

 **OBJETIVO**

ITA
Matemática

1



MÓDULO 1

Números

As questões destas aulas foram retiradas ou adaptadas de provas das Olimpíadas Brasileiras de Matemática (OBM), fonte considerável de questões que privilegiam o raciocínio matemático ao conhecimento.

1. Calcule o valor de $1997 + 2004 + 2996 + 4003$.

- a) 10000 b) 11000 c) 10900
d) 12000 e) 13000

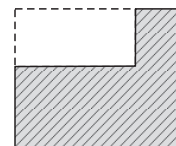
2. Uma professora tem 237 balas para dar a seus 31 alunos. Qual é o número mínimo de balas a mais que ela precisa conseguir para que todos os alunos recebam a mesma quantidade de balas, sem sobrar nenhuma para ela?

- a) 11 b) 20 c) 21 d) 31 e) 41

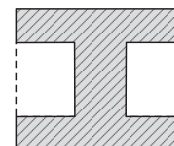
3. Um arquiteto apresenta ao seu cliente cinco plantas diferentes para o projeto de ajardinamento de um terreno retangular, onde as linhas cheias representam a cerca que deve ser construída para proteger as flores. As regiões claras são todas retangulares e o tipo de cerca é o mesmo em todos os casos. Em qual dos projetos o custo da construção da cerca será maior?



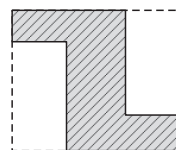
a)



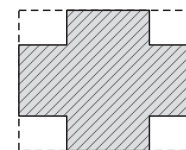
b)



c)



d)



e)

4. 108 crianças da 5ª e 6ª séries vão fazer um passeio numa caverna. São formados grupos iguais com mais de 5 porém menos de 20 alunos. Com relação ao número de estudantes por grupo, de quantas formas diferentes eles podem ser feitos?

- a) 2 b) 8 c) 5 d) 4 e) 3

5. Sobre uma mesa estão três caixas e três objetos, cada um em uma caixa diferente: uma moeda, um grampo e uma borracha. Sabe-se que

A caixa verde está à esquerda da caixa azul;

A moeda está à esquerda da borracha;

A caixa vermelha está à direita do grampo;

A borracha está à direita da caixa vermelha.

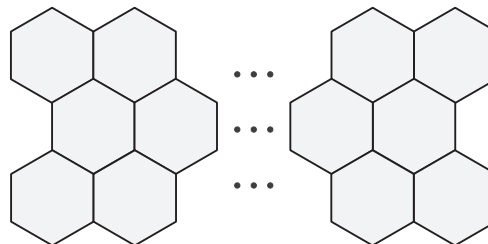
Em que caixa está a moeda?

- a) Na caixa vermelha.
 b) Na caixa verde.
 c) Na caixa azul.
 d) As informações fornecidas são insuficientes para se dar uma resposta.
 e) As informações fornecidas são contraditórias.

MÓDULO 2

Números (continuação)

1. O arranjo a seguir, composto por 32 hexágonos, foi montado com varetas, todas com comprimento igual ao lado do hexágono. Quantas varetas, no mínimo, são necessárias para montar o arranjo?



- a) 113 b) 123 c) 122 d) 132 e) 152

2. Para quantos inteiros positivos m o número $\frac{334}{m^2 - 2}$ é um inteiro positivo?

- a) um b) dois c) três
 d) quatro e) mais do que quatro

3. O número 1000...02 tem 20 zeros. Qual é a soma dos algarismos do número que obtemos como quociente quando dividimos esse número por 3?

4.

- a) É possível dividir o conjunto $\{1^2, 2^2, \dots, 7^2\}$ em dois grupos A e B de modo que a soma dos elementos de A seja igual à soma dos elementos de B? Justifique.
- b) É possível dividir o conjunto $\{1^2, 2^2, 3^2, \dots, 9^2\}$ em dois grupos C e D de modo que a soma dos elementos de C seja igual à soma dos elementos de D? Justifique.

5. As 10 cadeiras de uma mesa circular foram numeradas com números consecutivos de dois algarismos, entre os quais há dois que são quadrados perfeitos. Carlos sentou-se na cadeira com o maior número e Janaína, sua namorada, sentou-se na cadeira com o menor número. Qual é a soma dos números dessas duas cadeiras?
a) 29 b) 36 c) 37 d) 41 e) 64

MÓDULO 3

Números (continuação)

1. Simplificando a fração $\frac{2004 + 2004}{2004 + 2004 + 2004}$, obtemos:

mos:

- a) 2004 b) $\frac{113}{355}$ c) $\frac{1}{2004}$
- d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{2}{7}$

2. Os alunos de uma escola participaram de uma excursão, para a qual dois ônibus foram contratados. Quando os ônibus chegaram, 57 alunos entraram no primeiro ônibus e apenas 31 no segundo. Quantos alunos devem passar do primeiro para o segundo ônibus para que a mesma quantidade de alunos seja transportada nos dois ônibus?

- a) 8 b) 13 c) 16 d) 26 e) 31

3. O preço de uma corrida de táxi é igual a R\$ 2,50 (“bandeirada”), mais R\$ 0,10 por cada 100 metros rodados. Tenho apenas R\$ 10,00 no bolso. Logo tenho dinheiro para uma corrida de até:

- a) 2,5 km b) 5,0 km c) 7,5 km
d) 10,0 km e) 12,5 km

4. O algarismo das unidades do número

$1 \times 3 \times 5 \times \dots \times 97 \times 99$ é

- a) 1 b) 3 c) 5 d) 7 e) 9

5. Se m e n são inteiros não negativos com $m < n$, definimos $m \nabla n$ como a soma dos inteiros entre m e n , incluindo m e n . Por exemplo, $5 \nabla 8 = 5 + 6 + 7 + 8 = 26$.

O valor numérico de $\frac{22 \nabla 26}{4 \nabla 6}$ é:

- a) 4 b) 6 c) 8 d) 10 e) 12

MÓDULO 4

Números (continuação)

1. Na multiplicação a seguir, a , b e c são algarismos:

$$\begin{array}{r} 1 \ a \ b \\ b \ 3 \times \\ \hline * * * \\ * * * \\ \hline 1 \ c \ c \ 0 \ 1 \end{array}$$

Calcule $a + b + c$.

2. Encontre todos os números naturais n de três algarismos que possuem todas as propriedades abaixo:

- n é ímpar;
- n é um quadrado perfeito;
- A soma dos quadrados dos algarismos de n é um quadrado perfeito.

3. Um professor de Inglês dá aula particular para uma classe de 9 alunos, dos quais pelo menos um é brasileiro. Se o professor escolher 4 alunos para fazer uma apresentação, terá no grupo pelo menos dois alunos de mesma nacionalidade; se escolher 5 alunos, terá no máximo três alunos de mesma nacionalidade. Quantos brasileiros existem na classe?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

4. Ao redor de um grande lago existe uma ciclovia de 45 quilômetros de comprimento, na qual sempre se retorna ao ponto de partida se for percorrida num único sentido. Dois amigos partem de um mesmo ponto com velocidades constantes de 20 km por hora e 25 km por hora, respectivamente, em sentidos opostos. Quando se encontram pela primeira vez, o que estava correndo a 20 km por hora aumenta para 25 km por hora e o que estava a 25 km por hora diminui para 20 km por hora. Quanto tempo o amigo que chegar primeiro ao ponto de partida deverá esperar pelo outro?

- a) nada b) 10 min c) 12 min
e) 15 min e) 18 min

5. Num relógio digital, as horas são exibidas por meio de quatro algarismos. Por exemplo, ao mostrar 00:00 sabemos que é meia-noite e ao mostrar 23:59 sabemos que falta um minuto para meia-noite. Quantas vezes por dia os quatro algarismos mostrados são todos pares?

- a) 60 b) 90 c) 105 d) 180 e) 240

■ MÓDULO 1

1. Um artesão começa a trabalhar às 8h e produz 6 braceletes a cada vinte minutos; seu auxiliar começa a trabalhar uma hora depois e produz 8 braceletes do mesmo tipo a cada meia hora. O artesão pára de trabalhar às 12h mas avisa ao seu auxiliar que este deverá continuar trabalhando até produzir o mesmo que ele. A que horas o auxiliar irá parar?

- a) 12h b) 12h30min c) 13h
d) 13h30min e) 14h30min

2. Esmeralda escreveu (corretamente!) todos os números de 1 a 999, um atrás do outro:

12345678910111213... 997998999.

Quantas vezes aparece o agrupamento "21", nesta ordem?

- a) 11 b) 21 c) 31 d) 41 e) 51

3. A soma de dois números primos a e b é 34 e a soma dos primos a e c é 33. Quanto vale $a + b + c$?

■ MÓDULO 2

1. Sabendo-se que $9\ 174\ 532 \times 13 = 119\ 268\ 916$, pode-se concluir que é divisível por 13 o número:

- a) 119 268 903 b) 119 268 907 c) 119 268 911
d) 119 268 913 e) 119 268 923

2. Seis amigos planejam viajar e decidem fazê-lo em duplas, cada uma utilizando um meio de transporte diferente, dentre os seguintes: avião, trem e carro. Alexandre acompanha Bento. André viaja de avião. Carlos não acompanha Dário nem faz uso do avião. Tomás não anda de trem. Qual das afirmações a seguir é correta?

- a) Bento vai de carro e Carlos vai de avião.
b) Dário vai de trem e André vai de carro.
c) Tomás vai de trem e Bento vai de avião.
d) Alexandre vai de trem e Tomás vai de carro.
e) André vai de trem e Alexandre vai de carro.

■ MÓDULO 3

1. Ao somar cinco números consecutivos em sua calculadora, Esmeralda encontrou um número de 4 algarismos: 2 0 0 *. O último algarismo não está nítido, pois o visor da calculadora está arranhado, mas ela sabe que ele não é zero. Este algarismo só pode ser:

- a) 5 b) 4 c) 3 d) 2 e) 9

2. Entre 1986 e 1989, época em que vocês ainda não tinham nascido, a moeda do país era o cruzado (Cz\$). Com a imensa inflação que tivemos, a moeda foi mudada algumas vezes: tivemos o cruzado novo, o cruzeiro, o cruzeiro real e, finalmente, o real. A conversão entre o cruzado e o real é: 1 real = 2.750.000.000 cruzados. Imagine que a moeda não tivesse mudado e que João, que ganha hoje 640 reais por mês, tivesse que receber seu salário em notas novas de 1 cruzado. Se uma pilha de 100 notas novas tem 1,5 cm de altura, o salário em cruzados de João faria uma pilha de altura:

- a) 26,4 km b) 264 km c) 26 400 km
d) 264 000 km e) 2 640 000 km

3. Numa caixa havia 3 meias vermelhas, 2 brancas e 1 preta. Professor Piraldo retirou 3 meias da caixa. Sabendo-se que nenhuma delas era preta, podemos afirmar sobre as 3 meias retiradas que:

- a) são da mesma cor.
b) são vermelhas.
c) uma é vermelha e duas são brancas.
d) uma é branca e duas são vermelhas.
e) pelo menos uma é vermelha.

■ MÓDULO 4

1. Quantos números entre 10 e 13000, quando lidos da esquerda para a direita, são formados por dígitos consecutivos e em ordem crescente? Exemplificando, 456 é um desses números, mas 7890 não é:

- a) 10 b) 13 c) 18 d) 22 e) 25

2. Uma empresa de telefonia celular oferece planos mensais de 60 minutos a um custo mensal de R\$ 52,00, ou seja, você pode falar durante 60 minutos no seu telefone celular e paga por isso exatamente R\$ 52,00. Para o excedente, é cobrada uma tarifa de R\$ 1,20 cada minuto. A mesma tarifa por minuto excedente é cobrada no plano de 100 minutos, oferecido a um custo mensal de R\$ 87,00. Um usuário optou pelo plano de 60 minutos e no primeiro mês ele falou durante 140 minutos. Se ele tivesse optado pelo plano de 100 minutos, quantos reais ele teria economizado?

- a) 10 b) 11 c) 12 d) 13 e) 14

resolução dos exercícios-tarefa

■ MÓDULO 1

1) O número de braceletes feitos pelo artesanato é

$$4 \text{ horas} \times \frac{6 \text{ braceletes}}{20 \text{ minutos}} = 4 \text{ horas} \times \frac{18 \text{ braceletes}}{\text{hora}} = 72.$$

$$\text{O auxiliar produz } \frac{8 \text{ braceletes}}{1/2 \text{ hora}} = \frac{16 \text{ braceletes}}{\text{hora}}.$$

Então 72 braceletes =

$$= 16 \times \frac{\text{braceletes}}{\text{hora}} \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{72}{16} \text{ h} = 4,5 \text{ horas.}$$

Temos 9 horas + 4,5 horas = 13 horas 30 minutos.

Resposta: D

2) Vamos primeiro contar os agrupamentos 21 obtidos a partir de um par de números consecutivos tal que o primeiro termina com 2 e o segundo começa com 1, que são os seguintes 11 casos: 12 13, 102 103, 112 113, ..., 192 193.

Vamos agora listar os números que têm o agrupamento 21 no meio de sua representação decimal:

21, 121, 221, ..., 921

210, 211, ..., 219

Temos então 20 números nesse segundo caso, e portanto a resposta é $11 + 20 = 31$.

Resposta: C

3) $a + b = 34$ e $a + c = 33$ logo $b - c = 1$. Como b e c são primos, concluímos que $b = 3$ e $c = 2$.

Dessa forma, $a = 34 - b = 34 - 3 = 31$, de onde vem $a + b + c = 31 + 2 + 3 = 36$

Resposta: 36

■ MÓDULO 2

1) Como 119 268 916 é divisível por 13, já que $9\ 174\ 532 \times 13 = 119\ 268\ 916$, podemos concluir que os números da forma $119\ 268\ 916 + x$, para x inteiro, são divisíveis por 13 se, e somente se, x é divisível por 13.

Dentre os números apresentados, o número $119\ 268\ 916 + (-13) = 119\ 268\ 903$ é o único divisível por 13.

Resposta: A

2) Se Alexandre não vai de carro e acompanha Bento, que não vai de avião, então ambos vão de trem. Carlos não acompanha Dário e não anda de avião, logo é companheiro de Tomás, que não anda de trem; assim, ambos vão de carro. André, que viaja de avião, é companheiro de Dário; logo, ambos vão de avião. Portanto, Alexandre vai de trem e Tomás vai de carro.

Resposta: D

■ MÓDULO 3

1) Cinco números consecutivos podem ser representados por $a - 2$, $a - 1$, a , $a + 1$ e $a + 2$ e sua soma é $(a - 2) + (a - 1) + a + (a + 1) + (a + 2) = 5a$ ou seja, um múltiplo de 5, que só pode terminar em $x = 5$, pois $x \neq 0$.

Resposta: A

2) 1 real = 275×10^7 cruzados

$$640 \text{ reais} = 640 \times 275 \times 10^7 =$$

$$= 176 \times 10^{10} \text{ cruzados} = 176 \times 10^{10} \text{ notas de 1 cz\$}$$

Mas

$$\frac{1,5 \text{ cm de altura}}{100 \text{ notas de 1cz\$}} = \frac{x}{176 \times 10^{10} \text{ notas de 1 cz\$}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1,5 \times 176 \times 10^{10} \text{ cm}}{10^2} =$$

$$= 264 \times 10^8 \text{ cm} = 264 \times 10^3 \text{ km} = 264000 \text{ km}$$

Resposta: D

3) Quando são retiradas três meias, uma das seguintes situações irá ocorrer: (i) as três meias são vermelhas ou (ii) duas são vermelhas e uma é branca ou (iii) uma é vermelha e duas são brancas, já que não havia meias pretas entre as retiradas. Portanto, pelo menos uma meia é vermelha.

Resposta: E

■ MÓDULO 4

1) Os números em questão são 12, 23, 34, 45, ..., 89 (8 números), 123, 234, 345, ..., 789 (7 números), 1234, 2345, ..., 6789 (6 números) e, por fim, 12345, um total de $8 + 7 + 6 + 1 = 22$ números.

Resposta: D

2) O usuário pagou $52 + (140 - 60) \cdot 1,20 = 148$ reais; no plano de 100 minutos teria pago $87 + (140 - 100) \cdot 1,20 = 135$, ou seja, teria economizado $148 - 135 = 13$ reais

Resposta: D

