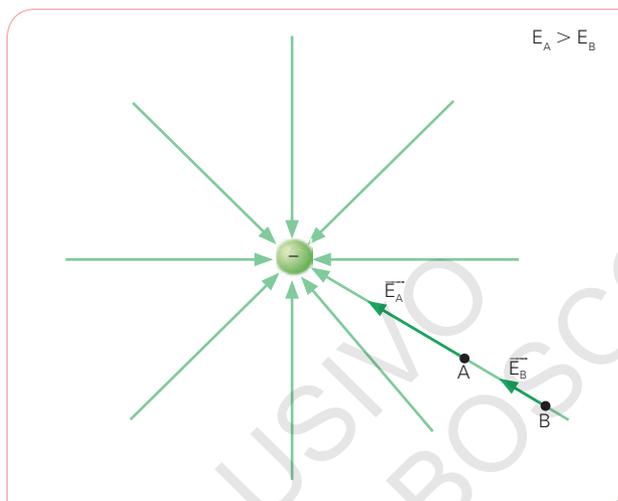
Observe que $E_A > E_B$, pois a densidade das linhas de campo no ponto A é maior que a densidade no ponto B.

REPRESENTAÇÃO DOS CAMPOS ELÉTRICOS

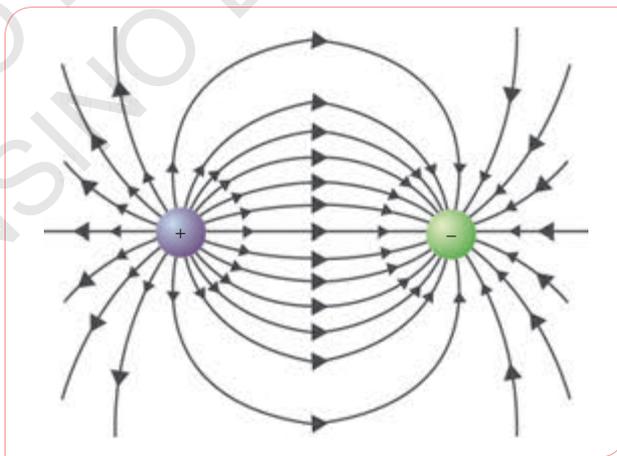
- **Carga elétrica puntiforme positiva:** as linhas de campo são retas concorrentes na carga elétrica, orientadas com o sentido de *afastamento* da carga.



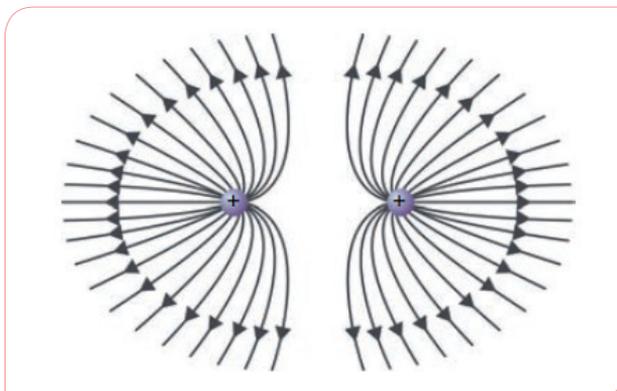
- **Carga elétrica puntiforme negativa:** as linhas de campo são retas concorrentes na carga elétrica, orientadas com o sentido de *aproximação* da carga.



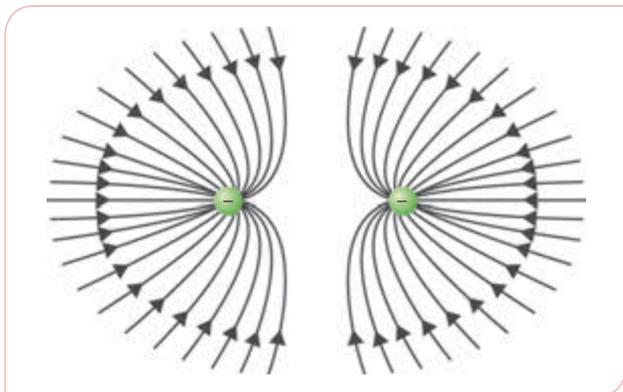
- **Dois cargas elétricas puntiformes de sinais contrários:** as linhas de campo são orientadas da carga positiva para a carga negativa. Observe a semelhança com o conceito que Faraday propôs utilizando um ímã e limalha de ferro.



- **Dois cargas elétricas puntiformes, ambas positivas:** as linhas de campo se formam com o sentido de *afastamento* das cargas, ilustrando a repulsão entre elas.



- **Duas cargas elétricas puntiformes, ambas negativas:** as linhas de campo se formam com o sentido de *aproximação* das cargas, ilustrando a repulsão entre elas.



- **Campo elétrico uniforme:** Supondo-se que em dada região existe um campo elétrico, se o vetor campo elétrico possuir o mesmo módulo (intensidade), a mesma direção e o mesmo sentido em todos os pontos dessa região, diz-se que o campo elétrico é uniforme.

As linhas de campo, que representam um campo elétrico uniforme, são retas paralelas igualmente espaçadas umas das outras.



EQUILÍBRIO DE CARGAS NUM CAMPO ELÉTRICO UNIFORME

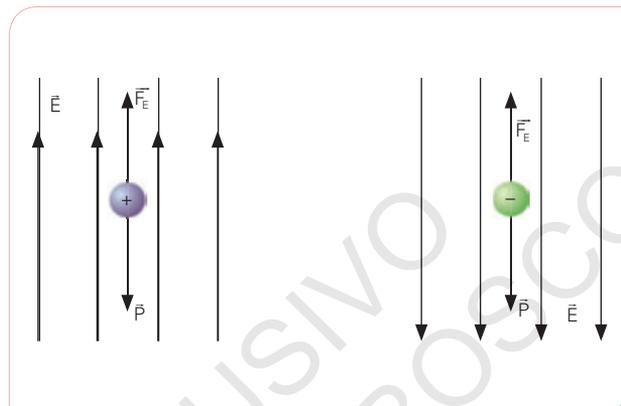
Quando uma partícula eletrizada com carga q , positiva ou negativa, é colocada, inicialmente em repouso, em uma região de campo elétrico uniforme, ela recebe a ação de uma força elétrica, com módulo dado por:

$$F = E \cdot |q|$$

Essa força elétrica possui a mesma direção das linhas de força do campo elétrico e o mesmo sentido das linhas de força, se a carga elétrica for positiva; e o sentido contrário às linhas de forças, se a carga elétrica for negativa. Em qualquer um dos casos, o movimento da partícula é **uniformemente acelerado**.

Assim, para que uma partícula eletrizada permaneça em equilíbrio no campo elétrico, é preciso a existência

de outra força, além da força elétrica. Se forem considerados os efeitos gravitacionais sobre a partícula, essa outra força pode ser a gravitacional (força peso). Nesse caso, elas devem obedecer às condições mostradas na figura.



Portanto, para que exista o equilíbrio de uma partícula de massa m , devemos ter a força elétrica igual, em módulo, à força peso. Nesse caso, para ambos os casos da carga positiva ou negativa, temos

$$F_E = P \Rightarrow E \cdot q = m \cdot g$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. Unespar-PR (adaptado) – Considere uma carga elétrica de carga $Q = + 12,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$. Qual a intensidade do campo elétrico (E) que ela produz sobre uma carga de prova localizada à $0,3 \text{ m}$ de distância?

(Dado: $k = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$).

- a) $E = 1,2 \cdot 10^9 \text{ N/C}$
- b) $E = 12,0 \cdot 10^9 \text{ N/C}$
- c) $E = 2,0 \cdot 10^6 \text{ N/C}$
- d) $E = 1,0 \cdot 10^6 \text{ N/C}$
- e) $E = 1,2 \cdot 10^6 \text{ N/C}$**

Resolução

Temos que

$$E = k \cdot \frac{q}{d^2} = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{12,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{(0,3)^2 \text{ m}^2} =$$

$$= \frac{9,0 \cdot 12,0 \cdot 10^3}{9,0 \cdot 10^{-2}} \text{ N/C} = 1,2 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

$$\therefore E = 1,2 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

4. Uma carga de massa m está eletrizada com uma carga elétrica $q = 1 \mu\text{C}$ e encontra-se em um campo elétrico uniforme de módulo $E = 5,0 \cdot 10^1 \text{ N/C}$. Para que essa carga permaneça em repouso dentro desse campo, qual deve ser a sua massa?

(Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Resolução

Temos que o módulo da força elétrica resultante na carga é de $F = E \cdot q = 5,0 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \text{ N} = m \cdot 10 \text{ m/s}^2$. Logo, $5,0 \cdot 10^{-6} \text{ kg} = m$, ou seja, $m = 0,005 \text{ g}$

ROTEIRO DE AULA

CAMPO ELÉTRICO

CAMPO VETORIAL

VETOR CAMPO ELÉTRICO

(Carga de prova sujeita à força elétrica)

LINHAS DE CAMPO ELÉTRICO

Para uma carga puntiforme:
o vetor tem direção da reta que passa pelo ponto e pela carga geradora.

q_+ : campo ao redor com afastamento

Q_- : campo ao redor com

aproximação

Para várias cargas puntiformes:

o campo elétrico resultante é dado pela soma

vetorial dos campos.

Direção

Sentido

intensidade

É a mesma força

Se positiva: igual ao da força.
Se negativa: oposto ao da força.

A força varia a intensidade de acordo com o módulo das quantidades de carga.

ROTEIRO DE AULA

LINHAS DE CAMPO ELÉTRICO

**Linhas imaginárias
propostas por Faraday**

Cargas elétricas puntiformes

Positiva: linhas de campo orientadas com o sentido de afastamento da carga

Várias cargas puntiformes geram campos independentes

Negativa: linhas de campo orientadas com o sentido de aproximação da carga

O vetor campo elétrico é tangente às linhas de campo

Quanto maior a densidade de linhas de campo, maior o campo elétrico

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Fuvest-SP – Em uma aula de laboratório de Física, para estudar propriedades de cargas elétricas, foi realizado um experimento em que pequenas esferas eletrizadas são injetadas na parte superior de uma câmara, em vácuo, onde há um campo elétrico uniforme na mesma direção e sentido da aceleração local da gravidade. Observou-se que, com campo elétrico de módulo igual a $2 \cdot 10^3 \text{ V/m}$, uma das esferas, de massa $3,2 \cdot 10^{-15} \text{ kg}$, permanecia com velocidade constante no interior da câmara. Essa esfera tem

Note e adote:

carga do elétron = $-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

carga do próton = $+1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

aceleração local da gravidade = 10 m/s^2

- a) o mesmo número de elétrons e de prótons.
b) 100 elétrons a mais que prótons.
 c) 100 elétrons a menos que prótons.
 d) 2.000 elétrons a mais que prótons.
 e) 2.000 elétrons a menos que prótons.

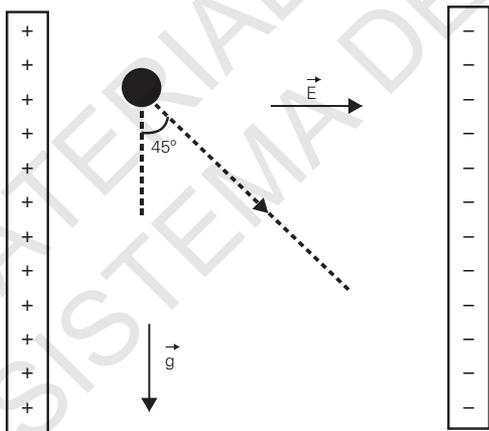
Como a esfera está com velocidade constante no interior da câmara, a força resultante é nula. Temos também que como a força deve ter direção contrária à força peso (e ao campo elétrico), então a carga é negativa.

$$\text{Logo } F = P \Rightarrow E \cdot |q| = m \cdot g \Rightarrow 2 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot |q| = 3,2 \cdot 10^{-15} \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Assim, como } 1 \text{ V} = 1 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{C}}, \text{ temos } |q| = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ C} = 100 \cdot e$$

Portanto, a esfera tem 100 elétrons a mais que prótons.

2. FPS-PE – Uma partícula de massa M e carga Q é liberada do repouso numa região de vácuo entre duas placas carregadas, onde existe um campo elétrico uniforme de módulo E e direção horizontal (ver figura a seguir).



A ação das forças peso e elétrica sobre a partícula faz com que a sua trajetória seja diagonal, formando um ângulo de 45° com a vertical. O módulo da aceleração da gravidade é denotado por g . Pode-se afirmar que a razão carga massa (Q/M) da partícula é igual a

- a) $g \cdot E$
b) $1/(g \cdot E)$
 c) g/E
 d) E/g

A força elétrica tem direção horizontal e sentido para a direita de módulo $F = Q \cdot E$ e a força peso $P = M \cdot g$ tem direção vertical e sentido para baixo.

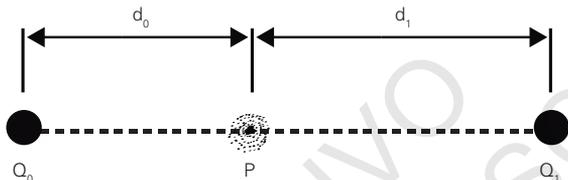
Com isso, podemos somar os vetores \vec{F} e \vec{P} , resultando em

$$\text{tg}(45^\circ) = \frac{P}{F} = \frac{M \cdot g}{Q \cdot E} \Rightarrow 1 = \frac{M \cdot g}{Q \cdot E} \Rightarrow \frac{Q}{M} = \frac{g}{E}$$

3. Escola Naval-SP

C6-H21

Analise a figura a seguir.



Fonte: Escola Naval - RJ.

Duas cargas pontiformes desconhecidas (Q_0, Q_1) estão fixas em pontos distantes, d_0 e d_1 do ponto P , localizado sobre a reta que une as cargas (ver figura). Supondo que, se um elétron é cuidadosamente colocado em P e liberado do repouso, ele se desloca para direita (no sentido da carga Q_1). Sendo assim, pode-se afirmar que, se Q_0, Q_1

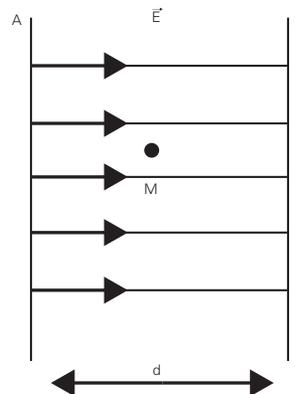
- a) são positivas, então $d_1 < d_0$.**
 b) são negativas, então $d_0 < d_1$.
 c) têm sinais contrários, Q_1 é a carga negativa.
 d) têm sinais contrários, Q_0 é a carga positiva.
 e) têm o mesmo sinal, o campo elétrico resultante em P aponta para a esquerda.

Como a partícula está se deslocando para a direita, temos que a força tem sentido da esquerda para a direita. Com isso, e sendo que a partícula possui carga elétrica negativa, concluímos que o campo elétrico resultante em P aponta para a esquerda.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Utilizar leis físicas e/ou químicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da termodinâmica e/ou do eletromagnetismo.

4. FGV-SP (adaptado) – Duas placas metálicas planas **A** e **B**, dispostas paralela e verticalmente a uma distância mútua d , são eletrizadas com cargas iguais, mas de sinais opostos, criando um campo elétrico uniforme E em seu interior, onde se produz um vácuo. A figura mostra algumas linhas de força na região mencionada.



Uma partícula, de massa m e carga positiva q é abandonada do repouso no ponto médio M entre as placas. Desprezados os efeitos gravitacionais, essa partícula deverá atingir a placa B com qual velocidade v ?

Temos que a única força que atua na partícula é a elétrica proveniente do campo elétrico uniforme. Como $q > 0$, então ela vai em direção à placa B, logo

$$F = m \cdot a$$

$$F = E \cdot q$$

$$\text{Portanto, } m \cdot a = E \cdot q \Rightarrow a = \frac{E \cdot q}{m}$$

Mas $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$. Temos que $v_0 = 0$ e $\Delta S = d/2$

$$\text{Assim, } v^2 = 2 \cdot \frac{E \cdot q \cdot d}{m \cdot 2} = \frac{E \cdot q \cdot d}{m}$$

$$\text{Então, } v = \sqrt{\frac{E \cdot q \cdot d}{m}}$$

5. PUC-RJ – Duas partículas carregadas exercem uma sobre a outra uma força atrativa de $7,2 \mu\text{N}$ quando a separação entre elas é de $0,10 \text{ m}$. Considere: a constante de Coulomb igual a $9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

Calcule:

a) a carga de uma das partículas sabendo que a outra tem $-4,0 \text{ nC}$;

Temos que, pela Lei de Coulomb,

$$F = 7,2 \cdot 10^{-6} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{q \cdot 4,0 \cdot 10^{-9}}{(0,1)^2}$$

Como a força é de atração, a outra carga é positiva.

$$q = \frac{7,2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-2}}{9,0 \cdot 10^9 \cdot 4,0 \cdot 10^{-9}} = 2,0 \cdot 10^{-9} = 2,0 \text{ nC} \cdot q = 2,0 \text{ nC}$$

b) o módulo do campo elétrico à meia distância entre as cargas.

$$\text{Temos que } F = E \cdot q \rightarrow E = \frac{F}{q} = k \cdot \frac{Q}{d^2}$$

Então, o campo gerado por Q (negativa) é

$$E_1 = K \cdot \frac{Q}{d^2} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-9}}{(0,05)^2} = 1,44 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$

Já o campo gerado por q (positiva) é

$$E_2 = K \cdot \frac{q}{d^2} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{2,0 \cdot 10^{-9}}{(0,05)^2} = 0,72 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$

Como os dois vetores possuem mesma direção e mesmo sentido o campo elétrico resultante terá intensidade

$$E_R = E_1 + E_2 = 1,44 \cdot 10^4 + 0,72 \cdot 10^4 = 2,16 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\therefore E_R = 2,16 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

6. Acafe-SC – Em uma atividade de eletrostática, são dispostas quatro cargas pontuais (de mesmo módulo) nos vértices de um quadrado. As cargas estão dispostas em ordem cíclica seguindo o perímetro a partir de qualquer vértice.

A situação em que o valor do campo elétrico no centro do quadrado **não** será nulo é:

a) $+|q|, -|q|, +|q|, -|q|$

b) $+|q|, +|q|, +|q|, +|q|$

c) $+|q|, -|q|, -|q|, -|q|$

d) $-|q|, -|q|, -|q|, -|q|$

Nas alternativas a, b e d, o campo elétrico produzido no centro será nulo. Em **a**, as cargas positivas estão à mesma distância do centro e em lados opostos, assim como as cargas negativas, gerando campos que se cancelam. Em **b**, só há cargas positivas, que estão à mesma distância do centro, o que irá gerar campos opostos que se opõem e se cancelam no centro e o mesmo ocorre em d, porém com cargas negativas.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

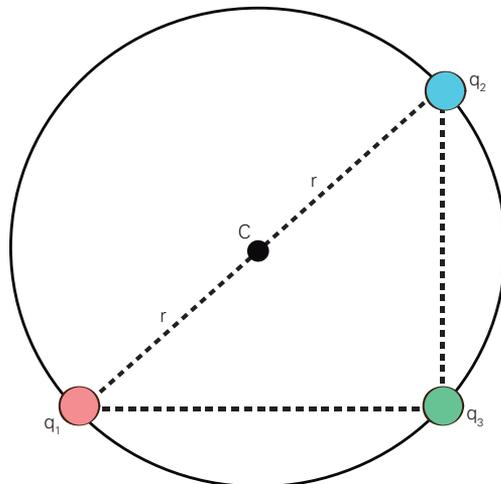
7. Emescam-ES – Em relação aos fenômenos elétricos, assinale abaixo a única alternativa **errada** no que se refere ao sistema de duas cargas elétricas positivas q_1 e q_2 , mantidas fixas a uma distância d entre elas.

- Ao duplicarmos o valor das duas cargas, verificamos que a força de repulsão entre elas quadruplica.
- Ao reduzirmos a distância entre elas pela metade, verificamos que a força de repulsão também quadruplica.
- Ao triplicarmos o valor de uma das cargas e a distância entre elas, verificamos que a força de repulsão elétrica permanece inalterada.
- O vetor campo elétrico só é nulo num determinado ponto entre as cargas, situado na linha que liga as duas.
- Caso as cargas tenham massas diferentes e sejam liberadas de suas posições iniciais, elas irão sofrer acelerações diferentes, provocando afastamento entre elas.

8. UFPI (adaptado) – Uma carga de prova q , colocada num ponto de um campo elétrico $E = 2,0 \cdot 10^3 \text{ N/C}$, sofre ação de uma força $F = 18 \cdot 10^{-5} \text{ N}$. Determine o valor dessa carga, em Coulombs.

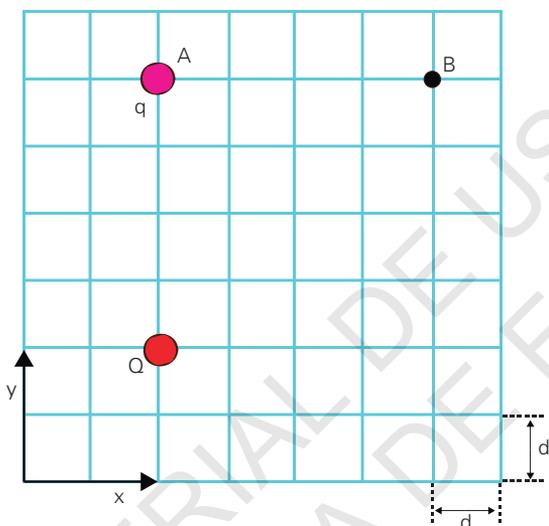
- $9 \cdot 10^{-6}$
- $9 \cdot 10^{-8}$
- $6 \cdot 10^{-6}$
- $6 \cdot 10^{-8}$

9. UNESP (adaptado) – Três esferas puntiformes, eletrizadas com cargas elétricas $q_1 = q_2 = +Q$ e $q_3 = -2Q$, estão fixas e dispostas sobre uma circunferência de raio r e centro C , em uma região onde a constante eletrostática é igual a k_0 , conforme representado na figura.



Considere E_C o módulo do campo elétrico no ponto **C** devido às três cargas. Determine o valor de E_C .

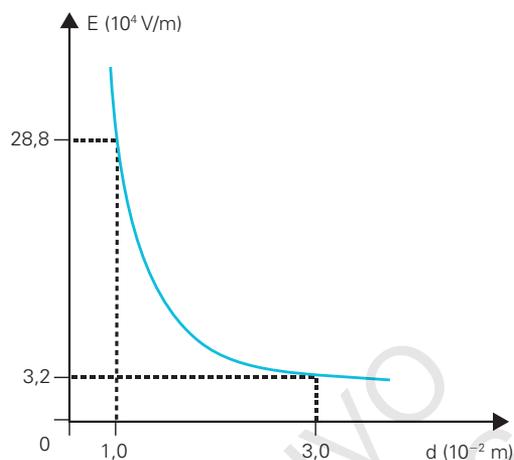
- 10. UNIFESP (adaptado)** – Uma carga elétrica puntiforme $Q > 0$ está fixa em uma região do espaço e cria um campo elétrico ao seu redor. Outra carga elétrica puntiforme q , também positiva, é colocada em determinada posição desse campo elétrico, podendo mover-se dentro dele. A malha quadriculada representada na figura está contida em um plano xy , que também contém as cargas.



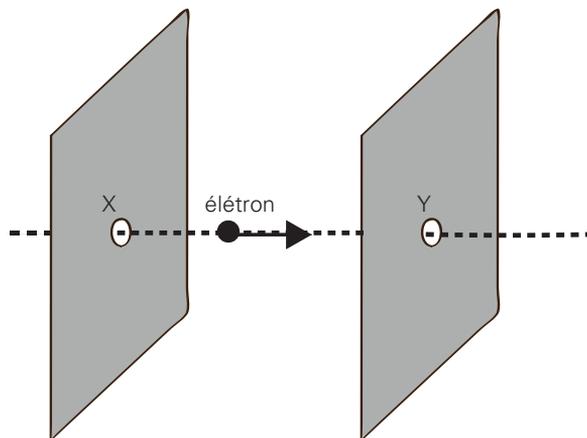
Quando na posição A, q fica sujeita a uma força eletrostática de módulo F exercida por Q . Qual o módulo da força eletrostática F' entre Q e q , em função apenas de F , quando q estiver na posição B?

- $F' = 2F$
- $F' = F/2$
- $F' = 4F$
- $F' = F/4$

- 11 Mackenzie-SP** – O módulo do vetor campo elétrico (E) gerado por uma esfera metálica de dimensões desprezíveis, eletrizada positivamente, no vácuo ($k_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$), varia com a distância ao seu centro (d), segundo o diagrama dado. Sendo $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (módulo da carga do elétron ou do próton) a carga elementar, podemos afirmar que essa esfera possui:



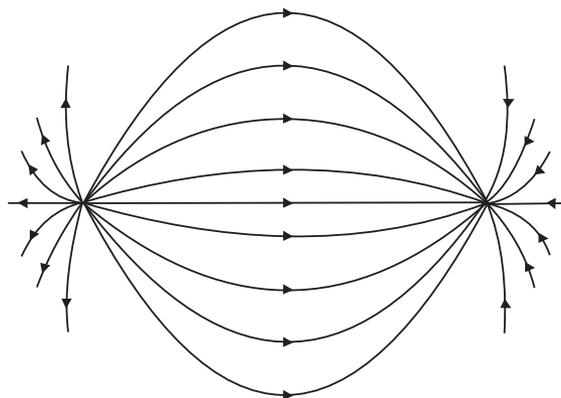
- um excesso de $1 \cdot 10^{10}$ elétrons em relação ao número de prótons.
 - um excesso de $2 \cdot 10^{10}$ elétrons em relação ao número de prótons.
 - um excesso de $1 \cdot 10^{10}$ prótons em relação ao número de elétrons.
 - um excesso de $2 \cdot 10^{10}$ prótons em relação ao número de elétrons.
 - igual número de elétrons e prótons.
- 12. Udesp (adaptado)** – Qual a carga elétrica de uma partícula com 2,0 g de massa, para que ela permaneça em repouso, quando colocada em um campo elétrico vertical, com sentido para baixo e intensidade igual a 500 N/C?
- 13. Famerp-SP** – A figura representa um elétron atravessando uma região onde existe um campo elétrico. O elétron entrou nessa região pelo ponto X e saiu pelo ponto Y, em trajetória retilínea.



Sabendo que na região do campo elétrico a velocidade do elétron aumentou com aceleração constante, o campo elétrico entre os pontos X e Y tem sentido

- de Y para X, com intensidade maior em Y.
- de Y para X, com intensidade maior em X.
- de Y para X, com intensidade constante.
- de X para Y, com intensidade constante.
- de X para Y, com intensidade maior em X.

14. UFF-RJ – Estão representadas, a seguir, as linhas de força do campo elétrico criado por um dipolo.



Considerando-se o dipolo, afirma-se:

- I. A representação das linhas de campo elétrico resulta da superposição dos campos criados pelas cargas puntiformes.
- II. O dipolo é composto por duas cargas de mesma intensidade e sinais contrários.
- III. O campo elétrico criado por uma das cargas modifica o campo elétrico criado pela outra.

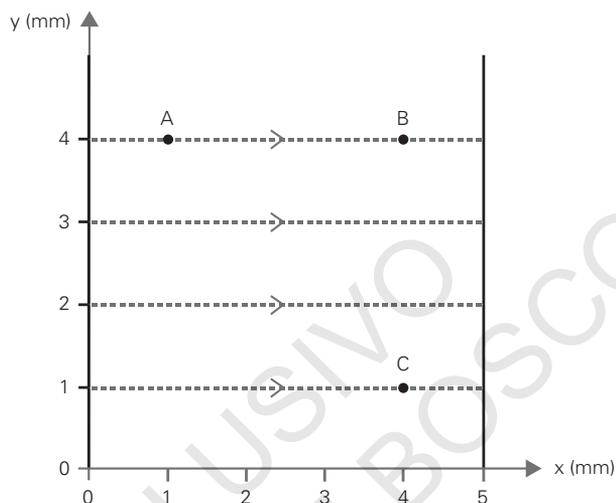
Com relação a essas afirmativas, conclui-se o seguinte:

- a) Apenas a I é correta.
- b) Apenas a II é correta.
- c) Apenas a III é correta.
- d) Apenas a I e a II são corretas.
- e) Apenas a II e a III são corretas.

15. UPF-RS – No estudo da eletricidade e do magnetismo são utilizadas as linhas de campo. As linhas de campo elétrico ou magnético são linhas imaginárias cuja tangente em qualquer ponto é paralela à direção do vetor campo. Sobre as linhas de campo, assinale a afirmativa **correta**.

- a) As linhas de campo magnético e os vetores força magnética são sempre paralelos.
- b) As linhas de campo elétrico numa região do espaço onde existem cargas elétricas se dirigem de um ponto de menor potencial para um de maior potencial.
- c) As linhas de campo magnético no interior de um ímã se dirigem do polo norte do ímã para seu polo sul.
- d) As linhas de campo elétrico que representam o campo gerado por uma carga elétrica em repouso são fechadas.
- e) As linhas de força de um campo elétrico uniforme são linhas retas paralelas igualmente espaçadas e todas têm o mesmo sentido.

16. Fuvest-SP (adaptado) – A região entre duas placas metálicas, planas e paralelas está esquematizada na figura a seguir.



As linhas tracejadas representam o campo elétrico uniforme existente entre as placas. A distância entre as placas é 5 mm e a diferença de potencial entre elas é 300 V. As coordenadas dos pontos **A**, **B** e **C** são mostradas na figura.

Note e adote:

O sistema está em vácuo.

Carga do elétron = $-1,6 \cdot 10^{19}$ C.

Determinando os módulos E_A , E_B e E_C do campo elétrico nos pontos A, B e C, respectivamente; obtemos:

- a) $E_A = E_B = E_C = 6,0 \cdot 10^4$ N/C
- b) $E_A = E_B = E_C = 3,0 \cdot 10^4$ N/C
- c) $E_A = E_B = E_C = 2,0 \cdot 10^4$ N/C
- d) $E_A = E_B = 6,0 \cdot 10^4$ N/C e $E_C = 5,0 \cdot 10^4$ N/C
- e) $E_A = E_B = 6,0 \cdot 10^4$ N/C e $E_C = 3,0 \cdot 10^4$ N/C

17. Fuvest-SP – Os primeiros astronautas a pousar na Lua observaram a existência de finas camadas de poeira pairando acima da superfície lunar. Como não há vento na Lua, foi entendido que esse fenômeno estava ligado ao efeito fotoelétrico causado pela luz solar: elétrons são extraídos dos grãos de poeira do solo lunar ao receberem energia da radiação eletromagnética proveniente do Sol e, assim, os grãos tornam-se positivamente carregados. O mesmo processo também arranca elétrons da superfície lunar, contribuindo para a carga positiva do lado iluminado da superfície da Lua. A altura de equilíbrio acima da superfície lunar dessas camadas depende da massa e da carga dos grãos. A partir dessas informações, determine

- a) o módulo F_e da força eletrostática que age sobre cada grão em equilíbrio da camada, sabendo que um grão de poeira tem massa $m = 1,2 \cdot 10^{-14}$ kg e que a aceleração da gravidade nas proximidades da superfície da Lua é $g_L = 1,6$ m/s².

- b) o módulo E do campo elétrico na posição dessa camada de poeira, sabendo que a carga adquirida por um grão é $Q = 1,9 \cdot 10^{-15} \text{ C}$.
- c) a frequência mínima f dos fótons da luz solar capazes de extrair elétrons dos grãos de poeira.
- d) a carga q emitida em 2 s por um grão de poeira, devido ao efeito fotoelétrico, considerando que cada fóton arranque apenas um elétron do grão.

Note e adote:Carga do elétron: $-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ Energia do fóton: $\epsilon = hf$; f é a frequência e $h \approx 6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ é a constante de Planck.

Desconsidere as interações entre os grãos e a influência eletrostática dos elétrons liberados.

ESTUDO PARA O ENEM**18. UEA-AM****C6-H21**

Duas cargas elétricas puntiformes, Q e q , sendo Q positiva e q negativa, são mantidas a uma certa distância uma da outra, conforme mostra a figura.



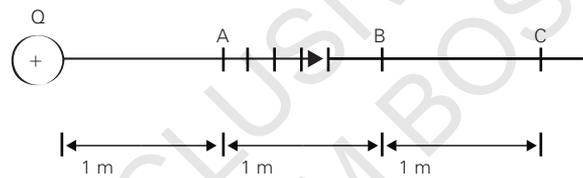
A força elétrica \vec{F} , que a carga negativa q sofre, e o campo elétrico \vec{E} , presente no ponto onde ela é fixada, estão corretamente representados por:

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

19. UFPA**C6-H21**

No ponto A, situado no campo de uma carga puntiforme Q positiva, o vetor campo elétrico é representado pela

seta indicada na figura. Qual das setas propostas representa corretamente o vetor campo elétrico no ponto B?



- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

20. UFOP-MG**C6-H21**

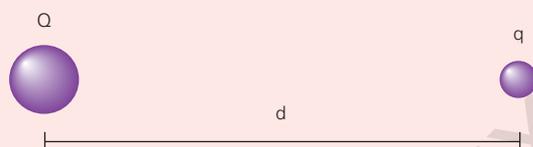
Duas cargas elétricas, $Q_1 = 10 \mu\text{C}$ e $Q_2 = 5 \mu\text{C}$, estão fixas e separadas por 20 cm. Sobre o ponto onde o vetor campo elétrico resultante é nulo, podemos afirmar que:

- a) ele localiza-se entre as cargas e mais próximo da carga elétrica Q_1 .
- b) ele localiza-se à direita da carga elétrica Q_2 .
- c) ele localiza-se à esquerda da carga elétrica Q_1 .
- d) ele localiza-se entre as cargas Q_1 e Q_2 e mais próximo de Q_2 .

ENERGIA POTENCIAL ELÉTRICA E POTENCIAL ELÉTRICO

Energia potencial elétrica

Para compreender a diferença de potencial que permite a transmissão de energia elétrica, é necessário compreender outra grandeza importante: O **potencial elétrico**. Para isso, considere duas cargas elétricas puntiformes e situadas em uma região do espaço e separadas a uma distância entre elas.



Vamos analisar duas situações, de acordo com o sinal das cargas:

- Se a carga Q estiver fixa e possuir o mesmo sinal da carga q, haverá uma força de repulsão entre elas e q entrará em movimento de modo a afastar-se de Q.
- Caso Q tenha o mesmo sinal da carga q, haverá uma força de atração entre elas e q entrará em movimento aproximando-se de Q.

Note que em ambos os casos q adquire energia cinética por causa da força elétrica. Porém, como a energia não pode ser criada ou destruída, somente transformada, a energia cinética ocorre em virtude de o sistema formado pelas duas cargas apresentar energia potencial que é transformada em energia cinética.

Um sistema formado por duas cargas, separadas por uma distância d, apresenta energia potencial.

Como se trata de cargas elétricas, essa energia armazenada no sistema é denominada **energia potencial elétrica**.

A energia potencial elétrica do sistema formado pelas cargas Q e q é dada por:

$$E_p = k \cdot \frac{Q \cdot q}{d}$$

Onde k é a constante eletrostática do meio, e d é a distância entre as duas cargas.

No sistema internacional (SI), cargas elétricas são dadas em Coulomb, a distância em metro e energia potencial elétrica em joule. A constante k é dada em $N \cdot m^2/C^2$.

Energia é uma grandeza escalar. Na equação anterior, os sinais das cargas elétricas devem acompanhar os devidos valores. Portanto, o resultado numérico para a energia potencial elétrica pode ser positivo ou negativo, dependendo dos sinais das cargas elétricas envolvidas na configuração.

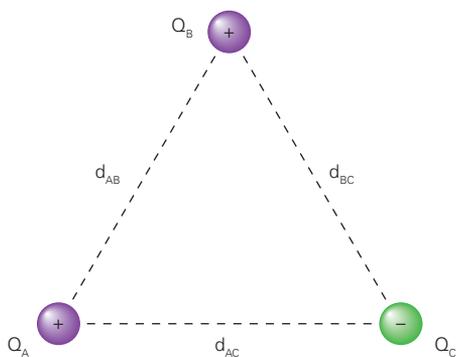
Observação: no caso de o sistema ser constituído por três ou mais cargas elétricas, a energia potencial elétrica deste é dada pela soma algébrica das energias potenciais calculadas para cada par de cargas.

- Energia potencial elétrica
- Potencial elétrico
- Potencial elétrico de uma carga elétrica puntiforme
- Gráfico $V \times d$
- Potencial elétrico de várias cargas elétricas puntiformes
- Superfície equipotencial
- Carga elétrica isolada

HABILIDADES

- Confrontar interpretações científicas com interpretações baseadas no senso comum, ao longo do tempo ou em diferentes culturas.
- Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas Ciências Físicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.
- Utilizar leis físicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da eletrostática.
- Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

Exemplo para três cargas, Q_A , Q_B , Q_C , na figura a seguir.



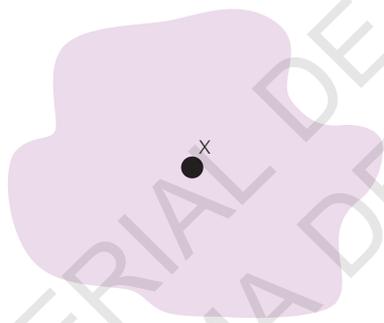
A energia potencial elétrica do sistema constituído pelas três cargas elétricas é dada por:

$$E_{p(\text{sist})} = E_{p_{AB}} + E_{p_{AC}} + E_{p_{BC}}$$

$$E_{p(\text{sist})} = k \cdot \left(\frac{Q_A \cdot Q_B}{d_{AB}} + \frac{Q_A \cdot Q_C}{d_{AC}} + \frac{Q_B \cdot Q_C}{d_{BC}} \right)$$

Potencial elétrico

Considere uma região do espaço representada a seguir, na qual existe um campo elétrico, e seja X um ponto qualquer dessa região.



Uma carga elétrica de prova q , colocada no ponto X, adquire energia potencial elétrica que pode ser transformada em *energia cinética* se a carga de prova for livre para se movimentar.

A razão da energia potencial elétrica por unidade de carga elétrica é uma propriedade do ponto X e é denominada potencial elétrico (V):

$$V = \frac{E_p}{q}$$

Cada ponto da região tem um potencial elétrico que, por ser uma grandeza escalar, não pode ser representado geometricamente como se faz com o vetor campo elétrico.

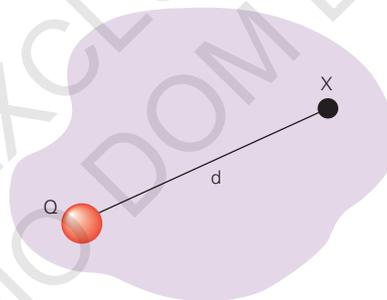
No sistema internacional de unidades (SI), a unidade de energia é o joule (J) e a de carga elétrica é o Coulomb (C). Portanto, a unidade de potencial elétrico é denominada volt (V), de modo que:

$$1V = 1 \cdot \frac{N \cdot m}{C} = 1 \cdot \frac{J}{C}$$

Por exemplo, se o potencial elétrico de um ponto X é de $V_X = 5V$, temos que o potencial elétrico $V_X = 5 J/C$. Ou seja, o ponto X consegue dotar de 5 J de energia potencial elétrica a cada 1C de carga elétrica nesse ponto.

POTENCIAL ELÉTRICO DE UMA CARGA ELÉTRICA PUNTIFORME

Considerando uma carga elétrica Q , gerando um campo elétrico ao seu redor, X é um ponto distante d da carga Q , conforme figura.



Se no ponto X for colocada uma carga de prova q , o sistema apresentará energia potencial elétrica dada por:

$$E_p = k \cdot \frac{Q \cdot q}{d}$$

Como a energia potencial elétrica pode ser obtida por meio do produto da carga de prova e da diferença de potencial elétrico, $E_p = q \cdot V$, temos que

$$q \cdot V = k \cdot \frac{Q \cdot q}{d}. \text{ Portanto: } V = k \cdot \frac{Q}{d}.$$

Essa expressão fornece o potencial elétrico gerado pela carga Q no ponto X, a uma distância d da carga geradora.

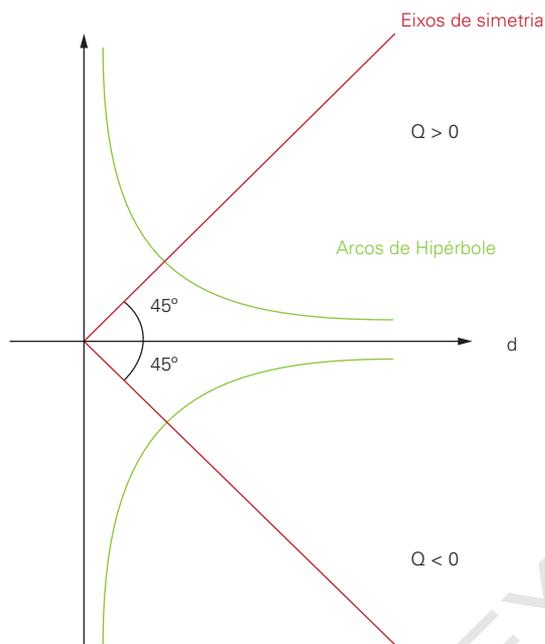
Com base nessa expressão, conclui-se que:

- o potencial elétrico num ponto de um campo elétrico depende somente da carga geradora Q ;
- aumentando-se a distância d , do ponto X à carga Q , o potencial elétrico diminui. Se d tender a infinito, V tende a zero ($d \rightarrow \infty \rightarrow V \rightarrow 0$);
- como o sinal da carga é preservado em $V = k \cdot \frac{Q}{d}$, a

carga elétrica positiva ($Q > 0$) gera potencial elétrico positivo ($V > 0$), e carga elétrica negativa ($Q < 0$) gera potencial elétrico negativo ($V < 0$).

GRÁFICO $V \times D$

Considerando uma carga elétrica Q puntiforme, isolada, e um ponto situado à distância d da carga, ao variar-se a distância d do ponto à carga, obtém-se:



Repare que os gráficos que representam esses potenciais têm formato de hipérbole.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Duas cargas elétricas $Q_1 = +1 \mu\text{C}$ e $Q_2 = -1 \mu\text{C}$ estão situadas no vácuo a uma distância $d = 2 \text{ m}$ entre elas. Sendo $k_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$. Calcule a energia potencial elétrica desse sistema de cargas.

- a) 0,2 m
- b) 0,3 m**
- c) 0,4 m
- d) 0,6 m
- e) 1,0 m

Resolução

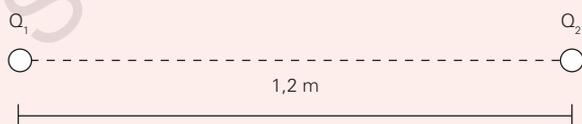
A energia potencial elétrica do sistema é dada por:

$$E_p = E_1 + E_2$$

$$E_p = \frac{k_0}{d} \cdot (Q_1 \cdot Q_2) = \frac{9,0 \cdot 10^9}{2} \cdot (-1,0 \cdot 10^{-12}) =$$

$$= -4,5 \cdot 10^{-3} \text{ J} \therefore E_p = -4,5 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

2. Duas cargas elétricas puntiformes, $Q_1 = 2,0 \text{ mC}$ e $Q_2 = -6,0 \text{ mC}$, encontram-se no vácuo, distanciadas em $1,2 \text{ m}$. Determine a que distância da carga Q_1 encontra-se o ponto sobre o segmento de reta que as une, no qual o potencial elétrico devido a ambas é nulo.



Resolução

Chamamos de x o ponto entre as cargas em que o potencial é zero ($V_x = 0$).

$$\text{Então, } V_x = V_1 + V_2 = 0$$

$$k \cdot \frac{Q_1}{x} + k \cdot \frac{Q_2}{1,2 - x} = 0 \rightarrow \frac{2,0 \cdot 10^{-3}}{x} - \frac{6,0 \cdot 10^{-3}}{1,2 - x} = 0$$

$$2,0 \cdot 10^{-3} \cdot (1,2 - x) = 6,0 \cdot 10^{-3} \cdot x$$

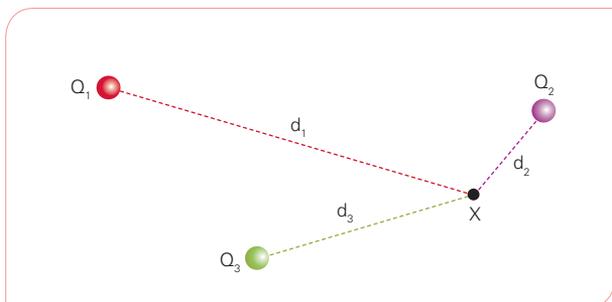
$$1,2 - x = 3x$$

$$4x = 1,2$$

$$x = 0,3 \text{ m}$$

Potencial elétrico de várias cargas elétricas puntiformes

Considere uma região do espaço na qual existe campo elétrico gerado pelas cargas Q_1 , Q_2 , Q_3 , e X seja um ponto qualquer dessa região.



Cada uma das cargas gera um potencial elétrico no ponto X calculado por

$$V_i = k \cdot \frac{Q_i}{d_i}, \text{ para } i = 1, 2, 3. \text{ Assim, tem-se:}$$

$$V_1 = k \cdot \frac{Q_1}{d_1}, V_2 = k \cdot \frac{Q_2}{d_2} \text{ e } V_3 = k \cdot \frac{Q_3}{d_3}.$$

O potencial elétrico resultante no ponto X é obtido pela soma algébrica (levam-se em consideração os sinais) dos potenciais das cargas Q_1 , Q_2 e Q_3 .

$$V_R = V_1 + V_2 + V_3$$

Substituindo os potenciais na equação acima, temos:

$$V_R = k \cdot \frac{Q_1}{d_1} + k \cdot \frac{Q_2}{d_2} + k \cdot \frac{Q_3}{d_3}$$

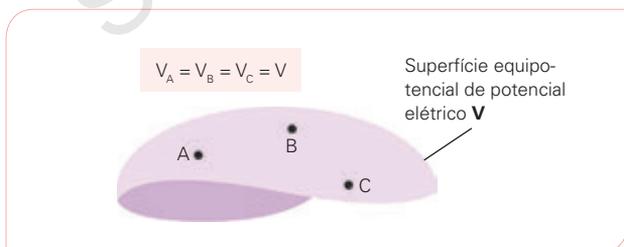
$$V_R = k \cdot \left(\frac{Q_1}{d_1} + \frac{Q_2}{d_2} + \frac{Q_3}{d_3} \right)$$

No caso de n cargas elétricas, $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$, o potencial elétrico resultante num ponto qualquer do campo elétrico gerado por elas é dado por:

$$V_R = k \cdot \left(\frac{Q_1}{d_1} + \frac{Q_2}{d_2} + \dots + \frac{Q_n}{d_n} \right) = k \cdot \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{d_i}$$

SUPERFÍCIE EQUIPOTENCIAL

É uma região de campo elétrico em que todos os pontos têm o mesmo potencial elétrico.

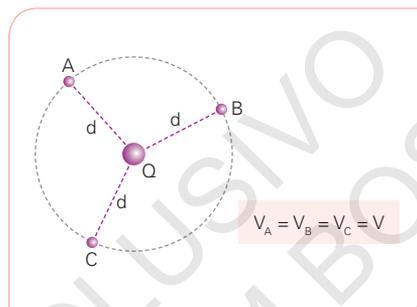


CARGA ELÉTRICA ISOLADA

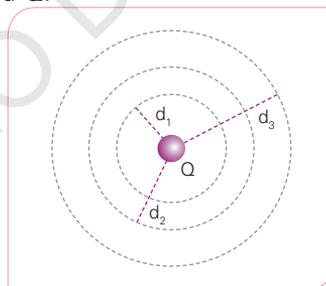
Quando se considera uma carga elétrica isolada Q , geradora de campo elétrico, o potencial elétrico num ponto qualquer do campo pode ser calculado por:

$$V = k \cdot \frac{Q}{d}$$

Dessa forma, qualquer ponto em torno da carga elétrica Q , que dela estiver a uma distância d , tem o mesmo potencial elétrico V e todos pertencerão à mesma superfície equipotencial.

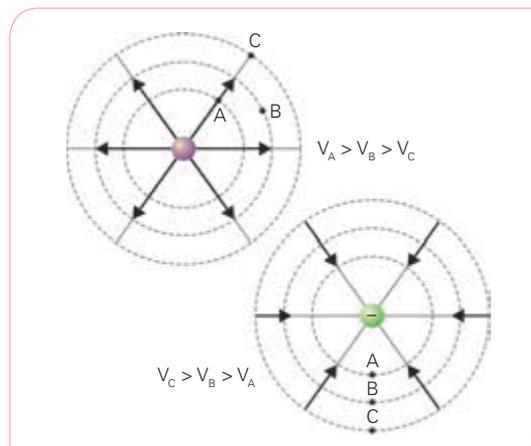


Para cada valor de d , tem-se uma superfície esférica diferente. Dessa forma, superfícies equipotenciais são cascas esféricas, uma dentro da outra, com centro na carga elétrica Q .

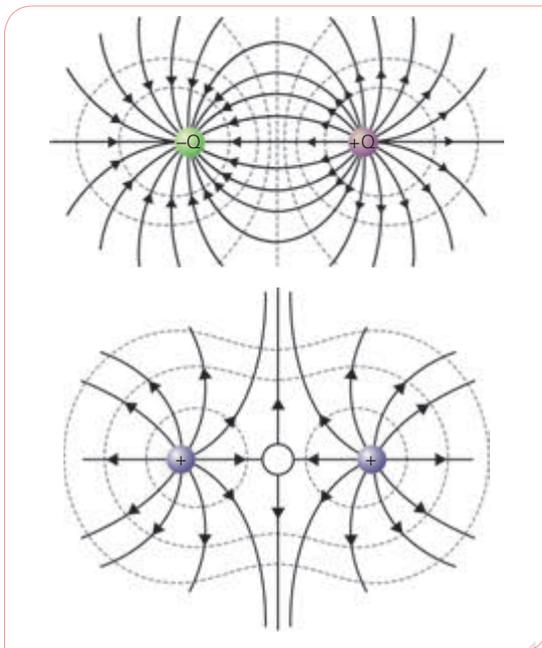


Propriedades

- Linhas de campo (linhas de força) são sempre normais às superfícies equipotenciais.
- Nas figuras seguintes, considere que as linhas cheias representam as superfícies de campo e as tracejadas, superfícies equipotenciais.
- Para cargas puntiformes:
- Esquemáticamente, temos no primeiro momento:



Depois:



- O potencial elétrico decresce no sentido das linhas de campo.
- Deslocando-se uma carga elétrica entre dois pontos numa mesma superfície equipotencial, o trabalho da força elétrica será nulo.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

3. Um sistema é formado por três cargas elétricas $Q_1 = +5 \mu\text{C}$, $Q_2 = -3 \mu\text{C}$ e $Q_3 = +8 \mu\text{C}$, no vácuo, situadas a uma distância $d = 9 \text{ cm}$ de um ponto X. Sendo $k_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$, o potencial elétrico gerado pelas cargas no ponto X é

- a. $2,0 \cdot 10^4 \text{ V}$
- b. $1,0 \cdot 10^5 \text{ V}$
- c. $2,0 \cdot 10^6 \text{ V}$
- d. $1,0 \cdot 10^6 \text{ V}$
- e. $1,3 \cdot 10^7 \text{ V}$

Resolução

Temos que $V_R = V_1 + V_2 + V_3$

$$\begin{aligned} V_R &= \frac{k_0}{d} \cdot (Q_1 + Q_2 + Q_3) = \\ &= \frac{9,0 \cdot 10^9}{9,0 \cdot 10^{-2}} \cdot (5 - 3 + 8) \cdot 10^{-6} = \\ &= 1,0 \cdot 10^6 \text{ V} \therefore V_R = 1,0 \cdot 10^6 \text{ V.} \end{aligned}$$

4. Duas cargas elétricas $Q_1 = +1 \mu\text{C}$ e $Q_2 = -1 \mu\text{C}$ estão situadas no vácuo a uma distância $d = 2 \text{ m}$ entre elas. Sendo $k_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$. Calcule o potencial elétrico no ponto médio entre as cargas.

O potencial elétrico no ponto médio ($d = 1 \text{ m}$) é dado por:

$$\begin{aligned} V_R &= V_1 + V_2 \\ V_R &= \frac{k_0}{d} \cdot (Q_1 + Q_2) = \\ &= \frac{9,0 \cdot 10^9}{1} \cdot (1,0 \cdot 10^{-6} - 1,0 \cdot 10^{-6}) = 0 \text{ V.} \end{aligned}$$

ROTEIRO DE AULA

ENERGIA POTENCIAL ELÉTRICA

Duas cargas a uma distância d ; apresentam energia elétrica Q .

Sistema

Três ou mais cargas; a energia potencial elétrica é a soma algébrica das energias potenciais para cada par de carga.

Potencial elétrico (V)

Carga puntiforme

Dada pela energia potencial elétrica por unidade de carga em um ponto qualquer de uma região de influência do campo elétrico.

O potencial elétrico depende da carga geradora

Quanto maior a distância, menor o potencial elétrico

O sinal da carga é preservado

Se $Q > 0$
 $V > 0$

Se $Q < 0$

$V < 0$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO BCCO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

Potencial elétrico

Energia potencial elétrica para unidade de carga em um ponto qualquer de influência de um campo elétrico Q_1

Para uma superfície equipotencial
pertencente a uma mesma região do
campo elétrico

carga puntiforme Q_2

Deslocando uma partícula numa mesma superfície equipotencial

O trabalho da força será nulo independentemente da trajetória descrita

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. PUC-PR – Um sistema de cargas pontuais é formado por duas cargas positivas $+q$ e uma negativa $-q$, todas de mesma intensidade, cada qual fixa em um dos vértices de um triângulo equilátero de lado r . Se substituirmos a carga negativa por uma positiva de mesma intensidade, qual será a variação da energia potencial elétrica do sistema? A constante de Coulomb é denotada por k .

- a) $\frac{2kq^2}{r}$
 b) $\frac{-2kq^2}{r}$
 c) $\frac{-4kq^2}{r}$
 d) $\frac{4kq^2}{r}$
 e) $\frac{kq^2}{r}$

Inicialmente, temos duas cargas positivas $+q$ e uma negativa $-q$.

$$\text{Logo, a energia potencial elétrica é } E_p = \frac{k}{r}(q^2 + (-q^2) + (-q^2)) = -\frac{k \cdot q^2}{r}.$$

Após substituirmos a carga negativa por uma positiva, temos

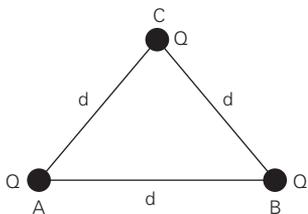
$$E_p = \frac{k}{r}(q^2 + q^2 + q^2) = \frac{3 \cdot k \cdot q^2}{r}.$$

Logo, a variação de energia potencial elétrica do sistema é dada por

$$\Delta E = E_p - E_p = \left(\frac{3 \cdot k \cdot q^2}{r}\right) - \left(-\frac{k \cdot q^2}{r}\right) = \frac{4 \cdot k \cdot q^2}{r}$$

$$\therefore \Delta E = \frac{4 \cdot k \cdot q^2}{r}.$$

2. UPE-PE (adaptado) – Considere três cargas elétricas puntiformes, positivas e iguais a Q , colocadas no vácuo, fixas nos vértices A, B e C de um triângulo de lado d , de acordo com a figura a seguir:



A energia potencial elétrica do par de cargas, disponibilizadas nos vértices A e B, é igual a $0,8 \text{ J}$. Nessas condições, determine a energia potencial elétrica do sistema constituído das três cargas, em joules.

A energia potencial elétrica das cargas nos vértices A e B é dada por $E_{PAB} = \frac{k}{d} \cdot Q^2 = 0,8 \text{ J}$

$$\text{Logo, nos vértices A, B e C, temos } E_{PABC} = \frac{k}{d} \cdot \left(\frac{Q}{2} + Q^2 + Q^2\right) = 3 \cdot \frac{k}{d} \cdot Q^2 = 3 \cdot 0,8 = 2,4 \text{ J} \therefore E_{PABC} = 2,4 \text{ J}.$$

3. Fuvest-SP

C6-H21

Um raio proveniente de uma nuvem transportou para o solo uma carga de 10 C sob uma diferença de potencial de 100 milhões de volts. A energia liberada por esse raio é. Note e adote: $1 \text{ J} = 3 \cdot 10^{-7} \text{ kWh}$

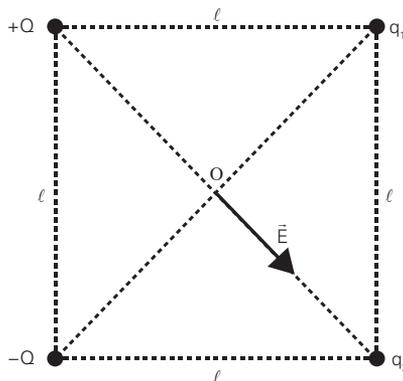
- a) 30 MWh .
 b) 3 MWh .
 c) 300 kWh .
 d) 30 kWh .
 e) 3 kWh .

Temos que $100\,000\,000 \text{ V} = 100 \cdot 10^6 \text{ V} = 1,0 \cdot 10^8 \text{ V}$, ou seja, uma diferença de potencial de $1,0 \cdot 10^8 \text{ N} \cdot \text{m} / \text{C}$, em 10 C , temos, $1,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m} = 1,0 \cdot 10^9 \text{ J} = 1,0 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-7} \text{ kWh} = 3 \cdot 10^2 \text{ kWh} = 300 \text{ kWh}$.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Utilizar leis físicas e (ou) químicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da termodinâmica e (ou) do eletromagnetismo.

4. AFA-MG – Um sistema é composto por quatro cargas elétricas puntiformes fixadas nos vértices de um quadrado, conforme ilustrado na figura a seguir.



As cargas q_1 e q_2 são desconhecidas. No centro O do quadrado o vetor campo elétrico \vec{E} , devido às quatro cargas, tem a direção e o sentido indicados na figura. A partir da análise deste campo elétrico, pode-se afirmar que o potencial elétrico em O

- a) é positivo.
 b) é negativo.

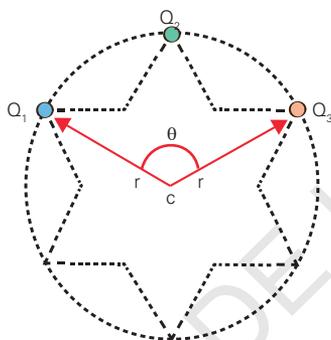
- c) é nulo.
d) pode ser positivo.

Como o vetor campo elétrico na diagonal que liga Q e q_1 é nulo, temos que $q_1 = -Q$.

Como o vetor \vec{E} aponta para q_2 , temos que $q_2 < 0$; logo, o potencial elétrico é negativo.

5. PUC-SP – Por meio do processo conhecido como eletrização por atrito, eletriza-se com um tecido uma pequena esfera metálica, inicialmente neutra e presa a um suporte isolante. Após o atrito, constata-se que essa esfera perdeu $1,0 \cdot 10^{20}$ elétrons. A seguir, faz-se o contato imediato e sucessivo dessa esfera com outras três (3) esferas idênticas a ela, inicialmente neutras, fixadas em suportes isolantes e separadas entre si conforme mostra a figura. Depois dos contatos, a esfera inicialmente eletrizada por atrito é levada para bem longe das demais. Supondo o local do experimento eletricamente isolado, k a constante eletrostática do meio do local do experimento e o potencial de referência no infinito igual a zero, determine o potencial elétrico no ponto **C** devido às cargas das esferas fixas.

Dado: carga do elétron = $1,6 \cdot 10^{-19}$ C



- a) $\frac{12 \cdot k}{r} \cdot \sin \theta$
b) $\frac{14 \cdot k}{r^2}$
c) $\frac{14 \cdot k}{r} \cdot \cos \theta$

d) $\frac{16 \cdot k}{r^2}$

e) $\frac{14 \cdot k}{r}$

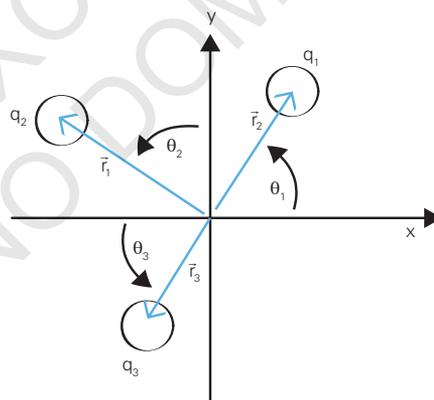
Inicialmente temos a esfera eletrizada com a carga $Q = 1,0 \cdot 10^{20} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$ C = 16 C. Com isso, após cada contato, a esfera ficará com metade de sua carga, ou seja, $Q' = Q/2$, então $Q_1 = 8$ C, $Q_2 = 4$ C e $Q_3 = 2$ C. Portanto, o potencial elétrico no ponto C

$$\text{é dado por } V_c = \frac{k}{r} \cdot (8 + 4 + 2) = \frac{14 \cdot k}{r}$$

$$V_c = \frac{14k}{r}$$

6. PUC-RJ (adaptado) – A figura a seguir apresenta três cargas elétricas q_1 , q_2 e q_3 que estão localizadas às distâncias de $r_1 = 2,0$ cm, $r_2 = 2,0$ cm e $r_3 = 1,0$ cm da origem do sistema de coordenadas, como mostra a figura. Sabendo que $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 30^\circ$, $q_1 = 1 \mu\text{C}$, $q_2 = 3 \mu\text{C}$ e $q_3 = -3 \mu\text{C}$.

Considere: $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$



Determine o potencial eletrostático na origem do sistema de coordenadas;

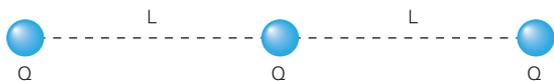
O potencial eletrostático V é dado por $V = k \cdot \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \right)$, que, ao substituirmos os valores do enunciado, nos dá $V = 0$ na origem do sistema de coordenadas.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- 7. UEG-GO** – Uma carga Q está fixa no espaço; a uma distância d dela existe um ponto P , no qual é colocada uma carga de prova q_0 . Considerando-se esses dados, verifica-se que, no ponto P ,
- o potencial elétrico devido a Q diminui com inverso de d .
 - a força elétrica tem direção radial e se aproximando de Q .
 - o campo elétrico depende apenas do módulo da carga Q .
 - a energia potencial elétrica das cargas depende do inverso de d^2 .

- 8. Unimontes-MG (adaptado)** – Em um dado flash de relâmpago, a diferença de potencial entre a nuvem e o solo é $1 \cdot 10^9$ V, e a quantidade de carga transferida é de 31,25 C. Qual será a variação de energia potencial elétrica?

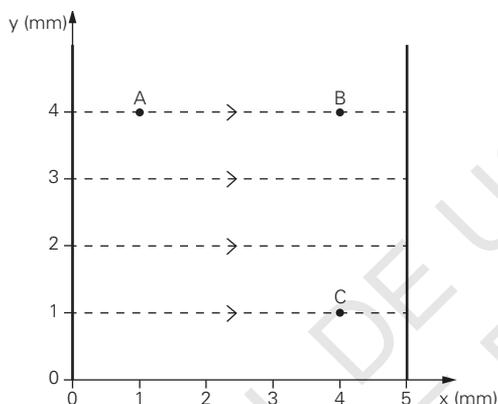
9. **Uespi** – Três cargas puntiformes idênticas, Q , estão fixas no vácuo de acordo com o arranjo da figura.



Denotando por k a constante elétrica no vácuo, a energia potencial eletrostática do sistema de cargas é igual a:

- a) $\frac{k \cdot Q^2}{L}$ c) $2,5 \cdot \frac{k \cdot Q^2}{L}$ e) $5 \cdot \frac{k \cdot Q^2}{L}$
 b) $2 \cdot \frac{k \cdot Q^2}{L}$ d) $3,5 \cdot \frac{k \cdot Q^2}{L}$

10. **Fuvest-SP (adaptado)** – A região entre duas placas metálicas, planas e paralelas está esquematizada na figura a seguir.

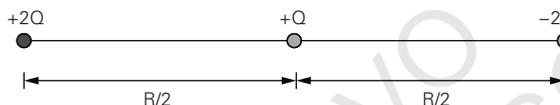


As linhas tracejadas representam o campo elétrico uniforme existente entre as placas. A distância entre as placas é 5 mm e a diferença de potencial entre elas é 300 V. As coordenadas dos pontos A, B e C são mostradas na figura.

Note e adote:
 O sistema está em vácuo.
 Carga do elétron = $-1,6 \cdot 10^{19}$ C.

Determine as diferenças de potencial V_{AB} e V_{BC} entre os pontos A e B e entre os pontos B e C, respectivamente.

11. **UFRGS** – Considere que U é a energia potencial elétrica de duas partículas com cargas $+2Q$ e $-2Q$ fixas a uma distância R uma da outra. Uma nova partícula de carga $+Q$ é agregada a este sistema entre as duas partículas iniciais, conforme representado na figura a seguir.



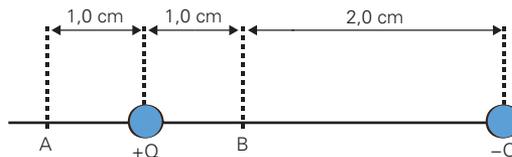
A energia potencial elétrica desta nova configuração do sistema é

- a) zero.
 b) $\frac{U}{4}$.
 c) $\frac{U}{2}$.
 d) U .
 e) $3U$.

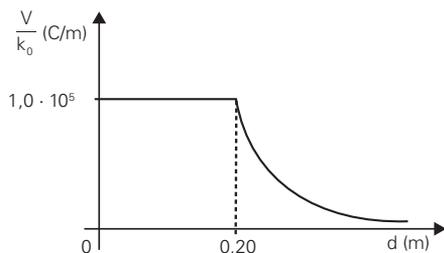
12. **UERJ** – A aplicação de campo elétrico entre dois eletrodos é um recurso eficaz para separação de compostos iônicos. Sob o efeito do campo elétrico, os íons são atraídos para os eletrodos de carga oposta. Admita que a distância entre os eletrodos de um campo elétrico é de 20 cm e que a diferença de potencial efetiva aplicada ao circuito é de 6 V. Nesse caso, a intensidade do campo elétrico, em V/m, equivale a:

- a) 40 c) 20
 b) 30 d) 10

13. **UFPE** – Duas cargas elétricas puntiformes, de mesmo módulo Q e sinais opostos, são fixadas à distância de 3,0 cm entre si. Determine o potencial elétrico no ponto A, em volts, considerando que o potencial no ponto B é 60 volts.

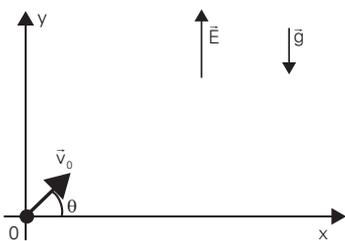


14. **UEG-GO** – Considere uma esfera condutora carregada com carga Q , que possui um raio R . O potencial elétrico dividido pela constante eletrostática no vácuo dessa esfera em função da distância d , medida a partir do seu centro está descrito no gráfico a seguir.

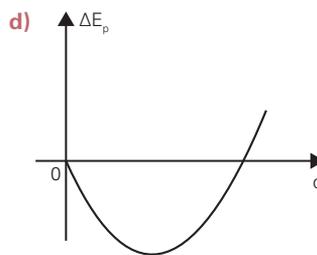
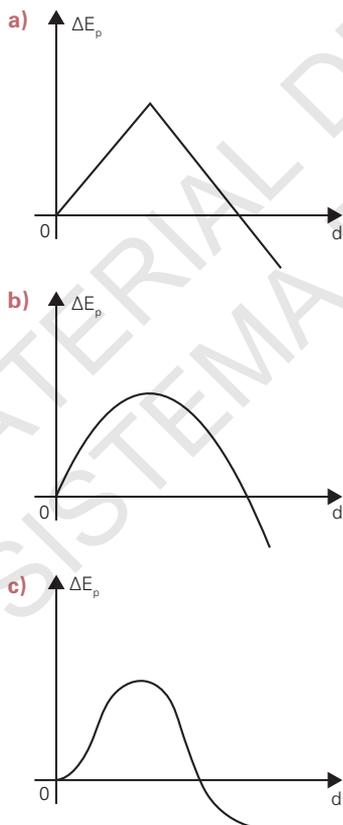


Qual é o valor da carga elétrica Q , em Coulomb?

15. **Epcar-MG** – Uma partícula de massa m e carga elétrica $-q$ é lançada com um ângulo θ em relação ao eixo x , com velocidade igual a \vec{v}_0 , numa região onde atuam um campo elétrico \vec{E} e um campo gravitacional \vec{g} , ambos uniformes e constantes, conforme indicado na figura abaixo.



Desprezando interações de quaisquer outras naturezas com essa partícula, o gráfico que melhor representa a variação de sua energia potencial (ΔE_p) em função da distância (d) percorrida na direção do eixo x é



16. **PUC-RJ** – Quatro cargas (Q , $2Q$, $-Q$ e $-2Q$) estão colocadas nos vértices de um quadrado de lado L .

a) Faça um desenho da configuração das 4 cargas de modo que o sistema possua a mais baixa energia eletrostática. Calcule essa energia.

b) Na situação do item anterior, calcule o módulo da resultante das forças eletrostáticas agindo sobre a carga $+Q$.

17. **Esc. Naval-RJ** – Observe a figura a seguir.



A figura acima mostra uma região de vácuo onde uma partícula puntiforme, de carga elétrica positiva q_1 e massa m , está sendo lançada com velocidade v_0 em sentido ao centro de um núcleo atômico fixo de carga q_2 . Sendo K_0 a constante eletrostática no vácuo e sabendo que a partícula q_1 está muito longe do núcleo, qual será a distância mínima de aproximação x , entre as cargas?

- a) $\frac{K_0 \cdot q_1 \cdot q_2}{m \cdot v_0^2}$
- b) $\frac{2K_0 \cdot q_1 \cdot q_2}{m \cdot v_0^2}$
- c) $\frac{K_0 \cdot q_1 \cdot q_2}{2m \cdot v_0^2}$
- d) $\sqrt{\frac{K_0 \cdot q_1 \cdot q_2}{m \cdot v_0^2}}$
- e) $\sqrt{\frac{K_0 \cdot q_1 \cdot q_2}{2m \cdot v_0^2}}$

ESTUDO PARA O ENEM

18. Fuvest-SP

C6-H21

Um sistema formado por três cargas elétricas puntiformes iguais, colocadas em repouso nos vértices de um triângulo equilátero, tem energia potencial eletrostática igual a U . Substitui-se uma das cargas por outra, na mesma posição, mas com o dobro do valor. A energia potencial eletrostática do novo sistema será igual a:

- $\frac{4}{3} U$
- $\frac{3}{2} U$
- $\frac{5}{3} U$
- $2U$
- $3 U$

19. IFSC

C6-H21

Atingido por um raio na noite da última quinta-feira, o dedo médio da mão direita do Cristo Redentor (aquele popularmente conhecido como "pai de todos") será restaurado [...]. A restauração será feita com incentivos da Lei Rouanet e pelo Instituto do Patrimônio Histórico e Artístico Nacional (Iphan).

Disponível em: <<http://veja.abril.com.br/noticia/brasil/dedo-de-cristo-redentor-serarestaurado>>. Acesso: 20 mar. 2014. (Adaptado)



Fonte: Vestibular IFSC-SC. Disponível em: <<http://veja.abril.com.br/noticia/brasil/dedo-de-cristo-redentor-serarestaurado>>. Acesso: 20 mar. 2014. (Adaptado)

A descarga elétrica a que o texto se refere aconteceu no dia 16/01/2014. Assinale a alternativa que explica

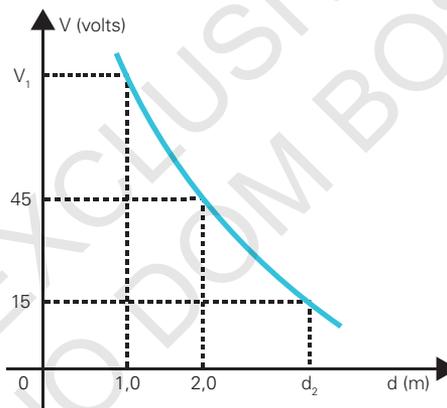
CORRETAMENTE o fenômeno ao qual o Cristo Redentor foi vítima.

- O ar é bom condutor de eletricidade.
- Entre o Cristo Redentor e a nuvem havia uma diferença de potencial que permitiu a descarga elétrica.
- O Cristo Redentor foi construído de material condutor.
- Existe um excesso de carga elétrica na Terra.
- A descarga elétrica foi um aviso para que o ser humano trate melhor o planeta em que vive.

20. Fameca-SP

C5-H17

O gráfico representa o potencial gerado por uma carga elétrica puntiforme, em função da distância dessa carga aos pontos do campo elétrico. O meio é o vácuo.



Dados: constante eletrostática do vácuo:

$$k_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

O potencial elétrico V_1 e a distância d_2 , que podem ser obtidos a partir do gráfico, e a carga Q que gera o potencial assumem os seguintes valores:

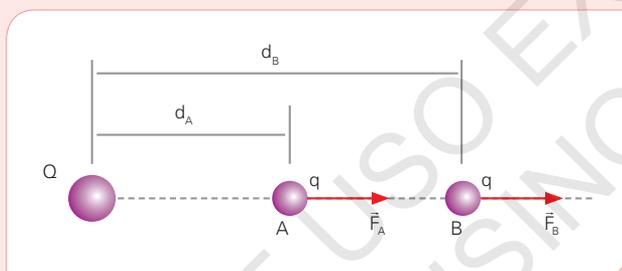
- $V_1 = 180 \text{ V}$; $d_2 = 6,0 \text{ m}$; $Q = 1,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$
- $V_1 = 90 \text{ V}$; $d_2 = 6,0 \text{ m}$; $Q = 2,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$
- $V_1 = 90 \text{ V}$; $d_2 = 3,5 \text{ m}$; $Q = 1,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$
- $V_1 = 180 \text{ V}$; $d_2 = 3,5 \text{ m}$; $Q = 2,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$
- $V_1 = 90 \text{ V}$; $d_2 = 6,0 \text{ m}$; $Q = 1,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$

TRABALHO DA FORÇA ELÉTRICA E CONDUTORES EM EQUILÍBRIO ELETROSTÁTICO

4

Trabalho da Força Elétrica

Suponha um sistema com duas cargas elétricas Q e q de mesmo sinal, sendo que a carga Q está fixa e a carga q é móvel. Assim, em razão da força elétrica de repulsão entre elas, q entra em movimento, afastando-se de Q que permanece fixa. Na figura a seguir os pontos **A** e **B** representam duas posições ocupadas pela carga q em seu movimento, \vec{F}_A e \vec{F}_B representam as forças elétricas nos pontos **A** e **B**, respectivamente, em virtude da interação entre cargas elétricas e d_A e d_B as distâncias entre as cargas nos pontos A e B correspondentes. Neste caso, a força elétrica realiza trabalho motor, pois força e deslocamento possuem mesma direção e mesmo sentido.



De acordo com o teorema da energia cinética, **o trabalho da força resultante é igual à variação de energia cinética**. Como a força elétrica (\vec{F}_e) é a única força no sistema, então ela é a força resultante. Assim:

$$\tau_{F_e} = \Delta E_c \Rightarrow E_{c(B)} - E_{c(A)} \quad (1)$$

Sendo a força elétrica conservativa, a soma das energias cinética e potencial é constante. Portanto, pode-se escrever:

$$E_{c(B)} + E_{p(B)} = E_{c(A)} + E_{p(A)}$$

$$\text{Ou seja, } E_{c(B)} - E_{c(A)} = E_{p(A)} - E_{p(B)} \quad (2)$$

Substituindo a equação (1) em (2), temos que o trabalho da força elétrica é igual à diferença entre energia potencial inicial e energia potencial final:

$$\tau_{F_e} = E_{p(A)} - E_{p(B)}$$

Podemos relacionar o trabalho da força elétrica com o potencial elétrico, pois $E_p = q \cdot V$

$$\tau_{F_e} = q \cdot (V_A - V_B)$$

Como a diferença de potencial é dada por $U_{AB} = V_A - V_B$, então:

$$\tau_{F_e} = q \cdot U_{AB}$$

- Trabalho da força elétrica
- Campo elétrico uniforme
- Movimento de cargas em um campo elétrico uniforme
- Condutores em equilíbrio eletrostático
- Condutores esféricos

HABILIDADES

- Confrontar interpretações científicas com interpretações baseadas no senso comum, ao longo do tempo ou em diferentes culturas.
- Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas Ciências Físicas como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.
- Utilizar leis físicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da eletrostática.
- Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

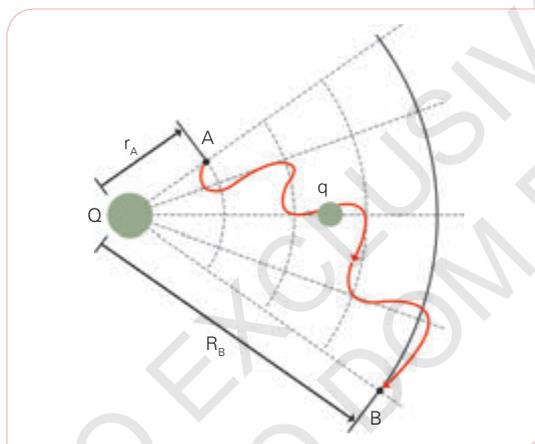
A energia elétrica potencial é dada por

$E_p = k \cdot \frac{Q \cdot q}{d}$, então temos que o trabalho da força elétrica é

$$\tau_{F_e} = k \cdot \frac{Q \cdot q}{d_A} - k \cdot \frac{Q \cdot q}{d_B}$$

$$\tau_{F_e} = k \cdot Q \cdot q \left(\frac{1}{d_A} - \frac{1}{d_B} \right)$$

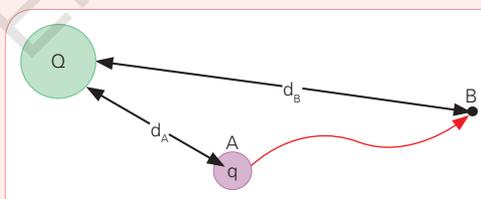
Observação: para uma força conservativa, o trabalho não depende da trajetória, somente das energias potencial inicial e final. Por exemplo, se a carga q movimenta-se de **A** para **B** segundo a trajetória mostrada na figura seguinte ou para qualquer outra trajetória, o trabalho da força elétrica continua a ser representado pela expressão anterior, ou seja:



EXERCÍCIO RESOLVIDO

1. A carga elétrica puntiforme $Q = 10 \mu\text{C}$ está fixa no ponto mostrado na figura e a de prova $q = 1,0 \mu\text{C}$ é levada do ponto **A** para o ponto **B**, conforme a trajetória da figura. As distâncias da carga Q para o ponto **A** e para o ponto **B** são $d_A = 10 \text{ cm}$ e $d_B = 20 \text{ cm}$. Considere

$$k = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2}$$



Nesse deslocamento, o trabalho da força elétrica é

a) 2,5 J

d) 5,0 J

b) 4,5 J

e) 0,90 J

(c) 0,45 J

Resolução

O trabalho da força elétrica é dado pela diferença entre energias potenciais elétricas inicial e final.

$$\tau = E_{p(A)} - E_{p(B)}$$

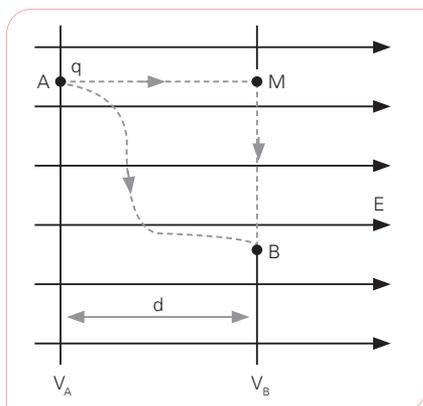
$$\tau = k \cdot Q \cdot q \cdot \left(\frac{1}{d_A} - \frac{1}{d_B} \right)$$

$$\tau = 9 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 1,0 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{1}{0,1} - \frac{1}{0,2} \right) = 9 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{1}{0,2} \right) = 45 \cdot 10^{-2} \text{ J} = 0,45 \text{ J},$$

$$\therefore \tau = 0,45 \text{ J}$$

Campo Elétrico Uniforme

A figura seguinte traz a representação das linhas de campo (retas horizontais) e das superfícies equipotenciais (retas verticais) de um campo elétrico uniforme e de uma carga elétrica de prova q sendo transportada do ponto **A**, na superfície equipotencial V_A , para o ponto **B**, na superfície equipotencial V_B .



No deslocamento da carga de prova de **A** para **B**, o trabalho realizado pela força elétrica é o mesmo para qualquer trajetória escolhida, pois a força elétrica é conservativa. Assim, podemos escolher uma trajetória de **A** para **B** passando pelo ponto **M**, logo, pode-se escrever:

$$\tau_{AB} = \tau_{AM} + \tau_{MB}$$

Nessa expressão, o trabalho realizado pela força elétrica de **M** até **B** é zero ($\tau_{MB} = 0$), pois ambos são pontos de uma mesma superfície equipotencial. Como $\tau_{AB} = F \cdot d \cdot \cos \theta$ e $\tau_{AB} = q \cdot (V_A - V_B)$, podemos escrever a equação de τ_{AB} como:

$$F \cdot d \cdot \cos 0^\circ = q \cdot (V_A - V_B)$$

Temos que $F = E \cdot q$, $\cos 0^\circ = 1$, $U = V_A - V_B$, portanto,

$$E \cdot q \cdot d = q \cdot U$$

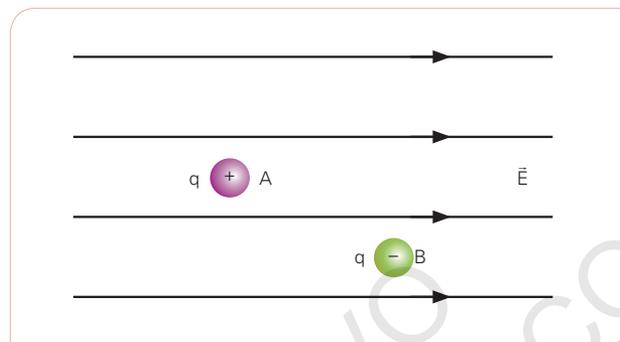
Ou seja, $U = E \cdot d$

A diferença de potencial (d.d.p.) entre duas superfícies equipotenciais num **campo elétrico uniforme** é o produto do módulo do vetor campo elétrico pela distância entre duas superfícies equipotenciais.

Movimento de Cargas num Campo Elétrico Uniforme

Considere duas cargas elétricas puntiformes, $+q$ e $-q$, abandonadas em repouso nos pontos **A** e **B**,

respectivamente, de um campo elétrico uniforme, conforme figura.

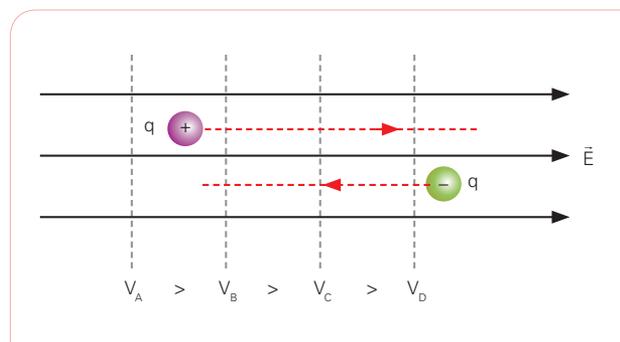


Na carga elétrica $+q$, a força elétrica encontra-se na mesma direção e sentido do campo elétrico. Em $-q$, a força elétrica encontra-se na mesma direção, mas sentido contrário ao campo elétrico. Como a velocidade inicial das cargas é zero, elas entram em movimento na direção e no sentido da força resultante.

Desprezando-se efeitos gravitacionais, temos que a única força que atua na carga elétrica é a força elétrica, portanto, a força resultante F_R é igual à força elétrica F_E . Assim, as duas cargas descrevem movimentos retilíneos uniformemente acelerados a partir do repouso; portanto:

$$F_R = F_E \Rightarrow m \cdot a = q \cdot E \Rightarrow a = \frac{q \cdot E}{m}$$

A carga $+q$ movimenta-se na direção e no sentido das linhas de campo, e a $-q$, na mesma direção, mas em sentido contrário ao das linhas de campo.

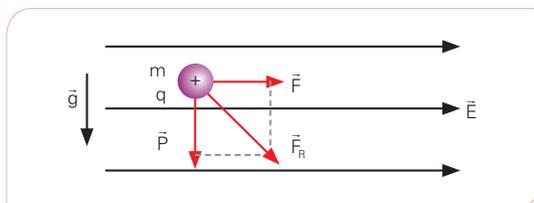


Em resumo, pode-se dizer que o movimento espontâneo de uma carga elétrica positiva é na mesma direção e sentido das linhas de campo ou dos pontos de maior potencial elétrico para pontos de menor potencial elétrico. Em relação às cargas elétricas negativas, o movimento espontâneo é feito no sentido contrário ao das linhas de campo ou de pontos de menor potencial para pontos de maior potencial elétrico.

Observação:

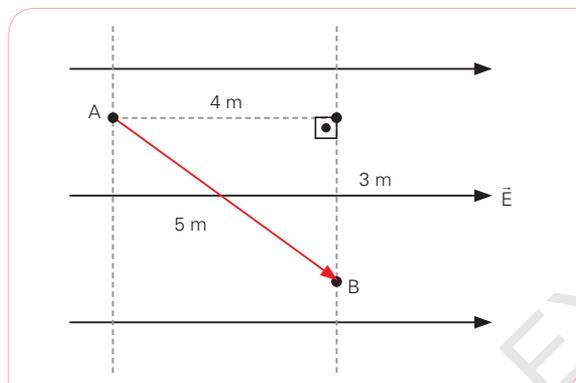
Levando-se em conta efeitos gravitacionais, considera-se, além da força elétrica, também a força peso.

Neste caso, o movimento da carga elétrica é na direção e no sentido da força resultante, conforme figura.



Exemplo:

A figura seguinte representa uma carga de prova de $2 \mu\text{C}$ deslocando-se entre dois pontos, **A** e **B**, de um campo elétrico uniforme de intensidade 120 V/m .



Para se encontrar a d.d.p. entre os pontos **A** e **B**, consideramos d a distância entre os dois potenciais, logo, pelo Teorema de Pitágoras: $5^2 = 3^2 + d^2 \Rightarrow d = 4 \text{ m}$

Logo, como $U = E \cdot d$

$$U_{AB} = 120 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ m} = 480 \text{ V} \therefore U_{AB} = 480 \text{ V}$$

Assim, o trabalho realizado pela força elétrica sobre a carga nesse deslocamento é dado por:

$$\begin{aligned} \tau_{AB} &= q \cdot U_{AB} \Rightarrow \tau_{AB} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 480 \\ \therefore \tau_{AB} &= 9,6 \cdot 10^{-4} \text{ J} \end{aligned}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

2. UFSM-RS – Uma partícula com carga $q = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ se desloca do ponto **A** ao ponto **B**, que se localizam numa região em que existe um campo elétrico. Durante esse deslocamento, a força elétrica realiza um trabalho igual a $4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ sobre a partícula. A diferença de potencial $V_A - V_B$ entre os dois pontos considerados vale, em V:

- a) $-8 \cdot 10^{-10}$
- b) $8 \cdot 10^{-10}$
- c) $-2 \cdot 10^4$
- d) $2 \cdot 10^4$**
- e) $0,5 \cdot 10^{-4}$

Resolução

O trabalho realizado pela força elétrica é igual ao produto da carga e da diferença de potencial, assim:

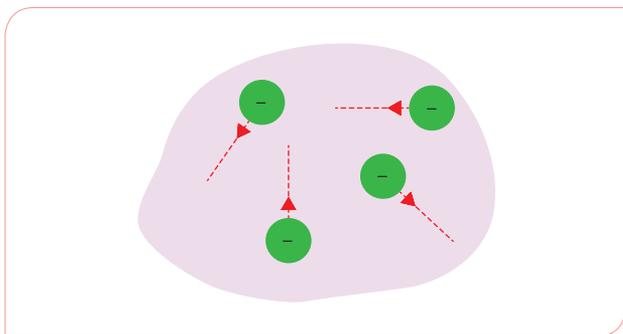
$$\tau_{AB} = q \cdot U_{AB} \Rightarrow U_{AB} = \frac{\tau_{AB}}{q}$$

$$U_{AB} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-7}} = 2 \cdot 10^4 \text{ V}$$

$$U_{AB} = 2 \cdot 10^4 \text{ V}$$

Campo e potencial

Diz-se que um condutor está em equilíbrio eletrostático quando em seu interior não há movimento ordenado de seus elétrons livres. Os elétrons ficam em movimento caótico.



Em relação ao campo elétrico e ao potencial elétrico num condutor em equilíbrio eletrostático, destacam-se propriedades:

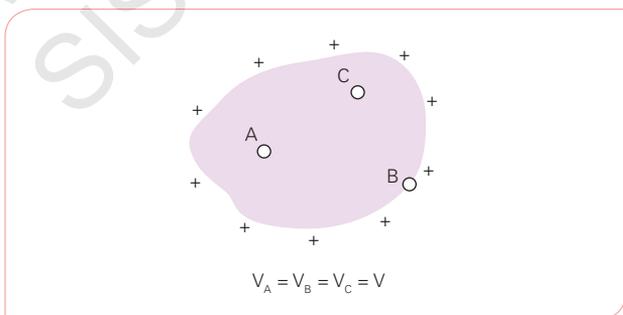
As cargas elétricas em excesso distribuem-se na superfície do condutor, não permanecendo em seu interior.

Cargas elétricas em excesso têm mesmo sinal elas se repelem, afastando-se uma das outras, mantendo a maior distância possível entre si. Desta forma, ocupam a superfície externa do condutor.

Todos os pontos internos e da superfície externa do condutor em equilíbrio eletrostático têm o mesmo potencial elétrico.

Se houvesse campo elétrico em pontos do interior do condutor, os elétrons livres neles encontrados estariam sujeitos à força elétrica e entrariam em movimento de rearranjo, contrariando o conceito de equilíbrio eletrostático. Como o potencial elétrico depende do campo elétrico, se houvesse um potencial elétrico no interior do condutor, ele perderia o equilíbrio eletrostático.

O campo elétrico em pontos do interior de um condutor em equilíbrio eletrostático é nulo.

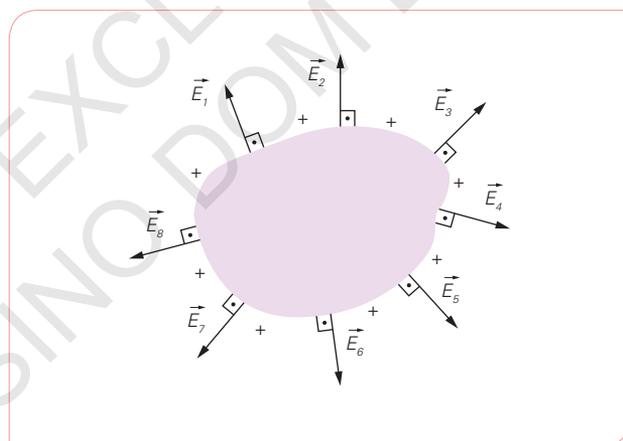


Se dois pontos quaisquer do condutor tivessem potenciais elétricos diferentes, haveria entre eles uma diferença de potencial (d.d.p.) que acarretaria um movimento de rearranjo de cargas elétricas no condutor até o equilíbrio eletrostático no condutor ser estabelecido.

O campo elétrico em pontos do interior de um condutor em equilíbrio eletrostático é nulo.

As cargas elétricas em excesso em um condutor mantêm-se na superfície em virtude da resultante das forças de repulsão entre si. A resultante que impulsiona as cargas elétricas é perpendicular à superfície e, como o vetor campo elétrico tem a mesma direção da força, então ele também é perpendicular à superfície.

A superfície do condutor é equipotencial, todos os seus pontos têm mesmo potencial elétrico. Assim, em cada um deles, **o vetor campo elétrico é perpendicular à superfície**, como mostra a figura.



Condutores esféricos

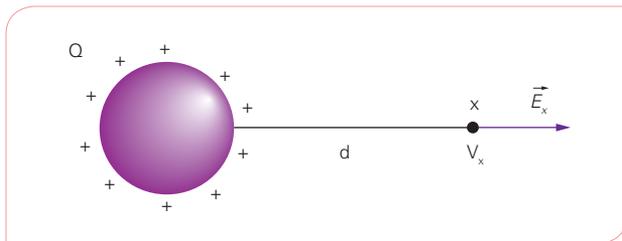
Considera-se que uma esfera é eletrizada em equilíbrio eletrostático quando suas cargas elétricas em excesso distribuem-se sobre a superfície de maneira uniforme. Se a esfera estiver eletrizada positivamente, as linhas de campo, em virtude das cargas em excesso, terão direção radial e sentido de afastamento; se a esfera estiver eletrizada negativamente, terão sentido de aproximação.

Para verificar o equilíbrio eletrostático, analisam-se o campo elétrico e o potencial elétrico em pontos internos na superfície e em pontos externos de um condutor esférico de raio R .

PONTOS EXTERNOS AO CONDUTOR:

Para calcular o campo e o potencial elétrico em pontos externos, deve-se considerar como se toda carga elétrica em excesso estivesse concentrada no centro do condutor esférico.

Para um ponto X , distante d do centro do condutor esférico:



Sendo nulo o potencial elétrico num ponto infinitamente distante ($V_\infty \rightarrow 0$), o valor do potencial elétrico em X é:

$$V_x = k \cdot \frac{Q}{d}$$

Podemos calcular o valor do campo elétrico utilizando $E = \frac{V}{d}$; logo,

$$E_x = k \cdot \frac{Q}{d^2}$$

Observação: para um ponto externo e infinitamente próximo à superfície do condutor esférico, pode-se considerar a distância d aproximadamente igual ao raio R do condutor. Assim, o módulo do vetor campo elétrico é dado por:

$$E_{\text{próx.}} = k \cdot \frac{Q}{R^2}$$

PONTOS NA SUPERFÍCIE DO CONDUTOR

Todos os pontos da superfície do condutor têm o mesmo potencial elétrico, pois ele está em equilíbrio eletrostático, dado por:

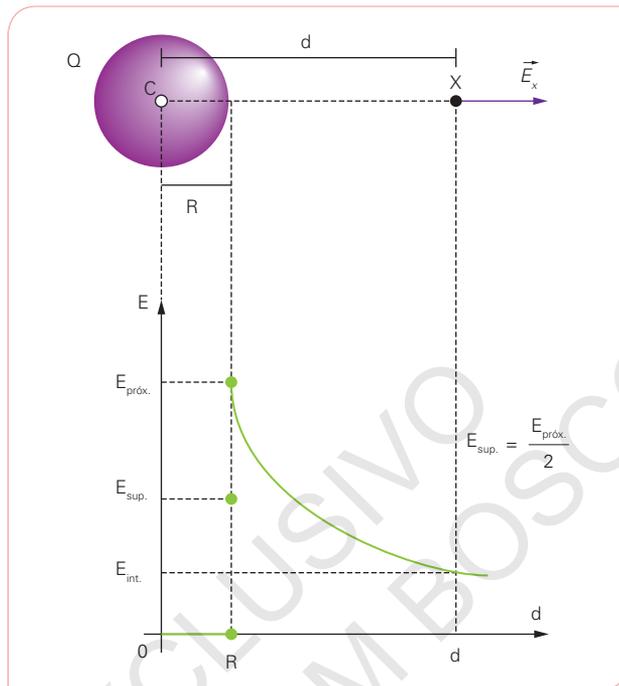
$$V = k \cdot \frac{Q}{R}$$

O campo elétrico sofre redução de metade de sua intensidade ao saltar de um ponto externo infinitamente próximo para outro na superfície do condutor esférico. Assim, têm-se:

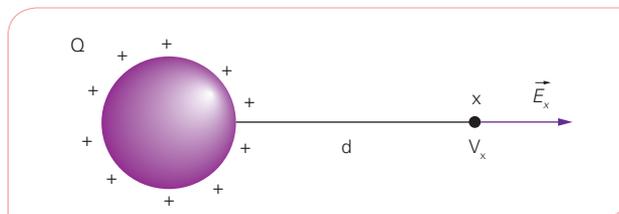
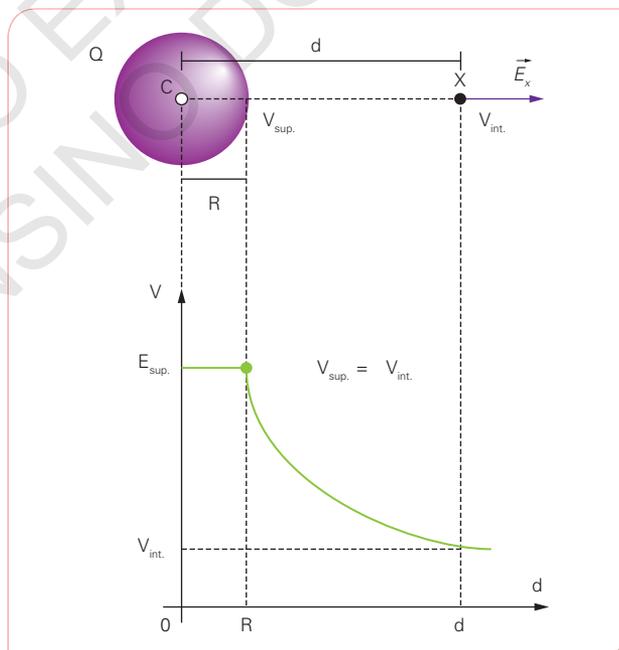
$$E = \frac{1}{2} \cdot E_{\text{próx.}}, \text{ ou seja, } E = k \cdot \frac{Q}{2 \cdot R^2}$$

GRÁFICOS: $E \times d$ e $V \times d$

Dado um condutor esférico eletrizado positivamente, temos os gráficos do campo elétrico e do potencial elétrico em função da distância.



Logo,



ROTEIRO DE AULA

TRABALHO DA FORÇA ELÉTRICA

Para levar uma carga puntiforme de A para B em um campo elétrico, o trabalho não depende da trajetória da carga (a força elétrica é conservativa)

Campo elétrico uniforme:
 $U = E \cdot d$

CONDUTORES EM EQUILÍBRIO ELETROSTÁTICO

Todos os pontos apresentam o mesmo potencial elétrico

Cargas distribuem-se na superfície do

condutor

Campo elétrico nulo no interior do condutor

Cargas elétricas em movimento caótico

Vetor campo elétrico é perpendicular à

superfície do condutor

Condutores esféricos (situações)

Ponto extremo ao condutor

Ponto interno ao condutor

Ponto infinitamente próximo ao condutor

Ponto na superfície do condutor

ROTEIRO DE AULA

CONDUTORES EM EQUILÍBRIO ELETROSTÁTICO

Campo e potencial

Movimento Caótico de Elétrons

Cargas elétricas excedentes se distribuem na

superfície

Cargas elétricas se afastam e mantêm maior distância possível entre si

Gaiola de Faraday

CONDUTORES PERIFÉRICOS

Condições possíveis

Pontos externos ao condutor

Pontos infinitamente próximos ao condutor

Pontos na superfície do condutor

Pontos internos ao condutor

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Mackenzie-SP



Uma carga elétrica de intensidade $Q = 10,0 \mu\text{C}$, no vácuo, gera um campo elétrico em dois pontos A e B, conforme figura acima. Sabendo-se que a constante eletrostática do vácuo é $k_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2}$ o trabalho realizado pela força elétrica para transferir uma carga $q = 2,00 \mu\text{C}$ do ponto B até o ponto A é, em mJ, igual a

- a) 90,0
b) 180
c) 270
d) 100
e) 200

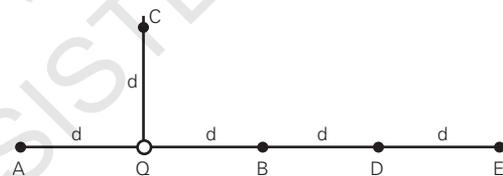
$$\text{O potencial elétrico no ponto A: } V_A = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{10 \cdot 10^{-6}}{2} = 4,5 \cdot 10^4 \text{ V}$$

$$\text{O potencial elétrico no ponto B: } V_B = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{10 \cdot 10^{-6}}{1} = 9,0 \cdot 10^4 \text{ V}$$

$$\tau_{BA} = q \cdot (V_A - V_B) = 2,0 \cdot 10^{-6} \cdot (9,0 \cdot 10^4 - 4,5 \cdot 10^4) = 9,0 \cdot 10^{-2} \text{ J} = 90,0 \text{ mJ}$$

$$\tau = 90,0 \text{ mJ}$$

2. Unioeste-PR – A figura a seguir representa uma carga pontual positiva Q, igual a 16 nC , e os pontos A, B, C, D e E. A distância 'd' é igual a 20 cm e a constante eletrostática do meio é igual a $9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.



Considerando o potencial igual a zero no infinito, assinale a alternativa CORRETA.

- a) O potencial elétrico no ponto A é igual a $-0,72 \text{ kV}$.
b) A diferença de potencial entre os pontos B e D é igual a $+0,72 \text{ kV}$.
c) O campo elétrico no ponto A possui intensidade igual a $3,6 \text{ kN} \cdot \text{C}^{-1}$ apontando para Q.

d) O campo elétrico no ponto D possui intensidade igual a $0,90 \text{ kN} \cdot \text{C}^{-1}$ apontando para E.

e) O trabalho realizado pela força elétrica, quando uma carga pontual de $1,0 \text{ nC}$ é transportada de B para D passando por C, é igual a $0,72 \mu\text{J}$.

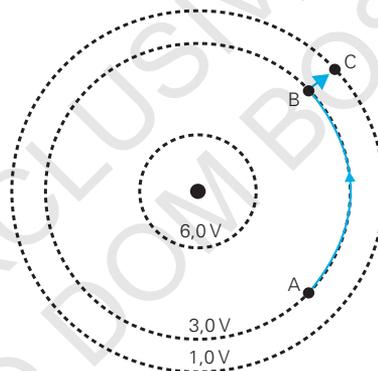
$$E_b = k \cdot \frac{Q}{d}$$

$$E_b = 90 \text{ kN} \cdot \text{C}^{-1}$$

3. PUC-RS

C5 - H17

A figura a seguir mostra três linhas equipotenciais em torno de uma carga positiva que pode ser considerada puntiforme (as dimensões da carga são muito menores que as distâncias consideradas no problema).



O trabalho realizado por uma força externa ao deslocar, com velocidade constante, a carga de prova de $1,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ de A até C através do caminho indicado ABC, em joules, é:

- a) $-5,0 \cdot 10^{-6}$ c) $-2,0 \cdot 10^{-6}$ e) $2,0 \cdot 10^{-6}$
b) $-3,0 \cdot 10^{-6}$ d) $1,0 \cdot 10^{-6}$

$$\tau_{AB} = 1,0 \cdot 10^{-6} \cdot (3,0 - 3,0) = 0 \text{ J}$$

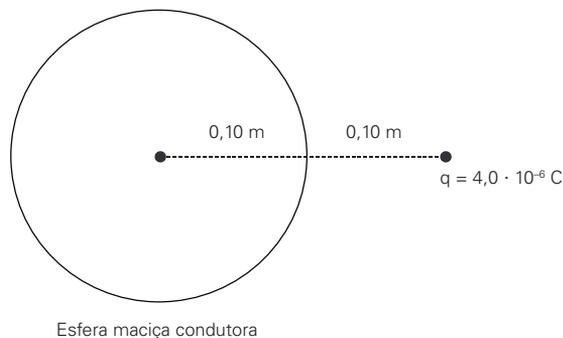
$$\tau_{BC} = 1,0 \cdot 10^{-6} \cdot (1,0 - 3,0) = -2,0 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$\tau = \tau_{AB} + \tau_{BC} = -2,0 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

4. UFRJ – Uma partícula com carga positiva $q = 4,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ é mantida em repouso diante de uma esfera maciça condutora isolada de raio $0,10 \text{ m}$ e carga total nula. A partícula encontra-se a uma distância de $0,20 \text{ m}$ do centro da esfera, conforme ilustra a figura a seguir. A esfera e as cargas que foram induzidas em sua superfície também se encontram em repouso, isto é, há equilíbrio eletrostático.



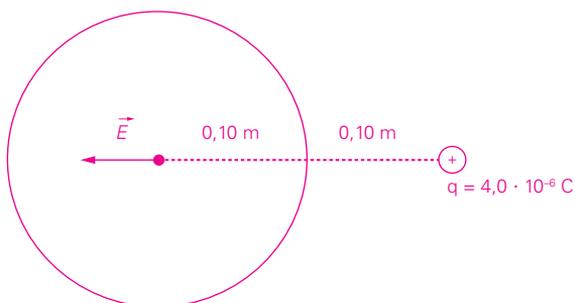
Esfera maciça condutora

Sabendo que a constante de proporcionalidade na lei de Coulomb é $k = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, determine o módulo e indique a direção e o sentido:

a) do campo elétrico no centro da esfera condutora devido à partícula de carga q ;

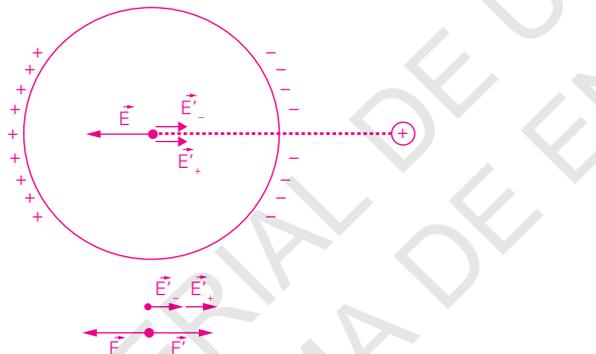
$$E = \frac{kQ}{d^2} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-6}}{(2 \cdot 10^{-1})^2} = 9 \cdot 10^5 \therefore E = 9 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

O campo elétrico possui sentido da direita para a esquerda.



b) do campo elétrico no centro da esfera condutora devido às cargas induzidas em sua superfície.

Devido ao equilíbrio eletrostático, a esfera condutora possui vetor campo elétrico resultante nulo em seu interior. Através do processo de indução, a partícula eletrizada induz cargas negativas e positivas na superfície da esfera, o que gera um campo elétrico no interior, oposto ao sentido do campo da partícula e, desta forma, o campo resultante se anula.



5. ITA-SP – Uma carga q distribui-se uniformemente na superfície de uma esfera condutora, isolada, de raio R . Assinale a opção que apresenta a magnitude do campo elétrico e o potencial elétrico num ponto situado a uma distância $r = R/3$ do centro da esfera.

a) $E = 0 \text{ V/m}$ e $U = 0 \text{ V}$

b) $E = 0 \text{ V/m}$ e $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R}$

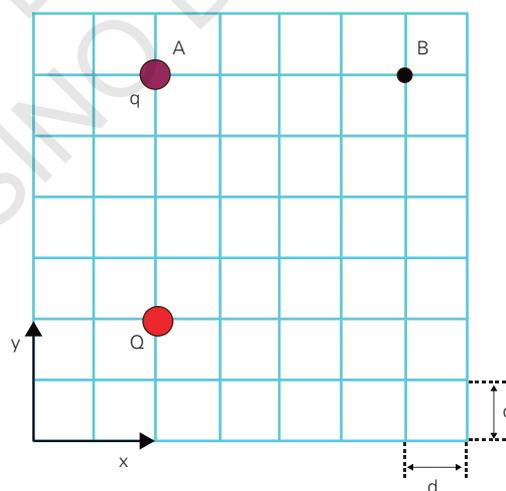
c) $E = 0 \text{ V/m}$ e $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3q}{R}$

d) $E = 0 \text{ V/m}$ e $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qr}{R^2}$

e) $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{rq}{R^3}$ e $U = 0 \text{ V}$

O exercício propõe a análise do campo elétrico e potencial elétrico em uma distância $r = R/3$; logo, está se referindo a um ponto no interior da esfera. Neste caso, o campo elétrico é nulo e o potencial elétrico é igual ao potencial elétrico na superfície.

6. UNIFESP (adaptado) – Uma carga elétrica puntiforme $Q > 0$ está fixa em uma região do espaço e cria um campo elétrico ao seu redor. Outra carga elétrica puntiforme q , também positiva, é colocada em determinada posição desse campo elétrico, podendo mover-se dentro dele. A malha quadriculada representada na figura está contida em um plano xy , que também contém as cargas.



Quando na posição A, q fica sujeita a uma força eletrostática de módulo F exercida por Q . Calcule o módulo da força eletrostática entre Q e q , em função apenas de F , quando q estiver na posição B.

Pelo teorema de Pitágoras, temos $D = (4 \cdot d)^2 + (4 \cdot d)^2$, $D = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot d$

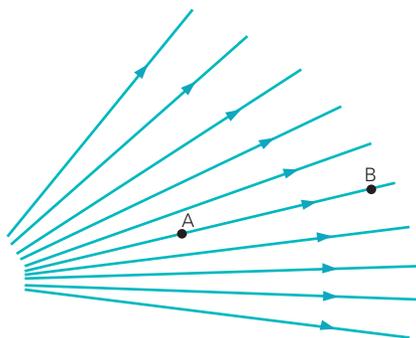
Pela Lei de Coulomb, com a carga q na posição A, temos

$F = \frac{K \cdot q \cdot Q}{d_A^2} = \frac{K \cdot q \cdot Q}{4 \cdot d^2} = \frac{K \cdot q \cdot Q}{16 \cdot d^2}$. Temos também que a carga q na posição B distante $D = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot d$ da carga Q , logo $F = \frac{K \cdot q \cdot Q}{(4 \cdot \sqrt{2} \cdot d)^2} = \frac{K \cdot q \cdot Q}{32 \cdot d^2}$, fazendo

a razão entre as duas forças temos: $F' = \frac{F}{2}$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

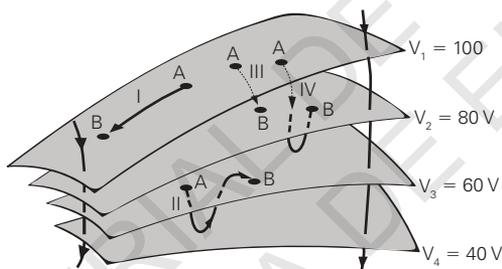
7. Unisa-SP – Considere uma região de campo elétrico representada pela configuração das linhas de força e dois pontos A e B situados, respectivamente, a distâncias d e $2d$ da carga geradora de campo.



Assinale alternativa correta.

- O campo elétrico é mais intenso no ponto B da figura.
- Ao abandonar um elétron no ponto A, este irá se dirigir ao ponto B.
- O valor do potencial elétrico no ponto A é metade daquele no ponto B.
- A carga geradora desse campo tem sinal negativo.
- O trabalho realizado sobre um próton para levá-lo de B para A é resistente.

8. UnB-DF – A figura a seguir ilustra quatro superfícies equipotenciais com os seus respectivos valores de potencial. Os algarismos I, II, III e IV indicam trajetórias que iniciam no ponto A e terminam no ponto B.



RESNIK, H.; WALKER, J. *Eletromagnetismo*. Ed. LTC.

Com relação às informações apresentadas no texto acima, é correto afirmar que a diferença de potencial entre os pontos A e B:

- é igual a 100 V na trajetória I.
- é igual a 0 V na trajetória II.
- é maior na trajetória III que na da trajetória IV.
- é maior na trajetória I que na da trajetória II.
- é igual nas trajetórias II e III.

9. UEM-PR – Uma carga pontual positiva, $Q = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, está disposta no vácuo. Uma outra carga pontual positiva, $q = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, é abandonada em um ponto A, situado a uma distância $d = 3 \text{ cm}$ da carga Q . Analise as alternativas a seguir e assinale o que for correto.

- Quando q está em A, a força elétrica Q exerce em q é 100 N.

- O potencial elétrico gerado por Q em A é $15 \cdot 10^5 \text{ V}$.
- A diferença de potencial em razão da carga Q entre um ponto B, distante 6 cm de Q e a 3 cm de ponto A, é $-7,5 \cdot 10^5 \text{ V}$.
- O trabalho realizado pela força elétrica por Q sobre q , para levá-la de A até B, é -20 J .
- A variação da energia potencial eletrostática da carga q , quando essa carga é liberada em A e se move até B, é nula.

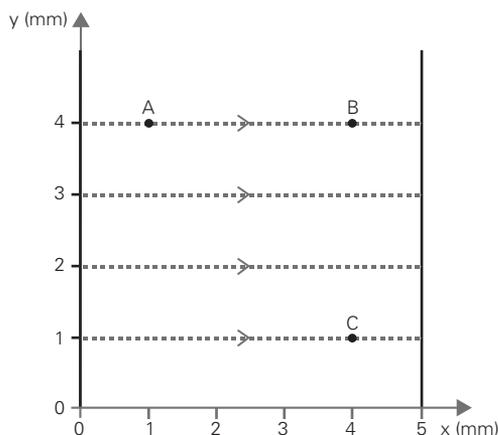
Dê a soma da(s) alternativa(s) correta(s)

10. UEM-PR – Despreze os efeitos do atrito e do campo gravitacional e assinale a(s) alternativa(s) correta(s).

- Uma carga elétrica fixada em uma região onde existe um campo elétrico possui energia potencial elétrica.
- Uma carga elétrica, quando solta em uma região onde existe um campo elétrico, adquire energia cinética.
- Uma carga elétrica positiva $+Q$ é colocada em uma região na qual existe um campo elétrico uniforme, gerado por duas placas metálicas paralelas e eletrizadas com cargas elétricas com sinais opostos. A carga é atraída pela placa carregada positivamente e repelida pela placa carregada negativamente. Segundo essa descrição, um trabalho será realizado pela carga elétrica.
- O trabalho realizado por um campo elétrico sobre uma carga elétrica é igual à variação da energia cinética desta carga.
- O ganho de energia cinética de uma carga inserida em um campo elétrico é igual à perda de sua energia total.

Dê a soma da(s) alternativa(s) correta(s)

11. Fuvest-SP (adaptado) – A região entre duas placas metálicas, planas e paralelas está esquematizada na figura a seguir.



As linhas tracejadas representam o campo elétrico uniforme existente entre as placas. A distância entre as placas é 5 mm e a diferença de potencial entre elas é 300 V. As coordenadas dos pontos A, B e C são mostradas na figura.

Note e adote:

O sistema está em vácuo.

Carga do elétron = $-1,6 \cdot 10^{19}$ C.

Calcule o trabalho W realizado pela força elétrica sobre um elétron que se desloca do ponto C ao ponto A.

- 12. ITA-SP** – Assinale a alternativa que expressa o trabalho necessário para colocar cada uma de quatro cargas elétricas iguais, q , nos vértices de um retângulo de altura a e base $2a\sqrt{2}$, sendo $k = \frac{1}{4}\pi\epsilon_0$, em que ϵ_0 é a permissividade elétrica do vácuo.

a) $\frac{k \cdot (4 + \sqrt{2}) \cdot q^2}{2a}$

d) $\frac{k \cdot (20 + 3\sqrt{2}) \cdot q^2}{6a}$

b) $\frac{k \cdot (8 + 2\sqrt{2}) \cdot q^2}{2a}$

e) $\frac{k \cdot (12 + 3\sqrt{2}) \cdot q^2}{6a}$

c) $\frac{k \cdot (16 + 3\sqrt{2}) \cdot q^2}{6a}$

- 13. Fuvest-SP** – Qual o trabalho realizado pela força elétrica que atua numa carga positiva de 3 C quando esta se desloca de uma distância de 2 m sobre uma superfície equipotencial de 10 V?

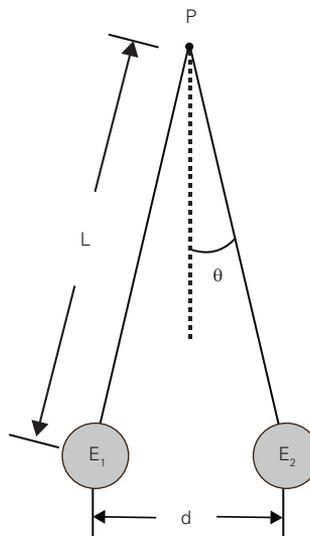
- 14. UEM-PR** – Seja ABD um triângulo equilátero, cujo lado mede 24 cm. Suponha que, em B, exista uma carga elétrica puntiforme $Q_1 = 8,0 \cdot 10^{-6}$ C; em D, outra carga elétrica puntiforme, $Q_2 = -8,0 \cdot 10^{-6}$ C e que todo o sistema esteja situado no vácuo. Seja M um ponto no segmento BD e que diste 8 cm de D. Considere que a constante de proporcionalidade, no sistema internacional, é $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$ e que o potencial elétrico é nulo, se observado infinitamente distante. Em relação a esses dados, assinale o que for correto.

- 02)** O potencial elétrico criado pelas duas cargas no ponto A é $7,2 \cdot 10^4$ V.
- 04)** O potencial elétrico criado pelas cargas no ponto M é $-9,0 \cdot 10^5$ V.
- 06)** Em módulo, o valor da força elétrica que Q_1 exerce sobre Q_2 é igual ao valor da força elétrica que Q_2 exerce sobre Q_1 .

- 15. Fuvest-SP** – Um grupo de alunos, em uma aula de laboratório, eletriza um canudo de refrigerante por atrito, com um lenço de papel. Em seguida, com o canudo, eles eletrizam uma pequena esfera condutora, de massa 9 g, inicialmente neutra, pendurada em um fio de seda isolante, de comprimento L preso em um ponto fixo P. No final do processo, a esfera e o canudo estão com cargas de sinais opostos.

- a) Descreva as etapas do processo de eletrização da esfera.

Em seguida, os alunos colocam a esfera eletrizada E_1 em contato com outra esfera E_2 idêntica à primeira, eletricamente neutra e presa na extremidade de outro fio de seda isolante, também de comprimento L fixo no ponto P. O sistema adquire a configuração ilustrada na figura, sendo $d = 8$ cm.



Para o sistema em equilíbrio nessa configuração final, determine

b) o módulo da tensão \rightarrow em um dos fios isolantes;

c) o módulo da carga q_2 da esfera E_2 ;

d) a diferença N entre o número de elétrons e de prótons na esfera E_2 após a eletrização.

Note e adote:

Para a situação descrita, utilize: $\cos \theta = 1$ e $\sin \theta = 0,1$.

Aceleração da gravidade: 10 m/s^2

Força elétrica entre duas cargas puntiformes Q_1 e

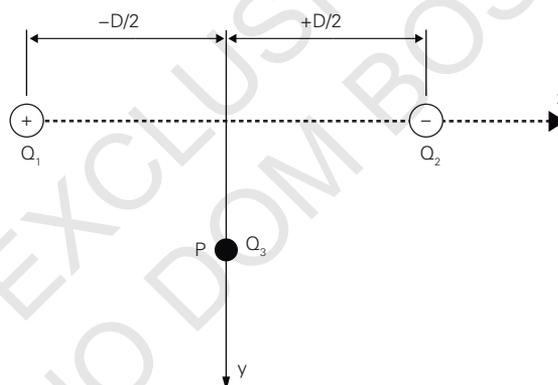
Q_2 distantes r uma da outra: $\frac{K \cdot Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$

$K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm/C}$

Carga do elétron: $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Ignore a massa dos fios.

16. Esc. Naval-RJ – Analise a figura a seguir.



As cargas pontuais $Q_1 = +q_0$ e $Q_2 = -q_0$ estão equidistantes da carga Q_3 , que também possui módulo igual a q_0 , mas seu sinal é desconhecido. A carga Q_3 está fixada no ponto P sobre o eixo y, conforme indica a figura acima. Considerando $D = 2,0 \text{ m}$ e $K \cdot q_0^2 = 10 \text{ Nm}$ (K é a constante eletrostática), qual a expressão do módulo da força elétrica resultante em Q_3 em newtons, e em função de y ?

a) $\frac{20 \cdot y}{y^2 + 1}$

b) $\frac{20}{\sqrt{(y^2 + 1)^3}}$

c) $\frac{20}{\sqrt{(y^2 + 1)}}$

d) $\frac{20 \cdot y}{\sqrt{(y^2 + 1)^3}}$

e) Depende do sinal da carga Q_3

17. UPE-PE – Duas esferas isolantes, **A** e **B**, possuem raios iguais a R_A e R_B e cargas, uniformemente distribuídas, iguais a Q_A e Q_B , respectivamente.

Sabendo-se que $5Q_A = 2Q_B$ e ainda que $10R_A = 3R_B$, qual a relação entre suas densidades volumétricas de cargas?

a) 100/9

b) 15/8

c) 200/6

d) 400/27

e) 280/9

ESTUDO PARA O ENEM

18. UNESP

C4-H15

Modelos elétricos são, frequentemente, utilizados para explicar a transmissão de informações em diversos sistemas do corpo humano. O sistema nervoso, por exemplo, é composto por neurônios (figura 1), células delimitadas por uma fina membrana lipoproteica que separa o meio intracelular do meio extracelular. A parte interna da membrana é negativamente carregada, e a parte externa possui carga positiva (figura 2), de maneira análoga ao que ocorre nas placas de um capacitor.

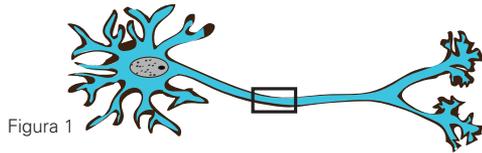


Figura 1

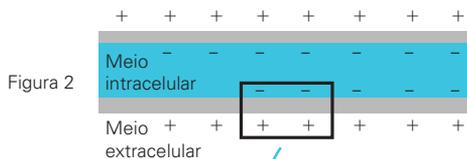


Figura 2

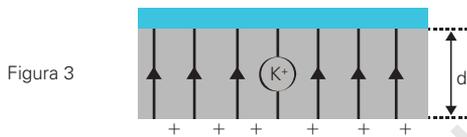


Figura 3

Disponível em: <<http://biotravel.com.br>>. Adaptado.

A figura 3 representa um fragmento ampliado dessa membrana, de espessura d , que está sob ação de um campo elétrico uniforme, representado na figura por suas linhas de força paralelas entre si e orientadas para cima. A diferença de potencial entre o meio intracelular e o extracelular é V . Considerando a carga elétrica elementar como e , o íon de potássio K^+ , indicado na figura 3, sob ação desse campo elétrico, ficaria sujeito a uma força elétrica cujo módulo pode ser escrito por:

- a) $e \cdot V \cdot d$ c) $\frac{V \cdot d}{e}$ e) $\frac{e \cdot V}{d}$
 b) $\frac{e \cdot d}{V}$ d) $\frac{e}{V \cdot d}$

19. Enem

C6-H20

Dois irmãs que dividem o mesmo quarto de estudos combinaram de comprar duas caixas com tampas para guardarem seus pertences dentro de suas caixas, evitando, assim, a bagunça sobre a mesa de estudos. Uma delas comprou uma metálica, e a outra, uma caixa de madeira de área e espessura lateral diferentes, para facilitar a identificação. Um dia as meninas foram estudar para a prova de Física e, ao se acomodarem na mesa de estudos, guardaram seus celulares ligados dentro de suas caixas.

Ao longo desse dia, uma delas recebeu ligações telefônicas, enquanto os amigos da outra tentavam ligar e recebiam a mensagem de que o celular estava fora da área de cobertura ou desligado.

Para explicar essa situação, um físico deveria afirmar que o material da caixa, cujo telefone celular não recebeu as ligações, é de

- a) madeira, e o telefone não funcionava porque a madeira não é um bom condutor de eletricidade.
 b) metal, e o telefone não funcionava devido à blindagem eletrostática que o metal proporcionava.
 c) metal, e o telefone não funcionava porque o metal refletia todo tipo de radiação que nele incidia.
 d) metal, e o telefone não funcionava porque a área lateral da caixa de metal era maior.
 e) madeira e o telefone não funcionava porque a espessura desta caixa era maior que a espessura da caixa de metal.

20. Enem

C1-H2

A energia solar vai abastecer parte da demanda de energia do campus de uma universidade brasileira. A instalação de painéis solares na área dos estacionamentos e na cobertura do hospital pediátrico será aproveitada nas instalações universitárias e também ligada na rede da companhia elétrica distribuidora de energia.

O projeto inclui 100 m^2 de painéis solares que ficarão instalados nos estacionamentos, produzindo energia elétrica e proporcionando sombra para os carros. Sobre o hospital pediátrico serão colocados aproximadamente 300 m^2 de painéis, sendo 100 m^2 para gerar energia elétrica utilizada no campus, e 200 m^2 para geração de energia térmica, produzindo aquecimento de água utilizada nas caldeiras do hospital.

Suponha que cada metro quadrado de painel solar para energia elétrica gere uma economia de 1 kWh por dia e cada metro quadrado produzindo energia térmica permita economizar 0,7 kWh por dia para a universidade. Em uma segunda fase do projeto, será aumentada em 75% a área coberta pelos painéis solares que geram energia elétrica. Nessa fase também deverá ser ampliada a área de cobertura com painéis para geração de energia térmica.

Disponível em: <<http://agenciabrasil.ebc.com.br>>. Acesso em: 30 out. 2013 (adaptado).>

Para se obter o dobro da quantidade de energia economizada diariamente, em relação à primeira fase, a área total dos painéis que geram energia térmica, em metro quadrado, deverá ter o valor mais próximo de

- a) 231
 b) 431
 c) 472
 d) 523
 e) 672

CORRENTE ELÉTRICA, POTENCIAL ELÉTRICO E DIFERENÇA DE POTENCIAL (DDP)

Corrente elétrica é o deslocamento ordenado de partículas portadoras de carga elétrica dentro de um condutor, quando existe uma diferença de potencial elétrico entre as extremidades.

Existe corrente elétrica quando portadores de cargas elétricas (positivas e/ou negativas) se movimentam numa direção preferencial.

Exemplos:

1. Metais

Portadores de cargas elétricas \Rightarrow elétrons.

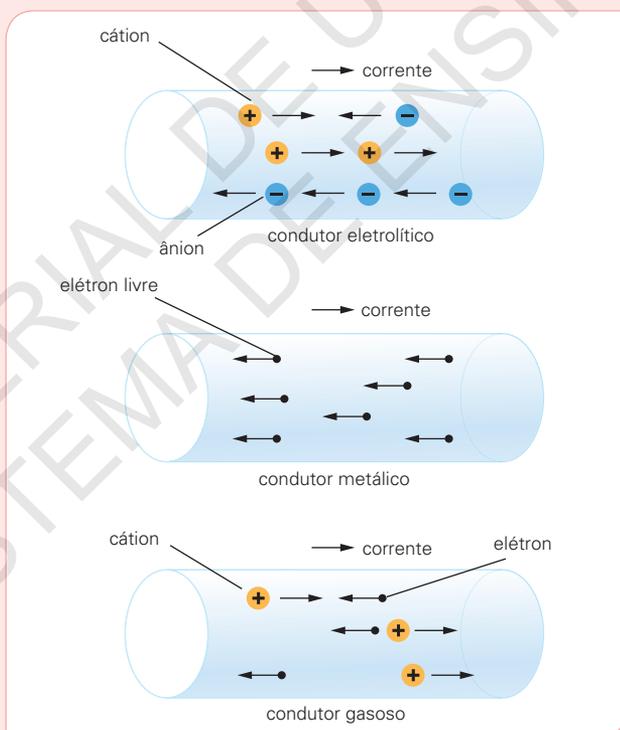
2. Soluções eletrolíticas

Portadoras de cargas elétricas \Rightarrow íons positivos e negativos.

3. Gases

Portadores de cargas elétricas \Rightarrow íons e elétrons.

No estudo da corrente elétrica, diz-se que sua direção é a mesma dos portadores de cargas elétricas, positivos ou negativos. Com relação ao sentido, adota-se o convencional, ou seja, o sentido da corrente elétrica é o **mesmo** do movimento dos portadores de cargas elétricas **positivas** ou, por outro lado, **contrário** ao do movimento dos portadores de cargas elétricas **negativas**.



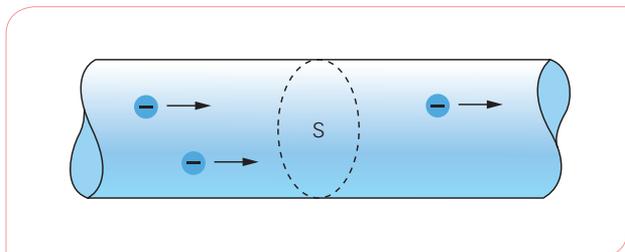
- Corrente elétrica
- Potencial elétrico
- Diferença de potencial (ddp)

HABILIDADES

- Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.
- Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.
- Utilizar leis físicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da eletrodinâmica.
- Relacionar informações para compreender manuais de instalação e utilização de aparelhos ou sistemas tecnológicos de uso comum.
- Calcular o potencial elétrico gerado por uma ou mais cargas puntiformes

INTENSIDADE DE CORRENTE ELÉTRICA

Indicando por ΔQ a carga total, em valor absoluto, que atravessa a superfície (S) do condutor no intervalo de tempo Δt , define-se a **intensidade média de corrente elétrica (i_m)** nesse intervalo de tempo pela relação:



$$i_m = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

A intensidade de corrente elétrica é uma grandeza escalar que fornece o **fluxo** de cargas elétricas, através de uma superfície, por unidade de tempo.

A unidade de intensidade de corrente elétrica no sistema internacional é o **ampère (A)**.

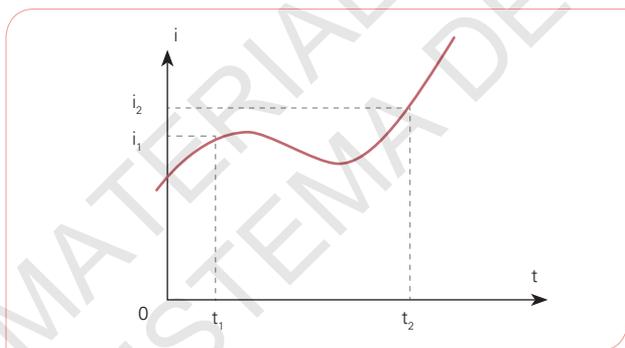
$$\text{ampère (A)} = \frac{\text{coulomb (C)}}{\text{segundo (s)}}$$

É muito comum a utilização de submúltiplos do ampère (A):

$$1 \text{ mA} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ A (miliampère)}$$

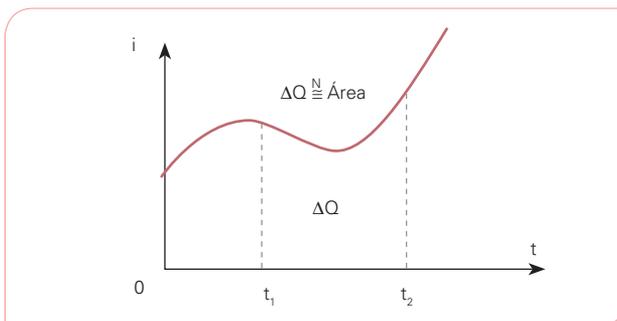
$$1 \text{ }\mu\text{A} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ A (microampère)}$$

Quando a intensidade de corrente elétrica (i) varia com o tempo, podemos representá-la por meio de um gráfico $i \times t$.



INTENSIDADE DE CORRENTE VARIÁVEL COM O TEMPO

Para obter a intensidade média de corrente elétrica (i_m) é preciso, a princípio, determinar a carga elétrica total (ΔQ) correspondente ao intervalo de tempo pretendido. A carga elétrica total (ΔQ) é dada numericamente pela área sob a curva entre os instantes t_1 e t_2 .



Portanto, a intensidade média de corrente elétrica

$$\text{é } i_m = \frac{\Delta Q}{\Delta t}.$$

Potencial elétrico

Quando as partículas portadoras de carga elétrica se movem ao longo do condutor gerando uma corrente elétrica, é possível associar, a cada ponto da trajetória descrita pelos portadores de carga elétrica, uma grandeza escalar chamada de **potencial elétrico (V)**, que representa a energia potencial elétrica por unidade de carga elétrica.

Dadas duas partículas, nos pontos A e B, carregadas com carga q_0 , temos que suas energias potenciais são E_{PA} e E_{PB} , respectivamente.

Assim:



$$\text{Onde } V_A = \frac{E_{PA}}{q_0} \text{ e } V_B = \frac{E_{PB}}{q_0}$$

- V: potencial elétrico do ponto
- q_0 : quantidade de carga elétrica do portador de carga colocado no ponto em questão
- E_p : energia potencial elétrica de q_0 no ponto

No sistema internacional de unidades (SI):

$$\frac{[E_p]}{[q_0]} = \frac{\text{joule (J)}}{\text{coulomb (C)}} = \text{volt (V)}$$

Diferença de potencial (ddp)

A **diferença de potencial elétrico (ddp)**, ou **tensão elétrica** entre dois pontos, é a diferença entre os potenciais elétricos desses pontos. Sendo U_{AB} a diferença de potencial entre os pontos A e B, de potenciais V_A e V_B , respectivamente, tem-se:

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

Como no SI os potenciais V_A e V_B são medidos em volt, a ddp U_{AB} também é medida em volt (V).

$$\text{Como } V_A = \frac{E_{PA}}{q_0} \text{ e } V_B = \frac{E_{PB}}{q_0}, \text{ temos que } U_{AB} = V_A - V_B = \frac{E_{PA}}{q_0} - \frac{E_{PB}}{q_0} \text{ ou } U_{AB} = \frac{\Delta E_P}{q_0}$$

Portanto, para os portadores de carga se movimentarem ordenadamente, é necessário que estejam

sujeitos a uma diferença de potencial. O sentido da corrente elétrica convencional é do maior potencial elétrico para o menor. Já os elétrons se movimentam espontaneamente do menor para o maior potencial, ou seja, no sentido contrário ao da corrente elétrica.

Para o cálculo do potencial elétrico, é necessário adotar um referencial, geralmente a Terra. Assim, o potencial elétrico da Terra é tido como zero:

$$V_{\text{Terra}} = 0$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Unisinos-RS – Numa aula sobre circuito elétrico simples, um professor pediu a seus alunos que ligassem uma lâmpada a uma pilha com um pedaço de fio de cobre.

As montagens feitas por quatro estudantes estão representadas nas figuras:



Carlos



João



Mateus



Pedro

Imagem disponível em: <<http://www.infoesco.com/fisica/corrente-eletrica/exercicios/>>. Acesso em: 22 abr. 2016.

Considerando-se essas quatro ligações, é correto afirmar que a lâmpada vai acender

- a) apenas na montagem de Mateus.
- b) apenas nas montagens de João e Pedro.
- c) apenas na montagem de Pedro.
- d) apenas na montagem de Carlos.
- e) apenas nas montagens de Carlos, João e Pedro.

Resolução

É necessário fechar o circuito para obtermos uma ddp e a lâmpada acender; logo, os circuitos de Mateus e Carlos não vão funcionar. No circuito de Carlos, não foi conectado o fio condutor na base da lâmpada, que é a parte condutora dela.

2. Uma partícula carregada negativamente possui energia potencial elétrica igual a $2 \cdot 10^{-2}$ J. Uma vez que ela está situada em um ponto A cujo potencial elétrico é de 2000 V, qual é a carga da partícula?

- a) $1 \cdot 10^2$ C
- b) $-2 \cdot 10^{-6}$ C
- c) $-1 \cdot 10^{-5}$ C
- d) $1 \cdot 10^{-5}$ C
- e) $-4 \cdot 10^{-5}$ C

Resolução

$$2000 \text{ V} = \frac{2 \cdot 10^{-2} \text{ J}}{q}$$

$$q = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{2000} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

ROTEIRO DE AULA

CORRENTE ELÉTRICA

Portadores de cargas elétricas positivos
e/ou negativos se movimentando em uma
direção preferencial em relação
às demais.

A carga elétrica total (ΔQ) é dada numericamente pela área
sob a curva entre dois instantes.

Intensidade média

$$i_m = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

POTENCIAL ELÉTRICO E DDP

$$V = \frac{E_p}{q}$$

Diferença de potencial (ddp):

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

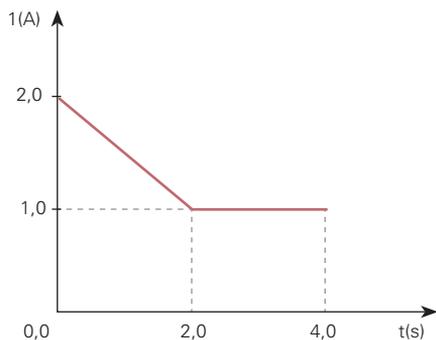
Para existir corrente elétrica é necessário que os portadores de carga estejam sujeitos a uma ddp.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

- 1. Sistema Dom Bosco** – Uma bateria possui a seguinte informação escrita em sua embalagem: Capacidade: 10 000 mAh. Calcule a quantidade de carga, em coulombs, que essa bateria possui.

$$10\,000 \text{ mAh} = 10^4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{C}}{\text{s}} \cdot 3\,600 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^4 \text{ C.}$$

- 2. Faceres-SP** – A intensidade da corrente elétrica em um fio condutor varia com o tempo de acordo com o gráfico abaixo:



A quantidade de carga elétrica, medida em coulombs, que atravessa uma seção transversal do fio condutor no intervalo de tempo entre 0 e 4,0 s é:

- a) 1,0 **c) 5,0** e) 9,0
b) 3,0 d) 7,0

A quantidade de carga elétrica é dada pela área embaixo do gráfico,

$$\text{ou seja, } Q = A_{\text{trapézio}} + A_{\text{retângulo}} = \frac{(2 + 1) \cdot 2}{2} + 2 \cdot 1 = 3 + 2 = 5 \text{ C.}$$

3. Unicamp-SP

C2 - H5

O carro elétrico é uma alternativa aos veículos com motor a combustão interna. Qual é a autonomia de um carro elétrico que se desloca a 60 km/h, se a corrente elétrica empregada nessa velocidade é igual a 50 A e a carga máxima armazenada em suas baterias é $Q = 75 \text{ Ah}$?

- a) 40,0 km
b) 62,5 km
c) 90,0 km
d) 160,0 km

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \rightarrow 50 = \frac{75}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 1,5 \text{ h}$$

$$v = \frac{d}{\Delta t} \rightarrow 60 = \frac{d}{1,5} \rightarrow d = 90 \text{ km}$$

Competência: Identificar a presença e aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais em diferentes contextos.

Habilidade: Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

- 4.** Uma partícula carregada com carga $q = 4 \mu\text{C}$ é colocada em um ponto A de um campo elétrico cujo potencial elétrico é igual a 60 V. Se essa partícula for deslocada para um ponto B, cujo potencial elétrico é 20 V, qual será o valor da energia potencial dessa carga quando ela estiver no ponto A? E no ponto B?

$$V_A = \frac{E_A}{q} \rightarrow E_A = 60 \cdot 4 \cdot 10^{-6} = 240 \cdot 10^{-6} = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$E_{\text{pot B}} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \Rightarrow E_{\text{pot B}} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

- 5.** Uma partícula carregada negativamente possui energia potencial elétrica igual a $2 \cdot 10^{-2} \text{ J}$. Considerando que ela está situada em um ponto A cujo potencial elétrico é de 2000 V, qual é a carga da partícula?

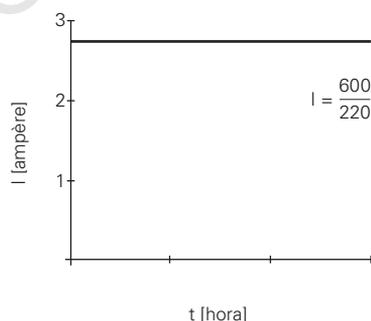
- a) $1 \cdot 10^2 \text{ C}$
b) $-2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$
c) $-1 \cdot 10^{-5} \text{ C}$
d) $1 \cdot 10^{-5} \text{ C}$
e) $-4 \cdot 10^{-5} \text{ C}$

$$2000 \text{ V} = \frac{2 \cdot 10^{-2} \text{ J}}{q}$$

$$q = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{2000} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

- 6. UFT-TO (adaptado)** – Um estudante está planejando reduzir seus gastos mensais. Ele vai deixar de assistir à televisão por duas horas todos os dias do mês. Sabendo que o custo da energia cobrado pela concessionária é R\$ 0,50 por kWh, quanto ele vai economizar mensalmente?

O consumo de potência dessa televisão pode ser extraído do gráfico de corrente a seguir, com tensão de alimentação de 220 V. Considere a televisão como um resistor, e o mês com 30 dias.



Dica: $1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$

- a) R\$ 18,00**
b) R\$ 50,00
c) R\$ 10,00
d) R\$ 36,00
e) R\$ 112,00

Em um mês: Temos que

$$E = \frac{600}{220} \text{ A} \cdot 220 \text{ V} \cdot \frac{2 \text{ h}}{\text{dia}} \cdot 30 \text{ dias} = 600 \cdot 2 \cdot 30 \cdot 3600 \approx 1,3 \cdot 10^8 \text{ J}$$

Uma vez que $1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$,

$$E = \frac{1,3 \cdot 10^8}{3,6 \cdot 10^6} \approx 36 \text{ kWh}$$

Como o preço do kWh é R\$ 0,50, então o estudante deixou de gastar R\$ 18,00.

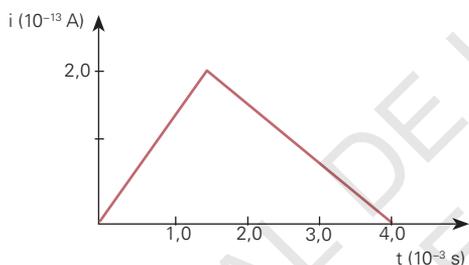
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UNESP (adaptado) – A alpaca é uma liga metálica constituída por cobre (61%), zinco (20%) e níquel (19%). Essa liga é conhecida como “metal branco” ou “liga branca”, razão pela qual muitas pessoas a confundem com a prata. A tabela fornece as densidades dos metais citados.

Metal	Densidade (g/cm ³)
Ag	10,5
Cu	8,9
Ni	8,9
Zn	7,1

Que característica da estrutura metálica explica o fato de essa liga ser condutora de corrente elétrica?

8. FMJ-SP – O gráfico representa, de forma simplificada, a intensidade da corrente elétrica, em função do tempo, resultante do fluxo de íons de sódio através da membrana de um axônio gigante de lula, obtido em um experimento.



Fonte: <www.sine.org>. (Adaptado)

Considerando o valor da carga elétrica de cada íon igual a $1,6 \cdot 10^{-19}$ C, a quantidade de íons de sódio que atravessou a membrana entre os instantes 0 s e $4,0 \cdot 10^{-3}$ s foi de

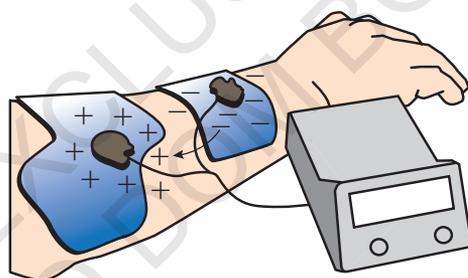
- a) $2,5 \cdot 10^3$ c) $7,5 \cdot 10^4$ e) $5,0 \cdot 10^5$
 b) $5,0 \cdot 10^3$ d) $2,5 \cdot 10^5$

9. UNESP (adaptado) – Uma bateria de *smartphone* de $4000 \text{ mA} \cdot \text{h}$ e $5,0 \text{ V}$ pode fornecer uma corrente elétrica média de 4000 mA durante uma hora até que se descarregue. Calcule a quantidade de carga elétrica, em coulombs, que essa bateria pode fornecer ao circuito.

10. Colégio Naval-RJ – A maior parte da luz emitida por descargas atmosféricas deve-se ao encontro de cargas negativas descendentes com cargas positivas ascendentes (raios de retorno). Supondo que, durante um raio desse tipo, uma corrente eletrônica constante de 30 kA transfere da nuvem para a terra uma carga negativa total de 15 C , a duração desse raio, em milissegundos, será

- a) 3,0 c) 1,5 e) 0,5
 b) 2,0 d) 1,0

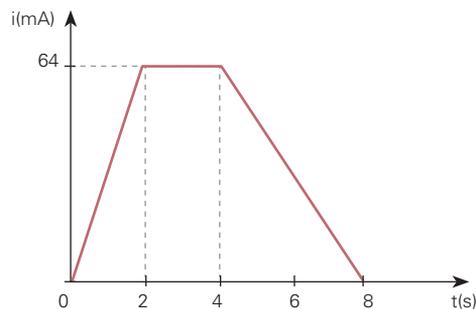
11. Unifor-CE – A iontoforese é um método de administração de medicamentos através da pele dos pacientes por meio da corrente elétrica produzida por um aparelho que consiste em uma bateria, dois eletrodos e um circuito eletrônico, o qual permite controlar a intensidade da corrente (ilustrado na figura abaixo).



Considere que o aparelho de iontoforese possui uma taxa de administração de medicamento de $\phi = 650 \mu\text{g/C}$ por uma corrente contínua. Qual deve ser a intensidade da corrente elétrica, produzida pelo aparelho, necessária para administrar $75 \mu\text{g}$ de dexametasona (anti-inflamatório) em 10 min de tratamento em um paciente machucado?

- a) 0,09 mA c) 0,19 mA e) 0,28 mA
 b) 0,14 mA d) 0,24 mA

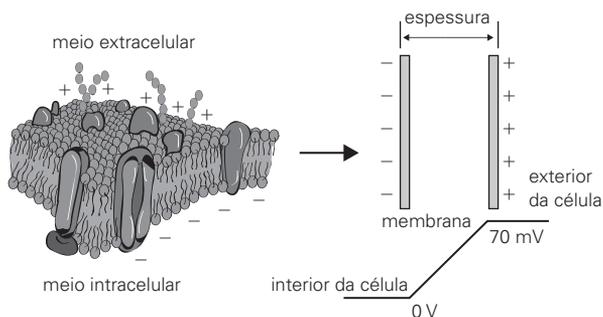
12. IME-RJ – A intensidade da corrente elétrica em um condutor metálico varia, com o tempo, de acordo com o gráfico abaixo.



Sendo a carga elementar $1,6 \cdot 10^{-19}$ C, determine:

- a) a carga elétrica que atravessa uma seção do condutor em 8 s.
 b) o número de elétrons que atravessa uma seção do condutor entre os instantes 0 e 8 s.
 c) a intensidade média da corrente entre os instantes 0 e 8 s.

13. Univag-MT – Membrana celular é a estrutura que delimita todas as células vivas. Ela estabelece a fronteira entre o meio intracelular, o citoplasma e o ambiente extracelular, que pode ser a matriz dos diversos tecidos. Os fluidos dentro e fora de uma célula são sempre neutros, isto é, a concentração de ânions em qualquer local é sempre igual à concentração de cátions. A membrana celular pode ser comparada de forma simplificada a um capacitor de placas paralelas no qual as soluções condutoras estão separadas por uma delgada camada isolante.



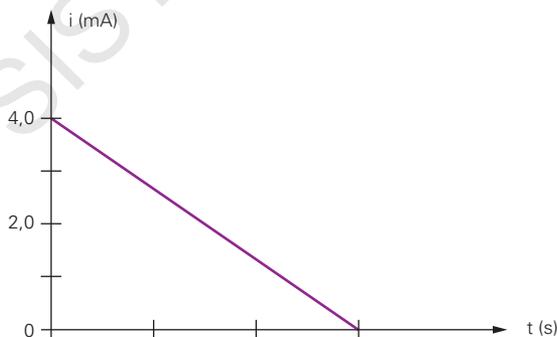
Considerando que, entre as superfícies externa e interna de uma membrana de espessura $8 \cdot 10^{-9}$ m, há uma diferença de potencial de 70 mV, é correto afirmar que é gerado um campo elétrico de intensidade, em V/m, igual a

- a) $9,25 \cdot 10^6$ d) $9,50 \cdot 10^6$
 b) $9,00 \cdot 10^6$ e) $9,25 \cdot 10^6$
 c) $8,75 \cdot 10^6$

14. Unimontes-MG – Quando as extremidades de um fio metálico estão sob diferença de potencial, a corrente elétrica que flui pelo fio vale 2 A. Tendo o conhecimento de que a carga elementar é $1,6 \cdot 10^{-19}$ C, o número de elétrons que passa por uma seção reta do fio, no intervalo de tempo de um segundo, é:

- a) $1,25 \cdot 10^{19}$ c) $8,00 \cdot 10^{18}$
 b) $1,25 \cdot 10^{18}$ d) $8,00 \cdot 10^{19}$

15. UFSCar-SP – O capacitor é um elemento de circuito muito utilizado em aparelhos eletrônicos de regimes alternados ou contínuos. Quando seus dois terminais são ligados a uma fonte, ele é capaz de armazenar cargas elétricas. Ligando-o a um elemento passivo como um resistor, por exemplo, ele se descarrega. O gráfico a seguir representa uma aproximação linear da descarga de um capacitor.



Sabendo que a carga elétrica fundamental tem valor $1,6 \cdot 10^{-19}$ C, determine o número aproximado de portadores de carga que fluíram durante essa descarga.

16. Mackenzie-SP – Estima-se que somente 60% da energia liberada, por efeito Joule, pela resistência elétrica de um fogão elétrico é utilizada para aquecer a água contida em uma panela, quando colocada sobre ela. Se essa resistência aquece 880 g de água [calor específico = $1 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^\circ\text{C})$] de 20°C para 80°C em 7 minutos, quando submetida à ddp de 220 V, a intensidade de corrente elétrica que passa por ela é

Adote: $1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$

- a) 3,5 A
 b) 4,0 A
 c) 4,5 A
 d) 5,0 A
 e) 5,5 A

17. Unicamp-SP – Atualmente há um número cada vez maior de equipamentos elétricos portáteis, e isso tem levado a grandes esforços no desenvolvimento de baterias com maior capacidade de carga, menor volume, menor peso, maior quantidade de ciclos e menor tempo de recarga, entre outras qualidades. Outro exemplo de desenvolvimento, com vistas a recargas rápidas, é o protótipo de uma bateria de íon-lítio, com estrutura tridimensional. Considere que uma bateria, inicialmente descarregada, é carregada com uma corrente média $i_m = 3,2 \text{ A}$ até atingir sua carga máxima de $Q = 0,8 \text{ Ah}$.

Determine o tempo gasto para carregar a bateria.

ESTUDO PARA O ENEM

18. UFRR

C6-H21

Uma das preocupações de quem vive no estado de Roraima é o alto índice de ocorrência de descargas elétricas durante tempestades, principalmente para quem vive no interior, pois nesse caso a proteção por para-raios é menos usual do que em Boa Vista. Por outro lado, vamos definir a corrente elétrica como sendo a quantidade de carga elétrica que passa em uma seção reta do condutor por unidade de tempo. No sistema internacional de unidades, a unidade de corrente elétrica é o ampère, simbolizado pela letra (A), que corresponde ao quociente entre a unidade de carga elétrica e a unidade de tempo. Vamos considerar que durante uma tempestade de inverno, na cidade de Boa Vista, um raio atinge um para-raios instalado na UFRR e que esse raio produziu uma corrente de 40 000 A como valor mais elevado. Assinale a opção que corresponde a uma afirmativa verdadeira em relação ao fenômeno relatado, lembrando que a carga do elétron é de $1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

- a) Depois que o raio atinge o para-raios, a carga elétrica fica estacionada no condutor que liga o para-raios ao solo e, nesse caso, a corrente elétrica é nula.
- b) A quantidade de carga elétrica que passa pelo condutor pode ser determinada usando apenas o valor da corrente elétrica.
- c) Na verdade, são os prótons, situados no núcleo atômico, que constituem o material do condutor e fluem em direção ao solo.
- d) Considerando que a corrente elétrica de 40 000 A mantém-se constante por 2 segundos no condutor, o qual liga o solo ao para-raios, a quantidade de elétrons que passa por uma seção reta do condutor nesse tempo é dada por $5 \cdot 10^{23}$.
- e) Durante o processo de descargas elétricas que ocorrem em tempestades (raios), não aparecem efeitos dissipativos, nos quais diferentes formas de energia aparecem.

19. OBF

C2-H5

Quando nos deparamos com avisos de “Cuidado, alta-tensão”, a caveira desenhada no aviso deixa claro o risco de morte que corremos. Porém, o risco não está relacionado à tensão, mas sim à corrente que atravessa o corpo. Na faixa de 1 a 5 mA ($\text{mA} = 10^{-3}$ A), já é possível sentir a corrente através do corpo, e com 10 mA começamos a sentir dor. Ao levarmos um choque de 1000 V, a corrente de 100 mA que atravessa o corpo, além de dor, é capaz de causar contrações musculares terríveis, e um choque de 5000 V é fatal.

De acordo com o texto, a corrente capaz de levar um ser humano à morte é:

- a) 150 mA
- b) 200 mA
- c) 250 mA
- d) 300 mA
- e) 500 mA

20. Fuvest-SP

C6-H21

Medidas elétricas indicam que a superfície terrestre tem carga elétrica total negativa de, aproximadamente, 600 000 coulombs. Em tempestades, raios de cargas positivas, embora raros, podem atingir a superfície terrestre. A corrente elétrica desses raios pode atingir valores de até 300 000 A. Que fração da carga elétrica total da Terra poderia ser compensada por um raio de 300 000 A e com duração de 0,5 s?

- a) 1/2
- b) 1/3
- c) 1/4
- d) 1/10
- e) 1/20

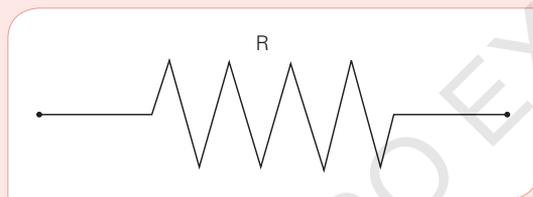
RESISTORES E LEIS DE OHM

Resistores

Resistor é todo dispositivo elétrico que transforma exclusivamente energia elétrica em energia térmica por meio do **efeito Joule**.

O **efeito Joule** diz que a passagem da corrente elétrica em um condutor provoca aumento de temperatura, liberando calor por conta das colisões dos portadores de cargas com átomos e moléculas que constituem esse condutor.

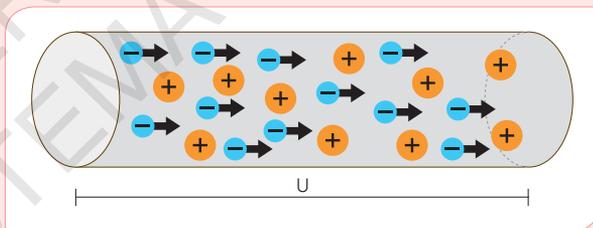
Observe as representações simbólicas de um resistor, em que R indica a resistência elétrica do resistor.



Ou



Resistência elétrica (R) é a medida da oposição ao movimento dos portadores de carga, ou seja, a resistência elétrica representa a dificuldade dos portadores de carga para movimentar-se através do condutor. Quanto maior a dificuldade de movimento dos portadores de carga, maior a resistência elétrica do condutor.



Assim, o portador de carga classifica-se em condutor ou isolante ideal.

- **Condutor ideal** – os portadores de carga existentes no condutor não encontram nenhuma oposição a seu movimento. Diz-se que a resistência elétrica do condutor é nula, o que significa existir alta mobilidade de portadores de carga.
- **Isolante ideal** – os portadores de carga existentes estão praticamente fixos, sem nenhuma mobilidade. Diz-se, nesse caso, que a resistência elétrica é infinita.

Considere um condutor submetido a certa diferença de potencial (d.d.p.), no qual se estabelece uma corrente elétrica.

- Resistor
- Primeira Lei de Ohm
- Segunda Lei de Ohm

HABILIDADES

- Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.
- Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.
- Utilizar leis físicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da eletrodinâmica.
- Relacionar informações para compreender manuais de instalação e utilização de aparelhos ou sistemas tecnológicos de uso comum.

Sendo **U** a diferença de potencial (d.d.p.) aplicada nos extremos do resistor e **i** a intensidade de corrente elétrica que o percorre, a resistência elétrica **R** é dada por

$$R = \frac{U}{i}$$

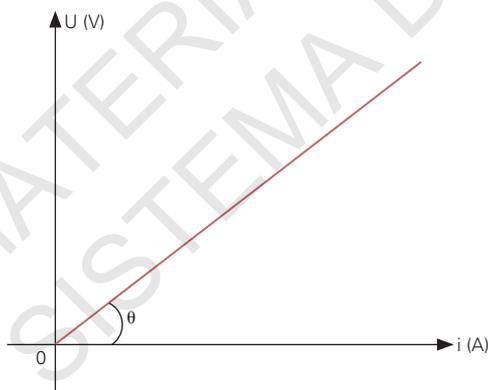
No sistema internacional de unidades (SI), a d.d.p. é dada em **volt (V)**, a intensidade de corrente elétrica, em **ampère (A)**, e a resistência elétrica, em volt/ampère, com o nome de **ohm (Ω)**, em homenagem ao físico germânico Georg Simon Ohm (1789-1854), que estabeleceu a relação entre a diferença de potencial e a intensidade de corrente elétrica no condutor, conhecida como **lei de Ohm (1827)**.

Primeira Lei de Ohm

Com base em experimentos, Ohm verificou que, em determinados condutores, principalmente nos metálicos, a razão entre a d.d.p. aplicada e a intensidade de corrente elétrica era sempre a mesma, ou seja, à temperatura constante, a resistência elétrica do condutor permanecia constante com a variação da d.d.p. aplicada. Condutores com esse comportamento, denominados **ôhmicos**, obedecem à Primeira Lei de Ohm: “resistência elétrica constante independentemente da d.d.p. aplicada”.

$$R = \frac{U_1}{i_1} = \frac{U_2}{i_2} = \frac{U_3}{i_3} = \dots = \frac{U_n}{i_n}$$

Nos condutores ôhmicos, a intensidade de corrente elétrica é diretamente proporcional à d.d.p. aplicada. Assim, a curva característica de um condutor ôhmico é uma reta inclinada em relação aos eixos **U** e **i**, passando pela origem (0; 0).



Nos condutores em que a relação **U/i** não é constante, chamados condutores **não ôhmicos**, ou **não lineares**, a relação entre a intensidade de corrente elétrica e a d.d.p. não obedece a nenhuma relação específica. Sua representação gráfica pode ser qualquer tipo de curva, nunca uma reta.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

1. Urca-CE – Um resistor ôhmico é percorrido por uma corrente elétrica de intensidade 0,2 ampère quando submetido a uma voltagem elétrica de 6 volts. Podemos dizer que esse resistor possui:

- resistência constante de 30 ohms.
- resistência de 30 ohms, mas não é constante, pois em outra voltagem a resistência muda de valor.
- resistência constante de 15 ohms.
- resistência de 15 ohms, mas não é constante, pois em outra voltagem a resistência muda de valor.
- resistência de 20 ohms, mas não é constante, pois em outra voltagem a resistência muda de valor.

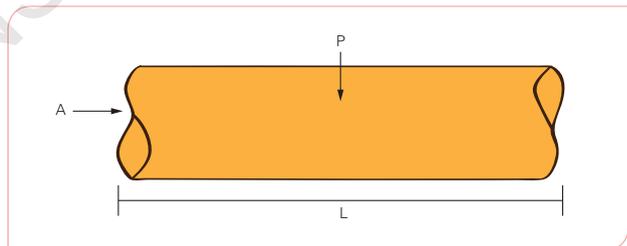
Pela Primeira Lei de Ohm, temos que a resistência é

$$\text{constante, } R = \frac{U_1}{i_1} = \frac{U_2}{i_2} = \frac{U_3}{i_3} = \dots = \frac{U_n}{i_n}.$$

$$\text{Logo } R = \frac{6}{0,2} = 30 \Omega.$$

Segunda Lei de Ohm

Em um resistor, ôhmico ou não, a resistência elétrica é uma característica do condutor. Além disso, ela depende do material de que esse resistor é feito, da forma, das dimensões e também da temperatura a que o condutor seja submetido. Para um condutor formado por fios, verifica-se, experimentalmente, que sua resistência elétrica depende do comprimento do fio (**L**), da área de sua secção transversal (**A**) e do tipo de material que o constitui (**ρ**).



Para o mesmo tipo de material, temos que:

- A resistência elétrica (**R**) é diretamente proporcional ao comprimento do fio (**L**) – quanto maior o seu comprimento, maior sua resistência.
- A resistência elétrica é inversamente proporcional à área da secção transversal do fio – quanto maior a sua área, menor sua resistência.
- Em materiais condutores, a resistência elétrica é diretamente proporcional à temperatura do condutor – quanto maior a temperatura, maior a sua resistência. Com base na análise, pode-se

$$\text{escrever } R = \rho \cdot \frac{L}{A}.$$

Onde **ρ** é o fator de proporcionalidade – grandeza característica do material de que o condutor é feito, denominada resistividade, que só depende da temperatura.

Esse fator, portanto, não depende da forma ou da dimensão do condutor.

Unidades no sistema internacional:

$$[R] = \text{ohm } (\Omega)$$

$$[L] = \text{metro (m)}$$

$$[A] = \text{m}^2$$

$$[\rho] = \Omega \cdot \text{m}$$

RESISTIVIDADE (ρ) DE ALGUMAS SUBSTÂNCIAS A 20°C

Substância	Resistividade ρ ($\Omega \cdot \text{m}$)
Alumínio	$2,92 \cdot 10^{-8}$
Cobre	$1,72 \cdot 10^{-8}$
Ferro	$1,00 \cdot 10^{-7}$
Mercúrio	$9,80 \cdot 10^{-8}$
Ouro	$2,44 \cdot 10^{-8}$
Prata	$1,59 \cdot 10^{-8}$
Platina	$1,10 \cdot 10^{-7}$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

2. UNIFESP – Você constrói três resistências elétricas, R_A , R_B e R_C , com fios de mesmo comprimento e com as seguintes características:

- I. O fio de R_A tem resistividade $1,0 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ e diâmetro de 0,50 mm.
- II. O fio de R_B tem resistividade $1,2 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ e diâmetro de 0,50 mm.
- III. O fio de R_C tem resistividade $1,5 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ e diâmetro de 0,40 mm.

Pode-se afirmar que:

a) $R_A > R_B > R_C$.

b) $R_B > R_A > R_C$.

c) $R_B > R_C > R_A$.

d) $R_C > R_A > R_B$.

e) $R_C > R_B > R_A$.

Resolução

Pela equação da Segunda Lei de Ohm, que determina a resistência dos materiais com base em suas dimensões, vemos que a resistência é inversamente proporcional à área de seção transversal do fio e diretamente proporcional à resistividade e ao comprimento do fio. Sendo assim, sabendo que os comprimentos são os mesmos para os três fios, temos:

- O fio que possuir maior diâmetro necessariamente possuirá maior área de seção transversal e, portanto, terá a menor resistência. Nesse aspecto, os fios R_A e R_B possuirão menor resistência e o fio R_C , por ter menor diâmetro, será o de maior resistência.
- Como a resistividade é diretamente proporcional à resistência, entre os fios R_A e R_B , aquele que possuir maior resistividade terá maior resistência. Nesse aspecto, o fio R_B possui maior resistência que R_A .

Sendo assim, temos que: $R_C > R_B > R_A$.

ROTEIRO DE AULA

RESISTOR

Dispositivo elétrico que promove a transformação de

energia elétrica

exclusivamente em.

energia térmica

Resistência elétrica:

$$R = \frac{U}{I}$$

PRIMEIRA LEI DE OHM

Resistência elétrica constante independentemente da d.d.p.
_____ aplicada.

$$R = \frac{U_1}{i_1} = \frac{U_2}{i_2} = \frac{U_3}{i_3} = \frac{U_n}{i_n}$$

ROTEIRO DE AULA

SEGUNDA LEI DE OHM

A resistência elétrica de um resistor depende do material de que ele é feito, da forma, das dimensões e da temperatura a que o condutor seja submetido.

Para um condutor em forma de fios:

$$R = \rho \left(\frac{L}{A} \right)$$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Unit-SE – Quando se estabelece uma diferença de potencial entre dois pontos do corpo humano, surge uma corrente elétrica entre esses pontos cuja intensidade é função da diferença de potencial e da resistência elétrica entre eles. Ao contrário do que muitos pensam, as correntes elétricas mais perigosas são aquelas que têm intensidades relativamente mais baixas, podendo ser obtidas em eletrodomésticos comuns que funcionam a 110 V e 220 V. Considerando-se que a resistência elétrica entre as orelhas é, aproximadamente, de 100,0 Ω para uma ddp de 110 V, a intensidade da corrente elétrica que irá fluir entre elas, em A, é igual a

- a) 1,25
b) 1,20
c) 1,15
d) 1,10
e) 1,00

Temos que $110 \text{ V} = 100 \Omega \cdot i$
 $i = 1,1 \text{ A}$.

2. Cederj – As extremidades de um pedaço de fio de comprimento L são conectadas aos terminais de uma bateria ideal. Verifica-se que a corrente elétrica a qual percorre o fio é, nesse caso, i_1 . O pedaço original é substituído por outro, do mesmo fio, porém com o dobro do comprimento. Após a substituição, verifica-se que, sob a mesma voltagem, a corrente que o percorre é i_2 . Assinale a alternativa que descreve a relação entre as correntes i_1 e i_2 .

- a) $i_1 = 2 \cdot i_2$
b) $i_1 = i_2$
c) $i_1 = \frac{i_2}{2}$
d) $i_1 = 4 \cdot i_2$

Temos que a resistência do primeiro fio é dada por $R_1 = \rho \cdot \frac{L}{A}$.

Ao dobrar o comprimento do fio, temos que a resistência do segundo fio é dada por $R_2 = \rho \cdot \frac{2 \cdot L}{A}$.

Logo, como $U_1 = U_2$,

$$R_1 \cdot i_1 = R_2 \cdot i_2$$

$$\rho \cdot \frac{L}{A} \cdot i_1 = \rho \cdot \frac{2 \cdot L}{A} \cdot i_2$$

$$i_1 = 2 \cdot i_2.$$

3. UNESP

C2-H5

O poraquê é um peixe elétrico que vive nas águas amazônicas. Ele é capaz de produzir descargas elétricas elevadas pela ação de células musculares chamadas eletrócitos. Cada eletrócito pode gerar uma diferença de potencial de cerca de 0,14 V. Um poraquê adulto possui milhares dessas células dispostas em série que podem, por exemplo, ativar-se quando o peixe se encontra em perigo ou deseja atacar uma presa.



A corrente elétrica que atravessa o corpo de um ser humano pode causar diferentes danos biológicos, de-

pendendo de sua intensidade e da região que ela atinge. A tabela indica alguns desses danos em função da intensidade da corrente elétrica.

Intensidade de corrente elétrica	Dano biológico
até 10 mA	apenas formigamento
de 10 mA até 20 mA	contrações musculares
de 20 mA até 100 mA	convulsões e parada respiratória
de 100 mA até 3 A	fibrilação ventricular
acima de 3 A	parada cardíaca e queimaduras graves

DURAN, José Enrique R. *Biofísica: fundamentos e aplicações*, 2003. (Adaptado)

Considere um poraquê que, com cerca de 8000 eletrócitos, produza uma descarga elétrica sobre o corpo de uma pessoa. Sabendo que a resistência elétrica da região atingida pela descarga é de 6000 Ω , de acordo com a tabela, após o choque essa pessoa sofreria

- a) parada respiratória.
b) apenas formigamento.
c) contrações musculares.
d) fibrilação ventricular.
e) parada cardíaca.

Com 8000 eletrócitos, temos uma tensão de $8000 \cdot 0,14 \text{ V} = 1120 \text{ V}$.

Para uma resistência de 6000 Ω , temos

$$1120 = 6000 \cdot i$$

$$i \approx 0,1867 \text{ A} = 186,7 \text{ mA}.$$

Portanto, pela tabela, causará fibrilação ventricular.

Competência: Identificar a presença e aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais em diferentes contextos.

Habilidade: Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

4. UESB-BA (adaptado) – Dois condutores, A e B, feitos do mesmo material, estão conectados à mesma diferença de potencial. O condutor A tem o triplo do diâmetro e o dobro do comprimento do B. Calcule a razão entre a corrente transmitida a A e a B.

Temos que a resistência de cada condutor é dada por

$$R_A = \rho \cdot \frac{L_A}{A_A}$$

$$R_B = \rho \cdot \frac{L_B}{A_B}$$

Mas $L_A = 2 \cdot L_B$ e, como o diâmetro do condutor A é o triplo do diâmetro do condutor B, a área da seção de A é 9 vezes a área da seção de B, logo $A_A = 9 \cdot A_B$.

Assim, temos que:

$$R_A \cdot i_A = R_B \cdot i_B$$

$$\rho \cdot \frac{2 \cdot L_B}{9 \cdot A_B} \cdot i_A = \rho \cdot \frac{L_B}{A_B} \cdot i_B$$

$$i_A = \frac{9}{2} \cdot i_B.$$

Portanto, a razão entre a corrente transmitida a A e a B é de 4,5.

5. Um certo cabo tem 200 fios e a corrente total transmitida pelo cabo é de 1,0 A quando a diferença de potencial é 220 V. Qual é a resistência de cada fio?

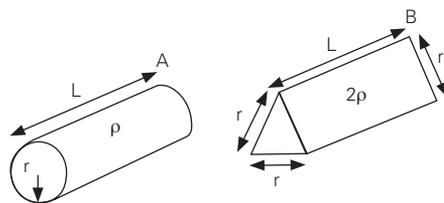
A corrente em cada fio é de $\frac{1,0 \text{ A}}{200} = 0,005 \text{ A}$.

Logo, para uma diferença de potencial de 220 V, temos:

$$220 = 0,005 \cdot R$$

$$R = 44\,000 \, \Omega = 44 \text{ k}\Omega.$$

6. **UPE (adaptado)** – Dois fios condutores, A e B, possuem o mesmo comprimento L e as dimensões mostradas na figura a seguir. O fio A possui formato cilíndrico com raio r e resistividade ρ . O fio B possui formato piramidal, com lados equiláteros e de comprimento r e resistividade 2ρ .



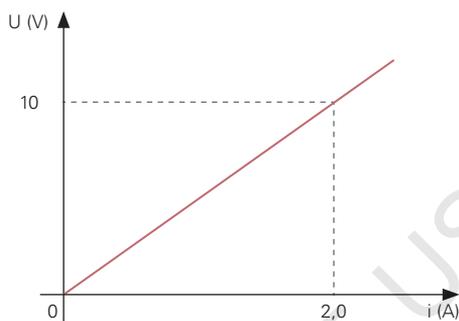
Então, calcule a razão entre as resistências desses dois fios, R_A/R_B .

$$\text{Temos que } R_A = \rho \cdot \frac{L}{\pi \cdot r^2} \text{ e } R_B = 2 \cdot \rho \cdot \frac{L}{\left(\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot r^2\right)}$$

$$\text{Logo, } \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho \cdot L \cdot r^2 \cdot \sqrt{3}}{\rho \cdot L \cdot r^2 \cdot 8 \cdot \pi} = \frac{\sqrt{3}}{8 \cdot \pi}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. **UEA (adaptado)** – O gráfico representa a variação da corrente elétrica i , em ampères, em função da tensão U , em volts, em um condutor ôhmico.



Para uma corrente elétrica de 4,0 ampères, a resistência elétrica, em ohms, nesse condutor, é

- a) 5 c) 15 e) 25
b) 10 d) 20

8. **São Camilo-SP (adaptado)** – Um resistor A, de resistência elétrica R , é colocado nos terminais de uma fonte de tensão elétrica constante. Com um amperímetro, mede-se a corrente elétrica i_A que por ele passa. Após ser retirado, é colocado em seu lugar um outro resistor B. Com o mesmo amperímetro, mede-se a corrente i_B que por ele passa. Sabendo que $i_A = 4 \cdot i_B$, calcule a resistência de B em função de R .

9. **UEM-PR** – Com relação ao efeito da corrente elétrica proveniente de uma fonte externa passando pelo corpo humano, que no senso comum é chamado de “choque elétrico”, verifica-se que a sensibilidade do corpo à corrente elétrica é muito acentuada. A tabela 1 mostra a relação entre a intensidade da corrente elétrica em ampère (A) e o efeito causado no corpo humano, obtido em um experimento hipotético:

Tabela 1

Corrente elétrica (A)	Efeito
$0,001 < i \leq 0,01$	Formigamento
$0,01 < i \leq 0,1$	Espasmo muscular
$0,1 < i \leq 0,2$	Fibrilação cardíaca
$i > 0,2$	Fatal

Já a tabela 2 mostra a resistência elétrica, em ohms (Ω), da pele da mão humana em diferentes situações do mesmo experimento hipotético:

Tabela 2

Estado	Resistência (Ω)
Mão seca	100 000
Mão úmida	10 000
Mão molhada	Fibrilação cardíaca

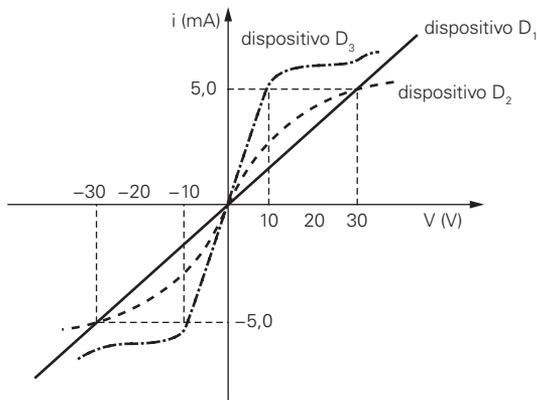
Sobre o exposto e considerando a Lei de Ohm, assinale o que for correto.

- 01) Se uma pessoa segurar com as mãos molhadas os terminais de uma fonte de tensão de 127 volts, ela irá ter um espasmo.
02) Se uma pessoa segurar com as mãos úmidas os terminais de uma bateria de carro de 12 volts, ela irá sentir apenas um formigamento.
04) Um “choque elétrico” só poderá ser fatal se a tensão por ele aplicada for superior a 200 volts.

08) Receber um “choque elétrico” de 20 volts com as mãos molhadas tem o mesmo efeito de receber um “choque elétrico” de 200 volts com as mãos úmidas.

16) Se uma pessoa segurar os terminais de uma bateria e passar uma corrente elétrica de $0,001 < i \leq 0,01$, podemos afirmar que ela está com as mãos secas.

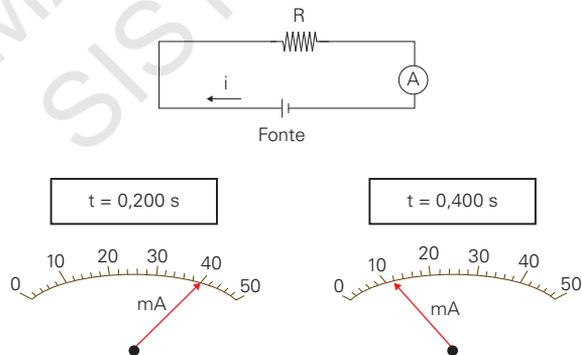
10. **UFPR** – A indústria eletrônica busca produzir e aperfeiçoar dispositivos com propriedades elétricas adequadas para as mais diversas aplicações. O gráfico a seguir ilustra o comportamento elétrico de três dispositivos eletrônicos quando submetidos a uma tensão de operação V entre seus terminais, de modo que por eles circula uma corrente i .



Com base na figura, assinale a alternativa correta:

- O dispositivo D_1 é não ôhmico na faixa de -30 a $+30$ V, e sua resistência vale $0,2$ k Ω .
- O dispositivo D_2 é ôhmico na faixa de -20 a $+20$ V, e sua resistência vale 6 k Ω .
- O dispositivo D_3 é ôhmico na faixa de -10 a $+10$ V, e sua resistência vale $0,5$ k Ω .
- O dispositivo D_1 é ôhmico na faixa de -30 a $+30$ V, e sua resistência vale 6 k Ω .
- O dispositivo D_3 é não ôhmico na faixa de -10 a $+10$ V, e sua resistência vale $0,5$ k Ω .

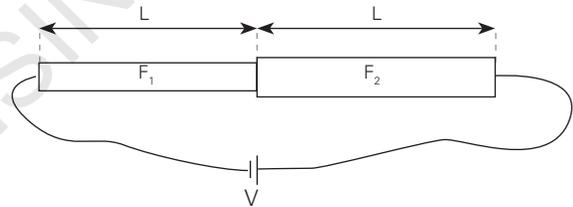
11. **Unicamp-SP (adaptado)** – Quando as fontes de tensão contínua que alimentam os aparelhos elétricos e eletrônicos são desligadas, elas levam normalmente certo tempo para atingir a tensão de $U = 0$ V. Um estudante interessado em estudar tal fenômeno usa um amperímetro e um relógio para acompanhar o decréscimo da corrente que circula pelo circuito a seguir em função do tempo, após a fonte ser desligada em $t = 0$ s. Usando os valores de corrente e tempo medidos pelo estudante, calcule a diferença de potencial sobre o resistor $R = 0,5$ k Ω para $t = 400$ ms.



12. **IFCE** – Dois fios, f_1 e f_2 , feitos de um mesmo material, estão submetidos à mesma tensão elétrica. O comprimento do fio 1 é três vezes o comprimento do fio 2, e a área da seção reta do fio 1 é igual a três meios da seção reta de 2. A razão entre as intensidades das correntes elétricas em 1 e 2 é:

- 0,5
- 1,0
- 1,5
- 2,0
- 2,5

13. **Fuvest-SP** – Dois fios metálicos, F_1 e F_2 , cilíndricos, do mesmo material de resistividade ρ , de seções transversais de áreas, respectivamente, A_1 e $A_2 = 2A_1$, têm comprimento L e são emendados, como ilustra a figura abaixo. O sistema formado pelos fios é conectado a uma bateria de tensão V .



Nessas condições, a diferença de potencial V_1 , entre as extremidades de F_1 , e V_2 , entre as de F_2 , são tais que

- $V_1 = V_2/4$
- $V_1 = V_2/2$
- $V_1 = V_2$
- $V_1 = 2 \cdot V_2$
- $V_1 = 4 \cdot V_2$

14. **UEM-PR** – Fios elétricos esticados podem ser considerados como representações de cilindros. Considere três fios F_1 , F_2 e F_3 , produzidos com diferentes tipos de materiais, tal que a resistividade de F_1 é $1 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$ e a de F_3 é $6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$. Com esses dados, e utilizando $\pi = 3,14$, assinale o que for correto.

- Se o volume de 10 cm de F_1 é 500 mm³, então sua resistência elétrica é $2 \cdot 10^{-6} \Omega$.
- Sabe-se que, quando o volume de 10 m de F_2 é $2 \cdot 10^{-3} m^3$, ele possui uma resistência elétrica de $8 \cdot 10^{-2} \Omega$. Assim, a resistividade de F_2 é $1,6 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$.
- O fio elétrico F_3 enrolado dá exatamente uma volta, quando forma uma circunferência com 20 cm de medida de raio. Se a área de sua seção reta é 10 mm², sua resistência elétrica está entre $7 \cdot 10^{-3} \Omega$ e $8 \cdot 10^{-6} \Omega$.

08) Se um fio F tem o triplo do comprimento de outro fio F' , a medida do raio da seção reta de F é o triplo da medida do raio da seção reta de F' , e ambos com a mesma resistividade, então a resistência elétrica de F é igual à resistência elétrica de F' .

16) Considerando que F_1 e F_3 possuem a mesma seção reta, então a resistência elétrica de 3 m de F_1 é maior do que a resistência elétrica de 100 m de F_3 .

15. Cefet-MG – Em um circuito de corrente contínua, utiliza-se um fio de cobre com diâmetro 1,6 mm e $8,4 \cdot 10^{22}$ elétrons livres por cm^3 . Ao se ligar o circuito, a corrente de 10 A, produzida quase instantaneamente, resulta do movimento dos elétrons livres com uma velocidade, em m/s, da ordem de (Dado: carga elétrica elementar igual a $1,6 \cdot 10^{-19}$ C.)

- a) 10^{12} b) 10^8 c) 10^4 d) 10^{-2} e) 10^{-4}

16. IFCE (adaptado) – Suponha um fio cilíndrico de comprimento L , resistividade ρ_1 e raio da seção transversal circular R . Um engenheiro eletricitista, na tentativa de criar um fio cilíndrico menor em dimensões físicas, mas com mesma resistência, muda o comprimento do fio para $L/2$, o raio da seção transversal circular para $R/3$ e a resistividade do material de que é feito o fio para ρ_2 . Dessa forma, qual deve ser a razão entre ρ_2 e ρ_1 , para que as resistências do segundo e do primeiro fio sejam iguais?

17. Unicamp-SP (adaptado) – O controle da temperatura da água e de ambientes tem oferecido à sociedade uma grande gama de confortos muito bem-vindos. Como exemplo podemos citar o controle da temperatura de ambientes fechados e o aquecimento da água usada para o banho. A maioria dos chuveiros no Brasil aquece a água do banho por meio de uma resistência elétrica. Usualmente a resistência é constituída de um fio feito de uma liga de níquel e cromo de resistividade $\rho = 1,1 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$. Considere um chuveiro que funciona com tensão de $U = 220$ V e corrente $i = 25$ A. Se a área da seção transversal do fio da liga for $A = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{m}^2$, qual é o comprimento do fio da resistência?

ESTUDO PARA O ENEM

18. Unicisal-AL

C2-H5

Sabendo que uma corrente elétrica maior que 200 mA pode ser fatal a um ser humano se mantida por um intervalo de tempo da ordem de alguns ciclos cardíacos, calcule o valor da corrente elétrica estabelecida se uma diferença de potencial elétrico de 270 V for aplicada entre as duas mãos de um adulto por um intervalo de tempo de 120 s e determine se essa corrente é suficiente para matá-lo. Considere que a menor distância percorrida pela corrente elétrica entre as duas mãos é 1,5 m, a resistividade elétrica média do corpo humano é $1,8 \Omega \cdot \text{m}$, o trajeto da corrente apresenta seção circular de área 30cm^2 e a frequência cardíaca é igual a 80 ciclos cardíacos por minuto.

- a) 133,3 A; não é suficiente
b) 3000 A; é suficiente
c) 300 mA; não é suficiente
d) 600 mA; é suficiente
e) 300 mA; é suficiente

19. Enem

C2-H5

O choque elétrico é uma sensação provocada pela passagem de corrente elétrica pelo corpo. As consequências de um choque vão desde um simples susto até

a morte. A circulação das cargas elétricas depende da resistência do material. Para o corpo humano, essa resistência varia de $1\,000 \Omega$, quando a pele está molhada, até $100\,000 \Omega$, quando a pele está seca. Uma pessoa descalça, lavando sua casa com água, molhou os pés e, acidentalmente, pisou em um fio desencapado, sofrendo uma descarga elétrica em uma tensão de 120 V. Qual é a intensidade máxima de corrente elétrica que passou pelo corpo da pessoa?

- a) 1,2 mA d) 833 A
b) 120 mA e) 120 kA
c) 8,3 A

20. Urca-CE

C2-H5

Visando à Copa do Mundo de 2014, cabos de aço com $2,0 \text{cm}^2$ de seção reta e 300 km de comprimento são utilizados para concluir a reforma e a ampliação do pátio de aeronaves do terminal de passageiros do aeroporto Pinto Martins, em Fortaleza. Podemos então afirmar que a resistência elétrica de cada um desses cabos, em ohms, é igual a (Dado: $\rho_{\text{aço}} = 1,8 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot \text{m}$.)

- a) 2,4 c) 2,6 e) 2,8
b) 2,5 d) 2,7

7

CAPACITORES

- Capacitância
- Energia armazenada em um condutor
- Capacitor plano
- Associação de capacitores

HABILIDADES

- Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.
- Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.
- Utilizar leis físicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da eletrostática.
- Relacionar informações para compreender manuais de instalação e utilização de aparelhos ou sistemas tecnológicos de uso comum.

Capacitância (capacidade eletrostática)

Os capacitores têm inúmeras aplicações na eletrônica, como o armazenamento de energia elétrica, carregando-se e descarregando-se muitas vezes por segundo. Na eletrônica, durante pequenas variações da diferença de potencial, o capacitor pode fornecer ou absorver cargas elétricas ou, ainda, gerar campos elétricos de diferentes intensidades.

No processo de eletrização de um condutor inicialmente neutro, à medida que elétrons são transferidos para ele, o potencial elétrico desse condutor aumenta em valor absoluto. Assim, para cada quantidade de carga elétrica existente no condutor, há um potencial elétrico correspondente.

A relação entre a quantidade de carga elétrica (Q) e o potencial elétrico correspondente (V) é uma grandeza denominada capacitância (C):

$$C = \frac{Q}{V}$$

No sistema internacional de unidades (SI):

[Q] = coulomb (C)

[V] = volt (V)

[C] = coulomb/volt (C/V) = farad (F)

Para o caso específico de um condutor esférico de raio R , eletrizado com carga elétrica Q e potencial elétrico V , tem-se: $V = \frac{k \cdot Q}{R}$, e como $C = \frac{Q}{V}$, então $C = \frac{k \cdot Q}{R}$.

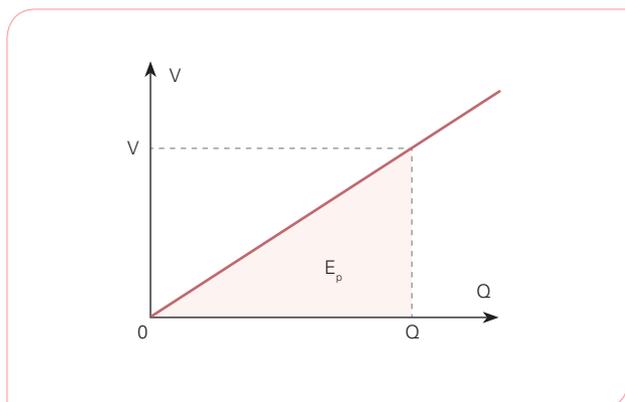
$$\text{Logo, } C = \frac{R}{k}.$$

A capacidade eletrostática de um condutor esférico é diretamente proporcional a seu raio e depende somente do meio no qual ele é inserido. Portanto, temos que a capacidade eletrostática é uma grandeza que independe do material do qual o condutor é feito e da quantidade de carga elétrica que ele possa armazenar.

Energia armazenada em um condutor

Ao eletrizar um condutor, a cada quantidade de carga elétrica que ele adquire, ocorre aumento da energia potencial elétrica armazenada nele. O gráfico seguinte

mostra o potencial elétrico em função da carga elétrica do condutor. Sendo $C = \frac{Q}{V}$, tem-se $V = \frac{Q}{C}$.



A energia potencial elétrica armazenada no condutor é dada, numericamente, pela área do triângulo sob a reta, como mostrado no gráfico anterior. Portanto:

$$E_p \cong \text{Área} \rightarrow E_p = \frac{Q \cdot V}{2}$$

Com isso, podemos obter outras duas expressões para o cálculo da energia potencial em função da capacidade eletrostática:

1. Temos que $Q = C \cdot V$. Substituindo na equação da energia potencial elétrica (E_p), temos

$$E_p = \frac{C \cdot V \cdot V}{2} \rightarrow E_p = \frac{C \cdot V^2}{2}$$

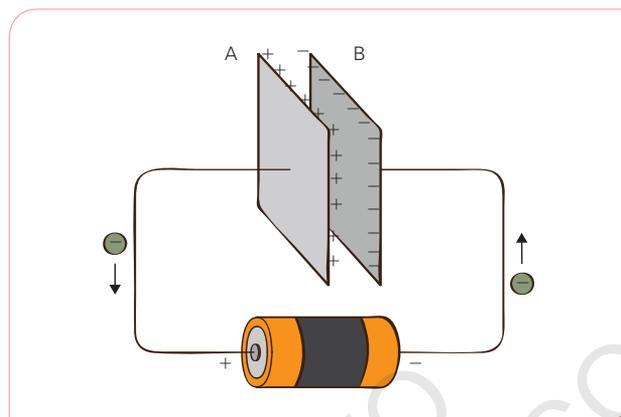
2. Temos que $V = \frac{Q}{C}$. Substituindo na equação da energia potencial elétrica (E_p), temos

$$E_p = \frac{Q \cdot \frac{Q}{C}}{2} \rightarrow E_p = \frac{Q^2}{2 \cdot C}$$

Capacitor plano

Os capacitores ou condensadores são elementos elétricos capazes de armazenar cargas elétricas em um campo elétrico e, conseqüentemente, energia potencial elétrica. Eles podem ser esféricos, cilíndricos ou planos, constituindo-se de dois condutores denominados armaduras que, ao serem eletrizados pelo processo de indução total, armazenam cargas elétricas de mesmo valor absoluto, porém de sinais contrários.

Neste módulo, abordaremos especificamente o capacitor plano, constituído por duas placas planas e paralelas, separadas por uma distância, que, ao serem conectadas a um gerador, adquirem cargas elétricas, conforme mostra a figura a seguir.



O símbolo do capacitor é constituído por duas barras iguais e planas, que representam as armaduras do capacitor plano.



Quando as placas das armaduras estão eletricamente neutras, diz-se que o capacitor está descarregado.

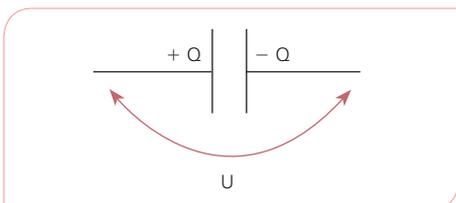
Ao se conectar o capacitor a um gerador, ocorre fluxo de elétrons nos fios de conexão, pois inicialmente há diferença de potencial entre a armadura e o terminal do gerador ao qual está ligada.

Com base na figura do circuito com capacitor ligado ao gerador, a armadura **A** tem, inicialmente, potencial elétrico nulo e está conectada ao terminal positivo da pilha; logo, os elétrons migram com um sentido da armadura para a pilha; já a armadura **B**, que também tem potencial elétrico nulo, está conectada ao terminal negativo da pilha. Assim, elétrons migram do terminal negativo da pilha para a armadura **B**.

Enquanto a armadura **A** perde elétrons, ela se eletriza positivamente, e seu potencial elétrico aumenta. Ocorre o inverso na armadura **B**, ou seja, ela recebe elétrons, eletrizando-se negativamente, e seu potencial elétrico diminui.

Esse processo cessa ao se equilibrarem os potenciais elétricos das armaduras com os potenciais elétricos dos terminais do gerador, ou seja, quando a diferença de potencial elétrico (d.d.p.) entre as armaduras do capacitor se iguala à d.d.p. nos terminais do gerador. Nesse caso, diz-se que o capacitor está carregado com carga elétrica máxima.

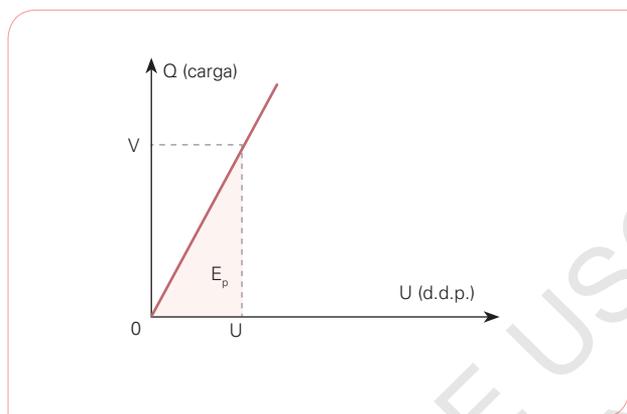
A quantidade de carga elétrica em um capacitor é diretamente proporcional à diferença de potencial elétrico ao qual ele foi submetido. Assim, a capacitância **C** do capacitor é dada pela relação entre o valor absoluto da quantidade de carga elétrica (Q) de uma das placas (positiva ou negativa) e a d.d.p. (U) em seus terminais:



$$C = \frac{Q}{U}$$

ENERGIA ARMAZENADA NO CAPACITOR

O gráfico a seguir representa a carga elétrica Q de um capacitor em função da d.d.p. U em seus terminais. Como, nesse caso, Q e U são grandezas diretamente proporcionais, o gráfico corresponde a uma função linear, pois a capacidade eletrostática C é constante.



Considerando que o capacitor tenha adquirido a carga Q quando submetido à d.d.p. U do gráfico, a energia elétrica E_p armazenada no capacitor corresponde à área do triângulo destacado.

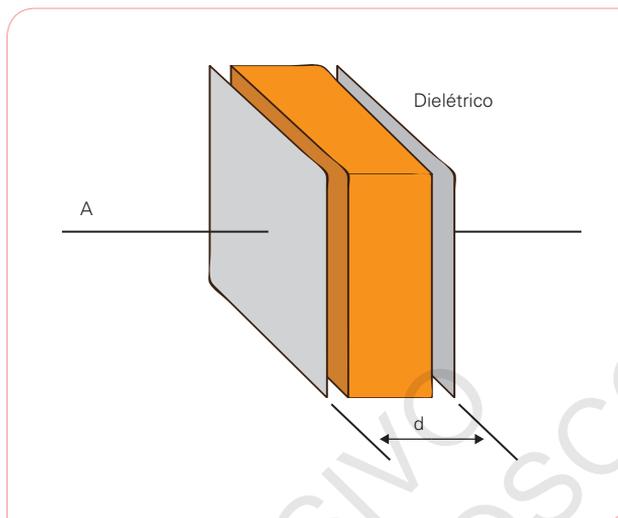
$E_p = \frac{Q \cdot U}{2}$ e, como $Q = C \cdot U$, substituindo na equação de E_p , temos

$$E_p = \frac{C \cdot U \cdot U}{2} \rightarrow E_p = \frac{C \cdot U^2}{2}$$

Estude a unidade de medida da energia do capacitor.

CAPACITÂNCIA DO CAPACITOR PLANO

A capacitância (capacidade eletrostática) de um capacitor plano é diretamente proporcional à área (A) de suas armaduras e inversamente proporcional à distância (d) entre elas. A constante de proporcionalidade, denominada permissividade elétrica do meio (ϵ), está relacionada ao material isolante, denominado dielétrico, que em geral é colocado entre as armaduras. O material isolante pode ser vácuo, ar, papel, cortiça, óleo etc.



$$C = \epsilon \cdot \frac{A}{d}$$

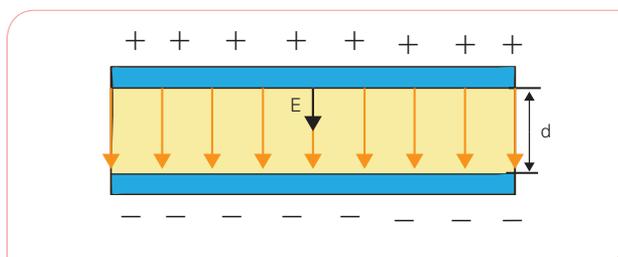
No vácuo, tem-se $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m.

Para outros meios, define-se a permissividade relativa ϵ_r do meio como $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$, em que ϵ é a permissividade absoluta do meio.

A tabela fornece a permissividade relativa de alguns meios.

Meio	ϵ_r (F/m)
Vácuo	1,0
Ar	1,0006
Parafina	2,2
Ebonite	3
Mica	7
Álcool Etílico	25
Água Destilada	8,0

Quando o capacitor está carregado, entre as placas se estabelece um campo elétrico uniforme (desconsiderando-se os efeitos das bordas).



Esse campo elétrico uniforme tem intensidade constante, logo a ddp U entre as placas é proporcional à distância d entre elas. Portanto:

$$E = \frac{U}{d} \rightarrow U = E \cdot d$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

1. Espcex-SP – Um capacitor de capacitância igual a $2 \mu\text{F}$ está completamente carregado e possui uma diferença de potencial entre suas armaduras de 3 V . Em seguida, esse capacitor é ligado a um resistor ôhmico por meio de fios condutores ideais, conforme representado no circuito abaixo, sendo completamente descarregado através do resistor.

Nesta situação, a energia elétrica total transformada em calor pelo resistor é de



Desenho ilustrativo fora de escala.

- a) $1,5 \cdot 10^{-6} \text{ J}$
- b) $6,0 \cdot 10^{-6} \text{ J}$
- c) $9,0 \cdot 10^{-6} \text{ J}$**
- d) $12,0 \cdot 10^{-6} \text{ J}$
- e) $18,0 \cdot 10^{-6} \text{ J}$

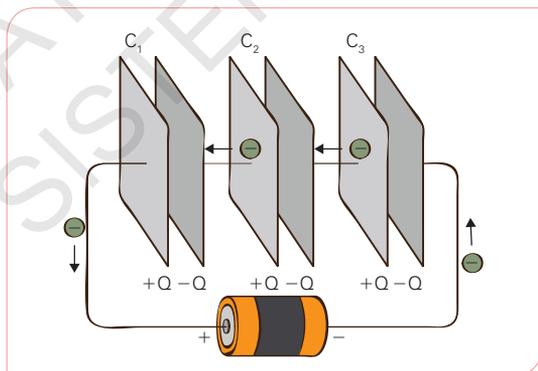
$$E = \frac{C \cdot V^2}{2} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 3^2}{2} = 9 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

ASSOCIAÇÃO DE CAPACITORES

ASSOCIAÇÃO EM SÉRIE

Na associação em série de capacitores, a armadura negativa do capacitor está ligada à armadura positiva do capacitor seguinte.

Ao se estabelecer uma diferença de potencial elétrico nos terminais da associação, há movimentação de elétrons nos fios. Os elétrons saem de um capacitor para o outro até que estes estejam completamente carregados.



Quando conectada ao terminal positivo da pilha, a armadura do capacitor C_1 fica eletrizada positivamente

e induz à separação de cargas no fio que liga o capacitor C_1 ao C_2 , atraindo elétrons para a outra armadura, que se eletriza negativamente e, em consequência, eletriza a armadura positiva do capacitor C_2 . Este, por sua vez, induz à separação de cargas no fio que o une ao capacitor C_3 , e assim por diante.

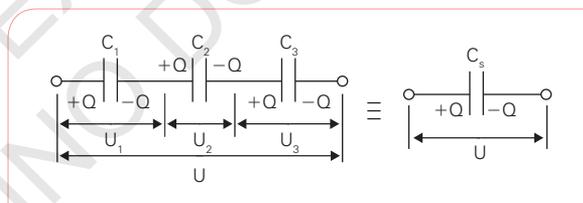
Esse fato permite concluir que:

- todos os capacitores ficam carregados com a mesma carga elétrica Q ;
- a carga elétrica armazenada na associação é igual a Q , pois essa é a quantidade que a pilha movimentou da armadura positiva do capacitor C_1 para a armadura negativa do capacitor C_3 ;
- por ser uma associação em série, a ddp U nos terminais da associação é igual à soma das ddp individuais em cada capacitor.

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

Denomina-se equivalente o capacitor que, submetido à mesma ddp U que a associação, adquire a mesma carga elétrica Q da associação.

Para a associação em série, tem-se:



Sendo a ddp em cada capacitor

$$U_1 = \frac{Q}{C_1}, U_2 = \frac{Q}{C_2}, U_3 = \frac{Q}{C_3}.$$

Para o capacitor equivalente, temos $U = \frac{Q}{C_s}$. Como $U = U_1 + U_2 + U_3$, então $\frac{Q}{C_s} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$, ou seja, a capacidade eletrostática do capacitor equivalente pode ser calculada pela expressão:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Logo, generalizando a expressão para n capacitores em série, temos

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}, n \in \mathbb{N}$$

Observação

Uma regra prática válida para o cálculo da capacitância equivalente somente para dois capacitores em série de cada vez é:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_2 + C_1}{C_1 \cdot C_2}$$

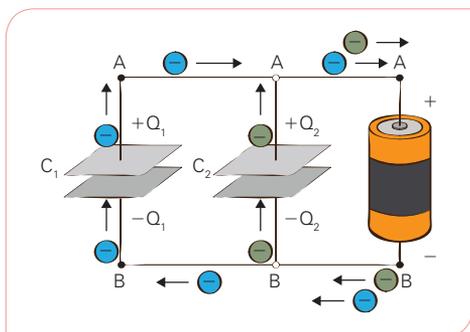
Ou seja

$$C_s = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\text{(produto)}}{\text{(soma)}}$$

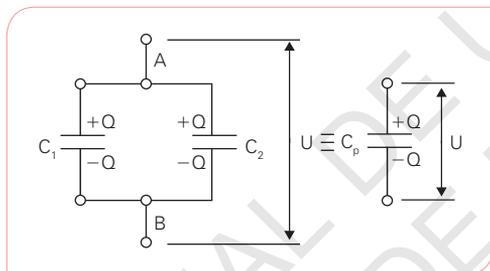
ASSOCIAÇÃO EM PARALELO

Na associação de capacitores em paralelo, as armaduras negativas do capacitor são ligadas entre si, tal como as armaduras positivas. Consequentemente, os capacitores estão sujeitos à mesma diferença de potencial U .

Na figura a seguir, os terminais dos capacitores estão ligados aos nós **A** e **B**.



Conectando os nós A e B aos terminais da pilha, os capacitores ficam sujeitos à mesma ddp U e, se suas capacidades eletrostáticas forem diferentes, adquirem cargas elétricas Q_1 e Q_2 , diferentes entre si.



Sendo a carga elétrica armazenada em cada capacitor $Q_1 + C_1 \cdot U$ e $Q_2 + C_2 \cdot U$, para o capacitor equivalente tem-se $Q + C_p \cdot U$. Como $Q = Q_1 + Q_2$, então $C_p \cdot U = C_1 \cdot U + C_2 \cdot U$, ou seja, a capacidade eletrostática do capacitor equivalente pode ser calculada pela expressão:

$$C_p = C_1 + C_2$$

Logo, generalizando a expressão para n capacitores em paralelo, temos

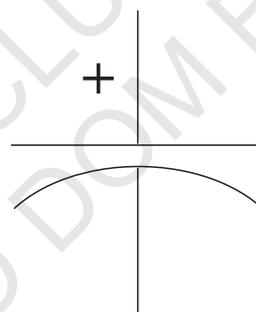
$$C_p = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n, n \in \mathbb{N}$$

Qualquer que seja o tipo de associação — em série, paralela ou mista —, a energia elétrica armazenada é igual à soma das energias elétricas de cada capacitor individualmente, que é igual à energia elétrica no gerador equivalente.

$$E_p = E_{p_1} + E_{p_2} + E_{p_3} + \dots + E_{p_n}, n \in \mathbb{N}$$

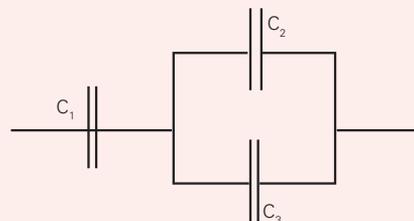
O capacitor eletrolítico é um tipo de capacitor que possui polaridade, ou seja, não funciona corretamente se for invertido. Se a polaridade for invertida, dá-se início à destruição da camada de óxido, fazendo o capacitor entrar em curto-circuito.

O símbolo para o capacitor eletrolítico é diferente dos demais:



EXERCÍCIO RESOLVIDO

2. A figura a seguir apresenta uma associação mista entre três capacitores, C_1 , C_2 e C_3 . Sendo suas respectivas capacitâncias 2 pF, 3 pF e 4 pF, calcule a capacitância equivalente aproximada do conjunto.



Resolução

Fazemos inicialmente a associação em paralelo dos capacitores C_2 e C_3 :

$$C_{eq} = 3 \text{ pF} + 4 \text{ pF} = 7 \text{ pF}$$

Em seguida, fazemos a associação em série do capacitor de 7 pF com o capacitor C_1 de 2 pF:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{eq23}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{9}{14} \rightarrow C_{eq} = \frac{14}{9} = 1,6 \text{ pF}$$

ROTEIRO DE AULA

CAPACITORES

Componente que armazena energia em um campo elétrico acumulando desequilíbrio interno de carga elétrica.

Capacitância

Grandeza escalar que relaciona a quantidade de carga elétrica com o potencial elétrico correspondente:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Energia armazenada

Condutor:

$$E_p = \frac{Q^2}{2 \cdot C}$$

Condutor:

$$E_p = \frac{C \cdot U^2}{2}$$

Capacitância em capacitor: $C = \frac{Q}{U}$.

Capacitância em condutor esférico:

$$C = \frac{R_{\text{raio}}}{k}$$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

ASSOCIAÇÃO DE CAPACITORES

Em série: $U = U_1 + U_2 + \dots$

$$\frac{1}{C_s} = \frac{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots}{1}$$

Para dois capacitores:

$$C_s = \frac{C_1 \cdot C_2 \text{ produto}}{C_1 + C_2 \text{ soma}}$$

Em paralelo: todos sujeitos à mesma ddp:

$$C_p = C_1 + C_2 + \dots$$

Em qualquer tipo de associação, a energia elétrica é a soma das energias de cada capacitor.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. UECE – Duas placas metálicas idênticas estão submetidas a potenciais elétricos diferentes. As placas são sobrepostas uma à outra com um isolante elétrico entre elas. O dispositivo assim formado comporta-se como um(a)

- a) indutor.
b) resistor.
c) capacitor.
d) bateria.

Capacitor ou condensador é um componente que armazena cargas elétricas em um campo elétrico, acumulando um desequilíbrio interno de carga elétrica. Para isso, ele utiliza duas placas metálicas idênticas que estão submetidas a potenciais elétricos diferentes.

2. UFPE (adaptado) – Um certo capacitor acumula uma carga de módulo Q em cada uma de suas placas quando sujeito a uma diferença de potencial de 4 V . Calcule o módulo da carga em cada uma de suas placas quando esse mesmo capacitor está sujeito a uma diferença de potencial de 16 V .

Temos que $C = \frac{Q}{4\text{ V}}$.

Se multiplicarmos a diferença de potencial por 4, temos 4 vezes a carga, ou seja, $C = \frac{4 \cdot Q}{16\text{ V}}$. Então, o módulo da carga em cada uma de suas placas é de $4 \cdot Q$.

3. Unifenas-MG (adaptado)

C2-H5

Três capacitores idênticos estão associados em série. Suas capacitâncias são idênticas e iguais a $6 \cdot 10^{-6}\text{ F}$. Essa associação está submetida a uma tensão de 100 V . Nessa configuração, a carga equivalente do conjunto tem intensidade de

- a) $6 \cdot 10^{-6}\text{ Coulombs}$.
b) $5 \cdot 10^{-5}\text{ Coulombs}$.
c) $4 \cdot 10^{-4}\text{ Coulombs}$.
d) $3 \cdot 10^{-5}\text{ Coulombs}$.
e) $2 \cdot 10^{-4}\text{ Coulombs}$.

Temos que $\frac{1}{C_s} = \frac{1}{6 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{6 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{6 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-6}}$

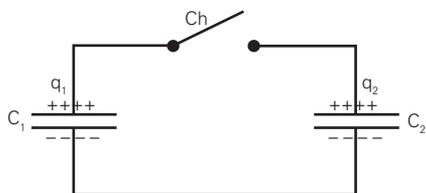
$C_s = 2 \cdot 10^{-6}\text{ F}$.

Logo, $Q = C \cdot U = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^2 = 2 \cdot 10^{-4}\text{ C}$.

Competência: Identificar a presença e aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais em diferentes contextos.

Habilidade: Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

4. UFPE – Os capacitores 1 e 2, de capacitâncias $C_1 = 4,0\ \mu\text{F}$ e $C_2 = 1,0\ \mu\text{F}$ ($1\ \mu\text{F} = 1 \cdot 10^{-6}\text{ F}$), estão carregados com cargas $q_1 = 8,0\ \mu\text{C}$ e $q_2 = 2,0\ \mu\text{C}$, respectivamente, como mostrado na figura a seguir.



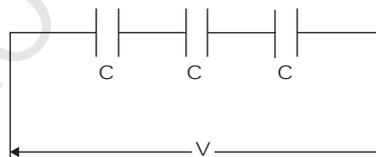
Em $t = 0$, a chave Ch é fechada. Qual é a carga do capacitor 2 depois que a chave é fechada, em μC ?

Como a tensão em cada capacitor é dada por $U_1 = \frac{8,0\ \mu\text{C}}{4,0\ \mu\text{F}} = 2\text{ V}$ e $U_2 = \frac{2,0\ \mu\text{C}}{1,0\ \mu\text{F}} = 2\text{ V}$, temos que, quando a chave Ch é fechada, a tensão

é a mesma.

Como a tensão em cada capacitor já era a mesma, a carga de q_2 não se alterará, logo $q_2 = 2,0\ \mu\text{C}$.

5. Unicamp-SP – O sistema de imagens *street view* disponível na internet permite a visualização de vários lugares do mundo através de fotografias de alta definição, tomadas em 360 graus, no nível da rua. Nas câmeras fotográficas modernas, a captação da imagem é feita normalmente por um sensor tipo CCD (*charge couple device*). Esse tipo de dispositivo possui trilhas de capacitores que acumulam cargas elétricas proporcionalmente à intensidade da luz incidente em cada parte da trilha. Considere um conjunto de 3 capacitores de mesma capacitância $C = 0,6\text{ pF}$, ligados em série, conforme a figura a seguir.



Se o conjunto de capacitores é submetido a uma diferença de potencial $V = 5,0\text{ V}$, qual é a carga elétrica total acumulada no conjunto?

Temos que a capacitância do capacitor equivalente é dada por

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{3}{C} \rightarrow C_s = \frac{0,6\text{ pF}}{3} = 0,2\text{ pF}$$

Então $U = \frac{Q}{C}$

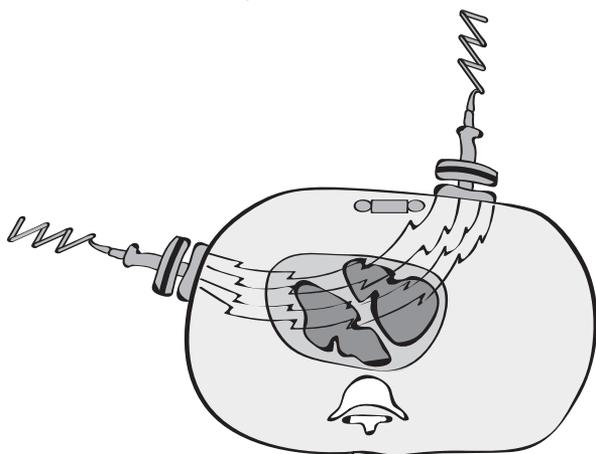
$$5,0 = \frac{Q}{0,2 \cdot 10^{-12}}$$

$$Q = 1,0 \cdot 10^{-12}\text{ C}$$

$$Q = 1,0\text{ pC}$$

6. Acafe-SC (adaptado) – É comum vermos em filmes ou séries de TV a utilização de um equipamento elétrico capaz de estimular os batimentos do coração após uma parada cardíaca. Tal equipamento é o desfibrilador, aparelho provido de dois eletrodos que aplica um choque no paciente, a fim de provocar a passagem de uma grande corrente variável pelo coração em um

curto intervalo de tempo, estabelecendo, assim, o ritmo normal das contrações. A descarga acontece porque o desfibrilador libera a energia elétrica acumulada em um capacitor.



Fonte: BIT Boletim Informativo de Tecnovigilância, Brasília, Número 1, jan./fev./mar. 2011 – ISSN 2178-440X. (Adaptado)

Imagine que um desses aparelhos possua uma tensão de 3 kV entre os eletrodos e que o capacitor esteja carregado com 300 J de energia. Despreze as resistências elétricas dos componentes do desfibrilador e também do paciente.

Calcule o módulo da corrente média, em ampère, que atravessa o tórax do paciente se a descarga ocorre no tempo de 10 ms.

$$E_p = \frac{C \cdot U^2}{2}$$

$$300 = \frac{C \cdot (3 \cdot 10^3)^2}{2}$$

$$C = \frac{2}{3} \cdot 10^{-4} \text{ F}$$

$$\text{Como } Q = C \cdot V$$

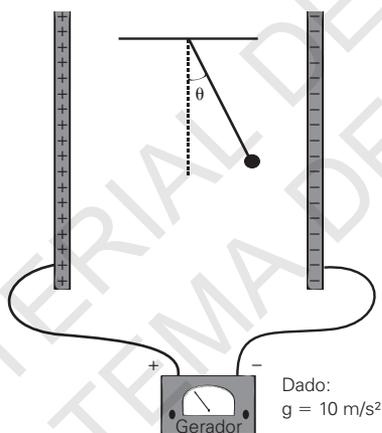
$$Q = \frac{2}{3} \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 10^3 \rightarrow Q = 0,2 \text{ C}$$

Em 10 ms

$$i = \frac{0,2 \text{ C}}{10 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 20 \text{ A}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UFG-GO – Um capacitor de placas paralelas é formado por duas placas metálicas grandes ligadas a um gerador que mantém uma diferença de potencial tal que o campo elétrico uniforme gerado no interior do capacitor seja $E = 20\,000 \text{ N/C}$. Um pêndulo simples, formado por um fio de massa desprezível e uma esfera de massa $m = 6 \text{ g}$ eletricamente carregada com carga, é colocado entre as placas, como ilustra a figura a seguir.



Considerando que a carga q não altera o campo elétrico entre as placas do capacitor, responda aos itens.

- Para qual ângulo θ entre o fio e a vertical o sistema estará em equilíbrio estático?
- Se a diferença de potencial fornecida pelo gerador fosse triplicada, para que ângulo θ entre o fio e a vertical haveria equilíbrio estático?

8. IFSul-RS – Analise as seguintes afirmativas, referentes a um capacitor de placas planas e paralelas:

- A capacitância do capacitor depende da carga armazenada em cada uma de suas placas em determinado instante.
- A diferença de potencial elétrico entre as placas do capacitor depende da capacitância e da carga de cada placa.
- Quando as placas do capacitor se aproximam, sem que outros fatores sejam alterados, a sua capacitância aumenta.

Está(ão) correta(s) a(s) afirmativa(s)

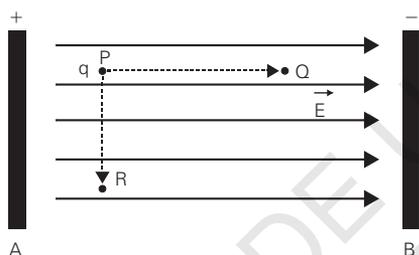
- I e III, apenas.
- III, apenas.
- II e III, apenas.
- I, II e III.

9. EBMSP-BA – Sabe-se que as teclas de computadores utilizadas para digitar mensagens se comportam como os capacitores de placas planas e paralelas imersas no ar. Considerando

- a área média de cada tecla de um computador igual a $1,0 \text{ cm}^2$,

- a distância entre uma tecla e a base do seu teclado igual a 1,0 mm,
- a permissividade do ar, ϵ_0 , igual a $9,0 \cdot 10^{-12}$ F/m,
- a tensão aplicada em cada tecla igual a 6,0 V, no instante que uma tecla é empurrada para baixo cerca de 0,4 mm da sua posição de origem,
- determine a carga armazenada na armadura do capacitor.

- 10. UEPG-PR** – Na região dentro de um capacitor de placas paralelas, para o qual desprezam-se os efeitos de borda, atua um campo elétrico uniforme. Uma carga de prova (q) movimenta-se sob a ação desse campo.

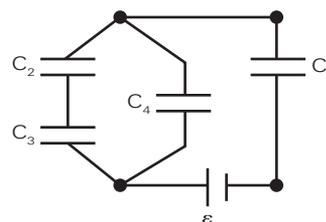


Considerando que o meio é o vácuo e que as placas têm potenciais elétricos iguais em módulo, assinale o que for correto.

- 01)** O trabalho da força elétrica ao deslocar a carga de prova do ponto P para o ponto Q é nulo, porém, para deslocá-la de P para R, não o é.
- 02)** As linhas de força são perpendiculares às superfícies equipotenciais em cada ponto do campo elétrico \vec{E} .
- 04)** Se entre as placas do capacitor for introduzido um dielétrico com constante dielétrica maior que a do vácuo, sua capacitância aumentará, bem como o valor do campo elétrico entre as placas.
- 08)** Se a carga de prova (q) for negativa, ela irá se movimentar espontaneamente da placa A para a placa B.
- 16)** Durante o movimento da carga de prova (q) ocorre transformação de energia potencial em energia cinética.

- 11. ITA-SP (adaptado)** – Carregada com um potencial de 100 V, flutua no ar uma bolha de sabão condutora de eletricidade, de 10 cm de raio e $3,3 \cdot 10^{-6}$ cm de espessura. Sendo a capacitância de uma esfera condutora no ar proporcional ao seu raio, calcule o potencial elétrico da gota esférica formada após a bolha estourar.

- 12. UFJF-MG** – A diferença de potencial fornecida pela bateria do circuito da figura a seguir é igual a 12 V.



Sendo os capacitores $C_1 = 1 \mu\text{C}$, $C_2 = 2 \mu\text{C}$, $C_3 = 3 \mu\text{F}$ e $C_4 = \frac{4}{5} \mu\text{F}$, calcule:

- a)** A capacitância equivalente;
- b)** A carga elétrica nos capacitores 1 e 3;
- c)** A diferença de potencial nos capacitores 1 e 4.

13. PUC-MG – Você dispõe de um capacitor de placas planas e paralelas. Se dobrar a área das placas e dobrar a separação entre elas, a capacitância original ficará:

- inalterada.
- multiplicada por dois.
- multiplicada por quatro.
- dividida por dois.
- dividida por quatro.

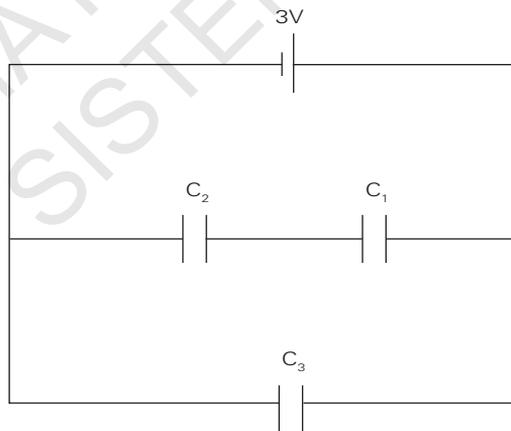
14. UEPG-PR (adaptado) – Capacitores são dispositivos elétricos amplamente utilizados em aparelhos elétricos. Sobre capacitores, assinale o que for correto.

- 01) A capacitância de um capacitor é função de sua geometria.
- 02) Inserindo um dielétrico entre as placas de um capacitor, sua capacitância aumenta, mas o campo elétrico entre suas placas diminui, considerando que não há fonte de tensão conectada em suas placas.
- 04) No esquema a seguir, a capacitância resultante é $17 \mu\text{F}$.



- 08) A capacitância de um capacitor é diretamente proporcional à área de suas placas e à distância entre elas.

15. Fac. Católica-TO (adaptado) – Nos aparelhos celulares modernos com câmera fotográfica é comum a utilização de lâmpadas de *flash* para melhorar a qualidade da foto digital em algumas situações. Esse dispositivo pode ser composto por um tubo preenchido com gás xenônio, com eletrodos em cada extremidade. Nesse tipo de *flash* pode-se usar capacitores com a finalidade de se armazenar energia elétrica em quantidade suficiente para se efetuar um disparo. Considere a figura a seguir como sendo a associação de capacitores utilizada nesse aparelho, contendo os capacitores $C_1 = 100 \mu\text{F}$, $C_2 = 300 \mu\text{F}$ e $C_3 = 25 \mu\text{F}$.

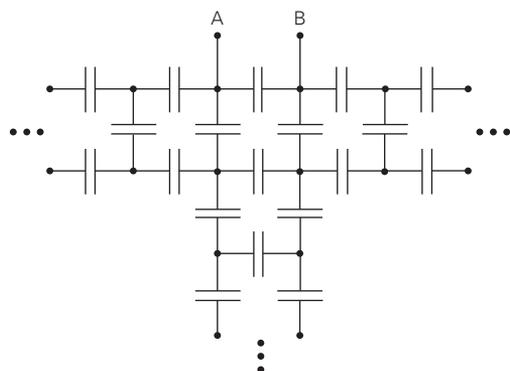


Supondo que a bateria do celular esteja ligada exclusivamente à associação de capacitores e que ela fornece uma diferença de potencial de 3 V , calcule o valor da carga elétrica no capacitor C_1 após o carregamento total.

16. ITA-SP – Dois capacitores em paralelo de igual capacitância C estão ligados a uma fonte cuja diferença de potencial é U . A seguir, com essa fonte desligada, introduz-se um dielétrico de constante dielétrica k num dos capacitores, ocupando todo o espaço entre suas placas. Calcule:

- a carga livre que flui de um capacitor para o outro;
- a nova diferença de potencial entre as placas dos capacitores;
- a variação da energia total dos capacitores entre as duas situações.

17. IME-RJ – Um circuito é composto por capacitores de mesmo valor C e organizado em três malhas infinitas. A capacitância equivalente vista pelos terminais A e B é



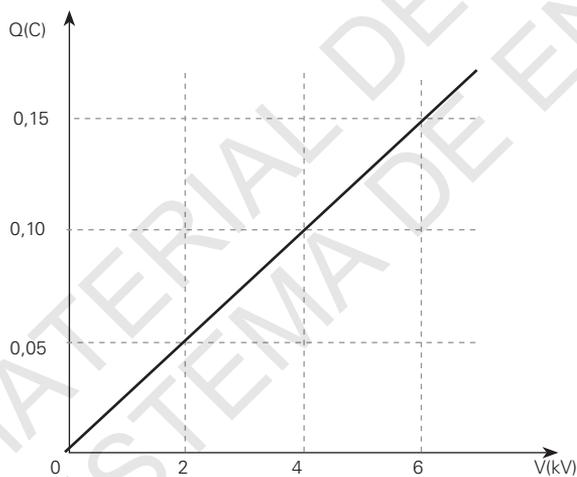
- a) $(3^{1/2} + 7) \cdot \frac{C}{6}$
 b) $(3^{1/2} + 1) \cdot \frac{C}{3}$
 c) $(3^{1/2} + 1) \cdot \frac{C}{6}$
 d) $(3^{1/2} + 5) \cdot \frac{C}{2}$
 e) $(3^{1/2} + 1) \cdot \frac{C}{2}$

ESTUDO PARA O ENEM

18. PUC-PR

C2-H5

Fibrilação ventricular é um processo de contração desordenada do coração que leva à falta de circulação sanguínea no corpo, chamada parada cardiorrespiratória. O desfibrilador cardíaco é um equipamento que aplica um pulso de corrente elétrica através do coração para restabelecer o ritmo cardíaco. O equipamento é basicamente um circuito de carga e descarga de um capacitor (ou banco de capacitores). Dependendo das características da emergência, o médico controla a energia elétrica armazenada no capacitor dentro de uma faixa de 5 a 360 J. Suponha que o gráfico dado mostra a curva de carga de um capacitor de um desfibrilador. O equipamento é ajustado para carregar o capacitor através de uma diferença de potencial de 4 kV.



Qual é o nível de energia acumulada no capacitor que o médico ajustou?

- a) 100 J. d) 300 J.
 b) 150 J. e) 400 J.
 c) 200 J.

19. UnitaU-SP

C6-H21

A capacidade de um corpo condutor isolado de receber cargas elétricas está relacionada com a sua geometria e com o meio em que ele se encontra inserido. Num capacitor de placas paralelas, por exemplo, a sua capacitância, grandeza que define a capacidade acima citada, é dada por: $C = \epsilon_0 \cdot S/d$; onde S é a área da placa, ϵ_0 é a permissividade elétrica do vácuo e d , a distância entre as placas. Quando inserimos esse capacitor num meio dielétrico em que $\epsilon = 4 \cdot \epsilon_0$, é correto afirmar que

- a) a razão entre a capacitância do capacitor inserido no vácuo pela capacitância do capacitor inserido no meio é 1/4.
 b) a razão entre a capacitância do capacitor inserido no meio pela capacitância do capacitor inserido no vácuo é 1/4.
 c) a razão entre a capacitância do capacitor inserido no vácuo pela capacitância do capacitor inserido no meio é 1.
 d) a razão entre a capacitância do capacitor inserido no vácuo pela capacitância do capacitor inserido no meio é 4.
 e) a razão entre a capacitância do capacitor no meio pela capacitância do capacitor inserido no vácuo é 1.

20. Enem

C2-H5

Um cosmonauta russo estava a bordo da estação espacial MIR quando um de seus rádios de comunicação quebrou. Ele constatou que dois capacitores do rádio, de $3 \mu\text{F}$ e $7 \mu\text{F}$, ligados em série, estavam queimados. Em função da disponibilidade, foi preciso substituir os capacitores defeituosos por um único capacitor que cumpria a mesma função. Qual foi a capacitância, medida em μF , do capacitor utilizado pelo cosmonauta?

- a) 0,10 e) 21
 b) 0,50
 c) 2,1
 d) 10

8

POTÊNCIA ELÉTRICA

- Energia elétrica
- Potência de um resistor
- Fusíveis e disjuntores

HABILIDADE

- Calcular potência e consumo elétricos em aparelhos domésticos e industriais.
- Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.
- Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.
- Selecionar testes de controle, parâmetros ou critérios para a comparação de materiais e produtos, tendo em vista a defesa do consumidor, a saúde do trabalhador ou a qualidade de vida.
- Relacionar informações para compreender manuais de instalação e utilização de aparelhos ou sistemas tecnológicos de uso comum.
- Avaliar possibilidades de geração, uso ou transformação de energia em ambientes específicos, considerando implicações éticas, ambientais, sociais e/ou econômicas.

Energia elétrica

As pessoas dependem cada vez mais da energia elétrica, em função da enorme quantidade de dispositivos eletroeletrônicos agregados e que transformam, com relativa facilidade, energia elétrica em outras modalidades, como:

- energia mecânica \Rightarrow funcionamento de máquinas e modernos carros elétricos.
- energia térmica \Rightarrow fundição de metais em metalúrgicas e aquecimento de água.
- energia luminosa \Rightarrow cirurgias a laser e iluminação residencial.
- energia sonora \Rightarrow exploração de oceanos com sonar e reprodução de CDs.
- energia química \Rightarrow reações químicas e armazenamento de energia.

É norma os dispositivos eletroeletrônicos colocados à venda no mercado trazerem especificações sobre as condições de uso, em geral referentes à ddp (diferença de potencial), na qual se pode ligar o aparelho e a potência, ou seja, à quantidade de energia elétrica por unidade de tempo que o aparelho consome.

Assim, para o aparelho desenvolver a potência indicada, ele deve ser ligado a uma ddp exatamente igual à das condições de uso. Ligado a uma ddp menor, o aparelho trabalha com potência abaixo da especificação e pode não funcionar direito. Ligado a uma ddp maior, corre o risco de queimar.

Diferença de potencial (ddp) e potência elétrica de aparelhos residenciais

Aparelho	ddp (V)	Potência média (W)
Ar-condicionado (7 500 btu)	220	1 000
Chuveiro	220	3 600
Computador e impressora	127	180
Geladeira	127	130
Lâmpada comum	127	40/60/100
Micro-ondas	127	1 200
Televisão 32"	127	120

A definição de potência é energia por unidade de tempo. Com isso, pode-se determinar, para um bipolo, a energia transformada em certo intervalo de tempo por meio da relação

$$\Delta E = P \cdot \Delta t$$

Com potência em watts (W); intervalo de tempo em segundos (s); energia em joules (J).

Exemplo

Calcular o consumo mensal (30 dias) de energia elétrica de uma geladeira que permanece ligada à rede elétrica 24 horas (86 400 s) por dia. Então, de acordo com a tabela:

$$\begin{aligned} \Delta E &= P \cdot \Delta t \\ \Delta E &= 130 \cdot 86 \cdot 400 \cdot 30 \\ \Delta E &= 3,37 \cdot 10^8 \text{ J} \end{aligned}$$

Diante desse resultado, observa-se que, nas residências, na indústria e no comércio em geral, a quantidade de energia elétrica consumida mensalmente é expressa pelas companhias elétricas com uma unidade mais prática para a medição dessa variável: **quilowatt-hora (kWh)**. Assim, a potência dos aparelhos é indicada em quilowatt (1 kW = 1 000 W), e o intervalo de tempo, em horas (1 h = 3 600 s).

A expressão que relaciona kWh e joule é:

$$1 \text{ kWh} = 1000 \text{ W} \cdot 1 \text{ h} = 1000 \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot 3600 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Para calcular o valor, em reais, da conta de consumo de energia elétrica, a companhia responsável pelo fornecimento multiplica a quantidade de energia consumida em um mês pelo custo unitário do kWh.

Exemplo: o consumo mensal de 144 kWh ao preço médio de R\$ 0,39 por kWh resulta no valor aproximado de R\$ 56,00.

Observação

Quando alteramos a tensão de 110 V para 220 V, não significa, obrigatoriamente, economia de energia. Para ter um menor consumo de energia, é preciso diminuir a potência ou o tempo de uso dos aparelhos.

Potência dissipada em um resistor

Os resistores são bipolos elétricos, e a potência elétrica no bipolo corresponde ao produto da ddp (U) pela intensidade de corrente elétrica (i). A potência elétrica nos resistores pode ser obtida pelas expressões:

$$P = (R \cdot i) \cdot i \rightarrow P = R \cdot i^2$$

Formula: $P = U \cdot i \rightarrow$

$$P = U \cdot \frac{U}{R} \quad P = \frac{U^2}{R}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

1. Sistema Dom Bosco – Em um resistor de 200 Ω passa uma corrente de 4 A. Se a energia consumida por esse resistor foi de 6 kWh, determine, aproximadamente, quanto tempo ele permaneceu ligado à rede.

Resolução

Da equação da energia consumida, temos que $E = P \cdot \Delta t$.

Potência pode ser definida como: $P = R \cdot i^2$.

Portanto: $E = R \cdot i^2 \cdot \Delta t$

$$6000 \text{ wh} = 200 \cdot 4^2 \cdot \Delta t$$

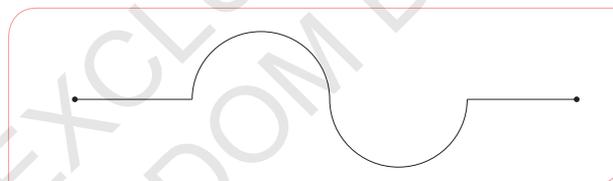
$$6000 \text{ wh} = 3200 \text{ w} \cdot \Delta t$$

$$\Delta t = 1,9 \text{ h}$$

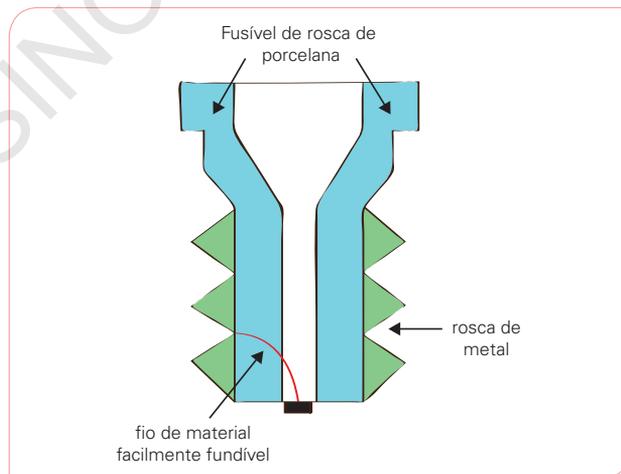
Fusíveis e disjuntores

Fusível elétrico é um elemento de segurança nos circuitos elétricos. Trata-se de um condutor (resistor) que protege os demais elementos do circuito. Para isso, o fusível suporta determinado valor máximo de corrente elétrica; acima dele, o calor produzido por efeito Joule é tal que funde (derrete) o fusível. O material empregado nos fusíveis tem, em geral, baixa temperatura de fusão. Exemplos de material dos fusíveis: o chumbo apresenta temperatura de fusão da ordem de 327 °C; o estanho, temperatura de fusão da ordem de 232 °C.

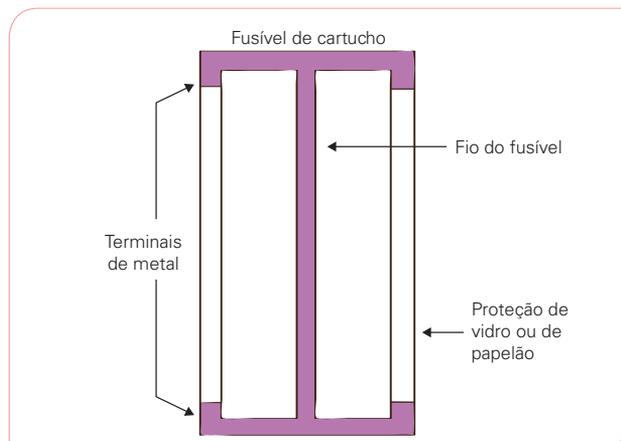
Monta-se o fio de metal em cartucho ou peça de porcelana. O fusível é construído de maneira a suportar a corrente máxima exigida pelo circuito para seu funcionamento. Assim, há fusíveis de diversos valores de corrente, como 1 A, 2 A, 5 A, 10 A, 30 A etc. Em circuitos elétricos, os fusíveis são representados pelo seguinte símbolo:



Tipos básicos de fusível: de rosca e de cartucho.
De rosca:



De cartucho:



Nas instalações elétricas residenciais e/ou industriais, os eletricitistas têm optado pelo uso de disjuntores em substituição aos fusíveis. A função básica do disjuntor é a mesma do fusível: proteção aos aparelhos elétricos instalados na rede.

Os disjuntores apresentam grande vantagem em relação aos fusíveis. Se acontecer de a intensidade de corrente elétrica superar o valor máximo permitido pelo fusível, este derrete e precisa ser trocado. Já o disjuntor desliga a rede elétrica. Após reparos, o disjuntor é novamente acionado, não havendo necessidade de troca.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

2. Sistema Dom Bosco – Ao fazer a instalação elétrica residencial, foi usada uma fonte de potência de 120 V protegida por um fusível de 12 A. Qual é o número máximo de lâmpadas de 80 W que podem ser simultaneamente alimentadas em paralelo por essa fonte?

Resolução

A potência é obtida pela equação a seguir:

$$P = U \cdot i = 120 \cdot 12 = 1440 \text{ W}$$

$$1 \text{ lâmpada} - 80 \text{ W}$$

$$x - 1440 \text{ W}$$

$$X = 18 \text{ lâmpadas}$$

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

ROTEIRO DE AULA

POTÊNCIA
ELÉTRICA

Energia elétrica

$$\Delta E = P \cdot \Delta t$$

Potência do resistor

$$P = U \cdot i$$

$$P = R \cdot i^2$$

$$P = \frac{U^2}{R}$$

ROTEIRO DE AULA

Fusíveis e disjuntores

Fusível elétrico e disjuntor são elementos de segurança nos circuitos elétricos.

Em caso de alta intensidade de corrente elétrica no circuito, o fusível derrete, ao passo que o disjuntor desliga a rede, podendo ser usado novamente após os reparos.

Protegem os demais elementos do circuito.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. **UFPE** – Para iluminar a oca central da aldeia são utilizadas lâmpadas incandescentes de 40,00 W de potência. Sabendo-se que elas são fabricadas para funcionar ligadas à tensão nominal de 220,0 V, calcule a resistência elétrica de cada lâmpada, em ohms.

- a) 5,5
b) 55
c) 550
d) 1 210
e) 1 500

$$\text{Temos que } P = \frac{U^2}{R} \rightarrow R = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{40} = 1\,210 \, \Omega.$$

2. **PUC-RJ (adaptado)** – Um circuito elétrico é montado com uma bateria de 120 V e uma lâmpada. Verifica-se que a potência dissipada pela lâmpada é de 40 watts. Nessas circunstâncias, a resistência da lâmpada, em ohm, é dada por

- a) 1,7
b) 13,3
c) 40
d) 180
e) 360

$$\text{Temos que } P = \frac{U^2}{R} \rightarrow R = \frac{U^2}{P} = \frac{120^2}{40} = 320 \, \Omega.$$

3. **EBMSP-BA**

C2-H5

Os profissionais de um posto de saúde promoveram uma atividade para orientar a comunidade local sobre a prevenção de doenças causadas por picadas de mosquitos. Eles exibiram um vídeo com a raquete para matar mosquito, mostrada na figura.



A raquete é composta de três telas metálicas, duas externas ligadas ao polo negativo e uma central ligada ao polo positivo de uma bateria. No interior da raquete, existe um circuito que amplifica a tensão para um valor de até 2,0 kV e a envia em forma de pulsos contínuos para a tela central. Um mosquito, ao entrar na raquete, fecha o circuito entre as telas e recebe uma descarga elétrica com potência de, no máximo, 6,0 W, que produz um estalo causado pelo aquecimento excessivo do ar, responsável por matar o mosquito carbonizado. Com base nas informações do texto e nos conhecimentos de Física, \Rightarrow identifique o efeito responsável pelo aquecimento excessivo do ar que mata o mosquito; \Rightarrow calcule a intensidade máxima da corrente elétrica que atravessa a região entre as telas da raquete.

O efeito responsável pelo aquecimento excessivo é o efeito Joule.

A corrente máxima que atravessa a região entre as telas é dada por $P = U \cdot i \rightarrow i = \frac{P}{U} = \frac{6}{3 \cdot 10^3} = 3 \text{ mA}$.

Competência: Identificar a presença e aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais em diferentes contextos.

Habilidade: Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

4. **UECE** – Pelo filamento do farol de um carro passa uma corrente de 4 A. A tensão fornecida ao farol pela bateria automotiva é de 12 V. Note que nem toda a energia elétrica fornecida é convertida em energia luminosa, sendo parte dela perdida na forma de calor. Nessas condições, a potência, em Watts, fornecida à lâmpada é

- a) 48
b) 3
c) 1/3
d) 12
 $P = U \cdot i = 12 \cdot 4 = 48 \text{ W}$

5. **Unicamp-SP (adaptado)** – O controle da temperatura da água e de ambientes tem oferecido à sociedade uma grande gama de confortos muito bem-vindos. Como exemplo podemos citar o controle da temperatura de ambientes fechados e o aquecimento da água usada para o banho. A maioria dos chuveiros no Brasil aquece a água do banho por meio de uma resistência elétrica. Usualmente, a resistência é constituída de um fio feito de uma liga de níquel e cromo de resistividade $\rho = 1,1 \cdot 10^{-6} \, \Omega \cdot \text{m}$. Considere um chuveiro que funciona com tensão de $U = 220 \text{ V}$ e potência $P = 5\,500 \text{ W}$. Se a área da seção transversal do fio da liga for $A = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$, qual é o comprimento do fio da resistência?

$$\text{Temos que } P = \frac{U^2}{R} \rightarrow 5\,500 = \frac{220^2}{R} \rightarrow R = 8,8 \, \Omega.$$

$$\text{Assim } R = \rho \cdot \frac{L}{A} \rightarrow 8,8 = 1,1 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{L}{2,5 \cdot 10^{-7}} \rightarrow L = 2,0 \text{ m}.$$

6. **PUC-PR (adaptado)** – Em um período de muito frio, um casal utiliza em seu quarto um aquecedor elétrico de potência nominal 1 200 W, ligado a 110 V. Mesmo deixado ligado pela noite toda, possui um termostático que o desliga automaticamente por certo período de tempo. Pode-se dizer que permanece utilizando a potência elétrica nominal durante 5 horas por dia. Sabendo que o custo do kWh é de R\$ 0,40, durante o mês, o gasto com o aquecedor elétrico é de

(Considere que o valor do kWh seja o total, já inclusos impostos e taxas.)

- a) 180 reais
b) 55 reais
c) 25 reais
d) 12 reais
e) 72 reais

Em um mês:

$$E = 1\,200 \text{ W} \cdot 5 \text{ h} = 6\,000 \text{ Wh} = 6 \text{ kWh}.$$

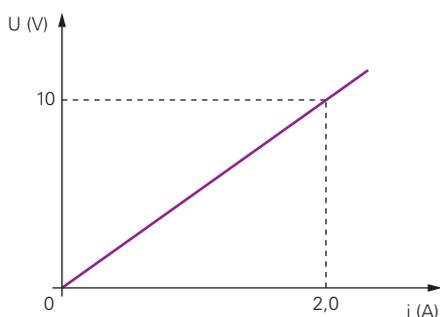
$$\text{Então, } 30 \cdot 6 \text{ kWh} \cdot 0,40 = \text{R\$ } 72,00.$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Asces-PE – Quando um certo resistor ôhmico é percorrido por uma corrente elétrica i , sua potência dissipada é de 4 000 W. Se esse mesmo resistor for percorrido por uma corrente $i/40$, ele dissipará uma potência de:

- a) 400 W
- b) 200 W
- c) 100 W
- d) 10 W
- e) 2,5 W

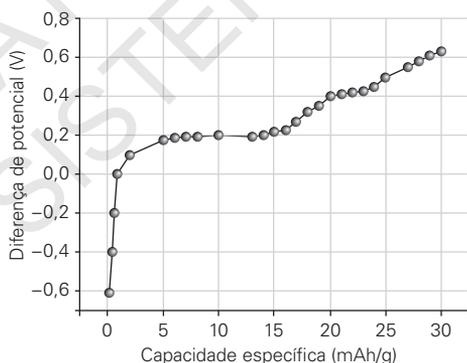
8. UEA-AM – O gráfico representa a variação da corrente elétrica i , em ampères, em função da tensão U , em volts, em um condutor ôhmico.



Para uma corrente elétrica de 4,0 ampères, a resistência elétrica, em ohms, e a potência elétrica dissipada, em watts, nesse condutor são, respectivamente,

- a) 5 e 80
- b) 10 e 60
- c) 5 e 90
- d) 10 e 80
- e) 5 e 60

9. Unicamp-SP – Um desafio tecnológico atual é a produção de baterias biocompatíveis e biodegradáveis que possam ser usadas para alimentar dispositivos inteligentes com funções médicas. Um parâmetro importante de uma bateria biocompatível é sua capacidade específica (C), definida como a sua carga por unidade de massa, geralmente dada em mAh/g. O gráfico a seguir mostra de maneira simplificada a diferença de potencial de uma bateria à base de melanina em função de C .



a) Para uma diferença de potencial de 0,4 V, que corrente média a bateria de massa $m = 5,0$ g fornece,

supondo que ela descarregue completamente em um tempo $t = 4$ h?

b) Suponha que uma bateria preparada com $C = 10$ mAh/g esteja fornecendo uma corrente constante total $i = 2$ mA a um dispositivo. Qual é a potência elétrica fornecida ao dispositivo nessa situação?

10. FGV-RJ – As especificações de uso de um chuveiro elétrico são: 220 V, 5 000 W. Se o chuveiro for ligado em 110 V, sua potência será de

- a) 5 000 W.
- b) 625 W.
- c) 3 125 W.
- d) 1 250 W.
- e) 2 500 W.

11. FGV-SP – Uma pessoa adquiriu um condicionador de ar para instalar em determinado ambiente. O manual de instruções do aparelho traz, dentre outras, as seguintes especificações: 9 000 BTUs; voltagem: 220 V; corrente: 4,1 A; potência: 822 W.

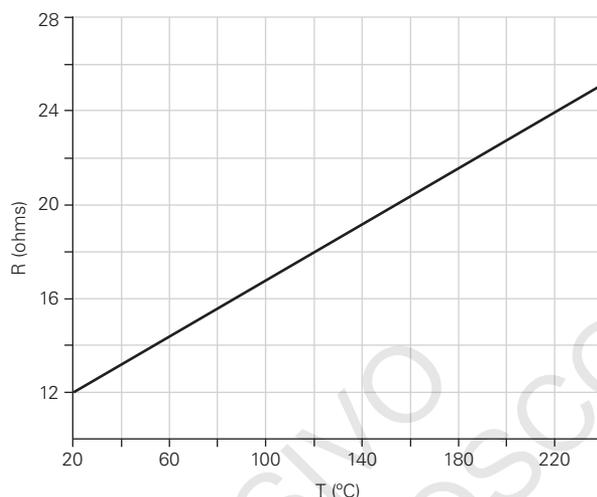
Considere que BTU é uma unidade de energia equivalente a 250 calorias e que o aparelho seja utilizado para esfriar o ar de um ambiente de 15 m de comprimento por 10 m de largura por 4 m de altura. O calor específico do ar é de $0,25$ cal/(g · °C) e a sua densidade é de $1,25$ kg/m³.

O rendimento do aparelho será mais próximo de

- a) 82 %
- b) 85 %
- c) 88 %
- d) 91 %
- e) 95 %

12. FMJ-SP – Um fabricante de bisturis eletrônicos fornece os seguintes dados sobre um desses aparelhos: tensão de operação de 127 V, potência de consumo de 150 W e frequência máxima de vibração de 4 MHz.

- Determine, em A, a intensidade da corrente elétrica através do aparelho quando em funcionamento normal.
- Calcule o comprimento de onda dessas vibrações supondo-as integralmente convertidas para ondas eletromagnéticas, que se propagam a uma velocidade de $3 \cdot 10^8$ m/s.



13. Unicamp-SP – Por sua baixa eficiência energética, as lâmpadas incandescentes deixarão de ser comercializadas para uso doméstico comum no Brasil. Nessas lâmpadas, apenas 5% da energia elétrica consumida é convertida em luz visível, sendo o restante transformado em calor. Considerando uma lâmpada incandescente que consome 60 W de potência elétrica, qual é a energia perdida em forma de calor em uma hora de operação?

- 10 800 J
- 34 200 J
- 205 200 J
- 216 000 J

14. Fuvest-SP – O aquecimento de um forno elétrico é baseado na conversão de energia elétrica em energia térmica em um resistor. A resistência R do resistor desse forno, submetido a uma diferença de potencial V constante, varia com a sua temperatura T . Na figura a seguir é mostrado o gráfico da função $R(T) = R_0 + \alpha \cdot (T - T_0)$, sendo R_0 o valor da resistência na temperatura T_0 e α uma constante. Ao se ligar o forno, com o resistor a 20°C , a corrente é 10 A. Ao atingir a temperatura T_M , a corrente é 5 A. Determine a

- constante α ;
- diferença de potencial V ;
- temperatura T_M ;
- potência P dissipada no resistor na temperatura T_M .

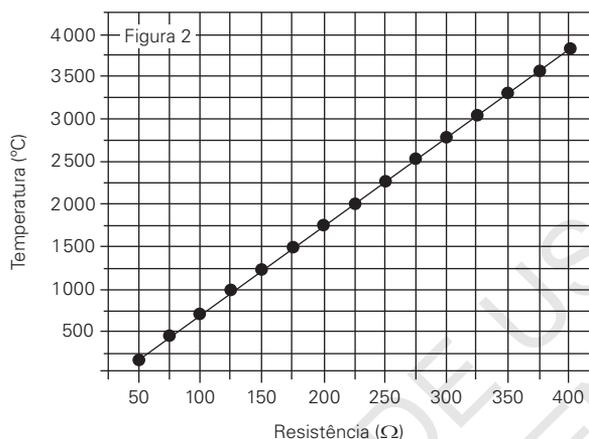
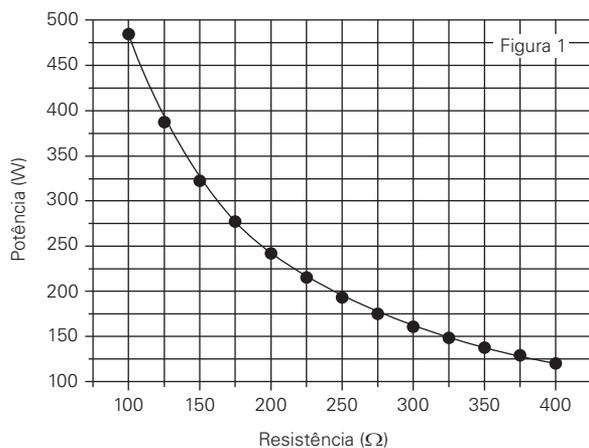
15. Unitau-SP – A resistência de um resistor de fio obedece à equação $R = \rho \cdot (L/A)$, onde ρ é a resistividade do fio, L é o comprimento do fio e A é a área da seção transversal do fio. Para dois resistores feitos de fios de mesma resistividade e de mesmo comprimento com áreas de seções transversais A_1 e A_2 , quando submetidos à mesma diferença de potencial V , é correto afirmar

que a relação $\frac{P_1}{P_2}$ de potências dissipadas, por efeito

Joule, por esses resistores, onde $A_2 = 4 \cdot A_1$, é:

- $\frac{P_1}{P_2} = 4$
- $\frac{P_1}{P_2} = 2$
- $\frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{2}$
- $\frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{8}$
- $\frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{4}$

- 16. Unicamp-SP** – A figura 1 apresentada a seguir representa a potência elétrica dissipada pelo filamento de tungstênio de uma lâmpada incandescente em função da sua resistência elétrica. Já a figura 2 apresenta a temperatura de operação do filamento em função de sua resistência elétrica.



Se uma lâmpada em funcionamento dissipa 150 W de potência elétrica, a temperatura do filamento da lâmpada é mais próxima de:

- a) 325 °C c) 3000 °C
b) 1250 °C d) 3750 °C

- 17. Fuvest-SP** – Em um circuito integrado (CI), a conexão elétrica entre transistores é feita por trilhas de alumínio de 500 nm de comprimento, 100 nm de largura e 50 nm de espessura.

- a) Determine a resistência elétrica de uma dessas conexões, sabendo que a resistência, em ohms, de uma trilha de alumínio é dada por $R = 3 \cdot 10^{-8} L/A$,

em que L e A são, respectivamente, o comprimento e a área da seção reta da trilha em unidades do SI.

- b) Se a corrente elétrica em uma trilha for de $10 \mu A$, qual é a potência dissipada nessa conexão?
c) Considere que um determinado CI possua 10^6 dessas conexões elétricas. Determine a energia E dissipada no CI em 5 segundos de operação.
d) Se não houvesse um mecanismo de remoção de calor, qual seria o intervalo de tempo Δt necessário para a temperatura do CI variar de 300 °C ?

$$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$$

$$\text{Capacidade térmica do CI} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ J/K.}$$

Considere que as trilhas são as únicas fontes de calor no CI.

ESTUDO PARA O ENEM

18. IFGO

C6-H21

Uma lâmpada A, incandescente, foi construída para operar com uma tensão de 220 V. Uma lâmpada B, também incandescente, foi construída para operar com uma tensão de 110 V. As duas lâmpadas foram projetadas para dissipar a mesma potência elétrica quando ligadas corretamente. Considerando que a resistência elétrica das lâmpadas não depende da temperatura, assinale a alternativa correta.

- a) A resistência elétrica da lâmpada A é duas vezes maior que a resistência elétrica da lâmpada B.
b) Quando ligadas corretamente, a energia elétrica dissipada será a mesma nas duas lâmpadas.
c) Quando ligadas corretamente, as duas lâmpadas serão percorridas pela mesma intensidade de corrente elétrica.

- d) Se invertermos a ligação, isto é, ligarmos a lâmpada A em 110 V e a lâmpada B em 220 V, a lâmpada A vai queimar.
- e) A resistência elétrica da lâmpada B é 4 vezes maior que a resistência elétrica da lâmpada A.

19. Unita-SP

C2-H5

Um aparelho eletrodoméstico funciona à potência de 3300 J/s, quando ligado à diferença de potencial de 220 V. É correto afirmar que a corrente elétrica que passará pelo aparelho será igual a

- a) 15 A c) 3,0 A e) 12 A
b) 1,5 A d) 30 A

20. PUC-SP

C2-H5

As especificações técnicas de uma TV de LED com 60 polegadas e resolução Full HD indicam uma po-

tência de 180 W. Considere que esse aparelho de TV seja utilizado para assistir apenas aos jogos da seleção brasileira na Copa do Mundo de 2014. Supondo que a seleção brasileira seja uma das finalistas, e que, para tal, tenha realizado um total de 7 partidas, qual o custo aproximado, em reais, devido ao uso desse aparelho para assistir apenas aos jogos da seleção brasileira e aos comentários nos intervalos do primeiro para o segundo tempo de cada uma delas? Considere que nenhuma partida a que se assistiu teve prorrogação, que cada uma delas teve duração de 90 minutos e o intervalo entre o primeiro e o segundo tempo de cada partida foi de exatos 15 minutos. Adote o valor do kWh igual a R\$ 0,30.

- a) 0,62 d) 2,21
b) 0,66 e) 2,08
c) 0,57

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

RESPOSTAS E COMENTÁRIOS

FÍSICA 1

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO



APRESENTAÇÃO

FÍSICA

As mudanças nos principais processos de seleção e no Enem têm mostrado que a preparação para ingresso na universidade exige muito mais que um bom material didático. Além de dominar conteúdos de ensino médio, os alunos precisam conhecer a diversidade de contextos sociais, tecnológicos, ambientais e políticos. Desenvolver habilidades para obter autonomia e entender criticamente a realidade e os acontecimentos que os cercam são critérios básicos para prosseguir estudo em nível superior.

Os exames seletivos das melhores universidades do país avaliam habilidades como a de saber selecionar, organizar e interpretar dados para enfrentar situações-problema em diferentes áreas do conhecimento; compreender fenômenos naturais, processos histórico-geográficos e de produção tecnológica.

O aluno que conclui ou em vias de concluir o ensino médio deve ser capaz de dominar linguagens e seus códigos, construir argumentações e elaborar respostas aos diversos questionamentos.

De acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM), orientadoras das avaliações do Enem, o encaminhamento pedagógico e metodológico para esse segmento deve envolver temáticas diversas, por meio do diálogo entre os conteúdos dos diferentes componentes curriculares de uma ou mais áreas do conhecimento, com propostas curriculares que contemplem as dimensões do trabalho, da ciência, da tecnologia e da cultura como eixos integradores entre os conhecimentos de distintas naturezas; o trabalho como princípio educativo; a pesquisa como princípio pedagógico; os direitos humanos como princípio norteador; a sustentabilidade socioambiental como meta universal.

Pensando nisso, uma equipe de excelência, respaldada na qualidade acadêmica dos conhecimentos e na prática de sala de aula, elaborou esta coleção de livros didáticos integrados para pré-vestibular extensivo e terceiro, abrangendo as áreas de conhecimento com projeto editorial exclusivo e adequado às recentes mudanças. O material contempla assim todos os conteúdos exigidos nos concursos vestibulares de todo o país e no Enem, enriquecidos com variada coletânea de questões selecionadas, quadro de respostas e roteiro de aula integrado a cada módulo, com indicação das respectivas competências e habilidades da Matriz de Referência do Enem. Aliando inovações tecnológicas com propostas metodológicas de ensino voltadas à preparação dos alunos para ingressar em grau superior, a coleção abrange todos os conteúdos do ensino médio, organizados e estruturados em módulos, com desenvolvimento teórico associado a exemplos e exercícios resolvidos que facilitam a aprendizagem.

Os alunos deparam-se com organização e sistematização teóricas seguidas de exercícios em níveis gradativos de dificuldade, o que lhes facilita fixar conceitos e desenvolver habilidades específicas associadas ao conteúdo trabalhado. Como apoio ao professor, em cada módulo as questões do material estão resolvidas e há orientações metodológicas, sugestões de leitura e uso de tecnologias para aprofundamento.

CONTEÚDO

FÍSICA 1

Volume	Módulo	Conteúdo
1	1	Introdução à cinemática
	2	Movimento retilíneo uniforme (MRU) e velocidade relativa
	3	Movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV) e equação de Torricelli
	4	Diagrama horário da velocidade, do espaço e da aceleração
	5	Movimentos verticais
	6	Vetores e cinemática vetorial
	7	Composição de movimentos e lançamento horizontal
	8	Lançamento oblíquo

Volume	Módulo	Conteúdo
1	9	Movimento circular uniforme
	10	Introdução à Dinâmica e primeira lei de Newton
	11	Segunda e terceira leis de Newton
	12	Peso, força elástica e equilíbrio estático
	13	Sistema de blocos, roldanas, plano inclinado e elevadores.
	14	Força de atrito
	15	Aplicações das leis de Newton e força resultante centrípeta
	16	Trabalho

FÍSICA 2

Volume	Módulo	Conteúdo
1	1	Introdução à ondulatória e fenômenos ondulatórios
	2	Ondas estacionárias e ondas sonoras
	3	Ondas sonoras e cordas sonoras
	4	Tubos sonoros e efeito doppler
	5	Introdução à óptica geométrica
	6	Espelhos planos
	7	Espelhos esféricos
	8	Refração da luz
	9	Tipos de lentes e suas propriedades
	10	Construção geométrica de imagens nas lentes e sua determinação analítica
	11	Aumento linear transversal e associação de lentes esféricas
	12	Óptica da visão e instrumentos ópticos
	13	Instrução à Hidrostática e teorema de Stevin
	14	Experiência de Torricelli e vasos comunicantes
	15	Teorema de Pascal e Teorema de Arquimedes
	16	Corpos flutuando e corpos tracioados

FÍSICA 3

Volume	Módulo	Conteúdo
1	1	Carga elétrica, eletrização e Lei de Coulomb
	2	Campo elétrico e campo elétrico uniforme
	3	Energia potencial elétrica e Potencial elétrico
	4	Trabalho da força elétrica e condutores em equilíbrio eletrostático
	5	Corrente elétrica, potencial elétrico e diferença de potencial (ddp)
	6	Resistores e Leis de Ohm
	7	Capacitores
	8	Potência elétrica

1 INTRODUÇÃO À CINEMÁTICA

Comentários sobre o módulo

O professor deve apresentar o que é física aos alunos.

Auxiliar os alunos a observar onde ela está presente ao nosso redor.

Apresentar a mecânica como parte da física.

Apresentar a cinemática como parte da mecânica.

Desenvolver os conceitos de ponto material e corpo extenso.

Contextualizar os conceitos de movimento e repouso.

Apresentar os conceitos de trajetória.

Deduzir e interpretar velocidade escalar média.

Diferenciar velocidade escalar média de velocidade escalar instantânea.

Classificar o movimento como progressivo ou retrógrado

Deduzir e interpretar velocidade escalar média.

Diferenciar velocidade escalar média de velocidade escalar instantânea.

Para ir além

Neste capítulo introdutório, seria interessante que o aluno tomasse conhecimento do quanto a física é ampla e de como é feita a sua divisão, sendo que a cinemática é apenas uma parte dela. Disponível em:

<<https://efisica.atp.usp.br/home/>> pode auxiliar nessa pesquisa.

Como a Cinemática está apenas no início, neste primeiro capítulo o professor pode sugerir algumas leituras aos alunos sobre os cientistas que forneceram trabalhos que serviram de base para consolidar a física. Um desses cientistas, extremamente importante para o desenvolvimento da física experimental, além de ser um dos primeiros a refutar às ideias de Aristóteles – que resistiam por séculos – foi Galileu Galilei.

O *site* a seguir pode auxiliar a compreender quem foi Galileu e resume algumas de suas contribuições:

<http://www.fep.if.usp.br/~profis/epur/h1/art/re_jornada_pi.html>.

Exercícios propostos

7. D

Seja v_1 a velocidade média desenvolvida por Juliana nos treinos:

$$v_1 = \frac{\Delta S_1}{\Delta t_1} = \frac{5}{0,5} \Rightarrow v_1 = 10 \text{ km/h}$$

Para a comida, a velocidade deverá ser reduzida em 40%. Então a velocidade média da prova será

60% da velocidade de treinamento. Assim:

$$v_2 = 0,6 \cdot v_1 = 0,6 \cdot (10) \Rightarrow v_2 = 6 \text{ km/h}$$

Então, o tempo de prova será:

$$\Delta t = \frac{\Delta S_2}{v_2} = \frac{15}{6} = 2,5 \text{ h} \Rightarrow \Delta t = 2 \text{ h } 30 \text{ min}$$

8. B

Um ponto na hélice do avião parado executa um movimento circular; como o avião se desloca da esquerda para a direita, um observador no solo verá o ponto deslocar-se para a direita e ao mesmo tempo realizar um movimento helicoidal, representado pela letra B.

9. Shelly Ann Fraser Pryce:

$$v_{\text{Shelly}} = \frac{100}{10,76} \therefore v_{\text{Shelly}} = 9,3 \text{ m/s}$$

$$\text{Usain Bolt: } v_{\text{Bolt}} = \frac{100}{9,58} \therefore v_{\text{Bolt}} = 10,4 \text{ m/s}$$

A diferença de velocidade média dos atletas será:

$$v_m = 10,4 - 9,3 = 1,1 \therefore v_m = 1,1 \text{ m/s}$$

10. C

Para resolver esse problema, deve-se dividi-lo em dois momentos: o tempo de subida do balão e o movimento do som até a orelha do garoto.

$$\text{Subida: } \Delta t_s = \frac{\Delta S_s}{v_s} = \frac{h}{2}$$

$$\text{Movimento do som: } \Delta t_{\text{som}} = \frac{\Delta S_{\text{som}}}{V_{\text{som}}} = \frac{h}{340}$$

Conforme o enunciado, o tempo total é de 5,13 s, logo:

$$\Delta t_{\text{subida}} + \Delta t_{\text{som}} = \Delta t_{\text{total}}$$

$$\frac{h}{2} + \frac{h}{340} = 5,13$$

$$\frac{170h}{340} + \frac{h}{340} = \frac{5,13 \cdot 340}{340}$$

$$h = \frac{5,13 \cdot 340}{171} = 10,2 \therefore h = 10,2 \text{ m}$$

11. a) Dados: 1 ano = $3 \cdot 10^7$ s; $\Delta t = 9,5$ anos = $9,5 \cdot 3 \cdot 10^7 = 2,85 \cdot 10^8$ s;

$$\Delta S = 5 \cdot 10^{12} \text{ m}$$

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{5 \cdot 10^{12}}{2,85 \cdot 10^8} \Rightarrow v = 1,75 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

b) Dado: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{c} = \frac{5 \cdot 10^{12}}{3 \cdot 10^8} \text{ m/s} \Rightarrow \Delta t = 1,7 \cdot 10^4 \text{ s}$$

c) Teremos:

$$\text{Plutão} \begin{cases} \text{Velocidade média: } v = 4,7 \text{ km/s} \\ \text{Perímetro da órbita: } d = 35,4 \cdot 10^9 \text{ km} \\ \text{Período da órbita: } T \end{cases}$$

$$T = \frac{d}{v} = \frac{7,5 \cdot 10^9}{4,7} = 7,53 \cdot 10^9 \text{ s} = \frac{7,5 \cdot 10^9}{3 \cdot 10^7} = 251 \text{ anos}$$

Como esse planeta foi descoberto em 1930, ele completará uma volta em torno do Sol no ano $t: t = 1930 + 251 \Rightarrow t = 2181$

12. B

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{9000 \text{ m}}{300 \text{ s}} = 30 \therefore v_m = 30 \text{ m/s}$$

13. $v_1 = 6 \text{ km/h}$ $v_2 = 20 \text{ km/h}$

$$\Delta t_1 = 2 \text{ h e } 30 \text{ min} = 150 \text{ min}$$

O espaço percorrido é o mesmo nos dois casos.

$$\Delta S_1 = \Delta S_2 \Rightarrow v_1 \Delta t_1 = v_2 \Delta t_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6 \cdot 150 = 20 \cdot \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = 45 \text{ min}$$

14. B

$$\text{Trecho 1 (PQ): } \Delta t_1 = \frac{\Delta S}{v_m} = \frac{1000}{20} = 50 \text{ s}$$

$$\text{Trecho 2 (QR): } \Delta t_2 = \frac{\Delta S}{v_m} = \frac{2000}{10} = 200 \text{ s}$$

$$\text{Percurso todo (QR): } \Delta t_2 = 50 + 200 = 250 \text{ s}$$

Percurso todo (QR):

$$v_m = \frac{3000}{250} = 12 \therefore v_m = 12 \text{ m/s}$$

15. B

(F) O deslocamento é zero, pois os nadadores saem do ponto de partida e chegam ao mesmo ponto, logo não há deslocamento, mas todos percorrem 100 m.

(V) Como para cada equipe de quatro nadadores é tomada a distância total e o tempo gasto por todos, a velocidade média é de cada equipe separadamente.

(F) Significa que a velocidade instantânea do nadador oscilou entre a média, podendo ser maior que a média e menor também.

(V) Como a piscina tem um comprimento de 50 m, a largada está em ponto diferente da chegada, sendo o deslocamento o tamanho da piscina.

(V) Neste caso, chegada e partida estão em um mesmo ponto, portanto o deslocamento é nulo e a distância percorrida por todos é de 100 m.

16. B

L = comprimento do túnel

$$\Delta S = L + 150 \quad v = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \Delta t = 50 \text{ s}$$

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad \Delta S = v \cdot \Delta t$$

$$L + 150 = 16 \cdot 50 = 800$$

$$L = 800 - 150 = 650 \therefore L = 650 \text{ m}$$

17. D

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta S_1}{v_1} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3} \text{ h} = 20 \text{ min}$$

$$\Delta S_2 = v_2 \cdot \Delta t_2 = 50 \cdot 0,5 = 25 \text{ km}$$

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 20 + 25 = 45 \text{ km}$$

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_{\text{parado}} + \Delta t_2 = 20 + 10 + 30 = 60 \text{ min} = 1 \text{ h}$$

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{45}{1} = 45 \text{ km/h}$$

Estudo para o Enem

18. D

Análise das alternativas falsas:

a) Falsa. Para que a afirmativa fosse verdadeira, seria necessário que cada competidor chegasse com o mesmo tempo, o que é praticamente impossível. Mas o interessante é que a velocidade média dos participantes é a mesma, ou seja, zero. A diferença é que a velocidade escalar média é a razão entre a distância percorrida e o tempo em percorrê-la, e a velocidade média é vetorial, isto é, é a razão entre o deslocamento e o tempo. Como cada participante larga e chega ao mesmo ponto, suas velocidades médias são nulas porque não se deslocam.

b) Falsa. O espaço percorrido é de 4 500 m, mas o deslocamento é nulo.

c) Falsa. A velocidade média é nula, como visto no item a; a velocidade escalar média, porém, é 1,3 m/s.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. E

Da definição de velocidade média, obtemos:

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Podemos ver pela equação que o que importa é a posição final e a posição inicial, não importando o percurso.

Pelo gráfico, vemos que todos partem da origem e todos chegam ao mesmo local no mesmo tempo, logo, a velocidade média deles será igual.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20. D

$$\Delta S_1 = \Delta S_2 = 42 \text{ km}$$

$$\Delta t_1 = 2 \text{ h}$$

$$\Delta t_2 = 2 - 0,5 = 1,5 \text{ h}$$

$$v_1 = \frac{\Delta S_1}{\Delta t_1} = \frac{42}{2} = 21 \text{ km/h}$$

$$v_2 = \frac{\Delta S_2}{\Delta t_2} = \frac{42}{1,5} = 28 \text{ km/h}$$

$$\Delta v = v_2 - v_1 = 28 - 21 = 7 \text{ km/h}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO
SISTEMA DE ENSINO DOMINANTE

2 MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME (MRU) E VELOCIDADE ESCALAR RELATIVA

Comentários sobre o módulo

Professor, neste módulo será estudado o conceito de velocidade relativa e o movimento relativo entre dois ou mais móveis que se deslocam com velocidades constantes em relação a um referencial fixo.

Para ir além

Natureza da Ciência numa sequência didática: Aristóteles, Galileu e o movimento relativo. Disponível em:

<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/fisica/artigos/natureza_da_ciencia.pdf>.

Ótimo material sobre o contexto histórico do estudo do movimento relativo.

Para enriquecer ainda mais a aula sobre velocidade relativa, pode-se sugerir os seguintes vídeos. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v5-crD9DT04Us>>.

<<https://www.youtube.com/watch?v5PnaCH4so6EY>>.

Exercícios propostos

7. Supondo que a velocidade do veículo é constante ao longo do percurso e igual a 11 m/s, usamos a expressão da velocidade média para calcular o tempo de deslocamento entre dois sensores:

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{v} = \frac{2 \text{ m}}{11 \text{ m/s}} = 0,18 \text{ m/s} \therefore \Delta t = 0,18 \text{ s}$$

8. C

No gráfico de $v \times t$, a distância total percorrida é numericamente igual à área do gráfico. Como o exercício pede a análise no intervalo de $0 \leq t \leq 20 \text{ s}$, temos $\frac{1}{4}$ de circunferência, portanto:

$$\text{Área} = \frac{\pi \cdot R^2}{4}$$

$$\text{Área} = \Delta S = \frac{\pi \cdot (20)^2}{4} = 100\pi \therefore \Delta S = 100\pi \text{ m}$$

9. C

Ao analisar cada trecho, temos:

De 0 a 3 min: percorreu 1 km;

De 3 a 5 min: percorreu 1 km;

De 5 a 8 min: percorreu 4 km;

De 8 a 11 min: percorreu 1 km.

Total de 7 km percorridos. Portanto, a velocidade média corresponde a:

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{7 \text{ km}}{11 \text{ min} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}}} = \frac{7}{11} \cdot \frac{60}{1} = \frac{420 \text{ km}}{11 \text{ h}} = 38,2$$

$$\therefore v_m = 38,2 \text{ km/h}$$

10. Para saber qual carrinho percorreu a maior distância, devemos calcular a área sob a curva do gráfico para cada um deles, pois se trata de um gráfico de $v \times t$:

$$\Delta S_I = \frac{2 \cdot 0,5}{2} + \frac{(2+0,5) \cdot 1}{2} + 1 \cdot 2 = 0,5 + 1,25 + 2 = 3,75 \text{ m}$$

$$\Delta S_{II} = \frac{1 \cdot 1}{2} + \frac{(1,52+1) \cdot 2}{2} + 1,5 \cdot 1 = 0,5 + 2,5 + 1,5 = 4,5 \text{ m}$$

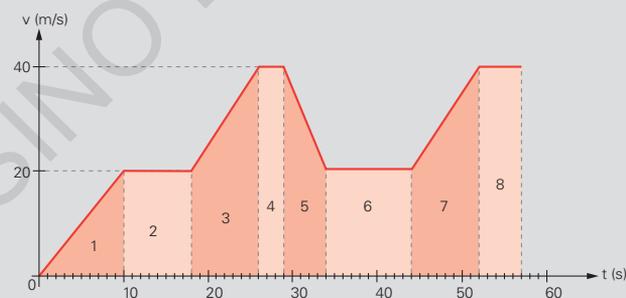
$$\Delta S_{III} = \frac{2 \cdot 1}{2} + 2 \cdot 1 = 1 + 2 = 3 \text{ m}$$

$$\Delta S_{IV} = \frac{3 \cdot 0,5}{2} + \frac{(0,5+1) \cdot 1}{2} = 0,75 + 0,75 = 1,5 \text{ m}$$

Logo, o carrinho número II foi o que teve o maior deslocamento.

11. 05 (01 + 04)

01. Verdadeira. Analisando a distância percorrida pelo móvel representado no gráfico, que é dada pela área sob a curva, podemos dizer a qual carro pertence a figura.



Cálculo das áreas numeradas no gráfico:

$$\Delta A_1 = \frac{20 \cdot 10}{2} = 100 \text{ m}$$

$$\Delta A_2 = 20 \cdot 8 = 160 \text{ m}$$

$$\Delta A_3 = \frac{(40 \cdot 20)}{2} \cdot 8 = 240 \text{ m}$$

$$\Delta A_4 = 40 \cdot 3 = 120 \text{ m}$$

$$\Delta A_5 = \frac{(40+20)}{2} \cdot 5 = 150 \text{ m}$$

$$\Delta A_6 = 20 \cdot 10 = 200 \text{ m}$$

$$\Delta A_7 = \frac{(40+20)}{2} \cdot 8 = 240 \text{ m}$$

$$\Delta A_8 = 40 \cdot 5 = 200 \text{ m}$$

$$\Delta A_{\text{Total}} = 100 + 160 + 240 + 120 + 150 + 200 + 240 + 200$$

$$\therefore \Delta A_{\text{Total}} = 1410 \text{ m}$$

Como a pista tem comprimento de 1 400 m, o automóvel saiu 10 m atrás da linha de chegada, podendo ser tanto o carro 5 quanto o carro 6.

02. Falsa. Poderia também estar fazendo uma curva com o módulo da velocidade constante sendo um movimento circular uniforme.

04. Verdadeira. A aceleração é dada pela inclinação nos dois trechos e, sendo estes perfeitamente iguais, a aceleração nos dois trechos é igual.

08. Falsa. Ver item [01].

16. Falsa. O repouso ocorre quando a velocidade do móvel é nula e, durante todo o trajeto, esse fato aconteceu apenas na largada.

12. D

Um carro A que passa pelo semáforo a 45 km/h leva um tempo t segundos para passar pelo segundo semáforo.

Um carro B, que está mais distante passa pelo semáforo com uma velocidade de 50 km/h e leva um tempo $t - 8$ segundos.

Ambos aproveitam a “onda verde”.

Carro A: $\Delta S = v \cdot t = 45 \cdot t$

Carro B: $\Delta S = 50 \cdot \left(t - \frac{8}{3600} \right) = 50 \cdot t - \frac{4}{36} = 50 \cdot t - \frac{1}{9}$

$$45 \cdot t = 50 \cdot t - \frac{1}{9} \Rightarrow t = \frac{1}{45} \text{ h}$$

$$\Delta S = v \cdot t = 45 \cdot \frac{1}{45} = 1 \therefore \Delta S = 1 \text{ km}$$

13. A

Como o móvel M está com velocidade de 60 km/h e se deslocará por 30 min (0,5 h), temos:

$$\Delta S_M = v_M \cdot 0,5 = 30 \text{ km} \therefore \Delta S_M = 30 \text{ km}$$

Já que o móvel A se desloca por 30 km e os dois móveis estavam a 50 km de distância, é sinal de que o móvel N se deslocou por $50 - 30 = 20$ km, no mesmo intervalo de tempo. Assim, temos:

$$v_N = \frac{\Delta S_N}{\Delta t} = \frac{20}{0,5} = 40 \therefore v_N = 40 \text{ km/h}$$

14. C

Velocidade da correnteza: v_c

Velocidade do barco: v_B

Durante a descida: $v_B + v_c = 20$

Durante a subida: $v_B - v_c = 12$

A alternativa cujos valores resolvem as equações é a C.

15. C

Primeiramente, precisamos saber em que momento o comboio chega ao ponto A; para isso, temos:

$$v_c = \frac{\Delta S_c}{\Delta t_c} \quad \Delta t_c = \frac{60}{40} = 1,5 \quad \therefore \Delta t_c = 1,5 \text{ h}$$

Como o comboio parte do ponto B às 8 h, chegará ao ponto A às 9 h e 30 min.

O avião possui velocidade de 400 km/h e percorre 300 km, logo calculamos o tempo de percurso.

$$v_a = \frac{\Delta S_a}{\Delta t_a} \quad \Delta t_a = \frac{300}{400} = 0,75 \text{ h} \quad \therefore \Delta t_a = 45 \text{ min}$$

Para conseguir interceptar o comboio no ponto A, o avião deverá chegar ao ponto juntamente com o comboio, às 9 h e 30 min, logo $9 \text{ h } 30 \text{ min} - 45 \text{ min} = 8 \text{ h } 45 \text{ min}$.

16. a) Como a esteira 1 e a pessoa A possuem deslocamentos no mesmo sentido, em relação ao solo, temos:

$$v_{A/\text{Solo}} = v_A + v_{e1} = 1,5 + 1 = 2,5 \therefore v_{A/\text{Solo}} = 2,5 \text{ m/s}$$

Logo, o tempo de deslocamento pela esteira de 120 m será:

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{v_{A/\text{Solo}}} = \frac{120}{2,5} = 48 \quad \therefore \Delta t = 48 \text{ s}$$

b) Como a esteira 2 e a pessoa B possuem deslocamentos no mesmo sentido, em relação ao solo, temos:

$$v_{B/\text{Solo}} = v_B + v_{e2} = 1,0 + 0,5 = 1,5 \therefore v_{B/\text{Solo}} = 1,5 \text{ m/s}$$

E como as pessoas A e B se deslocam em sentidos opostos, temos:

$$v_{A/B} = v_{A/\text{Solo}} + v_{B/\text{Solo}} = 2,5 + 1,5 = 4,0 \therefore v_{B/\text{Solo}} = v_{A/B} = 4,0 \text{ m/s}$$

Já com o valor da velocidade relativa AB, obtemos o tempo de encontro.

$$\Delta t_{\text{encontro}} = \frac{\Delta S}{v_{A/B}} = \frac{120}{4,0} = 30 \quad \therefore \Delta t_{\text{encontro}} = 30 \text{ s}$$

17. a) Analisando a figura, concluímos que, por se tratar do 3º encontro, até que ele ocorra, os corredores percorrerão:

$$\Delta S_A = 30 - 20 = 280 \text{ m e } \Delta S_B = 300 + 20 = 320 \text{ m}$$

Logo:

$$v_A = \frac{\Delta S_A}{\Delta t_3} = \frac{280}{80} = 3,5 \quad \therefore v_A = 3,5 \text{ m/s}$$

$$v_B = \frac{\Delta S_B}{\Delta t_3} = \frac{320}{80} = 4,0 \quad \therefore v_B = 4,0 \text{ m/s}$$

b) Os corredores mantêm suas velocidades constantes e se encontram nos tempos 0 e 80 s, logo o segundo encontro ocorre na metade do tempo entre o encontro 1 e 3, de modo que $\Delta t_2 = 40 \text{ s}$.

Assim, temos:

$$\Delta S_A = v_A \cdot \Delta t_2 = 3,5 \cdot 40 = 140 \therefore \Delta S_A = 140 \text{ m}$$

c) Encontrando o tempo que B leva para dar 8 voltas, temos:

$$\Delta S_B = 8 \cdot 300 = 2400 \text{ m}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta S_A}{v} = \frac{2400}{4} = 600 \therefore \Delta t = 600 \text{ s}$$

Já o corredor A percorrerá neste mesmo intervalo de tempo:

$$\Delta S_A = v_A \cdot \Delta t = 3,5 \cdot 600 = 2100 \therefore \Delta S_A = 2100 \text{ m}$$

Logo, a quantidade de voltas (n) será:

$$n = \frac{\Delta S_A}{L} = \frac{2100}{300} = 7$$

Portanto, o corredor A dará 7 voltas.

Estudo para o Enem

18. D

Tomando como unidade (u) o lado de cada quadrículo, e usando a propriedade do gráfico da velocidade \times tempo, as áreas dos trapézios fornecem as distâncias percorridas por Encantado (d_E) e Branca de neve (d_B):

$$d_E = \frac{5+1}{2} \cdot 4 = 12 \text{ u}$$

$$d_B = \frac{6+4}{2} \cdot 3 = 15 \text{ u}$$

$$d_B > d_E$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Conhecer a linguagem própria da física, compreendendo os conceitos e terminologias pertencentes a essa área, além de suas formas de expressão que envolvem, entre outras, tabelas, gráficos e relações matemáticas.

19. E

A velocidade escalar da gota em relação à margem $v = 18 \text{ km/h}$

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{v} = \frac{6500}{18} \cong 360 \text{ h} \therefore \Delta t \cong 360 \text{ h}$$

Como 1 dia = 24 h, temos:

$$\Delta t \cong \frac{360}{24} = 15 \therefore \Delta t \cong 15 \text{ dias}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

20. D

Para contornar o problema, para o som e para o sinal elétrico, o tempo deve ser o mesmo.

$$\Delta t_{\text{sinal}} = \frac{L_{\text{cabo}}}{v_{\text{sinal}}} = \frac{L_{\text{cabo}}}{2,6 \cdot 10^8} \text{ e}$$

$$\Delta t_{\text{som}} = \frac{\Delta S_{\text{som}}}{v_{\text{som}}} = \frac{680}{340} = 2 \text{ s}$$

Igualando as equações, temos:

$$\frac{L_{\text{cabo}}}{2,6 \cdot 10^8} = 2 \quad L_{\text{cabo}} = 2 \cdot 2,6 \cdot 10^8 = 5,2 \cdot 10^8$$

$$L_{\text{cabo}} = 5,2 \cdot 10^8 \text{ m} = 5,2 \cdot 10^5 \text{ km}$$

$$\therefore L_{\text{cabo}} = 5,2 \cdot 10^5 \text{ km}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

3 MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV) E EQUAÇÃO DE TORRICELLI

Comentários sobre o módulo

Professor, neste módulo será estudado o movimento uniformemente variado, a função horária do espaço, a função horária da velocidade, uma vez que a velocidade é variável no MRUV. Também será visto o cálculo da velocidade média que corresponde à média das velocidades final e inicial no movimento uniformemente variável.

Professor, neste módulo será estudada a equação de Torricelli e a classificação dos movimentos dos objetos em acelerados ou retardados.

Para ir além

Demonstre em aula movimentos acelerados: um experimento de baixo custo para o Ensino Médio. Disponível em:

<https://scholar.google.com/scholar?cluster=10183315972955936387&hl=pt-BR&as_sdt=0,5>.

Acesso em: jul 2018.

Prático artigo sobre atividade experimental.

Simulações de experiências como ferramenta de demonstração virtual em aulas de teorias de física. Disponível em:

<<http://www.scielo.br/pdf/rbef/v23n2/v23n2a13>>.

Acesso em: jul. 2018.

Bom artigo referente ao uso de simuladores nas aulas de física.

Movimento retilíneo uniformemente acelerado: Uma proposta de experimento de baixo custo. Disponível em:

<<https://itp.ifsp.edu.br/ojs/index.php/IC/article/viewFile/416/625>>.

Bom material sobre MRUV.

Acesso em: jul. 2018.

Para enriquecer ainda mais a aula, podem-se sugerir os seguintes vídeos sobre movimento retilíneo uniformemente variado. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v5Vzt2BBjqcQ>>.

<<https://www.youtube.com/watch?v5G2Lv2y9Zapo>>.

A equação de Torricelli e o estudo do movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV). Disponível em:

<<http://www.scielo.br/pdf/rbef/v32n4/07.pdf>>.

Acesso em: jul. 2018.

Ótimo artigo sobre as equações de Torricelli. Disponível em:

<<http://www.fem.unicamp.br/~em313/paginas/person/torricel.htm>>.

Interessante conteúdo sobre Evangelista Torricelli.

Acesso em: jul. 2018.

Para enriquecer ainda mais as aulas, podem-se sugerir os vídeos sobre a equação de Torricelli. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=nYmtsEgt1kE>>.

<<https://www.youtube.com/watch?v=6VAHlcAkAuc>>.

Exercícios propostos

7. 13 (01 + 04 + 08)

01. Verdadeiro.

$$v = v_0 + at = 23 + 2 \cdot 4 = 31 \quad \therefore \mathbf{v = 31 \text{ m/s}}$$

02. Falso.

$$v = v_0 + at = 23 - 2 \cdot 10 = 3 \quad \therefore \mathbf{v = 3 \text{ m/s}}$$

04. Verdadeiro.

$$S = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 = 23 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2 = 92 + 16 = 108 \quad \therefore \mathbf{S = 108 \text{ m}}$$

08. Verdadeiro.

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{108}{4} = 27 \quad \therefore \mathbf{v_m = 27 \text{ m/s}}$$

16. Falso. O movimento do carro, quando está sujeito a uma aceleração, é denominado movimento uniforme variado.

8. Distância percorrida durante o tempo de resposta:

Dados: $v = 100 \text{ km/h} = (100/3,6) \text{ m/s}$;
 $\Delta t = 0,36 \text{ s}$.

$$\Delta S = \frac{100}{3,6} \cdot 0,36 = 10 \quad \therefore \mathbf{\Delta S = 10 \text{ m}}$$

Aceleração média de frenagem:

Dados: $v_0 = 100 \text{ km/h} = (100/3,6) \text{ m/s}$; $v = 0$;
 $\Delta t = 5 \text{ s}$.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 100}{5} = -20 \quad \therefore \mathbf{a = -20 \text{ m/s}^2}$$

9. $x_A = x_B$

$$18 - 3t = 18 + 9t - 2t^2$$

$$2t^2 = 12t$$

$$t = 6 \text{ s}$$

10. E

Tomando as equações horárias das posições de cada móvel temos:

$$S_1 = 0 + 10t - \frac{1}{2} t^2 \text{ e } s^2 = d - 14t + \frac{1}{4} t^2$$

Em que

S = posição de cada móvel (m) no instante t (s)

No encontro dos móveis, as posições são iguais.

$$s_1 = s_2$$

$$10t - \frac{1}{2} t^2 = d - 14t + \frac{1}{4} t^2$$

Rearranjando os termos

$$3t^2 - 96t + 4d = 0 \quad (1)$$

Sabendo que o encontro ocorre apenas uma vez, temos um choque totalmente inelástico, isto é, a velocidade final das duas partículas é a mesma.

$$v_1 = 10 - t \text{ e } v_2 = -14 + \frac{t}{2}$$

$$v_1 = v_2$$

$$10 - t = -14 + t/2 \Rightarrow t = 48/3 \Rightarrow t = 16 \text{ s}$$

substituindo o tempo encontrado na equação (1), obtemos:

$$3 \cdot 16^2 - 96 \cdot 16 + 4d = 0 \Rightarrow d = 192 \text{ m}$$

Outra forma de pensar a resolução desta questão a partir da equação quadrática. Como esse encontro se dá uma única vez, temos duas raízes reais iguais, ou seja, $\Delta = 0$, então:

$$(-96)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4d = 0$$

$$9216 - 48d = 0$$

$$d = \frac{9216}{48} \Rightarrow d = 192 \text{ m}$$

11. a) Dados: $\Delta S_1 = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$; $v_2 = 7,2 \text{ km/h} = 2 \text{ m/s}$; $\Delta t_2 = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}$

$$\Delta S_2 = v_2 \cdot \Delta t_2 = 2 \cdot 120 = 240 \text{ m}$$

Distância total percorrida ($\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$), multiplicada por 8 (número de voltas)

$$\Delta S = 8 \cdot (\Delta S_1 + \Delta S_2) = 8 \cdot (1000 + 240) = 9920 \text{ m}$$

$$\therefore \Delta S = 9920 \text{ m}$$

b) Dados: $v_0 = 0$; $v_1 = 10,8 \text{ km/h} = 3 \text{ m/s}$; $\Delta S_1 = 3 \text{ m}$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot \Delta S} = \frac{3^2 - 0^2}{2 \cdot 3} = \frac{9}{6} = 1,5$$

$$\therefore a = 1,5 \text{ m/s}^2$$

12. B

Dados: $v_0 = 396 \text{ km/h} = 110 \text{ m/s}$; $a = -5 \text{ m/s}^2$; $\Delta S = 80 + 130 = 210 \text{ m}$; $t = ?$

$$\Delta S = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow 210 = 110t - \frac{5}{2} t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5t^2 - 220t + 420 = 0 \Rightarrow t^2 - 44t + 84 = 0$$

Resolvendo a equação do 2º grau, temos:

$$t_1 = 2 \text{ s e } t_2 = 42 \text{ s} \therefore t = 2,0 \text{ s}$$

13. D

Dados: $v_0 = 0$; $v = 12 \text{ m/s}$; $\Delta S = 100 \text{ m}$.

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow a = \frac{12^2 - 0^2}{2 \cdot 100} = \frac{144}{200} = 0,72$$

$$\therefore a = 0,72 \text{ m/s}^2$$

14. B

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -5 = \frac{0 - 10}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2,0 \text{ s}$$

Como o motorista leva 0,5 s para reagir, o móvel irá se deslocar em MRU.

$$\Delta S_1 = v \cdot t = 10 \cdot 0,5 = 5$$

$$\therefore \Delta S_1 = 5 \text{ m}$$

Já no segundo momento, leva 2,0 s para parar em MRUV.

$$\Delta S_2 = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \rightarrow \Delta S = 10 \cdot 2 - \frac{5}{2} \cdot 2^2 = 10$$

$$\therefore \Delta S_2 = 10 \text{ m}$$

Assim, calculamos o deslocamento total:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 5 + 10 = 15$$

$$\therefore \Delta S = 15 \text{ m}$$

15. a) Em um gráfico $v \times t$, $\Delta S = \text{Área}$

$$A_A = \Delta S_A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{120 \cdot 20}{2} = 1200$$

$$\therefore \Delta S_A = 1200 \text{ m}$$

$$A_B = \Delta S_B = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{120 \cdot 20}{2} = 1200$$

$$\therefore \Delta S_B = 1200 \text{ m}$$

$$v_A = \frac{\Delta S_A}{\Delta t} = \frac{1200}{10} = 10 = v_B$$

$$\therefore v_A = v_B = 10 \text{ m/s}$$

b) Para encontrarmos a distância entre os veículos, é necessário encontrar o espaço que eles ocupam no instante 60 segundos.

Para isso, é necessário encontrar a velocidade dos móveis nesse ponto.

Analisando o veículo A, obtemos:

$$a_A = \frac{\Delta v_A}{\Delta t} = \frac{0 - 20}{100} = -0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \therefore a_A = -0,2 \text{ m/s}^2$$

Com o valor da aceleração, podemos encontrar a velocidade do veículo A:

$$v_{A60} = v_{A20} + a_{A20} \cdot t$$

$$v_{A60} = 20 + (-0,2) \cdot (60 - 20) \Rightarrow v_{A60} = 12 \text{ m/s}$$

Note que, em comparação ao veículo A, a aceleração do veículo B tem o mesmo módulo e sentido contrário, e a velocidade tem o mesmo módulo. Assim:

$$\Delta S_{A60} = A_{\text{Triângulo}} + A_{\text{Trapézio}}$$

$$\Delta S_{A60} = \frac{20 \cdot 20}{2} + \frac{(20+12) \cdot 20}{2} = 200 + 640$$

$$\therefore \Delta S_A = 840 \text{ m}$$

$$\Delta S_{B60} = A_{\text{Triângulo}} = \frac{60 \cdot 12}{2} = 360 \therefore \Delta S_B = 360 \text{ m}$$

Sendo d a distância entre os veículos no instante 60 segundos, obtemos:

$$d = \Delta S_{A60} - \Delta S_{B60} = 840 - 360 = 480$$

$$\therefore d = 480 \text{ m}$$

16. A

Trecho 1: – aceleração nos primeiros 36 m

$$v_0 = 0; v = 12 \text{ m/s}; \Delta S_1 = 36 \text{ m}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot \Delta S} = \frac{12^2 - 0^2}{2 \cdot 36} = \frac{144}{72} = 2 \therefore a = 2 \text{ m/s}^2$$

Trecho 2: – corredor com velocidade constante por 3,0 s.

$$v = 12 \text{ m/s}; \Delta t_2 = 3,0 \text{ s}$$

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow \Delta S_2 = v \cdot \Delta t_2 = 12 \cdot 3 = 36$$

$$\therefore \Delta S_2 = 36 \text{ m}$$

Trecho 3: – velocidade final

$$\Delta S_3 = 100 - 36 - 36 = 28 \text{ m}$$

$$a = -0,5 \text{ m/s}^2$$

$$v_{03} = 12 \text{ m/s}$$

$$v^2 = v_{03}^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S_3 \Rightarrow v^2 = 12^2 + 2 \cdot (-0,5) \cdot 28 = 116 \therefore v = 10,8 \text{ m/s}$$

17. Trecho 1: $v_0 = 0$, $t_1 = t$, $\Delta S_1 = 4 \text{ m}$, $v_1 = ?$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow v_1^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S_1 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2a\Delta S_1}$$

Trecho 2: $v_0 = 0$, $t_2 = t + 4$, $\Delta S_2 = 12 + 4 = 16 \text{ m}$, $v_2 = ?$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow v_2^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S_2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2a\Delta S_2}$$

Como:

$$v_2 = v_1 + a \cdot \Delta t \text{ e } \Delta t = t_2 - t_1 = 4 \text{ s}$$

$$\sqrt{2a\Delta S_2} = \sqrt{2a\Delta S_1} + a \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \cdot \Delta t = \sqrt{2a\Delta S_2} - \sqrt{2a\Delta S_1} = \sqrt{2a} \cdot (\sqrt{\Delta S_2} - \sqrt{\Delta S_1})$$

Substituindo os valores, temos:

$$a^2 \cdot \Delta t^2 = 2 \cdot a \cdot (\sqrt{\Delta S_2} - \sqrt{\Delta S_1}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \cdot 4 = 2 \cdot a \cdot (\sqrt{4} - \sqrt{16})^2 \Rightarrow 16a = 2 \cdot (2 - 4)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{8}{16} = 0,5 \therefore a = 0,5 \text{ m/s}^2$$

Estudo para o Enem

18. A

Neste caso, deve-se calcular a aceleração em cada item para poder fazer a comparação entre os valores numéricos encontrados.

$$\text{Em a) } a_a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = g = 10 \therefore a_a = 10 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Em b) } a_b = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{11}{5} = 2,2 \therefore a_b = 2,2 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Em c) } a_c = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{16}{4} = 4 \therefore a_c = 4 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Em d) } a_d = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{70}{14} = 5 \therefore a_d = 5 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Em e) } a_e = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10}{40} = 0,25 \therefore a_e = 0,25 \text{ m/s}^2$$

$$a_a > a_d > a_c > a_b > a_e$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

19. A

a. Os gráficos apresentados são de deslocamento por tempo. Como o enunciado nos informa que o automóvel desenvolve velocidade constante de módulo v , no início e no final, teremos a função $d = v \cdot t$ de primeiro grau, ou seja, o gráfico deverá ser uma reta no início e no final, o que é satisfeito por todas as alternativas.

No intervalo Δt , o automóvel aumenta e, em seguida, diminui sua velocidade, ambos uniformemente, o que nos remete à função $\Delta S = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$ de segundo grau, ou seja, o gráfico

deverá ser duas parábolas seguidas: a primeira com concavidade para cima, o que representa o aumento da velocidade, e a segunda com a concavidade para baixo, o que representa a diminuição da velocidade, sendo a alternativa [A] a única que satisfaz o enunciado.

b. Falsa. O gráfico apresenta uma reta no intervalo Δt .

c. Falsa. O gráfico apresenta uma reta no intervalo Δt .

d. Falsa. O gráfico apresenta uma reta no intervalo Δt .

e. Falsa. O gráfico apresenta, aparentemente, duas parábolas, porém com as concavidades invertidas.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20. E

Primeiramente, calculamos a distância que o *motorista atento* irá percorrer:

$$\text{Acelerando: } v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta S_1 = \frac{14^2 - 0^2}{2 \cdot 1} = 98 \therefore \Delta S_1 = 98 \text{ m}$$

$$\text{Freando: } v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a' \cdot \Delta S_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta S_2 = \frac{0^2 - 14^2}{2 \cdot (-5)} = 19,6 \therefore \Delta S_2 = 19,6 \text{ m}$$

Distância total percorrida:

$$\Delta S_{\text{Atento}} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 98 + 19,6 = 117,6 \text{ m}$$

$$\therefore \Delta S_{\text{Atento}} = 117,6 \text{ m}$$

Agora calculamos a distância que o *motorista desatento* irá percorrer:

Seu tempo de percurso será 1,0 s maior, logo $t = 15 \text{ s}$.

$$v' = v_0 + a \cdot t = 0 + 1 \cdot 15 = 15 \text{ m/s}$$

$$\text{Acelerando: } v'^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta S_1 = \frac{15^2 - 0^2}{2 \cdot 1} = 112,5 \therefore \Delta S_1 = 112,5 \text{ m}$$

$$\text{Freando: } v'^2 = v_0^2 + 2 \cdot a' \cdot \Delta S_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta S_2 = \frac{0^2 - 15^2}{2 \cdot (-5)} = 22,5 \therefore \Delta S_2 = 22,5 \text{ m}$$

Distância total percorrida:

$$\Delta S_{\text{Desatento}} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 112,5 + 22,5 = 135$$

$$\therefore \Delta S_{\text{Desatento}} = 135,0 \text{ m}$$

Por fim, calculamos a diferença entre as distâncias percorridas.

$$d = \Delta S_{\text{Desatento}} - \Delta S_{\text{Atento}}$$

$$d = 135,0 - 117,6 = 17,4 \therefore d = 17,4 \text{ m}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Confrontar interpretações científicas com interpretações baseadas no senso comum, ao longo do tempo ou em diferentes culturas.

4 DIAGRAMA HORÁRIO DA VELOCIDADE, DO ESPAÇO E DA ACELERAÇÃO

Comentários sobre o módulo

Professor, neste módulo será estudado o diagrama horário da velocidade e o cálculo da aceleração de um móvel através da análise gráfica de $v \times t$.

Professor, neste módulo serão estudadas as acelerações e velocidades de corpos por meio dos diagramas horários do espaço no movimento uniformemente variado e as velocidades dos móveis através do diagrama horário da aceleração.

Para ir além

O que são gráficos de posição versus o tempo? Disponível em:

<<https://pt.khanacademy.org/science/physics/one-dimensional-motion/displacement-velocity-time/a/position-vs-time-graphs>>.

Acesso em: jul. 2018.

Interessante material sobre diagramas de movimento.

Para enriquecer ainda mais a aula, podem-se sugerir os seguintes vídeos sobre diagramas horários de movimento. Disponível em:

<<https://pt.khanacademy.org/math/calculus-home/taking-derivatives-calc/derivative-as-tangent-slope-calc/v/derivative-as-slope-of-tangent-line>>.

<<https://www.youtube.com/watch?v5qFWnLJc7Az4>>.

O que são gráficos de aceleração versus tempo? Disponível em:

<<https://pt.khanacademy.org/science/physics/one-dimensional-motion/acceleration-tutorial/a/what-are-acceleration-vs-time-graphs>>.

Acesso em: jul. 2018.

Ótimo material aprofundando o assunto sobre aceleração.

Movimento retilíneo uniformemente variado. Disponível em:

<<http://efisica.if.usp.br/mecanica/basico/mruv/intro/>>.

Bom material sobre diagramas horários.

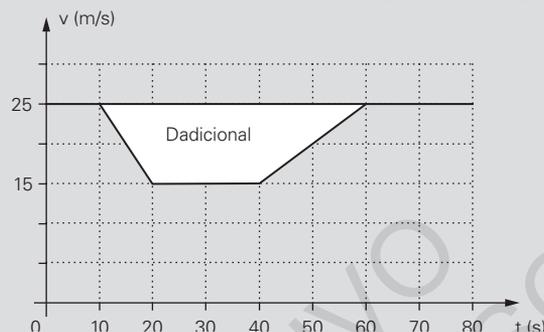
Acesso em: jul. 2018.

Para enriquecer ainda mais a aula, podem-se sugerir os seguintes vídeos sobre diagramas horários do espaço e aceleração. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v5a58avls4efU>>.

<https://www.youtube.com/watch?v57Oy_hKJuNDI>.

7. Neste caso, a distância adicional que seria percorrida corresponde à área descrita no gráfico a seguir.



$$D_{\text{adicional}} = \frac{B+b}{2} \cdot h \Rightarrow D_{\text{adicional}} = \frac{(60-10)+(40-20)}{2} \cdot (25-15)$$

$$D_{\text{adicional}} = \frac{50+20}{2} \cdot 10 = 350 \therefore D_{\text{adicional}} = 350 \text{ m}$$

8. B

No trecho I, há o aumento linear do módulo da velocidade escalar; logo, o movimento é uniformemente variado e acelerado.

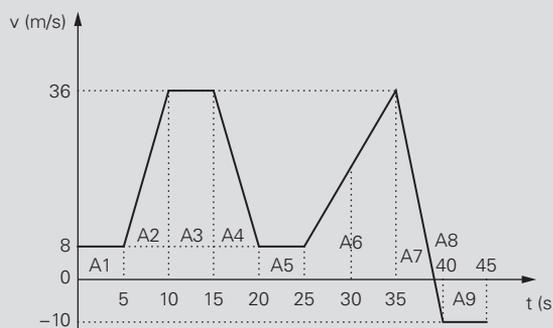
No trecho II, o módulo da velocidade escalar é constante e diferente de zero, de modo que o movimento é uniforme.

No trecho III, há a diminuição linear do módulo da velocidade escalar; logo, o movimento é uniformemente variado e retardado.

9. A

Da análise do gráfico, observamos que entre 40 e 50 s o carro possui velocidade positiva, porém o seu módulo está diminuindo com o tempo; sendo assim, o carro está desacelerando (movimento retardado).

10. A distância total percorrida será numericamente igual à soma das áreas. Neste caso, vamos dividir a figura em nove partes e calcular a área de cada uma delas.



$$A_1 = 8 \cdot (5 - 0) = 40$$

Exercícios propostos

$$A_2 = \frac{36+8}{2} \cdot (10 - 5) = 110$$

$$A_3 = 36 \cdot (15 - 10) = 180$$

$$A_4 = \frac{36+8}{2} \cdot (20 - 15) = 110$$

$$A_5 = 8 \cdot (25 - 20) = 40$$

$$A_6 = \frac{36+8}{2} \cdot (35 - 25) = 220$$

Para o cálculo da sétima área, deve-se calcular o instante em que o móvel possui velocidade nula:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-10-36}{40-35} = -\frac{46}{5} = -29,2 \text{ m/s}^2$$

$$v = v_0 + at$$

$$0 = 36 - 9,2 \cdot t \quad \therefore t = 3,9 \text{ s}$$

Portanto, o móvel terá a sua velocidade nula no tempo $t' = 35 + 3,9 = 38,9 \text{ s}$ e, assim, podemos calcular a sétima área.

$$A_7 = \frac{36 \cdot (38,9 - 35)}{2} = 70,2$$

$$A_8 = \frac{-10 \cdot (40 - 38,9)}{2} = -25,5$$

$$A_9 = -210 \cdot (45 - 40) = -250$$

Com todas as áreas calculadas, encontramos a posição ao final de 45 s.

$$\Delta S_{\text{Total}} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9$$

$$\Delta S_{\text{Total}} = 40 + 110 + 180 + 110 + 40 + 220 + 70,2 - 25,5 - 250 = 714,7$$

$\therefore S \cong 714,7 \text{ m}$ (posição aproximada do veículo)

11. D

a. INCORRETA. No MRUV, a velocidade varia linearmente com o tempo.

b. INCORRETA. Observamos que o móvel possui variação de velocidade e no MRU a velocidade é constante.

c. INCORRETA. Para retornar à origem, o carro deveria inverter o sentido do seu movimento em algum momento e isso não ocorre segundo o gráfico.

d. CORRETA. O módulo da velocidade do carro se reduz nesse intervalo

e. INCORRETA. Inverte o sentido de sua aceleração e não da velocidade.

12. A

A distância de 200 m percorrida pelo *kart* corresponde à área sob a curva até o eixo x. Assim, para calcular o valor da velocidade, devemos calcular as áreas 1, 2 e 3 e fazer a soma algébrica delas.

$$A_1 = \frac{12 \cdot 12,5}{2} = 75$$

$$A_2 = (16 - 12) \cdot 12,5 = 50$$

$$A_3 = \frac{(v+12,5)}{2} \cdot (20 - 16) = \frac{v+12,5}{2} \cdot 4 = 2v + 25$$

$$\Delta S_{\text{Total}} = A_1 + A_2 + A_3$$

$$200 = 75 + 50 + 2v + 25 \Rightarrow 2v = 200 - 150 = 50$$

$$\therefore v = 25 \text{ m/s} = 90 \text{ km/h}$$

13. 15 (01 + 02 + 04 + 08)

01. Correta: A velocidade não varia com o tempo, tratando-se de uma função constante; assim, o gráfico é uma reta paralela ao eixo dos tempos.

02. Correta: A função horária da posição em função do tempo para o movimento uniforme é $S = S_0 + vt$. Tratando-se de uma função do 1º grau, o gráfico é uma reta cujo coeficiente angular é v.

04. Correta: A função horária do espaço percorrido em função do tempo para o movimento uniforme é $\Delta S = vt$. Tratando-se de uma função do 1º grau, o gráfico é uma reta.

08. Correta: No gráfico $v \times t$, a "área" entre a linha do gráfico e o eixo dos tempos dá o espaço percorrido.

16. Incorreta: No movimento uniformemente variado, a função horária da velocidade é $v = v_0 + at$. Como é uma função do 1º grau, o gráfico da velocidade em função do tempo é uma reta.

14. D

$$a = 3 \text{ m/s}^2 \text{ (constante)}; v_2 = 2 \text{ m/s}$$

$$v_2 = v_0 + a \cdot t_2$$

$$v_0 = -4 \text{ m/s}^2$$

$$v_8 = v_0 + a \cdot t_8 = -4 + 3 \cdot 8 = 20 \text{ m/s}$$

$$v_m = \frac{v + v_0}{2} = \frac{20 + 2}{2}$$

$$v_m = 11 \text{ m/s}$$

15. A

No trecho do gráfico da posição em função do tempo, em que a curva é um segmento de reta inclinada, o movimento é uniforme e a velocidade escalar é constante e não nula. O sinal da velocidade escalar é dado pela declividade da reta no gráfico do espaço em função do tempo, sendo positiva para função crescente e negativa para função decrescente.

No trecho do gráfico da posição em função do tempo em que a curva é um segmento de reta

horizontal, trata-se de repouso, e a velocidade é nula.

No trecho do gráfico da posição em função do tempo em que a curva é um arco de parábola, o movimento é uniformemente variado, e a velocidade varia linearmente com o tempo.

Com esses argumentos, analisemos os três gráficos da posição.

Gráfico 1: Até o 1º intervalo, a curva é um segmento de reta decrescente, sendo a velocidade constante e negativa. No 2º intervalo, a curva é um arco de parábola de declividade decrescente que se liga a um segmento de reta horizontal, indicando que o módulo da velocidade decresce até anular-se, levando-nos ao gráfico (c).

Gráfico 2: Até o 1º intervalo, a curva é um segmento de parábola crescente, cuja declividade diminui até ligar-se a um segmento de reta, também crescente, no 2º intervalo, indicando que a velocidade é sempre positiva, decrescente no 1º intervalo e constante no 2º intervalo, levando-nos ao gráfico (D).

Gráfico 3: Até o 1º intervalo, a curva é um segmento de reta crescente, sendo a velocidade constante e positiva. No 2º intervalo, a curva é um arco de parábola crescente, cuja declividade diminui até o vértice, indicando que a velocidade decresce até anular-se. A partir daí, a função torna-se decrescente, e a declividade aumenta, indicando que a velocidade se torna negativa, cujo módulo aumenta. Essas conclusões nos levam ao gráfico (b).

16. A

Como se trata do gráfico de $S \times t$, primeiramente escrevemos as funções horárias dos espaços.

$$S_A = S_0 + v \cdot t \Rightarrow S_A = 500 + 8 \cdot t$$

$$S_B = S_{0B} + v_{0B} \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$S_B = 0 + 45 \cdot t - \frac{1,5}{2} \cdot t^2 \Rightarrow S_B = 45 \cdot t - 0,75 \cdot t^2$$

Pelas equações, notamos que o móvel A descreve uma função afim e o móvel B uma função do 2º grau.

Agora, vamos verificar em que momento os dois móveis irão se encontrar fazendo $S_A = S_B$

$$500 + 8 \cdot t = 45 \cdot t - 0,75 \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -0,75t^2 + 37t - 500 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (37)^2 - 4 \cdot (-0,75) \cdot (-500) = -131$$

$$\therefore \Delta = -131$$

Como $\Delta < 0$, significa que a equação do 2º grau

não possui raízes; logo, os dois móveis não irão se encontrar. Apenas no item a o que foi descrito acima foi contemplado.

17. A

De 0 à 2 s: MUV com aceleração positiva

De 2 à 3 s: MU com velocidade positiva

De 3 à 4 s: MUV com aceleração negativa

De 4 à 5 s: Repouso

Estudo para o Enem

18. B

Etapa 1: movimento acelerado e progressivo (correr para pegar o ônibus).

Etapa 2: repouso (esperar no ponto).

Etapa 3: movimento regressivo (volta para casa).

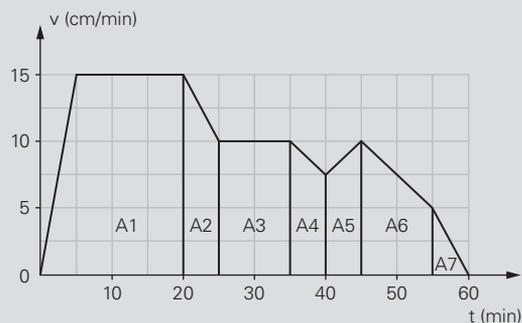
Etapa 4: movimento progressivo uniforme (deslocamento do táxi).

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. B

A distância total percorrida será numericamente igual à soma das áreas. Neste caso, vamos dividir a figura em sete partes e calcular a área de cada uma delas.



$$A_1 = \frac{20+15}{2} \cdot 15 = 262,5$$

$$A_2 = \frac{15+10}{2} \cdot 5 = 62,5$$

$$A_3 = 10 \cdot 10 = 100$$

$$A_4 = \frac{10+7,5}{2} \cdot 5 = 43,75$$

$$A_5 = \frac{10 + 7,5}{2} \cdot 5 = 43,75$$

$$A_6 = \frac{10 + 5}{2} \cdot 10 = 75$$

$$A_7 = \frac{5 \cdot 5}{2} = 12,5$$

Com todas as áreas calculadas, encontramos o deslocamento total do jipe-robô.

$$\Delta S_{\text{Total}} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7$$

$$\Delta S_{\text{Total}} = 262,5 + 62,5 + 100 + 43,75 + 43,75 + 75 + 12,5 = 600 \text{ cm}$$

$$\therefore \Delta S_{\text{Total}} = 6,0 \text{ m}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20.A

a. CORRETA: O ponto material aumenta o módulo da sua velocidade linearmente entre 0 s e 2 s; logo, o movimento é MRUV acelerado.

b. INCORRETA: O ponto material só está em repouso no início do movimento.

c. INCORRETA: Nos intervalos analisados, o móvel varia a sua velocidade.

d. INCORRETA: Nos intervalos analisados, o móvel possui MRU, pois sua velocidade é constante.

e. INCORRETA: O móvel varia sua velocidade em dois intervalos de tempo distintos, entre 0 s e 2 s e entre 10 e 12 s.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO
SISTEMA DE ENSINO DEBIMESCO

5 MOVIMENTOS VERTICAIS

Comentário sobre o módulo

Neste módulo, daremos os primeiros passos para o estudo da mecânica, iniciando-o com a cinemática.

Neste módulo, será estudado o movimento vertical de um corpo, concluindo que se trata de um movimento uniformemente variado.

Para ir além

Em 2012, o austríaco Felix Baumgartner realizou uma façanha inédita e quebrou três recordes mundiais **ao pular de uma cápsula a uma altura de 39 045 metros**. Além de ter sido o primeiro homem a **superar a velocidade do som em queda livre** e a **realizar um salto partindo da estratosfera**, atingindo uma velocidade de 1 342,8 km/h, ele também esteve no **voo de balão mais alto do mundo**.

O professor pode sugerir a leitura, discussão e interpretação física de todos os fatores discutidos nos textos dos *links* a seguir. Disponível em:

<<https://super.abril.com.br/comportamento/o-homem-que-caiu-do-ceu/>>.

<<https://super.abril.com.br/blog/superblog/austríaco-quebra-recordes-ao-saltar-da-estratosfera/>>.

O professor pode sugerir aos alunos a discussão e interpretação física do lançamento vertical, por meio da leitura do artigo a seguir.

Estudo do lançamento vertical: uma proposta de ensino por meio de um objeto de aprendizagem. In: Cad. Bras. Ens. Fís., v. 29, n. Especial 1: p. 543-561, out. 2012. Disponível em:

<<https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2012v29nesp2p543/22935>>.

Acesso em: jul. 2018.

Estudo do lançamento vertical: uma proposta de ensino por meio de um objeto de aprendizagem. Disponível em:

<<file:///C:/Users/Luiz/Downloads/22995-86219-1-PB.pdf>>.

Acesso em: jul. 2018.

Exercícios propostos

7. B

Um corpo em queda livre desenvolve MRUV, logo o espaço em função do tempo é uma parábola com concavidade para cima, pois o objeto aumenta o módulo da sua velocidade com o tempo, pois possui aceleração positiva.

$$8. v = 60 \text{ km/h} \cong 16,67 \text{ m/s}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow g = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot h} = \frac{16,67^2 - 0^2}{2 \cdot 20}$$

$$\cong 6,94 \therefore g \cong 7 \text{ m/s}^2$$

9. A

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 20} = \sqrt{400} = 20 \therefore v = 20 \text{ m/s}$$

$$10. g = \frac{2h}{t^2} = \frac{2 \cdot 12}{2^2} = 6 \therefore g = 6 \text{ m/s}^2$$

11. Apesar de se tratar de um lançamento horizontal, para o cálculo do tempo de queda do objeto, a velocidade horizontal de deslocamento do balão (6 m/s) não influenciará no resultado. Assim, temos:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80}{10}} = \sqrt{16} = 4 \therefore t = 4 \text{ s}$$

12. Como o corpo é lançado verticalmente, as funções do movimento serão:

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2 \text{ e } v = v_0 - g \cdot t$$

Comparando a função dada no enunciado com a função horária do espaço para o MRUV, temos:

$$h(t) = At^2 + Bt + C$$

$$\text{Logo } A = -\frac{g}{2} \Rightarrow g = -2A$$

$$B = v_0$$

$$C = h_0$$

Já a função horária da velocidade ficará:

$$v(t) = v_0 - g \cdot t$$

$$v(t) = B - (-2A) \cdot t$$

$$v(t) = B + 2At$$

Para $t = 4 \text{ s}$, o corpo atinge sua altura máxima ($h = 9 \text{ m}$), logo sua velocidade é nula ($v = 0$), assim temos:

$$0 = B + 2A \cdot 4 \therefore B = -8A$$

$$9 = C + B \cdot 4 - \frac{2A}{2} \cdot 4^2$$

$$9 = C + (-8A) \cdot 4 - 16A$$

$$-16A + C = 9 \text{ (Eq. I)}$$

No instante $t = 10 \text{ s}$, o corpo chega ao solo

($h = 0$); assim, temos:

$$0 = C - (8A \cdot 10) + (A \cdot 10^2)$$

$$0 = C - 80A + 100A$$

$$20A + C = 0$$

$$A = -\frac{C}{20} \text{ (Eq. II)}$$

Substituindo a Eq. II na Eq. I, temos:

$$-16 \cdot \left(-\frac{C}{20}\right) + C = 9$$

$$16C + 20C = 180$$

$$C = \frac{180}{36} = 5 \therefore C = 5 \text{ m}$$

Como C corresponde ao termo independente da equação, significa que o objeto partiu dessa altura. Logo, a altura de lançamento foi de 5 m.

- 13.** Analisando a mesma horizontal, o tempo de subida e descida dá um total de 4s (0,5 s + 3,5 s); logo o tempo de subida do objeto é de 2 s, e o tempo de descida também é de 2 s. Portanto, apesar de se tratar de lançamento vertical, pode-se aplicar as equações de queda livre.

$$v = g \cdot t = 10 \cdot 2 = 20 \therefore v = 20 \text{ m/s}$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 = 20 \therefore h = 20 \text{ m}$$

- 14.** A

É importante notar que, segundo o texto, o pêndulo oscila em um plano vertical, logo, ao ser abandonado, a massa atingirá um ponto de altura máxima, sua velocidade irá se anular e passará a descer verticalmente.

- 15.** 10 (02 + 08)

01 – Incorreta. Quando a bola atinge a altura máxima em um lançamento vertical, sua velocidade é nula.

02 – Correta.

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{0 - 25}{-10} = 2,5 \therefore \Delta t = 2,5 \text{ s}$$

04 – Incorreta. Após alcançar a altura máxima, a bola demora o mesmo tempo para descer. Logo, irá demorar 2,5 segundos.

08 – Correta. Como a resistência do ar é desprezada, a afirmação está correta.

- 16.** a) Após atingir 100 m, a velocidade torna-se constante e igual a 20 m/s. A velocidade y de 0 a 2 s é constante, logo $y = v_0 = 20 \text{ m/s}$.

O conjunto de instrumentos desprende-se após 2 s a uma altura h .

$$h = h_0 + v \cdot t = 100 + 20 \cdot 2 = 140 \therefore h = 140 \text{ m}$$

b) Para o cálculo da altura máxima ($H_{\text{máx}}$), observa-se no gráfico que a velocidade se anula em $t = 4 \text{ s}$. Calculando a área sob a linha do gráfico de 2 s a 4 s, obtemos a altura percorrida durante a subida livre.

$$H_{\text{máx}} = 100 + 20 \cdot 2 + \frac{20 \cdot (4 - 2)}{2}$$

$$H_{\text{máx}} = 100 + 40 + 20 = 160$$

$$\therefore H_{\text{máx}} = 160 \text{ m}$$

$$t_q = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 160}{10}}$$

$$t_q = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} = 5,6 \therefore t_q = 5,6 \text{ s}$$

Assim, o tempo total será: $4 + 5,6 = 9,6$

$$\therefore t = 9,6 \text{ s}$$

Já a aceleração fica:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 20}{4 - 2} = -10$$

$$\therefore a = -10 \text{ m/s}^2$$

- 17.** E

$$\text{Corpo 1: } v_1^2 = v_{0_1}^2 + 2 \cdot g \cdot h_1$$

$$\text{Corpo 2: } v_2^2 = v_{0_2}^2 + 2 \cdot g \cdot h_2$$

$$v_{0_1} = v_{0_2} = 0 \text{ e } v_2 = 2 \cdot v_1$$

$$v_1^2 = 2 \cdot g \cdot h_1 \text{ (I)}$$

$$v_2^2 = 2 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow (2 \cdot v_1)^2 = 2 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot v_1^2 = 2 \cdot g \cdot h_2 \text{ (II)}$$

$$\frac{\text{(I)}}{\text{(II)}} \Rightarrow \frac{y_1^2}{4 \cdot y_1^2} = \frac{2 \cdot g \cdot h_1}{2 \cdot g \cdot h_2} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{h_1}{h_2}$$

$$h_2 = 4 \cdot h_1$$

Estudo para o Enem

- 18.** A

O experimento é realizado da mesma altura h .

$$t_x = \frac{t_t}{2} \Rightarrow t_t = 2 \cdot t_x$$

$$H = \frac{1}{2} g_x \cdot t_x^2 \text{ e } H =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot g_t \cdot t_t^2 = \frac{1}{2} \cdot g_t \cdot (2 \cdot t_x)^2 = 2 \cdot g_t \cdot t_x^2$$

Igualando as equações, temos:

$$\frac{1}{2} g_x \cdot t_x^2 = 2 \cdot g_t \cdot t_x^2 \Rightarrow g_x = 4 \cdot g_t$$

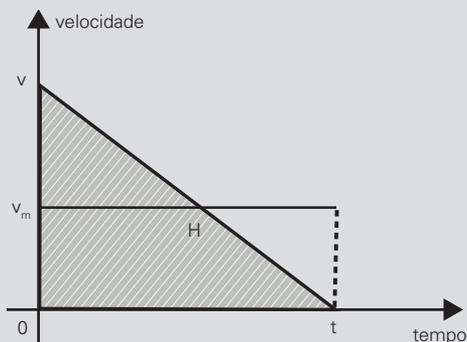
Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.

- 19.** E

Por se tratar de um lançamento vertical, despreza-se a resistência do ar e a aceleração do Super-homem será: $a = -g$.

A velocidade do herói se reduz linearmente com o tempo, pois trata-se de um MRUV com aceleração negativa. Assim, temos:



A área sob a curva representa a variação do espaço percorrido, no caso, a altura H atingida pelo Super-homem.

$$\Delta S = H = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{v \cdot t}{2}$$

$$\therefore H = \frac{v \cdot t}{2}$$

Já

$$v_m = \frac{v + v_0}{2}$$

$$v_m = \frac{v}{2}$$

$$H = v_m \cdot t$$

Analisando a função horária da velocidade na subida, temos:

$$v' = v - g \cdot t$$

$$0 = v_0 - g \cdot t \therefore t = \frac{v}{g}$$

Substituindo t em H , obtemos:

$$H = v_m \cdot t = v_m \cdot \frac{v}{g} \therefore H = v_m \cdot \frac{v}{g}$$

Logo, a altura máxima atingida é proporcional à sua velocidade média multiplicada pelo tempo que ele permanece no ar, e esse tempo dependerá da sua velocidade inicial.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

20. C

Queda do anzol: $t = 2$ s

Movimento da lancha:

O intervalo de tempo de queda do anzol é o mesmo intervalo de tempo de deslocamento da lancha e o movimento desta é uniforme.

A competência e a habilidade continuam as mesmas.

6 VETORES E CINEMÁTICA VETORIAL

Comentário sobre o módulo

Neste módulo, serão estudadas as grandezas escalares e vetoriais. Serão vistos os vetores e suas características e serão trabalhadas a adição e a subtração de vetores.

Neste módulo, serão estudadas a decomposição de um vetor nos eixos x e y e a multiplicação de um escalar por um vetor.

Para ir além

Interessante material sobre vetores apresentado nesse curso de introdução aos vetores no *site*: Disponível em

<<https://pt.khanacademy.org/computing/computer-programming/programming-natural-simulations/programming-vectors/a/intro-to-vectors>>

Acesso em: jul. 2018.

Para enriquecer ainda mais a aula, pode-se sugerir aos alunos os seguintes vídeos sobre vetores. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v598sMzk4rzR0>>.

<<https://www.youtube.com/watch?v5RRgBdqBI6lg>>.

Acesso em: jul. 2018.

Abrangente material sobre vetores. Disponível em:

<http://www.mat.ufmg.br/~rodney/notas_de_aula/vetores.pdf>.

Acesso em: jul. 2018.

A tese *O estudo de vetores e suas aplicações na física* é um excelente material sobre as aplicações dos vetores. Disponível em:

<http://sinop.unemat.br/site/download/tcc/tccs_do_curso_de_matematica/o_estudo_dos_vetores_e_suas_aplicacoes_na_fisica_jocenir_aureliano_de_azevedo.pdf>.

Acesso em: jul. 2018.

Para enriquecer ainda mais a aula, podem-se sugerir aos alunos os seguintes vídeos sobre vetores. Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=ZSRQF71_mHQ>.

<<https://www.youtube.com/watch?v=eBV3boR7Ji8>>.

Acesso em: jul. 2018.

Exercícios propostos

7. B

Utilizando a lei dos cossenos, temos:

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \theta$$

$$R^2 = 9^2 + 15^2 + 2 \cdot 9 \cdot 15 \cdot \cos 120^\circ$$

$$R^2 = 81 + 225 + 270 \cdot (-0,5)$$

$$R^2 = 171 \Rightarrow R = \sqrt{171} = 3\sqrt{19} \therefore R = 3\sqrt{19} \text{ N}$$

8. E

Sim. O robô pode seguir o caminho de A a F passando sucessivamente pelos seguintes pontos: AFCBACDEF.

O deslocamento do robô será o seguimento AF.

9. A

Aplicando a regra do polígono, obtemos:

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{d} = \vec{c} \Rightarrow \vec{d} = \vec{c} - \vec{a} - \vec{b} \Rightarrow \vec{d} = \vec{c} - (\vec{a} + \vec{b})$$

10. C

O módulo do vetor resultante da soma $\vec{a} + \vec{b}$ é dado por:

$$R^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$R = \sqrt{(A \cdot v)^2 + (B \cdot v)^2} = \sqrt{A^2 \cdot v^2 + B^2 \cdot v^2}$$

$$\therefore R = (A^2 \cdot v^2 + B^2 \cdot v^2)^{\frac{1}{2}}$$

11. C



$$d^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$$

$$d = 13 \text{ m}$$

12. C

A força de arrasto possui a mesma direção que o deslocamento da esfera, porém o sinal de negativo (-) indica que essa força possui sentido contrário ao da velocidade. Como a esfera no ponto mais baixo possui velocidade horizontal e de máxima intensidade, a força de arrasto também terá direção horizontal, porém de sentido contrário e máximo módulo.

13. D

$$\vec{v} = (1, 1) - (4, 5) = (-3, -4).$$

Portanto, segue

$$|\vec{v}| = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5$$

14. D

$$V^2 = V_{\text{corrent.}}^2 + V_{\text{margem}}^2 \rightarrow V^2 = 6^2 + 8^2 \rightarrow V = 10 \text{ m/s}$$

15. C

$$\Delta S = \pi R = 30 \text{ m} \quad V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{30}{10} = 3,0 \text{ m/s}$$

$$|\Delta r| = 2R = 20 \text{ m} \quad |V_m| = \frac{\Delta r}{\Delta t} = 2,0 \text{ m/s}$$

16. A

Calculamos o módulo de A, sendo:

$$A_x = 4i \text{ e } A_y = 3j \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \therefore A = 5$$

Calculando o ângulo entre o vetor A e eixo vertical, obtemos:

$$\cos \alpha = \frac{A_y}{A} = \frac{3}{5} \text{ e } \sin \alpha = \frac{A_x}{A} = \frac{4}{5}$$

Agora, calculamos o módulo de B, sendo.

$$B_x = -1i \text{ e } B_y = 1j \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2} \therefore B = \sqrt{2}$$

Calculando o ângulo entre o vetor B e o eixo vertical, obtemos:

$$\cos \beta = \frac{B_y}{B} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ e } \sin \beta = \frac{B_x}{B} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

O ângulo entre os dois vetores será $\theta = \alpha + \beta$ e, aplicando as identidades trigonométricas, obtemos:

$$\cos \theta = \cos (\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos \theta = \frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{10} - \frac{4\sqrt{2}}{10} = -\frac{\sqrt{2}}{10}$$

$$\therefore \cos \theta = -\frac{\sqrt{2}}{10}$$

17. B

No MCU existe a componente centrípeta da aceleração, portanto, o movimento possui aceleração e a direção do vetor velocidade varia com o tempo.

Estudos para o Enem

18. C

Trata-se de uma questão de vetores. Para resolvê-la, basta utilizar a regra do polígono, que diz que o vetor soma de n vetores consecutivos é dado pela união entre o início do primeiro vetor com o final do último.

Assim, pela figura, o módulo do vetor soma é 2 cm.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. B

Em 1 hora: $d_1 = 16 \text{ km}$ e $d_2 = 6 \text{ km}$

$$\alpha = 105^\circ - 45^\circ = 60^\circ$$

A distância será a diferença entre os vetores.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20. D

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{5^2}{0,5} = \frac{25}{0,5}$$

$$a_c = 50 \text{ m/s}^2$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

7 COMPOSIÇÃO DOS MOVIMENTOS E LANÇAMENTO HORIZONTAL

Comentário sobre o módulo

Neste módulo, vamos introduzir as equações do lançamento horizontal, discutindo em quais situações elas devem ser utilizadas. Discutimos também movimento retilíneo uniforme e movimento uniformemente variado e queda livre dos corpos.

Para ir além

Dissertação de Mestrado sobre “Conceitos de simultaneidade, da antiguidade à relatividade: um módulo de ensino contextualizado.” Disponível em:

<<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/171719/342638.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>

Acesso em: jul. 2018.

Lançamento de projéteis. Disponível em:

<<https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/23542/1/Lancamento%20de%20Projeteis.pdf>>.

Acesso em: jul. 2018.

Experimentos virtuais de mecânica. Disponível em:

<<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/translacao/velocidadeRelativaTrem/index.html>>.

Acesso em: jul. 2018.

Com a análise da composição dos movimentos e velocidade horizontal, além dos conceitos já trabalhados até aqui, o professor pode sugerir aos alunos a leitura e a discussão em sala do artigo relacionado à física por trás dos esportes.

Essa atividade pode ser trabalhada juntamente com outras áreas do conhecimento, como Educação Física e Biologia. Pode ser feito um trabalho em grupo ou até mesmo uma aula expositiva com os dois profissionais explorando suas particularidades com relação a este tema.

Cientistas desvendam a física por trás da performance dos atletas.

Atletas aplicam a energia de corridas, saltos e pedaladas para ir mais alto ou conseguir maior velocidade. Disponível em:

<<http://jornal.usp.br/ciencias/cientistas-desvendam-a-fisica-por-tras-da-performance-dos-atletas/>>.

Acesso em: ago. 2018.

Corpos no interior de um recipiente fechado e transparente em queda livre.

<<https://arxiv.org/abs/0809.1471>>.

Acesso em: ago. 2018.

O experimento didático do lançamento horizontal de uma esfera: Um estudo por vídeo análise. Disponível em:

<https://www.researchgate.net/profile/Vitor_De_Jesus/publication/277929415_O_experimento_didatico_do_lancamento_horizontal_de_uma_esfera_Um_estudo_por_videoanalise/links/557ee66908aec87640ddf01e.pdf>.

Acesso em: ago. 2018.

Exercícios propostos

7. Com a ajuda do vento, o atleta terá um tempo 0,1 s menor no seu percurso.

$$\Delta t = 10,0 - 0,1 = 9,9 \text{ s}$$

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{100}{9,9} = 10,1$$

$$\therefore v \approx 10,1 \text{ m/s}$$

8. 31 (01 + 02 + 04 + 08 + 16)

01. Correta. Por ser um movimento sem atrito, a velocidade horizontal da roda será a mesma do avião.

02. Correta. Para um observador no solo, lateralmente ao avião, ele observa um arco de parábola. Somente não consegue enxergar a parábola se o observador estiver alinhado com o trajeto do avião, vendo, nesse caso, uma trajetória retilínea.

04. Correta. Como não há resistência do ar, o tempo de queda da roda depende somente da altura da qual foi abandonada: $t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$.

08. Correta. O alcance é diretamente proporcional à velocidade horizontal e à raiz quadrada da altura de lançamento: $x = v_x \cdot t = v_x \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$.

16. Correta. O componente vertical da velocidade surge em razão da aceleração da gravidade: $v_y = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

9. A

$$v_{\text{água}} = 0,83 \text{ m/s} \approx 3 \text{ km/h}$$

Durante a subida:

$$v_{\text{rel}} = v_{\text{barco}} - v_{\text{água}}$$

$$v_{\text{rel}} = 11 - 3 = 8$$

$$\therefore v_{\text{rel}} = 8 \text{ km/h}$$

Durante a descida:

$$v'_{\text{rel}} = v_{\text{barco}} + v_{\text{água}}$$

$$v'_{\text{rel}} = 11 + 3 = 14$$

$$\therefore v'_{\text{rel}} = 14 \text{ km/h}$$

10. a) $\Delta S = 120 \text{ m}, v = v_a + v_{e_1} = 1,5 + 1 = 2,5 \text{ m/s}$

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{v} = \frac{120}{2,5}$$

$$\Delta t = 48 \text{ s}$$

b) $\Delta S = 120 \text{ m}, v = v_A + v_{e_1} + v_B + v_{e_2} =$
 $= 1,5 + 1 + 0,5 + 1 = 4 \text{ m/s}$

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{v} = \frac{120}{4}$$

$$\Delta t = 30 \text{ s}$$

11. 25 (01 + 08 + 16)

01. Correta.

$$\Delta t = \frac{300 + 400}{0,875} = 800$$

$$\therefore \Delta t = 800 \text{ s}$$

Já o deslocamento vetorial de Tiago será:

$$d = \sqrt{300^2 + 400^2} = 500 \text{ m e, assim, obtemos a velocidade média.}$$

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{500}{800} = 0,625$$

$$\therefore v_m = 0,625 \text{ m/s}$$

02. Incorreta.

O deslocamento de João usando Pitágoras será:

$$d = \sqrt{600^2 + 800^2} = 1000 \text{ m, e como sua velocidade média é de } 1,25 \text{ m/s, obtemos o tempo de deslocamento.}$$

$$\Delta t = \frac{d}{v_m} = \frac{1000}{1,25} = 800$$

$$\therefore \Delta t = 800 \text{ s}$$

Logo, realizam os percursos no mesmo tempo.

04. Incorreta.

Tiago teve um deslocamento de 500 m, calculado no item 01.

08. Correta.

A velocidade escalar média é dada pela distância percorrida no tempo gasto, então:

$$v_m = \frac{\text{distância}}{\text{tempo}} = \frac{800 + 600}{800} = \frac{1400}{800} = 1,75$$

$$\therefore v_m = 1,75 \text{ m/s}$$

16. Correta.

Como João e Tiago se deslocam em sentidos opostos, vimos que Tiago se desloca por 500 m para nordeste e João se desloca por 1000 m para sudoeste. Portanto, fazendo a soma (500 + 1000), obtemos a distância de 1500 m.

32. Incorreta.

Os dois possuem sentidos opostos. Assim, a velocidade relativa entre eles será dada pela soma dos módulos de suas velocidades:

$$v_{\text{rel}} = 1,25 + 0,625 = 1,875 \therefore v_{\text{rel}} = 1,875 \text{ m/s}$$

12. A

Há duas faixas de automóveis e uma faixa de ônibus.

Comprimento do ônibus: $L_o = 12 \text{ m}$

Comprimento do automóvel: $L_A = 3 \text{ m}$

Velocidade do ônibus: $v_o = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$

Tempo de deslocamento: $\Delta t = 30 \text{ s}$

Deslocamento do ônibus: d_o

$$d_o = v_o \cdot \Delta t = 10 \cdot 30 = 300 \text{ m} \therefore d_o = 300 \text{ m}$$

Como desconsideramos o espaço entre os veículos, devemos calcular a quantidade de automóveis (Q_A) e ônibus (Q_o) que ocuparão os 300 m de comprimento.

$$Q_A = 2 \cdot \frac{d}{L_A} = 2 \cdot \frac{300}{3} = 200$$

$$\therefore Q_A = 200 \text{ automóveis}$$

$$Q_o = \frac{d}{L_o} = \frac{300}{12} = 25 \therefore Q_o = 25 \text{ ônibus}$$

Com a quantidade de veículos, encontramos a quantidade de pessoas (n) em cada veículo.

$$n_A = 200 \cdot 2 = 400 \text{ pessoas}$$

$$n_o = 25 \cdot 40 = 1000 \text{ pessoas}$$

Logo, a razão entre o número de pessoas será:

$$\frac{n_o}{n_A} = \frac{1000}{400} = 2,5 \therefore \frac{n_o}{n_A} = 2,5$$

$$\Delta S = 120 \text{ m}, v = v_A + v_{e_1} + v_B + v_{e_2} =$$

$$= 1,5 + 1 + 0,5 + 1 = 4 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{v} = \frac{120}{4}$$

$$\Delta t = 30 \text{ s}$$

13. E

Por se tratar de lançamento horizontal, o tempo de queda será igual ao tempo de deslocamento no eixo horizontal.

Assim, temos:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta S_y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{10}} = \sqrt{1} = 1 \text{ s}$$

Com o valor do tempo de queda, encontramos o deslocamento horizontal D.

$$\Delta S_x = v_x \cdot t \Rightarrow \Delta S_x = 8 \cdot 1 = 8$$

$$\therefore \Delta S_x = D = 8 \text{ m}$$

14. E

A figura mostra a posição do objeto para cada intervalo de tempo t . Assim, o objeto leva um tempo t para percorrer $\Delta S_v = 20$ m e um tempo total de $3t$ para percorrer verticalmente a distância h . Calculando o tempo para percorrer 20 m, temos:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta S_v}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} = \sqrt{4} = 2 \quad \therefore t = 2 \text{ s}$$

Logo, o tempo total será:

$$t_t = 3t = 3 \cdot 2 = 6 \quad \therefore t_t = 6 \text{ s}$$

E com isso chegamos à altura h .

$$h = \frac{g}{2} \cdot t_t^2 = \frac{10}{2} \cdot 6^2 = 180 \quad \therefore h = 180 \text{ m}$$

15. E

Calculando a altura de queda:

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow h = 5(1)^2 \Rightarrow h = 5 \text{ m.}$$

Pela conservação da energia mecânica:

$$\frac{mv^2}{2} = m \cdot g \cdot h + \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{5^2 + 2 \cdot (10) \cdot (5)} = \sqrt{125} \Rightarrow v = 5\sqrt{5} \text{ m/s}$$

16. a) Primeiramente devemos descobrir o tempo (t) de queda da bomba:

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow 500 = 0 + 0 \cdot t + 5t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2 = 100 \quad \therefore t = 10 \text{ s}$$

Logo, a distância horizontal ou alcance (x) da bomba para acertar o canhão deve ser igual a:

$$x = x_0 + v_x \cdot t \Rightarrow x = 0 + 100 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} \quad \therefore$$

$$\therefore x = 1000 \text{ m}$$

b) A velocidade mínima (v_0) da bala do canhão para acertar o avião é composta por dois componentes, um vertical (v_{0y}) e um horizontal (v_{0x})

A componente vertical deve atingir a altura do avião, ou seja, chegar até a altitude do avião com velocidade nula, então:

$$v_v^2 = v_{0y}^2 + 2g \cdot y \Rightarrow 0 = v_{0y}^2 + 2 \cdot (-10) \cdot 500 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{0y} = \sqrt{10\,000} \quad \therefore v_{0y} = 100 \text{ m/s}$$

A componente horizontal da velocidade deve ser igual a velocidade do avião, isto é, $v_{0x} = 100$ m/s.

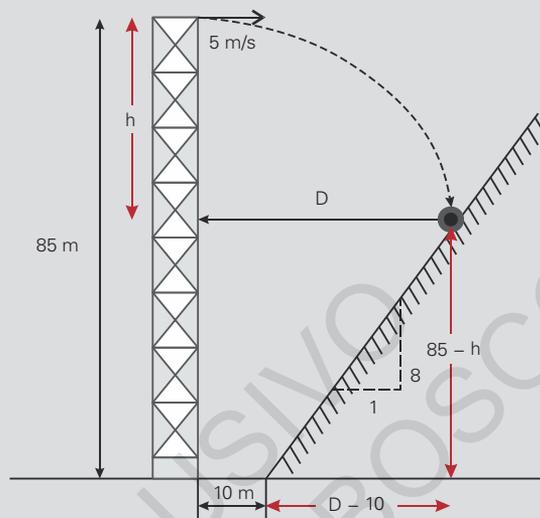
Logo, a velocidade inicial do projétil deverá ser a soma vetorial das componentes vertical e horizontal:

$$v_0 = \sqrt{v_{0y}^2 + v_{0x}^2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{100^2 + 100^2} \Rightarrow$$

$$v_0 = \sqrt{20\,000} \quad \therefore v_0 = 100\sqrt{2} \text{ m/s}$$

17. A

Fazendo algumas definições na figura:



Podemos obter o valor de h , por meio da semelhança de triângulos.

$$\frac{85 - h}{8} = \frac{D - 10}{1} \Rightarrow h = 165 - 8D \text{ (Eq. I)}$$

Por meio da análise do lançamento horizontal, obtemos a expressão para o alcance D .

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

$$D = v_x \cdot t = v_x \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \text{ (Eq. II)}$$

Lembrando que $v_x = 5$ m/s e substituindo a Eq. I na Eq. II, obtemos:

$$D = 5 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (165 - 8D)}{10}}$$

$$D^2 = 25 \cdot \left(\frac{165 - 8D}{5} \right)$$

$$D^2 + 40D - 825 = 0$$

$$D' = 15 \text{ e } D'' = -55$$

$$\therefore D = 15 \text{ m}$$

Estudo para o Enem

18. D

v_T = velocidade do atleta em relação a um ponto fixo no solo

v_R = velocidade do atleta em relação às águas

v_A = velocidade da água em relação a um ponto fixo no solo

Cálculo com velocidade a favor da correnteza

$$v_T = v_R + v_A \Rightarrow 12 = v_R + v_A$$

Cálculo com velocidade contrária à correnteza.

$$v_T = v_R - v_A \Rightarrow 8 = v_R - v_A$$

Agrupando as duas equações e resolvendo o sistema, temos:

$$\begin{cases} 12 = v_R + v_A \\ 8 = v_R - v_A \end{cases} \Rightarrow v_A = 2 \text{ km/h e } v_R = 10 \text{ km/h}$$

Portanto, a velocidade das águas é de 2 km/h.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

19. E

Pelo enunciado, observa-se que devem passar 5 garrafas por segundo, já que serão colocadas 5 tampas em 1 s. Como a distância entre os centros de duas garrafas consecutivas é de 10 cm, então o deslocamento da garrafa será: $\Delta S = 10 \text{ cm}$, já o tempo de deslocamento de uma garrafa será:

$\Delta t = 1/5 \text{ s}$. Assim, temos:

$$v = \left(\frac{\Delta S}{\Delta t} \right) = \frac{10}{\frac{1}{5}} = 50 \therefore v = 50 \text{ cm/s}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpre-

tar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

20. B

I. Incorreta, pois, considerando as esferas como ponto material, elas não poderiam se encontrar no ar se o evento não fosse simultâneo, pois as duas esferas, quando lançadas, tem a mesma aceleração vertical.

II. Correta. A diferença de alcance horizontal é em razão da diferença de velocidade inicial entre as duas crianças. Como a criança 2 teve menor alcance até o encontro das esferas, ela aplicou uma velocidade inicial menor em relação à criança 1.

III. Incorreta. As acelerações das duas esferas são idênticas e correspondem à aceleração da gravidade.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

MATERIAL DE USO
SISTEMA DE ENSINO

8 LANÇAMENTO OBLÍQUO

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, será estudado o alcance máximo dos corpos: em quais situações os corpos, depois de serem lançados em certo ângulo, podem descrever a maior trajetória possível em relação ao eixo horizontal.

Para ir além

<http://www.cienciaemtela.nutes.ufrj.br/artigos/0110_cargnin.pdf>.

Acesso em: ago. 2018.

<<http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/9339/1/PDF%20-%20DOUGLAS%20ALVES%20FERREIRA.pdf>>.

Acesso em: ago. 2018.

Exercícios propostos

7. C

Conhecendo o valor do componente horizontal da velocidade, já que o movimento horizontal é uniforme, podemos calcular o tempo que a bola leva para atingir o solo.

$$t = \frac{\Delta S_x}{v_x} = \frac{4}{8} = 0,5 \quad \therefore t = 0,5 \text{ s}$$

O tempo para o movimento horizontal é o mesmo que o tempo para o movimento vertical que acontece de maneira uniformemente variada, sendo possível calcular a altura ($\Delta y = h$).

$$\Delta y = v_{0y} \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = 3 \cdot 0,5 + \frac{10}{2} \cdot (0,5)^2 = 1,5 + 1,25 = 2,75$$

$$\therefore h = 2,75 \text{ m}$$

8. A

Obtemos a velocidade inicial em y (v_{0y}):

$$y = v_{0y} \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$2,4 = 0 + v_{0y} \cdot 2 - \frac{10}{2} \cdot 2^2$$

$$\therefore v_{0y} = 11,2 \text{ m/s}$$

$$\text{tg } 45^\circ = \frac{v_{0y}}{v_{0x}}$$

$$v_{0x} = \frac{v_{0y}}{\text{tg } 45^\circ} = \frac{11,2}{1}$$

$$\therefore v_{0x} = 11,2 \text{ m/s}$$

Com o valor da velocidade inicial no eixo horizontal, calculamos a distância percorrida (ΔS_x).

$$\Delta S_x = v_{0x} \cdot t = 11,2 \cdot 2 = 22,4$$

$$\therefore \Delta S_x \approx 22 \text{ m}$$

9. B

Decompondo a velocidade inicial da bola em seus eixos vertical e horizontal, temos:

$$v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen } 45^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10 \cdot \sqrt{2}$$

$$v_{0x} = v_0 \cdot \text{cos } 45^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10 \cdot \sqrt{2}$$

O tempo de deslocamento oblíquo da bola do ponto A até o ponto D é o mesmo tempo em que o jogador se desloca de B para C.

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$0 = 0 + 10 \cdot \sqrt{2} \cdot t - \frac{10}{2} \cdot t^2$$

$$10 \cdot \sqrt{2}t - 5t^2 \Rightarrow$$

$$t' = 0 \quad \text{e} \quad t'' = 2 \cdot \sqrt{2} \text{ s}$$

O primeiro tempo t' mostra o início do lançamento e utilizaremos t'' que mostra o tempo que a bola leva para chegar ao ponto D.

$$S_{AD} = S_{0x} + v_{0x} \cdot t'' = 0 + 10 \cdot \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 20 \cdot 2 = 40$$

$$\therefore S_{AD} = 40 \text{ m}$$

O jogador se desloca de B para C com MUV.

$$S_{BC} = S_{0b} + v_{0x} \cdot t + \frac{a_x}{2} \cdot t^2$$

$$S_{BC} = 24 + 0 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} + \frac{3}{2} \cdot (2 \cdot \sqrt{2})^2 = 37$$

$$\therefore S_{BC} = 37 \text{ m}$$

A distância CD será dada pela posição que a bola toca o solo $S_{AD} = 40 \text{ m}$ e a posição que o atleta ocupa $S_{BC} = 37 \text{ m}$

$$d = S_{AD} - S_{BC} = 40 - 37 = 3$$

$$\therefore d = 3 \text{ m}$$

10. E

Pela expressão vetorial dada, obtemos:

$$\vec{x}(t) = (6,0t + 2,5)\vec{i}$$

$$\vec{y}(t) = (-5,0t^2 + 2,0t + 8,4)\vec{j}$$

Para o instante $t = 1,0 \text{ s}$, a altura (h) correspondente ao valor da ordenada y .

$$h = |\vec{y}(1)| = [-5,0 \cdot (1)^2 + 2,0 \cdot (1) + 8,4]$$

$$h = -5 + 10,4 = 5,4$$

$$\therefore h = 5,4 \text{ m}$$

Calculando o módulo da velocidade:

$$\vec{v}_x = 6\vec{i}$$

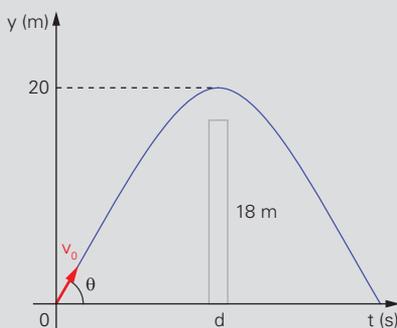
$$\vec{v}_y = (-10t+2)\vec{j} = (-10 \cdot 1 + 2)\vec{j} = -8\vec{j}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y \Rightarrow \vec{v} = 6\vec{i} - 8\vec{j}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(6)^2 + (-8)^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore |\vec{v}| = 10 \text{ m/s}$$

11. a) O gráfico da altura em função do tempo será uma parábola com a sua concavidade voltada para baixo.



b) A velocidade, no eixo y, do projétil, será nula quando ele estiver em sua máxima altura (H). Assim, temos:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot H$$

$$0 = v_{0y}^2 - 2 \cdot 10 \cdot 20$$

$$v_{0y} = 20 \text{ m/s}$$

Logo, a velocidade de lançamento será:

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin 45^\circ$$

$$v_0 = \frac{v_{0y}}{\sin 45^\circ} \approx \frac{20}{0,7} \approx 28,2$$

$$\therefore v_0 \approx 28 \text{ m/s}$$

c) Deve-se calcular o tempo que o projétil leva para atingir a altura máxima:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\therefore t = 2 \text{ s}$$

Já a distância horizontal do lançamento do projétil até a muralha será:

$$d = v_{0x} \cdot \cos \theta \cdot t = 28,2 \cdot 0,7 \cdot 2 = 39,48$$

$$\therefore d \approx 39,5 \text{ m}$$

12. Encontramos, primeiramente, v_x e v_y

$$v_x = v_0 \cdot \cos \alpha = 100 \cdot 0,6 = 60 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha = 100 \cdot 0,8 = 80 \text{ m/s}$$

No eixo vertical, o movimento é uniformemente variado. Assim, temos:

$$\Delta S_y = v_y \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2 \Rightarrow 300 = 80t - 5t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2 - 16t + 60 = 0$$

$$t' = 6 \text{ s (descartado) e } t = 10 \text{ s}$$

Leva-se em conta apenas o tempo $t = 10 \text{ s}$, pois o enunciado pediu o ponto após o projétil passar pela altura máxima, coisa que não ocorre com $t' = 6 \text{ s}$.

Agora, podemos calcular o deslocamento horizontal.

$$\Delta S_x = v_x \cdot t \Rightarrow D = 60 \cdot 10 = 600 \therefore D = 600 \text{ m}$$

13. 29 (01 + 04 + 08 + 16)

01. Correta.

02. Incorreta: A componente horizontal está correta, pois, no eixo x, o movimento é uniforme, porém, no eixo y, o movimento é uniformemente variado, logo a equação correta é: $y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$, como $y_0 = 0$ e $v_{0y} = v_0 \sin \theta$. Portanto, a função correta seria: $y = (v_0 \sin \theta) t - \frac{g}{2} t^2$.

08. Correta.

16. Correta.

14. $v_{0y} = 5 v_0 \cdot \sin 30^\circ = 5 \cdot 30 \cdot 0,5 = 25,5 \text{ m/s}$

$$\Delta S_x = v_x \cdot t = 25,5 \cdot 3 = 76,5 \therefore \Delta S_x = 76,5 \text{ m}$$

15. No eixo horizontal, o movimento é uniforme com velocidade constante v_H ; portanto, com a distância percorrida e o tempo, podemos calculá-la.

$$\vec{v}_H = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow \vec{v}_H = \frac{60}{6} \therefore \vec{v}_H = 10 \text{ m/s}$$

Com o auxílio da trigonometria e com a velocidade horizontal v_H , calculamos a velocidade de lançamento v .

$$\cos \beta = \frac{v_H}{v} \Rightarrow v = \frac{v_H}{\cos \beta} = \frac{10}{0,6} \therefore v = 16,7 \text{ m/s}$$

$$H_{\text{máx}} = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{16,7^2}{2 \cdot 10} = 0,84 \text{ m}$$

16. C

Para decompor a velocidade inicial (v_0) em velocidade inicial horizontal (v_{0x}) e velocidade inicial vertical (v_{0y}), devemos aplicar as fórmulas de adição de arcos, para determinar seno e cosseno de 15° .

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 15^\circ = \sin (45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 30^\circ \cos 45^\circ$$

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \approx 0,26 \therefore$$

$$\therefore \sin 15^\circ \cong 0,26$$

$$\cos 15^\circ = \cos (45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \cong 0,97 \therefore$$

$$\cos 15^\circ \cong 0,97$$

Agora, calculamos as componentes vertical e horizontal da velocidade inicial da bola.

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin 15^\circ \Rightarrow v_{0y} \cong 12 \cdot 0,26 \cong 3,12 \text{ m/s}$$

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos 15^\circ \Rightarrow v_{0x} \cong 12 \cdot 0,97 \cong 11,64 \text{ m/s}$$

No eixo x, a bola desloca-se por 9 m (ΔS_x) até chegar à rede.

$$t = \frac{\Delta S_x}{v_{0x}} \cong \frac{9}{11,64} \cong 0,77 \therefore t = 0,77 \text{ s}$$

No eixo y, utilizando o valor do tempo de deslocamento da bola até a rede, conseguimos calcular a altura y.

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y \cong 3 + 3,12 \cdot 0,77 - \frac{10}{2} \cdot 0,77^2 \cong 2,44 \therefore y \cong 2,44 \text{ m}$$

A bola passará sobre a rede, pois a rede está a 2,24 m de altura e a bola estará a aproximadamente 2,44 m de altura.

Agora, calculamos em quanto tempo (T) a bola atingirá o solo após o saque.

$$h = h_0 + v_{0y} \cdot T + \frac{g}{2} \cdot T^2 \Rightarrow h = 3 + 3,12 \cdot T - 5T^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 = 3 + 3,12T - 5T^2 \Rightarrow T' \cong 1,15 \text{ s e}$$

$$T'' -0,85 \text{ s (descartado)}$$

Em seguida, descobriremos onde a bola irá cair (D), utilizando o tempo de voo (T).

$$D = v_{0x} \cdot T \Rightarrow D \cong 11,64 \cdot 1,15 \cong 13,39 \therefore D = 13,39 \text{ m}$$

Portanto, a bola cairá antes da linha de fundo.

17. C

No eixo horizontal, a bola descreve movimento uniforme e possui tempo (T) de voo igual a 4 s e alcance máximo (D) de 60 m. Assim, temos:

$$D = V_H \cdot t$$

$$V_H = \frac{D}{t} = \frac{60}{4} = 15$$

$$\therefore V_H = 15 \text{ m/s}$$

Utilizando as relações trigonométricas, obtemos a velocidade V.

$$\cos \beta = \frac{ca}{hip} = \frac{V_H}{V}$$

$$V = \frac{V_H}{\cos \beta} = \frac{15}{0,6} = 25$$

$$\therefore V = 25 \text{ m/s}$$

Como o exercício pede, respectivamente V e V_H , a resposta correta é a alternativa C.

Estudo para o Enem

18. C

Na vertical:

$$t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{10 \cdot 0,3}{10} = 0,3 \text{ s}$$

Na horizontal:

$$D = v_{0x} \cdot 2t = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot 2t = 10 \cdot 0,9 \cdot 2 \cdot 0,3$$

$$D = 5,4 \text{ m}$$

19. B

O movimento do projétil no eixo horizontal é uniforme, logo sua velocidade é constante e positiva, pois está a favor do eixo. Portanto, apenas o gráfico II contempla essa situação.

Já o movimento do projétil no eixo vertical é uniformemente variado, tendo velocidade inicial positiva que decresce até o projétil atingir a altura máxima, quando, neste instante, terá o seu valor, no eixo vertical, zerado. Após isso, a velocidade passa a aumentar uniformemente. O gráfico que contempla essa situação é o gráfico V.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20. B

Em razão da força peso atuando sobre a flecha, sua trajetória será desviada para baixo durante o movimento. Por isso, o atirador tem que lançá-la numa linha acima do alvo que fará uma trajetória oblíqua até ele.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

9 MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME

Comentários sobre o módulo

Nesta capítulo será estudado movimentos que acontecem em trajetórias circulares, com velocidade de valor constante. Assim como os ponteiros de um relógio, o movimento da Lua, engrenagens e polias, que aparecem nos diversos objetos e equipamentos do nosso cotidiano.

Exercícios propostos

$$7. f = 300 \text{ rpm} = 300/60 = 5 \text{ Hz}$$

$$\pi = 3$$

$$R = 60 \text{ cm} = 0,60 \text{ m}$$

Para o cálculo da velocidade linear do ponto P, temos:

$$v = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot f = 2 \cdot 3 \cdot 0,60 \cdot 5 = 18 \therefore$$

$$\therefore v = 18 \text{ m/s}$$

8. B

Como o satélite está sempre sobre o mesmo ponto da superfície terrestre, seu período de rotação T é de 24h. Sabendo que $\omega = v/R$, temos:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \rightarrow \omega_{\text{Terra}} = \frac{2 \cdot \pi}{24} \rightarrow \frac{v}{R} = \frac{\pi}{12} \therefore v = \frac{\pi \cdot R}{12}$$

9. B

Como a mancha branca parece estar parada, a frequência de rotação da polia deve ser um número múltiplo das frequências de 9 Hz e 12 Hz. E o menor valor para o qual isto é possível dever ser o mínimo múltiplo comum entre eles:

$$\text{mmc}(9,12) = \text{mmc}(3^2, 3 \cdot 2^2) = 3^2 \cdot 2^2 = 36$$

Sendo assim, a sua frequência é de:

$$f = 36 \text{ Hz} = 36 \cdot 60 \text{ rpm}$$

$$\therefore f = 2160 \text{ rpm}$$

Obs: rpm é unidade de frequência e não de velocidade angular.

10. D

Cada informação ocupa um espaço x :

$$x = 0,2 \mu\text{m} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Cada volta possui um comprimento

$$C = 2 \cdot \pi \cdot R = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 10^{-2} = 1,8 \cdot 10^{-1} \text{ m.}$$

Agora, conseguimos calcular o número de informações armazenadas n :

$$n = \frac{C}{x} = \frac{1,8 \cdot 10^{-1}}{2 \cdot 10^{-7}} = 9 \cdot 10^5$$

Como o disco possui frequência de 120 Hz, o número de informações N será:

$$N = n \cdot f = 9 \cdot 10^5 \cdot 120 \therefore N = 1,08 \cdot 10^8$$

11. E

Nesse caso, supor que o disco execute três voltas completas entre as passagens de duas bolinhas consecutivas. Assim, após a passagem da primeira bolinha, a próxima leva três segundos para passar, indiferente da altura de queda. Logo, o disco deve executar ao menos uma volta a cada três segundos, ou voltas inteiras.

Como $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$, temos as seguintes velocidades angulares em rad/s:

$$\omega_1 = 2\pi \cdot \frac{1}{3} = 2 \text{ ; } \omega_2 = 2\pi \cdot \frac{2}{3} = 4 \text{ ; } \omega_3 = 2\pi \cdot \frac{3}{3} = 6;$$

$$\omega_4 = 2\pi \cdot \frac{4}{3} = 8 \text{ ; } \omega_5 = 2\pi \cdot \frac{5}{3} = 10 \text{ ; } \omega_6 = 2\pi \cdot \frac{6}{3} = 12$$

Logo, as velocidades angulares que satisfazem o enunciado são: 6 rad/s, 8 rad/s e 12 rad/s.

12. A

$$\Delta t = 30 \text{ s}$$

$$\Delta S = 24\pi \text{ m}$$

$$R = 30 \text{ cm} = 0,30 \text{ m}$$

Primeiro, calculamos a velocidade linear escalar v :

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{24 \cdot \pi}{30} \therefore v = \frac{4 \cdot \pi}{5} \text{ m/s}$$

Conhecido o valor da velocidade linear, obtemos a velocidade angular ω :

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{\frac{4 \cdot \pi}{5}}{0,30} = \frac{4 \cdot \pi}{1,5} = \frac{8 \cdot \pi}{3} \therefore \omega = \frac{8 \cdot \pi}{3} \text{ rad/s}$$

Como $2 \cdot \pi$ corresponde a uma volta, então $8 \cdot \pi$ equivale a quatro voltas. Logo, em 1s, a roda

percorre $\frac{4}{3}$ de volta.

Aplicando regra de três simples, obtemos:

$$1 \text{ s} \text{ ----- } \frac{4}{3} \text{ volta}$$

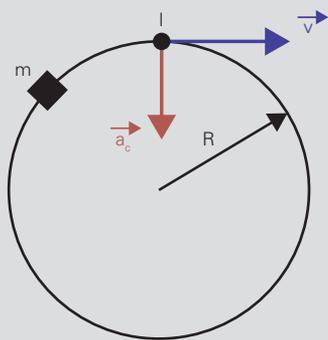
$$60 \text{ s} \text{ ----- } n$$

$$n = 60 \cdot \frac{4}{3} = 80 \text{ voltas}$$

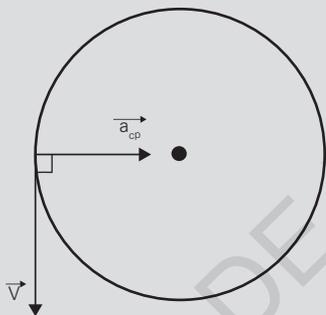
Portanto, $f = 80 \text{ rpm}$

13. C

No movimento circular uniforme (MCU), a velocidade é representada por um vetor tangente ao círculo em cada ponto ocupado pelo móvel; sendo assim, apesar de o módulo da velocidade permanecer constante, ao longo do movimento, o vetor velocidade altera sua direção e sentido, sendo, portanto, um movimento variado em que a aceleração é sempre perpendicular ao vetor velocidade apontando para o centro da curva, chamada de aceleração centrípeta.



14. Vista superior da trajetória da amostra:



Sendo o movimento circular uniforme, temos que o ângulo entre as direções da velocidade linear e da aceleração centrípeta é de 90° .

Logo, temos:

$$v = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot f$$

$$42 = 2 \cdot \pi \cdot 0,15 \cdot f$$

Portanto:

$$f = \frac{140}{\pi} \text{ Hz} = \frac{8400}{\pi} \text{ rpm}$$

15. B

A velocidade angular ω em rad/s é:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi \text{ rad}}{4 \text{ s}}$$

Sendo assim:

$$\omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

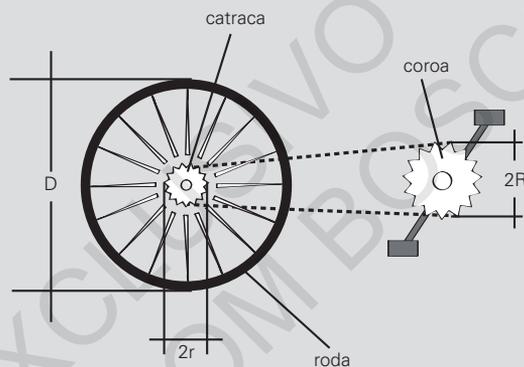
Logo, a aceleração centrípeta é calculada com:

$$a_c = \omega^2 \cdot R = \left(\frac{\pi \text{ rad}}{2 \text{ s}} \right)^2 \cdot 6 \text{ m}$$

$$a_c = \frac{3\pi^2}{2} \text{ m/s}^2$$

16. E

A figura a seguir mostra os diversos componentes do mecanismo e suas dimensões.



Denominemos Ω a velocidade angular da coroa e ω a velocidade angular da catraca e, conseqüentemente, da roda, já que elas rodam solidárias.

Como a coroa e a catraca são interligadas por uma correia, podemos dizer que as velocidades lineares de suas periferias são iguais.

$$V_{\text{coroa}} = V_{\text{catraca}} \rightarrow \Omega \cdot R = \omega \cdot r \rightarrow \Omega = \frac{\omega \cdot r}{R} \quad (01)$$

Por outro lado, a velocidade da bicicleta pode ser calculada por:

$$V = \omega \cdot \frac{D}{2} \rightarrow \omega = \frac{2 \cdot V}{D} \quad (02)$$

Substituindo 02 em 01, vem:

$$\Omega = \frac{2 \cdot V \cdot r}{R \cdot D} \quad (03)$$

$$V = 18 \text{ km/h} = 5,0 \text{ m/s}$$

$$D = 70 \text{ cm} = 0,7 \text{ m}$$

$$2 \cdot R = 20 \text{ cm} \rightarrow R = 0,1 \text{ m}$$

$$2 \cdot r = 7 \text{ cm} \rightarrow r = 0,035 \text{ m}$$

Substituindo os valores em 03, temos:

$$\Omega = \frac{2 \cdot 5 \cdot 0,035}{0,1 \cdot 0,7} = 5,0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

A frequência, em rpm, é dada por:

$$f = \frac{\Omega}{2 \cdot \pi} = \frac{5}{6} \cdot 60 = 50 \text{ rpm}$$

17. a) Temos:

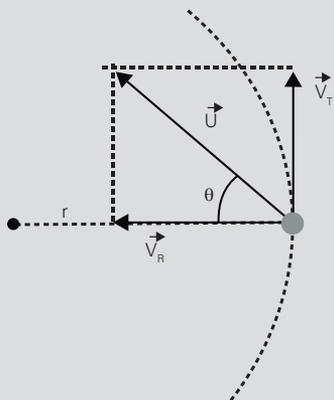
$$f = 0,25 \text{ Hz}; r = 2 \text{ m}; |\vec{V}_R| = 4 \text{ m/s}; \pi = 3$$

Como se trata de movimento circular uniforme, somente há a componente centrípeta da aceleração.

$$|\vec{V}_T| = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot f = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0,25 \rightarrow |\vec{V}_T| = 3 \text{ m/s}$$

$$|\vec{a}| = \frac{|\vec{V}_T|^2}{r} = \frac{3^2}{2} \rightarrow |\vec{a}| = 4,5 \text{ m/s}^2$$

b) A figura mostra a velocidade resultante (\vec{U}) da bola num ponto qualquer da trajetória.



$$U^2 = V_T^2 + V_R^2 = 3^2 + 4^2$$

$$U = 5 \text{ m/s}$$

$$\text{c) } \cos \theta = \frac{V_R}{U} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\theta = \arccos(0,8)$$

Estudo para o Enem

18. E

$$\Delta S = 300 \text{ m}$$

$$\text{Diâmetro } d_1 = 1,0 \text{ m} \rightarrow r_1 = 0,50 \text{ m}$$

$$\text{Diâmetro } d_2 = 0,50 \text{ m} \rightarrow r_2 = 0,25 \text{ m}$$

Sendo n o número de voltas e ΔS o deslocamento escalar dos veículos, obtemos:

$$\Delta S = n_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_1 \quad \text{e} \quad \Delta S = n_2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_2$$

$$\text{Logo, } n_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_1 = n_2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_2 \rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_2}{r_1} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{0,25}{1,00} \therefore \frac{n_1}{n_2} = 0,5$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

19. C

$$v = 340 \text{ m/s}$$

$$1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$$

$$\omega_T = \frac{\pi \text{ rad}}{12 \text{ h}} = \frac{\pi \cdot 3600 \text{ rad}}{12 \cdot 3600 \text{ s}} = \frac{\pi}{43200} \text{ rad/s}$$

$$v = \omega \cdot R \rightarrow R = \frac{v}{\omega} = \frac{340}{\frac{\pi}{43200}} \therefore R \cong 4896 \text{ km}$$

Analisando o gráfico, para um raio de 4896 km, a latitude correspondente é de 40° .

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20. A

Os raios das engrenagens (R) e os números de dentes (N) são diretamente proporcionais. Como a engrenagem A e o motor compartilham o mesmo eixo, temos:

$$f_A = f_M = 13,5 \text{ Hz}$$

As engrenagens A e B estão acopladas por dentes. Então:

$$v_A = v_B \rightarrow f_A \cdot N_A = f_B \cdot N_B \rightarrow$$

$$\rightarrow 8 \cdot 13,5 = f_B \cdot 24 \rightarrow f_B = 4,5 \text{ Hz}$$

As engrenagens B e C têm o eixo em comum. Assim:

$$f_C = f_B = 4,5 \text{ Hz}$$

As engrenagens C e D estão acopladas por dentes. Então:

$$v_C = v_D \rightarrow f_C \cdot N_C = f_D \cdot N_D \rightarrow 4,5 \cdot 8 = f_D \cdot 24 \rightarrow$$

$$\rightarrow f_D = 1,5 \text{ Hz}$$

As rodas estão presas ao mesmo eixo que a engrenagem D, portanto:

$$f_H = f_D = 1,5 \text{ Hz}$$

Competência: Identificar a presença e aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações para compreender manuais de instalação ou utilização de aparelhos, ou sistemas tecnológicos de uso comum.

10 INTRODUÇÃO À DINÂMICA E PRIMEIRA LEI DE NEWTON

Comentários sobre o módulo

Neste capítulo inicia-se a Dinâmica. Serão apresentados conceitos importantes, como o de força e massa. Além de possibilitar artifícios para que o aluno estude as Leis de Newton e suas aplicações.

Para ir além

Experimentos de inércia destinados a alunos do ensino médio. Disponível em:

<https://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F809/F809_sem1_2007/CristianR-Lunazzi_2oGrau_InerciaRF1.pdf>.

Acesso em: jul. 2018.

Para enriquecer ainda mais a aula, pode-se sugerir aos alunos que assistam aos vídeos sobre inércia. Disponíveis em:

<<https://www.youtube.com/watch?v50lmB4pNgQWU>>;

<<https://www.youtube.com/watch?v5l-cBz5-0LMo>>.

Acessos em: jul. 2018.

Exercícios propostos

$$7. F^2 = F_x^2 + F_y^2 = 5^2 + 10^2 = 25 + 100 = 125$$

$$F = \sqrt{125} \therefore F = 5 \cdot \sqrt{5} \text{ N}$$

8. B

Para o livro escorregar na superfície com velocidade constante, a resultante das forças deve ser nula.

$$\text{Na horizontal: } F_x = F_{AT} \rightarrow F > F_{AT}$$

$$\text{Na vertical: } N + F_y = P \rightarrow N < P$$

9. B

A força normal é perpendicular à superfície de contato.

10. Sendo as forças em Newton (N), decompondo F_1 e F_2 , temos:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{1y} \rightarrow \vec{F}_1 = 4\vec{x} + 3\vec{y}$$

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{2y} \rightarrow \vec{F}_2 = -3\vec{x} + 3\vec{y}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \rightarrow \vec{F} = 4\vec{x} + 3\vec{y} + 3\vec{x} + 3\vec{y} \therefore \vec{F} = \vec{x} + 6\vec{y}$$

Para o cálculo do módulo de F , temos:

$$F = \sqrt{1^2 + 6^2} = \sqrt{1 + 36} \therefore F = \sqrt{37} \text{ N}$$

11. B

A força normal é perpendicular à superfície de contato, sendo que a superfície que aplica essa força ao bloco e o peso têm direção vertical para baixo.

12. C

Como a caixa possui velocidade constante, sua aceleração é nula. O exercício refere-se à força resultante que a superfície exerce na caixa (FC) e no homem (FH), que será resultado das atuações das forças normal e de atrito, conforme a figura a seguir.



13. C

Por inércia, quando o copo é abandonado, ele continua com a mesma velocidade horizontal em relação à Terra, ganhando apenas velocidade vertical em razão da gravidade. Assim, o copo cai próximo ao ponto R, como se o avião estivesse em repouso em relação ao solo.

14. C

Se existem forças atuando sobre um objeto, mas elas estão equilibradas, a resultante é nula. E, pelo princípio da inércia, se a resultante das forças atuantes sobre um objeto é nula, ele está em **repouso** ou em **movimento retilíneo e uniforme**. Assim, o objeto **não** está acelerado e sua velocidade **não** muda com o passar do tempo.

Esquemáticamente:

$$\vec{F}_r = \vec{0} \rightarrow \vec{a} = \vec{0} \rightarrow \begin{cases} \text{repouso } \vec{V} = \vec{0} \\ \text{MRU } \rightarrow \vec{V} \neq \vec{0} \text{ (constante)} \end{cases}$$

15. C

Quando cessar a força que efetua o empurrão e na ausência do atrito, a resultante das forças aplicadas no corpo é nula; então, após o empurrão, esse corpo segue em movimento retilíneo e uniforme.

16. Uma vez que o elevador se movimenta com velocidade constante, ele se encontra em uma condição de equilíbrio dinâmico e, desta maneira, a resultante das forças é igual a zero. Sendo assim, independentemente do sentido do movimento, em módulo, a Tração sempre será igual ao peso.

$$T = P$$

17. D

Sabendo que o homem está em repouso nas três situações, em todas elas, a resultante das forças é nula, ou seja, as trações estão equilibradas.

Seja F a intensidade da força aplicada por cada cavalo.

– Na primeira figura: $T_1^A = T_2^A = F$

– Na segunda figura: $T_1^B = T_2^B = F$

– Na terceira figura: $T_1^C = T_2^C = 2F$

Logo: $(T_1^A = T_2^A = T_1^B = T_2^B) < (T_1^C = T_2^C)$

Estudo para o Enem

18. B

O princípio da inércia estabelece que um corpo tende a permanecer em repouso ou em movimento retilíneo uniforme até que uma força atue sobre esse corpo.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. B

Como não há forças resistivas no sistema, atuará, no garoto, apenas a força peso, vertical para baixo.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20. A

A lei da inércia afirma que um corpo tende sempre a manter seu estado de movimento ou de repouso. Ele se manterá assim se a resultante das forças sobre ele for nula. No caso da bola solta dentro do vagão, a resultante das forças horizontais é nula, então, por inércia, ela mantém a componente horizontal de sua velocidade, caindo junto aos pés da pessoa, por ação da força da gravidade.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Confrontar interpretações científicas com interpretações baseadas no senso comum, ao longo do tempo ou em diferentes culturas.

MATERIAL DE USO PROIBIDO
SISTEMA DE ENSINO

11 SEGUNDA E TERCEIRA LEIS DE NEWTON

Comentários sobre o módulo

Neste capítulo será estudado a segunda e terceira Leis de Newton e assim uma série de exercícios de aplicação começarão aparecer para os alunos desenvolverem.

Exercícios propostos

7. $F_R = m \cdot a$

$$F_R = m \cdot \frac{v - v_0}{\Delta t}$$

$$F_R = 30\,000 \cdot \frac{20}{60}$$

$$F_R = 10\,000 \text{ N}$$

8. B

O veículo estava se movimentando em linha reta com velocidade constante, portanto a força resultante sobre o veículo antes do acionamento do freio era nula em razão de a força motora do carro ter o mesmo módulo da força de atrito. Essas forças, porém, atuam em sentido contrário.

9. B

A resultante de duas forças tem módulo máximo quando elas têm mesmo sentido; e módulo mínimo quando elas têm sentidos opostos. Para esse caso:

$$\begin{cases} F_{R\max} = 3 + 4 \rightarrow F_{R\max} = 7 \text{ N} \\ F_{R\min} = 4 - 3 \rightarrow F_{R\min} = 1 \text{ N} \end{cases}$$

Aplicando o princípio fundamental da dinâmica:

$$F_R = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F_R}{m}$$

A aceleração tem módulo máximo quando a resultante tem intensidade máxima, portanto quando as forças têm mesma direção e mesmo sentido.

10. D

Seja \vec{F} a força resultante, suposta constante, o movimento é retilíneo uniformemente variado.

Então,

Para o corpo 1:

$$S_1 = S_{01} + v_{01} \cdot t_1 + \frac{a_1 \cdot t_1^2}{2} \rightarrow S_1 = \frac{a_1 \cdot t_1^2}{2} \rightarrow a_1 = \frac{2 \cdot S_1}{t_1^2}$$

Para o corpo 2:

$$S_2 = S_{02} + v_{02} \cdot t_2 + \frac{a_2 \cdot t_2^2}{2} \rightarrow S_2 = \frac{a_2 \cdot t_2^2}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow a_2 = \frac{2 \cdot S_2}{t_2^2}$$

Como $t_2 = 2 t_1$, e $S_1 = S_2$, temos

$$a_2 = \frac{2 \cdot S_1}{(2 \cdot t_1)^2} = \frac{S_1}{2 \cdot t_1^2}$$

Se a força é igual em ambos os corpos:

$$m_1 \cdot a_1 = m_2 \cdot a_2 \rightarrow m_1 \cdot \frac{2 \cdot S_1}{t_1^2} = m_2 \cdot \frac{S_1}{2 \cdot t_1^2} \rightarrow$$

$$\rightarrow m_1 \cdot 2 = \frac{m_2}{2}$$

Logo $m_2 = 4 \cdot m_1$

11. D

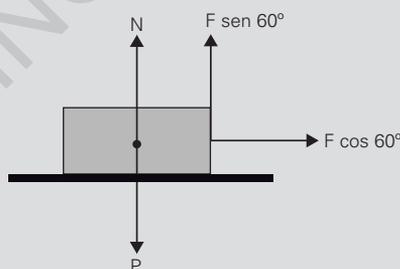
Se sobre um corpo age uma única força, ela é a própria resultante. Partindo do princípio fundamental da dinâmica, temos que:

$$F_R = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F_R}{m}$$

$$\begin{cases} a_E = \frac{F_E}{m} \\ a_p = \frac{F_p}{m} \end{cases}$$

12. A

A figura a seguir mostra as forças que agem no bloco.



As forças verticais anulam-se. Ou seja:

$$N + F \cdot \sin 60^\circ = P$$

$$N + 16 \cdot 0,85 = 20$$

$$N = 20 - 13,6$$

$$N = 6,4 \text{ N}$$

Na horizontal:

$$F_R = m \cdot a$$

$$F \cdot \cos 60^\circ = m \cdot a$$

$$16 \cdot 0,5 = 2 \cdot a$$

$$a = 4,0 \text{ m/s}^2$$

13. C

A lei da Ação e Reação (3ª Lei de Newton) afirma que as forças do par ação-reação:

- são da mesma interação (Mônica-corda);
- agem em corpos diferentes (uma na Mônica e a

outra na corda), portanto não se equilibram, pois agem em corpos diferentes;

- são recíprocas (Mônica na corda, corda na Mônica) e simultâneas;
- têm mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos.

14. Consideremos que os livros 2 e 3 formem um único corpo de peso 16 N. A Normal que o livro 1 exerce no livro 2 (N_{12}) deve equilibrar o peso desse corpo. Portanto:

$$N_{12} = 16 \text{ N}$$

Pelo princípio da ação-reação, o livro 2 exerce no livro 1 uma força de mesma intensidade, em sentido oposto. Assim:

$$N_{21} = N_{12} = 16 \text{ N}$$

15. D

Pelo princípio da ação-reação (3ª lei de Newton), essas forças são iguais apenas em intensidade, tendo sentidos opostos.

Dois vetores somente são iguais se tiverem mesma intensidade, mesma direção e mesmo sentido.

16. C

1) Correta. Se não há forças agindo sobre um ponto material, ($\vec{F}_R = \vec{0}$), de acordo com o princípio da inércia, ele está em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme. Podemos afirmar que não há variação da velocidade sem força.

2) Correta. Quando as forças que agem em um ponto material estão equilibradas ($\vec{F}_R = \vec{0}$), de acordo com o princípio da inércia, ele está em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme.

3) Correta, pelo princípio da ação-reação.

4) Incorreta. As forças do par ação-reação sempre atuam em corpos diferentes.

17. E

A terceira lei de Newton da dinâmica é também chamada de lei da ação e reação. Essa lei relaciona as forças de contato, tração em cordas e demais forças de reação que surgem de uma ação, de igual intensidade e direção da ação, mas de sentido contrário, forças sempre aplicadas em corpos diferentes. Dessa forma, não se anulam quando analisadas nos corpos isolados.

Estudo para o Enem

18. A

Temos:

$$F = m \cdot a = \frac{m \cdot \Delta v}{\Delta t} = \frac{2 \cdot (0,4 - 0,8)}{(0,8 - 0,4)} = 2 \text{ N}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. D

Interpretemos como força, no enunciado, a resultante das forças que agem no objeto. Vamos considerar a trajetória retilínea, do gráfico dado, calculando a aceleração escalar desse objeto. Utilizando o princípio fundamental da dinâmica, obtemos o valor algébrico da força resultante, que é constante no intervalo de tempo mostrado, pois trata-se de movimento uniformemente variado.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-2 - 6}{2 - (-2)} = \frac{-8}{4}$$

$$a = -2 \text{ m/s}^2$$

$$F_R = m \cdot a$$

$$F_R = 5(-2)$$

$$F_R = -10 \text{ N}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20. B

O burro está errado, pois as forças de ação e reação atuam sempre em corpos diferentes e, por isso, não se anulam.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da Física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

12 PESO, FORÇA ELÁSTICA E EQUILÍBRIO ESTÁTICO

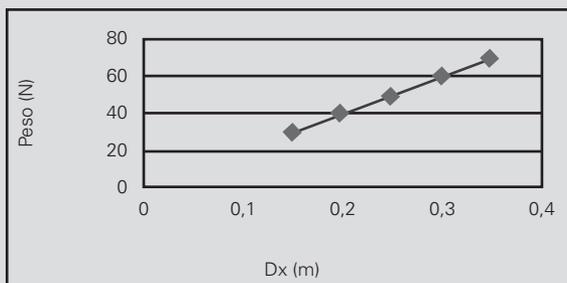
Comentário sobre o módulo

Neste módulo, estudaremos a estática do ponto material. Veremos os diferentes métodos de resolução para duas, três ou mais forças aplicadas a um mesmo ponto que esteja em equilíbrio.

Exercícios propostos

7. B

Pela tabela, é possível encontrar a constante da mola construindo um gráfico da força peso *versus* o deslocamento da mola. A inclinação da reta nos dá o valor do K. É necessário transformar as grandezas para o SI e considerar $g = 10 \text{ m/s}^2$.



$$P = F_{el} \Rightarrow m \cdot g = k \cdot x$$

$$m = \frac{k \cdot x}{g} = \frac{200 \cdot 0,13}{10} = 2,6$$

8. $m = 3,10 \text{ kg}$

$$g = 3,69 \text{ m/s}^2$$

$$P = m \cdot g = 3,10 \cdot 3,69 = 11,4390 \text{ N}$$

Como o enunciado se refere ao uso de algarismos significativos apropriado, deve-se usar apenas três algarismos significativos, já que massa e gravidade possuem apenas três algarismos. Caso um deles tivesse uma quantidade menor de algarismos significativos, a resposta ficaria com o número de algarismos significativos da medida de menor quantidade de algarismos significativos.

$$\text{Logo, } P = 11,4 \text{ N}$$

9. A

Diferentemente das outras forças apresentadas, as forças de natureza gravitacional são apenas atrativas.

10. 23 (01 + 02 + 04 + 16)

01) Correta, pois se trata da definição de quilograma força.

02) Correta, pois toda grandeza vetorial é caracterizada dessa forma.

04) Correta, pois se trata do enunciado da primeira lei de Newton.

08) Incorreta, pois pode haver forças atuando, porém com resultante nula.

16) Correta, pois é o enunciado da segunda lei de Newton.

11. E

Em algum lugar entre os pontos A e B, a força resultante sobre a pessoa é nula; esse é o ponto de maior velocidade escalar.

12. a) No momento de máxima deformação da mola, a força peso (P) é menor que a força elástica (F_{el}).

$$P = m \cdot g = 0,1 \cdot 10 = 1 \quad \therefore P = 1 \text{ N, vertical para baixo}$$

$$F_{el} = k \cdot x = 200 \cdot 0,1 = 20 \quad \therefore F_{el} = 20 \text{ N, vertical para cima}$$

b) Haverá força resultante (F_R) calculada como:

$$F_R = F_{el} - P = 20 - 1 = 19 \quad \therefore F_R = 19 \text{ N, vertical para cima}$$

c) A aceleração tem a mesma direção e sentido da força resultante e será máxima quando a força resultante também for máxima.

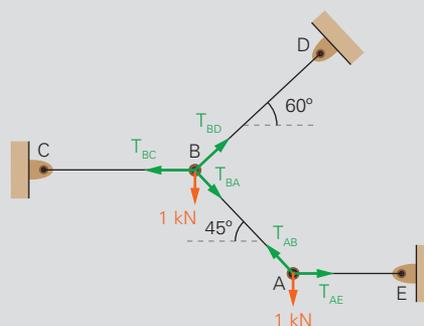
$$F_R = m \cdot a \rightarrow 19 = 0,1 \cdot a \rightarrow a = 19/0,1 = 190$$

$$\therefore a = 190 \text{ m/s}^2, \text{ vertical para cima}$$

d) Como a mola está fixa, sua aceleração é nula, e a intensidade da força normal é igual à da força elástica.

$$N = F_{el} = 20 \text{ N}$$

13. De acordo com o diagrama de forças a seguir:



Equilíbrio de forças no eixo vertical:

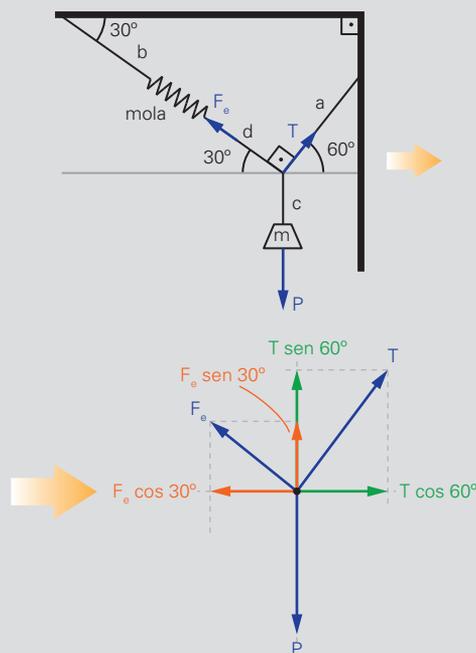
$$T_{BD} \cdot \sin 60^\circ - 1 \text{ kN} - T_{AB} \cdot \sin 45^\circ + T_{AB} \cdot \sin 45^\circ - 1 \text{ kN} = 0$$

$$T_{BD} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 \text{ kN} = 0$$

$$T_{BD} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ kN}$$

14. A

Conforme o diagrama de forças simplificadas a seguir, podemos calcular o equilíbrio estático do corpo, decompondo as forças inclinadas nos eixos horizontal e vertical, utilizando conceitos de trigonometria:



Temos, então:

No eixo horizontal: $F_{el} \cdot \cos 30^\circ = T \cdot \cos 60^\circ$

Isolando T , substituindo os valores de seno e cosseno e usando a lei de Hooke para o módulo da força elástica: $F_e = k \cdot x$

$$T = \frac{F_e \cdot \cos 30^\circ}{\cos 60^\circ}$$

$$T = \frac{k \cdot x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$$

$$T = \sqrt{3} \cdot k \cdot x$$

O equilíbrio na vertical fica:

$$F_e \cdot \sin 30^\circ + T \cdot \sin 60^\circ = P$$

Substituindo os valores de seno e cosseno, usando o valor da tração em (1) juntamente com a lei de Hooke, fica:

$$k \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \sqrt{3} \cdot k \cdot x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = m \cdot g$$

Isolando a deformação da mola, temos:

$$x \cdot \left(\frac{k}{2} + \frac{3 \cdot k}{2} \right) = m \cdot g$$

$$x = \frac{m \cdot g}{2 \cdot k}$$

$$x = \frac{2 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2}{2 \cdot 20 \text{ N/cm}}$$

$$x = 0,5 \text{ cm}$$

15. A

Dados:

$$m_s = 20 \text{ g} = 20 \cdot 10^{-3} \text{ kg};$$

$$m_M = 30 \text{ g} = 30 \cdot 10^{-3} \text{ kg};$$

$$m_B = 70 \text{ g} = 70 \cdot 10^{-3} \text{ kg};$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2.$$

Podemos pensar de uma maneira simples:

– Se cortarmos o fio superior, os três elefantes cairão. Logo, a tração nesse fio superior equilibra os pesos dos três elefantes. Sendo T_s a tensão nesse fio, temos:

$$T_s = P_C + P_M + P_B = (m_C + m_M + m_B) \cdot g$$

$$T_s = [(20 + 30 + 70) \cdot 10^{-3}] \cdot 10$$

$$T_s = 1,2 \text{ N}$$

– Se cortarmos o fio médio, cairão os elefantes que estão no meio e os que estão embaixo. Logo, a tração nesse fio do meio equilibra os pesos desses dois elefantes. Sendo T_M a tensão nesse fio, temos:

$$T_M = P_M + P_B = (m_M + m_B) \cdot g$$

$$T_M = [(30 + 70) \cdot 10^{-3}] \cdot 10$$

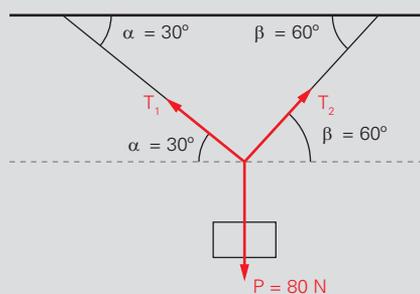
$$T_M = 1,0 \text{ N}$$

– Analogamente, se cortarmos o fio inferior, cairá apenas o elefante que está embaixo. Logo, a tração nesse fio equilibra o peso desse elefante. Sendo T_B a tensão nesse fio, temos:

$$T_B = P_B = m_B \cdot g = 70 \cdot 10^{-3} \cdot 10$$

$$T_B = 0,7 \text{ N}$$

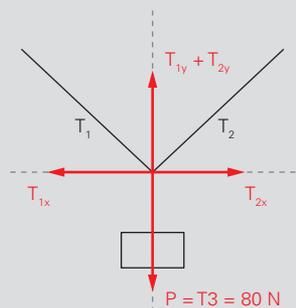
16. a) Tendo como base as informações contidas no enunciado, bem como que $\alpha = 30^\circ$ e $\beta = 60^\circ$, pode ser feito um esquema das forças que estão atuando no sistema.



Nesse esquema, não foi representada a tração T_3 , pois é fácil visualizar que essa tração é exatamente o valor do peso do semáforo.

Logo, $T_3 = 80 \text{ N}$.

Decompondo as trações nos fios, tem-se:



Onde,

$$\begin{cases} T_{1x} = T_1 \cdot \cos(30^\circ) \\ T_{1y} = T_1 \cdot \sin(30^\circ) \\ T_{2x} = T_2 \cdot \cos(60^\circ) \\ T_{2y} = T_2 \cdot \sin(60^\circ) \end{cases}$$

Para o equilíbrio estático do sistema, é necessário que $\sum_{i=1}^2 F_{iy} = 0$. Para que isso aconteça, duas condições devem ser satisfeitas:

1) O somatório das forças no eixo x deve ser igual a zero ($\sum_{i=1}^2 F_{ix} = 0$). Dessa forma,

$$T_1 \cdot \cos(30^\circ) = T_2 \cdot \cos(60^\circ)$$

$$T_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = T_2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$T_2 = T_1 \cdot \sqrt{3}$$

2) O somatório das forças no eixo y deve ser igual a zero ($\sum_{i=1}^2 F_{iy} = 0$). Dessa forma,

$$T_1 \cdot \sin(30^\circ) + T_2 \cdot \sin(60^\circ) = T_3$$

$$T_1 \cdot \frac{1}{2} + T_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 80$$

$$\text{Substituindo } T_2 = T_1 \cdot \sqrt{3}$$

$$T_1 \cdot \frac{1}{2} + (T_1 \cdot \sqrt{3}) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 80$$

$$\frac{T_1}{2} + \frac{3 \cdot T_1}{2} = 80$$

$$4 \cdot T_1 = 160$$

$$T_1 = 40 \text{ N}$$

Com o valor de T_1 , pode-se chegar ao valor de T_2 :

$$T_2 = T_1 \cdot \sqrt{3}$$

$$T_2 = 40 \cdot \sqrt{3} \text{ N}$$

Dessa forma, os valores das tensões sofridas nos cabos 1, 2 e 3 são:

$$\begin{cases} T_1 = 40 \text{ N} \\ T_2 = 40 \cdot \sqrt{3} \text{ N} \\ T_3 = 80 \text{ N} \end{cases}$$

b) Analisando a equação do eixo x:

$$T_1 \cdot \cos(\alpha) = T_2 \cdot \cos(\beta)$$

$$T_1 = T_2 \leftrightarrow \cos(\alpha) = \cos(\beta)$$

Sendo assim: $\alpha = \beta$

17. C

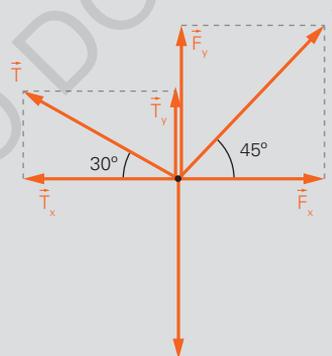
Dados: $\rho = 22,4 \text{ kN/m}^3$; $a = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$;
 $k = 10 \text{ kN/m}$; $L_0 = 0,5 \text{ m}$; $\sqrt{3} = 1,73$ e $\sqrt{2} = 1,41$

O peso do corpo cúbico é:

$$P = \rho V = 22,4 \cdot (0,5)^3 = 22,4 \cdot 0,125$$

$$P = 2,8 \text{ kN}$$

A figura a seguir mostra as forças e as respectivas componentes horizontais e verticais:



Analisando o equilíbrio nos eixos x e y:

Eixo x:

$$\begin{cases} T_x = F_x \rightarrow T \cdot \cos 30^\circ = F \cdot \cos 45^\circ \rightarrow \\ \rightarrow T \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = F \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow T = \frac{1,41}{1,73} \cdot F \\ T = 0,82 \cdot F \quad (\text{I}) \end{cases}$$

Eixo y:

$$\begin{cases} T_y + F_y = P \rightarrow T \cdot \sin 30^\circ + F \cdot \sin 45^\circ = P \\ T \cdot \frac{1}{2} + F \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2,8 \quad (\text{II}) \end{cases}$$

Substituindo (I) em (II):

$$0,82 \cdot F \cdot \frac{1}{2} + 0,71 \cdot F = 2,8$$

$$0,41 \cdot F + 0,71 \cdot F = 2,8$$

$$F = \frac{2,8}{1,12}$$

$$F = 2,5 \text{ kN}$$

Mas:

$$F = k \cdot x \rightarrow x = \frac{F}{k} = \frac{2,5}{10} \rightarrow x = 0,25 \text{ m}$$

O comprimento do cabo AC é:

$$L = L_0 + x = 0,5 + 0,25 = 0,75 \text{ m}$$

Para o cabo AB, temos:

$$L_{AB} \cdot \cos 30^\circ + L_{AC} \cdot \cos 45^\circ = 2,3$$

$$L_{AB} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 0,75 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2,3$$

$$L_{AB} \cdot 0,87 + 0,53 = 2,3$$

$$L_{AB} = \frac{1,77}{0,87}$$

$$L_{AB} = 2 \text{ m}$$

Estudo para o Enem

18. B

Calculando as constantes elásticas das molas (k), pela lei de Hooke, obtemos:

$$k_1 = \frac{F_1}{x_1} = \frac{400}{0,5} = 800 \therefore k_1 = 800 \text{ N/m}$$

$$k_2 = \frac{F_2}{x_2} = \frac{300}{0,3} = 1000 \therefore k_2 = 1000 \text{ N/m}$$

$$k_3 = \frac{F_3}{x_3} = \frac{600}{0,8} = 750 \therefore k_3 = 750 \text{ N/m}$$

$$\therefore k_2 > k_1 > k_3$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. B

Com as informações da tabela, podemos aplicar a lei de Hooke.

$$x = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$$

$$F_{el} = k \cdot x \rightarrow k = \frac{F_{el}}{x} = \frac{160}{0,10} \rightarrow k = 1600 \text{ N/m}$$

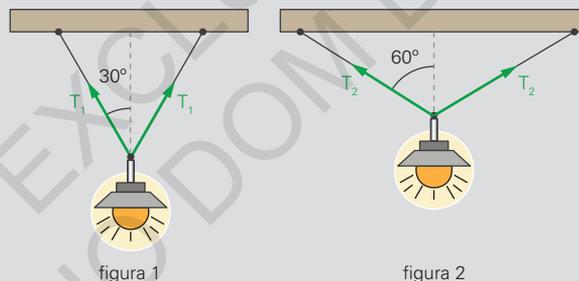
$$\therefore k = 1,6 \text{ k N/m}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20. B

A figura a seguir mostra as trações nos fios em cada caso.



As componentes verticais das trações equilibram o peso do lustre.

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot T_1 \cdot \cos 30^\circ = P \\ 2 \cdot T_2 \cdot \cos 60^\circ = P \end{array} \right\} \rightarrow 2 \cdot T_2 \cdot \cos 60^\circ = 2 \cdot T_1 \cdot \cos 30^\circ$$

$$2 \cdot T_2 \cdot \frac{1}{2} = 2 \cdot T_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow T_2 = \sqrt{3} \cdot T_1 \cong 1,74 \cdot T_1$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da Física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

13 SISTEMAS DE BLOCOS, ROLDANAS, PLANO INCLINADO E ELEVADORES

Comentários sobre o módulo

Neste capítulo o aluno vai trabalhar matematicamente com aplicações do cotidiano à partir das Leis de Newton.

Exercícios propostos

7. C

$$F_R = (m_A + m_B + m_C) \cdot a$$

$$90 = (1 + 2 + 3) \cdot a \rightarrow a = 15 \text{ m/s}^2$$

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow v = 0 + 15 \cdot 2 \therefore v = 30 \text{ m/s}$$

8. 11 (01 + 02 + 08)

01) Verdadeira, utilizando o princípio fundamental da dinâmica para todo o grupo de blocos:

$$F - F_{AB} + F_{BA} = (m_A + m_B) \cdot a$$

$$a = \frac{F - F_{AB} + F_{AB}}{M_A + M_B} = \frac{10}{2 + 3}$$

$$\therefore a = 2 \text{ m/s}^2$$

02) Verdadeira. A potência de contato entre ambos os blocos será analisada no corpo B:

$$F_{BA} = M_B \cdot a \rightarrow F_{BA} = 3 \cdot 2 \therefore F_{BA} = 6 \text{ N}$$

04) Falsa. A energia que A exerce em B é idêntica em módulo à energia que B exerce em A, ou seja 6.

08) Verdadeira. Para o movimento uniformemente variado, o posicionamento em função do tempo é dado por:

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} = 0 \cdot t + \frac{2 \cdot t^2}{2}$$

$$\therefore \Delta x = t^2$$

9. Como a massa do sistema e a intensidade da força aplicada não se alteram, a magnitude da aceleração dos corpos será a mesma; porém, como a intensidade da força de contato depende das massas dos corpos que estão interagindo e dependendo do sentido da força, a massa em análise varia. Então, a força de contato será maior na situação 1.

10. B

$$m_c g - m_a g = (m_a + m_b + m_c) \cdot a$$

$$a = \frac{50 - 20}{10}$$

$$\therefore a = 3$$

Utilizando o princípio fundamental no corpo C:

$$m_c g - kx = m_c a$$

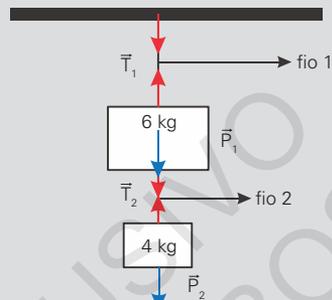
$$x = \frac{M_c G - M_c a}{k}$$

$$x = \frac{5 \cdot 10 - 5 \cdot 3}{3,5 \cdot 10^3}$$

$$x = 0,01$$

$$\therefore x = 1 \text{ cm}$$

11. D



Para o primeiro corpo, temos: $T_1 = P_1 + T_2$

Para o segundo corpo, temos: $T_2 = P_2$

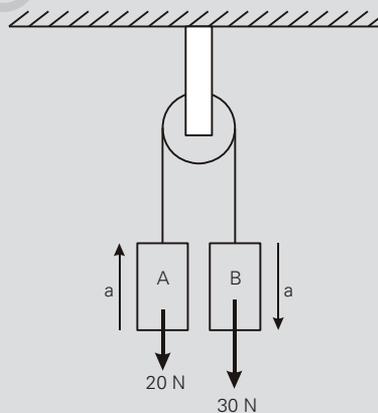
Portanto:

$$T_1 = P_1 + P_2$$

$$T_1 = 60 + 40 \therefore T_1 = 100 \text{ N}$$

$$T_2 = 40 \text{ N}$$

12. C



Após aplicar as forças que atuam nos blocos, podemos escrever equações para cada corpo.

$$\text{Bloco A: } F_{RA} = T - P_A = m_A \cdot a \text{ (Eq. 1)}$$

$$\text{Bloco B: } F_{RB} = P_B - T = m_B \cdot a \text{ (Eq. 2)}$$

$$a = \frac{P_B - P_A}{m_A + m_B} = \frac{30 - 20}{2 + 3} = \frac{10}{5} = 2 \therefore a = 2 \text{ m/s}^2$$

Após ser cortado o fio, o corpo B passou a ter uma aceleração de 10 m/s^2 , pois estará com movimento de queda livre.

Primeiro momento:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S = 2 \cdot 2 \cdot 1 = 4 \therefore v = 2 \text{ m/s}$$

Segundo momento

$$\Delta S = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$\Delta S = 3 = 2t + \frac{10}{2} \cdot t^2$$

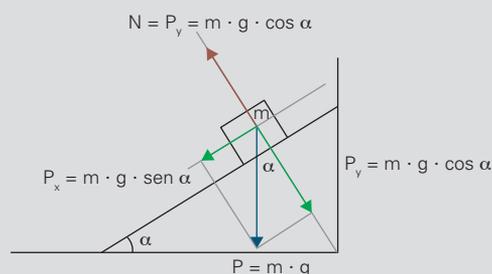
$$\Delta S = 5t^2 + 2t - 3 = 0$$

Resolvendo a equação do 2º grau, obtemos:
 $t = 0,6 \text{ s}$

Assim, após o rompimento do cabo, o tempo é de 0,6 s.

13. C

Decompondo a força peso, conforme a figura abaixo, temos:



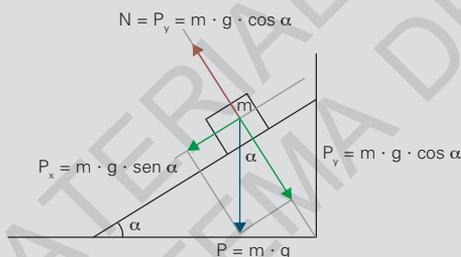
Vemos que o módulo da força peso do bloco é igual a $(m \cdot g)$ e o módulo da força é igual ao módulo da componente (P_y) do peso. Utilizando as relações trigonométricas, temos:

$$P = m \cdot g \text{ e } P_y = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

14. B

Após a separação das forças que atuam sobre o corpo no plano inclinado, percebe-se que não há força resultante no eixo y, mas apenas no eixo x, equivalente a:

$$P_x = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$



15. Ao ascender, o movimento é acelerado e entendemos que a força (F) exercida pelo cabo sobre a cápsula é superior ao peso do conjunto (cápsula e pessoa). Analisando os fatores, podemos calcular a aceleração de subida da cápsula.

Seguindo com os dados para o cálculo da aceleração durante a subida, temos:

$$F = 7,5 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$P = 5 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$m_c = 5 \cdot 10 \text{ kg}$$

Assim, teremos:

$$F - P = m_c \cdot a \rightarrow 7,5 \cdot 10^4 - 5 \cdot 10^4 = 5 \cdot 10^3 \cdot a$$

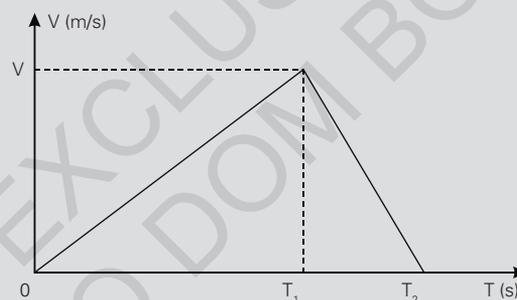
$$2,5 \cdot 10^4 = 5 \cdot 10^3 \cdot a$$

$$a = \frac{2,5 \cdot 10^4}{5 \cdot 10^3} = \frac{25}{5} = 5 \text{ m/s}^2$$

Como observamos, o enunciado instrui que esta aceleração se manteve apenas no primeiro trecho do percurso, e no restante do movimento é passível apenas a aceleração gravitacional freando a cápsula. Contudo, vamos notar dois movimentos distintos: acelerando a 5 m/s^2 , localizada para cima, e outro movimento retardado com aceleração de 10 m/s^2 , localizada para baixo.

Logo, o deslocamento total sofrido pela cápsula pode ser equacionado desta forma:

$$\Delta S_{ac} + \Delta S_{re} = 60 \text{ m}$$



Em que ΔS_1 é o deslocamento sofrido pela cápsula até T_1 e ΔS_2 é o deslocamento sofrido pela cápsula de T_1 a T_2 .

Utilizando a equação de Torricelli no movimento acelerado e retardado, temos:

ACELERADO:

$$v^2 = 0^2 + 2,5 \cdot \Delta S_1$$

$$v^2 = 10 \cdot \Delta S_2$$

RETARDADO:

$$0^2 = v^2 = 2 \cdot a_{re} \cdot \Delta S_2$$

$$0 = v^2 = 2 \cdot (-10) \cdot \Delta S_2$$

$$v^2 = 20 \cdot \Delta S_2$$

Igualando as duas expressões, temos:

$$10 \cdot \Delta S_{ac} = 20 \cdot \Delta S_{re}$$

$$\Delta S_{ac} = 2 \cdot \Delta S_{re}$$

Dessa forma,

$$\Delta S_{ac} = 40$$

$$\Delta S_{re} = 20$$

A dimensão de um gráfico é numericamente idêntica ao movimento suportado pela cápsula. Podemos relacionar os intervalos de tempo de 0 a T_1 e de T_1 a T_2 .

$$\Delta S_{ac} = V \cdot (T_1)$$

$$\Delta S_{re} = V \cdot (T_2 - T_1)$$

$$\Delta S_1 = 2 \cdot \Delta S_2$$

$$V \cdot (T_1) = 2 \cdot V \cdot (T_2 - T_1)$$

$$T_1 = 2 \cdot T_2 - 2 \cdot T_1$$

$$3 \cdot T_1 = 2 \cdot T_2$$

Calculando T_1 :

$$\Delta S_1 = 0 \cdot T_1 + \frac{5 \cdot T_1^2}{2}$$

$$40 = \frac{5 \cdot T_1^2}{2}$$

$$80 = \frac{5 \cdot T_1^2}{2}$$

$$T_1^2 = 16$$

$$T_1 = 4 \text{ s}$$

Calculando T_2 :

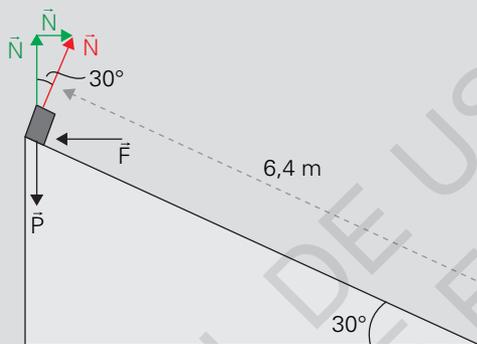
$$3 \cdot T_1 = 2 \cdot T_2$$

$$3 \cdot 4 = 2 \cdot T_2$$

$$12 = 2 \cdot T_2$$

$$\therefore T_2 = 6 \text{ s.}$$

16. a) Segundo o diagrama de forças abaixo, temos:



Para o eixo Horizontal: (|)

$$F = N_x$$

$$N \cdot \sin 30^\circ$$

Para o eixo vertical: (||)

$$N_y = P$$

$$N \cdot \cos 30^\circ = m \cdot g$$

$$N = \frac{m \cdot g}{\cos 30^\circ}$$

Substituindo (||) em (|):

$$F = \frac{m \cdot g}{\cos 30^\circ} \cdot \sin 30^\circ$$

Demonstrando a massa:

$$m = \frac{F}{g \cdot \tan 30^\circ}$$

$$m = \frac{11,6}{10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}}$$

$$\therefore m = 2 \text{ kg}$$

b) A velocidade na base da rampa é calculada pela equação de Torricelli. Logo, será calculada após definirmos a aceleração devida ao peso P_z , decomposta no sentido do plano inclinado.

$$P_z = m \cdot g \cdot \sin 30^\circ$$

$$a = \frac{P_z}{m} = g \cdot \sin 30^\circ = 10 \cdot 0,5 = 5$$

Por Torricelli, vemos:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S$$

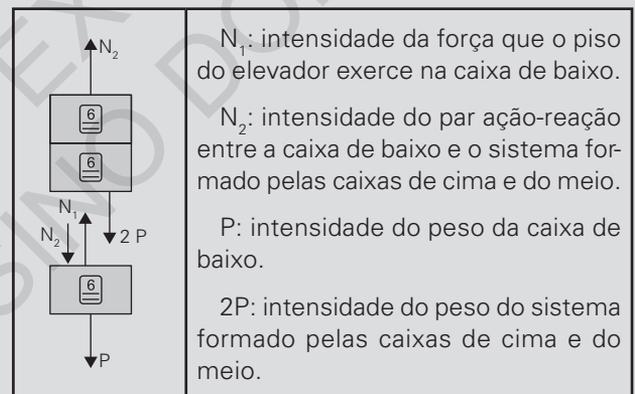
$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a\Delta S}$$

$$v = \sqrt{0} = 2 \cdot 5 \cdot 6,4$$

$$\therefore v = 8 \text{ m/s}$$

17. C

A ilustração demonstra as forças atuando na caixa de baixo e no sistema engendrado pelas caixas de cima e do meio.



Sendo (m) a massa das caixas, o elevador em inércia, vemos que a caixa de baixo receberia do piso uma força de intensidade N_1 idêntica à do peso do complexo de seis caixas. Sendo $N_1 = 6P$.

Sendo a a aceleração máxima do elevador, ao movimentar-se, subindo acelerando ou descendo desacelerando, tem-se:

Para o complexo formado pelas caixas de cima e do meio:

$$N_2 - 2P = 2 \cdot m \cdot a$$

$$N_2 = 2 \cdot P + 2 \cdot m \cdot a$$

Para a caixa de baixo:

$$N_1 - P - N \cdot 2 = m \cdot a$$

$$6 \cdot P - P - (2 \cdot m \cdot a + 2 \cdot P) = m \cdot a$$

$$6 \cdot P - P - 2 \cdot P = m \cdot a + 2 \cdot m \cdot a$$

$$3 \cdot m \cdot g = 3 \cdot m \cdot a$$

$$a = g$$

$$a = 10 \text{ m/s}^2$$

Estudo para o Enem

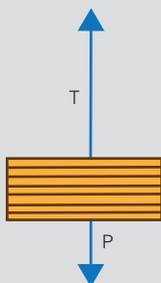
18. D

Força que o atleta exerce: T

Massa do conjunto: $m = 20 \text{ kg}$

Peso do conjunto: $P = 20 \cdot 10 = 200 \text{ N}$

Aceleração do conjunto: $a = 1 \text{ m/s}^2$



$$F_R = m \cdot a$$

$$T - P = m \cdot a$$

$$T = m \cdot a + P = 20 \cdot 1 + 200 = 220$$

$$\therefore T = 220 \text{ N}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

19. A

$$m = 65 \text{ kg}$$

$$a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

O elevador está descendo em movimento acelerado e a resultante das forças é para baixo. Subentende-se que a intensidade da força é me-

nor que a intensidade do peso.

Utilizando o princípio fundamental da dinâmica, temos:

$$P - N = m \cdot a$$

$$M \cdot g - N = m \cdot a$$

$$N = m \cdot (g - a) = 65 \cdot (10 - 2)$$

$$N = 520 \text{ N}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

20. A

Criança

$$P_{pc} = P_c \cdot \sin \theta = m \cdot g \cdot \sin \theta$$

$$F_R = m_{ac} \rightarrow m \cdot g \cdot \sin \theta = m_{ac} \rightarrow a_c = g \cdot \sin \theta \text{ (I)}$$

Adulto

$$P_{pa} = P_a \cdot \sin \theta = 3 \cdot m \cdot g \cdot \sin \theta$$

$$F_R = 3 \cdot m_{aa} \rightarrow 3 \cdot m \cdot g \cdot \sin \theta = m_{aa} \rightarrow a_a = g \cdot \sin \theta \text{ (II)}$$

$$\frac{a_a}{a_c} = 1$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

14 FORÇA DE ATRITO

Comentário sobre o módulo

Neste módulo, estudaremos algumas aplicações das leis de Newton. Serão analisados o plano inclinado com a decomposição da força peso e o conceito de força aparente, presente no estudo de elevadores.

Exercícios propostos

7. D

Sendo a velocidade constante, a força resultante é nula, portanto a força motriz empregada deve ser idêntica, em módulo, à força de atrito.

$$\begin{aligned} F &= F_a \\ F &= \mu_c \cdot N \\ F &= \mu_c \cdot P \\ F &= \mu_c \cdot m \cdot g \end{aligned}$$

$$\mu_c = \frac{F}{m \cdot g}$$

Para o tênis A:

$$\mu_{c(A)} = \frac{F}{m \cdot g} = \frac{2,8}{0,4 \cdot 10}$$

$$\mu_{c(A)} = 0,7$$

Para o tênis B:

$$\mu_{c(B)} = \frac{F}{m \cdot g} = \frac{3,0}{0,5 \cdot 10}$$

$$\therefore \mu_{c(B)} = 0,6$$

8. Para que o bloco permaneça em movimento retilíneo uniforme (MRU) na área onde há atrito, deve haver uma força exercida no bloco idêntica à força de atrito, de jeito a anular a ação desta última.

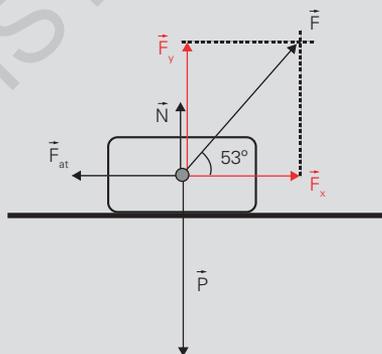
$$F_{at} = \mu \cdot N = 0,2 \cdot 3 \cdot 10 \rightarrow F_{at} = 6 \text{ N}$$

Quando o bloco adentra em uma área sem atrito, a força exercida nele permanecerá idêntica, fazendo com que seja acelerado.

$$F = m \cdot a \rightarrow 6 = 3 \cdot a \rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

9. A

A figura ilustra a situação descrita.



Na vertical:

$$N + F_y = P$$

$$N = P - F \text{ sen } 53^\circ$$

$$N = 20 - 0,8 F$$

Na horizontal:

Na ilustração de movimento, a componente horizontal (F_x) é idêntica à intensidade da força de atrito estática máxima.

$$F_x = F_{at}$$

$$F \cos 53^\circ = \mu_e N$$

$$0,6F = 0,25 \cdot (20 - 0,8 F)$$

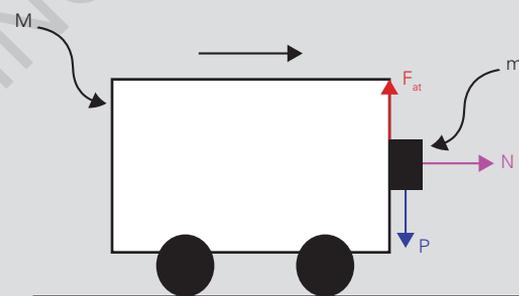
$$0,6 F + 0,2 F = 5$$

$$F = \frac{5}{0,8}$$

$$\therefore F = 6,25 \text{ N}$$

10. C

Para o corpo encostado na superfície vertical do carro, o diagrama a seguir mostra as forças envolvidas na situação:



Na horizontal, a força aplicada é a força normal de contato:

$$N = m \cdot a \text{ (Eq. 1)}$$

Na vertical, observamos que:

$$F_a = P \text{ (Eq. 2)}$$

$$F_a = m \cdot g$$

Para manter o corpo equilibrado na vertical, é indispensável que a força de atrito estático máximo não seja ultrapassada.

$$F_{at} \leq \mu \cdot N \text{ (Eq. 3)}$$

Equalizando as equações 1, 2 e 3, obtemos:

$$Mg \leq \mu \cdot ma$$

$$a \geq \frac{g}{\mu}$$

11. C

Levando em consideração que o movimento ocorre na horizontal, a única força que age no sentido do deslocamento é a força de atrito. Acontecendo contrária ao sentido de movimento, motivará uma desaceleração, encarregada por parar o **bloco** por completo. Portanto, a força resultante é a força de atrito.

$$F_r = -F_{at}$$

Fazendo uso do princípio fundamental da dinâmica e da sentença para a força de atrito:

$$m \cdot a = -\mu \cdot m \cdot g$$

A aceleração consistirá:

$$a = \mu \cdot g = -0,2 \cdot 10$$

$$a = -2 \text{ m/s}^2$$

Do MRUV, utilizaremos a equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + a \cdot \Delta s$$

A distância total trilhada será:

$$\Delta s = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a}$$

$$\Delta s = \frac{0 - 4^2}{2 \cdot (-2)} = \frac{-16}{-4} = 4 \text{ m}$$

Portanto, o número de vezes que o bloco cruza completamente o trilho é:

$$N = \frac{4}{1,5} = 2,667$$

Portanto, o bloco cruza totalmente o trilho antes de parar por duas vezes ($n = 2$).

12. A

Do gráfico, obtemos o valor da aceleração:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 5}{10 - 0} = -0,5 \therefore |a| = 0,5 \text{ m/s}^2$$

A força de atrito corresponde à resultante das forças que atua no corpo. Assim, temos:

$$F_a = F_R$$

$$\mu \cdot m \cdot g = m \cdot |a|$$

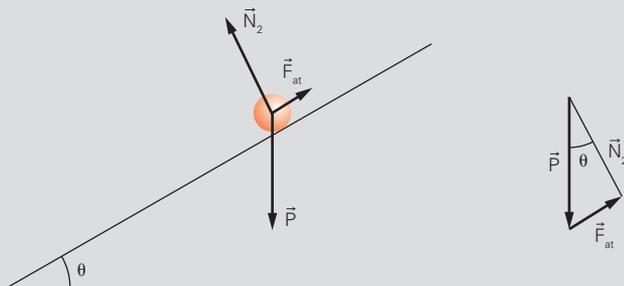
$$10 \cdot \mu = 0,5$$

$$\mu = 0,05$$

$$\therefore \mu = 5 \cdot 10^{-2}$$

13. a) Na figura 1, o abajur está em repouso, na horizontal. Logo, a normal (N_1) e o peso têm a mesma intensidade ($N_1 = P$).

Já na figura 2, o abajur está em repouso, porém inclinado. Como atuam a força de atrito, força normal e peso, pela regra da poligonal, obtemos o valor de N_2 .



$$N_2 = P \cdot \cos \theta = P \cdot \cos 30^\circ$$

$$\therefore N_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} P$$

Comparando N_1 com N_2 , obtemos:

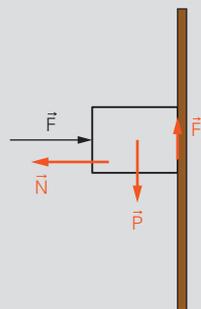
$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{P}{\frac{\sqrt{3}}{2} P} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \therefore \frac{3,0}{0,5 \cdot 10}$$

b) Como o abajur está na iminência de escorregar, a força de atrito tem intensidade máxima.

$$\text{tg } \theta = \frac{F_a}{N_2} = \frac{\mu_e N_2}{N_2} = \mu_e = \text{tg } 30^\circ$$

$$\therefore \mu_e = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

14. D



O sistema está em equilíbrio, logo:

$$F = N$$

$$F_a = P$$

$$\mu_e \cdot N = P \rightarrow \mu_e \cdot F = m \cdot g \rightarrow F = \frac{m \cdot g}{\mu_e}$$

Substituindo os valores, obtemos:

$$F = \frac{2 \cdot 10}{0,5} = \frac{20}{0,5} \therefore F = 40 \text{ N}$$

15. C

Após a compressão da mola, quando o sistema estiver na iminência de escorregar, a força de atrito estático atinge seu valor máximo. Assim, temos:

$$F_R = F_{Amáx}$$

$$m_B \cdot a = \mu_e \cdot N \rightarrow m_B \cdot a = \mu_e \cdot m_B \cdot g \rightarrow a = \mu_e \cdot g$$

Sendo o conjunto acelerado pela força elástica, temos:

$$F_E = (m_A + m_B) \cdot a$$

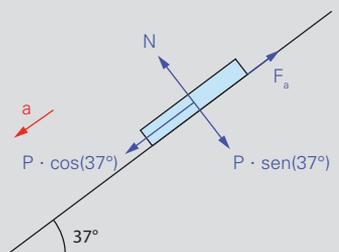
$$k \cdot x = (m_A + m_B) \cdot a \rightarrow 160 \cdot x =$$

$$= (3 + 1) \cdot 0,4 \cdot 10 = 16 \rightarrow 160x = 16 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 0,1 \text{ m} \therefore x = 10 \text{ cm}$$

16. C

Pode-se desenhar o diagrama de forças que atua no corpo para facilitar a compreensão do exercício.



Assim, temos:

$$P_x = F_a \rightarrow P \cdot \sin 37^\circ = F_a$$

$$P_y = N \rightarrow P \cdot \cos 37^\circ = N$$

É possível obter a aceleração da moeda pela equação do movimento.

$$\Delta S = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$a \cdot t^2 = 2 \cdot \Delta S \rightarrow a \cdot 1^2 = 2 \cdot 2 \rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

Com o valor da aceleração, obtemos:

$$P_x = F_a \rightarrow P \cdot \sin 37^\circ = F_a$$

$$P_y = N \rightarrow P \cdot \cos 37^\circ = N$$

$$F_R = P \cdot \sin 37^\circ - F_a = P \cdot \sin 37^\circ - \mu \cdot P \cdot \cos 37^\circ$$

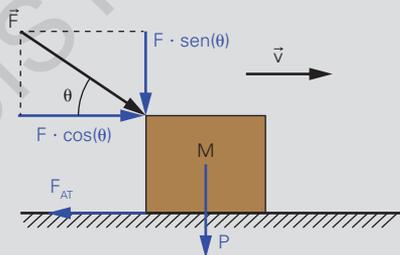
$$m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin 37^\circ - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 37^\circ$$

$$a = g \cdot \sin 37^\circ - \mu \cdot g \cdot \cos 37^\circ$$

$$4 = 10 \cdot 0,6 - \mu \cdot 10 \cdot 0,8 \rightarrow 4 = 6 - \mu \cdot 8 \therefore$$

$$\therefore \mu = 0,25$$

17. a) Do enunciado, obtemos o diagrama de forças que estão atuando na caixa.



Assim, temos:

$$F_a = F \cdot \cos \theta$$

$$N = P + F \cdot \sin \theta$$

$$\mu \cdot N = F \cdot \cos \theta$$

$$\mu \cdot (P + F \cdot \sin \theta) = F \cdot \cos \theta$$

$$\mu \cdot m \cdot g + \mu \cdot F \cdot \sin \theta = F \cdot \cos \theta$$

$$\mu \cdot m \cdot g = F \cdot \cos \theta - \mu \cdot F \cdot \sin \theta =$$

$$= F \cdot (\cos \theta - \mu \cdot \sin \theta)$$

$$F = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{\cos \theta - \mu \cdot \sin \theta}$$

b) Para um ângulo igual a zero, F será horizontal. Assim, obtemos:

$$F = F_a$$

$$F = \mu \cdot N = \mu \cdot P$$

$$\therefore F = \mu \cdot m \cdot g$$

Estudo para o Enem

18. B

O freio ABS é mais competente, pois impede o travamento das rodas, exercendo a frenagem com força de atrito estática, pois o coeficiente de atrito estático é maior que o dinâmico.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

19. A

Desprezando a resistência do ar, o resultado das forças resistivas em cima de cada carro é a própria força de atrito.

$$F_R = F_a$$

$$m \cdot a = \mu N$$

Como a pista é horizontal, a força peso e a força normal possuem intensidade idêntica:

$$N = P + mg$$

Integrando as expressões obtidas:

$$m \cdot a = \mu N$$

$$m \cdot a = \mu mg$$

$$a = \mu g$$

Como o nível de atrito é permanente, cada movimento é harmoniosamente diminuído com velocidade final nula.

Aplicando a equação de Torricelli, obtemos:

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot a \cdot d$$

$$d = \frac{V_0^2 - V^2}{2 \cdot a}$$

$$d = \frac{V_0^2}{2g}$$

Dados:

$$v_0 = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$$

$$\mu_e = 1$$

$$\mu_c = 0,75$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

Assim:

$$d_1 = \frac{V_0^2}{2_e \cdot g} = \frac{30^2}{2 \cdot 1 \cdot 10} = \frac{900}{20}$$

$$d_1 = 45 \text{ m}$$

$$d_2 = \frac{V_0^2}{2_c \cdot g} = \frac{30^2}{2 \cdot 0,75 \cdot 10} = \frac{900}{15}$$

$$d_2 = 60 \text{ m}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções

humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

20. C

Quando a pessoa anda, ela aplica no solo uma força de atrito horizontal para trás. Pelo princípio da ação-reação, o solo aplica nos pés da pessoa uma reação, para frente (no sentido do movimento), paralela ao solo.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOMINUS

15 APLICAÇÕES DAS LEIS DE NEWTON E FORÇA RESULTANTE CENTRÍPETA

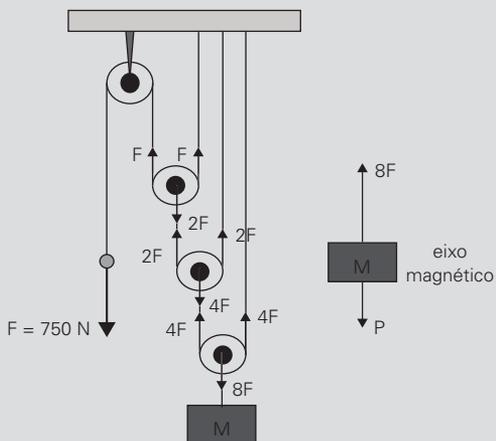
Comentário sobre o módulo

Professor, neste módulo será estudada a força centrípeta, sendo vistas as diferentes situações em que uma força (tração, normal, força de atrito, peso) se comporta como resultante centrípeta.

Exercícios propostos

7. A

A figura mostra a distribuição de forças pelas polias.



Aplicando o princípio fundamental da dinâmica ao bloco de massa M:

$$8F - P = Ma \rightarrow 8(750) - 5000 = 500a \rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

Calculando a velocidade:

$$v = v_0 + at$$

$$v = 0 + 2(2)$$

$$v = 4 \text{ m/s}$$

8. D

Chamemos de A e B os blocos de menor e maior massa, respectivamente. Sendo **d** a densidade dos blocos e **a** a aresta do bloco A, temos:

$$d = \frac{m}{V} \rightarrow m = dV \begin{cases} m_A = d a^3 \\ m_B = d(2a)^3 = 8 d a^3 \end{cases}$$

$$m_B = 8 m_A$$

Seendo F_{AB} a intensidade da força de contato entre os blocos, aplicando o princípio fundamental da dinâmica, temos:

$$\begin{cases} F = (m_A + m_B)a \rightarrow F = (m_A + 8m_A)a \rightarrow F = 9m_A a \\ F_{AB} = m_B a \rightarrow F_{AB} = 8m_A a \end{cases}$$

$$\frac{F}{F_{AB}} = \frac{9m_A a}{8m_A a}$$

$$\therefore \frac{F}{F_{AB}} = \frac{9}{8}$$

9. D

Aplicando o princípio fundamental da dinâmica:

$$F_D + F_E - F_a = ma$$

$$2F_E + F_E - F_a = ma$$

$$3F_E = 120(0,2) + 240$$

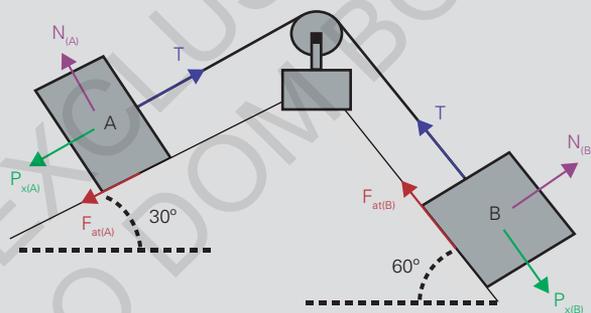
$$F_E = \frac{264}{3}$$

$$F_E = 88 \text{ N}$$

$$F_D = 2F_E = 2(88)$$

$$F_D = 176 \text{ N}$$

10. B



Onde:

$$P_{x(A)} = P_A \cdot \sin 30^\circ = 1000 \cdot 0,5 \therefore P_{x(A)} = 500 \text{ N}$$

$$P_{x(B)} = P_B \cdot \sin 60^\circ = 1000 \cdot 0,87 \therefore P_{x(B)} = 870 \text{ N}$$

$$F_{at(B)} = \mu \cdot N_B = \mu \cdot P_{y(B)} = \mu \cdot P_B \cdot \cos 60^\circ = 0,6 \cdot 1000 \cdot 0,5 \therefore F_{at(B)} = 300 \text{ N}$$

Usando o princípio fundamental da dinâmica:

$$F_R = m \cdot a \rightarrow F_R = 0$$

$$P_{x(B)} - T - F_{at(B)} + T - P_{x(A)} - F_{at(A)} = 0$$

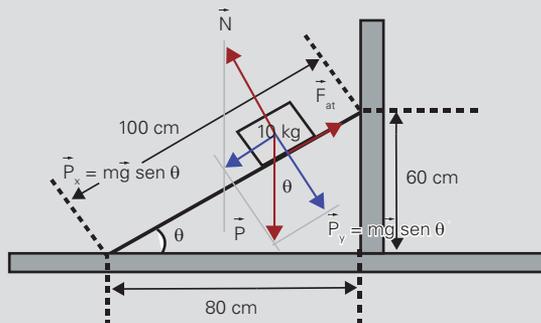
Então:

$$F_{at(A)} = P_{x(B)} - F_{at(B)} - P_{x(A)}$$

$$F_{at(A)} = 870 \text{ N} - 300 \text{ N} - 500 \text{ N} \therefore F_{at(A)} = 70 \text{ N}$$

11. D

Decompondo a força peso nas direções ortogonais ao plano inclinado, temos o diagrama de forças a seguir:



Tomando o equilíbrio de forças na direção perpendicular ao plano inclinado, calculamos o módulo da força normal:

$$N = P_y \rightarrow N = mg \cos \theta \rightarrow N = 10 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{80}{100}$$

$$\therefore N = 80 \text{ N}$$

Na direção do plano inclinado, temos:

$$F_a = P_x \rightarrow F_a = mg \sin \theta \rightarrow$$

$$\rightarrow F_a = 10 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{60}{100}$$

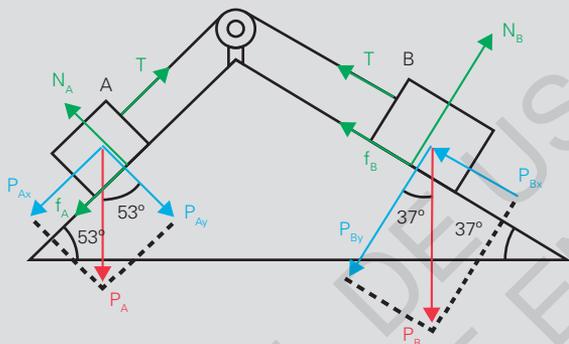
$$\therefore F_a = 60 \text{ N}$$

Mas a força de atrito estático e o coeficiente de atrito estático são relacionados por:

$$F_a = \mu_e \cdot N \rightarrow 60 \text{ N} = \mu_e \cdot 80 \text{ N} \rightarrow \mu_e = \frac{60 \text{ N}}{80 \text{ N}}$$

$$\therefore \mu_e = 0,75$$

12. A figura mostra as forças e as componentes das forças que agem em cada bloco, considerando que, em cada plano inclinado, o fio esteja paralelo à superfície.



Calculando as intensidades dessas forças:

$$\text{Bloco A} \begin{cases} P_A = m_A g = 10 \cdot 10 = 100 \text{ N} \\ P_{Ax} = P_A \sin 53^\circ = 100 \cdot 0,8 = 80 \text{ N} \\ P_{Ay} = P_A \cos 53^\circ = 100 \cdot 0,6 = 60 \text{ N} \\ N_A = P_{Ay} = 60 \text{ N} \\ f_A = \mu N_A = 0,2 \cdot 60 = 12 \text{ N} \end{cases}$$

$$\text{Bloco B} \begin{cases} P_B = m_B g = 30 \cdot 10 = 300 \text{ N} \\ P_{Bx} = P_B \sin 37^\circ = 300 \cdot 0,6 = 180 \text{ N} \\ P_{By} = P_B \cos 37^\circ = 300 \cdot 0,8 = 240 \text{ N} \\ N_B = P_{By} = 240 \text{ N} \\ f_B = \mu N_B = 0,2 \cdot 240 = 48 \text{ N} \end{cases}$$

Como $P_{Bx} > P_{Ax}$, o bloco A tende a subir, e o bloco B tende a descer. As forças de atrito têm sentido oposto à tendência de escorregamento.

Como $P_{Bx} > (P_{Ax} + f_B + f_A)$, o corpo A acelera para cima e o corpo B acelera para baixo.

Aplicando o princípio fundamental da dinâmica ao sistema, calcula-se o módulo da aceleração.

$$P_{Bx} - P_{Ax} - f_A - f_B = (m_A + m_B) a$$

$$180 - 48 - 12 - 80 = 40a$$

$$40 = 40a$$

$$a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

No bloco A:

$$T - P_{Ax} - f_A = m_A a \rightarrow T = 10(1) + 80 + 12 \rightarrow$$

$$\rightarrow T = 102 \text{ N}$$

$$T = 102 \text{ N} \therefore T = 0,102 \text{ kN}$$

13. B

$$F_a = F_c$$

$$F_a = m\omega^2 R \rightarrow F_a \text{ é proporcional a } \omega^2$$

14. C

$$F_c = P \rightarrow \frac{mv}{R} = mg \rightarrow v^2 = g \cdot R \rightarrow$$

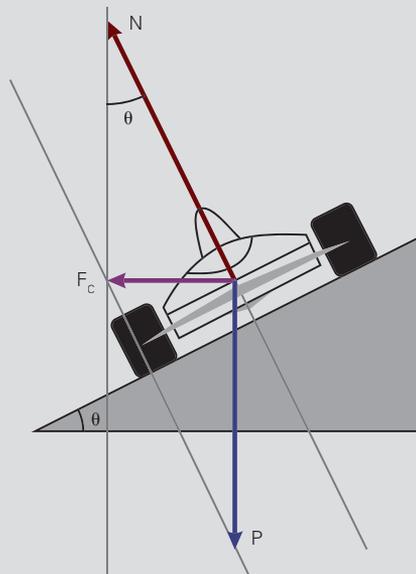
$$\rightarrow v = \sqrt{gR} = \sqrt{10 \cdot 3,6} = 36 \rightarrow v = 6 \text{ m/s} \therefore$$

$$\therefore v = 21,6 \text{ km/h}$$

15. a) 216 km/h = 60 m/s

$$v_m = \frac{S}{t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta S}{v_m} = \frac{5400}{60} = 90 \therefore \Delta t = 90 \text{ s}$$

b) Indicando as forças que atuam no carro, temos:



$$F_c = N \cdot \sin \theta$$

$$\text{Como: } F_c = \frac{m \cdot v}{R} = \frac{600 \cdot 30}{120} = 4500 \text{ N}$$

$$N = \frac{F_c}{\sin \theta} = \frac{4500}{0,6} = 7500 \therefore N = 7500 \text{ N}$$

16. E

As trações nas fitas 1 e 2 exercem a força centrípeta sobre as garotas, impedindo que sejam lançadas, por inércia, pela tangente à circunferência.

$$F_1 = T_1 = 120 \text{ N}$$

$$F_2 = T_2$$

$$(Eq. 1) T_1 = F_{c1} = \frac{mv_1}{R_1} = m \cdot \omega^2 \cdot 2R = 120$$

$$(Eq. 2) T_2 = F_{c2} = \frac{mv_2}{R_2} = m \cdot \omega^2 \cdot 2R + 3 \cdot \omega^2 \cdot$$

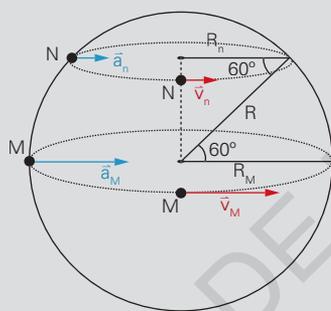
$$\cdot R = 3 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot R$$

Fazendo a razão entre a Eq. 1 e a Eq. 2, temos:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2}{3} \rightarrow T_2 = \frac{3}{2} \cdot T_1 = \frac{3}{2} \cdot (120) = 180$$

$$\therefore T_2 = 180 \text{ N}$$

17. A figura ilustra a situação, mostrando Maria (M) e seu namorado (N) em duas posições diferentes, sobre o mesmo meridiano



a) $R_M = 6 \cdot 10^6 \text{ m}$, corresponde ao raio da trajetória de Maria.

$$v_M = \frac{S_M}{t} = \frac{2\pi R_M}{T} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 10^6}{80000} = 450 \therefore$$

$$\therefore v_M = 450 \text{ m/s}$$

b) Conhecido o valor de v_M , calculamos a aceleração centrípeta de Maria (a_M) que possui movimento circular uniforme.

$$a_M = \frac{v_M^2}{R_M} = \frac{450^2}{6 \cdot 10^6} = 0,034 \therefore a_M = 0,034 \text{ m/s}^2$$

c) $R_N = R_M \cos 60^\circ$, corresponde ao raio de órbita do movimento do namorado de Maria, que também é circular uniforme.

$$R_N = R_M \cos 60^\circ = 6 \cdot 10^6 \cdot 0,5 = 3 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$v_N = \frac{\Delta S_N}{\Delta t} = \frac{2\pi R_N}{T} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 10^6}{80000} = 225 \therefore$$

$$\therefore v_N = 225 \text{ m/s}$$

d) Como Maria e seu namorado possuem acele-

rações paralelas entre si, o ângulo entre as acelerações é nulo.

$$\alpha = 0^\circ$$

Estudo para o Enem

18. B

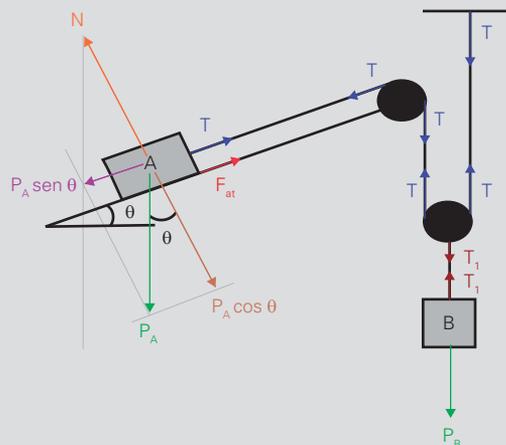
No início da queda, a única força atuante sobre o paraquedista (homem + paraquedas) é apenas o peso [para baixo (+)]. À medida que acelera, aumenta a força de resistência do ar, até que a resultante se anula, quando é atingida a velocidade limite. No instante (T_A) em que o paraquedas é aberto, a força de resistência do ar aumenta abruptamente, ficando mais intensa que o peso, invertendo o sentido da resultante [para cima (-)]. O movimento passa a ser retardado até ser atingida a nova velocidade limite, quando a resultante volta a ser nula.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. D

Do diagrama de forças a seguir:



Para o corpo A, temos:

$$P_A \cdot \sin \theta - F_{at} - T = 0$$

Mas a força de atrito é dada por:

$$F_{at} = \mu \cdot P_A \cdot \cos \theta$$

$$P_A \cdot (\sin \theta - \mu \cdot \cos \theta) = T \quad (1)$$

Na roldana que segura o corpo B, temos a relação entre as trações das duas cordas:

$$T_1 = 2T$$

O equilíbrio de forças para o corpo B é dado por:

$$P_B = T_1 \rightarrow P_B = 2T \rightarrow T = \frac{P_B}{2} \rightarrow T = \frac{200 \text{ N}}{2}$$

$$\therefore T = 100 \text{ N}$$

Substituindo na equação (1), resulta:

$$P_A = \frac{T}{(\sin \theta - \mu \cdot \cos \theta)}$$

$$P_A = \frac{100 \text{ N}}{(0,6 - 0,5 \cdot 0,8)} = \frac{100 \text{ N}}{0,2}$$

$$\therefore P_A = 500 \text{ N}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20. B

a) Falsa, pois a força normal não é nula, pois o bloco está apoiado sobre ela.

b) Verdadeira, pois no movimento circular uniforme a força resultante é a força centrípeta, então:

$$F_R = F_c = \frac{mv^2}{R} \rightarrow F_R = \frac{0,5 \cdot 2^2}{0,4} \rightarrow F_R = 5 \text{ N}$$

c) Falsa, pois a aceleração tangencial é igual a zero, visto que a única aceleração é a centrípeta no movimento circular uniforme.

d) Falsa, pois a única aceleração é a centrípeta:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{2^2}{0,4} = 10 \text{ m/s}^2$$

e) Falsa, pois ao cortar o fio, o bloco sai pela tangente da curva devido à inércia de movimento.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

16 TRABALHO

Comentário sobre o módulo

Professor, neste módulo, iniciamos os estudos sobre o trabalho de uma força qualquer, o trabalho do peso e o trabalho resultante que atua em um corpo que sofre a aplicação de forças de diferentes intensidades e sentidos.

Exercícios propostos

7. D

O trabalho da força de atrito é dado por: $\tau = F \cdot d \cdot \cos \alpha$, sendo α o ângulo entre a força e a velocidade. No caso, $\alpha = 180^\circ$, logo:

$$\tau = F \cdot d \cdot \cos 180^\circ$$

$$\tau = -F_a \cdot d \text{ (trabalho negativo)}$$

8. B

$$\tau = T \cdot d \cdot \cos 53^\circ \rightarrow \tau = 80 \cdot 20 \cdot 0,6 \rightarrow \tau = 960 \text{ J}$$

9. E

Como a velocidade é constante, o trabalho da força muscular exercida pela pessoa é mgh nos dois casos.

10. Dados: $m_1 = 6 \text{ kg}$; $m_2 = 1,5 \text{ kg}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$; $d = 30 \text{ m}$; $\alpha = 60^\circ$.

Se a força \vec{F} é a necessária para levantar o corpo de massa m_2 com velocidade constante, então a intensidade dessa força é:

$$F = P_2 = m_2 g = 15 \text{ N}$$

O trabalho realizado (T) para arrastar a mochila é:

$$\tau = F \cdot d \cdot \cos 60^\circ = 15 \cdot 30 \cdot 0,5 \rightarrow \tau = 225 \text{ J}$$

11. C

Análise das alternativas:

I. Falsa. Os dois trabalhos são iguais, pois o trabalho não depende dos caminhos escolhidos.

II. Falsa. A força exercida pelo homem é menor na rampa.

III. Falsa. A força normal, sendo perpendicular ao movimento na rampa, não realiza trabalho.

Portanto, todas as alternativas são falsas.

12. Vamos considerar que o deslocamento tenha se realizado com velocidade constante, desprezando os tempos de aceleração e desaceleração,

para podermos considerar a intensidade da força \vec{F} igual à metade da intensidade da força peso, como induz o enunciado.

a) Como a força peso é constante:

$$\tau = P d \cos \alpha = Ph \cdot \cos 180^\circ$$

$$\tau = -Ph$$

b) Como o enunciado pede para desprezar dissipações de energia mecânica, o trabalho da força \vec{F} é, em módulo, igual a trabalho da força peso, porém de sinal oposto.

$$\tau = +Ph$$

Como já especificado, considerando velocidade constante, da figura, temos:

$$2F = P \rightarrow F = \frac{P}{2}$$



Se \vec{F} é uma força constante, o trabalho por ela realizado também pode ser dado por:

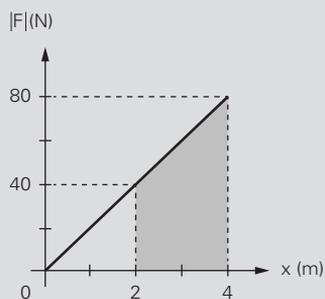
$$\tau = F d \cos 0$$

$$\frac{P}{2} d_A = Ph \rightarrow d_A = 2h$$

c) Em cada polia móvel, a intensidade da força aplicada no seu eixo é dividida por 2. Assim, para N polias móveis, temos:

Polias móveis	Força aplicada
1	$F = \frac{P}{2^1}$
2	$F = \frac{P}{2^2}$
3	$F = \frac{P}{2^3}$
N	$F = \frac{P}{2^N}$

13. A área sombreada abaixo é numericamente igual ao trabalho da força elástica.



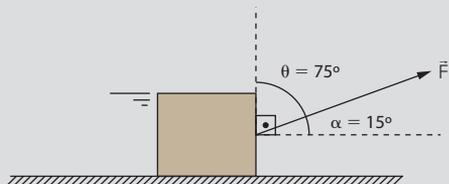
$$\tau = \frac{80 + 40}{2} \cdot 2 = 120$$

$$\therefore \tau = 120 \text{ J}$$

14. D

Dados: $F = 5 \text{ N}$; $d = 2 \text{ m}$; $\alpha = 15^\circ$.

O enunciado nos permite construir a figura abaixo.



O trabalho de uma força é dado pelo trabalho de sua componente paralela ao deslocamento.

Assim, na figura:

$$\tau = F \cdot d \cdot \cos \alpha.$$

Porém, α e θ são complementares. Então:

$$\sin \theta = \cos \alpha$$

Portanto:

$$\tau = F \cdot d \cdot \cos \alpha = F \cdot d \cdot \sin \theta$$

Substituindo os valores dados:

$$\tau = 5 \cdot 2 \cdot \sin 75^\circ$$

$$\text{Ou seja: } \theta = 75^\circ$$

15. C

Pela segunda lei de Newton da dinâmica:

$$F_R = m \cdot a$$

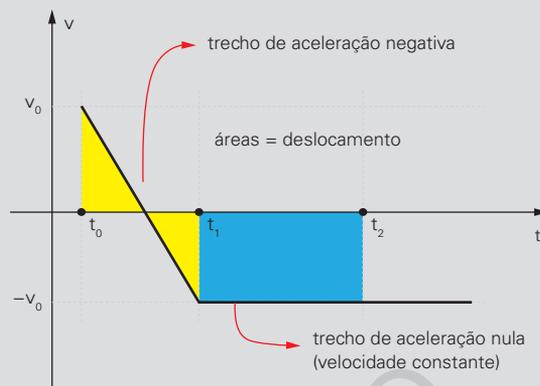
O trabalho de uma força, para um deslocamento retilíneo é:

$$W = F \cdot d$$

Para a força resultante:

$$\tau = m \cdot a \cdot d$$

De acordo com a figura a seguir, a área amarela é composta de dois triângulos de mesma área, mas uma negativa e outra positiva. Essas áreas correspondem ao deslocamento do objeto de massa.



Logo, o trabalho da força resultante entre t_0 e t_1 (τ_1) será nulo devido aos deslocamentos opostos:

$$\tau_1 = m \cdot (-a) \cdot (d - d) = 0$$

Em que cada deslocamento se refere à área de um triângulo, com os valores iguais em módulo, mas de sinais diferentes.

Já em relação à área azul, temos um movimento com velocidade constante, isto é, a força resultante é nula e a aceleração também, resultando trabalho nulo.

$$\tau_2 = m \cdot (a) \cdot (d) = 0$$

$$(a = 0)$$

Portanto, em todo o trecho o trabalho realizado pela força resultante é nulo.

16. D

O trabalho de uma força τ é dado pelo produto da força F pelo deslocamento x .

$$\tau = F \cdot x$$

Neste caso, temos uma situação especial, pois a aceleração varia linearmente com o deslocamento do móvel. Sendo assim, a força sobre este móvel também varia de acordo com a segunda lei de Newton, sendo o mais apropriado, neste caso, tomar a força média por meio da aceleração média a_m :

$$a_m = \frac{(0 + 20) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2}$$

$$\therefore a_m = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Logo, a força média F_m será:

$$F_m = m \cdot a_m$$

$$F_m = 5 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\therefore F_m = 50 \text{ N}$$

Finalmente, o trabalho entre o deslocamento solicitado, será:

$$\begin{aligned}\tau &= F_m \cdot x \\ \tau &= 50 \cdot 10 \\ \tau &= 500 \text{ J}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}17. \tau_{\text{res}} &= F_{\text{res}} \cdot \Delta s \cdot \cos \alpha = m \cdot a \cdot \Delta s \cdot \cos \alpha \rightarrow \\ &\rightarrow \tau_{\text{res}} = d \cdot V a \cdot \Delta s \cdot \cos \alpha\end{aligned}$$

Como os volumes, as acelerações e as distâncias são iguais para os dois trens e $\cos \alpha = 1$, temos

$$\frac{\tau_{\text{aço}}}{\tau_{\text{Al}}} = \frac{d_{\text{aço}} \cdot V \cdot a \cdot \Delta s}{d_{\text{Al}} \cdot V \cdot a \cdot \Delta s} \rightarrow \frac{\tau_{\text{aço}}}{\tau_{\text{Al}}} = \frac{d_{\text{aço}}}{d_{\text{Al}}} = \frac{7,9}{2,7}$$

$$\frac{\tau_{\text{aço}}}{\tau_{\text{Al}}} = 2,93$$

Estudo para o Enem

18. E

Em módulo, o trabalho da força de atrito τ_{F_a} deve ser igual ao valor energético.

$$\tau_{F_a} = F_a \cdot d$$

$$d = \tau_{F_a} / F_a = \frac{714 \cdot 10^3}{50} \rightarrow$$

$$\rightarrow d = 14,28 \times 10^3 \text{ m} \therefore d = 14,28 \text{ km}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. B

O trabalho (τ) é dado pela área destacada no gráfico.

$$\tau = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 500}{2}$$

$$\tau = 250 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

$$\tau = 2,5 \cdot 10^0 \text{ J}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20. A

Como a força que o pedreiro faz para segurar o balde é igual em módulo ao peso do balde, e a mesma é perpendicular ao deslocamento em relação ao solo, não há trabalho realizado, pois nesta condição o cosseno do ângulo entre a força aplicada e o deslocamento é zero.

$$T = F \cdot d \cdot \cos \theta$$

$$\tau = F \cdot d \cdot \cos 90^\circ$$

$$\therefore \tau = 0$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO
SISTEMA DE AVALIAÇÃO

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

RESPOSTAS E COMENTÁRIOS

FÍSICA 2

SHUTTERSTOCK / ABC7

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO



1 INTRODUÇÃO À ONDULATÓRIA E FENÔMENOS ONDULATÓRIOS

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, iniciamos a ondulatória apresentando o conceito de pulso de onda e de ondas periódicas. Classificamos as ondas quanto à natureza, quanto à direção de propagação e à dimensão. Definimos as grandezas físicas que descrevem o comportamento das ondas e a equação fundamental da ondulatória.

Neste módulo, estudamos os fenômenos ondulatórios, como reflexão, refração, difração, polarização, ressonância, interferência, batimento e suas principais aplicações.

Para ir além

Utilize o simulador para explorar as grandezas físicas que descrevem o comportamento das ondas mecânicas. Explore os conceitos de pulso de onda, ondas periódicas, amplitude, frequência e comprimento de onda. Disponível em:

<https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-on-a-string/latest/wave-on-a-string_pt_BR.html>

Acesso em: 22 ago. 2018.

Utilize o simulador para explorar as grandezas físicas que descrevem o comportamento das ondas eletromagnéticas, em especial das ondas de rádio. Disponível em:

<https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/legacy/radio-waves>

Acesso em: 22 ago. 2018.

Utilize o simulador para explorar as grandezas físicas que descrevem o comportamento da reflexão nas cordas. Disponível em:

<https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-on-a-string/latest/wave-on-a-string_pt_BR.html>

Acesso em: 24 ago. 2018.

Em 1940, a ponte de Tacoma Narrows, nos Estados Unidos, ficou famosa após entrar em colapso por conta de fortes oscilações causadas pelo vento. Inicialmente, a causa do desastre foi atribuída ao fenômeno da ressonância, mas estudos recentes atribuem a causa a um fenômeno chamado de autoexcitação aeroelástica, ou *flutter*. Disponível em:

<<http://www.physics.ohio-state.edu/~kagan/phy596/Articles/TacomaNarrowsBridge/PhysicsTeacher-TacomaNarrowBridge.pdf>>

Acesso em: 24 ago. 2018.

Exercícios propostos

7. B

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3,0 \cdot 10^8}{40 \cdot 10^6} = 7,5 \text{ m}$$

8. C

Quando $h = 4 \text{ m}$, a velocidade da onda é, segundo o gráfico, $v \approx 6,5 \text{ m/s}$.

Sua frequência é, portanto, $f = \frac{6,5}{50} = 0,13 \text{ Hz}$.

Em $h = 1 \text{ m}$, segundo o gráfico, $v \approx 3,2 \text{ m/s}$, logo

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3,2}{0,13} = 24,6 \approx 25 \text{ m}$$

9. D

$$A = \frac{2,4}{2} = 1,2 \text{ cm}$$

$$\lambda = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$$

$$f = \frac{200}{0,02} = 10\,000 \text{ Hz} = 10 \text{ kHz}$$

10. B

$$v = \lambda \cdot f = 0,5 \cdot 50 = 25 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{10}{25} = 0,4 \text{ s}$$

11. a) O ponto A desloca-se de uma crista para um vale de onda em meio período, isto é

$$v_m = \frac{0,8 \text{ m}}{0,25 \text{ s}} = 3,2 \text{ m/s.}$$

b) Da figura, $\lambda = \frac{3,6}{1,5} = 2,4 \text{ m}$.

$$\text{Logo, } v = \frac{2,4 \text{ m}}{0,5 \text{ s}} = 4,8 \text{ m/s.}$$

12. Segundo a figura, temos 8 comprimentos de onda equivalentes a $L = 1,2 \text{ m}$, o que nos garante que $\lambda = 0,15 \text{ m}$.

Sendo assim, a frequência de oscilação é

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1,5 \text{ m/s}}{0,15 \text{ m}} = 10 \text{ Hz.}$$

13. Como na reflexão a frequência é constante, temos:

$$f_1 = f_2$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{1,5 \cdot v_2}{v_2}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 1,5$$

14. A

Pelo texto, podemos concluir que ocorre difração, pois a onda possui comprimento de onda semelhante à fenda. Como não há mudança de meio, o

comprimento de onda permanece constante e a onda propaga-se com padrão circular com origem na fenda.

15. A intensidade de luz é proporcional ao quadrado do módulo do campo elétrico, logo:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{E_V^2}{E_H^2 + E_V^2} = \frac{E_V^2}{5 \cdot E_V^2}$$

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{5} = 0,2 = 20\%$$

16. D

A onda emitida pela antena transmissora bate no obstáculo, sofre difração e atinge a antena receptora.

17. C

A situação descrita no enunciado retrata o som mudando de meio de propagação, ou seja, sofrendo refração. Na refração, a frequência permanece constante, a velocidade e o comprimento de onda mudam de valores.

Estudo para o Enem

18. C

O fenômeno que explica o funcionamento da ultrassonografia é a reflexão.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seu papel nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou osci-

latórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. B

O comprimento de onda ideal é aquele que maximiza a absorção pela melanina enquanto minimiza a absorção pela água e a oxi-hemoglobina. O comprimento de onda em que isso ocorre, segundo a figura, é 700 nm.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seu papel nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. B

A diminuição na frequência das ondas acarreta um aumento do comprimento de onda, e a velocidade de propagação dessas ondas deve manter-se constante, pois depende apenas do meio de propagação.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seu papel nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

2 ONDAS ESTACIONÁRIAS E SONORAS

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, estudamos a definição de ondas estacionárias, seus elementos e sua formação. É de fundamental importância que os alunos compreendam o conceito de ondas estacionárias, pois ele será utilizado nos módulos sobre cordas e tubos sonoros.

Neste módulo, iniciamos o estudo das ondas sonoras, apresentando uma classificação para elas. Verificamos como a velocidade do som é influenciada pelo meio. Indicamos algumas aplicações das ondas sonoras: na ultrassonografia e no sonar. E, para finalizar, estudamos as qualidades fisiológicas do som: altura, timbre e intensidade.

Para ir além

Utilize o simulador para explorar a formação das ondas estacionárias. Disponível em:

<<https://www.physicsclassroom.com/Physics-Interactives/Waves-and-Sound/Standing-Wave-Patterns/Standing-Wave-Patterns-Interactive>>

Acesso em: 27 ago. 2018.

Utilize o simulador para explorar as características das ondas sonoras, como a variação da intensidade com distância. Disponível em:

<<https://phet.colorado.edu/pt/simulation/legacy/sound>>

Acesso em: ago. 2018.

Utilize o vídeo: *Scientists "See" Ocean Floor via Sonar* | National Geographic para explicar as aplicações do sonar. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v5-fAAxEIFeLU>>

Acesso em: ago. 2018.

Exercícios propostos

$$7. L = \frac{5}{2} \cdot \lambda$$

$$150 = \frac{5}{2} \cdot \lambda$$

$$\lambda = 60 \text{ cm}$$

8. A

$$\frac{4 \cdot \lambda}{2} = 1,0$$

$$\lambda = 0,5 \text{ m}$$

$$v = \lambda \cdot f$$

$$v = 0,5 \cdot 1000$$

$$v = 500 \text{ m/s}$$

$$9. \text{ a) } \lambda = 12 \cdot 2 = 24 \text{ cm}$$

$$A = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}$$

$$\lambda = 6 \cdot A$$

$$\text{b) } v = \lambda \cdot f$$

$$48 = 24 \cdot f$$

$$f = 2 \text{ Hz}$$

$$10. a = \frac{2,4}{2} = 1,2 \text{ m}$$

$$A = 2 \cdot a = 2,4 \text{ m}$$

$$\lambda = 2 \text{ cm}$$

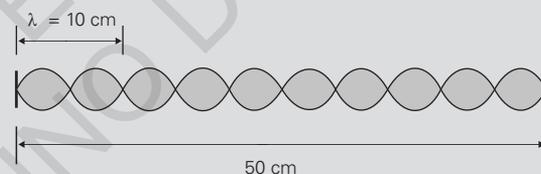
$$f = \frac{v}{\lambda}$$

$$f = \frac{200}{0,02} = 10000 \text{ Hz}$$

$$11. \text{ a) } v = \lambda \cdot f$$

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^9} = 10^{-1} = 10 \text{ cm}$$

b) A figura mostra a onda estacionária formada no interior do forno.



Pela figura, temos 10 antinodos.

$$12. \text{ a) } d = \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = 2 \cdot 12 = 24 \text{ cm}$$

$$\text{b) } T = P = m \cdot g$$

$$T = 0,180 \cdot 10 = 1,8 \text{ N}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{1,8}{5,0 \cdot 10^{-4}}}$$

$$v = 60 \text{ m/s}$$

$$v = \lambda \cdot f$$

$$f = \frac{60}{0,24} = 250 \text{ Hz}$$

13. Para que ocorra o eco, o som deve sair da fonte, atingir o obstáculo e voltar até a fonte ($\Delta s = 2 \cdot d$).

Assim, temos,

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$340 = \frac{2 \cdot d}{0,1}$$

$$2 \cdot d = 34$$

$$d = 17 \text{ m}$$

14. E

A qualidade fisiológica do som que nos permite distinguir produções de diferentes instrumentos é o timbre.

15. E

- I) Correta. O timbre está relacionado ao formato da onda.
- II) Correta. Observando-se as ondas, pode-se notar que elas possuem oscilações de mesmo tamanho.
- III) Correta. Pelo gráfico, o número de oscilações por intervalo de tempo (frequência) é igual para ambas as ondas.
- IV) Correta. Sendo as alturas iguais, as frequências também serão iguais.
- V) Correta. As amplitudes das ondas são iguais.
- VI) Incorreta. Sendo as ondas de intensidades iguais, elas possuem amplitudes iguais.
- VII) Incorreta. Os sons possuem a mesma frequência, portanto, a mesma altura.
- VIII) Correta. Como as frequências são iguais, é possível afirmar que os períodos também são.

16. C

O som ouvido por Caio tem intensidade maior que o som ouvido por José, pois a intensidade do som é inversamente proporcional ao quadrado da distância.

17. a) Para o som mais grave, temos a menor frequência ($f = 20$ Hz).

Logo,

$$v = \lambda \cdot f$$

$$340 = \lambda \cdot 20$$

$$\lambda = \frac{340}{20} = 17 \text{ m}$$

b) Para o som mais agudo, temos a maior frequência ($f = 20$ kHz).

Logo,

$$v = \lambda \cdot f$$

$$340 = \lambda \cdot 20\,000$$

$$\lambda = \frac{340}{20\,000} = 0,017 \text{ m}$$

Estudo para o Enem

18. A

Entre a emissão e a recepção do eco, a onda sonora percorre a distância $2 \cdot d$.

Assim:

$$2 \cdot d = v \cdot \Delta t$$

$$d = v \cdot \frac{\Delta t}{2} = \frac{340 \cdot 0,1}{2} = 17 \text{ m}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. B

Pela figura dada, concluímos que entre as paredes cabe 1,5 comprimento de onda. Assim:

$$1,5 \cdot \lambda = L$$

$$\lambda = \frac{6}{1,5} = 4 \text{ m}$$

$$v = \lambda \cdot f$$

$$f = \frac{10}{4} = 2,5 \text{ Hz}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seu papel nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. A

Os pontos onde a manteiga irá derreter corresponde aos ventres da onda estacionária, pois é onde a amplitude de

oscilação da radiação de micro-ondas é máxima, gerando maior produção de calor. Portanto, dois ventres, consecutivos correspondem aos pontos I e III.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seu papel nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

3 ONDAS SONORAS E CORDAS SONORAS

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, damos prosseguimento ao conhecimento das ondas sonoras com o estudo no nível sonoro ou de sonoridade. Como a maior parte dos alunos tem certo receio de trabalhar com logaritmo, se houver tempo, faça uma pequena revisão sobre o assunto.

Neste módulo, estudamos as cordas sonoras. Apresentamos o conceito de harmônico. Relacionamos a frequência, a velocidade de propagação e o comprimento de onda para os três primeiros harmônicos. Deduzimos as equações para determinar a frequência e a velocidade para o n ésimo harmônico em função do fundamental. Por fim, relembramos a equação de Taylor e da densidade linear, apresentadas no módulo 2, pois serão úteis na resolução dos exercícios.

Para ir além

Utilize o *link* para mostrar a Norma Regulamentadora 15. Disponível em:

<<http://sislex.previdencia.gov.br/paginas/05/mtb/15.htm>>.

Acesso em: ago. 2018.

Professor, neste *link* temos algumas imagens das cordas sonoras vibrando em guitarras. Se houver tempo, apresente-o aos alunos para ilustrar o conceito. Disponível em:

<<https://aletp.com.br/2010/03/anuncio-retrata-a-vibracao-das-cordas-de-guitarristas/>>

Acesso em: ago. 2018

Exercícios propostos

7. $NS_1 = 10 \cdot \log \left(\frac{10^{-12}}{10^{-12}} \right) = 0 \text{ dB}$

$NS_2 = 10 \cdot \log \left(\frac{1}{10^{-12}} \right) = 120 \text{ dB}$

8. D

I) Correta.

II) Correta.

III) Incorreta. A frequência da onda ultrassônica é mais elevada do que a da onda sonora.

9. a) Pelo gráfico: $d > 10 \text{ m}$

b) $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{100} = 3,4 \text{ m}$

c) A 50 m de distância, o nível sonoro é de 70 dB
 $\frac{I}{I_0} = 10^7$. Portanto, $I = 10^{-5} \text{ W/m}^2$.

10. B

I) Incorreto. A intensidade mínima para audição com a orelha direita está um pouco acima de 20 dB ($\approx 25 \text{ dB}$).

II) Correto.

III) Incorreto. Os ossículos citados são responsáveis pela ampliação do sinal mecânico que será traduzido em elétrico na cóclea.

11. 29 (01 + 04 + 08 + 16)

01) Correta. 105 dB equivalem a 0,5 h e 110 dB equivalem a 0,25 h.

02) Incorreta. Não varia linearmente com a intensidade.

04) Correta. $110 = 10 \cdot \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right)$
 $I = 10^{-1} \text{ W/m}^2$

08) Correta. Como é uma escala logarítmica, cada vez que aumentamos em 10 unidades o nível sonoro, a intensidade aumenta 10 vezes.

16) Correta. $N = 10 \cdot \log \left(\frac{10^{-3}}{10^{-12}} \right) = 90 \text{ dB}$

12. C

Pela relação $f_n = \frac{nv}{2L}$, temos que $L = \frac{nv}{2f_n}$.

Percebe-se que o comprimento da corda é inversamente proporcional à frequência e diretamente proporcional à velocidade da onda. Assim, dobrada a velocidade e também a frequência, concluímos que o comprimento da corda deve ser o mesmo.

13. B

I. Incorreta. A velocidade e a frequência têm dependência com a tensão. Portanto, cordas idênticas tracionadas diferentemente apresentarão velocidades distintas.

II. Correta. Ambas possuem $\lambda = 4 \text{ cm}$.

III. Incorreta. Seria correta se a afirmação I também o fosse.

14. C

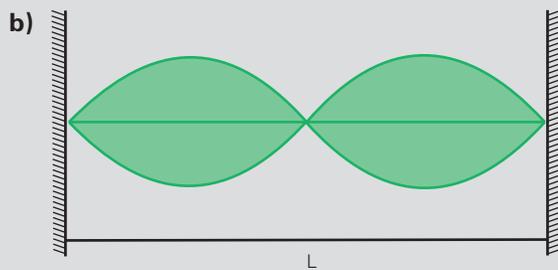
$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

$v' = \sqrt{\frac{2 \cdot F}{2 \cdot \mu}} = v$

Portanto, a velocidade não se altera.

15. a) $f_n = \frac{nv}{2L}$

$L = \frac{nv}{2f} = \frac{3v}{2f_3} = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 5} = 0,6 \text{ m}$



16. C

Para ambos os fios:

$$T = \frac{\text{força}}{\text{área}} = \frac{F}{\pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2}$$

$$f = \frac{1}{d \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot \mu}}$$

Logo, temos:

$$f_1 = \frac{1}{d \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot \mu}} = 600 \text{ Hz}$$

$$f_2 = \frac{2}{3 \cdot d \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot \mu}} = \frac{2}{3} \cdot 600 = 400 \text{ Hz}$$

17. a) A velocidade de um pulso na corda é dada por

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho}}$$

A tensão, em Newtons, na corda, é dada por

$$F = \frac{T}{\pi \cdot (d/2)^2}$$

$$v = \frac{2}{d} \cdot \sqrt{T/\pi \cdot \rho}$$

b) Na nova corda, $v' = \frac{8}{d} \sqrt{\frac{T}{\pi} \cdot \rho} = 4 \cdot v$

c) $f_1 = v/2L$

$$f_1' = 4 \cdot f_1 = 1680 \text{ Hz}$$

Estudo para o Enem

18. E

$$\alpha = 10 \cdot \log \left(\frac{I}{I_0} \right) = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$$

I) $\alpha = 100 \text{ dB}: I = 10^{-2} \text{ W/m}^2$

II) $\alpha = 90 \text{ dB}: I = 10^{-3} \text{ W/m}^2$

III) $\alpha = 60 \text{ dB}: I = 10^{-6} \text{ W/m}^2$

IV) $\alpha = 40 \text{ dB}: I = 10^{-8} \text{ W/m}^2$

V) $\alpha = 20 \text{ dB}: I = 10^{-10} \text{ W/m}^2$

I-E; II-D; III-C; IV-B e V-A

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. C

$$f_4 = n \cdot \frac{v}{2L} \rightarrow 400 = 4 \cdot \frac{v}{2L} \rightarrow \frac{v}{2L} = 100$$

$$f_5 = 5 \cdot \frac{v}{2L} = 5 \cdot 100 \rightarrow f_5 = 500 \text{ Hz}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. A

Para $f = 1,0 \text{ kHz}$, temos $I = 10^{-4} \text{ W/m}^2$; portanto, no limiar da dor.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

4 TUBOS SONOROS E EFEITO DOPPLER

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, estudaremos os tubos sonoros. Apresentaremos o conceito de tubos abertos e fechados. Relacionaremos a frequência, a velocidade de propagação e o comprimento de onda para os dois tipos de tubos. Por fim, deduziremos as equações para determinar a frequência e a velocidade para o n ésimo harmônico em função do fundamental.

Neste módulo, estudamos o efeito Doppler. Apresentamos o efeito Doppler para as ondas sonoras e eletromagnéticas. Mencionamos brevemente algumas aplicações. Caso julgue necessário, utilize os *links* da sessão Para ir além. É importante deixar claro que o referencial adotado determinará o sinal a ser utilizado na equação.

Para ir além

Professor, neste *link*, temos um artigo sobre instrumentos de sopro, para auxiliar na compreensão dos tubos sonoros. Disponível em:

<https://paginas.fe.up.pt/~projfeup/submit_13_14/uploads/relat_1M3_3.pdf>.

Acesso em: ago. 2018.

Simulador sobre efeito Doppler. Disponível em:

<http://grupospupnik.com/paginas_com_flash/Doppler%20Shift%20Demonstrator.htm>

Acesso em: ago. 2018.

Radares e trânsito. Disponível em:

<<https://www.tecmundo.com.br/infografico/10350-como-funcionam-os-radares-de-transito-infografico-.htm>>

Acesso em: ago. 2018.

O efeito Doppler na ultrassonografia. Disponível em:

<<http://www.scielo.br/pdf/cr/v38n3/a47v38n3.pdf>>

Acesso em: ago. 2018.

Exercícios propostos

7. E

$$f_5 = \frac{5 \cdot 320}{4 \cdot 5} = 80 \text{ Hz}$$

8. 7 (01 + 02 + 04)

01. Correto.

02. Correto. Por se tratar de um tubo fechado.

04. Correto.

08. Incorreto. O sexto harmônico deve ocorrer quando $f_6 = 6 \cdot f_1$, isto é, $H_6 = 6 \cdot H_1 = 0,75 \text{ m}$.

16. Incorreto. De fato, $\lambda_7 = \frac{4 \cdot H_7}{7} = 4 \cdot H_1 = 0,5 \text{ m}$.

Porém, haverá a formação de 7 antinodos (fusos).

9. B

Para tubos fechados, temos:

$$f_1 = \frac{n \cdot v}{4 \cdot L}, \text{ então:}$$

$$f_1 = 1 \cdot \frac{330}{4 \cdot L} = 375$$

$$L = \frac{330}{4 \cdot 375}$$

$$L = 0,22 \text{ m}$$

10. B

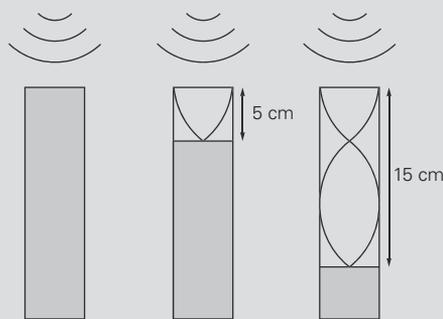
O menor valor de L corresponde à situação em que ocorre o primeiro harmônico. Embora o tubo seja aberto, a água representa uma fechadura em uma das extremidades, portanto, temos um tubo

$$\text{fechado: } f_1 = \frac{v}{4 \cdot L} = \frac{340}{4 \cdot 0,1 \text{ m}} = 850 \text{ Hz}$$

11. Tubo **fechado** com 3 nós = quinto harmônico.

$$f_5 = \frac{5 \cdot v}{4 \cdot L} = \frac{5 \cdot 340}{4 \cdot 5} = 85 \text{ Hz}$$

12. a)



Cálculo da velocidade de escoamento:

$$v = \frac{15}{60}$$

$$v = 0,25 \text{ cm/s}$$

b) Da figura,

$$\frac{\lambda_f}{4} = 5 \text{ cm} \Rightarrow \lambda_f = 0,2 \text{ m}$$

Sendo:

$$v = \lambda_f \cdot f$$

$$340 = 0,2 \cdot f$$

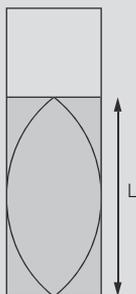
$$f = 1700 \text{ Hz}$$

c) Após a refração, a frequência continua a mesma (propriedade da fonte).

$$1700 = \lambda \cdot 1700$$

$$\lambda = 1 \text{ m}$$

d)



Sendo assim:

$$L = \frac{\lambda}{2} = \frac{1 \text{ m}}{2}$$

$$L = 0,5 \text{ m}$$

$$13. f_o = f_f \cdot \frac{v \pm v_o}{v \pm v_f}$$

Aproximação:

$$284 = f_f \cdot \frac{330}{330 - v_f}$$

Afastamento:

$$266 = f_f \cdot \frac{330}{330 + v_f}$$

Dividindo as duas equações, temos:

$$\frac{284}{266} = \frac{330 + v_f}{330 - v_f}$$

$$v_f = 10,8 \text{ m/s}$$

14. D

Fusca afastando-se de A: $f_A < f$.

Fusca aproximando-se de B: $f_B > f$.

15. D

A figura mostra que os comprimentos de onda estão diminuindo de oeste para leste, o que mostra que a frequência está aumentando nessa direção. Portanto, o efeito Doppler ocorre de oeste para leste.

$$16. f_o = f_f \cdot \frac{v \pm v_o}{v \pm v_f}$$

$$485 = 512 \cdot \frac{340}{340 + v_f}$$

$$v_f = 18,9 \text{ m/s}$$

Como o corpo está em queda livre, temos:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h$$

$$\text{Logo, } h = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{18,9^2}{2 \cdot 9,8} = 18,2 \text{ m.}$$

17. A

$$f_o = f_f \cdot \frac{v \pm v_o}{v \pm v_f}$$

Aplicando a expressão do efeito Doppler para as duas situações:

Aproximação

$$1000 = f_f \cdot \frac{333}{333 - v_f}$$

Afastamento

$$875 = f_f \cdot \frac{333}{333 + v_f}$$

Dividindo uma equação pela outra:

$$\frac{1000}{875} = \frac{333 + v_f}{333 - v_f}$$

$$v_f = 22,2 \text{ m/s}$$

Estudo para o Enem

18. A

A intensidade deverá diminuir com o quadrado da distância, d , segundo a relação $I = P/4\pi d^2$, pois d está aumentando.

O tempo de retorno dos pulsos deverá aumentar, pois $\Delta t = d/v$; d está aumentando e v , a velocidade da mariposa, é constante.

De acordo com o efeito Doppler, o afastamento entre fonte e observador causa diminuição na frequência observada.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. D

Quando a fonte se aproxima do observador, a frequência deve aumentar, de modo que $f_0 (t < t_0) > f_A$.

Após passar pelo observador, a fonte vai se afastando dele; é caso em que a frequência passa a diminuir, isto é, $f_0 (t > t_0) < f_A$.

Em t_0 , a velocidade da fonte inverte seu sentido em relação ao observador; é caso em que $V_{\text{fonte}} = 0$. Então $f_0 = f_A$.

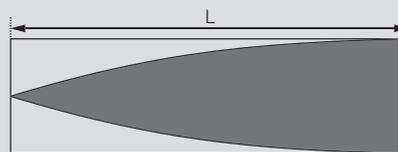
A curva contínua que descreve as três situações mencionadas é a do item D.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. B

Podemos aproximar o canal auditivo para a representação a seguir.



$$f = n \cdot \frac{v}{4 \cdot L}$$

Para o 1º harmônico:

$$f = \frac{340}{4 \cdot 3,4 \cdot 10^{-2}} = 25 \cdot 10^2 \text{ Hz} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

$$f = 2,5 \text{ kHz.}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO
SISTEMA DE ENSINO DOMINCO

5 INTRODUÇÃO À ÓPTICA GEOMÉTRICA

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, fizemos a introdução à óptica geométrica. Trabalhamos de forma breve a discussão sobre a natureza da luz. Conceituamos as fontes, os raios e os feixes de luz. Explicamos o conceito de ano-luz, fizemos uma breve explicação sobre reflexão, refração e difração e finalizamos apresentando uma classificação para os meios de propagação da luz.

Neste módulo, concluímos a introdução à óptica geométrica. Trabalhamos os princípios da óptica geométrica e suas consequências. Estudamos a câmara escura de orifício, que deu origem às máquinas fotográficas. Diferenciamos sombra de penumbra e, para finalizar, estudamos os eclipses solares e lunares.

Para ir além

Simulador sobre a percepção das cores. Disponível em:

<https://phet.colorado.edu/sims/html/color-vision/latest/color-vision_pt.html>.

Acesso em: ago. 2018.

Simuladores simples de eclipses. Disponível em:

<<https://eclipsemega.movie/simulator>>

<<http://astro.unl.edu/classaction/animations/lunarcycles/shadowsim.html>>

Acesso em: set. 2018.

Simulador mais sofisticado, que requer instalação. Disponível em:

<<https://eclipse2017.nasa.gov/nasas-eyes>>

Acesso em: set. 2018.

Exercícios propostos

7. C

A luz do Sol é uma fonte natural de luz branca, isto é, ela é uma fonte primária de luz policromática. Ao projetar-se sobre uma pigmentação branca, ela será refletida em sua quase totalidade, devolvendo a energia de radiação térmica ao meio externo. Se o telhado não for de cor branca, parte da luz incidente será absorvida, aquecendo o interior dos imóveis.

8. A

- I. Verdadeira. Nos meios transparentes, a luz não sofre dispersões.
- II. Falsa. Nos meios translúcidos, a trajetória da luz não é regular.
- III. Falsa. Nos meios opacos, a luz não se propaga.

9. D

- I. Correta. Segundo a definição de ano-luz, a luz, para percorrer uma distância de 250 anos-luz, levará 250 anos para fazê-lo.

- II. Incorreta. Ano-luz não é unidade de medida de tempo.

- III. Correta. A informação de qualquer ocorrido só será perceptível a nós após a luz percorrer a distância de 250 anos-luz.

- IV. Incorreta. Uma foto tirada hoje mostra como ela era há 250 anos.

10. E

A luz solar sofre refração ao deparar-se com a solução de água e cloro acima do telhado, propagando-se em meio líquido até atingir a porção inferior da lâmpada e refratar para o ambiente interno do imóvel.

11. D

Na figura observamos dois fenômenos: a refração da luz devido à mudança de meio de propagação ar-vidro-ar e a dispersão da luz branca em suas sete cores monocromáticas.

12. 27 (01 + 02 + 08 + 16)

01) Correta.

02) Correta.

04) Incorreta. A luz branca é policromática e contém a luz cujo comprimento de onda está associado ao vermelho. Dessa forma, o material será capaz de refletir a luz vermelha, cor que aparentará ser.

08) Correta. Menor comprimento de onda → ultravioleta; maior comprimento de onda → infravermelho.

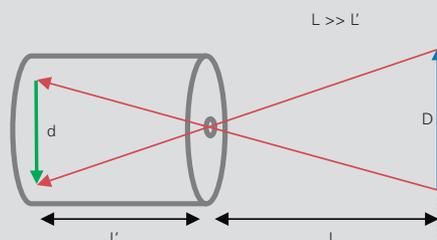
16) Correta. Maior frequência → ultravioleta; menor frequência → infravermelho.

13. D

Aplicando a relação $\frac{i}{o} = \frac{p'}{p}$, temos $\frac{0,03}{o} = \frac{p'}{6} \Rightarrow o p' = 0,18$.

Assim, $i(p) = \frac{0,18}{p}$, de modo que $i(2) = 0,09 \text{ m} = 9 \text{ cm}$.

14. a) Por semelhança de triângulo no tubo, temos:



$D = d \left(\frac{L}{L'} \right)$, onde D é o diâmetro do Sol, $d = 1,4$ cm é o diâmetro da imagem, $L = 1,5 \times 10^8$ km é a distância da Terra ao Sol e $L' = 1,5$ m é o comprimento do tubo.

$$D = 0,014 \cdot \left(\frac{1,5 \cdot 10^{11}}{1,5} \right) = 1,4 \cdot 10^6 \text{ km.}$$

b) Porque a Lua, apesar de possuir diâmetro menor, está muito mais próxima da Terra do que o Sol.

15. A

O ângulo que o prédio faz com o feixe r_2 é igual a $\widehat{C\hat{B}D}$, de modo que $\text{tg}(\widehat{C\hat{B}D}) = 3/8$.

$$\text{Assim, } CD = \frac{3CB}{8} = \frac{3(CA - BA)}{8} = \frac{3(2,9 - 1,3)}{8} = 0,6 \text{ m.}$$

16. H = altura do edifício

S = sombra projetada no solo pelo edifício

h = altura do muro

s = sombra projetada no solo pelo muro

Pela semelhança de triângulos, escrevemos:

$$\frac{H}{h} = \frac{S}{s} \rightarrow \frac{H}{15} = \frac{2}{4} \rightarrow H = 7,5 \text{ m}$$

17. D

A correspondência correta é:

1 – I: a Lua está totalmente iluminada, portanto não há eclipse.

2 – V: a Lua está na região de penumbra e recebe somente parte da luz do sol, ficando um pouco escurecida. Essa situação é denominada eclipse penumbral.

3 – II: metade da Lua está numa região de sombra e a outra metade, na penumbra, resultando em um eclipse parcial da Lua.

4 – IV: a lua está na região de sombra, portanto há eclipse total da Lua.

Estudo para o Enem

18. E

Temos a relação a seguir:

$$30 \text{ cm} \text{ — } 15 \text{ cm}$$

$$30 \text{ cm} + 150 \text{ cm} \text{ — } x$$

$$x = 90 \text{ cm}$$

Para saber o número de vezes que a sombra será maior que a mão é necessário fazer a razão da sombra com a mão: $\frac{90}{15} = 6$ vezes

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. A

Para um objeto ser observado, é necessário que nele reflitam raios de luz e que estes cheguem aos olhos do observador.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. C

A tinta branca reflete todas as cores e, assim, a maior parte da energia incidente no telhado será refletida para fora da construção.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

6 ESPELHOS PLANOS

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, iniciamos o estudo dos espelhos planos. Trabalhamos o princípio do tempo mínimo, as leis da reflexão. Mostramos como construir geometricamente as imagens em espelhos planos. Caracterizamos a sua imagem e estudamos o conceito de campo visual.

Neste módulo, encerramos o estudo dos espelhos planos. Trabalhamos a translação, a rotação e a associação de espelhos planos. Mostramos como construir geometricamente as imagens em espelhos planos.

Para ir além

Simulador de campo visual. Disponível em:

<<http://www.if.ufrj.br/~marta/aplicativos/espelhoplano.swf>>.

Acesso em: set. 2018.

Simulador sobre as leis da reflexão. Disponível em:

<<http://demonstrations.wolfram.com/OpticsLawOfReflection/>>.

Acesso em: set. 2018.

Professor, neste *link*, temos um simulador de associação de espelhos planos. Disponível em:

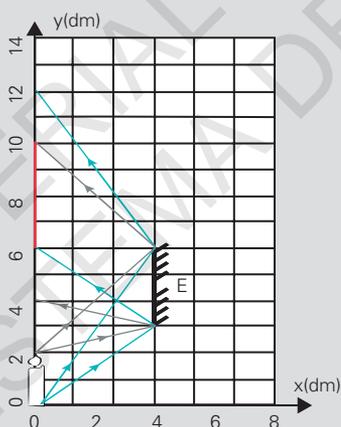
<http://www.cienciamao.usp.br/tudo/exibir.php?midia=tex&cod=_associacaodeespelhosplanos>

Acesso em: set. 2018.

Exercícios propostos

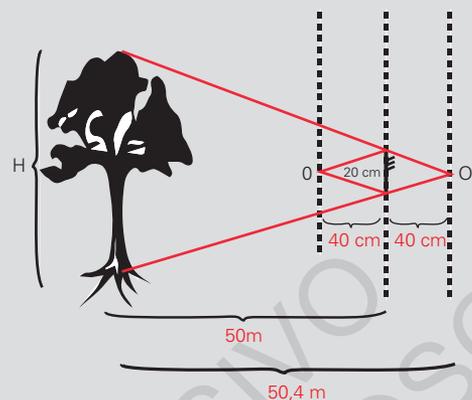
7. E

Traçando os raios que delimitam o campo de visão do espelho e passam pela vela, temos:



Por isso, é possível enxergar a vela inteira entre as posições verticais de 6 a 10 dm.

8.



$$\frac{H}{50,4} = \frac{0,2}{0,4} \Rightarrow H = 25,2 \text{ m}$$

9. A

Por simetria, a distância da imagem ao espelho plano é a mesma distância do objeto ao espelho. Se a distância do poste ao espelho for reduzida à metade, então a distância entre a imagem e o espelho também se reduzirá à metade, resultando em 6 m.

Já o tamanho (altura) da imagem, em um espelho plano, é sempre igual ao do objeto, logo não é alterado pela aproximação do poste ao espelho. Sendo assim, ficara com os mesmos 3 m.

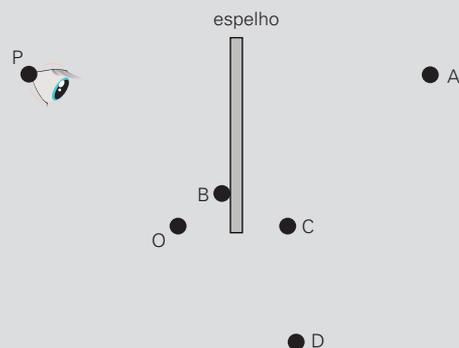
10. D

O ângulo entre os dois espelhos colados é 60° , de modo que o número de imagens observadas por João é

$$N = \frac{360^\circ}{60^\circ} - 1 = 5$$

11. B

Utilizando o princípio de tempo mínimo, projetamos a imagem da lâmpada no ponto C, posição na qual o observador verá a imagem virtual da lâmpada.



12. E

Utilizando o princípio do tempo mínimo, sabemos que a imagem virtual I deve estar "dentro" do espelho e na mesma altura de O . Uma linha reta entre o observador e I deverá cruzar com o espelho P em um dado ponto. É nesse ponto que a luz proveniente de O atingirá o espelho e refletirá aos olhos do observador, satisfazendo à relação de igualdade entre os ângulos de incidência e reflexão, conforme o item E.

13. C

Número de imagens formadas:

$$N = \frac{360^\circ}{\theta} - 1 = \frac{360^\circ}{60^\circ} - 1$$

$$N = 5$$

Para 20 pontos, então, são necessárias 4 faces voltadas para o espelho.

14. Velocidade de aproximação do patinador em relação ao espelho:

$$V_{RE} = 10 \text{ m/s} - 8 \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$$

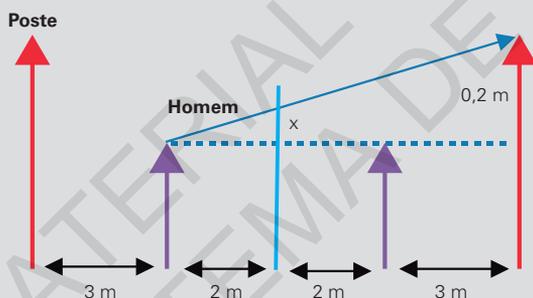
Velocidade de aproximação do patinador em relação à sua imagem:

$$V = 2 \cdot V_{RE} = 2 \cdot 2 \text{ m/s} = 4 \text{ m/s}$$

15. 17 (01 + 16)

01. Correta.

02. Incorreta. A altura mínima para o espelho será $1,80 \text{ m} + x$, onde $\frac{x}{0,2} = \frac{2}{7} \Rightarrow x \approx 0,06 \text{ m}$, de modo que a altura mínima do espelho é $1,86 \text{ m}$.

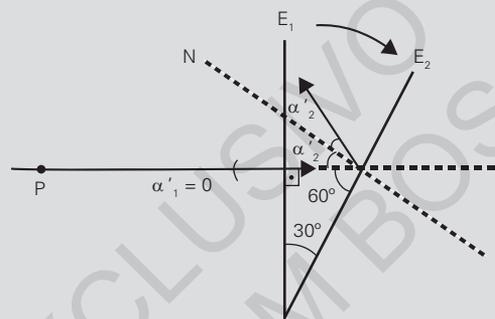
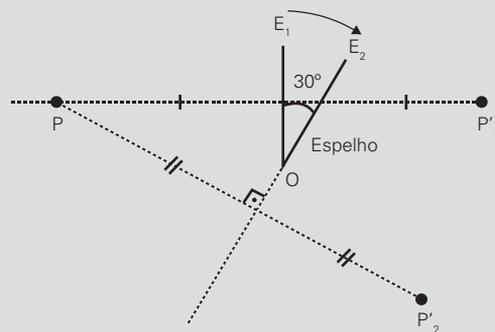


04. Incorreta. Ele continuará a observar todo seu corpo.

08. Incorreta. A distância do poste à imagem virtual do homem será igual a 7 m .

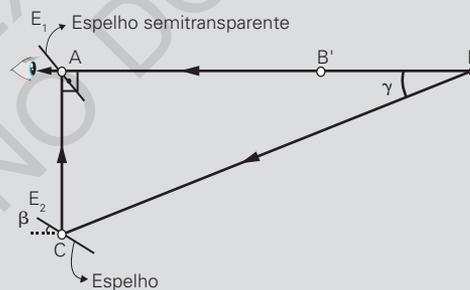
16. Correta.

16.

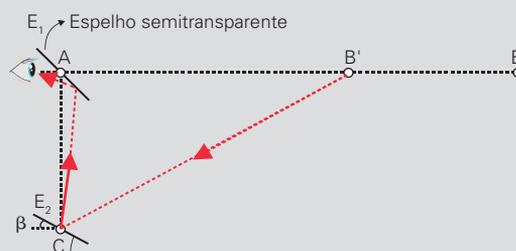


$$\alpha_2 = 90^\circ - 60^\circ \Rightarrow \alpha_2 = 30^\circ$$

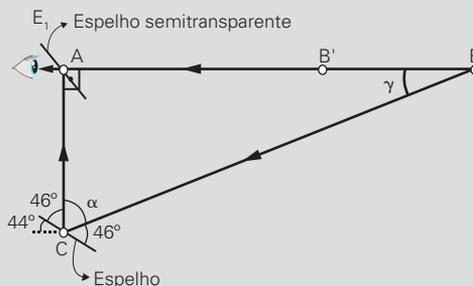
17. a)



b)



c) A seguinte configuração deve ocorrer para que os raios provenientes de E_1 e E_2 sejam sobrepostos no observador:



No triângulo anterior, temos:

$$\alpha + \gamma + 90^\circ = 180^\circ$$

$$2 \cdot 46^\circ + \alpha = 180^\circ$$

De onde obtemos $\gamma = 2^\circ$.

d) Considere a figura anterior, sendo $\alpha = 88^\circ$.

O triângulo ABC permite-nos dizer que

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{\operatorname{sen}(88^\circ)}{\cos(88^\circ)} = \frac{AB}{10}$$

Logo, $AB = 330 \text{ cm}$.

Estudo para o Enem

18. C

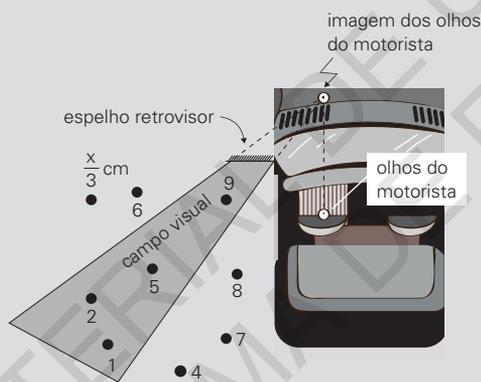
Uma imagem, refletida no espelho, possui o dobro da velocidade em relação ao objeto.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. C

Considerando o espelho plano, temos na figura a seguir seu campo de visão.

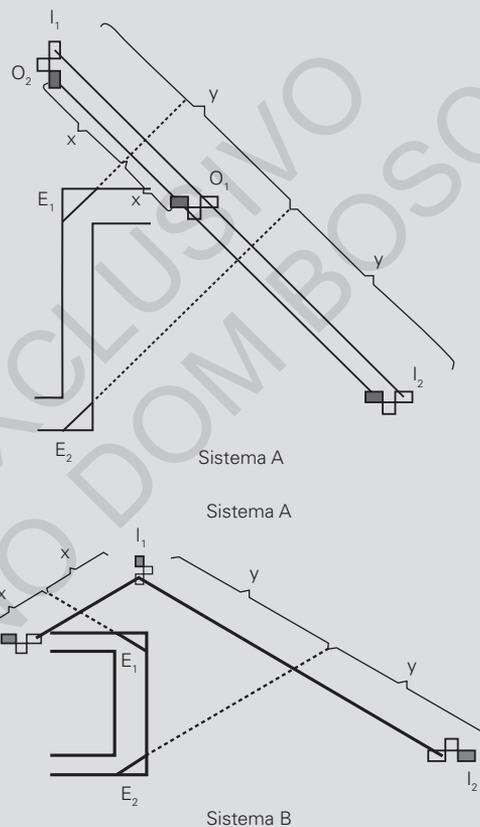


Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como cons-

truções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. B



Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

7 ESPELHOS ESFÉRICOS

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, iniciamos o estudo dos espelhos esféricos. Explicamos a origem, os tipos desses espelhos. Trabalhamos as condições de nitidez de Gauss e os raios notáveis, que possibilitam a construção geométrica das imagens e a determinação das suas características.

Neste módulo, fizemos o estudo analítico dos espelhos esféricos. Explicamos o referencial de Gauss e demonstramos as equações dos pontos conjugados e do aumento.

Para ir além

Simuladores para a construção de imagens em espelhos esféricos

<http://www.ciencia.iao.usp.br/tudo/exibir.php?midia5tex&cod5_espelhoesferico>

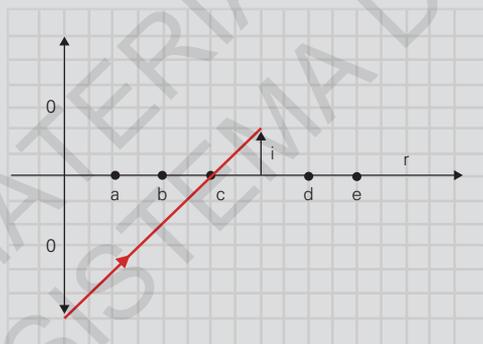
Acesso em: set. 2018.

Exercícios propostos

7. D

Com base no esquema, podemos perceber que a imagem i é menor que o objeto o e é direita. É o único tipo de imagem formada pelo espelho esférico convexo.

Para determinarmos a posição desse espelho esférico convexo, usaremos o raio notável que diz que todo raio de luz que incide sobre o vértice do espelho esférico reflete-se simetricamente em relação ao eixo principal. Para isso, devemos inverter o objeto e unir os extremos dele invertido com os da imagem:

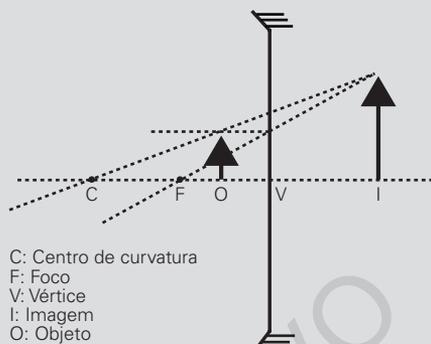


8. E

É virtual, porque é uma imagem formada pelos prolongamentos dos raios luminosos e não pelos próprios raios.

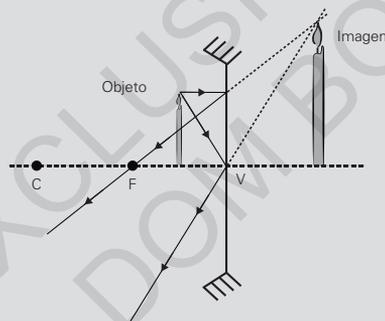
É direita, porque possui o mesmo sentido e não sentidos opostos.

É maior devido ao posicionamento do objeto, entre o foco e o vértice do espelho côncavo..

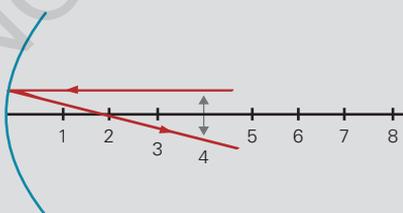


C: Centro de curvatura
F: Foco
V: Vértice
I: Imagem
O: Objeto

9. C

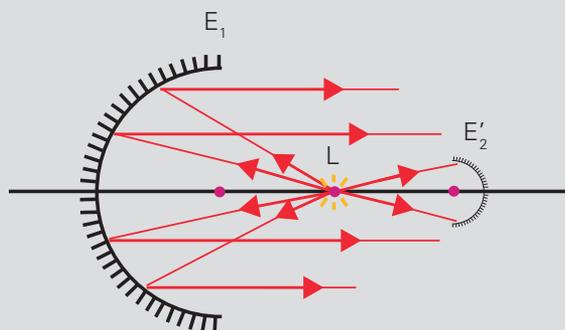


10. B



Todo raio paralelo ao eixo principal reflete passando pelo foco.

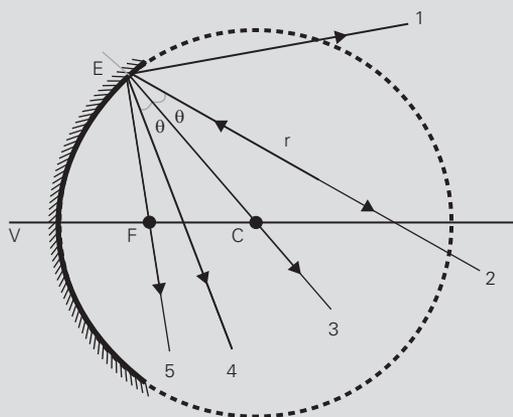
11. E



L deve ser posicionada no foco do espelho 1 e no centro de curvatura do espelho 2.

12. D

Qualquer reflexão, inclusive em espelho esférico, obedece a 2ª lei de refração. Sendo assim, a melhor linha é a 4.



13. a) Se a imagem é virtual, direita e maior, o espelho deve ser **côncavo**.

$$\text{b) } A = \frac{f}{f - p} \Rightarrow \frac{i}{o} = \frac{f}{f - p}$$

$$\frac{2 \cdot o}{o} = \frac{2}{2 - p} \Rightarrow p = 1 \text{ m}$$

14. C

Aplicando a equação de Gauss:

$$f = \frac{p \cdot p'}{p + p'} = \frac{20 \cdot 12}{20 + 12} = 7,5 \text{ cm}$$

$f > 0 \Rightarrow$ espelho côncavo

15. B

1ª lacuna – Segundo o texto, a imagem é virtual e maior. Portanto, trata-se de um espelho **côncavo**.

2ª lacuna – Do texto, $p = 10 \text{ cm}$

O aumento linear transversal (A) é dado por:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow 2 = -\frac{p'}{10} \Rightarrow p' = -20 \text{ cm}$$

Aplicando a equação de Gauss:

$$f = \frac{p \cdot p'}{p + p'} = \frac{-10 \cdot 20}{10 + (-20)} = 20 \text{ cm}$$

16. A

$p = 40 \text{ cm}$

$i = -o$

$$A = -1 \Rightarrow p' = p$$

Aplicando a equação de Gauss:

$$f = \frac{p \cdot p'}{p + p'}$$

$$f = \frac{40 \cdot 40}{40 + 40}$$

$f = 20 \text{ cm}$

17. a) Virtual, formado por prolongamentos dos raios.

b) O encontro dos raios incidentes comporta-se como um objeto para o espelho pequeno.

Sendo assim, temos:

$$P = -0,5 \text{ m (objeto virtual)}$$

$$P' = 2 \text{ m}$$

Da equação de Gauss, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{-0,5} - \frac{1}{2} \Rightarrow f = -\frac{2}{3} \text{ m}$$

Como raio de curvatura (R) é o dobro da distância focal, temos:

$$R = 2 |f| \Rightarrow R = \frac{4}{3} \text{ m}$$

c) Como $f < 0$, o espelho é convexo.

Estudo para o Enem

18. C

Espelho A \rightarrow **convexo**, pois a imagem é virtual direita e **menor**.

Espelho B \rightarrow **plano**, pois a imagem é virtual direita e de **mesmo tamanho**.

Espelho C \rightarrow **côncavo**, pois a imagem é virtual direita e **maior**.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. A

O espelho que, independentemente da posição, sempre produzirá imagem direita é o convexo.

Aplicando a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow -\frac{1}{0,25} = \frac{1}{3} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = -\frac{3}{13} \text{ m}$$

O aumento linear transversal (A) é dado por:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

$$\frac{i}{o} = -\frac{\left(-\frac{3}{13}\right)}{3} \Rightarrow \frac{i}{o} = \frac{1}{13}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20. A

No espelho esférico convexo, a imagem de um objeto real é sempre virtual, direita e menor, si-

tuada entre o foco e o vértice. O fato de a imagem ser menor amplia o campo visual. Esse fato também dá a falsa sensação de que a imagem está mais longe que o objeto.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

8 REFRAÇÃO DA LUZ

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, iniciamos o estudo da refração luminosa. Caracterizamos a refração e trabalhamos os conceitos de índice de refração absoluto e relativo. Apresentamos as leis da refração e suas consequências.

Para ir além

Simulador para refração. Disponível em:

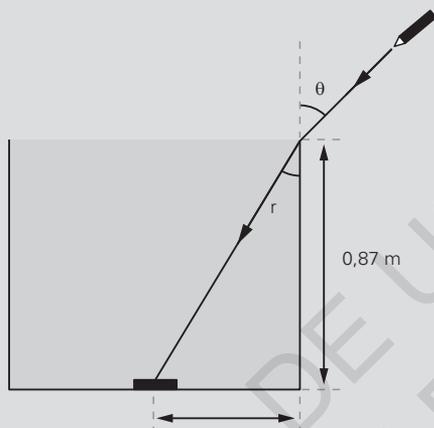
<https://phet.colorado.edu/sims/html/bending-light/latest/bending-light_pt_BR.html>

Acesso em: set. 2018.

Exercícios propostos

7. C

Considerando o esquema a seguir:



$$\operatorname{tg} r = \frac{0,5}{0,87} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$r = 30^\circ$$

Aplicando a lei de Snell:

$$n_{\text{ar}} \cdot \operatorname{sen} \theta = n_{\text{ág}} \cdot \operatorname{sen} 30^\circ$$

$$1 \cdot \operatorname{sen} \theta = 1,4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\operatorname{sen} \theta = 0,7$$

$$\theta = 45^\circ$$

8. C

Ao passar do ar para a água, a luz sofre refração. Das propriedades citadas, só não varia a frequência da onda, pois é determinada pela fonte.

9. C

$$\operatorname{sen} \beta = 0,5 \rightarrow \beta = 30^\circ$$

$$\text{Como } \alpha = 2\beta \rightarrow \alpha = 60^\circ$$

Pela lei de Snell, podemos escrever:

$$n_A \cdot \operatorname{sen} \alpha = n_B \cdot \operatorname{sen} \beta$$

$$1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = n_B \cdot \frac{1}{2} \rightarrow n_B = \sqrt{3}$$

10. A

$$\text{Dados: } n_m = 1; \theta_p = 60^\circ; \theta_r = 30^\circ$$

Aplicando a lei de Snell:

$$n_m \cdot \operatorname{sen} \theta_p = n_L \cdot \operatorname{sen} \theta_r$$

$$1 \cdot \operatorname{sen} 60^\circ = n_L \cdot \operatorname{sen} 30^\circ$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = n_L \cdot \frac{1}{2}$$

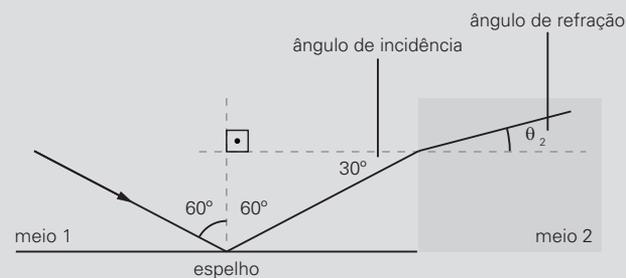
$$n_L = \sqrt{3}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

11.

Considerando o esquema a seguir:



Usando a lei de Snell, com a definição de índice de refração, podemos relacionar as velocidades da luz em cada meio:

$$n_1 \cdot \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \cdot \operatorname{sen} \theta_2$$

$$n = \frac{c}{v}$$

$$\frac{\operatorname{sen} \theta_1}{v_1} = \frac{\operatorname{sen} \theta_2}{v_2}$$

$$v_2 = \frac{v_1 \cdot \operatorname{sen} \theta_2}{\operatorname{sen} \theta_1}$$

Assim, substituindo os valores:

$$v_2 = \frac{v_1 \cdot \sin \theta_2}{\sin \theta_1}$$

$$v_2 = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot \frac{1}{5}}{\frac{1}{2}}$$

$$v_2 = 1,2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

12. E

Pela lei de Snell, temos:

$$n_{\text{am}} \cdot \sin \theta_1 = n_{\text{ar}} \cdot \sin \theta_2$$

$$n_{\text{am}} \frac{2}{r} = 1 \cdot \frac{3}{r}$$

$$n_{\text{am}} = 1,5$$

13. A

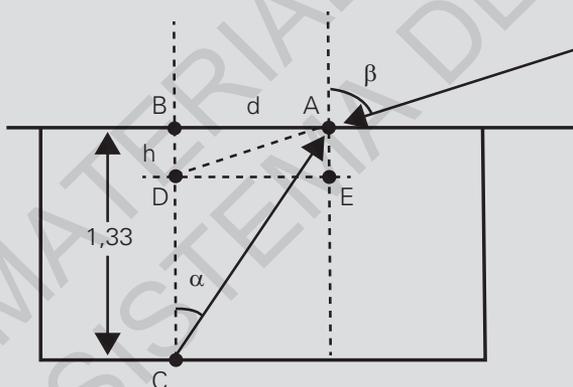
$$d = \frac{e \cdot \sin(i - r)}{\cos r} = \frac{H \cdot \sin(60^\circ - 30^\circ)}{\cos 30^\circ}$$

$$d = \frac{H \cdot \sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{H \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$d = \frac{H}{\sqrt{3}}$$

14. B

Primeiro traçamos uma linha paralela à superfície da água, passando pelo ponto de encontro entre o prolongamento do raio de luz refratado e a normal (DE). Os triângulos ABC e ADE são retângulos. Da figura temos as seguintes relações:



$$\text{tg } \alpha = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \text{tg } \alpha = \frac{d}{1,33}$$

E, como $\triangle ADE \cong \triangle ABC$, pois são opostos pelo vértice,

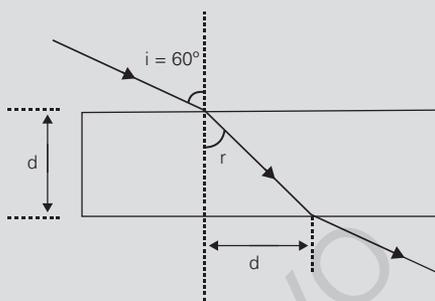
$$\text{temos: } \text{tg } \alpha = \frac{DE}{AE} \Rightarrow \text{tg } \beta = \frac{d}{h}$$

Da lei de Snell-Descartes: $n_{\text{ar}} \cdot \sin \beta = n_{\text{ag}} \cdot \sin \alpha$.

Das aproximações do enunciado e dos dados do

$$\text{problema: } 1 \cdot \frac{d}{h} = 1,3 \cdot \frac{d}{1,33} \Rightarrow h \approx 1,00 \text{ m.}$$

15. B



Pelo esquema anterior:

$$\text{tg } r = \frac{d}{d} = 1 \Rightarrow r = 45^\circ.$$

Aplicando a lei de Snell:

$$n_{\text{ar}} \cdot \sin i = n_{\text{L}} \cdot \sin r$$

$$1 \cdot \sin 60^\circ = n_{\text{L}} \cdot \sin 45^\circ$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = n_{\text{L}} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$n_{\text{L}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$n_{\text{L}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

16.

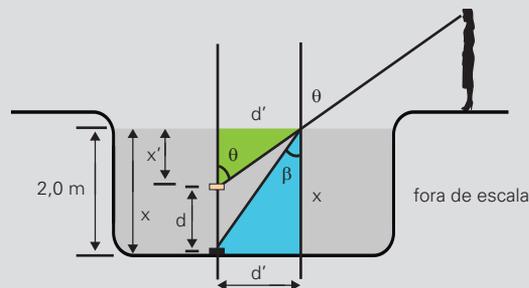
a) De acordo com a lei de Snell:

$$n_1 \cdot \sin \beta = n_2 \cdot \sin \theta$$

$$\frac{4}{3} \cdot \sin \beta = 1 \cdot 0,8$$

$$\sin \beta = 0,6$$

b) Considerando a figura, podemos identificar triângulos retângulos que serão úteis para a resolução com o auxílio da trigonometria.



Da trigonometria:

$$\sin \theta = 0,80$$

$$x' = \frac{x \cdot \tan \beta}{\text{tg } \theta} = \frac{2 \cdot \frac{3}{4}}{\frac{4}{3}} = \frac{9}{8}$$

$$x' = 1,125 \text{ m}$$

Logo, a distância procurada é:

$$d = x - x'$$

$$d = 2 - 1,125$$

$$d = 0,875 \text{ m}$$

$$x' = \frac{x \cdot \tan \beta}{\tan \theta} = \frac{2 \cdot \frac{3}{4}}{\frac{4}{3}} = \frac{9}{8}$$

$$x' = 1,125 \text{ m}$$

Logo, a distância procurada é:

$$d = x - x'$$

$$d = 2 - 1,125$$

$$d = 0,875 \text{ m}$$

17.

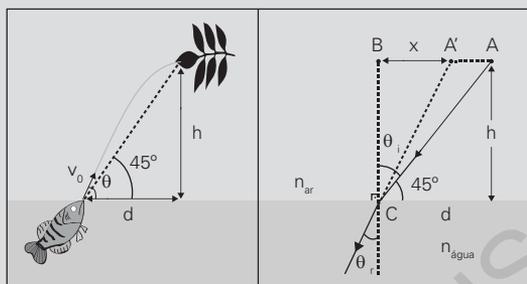


Fig. 1

Fig. 2

Aplicando a lei de Snell na Fig 2:

$$n_{ar} \cdot \sin \theta_i = n_{\text{água}} \cdot \sin \theta_r$$

$$1 \cdot \sin 45^\circ = \sqrt{2} \cdot \sin \theta_r$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \cdot \sin \theta_r$$

$$\sin \theta_r = \frac{1}{2}$$

$$\theta_r = 30^\circ.$$

Ainda na Fig 2, no triângulo retângulo A'BC:

$$\text{tg } \theta_r = \frac{x}{h}$$

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{x}{h}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{h}$$

$$x = h \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$$

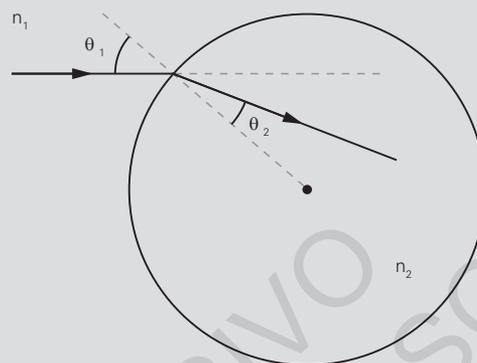
Estudo para o Enem

18. B

Quanto maior o índice de refração de um feixe, maior será o desvio.

$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$$

$$n_1 < n_2 \Rightarrow \sin \theta_1 > \sin \theta_2 \Rightarrow \theta_1 > \theta_2$$



Logo, como $n_{\text{azul}} > n_{\text{vermelho}}$, temos a configuração do item B como resposta correta.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. B

Para ocorrer reflexão total a luz deve estar em um meio de maior índice de refração. A transmissão ocorre com mais eficiência quando praticamente toda a luz é refletida internamente,

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. E

Como os ângulos de incidência e refração são definidos no intervalo de 0° a 90° , o menor seno. Sendo fixo e não nulo o ângulo de incidência, apliquemos a lei de Snell às duas situações, gasolina não adulterada e gasolina adulterada.

$$\frac{\frac{\sin i}{\sin r_1}}{\frac{\sin i}{\sin r_2}} \Rightarrow \frac{\sin i}{\sin r_1} \cdot \frac{\sin r_2}{\sin i} = \frac{1,4}{1,9} = 0,74$$

$$\text{sen } r_2 = 0,75 \cdot \text{sen } r_1$$

$$\text{sen } r_2 < \text{sen } r_1 \Rightarrow r_2 < r_1.$$

Portanto, o raio refratado no caso da gasolina adulterada é menor do que para a gasolina não adulterada. Isso significa que o raio refratado aproximou-se da normal à superfície de separação.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

9 TIPOS DE LENTES E SUAS PROPRIEDADES

Comentário sobre o módulo

Neste módulo, estudaremos as lentes esféricas e suas propriedades, de acordo com o meio em que são inseridas.

Neste módulo, estudaremos o comportamento dos raios de luz ao incidirem nas lentes delgadas esféricas.

Exercícios propostos

7. A

Lentes de vidro no ar e bordos delgados (bordos finos) são lentes convergentes e elas podem ser: biconvexa, plano-convexa e côncavo-convexa.

8. C

Sendo os índices de refração absoluto do vidro e da glicerina praticamente iguais, a luz não sofre refração ao mudar de meio, portanto, o raio de luz não sofre desvio.

9. B

Figura 1: convergência, então, $n_{\text{líquidoA}} < n_{\text{lente}}$

Figura 2: divergência, então, $n_{\text{líquidoB}} > n_{\text{lente}}$

$$n_A < n_C < n_B$$

10. B

Na historinha do Bidu, dá duas informações importantes a respeito da lente: lente de aumento e botafogo. Essas informações levam à lente convergente.

Lente de vidro no ar, são convergentes, as lentes de bordos finos. Na figura, a lente 2 (biconvexa) e a lente 4 (plano-convexa).

11. C

Lente de ar imersa na água, o índice de refração da lente é menor que o índice de refração do meio ($n_{\text{ar}} < n_{\text{água}}$). Então, a lente de bordos finos funciona como lente divergente.

Eduardo considerou o raio sofrendo divergência, portanto, ele está correto.

Mônica considerou o raio sofrendo convergência, portanto, ela errou.

12. C

I. Incorreto. Sendo $n_1 < n_L$, as lentes de bordos finos são divergentes.

II. Correto. Sendo $n_2 > n_L$, as lentes de bordos grossos são divergentes.

III. Correto. Sendo $n_2 > n_L$, as lentes de bordos finos são convergentes.

IV. Correto. Sendo $n_1 < n_L$, as lentes de bordos grossos são convergentes.

V. Correto. Sendo $n_1 < n_L$, as lentes de bordos finos são divergentes.

13. C

I. Correto. O raio de luz que incide paralelamente ao eixo principal de um espelho côncavo, sofre reflexão e sai passando no foco do espelho.

II. Incorreto. O raio de luz que incide na direção do centro de curvatura de um espelho esférico convexo sofre reflexão e volta sobre si mesmo.

III. Correto. O raio de luz que incide paralelamente ao eixo principal de uma lente divergente sofre refração e sai na direção do foco imagem da lente.

IV. Correto. O raio de luz que incide no centro óptico de uma lente sofre refração e passa sem sofrer desvio.

14. D

A luz atravessa o sistema, portanto, sofre refração. Ficam excluídos os espelhos côncavo e convexo. Os raios incidem paralelos e emergem divergentes, portanto, o sistema comporta-se como uma lente divergente.

15. D

Para conseguir fazer os raios incidentes paralelos emergirem também paralelos, são necessárias duas lentes convergentes ou uma lente convergente e outra divergente. No caso das lentes diferentes, a ordem deve ser respeitada, ou seja, primeiro incide na convergente e depois na divergente.

16. B

A luz será convergida pela lente convergente que é a única de bordos finos: a lente II.

17. A partir do ponto de convergência, podemos traçar uma reta paralela ao eixo x, de modo que:

$$\alpha = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\text{cateto oposto} = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\text{cateto adjacente} = f$$

$$\text{tg}30^\circ = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3\sqrt{3}}{f} \Rightarrow f = 9 \text{ cm}$$

Estudo para o Enem

18. A

$$n_{\text{ar}} = 1; n_{\text{B}} = 1,2 \text{ e } n_{\text{C}} = 1,3$$

Para a lente de bordos finos ser convergente, $n_{\text{lente}} > n_{\text{meio}}$.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. A

Lente 1: bordos finos será convergente se $n_1 > n_2$ e divergente se $n_1 < n_2$.

Lente 2: bordos grossos será divergente se $n_1 > n_2$ e convergente se $n_1 < n_2$.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. B

As faces da esfera comportam-se como convexas, portanto, seria uma lente convergente, se $n > 1,4$ e divergente, se $n < 1,4$.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO PROFESSOR
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

10 CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA DE IMAGENS NAS LENTES E SUA DETERMINAÇÃO ANALÍTICA

Comentário sobre o módulo

Neste módulo, estudaremos a formação de imagens nas lentes esféricas, de acordo com a posição relativa do objeto no eixo principal.

Neste módulo, estudaremos algumas características das lentes esféricas, como vergência e aumento linear, bem como seu estudo analítico.

Exercícios propostos

7. B

A lente 1 fornece imagem ampliada, portanto, convergente, e a imagem está do mesmo lado do objeto e no prolongamento dos raios refratados, portanto é virtual.

A lente 2 fornece imagem do mesmo lado que o objeto, portanto, virtual e de tamanho menor que o objeto. Essa lente é divergente.

8. C

Para formar uma imagem real, invertida e de mesmo tamanho que o objeto, a lente deve ser convergente e o objeto deve posicionar-se sobre o ponto antiprincipal objeto.

9. D

Aluno 1: Correto. A imagem de um objeto infinitamente distante, na lente convergente, forma-se no foco.

Aluno 2: Incorreto. Afastando-se o objeto até que ele desapareça, não haverá mais imagem formada pela lente, portanto, não se pode medir a distância focal.

Aluno 3: Correto. O maior tamanho possível acontece para o objeto no infinito. Nesse caso, a imagem estará próxima do foco da lente.

10. B

O objeto está colocado entre o ponto antiprincipal e o foco de uma lente convergente (bordos finos). A imagem formada está além do ponto antiprincipal imagem e será real, invertida e de tamanho maior que o objeto.

11. D

Na lente convergente, objeto colocado entre o ponto antiprincipal objeto e o foco objeto terá sua imagem após o ponto antiprincipal imagem e será real, invertida e maior que o objeto.

12. C

I. Correto. Objeto antes do foco da lente con-

vergente, a imagem será real e invertida e do outro lado da lente.

II. Incorreto. Toda imagem virtual é direita em relação ao objeto.

III. Incorreto. Na lente convergente, objeto entre foco e a lente, a imagem é virtual e se encontra do mesmo lado que o objeto.

IV. Correto. Na lente divergente a imagem formada está sempre entre o objeto e a lente. Ela é virtual e direita.

V. Incorreto. Na lente divergente, a imagem formada está sempre entre o objeto e a lente. Ela é virtual e direita.

13. A

$$p = 23 \text{ cm e } f = 10 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{23} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{23} = \frac{13}{230}$$

$p' = 17,69 \text{ cm}$ ($p' > 0 \rightarrow$ a imagem é real e invertida)

$p > p' \rightarrow$ a imagem é menor que o objeto

14. A

$$o = 10 \text{ cm, } p = 7 \text{ cm e } f = 5 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{1}{7} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{5} - \frac{1}{7} = \frac{2}{35} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p' = 17,5 \text{ cm}$$

$$\frac{i}{o} = \frac{-p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{10} = \frac{-17,5}{7} \Rightarrow i = -25 \text{ cm}$$

15. C

$$o = 10 \text{ cm, } p = 10 \text{ cm e } f = 20 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{10} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{20} - \frac{1}{10} = \frac{-1}{20} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p' = -20 \text{ cm}$$

$p' < 0 \rightarrow$ a imagem é virtual e direita.

$$\frac{i}{o} = \frac{-p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{10} = \frac{-(-20)}{10} \Rightarrow i = 20 \text{ cm}$$

16. $o = T_0 = 15 \text{ cm, } p = D_0 = 30 \text{ cm, } i = T_i = 3 \text{ cm}$ (imagem virtual)

$$\text{a) } \frac{i}{o} = \frac{-p'}{p} \Rightarrow \frac{3}{15} = \frac{-p'}{30} \Rightarrow p' = -6 \text{ cm}$$

$$\text{b) } \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{30} + \frac{-1}{6} = \frac{-4}{30} = \frac{-1}{7,5} \Rightarrow f = -7,5 \text{ cm}$$

c) $f < 0$, a lente é divergente

17. 15 (01 + 02 + 04 + 08)

$$p' = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}, o = 10 \text{ cm}, p = 25 \text{ cm}$$

01. Correto. Imagem projetada é real e a única lente que fornece imagem real é a convergente.

$$\text{02. Correto. } \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{25} + \frac{1}{100} = \frac{5}{100} = \frac{1}{20} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f = 20 \text{ cm}$$

04. Correto. Toda imagem real é invertida.

$$\text{08. Correto. } \frac{i}{o} = \frac{-p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{10} = \frac{-100}{25} \Rightarrow i = -40 \text{ cm}$$

16. Incorreto. A imagem é projetada na tela, portanto é real.

Estudo para o Enem

18. A

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{4,0} = \frac{1}{2,0} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{4,0} - \frac{1}{2,0} = \frac{-1}{4,0}$$

$p' = -4,0 \text{ m}$ (p' negativo, a imagem é virtual e, neste caso, estará do mesmo lado do objeto).

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. E

$$p = 6 \text{ cm}, f = 4 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p' = 12 \text{ cm}$$

$$d = p + p' = 6 + 12 = 18 \text{ cm}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. B

$$p = 6 \text{ cm} \text{ e no gráfico, } A = 0,63$$

$$A = \frac{-p'}{p} \Rightarrow p' = -0,63 \cdot 6 \cong -3,75 \text{ cm (imagem virtual)}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{6} + \frac{1}{-3,75} \Rightarrow f = -10 \text{ cm (lente divergente)}$$

$A < 1$, a imagem é menor que o objeto.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

11 AUMENTO LINEAR TRANSVERSAL E ASSOCIAÇÃO DE LENTES ESFÉRICAS

Comentário sobre o módulo

Neste módulo, estudaremos algumas características das lentes esféricas, como vergência e aumento linear, bem como seu estudo analítico.

Neste módulo, estudaremos a equação dos fabricantes de lentes, além de compreender como é feita sua associação, formando um sistema acromático.

Exercícios propostos

7. A

$p = 4,0$ cm e $f = 6,0$ cm (lupa é uma lente convergente)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{6,0} = \frac{1}{4,0} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{6,0} - \frac{1}{4,0} = \frac{-1}{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p' = -12 \text{ cm}$$

$$A = \frac{-p'}{p} = \frac{-(-12)}{4,0} \Rightarrow A = 3 \text{ vezes}$$

8. D

$o = 10$ cm, $p = 10$ cm e $f = 20$ cm

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{10} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{20} - \frac{1}{10} = \frac{-1}{20} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p' = -20 \text{ cm}$$

$$\frac{i}{o} = \frac{-p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{10} = \frac{-(-20)}{10} \Rightarrow i = 20 \text{ cm}$$

$p' < 0 \rightarrow$ imagem virtual e direita

9. 21 (01 + 04 + 16)

01. Correto. Raios com incidência paralela ao eixo principal refletem passando pelo foco.

02. Incorreto. Vértice é um ponto do espelho, portanto não é possível colocar um objeto no espelho.

04. Correto. A vergência está associada ao grau da lente que é o poder de convergir ou divergir os raios luminosos.

08. Incorreto. Raios paralelos ao eixo principal da lente sofrem refração e, se não se interceptam, a lente é divergente, ou seja, o encontro será no prolongamento dos raios e esse ponto é virtual.

16. Correto. As equações de Gauss possibilitam obter as características das imagens com base em cálculos (determinação analítica).

10. a) No gráfico: Para $p = 10$ cm, não há p' , ou seja, a imagem está no infinito e isso acontece quando o objeto for colocado no foco. $f = 10$ cm e $p = 60$ cm

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{60} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{60} = \frac{5}{60} =$$

$$= \frac{1}{12} \Rightarrow p' = 12 \text{ cm}$$

b) $o = 8$ mm, $p = 2$ cm e $f = 10$ cm

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{2} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{2} = \frac{-4}{10} = \frac{-1}{2,5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p' = -2,5 \text{ cm}$$

$$\frac{i}{o} = \frac{-p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{8} = \frac{-(-2,5)}{2} \Rightarrow i = 10 \text{ mm}$$

11. 08 (08)

$p + p' = 2$ m e $A = -4$ vezes

01. Incorreto. Toda imagem projetada é real e invertida.

02. Incorreto. $A = \frac{-p'}{p} \Rightarrow -4 = \frac{-p'}{p} \Rightarrow p' = 4p$

$$p + p' = 2 \Rightarrow p + 4p = 2 \Rightarrow p = 0,4 \text{ m}$$

$$p' = 4p = 4 \cdot 0,4 = 1,6 \text{ m}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{0,4} + \frac{1}{1,6} = \frac{5}{1,6} = \frac{1}{0,32} \Rightarrow f = 0,32 \text{ m}$$

04. Incorreto. A nova imagem nítida ocorrerá quando as posições p e p' forem invertidas.

08. Correto. Invertendo-se as posições do objeto e imagem, a imagem terá um quarto do tamanho do objeto.

16. Incorreto. A lente é convergente (imagem real), portanto, a vergência será positiva.

12. E

$p = 20$ cm e $f = 30$ cm (informação do gráfico que é o ponto em que a imagem muda de direita para invertida). Na posição $p = 0$, o tamanho do objeto coincide com o tamanho da imagem ($o = 10$ cm).

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{30} = \frac{1}{20} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{30} - \frac{1}{20} = \frac{-1}{60}$$

$$p' = -60 \text{ cm}$$

$$\frac{i}{o} = \frac{-p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{10} = \frac{-(-60)}{30} \Rightarrow i = 20 \text{ cm}$$

13. E

Raios paralelos à lente 1, convergem para o foco:
 $f_1 = 50 \text{ cm}$

Raios convergindo para o foco da lente 2, divergem e saem paralelos ao eixo principal:

$$f_2 = -(50 - 40) = -10 \text{ cm}$$

$$\frac{|f_1|}{|f_2|} = \frac{50}{10} = 5$$

14. 06 (02 + 04)

01. Incorreto.

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_l}{n_m} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \left(\frac{1,5}{1,0} - 1 \right) \left(\frac{1}{R} \right) = \frac{0,5}{R}$$

$$f = \frac{R}{0,5} = 2R$$

02. Correto. Se o índice de refração do meio externo mudar de menor que n para maior que n , a lente muda seu comportamento de convergente para divergente.

$$04. \text{ Correto. } \frac{1}{f} = \left(\frac{n_l}{n_m} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \left(\frac{1,5}{1,0} - 1 \right) \left(\frac{2}{R} \right) = \frac{1}{R}$$

$$f = R$$

08. Incorreto. Lente plano-côncavo terá um raio igual a infinito e o outro maior que zero e menor que infinito.

15. A

$$R_1 = R_2 = 0,5 \text{ m, } \frac{n_{\text{lente}}}{n_{\text{meio}}} = 1,5 \text{ e } p = 1 \text{ m}$$

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_l}{n_m} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (1,5 - 1) \cdot \left(\frac{2}{0,5} \right) = \frac{1}{0,5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f = 0,5 \text{ m}$$

$p = 2f$. Então, o objeto se encontra no ponto anti-principal objeto. Sua imagem será: real, invertida e de tamanho igual ao do objeto.

16. 14 (02 + 04 + 08)

$$R_1 = R_2 = 30 \text{ cm, } n_{\text{li}} = 2$$

01. Incorreto. O raio de luz passa do meio externo (menos refringente) para o interno (mais refringente); o raio luminoso se aproxima da reta normal.

02. Correto. O raio luminoso passa do meio interno (menos refringente) para o externo (mais refringente); o raio luminoso se aproxima da normal.

04. Correto.

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_l}{n_m} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \left(\frac{2,5}{2,0} - 1 \right) \left(\frac{2}{30} \right) = \frac{0,5}{30} = \frac{1}{60}$$

$$f = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m}$$

08. Correto.

$$V = \left(\frac{n_l}{n_m} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \left(\frac{1,5}{2,0} - 1 \right) \left(\frac{2}{0,3} \right) = \frac{-0,5}{0,3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{-5}{3} \text{ di}$$

$V < 0$: lente divergente.

16. Incorreto. A vergência é negativa.

17. B

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{f_2 + f_1}{f_1 \cdot f_2} \Rightarrow f = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2}$$

Estudo para o Enem

18. E

$$p = 15 \text{ cm e } f = 20 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{15} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{20} - \frac{1}{15} = \frac{-1}{60}$$

$$p' = -60 \text{ cm (imagem virtual)}$$

$$A = \frac{-p'}{p} = \frac{-(-60)}{15} = 4 \text{ vezes}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. E

$$f = 5 \text{ cm, } o = 2 \text{ cm e } p = 7,5 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{1}{7,5} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{5} - \frac{1}{7,5} = \frac{1}{15}$$

$$p' = 15 \text{ cm}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. E

$p = 36 \text{ cm}$, $o = 20 \text{ cm}$, $n_L = 1,5$ e $n_m = 1$.

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_L}{n_m} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \left(\frac{1,5}{1,0} - 1 \right) \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{0,5}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$\Rightarrow f = 4 \text{ cm}$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{36} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{4} - \frac{1}{36} = \frac{8}{36}$$

$p' = 4,5 \text{ cm}$

$$\frac{i}{o} = \frac{-p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{20} = \frac{-4,5}{36} \Rightarrow i = -2,5 \text{ cm}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

12 ÓPTICA DA VISÃO E INSTRUMENTOS ÓPTICOS

Comentário sobre o módulo

Neste módulo, estudaremos os defeitos da visão e as características das lentes usadas em sua correção.

Exercícios propostos

7. D

A presbiopia ocorre devido aos músculos ciliares perderem sua função de ajustar o foco do cristalino.

8. C

A catarata não é corrigida com o uso de óculos. Na catarata, o cristalino torna-se opaco e ele deve ser substituído por uma lente artificial.

9. C

O dono da receita usa óculos para longe, miopia, de vergência -1 di. Além disso, ele necessita de óculos para leitura (perto) de 2 di, cuja ametropia é a presbiopia.

10. 51 (01 + 02 + 16 + 32)

01. Correto. Apenas a lente convergente forma a imagem real. A figura mostra que a imagem é real, invertida e menor que o objeto.

02. Correto. A maior velocidade da luz dentro do olho ocorre para o meio de menor índice de refração absoluto. No caso, o humor vítreo e o humor aquoso (1,33).

04. Incorreto. Na refração, nem sempre ocorre mudança na direção de propagação da luz. Na incidência normal, a luz passa sem sofrer desvios. Na refração, ocorre mudança na velocidade da luz.

08. Incorreto. A refração ocorre em todas as mudanças de meios de índices diferentes: ar para córnea, córnea para humor aquoso, humor aquoso para o cristalino e cristalino para o humor vítreo.

16. Correto. Na miopia, a imagem é formada antes da retina e a sua correção é feita por meio de óculos de lentes divergentes.

32. Correto. O sintoma é o mesmo da hipermetropia e presbiopia. A origem é diferente. A presbiopia surge com a idade devido ao envelhecimento dos músculos ciliares, e a hipermetropia é o olho curto. Ambas corrigidas com o uso de óculos de lentes convergentes.

64. Incorreto. A correção é feita com o uso de óculos de lentes convergentes.

11. A

O defeito de visão é para enxergar perto, portanto, o estudante tem hipermetropia.

$$D = \frac{1}{f} \Rightarrow 2,0 = \frac{1}{f} \Rightarrow f = 0,5 \text{ m}$$

12. a) Na figura (a), o raio de luz que incide paralelamente ao eixo principal sofre refração e sai passando no foco, portanto, $f = 2,0$ cm.

Na figura (b):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{2,0} = \frac{1}{50} + \frac{1}{p'} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{2} - \frac{1}{50} = \frac{24}{50} \Rightarrow p' = 2,08 \text{ cm}$$

$$d = 2,08 - 2$$

$$d = 0,08 \text{ cm}$$

b) $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, $\Delta t = 70$ fs = $70 \cdot 10^{-15}$ s e $\lambda = 1050$ nm = $1050 \cdot 10^{-9}$ m

$$c = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow 3 \cdot 10^8 = \frac{1050 \cdot 10^{-9}}{T} \Rightarrow T = 350 \cdot 10^{-17}$$

$$T = 3,5 \cdot 10^{-15} \text{ s}$$

$$n = \frac{\Delta t}{T} = \frac{70 \cdot 10^{-15}}{3,5 \cdot 10^{-15}} = 20$$

13. E

I. Incorreta. São instrumentos de aproximação.

II. Incorreta. A lupa fornece imagem: virtual, direta e maior que o objeto.

III. Correta. O aumento total é igual ao produto dos aumentos de cada lente: ocular e objetiva.

IV. Correta. O microscópio comum possui duas lentes convergentes (lentes de bordas finas).

V. Correta. Com a luneta, temos a impressão de que o objeto se encontra mais próximo.

14. E

A imagem formada de um objeto por uma lente divergente terá sempre a mesma característica, independente da posição do objeto. Será sempre: virtual, direta e menor que o objeto.

15. E

O autofoco ultrarrápido ocorre quando a máquina ajusta de maneira automática o foco para que a imagem nítida caia exatamente sobre o filme.

16. E

$$A = \frac{f_{\text{ob}}}{f_{\text{oc}}} = \frac{960}{f_{\text{oc}}} = 20$$

$f_{\text{ob}} = 48$ mm. A imagem formada pela lente divergente é virtual, direta e menor.

17. B

$$f_{ob} = 1 \text{ cm}, f_{oc} = 4 \text{ cm} \text{ e } d = 6 \text{ cm}$$

(F) Para formar uma imagem real, invertida e maior, o objeto deve estar entre o foco e o ponto antiprincipal objeto ($f < p < 2f$, ou seja, $1 \text{ cm} < p < 2 \text{ cm}$).

$$(V) \frac{1}{f_{ob}} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow \frac{1}{p'_1} = \frac{1}{1} - \frac{1}{1,5} = \frac{1}{3} \Rightarrow p'_1 = 3 \text{ cm}$$

$$(V) p_2 = d - p'_1 = 6 - 3 = 3 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f_{oc}} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2} \Rightarrow \frac{1}{p'_2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{-1}{12} \Rightarrow p'_2 = -12 \text{ cm}$$

Imagem: virtual, invertida em relação ao objeto da primeira lente e com tamanho maior que o objeto.

(F) Para que a ocular forme uma imagem virtual, a imagem da objetiva, que é o objeto da ocular, deverá estar a menos de 4 cm dessa lente, ou seja, entre o foco e a lente.

Estudo para o Enem

18. D

Na miopia, a imagem se forma antes da retina, e a correção deve ser feita com o uso de lentes divergentes.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar propriedades físicas, químicas ou biológicas de produtos, sistemas ou

procedimentos tecnológicos às finalidades a que se destinam.

19. E

Na miopia, a imagem se forma antes da retina. Para isso, na situação apresentada, a distância focal da lente deve diminuir, tornando-se mais convergente.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar propriedades físicas, químicas ou biológicas de produtos, sistemas ou procedimentos tecnológicos às finalidades a que se destinam.

20. C

Para convergir a luz em C, o espelho B deve ser côncavo. A lente D deve formar uma imagem real e ampliada, que só é possível com uma lente convergente.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Avaliar propostas de intervenção no ambiente, considerando a qualidade da vida humana ou medidas de conservação, recuperação ou utilização sustentável da biodiversidade.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO

13 INTRODUÇÃO À HIDROSTÁTICA E TEOREMA DE STEVIN

Comentário sobre o módulo

Neste módulo, iniciamos o estudo da hidrostática. Trabalhamos os conceitos de massa específica e densidade, embora muitos vestibulares não façam distinção entre esses conceitos. Apresentamos o conceito de pressão, suas aplicações e suas principais unidades. A compreensão desses conceitos é essencial para a continuidade dos estudos em hidrostática.

Neste módulo, estudamos o teorema de Stevin. Nesse processo, demonstramos o teorema, para que o aluno possa ter uma melhor compreensão do conceito de pressão hidrostática, a base dos estudos da hidrostática.

Para ir além

Simulador de pressão. Disponível em:
<<https://phet.colorado.edu/pt/simulation/under-pressure>>.
Acesso em: out. 2018.

Exercícios propostos

7. D

$$V = \pi \cdot 1^2 \cdot 0,22 = 0,22 \cdot \pi \text{ cm}^3$$

$$d = \frac{4,8}{0,22 \cdot \pi} = \frac{4,8}{0,22 \cdot 3}$$

$$d \approx 7 \text{ g/cm}^3$$

8. $p = \frac{F}{A} = \frac{P}{A}$

$$p = \frac{m \cdot g}{\pi \cdot \frac{d^2}{4}} = \frac{4 \cdot 942 \cdot 10}{3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-2}}$$

$$p = 3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

9. A

$$m_c = m_t - m$$

$$m_c = 30960 - 12000$$

$$m_c = 18960 \text{ kg}$$

Pelo gráfico:

$$d_c = \frac{1,58 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-6}}$$

Volume do tanque:

$$d_c = \frac{m_c}{V}$$

$$\frac{1,58 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-6}} = \frac{18960}{V}$$

$$V = 24 \text{ m}^3$$

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot L$$

$$L = \frac{V}{\pi \cdot R^2} = \frac{24}{3 \cdot (1)^2}$$

$$L = 8 \text{ m}$$

10. a) $\tau_{\text{Fat}} = \Delta E_{\text{cin}}$

$$-8 \cdot F_{\text{at}} \cdot d = 0 - \frac{m \cdot v_0^2}{2}$$

$$8 \cdot \mu \cdot N \cdot d = \frac{m \cdot v_0^2}{2}$$

$$8 \cdot 0,8 \cdot N \cdot 20 = \frac{500 \cdot (200)^2}{2}$$

$$N = 718 \text{ N.}$$

b) $p = \frac{F}{A} = \frac{N}{\pi \cdot \frac{d^2}{4}}$

$$p = \frac{4 \cdot 781}{3 \cdot (4 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$p \approx 6,5 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

11. E

$$m_s = 20 \cdot 320 = 6400 \text{ g} = 6,4 \text{ kg.}$$

$$u = \frac{m}{m_s} \Rightarrow 0,5 = \frac{m}{6,4}$$

$$m = 0,5 \cdot 6,4 = 3,2 \text{ kg.}$$

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1 = \frac{3,2}{V_s}$$

$$V_s = 3,2 \text{ L}$$

12. $p_{\text{sub}} = p_{\text{ext}} - p_{\text{int}} = (p_{\text{atm}} + d \cdot g \cdot h) - p_{\text{atm}}$

$$p_{\text{sub}} = d \cdot g \cdot h = 10^3 \cdot 10 \cdot 100$$

$$p_{\text{sub}} = 10 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

$$p_{\text{nave}} = p_{\text{int}} - p_{\text{ext}} - p_{\text{atm}} = -0$$

$$p_{\text{nave}} = 1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa.}$$

$$\frac{p_{\text{sub}}}{p_{\text{nave}}} = \frac{10 \cdot 10^5}{10^5}$$

$$\frac{p_{\text{sub}}}{p_{\text{nave}}} = 10$$

13. B

Sendo para cada 1 atm de pressão uma coluna de 10 m de água, então, uma vez que a pressão da água corresponde a 2 atm, a coluna de água associada a este valor é de 20 m.

14. D

$$p_1 \cdot h_1 = p_2 \cdot h_2$$

$$2 \cdot 20 = p_2 \cdot 16$$

$$p_2 = 2,5 \text{ atm}$$

$$p = p_{\text{atm}} + d \cdot g \cdot h$$

$$2,5 \cdot 10^5 = 1,0 \cdot 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot h$$

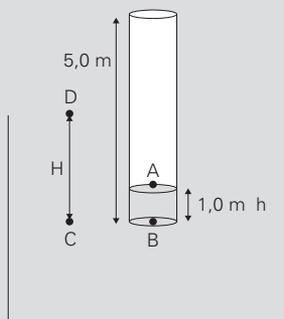
$$h = 15 \text{ m}$$

$$\Delta h = h - h_0 = 15 - 10$$

$$\Delta h = 5 \text{ m}$$

$$15. p_C = p_D + d \cdot g \cdot H$$

$$p_B = p_A + d \cdot g \cdot h$$



$$p_B = p_C$$

$$p_D + d \cdot g \cdot H = p_A + d \cdot g \cdot h$$

$$d \cdot g \cdot H - d \cdot g \cdot h = p_A - p_D$$

$$d \cdot g \cdot (H - h) = p_A - p_D$$

$$H = \frac{p_A - p_D}{d \cdot g} + h$$

$$H = \frac{1,25 \cdot 10^5 - 1,0 \cdot 10^5}{1,0 \cdot 10^3 \cdot 10} + 1$$

$$H = 3,5 \text{ m}$$

$$16. A$$

$$h_{10} = \frac{\Delta p}{d \cdot g} = \frac{(4,0 - 1,0) \cdot 10^5}{1000 \cdot 10}$$

$$h_{10} = 30 \text{ m}$$

Logo, o pé direito de cada pavimento é:

$$h_1 = \frac{h_{10}}{10} = \frac{30 \text{ m}}{10}$$

$$h_1 = 3,0 \text{ m}$$

$$17. A$$

$$A \cdot (h_A + h_B + h_C + h_D + h_E) = A \cdot (5 \cdot h)$$

$$h = \frac{h_A + h_B + h_C + h_D + h_E}{5}$$

$$h = \frac{8 + 7 + 6 + 5 + 4}{5}$$

$$h = 6 \text{ dm.}$$

Caso o nível da água, no reservatório E, atinja a mesma altura da válvula, não passará água de E para F. Dessa forma, nos reservatórios de A e E o nível ficará em 6 dm e no reservatório F será de 3 dm.

Estudo para o Enem

18. E

Dentre as opções, o álcool comercial é a única que apresenta densidade entre os valores das densidades dos medidores A e B.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar propriedades físicas, químicas ou biológicas de produtos, sistemas ou procedimentos tecnológicos às finalidades a que se destinam.

19. D

$$p = \frac{F}{A} = \frac{P}{A} = \frac{m \cdot g}{A} \Rightarrow m = \frac{p \cdot A}{g}$$

$$m = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 0,02}{10}$$

$$m = 4 \cdot 10^4 \text{ kg.}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar propriedades físicas, químicas ou biológicas de produtos, sistemas ou procedimentos tecnológicos às finalidades a que se destinam.

20. B

$$p = d \cdot g \cdot h = 10^3 \cdot 10 \cdot 10$$

$$p = 10^5 \text{ Pa}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

14 EXPERIÊNCIA DE TORRICELLI E VASOS COMUNICANTES

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, estudamos a experiência de Torricelli. Mostramos o fator motivacional da experiência, acompanhado de um breve histórico. Apresentamos também sua consequência, que permitiu medir a pressão atmosférica.

Exercícios propostos

7. 29 (01 + 04 + 08 + 16)

[02] Falso. A pressão só depende da profundidade, em relação à superfície de um líquido, ou seja, não depende do formato do recipiente que contém esse líquido.

8. A

A pressão atmosférica na mina será maior que ao nível do mar, logo a temperatura de ebulição será maior que a temperatura normal, assim como acontece na panela de pressão.

$$9. \text{ a) } p_{\text{atm}} = 700 \cdot \frac{101325}{760} = 93\,325 \text{ Pa}$$

$$p_h = d \cdot g \cdot h = 997 \cdot 9,8 \cdot 1,19 = 11\,627 \text{ Pa}$$

$$p_{\text{int}} = p_{\text{atm}} - p_h = 93\,325 - 11\,627 = 81\,698 \text{ Pa}$$

$$p_{\text{int}} = 81\,698 \cdot \frac{760}{101325} \approx 612,8 \text{ mmHg}$$

b) Devido a diminuição da pressão, a temperatura de ebulição da água diminuiu e, assim, a água começou a mudar de estado.

10. 61 (01 + 04 + 08 + 16 + 32)

[01] Correta. Definição de pressão.

[02] Incorreta. A pressão não depende da área da coluna.

[04] Correta. Definição de pressão hidrostática.

[08] Correta. Experiência de Torricelli.

[16] Correta.

$$p = d \cdot g \cdot h$$

$$p = 10^3 \cdot 10 \cdot 10$$

$$p = 10^5 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ atm.}$$

[32] Correta. A unidade comum de pressão sanguínea é mmHg.

11. C

$$p = p_{\text{atm}} + d \cdot g \cdot h$$

$$p = 1,00 \cdot 10^5 + 1\,020 \cdot 10 \cdot 1\,500$$

$$p = 154 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$p = 154 \text{ atm}$$

12. B

$$76 \text{ cm Hg} \text{ — } 10 \text{ m de H}_2\text{O} \text{ — } 1,0 \text{ atm} \text{ — } 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$X \text{ Hg} \text{ — } 5 \text{ m de H}_2\text{O} \text{ — } Y \text{ atm} \text{ — } Z \text{ N/m}^2$$

$$X = \frac{76 \cdot 5}{10} = 38 \text{ cmHg}$$

$$Y = \frac{5 \cdot 1}{10} = 0,5 \text{ atm}$$

$$Z = \frac{5 \cdot 10^5}{10} = 0,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

A pressão no fundo é a soma da pressão atmosférica com a pressão da coluna de água.

$$p = 1 + 0,5 = 1,5 \text{ atm} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$p = 76 + 38 = 114 \text{ cmHg}$$

$$p = 10^5 + 0,5 \cdot 10^5 = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

13. A

$$p_A = p_B$$

$$d_A \cdot g \cdot h_a = d_B \cdot g \cdot h_B$$

$$d_A \cdot h = d_B \cdot (h - 0,25)$$

$$\frac{d_B}{d_A} = 0,75$$

14. $p_a = p_o$

$$d_a \cdot g \cdot h_a = d_o \cdot g \cdot h_o$$

$$1\,000 \cdot h_a = 900 \cdot h_o$$

$$h_o = \frac{10}{9} \cdot h_a$$

$$h_o - h_a = 2 \text{ cm}$$

$$\frac{10}{9} \cdot h_a - h_a = 2 \text{ cm}$$

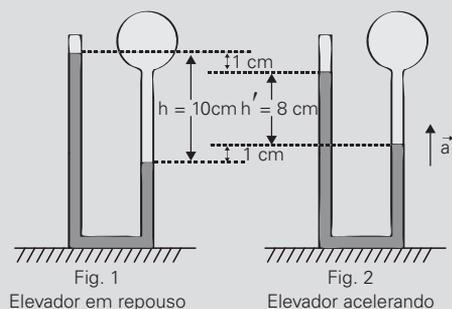
$$h_a = 18 \text{ cm}$$

$$V_a = A \cdot h_a$$

$$V_a = 1 \cdot 18$$

$$V_a = 18 \text{ cm}^3$$

15. E



Quando o elevador sobe em movimento acelerado, com aceleração de módulo a , a intensidade aparente do campo gravitacional é: $g' = g + a$.

Pelo teorema de Stevin, temos:

$$p_{ar1} = p_{ar2}$$

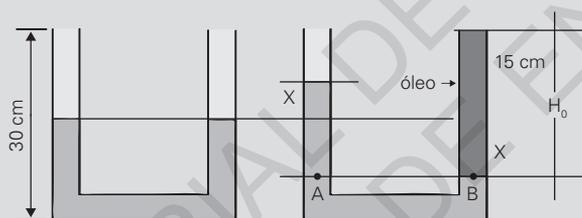
$$d \cdot g \cdot h = d \cdot g' \cdot h'$$

$$d \cdot g \cdot h = d \cdot (g + a) \cdot h'$$

$$a = \frac{g \cdot h}{h'} - g = \frac{10 \cdot 10}{8} - 10$$

$$a = 2,5 \text{ m/s}^2.$$

16. C



$$p_A = p_B$$

$$p_{atm} + d_A \cdot g \cdot h_A = p_{atm} + d_B \cdot g \cdot H_0$$

$$d_A \cdot h_A = d_B \cdot H_0$$

$$1,2 \cdot X = 0,7 \cdot (15 + X)$$

$$X \approx 23 \text{ cm}$$

17. D

Podemos relacionar as pressões ao longo dos tubos da seguinte forma:

$$p_A + \mu_1 \cdot g \cdot L_1 - \mu_2 \cdot g \cdot 0,2 - \mu_1 \cdot g \cdot L_2 + \mu_2 \cdot g \cdot 0,3 = p_B$$

$$p_A - p_B = -\mu_1 \cdot g \cdot L_1 + \mu_2 \cdot g \cdot 0,2 + \mu_1 \cdot g \cdot L_2 - \mu_2 \cdot g \cdot 0,3$$

$$p_A - p_B = \mu_1 \cdot g \cdot (L_2 - L_1) - \mu_2 \cdot g \cdot 0,1$$

A expressão só é válida para as afirmações [I] e [II].

[I] Verdadeiro

$$0,02 \cdot 10^3 \cdot 10 = \mu_1 \cdot 10 \cdot (0,4 - 0,3) - \mu_2 \cdot 10 \cdot 0,1$$

$$\mu_1 - \mu_2 = 200 \text{ kg/m}^3 = 0,2 \text{ kg/l}$$

[II] Verdadeiro

$$0,3 \cdot 10^3 \cdot 10 = 10^3 \cdot 10 \cdot (0,4 - 0,3) - \mu_2 \cdot 10 \cdot 0,1$$

$$\mu_2 = 0,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 = 0,7 \text{ kg/l}$$

[III] Falso

$$p_A - p_B = \mu_1 \cdot g \cdot (L_2 - L_1) - \mu_3 \cdot g \cdot 0,1$$

$$0,02 \cdot 10^3 \cdot 10 = 0,5 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot (0,8 - 0,6) - \mu_3 \cdot 10 \cdot 0,1$$

$$\mu_3 = 0,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 = 0,7 \text{ kg/l} < \mu_{H_2O}$$

Estudo para o Enem

18. D

O maior valor da coluna de mercúrio foi encontrado no local onde a pressão atmosférica é maior, ou seja, ao nível do mar.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

19. A

Pelo teorema de Stevin, a pressão exercida pelo fluido, depende da altura, logo, no ponto A, é menor que a pressão exercida pelo fluido no ponto D.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

20. C

A altura refere-se à toda coluna de água que há acima do nível da torneira, ou seja: h_3

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar propriedades físicas, químicas ou biológicas de produtos, sistemas ou procedimentos tecnológicos às finalidades a que se destinam.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

15 TEOREMA DE PASCAL E TEOREMA DE ARQUIMEDES

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, estudamos o teorema de Pascal. Demonstramos o teorema, para que o aluno possa ter uma melhor compreensão do conceito de pressão hidrostática, que é a base dos estudos da hidrostática.

Exercícios propostos

7. C

$$p_A = p_B$$

$$\frac{F_A}{A_A} = \frac{F_B}{A_B}$$

$$\frac{F_B}{F_A} = \frac{A_B}{A_A}$$

$$\frac{F_B}{F_A} = \frac{\pi \cdot (240)^2}{\pi \cdot (60)^2}$$

$$\frac{F_B}{F_A} = 16$$

$$\pi = m \cdot g \cdot h = 1000 \cdot 10 \cdot 2$$

$$\pi = 2 \cdot 10^4 \text{ J}$$

8. Peso do caminhoneiro: $P_{ca} = m \cdot g = 80 \cdot 10 = 800 \text{ N}$

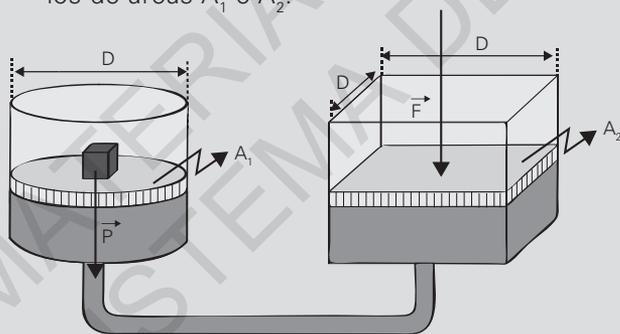
$$\frac{P_{ca}}{S_1} = \frac{F_{\text{êmbolo}}}{S_2} \rightarrow \frac{800}{\pi \cdot R_1^2} = \frac{F_{\text{êmbolo}}}{\pi \cdot R_2^2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{800}{\pi \cdot (5 \cdot 10^{-3})^2} = \frac{F_{\text{êmbolo}}}{\pi \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$F_{\text{êmbolo}} = 28800 \text{ N} \rightarrow m \cdot g = 28800 \rightarrow m = 2880 \text{ kg}$$

9. C

A figura mostra as forças agindo sobre os êmbolos de áreas A_1 e A_2 .



Aplicando o Teorema de Pascal:

$$\frac{F}{A_2} > \frac{P}{A_1}$$

$$\frac{F}{d^2} > \frac{P}{\pi \cdot d^2}$$

$$F > \frac{4 \cdot P}{\pi}$$

$$10. \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \rightarrow \frac{2}{10 \cdot 10^{-2}} = \frac{F_2}{40 \cdot 10^{-2}} \rightarrow F_2 = 8,0 \text{ N}$$

$$11. \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \rightarrow \frac{200}{\frac{S_2}{2}} = \frac{F_2}{S_2} \rightarrow F_2 = 400 \text{ N}$$

$$F_2 = F_3 = 400 \text{ N}$$

12. A

$$V_2 = 4 \cdot V_1$$

$$A_2 \cdot h_2 = 4 \cdot A_1 \cdot h_1$$

$$A_2 \cdot h = 4 \cdot A_1 \cdot 3h$$

$$A_2 = 12 \cdot A_1$$

Assim:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{12 \cdot A_1}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = 12$$

13. a) Para a primeira situação, temos:

$$P_1 = \frac{F}{A_1} = \frac{1500}{0,2 \cdot 0,5} \therefore P_1 = 15000 \text{ Pa}$$

b) Para segunda situação, temos:

Cálculo do empuxo:

$$P_2 = \frac{F - E}{A_2} = \frac{1500 - 1000}{0,5 \cdot 1} \therefore P_2 = 1000 \text{ Pa}$$

14. A

Verdadeira. A força peso é sempre vertical e para baixo.

Falsa. As forças elásticas e peso têm sentidos opostos entre si tanto na figura 1 quanto na 2.

Verdadeira. A força elástica é restauradora, ou seja, na figura 1, está pra cima e, na figura 2, para baixo.

Falsa. Na figura 2, a força empuxo está pra cima, e a força elástica está para baixo, portanto sentidos opostos.

Falsa.

$$E + F_{el} - P = 0$$

$$E + F_{el} = P$$

$$15. a) v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{2}$$

$$v = 2 \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} + v_0 = 2 \cdot \frac{0,8}{4} + 0$$

$$v = 0,4 \text{ m/s}$$

$$\text{b) } F_R = P - E$$

$$m \cdot a = m \cdot g - d_{\text{liq}} \cdot V \cdot g \Rightarrow d_{\text{liq}} = \frac{m \cdot (g - a)}{V \cdot g}$$

$$d_{\text{liq}} = \frac{100 \cdot (10 - 0,1)}{5 \cdot 1}$$

$$d_{\text{liq}} = 19,8 \text{ g/cm}^3$$

$$16. \text{ a) } E_1 = P$$

$$E_1 = m \cdot g = 1 \cdot 10^3 \cdot 10$$

$$E_1 = 1 \cdot 10^4 \text{ N.}$$

Como o empuxo é diretamente proporcional ao volume imerso, se o volume aumenta em 5,0%, o empuxo também aumenta em 5,0%.

$$E_2 = E_1 + 5\% E_1$$

$$E_2 = 1,05 \cdot 1 \cdot 10^4$$

$$E_2 = 1,05 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\text{b) } E_2 - P = m \cdot a$$

$$1,05 \cdot 10^4 - 10^4 = 10^3 \cdot a$$

$$a = 0,5 \text{ m/s}^2.$$

17. C

$$E = P$$

$$d_{\text{água}} \cdot V_{\text{desloc}} \cdot g = M \cdot g$$

$$d_{\text{água}} V_{\text{desloc}} = M$$

$$m = M.$$

Estudo para o Enem

18. A

Pelo princípio de Pascal, qualquer acréscimo de pressão transmitido a um ponto de um líquido em repouso, é transferido integralmente a todos os demais pontos desse líquido.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

19. C

$$\frac{F}{A_1} = \frac{P}{A_2}$$

$$F = \frac{P \cdot A_1}{A_2}$$

$$F = \frac{2 \cdot 10^4 (4 \cdot 10^{-4})}{16 \cdot 10^{-2}}$$

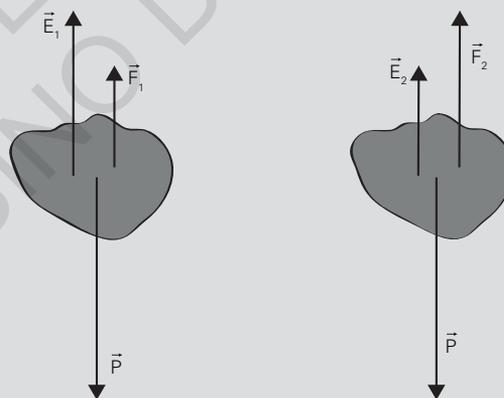
$$F = 50 \text{ N.}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

20. C

As figuras mostram as forças agindo na pedra nas duas situações.



Calculando os volumes imersos:

$$d = \frac{m}{V_1} \Rightarrow v_1 = \frac{m}{d}$$

$$v_1 = \frac{12}{2 \cdot 10^3} \Rightarrow v_1 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$v_2 = \frac{1}{4} \cdot v_1 = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{4} \Rightarrow v_2 = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

Equacionando os dois equilíbrios:

$$F_1 + E_1 = P$$

$$F_2 + E_2 = P$$

$$F_2 + E_2 = F_1 + E_1$$

$$F_2 - F_1 = E_1 - E_2 = d_a \cdot v_1 \cdot g - d_a \cdot v_2 \cdot g$$

$$F_2 - F_1 = d_a \cdot g \cdot (v_1 - v_2) = 10^3 \cdot 10 \cdot (6 - 1,5) \cdot 10^{-3}$$

$$F_2 - F_1 = 45 \text{ N}$$

16 CORPOS FLUTUANDO E CORPOS TRACIONADOS

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, estudamos a flutuação dos corpos com base no teorema de Arquimedes. Apresentamos os casos em que o corpo está totalmente submerso e o caso em que ele está parcialmente submerso em um fluido.

Exercícios propostos

7. A

$$E = P$$

$$d \cdot \frac{V}{8} \cdot g = m \cdot g$$

$$\frac{d \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3}{8} = m$$

Quando ela estiver totalmente submersa, mas sem afundar, logo:

$$d \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = m$$

$$d \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{d \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3}{8}$$

$$r = \frac{R}{2}$$

8. a) $P = E$

$$m \cdot g = d_{\text{fluido}} \cdot V_{\text{imerso}} \cdot g$$

$$m_{\text{plataforma}} = d_{\text{água}} \cdot V_{\text{imerso}}$$

$$m_{\text{plataforma}} = d_{\text{água}} \cdot A \cdot h_{\text{imersa}}$$

$$10 = 1000 \cdot 2 \cdot h_{\text{imersa}}$$

$$h_{\text{imersa}} = 0,005 \text{ m} = 0,5 \text{ cm}$$

b) $P_{\text{total}} = E$

$$P_{\text{total}} = d_{\text{água}} \cdot g \cdot V_{\text{plataforma}}$$

$$M_{\text{total}} \cdot g = d_{\text{água}} \cdot g \cdot V_{\text{plataforma}}$$

$$M_{\text{total}} = d_{\text{água}} \cdot V_{\text{plataforma}}$$

$$M_{\text{total}} = 1000 \cdot 2 \cdot 0,2 = 400 \text{ kg}$$

9. A

Em cilindros homogêneos, o peso e o empuxo são aplicados no centro de gravidade de cada um. O empuxo tem a mesma intensidade nos dois

casos, pois os volumes imersos são iguais, mas o peso do cilindro mais denso é maior. Dessa forma, o empuxo é aplicado no ponto médio (B), e o peso do conjunto fica deslocado para a direita, ponto (C).

10. D

$$P = E \Rightarrow d_c \cdot V \cdot g = d_{\text{liq}} \cdot V_{\text{sub}} \cdot g \Rightarrow \frac{d_c}{d_{\text{liq}}} = \frac{V_{\text{sub}}}{V}$$

Na água:

$$\frac{d_c}{d_{\text{ag}}} = \frac{0,32V}{V} \Rightarrow \frac{d_c}{d_{\text{ag}}} = 0,32$$

No óleo:

$$\frac{d_c}{d_{\text{ol}}} = \frac{0,4V}{V} \Rightarrow \frac{d_c}{d_{\text{ol}}} = 0,4$$

$$\frac{d_c}{d_{\text{ag}}} \cdot \frac{d_{\text{ol}}}{d_c} = \frac{0,32}{0,4}$$

$$d_{\text{ol}} = 0,8 \cdot d_{\text{ag}} = 0,8 \cdot 1$$

$$d_{\text{ol}} = 0,80 \text{ g/cm}^3$$

11. B

$$P = E$$

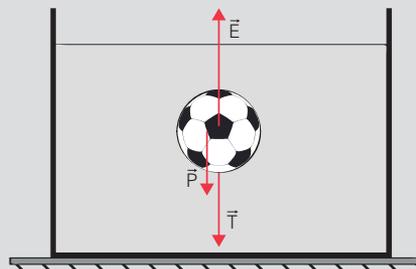
$$m \cdot g = d_a \cdot V_{\text{imerso}} \cdot g$$

$$m = d_a \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \right)$$

$$m = 10^3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 3 \cdot (10^{-1})^3$$

$$m = 2 \text{ kg}$$

12.



No equilíbrio:

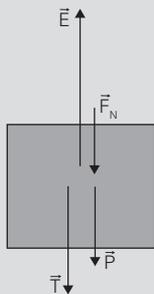
$$T = E - P$$

$$T = d_{\text{água}} \cdot V_{\text{imerso}} \cdot g - m \cdot g$$

$$T = 1000 \cdot 5,7 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 - 0,45 \cdot 10$$

$$T = 52,5 \text{ N}$$

13. C



No equilíbrio:

$$F_N + T + P = E$$

$$F_N = d \cdot g \cdot V - m \cdot g - T$$

$$F_N = 400 \cdot 10 \cdot 0,25 - 0,05 \cdot 10 - 89,5$$

$$F_N = 910 \text{ N.}$$

14. B

A diferença entre os valores registrados no dinamômetro representa o empuxo.

$$E = \mu_1 \cdot V_1 \cdot g \Rightarrow V_1 = V_c = \frac{E}{\mu_1 \cdot g}$$

$$V_c = \frac{2}{1 \cdot 10^3 \cdot 10} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

Assim, sua densidade será:

$$d_c = \frac{m_c}{V_c} = \frac{P_c/g}{V_c} = \frac{16/10}{2 \cdot 10^{-4}}$$

$$d_c = 8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

15. C

As figuras ilustram as situações.

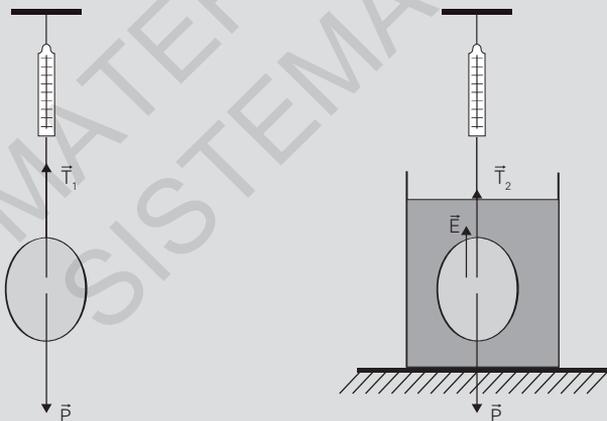


Fig 1

Fig 2

Se a tração sofre uma diminuição de 30%, então $T_2 = 70\%$ de T_1 .

No equilíbrio.

Fig 1:

$$T_1 = P$$

Fig 2:

$$T_2 + E = P \Rightarrow 0,7 \cdot T_1 + E = P$$

$$0,7 \cdot P + E = P \Rightarrow E = P - 0,7 \cdot P$$

$$E = 0,3 \cdot P$$

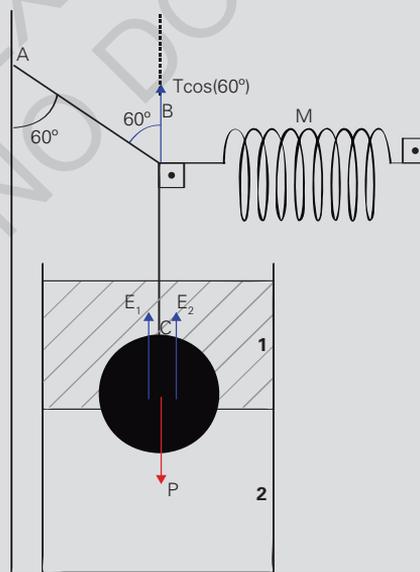
$$d_L \cdot g = 0,3 \cdot d_c \cdot V \cdot g$$

$$d_L = 0,3 \cdot 8$$

$$d_L = 2,4 \text{ g/cm}^3.$$

16. E

Decompondo a tração do fio, temos que:



No equilíbrio:

$$T \cdot \cos(60^\circ) + E_1 + E_2 = P$$

$$T \cdot \cos(60^\circ) + (d_1 \cdot V_1 \cdot g) + (d_2 \cdot V_2 \cdot g) = m \cdot g$$

$$\frac{T}{2} + (d_1 \cdot (0,6V) \cdot g) + d_2 \cdot (0,4V) \cdot g = d \cdot V \cdot g$$

$$T = 2 \cdot (d \cdot V \cdot g - 0,6 \cdot d_1 \cdot V \cdot g - 0,4 \cdot d_2 \cdot V \cdot g)$$

$$T = 2 \cdot V \cdot g(d - 0,6 \cdot d_1 - 0,4 \cdot d_2)$$

17. B

Como a densidade da esfera é menor que a densidade do líquido, o pêndulo simples oscila sujeito a uma gravidade aparente com sentido para cima.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_{ap}}} \Rightarrow g_{ap} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot L}{T^2}$$

$$g_{ap} = \frac{4 \cdot 9 \cdot 0,25}{9} = 1 \text{ m/s}^2.$$

$$P_{ap} = E - P \Rightarrow m \cdot g_{ap} = d_{liq} \cdot V \cdot g - m \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot g_{ap} = m_{liq} \cdot g - m \cdot g$$

$$m_{liq} = \frac{m \cdot g_{ap} + m \cdot g}{g} = \frac{0,25 \cdot 1 + 0,25 \cdot 10}{10}$$

$$m_{liq} = 0,275 \text{ kg} = 275 \text{ g}$$

Estudo para o Enem

18. C

$$P = E$$

$$m \cdot g = d_{\text{água}} \cdot V_{\text{imerso}} \cdot g$$

$$d_{\text{gelo}} \cdot V_{\text{gelo}} = d_{\text{água}} \cdot \frac{9}{10} \cdot V_{\text{gelo}}$$

$$d_{\text{gelo}} = 1 \cdot \frac{9}{10}$$

$$d_{\text{gelo}} = 0,9 \text{ g/cm}^3.$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

19. B

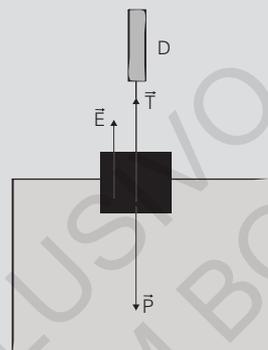
Para o navio flutuar, é necessário que as forças peso e empuxo se equilibrem (resultante vertical nula).

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

20. B

A figura mostra o diagrama das forças que agem no cubo



No equilíbrio:

$$T + E = P$$

$$E = P - T$$

$$E = 30 - 24 = 6 \text{ N.}$$

$$E = d_{\text{água}} \cdot V_{\text{imerso}} \cdot g$$

$$6 = d_{\text{água}} \cdot \frac{(10^{-1})^3}{2} \cdot 10$$

$$D_{\text{água}} = 1200 \text{ kg/m}^3 = 1,2 \text{ g/cm}^3.$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

RESPOSTAS E COMENTÁRIOS

FÍSICA 3

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

1 CARGA ELÉTRICA, ELETRIZAÇÃO E LEI DE COULOMB

Comentários sobre o módulo

Neste módulo iniciaremos o estudo das propriedades elétricas dos corpos. Definiremos o que é carga elétrica e suas propriedades; discutiremos conservação de carga elétrica; apresentaremos os processos de eletrização: por atrito; por contato e indução magnética.

Neste módulo trabalharemos com o tema Força Elétrica, com ênfase no Pêndulo Eletrostático, e principalmente a Lei de Coulomb, o que permite confrontar as interpretações científicas e o modo como são entendidas pelo senso comum. O tema foi desenvolvido se valendo de recursos dos mais diversos, entre os quais o uso de gráficos, como o gráfico $F \times d$, as relações matemáticas existentes e a linguagem simbólica implícita, com isso, valer-se de leis físicas para o entendimento do contexto da eletrostática.

Se possível, explore o tema dentro da realidade do aluno para que o tema não fique solto, sem utilidade prática no contexto do dia a dia.

Para ir além

<<http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/23896>>

<<http://ri.ufmt.br/handle/1/264>>

Um bom vídeo para o entendimento da Lei de Coulomb, está disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=MURbr0sD8uc>>

Acesso em: set. 2018

Outro vídeo interessante está disponível em:

<<https://pt.khanacademy.org/science/physics/electric-charge-electric-force-and-voltage/charge-electric-force/v/coulombs-law>>

Acesso em: set. 2018

Exercícios Propostos

7. B

Ocorre a indução elétrica em ambas as bolinhas.

No condutor ocorre a polarização de cargas no corpo do induzido; assim, as cargas elétricas negativas aproximam-se do bastão eletrizado positivamente, fazendo com que a bolinha condutora e o bastão se atraiam.

No isolante ocorre a polarização de cargas na superfície do induzido, também resultando na atração entre a bolinha e o bastão.

8. 14 (02 + 04 + 08)

01. Falso. Ficará com carga positiva, pois a pele cederá elétrons para o teflon.

02. Falso. A quantidade de cargas elétricas que um recebe é a mesma que o outro cede, ou seja, o vidro cederá elétrons e adquirirá carga positiva $+Q$ e a lã receberá elétrons e ficará com carga de mesmo módulo, mas negativa $-Q$, fazendo com que se atraiam.

04. Verdadeiro. A quantidade de cargas elétricas que um recebe é a mesma que o outro cede.

08. Verdadeiro. Quanto mais afastados os elementos atritados estiverem na tabela triboelétrica, maior será a facilidade de transferência de elétrons e, portanto, maior quantidade de eletricidade estática adquirida.

16. Falso. Os dois bastões de vidro, quando atritados com pele de gato, ficarão com carga positiva, portanto, como possuem cargas de mesmo sinal, vão se repelir.

32. Falso. Só há transferência de elétrons em materiais diferentes.

9. D

a) Falso. Na eletrização por indução não é necessário o contato direto entre os corpos.

b) Falso. Apenas em uma etapa da eletrização por indução deve-se ter um dos corpos ligado a um aterramento.

c) Falso. Na eletrização por contato pode-se ter cargas de sinais iguais no final do processo.

d) Verdadeiro. Em ambos os casos, um corpo deve estar carregado eletricamente.

e) Falso. Na eletrização por indução, o indutor pode ser tanto um isolante quanto um condutor.

10. C

Ao colocar os bastões em contato, há um equilíbrio de cargas entre os corpos; logo:

$$Q = \frac{9 + 9 + 0}{3} \mu\text{C} = 6 \mu\text{C}$$

11. D

I. Falso. Não é necessário cortar o fio terra.

II. Verdadeiro.

III. Falso. Os prótons não escoam para a terra.

IV. Verdadeiro.

12. A

Pela lei de Coulomb, obtemos

$$F_{12} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{x^2} = k \cdot \frac{Q_2 \cdot Q_1}{x^2} = F_{21},$$

Portanto, são iguais em módulo.

Como as cargas têm mesmo sinal, as forças que nelas atuam têm sentidos opostos (repulsão).

13. B

Ao colocar as três esferas em contato, as cargas distribuem-se igualmente entre elas. Podemos calcular a carga resultante a partir da média aritmética entre elas, logo,

$$\frac{(5Q + 3Q + (-2Q))}{3} = \frac{6Q}{3} = 2Q.$$

Portanto, cada esfera ficará com $+2Q$. Como todas têm o mesmo sinal, elas se repelirão.

Calculando a força elétrica entre A e C, obtemos:

$$F = k \cdot \frac{2Q \cdot 2Q}{d^2} = 4k \cdot \frac{Q^2}{d^2} \therefore F = 4k \cdot \frac{Q^2}{d^2}$$

14. $F' = F/2$

Obtemos

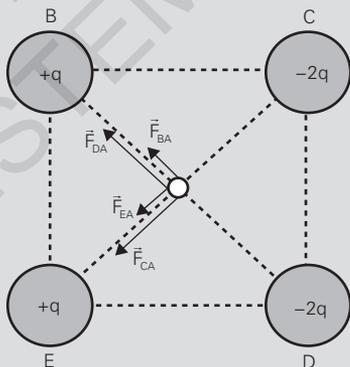
$$F = F_{BC} = k \cdot \frac{q \cdot q}{4\text{cm}^2} \text{ e } F_{AB} = k \cdot \frac{2q \cdot q}{16\text{cm}^2} =$$

$$= k \cdot \frac{q \cdot q}{8\text{cm}^2} = F/2.$$

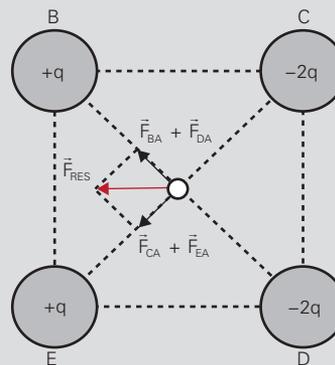
$$\therefore F = \frac{F}{2}$$

15. D

Vamos construir o diagrama de todas as forças que atuam na partícula A.



Com isso, podemos calcular o vetor da força resultante \vec{F}_{RES}



Assim, concluímos que a força resultante é horizontal para a esquerda.

16. C

Como entre A e B existe uma força de repulsão, então, elas têm mesmo sinal, logo, a força exercida em B será igual à diferença entre F_{AC} e F_{BC} .

$$F_{AB} = k \cdot \frac{Q \cdot Q}{9a^2} = 40 \text{ N} \Rightarrow k \cdot \frac{Q \cdot Q}{a^2} = 360 \text{ N}$$

17.

$$P = m \cdot g = 0,0001 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}_2 = 0,001 \text{ N}$$

$$F = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-14} \text{ C} \cdot 4,0 \cdot 10^{-14} \text{ C}}{d^2}$$

Fazendo $P = F \rightarrow d^2 = 144 \cdot 10^{-16} \text{ m}$; portanto,
 $d = 12 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 0,12 \mu\text{m}$.

$$d = 0,12 \mu\text{m}$$

Estudo para o Enem

18. D

Condutores são os materiais que possibilitam às cargas (elétrons livres) movimentar-se com facilidade em seu interior. Os metais geralmente são bons condutores.

Assim, alumínio, ouro e mercúrio são os três bons condutores.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. B

I. M_1 e M_2 em contato:

$$Q_{1,2} = \frac{Q + 0}{2} = \frac{Q}{2} \Rightarrow M_1 : \frac{Q}{2} \text{ e } M_2 : \frac{Q}{2}$$

II. M_3 e M_2 em contato:

$$Q_{3,2} = \frac{Q + \frac{Q}{2}}{2} = \frac{\frac{3}{2}Q}{2} = \frac{3Q}{4} \Rightarrow M_3: \frac{3Q}{4} \text{ e } M_2: \frac{3Q}{4}$$

20. A

De acordo com a Lei de Coulomb, a intensidade da força elétrica é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre as cargas e diretamente proporcional ao módulo do produto das cargas elétricas.

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Confrontar interpretações científicas com interpretações baseadas no senso comum, ao longo do tempo ou em diferentes culturas.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

Comentário sobre o módulo

Estudos a respeito da eletricidade estática remontam a Tales de Mileto. O filósofo e estudioso da natureza descreveu o fenômeno observado numa barra de âmbar (seiva petrificada), a qual atrai pequenos objetos depois de esfregada com uma pele de coelho. No cotidiano, é o mesmo que friccionar uma caneta de plástico (material isolante) contra um pano ou o próprio cabelo. Em ambas as situações, o objeto fica eletricamente carregado. A explicação da força entre partículas por meio da existência de um campo vem desde a época em que foi desenvolvida a teoria da gravitação universal. A dificuldade em aceitar que uma partícula possa afetar outra distante, sem existir nenhum contato entre elas, foi ultrapassada na física clássica com o conceito do campo de força. No caso da força eletrostática, o campo mediador que transmite essa força foi designado por éter. A luz é uma onda que se propaga nesse éter luminoso. No século XIX foram realizadas inúmeras experiências para detectar a presença do éter, sem nenhum sucesso. No fim do século chegou-se à conclusão de que não existe tal éter. No entanto, o campo elétrico tem existência física, no sentido de que transporta energia e que pode subsistir até após desaparecerem as cargas que o produzem.

Neste módulo daremos continuidade aos estudos de campo elétrico, vamos abordar as linhas de campo elétrico, ou linha de força, com estudos relativos ao comportamento de partículas de acordo com suas cargas de modo interativo, tanto para partículas opostas, quanto para partículas iguais e de que forma se comportam em situações diversas. Também abordamos as questões representativas dos campos elétricos e o equilíbrio de cargas em um campo elétrico uniforme. É importante sempre relacionar o conteúdo estudado com o dia a dia do aluno, a partir de exemplos que permitam ver a importância dos estudos relativos ao tema abordado. Procure, sempre que possível, estimulá-los a saber mais a respeito do que é estudado.

Para ir além

<http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=5S0102-47442002000400016>

Acesso em: set. 2018.

<<http://www.scielo.br/pdf/%0D/qn/v27n6/22294.pdf>>

Acesso em: set. 2018.

O vídeo a seguir auxilia no entendimento das linhas que se formam a partir de campos magnéticos, com um quê de arte. Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=XDJu_XVBQP0>

Acesso em: set. 2018

Outro vídeo interessante traz um experimento que permite ver a tendência de certos materiais seguirem linhas de um campo elétrico. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=hKbHhUbRjuA>>

Acesso em: set. 2018

Exercícios Propostos

7. C

Ao triplicarmos o valor de uma das cargas e a distância entre elas: seja F' a nova força entre as cargas alteradas $F' = k \cdot \frac{3q_1 \cdot q_2}{d^2}$; logo, a força de repulsão elétrica não permanece inalterada.

8. B

$$F = 18 \cdot 10^{-5} \text{ N} = E \cdot q = 2,0 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot q \Rightarrow \\ \Rightarrow q = 9,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

9. Temos que os vetores de campo elétrico gerados pelas cargas q_1 e q_2 se anulam, pois estão na mesma direção e sentidos opostos. Logo, o vetor campo elétrico resultante será proveniente da carga q_3 .

$$\text{Portanto, } E_3 = E_c = \frac{2 \cdot k_0 \cdot Q}{r^2}$$

10. B

Sendo D a distância da carga Q até o ponto B , pelo teorema de Pitágoras, temos que

$$D^2 = (4d)^2 + (4d)^2 \Rightarrow D = 4\sqrt{2}d$$

Na posição A :

$$F = k \cdot \frac{Q \cdot q}{(4d)^2} = k \cdot \frac{Q \cdot q}{16d^2}$$

Na posição B :

$$F' = k \cdot \frac{Q \cdot q}{(4\sqrt{2}d)^2} = k \cdot \frac{Q \cdot q}{32d^2}$$

Portanto, temos que

$$\frac{F'}{F} = \frac{k \cdot \frac{Q \cdot q}{32d^2}}{k \cdot \frac{Q \cdot q}{16d^2}} = \frac{1}{2}. \text{ Logo: } F' = \frac{F}{2}$$

11. D

$$E = 3,2 \cdot 10^4 = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{q}{(3,0 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$\text{Portanto, } q = 3,2 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 2 \cdot 10^{10} \cdot e.$$

12. Devemos ter $F = P$ para que a partícula permaneça em repouso, logo

$$E \cdot |q| = m \cdot g \Rightarrow 500 \text{ N/C} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2$$

$$|q| = 40 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

Para que a força tenha sentido para cima, a carga deverá ser negativa

$$\text{Portanto: } q = -40 \mu\text{C}$$

13. C

Sobre o elétron atuará uma força elétrica constante e como o elétron está acelerado com velocidade variando linearmente é sinal que o campo elétrico é uniforme, apontando da placa Y, positiva, para a placa X, negativa.

14. D

I. Verdadeiro.

II. Verdadeiro. O dipolo é composto por duas cargas, uma positiva, que resulta nas linhas de campo de afastamento, e uma negativa, que resulta nas linhas de campo de atração.

III. Falso. Cada carga é responsável pelo seu vetor campo elétrico.

15. E

O vetor indução magnética é tangente à linha de indução magnética em cada ponto do campo, e no mesmo sentido que ela: do polo norte para o polo sul fora do ímã e do sul para o norte dentro do ímã. Quando uma partícula eletrizada desloca-se num campo magnético, com velocidade não paralela às linhas, surge sobre ela uma força magnética cuja direção é perpendicular à do vetor indução magnética em cada ponto. As linhas de força do campo elétrico são linhas abertas, originadas em cargas positivas ou no infinito e terminando em cargas negativas ou no infinito, sempre orientadas no sentido dos potenciais decrescentes. No campo elétrico uniforme, as linhas de força são retas paralelas, igualmente espaçadas e todas orientadas no sentido dos potenciais decrescentes.

16. A

Temos que a distância entre as placas é de $d = 5 \text{ mm} = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ e a diferença de potencial (d.d.p) é de $300 \text{ V/m} = 300 \text{ N/C}$.

Portanto, temos 300 V em 1 m . Logo, em $d = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ temos

$$E_A = E_B = E_C = \frac{300 \text{ V}}{5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 6,0 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}} =$$

$$E_A = E_B = E_C = 6,0 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

17. a) No equilíbrio, força peso e força eletrostática possuem sentidos opostos e mesma intensidade.

$$F_e = P \Rightarrow F_e = mg = 1,2 \cdot 10^{-14} \cdot 1,6 =$$

$$= 1,92 \cdot 10^{-14} \therefore F_e = 1,92 \cdot 10^{-14} \text{ N}$$

$$\text{b) } F_e = q \cdot E \Rightarrow E = \frac{F_e}{q} = \frac{1,92 \cdot 10^{-14}}{1,9 \cdot 10^{-15}} = 10 \therefore$$

$$\therefore E \cong 10 \text{ N/C}$$

$$\text{c) Energia} = hf \Rightarrow f = \frac{\text{Energia}}{h} = \frac{8 \cdot 10^{-19}}{6 \cdot 10^{-34}} =$$

$$= 1,33 \cdot 10^{15} \therefore f = 1,33 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

d) Se cada fóton arranca 1 elétron em 2s são arrancados n elétrons. Logo, obtemos:

$$n = 5 \cdot 10^5 \cdot 2 = 10^6 \therefore n = 10^6 e^-$$

$$Q = n \cdot q_{e^-} = 10^6 \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19}) =$$

$$= -1,6 \cdot 10^{-13} \therefore Q = -1,6 \cdot 10^{-13} \text{ C}$$

Estudo para o Enem

18. B

A carga positiva ($Q > 0$) gera campo elétrico de afastamento e como a carga q é negativa ($q < 0$), ela sofre força em sentido oposto ao do campo elétrico gerado por Q .

19. A

No ponto A temos que o campo elétrico tem módulo de quatro unidades. Portanto, ao dobrarmos a distância, devemos ter um campo elétrico com módulo quatro vezes menor, logo \rightarrow .

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Utilizar leis físicas e/ou químicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da termodinâmica e(ou) do eletromagnetismo. Avaliar possibilidades de geração, uso ou transformação de energia em ambientes específicos, considerando implicações éticas, ambientais, sociais e/ou econômicas.

20. D

Como as duas cargas são de mesmo sinal, o ponto onde o campo elétrico é nulo está entre Q_1 e Q_2 . Chamamos de d a distância de Q_1 até esse ponto. Como o campo elétrico é nulo, temos que os campos elétricos de Q_1 e Q_2 são iguais em módulo.

$$\text{Portanto, } E_1 = k \cdot \frac{10 \cdot 10^{-6}}{d^2} = k \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{(0,2 - d)^2} = E_2$$

Logo, $d^2 = 2 \cdot (0,2 - d)^2$, como $0 < d < 0,2$, temos que $d \approx 0,12$, ou seja, mais próximo de Q_2 .

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Utilizar leis físicas e/ou químicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da termodinâmica e(ou) do eletromagnetismo. Avaliar possibilidades de geração, uso ou transformação de energia em ambientes específicos, considerando implicações éticas, ambientais, sociais e/ou econômicas.

3 POTENCIAL ELÉTRICO

Comentário sobre o módulo

Professor, neste módulo trabalharemos com o potencial elétrico. Assim, com objetivo de contextualizar o estudo da energia potencial elétrica, faça uma comparação com a energia potencial gravitacional, comentando a semelhança do comportamento de ambos. Destaque que a massa abandonada em repouso próxima à superfície da Terra é acelerada em direção ao centro do planeta, perdendo energia potencial gravitacional e ganhando energia cinética. Da mesma forma, a carga elétrica positiva é atraída em direção à negativa, perdendo energia potencial elétrica e ganhando energia cinética. Em ambos os casos, o campo realiza trabalho sobre a partícula. Explique que calcula-se o trabalho realizado por meio do produto da força pela distância percorrida – somente quando a força é constante. O trabalho realizado equivale à variação da energia potencial em ambos os casos.

Professor, neste material trabalharemos com o potencial elétrico de várias cargas elétricas puntiformes, superfície equipotencial e carga elétrica isolada. Para facilitar a compreensão dos alunos, mostre as diferenças entre os campos elétricos e os potenciais elétricos nos casos de carga puntiforme positiva e negativa.

Desenhe algumas superfícies equipotenciais e mostre que uma partícula se deslocando entre dois pontos de uma mesma superfície equipotencial tem trabalho de força elétrica nulo. Apesar de ser um tema de conotação teórica, é sempre aconselhável que o trabalho seja associado a atividades que mostrem como os conceitos fazem parte do nosso cotidiano.

Para ir além

Um vídeo interessante que apresenta a formação de raios pode ser visto em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=lwIOZo1UQ6M>>

Acesso em: set. 2018.

O vídeo a seguir traz vários experimentos envolvendo eletricidade estática para que se entenda a importância de se fazer o aterramento quando o risco de se ter os efeitos da eletricidade estática são grandes. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=vKJB6UJ17RA>>

Acesso em: 25 jul. 2018.

Um dos avanços tecnológicos ligado ao estudo da eletricidade estática pode ser visto no vídeo a seguir:

<<https://www.youtube.com/watch?v=ttpXsQ6X9b0>>

Acesso em: 25 jul. 2018.

Exercícios Propostos

7. A

a) Correta

b) Incorreta: A força elétrica, dada pela Lei de Coulomb $F_e = K_0 \cdot \frac{Q \cdot q_0}{d^2}$ tem a direção da reta que une os centros das duas cargas podendo ter o sentido de afastamento se as cargas forem de mesmo sinal (repulsão) ou de aproximação (atração) se as cargas forem de sinais contrários.

c) Incorreta: O campo elétrico é a razão entre a força e a carga de prova $E = \frac{F_e}{q_0} = K_0 \cdot \frac{Q}{d^2}$, logo não depende apenas da carga Q e também da distância entre as cargas.

d) Incorreta: a dependência é com o inverso de d . A energia potencial elétrica é dada pelo produto do potencial elétrico e a carga de prova, então $E_p = q_0 \cdot V = q_0 \cdot K_0 \cdot \frac{Q}{d} \Rightarrow E_p = K_0 \cdot \frac{Q \cdot q_0}{d}$

8. Calculando a variação de energia potencial elétrica: $\Delta E_p = V \cdot q = 1,0 \cdot 10^9 \cdot 31,25 = 3,125 \cdot 10^9 \text{ J}$

9. C

$$E = \frac{K \cdot Q^2}{L} + \frac{K \cdot Q^2}{2 \cdot L} + \frac{K \cdot Q^2}{L}$$

$$E = \frac{2 \cdot K \cdot Q^2 + K \cdot Q^2 + 2 \cdot K \cdot Q^2}{2 \cdot L} =$$

$$= \frac{5 \cdot K \cdot Q^2}{2 \cdot L} = 2,5 \cdot \frac{K \cdot Q^2}{L}$$

10. Para os pontos A e B:

$$\text{Temos que } d_{AB} = d_A - d_B = 4 \text{ mm} - 1 \text{ mm} = 3 \text{ mm} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$V_{AB} = E \cdot d_{AB} = 6 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 180 \text{ V}$$

Logo,

Para os pontos B e C:

$$\text{Temos que } V_{BC} = E \cdot d_{BC} = 6 \cdot 10^4 \cdot 0 = 0$$

Logo, $V_{BC} = 0$.

11. D

Vamos encontrar o potencial no ponto em que a terceira carga foi colocada, pois a energia potencial neste ponto depende do potencial elétrico $E_p = Q \cdot U$, o potencial no ponto onde foi colocada a terceira carga é a soma dos potenciais produzido pelas duas cargas iniciais $U_p = U_1 + U_2 = U + U = 0$, logo a energia potencial no ponto será $E_p = Q \cdot U = +Q \cdot 0 = 0 \text{ J}$. Isso mostra que o adicionamento desta terceira carga não afeta o valor da energia potencial do sistema que continuará sendo U .

12. B

$$U = d \cdot E$$

$$6 = 0,2 \cdot E$$

$$E = \frac{6}{0,2}$$

$$E = 30 \text{ V/m}$$

$$13. V_B = k \cdot \left(\frac{Q}{1 \text{ cm}} - \frac{Q}{2 \text{ cm}} \right) = k \cdot \frac{Q}{2 \text{ cm}} = 60 \text{ V}_{V_A}$$

$$= k \cdot \left(\frac{Q}{1 \text{ cm}} - \frac{Q}{4 \text{ cm}} \right) = k \cdot \frac{3Q}{4 \text{ cm}}, \text{ logo, } V_A = 90 \text{ V.}$$

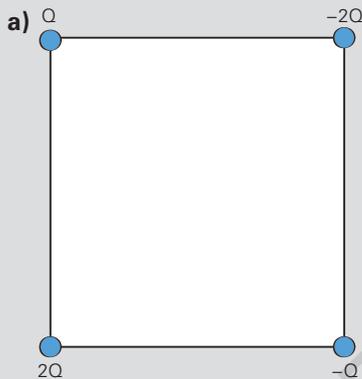
$$14. V = \frac{k_0 Q}{d} \rightarrow k_0 Q = Vd \rightarrow Q = \frac{Vd}{k_0}$$

$$Q = \frac{V}{k_0} \cdot d = 1 \cdot 10^5 \cdot 0,20 = 2 \cdot 10^4 \text{ .}$$

$$Q = 2 \cdot 10^4 \text{ C}$$

15. B

16.



$$E = k \cdot \frac{Q^2}{L} \left(2 - 2 + 2 - 2 + \frac{1}{\sqrt{2}} + 2\sqrt{2} \right) = \left(\frac{5}{\sqrt{2}} \right) \cdot k \cdot \frac{Q^2}{L} \therefore E = \left(\frac{5}{\sqrt{2}} \right) \cdot k \cdot \frac{Q^2}{L}$$

b) Podemos escrever:

$$F = (0, -2kQ^2/L) + (-2kQ^2/L, 0) + (kQ^2/L, -kQ^2/L) \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$|F| = \frac{\sqrt{33}}{2} kQ^2 = \frac{2 \cdot 87 \text{ kQ}^2}{L} \therefore |F| = \frac{2 \cdot 87 \text{ kQ}^2}{L}$$

17. B

As duas cargas terão uma distância mínima (x) quando toda a energia cinética ($E_{c_{q_1}}$) da carga q_1 for convertida em energia potencial elétrica entre as cargas ($E_{p_{q_1q_2}}$).

$$E_{c_{q_1}} = E_{p_{q_1q_2}}$$

$$\frac{m \cdot v_0^2}{2} = \frac{K_0 \cdot q_1 \cdot q_2}{r} \rightarrow r \cdot m \cdot v_0^2 =$$

$$= 2 \cdot K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \therefore r = \frac{2 \cdot K_0 \cdot q_1 \cdot q_2}{m \cdot v_0^2}$$

Estudo para o Enem

18. C

Seja d o lado do triângulo e Q o valor de cada carga, temos que $U = \frac{K \cdot Q^2}{d} + \frac{K \cdot Q^2}{d} + \frac{K \cdot Q^2}{d} = \frac{3 \cdot K \cdot Q^2}{d}$

Após substituirmos uma das cargas por outra com o dobro do valor $U' = \frac{K \cdot Q^2}{d} + \frac{K \cdot 2 \cdot Q^2}{d} + \frac{K \cdot 2 \cdot Q^2}{d} = \frac{5 \cdot K \cdot Q^2}{d}$, $\therefore U' = \frac{5}{3} U$.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidades: Utilizar leis físicas e (ou) químicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da termodinâmica e (ou) do eletromagnetismo.

19. B

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Utilizar leis físicas e/ou químicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da termodinâmica e/ou do eletromagnetismo.

20 E

Utilizando a fórmula $V = k_0 \cdot \frac{Q}{d}$ e analisando o gráfico, temos que:

$$\text{quando } V = 45 \text{ V} : 45 = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{2} \rightarrow$$

$$Q = 1,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

$$V_1 = k_0 \cdot \frac{Q}{d_1} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{1,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}}{2} = 90 \text{ V}$$

$$V_2 = 15 = k_0 \cdot \frac{Q}{d_2} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{1,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}}{d_2} \rightarrow$$

$$\rightarrow d_2 = 6,0 \text{ m.}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

4 TRABALHO DA FORÇA ELÉTRICA E CONDUTORES EM EQUILÍBRIO ELETROSTÁTICO

Comentário sobre o módulo

É importante conduzir os alunos a analisar variáveis e dados de cada problema com base em conceitos da eletrostática aplicada. Comente a importância de relacionar fenômenos físicos e suas aplicações nos diversos aparelhos eletrônicos usados diariamente. É importante lembrar conceitos de trabalho mecânico e associar ao trabalho da força elétrica:

Trabalho motor: quando a força elétrica F desloca a carga de prova q no sentido da própria força.

Trabalho resistente: quando se realiza um trabalho contra forças do campo elétrico, ou seja, quando a força é contrária ao sentido do deslocamento do campo.

Força elétrica = Força conservativa: a igualdade ocorre porque o trabalho executado fica armazenado na forma de energia.

Características das forças conservativas: o trabalho da força elétrica não depende da trajetória, mas apenas dos pontos inicial e final.

Professor, neste módulo é importante ressaltar ao aluno a importância e aplicações dos condutores elétricos, além de mostrar o porquê de o campo elétrico no interior de um condutor elétrico ser nulo, bem como analisar graficamente o campo elétrico e o potencial elétrico e explique a gaiola de Faraday.

Para ir além

A BBC traz um fantástico trabalho a respeito da história da eletricidade que está disponível em três vídeos abaixo indicados, na sequência:

Parte 1 - Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=rAqUvE97iCU>>

Acesso em 26 jul. 2018.

Parte 2 - Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=t5m-9vjCe1g>>

Acesso em 26 jul. 2018.

Parte 3 - Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=BkkoaXCLYGI>>

Acesso em 26 jul. 2018.

Os alunos podem desenvolver uma pesquisa sobre a gaiola de Faraday. Sugira que assistam ao vídeo indicado a seguir. Ele traz experimentos interessantes com este tema. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=YniztDeGRwE>>

Acesso em: jul. 2018.

O próximo vídeo sugerido ensina como construir um gerador de Van der Graaf caseiro, que também utiliza o princípio da Gaiola de Faraday. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=XGNsSshWzzA>>

Acesso em: jul. 2018.

Exercícios Propostos

7. E

Sim, como o campo tem sentido de **A** para B, a força elétrica em um próton proveniente do campo elétrico tem mesmo sentido, logo, o trabalho é resistente.

8. B

$U_{AB} = 0 \text{ V}$, pois estão na mesma superfície equipotencial.

9. 07 (01 + 02 + 04)

01. Verdadeiro.

$$F_A = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{9,0 \cdot 10^{-4}} = 100 \text{ N}$$

02. Verdadeiro. $V_A = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{3,0 \cdot 10^{-2}} = 15 \cdot 10^5 \text{ V}$

04. Verdadeiro. $V = V_A - V_B = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{6,0 \cdot 10^{-2}} + 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{3,0 \cdot 10^{-2}} = 7,5 \cdot 10^5 - 15,0 \cdot 10^5 \text{ V} = -7,5 \cdot 10^5 \text{ V}$

08. Falso. $\tau_{AB} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot (-7,5 \cdot 10^5) = -15 \text{ J}$

16. Falso. - Existe uma diferença de potencial entre A e B.

10. 11 (01 + 02 + 08)

01. Verdadeiro. A energia potencial elétrica é a energia de um objeto carregado na presença de um campo elétrico.

02. Verdadeiro. Quando solta em uma região onde existe campo elétrico ela adquire força elétrica ($F = q \cdot E$), logo adquire velocidade e consequentemente energia cinética.

04. Falso. A carga é repelida pela placa carregada positivamente e atraída pela placa carregada negativamente.

08. Verdadeiro. $\tau = \Delta E_C$

16. Falso. $\Delta E_C = \Delta E_P$

11. Observe que $V_{AB} = V_{AC} = V_{CA} = 180 \text{ V}$, logo, $\tau_{CA} = 1,6 \cdot 10^{19} \cdot 180 = 2,88 \cdot 10^{-17} \text{ J}$. $\therefore \tau_{CA} = 2,88 \cdot 10^{-17} \text{ J}$
Como a placa esquerda é carregada positivamente, o trabalho do elétron é positivo.

12. C

O trabalho total será a soma de todas as energias potenciais, tomadas as cargas duas a duas. Portanto:

$$E_{AB} = \frac{kq_1q_2}{a} = \frac{kq^2}{a}$$

$$E_{AD} = \frac{kq_1q_2}{2a\sqrt{2}} = \frac{kq^2}{2a\sqrt{2}}$$

$$E_{AC} = \frac{kq_1q_2}{3a} = \frac{kq^2}{3a}$$

$$E_{BC} = \frac{kq_1q_2}{2a\sqrt{2}} = \frac{kq^2}{2a\sqrt{2}}$$

$$E_{BD} = \frac{kq_1q_2}{3a} = \frac{kq^2}{3a}$$

$$E_{CD} = \frac{kq_1q_2}{a} = \frac{kq^2}{a}$$

Portanto, $\tau = E_{AB} + E_{AD} + E_{AC} + E_{BC} + E_{BD} +$

$$E_{CD} = 2 \frac{kq^2}{a} \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3} + 1 \right) =$$

$$= \frac{k(16 + 3\sqrt{2})q^2}{6a}$$

$$\tau = \frac{k(16 + 3\sqrt{2})q^2}{6a}$$

13. Ao longo da mesma superfície equipotencial, o potencial elétrico é sempre o mesmo; portanto, o trabalho é nulo.

14. 06

$$02. \text{ Falso. } U = \frac{k_0 \cdot Q_1}{d} + \frac{k_0 \cdot Q_2}{d} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{0,24}$$

$$= \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{0,24} = 0$$

$$04. \text{ Falso. } U = \frac{k_0 \cdot Q_1}{d} + \frac{k_0 \cdot Q_2}{d} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{0,16}$$

$$= \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{0,16} = -4,5 \cdot 10^5$$

$$06. \text{ Verdadeiro. Pela lei de Coulomb } F = \frac{k_0 \cdot Q_1 \cdot Q_2}{d^2}$$

têm-se que em módulo as duas forças são iguais.

15. B

Nesta questão, temos uma composição de movimentos, pois se trata de um lançamento oblíquo

em que devido ao campo elétrico surge uma força elétrica de mesma direção e sentido da força gravitacional atuando na vertical para baixo. Assim, temos uma aceleração resultante obtida pela soma da aceleração da gravidade com a aceleração elétrica que aponta no mesmo sentido que a força elétrica, cujo módulo é:

$$a = g + \frac{|q \cdot E|}{m}$$

O movimento da partícula representa uma parábola com a concavidade voltada para baixo, mas precisamos de uma função que relacione a variação da energia potencial gravitacional com o eixo x.

Decompondo a velocidade inicial v_0 nos eixos x e y:

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \theta$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin \theta$$

Para o eixo x, temos um MRU, sendo a equação dada por:

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t \Rightarrow v_0 \cdot t \cdot \cos \theta$$

Isolando t:

$$t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos \theta} \quad (1)$$

Para o eixo y, temos um MRUV, sendo a equação da posição vertical com o tempo dada por:

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{a}{2} \cdot t^2 \quad (2)$$

Substituindo a equação (1) na equação (2):

$$\Delta y = \text{tg } \theta \cdot x - \frac{a}{2} \cdot \frac{x^2}{2 v_0^2 \cdot \cos^2 \theta} \quad (3)$$

E, como a variação da energia potencial gravitacional é dada por:

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot y$$

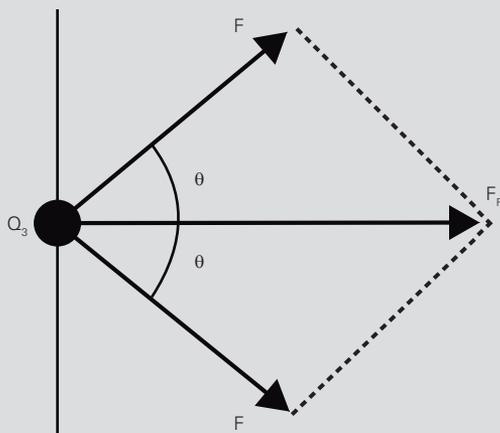
Substituindo Δy finalmente ficamos com:

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot \left(\text{tg } \theta \cdot x - \frac{a}{2} \cdot \frac{x^2}{2 v_0^2 \cdot \cos^2 \theta} \right)$$

Logo, temos uma equação representativa de uma parábola cuja concavidade está voltada para baixo.

16. B

Como o sinal de Q_3 não é conhecido, vamos supô-lo positivo. A distância entre Q_1 e Q_3 e a distância entre Q_2 e Q_3 é a mesma.



Como o valor da carga é elevado ao quadrado, não há diferença se a carga Q_3 é negativa ou positiva.

17. D

Do enunciado:

$$\begin{cases} 5Q_A = 2Q_B \Rightarrow Q_B = \frac{5}{2}Q_A \\ 10R_A = 3Q_B \Rightarrow R_B = \frac{10}{3}R_A \end{cases}$$

Lembrando que o volume da esfera é $\frac{4}{3}\pi R^3$:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_A = \frac{Q_A}{\frac{4}{3}\pi R_A^3} \\ p_B = \frac{Q_B}{\frac{4}{3}\pi R_B^3} = \frac{\frac{5Q_A}{2}}{\frac{4}{3}\pi \left(\frac{10}{3}R_A\right)^3} = \frac{\frac{5Q_A}{2}}{\frac{4}{3}\pi \frac{1000}{27}R_A^3} = \frac{\frac{5Q_A}{2}}{\frac{4}{3}\pi \frac{2000}{27}R_A^3} = \frac{Q_A}{\frac{4}{3}\pi \frac{400}{27}R_A^3} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\frac{p_A}{p_B} = \frac{Q_B}{\frac{4}{3}\pi R_A^3} \times \frac{\frac{4}{3}\pi \frac{400}{27}R_A^3}{Q_A} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{p_A}{p_B} = \frac{400}{27}}$$

Estudo para o Enem

18. E

$$\left\{ \begin{array}{l} E d = V \Rightarrow E = \frac{V}{d} \\ F = |q|E \Rightarrow F = eE \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{F = \frac{eV}{d}}$$

Competência: Compreender interações entre organismos e ambiente, em particular aquelas relacionadas à saúde humana, relacionando conhecimentos científicos, aspectos culturais e características individuais.

Habilidade: Interpretar modelos e experimentos para explicar fenômenos ou processos biológicos em qualquer nível de organização dos sistemas biológicos.

19. B

No interior de um condutor (caixa metálica) em equilíbrio eletrostático, as cargas distribuem-se na superfície externa do condutor, anulando o campo elétrico no seu condutor. Esse fenômeno é conhecido como blindagem eletrostática.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

20. C

Economia pelo projeto inicia:

$$200 \text{ m}^2 \text{ painel elétrico} \Rightarrow 200 \cdot 1 \text{ kWh} = 200 \text{ kWh}$$

$$200 \text{ m}^2 \text{ painel térmico} \Rightarrow 200 \cdot 0,7 \text{ kWh} = 140 \text{ kWh}$$

$$\text{Total} \Rightarrow 200 + 140 \text{ kWh} = 340 \text{ kWh}$$

Economia na 2ª fase:

$$+ 75\% \text{ de painéis elétrico} \Rightarrow 200 \cdot 1,75 \cdot 1 \text{ kWh} = 350 \text{ kWh}$$

Para atingir a meta de 680 kWh, faltam 330 kWh.

Daí:

$$330/0,7 \approx 472 \text{ m}^2$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

5 CORRENTE ELÉTRICA, POTENCIAL ELÉTRICO E DIFERENÇA DE POTENCIAL (DDP)

Comentário sobre o módulo

É importante destacar que, nas situações nas quais as partículas eletricamente carregadas deixam de estar em equilíbrio eletrostático, há deslocamento dessas cargas para determinada direção e sentido – é a chamada corrente elétrica. Esse tipo de corrente é responsável pela eletricidade considerada utilizável pela humanidade.

Normalmente se utiliza a corrente causada pela movimentação de elétrons em um condutor, mas também há corrente de íons positivos e negativos (em soluções eletrolíticas ou gases ionizados).

Para ir além

Modelos em ambientes de aprendizagem de Física: circuitos elétricos simples. Disponível em:

<<http://ebooks.pucrs.br/edipucrs/Ebooks/Pdf/978-85-397-0789-8.pdf#page570>>.

Acesso em: out. 2018.

Exercícios propostos

7. A característica da liga que explica o fato de ela ser condutora de corrente elétrica é a presença de elétrons livres que se movimentam em um campo elétrico.

8. A

A quantidade de carga elétrica é dada pela área sob o gráfico, logo

$$Q = \frac{2 \cdot 10^{-13} \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{2} = 4 \cdot 10^{-16} \text{ C.}$$

Portanto, a quantidade de íons de sódio que atravessou a membrana é $\frac{4 \cdot 10^{-16}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 2,5 \cdot 10^3$.

9. $Q = i \cdot \Delta t = 4000 \cdot 10^{-3} \cdot 3600 = 14400 \text{ C} = 1,44 \cdot 10^4 \text{ C.}$

10. E

Temos que $t = \frac{Q}{i} = \frac{15}{30 \cdot 10^3} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 0,5 \text{ ms.}$

11. C

Temos que $Q = \frac{75 \mu\text{g}}{650 \mu\text{g/C}} = \frac{3}{26} \text{ C.}$

Em 10 min de tratamento, temos uma corrente

$$\text{de } i = \frac{3}{26} \cdot \frac{1}{600} \approx 0,19 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 0,19 \text{ mA.}$$

12. a) A carga elétrica é dada pela área sob o gráfico, portanto, $Q = A_{\text{trapézio}} = \frac{(8 + 2)}{2} \cdot 64 \cdot 10^{-3} = 3,2 \cdot 10^{-2} = 0,32 \text{ C.}$

b) Como a carga é 0,32 C, temos que o número de elétrons é dado por $n = \frac{0,32}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 2 \cdot 10^{18}$.

c) $i_m = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{0,32}{8} = 0,4 \text{ A.}$

13. C

O campo elétrico é dado por $\frac{70 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{8 \cdot 10^{-19} \text{ m}} = 8,75 \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$.

14. A

Temos que $2 \text{ A} = \frac{2 \text{ C}}{\text{s}}$.

Então, para 2 C, temos $\frac{2 \text{ C}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 1,25 \cdot 10^{19}$ elétrons.

15. Temos que a carga que fluiu durante a descarga é dada pela área sob a reta do gráfico, logo:

$Q = \frac{7,2 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{2} = 1,44 \cdot 10^{-2} \text{ C}$, e o número de portadores de carga é dado por $\frac{1,44 \cdot 10^{-2}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 9 \cdot 10^{16}$.

16. B

Temos que a energia necessária para aquecer a água é de $m \cdot c \cdot \Delta T = 880 \text{ g} \cdot 1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 60 ^\circ\text{C} = 52800 \text{ cal.}$

Em joules, $52800 \cdot 4,2 = 221760 \text{ J.}$

A corrente pode ser dada por $i = \frac{Q}{\eta \cdot U \cdot \Delta t}$, onde η representa o rendimento.

Assim, $i = \frac{221760}{0,6 \cdot 220 \cdot 420} = 4,0 \text{ A.}$

17. Temos que a bateria é carregada com uma corrente

$$\text{m\u00e9dia de } i_m = 3,2 \text{ A} = 3,2 \frac{\text{C}}{\text{s}}.$$

E temos que $Q = 0,8 \text{ Ah} = 0,8 \cdot 3\,600 = 2\,880 \text{ C}$.

$$\text{Ent\u00e3o, } t = \frac{2\,880}{3,2} = 900 \text{ s} = 15 \text{ min}.$$

Estudo para o Enem

18. D

Em 2 segundos com uma corrente el\u00e9trica de 40 000 A, a quantidade de carga el\u00e9trica \u00e9 de 80 000 C. Como um el\u00e9tron tem uma carga de $1,6 \cdot 10^{-19}$, ent\u00e3o temos que o n\u00famero de el\u00e9trons que passa por uma se\u00e7\u00e3o do condutor \u00e9 de

$$n = \frac{80\,000}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 5 \cdot 10^{23}.$$

Compet\u00eancia: Apropriar-se de conhecimentos da f\u00edsica para, em situa\u00e7\u00f5es-problema, interpretar, avaliar ou planejar interven\u00e7\u00f5es cient\u00edfico-tecnol\u00f3gicas.

Habilidade: Utilizar leis f\u00edsicas e (ou) qu\u00edmicas para interpretar processos naturais ou tecnol\u00f3gicos inseridos no contexto da termodin\u00e2mica e(ou) do eletromagnetismo.

19. E

Se aumentarmos a tens\u00e3o em 5 vezes, aumentamos a corrente em 5 vezes; logo, 500 mA.

Compet\u00eancia: Identificar a presen\u00e7a e aplicar as tecnologias associadas \u00e0s ci\u00eancias naturais em diferentes contextos.

Habilidade: Dimensionar circuitos ou dispositivos el\u00e9tricos de uso cotidiano.

20. C

$$\text{Em um raio de } 300\,000 \text{ A} = 300\,000 \frac{\text{C}}{\text{s}}.$$

$$\text{Em } 0,5 \text{ s: } 300\,000 \cdot 0,5 \text{ s} = 150\,000 \text{ C}.$$

$$\text{Ent\u00e3o: } \frac{150\,000 \text{ C}}{600\,000 \text{ C}} = \frac{1}{4}.$$

Compet\u00eancia: Apropriar-se de conhecimentos da f\u00edsica para, em situa\u00e7\u00f5es-problema, interpretar, avaliar ou planejar interven\u00e7\u00f5es cient\u00edfico-tecnol\u00f3gicas.

Habilidade: Utilizar leis f\u00edsicas e (ou) qu\u00edmicas para interpretar processos naturais ou tecnol\u00f3gicos inseridos no contexto da termodin\u00e2mica e(ou) do eletromagnetismo.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO SISTEMA DE ENSINO BOSCO

6 PRIMEIRA LEI DE OHM PRIMEIRA E SEGUNDA LEIS DE OHM

Comentário sobre o módulo

Neste módulo, enunciamos a Primeira e segunda Lei de Ohm. Com estas leis conseguiremos estudar desde os circuitos elétricos mais simples, até os mais complexos.

Exercícios propostos

7. A

Temos que, pelo gráfico

$$10 \text{ V} = 2,0 \text{ A} \cdot R$$

$$R = 5 \Omega.$$

8. Como a tensão é constante, temos que

$$U_A = U_B$$

$$R \cdot i_A = R_B \cdot i_B$$

$$R \cdot 4 \cdot i_B = R_B \cdot i_B$$

$$R_B = 4 \cdot R.$$

9.14 (02 + 04 + 08)

01. Falso. $127 = 1000 \cdot i \rightarrow i = 0,127 \text{ A}$. A pessoa terá uma fibrilação cardíaca.

02. Verdadeiro. $12 = 10000 \cdot i \rightarrow i = 0,0012 \text{ A}$. A pessoa terá um formigamento.

04. Verdadeiro. Vamos supor a pior das hipóteses: que a pessoa esteja com as mãos molhadas, o que confere menor resistência à corrente. Logo, $200 = 1000 \cdot i \rightarrow i = 0,2 \text{ A}$, o que está no limite da fibrilação cardíaca.

08. Verdadeiro.

Mãos molhadas: $20 = 1000 \cdot i \rightarrow i = 0,02 \text{ A}$.
Mãos úmidas: $200 = 10000 \cdot i \rightarrow i = 0,02 \text{ A}$.

16. Falso. Não sabemos a tensão da bateria.

10. D

Como o gráfico de D_1 é uma reta, podemos dizer que o dispositivo D_1 é ôhmico na faixa de -30 a $+30 \text{ V}$. Temos também que $30 = 5,0 \cdot 10^{-3} \cdot R \rightarrow R = 6 \text{ k}\Omega$.

11. Para $t = 400 \text{ ms}$, temos que $i = 12 \text{ mA}$.

Então, $U = 0,5 \cdot 10^3 \cdot 12 \cdot 10^{-3} = 6 \text{ V}$.

12. A

A resistência para os fios é dada por

$$R_1 = \rho \cdot \left(\frac{3 \cdot L_2}{2 \cdot A_2} \right) \text{ e } R_2 = \rho \cdot \frac{L_2}{A_2}.$$

$$\text{Portanto, } \frac{R_1}{R_2} = \frac{6 \cdot \rho \cdot L_2 \cdot A_2}{3 \cdot \rho \cdot L_2 \cdot A_2} = 2.$$

Assim, para uma mesma tensão $R_1 \cdot R_2 = R_2 \cdot i_2$,

$$\text{então } \frac{i_1}{i_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{2} = 0,5$$

13. D

$$R = \frac{U}{i}$$

$$\text{Área: } A_2 = 2 \cdot A_1$$

$$\text{Então: } \frac{V_1}{i} = \rho \cdot \frac{L}{A_1} \text{ e } \frac{V_2}{i} = \rho \cdot \frac{L}{2 \cdot A_1}.$$

$$\text{Portanto, } V_1 = 2 \cdot V_2.$$

14. 06 (02 + 04)

01. Falso. Temos que a área é igual a

$$\frac{500 \text{ mm}^3}{100 \text{ mm}} = 5 \text{ mm}^2, \text{ logo } R_1 = 1 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{100 \text{ mm}}{5 \text{ mm}^2} = 2 \cdot 10^{-5} \Omega.$$

$$02. \text{ Verdadeiro. } 8 \cdot 10^{-2} \Omega = \rho \cdot \frac{10 \text{ m}}{2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \rightarrow \rho = 1,6 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}.$$

04. Verdadeiro. Temos que seu comprimento é $2 \cdot \pi \cdot 20 \text{ cm} = 40 \cdot \pi \text{ cm}$. Logo,

$$R = 6 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{400 \text{ mm}}{10 \text{ mm}^2} = 24 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^3 = 2,4 \cdot \pi \cdot 10^{-3} \Omega, \text{ isto é, } 7 \cdot 10^{-7} < R < 8 \cdot 10^{-3}.$$

08. Falso. Não, pois, quando se triplica o raio de um fio, a área de sua seção aumenta em nove vezes.

$$\text{Logo } \pi R = \rho \cdot \frac{3 \cdot L'}{9 \cdot A'} \text{ e } R' = \rho \cdot \frac{L'}{A'} \rightarrow R = \frac{R'}{3}.$$

$$16. \text{ Falso. Temos que } R_1 = 1 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{3}{A} = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{A}$$

$$\text{e } R_3 = 6 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{100}{A} = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{A}. \text{ Então } R_1 < R_3.$$

15. E

Volume do cilindro:

$$V = A L \Rightarrow V = \frac{\pi D^2}{4} L \Rightarrow L = \frac{4 V}{\pi D^2} \quad (\text{I})$$

Corrente elétrica:

$$i = \frac{|\Delta Q|}{\Delta t} \Rightarrow i = \frac{n e}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{n e}{i} \quad (\text{II})$$

Velocidade:

$$v = \frac{L}{\Delta t}$$

(I) e (II) em (III):

$$v = \frac{L}{\Delta t} = \frac{4V}{\pi t D^2} \cdot \frac{i}{n e} \Rightarrow v = \frac{4Vi}{n e \pi D^2}$$

Dados:

$$V = 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3; D = 1,6 \text{ mm} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}; \\ i = 10 \text{ A}; n = 8,4 \cdot 10^{22}; e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}; \pi = 2,14.$$

Substituindo valores:

$$v = \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 10}{8,4 \cdot 10^{22} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,14 \cdot (1,6 \cdot 10^{-3})^2} =$$

$$3,7 \cdot 10^{-4} \text{ m/s} \Rightarrow v = \boxed{10^{-4} \text{ m/s}}$$

$$16. R_1 = R_2 \rightarrow v = \frac{\rho_1 \cdot L}{\pi R^2} = \frac{\rho_2 \cdot L/2}{\pi \left(\frac{R}{3}\right)^2} \rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = 4,5$$

17. Nota: resistência elétrica é uma grandeza física. O objeto instalado no chuveiro chama-se resistor.

$$\text{Dados: } P = 5\,500 \text{ W}; U = 220 \text{ V};$$

$$\rho = 1,1 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}; A = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2.$$

Da expressão da potência dissipada no resistor:

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P} = \frac{220 \cdot 220}{5\,500} \Rightarrow \boxed{R = 8,8 \Omega}.$$

Aplicando a segunda lei de Ohm:

$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow L = \frac{RA}{\rho} = \frac{8,8 \cdot 2,5 \cdot 10^{-7}}{1,1 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow \boxed{L = 2 \text{ m}}.$$

Estudo para o Enem

18. E

A resistência do ser humano é de

$$R = 1,8 \cdot \frac{1,5}{30 \cdot 10^{-4}} = 900 \Omega.$$

Em 270 V, temos $270 = 900 \cdot i \rightarrow i = 0,3 \text{ A} \rightarrow i = 300 \text{ mA} > 200 \text{ mA}$.

Competência: Identificar a presença e aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais em diferentes contextos.

Habilidade: Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

19. B

Temos que $120 \text{ V} = 1\,000 \Omega \cdot i \rightarrow i = 120 \text{ mA}$.

Competência: Identificar a presença e aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais em diferentes contextos.

Habilidade: Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

20. D

$$\text{Temos que } R = 1,8 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{300 \cdot 10^3}{2,0 \cdot 10^{-4}} = 2,7 \Omega.$$

Competência: Identificar a presença e aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais em diferentes contextos.

Habilidade: Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

7 CAPACITORES

Comentário sobre o módulo

Neste módulo, demos início ao estudo de capacitores, apresentando suas funcionalidades e os cálculos necessários para saber seu valor dentro de um circuito elétrico.

Exercícios propostos

7. a) Temos que a força elétrica na esfera é de $F_e = q \cdot E = \sqrt{3} \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^4 = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^{-2} \text{ N}$.

A força peso é de $P = 6 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 6 \cdot 10^{-2} \text{ N}$.

Portanto, a tangente do ângulo θ é dada por

$$\text{tg}(\theta) = \frac{F_e}{P} = \frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^{-2}}{6 \cdot 10^{-2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Ou seja, $\theta = 30^\circ$.

b) Se a diferença de potencial fosse triplicada, teríamos um campo elétrico triplicado; logo, a força é triplicada, e a tangente do ângulo θ é dada

$$\text{por } \text{tg}(\theta) = \frac{6 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^{-2}}{6 \cdot 10^{-2}} = \sqrt{3}$$

Ou seja, $\theta = 60^\circ$.

8. C

I. Falso. A capacitância depende da carga e da diferença de potencial ($C = Q/V$).

II. Verdadeiro. Se $C = Q/V$, então $V = Q/C$.

III. Verdadeiro. Como $C = \epsilon \cdot \frac{A}{d}$, se diminuirmos d , aumentamos o valor da capacitância.

9. Como $C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} = 9 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-4}}{(1,0 - 0,4) \cdot 10^{-3}} = 1,5 \cdot 10^{-12} \text{ F}$

Assim, com uma ddp de 6 V temos,

$$Q = 1,5 \cdot 10^{-12} \cdot 6 = 9 \cdot 10^{-12} \text{ C}.$$

10 18 (02 + 16)

01. Falso. Do ponto P para o ponto Q, o trabalho não é nulo, pois é um deslocamento na mesma linha de força. Do ponto P para o ponto R o trabalho é nulo, pois se trata de um deslocamento perpendicular às linhas de força.

02. Verdadeiro.

04. Falso. Se o valor da constante dielétrica aumentar, a capacitância aumentará, e o valor do campo elétrico irá diminuir.

08. Falso. Ela se movimentará espontaneamente da placa B para a placa A.

16. Verdadeiro.

11. Temos que a carga inicial da bolha é de $Q_0 = C_0 \cdot V_0$.

$$\text{Como } C_0 = \frac{R}{k},$$

$$Q_0 = \frac{R \cdot V_0}{k}.$$

Assim, após a bolha estourar, ela vai se transformar em uma gota esférica, maciça de raio r , cujo volume é $V_e = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$.

Calculando o volume da casca esférica de espessura e , temos $V_{\text{casca}} = A_{\text{sup}} \cdot e = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot e$.

Então o raio da gota esférica é:

$$r^3 = 3 \cdot R^3 \cdot e$$

$$r^3 = 3 \cdot 10^2 \cdot 3,3 \cdot 10^{-6}$$

$$r^3 = 1,0 \cdot 10^{-1} \text{ cm}.$$

E a carga

$$Q_f = C_f \cdot V_f = \frac{r \cdot V_f}{k}$$

$$Q_f = C_f V_f$$

$$Q_f = krV_f.$$

Sendo as duas cargas iguais, temos que

$$Q_f = Q_0$$

$$\frac{r \cdot V_f}{k} = \frac{R \cdot V_0}{k}$$

$$V_f = \frac{R \cdot V_0}{k}$$

$$V_f = \frac{10 \cdot 100}{1 \cdot 10^{-1}} \rightarrow V_f = 10 \text{ kV}.$$

12. a) Os capacitores 2 e 3 estão em série

$$C_{2,3} = \frac{2 \mu\text{F} \cdot 3 \mu\text{F}}{2 \mu\text{F} + 3 \mu\text{F}} = \frac{6}{5} \mu\text{F}.$$

O capacitor equivalente $C_{2,3}$ está em paralelo com C_4 .

$$\text{Então, } C_{(2,3),4} = \frac{6}{5} \mu\text{F} + \frac{A}{d} \mu\text{F} = 2 \mu\text{F}.$$

E esse capacitor equivalente está em série com

$$C_1, \text{ portanto, } C_{\text{eq}} = \frac{2 \mu\text{F} \cdot 1 \mu\text{F}}{2 \mu\text{F} + 1 \mu\text{F}} = \frac{2}{3} \mu\text{F}.$$

b) A carga elétrica total é

$$12 \text{ V} = \frac{Q}{(2/3) \cdot 10^{-6} \text{ F}} \rightarrow Q = 8 \mu\text{C}.$$

Portanto, a carga em C_1 deve ser a mesma que aquela no sistema, logo, $Q_1 = 8 \mu\text{C}$.

A carga no sistema com os capacitores C_2 , C_3 e C_4 é $8 \mu\text{C}$.

Assim, temos que a carga de $8 \mu\text{C}$ em $C_{2,3}$ e C_4 é dividida proporcionalmente entre suas capacitâncias.

Dessa forma, $Q_{2,3} = Q_3 = 4,8 \mu\text{C}$.

c) A ddp em C_1 é dada por $C_1 = \frac{8 \mu\text{C}}{V_1} \rightarrow V_1 = 8 \text{ V}$.

Logo, a ddp no capacitor C_4 é de $V_1 + V_2 = 12 \rightarrow 8 + V_2 = 12 \rightarrow V_2 = 4 \text{ V}$.

13. A

Dobrando a área, a capacitância C também dobra, e, dobrando a distância d , a capacitância C fica reduzida à metade.

14. 03 (01 + 02)

01. Verdadeiro. $c = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$.

02. Verdadeiro. A capacitância é inversamente proporcional ao campo elétrico.

04. Falso. $\frac{1}{C_s} = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) = \frac{4 + 2 + 3 + 3}{12} = 1 \mu\text{F}$.

08. Falso. A capacitância de um capacitor é diretamente proporcional à área de suas placas e inversamente proporcional à distância entre elas.

15. O capacitor equivalente do sistema é dado por

$$C_{1,2} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{100 \cdot 300}{100 + 300} = 75 \mu\text{F}.$$

$$C = C_{1,2} + C_3 = 100 \mu\text{F}$$

$$\text{Logo, } Q = 100 \cdot 10^{-6} \cdot 3 = 300 \mu\text{C}.$$

Portanto, em C_1 temos $300 \mu\text{C} \cdot 0,75 = 225 \mu\text{C}$.

16. a) Em paralelo, os capacitores estão sob a mesma ddp, logo

$$U' = \frac{Q + q}{C \cdot k} \text{ e } U = \frac{Q - q}{C}$$

$$\frac{Q + q}{C \cdot k} = \frac{Q - q}{C} \rightarrow k \cdot (Q - q) = Q + q.$$

Como Q é a carga inicial, temos que

$$Q = C \cdot U$$

$$q = \frac{C \cdot U \cdot (k - 1)}{k + 1}.$$

$$\text{b) } Q_{\text{Total}} = 2 \cdot Q = 2 \cdot C \cdot U$$

$$Q_{\text{Total}} = Q \cdot U' + k \cdot C \cdot U' = C \cdot U' \cdot (1 + k)$$

$$C \cdot U' \cdot (k + 1) = 2 \cdot C \cdot U$$

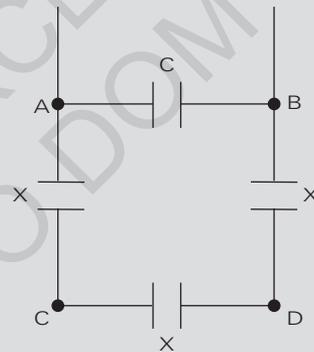
$$U' = \frac{2 \cdot U}{k + 1}.$$

$$\text{c) } E_{\text{inicial}} = \frac{C_{\text{eq}} \cdot U^2}{2} = \frac{2 \cdot C \cdot U^2}{2} = C \cdot U^2$$

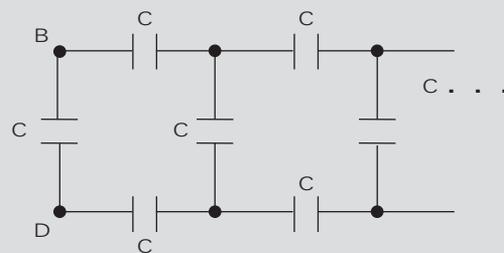
$$E_{\text{final}} = \frac{C_{\text{eq}} \cdot (U')^2}{2} = \frac{2 \cdot C \cdot U^2}{(1 + k)}$$

$$\Delta E = E_{\text{final}} - E_{\text{inicial}} = -C \cdot U^2 \cdot \frac{(1 - k)}{1 + k}.$$

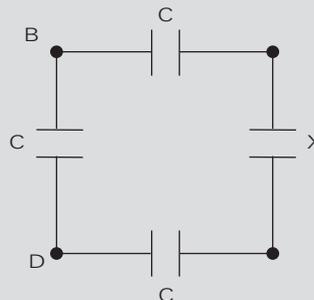
17. A



Assim, o valor de X pode ser encontrado a partir de



Ou seja,



Portanto, a capacitância entre B e D é

$$\frac{C \cdot X}{\frac{2}{C} + X} + C = X \rightarrow \frac{C \cdot X}{2} = (X - C) \cdot \left(\frac{C}{2} + X \right) \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{C \cdot X}{2} = \frac{C \cdot X}{2} + X^2 - C \cdot X - \frac{C^2}{2} - C \cdot X$$

$$X^2 - C \cdot X - \frac{C^2}{2} = 0$$

Resolvendo a equação de segundo grau

$$X = \left(\frac{1 + \sqrt{3}}{2} \right) \cdot C.$$

que está em paralelo com um capacitor C.

$$\text{Assim, } C_{\text{eq}} = C + \frac{X}{3} = C + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1 + \sqrt{3}}{2} \right) \cdot C$$

$$\begin{aligned} C_{\text{eq}} &= C + \frac{C + C \cdot \sqrt{3}}{6} = \frac{7 \cdot C + C \cdot \sqrt{3}}{6} = \\ &= (7 + \sqrt{3}) \cdot \frac{C}{6}. \end{aligned}$$

Estudo para o Enem

18. C

A energia acumulada no capacitor é dada pela

$$\begin{aligned} \text{área sob a reta, logo } E_p &= \frac{Q \cdot U}{2} = \frac{0,10 \cdot 4 \cdot 10^3}{2} = \\ &= 200 \text{ J.} \end{aligned}$$

Competência: Identificar a presença e aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais em diferentes contextos.

Habilidade: Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

19. A

Como $C = \epsilon_0 \cdot S/d$,

$$\text{então } \frac{C_{\text{vácuo}}}{C_{\text{dielétrico}}} = \frac{\epsilon_0 \cdot S/d}{4 \cdot \epsilon_0 \cdot S/d} = \frac{1}{4}.$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Utilizar leis físicas e (ou) químicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da termodinâmica e (ou) do eletromagnetismo.

20. C

$$C_s = \frac{3 \cdot 7}{(3 + 7)} = \frac{21}{10} = 2,1 \mu\text{F}$$

Competência: Identificar a presença e aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais em diferentes contextos.

Habilidade: Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

8 POTÊNCIA ELÉTRICA

Comentário sobre o módulo

Além disso, iniciamos o estudo da potência elétrica, apresentando sua equação e como essa grandeza é usada no cotidiano.

Neste módulo, estudamos os componentes elétricos: fusíveis e disjuntores, além de suas funções no circuito.

Para ir além

Simulador de circuito elétrico. Disponível em:

<http://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/battery-resistor-circuit>.

Acesso em: out. 2018.

Exercícios propostos

7. E

$$4\,000\text{ W} = R \cdot i^2$$

Como R é constante, temos que

$$P' = R \cdot \left(\frac{i}{40}\right)^2 = \frac{R \cdot i^2}{1600} = 2,5\text{ W}.$$

Assim, $P' = 2,5\text{ W}$.

8. A

$$\text{Temos que } U = R \cdot i \rightarrow R = \frac{U}{i} = \frac{10}{2} = 5\text{ V}.$$

A potência é dada por $P = U \cdot i$, quando $i = 4\text{ A}$, $U = 20\text{ V}$. Logo:

$$P = 4 \cdot 20 = 80\text{ W}.$$

9. a) Pelo gráfico, com uma diferença de potencial de 0,4 V, temos 20 mAh/g

Como temos 5 g, então 100 mAh.

$$\text{Em } 4\text{ h: } i_m = \frac{100\text{ mAh}}{4\text{ h}} = 25\text{ mA}.$$

b) Quando uma bateria é preparada com 10 mAh/g, temos que a diferença de potencial é de 0,2 V. Portanto:

$$P = 0,2\text{ V} \cdot 2\text{ mA} = 0,4\text{ mW}.$$

10. D

A resistência do chuveiro pode ser calculada a partir da fórmula da potência:

$$5\,000\text{ W} = \frac{(220\text{ V})^2}{R} \rightarrow R = 9,68\ \Omega.$$

$$\text{Logo, com } 110\text{ V, temos: } P = \frac{(110)^2}{9,68} = 1\,250\text{ W}.$$

11. D

$$P = U \cdot i$$

$$P = 220 \cdot 4,1 = 902\text{ W}$$

O rendimento do aparelho é dado por

$$\eta = \frac{822\text{ W}}{902\text{ W}} \approx 0,91 \rightarrow \eta = 91\%.$$

12. a) Como $P = U \cdot i$,

$$150\text{ W} = 127\text{ V} \cdot i$$

$$i \approx 1,2\text{ A}.$$

b) Como $f = 4\text{ MHz}$, a uma velocidade de

$$3 \cdot 10^8\text{ m/s, então: } \lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^6} = 0,75 \cdot 10^2 = 75\text{ m}.$$

13. C

$$E_{\text{dissipada}} = 60\text{ W} \cdot 3\,600\text{ s} \cdot (1 - 0,05) = 205\,200\text{ J}.$$

14. a) $R_0 = 12\ \Omega$ e $T_0 = 20\text{ }^\circ\text{C}$

$$R(T) = 24\ \Omega \rightarrow T = 220\text{ }^\circ\text{C}$$

Assim,

$$R(T) = R_0 + \alpha \cdot (220 - 20)$$

$$24 = 12 + \alpha \cdot 200 \rightarrow \alpha = 0,06 = 6 \cdot 10^{-2}\ \Omega/^\circ\text{C}.$$

b) Para a temperatura de $20\text{ }^\circ\text{C}$, a corrente vale 10 A; pelo gráfico, a resistência é de $12\ \Omega$, logo $V = R \cdot i = 120\text{ V}$.

c) $V = R_M \cdot i$

$$120 = R_M \cdot 5 \rightarrow R_M = 24\ \Omega$$

$$\text{Pelo gráfico, } R_M = 24\ \Omega \rightarrow T_M = 220\text{ }^\circ\text{C}.$$

d) $P = U \cdot i$

$$P = 5 \cdot 120 = 600\text{ W}.$$

15. E

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2}{\rho \cdot L/A} = \frac{A \cdot U^2}{\rho \cdot L}$$

$$\text{Se temos } A_1 = \frac{A_2}{4}, \text{ então } P_1 = \frac{P_2}{4}$$

$$P_1/P_2 = 1/4.$$

16. C

Para uma potência de 150 W, o gráfico da figura 1 nos dá uma resistência de $325\ \Omega$. Assim, o gráfico da figura 2 nos dá uma temperatura de $3\,000\text{ }^\circ\text{C}$.

17. a) $R = 3 \cdot 10^{-8}\text{ L/A}$

$$L = 500\text{ nm} = 500 \cdot 10^{-9}\text{ m}$$

$$A = 100 \cdot 10^{-9} \cdot 50 \cdot 10^{-9} = 5 \cdot 10^{-15}\text{ m}^2.$$

Assim:

$$R = 3 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{500 \cdot 10^{-9}}{5 \cdot 10^{-15}}$$

$$R = 3 \, \Omega.$$

b) $P = R \cdot i^2 = 3 \cdot (10 \cdot 10^{-6})^2 = 3 \cdot 10^{-10} \text{ W}.$

c) $E = P_{\text{total}} \cdot \Delta t = 10^6 \cdot 3 \cdot 10^{-10} \cdot 5$
 $E = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ J}.$

d) $Q = 5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 300 \text{ K} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

$$P_{\text{total}} = \frac{Q}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{1,5 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 10^{-10} \cdot 10^6} = 50 \text{ s}.$$

Estudo para o Enem

18. B

Quando ligadas corretamente, dissipam a mesma potência elétrica, logo dissipam a mesma energia elétrica em um período de tempo.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Utilizar leis físicas e (ou) químicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da termodinâmica e (ou) do eletromagnetismo.

19. A

$$P = U \cdot i \rightarrow 3300 \text{ W} = 220 \text{ V} \cdot i$$

$$i = 15 \text{ A}$$

Competência: Identificar a presença e aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais em diferentes contextos.

Habilidade: Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

20. B

O tempo total que a TV fica ligada é de $7 \cdot (90 + 15) = 735 \text{ min} = 12,25 \text{ h}.$

$$E = P \cdot \Delta t = 180 \text{ W} \cdot 12,25 \text{ h} = 2205 \text{ Wh} = 2,205 \text{ kWh}$$

Portanto, o custo para manter a TV ligada para todos os jogos é de $\text{R\$ } 0,30 \cdot 2,205 \text{ kWh} \approx \text{R\$ } 0,66$

Competência: Identificar a presença e aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais em diferentes contextos.

Habilidade: Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO DO
SISTEMA DE ENSINO DOMBOSCO

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO

MATERIAL DE USO EXCLUSIVO
SISTEMA DE ENSINO DOM BOSCO



Pearson

PRÉ-VESTIBULAR
SEMIEXTENSIVO

1

