TURMA ITA

EDIÇÃO 2007

SISTEMA DE ENSINO

POLIEDRO

CADERNO 0

Índice

0,333... DÍZIMA PERIÓDICA SIMPLES

0,(3) | $0,\overline{3}$ ↳ PERÍODO

$0,333... = x$

$3,333... = 10x$

$10x - x = 3 \rightarrow \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ IRREDUTÍVEL mdc = 1

$0,131313... = 0,\overline{13} = \frac{13}{99}$ FRAÇÃO GERATRIZ

$0,2111... = 0,2\overline{1}$ 2ª DÍZ. PER. COMPOSTA

↳ PERÍODO ↳ Ñ PERÍODO

1.1. Números relativos

1. Quanto se deve somar a $(-3)^{-1}$ para se obter o menor número inteiro positivo? $-\frac{1}{3}+\frac{4}{3}=\frac{3}{3}=1$

2. Quanto devo subtrair de $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$ para se obter o $\left(\frac{1}{7}\right)^{0}$? $\frac{3}{2}-x=1$ | $\frac{3}{2}-1=x$

$\frac{1}{2}=x$

3. Por quanto devo multiplicar $\left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{1}{3}}$, para se obter $16^{\frac{1}{2}}$? $\frac{1}{64}$ 2, 4, 8, 16, 32, 64 $\frac{1}{2^2}\cdot x = 2^2$ $2^4 = x$

4. Por quanto se deve dividir $\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{3}{2}}$, para se obter $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$?

5. Qual o simétrico do número pelo qual se deve multiplicar o inverso do simétrico de $\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}\right]^{2}$ para se obter $(-1)^{3}$?

6. Calcule a expressão: $\left(\frac{2}{5}\right)^{0}\cdot(0{,}01)^{2}\cdot(0{,}25)^{\frac{1}{2}}$

7. Efetue: $64^{\frac{2}{3}}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}+\left(\frac{1}{3}\right)^{0}-2^{9}$

8. Efetue: $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}-\left(-\frac{1}{27}\right)^{0,33...}-(+9)^{-\frac{1}{2}}$

9. (CN) Calcular o valor da expressão:

$$\left[8\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}}+0{,}017^{0}\right]\cdot\frac{1}{0{,}88...}$$

10. (EsPCEx) Resolver a expressão abaixo:

$$(5)^{0}-(2)^{-3}-\sqrt[5]{-32}-(0{,}16)^{\frac{1}{2}}-(-1)^{3}$$

11. (EsPCEx) Calcular o valor da expressão:

$$27^{\frac{2}{3}}+4^{-0,5}+8^{0,33...}$$

12. (CN) Calcular: $\left(\frac{3}{7}\right)^{-2}+\frac{5}{2}(7)^{-1}+\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$

13. (CN) Resolver a expressão:

$$\frac{\frac{2}{3}+1}{\frac{4}{3}-1}-\left(\frac{\frac{2}{3}-2}{3-\frac{1}{2}}\right)^{0}+\frac{1}{2^{-1}}+0{,}43535....$$

14. (CN) Resolver a expressão: $\dfrac{0{,}33...+\frac{2}{3}+\left(\frac{5}{4}\right)^{0}}{\frac{1}{2}+4^{\frac{3}{2}}+2^{-1}}$

15. (CN) Resolver: $\dfrac{8^{\frac{1}{3}}+0{,}033...-30^{-1}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{3^{1.5}}}$

16. (CN) Resolver: $\dfrac{3^{-1}\cdot\frac{6}{5}+0{,}777...}{8^{0}\cdot 0{,}344...-\frac{2}{30}}$

17. (CN) Resolver: $\dfrac{\left(1+\sqrt{3}\right)^{0}+0{,}33...}{(0{,}2)^{-2}+216^{\frac{1}{3}}}$

18. (CN) Calcular: $\dfrac{(729)^{\frac{1}{3}}\cdot\frac{24{,}08}{0{,}05}}{2{,}432323...}$

19. (CN) Calcular: $\sqrt{\left(\dfrac{2{,}133..}{53+\frac{1}{3}}\right)^{-3}}$

20. (CN) Calcular: $2^{-1}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}-1207^{0}+4^{\frac{3}{2}}$

21. (EsPCEx) O resultado de: $(-8)^{\frac{2}{3}}$, é:

A. ( ) 4
B. ( ) $-\frac{1}{4}$
C. ( ) $\frac{16}{3}$
D. ( ) $\frac{64}{3}$
E. ( ) n.d.a.

22. (PM) O valor da expressão: $\left(\frac{2}{3}-1\right)^2+2(-1)^3$, é:

A. ( ) $\frac{17}{9}$ B. ( ) $-\frac{19}{9}$

C. ( ) $-\frac{17}{9}$ D. ( ) $\frac{19}{9}$

23. (PM) O resultado de: $2^{-1}\cdot\frac{1}{2^5}$, é:

A. ( ) $\frac{1}{2^4}$ B. ( ) 2^4

C. ( ) $\frac{1}{2^{-4}}$ D. ( ) $\frac{1}{2^6}$

24. (EsPCEx) O resultado de: $\frac{53}{4}\cdot 10^{-5}$ é igual a:

A. ( ) $\frac{4}{53}\text{x}10^{+5}$ B. ( ) 1325000

C. ( ) $\left(\frac{53}{4}\right)^{-5}$ D. ( ) 0,0001325

E. ( ) n.d.a.

25. (EsPCEx) A expressão:

$$\left(-\frac{16}{15}\right)^{-17}\cdot\left(+\frac{5}{18}\right)^{-17}:\left(-\frac{8}{27}\right)^{\frac{-50}{3}}$$, é igual a:

A. ( ) $-\frac{3}{2}$ B. ( ) -1

C. ( ) $-\frac{5}{3}$ D. ( ) $-\frac{4}{9}$

E. ( ) n.d.a.

26. (EsPCEx) Calcular o inverso da expressão:

$$\frac{\left(\frac{3}{4}+\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{1}{2}+\frac{0,5}{0,001}\cdot 3\cdot 10^{-2}}{\frac{5}{4}}$$

27. (EsPCEx) Calcular: $\sqrt{3^{-2}}+\frac{4^0}{0,25}+\frac{30}{4}\cdot\sqrt{0,16}$

28. (EsPCEx) Calcular: $3\left(-\frac{2}{3}\right):\frac{5}{2}+\frac{1}{5}-5:\frac{25}{3}$

29. (EsPCEx) Calcule o valor da expressão abaixo, reduzindo-a à sua forma racional mais simples (fração ordinária):

$$\sqrt{0,01}\cdot\left[\left(\frac{4}{100}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot\left(\frac{1}{10}\right)^{-3}+\left(\frac{3}{2}\right)^{0}\right]^{-1}+0,211...$$

30. (CN) Na expressão a **e** b são números inteiros e positivos. a + b vale:

$$\frac{(0,125)^{b-a}}{8^{a-b}}+21\left(\frac{b}{a}\right)^0+a^b=191,$$

A. ( ) 15 B. ( ) 14 C. ( ) 13
D. ( ) 12 E. ( ) 11

31. (EsPCEx) Calcule:

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}:\frac{2-16^{-\frac{1}{2}}:2}{27^{\frac{1}{3}}+\frac{4}{5}:\frac{1}{15}}$$

32. (PM) O valor de $\frac{1}{5}-\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}$, é:

A. ( ) –0,3 B. ( ) 0,3

C. ( ) $\frac{-7}{20}$ D. ( ) –3

33. (PM) A expressão: $3^7\cdot 3\cdot 3^{-3}:3^5$, é igual a:

A. ( ) –2 B. ( ) –1
C. ( ) 0 D. ( ) 1

34. (EPCAR) Assinale o valor numérico da expressão:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^0-\left(\frac{3}{7}\right)^{-1}-2^2+\sqrt[7]{-128}-0,36^{\frac{1}{2}}$$

A. ( ) $\frac{1}{15}$ B. ( ) $\frac{61}{15}$ C. ( ) $-\frac{61}{15}$

D. ( ) $-\frac{119}{15}$ E. ( ) $-\frac{127}{15}$

35. (EsPCEx) Determine em potência de 10, o valor da expressão seguinte:

$$\frac{0,00001\cdot(0,01)^2\cdot 1000}{0,001}$$

36. (CN) O valor de:

$$\left[\left(\frac{1}{5^{-\frac{2}{3}}}\right)^3-\left(\frac{2^{12}}{2^{10}}\right)^{\frac{1}{2}}\right]-\left[\frac{(0,333...)^{-\frac{5}{2}}}{\sqrt{3}}-\frac{\left(5^{\frac{5}{3}}\right)^2}{\sqrt[3]{5}}\right]$$

é:

A. ( ) 139 B. ( ) 120 C. ( ) 92
D. ( ) 121 E. ( ) 100

37. (EsPCEx) Calcular, considerando apenas a as raízes positivas:

$$\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2} : 81^{-\frac{1}{2}} \cdot (-8)^{\frac{2}{3}}$$

38. (EsPCEx) Calcular: $\left(6\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{250}\right) : \sqrt[3]{16}$

1.2. Expressões algébricas

1. (M.MERC) O valor numérico da expressão:
$2a-\{3a-[2a+b-(3b-c)+(3b+c)-(a+b-c)]\}$,
para $a=\frac{1}{4}$, $b=\frac{1}{5}$ e $c=\frac{1}{3}$, é:
A. ( ) 0 B. ( ) –1
C. ( ) 1 D. ( ) 2

2. (PM) O valor numérico do polinômio:
$\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2}$, para $x=-1$, é:
A. ( ) –1 B. ( ) 2
C. ( ) $\frac{1}{2}$ D. ( ) 0

3. (EsPCEx) Calcular o valor numérico do polinômio:
$4x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x$, para $x = -\frac{1}{2}$

4. (EPCAR) O valor numérico da expressão:
$\frac{-x^3 - \sqrt[3]{y}}{-a^{-1}}$, para $x=-4$, para $y=-8$ e $a=\frac{1}{3}$, é:
A. ( ) –22 B. ( ) 22
C. ( ) $-\frac{62}{3}$ D. ( ) $\frac{62}{3}$
E. ( ) $\frac{64-\sqrt{2}}{3}$

5. (EPCAR) Calcular o valor numérico de **y**, na expressão: $y = (x^2 - 6x + 9)$, para $x = 5$

6. (EsPCEx) O valor numérico de:
$3\sqrt{x} + 4\sqrt{xy} - 5\sqrt{x^2}$, para $x=4$ e $y=2$, será:
A. ( ) 2,6
B. ( ) $2(4\sqrt{2}-7)$
C. ( ) $-6\sqrt{2}$
D. ( ) –0,204
E. ( ) $8(\sqrt{2}-2)$

7. (EsPCEx) O valor numérico da expressão:
$\frac{\left(x^{-1}+\frac{1}{y}\right)^{-x}}{(x-y)^{-1}}$, para $x=1$ e $y=-\frac{1}{2}$, é:
A. ( ) –2 B. ( ) $-\frac{3}{2}$ C. ( ) $\frac{1}{2}$
D. ( ) $-\frac{1}{2}$ E. ( ) n.d.a.

8. (EsPCEx) Sendo $a = 2$ e $b = -a$, então o valor numérico da expressão: $\frac{\left(a^2+2a^3b^{-2}\right)^2}{\sqrt{-\frac{25b}{a^{-1}}}}$ é:
A. ( ) 100 B. ( ) –4 C. ( ) $\frac{32}{5}$
D. ( ) 0 E. ( ) n.d.a.

9. (EsPCEx) O valor numérico do polinômio:
$P(x) = (ax^n + 2ax^{n-1}) : (ax^{n-2})$, para $x = 5$, é:
A. ( ) não é possível determinar
B. ( ) $P(5) = 35$
C. ( ) $P(5) = 0$
D. ( ) $P(5) = 1$
E. ( ) n.d.a.

10. (EsPCEx) O valor numérico de $[(x-y)^2 : x] \cdot x^0$, para $x=\frac{2}{3}$, e, $y=\frac{1}{3}$, é:
A. ( ) $\frac{1}{6}$ B. ( ) $\frac{2}{27}$ C. ( ) $-\frac{2}{27}$
D. ( ) $-\frac{1}{2}$ E. ( ) n.d.a.

11. (PM) O valor numérico da expressão $a + b^3$, para $a = -1$, e, $b = -2$, e:
A. ( ) 10 B. ( ) 11 C. ( ) 7
D. ( ) –11 E. ( ) n.d.a.

12. (CN) Sendo B e C números inteiros, o grau do polinômio que representa o quociente
$\frac{\left(x^3-Bx^2+3x-1\right)^4 \cdot \left(x^2-7x\right)^2}{\left(x^2+Cx-3\right)^4+\left(x^2-3\right)^4}$ é:
A. ( ) 1º B. ( ) 6º C. ( ) 4º
D. ( ) 8º E. ( ) 2º

13. (EsPCEx) Calcular o valor numérico de:
$9x^3y + 2x^2y^2 - 3xy^3$, para $x = -2$ e $y = 3$

1.3. Multiplicação

1. $(-4x^2y^2)(-5x^3y)$

2. $(-4a^3b^{-2})(-3a^{-2}b^{-1})$

3. $x^{-3}y^{\frac{2}{3}} \cdot \left(-5x^{\frac{1}{2}}y^{-1}z^2\right)$

4. $(3x^2y^4 - 5x^3y^3 - 2x^4y^2 + x^5y - 1)(5x^2y^2)$

5. $\left(\frac{2x^3}{5} - \frac{4x^2y}{15} + \frac{xy^2}{25} - \frac{2y^2}{5}\right)\left(-15x^2y\right)$

6. $3m^{2-x}n^{y-2} . (-4m^{x-2}n^{-2+P} + 6m^{2x+3}n^3 - 1)$

7. $(3a^m - 4b^n + 5c^P)(2a^m - 3b)$

8. $(6a^3b - 5a^2b^2 + 4ab^3 - 3b^4)(2ab^2 - 3a^2b + b^3)$

9. $\left(\frac{3a^3}{4} - \frac{a^2}{3} + \frac{2a}{3} - \frac{6}{5}\right)\left(a^2 - \frac{2a}{3} + \frac{1}{2}\right)$

1.4. Operações algébricas

1. (CN) Efetue a multiplicação: $(x^2 - 5x + 9).(x + 3)$

2. (CN) Efetue o produto: $(x^2 - 2 - x)(x^2 - 1)$

3. (EPCAR) Efetuar: $(x^5 + x - x^3 - 6)(x^4 - x^3 - x + 7)$

4. (EPCAR) Efetuar a multiplicação:

$$\left(y^{\frac{3}{4}} + y^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{4}} + 1\right)\left(y^{\frac{1}{4}} - 1\right)$$

5. (EPCAR) Dados os polinômios:
$A = 3x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{13}{2}x + \frac{3}{2}$ e $B = \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$,
calcular: $A \cdot B$

6. (M.MERC) Efetue o produto: $(1 - 3x)(1 + 3x)$

7. (M.MERC) Efetue o produto: $\left(3x + \frac{y}{2}\right)\left(3x - \frac{y}{2}\right)$

8. (CN) Efetue: $(a + b + c)(a + b - c)$

9. (EsPCEx) O produto: $(9 + 4\sqrt{5})(9 - 4\sqrt{5})$, é igual a:

10. (M.MERC) Subtraindo: $(a + b)(a - b)$ de $(a + b)^2$, o que se obtém?

11. (EsPCEx) Qual o resultado de a: $a^{\frac{1}{3}}$

12. (EsPCEx) Efetuando: $\dfrac{\left(a^5\right)^{\frac{1}{2}} . \left(a^{-3}\right)^{\frac{2}{3}}}{\left(a^{-1}\right)^{-1}}$, obtemos:

13. (EsPCEx) Efetuar: (xy^{k-1}): $(-x^{1-k}y^{k-1})$

14. (M.MERC) Dar o quociente da divisão do polinômio: $ab^2 - a^2b + ab$, pelo monômio ab.

15. (EsPCEx) Efetue:
$(a^P x^{-q} + a^{P+1} x^{1-q} - a^{P+2} x^{2-q}) : (a^P x^{-q})$

16. (EsPCEx) Efetue a divisão:
$(6a^m - 5a^{m-1}b + 18a^{m-2}b^2 - 4a^{m-3}b^3) : (-2a^{n-1}b^3)$

17. (CN) Dê o resto da divisão de $3x^4 + 2x^3 + x - 4$ por $x^2 - 1$

18. (EsPCEx) O primeiro termo da divisão de um polinômio **P** pelo binômio $\left(\frac{1}{2}x^2 + 3x\right)$, é $4x^{-3}$, conseqüentemente, qual é o primeiro termo de **P**?

19. (CN) Qual o polinômio de menor grau que se deve acrescentar a: $6x^3 - 19x^2 + 18x - 3$, para que dê divisão exata por $2x^2 - 5x + 1$?

20. (CN) Dê o quociente:
$(6x^3 + 5x^2 - 14x + 12) : (3x^2 - 2x - 4)$

21. (M.MERC) Se numa divisão o divisor é $x + 1$, o quociente é $x - 1$ e o resto é 1, qual é o dividendo?

22. (CN) Efetuar a divisão:
$(4x^4 - 13x^2 + 12x - 3) : (2x^2 - 3x + 1)$

23. (EPCAR) Simplificar, para $m = 4$ e $n = 1$, a expressão: $(y^{m-2} + x^{m-2} + 2xy)(x + y)^{-n}$

24. (EPCAR) Efetuar: $\frac{M - N}{P} + Q$, sendo $M = 4x^4 - x^3 - 5x^2 + 3x + 4$; $N = 2x^4 - x^3 - x^2 + 3x + 4$; $P = 2x$; $Q = -x^3 + x^2 + 2x + 10$

25. (M.MERC) Calcular o quociente e o resto da divisão de: $(x^3 + 1)$ por $(x^2 + 2x - 1)$

26. (CN) Dar o quociente e o resto da divisão: $(4x^5 - 12x^4 + 6x^3 + 7x^2 - 7x + 8)$ por $(x^2 - 3x + 2)$

27. (EsPCEx) Efetuando-se $a^9 \cdot a^{-5} : (a^{-2})^3$, obtém-se:
A. ( ) a^3 B. ( ) a^{10} C. ( ) a^{-2};
D. ( ) a^5 E. ( ) n.d.a.

28. (EsPCEx) Efetuando-se $k^{P+1} : (-k^{1-2P})$, obtém-se:
A. ( ) k^{-P} B. ( ) $-k^{2-P}$ C. ( ) k^{P-2}
D. ( ) $-k^{3P}$ E. ( ) n.d.a.

29. (PM) Desenvolvendo $(1 + 2x)^2$, têm-se:
A. ( ) $1 + 4x^2$ B. ( ) $1 + 4x + 4x^2$
C. ( ) $1 + 4x + 4x$ D. ( ) $2 - 4x + 4x^2$

30. (PM) Achar a constante **b** para que seja exata a divisão: $(x^3 + ax^2 + x + b) : (x^2 - 2x + 3)$

31. (PM) Dadas as expressões algébricas: $A = 2x^3 - x^2 + x + 1$; $B = x^3 + 2x^2 + 4$ e $C = 5x^2 - 2x + 3$, a solução de $A - B + C$ é:
A. ( ) $x^3 + 2x^2 - x + 8$ B. ( ) $8x^3 - 6x^2 - x$
C. ( ) $-x^3 + 2x^2 - x + 6$ D. ( ) $x^3 + 2x^2 - x$

32. (PM) Desenvolvendo $(3x - 2)^2$, obtemos:
A. ( ) $9x^2 - 4$ B. ( ) $3x^2 - 12x + 4$
C. ( ) $9x^2 - 12x + 4$ D. ( ) n.d.a.

33. (EsPCEx) O quociente e o resto da divisão de $6x^3 + 4x^2 - 3x - 2$ por $3x + 2$ são, respectivamente:
A. ( ) $2x^2 - 1$ e 0 B. ( ) $2x^2 + 1$ e 4
C. ( ) $2x^2 + 1$ e 0 D. ( ) $2x^2 + 1$ e -4
E. ( ) n.d.a.

34. (EsPCEx) O produto de $2x + y + 1$ por $2x - y - 1$ é igual a:
A. ( ) $4x^2 - y^2 - 2y - 1$ B. ( ) $4x^2 + y^2 + 2y + 1$
C. ( ) $4x^2 - y^2 - 1$ D. ( ) $4x^2 - y^2 + 2y - 1$
E. ( ) n.d.a.

35. (EsPCEx) O quadrado de $3a + 2b$ é igual a:
A. ( ) $9a^2 + 6ab + 4b^2$ B. ( ) $9a^2 + 4b^2$
C. ( ) $9a^2 + 12ab + 4b^2$ D. ( ) $3a^2 + 12ab + 2b^2$
E. ( ) n.d.a.

36. (EsPCEx) O quociente e o resto da divisão de um polinômio por $2x + 1$, são respectivamente: $x^3 + x^2 - \frac{x}{2} - \frac{9}{4}$ e $\frac{1}{4}$. Determinar o polinômio.

37. (EPCAR) Sendo $Q = (x^2 - xy + y^2)\cdot(x + y)$ e $N = (x - y)^2 (x + y)$, ache: $Q - N$

38. (CN) O resto da divisão de $x^3 - x^2 + 1$ por $x - 2$, é:
A. ( ) 4 B. ( ) 5 C. ( ) 3
D. ( ) –2 E. ( ) –5

39. (EPCAR) A expressão $7a^3b^2 - 8a^2b^3 + (2a^2b - 3ab^2)(a - b)^2$, é equivalente a:
A. ( ) $ab^2 (2a^3 + 3b^3)$ B. ( ) $-ab(2a^3 + 3b^3)$
C. ( ) $-ab(2a^3 - 3b^3)$ D. ( ) $ab(2a^3 + 3b^3)$
E. ( ) $ab(2a^3 - 3b^3)$

40. (EPCAR) Se $S = (x + \sqrt{7})(x - \sqrt{7})$, $P = (x - 3)^2 - 12$ e $Q = (x + 5)(x - 2)(x - 1)$, então $Q - (S + P)$ é igual:
A. ( ) $x - 7x$ B. ( ) $x^3 - 7x + 20$
C. ( ) $x^3 + 4x^2 + 8x + 13$ D. ( ) $x^3 - 6x$
E. ( ) $x^3 - 19x$

41. (EsPCEx) Qual é o quociente da divisão de: $x^5 + 2x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 16$ por $x^3 + 2x^2 + 8$?

42. (EPCAR) Dividindo-se $P_1 = x^4 + 2x^2 - 3$ por $P_2 = x^2 - 2x + 1$, obtém-se P_3 como resto da divisão. O valor numérico do produto $P_3 . (-2x + 1)$ para $x = 1$ é:
A. ( ) 2 B. ( ) –2 C. ( ) 1
D. ( ) –1 E. ( ) 0

43. (PM) A expressão $\left(\frac{a^2}{3} - \frac{3}{a}\right)^2$ equivale a:
A. ( ) $\frac{a^4}{9} + \frac{9}{a^2} - 2a$ B. ( ) $\frac{a^4}{9} - 2a^2 + \frac{9}{a^2}$
C. ( ) $\frac{a^4}{9} + 2a - \frac{9}{a^2}$ D. ( ) $\frac{a^4}{3} - 2a + \frac{9}{a^2}$
E. ( ) $\frac{a^4}{9} - 2a + \frac{6}{a^2}$

44. (PM) O desenvolvimento de $(1 - x)^3$ corresponde a:
A. ( ) $x^3 - 3x^2 + 3x + 1$ B. ( ) $1 + 3x + 3x^2 + x^3$
C. ( ) $1 - 3x + 3x^2 - x^3$ D. ( ) $x^3 - x^2 + x - 1$
E. ( ) $3 - 3x + 3x^2 - x^3$

45. (EPCAR) Dado um polinômio P(x), dizemos que P(x) é divisível por (x – a) se P(a) = 0. Com base nesta informação, assinale a opção que apresenta uma sentença verdadeira.
A. ( ) $-x^5 + x^4 + 3x^3 + 1$ é divisível por x + 1
B. ( ) $x^5 - 2x^4 - x^3 - 2x^2 - 12x + 8$ é divisível por x + 2
C. ( ) $2x^5 - 2x^3 - 12x^2 + 12x$ é divisível por x – 2
D. ( ) $x^5 - 1$ é divisível por x + 1
E. ( ) $x^5 + 32$ é divisível por x – 2

46. (CN) Efetuando-se o produto indicado abaixo $(x + 1)(x^{100} - x^{99} + x^{98} - x^{97} + ... x^2 - x + 1)$, encontramos:
A. ( ) $x^{100} - 1$ B. ( ) $x^{200} + 1$
C. ( ) $x^{101} + x^{50} - 1$ D. ( ) $2x^{100} + 2$
E. (x) $x^{101} + 1$

47. (CN) Sejam $P(x) = 2x^4 - 5x^2 + 3x - 2$ e $Q(x) = x^2 - 3x + 1$; se P(x) / Q(x) determina um quociente Q'(x) e um resto R (x), o valor de Q '(0) + R (1) é:
A. ( ) 0 B. ( ) 28 C. ( ) 25
D. ( ) 17 E. ( ) 18

1.5. Fatoração algébrica

Fatore as expressões abaixo:

1. $4x^2 - 2xy$

2. $6a^5x^3 - 3a^2x - 9a^3x^2$

3. $a(b + 1) + (b + 1)a^2$

4. $4x(m - n) + (n - m)$

5. $-m + n + x(m - n)$

6. $x^2 - 4x + 4$

7. $4a^2 - 12ab + 9b^2$

8. $a^2b^2c^2 + abc + \frac{1}{4}$

9. $1 - \frac{x}{y} + \frac{x^2}{4y^2}$

10. $x^{2m+2} - 2x + \frac{1}{x^{2m}}$

11. $a^2 - 7a + 12$

12. $x^2 + x - 2$

13. $b^2 - 6ab - 55a^2$

14. $a^2 + ab - 72b^2$

15. $y^2 + 3x(5y + 12x)$

16. $256y^8 - a^8$

17. $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}$

18. $m^{2x+2} - 1$

19. $x^2 - (2y - z)^2$

20. $25(a - b)^2 - 4(a + b)^2$

21. $1 + x + 3y + 3xy$

22. $m^3 + m^2 + m + 1$

23. $x^3 - 2x^2 - x + 2$

24. $2 + b - 2a - ab$

25. $a^2b - abm - ac + cm$

26. (CN) Fatorar: $x^2 - 2xy + y^2 - a^2$

27. (CN) Fatorar: $8z(x - y) - 3(x - y)$

28. (CN) Decomponha em três fatores: $16x^4 - 1$

29. (CN) Fatore:
a) $a^4 + 8a^2b^2 + 16b^4$
b) $9x^2y + 81xy^{-2}$

30. (CN) Decomponha em fatores do 1º grau: $x^3 - 12x^2 + 35x$

31. (CN) Fatore: $x^3 + x^2 - x - 1$

32. (CN) Decompor em fatores do 1º grau:

$$\frac{\left[\left(a^2+b^2\right)x^2-1\right]^2-\left[\left(a^2-b^2\right)x^2+1\right]^2}{ax}$$

33. (CN) Fatore: $x^3yz + y^3zx - xz^3y + 2x^2y^2z$

34. (CN) Decompor em fatores do 1º grau:
$4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2$

35. (EsPCEx) Decompor em fatores:
$(x^2y^2 + x^2 + y^2)^2 - (x^2 + y^2)^2 - x^2y^2 (x^2 + y^2)$

36. (EsPCEx) Fatore: $a^2 + 6a - 7$

37. (EsPCEx) Em $25a^2 - * + 36b^2$, substitua o asterisco por uma expressão tal que o resultado obtido seja um quadrado perfeito.

38. (CN-EsPCEx) Fatore:
$(3a + 2b + c)^2 - (a + 2b + 3c)^2$

39. (EsPCEx) Fatorar a expressão:
$\frac{x^2}{121} - \frac{y^2}{169}$

40. (EsPCEx) Fatore o polinômio: $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

41. (EsPCEx) Fatore: $15pm + 9qm + 10pn + 6qn$

42. (EsPCEx) Para que o binômio $(16a^2 - 16a\sqrt{a})$ se torne um trinômio quadrado perfeito, o que é necessário acrescentar ao mesmo?

43. (EsPCEx) Fatore: $5x^{m+1} + 35x^{m-1}$

44. (EsPCEx) Fatorar: $x^2 - \left(\frac{x+y}{2}\right)^2$

45. (EPCAR) Decompor em fatores, os seguintes polinômios:
a) $12bx + 3by - 8x - 2y$
b) $49y^{16} - 36a^8$

46. (EPCAR) Fatore: $25a^2 - 16b^2$

47. (M.MERC) Fatore: $2m^3 - 686$

48. (M.MERC) Decompor o trinômio: $3x^2 - 9x + 6$

49. (M.MERC) Decompor em um produto de três binômios: $a^3 - a^2b^2 - ab^2 + b^4$

50. (M.MERC) Qual é o caso de fatoração que empregamos na decomposição do trinômio: $x^2 + 2x - 3$, em fatores binômios do 1º grau.

51. (M.MERC) Fatorando o polinômio:
$ab - y^2 + ay - by$, obtém-se:

52. (PM) Fatorando a expressão: $\frac{1}{2}x^2y + \frac{1}{4}xy^2$, têm-se:

A. ( ) $2xy\left(x + \frac{1}{2}y\right)$ B. ( ) $\frac{1}{2}xy(x + 2y)$
C. ( ) $\frac{1}{4}xy(2x + y^2)$ D.( ) $\frac{1}{2}xy\left(x + \frac{1}{2}y\right)$

53. (PM) $\frac{1}{4} - m^2$, é o mesmo que:

A. ( ) $\left(\frac{1}{2}+m\right)\left(\frac{1}{2}-m\right)$ B. ( ) $\left(\frac{1}{2}-m\right)^2$
C. ( ) $\left(\frac{1}{4}+m\right)\left(\frac{1}{4}-m\right)$ D. ( ) $(2 - m)(2 + m)$

54. (PM) Fatorando a expressão: $ax - y - x + ay$, obtemos:
A. ( ) $(a + 1)(x - y)$ B. ( ) $(x + y)(a - 1)$
C. ( ) $(1 - a)(x + y)$ D. ( ) $(a - x)(1 + y)$

55. (PM) Fatorando completamente $2x^3 + 10x^2 + 12x$, obtemos:
A. ( ) $2x(x + 3)(x + 2)$
B. ( ) $2x(x - 2)(x - 3)$
C. ( ) $2x(x - 3)(x + 2)$
D. ( ) $24x^6$

56. (EPCAR) Se $a + \frac{1}{a} = \frac{3}{5}$, então $a^3 + \frac{1}{a^3}$ é igual a:

A. ( ) $\frac{27}{125}$ B. ( ) $-\frac{198}{125}$ C. ( ) $\frac{128}{125}$
D. ( ) $\frac{252}{125}$ E. ( ) $\frac{9}{5}$

57. (EsPCEx) Simplificar a expressão:
$(x^2 + 2xy + y^2) \cdot (x - 1)^2 - (x^2 - x + xy - y)^2$

1.6. MDC & MMC de expressões algébricas

1. (CN) Calcular o mdc de: $5xy^5$, $15x^3y$ e $17x^5y^4$

2. (EPCAR) Determinar o mmc de A e B, sabendo-se que: $A = 14a^3b^3x^ny$ e $B = 21a^{n+3}b^3x^{n+4}y^2$

3. (EPCAR) Achar o mdc das expressões: $15x^5yz$; $3xy^2z^2$ e $30x^2yz^2$

4. (CN) Achar o mdc de polinômios: $x^3 - 4x + x + 2$ e $x^2 - 5x - 14$

5. (M.MERC) Achar o mdc entre os polinômios: $x^2 + 2x + 1$ e $x^2 - 1$

6. (EsPCEx) Qual o mdc das expressões: $(ay - a)$, $(by^2 - b)$ e $(7y - 7)$

7. (M.MERC) Achar o mmc entre os polinômios: $x^2 - 2x + 1$ e $x^2 - 1$

8. (EsPCEx) Achar o mdc entre os polinômios: $x^2 + 2x + 1$ e $x^3 + 1$

9. (EsPCEx) O mmc das expressões: $y^{2n} - 1$, $y^{2n} + 2y^n + 1$ e $2y^n + 2$, é:
A. ( ) $(y^n + 1)^2 (y^n - 1)$
B. ( ) $2(y^n + 1)^2 (y^n - 1)$
C. ( ) $(y^n + 1)(y^n - 1)$
D. ( ) $2(y^n + 1)(y^n - 1)$
E. ( ) n.d.a.

10. (EsPCex) O mdc dos polinômios: $x^2 - 1$; $2x + 2$ e $x^2 - 3x - 4$, é igual a:
A. ( ) $2x + 2$ B. ( ) $x^2 - 1$ C. ( ) $x - 1$
D. ( ) $x + 1$ E. ( ) n.d.a.

11. (CN) Para os valores de **x** inteiros e $x \geq 2$, os inteiros P e Q têm para expressões: $P = x^2 + 2x - 3$ e $Q = ax^2 + bx + c$ e o produto do máximo divisor comum pelo mínimo múltiplo comum desses números, P e Q dá $x^4 + 5x^3 - x^2 - 17x + 12$. A soma de a, b e c é:
A. ( ) 0 B. ( ) 8 C. ( ) 6
D. ( ) 2 E. ( ) 1

1.7. Frações algébricas

Simplifique as frações:

1. $\dfrac{-54a^4b^3c^2}{9a^2b^4c^3d}$ $-6a^2$ bc $\dfrac{-6a^2}{bcd}$

2. $\dfrac{ab^2 - ac^2}{2ab^2 - 4abc + 2ac^2}$ $\dfrac{(b-c)(b+c)/2}{2b^2 - 2bc + 2c^2} = \dfrac{b+c}{2(b-c)}$ $(b-c)^2$

3. $\dfrac{ax + bx - ay - by}{a^2 - b^2}$ $\dfrac{x(a+b) - y(a+b)}{(a+b)(a-b)} = \dfrac{x-y}{a-b}$

4. $\dfrac{(2x+3y)(3x-y)}{(y-3x)(3y-2x)}$ -1 $-\dfrac{(2x+3y)}{(3y-2x)}$

Efetue e simplifique:

5. $\dfrac{a}{ab^2} + \dfrac{b}{a^2b}$

6. $\dfrac{3-x}{x^n} + \dfrac{1}{x^{n-1}}$

7. $\dfrac{4}{m-1} - \dfrac{3}{m-3} + \dfrac{m-15}{m^2 - 4m + 3}$

8. $\dfrac{x^2 - 2x}{x^2 - 1} - \dfrac{x+3}{1+x} - \dfrac{4x}{1-x}$

9. $\dfrac{6x^2}{5xyz} \cdot \dfrac{7y^2z}{12x^2yz}$

10. $\dfrac{m+n}{4m} \cdot \dfrac{6m^2}{(m+n)^2}$

11. $\dfrac{(2a-3b)+3b}{(a-b)-a} \cdot \dfrac{(a-b)b}{(2a-3b)\ 2a}$

12. $\dfrac{a^2-1}{x^2-y^2} : \dfrac{a^2-3a+2}{3x+3y}$

13. $\dfrac{(m-4)m+4}{(m-4)m+3} : \dfrac{m^2+m-6}{(m-4)(m-3)}$

14. $\dfrac{1 - \dfrac{a-1}{a+1}}{\dfrac{1}{a+1} - \dfrac{1}{a-1}}$

Calcule as expressões abaixo, dando o resultado sob a forma mais simples:

15. $\dfrac{a-a^2}{a^2-1} : \left(\dfrac{a}{a+1}-a\right)$

16. $\left(\dfrac{a+b}{a-b}-\dfrac{a-b}{a+b}\right) : \dfrac{6}{5a+5b}$

17. $\dfrac{\left(\dfrac{a}{3}+1\right)(a-1)}{1+\dfrac{a^2+3a-5}{2-a}}$

Simplificar as frações:

18. (CN) $\dfrac{\left(a^2-b^2-c^2-2bc\right)(a+b-c)}{(a+b+c)(a^2+c^2-2ac-b^2)}$

19. (CN) $\dfrac{X^3-2X^2-X+2}{X^2-1}$

20. (CN) $\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-7x+10}$

21. (EPCAR) $\dfrac{x^3-ax^2+a^2x-a^3}{(x-a)\,(x+a)\,(x^2+a^2)}$

22. (ExPCEx) $\dfrac{2xy+x^2+y^2-z^2}{2xz+x^2+z^2-y^2}$

23. $\dfrac{x^2-a^2}{x+a}$

24. (ExPCEx) $\dfrac{x^2-2x-15}{2x-10}$

25. (EPCAR) $\dfrac{x^2+2x+1}{x^2+x}$

26. (Ex) $\dfrac{(x+y)^2-z^2}{x^2-(y-z)^2}$

27. (EsPCEx) $\dfrac{x^2-x-20}{x^2-10x+25}$

Efetuar e simplificar:

28. (CN) $\dfrac{a}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{b}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{c}{(c-a)(c-b)}$

29. (CN) $\dfrac{1}{x^2-1}-\dfrac{x}{x^2-2x+1}$

30. (EPCAR) $\dfrac{x^2-x}{1-2x+x^2}-\dfrac{x+1}{ax^2-a}$

Efetue e simplifique o mais possível:

31. (CN) $\dfrac{1}{x-\dfrac{1}{x+\dfrac{1}{x}}}-\dfrac{1}{x+\dfrac{1}{x-\dfrac{1}{x}}}$

32. (EsPCEx) $\dfrac{x+\dfrac{y-x}{1+xy}}{1-\dfrac{xy-x^2}{1+xy}}$

33. (CN) $\dfrac{1+\dfrac{a-b}{a+b}}{1-\dfrac{a-b}{a+b}} : \dfrac{1+\dfrac{a^2-b^2}{a^2+b^2}}{1-\dfrac{a^2-b^2}{a^2+b^2}}$

34. (EsPCEx) $\dfrac{x+5+\dfrac{2x+10}{x+1}}{1+\dfrac{2}{x+1}}$

35. (EsPCEx) $\dfrac{x-1+\dfrac{6}{x-6}}{x-2+\dfrac{3}{x-6}}$

36. (EsPCEx) $\dfrac{x}{x+\dfrac{x}{\dfrac{x^2-1}{x}}}$

37. (CN) $\dfrac{\dfrac{a-1}{(a+1)^3}+\dfrac{1}{a^2-1}}{\dfrac{1}{a^2-2a+1}+\dfrac{1}{a^2+2a+1}}$

38. (EsPCEx) $\dfrac{a+b+\dfrac{b^2}{a}}{a+b+\dfrac{a^2}{b}}$

Efetue e simplifique as expressões:

39. (CN-61)
$$\left[\frac{2x}{x+y}-\frac{y}{y-x}+\frac{y^2}{y^2-x^2}\right]:\left[\frac{1}{x+y}+\frac{x}{x^2-y^2}\right]$$

40. (EsPCEx) $\left(\dfrac{6}{1+x}-\dfrac{4}{1-x}-\dfrac{8}{x^2-1}\right):\dfrac{10}{x+1}$

41. (EPCAR) $\left(1+\dfrac{a-b}{a+b}\right):\left(\dfrac{a+b}{a-b}-1\right)$

42. (CN) $\dfrac{x^4-y^4}{(x^2+y^2)^2}:\left(x^4-2x^2y^2+y^4\right)^{\frac{1}{2}}$

43. (CN) $\dfrac{\left(\dfrac{x^3-y^3}{x^2+y^2}\right)\left(\dfrac{x^2-y^2}{x^3+y^3}\right)\left(\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}\right)}{\left[\dfrac{(x+y)^2-xy}{(x-y)^2+xy}\right]\left(\dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{x}\right)}$

44. (EsPCEx) $\dfrac{x+2}{x-2}-\dfrac{x-1}{2-x}-\dfrac{2\,(x^2+1)+5x}{x^2-4}$

45. (CN) $\dfrac{\dfrac{a+b}{2-a+b}}{\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{a-b}}\cdot\dfrac{1+\dfrac{a-b}{a+b}}{1-\dfrac{2b}{a+b}}$

46. (CN) $\left[\dfrac{(8+x^3)(x^2-4)}{(x^2+4x+4)(x^2-2x+4)(4-2x)}\right]^{-5}$

47. Calcular a expressão: $E=\dfrac{ax^2+bx+c}{x^2+1}$, para $x=\dfrac{b}{c-a}$

48. (EsPCEx) O resultado mais simples de:
$\left(\dfrac{a}{b^2-a^2}:\dfrac{1}{3b-3a}\right)(3a+3b)$ é:

A. ( ) $b-a$
B. ( ) 0
C. ( ) $9a$
D. ( ) $a+b$
E. ( ) n.d.a.

49. (EsPCEx) Simplificando
$\dfrac{x^2-4y^2-2\,(x-2y)}{x^2+4xy+4y^2-4}\cdot\dfrac{x+2y}{x^2-4y^2}$, temos:

A. ( ) $-x+2y+2$
B. ( ) $\dfrac{2}{4xy-y}$
C. ( ) $\dfrac{1}{x+2y+2}$
D. ( ) $x+2y+2$
E. ( ) n.d.a.

50. Simplifique o máximo possível
$$\frac{(4x^2+8bx+4b^2)(x-b)}{(2x^2-2b^2)(-x-b)}$$

51. (EPCAR) Simplificando $\dfrac{x^3+y^3}{x+y}$, obtemos?

52. (CN) Simplificando
$$\frac{a^4-b^4}{(a^2+b^2+2ab)(a^2+b^2-2ab)}-\frac{2ab}{a^2-b^2},$$
para $b\neq\pm a$, obtemos:

A. ( ) 1
B. ( ) $\dfrac{a+b}{a-b}$
C. ( ) $\dfrac{b}{a}$
D. ( ) $\dfrac{a-b}{a+b}$
E. ( ) $\dfrac{a}{b}$

53. (EPCAR) Depois de simplificar a fração
$$\frac{x^2-4}{3x^3-6x^2+x-2},$$
de modo a torná-la irredutível, temos:

A. ( ) $\dfrac{x+2}{3x^2+1}$
B. ( ) $\dfrac{x+2}{3x^2-1}$
C. ( ) $\dfrac{x-2}{3x^2+1}$
D. ( ) $\dfrac{2-x}{1-3x^2}$
E. ( ) $\dfrac{x-2}{3x^2-1}$

54. (CN)Para se decompor a fração $\dfrac{3x-4}{x^2-5x+6}$ na soma de duas outras frações com denominadores de 1º grau, a soma das constantes que aparecerão nos numeradores, dará:

A. ( ) 3
B. ( ) –5
C. ( ) 6
D. ( ) –4
E. ( ) 5

55. (CN) Fatorando e simplificando a expressão $\dfrac{x(x^4-5x^2+4)-2(x^4-5x^2+4)}{(x^3-6x^2+12x-8)(x^2-1)}$, obtemos:

A. ( ) $\dfrac{x+2}{x-2}$ B. ( ) $\dfrac{x-2}{x-1}$ C. ( ) $\dfrac{x+1}{x-2}$
D. ( ) $\dfrac{x-2}{x+2}$ E. ( ) 1

56. (EPCAR) A expressão $\dfrac{2x^2+4xy}{x^2-y^2}+\dfrac{x-y}{x+y}-\dfrac{x+y}{x-y}$ é equivalente a:

A. ( ) $\dfrac{-2x^2+4xy}{x^2-y^2}$ B. ( ) $\dfrac{2x^2}{x^2-y^2}$
C. ( ) $\dfrac{2x(x+2y)}{x^2-y^2}$ D. ( ) $\dfrac{x^2}{x^2-y^2}$
E. ( ) $\dfrac{x^2}{x^2-y^2}$

57. (EsPCEx) Simplificar: $\dfrac{\dfrac{x+1}{x-1}-\dfrac{x-1}{x+1}}{\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x-1}}$

58. (EsPCEx) Simplificar: $\dfrac{(4x^2-36)(x-1)}{(x^2-4x+3)(x+3)}$

59. (EPCAR) Simplificando e calculando o valor numérico de $\dfrac{A^3-B^3}{A-B}$, para A = B = 4, você obterá:

A. ( ) zero B. ( ) 16 C. ( ) 48
D. ( ) 64 E. ( ) impossível

60. (EPCAR) Reduzindo ao mesmo denominador e simplificando a expressão
$A=\dfrac{a-1}{a^3}-\dfrac{a+1}{a^3-a^2}+\dfrac{3}{a^3-2a^2+a}$,
obtém-se:

A. ( ) $A=\dfrac{3}{a(a-1)^2}$

B. ( ) $A=\dfrac{3}{a^3(a-1)}$

C. ( ) $A=\dfrac{a^3+a^2-a+4}{a^3-2a^2+a}$

D. ( ) $A=\dfrac{-2a^3-a^2-a+3}{a^3-2a^2+a}$

E. ( ) $A=\dfrac{4a-1}{a^3(a-1)^2}$

61. (PM) Simplificando-se $\dfrac{2x-2y}{4x^2-4y^2}$ para $x \neq y$, obtém-se

A. ( ) $\dfrac{1}{2x-2y}$ B. ( ) $\dfrac{1}{2(x+y)}$
C. ( ) $2x-2y$ D. ( ) $\dfrac{2}{x-y}$

62. (CN) $x^2-\dfrac{4x}{x-3}$ dividido por $x+\dfrac{4x^2+4x}{x^2-2x-3}$ para $x \neq 3$ e $x \neq -1$, dá:

A. ( ) $x+1$ B. ( ) $x-4$
C. ( ) $x+4$ D. ( ) x^2-3
E. ( ) $x-1$

63. (EPCAR) Se $\dfrac{5}{x^2-4}=\dfrac{A}{x-2}-\dfrac{B}{x+2}$ então:

A. ( ) A = 2, B = 3 B. ( ) $A=\dfrac{5}{2}=B$
C. ( ) A = 6, B = 1 D. ( ) $A=2, B=\dfrac{1}{2}$
E. ( ) $A=B=\dfrac{5}{4}$

64. (EPCAR) Se $y=\dfrac{9-x^2}{(3-x)^2}+\dfrac{(3+x)^2}{9-x^2}$ onde $x \neq 3$ e $x \neq -3$, então, depois de simplificar a expressão **y** obteremos:

A. ( ) $\dfrac{2(3+x)}{3-x}$ B. ( ) $\dfrac{18}{9-x^2}$
C. ( ) $\dfrac{6}{3-x}$ D. ( ) $\dfrac{6+x}{3-x}$
E. ( ) $\dfrac{6+2x}{(3-x)^2}$

65. (CN) O valor da expressão
$$\frac{(a-2)x^3+(b-1)x^2+(c-1)x+10}{x^2-x+5}$$
independe de x. A soma dos valores de a, b, e c, é:

A. ( ) 4 B. ( ) 2
C. ( ) –3 D. ( ) 0
E. ( ) 1

66. (CN) $\dfrac{(zx^2+y^2z+2xyz)(x^2-y^2)}{x^3+3x^2y+3xy^2+y^3}$ é igual a:

A. ( ) z (x + y) B. ( ) z (x – y)
C. ( ) zx + y D. ( ) zx – y
E. ( ) z + y

67. (EsPCEx) Simplifique a expressão:

$$\frac{(x^2-4x+4)(x+2)}{x^2-4}$$

68. (CN) Se a divisão

$$\frac{(x^3-6x^2+12x-8)^{16}+2x^2-8x+1+k}{x^2-4x+4},$$

é exata, o valor de k, é:

A. ( ) 3
B. ( ) 5
C. ( ) 6
D. ( ) 7
E. ( ) 8

69. Simplifique: $\dfrac{x+1}{x-1}+\dfrac{\frac{1}{x}+1}{\frac{1}{x}-1}$

70. (EsPCEx) Efetuar e simplificar: $\dfrac{1-x+\frac{1-x}{1+x}}{\frac{1}{1-x}+\frac{1}{1-x^2}}$

71. (CN) Simplificando a expressão:

$\sqrt[n]{\dfrac{600}{25^{n+2}-5^{2n+2}}}$ para $n \in N - \{0; 1\}$, temos:

A. ( ) 5
B. ( ) 5^{-1}
C. ( ) 5^{-2}
D. ( ) 5^2
E. ( ) 5^0

1.8. Equação do 1º grau a uma variável

1. A equação $2x + \dfrac{m-1}{2} = 2$, admite a raiz nula, para que valor **m**?

2. Para que valor de **m**, as equações $x - 2(1 - x) = 2x - 3$ e $mx = 2$, são equivalentes?

3. Para que valor de **m** a equação: $(2m - 1)x^2 - 7x + 14 = 0$, é do 1º grau?

Resolva as seguintes equações fracionárias

4. $\dfrac{9y-48}{y}=5$

5. $\dfrac{12-x}{x}=\dfrac{5}{7}$

6. $\dfrac{3x-7}{3x-17}=-1$

7. $\dfrac{5x-6}{x}-\dfrac{9x-8}{5x}=\dfrac{2}{x}$

8. $\dfrac{x-4}{x-5}=\dfrac{x-1}{x-3}$

9. $\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{3x}{x-2}=-2$

10. $\dfrac{5y-3}{9-y^2}+\dfrac{3}{y+3}-\dfrac{2}{3-y}=0$

11. $\dfrac{\frac{x}{2}-(x-1)}{\frac{1}{2}-x}=\dfrac{2}{3}$

12. $\dfrac{x-1}{x-3}-\dfrac{x+1}{x+3}=\dfrac{11x+8}{3x^2-27}$

13. $\dfrac{1+y^{-1}}{y}-2y^{-1}=0$

14. $x(x-1)^{-1}=1-2x^{-1}$

15. $\dfrac{\frac{4y}{1-y^2}}{\frac{1+y}{1-y}-1}=\dfrac{2}{5-y}$

16. Determinar **p** e **q** para que: $px - 2x = q$, seja determinada.

17. Determinar o valor de **k** para que a equação: $3(x + k) - 2.(kx - 4) = 12x + 18k$, tenha um raiz nula.

18. Qual o valor de **m** que torna impossível a equação: $m^2x - m^2 = 2m + 2mx$?

19. Determinar **m** e **p** para que a equação: $(2m - 1) . x = 3p - x - 2$, não tenha solução.

20. Qual o valor de **m** e **p** para que a igualdade: $(m + 3) x = 3p + 1$, seja uma identidade?

21. Determinar **p** e **q** para que a equação: $3p(x - 1) = 6 - 2 qx$, tenha um número ilimitado de soluções.

Resolva as seguintes equações literais

22. $\dfrac{a-bx}{bc}+\dfrac{b-cx}{ac}+\dfrac{c-ax}{ab}=0$

23. $a\left(n-\dfrac{x}{n}\right)=b\left(n-\dfrac{x}{n}\right)$

24. $\dfrac{x^2}{a+x}+\dfrac{bc^2}{a^2+ax}=x$

25. $\dfrac{m-2x^2}{m^2-mx}-\dfrac{mx}{x-m}=\dfrac{2x}{m}$

26. $\dfrac{b-x}{a+x}+\dfrac{c-x}{a-x}=\dfrac{a(c-2x)}{a^2-x^2}$

27. $\dfrac{a}{b}\left(1-\dfrac{a}{x}\right)+\dfrac{b}{a}\left(1-\dfrac{b}{x}\right)=1$

28. (CN-57) Qual o valor de **k** que torna equivalente, no campo real as equações:
$(x^2+1)(x-k)=0$ e $-7x+2=3x$

29. (CN) Que relação deve existir entre **a** e **b**, para que a equação: $3x+2a-\dfrac{3x+b}{3}=a+20$, admita a raiz $x=2$.

30. (CN) Sendo $(a+b-1)=0$, resolva a equação:
$\dfrac{ax-1}{x-1}+\dfrac{b}{x+1}=\dfrac{a(x^2+1)-2}{x^2-1}$

31. (M.MERC) Para que o valor de **k** a fração:
$\dfrac{x+y}{x^2+ky^2}$, torna-se igual a: $\dfrac{1}{x-y}$?

32. (CN) Quantas raízes tem a equação:
$(a^2-1)x=a+1$, quando $a=-1$?

33. (CN) Resolver: $\dfrac{x}{4}-\dfrac{2x-1}{3}=\dfrac{x+1}{6}$

34. (CN) Determine a raiz da equação: $1+\dfrac{x}{a}=1-\dfrac{x}{b}$

35. (CN) Resolva a equação: $\dfrac{1}{a}+\dfrac{a}{a+x}=\dfrac{a+x}{ax}$

36. (CN) Resolva a equação abaixo:
$\dfrac{1-x}{1+x}+\dfrac{1+x}{x-1}+\dfrac{1}{1-x^2}=0$

37. (CN) Resolva a equação abaixo:
$\dfrac{4}{x+3}-\dfrac{2}{x+1}=\dfrac{5}{2x+6}-\dfrac{2\frac{1}{2}}{2x+2}$

38. (CN) Resolva a equação:
$\dfrac{X-1}{4}-\dfrac{1}{8}\left(\dfrac{X-5}{4}-\dfrac{14-2X}{5}\right)=\dfrac{X-9}{2}-\dfrac{7}{8}$

39. (CN) Resolva a equação: $\dfrac{X+1}{X-1}-\dfrac{X-1}{X+1}=\dfrac{8}{X-1}$

40. (EPCAR) Resolver em relação a **a**, a fórmula:
$C=\dfrac{ka-b}{a}$

41. (EPCAR) Qual o valor de **a** na equação:
$\dfrac{2a}{5}-\dfrac{3}{4}=\dfrac{3a}{20}$

42. (EPCAR) Resolva a equação: $\dfrac{7x-\frac{1}{3}}{9x-\frac{3}{4}}=\dfrac{8}{5}$

43. (EPCAR) Resolva a equação:
$\dfrac{1}{ax-bx}-\dfrac{1}{ax+bx}=\dfrac{b^2}{a^2-b^2}$

44. (EPCAR) Determinar o valor de **x** na equação:
$\dfrac{1}{4}-\dfrac{6-x}{3x-3}=\dfrac{3}{x-1}$

45. (EPCAR) Determinar o valor de **x** na equação:
$\dfrac{x}{a}-\dfrac{x}{b}=a-b$

46. (EPCAR) Se $a\neq 0$ e $a\neq b$, qual a solução da equação: $\dfrac{ax-ab}{a^2}=\dfrac{a^2-b^2}{(a+b)^2}$?

47. (M.MERC) Qual a raiz da equação:
$ax+5=3x-1$?

48. (M.MERC) Qual o valor de **x** na igualdade:
$$\frac{a-x}{b}=1$$

49. (M.MERC) Resolver a equação:
$$\frac{x-1}{x+1}-\frac{4x}{1-x^2}=\frac{x+1}{x-1}$$

50. (EsPCEx) Calcule o valor de **k** para que torne impossível a equação: $k^2y - k^2 = 2k + 2ky$.

51. (CN) Discutir as soluções da equação: $px + q = 0$

52. (EPCAR) Resolvendo-se a equação:
$$3=\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{x}}}}$$
vale afirmar que a sua raiz é um número:

A. ( ) múltiplo de 3
B. ( ) racional menor que -6
C. ( ) natural maior que 8
D. ( ) racional não negativo
E. ( ) inteiro negativo

53. (EPCAR-83) Sendo U = Q, assinale o conjunto verdade da equação: $x+\frac{5\,(x-4\,)}{12}-\frac{3x-24}{16}=0$

A. ( ) V = { }
B. ( ) $V=\left\{\frac{18}{39}\right\}$
C. ( ) $V=\left\{\frac{142}{49}\right\}$
D. ( ) $\left\{\frac{8}{59}\right\}$
E. ( ) $\left\{\frac{152}{59}\right\}$

1.9. Sistemas de equação do 1º grau

1. $\begin{cases}\frac{x}{6}+\frac{y-2}{4}=3\\ \frac{x-y}{5}=\frac{2+y}{10}\end{cases}$

2. $\begin{cases}2x-\frac{y-3}{5}-4=0\\ 3y-\frac{x-2}{3}-9=0\end{cases}$

3. $\begin{cases}0,\ 2x+0,\ 35y=1\\ 1,\ 3x-0,\ 6y=0,\ 75\end{cases}$

4. $\begin{cases}2ax+by=4ab\\ 3ax-by=ab\end{cases}$

5. $\begin{cases}\frac{x}{2a}+\frac{y}{3b}=\frac{5}{6}\\ \frac{2x}{3a}-\frac{y}{3b}=\frac{1}{6}\end{cases}$

6. $\begin{cases}\frac{x+y}{a}-\frac{x-y}{b}=4\\ \frac{x}{a-b}+\frac{y}{a+b}=2\end{cases}$

Resolver os seguintes sistemas fracionários:

7. $\begin{cases}\frac{3x-2}{y}=3,5\\ \frac{2x-y}{x+y}=\frac{2}{3}\end{cases}$

8. $\begin{cases}\frac{2}{x}-\frac{1}{y+2}=0\\ \frac{x-y}{3}+3=\frac{x+y}{2}\end{cases}$

Resolver, por artifício de cálculo, os seguintes sistemas:

9. $\begin{cases}\frac{5}{x-1}-\frac{4}{y-2}=12\\ \frac{4}{x-1}+\frac{3}{y-2}=22\end{cases}$

10. $\begin{cases}\frac{3}{x-y}+\frac{2}{x+y}=\frac{11}{6}\\ \frac{1}{x-y}-\frac{3}{x+y}=0\end{cases}$

11. $\begin{cases}\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=2\\ \frac{b}{x}+\frac{a}{y}=\frac{b^2+a^2}{ab}\end{cases}$

12. $\begin{cases} \dfrac{2}{ax} + \dfrac{3}{by} = 5 \\ \dfrac{5}{ax} - \dfrac{2}{by} = 3 \end{cases}$

13. (CN) $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = 1 \\ \dfrac{1}{x} - \dfrac{2}{y} = -1 \end{cases}$

14. (EPCAR) $\begin{cases} \dfrac{2}{x} + \dfrac{10}{y} = 3 \\ \dfrac{3}{x} + \dfrac{5}{y} = 2,5 \end{cases}$

Resolver os seguintes sistemas numéricos e inteiros:

15. $\begin{cases} \dfrac{2x+3y}{5} = 10 - \dfrac{y}{3} \\ \dfrac{4y-3x}{6} = \dfrac{3x}{4} + 1 \end{cases}$

Resolver os seguintes sistemas literais:

16. $\begin{cases} ax + by = a + b \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$

17. $\begin{cases} \dfrac{x-1}{8+y} = \dfrac{3}{7} \\ 2\ (4x+2) = 9\ (5y+9) \end{cases}$

Resolver, por artifício de cálculo, os seguintes sistemas:

18. $\begin{cases} \dfrac{3}{x} - \dfrac{4}{y} = 0 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{y} = 5 \end{cases}$

19. $\begin{cases} \dfrac{4}{3x-2y} - \dfrac{2}{x+2y} = \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{3}{3x-2y} + \dfrac{1}{x+2y} = 1 \end{cases}$

Questões caídas em exames:

20. (CN) $\begin{cases} y = 5 + 3x \\ 2x - 3y = -8 \end{cases}$

21. (CN) $\begin{cases} \dfrac{x}{4} + \dfrac{y}{5} = 2 \\ \dfrac{2x+1}{3} - \dfrac{y-3}{2} = 2 \end{cases}$

22. (CN) $\begin{cases} x + 2y = 13 \\ 3x - y = 14,5 \end{cases}$

23. (CN) $\begin{cases} \dfrac{x-2}{3} + \dfrac{y}{2} = \dfrac{1}{2} \\ -1 + x - \dfrac{y-1}{2} = 1 \end{cases}$

24. (CN) $\begin{cases} \dfrac{1}{x-3y} + \dfrac{2}{3x-y} = \dfrac{9}{14} \\ \dfrac{2}{x-3y} - \dfrac{3}{3x-y} = \dfrac{11}{14} \end{cases}$

25. (CN) $\begin{cases} \dfrac{xy}{x+y} = \dfrac{6}{5} \\ \dfrac{1}{y} - \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{6} \end{cases}$

26. (CN) $\begin{cases} \dfrac{25}{4x-5y} - \dfrac{14}{7y+13-2x} = 0 \\ \dfrac{150}{4x-5y} - \dfrac{14}{2x-7y-13} = 7 \end{cases}$

1.10. Problemas do 1º grau

1. Achar o número de alunos de uma classe, se $\dfrac{1}{3}$ deles está lendo, $\dfrac{1}{4}$ escrevendo e, os 20 restantes, fazendo contas?

2. A soma de dois números, é 32, e o menor é $\dfrac{1}{7}$ do maior. Quais são eles?

3. A diferença de dois números, é 565; o quociente 5, e o resto de sua divisão 85. Quais os dois números?

4. Qual é o número que aumentado de 20, se torna o triplo do que era antes?

5. Qual é o número, cujos $\dfrac{2}{5}$ mais os $\dfrac{3}{7}$, mais 54 é igual ao próprio número mais 72?

6. Que número se deve acrescentar aos dois termos da fração $\frac{19}{163}$, para torná-la igual a $\frac{1}{7}$?

7. Um aluno para se desfazer de sua biblioteca, dá a metade dos seus livros a um amigo; dá um quarto do resto a outro e ainda lhe sobraram 6 livros. Quantos livros possuía?

8. A diferença entre um número de dois algarismos e outro escrito com os mesmos algarismos, mas em outra ordem é 36. Calculá-los, sabendo-se que o número das dezenas do primeiro é igual ao inteiro consecutivo ao dobro do algarismo das duas unidades desse mesmo número.

9. Em um número de dois algarismos, o valor absoluto do algarismo das dezenas, é igual ao dobro do das unidades. Se subtrairmos 27 do número, obteremos outro número com os mesmos algarismos, com a ordem inversa. Calcular o número.

10. Em um número de dois algarismos, o valor absoluto do algarismo das unidades excede de 2 o das dezenas. Se somarmos ao número, o triplo do valor absoluto do algarismo das unidades, obteremos o número 36. Calcule o número.

11. O total de pontos obtidos por uma aluna, é um número de 2 algarismos. Invertendo-se a ordem dos algarismos e somando-se ao primeiro número. o número resultante, encontra- se 187. O primeiro número dividido pelo segundo dá quociente 1 e resto 9. Calcule o número de pontos alcançado pela aluna.

12. Num terreiro, há galinhas e carneiros, ao todo 21 cabeças e 50 pés. Quantos animais há de cada espécie?

13. Tenho a importância de R$ 270,00 em 35 notas de R$ 10,00 e R$ 5,00. Quantas cédulas de cada espécie eu tenho?

14. Uma quantia de R$ 8.680,00, é formada de notas de R$ 10,00 e R$ 5,00. O número de notas de R$ 10,00 está para as de R$ 5,00, assim como, 35 está para 54. Quantas notas há de cada espécie?

15. Uma mulher comprou galinhas e coelhos, ao todo 15 animais; comprou galinhas a razão de R$ 6,00 cada uma e os coelhos a razão de R$ 11,00 cada um; pagou por todos, R$ 120,00. Quantos animais comprou de cada espécie?

16. A idade de um pai é o triplo da do filho. Dentro de 10 anos, a idade do pai será o dobro da do filho. Qual a idade de cada um?

17. Um pai tem atualmente o dobro da idade do filho. Há 11 anos, a idade do pai era o triplo do filho. Quais são atualmente, as idades de cada um?

18. Perguntado-se a uma pessoa que idade tem, respondeu que se do triplo de minha idade subtrairmos o quíntuplo da idade que tinha há 12 anos, teremos minha idade atual. Que idade tem a pessoa?

19. Há 5 anos, a idade do pai era o triplo da idade do seu filho. Daqui a 5 anos será o dobro. Qual a idade atual do filho?

20. Uma pessoa foi passar uns dias de férias numa cidade. Verificou que se gastasse R$ 80,00 por dia, poderia permanecer na cidade um dia a mais do que se gastasse R$ 90,00. Quanto possuía a pessoa?

21. Um tio, tinha certa importância a distribuir entre seus sobrinhos e verificou, que dando a cada um R$ 30,00, lhe faltariam R$ 70,00 e dando R$ 20,00 a cada um lhe sobrariam R$ 20,00. Quanto possuía a o tio?

22. Um pedreiro foi admitido ao serviço nas seguintes condições: receberia R$ 20,00 cada dia que trabalhasse a pagaria uma multa de R$ 4,00 a cada dia que faltasse. No fim de 30 dias, o pedreiro recebeu R$ 480,00. Quantos dias trabalhou?

23. *A* pode fazer um trabalho em 6 dias e *B*, em 8 dias. Juntos, em quanto dias poderão fazer o mesmo trabalho?

24. *A* e *B* fazem juntos, um trabalho em 6 dias. Se *A* faz o mesmo trabalho em 15 dias, em quantos dias *B*, fará esse trabalho?

25. José faz $\frac{5}{9}$ de um trabalho em 10 dias. O restante do trabalho fê-lo com auxílio de Antônio em 3 dias. em quantos dias, Antônio trabalhando só, poderia, fazer o trabalho?

26. Um torneira enche um tanque em 4 horas e outra em 6 horas. Em quanto tempo as duas junta encherão o tanque?

27. Um tanque é cheio por 3 torneiras em 24, 30 e 20 minutos, respectivamente. Em quanto tempo as 3 juntas encherão o tanque?

28. Duas torneiras enchem um tanque em 15 minutos. Se abrirmos a 2ª torneira 5 minutos depois da 1ª, o tanque será cheio em 18 minutos. Quanto tempo levará cada torneira para encher o tanque?

29. Três litros de gasolina são misturados a 5 litros de querosene. Quantos litros de querosene devem ser adicionados à mistura para que 3/4 do resultado sejam de querosene?

30. Um tonel contém uma mistura de água e vinho; o vinho ocupa 40 litros mais do que a metade do tonel e a água, 80 litros mais que a terça parte do tonel. Qual a capacidade do tonel?

31. Duas vasilhas contém em conjunto, 36 litros de água. Se transferíssemos, para a que tem menos água, 2/5 da água contida na outra, ficariam ambas com a mesma quantidade de água. Quantos litros de água contém cada vasilha?

32. De uma cidade, parte um automóvel com a velocidade de 60 km/h. Dez minutos após, parte um segundo automóvel que faz 80 km/h. Depois de quanto tempo o segundo automóvel encontrará o primeiro?

33. Da estação A, parte um trem com a velocidade de 48 km/h; no mesmo instante parte da estação B, que está na mesma linha a 27 km à frente, e seguindo a mesma direção, um outro trem com a velocidade de 42 km/h. Após quanto tempo se encontrarão?

34. De duas cidades A e B, distantes uma da outra de 360 km, partem, simultaneamente, dois trens de carga, que se deslocam em sentidos contrários. O que parte de A tem a velocidade de 10 km/h e o que parte de B tem a velocidade de 8 km/h. A que distância de A, vão passar um pelo outro?

35. Um segmento de reta AB, mede 1260 m, De A parte para B um móvel com a velocidade de 10m/min. Seis minutos depois, parte de B para A outro móvel com a velocidade de 6m/min. Calcule a distância de B ao ponto de encontro dos dois móveis.

36. Um bote, tem uma velocidade de 25 km/h e pode navegar certa distância, rio abaixo, em 2/3 do tempo que leva para navegar a mesma distância, rio acima. Qual a velocidade da correnteza do rio?

37. A velocidade da correnteza de um rio é de 2 km/h. O tempo que um barco gasta para percorrer 28 km a favor da correnteza (rio abaixo), é o mesmo que o barco leva para percorrer 20 km contra a correnteza (rio acima). Qual a velocidade do barco?

38. Achar o ponto exato em que os dois ponteiros de um relógio se encontrarão depois das 3 horas da madrugada.

39. Que horas são, quando os dois ponteiros de um relógio estão, um no prolongamento do outro, entre 4 e 5 horas?

40. Uma lebre dá 4 saltos, enquanto um galo dá três; mas 2 saltos de galo, equivalem a 3 de lebre. Estando a lebre adiantada 50 saltos, quantos saltos precisa dar o galo para alcançá-la?

41. Uma raposa está adiantada de 40 pulos de um cão que a persegue. Enquanto o cão dá 4 pulos, a raposa dá 5; mas 3 pulos do cão, valem 5 pulos da raposa. Quantos pulos dará o cão para alcançar a raposa?

42. Achar uma fração igual a $\frac{7}{23}$ e cuja diferença dos termos, seja 192.

43. Qual a fração que fica equivalente a $\frac{2}{3}$ ao se acrescentar 1 a cada termo, e, vem a ser $\frac{1}{2}$, subtraindo-se 1 de cada termo?

44. João disse a Pedro: *"Tenho 4 vezes a idade que você tinha, quando eu tinha a sua idade, e quando você tiver tantos anos como tenho, terei ainda, 9 anos a mais que você"*. Quais são as duas idades?

45. As idades atuais de duas pessoas estão entre sí como 3 para 4 e há 10 anos esta relação era de 2 para 3. Qual a idade de cada pessoa?

46. Um número é composto de 3 algarismos cuja soma é 14, o algarismo das unidades, vale 1/3 do número formado pelos outros dois e o algarismo das dezenas vale 1/7 do número formado pelos outros algarismos, observando sua ordem. Qual é o número?

47. Sobre uma pista circular de 1200 m correm dois veículos. Correndo os dois no mesmo sentido, o 1º encontra o 2º a cada 200 segundos; e, correndo em sentido contrário o encontro passa a ser de 100 em 100 segundos. Qual a velocidade de cada um?

48. Dois jogadores A e B, jogam a R$ 2,50 a partida. Antes de iniciarem o jogo, A possuía R$ 66,00 e B R$ 29,00. Depois do jogo, A possuía o quádruplo do que possuía B. Quantas partidas A ganhou mais do que B?

49. Num número de três algarismos, o algarismo das centenas e o das unidades, tem por soma 10; o das dezenas e o das unidades tem 12 por soma; enfim, o da centenas e o das dezenas, tem por soma 6. Achar este número.

50. (EsPCEx) As idades de João e Pedro, somam 45 anos e há 5 anos a idade de João, era quatro vezes a de Pedro. Que idade tem agora, João e Pedro?

51. (EsPCEx) Num depósito, há viaturas de 4 rodas e de 6 rodas, ao todo 40 viaturas e 190 rodas. Quantas viaturas há de cada espécie no depósito?

52. (EsPCEx) Um pai diz ao filho: "*Hoje a sua idade é 2/7 da minha; há 5 anos era 1/6*". Qual a idade do pai e a do filho?

53. (EsPCEx) Dois indivíduos tem: o 1º 45 anos e o 2º 15. Há quantos anos a idade do 2º foi 1/4 da idade do 1º?

54. (EsPCEx) Determinar um número de três algarismos, compreendido entre 400 e 500, sabendo que a soma de seus algarismos é 9 que o número invertido é igual a $\frac{36}{47}$ do número primitivo.

55. (EsPCEx) Juntando- se 8 aos 3/5 de um número, obtém- se uma soma igual a diferença entre os 9/10 do mesmo número e 13. Determinar o número.

56. (EsPCEx) Achar um número de dois algarismos, sabendo-se que, 4 vezes o algarismo da dezenas menos o das unidades, é igual a 5; e sabendo-se que invertendo a ordem dos algarismos, obtém-se um outro número que excede o número procurado de 36.

57. (EsPCEx) Achar dois números consecutivos tais que sua soma seja igual a $\frac{2}{3}$ do primeiro aumentados de $\frac{117}{88}$ do segundo.

58. (EsPCEx) A soma dos dois algarismos de um número é 9. Dividindo-se o número pela soma dos seus algarismos, o quociente exato é 8. Determinar o número.

59. (EsPCEx) Um número é formado por dois algarismos, cuja soma é 9. Trocando de posição os seus algarismos, o novo número ultrapassa de 45 unidades o dobro do primeiro. Calcular o número.

60. (EsPCEx) Determinar os dois números, sabendo-se que o dobro da sua diferença, é 2 e que o quádruplo do inverso de sua soma é 6.

61. (CN) Roberto tem 24 anos e Paulo 10 anos, Há quantos anos a idade de Roberto era o triplo da de Paulo?

62. (CN) Determinar a fração equivalente a 7/15, cuja soma dos termos é 198.

63. (CN) Um número é composto de três algarismos, cuja soma é 18. O algarismo das unidades é o dobro do das centenas e o das dezenas é a soma do das unidades e da centenas. Qual é o número?

64. (CN) Duas torneiras enchem um tanque em 4 horas. Uma delas, sozinha, enchê-lo-ia em 7 horas. Em quantos minutos a outra sozinha, encheria o tanque?

65. (CN) Em uma bolsa há R$ 35,50 em moedas de R$ 2,00 e de R$ 0,50. Sabendo-se que o total de moedas é 26, calcular o número de moedas de cada valor.

66. (CN) A soma das idades de A e B, é 35 anos. Daqui a 5 anos a idade de A será o dobro da idade de B, Calcular as idades de A e B .

67. (CN) Se tirarmos 9 unidades de um número, encontraremos esse número escrito em ordem inversa. Se dividirmos o 1º número pela soma de seus algarismos, encontraremos para quociente, 6. Determine o 1º número.

68. (CN) Um mensageiro vai de *A* até *B* de bicicleta, com a velocidade de 10 km/h e volta de *B* a *A*, a pé, fazendo 4 km/h. Calcule a distância *AB*, sabendo-se que o tempo total de ida e volta foi de 7 horas.

69. (CN) O número 38 é dividido em duas parcelas. A maior parcela dividida pela menor dá quociente 4 e resto 3. Achar o produto dessas duas partes:
A. ( ) 240 B. ( ) 136 C.( ) 217
D. ( ) 105 E. ( ) 360

70. (EPCAR) Num colégio há moças e rapazes, ao todo 525 alunos. Sabendo-se que a soma dos quocientes do número de rapazes por 25 e do número de moças por 30 é igual a 20, calcular o número de rapazes e de moças.

71. (EPCAR) Em um cesto existem peras, laranjas e bananas, ao todo 96 frutas. O número de peras é o triplo do de laranjas e das bananas são tantas quantas são as laranjas e as peras reunidas. Quantas frutas há de cada espécie?

72. (EPCAR) Achar 3 múltiplos consecutivos de 5, cuja soma seja 120.

73. (EPCAR) Achar 3 múltiplos consecutivos do número a, cuja soma seja k

74. (EPCAR) A soma de dois números é 3, 25 e o quociente do maior pelo menor, é 7/6. Calcular os dois números.

75. (M.MERC) Uma torneira enche um tanque em 3 horas e outra enche em 4 horas. O cano de escoamento o esvazia em 6 horas. Em quanto tempo o tanque ficará cheio se abrirmos, ao mesmo tempo, as torneiras e o cano de escoamento?

76. (M.MERC) Tem- se galinhas e coelhos num total de 42 cabeças e 100 pés. Quantos animais há de cada espécie?

77. (M.MERC) Dividindo- se um número de dois algarismos, pela soma destes, o quociente é 7 e o resto 6. Trocando-se a posição dos algarismos e dividindo-se pela diferença dos mesmos, o quociente é 6 e o resto é 2. Qual é o número, sabendo-se que o algarismo das dezenas é maior que o algarismo das unidades?

78. (EsPCEx) A soma dos termos de uma fração é 10. Somando uma unidade a cada termo, o número obtido é equivalente a 1/2. Calcular o número racional.

79. (EsPCEx) Um automóvel vai da cidade *A* à cidade *B* em 6 horas e 30 minutos. Aumentando a velocidade em 10 km/h, gastará apenas 5 horas e 25 minutos. Calcular em km a distância entre as duas cidades.

80. (EsPCEx) Numa árvore pousam pássaros. Se pousarem 2 pássaros em cada galho fica um galho sem pássaros. Se pousar um pássaro, fica um pássaro sem galho. Calcular o número de pássaros.

81. (EsPCEx) A soma das idades de duas pessoas, é 48 anos. Sabendo-se que 1/4 da idade da 1ª pessoa, menos 1 ano, é igual a 1/7 da idade da 2ª pessoa. Calcule quantos anos tem a pessoa mais jovem.

82. (EPCAR) Dados quatro números: n_1, n_2, n_3 e n_4, sabe-se que a soma dos 3 primeiros é 90; que a soma do primeiro, segundo e quarto, é 93; que a soma do primeiro , terceiro e quarto é 96 e que a soma dos 3 últimos, é 99. A diferença entre o quarto número e o terceiro é:
A. ( ) 1 B. ( ) 2
C. ( ) 3 D. ( ) 4
E. ( ) 5

83. (EPCAR) Se a soma de três números inteiros e consecutivos A < B < C for 147, então:
A. ( ) todos esses números serão fatores de 147
B. ( ) nenhum desses números será fator de 147
C. ( ) o menor número A será divisor de 147
D. ( ) os divisores do número B serão também divisores de 147
E. ( ) os divisores do maior dos números C, serão também divisores de 147

84. (CN) Multiplicamos o número inteiro e positivo N por outro número inteiro e positivo de 2 algarismos. Invertemos a ordem dos algarismos deste segundo número, efetuamos um novo produto e verificamos que o resultado fica aumentado de 207. A soma dos algarismos que constituem o número N dá:
A. ( ) 5 B. ( ) 6 C. ( ) 7
D. ( ) 8 E. ( ) 9

85. Dois veículos partem juntos de um ponto A, em uma corrida de ida e volta entre os pontos A e B. Sabendo que a distância AB = 78 km e que as velocidades dos veículos são de 70 km/h e 1000 metros por minuto, concluímos que eles voltam a se encontrar depois do tempo de:
A. ( ) 1h 30 min B. ( ) 1h 12 min
C. ( ) 1h 40 min D. ( ) 1h 42 min
E. ( ) 1h 3 min

86. (EPCAR) Desdobrando o número 288 em duas partes tais que 3/4 da primeira dê resultado igual a 3/2 da segunda, podemos concluir que:
A. ( ) o dobro da menor parte é 184
B. ( ) a diferença entre as duas parte é 96
C. ( ) a menor das partes é 48
D. ( ) a maior parte é 190
E. ( ) a metade da maior é 94

87. Em uma sacola bolas brancas e bolas vermelhas, se o número total de bolas for 65 e se o número de bolas brancas for igual a 5/8 do número de bolas vermelhas, então o número de bolas brancas será:
A. ( ) 15 B.( ) 20 C. ( ) 25
D. ( ) 30 E.( ) 40

88. (EsPCEx) A soma dos valores absolutos dos algarismos de um número de dois algarismos é 12. Invertendo-se a ordem dos algarismos, obtém-se os 4/7 do primeiro número. Calcular o produto dos valores absolutos dos algarismos do número encontrado.

89. (EsPCEx) A diferença entre dois números naturais é 332. Dividindo-se o maior pelo menor, obtém-se o quociente 9 e o resto maior possível. Calcular o número maior.

90. (EsPCEx) Eu tenho duas vezes a idade que tu tinhas quando eu tinha a idade que tu tens. Quando tiveres a idade que eu tenho, a soma de nossas idades será 45 anos. Quantos anos eu tenho?

91. (CN) A colocação de l algarismo 3 à direita de um número equivaleu a aumentar esse número de 201 unidades. Qual é esse número?

92. (CN) Dividindo-se um número inteiro P, por um número inteiro S, dá um quociente q e o resto r. Aumentando-se o dividendo P por 18 unidades e o divisor S de 6 unidades, o quociente q e o resto r não se alteram. Achar o quociente:
A. ( ) 5 B. ( ) 1 C. ( ) 3
D. ( ) 4 E. ( ) 6 F. ( ) n.d.a.

93. (CN) Duas pessoas jogam juntas a R$ 10,00 a partida. No início do jogo a 1º tinha R$ 420,00 e a 2º 240,00. Ao cabo de certo número de partidas, a 1º verificou que possuía o equivalente ao quíntuplo do que resta à 2º. Quantas partidas a 1º ganhou mais do que a 2º?

94. (CN) Dois atiradores fazem tiro ao alvo, combinando que um receberá R$ 0,50 do outro, cada vez que acertar o alvo. Ao começar, o 1º tinha R$ 10,50 e o 2º R$ 5,50, mas, ao terminar a série de tiros o 2º tinha mais R$ 2,00 que o outro. Quantos tiros o 2º acertou mais que o outro?

95. (CN) O número inteiro e positivo N, de dois algarismos, quando dividimos por 13, dá quociente A e resto B e, quando dividido por 5, dá quociente B e resto A. A soma de todos os valores de N adaptam às condições acima dá:
A. ( ) 160 B. ( ) 65 C. ( ) 34
D. ( ) 23 E. ( ) 51

96. (CN) Analisando-se certa amostra de leite, verificou-se que a ele, havia sido adicionado água. Um litro de leite adulterado pesa, 1015 g. Calcule quantos ml de água adicionada contém 1 litro dessa amostra, sabendo-se que o leite puro pesa 1025 g por litro e a água 1000 g por litro.

97. (EsPCEx) Dona Sebastiana é mãe de Maria Clara. Há 2 anos atrás, dona Sebastiana era 6 vezes mais velha que sua filha. Daqui a 18 anos será apenas 2 vezes mais velha que Maria Clara. Quantos anos tem dona Sebastiana?

98. (EsPCEx) A soma dos dividendo, divisor, quociente e resto de uma divisão é 145. O quociente é 3 e o resto, o maior possível. Calcule o dividendo.

99. (EsPCEx) Dois pintores A e B, são capazes de pintar um muro em 20 e 24 horas de trabalho, respectivamente. Em cada metro quadrado, o pintor B, emprega 5 minutos a mais que o pintor A. Determinar, em metros quadrados, a área do muro.

1.11. Inequações e sistemas de inequações do 1º grau

Resolva as seguintes inequações do 1º grau a uma variável, sendo: U = R

1. $\frac{x}{2} + 1 > x - \frac{x}{3}$

2. $\frac{3-2x}{2} - x + 3 < 2x - \frac{x-3}{5}$

3. $\frac{1-x}{5} - \frac{x-1}{4} < 0$

4. $y + \frac{4y-5}{3} > \frac{3y+1}{5}$

5. $\frac{x-2}{2} - \frac{12-x}{2} \geq \frac{5x-36}{4} - 1$

6. $\frac{3x}{20} - \frac{2x-5}{15} + \frac{5}{2} < \frac{x}{10} - \frac{x-34}{12}$

7. (EsPCEx) Resolver a inequação: $\frac{3x}{4} - 9 < \frac{2x}{7} + 4$

8. (EsPCEx) Resolver a inequação:
$\frac{(x-2)^2}{2} + \frac{4x^2+4x+1}{4} > \frac{9x^2-49}{6}$

9. (CN) Resolver a desigualdade: $x - \frac{5}{3} > \frac{2x-1}{2} + 7$

10. (CN) Resolver a desigualdade:
$\frac{1-3x}{2} - x > \frac{x-1}{3} + 1$

11. (CN) Resolver a inequação: $1 - \frac{x-5}{3} > \frac{x-2}{2} + 2$

12. (EPCAR) Resolver a desigualdade: $\frac{3x}{5} - x > 2$

13. (EPCAR) $2x - 3 > 3(x-2)$

14. (CN) Resolva a inequação em x:
$\frac{a}{2}(x-a) < -(x-2)$, sendo: $a < -2$.

15. (CN) Sendo $m < 1$, resolva a inequação:
$m(x-1) < x - 2$

16. Resolver a inequação: $3x + 7 \leq 4x$.

1.12. Cálculos com radicais

1. Escreva sob a forma radical:

a) $4^{\frac{2}{3}}$

b) $a^{\frac{1}{5}}$

c) $(a^3b)^{\frac{2}{3}}$

2. (EsPCEx) Reduzir à expressão mais simples:
$\sqrt{\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt[3]{ab}}} \cdot \sqrt[4]{b}$

3. (EsPCEx) A expressão: $\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt[4]{a}}$, é igual a:

A. ( ) $3a$ B. ( ) 3 C. ( ) $\sqrt{a}$
D. ( ) $3\sqrt[4]{a}$ E. ( ) n.d.a.

4. (PM) Efetuando: $(\sqrt[3]{\sqrt{64}})^2$, tem- se:

A. ( ) 2 B. ( ) 4 C. ( ) 8
D. ( ) 12 E. ( ) 16

5. (EsPCEx) Indicar na relação seguinte, o único número racional:

A. ( ) $\sqrt[4]{121}$ B. ( ) $\sqrt{8}$
C. ( ) $2^{\frac{2}{3}}$ D. ( ) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$
E. ( ) $2^{\frac{2005}{3}}$

6. (EsPCEx) Se $\sqrt{3}$ é irracional, então:

A. ( ) $\sqrt{3}$ pode ser escrito sob a forma: $\frac{p}{q}$ com $p, q \in z$ e $q \neq 0$;
B. ( ) $2\sqrt{3} \in Q$;
C. ( ) $3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \notin Q$;
D. ( ) $(\sqrt{3})^2 \in N$;
E. ( ) n.d.a.

7. (EsPCEx) A expressão $\sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{867}$, é igual a:

A. ( ) $17\sqrt{3}$ B. ( ) $3\sqrt{95}$ C. ( ) 0
D. ( ) $3\sqrt{17}$ E. ( ) n.d.a.

8. (EPCAR) Se $A = \sqrt{3}$, $B = \sqrt[4]{5}$, $C = \sqrt[3]{4}$, então será verdadeiro afirmar:

A. ( ) $C < B < A$ B. ( ) $C < A < B$
C. ( ) $B < A < C$ D. ( ) $A < B < C$
E. ( ) $A > C > B$

9. (EsPCEx) Marque a letra C se o cálculo estiver certo e a letra E, se estiver errado:

a) $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ C ( ) E ( )
b) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{14}$ C ( ) E ( )
c) $\dfrac{\sqrt[4]{12}}{\sqrt{2}} = \sqrt[4]{3}$ C ( ) E ( )
d) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[7]{6}$ C ( ) E ( )
e) $\sqrt{18} + \sqrt{2} + \sqrt{8} = 6\sqrt{2}$ C ( ) E ( )

10. (EsPCEx) A soma, $\sqrt[3]{a} + \sqrt[4]{a}$ é:

A. ( ) $\sqrt[7]{2a}$ B. ( ) $\sqrt[7]{a}$
C. ( ) $\sqrt[12]{a^7}$ D. ( ) $\sqrt[12]{a^3 + a^4}$
E. ( ) n.d.a.

11. (M.MERC) O quociente da divisão de, $\sqrt[3]{2}$ por $\sqrt{2}$, é:

A. ( ) $\sqrt{0,5}$ B. ( ) $\sqrt[3]{0,5}$ C. ( ) $\sqrt[5]{0,5}$
D. ( ) $\sqrt[6]{0,5}$ E. ( ) 0,5

12. (EPCAR) Se $\dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5}} = K(5 + \sqrt{10})$, então k é igual a:

A. ( ) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ B. ( ) 5
C. ( ) $\dfrac{1}{5}$ B. ( ) $5\sqrt{2}$
E. ( ) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Exercícios Propostos

Introduza no radicando os fatores de cada um dos radicais:

13. $2a^2\sqrt[4]{\dfrac{3}{a^2}}$

14. $(a+b)\sqrt{\dfrac{1}{a^2 - b^2}}$

Coloque fora do radicando os fatores em cada um dos radicais:

15. $\sqrt{a^3 + 2a^2b + ab^2}$

16. $\sqrt{\dfrac{a^2b - 2ab^2 + b^3}{a^2 + 2ab + b^2}}$

Simplifique os radicais:

17. $\sqrt[4]{\dfrac{9}{25}}$

18. $\sqrt[4]{a^2 + 2ab + b^2}$

19. $\sqrt[m-n]{a^{m-n} \cdot b^{mp-np}}$

Reduza ao mesmo índice os radicais:

20. $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[4]{5}$

21. $\sqrt[m]{3}$, $\sqrt[n]{2}$

Coloque em ordem de grandeza decrescente:

22. $\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{2}$ e $\sqrt[3]{3}$

23. $\sqrt[4]{3}$, $\sqrt[3]{9}$ e $\sqrt[6]{3}$

Simplifique as expressões abaixo:

24. $2\sqrt{a} - 5\sqrt{a} + 3\sqrt{b} + 8\sqrt{a} - 2\sqrt{b}$

25. $(2a + b)\sqrt{x} + (3a - 2b)\sqrt{x} - (a - 3b)\sqrt{x}$

26. $3a\sqrt{a} - 8\sqrt{a^3} + \dfrac{2}{a}\sqrt{64a^5}$

27. $2\sqrt{a+b} + \sqrt{36a + 36b} - 3\sqrt{25a + 25b}$

Efetue as multiplicações e divisões entre os radicas abaixo, simplificando os resultados:

28. $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{4}$

29. $2\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{9} : 7\sqrt{3}$

30. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{\dfrac{1}{2}}$

31. $\sqrt{4a^2 - 4} \cdot \sqrt{\dfrac{3a - 3}{3a + 3}}$

32. $\sqrt{\dfrac{x+1}{7x}} \cdot \sqrt{\dfrac{14}{x+1}} \cdot \sqrt{\dfrac{8}{x}}$

33. $\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt{ab}$

34. $4\sqrt[5]{a^4b^3}\cdot 5\sqrt[10]{a^3b^7}\cdot 2\sqrt{ab}$

35. $\dfrac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt[3]{2}}$

36. $8\sqrt{75x^7} : 4\sqrt{3x^3}$

37. $18\sqrt[3]{a^2b} : 6\sqrt[4]{a^2b}$

Efetue as potenciações e radiciações dos seguintes radicais:

38. $(\sqrt[6]{5})^2$

39. $(-5\sqrt[3]{x})^4$

40. $\sqrt[3]{\sqrt{7}}$

41. $\sqrt{4\sqrt[3]{15}}$

Efetue:

42. $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$

43. $(-b+\sqrt{a})(-b+\sqrt{a})$

44. $(\sqrt{5}+\sqrt{5-x})^2$

45. $\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{3}}$

46. $\sqrt{3}\cdot\sqrt{3-\sqrt{2}}\cdot(1+\sqrt{2})$

47. (EsPCEx) Substituir pelo sinal correspondente
$(1-\sqrt{3})^2$ .... $(\sqrt{3}-1)^2$

48. (EsPCEx) Calcular a expressão:
$(3+2\sqrt{5})^2-(3\sqrt{3}-2\sqrt{5})^2+(3\sqrt{2})^2-\sqrt{720}+\sqrt{2160}$

49. (EsPCEx) Efetuar as operações:
$6a\sqrt{63ab^3}-3\sqrt{112a^3b^3}+2ab\sqrt{343ab}-5b\sqrt{28a^3b}$

50. (EsPCEx) Escrever sob a forma de radicais irredutíveis as expressões:

a) $(2x^3y^4)^{\frac{1}{2}}$ b) $\left(\dfrac{1}{128}\right)^{-\frac{1}{4}}$

51. (EsPCEx) Efetue: $\sqrt[5]{a\sqrt[3]{a^2}}\ .\ \sqrt[6]{\sqrt[4]{a^9}}\ .\ \sqrt[3]{a^2\cdot\sqrt[8]{a^7}}$

52. (CN) Simplificar a expressão:
$\sqrt{16x^3y}-\sqrt{25xy^3}-(x-5y)\sqrt{xy}$

53. (CN) Simplificar e efetuar:
$3\sqrt[3]{a^4b^4}+5a\sqrt[3]{b^4}+b\sqrt[3]{a^4b}$

54. (CN) Verifique a igualdade, sendo $a > 0$:
$$\frac{a(a+\sqrt{3})(a-\sqrt{3})}{\sqrt{a^3}-\sqrt{3a}}=\sqrt{a}(a+\sqrt{3})$$

55. (EPCAR) Calcular o valor da expressão: $\dfrac{2\sqrt[6]{27}}{\sqrt[4]{9}}$

56. (CN) Efetuar: $\sqrt{24}\cdot\sqrt[4]{36}$

57. (CN) Efetuar: $\sqrt{200}\cdot\sqrt[3]{108}$

58. (CN) Dê a expressão mais simples de: $\dfrac{\dfrac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[6]{a}} : \sqrt[8]{a}}{\dfrac{\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[9]{a}}{\sqrt{a}}}$

59. (EsPCEx) A expressão: $\dfrac{\sqrt{2}\ .\ \sqrt[5]{4}}{\sqrt[10]{16}}$ é igual a:

A. ( ) $\sqrt[10]{2^3}$ B.( ) $\sqrt[5]{2}$ C. ( ) $\sqrt{2}$
D. ( ) $\sqrt[10]{2^4}$ E. ( ) n.d.a.

60. (EsPCEx) O resultado de: $\sqrt[4]{x\sqrt[3]{x^2}} : \sqrt[3]{\sqrt[4]{x^3}}$, é:
A. ( ) $\sqrt[6]{x}$ B.( ) $\sqrt[12]{x}$ C. ( ) $\sqrt[7]{x}$
D. ( ) $\sqrt[12]{x^{-2}}$ E.( ) n.d.a.

61. (EsPCEx) Reduzindo ao mesmo índice os radicais das expressões: $\sqrt[5]{3m^2}$ e $\sqrt[10]{\dfrac{5mp^3}{4}}$, obtém- se:

A. ( ) $\sqrt[5]{3m^2}$ e $\sqrt[10]{\dfrac{5mp^3}{4}}$

B. ( ) $\sqrt[10]{3m^{10}}$ e $\sqrt[10]{\dfrac{5mp^3}{4}}$

C. ( ) $\sqrt[10]{9m^4}$ e $\sqrt[10]{\dfrac{5mp^3}{4}}$

D. ( ) $\sqrt[50]{30m^{20}}$ e $\sqrt[50]{\dfrac{25m^{10}p^{30}}{20}}$

E. ( ) n.d.a.

62. (EsPCEx) Efetuando, $\sqrt{2}\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{2})$, você encontrará:

A. ( ) 2 B. ( ) $\sqrt{2}$ C. ( ) $2\sqrt{2}$
D. ( ) 1 E. ( ) n.d.a.

63. (EsPCEx) efetuando as operações indicadas, $\dfrac{a\sqrt{a\sqrt{a}}.\sqrt[4]{a^{-5}}}{\sqrt{a^3}}$, obtém-se o resultado:

A. ( ) $\dfrac{a}{\sqrt[4]{a}}$ B. ( ) $a.\sqrt[4]{a}$

C. ( ) $\dfrac{\sqrt[4]{a^3}}{a}$ D. ( ) a^{-1}

E. ( ) n.d.a.

64. (CN) Simplifique:

$$\frac{81-4x^2}{18-4x}\cdot\frac{6+\sqrt{8x}}{18-4x} : \frac{\frac{9}{2}+x}{\sqrt{18}-2\sqrt{x}}$$

65. (CN) Calcular o valor de a em: $\dfrac{\sqrt{a^3\cdot\sqrt{a}}}{\sqrt[48]{a^{10}}\cdot\sqrt[24]{a^7}}=243$

66. (EPCAR) Depois de efetuar as operações cabíveis e simplificar a fração $\dfrac{\sqrt{363}+\sqrt{27}+\sqrt{12}}{\sqrt{192}}$, obtém-se:

67. (M.MERC) Efetuando, $\sqrt[6]{a^2\sqrt{a}}$, temos:

68. (M.MERC) Efetuando,
$3\sqrt{8a}-5\sqrt{2a}+2\sqrt{32a}-\sqrt{128a}$, o resultado é:

A. ( ) $\sqrt{a}$ B. ( ) $\sqrt{2a}$ C. ( ) $a\sqrt{2}$
D. ( ) $2\sqrt{a}$ E. ( ) $2a\sqrt{2}$

69. (PM) Simplificando o radical: $\sqrt{\dfrac{144x^2}{x^2-2xy+y^2}}$, tem-se:

A. ( ) $\dfrac{12x}{x+y}$ B. ( ) $\dfrac{12x}{x-y}$

C. ( ) $\dfrac{72x}{x-xy+y}$ D. ( ) $\dfrac{72x}{x-x}$

70. (EPCAR) A expressão, $7\sqrt{32}-5\sqrt{2}+\sqrt{8}$, é igual a?

71. (CN) O valor de, $\sqrt[3]{16\sqrt{8}}\cdot\sqrt[6]{0,125}$ é:

A. ( ) $2\sqrt{8}$ B. ( ) $4\sqrt[3]{4}$
C. ( ) $4\sqrt{2}$ D. ( ) $2\sqrt[3]{2}$
E. ( ) $4\sqrt[6]{2}$

72. (EsPCEx) Efetuar e simplificar:
$(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt[4]{4ab})(\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt[4]{4ab})$

73. (CN) A expressão: $\dfrac{\sqrt[3]{0,25}-\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}$, é equivalente a:

A. ( ) $\sqrt[3]{-2}$ B. ( ) $\dfrac{\sqrt[3]{2}}{4}$

C. ( ) -1 D. ( ) $-\dfrac{1}{2}$

E. ( ) $\sqrt[3]{0,5}$

74. (EPCAR) Se $A=\sqrt{3}$, $B=\sqrt[3]{2}$ e $C=\sqrt[4]{5}$, assinale a operação que apresenta uma sentença verdadeira:

A. ( ) $C<B<A$ B. ( ) $A<C<B$
C. ( ) $C<A<B$ D. ( ) $B<C<A$
E. ( ) $B<A<C$

75. (PM) A expressão: $\sqrt{4050}-\sqrt{512}-\sqrt{648}$, é igual a:

A. ( ) $32\sqrt{6}$ B. ( ) $24\sqrt{3}$
C. ( ) $18\sqrt{2}$ D. ( ) $11\sqrt{2}$
E. ( ) $\sqrt{2}$

76. Verifique as Condições de Existência dos exercícios anteriores:

1.13. Frações irracionais

1. (PM) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{18}}-\dfrac{1}{\sqrt{8}}$ é igual a:

A. ( ) $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$ B. ( ) $\sqrt{12}$ C. ( ) $\dfrac{-10}{\sqrt{288}}$

D. ( ) $\dfrac{-5\sqrt{2}}{12}$ E. ( ) $\dfrac{5\sqrt{2}}{12}$

2. (PM) O resultado de $\dfrac{1}{2}:\sqrt{4+\dfrac{1}{4}}$, é:

A. ( ) $\dfrac{1}{5}$ B. ( ) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

C. ( ) $\dfrac{4\sqrt{17}}{4}$ D. ( ) $\dfrac{\sqrt{17}}{4}$

E. ( ) $\dfrac{\sqrt{17}}{17}$

3. (CN) Simplifique o máximo possível com denominador racionalizado: $\dfrac{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{32}+\sqrt{2}}{\sqrt[3]{4}}$

4. (EsPCEx) Racionalizando- se o denominador da fração: $\dfrac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$, obtém-se:

A. ( ) -2 B. ( ) $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$
C. ( ) 1 D. ( ) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$
E. ( ) n.d.a.

5. (EsPCEx) O resultado de: $\dfrac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} : \dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$, é:

A. ( ) $3+\sqrt{3}$ B. ( ) $2-\sqrt{3}$
C. ( ) $3-\sqrt{3}$ D. ( ) $2+\sqrt{3}$
E. ( ) n.d.a.

6. (EPCAR) Racionalizando o denominador da expressão $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}+1}$, encontraremos:

A. ( ) $\dfrac{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1}{3}$

B. ( ) $\dfrac{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1}{3}$

C. ( ) $\dfrac{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}-1}{3}$

D. ( ) $\dfrac{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}+1}{3}$

E. ( ) $\dfrac{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1}{3}$

7. (EsPCEx) O resultado de: $\dfrac{y-\sqrt{y}}{y+\sqrt{y}} \cdot \dfrac{y+\sqrt{y}}{3\sqrt{y}}$, $y > 0$ é:

A. ( ) $\dfrac{y+\sqrt{y}}{3y}$ B. ( ) $\dfrac{y-\sqrt{y}}{3}$ C. ( ) $\dfrac{y-1}{3}$

D. ( ) $\dfrac{\sqrt{y}-1}{3}$ E. ( ) n.d.a.

8. (CN) Simplificando: $\dfrac{(2x^2-4x+8)(x^2-4)}{x^3\sqrt{2}+\sqrt{128}}$, x ? –2, vamos encontrar:

A. ( ) $\sqrt{2}\,(x+2)$ B.( ) $\sqrt{2}\,(x-2)$
B. ( ) $\sqrt{2}\,(x^2-4)$ D. ( ) $\sqrt{2}$
E. ( ) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Exercícios Propostos

Racionalizar os denominadores das seguintes expressões fracionárias e simplificar, quando possível:

9. $\dfrac{6}{\sqrt[m]{2}}$, $m \neq 0$

10. $\dfrac{8}{3\sqrt{2}}$

11. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$

12. $\dfrac{4}{\sqrt[5]{8a^2b}}$, $a \neq 0$ e $b \neq 0$

13. $\dfrac{(a+b)^2}{\sqrt[3]{a+b}}$, $a+b \neq 0$

14. $\dfrac{1+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$

15. $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

16. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

17. $\dfrac{a-\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$

18. $\dfrac{\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}$

19. $\dfrac{8}{\sqrt{6-2\sqrt{5}}}$

20. (EsPCEx) Racionalizar a fração: $\dfrac{3}{\sqrt{7}-2}$

21. (EsPCEx) Verificar a igualdade:

$$\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}+\frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}$$

22. Racionalizar o denominador de: $\dfrac{12(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

23. (EsPCEx) Racionalize o denominador da fração: $\dfrac{6}{3-\sqrt{3}}$

24. (CN) Racionalizar o denominador da expressão:

$\dfrac{5+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}$ simplificando o resultado.

25. (CN) Reduzir à expressão mais simples:

$\dfrac{(2+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}$

26. (CN) Simplifique o mais possível:

$$\frac{(x^2-8)(x^2-3x+2)}{\sqrt{2}\left(\frac{x\sqrt{2}}{2}+2\right)(x-2)\left[2x^2-(4\sqrt{2}+2)x+4\sqrt{2}\right]},$$

$x \notin \{-\sqrt{2}, 1, 2, 2\sqrt{2}\}$.

27. (CN) Dividir: $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2-\sqrt{3}}$ por $\dfrac{7+4\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$, racionalizante o quociente.

28. (CN) Verificar a igualdade:

$\dfrac{a+\sqrt{a^2-1}}{a-\sqrt{a^2-1}}-\dfrac{a-\sqrt{a^2-1}}{a+\sqrt{a^2-1}}=4a\sqrt{a^2-1}$, $a \le -1$ ou $a \ge 1$

29. (PM) Racionalizando-se o denominador da fração:

$\dfrac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$, $a \ge 0$, $b \ge 0$ e $a \ne b$ tem-se:

A. ( ) $(a-b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})$ B. ( ) $a-b$
C. ( ) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ D. ( ) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

30. (EsPCEx) O resultado de: $\dfrac{3+\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ é:

A. ( ) $\sqrt{3}$ B. ( ) 1 C. ( ) $3+\sqrt{6}$
D. ( ) $\sqrt{2}$ E. ( ) n.d.a.

31. (CN) Simplificar a expressão: $\dfrac{A\sqrt{A}-3\sqrt{3}}{\sqrt{A}-\sqrt{3}}$, $A \ge 0$ e $A \ne 3$

A. ( ) $A-9+A\sqrt{3}$ B. ( ) $A+3+\sqrt{3A}$
C. ( ) $A-3+\sqrt{A}$ D. ( ) $3-A+\sqrt{3}$
E. ( ) $9+\sqrt{A}$ F. ( ) n.d.a.

32. (EPCAR) Racionalizando $\dfrac{3+\sqrt{3}}{3-3\sqrt{3}}$, obtemos?

33. (EsPCEx) Racionalizar o denominador da expressão:

$\dfrac{\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}}$, $a \ge |b|$ e $a^2+b^2 \ne 0$

34. (EsPCEx) Qual é, na expressão mais simples, o resultado da racionalização de:

$\sqrt{\dfrac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}}$?

1.14. Equação do 2º grau

1. (EsPCEx) Resolver a equação:
$k^2x^2-2pkx+p^2-q^2=0$

2. (CN) Resolva a equação: $6x^{-2}-5x^{-1}+1=0$

3. (EsPCEx) Resolver a equação: $\dfrac{a}{x-b}+\dfrac{b}{x-a}=2$

4. A equação: $a^{n+2}x^2-a^4x=0$, tem para as raízes:

A. ( ) $x'=2$ e $x''=-5$
B. ( ) $x'=0{,}1$ e $x''=a^{-3}$
C. ( ) $x'=0$ e $x''=a^{2-n}$
D. ( ) $x'=0{,}5$ e $x''=a^3$
E. ( ) $x'=5$ e $x''=a^{-1}$

5. (EsPCEx) Se você resolver a equação:

$\left(\dfrac{a^2+b^2}{41}\right)x^2-6x+(a+b)=0$, sabendo que *a* e *b* sabendo-se que são raízes da equação:

$3\sqrt{1-\dfrac{1}{x}}=\sqrt{1-x}$; $x \ne 0$, você encontrará as raízes:

A. ( ) -4 e -1 B. ( ) -4 e 1
C. ( ) 4 e -1 D. ( ) 4 e 1
E. ( ) n.d.a.

6. (EsPCEx) Determinar **k** e **m** de modo que sejam nulas as raízes da equação:
$m(x^2-x+1)+kx=x-m^2+2$

7. (EsPCEx) Determinar o valor da **m** para que a equação abaixo tenha raízes iguais:
$x^2-(m-1)x+m-2=0$

8. (EPCAR) Qual a condição para que as raízes da equação: $mx^2+nx+q=0$, sejam imaginárias?

9. (EPCAR) Sem resolver a equação:
$\sqrt{2}\,x^2 - \sqrt{6}\,x + 18 = 0$,
podemos afirmar que:
A. ( ) a soma de duas raízes não é um número real;
B. ( ) o produto de duas raízes é: $9\sqrt{2}$;
C. ( ) o produto de duas raízes é $\sqrt{3}$;
D. ( ) a soma de duas raízes é: $-9\sqrt{2}$
E. ( ) a soma de duas raízes é: $\frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

10. (CN) Determine o valor de k na equação:
$x^2 + (k-2)x + k^2 - 4 = 0$,
para que a mesma só tenha uma única raiz nula.

11. (EsPCEx) Para que a equação: $x^2 = 4x + k^2 - \frac{9}{25}$, admita somente uma raiz nula é necessário que k seja igual a:
A. ( ) $k = \pm\frac{3}{5}$
B. ( ) $k = \frac{9}{25}$
C. ( ) $k = 0$
D. ( ) $k = \pm 1$
E. ( ) $k = \pm 5$

12. (EsPCEx) Formar a equação do 2º grau, de coeficientes racionais sabendo que uma das suas raízes é: $2+\sqrt{3}$.

13. (CN) Escrever a equação do 2º grau, cujas raízes coincidam com as do sistema: $\begin{cases} x+y=5 \\ 2xy=1 \end{cases}$

14. (EsPCEx) A soma de dois números é 14, e a soma dos seus quadrados, 100. Quais são os números?

15. (M.MERC) A soma dos quadrados das raízes de uma equação do 2º grau é igual a :
A. ( ) $\frac{b^2}{a^2}$
B. ( ) $\frac{c^2}{a^2}$
C. ( ) $\frac{b^2-2ac}{a^2}$
D. ( ) $\frac{2ac-b^2}{a}$
E. ( ) $\frac{ac-b}{a}$

16. (EsPCEx) Sendo: $a^2 + b^2 = p$ e $ab = q$, então $(a+b)^2$ é igual a:
A. ( ) p^2
B. ( ) $p + 2q$
C. ( ) $p + q$
D. ( ) -15
E. ( ) n.d.a.

17. (EPCAR) Numa equação do 2º grau, apresentada sob a forma geral, o primeiro coeficiente é 5, o segundo é (–3) e uma raiz é igual a 0,75. Calcular a outra raiz e o terceiro coeficiente.

18. Sendo A uma constante, achar a soma dos inversos das raízes da equação: $2x^2 + Ax + 2A = 0$.

19. (EsPCEx) Se a e b são raízes da equação: $mx^2 + nx + p = 0$, no conjunto- universo R, então:
(1) $a + b = -n$
(2) $a \cdot b = p$
(4) $a + b = -\frac{n}{m}$
(8) $a + b = p$
(16) $a \cdot b = \frac{p}{m}$
(32) $a \cdot b = \frac{m}{n}$

20. (CN) A soma dos quadrados dos inversos das raízes reais da equação: $kx^2 - wx + p = 0$, sendo $kp \neq 0$, é:
A. ( ) $\frac{w^2-2kp}{p^2}$
B. ( ) $\frac{w^2-4kp}{p^2}$
C. ( ) $\frac{2kp-w^2}{p^2}$
D. ( ) $\frac{4kp-w^2}{p^2}$
E. ( ) $\frac{kp}{w}$

21. Uma equação do 2º grau de coeficientes inteiros possui a maior de suas raízes igual a $5+\sqrt{3}$ e possui para termo independente 66. Identifique o coeficiente de x ou o coeficiente de b entre as alternativas seguintes:
A. ( ) –30
B. ( ) –22
C. ( ) –10
D. ( ) 10
E. ( ) 88

22. (EsPCEx) Deduzir a fórmula que dá as raízes da equação: $ax^2 + bx + c = 0$.

23. (EPCAR) Resolver a equação:
$$\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{3x}{2x+4}$$

24. (EPCAR) Determinar a maior raiz da equação: $x^2 - 8ax + 15a^2 = 0$, se $a > 0$.

25. (EPCAR) Resolver a equação:
$$\left(4x - \frac{1}{2}\right)(3x-5) - \frac{88x^2 - 170x + 23}{8} = 0$$

26. (CN) As raízes da equação: $x^2 - 4x + k = 0$, são os números racionais S e R e entre essas raízes existe a relação: $S^S \cdot R^R \cdot S^R \cdot R^S = 256$. Achar o valor de k.

27. (EsPCEx) A expressão:

$$\frac{2\left(x+\frac{3}{2}\right)}{x-6} - \frac{x+9}{x-7}$$

anula-se para:
A. ( ) $x = 3$ B. ( ) $x = 10$ e $x = -2$
C. ( ) $x = -11$ e $x = 3$ D. ( ) $x = 11$ e $x = 3$
E. ( ) n.d.a.

28. (EsPCEx) Determinar o maior valor inteiro de k para o qual são reais e desiguais as raízes da equação: $3x^2 - 5x + k = 0$.

29. (CN) Sendo $a > 0$, discutir a equação: $ax^2 + c = 0$

30. (CN) Calcular o valor de m para que a equação: $2x^2 + 4x + m = 0$, tenha raízes reais e iguais.

31. (CN) Determinar c na equação: $64x^2 - 160x + c = 0$, de modo que uma raiz seja o triplo da outra.

32. (EPCAR) Determinar m para que o primeiro membro da equação: $mx^2 + (2m - 5)x + m = 0$, seja um quadrado perfeito.

33. (EPCAR) A equação: $-x^2 + 10x + 29 = 0$:
A. ( ) tem raízes desiguais e irracionais;
B. ( ) tem raízes inteiras;
C. ( ) tem raízes -3 e -7;
D. ( ) não tem nenhuma raiz real;
E. ( ) tem somente uma raiz real.

34. (M.MERC) Para que as raízes da equação: $x^2 + (m^2 - 1)x = -m$, sejam raízes simétricas, devemos ter:
A. ( ) $m < 0$ B. ( ) $m > 0$ C. ( ) $m = 1$
D. ( ) $m = -1$ E. ( ) $m = 0$

35. (M.MERC) O maior valor inteiro de m que torna as raízes da equação: $x^2 - 3x + m - 1 = 0$, reais e desiguais, é:
A. ( ) $m = 5$ B. ( ) $m = 1$
C. ( ) $m = 3$ D. ( ) $m = -1$
E. ( ) $m = -3$

36. (EsPCEx) Para que a equação: $x^2 + 2x + 2mx + m^2 = 0$, admita raízes iguais é necessário que:
A. ( ) $m = 4$ B. ( ) $m = 0$
C. ( ) $m = -2$ D. ( ) $m = -\frac{1}{2}$
E. ( ) $m = -1$

37. (EsPCEx) Formar a equação do 2º grau, cujas raízes são: $a \pm \sqrt{b}$.

38. (CN) Formar a equação do 2º grau, cujas raízes são: $1 \pm \sqrt{2}$.

39. (M.MERC) A equação do 2º grau, cujas raízes são -2 e 3, tem a forma:
A. ( ) $x^2 + x + 6 = 0$ B. ( ) $x^2 - x + 6 = 0$
C. ( ) $x^2 - x - 6 = 0$ D. ( ) $x^2 + x - 6 = 0$
E. ( ) $-x^2 - x - 6 = 0$

40. (CN) Dada a equação: $x^2 - 4kx + k^2 = 0$, formar a equação cujas raízes sejam, respectivamente, a média aritmética e a média geométrica das raízes da equação dada.

41. (EsPCEx) A equação do 2º grau cujas raízes são:

$$\left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{256}}} + 3^{\frac{1}{2}}\right) \text{ e } \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^2 - \sqrt[6]{\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}} \text{ é:}$$

A. ( ) $x^2 - 4x + 1 = 0$
B. ( ) $x^2 + 4x - 1 = 0$
C. ( ) $x^2 - 4x - 1 = 0$
D. ( ) $x^2 + 4x + 1 = 0$
E. ( ) n.d.a.

42. (CN) Escrever a equação do 2º grau, sabendo-se que a soma das raízes é ***a*** e a diferença é ***b***.

43. (CN) Qual a equação do 2º grau, cuja soma das raízes é 5 e cujo produto é (-6)?

44. (EPCAR) Dada a equação: $3x^2 - 7x + 1 = 0$, determinar: $x' + x''$ e $x' \cdot x''$, sem resolver a equação.

45. (M.MERC) Na equação: $-3x^2 + 6x + 6 = 0$, teremos:
A. ( ) a soma das raízes é igual a 6;
B. ( ) o produto e a soma das raízes valem -2;
C. ( ) o produto das raízes vale $+6$;
D. ( ) a soma e o produto das raízes valem -6;
E. ( ) a soma das raízes vale $+2$.

46. (CN) Determine dois números positivos, sabendo-se que a soma de seus quadrados é 11 e que o seu produto é $\sqrt{18}$.

47. (EsPCEx) A soma das raízes da equação:
$4x^2 + k^2x + 1 = 0$,
é igual a: $-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. Portanto, o valor de k é:
A. ( ) $\pm\sqrt{1}$ B. ( ) $\pm\sqrt[3]{3}$ C. ( ) $\pm\sqrt[4]{4}$
D. ( ) $\pm\sqrt[4]{2}$ E. ( ) $\pm\sqrt{2}$

48. (CN) Determinar o valor de p de modo que o quadrado da diferença entre as raízes da equação:
$3x^2 - 13x + p = 0$, seja $\dfrac{65}{3}$.

49. (CN) Dê os valores de m para os quais a equação: $x^2 - 2mx - m = -2$ admita raízes reais e iguais.

50. (CN) Determine *c* na equação: $4x^2 - 12x + c = 0$, de modo que a diferença das raízes seja 9.

51. (CN) N a equação: $x^2 - 5x + c = 0$, que valor se deve atribuir a *c*, para que uma das raízes seja 2?

52. (EsPCEx) Determinar *p* e *q*, na equação $x^2 + px + q = 0$, para que as suas raízes sejam:
a) $r + s$ e $-(r + s)$
b) $\dfrac{2r + s^2}{s}$ e $-s$
c) $\dfrac{r+\sqrt{s}}{2}$ e $\dfrac{r-\sqrt{s}}{2}$

53. (PM) O conjunto-verdade da equação:
$x = \dfrac{x-9}{x-1}$, $x \neq 1$, no conjunto-universo R, é:
A. ( ) {–1} B. ( ) {3, –3}
C. ( ) {9} D. ( ) ∅

54. (PM) A soma de dois números é 21 e a soma dos seus quadrados é 233. Qual é o menor?
A. ( ) 7 B. ( ) 12
C. ( ) 4 D. ( ) 8

55. (EsPCEx) As raízes da equação:
$\dfrac{5}{x-1} - \dfrac{x}{x-3} = \dfrac{1-x}{x^2-5x+6}$ são:
A. ( ) 0 e 0;
B. ( ) não existe raiz real;
C. ( ) 2 e 3;
D. ( ) 5 e 5;
E. ( ) n.d.a.

56. (EsPCEx) O produto das raízes da equação:
$(m + 1)x^2 - mx + m^2 - 1 = 0$, é igual a:
A. ( ) $\dfrac{m}{m+1}$ B. ( ) $\dfrac{1-m^2}{m+1}$
C. ( ) $\dfrac{m^2-1}{m}$ D. ( ) $m - 1$
E. ( ) n.d.a.

57. (EsPCEx) Em qual das equações abaixo a soma das raízes é igual a 5?
A. ( ) $4x^2 + 20x + 4 = 0$
B. ( ) $-2x^2 + 10x + 3 = 0$
C. ( ) $-x^2 - 5x + 2 = 0$
D. ( ) $10x^2 - 2x - 1 = 0$
E. ( ) n.d.a.

58. (EPCAR) A soma de dois números é $\dfrac{25}{12}$ e o seu produto é 1. Ache a diferença deles.

59. (EPCAR) Indique entre as equações abaixo, aquela cujas raízes são inversas das raízes de
$8x^2 - 10x + 3 = 0$
A. ( ) $x^2 + 6x + 8 = 0$ B. ( ) $3x^2 - 10x + 8 = 0$
C. ( ) $24x^2 - x + 3 = 0$ D. ( ) $3x^2 + 10x + 8 = 0$
E. ( ) $4x^2 - 3x + 1 = 0$

60. (EPCAR) A soma dos quadrados de dois números inteiros e consecutivos tais que a soma de seus inversos seja 11/ 30 é igual a:
A. ( ) 41 B. ( ) 13
C. ( ) 61 D. ( ) 85
E. ( ) 145

61. (PM) O conjunto-solução de equação:
$4^2 \cdot 2^0 : \dfrac{1}{4} = 2x \cdot 2x$, é:
A. ( ) {–4, 4}
B. ( ) {–1, 1}
C. ( ) {16}
D. ( ) {–8, 8}

62. (EsPCEx) Para resolver um problema, a turma da 8ª B necessitava montar uma equação de 2º grau. Ao montar a equação, Severino cometeu um engano o que tornou errado o termo independente. Contudo, resolveu corretamente a equação por ele montada e achou as raízes –4 e 1.
Paulo Potoxó também se enganou: montou uma equação com um erro no coeficiente do termo de 1º grau. Resolveu a sua equação e achou as raízes 9 e –2. Qual é a menor raiz da equação correta?

63. (CN) No sistema $x - y = 2$ e $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{13}{x}$, a soma de todos os valores de x e y que satisfazem ao sistema é:
A. ( ) 9 B. ( ) 20 C. ( ) 11
D. ( ) 14 E. ( ) 13

64. (EPCAR) Considerando $0 < a < b$ e x como variável, assinale o valor da menor raiz da equação: $x^2 - 2ax = b - a^2$.
A. ( ) $a - b$ B. ( ) $a^2 + \sqrt{b}$
C. ( ) $a^2 - \sqrt{b}$ D. ( ) $a + \sqrt{b}$
E.( ) $a - \sqrt{b}$

65. (CN) A soma dos cubos das raízes da equação: $x^2 + x - 3 = 0$, é:
A. ( ) –10 B. ( ) –8
C. ( ) –12 D. ( ) –6
E. ( ) –18

66. (EPCAR) O ponto **P** do terceiro quadrante, possui coordenadas (x, y) que verificam o sistema:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 18 \\ xy = 9 \end{cases}$$
Daí se conclui que $x + 2y = \ldots$
A. ( ) 9 B. ( ) 3
C. ( ) –3 D. ( ) –9
E. ( ) 0

1.15. Problemas do 2º grau

1. A diferença entre o quadrado e o triplo de um mesmo número é 10. Qual é esse número?

2. O produto de um número positivo pelo sua sétima parte é igual a 28. Determiná-lo.

3. A soma do quadrado de um número com o seu triplo é igual a oito vezes o próprio número. Ache esse número.

4. A diferença entre um número e o seu inverso é igual a $\frac{8}{3}$. Qual é esse número?

5. Um número natural é tal que o produto do número que o precede pelo que o sucede, é 6399. Qual é esse número?

6. O produto de dois números naturais consecutivos é 240. Determiná-los.

7. A soma dos inversos de dois números naturais consecutivos é $\frac{9}{20}$. Quais são esses números?

8. Uma fração tem o denominador superando de 2 o numerador. Somando 2 ao numerador e 1 ao denominador, a fração tem um aumento relativo de 7/18 Determiná-la.

9. O dividendo de uma divisão é 1235. Sabendo que o divisor é igual ao quociente e que o resto é 2/7 do divisor, determinar o quociente.

10. O divisor de uma divisão excede de 5 o quociente que, por sua vez, ultrapassa o resto também de 5. Determinar o quociente dessa divisão, sabendo que o dividendo é 1075.

11. Um pai tem 54 anos e seu filho 12. Há quanto tempo a idade do pai foi o quadrado da do filho?

12. A idade de uma criança daqui a 6 anos será o quadrado da idade que tinha há 6 anos. Qual a idade atual desse filho?

13. Determinar três números ímpares consecutivos sabendo que o seu produto é igual a sete vezes a sua soma.

14. Duas torneiras podem, juntas, encher um recipiente em 18 horas. Qual o tempo que cada uma, sozinha, leva para encher esse recipiente, se a primeira emprega nessa operação 27 horas mais que a segunda?

15. Um homem fez uma viagem de 240 km. Se caminhasse mais 4 km por dia, do que realmente caminha, teria gasto dois dias menos na viagem. Pergunta-se quantos dias gastou na viagem e quantos quilômetros andou por dia?

16. Dois ciclistas partem ao mesmo tempo em direção a uma vila distante 90 km. O primeiro, que percorre 1 km por hora mais que o segundo, chega ao destino uma hora antes do outro. Qual a velocidade de cada um?

17. Mauro percorreu 90 km em 7 horas, andando os primeiros 18 km a pé e o restante em bicicleta. Sabendo que, de bicicleta, faz 12 km por hora mais que a pé, pergunta-se quantos quilômetros faz Mauro, por hora, a pé?

18. Um barco, subindo um rio, percorre 40 km em um certo tempo, depois, descendo faz ao mesmo percurso em 4 horas menos. Qual é a velocidade do barco, sabendo-se que a velocidade da correnteza é de 16 km/h?

19. Um barco de turistas alugou um ônibus por R$ 1.500,00. Dois deles não puderam viajar e, em conseqüência, a despesa de cada um dos outros aumentou de R$ 25,00. Quantos eram os turistas? Qual foi a despesa de cada um?

20. Certa pessoa destinou R$ 12.000,00 para serem distribuído igualmente entre um certo número de órfãos. Tendo dois destes desistido de suas partes, as dos demais foram acrescidos de R$ 1.600,00 cada uma. Qual o número de órfãos?

21. A soma de dois números naturais é 32, e, dividindo-se o maior pelo menor, obtém-se o menor como quociente e 2 como resto. Quais são esses números?

22. Achar dois números tais que a sua soma excede de 4 a diferença entre o maior e o menor, e que o seu produto excede sua soma de 3.

23. Determinar as idades de Pedro e Paulo, sabendo que a sua diferença é 4 e seu produto 32.

24. Decompor o número 28 em dois fatores tais que a sua soma seja igual a 11.

25. O perímetro de um retângulo é de 56 cm e a área de 192 cm^2. Quais são as dimensões?

26. (CN) Achar o lado do quadrado em que o número dá a área excede o número que dá o perímetro de 5.

27. (EsPCEx) Numa festa todos os participantes cumprimentam-se. Houve 66 apertos de mão. Portanto, havia na festa:
A. ( ) 12 pessoas B. ( ) 33 pessoas
C. ( ) 30 pessoas D. ( ) 10 pessoas
E. ( ) n.d.a.

28. (EsPCEx) A soma de dois números é 100, e a soma de seus inversos é 1/24. Qual o maior desses dois números?

29. (CN) Com uma produção diária constante, uma máquina produz 200 peças em D dias. Se a produção diária fosse de mais 5 peças, levaria menos de 12 dias para produzir as 200 peças. O número D é um número:
A. ( ) múltiplo de 6 B. ( ) primo
C. ( ) menor que 17 D. ( ) entre 10 e 14
E. ( ) maior que 17

30. (PM) Dois números tem por soma –7 e por produto 5. Logo, a equação que resolvida permite calcular esses números é:
A. ( ) $x^2 - 7x - 5 = 0$ B. ( ) $x^2 + 5x - 7 = 0$
C. ( ) $x^2 - 7x + 5 = 0$ D. ( ) $x^2 + 7x + 5 = 0$

31. (PM) Um terreno de forma retangular, de área 250 m^2, tem o comprimento excedendo em 15 m a largura, então as dimensões desse terreno podem ser determinada pela equação:
A. ( ) $x^2 - 35x + 250 = 0$
B. ( ) $x^2 + 15x - 250 = 0$
C. ( ) $x^2 - 15x - 250 = 0$
D. ( ) $x^2 - 250x + 15 = 0$

32. (CN) Um terreno deve ser dividido em lotes iguais por certo número de herdeiros. Se houvessem três herdeiros a mais, cada lote diminuirá de 20 m^2, e se houvesse quatro herdeiros a menos, cada lote aumentaria de 50 m^2. O número de metros quadrados da área do terreno todo é:
A. ( ) 1600 B. ( ) 1400
C. ( ) 1200 D. ( ) 1100
E. ( ) 900

1.16. Transformações de radicais duplos

1. (EsPCEx) Transformando o radical duplo $\sqrt{7+\sqrt{24}}$ numa soma de radicais simples, obtém-se:
A. ( ) $6+\sqrt{11}$ B. ( ) $\sqrt{6}+\sqrt{2}$
C. ( ) $\sqrt{6}-1$ D. ( ) $1-\sqrt{6}$
E.( ) $\sqrt{6}+1$

2. (M.MERC) O duplo radical: $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$ é equivalente à expressão:
A. ( ) $\frac{1}{2}(\sqrt{3}+1)$ B.( ) $\frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)$
C. ( ) $\sqrt{3}+1$ D.( ) $\sqrt{3}-1$
E. ( ) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

3. (M.MERC) Transformando: $\sqrt[4]{17-12\sqrt{2}}$ na diferença de dois radicais simples, obtém-se:
A. ( ) $3+2\sqrt{2}$ B. ( ) $3-2\sqrt{2}$
C. ( ) $\sqrt{2}+1$ D. ( ) $\sqrt{2}+1$
E. ( ) $\sqrt{2}-1$

4. (M.MERC) $\sqrt{6-2\sqrt{5}}$ é igual a:

A. ( ) $\sqrt{5}-1$
B. ( ) $2\sqrt{5}-1$
C. ( ) $1-\sqrt{5}$
D. ( ) $\sqrt{5}+\sqrt{1}$
E.( ) $\sqrt{5}+1$

5. (M.MERC) Transformar o radical duplo: $\sqrt{6-a-4\sqrt{2-a}}$ na diferença de dois radicais simples.

6. (EPCAR) Transformar: $\sqrt{a^2+b+2a\sqrt{b}}$

7. (EPCAR) Transformar: $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$

8. (ITA – 2005) Sobre o número $x=\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{3}$, é correto afirmar:

A. ( ) $x \in]\,0{,}2\,[$
B. ( ) x é racional
C. ( ) $\sqrt{2x}$ é irracional
D. ( ) x^2 é irracional
E. ( ) $x \in]\,2{,}3\,[$

9. (CN) $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}-\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$

10. (EsPCEx) Transformando: $\sqrt{14+\sqrt{180}}$, obtém-se:

A. ( ) $\sqrt{5}-3$
B. ( ) $3+\sqrt{5}$
C. ( ) $3-\sqrt{5}$
D. ( ) $1-\sqrt{5}$
E. ( ) n.d.a.

11. (EsPCEx) A expressão: $\sqrt{\dfrac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}}$ simplificada é:

A. ( ) $2-\sqrt{2}$
B. ( ) $\sqrt{2}-2$
C. ( ) 1
D. ( ) $\sqrt{2}-1$
E. ( ) n.d.a.

12. (EsPCEx) Transformar a expressão: $\sqrt{9+\sqrt{17}}$, numa expressão de radicais simples.

13. (EPCAR) A expressão: $\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ é equivalente a:

A. ( ) $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$
B. ( ) $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$
C. ( ) $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$
D. ( ) $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$
E. ( ) $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt[4]{3}}{2}$

14. (EPCAR) Assinale a equação quadrática, cujas raízes são: $\sqrt{4+\sqrt{7}}$ e $\sqrt{4-\sqrt{7}}$

A. ( ) $x^2-\sqrt{14}x+3=0$
B. ( ) $x^2-\sqrt{11}x+3=0$
C. ( ) $x^2-\sqrt{3}x+3=0$
D. ( ) $x^2-\sqrt{11}x-3=0$
E. ( ) $x^2-\sqrt{28}x-3=0$

1.17. Equação irracional

1. (CN) Resolver: $\sqrt{2x^2-x-1}=1-x$

2. (EsPCEx) Resolvendo a equação: $\sqrt{x+7}+\sqrt{x-5}=\sqrt{2x+18}$, obtém-se as raízes:

A. ( ) 9 e 11
B. ( ) 9 e –11
C. ( ) 9
D. ( ) 11
E. ( ) n.d.a.

3. (EsPCEx) A solução da equação: $\sqrt{x}+1=\sqrt{x-1}$, é:

A. ( ) $x=-1$
B. ( ) $x=\pm 1$
C.( ) $x=\dfrac{1}{2}$
D. ( ) $x=0$
E. ( ) n.d.a.

4. (EsPCEx) Resolver a equação irracional: $\sqrt{x+2}-\sqrt{x-6}-\sqrt{x-3}=0$

5. (M.MERC) O valor de x que satisfaz a equação: $x+\sqrt{x}=2$, é:

A. ( ) 1
B. ( ) 3
C. ( ) 2
D. ( ) 4
E. ( ) 0

6. (EsPCEx) A equação: $\dfrac{4+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}=\dfrac{4}{4-\sqrt{x}}$, tem para raízes:

A. ( ) 9 e 64
B. ( ) 4 e 36
C. ( ) 4 e 25
D. ( ) 16 e 49
E. ( ) n. d. a.

7. (CN) Calcular o menor valor positivo de **k,** para que a raiz real da equação: $\sqrt{4-\sqrt[3]{x^3-k}}=1$, seja um número racional inteiro:

A. ( ) 1
B. ( ) 60
C. ( ) 27
D. ( ) 37
E. ( ) 40
F. ( ) n.d.a.

8. (CN) A soma das raízes da equação:

$$\frac{\sqrt[3]{54x-27}}{3} - \sqrt[6]{1458x-729} = -2, \text{ é:}$$

A. ( ) 20,5 B. ( ) 10,5
C. ( ) 33,5 D. ( ) 30,5
E. ( ) 23,5

9. (CN) Resolver o sistema: $\begin{cases} 3\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 5 \\ 9x - 4y = 65 \end{cases}$

Exercícios Propostos

10. (EsPCEx) A equação: $S = \sqrt{abx}$, resolvida em relação a **x**, é igual a:

A. ( ) $x = \dfrac{S}{ab}$ B. ( ) $\dfrac{S^2}{ab}$
C. ( ) $x = \dfrac{S^2}{a^2b^2}$ D. ( ) $x = \dfrac{\sqrt{S}}{ab}$
E. ( ) $\dfrac{a^2b^2}{S}$.

11. (EsPECx) As raízes da equação: $\sqrt{1+\sqrt{x}} = 1$, são:

A. ( ) $\begin{cases} x' = 1 \\ x'' = -1 \end{cases}$ B. ( ) $\begin{cases} x' = 0 \\ x'' = -1 \end{cases}$
C. ( ) $\begin{cases} x' = 1 \\ x'' = \sqrt{2} \end{cases}$ D. ( ) nulas

12. (EsPCEx) Resolver a equação:
$\sqrt{x} + \sqrt{x - \sqrt{1-x}} = 1$

13. (CN) Resolver a equação:
$\sqrt{x^2 + 2x + \sqrt[3]{x^2 + x - 29}} = x + 1$

14. (CN) Resolva a equação:
$\sqrt[3]{x+1} = 4\sqrt[6]{x+1} - 4$

15. (CN) Resolver: $\sqrt{2x-2} + \sqrt{x+6} = \sqrt{6x+7}$

16. (CN) Resolver: $x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{3}{2}$

17. (CN) Resolver: $\dfrac{\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1}}{\sqrt{6x+7}} = 1$

18. (M.MERC) A solução da equação: $x + \sqrt{x+2} = 0$, é:

A. ( ) x = –2 B. ( ) x = 2 C. ( ) x = –1
D. ( ) x = 1 E. ( ) x = 7

19. (M.MERC) A raiz da equação: $x^{\frac{1}{2}} + x = 6$, é:

A. ( ) $\dfrac{1}{4}$ B. ( ) 2
C. ( ) 3 D. ( ) 6
E. ( ) 4

20. (M.MERC) Resolver a equação irracional:
$\sqrt{\dfrac{2x}{3} - \sqrt{x}} = \sqrt{3}$

21. (M.MERC) Resolver a equação:
$\sqrt{x+2} = \sqrt{3x-5} - 1$.

22. (M.MERC) Resolver a equação:
$\sqrt{3 + \sqrt{x + \sqrt{x-6}}} = 1 + \sqrt{2}$.

23. (CN) Resolver: $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = \sqrt{2x+1}$

24. (EsPCEx) Verifique se $\dfrac{4a}{5}$ é a raiz da equação:

$\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x} = \dfrac{2a}{5\sqrt{a+x}}$ sem resolvê-la.

25. (EsPCEx) O conjunto-verdade da equação:
$\dfrac{4-x}{\sqrt{x^2 - 8x + 32}} = \dfrac{3}{5}$ no conjunto-universo R, é:

A. ( ) V = {1, 7}
B. ( ) V = {7}
C. ( ) V = ∅
D. ( ) V = {1}
E. ( ) n.d.a.

26. (CN) Dar a soma das raízes da equação:
$\sqrt{2x-4} - 3 \cdot \sqrt[4]{2x-4} = -2$

A. ( ) 12,5 B. ( ) 11,5 C. ( ) 7
D. ( ) 7,5 E. ( ) 0

27. (CN) Uma das raízes da equação:
$\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x} = \sqrt{2}$, é:

A. ( ) $\sqrt{2}$ B. ( ) $-\sqrt{5}$
C. ( ) $\sqrt{3}$ D. ( ) $-\sqrt{2}$
E. ( ) $\sqrt{6}$

28. (EPCAR) Determinando a raiz da equação
$13 + (x-1)^{\frac{1}{2}} = x$ e, calculando $\dfrac{3}{17}$ do seu valor, encontramos:

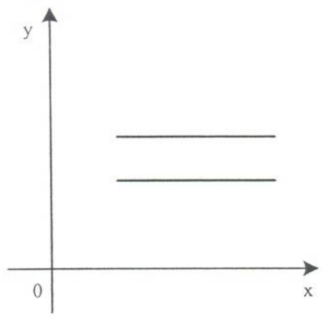
A. ( ) 3 B. ( ) 1 C. ( ) 2
D. ( ) 0 E. ( ) 4

29. (CN) A equação: $\sqrt{3x+1}-\sqrt{2x-1}=1$, tem duas raízes, cuja soma é:
A. ( ) 10 B. ( ) 4 C. ( ) 8
D. ( ) 5 E. ( ) 6

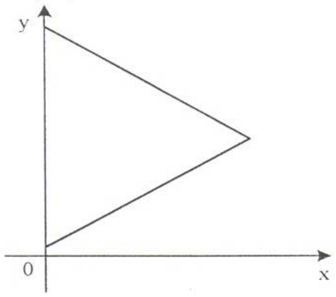
1.18. Funções

1. Dizer qual ou quais dos gráficos abaixo, define uma função:

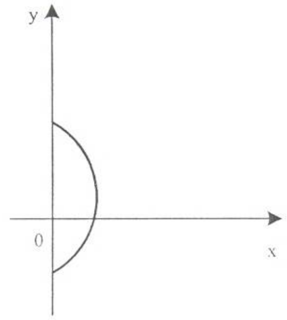
A. ( )



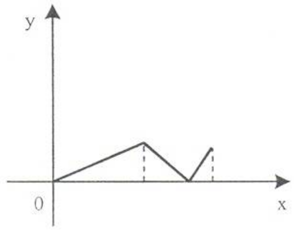
B. ( )



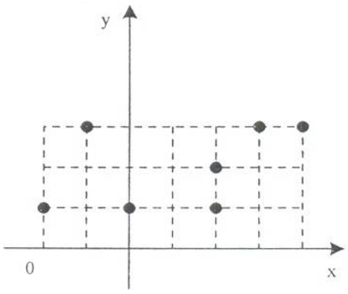
C. ( )



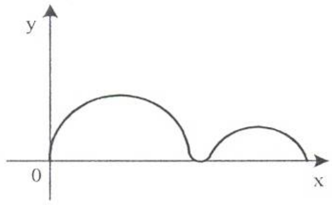
D. ( )



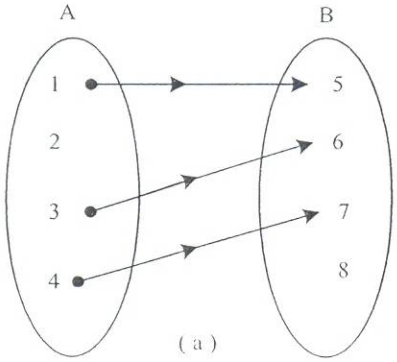
E. ( )



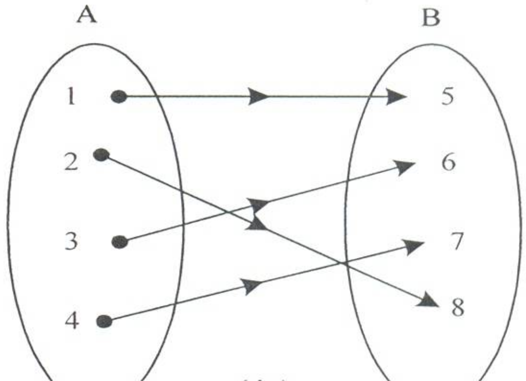
F. ( )



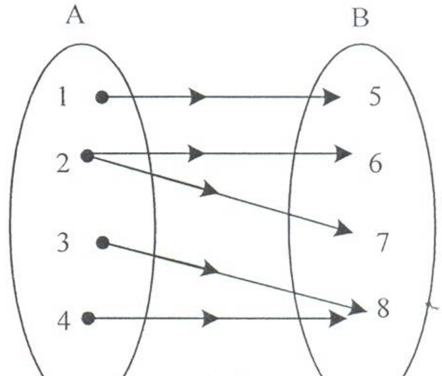
2. Dos diagramas abaixo, qual o que define uma função de: A = {1, 2, 3, 4} em B = {5, 6, 7, 8}



(a)



(b)



(c)

3. Qual a sentença aberta que define as seguintes funções:
a) **f** leva cada número real ao seu triplo;
b) **g** associa cada numero real ao seu quadrado.

4. Se $f:R \to R$ é uma função definida por $f(x) = 2x - 1$, determinar:
a) f (0) b) f(–2) c) f(3)

5. (EPCAR) Seja f uma função que associa a cada número PAR a sua metade, e, a cada número IMPAR, o seu dobro. Sobre essa função f será falso afirmar que:
A. ( ) f(f(12)) = 3
B. ( ) f(f(3)) = f(6)
C. ( ) f(f(5)) = 5
D. ( ) f(10) – f(5) = 0
E. ( ) existem: n ímpar e m par para os quais f(n) = f(m).

6. (EPCAR) se $f(x) = x^2 + 2x$ e se $h \in r$, assinale o valor de: $\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$
A. ( ) $2x + 2 + h$
B. ( ) $2x - 2 + h$
C. ( ) $2x - 2 - h$
D. ( ) $2x + 2h^2 - h$
E. ( ) $2x - 2h^2 + h$

7. Dar o domínio das seguintes funções reais:

a) $f(x) = 2x - 7$

b) $g(x) = \dfrac{1}{x-3}$

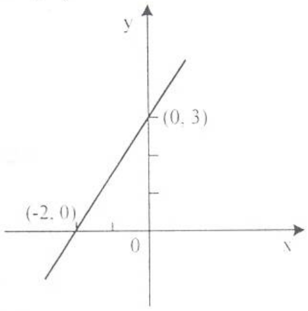
c) $h : x \rightarrow \sqrt{2x-5}$

8. (EsPCEx) Se $L = \{1, 2, 3\}$ e $M = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$ então o conjunto-imagem da função $f{:}L \rightarrow M$, definida por $f(x) = 2x + 1$, é:

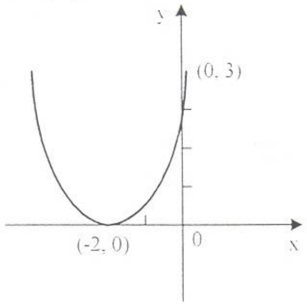
A. ( ) $\{1, 3, 5\}$
B. ( ) $\{1, 7, 9\}$
C. ( ) $\{3, 5, 9\}$
D. ( ) $\{3, 5, 7\}$
E. ( ) n.d.a.

9. O gráfico da função $f{:}R \rightarrow R$, definida por $y = \dfrac{3x+6}{2}$ é:

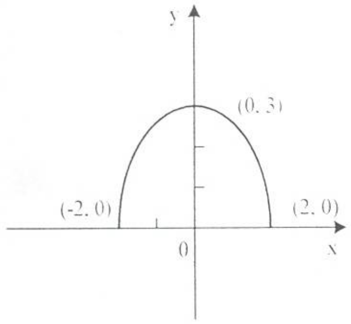
A. ( )



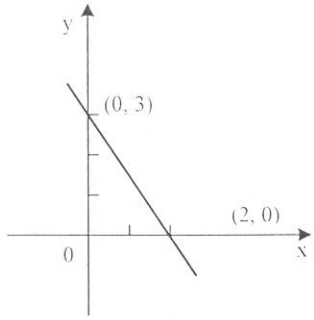
B. ( )



C. ( )



D. ( )

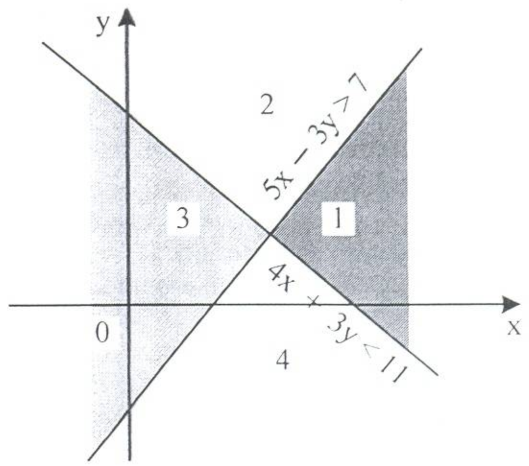


10. (EPCAR) Os pontos (5, 2) e (4, –3) pertencerão ao gráfico da função: $f{:}x \rightarrow mx + h$, desde que h = ...

A. ( ) –23
B. ( ) 25
C. ( ) –25
D. ( ) 23
E. ( ) 5.

11. (EsPCEx) No gráfico cartesiano abaixo, determinar qual dos quatro conjuntos-intersecção (1, 2, 3 ou 4) dos semi-planos definidos pelas duas retas, é solução do sistema:

$$\begin{cases} 4x + 3y < 11 \\ 5x - 3y > 7 \end{cases}$$



12. (EPCAR) O conjunto-imagem da função quadrática: $y = 2x^2 - 9x + 10$, é:

A. ( ) $\left\{y \in R \mid y \leq \dfrac{1}{8}\right\}$

B. ( ) $\left\{y \in R \mid y \geq \dfrac{9}{4}\right\}$

C. ( ) $\left\{y \in R \mid y \leq \dfrac{9}{4}\right\}$

D. ( ) $\left\{y \in R \mid y \leq \dfrac{9}{2}\right\}$

E. ( ) $\left\{y \in R \mid y \geq -\dfrac{1}{8}\right\}$

Exercícios Propostos

13. Resolver graficamente, o sistema de equações:

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x - y = 9 \end{cases}$$

14. Sendo $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x + 3$, pede-se:

a) para que valores de x, tem-se $f(x) = g(x)$?

b) qual o ponto (x, y) em que a reta $y = x + 1$ cortará a reta $y = -x + 3$?

15. (EsPCEx) Sendo $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e a relação binária: $R = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 3x - 4\}$, determinar o conjunto-imagem de R.

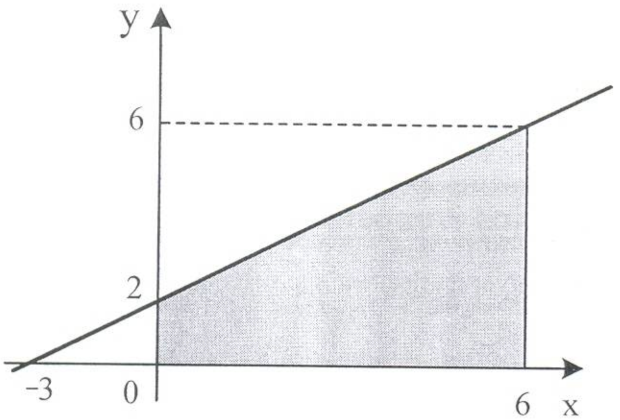
16. (EPCAR) Se $y = \sqrt{-2x+20}$ então os valores de **x** que tornam **y** um número real, pertencem ao conjunto:

A. ( ) $\{x \mid x \in R^* \text{ e } x \leq 10\}$
B. ( ) $\{x \mid x \in R \text{ e } x \geq 10\}$
C. ( ) $\{x \mid x \in R^* \text{ e } x \geq 10\}$
D. ( ) $\{x \mid x \in R \text{ e } x \leq 10\}$
E. ( ) $\{x \mid x \in R \text{ e } 0 \leq 10\}$

17. (EPCAR) O gráfico de $y = ax + b$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, é uma:
A. ( ) reta horizontal contida no 1º e 2º quadrantes;
B. ( ) reta vertical;
C. ( ) figura não conhecida;
D. ( ) reta não passando pela origem e nem paralela a nenhum dos eixos;
E. ( ) parábola cujo vértice é o ponto de abcissa: $-\frac{b}{a}$

18. (EPCAR) A função $f{:}x \to 3x - 2$, é:
A. ( ) positiva para $x = \frac{2}{3}$
B. ( ) negativa para $x < \frac{2}{3}$
C. ( ) positiva para $x > \frac{2}{3}$
D. ( ) nula para $x = 0$
E. ( ) constante para qualquer **x** real.

As questões **19** e **20**, serão resolvidas com base no gráfico que se segue:



19. (EPCAR) O ponto de intersecção da reta com o eixo das ordenadas, é determinado pelo ordenado:
A. ( ) $\left(-\frac{2}{3}, 0\right)$
B. ( ) $(-2, 0)$
C. ( ) $(0, 2)$
D. ( ) $(0, 1)$
E. ( ) $(-3, 0)$.

20. (EPCAR) A área do trapézio hachurado, vale:
A. ( ) 16
B. ( ) 24
C. ( ) 18
D. ( ) 22
E. ( ) 20

21. (EPCAR) Se $f{:}x \to mx + h$ com $f(-2) = -19$ e $f(2) = 9$, então, $f(1) = \ldots$
A. ( ) 2
B. ( ) –5
C. ( ) 7
D. ( ) –12
E. ( ) 1

22. Seja $A = \{-2, -1, 0, 1\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e R uma relação binária de A em B, tal que $(x, y) \in R$.
Á esquerda de cada sentença abaixo, existe um número de referência (dentro de um círculo).
Assinale as sentenças que definindo a relação R, fazem com que R seja função de A em B.
A resposta desta questão é o número de referência da sentença que satisfaz a condição acima ou a soma dos números de referência, se mais de uma sentença satisfaz essa condição.
1) $y = 3x$
2) $y = x^2$
4) $y = \frac{x}{2}$
8) $y = 3$
16) $y^2 = x^2$;
32) $y = -2x$
64) $y = 2x + 3$

23. (EPCAR) A lei representa por $y = ax + b$, onde $a \neq 0$, $b \neq 0$; pela qual, cada número real **x** é transformado em outro número real **y**, define uma:
A. ( ) função constante
B. ( ) função quadrática
C. ( ) função afim
D. ( ) equação do 2º grau
E. ( ) inequação do 1º grau.

24. (EPCAR) O binômio linear $y = ax + b$, onde $a \neq 0$ e $b \neq 0$:
A. ( ) não admite raiz racional
B. ( ) admite somente raiz inteira
C. ( ) não se anula para **x** real
D. ( ) admite a única raiz $-\frac{b}{a}$
E. ( ) poderá admitir a raiz $x = 0$.

25. (EPCAR) se $f{:}x \to kx - 1$; $(k > 0)$, então $f(f(4)) = 32$ obriga $k = \ldots$
A. ( ) $\frac{1}{3}$
B. ( ) $\frac{1}{2}$
C. ( ) 3
D. ( ) 2
E. ( ) 5

26. (EsPCEx) Se $A = \mathbb{R}$ e $B = \mathbb{N}^*$, então o gráfico de A x B, é:
01) um retângulo
02) uma reta
04) um conjunto de semi-retas verticais
08) um conjunto de retas horizontais
16) um feixe de retas concorrentes
32) um conjunto de semi-retas horizontais

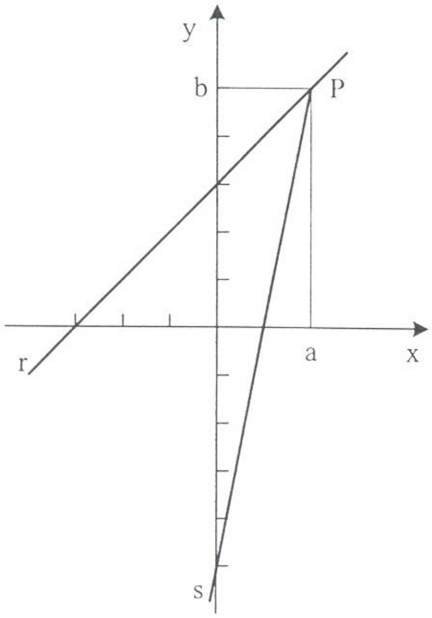
27. (EPCAR) Sejam f e g, funções tais que:

$f{:}x \to 2x - 3$ e $g{:}x \to \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$, calcule f(11) e a seguir calcule g(f(11)). O resultado obtido foi:

A. ( ) 19 B. ( ) 11 C. ( ) 18

D. ( ) $\frac{23}{2}$ E. ( ) $\frac{21}{2}$

28. (EPCAR) Na figura abaixo, a reta **r** é o gráfico da equação: $3y - 2x = 6$ e a reta **s** é o gráfico da equação $y - 5x = -5$. Se $P(a, b) = r \cap s$, então, $a + b =$



A. ( ) $\frac{153}{13}$ B. ( ) $\frac{55}{13}$ C. ( ) $\frac{57}{13}$

D. ( ) $\frac{59}{13}$ E. ( ) $\frac{61}{13}$

29. (EPCAR) O gráfico da equação $3x + 2y - 6 = 0$, intercepta o eixo dos y no ponto:

A. ( ) (0, 3) B. ( ) (0, –3) C. ( ) (0, 6)

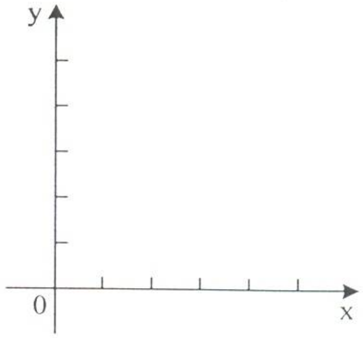
D. ( ) (0, –6) E. ( ) (3, 2)

30. (EsPCEx) No sistema dos eixos cartesianos abaixo representa a função definida pela expressão:

$y = -\frac{3x}{4} + 9$

Nas intersecções da linha representativa da função com os eixos das abcissas e das ordenadas, marque os pontos A e B, respectivamente.

Calcular quantas unidades de área mede o triângulo AOB.



31. (EPCAR) O gráfico da função: $f{:}x \to 5x - 2$:

A. ( ) é uma reta paralela ao eixos dos **x**

B. ( ) é uma reta passando pela origem dos eixos

C. ( ) não corta o eixo dos **y**

D. ( ) contém os pontos (0, –2) e (2, 8)

E. ( ) contém o ponto (3, 16).

32. (EPCAR) Se a função: $f{:}x \to ax - 1$, $a \in \mathbb{R}^*$, for decrescente e tal que $f(f(4)) = 32$, então podemos afirmar que:

A. ( ) é positiva para $x > 0$

B. ( ) é negativa para $x > -\frac{4}{11}$

C. ( ) é nula para $x = -\frac{11}{4}$

D. ( ) admite valor $-\frac{15}{4}$ quando $x = -1$

E. ( ) existe parte de seu gráfico no 1º quadrante.

33. (EPCAR) As desigualdades $x > 0$, $y \geq 0$ e $3x + 4y - 12 \leq 0$, determinam 3 regiões no plano. Assinale o valor da área da figura correspondente à intersecção dessas 3 regiões.

A. ( ) 4 unidades de área

B. ( ) 5 unidades de área

C. ( ) 6 unidades de área

D. ( ) 8 unidades de área

E. ( ) 12 unidades de área

34. (EPCAR) Sabendo-se que f(x) é uma função linear e que $f(-1) = 5$, calcule f(f(2)).

A. ( ) 50 B. ( ) 25 C. ( ) 5

D. ( ) $\frac{1}{25}$ E. ( ) $\frac{1}{125}$

35. (EPCAR) Uma função afim, cumpre as condições: $f(-2) = -7$ e $f(1) = 2$. Sobre essa função, vale afirmar que é:

A. ( ) positiva quando $x > -3$

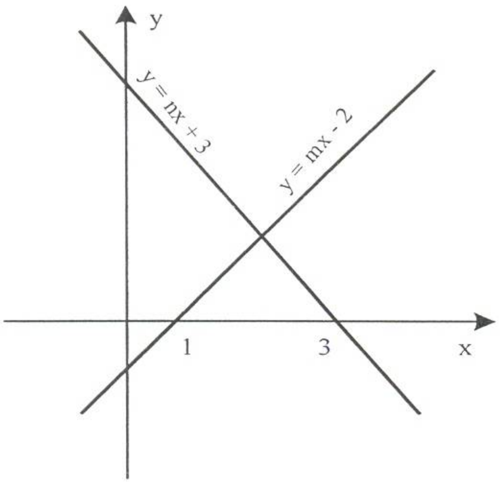
B. ( ) negativa quando $x < 3$

C. ( ) positiva quando $x > \frac{1}{3}$

D. ( ) positiva quando $x < -\frac{1}{3}$

E. ( ) negativa quando $x > -\frac{1}{3}$

36. (EPCAR) Na figura abaixo, o valor da soma das declividades das duas retas é igual a:



A. ( ) 3
B. ( ) 1
C. ( ) –6
D. ( ) –4
E. ( ) –5,2

1.19. Trinômio e inequação do 2º grau

1. (EsPCEx) O conjunto-verdade de $-x^2 + 2x + 15 < 0$, no conjunto-universo R, é:
A. ( ) $V = \{x \in R \mid -3 < x < 5\}$
B. ( ) $V = \{x \in R \mid x \leq -3 \text{ ou } x \geq 5\}$
C. ( ) $V = \{x \in R \mid x \neq -3 \text{ ou } x > 5\}$
D. ( ) $V = \{x \in R \mid x < -3 \text{ ou } x > 5\}$
E. ( ) n.d.a.

2. (EsPCEx) O trinômio: $x^2 - 6x + 5$ é negativo quando:
A. ( ) $1 < x < 5$
B. ( ) $x < 1$ ou $x < 5$
C. ( ) $-\frac{2}{3} < x < \frac{1}{3}$
D. ( ) $x > \frac{2}{3}$
E. ( ) n.d.a.

3. (EsPCEx) Para que seja $9x^2 + 3x - 2 > 0$, é preciso que:
A. ( ) $-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3}$
B. ( ) $x < -\frac{1}{3}$
C. ( ) $-\frac{2}{3} < x < \frac{1}{3}$
D. ( ) $x > \frac{2}{3}$
E. ( ) n.d.a.

4. (EsPCEx) Os valores de **x** para os quais se tenha: $x^2 + 1 < 0$, são:
A. ( ) $-1 < x < 1$;
B. ( ) $x < -1$;
C. ( ) $x > 1$;
D. ( ) não há solução no conjunto dos números reais;
E. ( ) n.d.a.

5. (EsPCEx) Para que o trinômio: $(2m - 1)x^2 + 2(1 - m)\,x + 2m$ seja positivo para qualquer valor de **x** é necessário que:
A. ( ) $m < 0$
B. ( ) $m \doteq \frac{\sqrt{3}}{3}$
C. ( ) $m < \frac{\sqrt{3}}{3}$
D. ( ) $m > \frac{\sqrt{3}}{3}$
E. ( ) n.d.a.

6. (EsPCEx) O trinômio: $y = -6x^2 + 7x - 6$, decomposto em fatores, se apresenta na forma:
A. ( ) $(x + 2)(x + 6)$;
B. ( ) impossível no campo real;
C. ( ) $(x - 2)(x - 6)$;
D. ( ) $(x - 2)(x + 6)$;
E. ( ) n.d.a.

7. (EsPCEx) O trinômio: $-3x^2 + 9x - 9$, é positivo:
A. ( ) para qualquer valor real de **x**;
B. ( ) para $x > -27$;
C. ( ) para $x > 0$;
D. ( ) para $x > 189$;
E. ( ) n.d.a.

8. (EsPCEx) O valor numérico do trinômio: $x^2 - 5x + 6$, é zero para $x = 3$. Logo:
A. ( ) 3 é máximo do trinômio;
B. ( ) 3 é raiz do trinômio;
C. ( ) 3 é mínimo do trinômio;
D. ( ) zero é raiz do trinômio;
E. ( ) zero é mínimo do trinômio.

9. (EsPCEx) Determinar **x** de modo que o trinômio: $y = 6x^2 - x - 1$ seja:
a) nulo; b) positivo; c) negativo;

10. (EsPCEx) Determinar os valores de **x** que satisfazem ao sistema de inequações:

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 5 < 0 \\ x^2 - 9x + 14 < 0 \end{cases}$$

11. (CN) Resolver a inequação:

$$\frac{(x-1)^3\,(x^2-4x+4\,)}{-x^2+x-1} \geq 0.$$

A. ( ) $x \leq 1$ B. ( ) $x > 2$ C. ( ) $x \geq -2$
D. ( ) $x < 2$ E. ( ) $x = 1$
F. ( ) n.d.a.

12. (CN) Resolva: $\dfrac{(x-1)\,(x^2+4\,)}{x^2-3x+2} < 0.$

A. ( ) $x < 1$ B. ( ) $1 < x < 2$ C. ( ) $4 < x$
D. ( ) $3 < x$ E. ( ) $2 < x$
F. ( ) n.d.a.

13. (CN) O trinômio: $y = (-m^2 + 4\,)x^2 - 2x + 1$, tem máximo igual a $\dfrac{6}{5}$. Determine **m,** sabendo que $m > 0$.

14. (CN) Um trinômio do 2º grau se anula para $x = 1$ e $x = 5$. Sabe-se que o valor numérico desse polinômio para $x = 2$, é -6; para $x = 3$, é -8 e para $x = 0$, é 10. Determinar o extremo (máximo ou mínimo) do trinômio.

15. (CN) Resolver: $\dfrac{(x^2-3x-4\,)}{x-1} < 0.$

16. (M.MERC) O valor de **x** que torna mínimo o trinômio: $3x^2 - 12x + 8$, é:

A. ( ) 4 B. ( ) 1 C.( ) 2
D. ( ) 0 E. ( ) 3

17. (M.MERC) Decompondo o trinômio: $3x^2 - 8x - 3$ em fatores do 1º grau, encontramos:

A. ( ) $3(x-3)(3x+1)$
B. ( ) $(x-3)(3x+1)$
C. ( ) $(2x+3)(x-1)$
D. ( ) $(x-1)(3x+3)$
E. ( ) $(x-3)(3x-1)$

18. (M.MERC) Decompondo o trinômio do 2º grau: $-12x^2 + 17x$ -6 em fatores do 1º grau, encontramos:

A. ( ) $(4x-3)(2-3x)$
B. ( ) $(3x-4)(2x-3)$
C. ( ) $(2x-4)(3x-1)$
D. ( ) $(3-4x)(3x-2)$
E. ( ) $(5x-3)(2x+1)$

19. (CN) O valor numérico mínimo do trinômio: $y = 2x^2 + bx + p$, ocorre para $x = 3$. Sabendo que um dos valores de **x** que anulam esse trinômio é o dobro do outro, dar o valor de **p.**

(1) 32 (2) 64 (3) 16
(4) 105 (5) 8

20. (EsPCEx) Na expressão:

$y = \dfrac{2}{\sqrt{x^2-7x+12}}$, determinar os valores de $x \in R$, tais que: $y \notin R$.

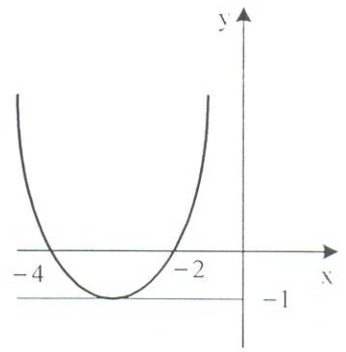
21. (CN) A soma de todos os valores inteiros e positivos de **p** que fazem com que
$y = px - p - 3 - x^2$,
seja negativo para qualquer valor de **x,** é:

A. ( ) 21 B. ( ) 28 C. ( ) 10
D. ( ) 10 E. ( )15

22. (CN) Se $P(\,x\,) = ax^2 + bx + c$ e $P(\,k\,)$, é o seu valor numérico para $x = k$, e sabendo-se que $P(3) = P(-2\,) = 0$ e que $P(1) = 6$, podemos afirmar que $P(x)$:

A. ( ) tem valor máximo igual a $\dfrac{24}{7}$
D. ( ) tem valor negativo para $x = 2$
C. ( ) tem valor máximo igual a $\dfrac{11}{4}$
D. ( ) tem valor máximo igual a $\dfrac{25}{4}$
E. ( ) tem valor mínimo $\dfrac{-25}{4}$

23. (EPCAR) Indique entre as funções quadráticas abaixo, aquela que possa ser associada ao gráfico dado:



A. ( ) $f:x \to x^2 - 6x + 8$
B. ( ) $f:x \to -x^2 + 6x - 8$
C. ( ) $f:x \to -x^2 - 6x + 8$
D. ( ) $f:x \to x^2 - 2x + 8$
E. ( ) $f:x \to x^2 + 6x + 8$

24. (EPCAR) Se o gráfico da função trinômio do 2º grau: $f:x \to ax^2 + bx + c$ cortar o eixo dos x nos pontos: (–1, 0) e (2, 0) e ainda f(0) = –6, então o valor de **b** será:
A. ( ) –3 B. ( ) 6
C. ( ) 3 D. ( ) –1
E. ( ) 1

25. (EPCAR) A parábola $y = -x^2 + 8x - 15$, intercepta o eixo dos x nos pontos A e B o vértice da parábola é o ponto C. A área do triângulo ABC, Em unidades de área (ua), é:
A. ( ) $\frac{1}{2}$ ua
B. ( ) 2 ua
C. ( ) 1 ua
D. ( ) $\sqrt{2}$ ua
E. ( ) $\sqrt{3}$ ua

26. (EsPCEx) Dada a função f: R → R, definida por: $f(x) = x^2 + 25x - 26$, então:
(01) o gráfico da função não intercepta o eixo das abcissas.
(02) o vértice da parábola representativa da função é um ponto de ordenada nula.
(04) o vértice da parábola representativa da função é um ponto de abcissa positiva.
(08) o gráfico da função intercepta o eixo das abcissas nos pontos (1, 0) e (–26, 0).
(16) o vértice da parábola representativa da função é um ponto de máximo.
(32) o mínimo da função é $-\frac{729}{4}$.

27. (CN) Se $P(x) = ax^2 + bx + c$ e P(–1) .
P(1) < 0 e P(1).P(2) < 0, P(x) pode admitir, para raízes, os números:
A. ( ) 0, 3 e 3, 2;
B. ( ) –0, 3 e 0, 5;
C. ( ) –2, 4 e 1, 5;
D. ( ) 0, 7 e 1, 9;
E. ( ) 1, 3 e 1, 6.

28. (CN) O trinômio $y = mx(x - 1) - 3x^2 + 6$ admite (–2) como uma de suas raízes, podemos afirmar que o trinômio:
A. ( ) tem mínimo no ponto x = –0, 5;
B. ( ) pode ter valor numérico 6, 1;
C. ( ) pode ter valor numérico 10;
D. ( ) tem máximo no ponto x = 0, 5;
E. ( ) tem máximo no ponto x = 0, 25.

29. (CN) Os valores de k, que fazem com que a equação: $kx^2 - 4x + k = 0$, tenha raízes reais que seja satisfeita a inequação: $1 - k \leq 0$, são os mesmos que satisfazem a inequação:
A. ( ) $x^2 - 4 \leq 0$
B. ( ) $x^2 + 3x + 2 \leq 0$
C. ( ) $x^2 - 1 \geq 0$
D. ( ) $x^2 - 3x + 2 \leq 0$
E. ( ) $x^2 - 3x + 2 \geq 0$

30. (EsPCEx) As raízes do trinômio: $x^2 - 12x + 32$:
A. ( ) tem soma igual a –32
B. ( ) são 2 e 16
C. ( ) são reais e desiguais
D. ( ) são ambas negativas
E. ( ) n.d.a.

31. (EsPCEx) Para $k = -\frac{6}{5}$, as raízes do trinômio $(k + 2)x^2 - 2kx + k + 3$:
A. ( ) são reais e desiguais;
B. ( ) não existem no campo real;
C. ( ) são reais e iguais;
D. ( ) são reais e positivas.

32. (EsPCEx) Os zeros do trinômio: $-x^2 + 4x - 5$, são:
A. ( ) –5 e 1
B. ( ) 5 e –1
C. ( ) –5 e –1
D. ( ) 1 e 5
E. ( ) não existem no campo real.

33. (EsPCEx) O trinômio: $-3x^2 + 2x - 5$, é positivo para:
A. ( ) qualquer valor real de x
B. ( ) para nenhum valor real de x
C. ( ) para x > 0
D. ( ) para x < 0
E. ( ) para x < –56

34. (EsPCEx) Determinar **x** em cada um dos trinômios abaixo de modo que se tenha:
a) $x^2 - 8x + 15 < 0$
b) $x^2 - x + 1 < 0$
c) $x^2 + 6x + 9 > 0$

35. (CN) Resolver a equação: $\frac{-x^2 + 7x - 6}{x^2 - 4x + 3} \geq 0$

36. (CN) Resolva: $(x - 1)\left(x^2 - \frac{11}{2}x + 2{,}5\right) < 0$

37. (CN) Resolver: $\frac{-x^2 - x - 17}{x - 2} > 1$

38. (CN) Resolver: $\dfrac{(x^2-5x+8)(x-1)^2}{4x^2-12x+8}<0$

39. (M.MERC) A afirmação
$x^2-x-6<0$, é equivalente à afirmação:
A. ( ) $-2<x<3$
B. ( ) $x>-2$
C. ( ) $x<3$
D. ( ) $x>3$ e $x<-2$
E. ( ) $x>3$ ou $x<-2$

40. (M.MERC) O trinômio: $2-x-x^2$, tem um máximo para:
A. ( ) $x=-0{,}5$
B. ( ) $x=0{,}5$
C. ( ) $x=-1$
D. ( ) $x=1$
E. ( ) $x=2$

41. (M.MERC) A solução da inequação: $-x^2>25-10x$, é:
A. ( ) $x\neq 3$
B. ( ) $2<x<7$
C. ( ) impossível
D. ( ) $x\neq \dfrac{1}{2}$
E. ( ) indeterminada

42. (M.MERC) O trinômio que só é positivo para $-1<x<3$, ter a forma:
A. ( ) $-x^2-2x-3$
B. ( ) $-x^2+2x-3$
C. ( ) $-x^2-2x+3$
D. ( ) $-x^2+2x+3$
E. ( ) $-x^2-x-2$

43. (M.MERC) O máximo ou o mínimo do trinômio: ax^2+bx+c, é obtido quando se dá a **x** o valor:
A. ( ) $-\dfrac{b}{a}$ B. ( ) $-\dfrac{b}{2a}$
C. ( ) $-\dfrac{c}{a}$ D. ( ) $\dfrac{b}{2a}$
E. ( ) $\dfrac{a}{b}$

44. (CN) Resolver: $\dfrac{x^2+5x+16}{-x^2+5x-4}>0$.

45. (EsPCEx) Resolver a inequação: $x^4-5x^2+4>0$, no conjunto-universo R.

46. (CN) A soma dos valores inteiros e positivos de **x** que satisfazem a inequação: $\dfrac{x^2+4x+7}{-x^2+3x+4}\geq 1$, dá:
A. ( ) 8 B. ( ) 10
C. ( ) 6 D. ( ) 9
E. ( ) 14

47. (EsPCEx) Dada a função: $f: R\rightarrow R$, definida por: $y=x^2+10x+24$, então:
(01) $f(x)>0$ se $-6<x<-4$;
(02) $f(x)<0$ se $x<-6$;
(04) $f(x)<0$ se $-6<x<-4$;
(08) $f(x)>0$ se $x>-6$;
(16) $f(x)<0$ se $x>-4$;
(32) $f(x)>0$ se $x<-6$ ou $x>-4$.

48. (CN) O valor de **p** para que o trinômio do 2º grau px^2-4p^2x+24p, tenha máximo igual a 4k, quando $x=k$, é:
A. ( ) 2 B. ( ) -2 C. ( ) 3
D. ( ) -3 E. ( ) 1

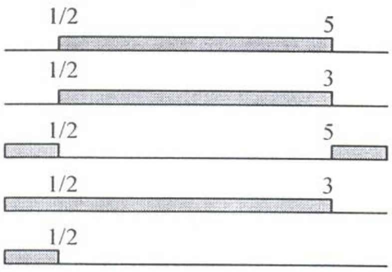
49. (CN) O valor de y no sistema:
$\begin{cases}2x+y=3\\3x+y=m^2-4m+1\end{cases}$, quando x assume o seu valor mínimo, é:
A. ( ) 11
B. ( ) 1
C. ( ) 7
D. ( ) 15
E. ( ) 9

50. (CN) Um exercício sobre inequações tem com resposta: $\{x\in R \mid x<-1 \text{ ou } 0<x<5\}$.
O exercício pode ser:
A. ( ) $\dfrac{x^2-4x-5}{-x}\geq 0$
B. ( ) $(-x^3+4x^2+5x)\geq 0$
C. ( ) $(x^3-4x^2-5x)>0$
D. ( ) $\dfrac{1}{-x^3+4x^2+5x}\geq 0$
E. ( ) $\dfrac{-x}{x^2-4x-5}\geq 0$

51. (CN) O trinômio do 2º grau:
$y=(k+1)x^2+(k+5)x+(k^2-16)$, apresenta o máximo e tem uma raiz nula. A outra raiz, é:
A. ( ) uma dízima periódica positiva;
B. ( ) uma dízima periódica negativa;
C. ( ) decimal exata positiva;
D. ( ) decimal exata negativa;
E. ( ) inteira.

52. (EPCAR) O conjunto solução de $2x^2 - 7x + 3 < 0$, está em destaque ma opção:

A. ( )
B. ( )
C. ( )
D. ( )
E. ( )



53. (EPCAR) O valor **máximo** da função: $y = -4x^2 + 4x + 15$, é:
A. ( ) 15 B. ( ) –9 C. ( ) 18
D. ( ) 16 E. ( ) 20

54. (EPCAR) Se $f:x \to ax^2 + bx + c$ com $f(7) = f(2) = 0$, e $f(0) = 42$, então: $a - b$ é igual a:
A. ( ) 10 B. ( ) –8 C. ( ) –24
D. ( ) 30 E. ( ) –39

55. (CN) Relativamente ao trinômio: $y = x^2 - bx + 5$, com b constante inteira, podemos afirmar que ele pode:
A. ( ) se anular para um valor par de **x**;
B. ( ) se anular para dois valores reais de **x** cuja soma seja 4;
C. ( ) se anular para dois valores reais de **x** de sinais contrários;
D. ( ) ter valor mínimo igual a 1;
E. ( ) valor máximo para b = 3.

56. (EPCAR) Se $x \in R$ e for $x^2 < 4$, então:
A. ( ) x será qualquer número real tal que: $x < 2$ ou $x < -2$;
B. ( ) qualquer $x \in R$ tal que $x < 2$;
C. ( ) $x \in R$ tal que $-2 < x < 2$;
D. ( ) $x \in R$ tal que $x > 2$ ou $x < -2$.

57. (EPCAR) O conjunto solução da inequação: $x^2 - 2x < 3$, é:
A. ( ) $\{x \in X \mid x < -1 \text{ ou } x > 3\}$;
B. ( ) $\{x \in X \mid x < -1\}$;
C. ( ) $\{x \in X \mid x < 3\}$;
D. ( ) $\{x \in X \mid -1 < x < 3\}$;
E. ( ) $\{x \in X \mid -1 < x < \sqrt{3}\}$.

58. (CN) O valor de **m,** que torna mínima a soma dos quadrados das raízes da equação: $x^2 - mx + m - 1 = 0$, é:
A. ( ) –2 B. ( ) –1
C. ( ) 0 D. ( ) 1
E. ( ) 2

59. (EPCAR) Considere o conjunto: $A = \{x \in N \mid x^2 - 3x - 4 < 0\}$. Assinale a alternativa que indica o número de subconjuntos de A:
A. ( ) 16
B. ( ) 32
C. ( ) 64
D. ( ) 128
E. ( ) infinitos

60. (EPCAR) Considere: $P_1 = x^2 + 5x + 6$; $P_2 = x^2 + x$ e $P_3 = -x^2 + 4x - 3$. Para determinados subconjuntos de R, o produto: $P_1.P_2.P_3$ é positivo. Assinale a opção que contém um desses subconjuntos:
A. ( ) $\{x \in N \mid -3 < x < -2\}$
B. ( ) $\{x \in N \mid -2 < x < -1\}$
C. ( ) $\{x \in N \mid 0 < x < 1\}$
D. ( ) $\{x \in N \mid x < -3\}$
E. ( ) $\{x \in N \mid x > 3\}$

61. (EPCAR) Determinar "α" de modo que o máximo valor numérico da função $y = \alpha x^2 - 2x - 4\alpha - 1$, seja igual a 4.
A. ( ) -2 ou $-\dfrac{1}{4}$
B. ( ) -1
C. ( ) -1 ou $-\dfrac{1}{5}$
D. ( ) $-\dfrac{1}{4}$
E. ( ) -1 ou $-\dfrac{1}{4}$

62. (EPCAR) Dado: $y = x^2 + (2k - 1)x + k^2$, indique a condição que torna o trinômio sempre positivo.
A. ( ) $k \in R$ e $k > \dfrac{1}{4}$
B. ( ) $k \in R$ e $k < -\dfrac{1}{4}$
C. ( ) $k \in R$ e $k > 0$
D. ( ) $k \in R$ e $k < \dfrac{1}{2}$
E. ( ) $k \in R$ e $k > -\dfrac{1}{2}$

63. (CN) $\sqrt{a^2 - 2ab - b^2}$, onde **a** e **b** são números positivos, é um número real se, e somente se:
A. ( ) $\dfrac{a}{b} \geq 1 + \sqrt{2}$ B. ( ) $\dfrac{a}{b} \geq 2$
C. ( ) $\dfrac{a}{b} \geq \sqrt{2}$ D. ( ) $\dfrac{a}{b} \geq 0$
E. ( ) $\dfrac{a}{b} \geq 1$

2.1. Operações com números inteiros

1. Aumentando-se de 4 unidades o minuendo de uma subtração e diminuindo-se 3 unidades seu subtraendo, o resto passa a ser 27. Se em vez dessa alteração, se tivesse diminuído o minuendo de 2 unidades e aumentado o subtraendo de 4 unidades, qual seria o resto obtido ?

2. O minuendo de uma subtração é 4139. O resto excede o quíntuplo do subtraendo de 2705. Calcule o subtraendo.

3. Uma pessoa, ao multiplicar um número por 40, multiplicou-o por 4 e esqueceu-se de colocar um zero à direita do produto. Encontrou então um produto inferior de 8928 unidades ao que deveria ter obtido. Qual é aquele número?

4. Dois números são tais que um é o dobro do outro. Se somarmos 4 unidades a cada um deles, o produto dos números dados ficará aumentado de 124. Quais são os dois números?

5. Numa divisão, o dividendo é 136, o quociente é 12 e o resto 4. Qual o divisor ?

6. Numa divisão, o quociente é igual ao divisor, e o resto, é o maior possível. Sendo a soma do divisor e do quociente igual a 6, qual será o dividendo ?

7. Numa divisão, o quociente é igual ao divisor, e o resto é o maior possível. Calcule o dividendo, sabendo-se que a soma do dobro do quociente com o resto é 410.

8. Numa divisão o quociente 107 é igual a soma do divisor com o resto. Calcule o dividendo, sabendo que o resto é o maior possível.

9. Diminuindo-se 48 de um certo número, obtém-se o mesmo resultado que se obteria, dividindo este número por 3, qual é o número ?

10. Quatro números ímpares são consecutivos. A soma do 1º com o 4º é 1600. O maior dos quatro números é?

11. (EPCAR) A soma de cinco números ímpares consecutivos é 75. Determinar esses números.

12. (CN) São dados dois números dos quais o maior é 400. Tirando-se 210 de um deles e 148 do outro a soma dos restos é 200. Qual é o menor número?

13. (EPCAR) O produto de a pelo número 263 é p. Acrescentando-se 4 unidades ao fator a e conservando-se o fator 263, qual será o novo produto?

14. (CN) Seja o produto $456 \cdot 34$. Aumenta-se o multiplicador de 1. De quanto devemos aumentar o multiplicando para que o novo produto exceda o antigo de 526 ?

15. (CN) Um aluno ao multiplicar um número por 60, esquecendo-se de colocar o zero à direita, obteve um resultado inferior de 291006 do que deveria ter encontrado. Calcular o número.

16. (CN) Entre os números inteiros e inferiores a 200, e superiores a 175, quais são aqueles que podem servir de dividendo, em uma divisão de números inteiros, cujo quociente é 4 e o resto é 31.

17. (EPCAR) Sabe-se que 30 é o maior resto possível de uma divisão cujo dividendo é D. Sendo o quociente um número inteiro, dar os três menores valores de D.

18. (EsPCEx) Numa divisão, o quociente é 6 e o resto é 24. A soma do dividendo, do divisor e do resto é 636. Determinar os valores do dividendo e do divisor.

19. (EsPCEx) Multiplicando um certo número por 7, ele fica aumentado de 4548. Qual é esse número?

20. (EsPCEx) Numa divisão, o dividendo é 427 e o quociente é 12. O divisor e o resto dessa divisão serão respectivamente:

A. ( ) 7 e 35 B. ( ) 19 e 34
C. (X) 33 e 31 D. ( ) 36 e 30
E. ( ) 29 e 37

21. (EsPCEx) No produto $m \cdot n$, se adicionarmos uma unidade ao multiplicando e duas ao multiplicador, o produto aumentará:

A. ( ) $m + n$ B. ( ) $2m + n$
C. (X) $2m + n + 2$ D. ( ) $m + 2n$
E. ( ) n.d.a.

22. (EsPCEx) Adicionando-se "n" unidades a ambos os fatores do produto p·q este produto fica aumentado de:

A. ( ) 2n B. (X) n (p + q + n)
C. ( ) pn + qn D. ( ) p + q + n
E. ( ) n.d.a.

23. (EsPCEx) Numa divisão, sabe-se que o dividendo é D, o divisor é d, e o resto é r. O maior número "n" que pode ser adicionado a "D", sem que o quociente "q" se altere é:

A. ( ) n = r – 1 B. ( ) n = D – d
C. ( ) n = d – r D. ( ) n = d – r + 1
E. (X) n.d.a.

24. (EsPCEx) Se o resto da divisão da "a" por "b" é $c \neq 0$, então:

A. ( ) a + c é divisível por b
B. ( ) a + b é divisível por b
C. ( ) a – b é divisível por b
D. (X) a + b – c é divisível por b
E. ( ) n.d.a.

25. (CN) Um número de seis algarismos começa à esquerda, pelo algarismo 1. O novo número, de 6 algarismos que se obtém transpondo o algarismo 1 para a direita é o triplo do número primitivo. Calcular o número primitivo.

2.2. Divisibilidade

1. Achar os restos das divisões do número 125671 por: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, e 25.

2. Qual o maior múltiplo de 8 contido em 374237.

3. Qual o menor número que se deve somar a 891123 para se obter um múltiplo de 11 ?

4. Qual o menor número que se deve subtrair de 94080 para se obter um múltiplo de 9 ?

5. Determinar "A" de modo que o número 257A8 seja divisível por 3 e 4.

6. Determinar "a" e "b" de maneira que o número 7a59b2 seja divisível por 8 e 9.

7. Determinar os números de 3 algarismos que sejam divisíveis por 4 e 9 e nos quais o algarismo das dezenas seja 3.

8. Determinar o número de múltiplos de 8 compreendidos entre 100 e 200.

9. Um número dividido por 5 deixa resto 4, e dividido por 7 deixa resto 3. Qual o resto da divisão desse número por 35 ?

10. Um número dividido por 6 dá resto 3 e dividido por 8 dá resto 7. Achar o menor número com o qual isto acontece.

$\in \mathbb{N}$

11. Determinar os restos da divisão por 4 e por 11 da soma: 589345 + 75347 + 62382 + 59322

R=D-2+11=9 -1+11=10

12. Determinar os restos das divisões por 3 e 6 da expressão: 9428 + 2167 + 62382 + 59322

13. Determinar o resto da divisão por 9 do número: 8935013^{437}

14. Determinar o resto da divisão por 8, da soma: $138947^{76} + 985637^{43}$

15. Determinar o resto da divisão por 5 da expressão: $83942^{359} + 7859^{207} \cdot 948^{179} \cdot 7496^{723}$

16. (EsPCEx) Um número é divisível por 12, quando é divisível:

A. ( ) por 6 B. ( ) por 3
C. ( ) por 4 D. (X) por 3 e 4
E. ( ) por 3 e 6

17. (CN) Achar o resto da divisão do número 109617^{291} pelo divisor 9.

18. (CN) Um número dividido por 7 dá resto 2 e dividido por 2 dá resto 1. Determinar o resto da divisão desse número por 14.

19. (EsPCEx) Determinar o menor número que se deve somar a 8746 para obter um múltiplo de 11 aumentado de 4 unidades.

20. (CN) Determine "x" e "y" de modo que o número 3x45y8 seja divisível por 99.

21. (CN) Determine um número de 3 algarismos, múltiplo de 9 e 5, de modo que o resto de sua divisão por 11 seja 4.

22. (EsPCEx) Para que o número 50p2p seja ao mesmo tempo divisível por 2, 3 e 11 é necessário que "p" seja igual a:

A. ( ) 2 B. ( ) 3 C. ( ) 6
D. ( ) 8 E. (X) 4

23. (CN) Qual o resto da divisão de $2304^{227} + 2^{222}$ por 16?

24. (M.MERC) Determinar "x" e "y" em 39xy de modo que se obtenha um número de 4 algarismos, divisível ao mesmo tempo, por: 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 e 11.

25. (M.MERC) Qual o menor número que subtraído de 54320 dá um múltiplo de 11 ?

26. (M.MERC) Substituir em 52ab, as letras "a" e "b" por algarismos de modo a obter um número de 4 algarismos divisível por 3, 5, e 11, ao mesmo tempo.

27. (EsPCEx) Todo número divisível por 4 e por 9, será também divisível por?

28. (CN) Um número "A" dividido por 11 deixa resto 5. Qual o menor número inteiro que se deve somar a: ($A^4 - 3$) para se obter um múltiplo de 11?

29. (EsPCEx) Determinar o algarismo que se deve intercalar entre os algarismos do número 56, de forma a obter um número que seja divisível por 4 e 9 simultaneamente.

30. (EsPCEx) Qual o menor número que se deve subtrair de 21316 para se obter um número que seja simultaneamente divisível por 5 e por 9?

31. (EsPCEx) No número 34n27, qual é o algarismo que substitui "n" para que ele seja divisível por 9?

32. (CN) O resto da divisão por 11 do resultado da expressão: $936^{10} \cdot 617^{9}$?
A. ( ) 9 B. ( ) 1 C. ( ) 10
D. ( ) 6 E. ( ) 7

2.3. Números primos

1. Verificar, separadamente, se são primos absolutos, os números: 797 e 6509.

2. Formar os divisores do número 150.

3. Calcular o números de divisores de N, sendo: $N = 24^2 \cdot 15^3 \cdot 9^2$

4. Determinar x e y , para que o produto $2^x \cdot 3^y$, admita 15 divisores positivos e calcular esses números.

5. Determinar os números que admitam 30 divisores positivos e que só contenham os fatores primo: 2, 3 e 5.

6. Determinar o número de vezes que o fator primo 5 aparece no produto: $P = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot 124 \cdot 125$.

7. (EsPCEx) Dados os números: $A = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 7 \cdot 13$ e $B = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$. Pergunta-se, qual é o menor número positivo pelo qual devemos multiplicar A para se obter um número divisível por B?

8. (EsPCEx) Quais os divisores de um número primo absoluto?

9. (CN) Qual o expoente da maior potência de 3 que divide o produto dos 50 primeiros números inteiros? POSITIVOS
3^{22}
50 | 3
16 | 3
5 | 3
1

10. (CN) Sendo $\frac{N}{7^A}$ igual à um número inteiro e N o produto dos 60 primeiros números inteiros à partir de 1, qual o maior valor inteiro de A?

11. (EPCAR) Que valor deve ser atribuído à x no produto: $2^5 \cdot 5^x$ para que o número resultante tenha **n** divisores?

12. (EPCAR) O menor número ímpar não divisível por 5 e que tenha 6 divisores positivos é:
A. ( ) 147 B. ( ) 63 C. ( ) 49
D. ( ) 99 E. ( ) $3^2 \cdot 5$

13. Sem efetuar a potenciação, dizer quantos divisores tem 2520^5.

14. Determinar o menor número que admite 12 divisores positivos.

15. Qual o menor múltiplo de 5 que admite 12 divisores positivos?

16. (EsPCEx) Calcule todos os divisores do número 360.

17. (EsPCEx) Calcular o número da forma $3 \cdot 10^a$, que tenha 18 divisores positivos.

18. (EsPCEx) O produto: $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^9 \cdot 11^4$ é divisível pelo produto: $2 \cdot 3^2 \cdot 11^3$? Por que?

19. (EsPCEx) Quantos divisores tem o número 648 ?

20. (EsPCEx) Qual o menor número com 10 divisores positivos, qual admite apenas 2 e 3 como fatores primos ?

21. (EsPCEx) O número N^2 tem um número ímpar ou par de divisores positivos?

22. (CN) Diga justificando a resposta, se o número 899 é primo.

23. (CN) Achar dois números que tenham, cada um,15 divisores positivos diferentes da unidade e que sejam divisíveis por 7 e por 11 e não sejam por nenhum outro número primo.

24. (CN) Calcular o menor número que admite 12 divisores e tem para fatores primos somente 3, 5 e 7.

25. (CN) Achar o menor valor de N na expressão:

$$\frac{N.6^k}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9}$$, sabendo - se que:

a) este quociente é um número inteiro;
b) k é inteiro e maior que 9;
c) N não é múltiplo de 2 e nem de 3, mas é inteiro;

26. (EsPCEx) Qual a diferença entre a soma dos números primos compreendidos no intervalo (58 a 69) e a soma dos múltiplos de 13 compreendidos no intervalo (51 a 87)?

27. (EPCAR) Achados os divisores positivos de 1440, e ordenados crescentemente. Qual o quociente do 35º pelo 28º? 1 — 1440
2 — 720

28. (M.MERC) Quantos divisores tem a potência 19^{20} ?

29. (CN) Qual é o menor número natural que tem 15 divisores positivos?

30. (EsPCEx) O número da forma: $N = 9\cdot10^n$, que admite 27 divisores positivos é:
A. ( ) 9000; B. ( ) não existe; C. ( ) 900;
D. ( ) 90; E. ( ) n. d. a.

31. (PM) O número cuja fatoração é: $2^2 \cdot 3 \cdot 5$, possui:
A. ( ) 11 divisores; B. ( ) 10 divisores;
C. ( ) 12 divisores; D. ( ) 60 divisores;
E. ( ) 24 divisores.

32. (PM) Se A é o conjunto dos números primos, então:
A. ( ) $9 \in A$;
B. ( ) todos os elementos de A são ímpares;
C. ( ) qualquer número ímpar pertence à A;
D. ( ) $111 \notin A$;

33. (EPCAR) Se $m = 2^5\cdot3^x$ e m tem 60 divisores, ache x:

34. (PM) Dados os conjuntos D(12) e D(30), conjuntos dos divisores dos números 12 e 30 respectivamente, em IN, então $D(12)\cap D(30)$ é igual a:
A. ( ) {0, 1, 2, 3, 6} B. ( ) {6}
C. ( ) {1, 2, 3, 6} D. ( ) {1, 2, 3, 4, 6, 12}

35. (CN) Seja o número $N = (10.000)^{(-2)^{(-2)}}$, o número de divisores positivos de N é:
A. ( ) 6 B. ( ) 13 C. ( ) 15
D. ( ) 4 E. ( ) 2

36. (CN) Calcule a diferença y – x, da forma que o número $2^x\cdot3^4\cdot26^y$ possa ser expresso como uma potência de base 39
A. ( ) 8 B. ( ) 0 C. ( ) 4
D. ( ) 2 E. ( ) 3

2.4. Máximo Divisor Comum – MDC

1. Calcular, pelo processo das divisões sucessivas o mdc (481, 629 e 407). MDC = 37

2. Calcular pela decomposição em fatores primos o mdc (2046, 2511 e 2790).

3. O mdc entre dois números é 9 e os quocientes encontrados na resolução foram: 2, 3, 2, 5 e 3. Quais os números?

4. Indicar os três menores números pelos quais devemos dividir 2480, 3760 e 7440 para obter quocientes iguais.

5. Calcular o número de divisores comuns aos números 2480, 1320 e 1640.

6. O mdc de dois números é 45 e o maior deles é 540. Determinar o menor número.

7. Determinar dois números, conhecendo-se sua soma 520 e seu mdc 40.

8. A diferença de dois números é 126 e o seu mdc 18. Achar os dois menores números que satisfazem a essa condição.

9. O produto de dois números é 7680 e o mdc 16. Determinar esses números.

10. Dois números estão entre si na relação $\frac{7}{12}$ e o mdc 15. Determinar os números.

11. Determinar o maior número pelo qual devemos dividir 1647 e 1325 para se obter os restos 7 e 5, respectivamente.

12. Dois depósitos, tem respectivamente, 1350 e 4356 litros de capacidade. Para encher cada um desses depósitos usou-se uma mesma vasilha, um número exato de vezes. Qual a maior capacidade que pode ter a vasilha?

13. (CN) Os números 756 e $2^x \cdot 3^y$, tem 9 como mdc. Quais os valores de x e y?

14. (EsPCEx) Sendo mdc (a, b) = 1, os números a e b serão:
A. ( ) primos absolutos
B. ( ) a é múltiplo de b
C. ( ) b é divisor de a
D. ( ) primos entre si
E. ( ) a é divisor de b

15. (M.MERC) Fatorando simultaneamente os números A, E, J, encontramos a fatoração ao lado, portanto o mdc (A, E, J) é:
A. ( ) 900
B. ( ) 12
C. ( ) 15
D. ( ) 30
E. ( ) 45

A, E, J	2
B, F, L	2
B, F, k	3
C, G, M	3
C, H, M	5
D, I, L	5
l, I, 1	

16. (EsPCEx) Para que o mdc dos números $A = 2^m \cdot 3^2$ e $B = 2^3 \cdot 3^P$, seja 12, é preciso que:
A. ( ) m = 2 e p = 3
B. ( ) m = 1 e p = 2
C. ( ) m = 2 e p = 1
D. ( ) m = 1 e p = 1
E. ( ) n.d.a.

17. (CN) Dois números inteiros e positivos tem soma 96 e o mdc igual à 12. Dar o maior dos dois números sabendo-se que o produto deles deve ser o maior possível:
A. ( ) 48
B. ( ) 84
C. ( ) 60
D. ( ) 72
E. ( ) n.d.a.

18. Calcular os três maiores divisores comuns aos números 1224 e 504.

19. Uma pessoa tem 4 barras de ferro e cada uma dos seguintes comprimentos: 1, 5m; 2, 5m; 3m; e 3, 5m e deseja transformá-las em barras de um só tamanho e o maior possível, sem inutilizar nenhum pedaço.
Qual deve ser o tamanho das novas barras? Com quantas barras ficará?

20. (CN) Achar os dois números conhecendo - se sua soma 168 e o seu mdc 24.

21. (CN) Dar todos os divisores comuns dos números 132 e 144.

22. (EPCAR) Sejam A e B dois números que possuem diversos divisores comuns, sendo D o maior desses divisores comuns.
Sendo: $\frac{A}{D} = q_1$ e $\frac{B}{D} = q_2$, que relação da divisibilidade existe entre os quocientes q_1 e q_2 ?

23. (EsPCEx) Os divisores comuns de 60 e 45 são:
A. ( ) 1, 3 e 9
B. ( ) 1,3 e 5
C. ( ) 1, 3, 5 e 12
D. ( ) 1, 5 e 15
E. ( ) 1, 3, 5 e 15

24. (EsPECx) O mdc de dois números é 50 e o maior deles é 200. Calcular o outro número, sabendo - se que tem três algarismos.

25. (CN) Que relação deve existir entre a e b, para que se tenha soma desses números igual ao sêxtuplo do mdc?

26. (ESPCEx) Qual o mdc dos números 208, 408 e 1056?

27. (CN) No cálculo do mdc de dois números pelas divisões sucessivas obtiveram - se três quocientes 1, 2, 3 e 40 para mdc. Quais os dois números?

28. (ESPCEx) Os números 69 e 72:
A. ( ) são primos entre si
B. ( ) não são primos entre si
C. ( ) são primos
D. ( ) tem mdc para a unidade
E. ( ) admitem o número 3: mmc

29. (M.MERC) Qual o menor valor que pode ter o último quociente obtido na pesquisa do mdc de dois números pelo processo das divisões sucessivas?.

30. (CN) Calcular m, no número $A = 2^{m-1} \cdot 3^2 \cdot 5^m$, de modo que o mdc entre o número A e o número 9000 seja 45:

A. ( ) 0 B. ( ) 2 C. ( ) 3
D. ( ) 4 E. ( ) 1

31. (EPCAR) Se o mdc de dois números é 144 e esses números são representados por $2^5 \cdot 3^3$ e $2^a \cdot 3^b$, ache a e b.

32. (CN) A soma de dois números inteiros e positivos, em que o maior é menor que o dobro do menor, dá 136 e o mdc entre eles é 17. A diferença entre esses números é:

A. ( ) 102 B. ( ) 65 C. ( ) 34
D. ( ) 23 E. ( ) 51

33. (EsPCEx) As medidas tomadas sobre as divisas de um campo de formato triangular são 504m, 392m e 378m. O proprietário deseja plantar coqueiros nas divisas do campo, de tal modo que as distâncias entre eles, tomadas sobre as divisas sejam iguais e a maior possível. Calcular quantos coqueiros são necessários ao plantio.

34. (EPCAR) Dividindo os números 21847 e 33708 pelo número N de 3 algarismos, obteremos respecti-vamente, os restos 56 e 31. O número N é ...

35. (EsPCEx) Seja A, o conjunto de números naturais divisores de 567; e B, o conjunto de números naturais divisores de 945. Qual é o maior elemento do conjunto $A \cap B$?

36. (CPFO) Se $a = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$ e $b = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, então mdc (a, b) é:

A. ( ) $2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2$ B. ( ) $3 \cdot 5 \cdot 7$
C. ( ) $2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ D. ( ) $2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7$
E. ( ) $2^2 \cdot 3 \cdot 5$

2.5. Mínimo Múltiplo Comum – MMC

1. Calcular, mentalmente, o mmc (12, 24 e 48).

2. Achar, mentalmente, o mmc (9, 10 e 7)

3. Achar, mentalmente, o mmc (5, 12 e 15).

4. Calcule, o mmc (8633 e 9167), sabendo que $8633 \cdot 9167 = 89^2 \cdot 97 \cdot 103$

5. Determine o mmc entre os números 78540 e 37026, com o auxílio do mdc.

6. Determine os múltiplos comuns dos números 75, 150 e 180. Compreendidos entre 1000 e 4000.

7. Achar o mmc dos números 524 e 956, sem decompô-lo em fatores primos.

8. Determine o número de múltiplos comuns de 3, 25 e 45 menores que 1500.

9. Qual o menor número que dividido por 120, 140, 160 e 180 deixa resto 25?

10. Calcular o menor número que dividido 5, 7 e 2 dá os restos 3, 5 e 0 respectivamente.

11. Calcular os três menores números positivos que multiplicados, respectivamente por 216, 400 e 720 dão produtos iguais.

12. Determinar os três menores números pares consecutivos tais que o primeiro seja múltiplo de 5; o segundo, múltiplo de 7 e o terceiro de 9.

13. O mmc de dois números é 60 e um deles é 15. Determinar os valores que podem ser atribuídos ao outro.

14. A soma de dois números é 76 e o seu mmc é 360. Calcular os dois números.

15. O produto de dois números é 384 e o mmc é 48. Quais os dois números?

16. O mmc de dois números é 240 e o mdc 3. Determinar esses números.

17. O mmc de dois números é 72. A soma dos quocientes das divisões desses números pelo seu mdc é 5. Achar os dois números.

18. Quais os números positivos de três algarismos, divisíveis por 5, 6 e 12 ?

19. Um tenente, um sargento e um cabo estão de serviço hoje. Daqui há quantos dia darão de serviço novamente juntos, sabendo-se que o tenente dá serviço de 12 em 12 dias, o sargento de 8 em 8 dias e o cabo de 6 em 6 dias ?

20. (EsPCEx) Determinar o menor número que dividido por 12, 15, 18 e 24 dá resto 7.

21. (CN) Três automóveis disputam uma corrida em uma pista circular. O 1º dá volta em 4 minutos, o 2º em 5 minutos e o 3º em 6 minutos. No fim de quanto tempo voltarão os três automóveis a se encontrar no início da pista, se eles partiram juntos? mmc(4, 5, 6) = 60 min

22. (EPCAR) De uma estação urbana, partem ônibus para o bairro A e de 18 em 18 minutos, para o bairro B, de 12 em 12 minutos e para o bairro C de 10 em 10 minutos. Sabendo-se que às 10 horas e 48 minutos, partirão juntos os ônibus dessas linhas. À que horas partirão juntos novamente?

23. (EPCAR) Se A for o conjunto de todos os inteiros múltiplos de 4 e B for o conjunto de todos os inteiros múltiplos de 6 então a intersecção desses 2 conjuntos será o conjunto dos múltiplos de:
A. ( ) 2; B. ( ) 24;
C. ( ) 36; D. ( ) 12;
E. ( ) 48;

24. (EsPCEx) Os números: A e B primos entre si. Sabendo-se que A = 17 e mmc(A, B) = 357, determinar B.

25. (EsPCEx) Achar dois números que tenham 3690 por mmc e estejam entre si, como 6 para 41.

26. (EsPCEx) O produto de dois números é 2112. O mdc desses números é 6. Qual é o mmc ?

27. (EsPCEx) Sendo mdc $(A, B) = a^2 \cdot b \cdot c^2$ e mmc $(A, B) = a^3 \cdot b \cdot c^3 \cdot d^2$, tem-se:
A. ( ) $A \cdot B = a^3 \cdot b \cdot c^2 \cdot d^2$
B. ( ) $A \cdot B = a^2 \cdot b \cdot c^2$
C. ( ) $A \cdot B = a^3 \cdot b \cdot c^3$
D. ( ) $A \cdot B = a^5 \cdot b^2 \cdot c^5 \cdot d^2$
E. ( ) $A \cdot B = a^6 \cdot b^2 \cdot a^6 \cdot a^2$

28. (EsPCECx) O menor número que dividido por 3, 7 e 25 deixa sempre resto igual à 1, é:
A. ( ) 106; B. ( ) 301; C. ( ) 526;
D. ( ) 1576; E. ( ) 175.

29. Determinar um número de três algarismos múltiplo de 9 e 5 de modo que o resto de sua divisão por 11 seja 4.

30. (CN) Sabendo-se que o mdc entre os números A e B é 12 e que o mmc entre esses números é 24, dizer dentre os números 2, 3, 150, 5, 30 e 50 quais podem ser divisores de A e B e quais podem ser múltiplos de A e B.

31. (CN) A soma de dois números é 48 e o mmc é 140. Quais os números?

32. (CN) Determinar dois números cujo mdc é 2 e o mmc 120, sabendo - se que sua soma é igual à 46.

33. (CN) O produto do mmc pelo mdc de dois números, múltiplos, sucessivos de 11 é 5082. Quais são os números?

34. (EPCAR) Achar a fração ordinária, correspondente ao quociente da divisão do mdc pelo mmc dos números 78, 182 e 286.

35. (EPCAR) Determinar todos os números compreendidos entre: 1000 e 4000 que sejam divisíveis ao mesmo tempo por 7, 15, 5 e 18.

36. Sendo n um número par, então o mmc dos números: n, n + 1 e n + 2 é:
A. ( ) $\dfrac{n(n+1)(n+2)}{2}$;
B. ( ) $n(n+1)(n+2)$;
C. ( ) $\dfrac{(n+1)(n+2)}{2}$;
D. ( ) $\dfrac{n^2(n+2)}{n}$;
E. ( ) n. d. a.

37. (EsPCEx) A um aluno foram formuladas as posições:
I. A adição é uma operação comutativa, mas não associativa;
II. Dois números primos entre si não são necessariamente primos absolutos;
III. O produto do mdc pelo mmc de dois números naturais é igual, ao produto deles.
O aluno respondeu que as três proposições eram verdadeiras.
Responda você:

A. ( ) se o aluno acertou somente em relação à duas primeiras.
B. ( ) se o aluno acertou somente em relação às duas últimas;
C. ( ) se acertou em relação à três.
D. ( ) se errou em relação às três.
E. ( ) n. d. a.

38. (CN) O mmc de dois números é 300 e o mdc desses números é 6. O quociente entre o maior e o menor desses números:
A. ( ) pode ser 2
B. ( ) tem 4 divisores positivos
C. ( ) é um número primo
D. ( ) tem 6 divisores positivos
E. ( ) nada se pode afirmar

39. (CN) O quociente de dois números dá $\frac{7}{4}$ e o mmc entre esses números é 1680; o mdc terá:
A. ( ) 12 divisores positivos
B. ( ) 16 divisores positivos
C. ( ) 8 divisores positivos
D. ( ) 10 divisores positivos
E. ( ) 20 divisores positivos

40. (CN) As divisões, do número x por 4 e do número y por 3, tem resultados iguais. Sabendo que o menor múltiplo comum multiplicado pelo maior divisor comum desses dois números x e y, dá 588. podemos dizer que a soma x + y, dá:
A. ( ) 36 B. ( ) 52 C. ( ) 49
D.( ) 42 E. ( ) 64

41. (EPCAR) Se o mmc entre os inteiros $(16 \cdot 3^k)$ e $(2^p \cdot 7)$ for 672 então mediante a fatoração de 672, você concluirá que:
A. ( ) $p = k$
B. ( ) p é divisor de $2^p \cdot 21$
C. ( ) 3^k é divisível por 2^p
D. ( ) $p \cdot k$ é múltiplo de 3
E. (x) $p - k = 4k$

42. (PM) Se os números a e b são primos entre si, mmc (a, b) = 91 e a = 7, então b vale:
A. ( ) 1 B. ( ) 637
C. ( ) 91 D. ( ) 13

43. (CPFO) Se a e b são dois números naturais primos entre si, então:
A. ( ) mdc (a, b) = ab
B. ( ) mmc (a, b) = a + b
C. ( ) mmc (a, b) = 1
D. ( ) mdc (a, b) = a – b
E. ( ) mmc (a, b) = ab.

2.6. Frações ordinárias

1. $$6\frac{3}{7}\cdot\frac{5\frac{1}{5}-4\frac{7}{12}}{12\frac{2}{3}-7\frac{5}{12}}:\frac{1+\frac{3}{7}}{2}$$

2. $$\frac{\left(\frac{1}{3}+\frac{4}{7}\right)\cdot\frac{20\frac{1}{4}}{3\frac{6}{7}+2\frac{1}{4}}}{\frac{1}{12}\cdot\frac{6}{4\frac{1}{2}}\cdot 9}$$

3. Achar a fração equivalente à fração $\frac{32}{48}$, cujo numerador seja 30.

4. Achar a fração equivalente à fração $\frac{49}{56}$, cujo denominador seja 72.

5. Determinar a fração equivalente a $\frac{7}{16}$ e cuja soma dos termos seja 115.

6. Determinar a fração equivalente a $\frac{3}{15}$ e cujo produto dos termos seja 1620.

7. Determinar a fração equivalente a $\frac{13}{128}$ e cuja diferença dos termos seja 690.

8. Calcular a fração equivalente $\frac{4}{11}$ que tenha 220 como mmc de seus termos.

9. Qual o número que devemos subtrair ao denominador da fração $\frac{3}{28}$ para torná-la 4 vezes maior ?

10. Calcular o número que devemos somar aos dois termos da fração $\frac{5}{7}$ para se obter uma fração equivalente à fração $\frac{4}{5}$.

11. Achar as frações equivalentes a $\frac{4}{9}$ e $\frac{5}{9}$ de sorte que o denominador da 1ª seja igual ao numerados da 2ª.

12. Achar as três frações equivalentes a $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{7}$ e $\frac{6}{11}$, de tal sorte que o denominador da 1ª seja igual ao numerador da 2ª e que o denominador da 2ª seja igual ao numerador da 3ª.

13. Calcular as frações equivalentes a $\frac{8}{11}$ e $\frac{19}{15}$ cujos termos sejam menores possíveis tais que a soma dos numeradores seja igual a soma dos denominadores.

14. Achar as frações equivalentes a $\frac{2}{7}$ e $\frac{3}{5}$, as mais simples possíveis e tais que a soma do numerador da 1ª com o denominador da 2ª seja igual a soma dos outros dois termos.

15. (EsPCEx) Determinar a fração equivalente a $\frac{27}{36}$, cuja soma dos termos seja 35.

16. (EsPCEx) Qual a maior fração própria cujo denominador é 6.

17. (EsPCEx) A fração equivalente a $\frac{5}{3}$, na qual a diferença entre os termos é igual a 8, é:

A. ( ) $\frac{20}{12}$ B. ( ) $\frac{35}{27}$ C. ( ) $\frac{17}{19}$
D. ( ) $\frac{25}{17}$ E. ( ) $\frac{32}{24}$

18. (EsPCEx) A maior das frações $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$ e $\frac{8}{11}$ é:

A. ( ) $\frac{8}{11}$ B. ( ) $\frac{2}{3}$ C. ( ) $\frac{3}{8}$
D. ( ) $\frac{5}{6}$ E. ( ) $\frac{4}{5}$

19. (EsPCEx) Qual é o número cujos $\frac{3}{7}$ são 210 ?

20. (EsPCEx) Calcular o valor da expressão:

$$\frac{\frac{3}{4}\cdot\left(2-\frac{3}{4}\right)}{\frac{3}{5}\cdot\left(4+\frac{1}{5}\right)}$$

21. (EPCAR) Coloque em ordem de grandeza crescente as frações: $\frac{5}{7}$, $\frac{7}{10}$ e $\frac{3}{5}$.

22. (M.MEC) Achar a fração que não se altera quando se soma 21 ao numerador e 35 ao denominador.

23. (CN) Achar as frações próprias, irredutíveis, tais que o produto de seus termos seja 84.

24. (CN) Calcular a soma dos termos da maior fração própria, irredutível, para que o produto dos seus termos seja 60.

A. ( ) 17 B. ( ) 23 C. ( ) 32
D. ( ) 61 E. ( ) 19 F. ( ) n.d.a.

2.7. Problemas com frações ordinárias

1. Comprei um certo objeto por R$ 25,00. Quanto pagaria se tivesse comprado apenas $\frac{1}{5}$ desse objeto?

2. Quanto valem os $\frac{5}{7}$ de um objeto que custa R$ 847,00 ?

3. Os $\frac{2}{3}$ dos livros de uma estante são 228 exemplares. Calcular os seus $\frac{5}{6}$.

4. Uma pessoa acrescentou $\frac{2}{7}$ à sua importância inicial, e pode assim comprar um lote em 17 prestações de R$ 8.550,00. Quanto possuía a pessoa?

5. Os $\frac{2}{11}$ dos alunos de um colégio foram reprovados, 35 foram eliminados e 325 aprovados. Quantos eram os alunos?

6. Repartir 250 livros entre duas pessoas de modo que uma tenha $\frac{3}{7}$ da outra.

7. Uma pessoa perdeu $\frac{2}{5}$ do que tinha e depois $\frac{1}{10}$ da quantia primitiva e ainda ficou com R\$ 60,00. Quanto possuía?

8. José tinha um certo número de livros. Emprestou $\frac{1}{3}$, recebeu 120 exemplares e ficou com o dobro do que possuía. Quantos eram os livros?

9. Duas pessoas recebem juntas R\$ 680,00. Sendo que a 2ª recebe mais $\frac{3}{7}$ do que a 1ª, qual a parte de cada uma ?

10. Três sócios repartiram a quantia de R\$ 1.160,00. O 1º recebeu $\frac{1}{5}$ do 3º e este $\frac{3}{8}$ do 2º. Quanto recebeu cada um?

11. Pedro vendeu dois livros iguais. No 1º lucrou $\frac{1}{5}$ e no 2º perdeu $\frac{1}{3}$. Recebeu na venda R\$ 1.120,00. Por quanto vendeu cada livro?

12. João vendeu quatro objetos iguais. Dois deles com prejuízo de $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{5}$ e os dois outros com lucros de $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{7}$. Recebeu na venda R\$ 2.105,00. Por quanto foi vendido cada um?

13. Um tanque tem uma torneira capaz de enchê-lo em 15h e outra em 40h e um ralo que o esvazia em 24h. Com as três abertas, no fim de quanto tempo o tanque ficará cheio?

14. Os $\frac{5}{12}$ de uma estrada foram percorridos em 2 $\frac{1}{2}$h, com a velocidade de 120m/min. O restante, em quanto tempo será percorrido com a velocidade de 200m/min ?

15. (CN) Duas torneiras enchem um tanque em 4h. Uma delas sozinha, enchê-lo-ia em 7 h. Em quantos minutos a outra, sozinha, encheria o tanque?

16. Para ladrilhar os $\frac{7}{25}$ de uma sala foram gastos 84 ladrilhos. Quantos serão precisos para ladrilhar toda a sala?

17. (CN) Pedro e Paulo, encarregados de uma obra, fariam todo o trabalho em 12 dias. No fim do 4º dia de trabalho, Pedro adoeceu e Paulo concluiu o serviço em 10 dias. Que fração da obra cada um executou?

18. (CN) Uma pessoa depois de perder $\frac{3}{8}$ do seu dinheiro, pagou uma dívida com $\frac{2}{3}$ do que restou, ficando ainda com R\$ 120, 00. Quanto possuía?

19. (EsPCEx) Qual é o número cujos $\frac{2}{5}$ é igual a 10?

20. (EsPCEx) Aumentando-se um número dos seus $\frac{3}{25}$, obtém-se 560. Qual é este número?

21. (EsPECx) Uma bola ao bater no chão, pula $\frac{8}{9}$ da altura de onde caiu. Após ter batido no chão uma vez, a bola elevou-se a $\frac{4}{5}$ do metro. Portanto, de que altura caiu a bola?

22. (EPCAR) Numa divisão inexata, o resto é igual a $\frac{2}{3}$ do divisor e o quociente vale $\frac{5}{6}$ do resto. Achar o dividendo, sabendo-se que o divisor é 126.

23. (PM) Um comerciante pagou $\frac{2}{5}$ de uma dívida e ainda ficou devendo R\$ 1.200,00. Então a dívida do negociante era:
A. ( ) R\$ 3.000, 00
B. ( ) R\$ 2.000,00
C. ( ) R\$ 4.800,00
D. ( ) R\$ 7.200,00

24. (EsPCEx) Um K é os $\frac{2}{3}$ de 30, portanto, K é os $\frac{2}{5}$ de:
A. ( ) 100
B. ( ) 80
C. ( ) 60
D. ( ) 50

25. (CN) Em um concurso foi concedido um tempo T para a realização da prova de matemática. Um candidato gastou $\frac{1}{3}$ desse tempo para resolver a parte de aritmética e 25% do tempo restante para resolver a parte de álgebra. Como ele gastou $\frac{2}{3}$ do tempo que ainda dispunha para resolver a parte de geometria, entregou a prova faltando 35 minutos para o término da mesma. Qual foi o tempo concedido?
A. ( ) 3h e 10 min B. ( ) 3h C. ( ) 2h e 50
D. ( ) 3h e 30 min E. ( ) 4h F. ( ) n.d.a.

26. (PM) Se um automóvel percorre $\frac{2}{5}$ de uma estrada num dia e no dia seguinte percorre os 480 km restantes, então o total de km percorridos pelo automóvel nos dois dias foi:
A. ( ) 1200 B. ( ) 800
C. ( ) 672 D. ( ) 320

27. (PM) Num certo colégio freqüentam 2100 alunos. No período da manhã e da tarde foram vacinadas $\frac{3}{4}$ dos alunos. Logo, no período da noite serão vacinados:
A. ( ) 1575 B. ( ) 525
C. ( ) 700 D. ( ) 1400

28. (EPCAR) Um terço dos alunos de um colégio são internos; um quarto semi-internos e 150 externos. Calculando o número de alunos internos você encontrará:
A. ( ) 100 B. ( ) 120 C. ( ) 110
D. ( ) 130 E. ( ) 150

29. (CPFO) De uma certa quantia gastei $\frac{1}{4}$ no cinema e do que sobrou gastei $\frac{2}{3}$ na lanchonete, restando-me ainda, R$ 1.500,00. Essa quantia era:
A. ( ) R$ 4.500,00 B. ( ) R$ 6.000,00
C. ( ) R$ 7.200,00 D. ( ) R$ 8.000,00
E. ( ) R$ 9.000,00

30. (CPFO) Uma caixa d'água cheia comporta 60.000 litros e a torneira que a abastece jorra $\frac{1}{4}$ dessa capacidade por hora. Sabendo-se que o consumo de água é de $\frac{2}{5}$ da capacidade da caixa, por hora, quanto tempo levará para restar na caixa 6.000 litros ?
A. ( ) 3 horas B. ( ) 5 horas
C. ( ) 6 horas D. ( ) 3 horas e 15 min.
E. ( ) 6 horas e 10 min

2.8. Frações e números decimais

1. (EsPCEx) Dizer sem converter, a natureza das dízimas: $\frac{7}{12}, \frac{15}{40}, \frac{8}{21}, \frac{1}{27}$

2. (EsPCEx) Que espécie de dízima gera a fração $\frac{25}{147}$?

3. (EsPCEx) Qual o inverso da geratriz de 1,00777...?

4. (CN) Quais os valores que se devem atribuir a x, y e z de modo que a fração $\frac{1}{2^x \cdot 3^y \cdot 7^z}$ seja um número decimal exato com 3 casas decimais?

5. (EPCAR) Converter 8, 69494..., em fração ordinária.

6. (EPCAR) Dar a geratriz da dízima 0, 058333...

7. (EsPCEx) Calcular o valor da expressão:
$$\frac{0,77... \cdot 1,2}{1,55... \cdot 1,44} : \frac{3,4 : 5}{\frac{2}{3} : \frac{9}{18}}$$

8. (EsPCEx) Calcule, exatamente:
$$\left(\frac{15}{16} + 0,12387387... : 0,198198198...\right) \cdot \frac{1}{2,5} : \frac{10}{16}$$

9. (EsPCEx) O número $3,1\overline{4}$, é igual a:
A. ( ) $\frac{314}{100}$
B. ( ) $\frac{283}{90}$
C. ( ) π
D. ( ) $\sqrt{9,8596}$
E. ( ) n.d.a.

10. (EsPCEx) Efetuar e simplificar:

$$0,0666\ldots : 0,060606\ldots + 3 : \frac{2/9}{2/3} \cdot 0,1$$

11. (CP) O quociente da divisão de 177,444 por 9,3 é:
A. ( )19,08 B. ( ) 19,8 C. ( ) 1,98
D. ( ) 1,908 E. ( ) 1,980

2.9. Razões e proporções

1. (EPCAR) Achar o valor de A proporção:
$\dfrac{A}{10} = \dfrac{14,4}{12}$.

2. (EsPCEx) O valor de x na proporção: $\dfrac{2,4}{x} = \dfrac{x}{9,6}$ é:
A. ( )3,4 B. ( ) 2,7 C. ( ) 4,8
D. ( )4,2 E. ( ) 9,6

3. (EsPCEx) Na proporção: $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{6}} = \dfrac{7,8}{x}$ o valor de x é:

A. ( ) $\dfrac{78}{100}$ B. ( ) 2,3 C. ( ) 4,8
D. ( ) $\dfrac{1}{2}$ E. ( ) $\dfrac{78}{10}$

4. (EPCAR Calcular o valor de x na seguinte proporção: $\dfrac{1-\frac{2}{3}}{\frac{5}{4}-1} : \dfrac{7}{8} = \dfrac{1}{1+\frac{1}{2}} : x$

5. (CN) Calcular A na proporção $\dfrac{A}{5^{-1}} = \dfrac{3,199\ldots}{A}$.

6. (M.MERC) Qual a razão entre 20 m/s e 90 km/h?

7. (EsPCEx) O valor de a na proporção:
$\dfrac{2-\frac{1}{3}}{\sqrt{\frac{16}{81}}} = \dfrac{a}{0,333\ldots}$ é:

A. ( ) 1, 25 B. ( ) $\dfrac{9}{16}$ C. ( ) $\dfrac{4}{5}$
D. ( ) $\dfrac{4}{9}$ E. ( ) n.d.a.

8. (EPCAR) O valor de x na proporção: $\dfrac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{3}} = \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{x}}$ é:

A. ( ) 3 B. ( ) 2 C. ( ) 5
D. ( ) 1 E. ( ) 6

9. (EsPCEx) O valor de x na proporção:
$\dfrac{x}{2,5} = \dfrac{\frac{3}{4}}{0,25}$ é:

A. ( ) $\dfrac{25}{10}$ B. ( ) $\dfrac{1}{2}$
C. ( ) 0,75 D. ( ) 0, 5
E. ( ) $\dfrac{75}{10}$

10. (EPCAR) Numa eleição para prefeito, um candidato A obteve 4.400 votos, e um candidato B obteve 5.600 votos. A votação do candidato A para o candidato B é proporcional a:

A. ( ) $\dfrac{4}{5}$ B. ( ) $\dfrac{2}{3}$
C. ( ) $\dfrac{14}{11}$ D. ( ) $\dfrac{5}{4}$
E. ( ) $\dfrac{11}{14}$

11. (EsPCEx) O valor de a na proporção:

$$\frac{a}{3^{-1}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{1,33\ldots \text{ x } 4^{-1}}$$

A. ( ) $\sqrt{3}$ B. ( ) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ C. ( ) $3\sqrt{3}$
D. ( ) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ E. ( ) n.d.a.

12. (EsPCEx-71/72) A planta de um terreno é tal que um comprimento de 200m foi representado por um segmento de 20 cm. Portanto, a escala dessa planta é:
A. ( ) 1 para 1.000 B. ( ) 1 para 10
C. ( ) para 100 D. ( ) 1 para 10.000
E. ( ) n.d.a.

13. (M.MERC) A razão de 60 para 135 é:

A. ( ) $\dfrac{3}{4}$ B. ( ) $\dfrac{5}{7}$
C. ( ) $\dfrac{4}{9}$ D. ( ) $\dfrac{2}{3}$

14. (EPCAR) O valor de x na proporção:

$\frac{-3x-5}{2x-7} = \frac{4}{5}$ é:

A. ( ) $\frac{3}{23}$ B. ( ) $-\frac{53}{7}$

C. ( ) $-\frac{23}{3}$ D. ( ) $\frac{53}{23}$

E. ( ) $\frac{2}{23}$

15. (EPCAR) "36 está para 4 + x, assim como 5 + x está para 2". Determine o valor positivo de x, que torna verdadeira a sentença entre aspas, e calcule x^x.

A. ( ) 1; B. ( ) 4; C. ( ) 27;
D. ( ) 256; E. ( ) 3.125.

16. (EsPCEx) Sendo: $q \cdot m = n \cdot p$, tem-se:

A. ( ) $\frac{q}{m} = \frac{n}{p}$

B. ( ) $\frac{q}{p} = \frac{m}{n}$

C. ( ) $\frac{q}{n} = \frac{p}{m}$

D. ( ) $\frac{m}{q} = \frac{p}{n}$

17. (EsPCEx) Com as expressões:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ e $\frac{a}{m} = \frac{n}{d}$ podemos formar proporção:

A. ( ) $\frac{b}{n} = \frac{m}{c}$ B. ( ) $\frac{a}{d} = \frac{m}{c}$

C. ( ) $\frac{a}{c} = \frac{n}{d}$ D. ( ) $\frac{m}{n} = \frac{b}{d}$

E. ( ) $\frac{b}{m} = \frac{a}{d}$

18. (EsPCEx) Sendo $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, tem-se:

A. ( ) $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{d}$ B. ( ) $\frac{a+2c}{b+2d} = \frac{c}{d}$

C. ( ) $\frac{a \cdot b}{c} = \frac{c \cdot d}{a}$ D. ( ) $\frac{a-b}{b-3d} = \frac{a}{d}$

E. ( ) $\frac{a-b}{c} = \frac{c-d}{a}$

19. (EsPCEx) Na proporção: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, verifica-se a propriedade:

A. ( ) $\frac{a+c}{a+d} = \frac{a}{b}$ B. ( ) $\frac{a^2}{a^2} = \frac{c}{d}$

C. ( ) $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b}$ D. ( ) $a \cdot c = b \cdot d$

E. ( ) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{c}{d}$

20. (CN) A partir de $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ demonstre que:

$\frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b}$

21. (CN) Calcular dois números sabendo-se que a diferença entre eles é 14 e que estão entre si na razão $\frac{3}{5}$.

22. (EsPCEx) Sendo $\frac{x}{9} = \frac{y}{13}$ e $2x + 5y = 249$, tem-se:

A. ( ) x = 12 e y = 9
B. ( ) x = 13 e y = 26
C. ( ) x = 17 e y = 30
D. ( ) x = 27 e y = 39
E. ( ) x = 14 e y = 19

23. (EPCAR) Na série de razões: $\frac{a}{18} = \frac{b}{1,5} = \frac{x}{y}$, sabe-se que: a + b = 13, y - x = 1. Calcular x e y.

24. (EsPCEx) As razões: $\frac{x}{12}, \frac{y}{28}, \frac{z}{20}$ são iguais e $x + 2y + 5z = 42$. Determinar x, y e z.

25. (EsPCEx) Sendo $\frac{m}{n} = \frac{p}{q} = \frac{r}{s}$, tem-se:

A. ( ) $\frac{m+n+p}{q+r+s} = \frac{a}{b}$

B. ( ) $\frac{m+p+r}{n+q+s} = \frac{r}{s}$

C. ( ) $\frac{m+p}{n+q} < \frac{p}{q}$

D. ( ) $\frac{m+r}{n+s} < \frac{p}{q}$

E. ( ) $\frac{m+n+r}{p+q+s} = \frac{m}{n}$

26. (CN) Sabendo-se que: $\frac{a}{4}=\frac{b}{8}=\frac{c}{12}$ e que o produto abc = 0,162, calcular o valor de a.

27. (CN) Dá-se:
$\frac{3}{a}=\frac{15}{b}=\frac{6}{c}=\frac{9}{d}$ e $a\cdot b\cdot c\cdot d = 7.680$. Calcular a.

28. (CN) Calcule, a, b e c na proporção: $\frac{a}{4}=\frac{b}{8}=\frac{c}{12}$ de modo que $2a + 3b + 4c = 10$.

29. (M.MERC) Nas razões iguais:
$\frac{a}{9}=\frac{b}{27}=\frac{c}{18}=\frac{d}{36}$, calcule a, b, c e d sabendo-se que $a + b - c = 10$.

30. (EsPCEx) Sendo: $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$, tem-se:
A. ( ) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ B. ( ) $\frac{a+b}{a-b}=\frac{b+c}{b-d}$
C. ( ) $\frac{a}{d}=\frac{b}{c}$ D. ( ) $\frac{a-b}{c-d}=\frac{a}{d}$
E. ( ) n.d.a.

2.10. Divisão em partes proporcionais

1. (EPCAR) Dividir 150 em partes proporcionais a 2, 5 e 8.

2. (EPCAR) Dividir 66 em partes proporcionais às frações $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{5}$.

3. (EPCAR) Dividindo 700 em partes proporcionais a 9, 3 e 2, obtém-se:
A. ( ) 400, 200 e 100 B. ( ) 450, 200 e 50
C. ( ) 350, 200 e 150 D. ( ) 450, 150 e 100
E. ( ) 400, 180 e 120

4. (EsPCEx) Certo concreto é obtido misturando-se uma parte de cimento, três de areia e seis de pedra. a quantidade de areia necessária para produzir 185 cm^3 de concreto é:
A. ( ) 18,5 cm^3 B. ( ) 55,500 cm^3
C. ( ) 37 cm^3 D. ( ) 1,850 cm^3
E. ( ) n.d.a.

5. (CN) Uma herança depois de descontados 20% para impostos e $\frac{1}{6}$ para despesas, foi dividida por 3 herdeiros, proporcionalmente a $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{2}$ e $\frac{2}{3}$. O herdeiro que recebeu menos, recebeu R$ 380,00. Qual era a herança?

6. (M.MERC) Dividindo 600 em partes proporcionais a 2, 3 e 5 encontramos:
A. ( ) 120, 180 e 300
B. ( ) 110, 190 e 300
C. ( ) 100, 200 e 300
D. ( ) 90, 200 e 310
E. ( ) 80, 220 e 300

7. Dividindo-se o número 23,8 em parcelas proporcionais a 5 e 9 obteremos, respectivamente:
A. ( ) 9,5 e 14,3 B. ( ) 8,3 e 15,5
C. ( ) 9,3 e 4,5 D. ( ) 7,5 e 16,3
E. ( ) 8,5 e 15,3

8. (CN) Dividir o número 205 em partes inversamente proporcionais a: 2, $\frac{1}{3}$ e $\frac{5}{3}$.

9. (CN) Dividir 1700 em duas partes que sejam, ao mesmo tempo proporcionais: diretamente a 2 e 5 e inversamente a 4 e 7.

10. (EPCAR) Dividir o número 930 em partes que sejam, ao mesmo tempo, diretamente proporcionais aos números: $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ e $\frac{1}{2}$ e inversamente proporcionais aos números 2, 4 e 1 respectivamente.

11. (CN) Divide-se R$ 105,00 em três partes a, b e c que são ao mesmo tempo proporcionais (diretamente) a 3, 2 e 5; e inversamente proporcionais a 5, 3 e 6 respectivamente. Qual a menor dessas partes?

12. (CN) Uma herança de R$ 27.000,00 deve ser repartida entre Antônio, Bento e Carlos. Cada um deve receber partes diretamente proporcionais a 3, 5 e 6, respectivamente e inversamente proporcionais as idades. Sabendo-se que Antônio tem 12 anos, Bento 15 anos e Carlos tem 24 anos, qual será a parte recebida por Bento?

13. (M.MERC) Os números inteiros compreendidos entre 13 e 45 e inversamente proporcionais a 2, 3 e 6 são:
A. ( ) 39, 26 e 13 B. ( ) 42, 28 e 14
C. ( ) 45, 30 e 15 D. ( ) 36, 21 e 18
E. ( ) 45, 30 e 15

14. (M.MERC) Dividindo 2670 em três partes que sejam diretamente proporcionais a 3, 4 e 5 e inversamente proporcionais a 8, 9 e 12, encontramos:
A. ( ) 780, 990 e 900
B. ( ) 840, 810 e 1020
C. ( ) 810, 960 e 900
D. ( ) 860, 960 e 850
E. ( ) 740, 1245 e 685

15. (EsPCEx) Repartir R$ 20.500,00 entre três pessoas de modo que a parte da 1ª esteja para a 2º como 2 está para 3 e a parte da 2ª para a 3ª como 4 está para 7.

16. (CN) Dividir 184 em três partes a, b e c tais que: $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$ e $\frac{b}{5} = \frac{c}{7}$.

17. (M.MERC) Calcular os quatro menores números, inversamente proporcionais a 3, 4, 6 e 12.

18. (M.MERC) Determinar três números inteiros compreendidos entre 50 e 120 e inversamente proporcionais a 2, 3 e 4.

19. (M.MERC) Dividir 170 em três partes de modo que a 1º esteja para a 2º como $\frac{3}{4}$ e a 2º para a 3º como $\frac{2}{5}$.

2.11. Regra de três

1. (EsPCEx) Um trem com a velocidade de 45 km/h, percorre certa distância em 3 horas e meia. Nas mesmas condições, com a velocidade de 60 km/hm, quanto tempo gastará para percorrer a mesma distância?

2. (EsPCEx) 10 operários fazem 150 m de uma construção em 18 dias de 8 horas de serviço. Quantos metros farão dessa obra, em quinze dias, trabalhando 6 horas por dia, 20 operários.

3. (EsPCEx) 5 operários fazem 30 pares de calçados em 6 dias de 8 horas de trabalho. Quantos dias de 12 horas levarão 9 operários para fazer 90 pares, se a dificuldade do segundo trabalho está para a do primeiro, como 4 está para 5 e a habilidade dos operários, como 2 está para 3.

4. (EsPCEx) O motor de um avião consome 200 litros de óleo em 5 horas quando gira a 1500 rotações por minuto. Exigindo-se do motor 1800 rotações por minuto, quanto ele terá consumido em três horas.

5. (EsPCEx) Um pêndulo faz 182 oscilações em 4 minutos e 1/3 do minuto. Em 18 minutos e 50 segundos, fará:
A. ( ) 791 oscilações;
B. ( ) 1130;
C. ( ) 806;
D. ( ) 534;
E. ( ) n. d. a.

6. (CN-53) 12 máquinas, trabalhando 8 horas por dia, fazem 8000 m de fazenda em 15 dias. Quanto necessitarão trabalhar por dia 15 máquinas para fazer 6000 m de fazenda em 10 dias?

7. (CN) 12 marinheiros pintaram o casco de um contra-torpedeiro em 4 dias e 4 horas. Quantos marujos, da mesma capacidade de trabalho, serão necessários para pintar o mesmo casco em 6 dias e 6 horas?

8. (CN) Uma fábrica, funcionando 8 horas por dia, produz 75 toneladas de um certo produto, em 9 dias. De quanto tempo deve ser prorrogado o trabalho diário, para que a mesma fábrica produza 65 toneladas do mesmo produto, em 6 diárias?

9. (CN) Um contra-torpedeiro com uma guarnição de 300 homens, necessita de 12000 litros d'água para efetuar uma viagem de 20 dias. Aumentando-se a guarnição de 150 homens e a água de 6000 litros, pergunta-se qual poderá ser a duração da viagem?

10. (CN) 20 operários, trabalhando 8 horas por dia, fazem 40 cadeiras. Quantas horas por dia, devem trabalhar, para construírem 15 cadeiras no mesmo número de dias?

11. (CN) Se 52 operários gastaram 6 dias de 8 horas para cavar 45 m de um canal quantos dias de 10 horas serão necessários para que 39 operários que são duas vezes mais ativos do que os primeiros, cavem 60 metros de outro canal, as dificuldades dos trabalhos sendo, respectivamente, proporcionais a 6 e 5?

12. (CN) Um muro de 4m de comprimento, 2 m de largura e 8 m de altura, foi feito por 10 operários em 20 dias. Quantos dias são necessários para 12 operários fazerem um muro de 6m de comprimento por 1,5 de largura e 6m de altura?

13. (CN) 12 operários em 90 dias, trabalhando 8 horas por dia, fazem 36 m de certo tecido. Quantos dias levarão para fazer 12m do mesmo tecido com o dobro da largura, 15 operários trabalhando 6 horas por dia?

14. (CN) Para calçar um pátio de 0,75 km de comprimento e 400m de largura, 30 operários gastaram 45 dias. Quantos dias, 40 operários, levarão para calçar outro pátio de 11,5 dam de comprimento e 0,6 km de largura, se a atividade da 2^{a} turma é apenas 3/5 da atividade da 1^{a}, e se a dificuldade do segundo trabalho é um terço maior que a do primeiro trabalho?

15. (CN) 12 operários, trabalhando 8 horas por dia, fazem 20m de um muro em 10 dias. Quantas horas devem trabalhar por dia, 16 operários, nas mesmas condições, para concluir em 6 dias, 13 metros do mesmo muro?

16. (CN) Uma sala de 0,007 km de largura e 80dm de comprimento e de 400 cm de altura deve ser pintada, inclusive o teto. Sabendo que esta sala tem uma janela de 2 metros quadrados de área e uma porta de 2,4 metros quadrados de área, calcular o número de litros de tinta necessários para a realização da pintura. Sabe-se que com um litro de tinta, pinta-se 0,04 dam quadrados.

17. (CN) 20 operários constroem um muro em 45 dias, trabalhando 6 horas por dia. Quantos operários serão necessários para construir a terça parte desse muro em 15 dias, trabalhando 8 horas por dia?

18. (EPCAR) Um avião consome 400 litros de gasolina por hora. Calcular o consumo numa etapa de 2 horas 10 minutos e 3 segundos.

19. (EPCAR) 12 homens, trabalhando 8 horas por dia, realizaram determinada obra em 20 dias. Se o número de horas de serviço for baixado para 6 horas, em que prazo se fará o mesmo trabalho?

20. (EPCAR) Um colégio (internato) com 400 alunos, tem víveres para 45 $\frac{1}{2}$ dias entretanto, recebe mais 260 alunos. Quanto tempo durarão os víveres?

21. (EPCAR) Num colégio, uma roda dá 9/16 de volta no tempo de 5/13000 da hora. Quantas voltas dará essa roda em 24 minutos?

22. (EPCAR) Se 15 homens, podem fazer serviço em 40 dias, em quanto tempo o mesmo serviço será feito, empregando-se mais 10 homens?

23. (CN) Um empreiteiro encarregado da construção de duas estradas iguais em importância e dimensões, empregou 80 trabalhadores em cada uma. No fim de 50 dias, havia construído os 3/8 da primeira estrada e os 5/7 da segunda. Quantos operários da turma que trabalha na segunda estrada deve o empreiteiro juntar à primeira turma para que a construção fique pronta no fim de 120 dias, a contar do início da construção?

24. (EPCAR) Uma lata de tinta dá para pintar 300 dm^2. Quantas latas serão necessárias para pintar uma face de um painel, retangular de 3 m por 5 m?

A. ( ) 8 B. ( ) 5
C. ( ) 3 D. ( ) 15
E. ( ) 12

25. (M.MERC) Um canal de 60 km de comprimento, 3m de fundo e 6,30 m de largura, foi feito por 8 turmas de 40 operários, que levaram dois anos, e, trabalhando 10 horas por dia. Que largura terá um canal de 45 km de comprimento, 3m de fundo, que será feito em 1 ano e meio por 12 turmas de 30 operários trabalhando 8 horas por dia?

26. (M.MERC) 5 operários preparam 30 peles em 6 dias de 8 horas. Quantos dias de 12 horas levarão 9 operários para preparar 90 peles, se a dificuldade do segundo trabalho está para o primeiro como 3 está para 5 e a habilidade dos operários, como 2 está para 9?

27. (M.MERC) Certo trabalho pode ser feito em 45 dias, por uma turma de 15 operários, trabalhando 8 horas por dia. Depois de 10, dias, 5 operários deixam de trabalhar e os restantes passam a trabalhar 9 horas por dia. No fim de quanto tempo o trabalho fica terminado?

28. (M.MERC) 7 operários gastaram 12 dias de 8 horas para construir 18 m de uma certa obra. Quantos dias de 9 horas, 6 operários gastarão para construir 18m do mesmo canal?

29. (M.MERC) 480 m^2 de uma área, foram preparados por 8 homens. Para a preparação de 600 m^2, apresentando o quádruplo da dificuldade, o número necessário é:

A. ( ) 40 B. ( ) 400 C. ( ) 32
D. ( ) 4 E. ( ) 16

30. (M.MERC) Um avião comercial com a velocidade de 280 km/h, cobre a distância Rio-São Paulo, em 1 hora e 15 minutos. Um avião a jato, com a velocidade de 840 km/h, venceria essa distância em:
A. ( ) 1m B. ( ) 50 m C. ( ) 45 min
D. ( ) 25 min E. ( ) n.d.a.

31. (M.MERC) Admitindo o metro com a décima milionésima parte da distância do Equador ao Polo, quantos graus, minutos e segundos, correspondem a 430 km medidos no mesmo meridiano?
A. ( ) 3° 52' 12" B. ( ) 17° 4' 31"
C. ( ) 36° 46" D. ( ) 6°36'
E. ( ) n.d.a.

32. (CN) 20 operários trabalhando 8 horas por dia, gastam 18 dias para construir um muro de 300m. Quanto tempo levará uma turma de 16 operários, trabalhando 9 horas por dia, para construir um muro de 225m?

33. (EsPCEx) Os 2/5 de um obra, foram executados em 15d de 6 horas de trabalho diário. Considerando-se 8 horas de trabalho diário, para a execução do restante da obra, serão necessários:
A. ( ) 30d B. ( ) 20d e 5h
C. ( ) 24d D. ( ) 16d e 7h
E. ( ) n.d.a.

34. (EsPCEx) Uma equipe composta de 15 homens, extrai, em 30 dias, 3,6 toneladas de carvão. Se for aumentada para 20 homens em quantos dias conseguirá extrair 5,6 toneladas de carvão?

35. (EPCAR) Num colégio, é distribuído um lanche de 200g para 270 alunos durante 30 dias. Quantos alunos poderiam comer lanches de 120g durante 100 dias?

36. (EPCAR) Num navio, havia víveres para alimentar uma tripulação de 20 homens durante 16 dias. No fim do sexto dia de viagem, este navio recebeu, a bordo mais 20 homens. Quantos dias durarão os víveres?
A. ( ) 5 B. ( ) 6 C. ( ) 7
D. ( ) 8 E. ( ) 9

37. (CN) Certa máquina trabalhando 5 horas por dia produz 1200 peças em três dias. O número de horas que deverá trabalhar no 6º dia para produzir 1840 peças se o regime de trabalho fosse de 4 horas por dia, seria:
A. ( ) 18h B. ( ) 3,75h C. ( ) 2h
D. ( ) 3h E. ( ) nenhuma obra.

38. (EsPCEx) Uma equipe de 20 operários escava 640 m^3 de terra em 8 horas de trabalho. Para escavar 500m^3 em 5 horas de trabalho, de quantos operários deverá ser acrescida a equipe?

39. (EsPCEx) A diretoria do Apaga Fogo F.C., resolveu mandar pintar o salão de baile do clube, com uma certa urgência de Patrimônio convocou o chefe da melhor equipe de pintura da cidade e perguntou-lhe quanto tempo levaria para ser realizado o serviço. Não –respondeu o pintor-só se a gente calcular. Na semana passada, nós pintamos a garagem do Zé Pedro em 17 horas de trabalho. Éramos 5 pintores e as paredes tinham 510 m^2. Como aqui, o serviço é bem maior, preciso arranjar mais três pintores para nos ajudar. A diretoria se reuniu, constatou que as paredes do salão de baile tinham 480 m^2, fez os cálculos e contratou o serviço. Calcular em quantas horas de trabalho a equipe pintou o salão.

40. (PM) Para abastecer 15 veículos por 10 dias, são necessários 7.500 litros de álcool. Quantos litros serão necessários para abastecer 12 veículos por 5 dias?
A. ( ) 2.500 lts B. ( ) 3.000 lts
C. ( ) 3.800 lts D. ( ) 4.000 lts
E. ( ) 4.500 lts

2.12. Porcentagem

1. (CN) Certa mercadoria, foi vendida por R$ 2.520,00 dando um lucro de 20% sobre o custo, ao vendedor. Quanto lhe custou a mercadoria?

2. (CN) A diferença entre os capitais de duas pessoas é de R$ 200.000,00. Uma coloca seu capital a 9% e a outra aplica-o na indústria, de modo que lhe renda 45%. Sabendo-se que os rendimentos são iguais, achar os dois capitais.

3. (CN) Uma pessoa adquiriu uma bicicleta por R$ 4.000,00 e a vendeu com um lucro de 20% sobre o preço de venda. Por quanto a revendeu?

4. (EPCAR) Na venda de certo objeto houve lucro de R$ 12,00 correspondente a 16% do preço de custo. Qual o preço de custo do objeto?

5. (EPCAR) Por qual fração imprópria devo multiplicar um número, a fim de que o resultado represente o referido número acrescido de 25%?

6. (EPCAR) Vendi um objeto por R$ 544,00 com um lucro de 28% sobre o seu preço de custo. Por quanto comprei o referido objeto?

7. (EPCAR) Por R$ 7.500,00 vendi minha máquina fotográfica com 25% de prejuízo sobre o seu custo. Por quanto comprei a máquina?

8. (EPCAR) Antônio ganhou de Paulo uma partida de jogo, fazendo 385 pontos. Sua vitória foi de 10% sobre os pontos do adversário. Quantos pontos fez Paulo?

9. (EsPCEx) Um artigo, cujo preço era R$ 1.000,00 sofreu um acréscimo de 5% e logo em seguida um novo acréscimo, passando a custar R$ 1.125,00. Qual foi a porcentagem do segundo acréscimo?

10. (CN) Uma pessoa ao falir só pode pagar $\frac{17}{36}$ do que deve. Se possuísse mais R$ 23.600,00 poderia pagar 80% da dívida. Qual é a dívida?

11. (M.MERC) Sucessivos descontos de 10% e 20% são equivalentes a um único desconto de:
A. ( ) 30%
B. ( ) 15%
C. ( ) 72%
D. ( ) 28%
E. ( ) n.d.a.

12. (M.MERC) Indique a fração irredutível abaixo, correspondente a 2,5%.
A. ( ) $\frac{5}{2}$ B. ( ) $\frac{1}{40}$ C. ( ) $\frac{25}{100}$
D. ( ) $\frac{1}{4}$ E. ( ) $\frac{2}{5}$

13. (M.MERC) Os 62,5% de uma grandeza, representam:
A. ( ) $\frac{625}{10}$ B. ( ) $\frac{625}{100}$ C. ( ) $\frac{625}{1000}$
D. ( ) $\frac{3}{8}$ E. ( ) $\frac{7}{8}$

14. $\frac{8}{15}$% de $\frac{5}{6}$ são:
A. ( ) $\frac{1}{225}$ B. ( ) $\frac{1}{255}$ C. ( ) $\frac{1}{252}$
D. ( ) $\frac{1}{522}$ E. ( ) $\frac{1}{525}$

15. Um quilograma de tomates custa R$ 250,00 após ter sofrido um aumento de 25%. O preço do kg antes do aumento era de:
A. ( ) R$ 150,00 B. ( ) R$ 200,00
C. ( ) R$ 162,00 D. ( ) R$ 225,00
E. ( ) R4 88,00

16. (EsPCEx) Numa classe mista de 20 alunos, sabe-se que 80% são meninas. Numa outra classe com 30 alunos, há 9 rapazes. A porcentagem de meninas no conjunto das duas classes é:
A. ( ) 72%; B. ( ) 75%;
C. ( ) 55%; D. ( ) n. d. a.

17. (EsPCEx) Numa turma de aula há 45 alunos. Para formar uma comissão, foram escolhidos 50% dos 40% alunos da turma. Portanto, foram escolhidos:
A. ( ) 18 alunos B. ( ) 10 alunos
C. ( ) 9 alunos D. ( ) 20 alunos
E. ( ) n.d.a.

18. (CN) Em uma prova realizada em uma escola, foram aprovados 25% dos alunos que a fizeram. Na 2ª chamada, para os 8 alunos que faltam, foram reprovados 2 alunos. Sabendo que a turma é constituída de 40 alunos, a porcentagem de aprovação da turma toda foi de:
A. ( ) 23 % B. ( ) 27 %
C. ( ) 50 % D. ( ) 75 %
E. ( ) 35 %

19. (CN) Comprou-se certa mercadoria, sobre o custo, pagou-se 5% de imposto e 3% de frete. Sendo a mercadoria vendida por R$ 200,00, dá um lucro de 25%. Por quanto foi comprada a mercadoria?

20. (EPCAR) Numa classe de 40 alunos, 5 deles foram reprovados. Calcular a taxa de reprovação.

21. (EPCAR) Por R$ 720.000,00 foi vendida uma casa com 28 % de lucro sobre o preço da compra. Dizer quanto custou a casa e em quanto monta o lucro obtido.

22. (EPCAR) Vendi um relógio por R$ 3.150,00. Neste negócio perdi 10% do custo. Quanto me custou o relógio?

23. (EPCAR) Um negociante comprou 135 bois a R$ 960,00 cada um. Tendo pago à vista, fizeram-lhe um abatimento de 8% sobre a importância total a pagar. Morreram 22 bois, e os restantes foram vendidos a R$ 1.150,00 cada um. O negociante ganhou ou perdeu? Quanto?

24. (EPCAR) Dizer o fator pelo qual se deve multiplicar o número A, para que o produto seja A + 75 % de A.

25. (CN) Uma mercadoria foi comprada por R$ 140,00. Por quanto deve ser vendida para dar um lucro de 20 % sobre o preço de venda sabendo-se que deve ser pago um imposto de 10 % sobre o mesmo preço da venda?

26. (CN) Em um tanque existem 200 litros de água salgada a 15 % de sal. Sabendo-se que a água evapora à razão de 4 litros por hora, no fim de 16 horas e 15 minutos, qual será a nova porcentagem de sal da água?

27. (M.MERC) Vendendo um objeto com prejuízo de 20 %, uma pessoa recebeu R$ 520,00. O preço de custo foi:
A. ( ) R$ 650,00 B. ( ) R$ 5.600,00
C. ( ) R$ 800,00 D. ( ) R$ 750,00
E. ( ) R$ 700,00

28. (M.MERC) Indique a fração irredutível correspondente a 3,6 %:
A. ( ) $\frac{36}{100}$ B. ( ) $\frac{36}{1000}$ C. ( ) $\frac{18}{25}$
D. ( ) $\frac{9}{250}$ E. ( ) $\frac{18}{5}$

29. (CN) $\frac{4}{5}$ sob a forma de porcentagem, é:
A. ( ) 60% B. ( ) 70% C. ( ) 80%
D. ( ) 90% E. ( ) 4%

30. (EPCAR) Em 1950 a população do Brasil era cerca de 50 milhões de habitantes e em 1960, cerca de 70 milhões. O aumento da populacional nesse período, em termos percentuais, foi de:
A. ( ) 20% B. ( ) 40% C. ( ) 28,5%
D. ( ) 25% E. ( ) 35%

31. (EPCAR) Numa prova de matemática são formuladas 5 questões de Aritmética, 7 de Álgebra e 8 de Geometria. Em relação à prova total, qual a porcentagem das questões de Álgebra?

32. (EPCAR) Calcular $\frac{1}{8}$ % de R$ 100.000,00.

33. (CN) João tinha uma quantia; gastou $\frac{3}{7}$, depois $\frac{1}{4}$ do resto, e depois $\frac{2}{3}$ do novo resto, ficando com uma quantia equivalente aos 25% da quantia de Pedro. Que fração da quantia de Pedro corresponde a 25% da quantia inicial de João?

34. (CN) Um composto A leva 20% de álcool e 80% de gasolina e um composto B leva 30% de álcool e 70% de gasolina. Quantos livros devemos tomar do composto A, para completando com o composto B preparar 5 litros de um composto com 22% de álcool e 78% de gasolina.
A. ( ) 2 litros B. ( ) 3 litros
C. ( ) 2,5 litros D. ( ) 3,5 litros
E. ( ) 4 litros
F. ( ) n.d.a.

35. (CN) Em uma Universidade estudam 3000 alunos, entre moças e rapazes. Em um dia de temporal faltaram 2/3 das moças e 7/9 dos rapazes, constatando-se ter sido igual, nesse dia, o número de moças e rapazes presentes. Achar a porcentagem das moças que estudam nessa Universidade, em relação ao efetivo da Universidade.
A. ( ) 40% B. ( ) 55% C. ( ) 35%
D. ( ) 60% E. ( ) 62%

36. (PM) Num. exame de vestibular, compareceram 1320 candidatos. Se os que faltaram correspondem a 12% dos inscritos, o total de candidatos era:
A. ( ) 1500 B. ( ) 1584
C. ( ) 1600 D. ( ) 3200

37. (EPCAR) O número 5,94 representa 18% de:
A. ( ) 36 B. ( ) 35 C.( ) 34
D. ( ) 33 E. ( ) 32

38. (EPCAR) Indique a opção que completa a igualdade $(5\%)^2 = \ldots$
A. ( ) 25% B. ( ) $\frac{1}{4}$% C. ( ) 10%
D. ( ) $\frac{1}{10}$% E. ( ) 0,01%

39. (CN) Um comerciante vendeu $\frac{3}{10}$ de uma peça de fazenda com um lucro de 30% e a parte restante com um prejuízo de 10%. No total da operação, o comerciante:
A. ( ) teve um lucro de 20%
B. ( ) teve um lucro de 2%
C. ( ) teve um prejuízo de 20%
D. ( ) teve um prejuízo de 8%
E. ( ) não teve lucro nem prejuízo

40. (EsPCEx) No campeonato da 8ª divisão de futebol, foram marcados 140 gols. O "Canela Dura FC" marcou 25% desse total. Pedrão Pelo de Arame, artilheiro do "Canela Dura FC ", marcou 7 gols. Quanto por cento os gols de Pedrão representam em relação ao total de gols marcado pelo seu time?

41. (PM) Um comerciante vende uma mercadoria que custou R$ 1.000,00 com lucro de 30% sobre o preço de custo. Como oferta, resolveu vender a mesma mercadoria com 10% de desconto sobre o preço de venda. Então o seu lucro será:
A. ( ) R$ 170,00
B. ( ) R$ 200,00
C. ( ) R$ 300,00
D. ( ) R$ 100,00

42. (EsPCEx) Supondo que nos três primeiros meses deste ano a inflação foi de 5%, 4% e 10%, respectivamente, determinar, em porcentagem, a inflação acumulada do trimestre.

43. (EPCAR) A expressão: $(10\%)^2 - (5\%)^2$ é equivalente a:
A. ( ) 75%
B. ( ) 7,5%
C. ( ) 0,75%
D. ( ) 25%
E. ( ) 2,5%

2.13. Juros simples

1. (CN) Um primeiro capital rendeu os mesmos juros que um segundo capital que foi empregado a uma taxa igual ao triplo da taxa do primeiro capital e durante um tempo que foi metade do que esteve empregado o primeiro capital. Calcule o menor dos capitais, sabendo que a soma dos capitais é R$ 516,00.
A. ( ) R$ 206,00
B. ( ) R$ 205,00
C. ( ) R$ 126,70
D. ( ) R$ 216,00
E. ( ) R$ 220,0
F. ( ) n.d.a.

2. (CN) Uma pessoa coloca a juros simples: um primeiro capital à taxa de 4% ao ano. Um segundo capital à taxa de 3% ao ano, e um terceiro à taxa de 1,5% ao ano. O segundo capital é 2/3 do primeiro e o terceiro é o triplo da diferença dos dois outros. No fim de quatro anos o montante total é de R$ 8,900,00. Calcular o segundo capital.

3. (CN) Um capital foi investido com um juro fixo de 3% ao ano. No fim de um ano foi acrescido ao montante 20% de correção monetária sobre esse montante, perfazendo um total de R4 1.854,00. Achar o capital investido.

4. (CN) Depositei R$ 400,00 em conta de movimento a 4% ao ano. Depois de algum tempo, o banco eleva as taxas de depósito daquela espécie para 5% ao ano. Três meses depois de ter feito o depósito foram-se creditados juros no valor de R$ 4,50. Determine o tempo em que meu depósito rendeu juros a 4%.

5. (M.MERC) Uma pessoa tem $\frac{2}{5}$ do seu capital empregado a juros à taxa de 8% ao ano, e, o restante a 10%. Calcular esse capital, sabendo-se que os juros produtivos no fim de um ano foram de R$ 73.600,00;

6. (M.MERC) No fim de quanto tempo os juros produzidos por um certo capital são iguais aos $\frac{3}{8}$ do capital à taxa de 15% ao ano?

7. (CN) Um capital é empregado à taxa de 8% ao ano. No fim de quanto tempo os juros simples produzidos ficam iguais a $\frac{3}{5}$ do capital?

8. (EsPCEx) Um grupo musical resolveu adquirir novo equipamento de som, orçado inicialmente em R$ 80.000,00. Na ocasião de efetuar a aquisição, optaram por um outro aparelho mais aperfeiçoado, de custo 19% maior que o do aparelho inicial. Como pretendessem pagar o aparelho 30 dias após a aquisição, o comerciante propôs o preço final de R$ 103.768,00. Calcule a taxa de juros cobrada pelo vendedor.

9. (CN) Uma pessoa empregou todo os seu capital da seguinte maneira: metade do seu capital a 4% ao ano; um terço do capital a 10% ao ano e a parte restante a uma taxa tal que seu lucro no fim de um ano, foi de $7\frac{1}{3}\%$ do capital. Qual é essa taxa?

10. (CN) Um capital de R$ 1.000,00 foi empregado da seguinte maneira: a primeira parte a 6% ao ano durante 8 anos e a outra parte 21% ao ano, durante 64 meses. Sabendo-se que os juros obtidos foram iguais, calcule a parte maior.

11. (CN) Qual é o capital que produz o montante de R$ 1.740,00, empregado a 6% ao ano, no fim de 3 anos e 4 meses?

12. (CN) Um capital foi colocado a juros de 5% ao ano. No fim de 2 anos e 4 meses o capital e os juros perfaziam o total de R$ 134.000,00. Calcular o capital.

13. (M.MERC) R$ 3.000,00 renderam em 4 anos R$ 780,00 de juros. A taxa ao ano foi de:
A. ( ) 5,6% B. ( ) 65%
C. ( ) 0,6% D. ( ) 0,65%
E. ( ) 6,5%

14. (M.MERC) Qual a taxa mensal que quadruplica um capital no fim de 25 anos?

15. (M.MERC) Em quanto tempo um capital, colocado a 0,3% ao mês, produz juros iguais a $\frac{3}{50}$ do capital?

16. (COL. D. PEDRO II) Uma pessoa empregou R$ 4.820,00 a juros, à taxa de $\frac{1}{2}$% ao mês. A quanto se elevará o capital juntamente com os juros simples no fim de 3 anos e 4 meses?

17. (COL. D. PEDRO II) O capital de R$ 5.760,00 rendeu R$ 893,00 de juros, durante 2 anos, 7 meses e 20 dias. Pede-se a taxa anual.

18. (COL. D. PEDRO II) Os juros produzidos por certo capital, em 5 anos e 4 meses, são iguais aos $\frac{2}{5}$ de seu valor. Pede-se a taxa.

19. (COL. D. PEDRO II) Certo capital produziu juros iguais aos $\frac{3}{4}$ de seu valor, à taxa de $\frac{30}{4}$% ao ano. Pede-se o tempo.

20. (COL. D. PEDRO II) Qual é o capital que acrescido dos juros produzidos em 1 ano, 2 meses e 20 dias, à taxa de 4% ao ano, dá um total de R$ 5.664,00?

21. (EPCAR) À taxa anual de 15%, em que tempo o capital R$ 8.000,00 produz R$ 3.600,00 de juros?
A. ( ) 2 anos B. ( ) 3 anos
C. ( ) 4 anos D. ( ) 5 anos
E. ( ) 6 anos

22. (EPCAR) Dados: c = R$ 90.000,00; i = R$ 1,5% ao mês; t = 12 anos, calcule j.
A. ( ) R$ 180.000,00 B. ( ) R$ 188.000,00
C. ( ) R$ 192.200,00 D. ( ) R$ 194.400,00
E. ( ) R$ 196.600,00

23. (EPCAR) O capital de R$ 6.000,00 aplicando à taxa anual de 30%, no fim de 200 dias, produzirá o montante de:
A. ( ) R$ 6.800,00 B. ( ) R$ 6.900,00
C. ( ) R$ 6.950,00 D. ( ) R$ 7.000,00

24. (EPCAR) Um capital C colocado a render juros simples durante 18 meses produziu o montante de R$ 63.000,00. Colocado nas mesmas condições durante 2 anos produziu o montante de R$ 72.000,00. Qual a taxa anual?
A. ( ) 50% B. ( ) 20,83%
C. ( ) 32,74% D. ( ) 32,74%
E. ( ) 48,6%.

3.1. Introdução

Suponha que você está em uma cidade desconhecida. Você quer chegar em um determinado lugar, mas não sabe como chegar lá. O que você faz? Possivelmente você irá parar para pedir a alguém informação sobre o endereço e aí a pessoa lhe dá a seguinte resposta:

Fica a 10 quarteirões!

Com certeza você perguntaria: Em que direção?

Assim como a posição do lugar onde você desejaria ir, ou de qualquer outro lugar, existem várias outras grandezas na física que necessitam de um valor numérico, que denominamos módulo, de uma direção e de um sentido, para que sejam completamente definidas. Essas grandezas são denominadas grandezas vetoriais. São exemplos de grandezas vetoriais: deslocamento, velocidade, força, campo elétrico, etc.

Existem também grandezas que são definidas apenas pelo seu módulo, tais como a massa, o tempo, temperatura, etc. Estas grandezas são denominadas escalares.

3.2. Definições básicas sobre vetores

Um vetor no espaço pode ser definido por um comprimento, proporcional ao seu módulo, que é sempre um número real positivo. O vetor também precisa de uma direção e um sentido, para a sua definição, conforme se vê na Fig.01.

Um vetor é normalmente indicado por uma letra com uma flecha em cima: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{A}, \vec{u}$, etc. Em textos impressos,podemos também denotar o vetor em negrito a,b,Au. Se quisermos nos referir somente ao seu módulo, indicamos por $|\vec{a}|$, ou simplesmente a.

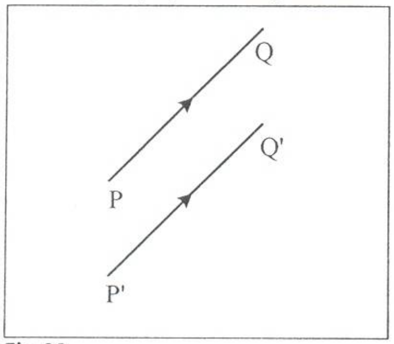


Fig.01

Observe que os segmentos $\overrightarrow{PQ}$ e $\overrightarrow{P'Q'}$ definem duas direções orientadas paralelas entre si, sendo o comprimento destes segmentos de reta iguais ente si, podemos definir a condição de igualdade entre dois vetores:

- Dois vetores são iguais entre si quando têm mesmo módulo, mesma direção e mesmo sentido. Portanto, da Fig.01, podemos afirmar que:

$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{P'Q'} = \vec{a}$$

Onde $\vec{a}$ é o nome dado ao mesmo vetor que os dois segmentos de reta representam.

3.3. Operações com vetores

Assim como nos números, é possível realizarmos uma série de operações com vetores. Essas operações têm regras próprias e não são feitas como o fazemos com os números.

Dentre estas operações, iremos definir:

- Adição de vetores;
- Multiplicação de vetor por um escalar;
- Subtração de vetores;
- Produto escalar e
- Produto vetorial.

3.3.1. Adição de vetores

Começaremos introduzindo a idéia de adição de dois vetores, através de um exemplo.

Suponhamos que um móvel m se desloca, a partir de O, 40 m na direção leste e depois 30 m na direção norte, isto pode ser visto na Fig.02.

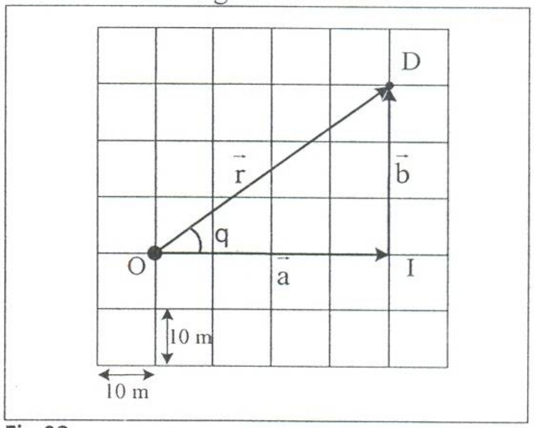


Fig.02

Denotemos por $\vec{a}$ o vetor deslocamento no 1° trecho e por $\vec{b}$ o vetor deslocamento no 2° trecho. Por uma inspeção simples observa-se que o deslocamento resultante é representado pelo vetor $\vec{r}$. Matematicamente, temos:

$$\vec{r} = \vec{a} + \vec{b}$$

Note que $|\vec{r}| \neq |\vec{a}| + |\vec{b}|$, ou seja, o módulo do vetor $\vec{r}$ é diferente da soma dos módulos de $\vec{a}$ e $\vec{b}$. Observando-se que os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são perpendiculares entre si, então o teorema de Pitágoras nos permite escrever:

$$r^2 = a^2 + b^2$$
$$r^2 = 30^2 + 40^2$$
$$r = 50\text{m}$$

Até aqui definimos apenas o módulo do vetor $\vec{r}$, precisamos também definir o ângulo θ que este vetor faz com a direção leste, este ângulo pode ser determinado através de uma relação trigonométrica simples. Já que o triângulo OID é retângulo, temos que:

$$\text{tg}\theta = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$$

Assim:

$$\theta = \text{arctg}\left(\frac{3}{4}\right) \approx 37^\circ$$

Portanto, através de um exemplo simples, vimos que é possível somarmos dois vetores, porém devemos nos lembrar de que a operação com vetores é uma operação geométrica, não podemos somar vetores como se fosse números.

Aqui vale a pena citar dois casos especiais:

- Adição de vetores com mesma direção e mesmo sentido:

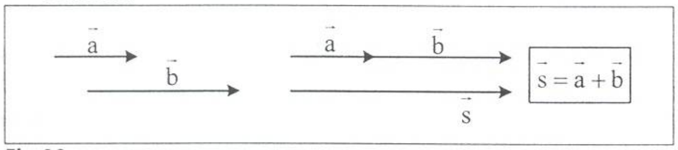


Fig.03

Quando somamos 2 vetores que têm mesma direção e sentido, o vetor resultante tem a mesma direção e sentido dos operandos e o seu módulo é a soma dos módulos dos operandos.

- Adição de vetores com mesma direção e sentidos opostos:

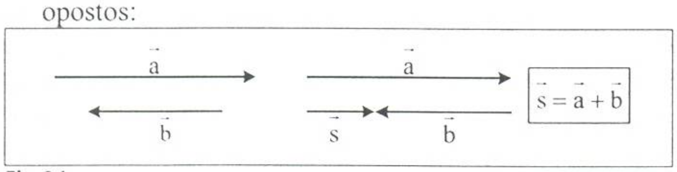


Fig.04

Quando somamos dois vetores que têm mesma direção e sentidos opostos, o vetor resultante tem a mesma direção dos operandos, o seu sentido é o sentido do vetor de maior módulo e o seu módulo é a subtração dos módulos dos operandos (valor positivo).

Métodos de adição de vetores

Podemos enumerar três métodos de adição de vetores: regra dos polígonos, regra do paralelogramo e a decomposição de vetores.

Regra dos polígonos

Tomemos, como visto na Fig.05, os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ e $\vec{d}$

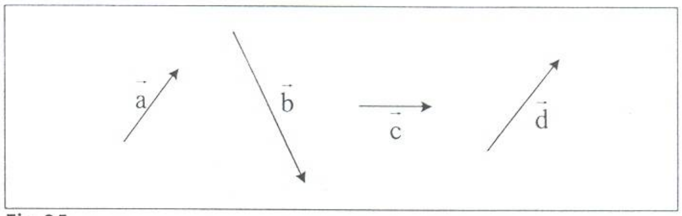


Fig.05

o vetor resultante $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$ pode ser obtido colocando-se sucessivamente a origem de um vetor na extremidade do outro. O vetor resultante é obtido unindo-se a origem do 1º vetor à extremidade do último, conforme se vê na Fig.06.

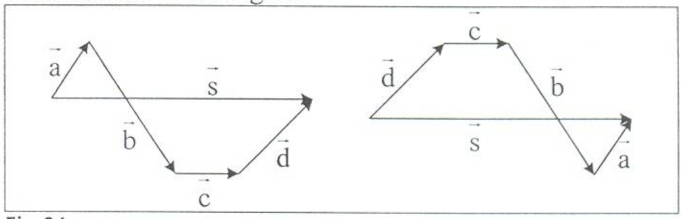


Fig.06

Este método é válido para a obtenção do vetor resultante, porém, pouco prático para a obtenção de resultados numéricos. Todavia, podemos chegar a algumas propriedades importantes da soma de dois ou mais vetores:

$$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u} \text{ (comutativa)}$$
$$\left(\vec{u} + \vec{v}\right) + \vec{w} = \vec{u} + \left(\vec{v} + \vec{w}\right) \text{ (associativa)}$$

Podemos ainda notar que se os vetores a serem somados formarem um polígono fechado, então temos um vetor resultante nulo.

Regra do paralelogramo

Este método, com o uso da lei dos cosenos, é bastante útil quando se quer determinar o vetor resultante (módulo, direção e sentido) da soma de dois vetores quando é conhecido o ângulo formado entre eles.

Para a demonstração do método, tomemos dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, conforme se vê na Fig.07:

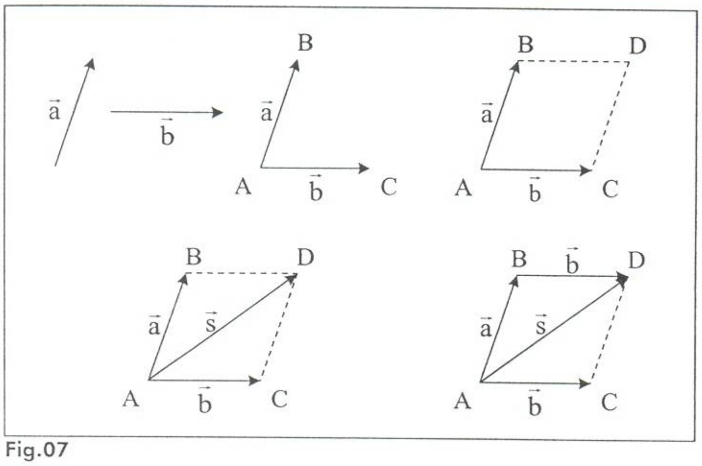


Fig.07

Para utilizarmos a regra do paralelogramo, colocamos os dois vetores com origem comum (ponto A) e construímos um paralelogramo através das extremidades de ambos os vetores. Liga-se então a origem dos vetores (ponto A) à interseção das retas construídas para a obtenção do paralelogramo (ponto D), tendo-se então o vetor resultante $\vec{s} = \overrightarrow{AD}$.

Observe que a regra do paralelogramo é um simples uso da regra do polígono, pois o segmento $\overrightarrow{BD}$ também representa o vetor $\vec{b}$ e o segmento $\overrightarrow{CD}$ também representa o vetor $\vec{a}$.
Podemos agora introduzir a lei dos cosenos. Antes de a aplicarmos à soma de vetores, façamos uma breve recordação.

É dado o triângulo ABC da Fig.08:

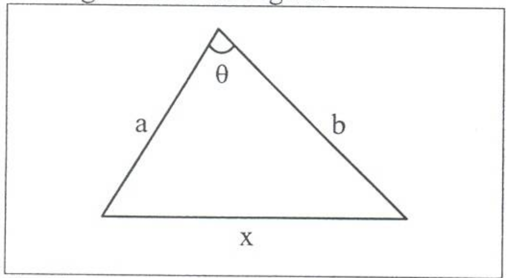


Fig.08

Da lei dos cosenos, podemos escrever que:

$$x^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\theta$$

Outra lei importante é a lei dos senos, observando-se o triângulo ABC da Fig.09 podemos escrever que:

$$\frac{a}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{c}{\operatorname{sen}\gamma}$$

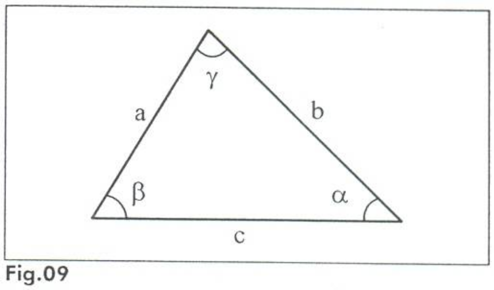


Fig.09

Essas relações podem ser facilmente provadas a partir das relações trigonométricas simples e do teorema de Pitágoras, fica como exercício a sua demonstração.

Observe agora a Fig.10:

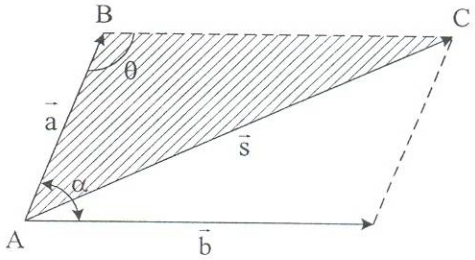


Fig.10

Para o triângulo ABC, podemos escrever:

$$s^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b\cos\theta$$

Mas $\alpha = 180^\circ - \theta$, e portanto $\cos\theta = -\cos\alpha$ e a expressão anterior fica:

$$s^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b\cos\alpha$$

Ou seja, através da fórmula acima, podemos determinar o módulo da soma de dois vetores, desde que se conheça o módulo dos operandos, bem como o ângulo formado entre eles, estando os dois vetores em origem comum.

O ângulo formado pelo vetor $\vec{s}$ e o vetor $\vec{b}$ também pode ser facilmente determinado através da lei dos senos (verifique!).

Este método também pode ser usado para se esboçar facilmente o vetor resultante da soma de outros dois. Caso se queira somar mais de dois vetores, teremos que fazer o uso da regra do paralelogramo sucessivas vezes, tomando-se a cada vez somente dois vetores, o que torna a regra pouco prática, neste caso.

Decomposição de vetores

Dado que na física para descrevermos um movimento, utilizamos um sistema de coordenadas xyz (três dimensões) ou xy (2 dimensões) ortogonais entre si, podemos utilizar esse método que é bastante útil para operarmos com vários vetores ao mesmo tempo.

Tomemos o vetor $\vec{f}$ contido no plano do papel, conforme a Fig.11:

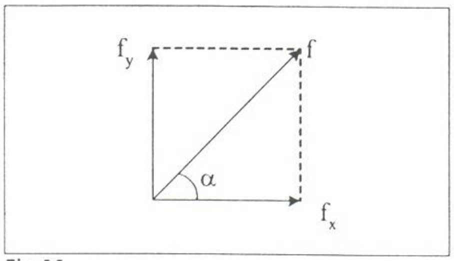


Fig.11

Vemos, através da regra do paralelogramo, que $\vec{f} = \vec{f}_x + \vec{f}_y$, ou seja, o vetor $\vec{f}$ em seus efeitos é igual a soma dos vetores $\vec{f}_x$ e $\vec{f}_y$. Esses vetores $\vec{f}_x$ e $\vec{f}_y$ são denominados projeções do vetor $\vec{f}$ nos eixos x e y. Pela observação da Fig.11 temos:

$$\cos\alpha = \frac{f_x}{f} \text{ ou } f_x = f \cdot \cos\alpha$$

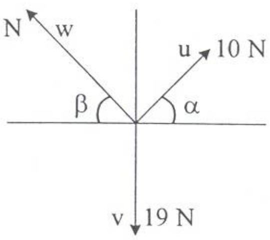
e

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{f_y}{f} \text{ ou } f_y = f \cdot \operatorname{sen}\alpha$$

Desta forma, se temos vários vetores a serem adicionados, basta colocá-los na mesma origem, projetando-os nos eixos x e y. Após, somamos todas as componentes em x, obtendo-se um vetor resultante em x, faz-se o mesmo para o eixo y, obtendo-se o vetor resultante em y. Para se obter o vetor resultante, basta aplicarmos o teorema de Pitágoras aos vetores resultantes em x e y. Daí a facilidade, sempre iremos recair em dois vetores ortogonais entre si.

Iremos ilustrar o método através de um exemplo.

Ex.: Obter o vetor soma $\vec{r}$ entre $\vec{u}, \vec{v}$ e $\vec{w}$, dado que $\cos\alpha = 0{,}6$ e $\operatorname{sen}\alpha = 0{,}8$.



***Resolução:** Para obtermos o vetor resultante ou vetor soma, iremos decompor os vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ nos eixos x e y. Assim, na Fig.12, temos:*

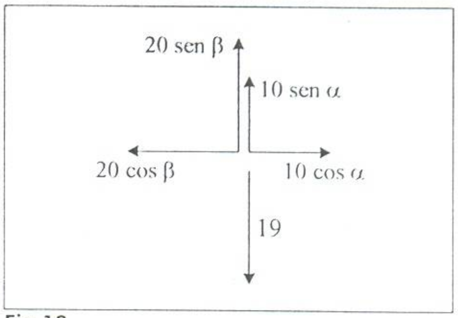


Fig.12

Onde:

$$u_x = 10 \cdot \cos\alpha = 8 \text{ N} \quad \text{e} \quad u_y = 10 \cdot \operatorname{sen}\alpha = 6 \text{ N}$$

$$w_x = 20 \cdot \cos\beta = 12 \text{ N} \quad \text{e} \quad w_y = 20 \cdot \operatorname{sen}\beta = 16 \text{ N}$$

O vetor $\vec{v}$ já se encontra no eixo y e $v = 19$ N.
Assim, a resultante na direção x fica:
$r_x = w_x - u_x = 12 - 8 = 4$ N e
$r_y = (w_y + u_y) - v = (16 + 6) - 19 = 3$ N

Ficamos assim reduzidos à Fig.13:

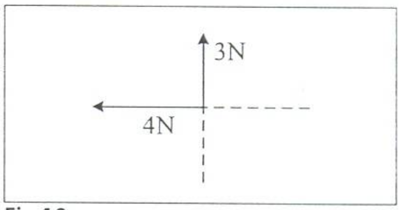


Fig.13

E assim:

$$r^2 = r_x^2 + r_y^2 = (4)^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow r = 5$$

Até aqui definimos apenas o módulo, como sabemos, o vetor para estar completamente definido, necessita também da sua direção e sentido, conforme a Fig.14:

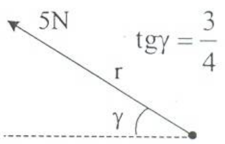


Fig.14

O ângulo γ que o vetor $\vec{r}$ faz com o eixo x pode ser facilmente determinado, pois:

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{r_y}{r_x} = \frac{3}{4} \Rightarrow \gamma = \arctan\frac{3}{4} \Rightarrow \gamma \approx 37^\circ$$

Desta forma podemos ver que todo vetor pode ser decomposto em suas componentes ortogonais entre si,

tal que, dado um sistema coordenado (x , y) e um vetor $\vec{u}$, conforme a Fig.15, podemos escrever:
$\vec{u} = u_x\hat{x} + u_y\hat{y}$, onde $\hat{x}$ e $\hat{y}$ são denominados versores ou vetores de módulo unitário nas direções x e y.

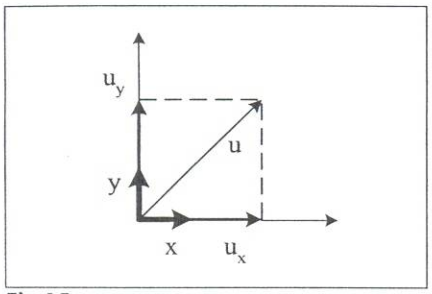


Fig.15

Assim, podemos escrever o vetor $\vec{u}$, simplesmente nos referindo às suas coordenadas, ou, $\vec{u} = (u_x, u_y)$, onde $u = \sqrt{u_x^{\ 2} + u_y^{\ 2}}$.

Caso tenhamos três dimensões (R^3), conforme a Fig.16, a teoria até aqui desenvolvida pode ser facilmente adaptada.

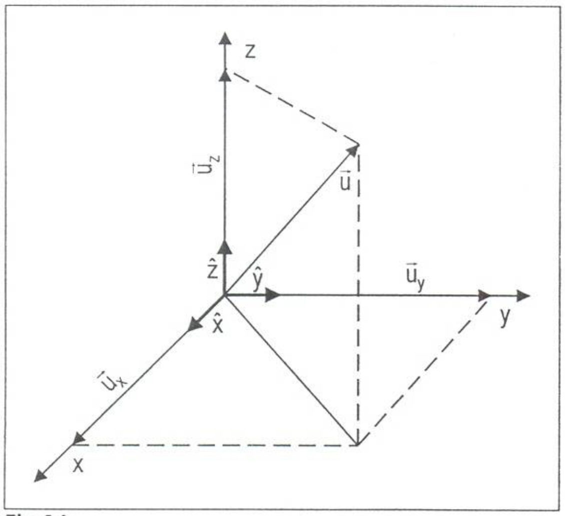


Fig.16

Neste caso podemos escrever que $\vec{u} = u_x\hat{x} + u_y\hat{y} + u_z\hat{z}$ ou $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$, onde $u = \sqrt{u_x^{\ 2} + u_y^{\ 2} + u_z^{\ 2}}$.

Ao representarmos um vetor por suas componentes, a operação de soma fica muito simplificada pois, dado um vetor $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ e um outro vetor $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$ o vetor $\vec{r} = \vec{a} + \vec{b}$ é tal que:

$$r_x = a_x + b_x \ ; r_y = a_y + b_y \ \text{ e } \ r_z = a_z + b_z$$

Pode-se perceber que, de fato, essa notação simplifica bastante a operação de soma, e as demais operações como se poderá observar adiante.

3.3.2. Multiplicação de vetor por escalar

Uma outra operação que podemos definir é a multiplicação de um escalar, ou seja, a multiplicação de um número por um vetor.

Esta operação pode ser denotada por:

$$\vec{r} = n \cdot \vec{a}$$

Onde n é um número real, $\vec{r}$ é o vetor obtido pela multiplicação do vetor $\vec{a}$ pelo número n.

Como resultado, temos um vetor $\vec{r}$ tal que:

a) $|\vec{r}| = |n| \cdot |\vec{a}|$;
b) a direção é a mesma de $\vec{a}$;
c) o sentido é o mesmo de $\vec{a}$ caso $n > 0$; o sentido é o contrário de $\vec{a}$, caso $n < 0$. Se $n = 0$, temos como resultado o que chamamos de vetor nulo, representado por $\vec{0}$.

Isto pode ser melhor observado na Fig.17, para o caso de n = 2 e n = –2.

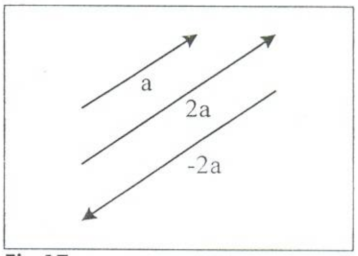


Fig.17

Caso tenhamos o vetor $\vec{a}$ na forma $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$, então o vetor $\vec{r} = n \cdot \vec{a}$ é dado por $\vec{r}$ =.$(n \cdot a_x, n \cdot a_y, n \cdot a_z)$

Observação:

- Para o caso especial onde n = –1, o vetor resultante recebe o nome de oposto, pois como para os números, o oposto de um número é aquele cuja soma com o próprio número dá como resultado zero, por exemplo –2 é o oposto de 2.

  Assim sendo, o oposto de um vetor é aquele cuja soma com o próprio vetor dá como resultado o vetor nulo: $\vec{r} + (-\vec{r}) = \vec{0}$

3.3.3. Subtração de vetores

Da mesma forma que somos capazes de somar dois vetores, somos também capazes de subtrair dois vetores, basta pensarmos que a subtração é um caso particular da adição pois:

VETORES COM MESMA DIREÇÃO → $\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z} = M$

$$\vec{d} = \vec{x} - \vec{y} = \vec{x} + (-\vec{y})$$

Ou seja, para subtrairmos um vetor de outro, basta somarmos o primeiro ao oposto do segundo, podemos ver esta operação na Fig.18.

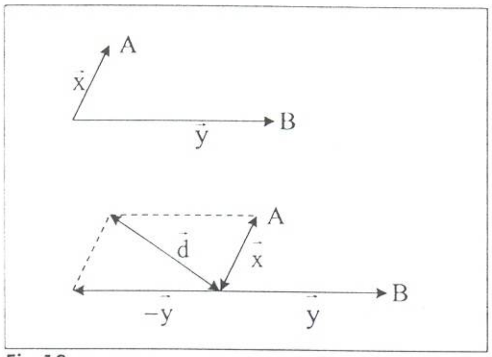


Fig.18

Uma maneira geometricamente simples de determinarmos o vetor diferença entre dois vetores é a seguinte: Colocamos os dois vetores na mesma origem e traçamos uma reta que vai da extremidade de $\vec{b}$ (segundo termo) à extremidade de $\vec{a}$ (primeiro termo), sempre nesta ordem, como se pode ver na Fig.19:

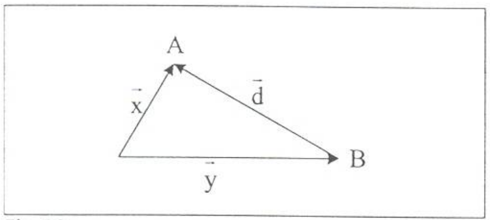


Fig.19

Observe que o vetor $\vec{x} - \vec{y}$ é o oposto do vetor $\vec{y} - \vec{x}$.

Caso o ângulo θ entre os vetores seja dado, podemos também usar a lei dos cosenos para determinar o módulo do vetor diferença, tal que:

$$d^2 = x^2 + y^2 - 2 \cdot x \cdot y \cdot \cos\theta$$

Observe a sutileza do sinal negativo na expressão do módulo da diferença entre dois vetores, já que na expressão do módulo da soma o sinal é positivo. Isto se deve ao fato de aplicação da lei dos cosenos na subtração de vetores ser direta, ou seja, utiliza-se diretamente o ângulo θ e não (180° – θ) como na adição (verifique!).

Caso os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ sejam dados em função das suas componentes, tal que $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ e $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$, o vetor $\vec{r} = \vec{a} - \vec{b}$ é tal que:

$$r_x = a_x - b_x \;;\; r_y = a_y - b_y \text{ e } r_z = a_z - b_z.$$

3.3.4. Produto escalar

Passemos então a definir produto entre vetores. Inicialmente, comecemos com o produto escalar entre dois vetores.

O produto escalar entre dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, indica-se por $\vec{a} \cdot \vec{b}$ (lê-se "a" escalar "b") é uma grandeza escalar, cujo valor numérico é obtido efetuando-se o produto entre o módulo de $\vec{a}$ pelo módulo de $\vec{b}$ pelo coseno do ângulo formado por $\vec{a}$ e $\vec{b}$, tal que:

$$\boxed{\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\theta}$$

O importante é notar que o produto entre dois vetores dá como resultado um número, falando fisicamente, a operação entre duas grandezas vetoriais dá como resultado uma grandeza escalar, como exemplo de grandezas escalares que são resultado de produtos escalares entre grandezas vetoriais temos: o trabalho de uma força, o potencial elétrico, fluxo do campo elétrico, etc.

Podemos enumerar algumas propriedades do produto escalar:

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ (comutativa);
b) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ (distributiva)
c) $\vec{a} \cdot \vec{a} = a^2$ (Prove!!!)

Pela definição de produto escalar, podemos observar que se dois vetores são perpendiculares entre si, seu produto escalar é nulo, ou seja:

$$\hat{x} \cdot \hat{y} = 0 \;;\; \hat{x} \cdot \hat{z} = 0 \;;\; \hat{y} \cdot \hat{z} = 0$$

Ou ainda se um dos vetores for o vetor nulo, o produto escalar também é zero, tal que:

$$\vec{0} \cdot \vec{u} = \vec{u} \cdot \vec{0} = 0$$

Assim, se os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são dados em função das suas componentes, tal que $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ e $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$, então o produto escalar $\vec{a} . \vec{b}$, é tal que:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$$

Ou seja, é o somatório do produto das componentes entre si.

Geometricamente, o produto escalar é o produto do módulo de um vetor pelo módulo do outro projetado na sua direção, conforme pode ser visto na Fig.20:

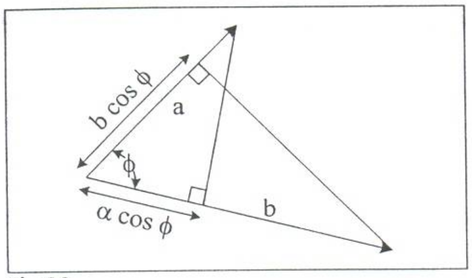


Fig.20

3.3.5. Produto vetorial

A próxima operação envolvendo o produto de vetores denomina-se produto vetorial.

O produto vetorial entre dois vetores A e B, indica-se por A x B (lê-se "a" vetor "b") é também um vetor, que é perpendicular ao plano formado pelos vetores A e B, conforme pode ser visto na Fig.21:

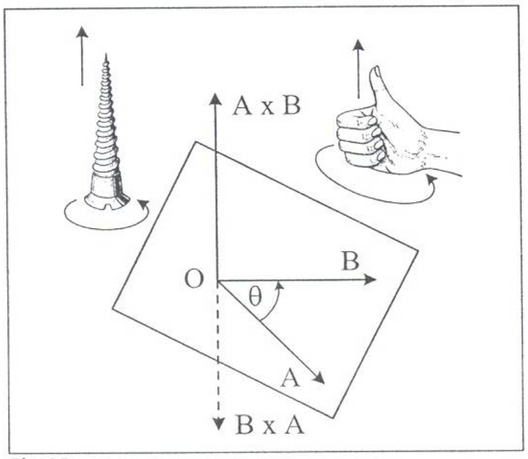


Fig.21

o sentido do vetor resultante é obtido através da regra conhecida como regra da mão direita. Coloca-se a mão direita na forma indicada na Fig.22, se o indicador e o dedo médio apontarem na direção de A e B, respectivamente, então o polegar apontará na direção do vetor resultante do produto vetorial entre A e B.

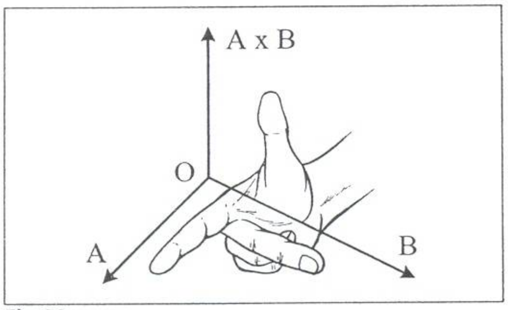


Fig.22

Observa-se então, através do uso desta regra que:

$$A \times B \neq B \times A$$

Desta forma podemos perceber que o produto vetorial não apresenta a propriedade comutativa.

O módulo do produto vetorial entre A e B é dado pela expressão:

$$|A \times B| = |A| \cdot |B| \cdot \operatorname{sen} \theta$$

Algumas grandezas físicas importantes são representadas por um produto vetorial: velocidade angular, momento de uma força, força magnética que age sobre uma carga puntiforme, etc.

Podemos então, enumerar algumas das propriedades do produto vetorial:

a) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$ (distributiva);

b) $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$ (prove);

c) Para um sistema de coordenadas xyz, como o da figura 1-13, temos que:

$$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z};\ \hat{y} \times \hat{z} = \hat{x};\ \hat{z} \times \hat{x} = \hat{y}$$

Por último, podemos dar uma interpretação geométrica ao módulo do produto vetorial entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$, ele pode ser vista como o valor numérico da área do paralelogramo definido pelos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, conforme se vê na Fig.23.

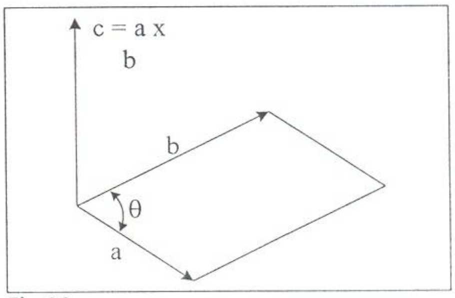


Fig.23

3.4. Representação do vetor área

No tópico anterior indicamos que o módulo do produto vetorial entre dois vetores poderia indicar o valor numérico da área do paralelogramo definido por eles.

Assim sendo, é possível associar uma área qualquer a um vetor. Consideremos a Fig.24, onde uma superfície S plana foi envolvida por um contorno orientado L.

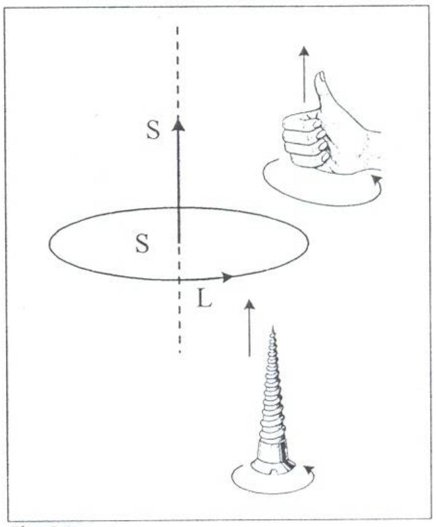


Fig.24

Podemos portanto representar esta área por um vetor S, cujo módulo é o mesmo da área S, a direção é perpendicular ao plano da área S e o sentido é definido utilizando-se a regra da mão direita envolvente.

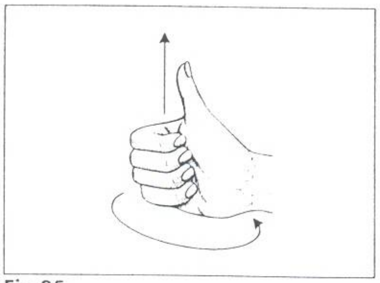


Fig.25

Esta regra é de simples uso: Envolve-se o contorno com a mão direita com os dedos apontando no sentido do contorno, o dedo polegar então apontará no sentido do vetor área.

As componentes do vetor S também têm um significado simples. Vamos supor que o plano da superfície S faça um ângulo θ com o plano XY, conforme se vê na Fig.26.

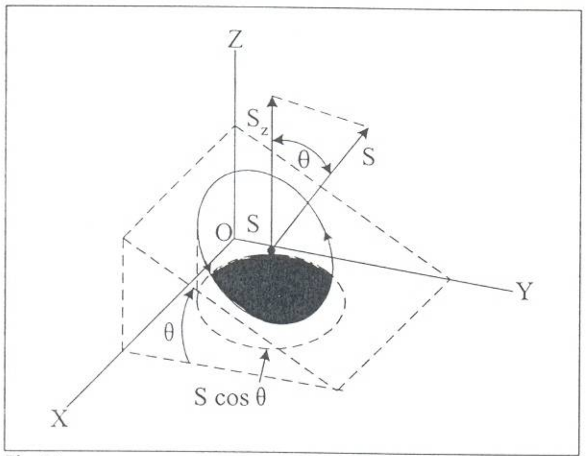


Fig.26

Se quisermos projetar a área S no plano XY, temos que essa projeção vale $S.\cos\theta$, que coincide com a projeção do vetor S na direção z (verifique!). Assim vemos que as projeções do vetor S nas direções z, y e x são iguais às projeções da área S nos planos XY, YZ e XZ, respectivamente.

Se a superfície S não for plana, sempre poderemos subdividi-la em inúmeras pequenas áreas planas, tal que:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \ldots.. = \sum_i S_i$$

Isto pode ser melhor visto na Fig.27:

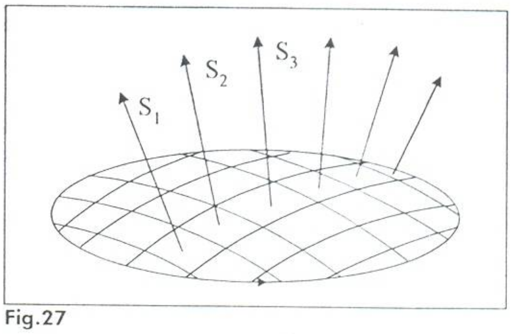


Fig.27

3.5. Equações vetoriais

Na física, por várias vezes, nos deparamos com equações que envolvem vetores, estas equações representam de forma sintética várias realidades físicas, vamos citar como exemplo a equação do impulso:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \vec{I} = m \cdot \Delta\vec{v} = m(\vec{v}_{fnal} - \vec{v}_{inicial})$$

Esta equação, que é o produto de um escalar (massa) por um vetor (variação de velocidade) nos diz que quando a força resultante age durante uma determinada quantidade de tempo sobre um corpo de massa *m*, essa interação causa uma variação da velocidade na mesma direção da força resultante, já que por ser a massa um escalar positivo, a força $\vec{F}$ e a variação de velocidade $\Delta\vec{v}$ terão sempre mesma direção e sentido.

Observe como uma única equação, representada vetorialmente, pode nos dar muitas informações.

Passemos a outro exemplo: Uma carga elétrica, que é uma grandeza escalar, imersa em um campo elétrico, que é uma grandeza vetorial, está sujeita a uma força elétrica, tal que:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

Essa equação, que é também o produto de um vetor por um escalar, será estudada mais profundamente em seu curso de eletrostática.

O que é importante entender agora é que ela expressa matematicamente a realidade física enunciada no parágrafo anterior e mais, pois ela nos informa que:

- Se $q > 0$, ou seja, se a carga é positiva, o campo elétrico e a força elétrica terão mesma direção e sentido.
- Se $q < 0$, ou seja, se a carga é negativa, o campo elétrico e a força elétrica terão mesma direção mas sentidos opostos.

O que é importante ressaltar é que essas equações serão resolvidas através dos métodos aprendidos até agora, ou seja, não devemos tratar de uma equação vetorial como se fossem números. O exemplo abaixo ilustra melhor o fato.

Suponhamos que uma bolinha de massa m colida, durante um tempo Δt, com o solo com uma velocidade inicial $\vec{v}_1$ e após a colisão ela adquira uma velocidade $\vec{v}_2$, tal que $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$, conforme se vê na Fig.28:

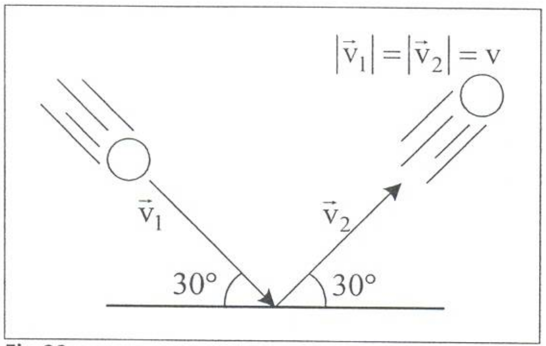


Fig.28

O que se quer saber é qual a direção da força que o solo exerceu sobre a bolinha durante o impacto.

Essa resposta é facilmente respondida se lançarmos mão da equação do impulso dada no início do tópico.

Inicialmente, basta subtrairmos o vetor velocidade final do vetor velocidade inicial, conforme se vê na Fig.29:

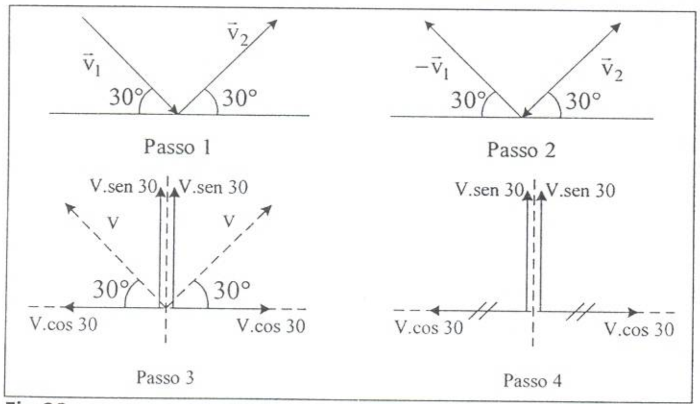


Fig.29

Assim, como $\Delta\vec{v}$ e $\vec{F}$ têm mesma direção e sentido, já temos determinado o módulo e o sentido da força que o solo aplica sobre o corpo. Para determinarmos o módulo da força, basta notarmos que da equação do impulso:

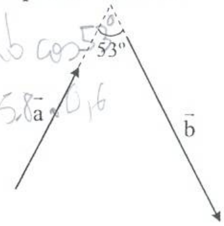
$$F = \frac{m.\Delta v}{\Delta t}$$

Repare que aqui estamos nos referindo somente ao módulo dos vetores.

Com estes conhecimentos você será capaz de se utilizar bem dos vetores no seu curso de física, o que com certeza o tornará bem mais assimilável, fazendo com que o seu rendimento seja bem maior.

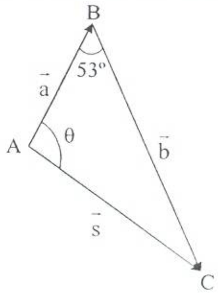
Exercícios Propostos

1. Na figura ao lado estão representados os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, com $|\vec{a}| = 5$ e $|\vec{b}| = 8$. Determine o módulo do vetor $\vec{s}$ tal que $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$.

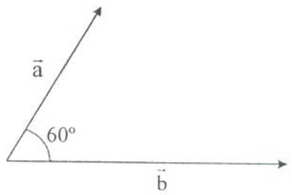


$s^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos 53$
$s^2 = 25 + 64 - 2.5.8 . 0,6$
$s^2 = 41$
$s = \sqrt{41}$

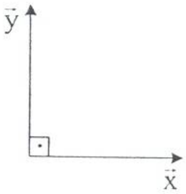
2. Para a situação do exercício anterior, determine o ângulo formado entre os vetores $\vec{a}$ e $\vec{s}$.



3. Seja $\vec{x}$ a resultante dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ representados abaixo. Determine $|\vec{x}|$. Dados: $|\vec{a}| = 4$ e $|\vec{b}| = 8$.

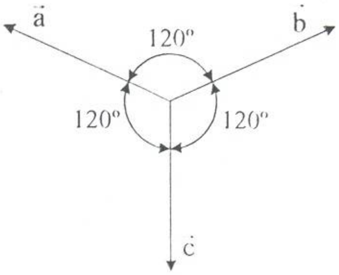


4. Determine o módulo da resultante dos vetores representados abaixo, sabendo que $|\vec{x}| = 6$ e $|\vec{y}| = 8$.

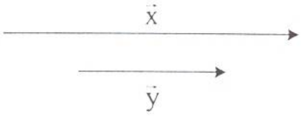


5. Determine o módulo da resultante $\vec{s}$ dos vetores dados.

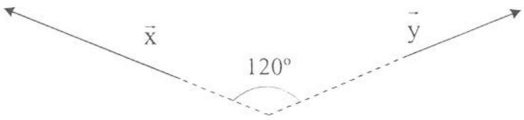
$|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 5$



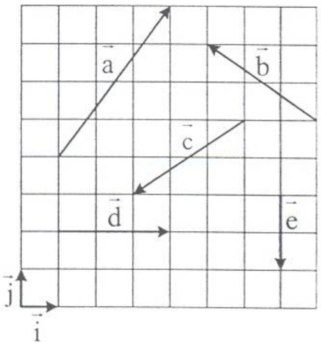
6. No exercício abaixo, temos $|\vec{x}| = 5$ e $|\vec{y}| = 2$. Determine o vetor $\vec{d}$ tal que $\vec{d} = \vec{x} - \vec{y}$.



7. No caso a seguir, considere $|\vec{x}| = 6$ e $|\vec{y}| = 4$. Determine o módulo do vetor $\vec{d}$ tal que $\vec{d} = \vec{x} - \vec{y}$.



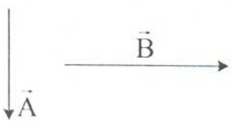
8. Na figura abaixo considere que cada divisão do "quadriculado" tem medida 1 e que os vetores $\vec{i}$ e $\vec{j}$ são perpendiculares entre si. Represente os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ e $\vec{e}$, em função de $\vec{i}$ e $\vec{j}$.



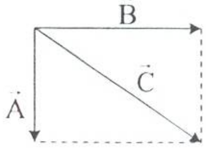
9. Uma grandeza física vetorial fica perfeitamente definida quando se lhe conhecem:

A. ( ) valor numérico, desvio e unidade.
B. ( ) valor numérico, desvio, unidade e direção.
C. ( ) valor numérico, desvio, unidade e sentido.
D. ( ) valor numérico, unidade, direção e sentido.
E. ( ) desvio, direção, sentido e unidade.

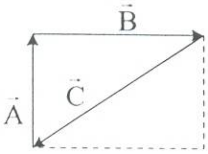
10. São dados os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$. Qual dos diagramas a seguir representa o vetor $\vec{C}$, soma $\vec{A}$ e $\vec{B}$?



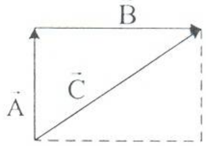
A. ( )



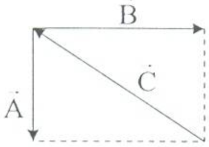
B. ( )



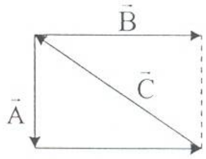
C. ( )



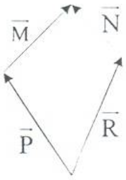
D. ( )



E. ( )

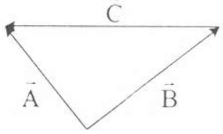


11. Qual é a relação entre os vetores $\vec{M}$, $\vec{N}$, $\vec{P}$ e $\vec{R}$ representados na figura?



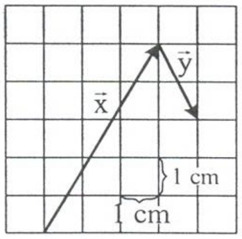
A. ( ) $\vec{M} + \vec{N} + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$
B. ( ) $\vec{P} + \vec{M} = \vec{R} + \vec{N}$
C. ( ) $\vec{P} + \vec{R} = \vec{M} + \vec{N}$
D. ( ) $\vec{P} - \vec{R} = \vec{M} - \vec{N}$
E. ( ) $\vec{P} + \vec{R} + \vec{N} = \vec{M}$

12. A figura mostra três vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$. De acordo com a figura podemos afirmar que:



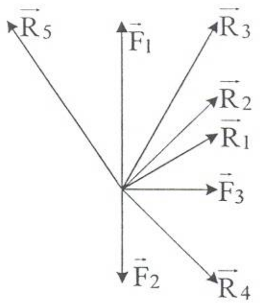
A. ( ) $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{0}$
B. ( ) $\vec{A} = \vec{B} - \vec{C}$
C. ( ) $\vec{B} - \vec{A} = \vec{C}$
D. ( ) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$
E. (X) $\vec{A} = \vec{B} + \vec{C}$

13. Na figura abaixo estão desenhados dois vetores $(\vec{x}$ e $\vec{y})$. Estes vetores representam deslocamentos sucessivos de um corpo. Qual é o módulo do vetor igual a $\vec{x} + \vec{y}$? (A escala da figura é 1:1.)



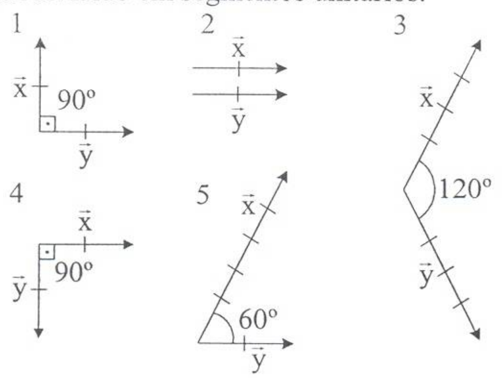
A. ( ) 4 cm B. ( ) 5 cm C. ( ) 8 cm
D. ( ) 13 cm E. ( ) 25 cm

14. A resultante dos três vetores $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ mostradas na figura é:



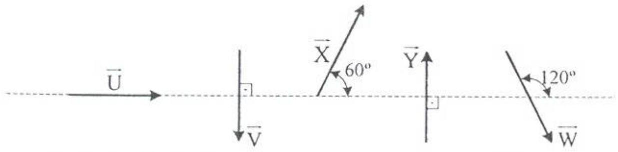
A. ( ) $\vec{R}_1$ B. ( ) $\vec{R}_2$ C. ( ) $\vec{R}_3$
D. ( ) $\vec{R}_4$ E. ( ) $\vec{R}_5$

15. Nas figuras seguintes estão representados pares de vetores $(\vec{x} \text{ e } \vec{y})$, nos quais cada segmento orientado está subdividido em segmentos unitários.



Quais destes pares têm a mesma resultante?
A. ( ) 1 e 5 B. ( ) 2 e 4 C. ( ) 3 e 5
D. ( ) 2 e 3 E. ( ) 2 e 5

16. Dados os vetores $\vec{U}$, $\vec{V}$, $\vec{X}$, $\vec{Y}$ e $\vec{W}$ de mesmo módulo, qual das relações abaixo está correta?



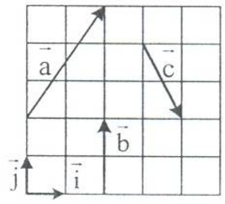
A. ( ) $\vec{U}+\vec{W}=\vec{Y}$ B. ( ) $\vec{X}+\vec{W}=\vec{U}$
C. ( ) $\vec{X}+\vec{Y}=\vec{U}$ D. ( ) $\vec{X}+\vec{Y}+\vec{V}=\vec{U}$
E. ( ) $\vec{U}+\vec{V}+\vec{Y}=\vec{W}$

17. Considere um relógio com mostrador circular de 10 cm de raio e cujo ponteiro dos minutos tem comprimento igual ao raio do mostrador. Considere esse ponteiro como um vetor de origem no centro do relógio e direção variável. O módulo da soma dos três vetores determinados pela posição desse ponteiro quando o relógio marca exatamente 12 horas, 12 horas e 20 minutos e, por fim, 12 horas e 40 minutos é, em cm, igual a:

A. ( ) 30 B. ( ) $10\left(1+\sqrt{3}\right)$
C. ( ) 20 D. (X) zero

18. O vetor representativo de uma certa grandeza física possui a intensidade igual a 2. As componentes ortogonais desse vetor medem $\sqrt{3}$ e 1. Qual o ângulo que o vetor forma com a sua componente de maiôs intensidade?

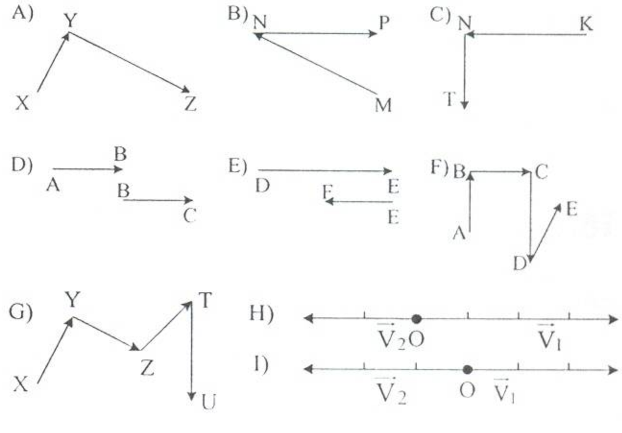
19. No gráfico abaixo estão representados três vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$. Os vetores $\vec{i}$ e $\vec{j}$ são unitários. Analise as expressões:



(I) $\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}$
(II) $\vec{b}=2\vec{j}$
(III) $\vec{b}+\vec{c}=+1\vec{i}$

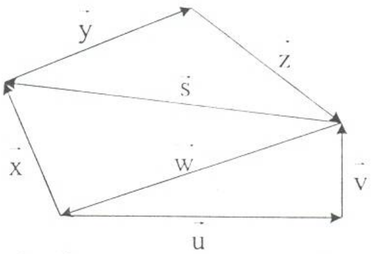
Podemos afirma que:
A. ( ) são corretas apenas a (I) e a (II).
B. ( ) são corretas apenas a (II) e a (III).
C. ( ) são corretas apenas a (I) e a (III).
D. (X) são todas corretas.
E. ( ) há apenas uma correta.

20. Represente o vetor soma dos seguintes vetores:



21. Dados dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ de soma $\vec{S}$ e diferença $\vec{D} = \vec{a} - \vec{b}$, esboce, num só diagrama, as quatro grandezas vetoriais citadas.

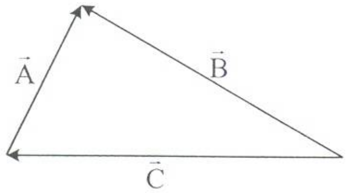
22. Dado o conjunto de vetores, marque V para as equações verdadeiras e F para as falsas.



A. ( ) $\vec{y} + \vec{z} = \vec{s}$
B. ( ) $\vec{x} + \vec{w} = -(\vec{y} + \vec{z})$
C. ( ) $\vec{y} + \vec{w} + \vec{z} = -\vec{x}$
D. ( ) $\vec{s} - \vec{x} = \vec{u} + \vec{v}$
E. ( ) $\vec{u} + \vec{v} + \vec{s} + \vec{x} = \vec{0}$
F. ( ) $-\vec{u} + \vec{x} + \vec{y} + \vec{z} - \vec{v} = \vec{0}$

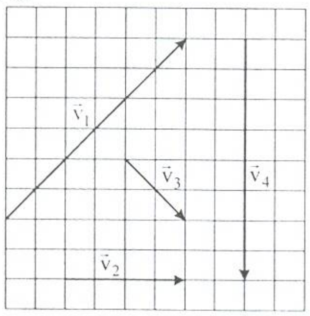
23. São grandezas escalares:
A. ( ) tempo, deslocamento e força.
B. ( ) força, velocidade e aceleração.
C. ( ) tempo, temperatura e volume.
D. ( ) temperatura, velocidade e volume.

24. Observe a figura. Ela nos informa que:



A. ( ) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$
B. ( ) $\vec{C} + \vec{A} = \vec{B}$
C. ( ) $\vec{C}^2 + \vec{A}^2 - \vec{B}^2 = \vec{0}$
D. ( ) $\vec{B} + \vec{C} = \vec{A}$
E. ( ) $\vec{A}^2 + \vec{B}^2 = \vec{C}^2$

25. No esquema estão representados os vetores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ e $\vec{v}_4$. A relação vetorial correta entre esses vetores é:



A. ( ) $\vec{v}_1 + \vec{v}_4 = \vec{v}_2 + \vec{v}_3$
B. ( ) $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \vec{v}_4 = \vec{0}$
C. ( ) $\vec{v}_1 + \vec{v}_3 + \vec{v}_4 = \vec{v}_2$
D. ( ) $\vec{v}_1 + \vec{v}_4 = \vec{v}_2$
E. ( ) $\vec{v}_1 + \vec{v}_3 = \vec{v}_4$

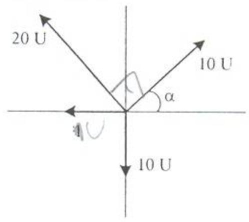
26. A soma de dois vetores ortogonais, isto é, perpendiculares entre si, um de módulo 12 e outro de módulo 16, terá módulo igual a:
A. ( ) 4
B. ( ) um valor compreendido entre 12 e 16
C. ( ) 20
D. ( ) 28
E. ( ) um valor maior que 28

27. Assinale a alternativa errada. Dado o número real k e o vetor $\vec{v}$, então:
A. ( ) o vetor $\vec{u} = k\vec{v}$ tem o mesmo sentido de $\vec{v}$ se $k > 0$.
B. ( ) o vetor $\vec{w} = k\vec{v}$ tem sentido contrário de $\vec{v}$ se $k > 0$.
C. ( ) a direção de $\vec{g} = k\vec{v}$ é sempre igual à direção de $\vec{v}$ qualquer que seja $k \neq 0$.
D. ( ) se a direção de $\vec{g} = k\vec{v}$ é diferente da direção de $\vec{v}$, $k < 0$.

28. Determine o vetor soma $\vec{S}$ em cada caso a seguir, calculando o seu módulo e o ângulo formado com a horizontal:

a)

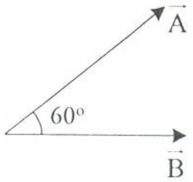
b)



sen α = 0,6
cos α = 0,8

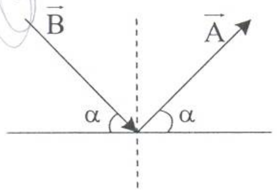
29. Determine o vetor diferença $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$ em cada caso a seguir, calculando seu módulo e o ângulo formado com a horizontal:

a)



$|\vec{A}| = 8$ U
$|\vec{B}| = 3$ U

b)

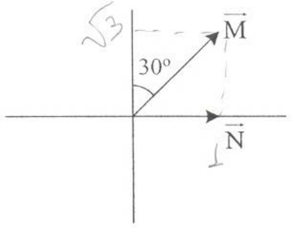


sen α 0,6
cos α 0,8
$|\vec{A}| = |\vec{B}| = 20N$

30. Determine o vetor $\vec{X}$ que satisfaz cada equação vetorial abaixo:

$4.(5\vec{N} - 4\vec{M} + \vec{X}) = 0$

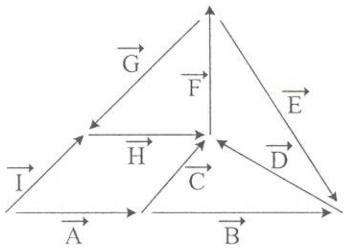
$5.(1,0) - 4(1, \sqrt{3}) + \vec{x} = \vec{0}$
$\vec{x} = (4, 4\sqrt{3}) - (5;0)$
$= (-1, 4\sqrt{3})$



$|\vec{M}| = 2$

$|\vec{N}| = 1$

31. Qual das relações abaixo não é satisfeita pelos vetores a seguir:



A. ( ) $\vec{B} + \vec{D} = \vec{C}$
B. ( ) $\vec{A} + \vec{C} = \vec{H} + \vec{I}$
C. ( ) $\vec{E} + \vec{D} - \vec{H} = \vec{G}$
D. ( ) $\vec{A} + \vec{B} - \vec{E} + \vec{G} = \vec{I}$
E. ( ) $\vec{I} - \vec{G} = \vec{H} + \vec{F}$

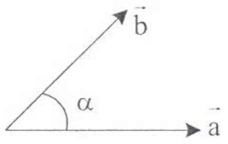
32. Dados:

$|\vec{a}| = 13$, $|\vec{b}| = 19$ e $|\vec{a} + \vec{b}| = 24$,

calcular $|\vec{a} - \vec{b}|$

$S^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos\alpha$
$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$
$S^2 + d^2 = 2(a^2 + b^2)$
$d^2 = S^2 + 2(a^2 + b^2)$
$d = 22$

33. Quais condições devem satisfazer os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ para que se tenham as relações seguintes:



a) $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$

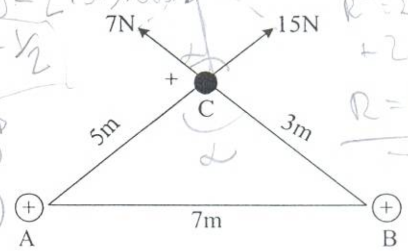
b) $|\vec{a} + \vec{b}| > |\vec{a} - \vec{b}|$

c) $|\vec{a} + \vec{b}| < |\vec{a} - \vec{b}|$

34. No esquema a seguir, as cargas positivas A e B repelem a carga C com forças de 15N e 7N, respectivamente.
Determine o módulo da força resultante na carga + C.

$49 = 25 + 9 - 2.5.3.\cos\alpha$
$\cos\alpha = -1/2$

$R^2 = 225 + 49 + 2.7.15.(-1/2)$
$R = 13\ N$



35. Define-se velocidade relativa de um de um móvel A em relação a um móvel B pela equação vetorial

$$\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A - \vec{V}_B$$

$\vec{V}_{AB}$ = velocidade de A em relação a B.
$\vec{V}_A$ = velocidade de A em relação a Terra.
$\vec{V}_B$ = velocidade de B em relação a Terra.

Determine $\vec{V}_{AB}$ nos seguintes casos:

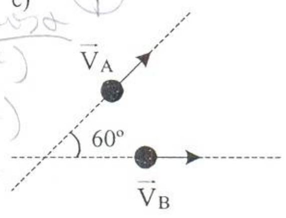
a)

$V_A = 10$ m/s
$V_B = 4$ m/s

b)

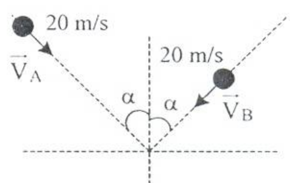
$V_A = 2$ m/s
$V_B = 3$ m/s

c)



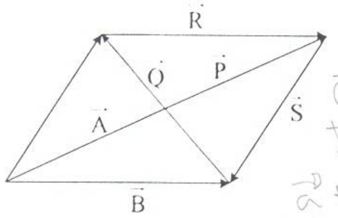
$V_A = 15$ m/s
$V_B = 7$ m/s

d)



sen α = 0,6
cos α = 0,8

36. Considere a figura abaixo. Determine os vetores (a) $\vec{P}$; (b) $\vec{R}$; (c) $\vec{S}$; (d) $\vec{Q}$, em termos dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$.



$\vec{a} = (4,0,3)$
$\vec{b} = (-2,5,-1)$
$\vec{a}+\vec{b} = (2,5,2)$
$|\vec{a}+\vec{b}| = \sqrt{4+25+4} = \sqrt{33}$

37. Determine os módulos dos componentes da resultante e o módulo da resultante da soma de dois deslocamentos vetoriais $\vec{a}$ e $\vec{b}$. Suponha que os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ possuam os seguintes componentes em relação a um sistema cartesiano ortogonal:

$a_x = 4$, $b_x = -2$; $a_y = 0$, $b_y = 5$; $a_z = 3$, $b_z = -1$

38. Dois vetores são dados por: $\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ e $\vec{b} = 3\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$. Determine:

a) $\vec{a} + \vec{b}$ b) $\vec{a} - \vec{b}$ c) $-\vec{a} + \vec{b}$

39. Dados dois vetores $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j}$ e $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j}$, determine o módulo e a direção de $\vec{a}$, de $\vec{b}$, de $(\vec{a} - \vec{b})$, de $(\vec{a} + \vec{b})$ e de $(\vec{b} - \vec{a})$.

40. Uma partícula sofre três deslocamentos sucessivos sobre um plano: 2 m de Norte para Sul, 4 m de Oeste para Leste e 12 m de baixo para cima numa direção que forma um ângulo de 60º com a direção Oeste-Leste. Escolha o eixo Ox apontando no sentido Oeste-Leste e o eixo Oy no sentido Sul-Norte. Faça a origem O coincidir com a origem dos deslocamentos. Determine:

a) os componentes de cada deslocamento,
b) os componentes do deslocamento R resultante,
c) o módulo, a direção e o sentido do deslocamento resultante.

$\vec{a} = (0,-2)$ m
$\vec{b} = (4,0)$ m
$\vec{c} = (6, 6\sqrt{3})$ m
12 cos 60°
12 sen 60°
$\vec{r} = (10, 6\sqrt{3}-2)$ m
$tg\,\theta = \frac{y}{x}$

41. Considere o problema 38. Determine o vetor $3\vec{a} - 2\vec{b}$.

42. Um vetor u tem módulo igual a 15 unidades e um vetor v possui módulo igual a 10 unidades. Os dois vetores formam entre si um ângulo de 45º. Calcule:

a) o produto escalar destes vetores,
b) o módulo do produto vetorial destes vetores.

43. Considere dois vetores dados por:

$$\vec{u} = u_x\hat{i} + u_y\hat{j} + u_z\hat{k} \text{ e } \vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$$

Determine o produto escalar $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

44. Use a definição de produto escalar $\vec{u} \cdot \vec{v} = uv \cos \phi$ e o resultado do problema anterior para determinar uma expressão para o ângulo ϕ entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

45. Obtenha analiticamente o produto vetorial dos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ mencionados no problema 43 em termos dos componentes destes vetores.

46. Dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ possuem componentes, dadas por: $u_x = 3$, $u_y = 2$, $v_x = 1$, $v_y = 6$.

a) Ache o ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$.
b) Determine os componentes de um vetor $\vec{w}$ perpendicular ao vetor $\vec{v}$ contido no plano xOy e que possua módulo igual a 4 m.
c) Obtenha os componentes e o módulo do vetor $2\vec{u} - \vec{v}$.

47. As coordenadas de três pontos são dadas por: A(2, 2, 5); B(1, 0, 2); C(1, 1, 2). Considere um vetor $\vec{u}$ com origem no ponto C e extremidade no ponto A e outro vetor $\vec{v}$ com origem no ponto B e extremidade no ponto A. Determine:

a) $\vec{u} \cdot \vec{v}$ b) $\vec{u} \times \vec{v}$.

$\vec{u}$ C(1,1,2)
A(2,2,5) $\vec{v}$ B(1,0,2)

48. São dados quatro vetores coplanares, de 8, 12, 10 e 6 unidades de comprimento, respectivamente; os três últimos fazem, com o primeiro, os ângulos de 70º, 150º e 200º, respectivamente. Determine o módulo e a direção do vetor resultante.

49. Dar as equações de uma reta no espaço que passa pelo ponto (1, 2, 5) e paralela à reta que passa por (3, 0, 1) e (–1, 2, 1).

$\vec{a} = (x-1, y-2, z-5)$
(x,y,z)
(1,2,5) $\vec{a}$
$\vec{u} = (-4,2,0)$
(-1,2,1)
(3,0,1)

$m \in \mathbb{R}$

$(x-1, y-2, z-5) = m(-4,2,0)$

Capítulo 1 - Álgebra

1.1. Números relativos

1. $\frac{4}{3}$	2. $\frac{1}{2}$	3. 16
4. $\frac{1}{81}$	5. -9	6. 0,00005
7. 1	8. -3	9. $\frac{129}{8}$
10. $\frac{139}{40}$	11. $\frac{23}{2}$	12. $\frac{397}{63}$
13. $6\frac{431}{990}$	14. $\frac{2}{9}$	15. $\frac{2}{3}$
16. $4\frac{6}{25}$	17. $\frac{4}{93}$	18. 1782
19. 125	20. 11,5	21. A
22. C	23. D	24. D
25. A	26. $\frac{30}{377}$	27. $\frac{22}{3}$
28. $-\frac{6}{5}$	29. $\frac{2}{9}$	30. A
31. 18	32. A	33. D
34. D	35. 10^{-3}	36. A
37. 64	38. 4	

1.2. Expressões algébricas

1. C	2. B	3. $\frac{3}{2}$
4. A	5. 4	6. B
7. B	8. C	9. B
10. A	11. E	12. D
13. 18		

1.3. Multiplicação

1. $20x^5y^3$ 2. $12ab^{-3}$ 3. $-5x^{-\frac{5}{2}}y^{-\frac{1}{3}}z^2$
4. $15x^4y^6 - 25x^5y^5 - 10x^6y^4 + 5x^7y^3 - 5x^2y^2$
5. $-6x^5y + 4x^4y^2 - \frac{3}{5}x^3y^3 + 6x^2y^3$
6. $-12n^{y+p-4} + 18m^{x+5}n^{y+1} - 3m^{2-x}n^{y-2}$
7. $6a^{2m} - 8a^mb^n + 10a^mc^p - 9a^mb + 12b^{n+1} - 15bc^p$
8. $27a^4b^3 - 16a^3b^4 + 12a^2b^5 - 2ab^6 - 18a^5b^2 - 3b^7$
9. $\frac{3}{4}a^5 - \frac{5}{6}a^4 + \frac{91}{72}a^3 - \frac{163}{90}a^2 + \frac{17}{15}a - \frac{3}{5}$

1.4. Operações algébricas

1. $x^3 - 2x^2 - 6x + 27$
2. $x^4 - x^3 - 3x^2 + x + 2$
3. $x^9 - x^8 - x^7 + 8x^5 - 6x^4 - x^3 - x^2 + 13x - 42$
4. $y - 1$
5. $\frac{9}{2}x^5 - \frac{33}{4}x^4 - 7x^3 + \frac{73}{4}x^2 - 7x + \frac{3}{4}$

6. $1 - 9x^2$	7. $9x^2 - \frac{y^2}{4}$	8. $a^2 + 2ab + b^2 - c^2$
9. 1	10. $2b^2 + 2ab$	11. $a^{\frac{2}{3}}$
12. $a^{-\frac{1}{2}}$	13. $-x^k$	14. $b - a + 1$
15. $1 + ax - a^2x^2$		

16. $-3a^{m+1-n}b^{-3} + \frac{5}{2}a^{m-n}b^{-2} - 9a^{m-1-n}b^{-1} + 2a^{m-n-2}$

17. $3x - 1$	18. $2x^{-1}$	19. $5x + 1$
20. $2x + 3$	21. x^2	22. $Q = 2x^2 + 3x - 3$
23. $x + y$	24. $x^2 + 10$	25. $Q = x - 2$ e $R = 5x - 1$
26. $Q = 4x^3 - 2x + 1$ e $R = 6$		
27. B	28. D	29. B
30. $b = 3$	31. D	32. C
33. A	34. A	35. C
36. $2x^4 + 3x^3 - 5x - 2$		
37. $xy(x + y)$	38. B	39. E
40. B	41. $x^2 - 2$	42. E
43. A	44. C	45. A
46. E	47. B	

1.5. Fatoração algébrica

1. $2x(2x - y)$	2. $3a^2x(2a^3x^2 - 1 - 3ax)$
3. $a.(b + 1)(1 + a)$	4. $(m - n)(4x - 1)$
5. $(m - n)(x - 1)$	6. $(x - 2)^2$
7. $(2a - 3b)^2$	8. $\left(abc + \frac{1}{2}\right)^2$
9. $\left(1 - \frac{x}{2y}\right)^2$	10. $\left(x^{m+1} - \frac{1}{x^m}\right)^2$
11. $(a - 3)(a - 4)$	12. $(x - 1)(x + 2)$
13. $(b + 5a)(b - 11a)$	14. $(a - 8b)(a + 9b)$
15. $(y + 3x)(12x + y)$	
16. $(16y^4 + a^4)(4y^2 + a^2)(2y + a)(2y - a)$	
17. $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)$	18. $(m^{x+1} + 1)(m^{x+1} - 1)$
19. $(x + 2y - z)(x - 2y + z)$	20. $(7a - 3b)(3a - 7b)$
21. $(1 + x)(1 + 3y)$	22. $(m + 1)(m^2 + 1)$
23. $(x - 2)(x + 1)(x - 1)$	24. $(2 + b)(1 - a)$
25. $(a - m)(ab - c)$	26. $(x - y + a)(x - y - a)$
27. $(x - y)(8z - 3)$	28. $(4x^2 + 1)(2x + 1)(2x - 1)$
29. a) $(a^2 + 4b^2)^2$; b) $9xy^{-2}(xy^3 + 9)$	
30. $x(x - 5)(x - 7)$	31. $(x + 1)^2(x - 1)$
32. $4ax(bx - 1)(bx + 1)$	33. $xyz(x + y + z)(x + y - z)$
34. $(a - b + c)(b + c - a)(a + b - c)(a + b + c)$	
35. $x^2y^2(x^2 + x^2y^2 + y^2)$	36. $(a + 7)(a - 1)$
37. $60ab$	38. $8(a + b + c)(a - c)$
39. $\left(\frac{x}{11} + \frac{y}{13}\right)\left(\frac{x}{11} - \frac{y}{13}\right)$	40. $(x - 1)^3$
41. $(5p + 3q)(3m + 2n)$	42. $4a$
43. $5x^{m-1}(x^2 + 7)$	44. $\left(\frac{3x + y}{2}\right)\left(\frac{x - y}{2}\right)$
45. a) $(4x + y)(3b - 2)$; b) $(7y^8 - 6a^4)(7y^8 + 6a^4)$	
46. $(5a + 4b)(5a - 4b)$	
47. $2(m - 7)(m^2 + 7m + 49)$	
48. $3(x - 1)(x - 2)$	
49. $(a - b^2)(a + b)(a - b)$	
50. Produto de Stevin	

51. $(a - y)(b + y)$	52. D	53. A
54. B	55. A	56. B
57. 0		

1.6. MDC & MMC de expressões algébricas

1. xy	2. $42 \cdot a^{n+3} \cdot b^3 \cdot x^{n+4} \cdot y^2$	
3. $3xyz$	4. $x + 2$	5. $x + 1$
6. $y - 1$	7. $(x - 1)^2(x + 1)$	8. $(x + 1)$
9. B	10. D	11. A

1.7. Frações algébricas

1. $-\frac{6a^2}{bcd}$ 2. $\frac{b+c}{2(b-c)}$ 3. $\frac{x-y}{a-b}$
4. $\frac{2x+3y}{2x-3y}$ 5. $\frac{a^2+b^2}{a^2b^2}$ 6. $\frac{3}{x^n}$
7. $\frac{2m-24}{m^2-4m+3}$ 8. $\frac{4x^2+3}{x^2-1}$ 9. $\frac{7}{10xz}$
10. $\frac{3m}{2m+2n}$ 11. $\frac{a-b}{3b-2a}$ 12. $\frac{3(a+1)}{(a-2)(x-y)}$
13. $\frac{m^2-6m+8}{m^2+2m-3}$ 14. $1-a$ 15. $\frac{1}{a}$
16. $\frac{10ab}{3a-3b}$ 17. $\frac{2-a}{3}$ 18. 1
19. $x-2$ 20. $\frac{x-3}{x-5}$ 21. $\frac{1}{x+a}$
22. $\frac{x+y-z}{x-y+z}$ 23. $x-a$ 24. $\frac{x+3}{2}$
25. $\frac{x+1}{x}$ 26. $\frac{x+y+z}{x-y+z}$ 27. $\frac{x+4}{x-5}$
28. 0 29. $\frac{-\left(x^2+1\right)}{(x+1)(x-1)^2}$
30. $\frac{ax-1}{ax-a}$ 31. $\frac{2}{x^3}$ 32. y
33. $\frac{b}{a}$ 34. $x+5$ 35. $\frac{x-4}{x-5}$
36. $\frac{x^2-1}{x^2+x-1}$ 37. $\frac{a-1}{a+1}$ 38. $\frac{b}{a}$
39. x 40. 1 41. $\frac{a(a-b)}{b(a+b)}$
42. $\frac{1}{x^2+y^2}$, se $x > y$ 43. $\frac{1}{y}-\frac{1}{x}$ 44. 0
45. $\frac{(a+b)^2}{2-a+b}$ 46. -32 47. E = C
48. C 49. C 50. -2
51. x^2-xy+y^2 52. D 53. A
54. A 55. A 56. B
57. 2 58. 4 59. C
60. E 61. B 62. B
63. E 64. A 65. A
66. B 67. $x-2$ 68. D
69. 0 70. $(x-1)^2$ 71. C

1.8. Equação do 1º grau a uma variável

1. 5 2. -2 3. $\frac{1}{2}$
4. 12 5. 7 6. 4
7. 2 8. 7 9. $-\frac{4}{7}$
10. $y \neq \pm 3$ 11. -4 12. 8
13. 1 14. $\frac{2}{3}$ 15. 2
16. $p \neq 2$ e q (qualquer)
17. $\frac{8}{15}$ 18. 2 19. $m = 0$ e $p \neq \frac{2}{3}$
20. $m = -3$; $p = -\frac{1}{3}$ 21. $p = -2$; $q = 3$ 22. $\frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc+ac}$
23. n^2, sendo $n \neq 0$ 24. $\frac{bc^2}{a^2}$ 25. $\frac{1}{2-m}$ $m \neq 2$
26. $\frac{-ab}{c-b}$, $b \neq c$ 27. $a+b$ 28. $k = \frac{1}{5}$
29. $3a-b = 48$ 30. $x \neq \pm 1$ 31. $k = -1$
32. número ilimitado de raízes (equação indeterminada)
33. $\frac{2}{7}$ 34. $x = 0$; $a \neq -b$ 35. $\frac{a}{a-1}$, $a \neq 1$
36. $\frac{1}{4}$ 37. 1 38. 17
39. -2 40. $a = \frac{b}{k-c}$, $k \neq c$ 41. 3
42. $\frac{13}{111}$ 43. $\frac{2}{b}$; $b \neq 0$ 44. 9
45. $-ab$; $a \neq b$ 46. $\frac{a^2+b^2}{a+b}$, $a \neq -b$
47. $\frac{6}{3-a}$, $a \neq 3$ 48. $a-b$ 49. $x \neq \pm 1$
50. 2
51. a) se $p \neq 0$ (equação determinada);
b) se $p = q = 0$ (equação indeterminada);
c) $p = 0$ e $q \neq 0$ (equação impossível)
52. E 53. D

1.9. Sistemas de equações do 1º grau

1. 11 e $\frac{20}{3}$ 2. 2 e 3 3. 1,5 e 2
4. b, 2a 5. $\frac{6a}{7}, \frac{17b}{14}$ 6. $a-b$; $a+b$
7. 10 e 8 8. 8 e 2 9. $\frac{5}{4}$ e $\frac{5}{2}$
10. 4 e 2 11. A e B 12. $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}$
13. 3 e $\frac{3}{2}$ 14. 2 e 5 15. 4 e 9
16. 1 e 1 17. 4 e -1 18. $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{3}$
19. 2 e 1 20. -1 e 2 21. 4 e 5
22. 6 e $\frac{7}{2}$ 23. 2 e 1 24. 5 e 1
25. 3 e 2 26. 10 e 3

1.10. Problemas do 1º grau

1. 48 2. 28 e 4 3. 120 e 685
4. 10 5. -105 6. 5
7. 16 8. 73 e 37 9. 63
10. 24 11. 98
12. 17 galinhas e 4 carneiros
13. 16 cédulas de R\$ 5, 00 e 19 de R\$ 10, 00
14. 756 de R\$ 5, 00 e 490 de R\$ 10, 00
15. 9 galinhas e 6 coelhos
16. pai, 30 anos e filho, 10 anos
17. pai, 44 anos e filho 22 anos
18. 20 anos 19. pai, 35 anos e filho 15 anos
20. R\$ 720, 00 21. R\$ 200, 00 22. 25 dias
23. $3\frac{3}{7}$ d 24. 10 dias 25. $10\frac{4}{5}$ d

26. 144 min **27.** 8 min

28. 1º torneira enche em 37 min. 30 seg. e a 2º em 25 min

29. 4 litros **30.** 720 litros **31.** 30 e 6 litros

32. 30 min **33.** 4h 30 min **34.** 200 km

35. 450 m **36.** 5 km/h **37.** 12 km/h

38. 3h 16 min $21\frac{9}{11}$ seg

39. 4h 54 min $32\frac{8}{11}$ seg

40. 300 **41.** 96 **42.** $\frac{84}{276}$

43. $\frac{3}{5}$ **44.** João 24 e Pedro 15

45. 30 e 40 **46.** 248 **47.** 9m/s e 3m/s

48. 4 **49.** 248

50. João 33 e Pedro 12 anos

51. 15 de 6 rodas e 25 de quatro rodas

52. 35a e 10a **53.** 5 anos **54.** 423

55. 70 **56.** 37 **57.** 87 e 88

58. 72 **59.** 18 **60.** $\frac{5}{6}$ e $-\frac{1}{6}$

61. 3 anos **62.** $\frac{63}{135}$ **63.** 396

64. 9h 20 min **65.** 15 de R$ 2, 00 e 11 de R$ 0, 50

66. A, 25a e B, 10a **67.** 54 **68.** 20 km

69. C

70. 375 rapazes e 150 moças

71. 12 laranjas, 36 peras e 48 bananas

72. 35, 40 e 45 **73.** $\frac{k-3a}{3}, \frac{k}{3}$ e $\frac{k+3a}{3}$ **74.** 1, 75 e 1, 5

75. 2h 24 min **76.** 34 galinhas e 8 coelhos

77. 62 **78.** $\frac{3}{7}$ **79.** 325 km

80. 4 pássaros **81.** 20 **82.** C

83. D **84.** A

85. B **86.** B **87.** C

88. 32 **89.** 369 **90.** 20

91. 22 **92.** C

93. 13 **94.** 7 **95.**A

96.400 ml **97.**32 **98.**95

99.48 m^2.

1.11. Inequações e sistemas do 1º grau

1. $x < 6$ **2.** $x > 1\frac{1}{38}$ **3.** $x > 1$

4. $y > 1\frac{1}{13}$ **5.** $x \leq 12$ **6.** impossível

7. $x < 28$ **8.** $x < 10\frac{5}{12}$ **9.** impossível

10. $x < \frac{-1}{17}$ **11.** $x < 2$ **12.** $x < -5$

13. $x < 3$ **14.** $x > \frac{a^2+4}{a+2}$ **15.** $x > \frac{m-2}{m-1}$

16. $S = \{x \in r \mid x \geq 7\}$

1.12. Cálculos com radicais

1. a) $2\sqrt[3]{2}$; c) $\sqrt[5]{a}$; d) $a^2\sqrt[3]{b^2}$

2. $\sqrt[3]{ab}$ **3.** D **4.** B

5. D **6.** D **7.** A

8. E **9.** a) E; b) C; c) C; d) E; e) C

10. E **11.** D **12.** C

Exercícios Propostos

13. $\sqrt[4]{48a^6}$ **14.** $\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}$ **15.** $(a+b)\sqrt{a}$

16. $\frac{a-b}{a+b}\sqrt{b}$ **17.** $\sqrt{\frac{3}{5}}$ **18.** $\sqrt{a+b}$

19. a . b^p **20.** $\sqrt[12]{3^6}$, $\sqrt[12]{2^4}$ e $\sqrt[12]{5^3}$

21. $\sqrt[mn]{3^n}$, $\sqrt[mn]{2^m}$ **22.** $\sqrt{5}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[3]{2}$ **23.** $\sqrt[3]{9}, \sqrt[4]{3}, \sqrt[6]{3}$

24. $5\sqrt{a}+\sqrt{b}$ **25.** $2(2a+b)\sqrt{x}$ **26.** $11a\sqrt{a}$

27. $-7\sqrt{a+b}$ **28.** $\sqrt[3]{20}$ **29.** $\frac{24}{7}$

30. 1 **31.** $2(a-1)$ **32.** $\frac{4}{x}$

33. $\sqrt[4]{a^3b^2}$ **34.** $40ab\sqrt[5]{a^3b^4}$ **35.** $2\sqrt[3]{2}$

36. $10x^2$ **37.** $3\sqrt[12]{a^2b}$ **38.** $\sqrt[3]{5}$

39. $625x\sqrt[3]{x}$ **40.** $\sqrt[6]{7}$ **41.** $2\sqrt[6]{15}$

42. $5+2\sqrt{6}$ **43.** $b^2-2b\sqrt{a}+a$ **44.** $10+2\sqrt{5(5-x)}-x$

45. 1 **46.** $\sqrt{15+9\sqrt{2}}$

47. igual **48.** $24\sqrt{15}$ **49.** $10ab\sqrt{7ab}$

50. a) $xy^2\sqrt{2x}$; b) $2\sqrt[4]{8}$

51. $a\sqrt[3]{a^2}$ **52.** $3x\sqrt{xy}$

53. $ab(4\sqrt[3]{ab}+5\sqrt[3]{b})$

54. verifica **55.** 2 **56.** 12

57. $60\sqrt[6]{2}$ **58.** $\sqrt[72]{a}$ **59.** C

60. A **61.** C **62.** E

63. D **64.** $\sqrt{2}$

65. a = 81 **66.** 2

67. $\sqrt[12]{a^5}$ **68.** B

69. B **70.** $25\sqrt{2}$ **71.** D

72. a + b **73.** D

74. D **75.** D

76. 2) b > 0 e a ? 0 3) a > 0 10) a > 0

14) a > b > 0 ou a < b < 0 15) a = 0 e b = 0

16) a > b = –a 18) a + b > 0

19) m ? n, a = 0 e b = 0 é suficiente 21) m ? 0 e n ? 0

24) a = 0 e b = 0 25) x = 0 26) a = 0

27) a + b = 0 31) a = 1 ou a < –1 32) x > 0

33) a = 0 e b = 0 34) ab = 0 36) x > 0

37) a ? 0 e b > 0 44) x = 5 39) ab = 0

51) a = 0 52) xy = 0 54) a > 0 e a ? $\sqrt{3}$

59) a > 0 60) a = 0 61) mp = 0

63) a > 0 64) x = 0 e x ? 9/2 65) a = 0

67) a = 0 68) a = 0

69) x = 0 e x > y ou x < 0 e x < y 72) a = 0 e b = 0

=

1.13. Frações irracionais

1. E **2.** E **3.** $\frac{6+\sqrt[6]{2^5}}{2}$

4. A **5.** D **6.** A

7. D **8.** B

Exercícios Propostos

9. $3\sqrt[m]{2^{m-1}}$

10. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ **11.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$ **12.** $\frac{2\sqrt[5]{4a^3b^4}}{ab}$

13. $(a+b)\sqrt[3]{(a+b)^2}$ 14. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 15. $5-2\sqrt{6}$
16. $\sqrt{6}+2$ 17. $\sqrt{a}-1$ 18. $\sqrt{3}$
19. $2\sqrt{6+2\sqrt{5}}$ 20. $\sqrt{7}+2$ 21. V
22. $48+12\sqrt{15}$ 23. $3+\sqrt{3}$ 24. $\frac{17+8\sqrt{2}}{7}$
25. $2+\sqrt{3}$ 26. $\frac{1}{2}$ 27. $2-\sqrt{3}$
28. é verdadeira 29. C 30. A
31. B 32. $\frac{3+2\sqrt{3}}{-3}$ 33. $\frac{a-\sqrt{a^2-b^2}}{b}$
34. $\sqrt{2}-1$

1.14. Equação do 2º grau

1. $\left\{\frac{p+q}{k}, \frac{p-q}{k}\right\}$ 2. $\{3, 2\}$ 3. $\left\{a+b, \frac{a+b}{2}\right\}$
4. C 5. C 6. $\begin{cases} m=-2 \\ k=-1 \end{cases}$ ou $\begin{cases} m=+1 \\ k=+2 \end{cases}$
7. $m=3$ 8. $n^2 < 4mq$ 9. B
10. $k=-2$ 11. A 12. $(x^2-4x+1)\cdot a = 0,\ a \neq 0$
13. $(2x^2-10x+1)\cdot a = 0,\ a \neq 0$
14. 6 e 8 15. C 16. B
17. $x_2 = -\frac{3}{20}$ e $c = -\frac{9}{80}$ 18. $-\frac{1}{2}$
19. $(4+16=20)$ 20. A 21. A
22. dedução 23. $\left\{4, -\frac{2}{3}\right\}$ 24. $\{3a, 5a\}$
25. $\left\{\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}\right\}$ 26. $k = \pm 4$ 27. D
28. $k=2$
29. Terá raizes simétricas, quando $c < 0$; não tem raízes quando $c > 0$
30. $m=2$ 31. $c=75$ 32. $m = \frac{5}{4}$
33. A 34. D 35. C
36. D 37. $(x^2-2ax+a^2-b$
38. $(x^2-2x-1)\cdot$ 39. C
40. $(x^2-3kx+2k^2)\cdot \alpha = 0,\ \alpha \neq 0$
41. A 42. $(4x^2-4ax+a^2-b^2)\cdot \alpha = 0,\ \alpha \neq 0$
43. $(x^2-5x-6)\cdot \alpha = 0,\ \alpha \neq 0$ 44. $\frac{7}{3}$ e $\frac{1}{3}$
45. E 46. $+\sqrt{2}$ e $+3$ 47. D
48. $p = \frac{26}{3}$ 49. $-2, +1$ 50. -72
51. 6
52. a) $p=0$ e $q=-r^2-2rs-s^2$; b) $p = \frac{-2r}{s}$; e $q=-2r-s^2$;
c) $p=-r$ e $q = \frac{r^2-s}{4}$
53. D 54. D 55. E
56. D 57. B 58. $\frac{7}{12}$
59. B 60. C 61. A
62. -6 63. E 64. E
65. A 66. D

1.15. Problemas do 2º grau

1. -2 ou 5 2. 14 3. 0 ou 5
4. 3 ou $-\frac{1}{3}$ 5. 80 6. 15 e 16
7. 4 e 5 8. $\frac{3}{5}$ 9. 35
10. 30 11. 5 anos 12. 10 anos
13. 3, 5 e 7 14. 54 h e 27 h 15. 12 d e 20 km
16. 10 km/h e 9 km/h 17. 6 km/h 18. 24 km/h
19. 12 e R$ 150,00 20. 5 21. 27 e 5
22. 5 e 2 23. 8 e 4 24. 4 e 7
25. 16 cm e 12 cm 26. 5 27. A
28. 60 29. E 30. D
31. A 32. C

1.16. Transformações de radicais duplos

1. E 2. D 3. E
4. A 5. $2-\sqrt{2-a}$ 6. $a+\sqrt{b}$
7. $2+\sqrt{3}$ 8. B
9. $\begin{cases} 2, \text{ se } x \geq 2 \\ 2\sqrt{x-1}, \text{ se } 1 \leq x < 2 \end{cases}$
10. B 11. D 12. $\frac{1}{2}(\sqrt{34}+\sqrt{2})$
13. B 14. A

1.17. Equação irracional

1. -2 e 1 2. C 3. E
4. 7 5. A 6. E
7. D 8. C 9. $x=9$ e $y=4$

Exercícios Propostos

10. B 11. D 12. $\frac{16}{25}$
13. 5 14. 63 15. 3 e 19
16. 4 ou $\frac{1}{4}$ 17. -1 e 3 18. C
19. E 20. $x=9$ 21. $x=7$
22. $x=7$ 23. $x = \frac{\sqrt{5}}{2}$ 24. não é raiz
25. D 26. A 27. C
28. A 29. E

1.18. Funções

1. D, F 2. B 3. a) $f: x \to 3x$, b) $g: x \to x^2$
4. a) $f(0)=-1$; b) $f(-2)=-5$; c) $f(3)=5$
5. D 6. A
7. a) R; b) $\{x \in R \mid x \neq 3\}$; c) $\{x \in R \mid x \geq \frac{5}{2}\}$
8. D 9. A 10. A
11. 4 12. E

Exercícios Propostos

13. gráfico 14. a) nenhum; b) (1, 2) 15. $\{2, 5\}$
16. D 17. D 18. B ou C
19 C 20. B 21. A
22. $2+8+64=74$ 23. C 24. D
25. C 26. 4 27. B
28. E 29. A 30. 54
31. D 32. B 33. C
34 A 35 C 36 B

1.19. Trinômio e inequação do 2º grau

1. D 2. A 3. E
4. D 5. D 6. B
7. E 8. B
9. a) $\frac{1}{2}$ e $-\frac{1}{3}$; b) $x < -\frac{1}{3}$ ou $x > \frac{1}{2}$; c) $-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$
10. $2 < x < 5$ **11. A** 12. F
13. $m = 3$ 14. –8 (mínimo)
15. $(-\infty, -1) \cup (2 + \infty)$
16. C 17. B 18. A
19. 3 20. $\{x \in R \mid 3 \leq x \leq 4\}$
21. E 22. D 23. E
24. A 25. C 26. 40
27. D 28. B 29. D
30. C 31. C 32. E
33. B 34. a) $3 < x < 5$; b) nenhum; c) $x \neq -3$.
35. $3 < x \leq 6$ 36. $\{x \in R \mid x < \frac{1}{2} \vee < x < 5\}$
37. $\{x \in R \mid -3 < x < 2 \vee x > 5\}$
38. $\{x \in R \mid 1 < x < 2\}$
39. A 40. A
41. C 42. D 43. B
44.]1,4[45. $\{x \in R \mid -1 < x < 1$ ou $x < -2$ ou $x < 2\}$
46. C 47. 36 48. B
49. D 50. D
51. A 52. B 53. D
54. D 55. D 56. C
57. D 58. D 59. A
60. A 61. E
62. A 63. A

Capítulo 2 - Aritmética

2.1. Operações com números inteiros

1. 14 2. 239 3. 248
4. 9 e 18 5. 11 6. 11
7. 18905 8. 5831 9. 72
10. 803 11. 11, 13, 15, 17 e 19
12. 158 13. p + 1052 14. 2
15. 5389 16. 179, 183, 187, 191, 195, 199
17. 30, 61, 92, 18. 528 e 84 19. 758
20. C 21. C 22. B
23. E 24. D 25. 142857

2.2. Divisibilidade

1. 1, 1, 3, 1, 1, 0, 7, 4, 1, 7 e 21
2. 374232 3. 9 4. 3
5. a = 2 ou 8
6. b = 1 e a = 3 ou b = 5 e a = 8 ou b = 9 e a = 4
7. 432 e 936 8. 12 9. 24
10. 15 11. por 4, r = 0 e por 11, r = 6
12. por 3, r = 0 e por 6, r = 3
13. 5 14. 6 15. 1
16. d 17. 0 18. 9
19. 3 20. x = 6 e y = 1 21. 180 e 675
22. E 23. 0 24. x = 6 e y = 0
25. 2 26. a = 8 e b = 0 27. 36
28. 5 29. 7 30. 31
31. 2 32. B

2.3. Números primos

1. 797 é primo; 6509 não é primo
2. ±1, ±2, ±3, ±5, ±6, ±10, ±15, ±25, ±30, ±50, ±75 e ±150
3. 560 divisores (280 positivos)
4. $x = 14, y = 0$ $(2^{14} \cdot 3^0)$; $x = 4$ $y = 2$ $(2^4 \cdot 3^2)$; $x = 2$ $y = 4$ $(2^2 \cdot 3^4)$; $x = 0$ $y = 14$ $(2^0 \cdot 3^{14})$
5. 720, 1200, 1620, 4050, 7500 e 11250
6. 31 vezes 7. 220
8. o próprio número, seu oposto, +1 e –1
9. 22 10. A = 9 11. $x = \frac{n - 12}{12}$
12. B 13. 12672 divisores (6336 positivos)
14. 60 15. 60
16. ±1, ±2, ±3, ±4, ±5, ±6, ±8, ±9, ±10, ±12, ±15, ±18, ±20, ±24, ±30, ±36, ±40, ±45, ±60, ±72, ±90, ±120, ±180 e ±360
17. 300
18. é, porque o 1º produto contém todos os fatores primos do 2º e com expoentes iguais ou maiores.
19. 40 (20 positivos) 20. 48 21. ímpar
22. 899 não é primo, é divisível por 29 23. $7 \cdot 11^7$ e $7^7 \cdot 11$
24. 315 25. 35 26. –8
27. 5 28. 42 divisores (21 positivos)
29. 144 30. C 31. E
32. D 33. 4 34. C
35. D 36. A

2.4. Máximo Divisor Comum - MDC

1. 37 2. 93 3. 2493 e 1089
4. 31, 47 e 93 5. 16 divisores (8 positivos)
6. 45, 225, 315 e 495
7. 40 e 480; 80 e 440; 120 e 400; 160 e 360; 200 e 320; 240 e 280
8. 144 e 18 9. 16 e 480; 32 e 240; 48 e 160; 80 e 96
10. 105 e 180 11. 40 12. 18 litros
13. x = 0 e y = 2 14. D 15. D
16. C 17. C 18. 72, 36 e 24
19. 0,5m e 21 barras 20. 24 e 144; 48 e 120; 72 e 96
21. 1, 2, 3, 4, 6 e 12 22. primos entre si 23. E
24. 150 25. a = 5b ou b = 5a 26. 8
27. 400 e 280 28. b 29. 2
30. E 31. a = 4 e b = 2 32. C
33. 91 34. 283 35. 189
36. E

2.5. Mínimo Múltiplo Comum - MMC

1. 48 2. 630 3. 60
4. 889199 5. 2591820 6. 1800; 3600 e 2700
7. 125236 8. 6 9. 10105
10. 68 11. 50, 27 e 15 12. 320, 322 e 324
13. 4 e 12; 20 e 60 14. 40 e 36 15. 16 e 24; 8 e 48
16. 3 e 240; 15 e 48 17. 18 e 72; 24 e 36
18. 120, 180 e 240, 300, 360, 420; 480; 540, 600, 660, 720, 780, 840, 900 e 960
19. 24 20. 367 21. 60 minutos = 1 hora
22. 13h e 48 min 23. D 24. 21
25. 90 e 615 26. 352 27. D
28. C 29. 180 e 675
30. divisores de A e B: 2 e 3; múltiplos de A e B: nenhum
31. 20 e 28 32. 6 e 40 33. 66 e 77
34. 1/231 35. 1260, 1890, 2520, 3150 e 3780
36. A 37. B 38. E
39. A 40. C 41. E
42. D 43. E

2.6. Frações ordinárias

1. $1\frac{2}{35}$ 2. 3 3. $\frac{30}{45}$
4. $\frac{63}{72}$ 5. $\frac{35}{80}$ 6. $\frac{18}{90}$

7. $\frac{78}{768}$	8. $\frac{20}{55}$	9. 21
10. 3	11. $\frac{20}{45}$ e $\frac{45}{81}$	12. $\frac{72}{120}, \frac{120}{210}, \frac{210}{385}$
13. $\frac{32}{44}$ e $\frac{57}{45}$	14. $\frac{4}{14}$ e $\frac{15}{25}$	15. $\frac{15}{20}$
16. $\frac{5}{6}$	17. A	18. D
19. 490	20. $\frac{125}{336}$	21. $\frac{3}{5}, \frac{7}{10}, \frac{5}{7}$
22. $\frac{3}{5}$	23. $\frac{3}{28}, \frac{4}{21}, \frac{7}{12}, \frac{1}{84}$	
24. A		

2.7. Problemas com frações ordinárias

1. R$ 5,00	2. R$ 605,00	3. 285
4. R$ 113.050,00	5. 440	
6. 175 e 75	7. R$ 120,00	8. 90

9. R$ 280,00 e R$ 400,00
10. R$ 60,00, R$ 800,00 e R$ 300,00
11. 720,00 e R$ 400,00
12. R$ 350,00 e R$ 420,00; R$ 735,00 e R$ 600,00

13. 20 h	14. 126 min	15. 560 min
16. 300	17. Pedro = $\frac{1}{15}$ e Paulo = $\frac{14}{15}$	
18. R$ 576,00	19. 25	20. 500
21. 0,9	22. 8904	23. B
24. D	25. D	26. B
27. B	28. B	29. B
30. C		

2.8. Frações & números decimais

1. (dízima periódica composta) $\frac{15}{40}$ (decimal exata): $\frac{8}{21}$ (dízima periódica simples): $\frac{1}{27}$ (dízima periódica simples)
2. dízima periódica simples

3. $\frac{900}{907}$	4. $x = 3,\ y = z = 0$	5. $\frac{4304}{495}$
6. $\frac{7}{120}$	7. $\frac{125}{153}$	8. 1
9. B	10. 2	11. A

2.9. Razões & proporções

1. 12	2. C	3. E
4. $\frac{7}{16}$	5. $\frac{4}{5}$	6. $\frac{4}{5}$
7. A	8. A	9. E
10. E	11. D	12. A
13. C	14. A	15. D
16. C	17. A	18. B
19. C	20. demonstração	21. 21 e 35
22. D	23. 2 e 3	24. $x = 3; y = 7$ e $z = 5$
25. B	26. 0,3	27. 4
28. 0,5 1 e 1,5	29. $a = 5,\ b = 15,\ c = 10$ e $d = 20$	
30. A		

2.10. Divisão em partes proporcionais

1. 20, 50 e 80	2. 30 e 36	3. D
4. B	5. R$ 3.850,00	6. A
7. E	8. 25, 150 e 30	9. 1000 e 700
10. 300, 180 e 450	11. R$ 30,00	12. R$ 12.000,00
13. B	14. C	

15. R$ 4.000,00; R$ 6.000,00 e R$ 10.500,00
16. 40, 60 e 84 17. 4, 3, 2 e 1
18. teremos 3 soluções: 102, 68 e 51 ou 108; 72 e 54 ou 114; 76 e 57
19. 30, 40 e 100

2.11. Regra de três

1. 2h 37' 30"	2. 187,5m	3. 8d
4. 144 litros	5. a	6. 7h 12'
7. 8	8. 2h 24'	9. 20d
10. 3h	11. $3\frac{5}{9}$ d	12. $14\frac{1}{16}$ d
13. 64d	14. $17\frac{1}{4}$ d	15. 6h 30'
16. 34,9 lts	17. 15 operários	18. 867 lts
19. 26d 4h	20. 28d	21. 585
22. 24d	23. 8	24. d
25. 5,67m	26. 18d	27. 56d 6h
28. 12d 4h	29. A	30. D
31. A	32. 15	33. D
34. 35d	35. 135	36. D
37. D	38. 5	39. 3,75 h
40. B		

2.12. Porcentagem

1. R$ 2.100,00	2. R$ 250.000,00 e R$ 50.000,00	
3. R$ 5.000,00	4. R$ 75,00	5. $\frac{5}{4}$
6. R$ 425,00	7. R$ 10.000,00	8. 350
9. $7\frac{1}{7}\%$	10. 72.000,00	11. D
12. B	13. C	14. A
15. B	16. D	17. C
18. E	19. R$ 200,00	20. 12,5%
21. R$ 562.500,00 e R$ 157.500,00		22. R$ 3.500,00
23. ganhou R$ 10.718,00		24. $\frac{7}{4}$
25. R$ 192,50	26. $22\frac{2}{9}\%$	27. A
28. D	29. C	30. B
31. 35%	32. R$ 125,00	33. 15%
34. E	35. A	36. A
37. D	38. B	39. B
40. 20%	41. A	42. 20,12
43. C		

2.13. Juros simples

1. F	2. R$ 2.000,00	3. R$ 1.500,00
4. 1 mês, 15 dias	5. R$ 800.000,00	6. 2 anos e 6 meses
7. 7,5 anos	8. 9% a.m.	9. 12% a.a.
10. R$ 700,00	11. R$ 1.450,00	12. R$ 120.000,00
13. E	14. 1% a.m.	15. 1 ano e 8 meses
16. R$ 5,784,00	17. 5,875% a.a.	18. 7,5% a.a.
19. 10 anos	20. R$ 5.400,00	21. B
22. D	23. D	24. A

Capítulo 3 – Vetores e a Física

3.1. Exercícios Propostos

1. $\sqrt{41}$ **2.** $\approx 88{,}2°$ **3.** $4\sqrt{7}$
4. 10 **5.** $\vec{0}$ **6.** $|\vec{d}| = 3$, para a direita
7. $2\sqrt{21}$
8. $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}; \vec{b} = -3\vec{i} + 2\vec{j}; \vec{c} = -3\vec{i} - 2\vec{j}; \vec{d} = 3\vec{i}; \vec{e} = -2\vec{j}$
9. D **10.** A **11.** B
12. E **13.** B **14.** A
15. D **16.** B **17.** D
18. 30° **19.** D **20.** desenho
21. desenho **22.** FVVFFV **23.** C
24. B **25.** A **26.** C
27. B e D **28.** a) 7 e 38° b) 13 e 112,6°
29. a) 7 e 98,2° b) 32 e 0°
30. $-\vec{i} + 4\sqrt{3}\vec{j}$ **31.** E **32.** 22
33. a) perpendiculares b) $0 < \alpha < 90°$ c) $90° < \alpha < 180°$
34. 13 N
35. a) 6 m/s b) 5m/s c) 13 m/s d) 24 m/s
36. a) $\vec{P} = \vec{A} + \vec{B}$ b) $\vec{R} = \vec{B}$ c) $\vec{S} = -\vec{A}$ d) $\vec{Q} = \vec{A} - \vec{B}$
37. $\sqrt{33}$m
38. a) $6\vec{i} - 3\vec{j} - 3\vec{k}$ b) $-\vec{j} + \vec{k}$ c) $\vec{j} - \vec{k}$
39. $\sqrt{13}$
40. a) $-2\vec{j}; 4\vec{i}$ e $6\vec{i} + 6\sqrt{3}\vec{j}$ b) $10\vec{i} + (6\sqrt{3} - 2)\vec{j}$ c) $\approx 13{,}05$ m
41. $3\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}$ **42.** a) $75\sqrt{2}$ b) $75\sqrt{2}$
43. $\vec{u} \cdot \vec{v} = u_x \cdot v_x + u_y \cdot v_y + u_z \cdot v_z$
44. $\varnothing = \arccos\left(\dfrac{u_x \cdot v_x + u_y \cdot v_y + u_z \cdot v_z}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} \cdot \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}}\right)$
45. $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix}$
46. a) $\approx 46{,}8°$ b) $\left(\dfrac{-8}{\sqrt{13}}; \dfrac{12}{\sqrt{13}}\right)$ c) $(5; -2)$ e $\sqrt{29}$
47. a) 12 b) (–3; 0; 1)
48. 14,5 e 98° com o primeiro vetor
49. $(x; y; z) = (1 + 4t; 2 - 2t; 5), t \in R$

SISTEMA DE ENSINO
POLIEDRO

SISTEMA
DE ENSINO
POLIEDRO

www.sistemapoliedro.com.br
editora@sistemapoliedro.com.br