

FUNÇÕES LINEARES

Já sabemos que as funções podem ser descritas pelas suas leis de formação.

Damos o nome de função linear a toda função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ da forma $f(x) = ax$, com $a \neq 0$.

As funções lineares são as funções em que y sofre uma variação fixa nos seus valores em função de uma variação fixa nos valores de x . Devido a esse fato, dizemos que na função linear os valores de x e y são **diretamente proporcionais**. Temos então que se x aumenta (ou diminui), y também aumenta (ou diminui).

Exemplo: $f(x) = 3x$

Nessa função, para cada variação de 1 unidade em x , y sofre uma variação em 3 unidades. Detalhando um pouco mais esse fato temos:

Para $x = 1$ temos $y = 3.1 = 3$;

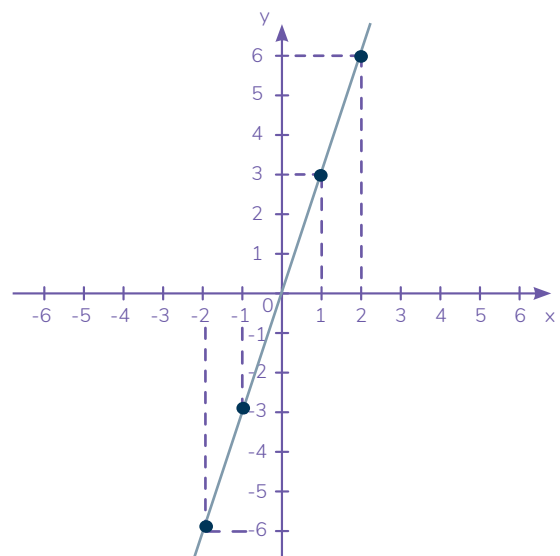
Para $x = 2$ temos $y = 3.2 = 6$;

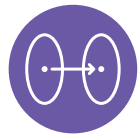
Para $x = 3$ temos $y = 3.3 = 9$.

Perceba que a variação de x é constante e vale 1 unidade e, para cada variação em x , y também sofre uma variação constante, mas de 3 unidades. Note também que o valor da variação sofrida por y é exatamente o valor de a . Coincidência? Não. O valor de a na função linear representa justamente a **taxa de crescimento (ou decréscimo)** da função.

Esboçando o gráfico da função acima temos:

x	y
-2	-6
-1	-3
1	3
2	6





O gráfico da função é uma reta que passa pela origem do sistema. Será que esse fato é exclusivo da função do exemplo ou vale para qualquer função linear? **Vale para qualquer função linear** e podemos enunciar essa propriedade:

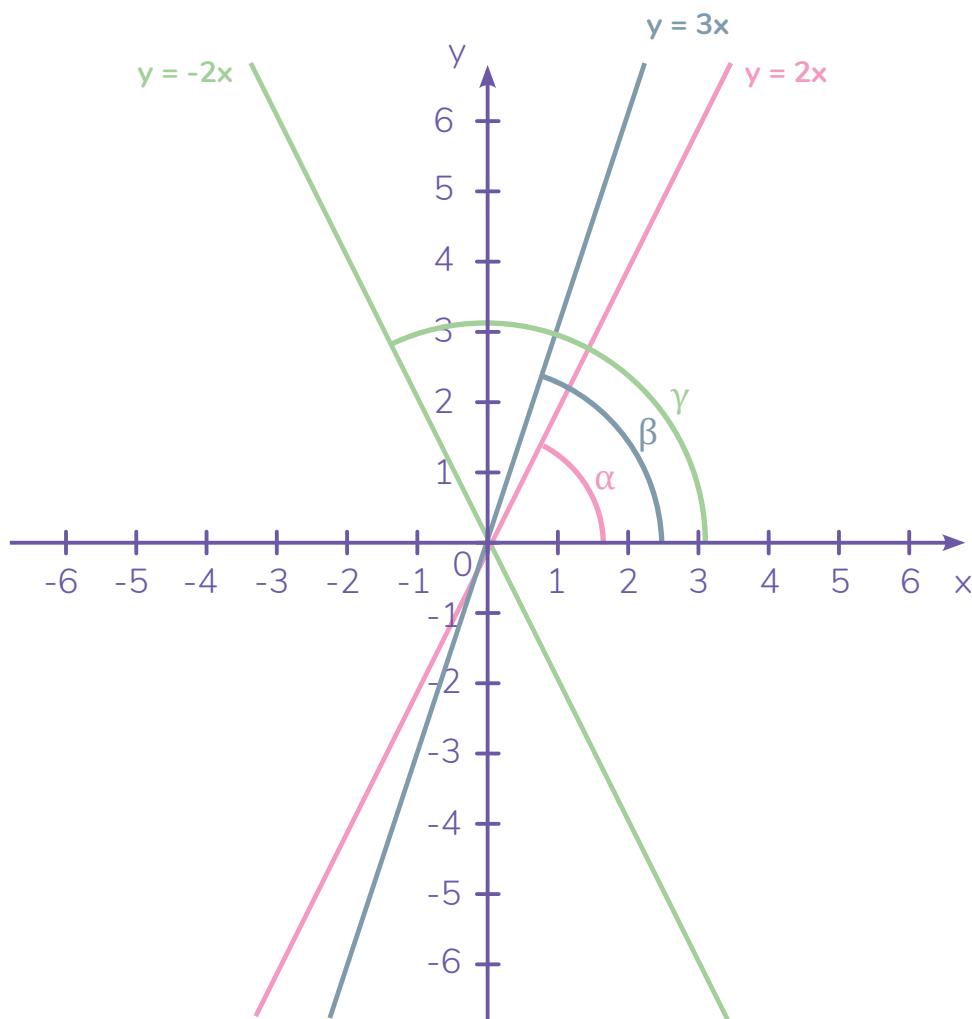
Toda **função linear** tem como gráfico uma reta que passa pela origem do sistema de coordenadas.

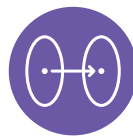
Essa propriedade decorre do fato de que como x pode assumir qualquer valor em \mathbb{R} , substituindo x por 0 na lei $f(x) = ax$ teremos:

$$y = f(0) = a \cdot 0 = 0$$

e assim, sempre que $x = 0$ teremos $y = 0$.

Como a é uma constante real, para cada valor de a , teremos uma função linear diferente. Esse a que aparece na lei de formação é chamado de **coeficiente angular** e ele representa a tangente do ângulo que a reta forma com o eixo x , no sentido anti-horário. Sendo assim, o valor de a está relacionado à inclinação da reta.





FUNÇÃO IDENTIDADE

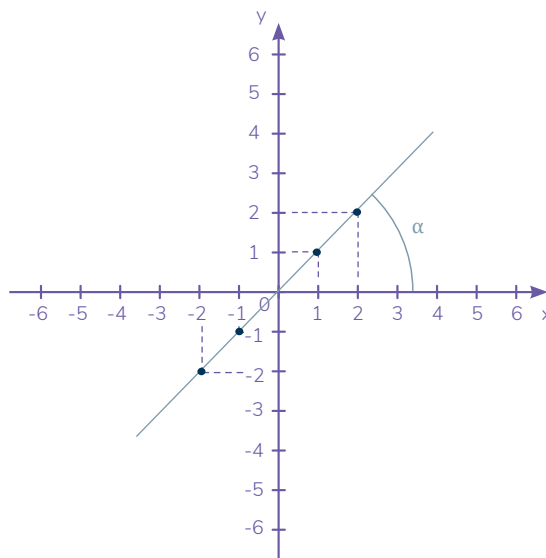
Uma função bastante conhecida na matemática é a chamada **função identidade** (geralmente chamada apenas de identidade). Essa função é dada por:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x$$

Note que essa função nada mais é do que uma função linear, em que $a = 1$.

E seu gráfico é dado por:

x	y
-2	-2
-1	-1
0	0
1	1
2	2



Note que $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \dots = 1$, ou seja, $\operatorname{tg} \alpha = 1$. Se pensarmos nos arcos notáveis, o arco que possui tangente valendo 1 é 45° e, assim, $\alpha = 45^\circ$.

Como cada quadrante mede 90° e a identidade tem um ângulo de 45° , o gráfico da identidade corresponde ao gráfico da bissetriz dos quadrantes ímpares.

Nota: Saiba mais sobre bissetrizes na geometria plana.

No gráfico da função identidade, para qualquer ponto abaixo da reta temos $y < x$, para qualquer ponto acima da reta temos $y > x$ e para qualquer ponto em cima da reta temos $y = x$.

Outra função bastante comum é a função dada por $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = -x$. Essa função também é uma função linear, em que $a = -1$.

E seu gráfico é dado por:

x	y
-2	2
-1	1
0	0
1	-1
2	-2

