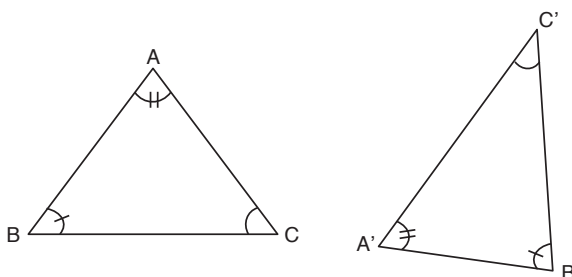


Semelhança de Triângulos

1 - Semelhança de Triângulos

Dois triângulos serão semelhantes se os três ângulos de um deles forem os mesmos três ângulos do outro. Isso significa que um triângulo pode ser obtido através do outro por uma ampliação ou redução. Percebemos, então, que; mesmo os ângulos sendo iguais, os lados não necessariamente serão (veremos um pouco mais à frente o que isso significa, caso aconteça).

Observação 1: Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre 180° , então, para concluirmos que dois triângulos são semelhantes, basta encontrarmos dois ângulos em comum, pois o terceiro ângulo, por consequência, também será igual.



Observação 2: Em triângulos semelhantes, os lados correspondentes formam uma proporção.

Lados correspondentes = Lados opostos aos mesmos ângulos.

Assim:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = K$$

Observação 3: A razão de semelhança não é válida apenas para os lados do triângulo, ela é válida para quaisquer segmentos correspondentes em ambos os triângulos, ou seja, considerando a razão de semelhança entre os lados igual a K, temos que:

$$\frac{\text{Altura ABC}}{\text{Altura A'B'C'}} = \frac{\text{Bissetriz ABC}}{\text{Bissetriz A'B'C'}} = \frac{\text{Mediana ABC}}{\text{Mediana A'B'C'}} = \frac{\text{Perímetro ABC}}{\text{Perímetro A'B'C'}} = K$$

Considerando alturas, bissetrizes e medianas correspondentes.

Uma consequência é a razão entre as áreas de triângulos semelhantes:

$$\frac{\text{Área ABC}}{\text{Área A'B'C'}} = K^2$$

Existem mais dois critérios de semelhanças de triângulos:

2° - LAL: Se dois triângulos tiverem dois lados proporcionais entre si, e o ângulo formado por esses lados proporcionais for o mesmo, os triângulos serão semelhantes, ou seja, todos os ângulos serão iguais e os lados homólogos (opostos a ângulos iguais) serão proporcionais.

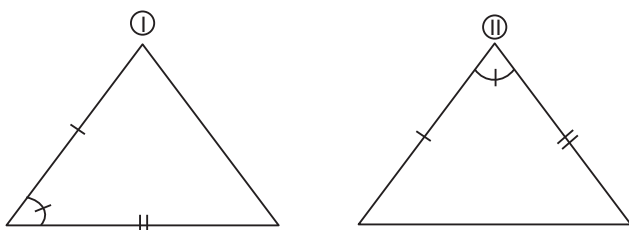
3° - LLL: Se dois triângulos tiverem os três lados proporcionais entre si, eles serão semelhantes.

2 - Congruência de Triângulos

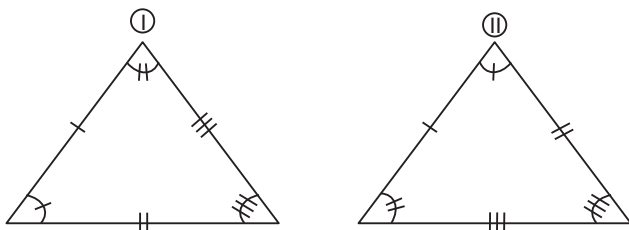
Para que dois triângulos sejam congruentes, basta satisfazer a um dos critérios a seguir:

- lado, ângulo, lado (LAL)
- ângulo, lado, ângulo (ALA)
- lado, lado, lado (LLL)
- lado, ângulo, ângulo oposto (LAAo)
- cateto, hipotenusa

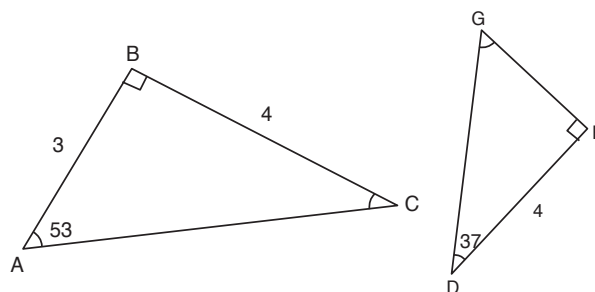
Observação: Quando dois triângulos são congruentes, todos os elementos (lados e ângulos) de um são iguais aos elementos do outro. Ou seja, congruência é um caso particular de semelhança, cuja razão de semelhança é igual a 1.



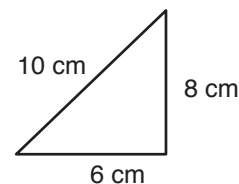
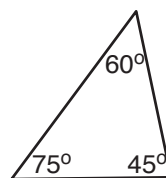
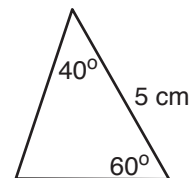
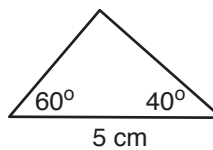
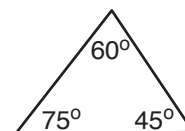
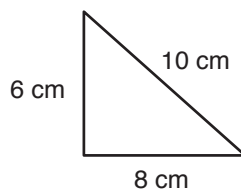
Repare que os triângulos I e II possuem dois lados iguais entre si e o ângulo formado por esses lados também é igual. Logo, os triângulos I e II são congruentes. Portanto:



1) ANALISE se os triângulos a seguir são congruentes:

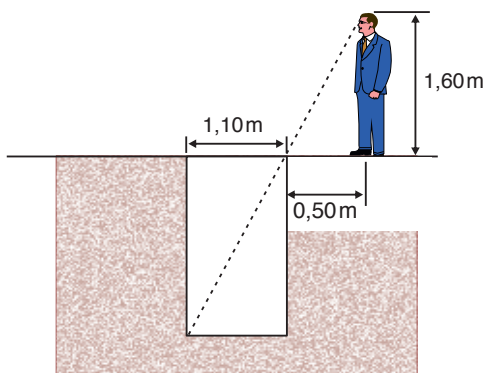


2) DETERMINE quais são os pares de triângulos congruentes entre si.



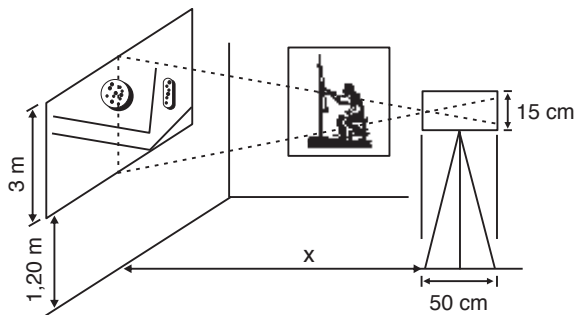
QUESTÕES DE SEMELHANÇA

1. (UFRS-1996) Para estimar a profundidade de um poço com 1,10 m de largura, uma pessoa, cujos olhos estão a 1,60 m do chão, posiciona-se a 0,50 m de sua borda. Dessa forma, a borda do poço esconde exatamente seu fundo, como mostra a figura.



Com os dados, a pessoa conclui que a profundidade do poço é

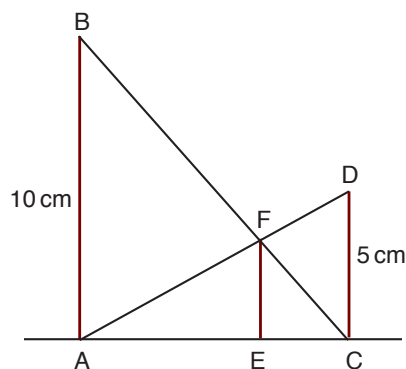
- A) 2,82 m B) 3,00 m C) 3,30 m
D) 3,52 m E) 3,85 m
2. (FAAP-1996) Um crítico de arte olha, através de uma câmara escura que tem 50 cm de comprimento, para um quadro pendurado de 3 metros de altura, cuja base está a 1,20 metros acima do solo, conforme a figura a seguir:



Sabendo que o quadro fornece uma imagem de 15cm, a distância "x" da câmara ao quadro (em metros) é

- A) 15 B) 3 C) 8 D) 12 E) 10

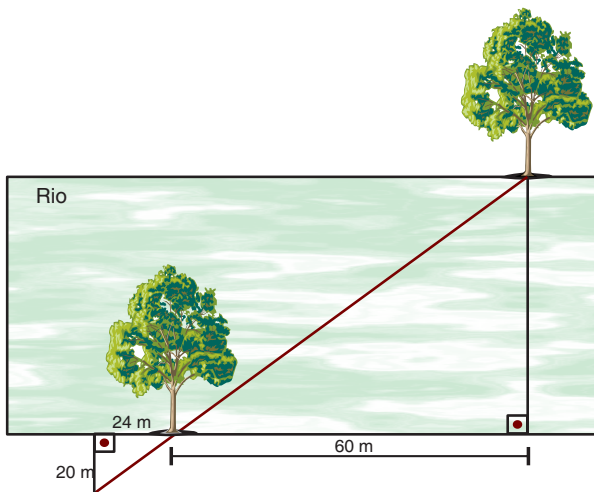
3. (UFRS-2001) Na figura a seguir AB, CD e EF são paralelos, AB e CD medem, respectivamente, 10 cm e 5 cm.



O comprimento de EF é

- A) $\frac{5}{3}$
B) 2
C) 3
D) $\frac{10}{3}$
E) 4
4. (UFMG-2003) Em determinada hora do dia, o sol projeta a sombra de um poste de iluminação sobre o piso plano de uma quadra de vôlei. Nesse instante, a sombra mede 16 m. Simultaneamente, um poste de 2,7 m, que sustenta a rede, tem sua sombra projetada sobre a mesma quadra. Nesse momento, essa sombra mede 4,8 m. A altura do poste de iluminação é de
- A) 8,0 m
B) 8,5 m
C) 9,0 m
D) 7,5 m

5. (CEFET/MG-2004) Duas árvores situadas em cada um dos lados de um rio estão alinhadas, conforme a figura. A largura do rio, em metros, é



- A) 48
B) 50
C) 60
D) 72
6. (ENEM-1998) A sombra de uma pessoa que tem 1,80 m de altura mede 60 cm. No mesmo momento, a seu lado, a sombra projetada de um poste mede 2,00 m. Se, mais tarde, a sombra do poste diminuiu 50 cm, a sombra da pessoa passou a medir
- A) 30 cm
B) 45 cm
C) 50 cm
D) 80 cm
E) 90 cm
7. (ENEM-2009) A rampa de um hospital tem, na sua parte mais elevada, uma altura de 2,2 metros. Um paciente, ao caminhar sobre a rampa, percebe que se deslocou 3,2 metros e alcançou uma altura de 0,8 metro. A distância, em metros, que o paciente ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa é
- A) 1,16 metros
B) 3,0 metros
C) 5,4 metros
D) 5,6 metros
E) 7,04 metros
8. (ENEM/2013) As torres Puerta de Europa são duas torres inclinadas uma contra a outra, construídas numa avenida de Madri, na Espanha. A inclinação das torres

é de 15° com a vertical e elas têm, cada uma, uma altura de 114 m (a altura é indicada na figura como o segmento AB). Essas torres são um bom exemplo de um prisma oblíquo de base quadrada e uma delas pode ser observada na imagem.

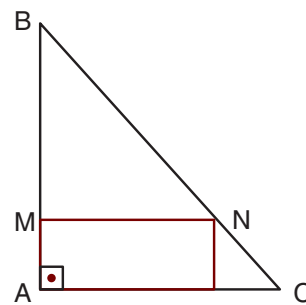


Disponível em: www.flickr.com.

Acesso em: 27 de mar. de 2012.

Utilizando 0,26 como valor aproximado para a tangente de 15° e duas casas decimais nas operações, descubra-se que a área da base desse prédio ocupa na avenida um espaço

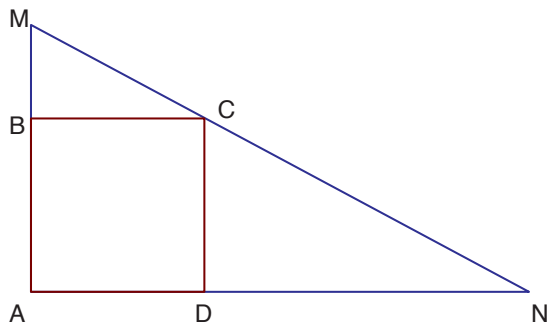
- A) menor que 100 m^2 .
B) entre 100 m^2 e 300 m^2 .
C) entre 300 m^2 e 500 m^2 .
D) entre 500 m^2 e 700 m^2 .
E) maior que 700 m^2 .
9. (FATEC-1999) Na figura a seguir, o triângulo ABC é retângulo e isósceles e o retângulo nele inscrito tem lados que medem 4 cm e 2 cm.



O perímetro do triângulo MBN é

- A) 8 cm
B) 12 cm
C) $(8 + \sqrt{2}) \text{ cm}$
D) $(8 + 2\sqrt{2}) \text{ cm}$
E) $4(2 + \sqrt{2}) \text{ cm}$

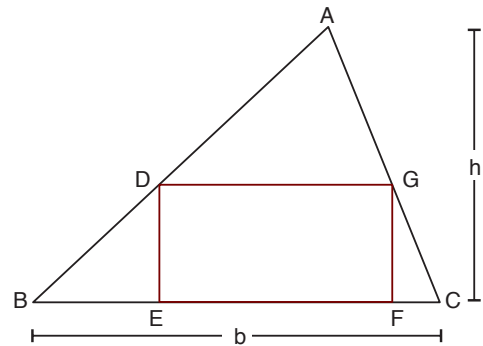
10. (UFMG) Nesta figura, o quadrado ABCD está inscrito no triângulo AMN, cujos lados AM e AN medem, respectivamente, m e n



Então, o lado do quadrado mede

- A) $\frac{(mn)}{(m+n)}$
 B) $\frac{\sqrt{(m^2+n^2)}}{8}$
 C) $\frac{(m+n)}{4}$
 D) $\frac{[\sqrt{(mn)}]}{2}$

11. (FUVEST) O triângulo ABC tem altura h e base b (ver figura). Nele, está inscrito o retângulo DEFG, cuja base é o dobro da altura. Nessas condições, a altura do retângulo, em função de h e b, é dada pela fórmula



- A) $\frac{(bh)}{(h+b)}$
 B) $\frac{(2bh)}{(h+b)}$
 C) $\frac{(bh)}{(h+2b)}$
 D) $\frac{(bh)}{(2h+b)}$
 E) $\frac{(bh)}{[2(h+b)]}$

GABARITO

Questões de Semelhança no Triângulo Retângulo

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
D	E	D	C	B	B	D	E	E	A	D