Gualter José Biscuola
Newton Villas Bôas
Ricardo **Helou** Doca

TÓPICOS DE FÍSICA

3

Eletricidade
Física Moderna
Análise dimensional

São Paulo

Editora Saraiva

Tópicos de Física 3 – Eletricidade, Física moderna, Análise Dimensional

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil

Villas Bôas, Newton
Tópicos de física : volume 3 / Gualter José Biscuola, Ricardo Helou Doca, Newton Villas Bôas, . — 18. ed. — São Paulo : Saraiva, 2012.

Suplementado pelo manual do professor.
Bibliografia
ISBN 978-85-02-17814-4 (aluno)
ISBN 978-85-02-17815-1 (professor)

1. Física (Ensino médio) 2. Física (Ensino médio) – Problemas, exercícios etc. I. Doca, Ricardo Helou. II. Bôas, Newton Villas.III. Título..

12-10556 CDD-530.07

Índices para catálogo sistemático:

1. Física: Ensino médio 530.07

Gerente editorial M. Esther Nejm
Editor Maria Ângela de Camargo
Editores assistentes Marcelo de Hollanda Wolff, Marcos Soel
Assistente editorial Denise Favaretto, Carla Daniela Araujo
Coordenador de revisão Camila Christi Gazzani
Revisores Lucia Scoss Nicolai (enc.), Ana Carolina Gonçalves Ribeiro, Cárita Negromonte, Márcia Elisa Rodrigues, William Silva
Assistente de produção editorial Rachel Lopes Corradini
Coordenador de iconografia Cristina Akisino
Pesquisa iconográfica Enio Rodrigo Lopes
Licenciamento de textos Marina Murphy Diniz
Gerente de artes Ricardo Borges
Coordenador de artes Vagner Castro dos Santos
Produtor de artes Narjara Lara
Design Marcos Puntel
Capa All Type com foto de: Vetta/Getty Images
Diagramação Setup
Ilustrações CJT/Zapt, Luís Fernando R. Tucillo, Luciano da S. Teixeira, Paulo C. Ribeiro, Rodval Matias, Setup
Tratamento de imagens Bernard Fuzetti
Impressão e acabamento

Impresso no Brasil – 2012
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Editora Saraiva
www.editorasaraiva.com.br

Rua Henrique Schaumann, 270 – Cerqueira César – São Paulo/SP – 05413-909
Fone: (11) 3613 3000 – Fax: (11) 3611 3308
Televendas: (11) 3616 3666 – Fax Vendas: (11) 3611 3268
Atendimento ao professor: (11) 3613 3030 – Grande São Paulo
0800 0117875 – Demais localidades
atendprof.didatico@editorasaraiva.com.br

Ao estudante

Nesta quinta versão de ***Tópicos de Física***, celebramos 30 anos da primeira publicação da obra. Isso nos enche de satisfação e orgulho por termos, ao longo desse tempo, contribuído em grande medida para o ensino de Física no Brasil.

Tópicos é uma obra viva, em permanente processo de renovação e aprimoramento. Pretendemos nesta edição, mais uma vez, oferecer um material contemporâneo e abrangente, capaz de satisfazer aos cursos de ensino médio mais exigentes.

Nesta versão, procuramos dar à obra um caráter interdisciplinar, contextualizado e instigante. Para isso buscamos, sempre que possível, propor questionamentos que ultrapassem os limites da Física e textos relacionados à história e aos avanços desta ciência, que é um edifício em permanente construção. Estão presentes também conteúdos relacionados ao dia a dia e informações sobre as conquistas tecnológicas, tudo para que ***Tópicos de Física*** seja sempre uma coleção atualizada e ainda mais atraente.

Optamos pela distribuição clássica dos conteúdos, e dividimos o material em três volumes.

Volume 1: Mecânica;

Volume 2: Termologia, Ondulatória e Óptica geométrica;

Volume 3: Eletricidade, Física moderna e Análise dimensional.

Cada volume compõe-se de *Partes*, que equivalem aos grandes setores de interesse da Física. Estas, por sua vez, são constituídas de *Tópicos*, que abordam determinado assunto teórica e operacionalmente. Em cada Tópico a matéria está divida em *Blocos*, que agregam itens relacionados entre si.

Nos *Blocos* a compreensão da teoria é favorecida pela inclusão de um grande número de exemplos práticos, ilustrações e fotos legendadas.

A maioria dos *Tópicos* é contemplada com as seções *Faça você mesmo, Leitura e Descubra mais.*

A seção *Faça você mesmo* propõe que você realize pequenos experimentos com recursos caseiros e, a partir disso, possa compreender melhor certos conceitos e fenômenos estudados. A seção *Leitura* permite que você entre em contato com relatos e questionamentos científicos e vislumbre outros conhecimentos que fazem fronteira com a Física.

A seção *Descubra mais* apresenta perguntas curiosas com a intenção de despertar em você uma atitude de busca pela resposta por meio de pesquisa em livros, revistas, sites e outras fontes.

Em cada *Tópico* há quatro grupos de exercícios com diferentes níveis de dificuldade:

Exercícios nível 1 – requerem, de forma simples, conhecimento apenas dos conceitos essenciais. Esses exercícios estão logo após a apresentação da teoria de cada *Bloco*.

Exercícios nível 2 – além dos aspectos conceituais, valorizam a descrição quantitativa dos fenômenos e contextos. Intercalados aos *exercícios nível 1* e *nível 2* há alguns *Exercícios resolvidos (ER)*, que servem de ponto de partida para o encaminhamento de questões semelhantes. Os *exercícios nível 2* estão logo após os *exercícios nível 1*.

Exercícios nível 3 – em sua maioria são exercícios de vestibulares, nos quais inserimos elementos de complementação. Aparecem logo após a apresentação da teoria do último *Bloco* de cada *Tópico*.

Para raciocinar um pouco mais – comparecendo nesta edição em maior número, são exercícios com formulações mais difíceis, recomendados àqueles que se dispuserem a alcançar maior grau de aprofundamento no conhecimento de Física. Encontram-se logo após os *exercícios nível 3*.

Esperamos que, ao utilizar ***Tópicos de Física***, você amplie sua percepção de mundo e torne mais flexível seu raciocínio formal. Desejamos também que você adquira uma consistente visão dessa fascinante disciplina, o que, certamente, contribuirá para seu ingresso nas mais concorridas instituições de ensino superior do país.

Os autores

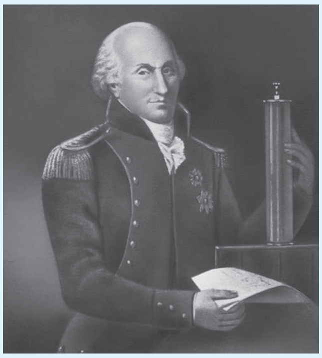
Sumário

Parte I


Raymond Forbes/Easypix

Eletrostática

1. Cargas elétricas
2. Campo elétrico
3. Potencial elétrico


Bettmann/CORBIS/Latinstock

Charles Augustin de Coulomb
(1736-1806)

Tópico 1

Cargas elétricas

Bloco 1

1. Introdução

A história da eletricidade inicia-se no século VI a.C. com uma descoberta feita pelo matemático e filósofo grego **Tales de Mileto** (640-546 a.C.), um dos sete sábios da Grécia antiga. Ele observou que o atrito entre uma resina fóssil (o âmbar) e um tecido ou pele de animal produzia na resina a propriedade de atrair pequenos pedaços de palha e pequenas penas de aves. Como em grego a palavra usada para designar âmbar é *élektron*, dela vieram as palavras **elétron** e **eletricidade**.

Alamy/Other Images

O âmbar é uma espécie de seiva vegetal petrificada, material fóssil cujo nome em grego é *élektron*.

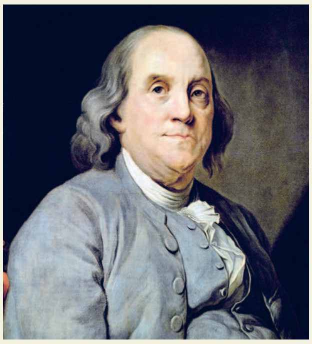
Por mais de vinte séculos, nada foi acrescentado à descoberta de Tales de Mileto. No final do século XVI, **William Gilbert** (1540-1603), médico da rainha Elizabeth I da Inglaterra, repetiu a experiência com o âmbar e descobriu que é possível realizá-la com outros materiais. Nessa época, fervilhavam novas ideias, e o **método científico** criado por Galileu Galilei começava a ser utilizado. Gilbert realizou outros experimentos e publicou o livro *De magnete*, que trazia também um estudo sobre ímãs. Nele, Gilbert fazia clara distinção entre a atração exercida por materiais eletrizados por atrito e a atração exercida por ímãs. Propunha também um modelo segundo o qual a Terra se comporta como um grande ímã, fazendo as agulhas das bússolas se orientar na direção norte-sul.

Print Collector/DIOMEDIA

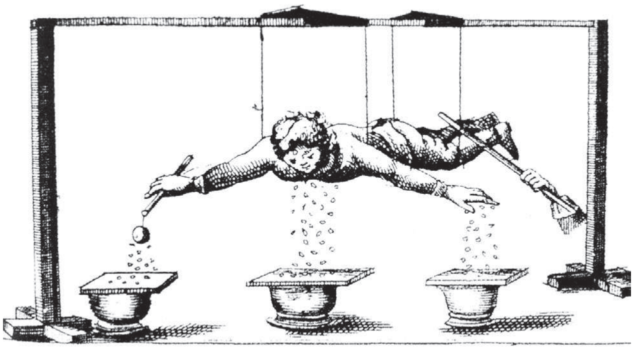
Retrato de William Gilbert, médico inglês, autor do livro *De magnete*.

Por volta de 1729, o inglês **Stephen Gray** (1666-1736) descobriu que a propriedade de atrair ou repelir poderia ser transferida de um corpo para outro por meio de contato. Até então, acreditava-se que somente por meio de atrito conseguia-se tal propriedade. Nessa época, **Charles François Du Fay** (1698-1739) realizou um experimento em que atraía uma fina folha de ouro com um bastão de vidro atritado. Porém, ao encostar o bastão na folha, esta era repelida. Du Fay sugeriu a existência de duas espécies de "eletricidade", que denominou eletricidade **vítrea** e eletricidade **resinosa**.

Em 1747, o grande político e cientista norte-americano **Benjamin Franklin** (1706-1790), o inventor do para-raios, propôs uma teoria que considerava a carga elétrica um único fluido elétrico que podia ser transferido de um corpo para outro: o corpo que perdia esse fluido ficava com falta de carga elétrica (negativo); e o que recebia, com excesso de carga elétrica (positivo). Hoje sabemos que os elétrons é que são transferidos. Um corpo com "excesso" de elétrons está eletrizado negativamente e um corpo com "falta" de elétrons encontra-se eletrizado positivamente.



Benjamin Franklin. Político norte-americano, inventor, cientista e escritor. Seu grande interesse pela eletricidade levou-o a inventar o para-raios, dispositivo utilizado em casas e edifícios para a proteção contra descargas elétricas em dias de tempestade.



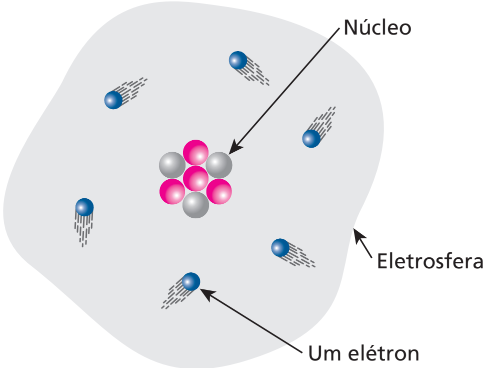
Reprodução de gravura do século XVIII que mostra um experimento de eletricidade estática realizado pelo físico **Stephen Gray**. O garoto suspenso por fios isolantes foi eletrizado, passando a atrair pequenos pedaços de papel.

2. Noção de carga elétrica

Como sabemos, no núcleo de um átomo encontramos partículas denominadas **prótons** e **nêutrons**. Ao redor do núcleo, na região chamada **eletrosfera**, movem-se outras partículas, denominadas **elétrons**.

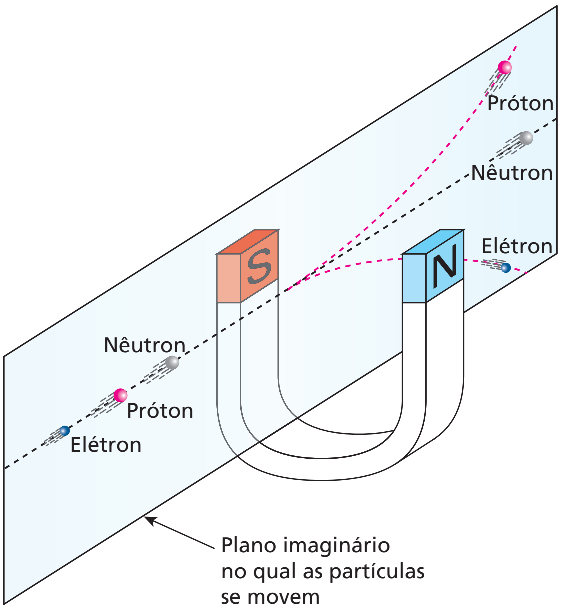
A massa de um próton e a massa de um nêutron são praticamente iguais. A massa de um elétron, porém, é muito menor: quase 2 mil vezes menor que a do próton.

$$m_e \cong \frac{m_p}{1836}$$



Representação esquemática de um átomo.

Se um próton, um nêutron e um elétron passarem entre os polos de um ímã em forma de **U**, como sugere a figura a seguir, constataremos que o próton desviará para cima, o elétron desviará para baixo e o nêutron não sofrerá desvio. (A teoria referente a esses desvios será apresentada na **Parte III** deste volume em **Eletromagnetismo**.)



Esse resultado experimental revela que os prótons e os elétrons têm alguma propriedade que os nêutrons não têm. Essa propriedade foi denominada **carga elétrica**, e convencionou-se considerar **positiva** a carga elétrica do próton e **negativa** a carga elétrica do elétron. Entretanto, em valor absoluto, as cargas elétricas do próton e do elétron são iguais. Esse valor absoluto é denominado **carga elétrica elementar** e simbolizado por **e**. Recebe o nome de **elementar** porque é a menor quantidade de carga que podemos encontrar isolada na natureza.

A unidade de medida de carga elétrica no SI é o **coulomb** (**C**), em homenagem ao físico francês **Charles Augustin de Coulomb** (1736-1806).

Réunion des Musées Nationaux/Other Images

Charles Augustin de Coulomb. Engenheiro e físico francês, colaborou com a Comissão de Pesos e Medidas, que produziu, no final do século XVIII, um revolucionário sistema de medidas com base no sistema decimal. Estudioso das atrações e repulsões elétricas e magnéticas, realizou muitas experiências, tendo utilizado a balança de torção para medir forças de origem elétrica entre partículas eletrizadas.

Comparada com a unidade coulomb, a carga elementar é extremamente pequena. De fato, o valor de **e**, determinado experimentalmente pela primeira vez pelo físico norte-americano **Robert Andrews Millikan** (1868-1953), é:

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$$

Temos, então:

Carga elétrica do próton $= +e = +1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$

Carga elétrica do elétron $= -e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$

Carga elétrica do nêutron $= 0$

É preciso salientar ainda que 1 coulomb, apesar de corresponder a apenas uma unidade de carga elétrica, representa uma quantidade muito grande dessa grandeza física. Por isso, costumam-se usar submúltiplos do coulomb. Veja na tabela a seguir os principais submúltiplos.

Submúltiplo	Símbolo	Valor
milicoulomb	mC	10^{-3} C
microcoulomb	µC	10^{-6} C
nanocoulomb	nC	10^{-9} C
picocoulomb	pC	10^{-12} C

Notas:

- Além dos prótons e dos elétrons, existem outras partículas elementares dotadas de carga elétrica de módulo igual a **e**. É o caso, por exemplo, dos píons (π^+) e dos múons (μ^-), encontrados nos raios cósmicos.
- A definição da unidade coulomb depende da definição prévia da unidade **ampère** (**A**) de intensidade de corrente elétrica. Entretanto, essa unidade será definida apenas em **Eletromagnetismo**.

Um **coulomb** (**C**) é a quantidade de carga elétrica que atravessa, em um segundo(s), a secção transversal de um condutor percorrido por uma corrente contínua de intensidade igual a um ampère (**A**).

Uma convenção bem pensada

A convenção de sinais feita para as cargas elétricas do próton e do elétron é bastante adequada por dois motivos:

1º) Ela leva em conta a existência de **dois tipos** de carga elétrica. De fato, prótons e elétrons sempre apresentam comportamentos opostos nas experiências, como naquela que descrevemos, nesta seção, usando um ímã.

2º) A presença de prótons e elétrons em **igual** quantidade em um mesmo corpo faz com que ele **não exiba** a propriedade carga elétrica: as cargas dos prótons e dos elétrons neutralizam-se e a carga total do corpo é igual a zero. Se um átomo, por exemplo, passar entre os polos do ímã da experiência descrita, ele não desviará, porque possui prótons e elétrons em quantidades iguais: sua carga total é igual a zero.

Leitura

Uma breve abordagem dos *quarks*

Até o início da década de 1970, os prótons e os nêutrons eram considerados partículas indivisíveis. Experimentos, todavia, levaram a acreditar que eles possuem uma estrutura interna e são constituídos por três unidades mais elementares, denominadas *quarks*. Entretanto, é importante saber que, apesar dos grandes esforços experimentais, até hoje não se conseguiu obter um *quark* isolado. Além disso, na comunidade científica, não há consenso a respeito da existência dessas unidades.

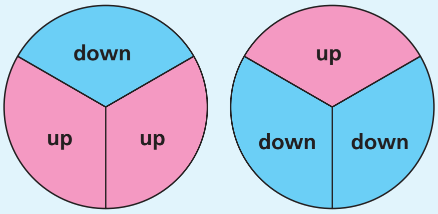
Entre 1970 e 1995, cientistas cogitaram a existência de seis tipos de *quarks*, dois dos quais participariam da composição dos prótons e dos nêutrons: o *quark up* e o *quark down*, com cargas elétricas respectivamente iguais a $\left(+\frac{2}{3}\mathbf{e}\right)$ e $\left(-\frac{1}{3}\mathbf{e}\right)$, em que **e** é a carga elementar.

Veja, abaixo, uma representação esquemática da suposta composição do próton e do nêutron.

Conhecendo as cargas dos dois *quarks* citados, vamos conferir as cargas do próton e do nêutron:

$$\text{Carga do próton} = \left(+\frac{2}{3}e\right) + \left(+\frac{2}{3}e\right) + \left(-\frac{1}{3}e\right) = +e$$

$$\text{Carga do nêutron} = \left(-\frac{1}{3}e\right) + \left(-\frac{1}{3}e\right) + \left(+\frac{2}{3}e\right) = 0$$



Próton Nêutron

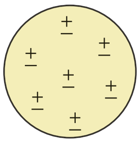
Note que encontramos os resultados esperados.

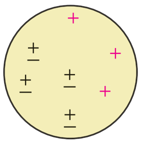
3. Corpo eletricamente neutro e corpo eletrizado

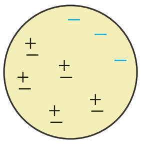
Um corpo apresenta-se eletricamente **neutro** quando a quantidade de prótons e elétrons é igual, ou seja, a soma algébrica de todas as cargas é igual a zero.

Quando, porém, o número de prótons é diferente do número de elétrons, dizemos que o corpo está **eletrizado positivamente**, se o número de prótons for maior que o de elétrons, e **negativamente**, se o número de elétrons for maior que o de prótons. É o caso, por exemplo, de um íon, isto é, um átomo que perdeu ou ganhou elétrons.

O modelo a seguir facilita a visualização do assunto que acabamos de abordar.


Corpo eletricamente neutro: para cada próton existe um elétron.


Corpo eletrizado positivamente: há mais prótons que elétrons.


Corpo eletrizado negativamente: há mais elétrons que prótons.

Podemos dizer, então, que **eletrizar** um corpo significa tornar diferentes suas quantidades de prótons e elétrons. No cotidiano, isso é feito por fornecimento ou extração de **elétrons**, uma vez que alterações no núcleo só podem ser produzidas em equipamentos altamente sofisticados, que são os aceleradores de partículas.

Nota:

- Para simplificar a linguagem, falamos frequentemente em "carga" quando deveríamos dizer "corpo eletrizado com determinada carga". Assim, quando um texto informar que existe uma **carga** de, por exemplo, 5 μC em um determinado local, devemos entender que nesse local existe um **corpo eletrizado** com carga de 5 μC. Quando se fala "cargas puntiformes" ou "partículas eletrizadas", entende-se que se trata de corpos eletrizados cujas dimensões são desprezíveis em comparação com as distâncias consideradas na situação em estudo.

4. Quantização da carga elétrica

A carga elétrica de um corpo é **quantizada**, isto é, ela sempre é um múltiplo **inteiro** da carga elétrica elementar. Isso é verdade porque um corpo, ao ser eletrizado, recebe ou perde um número **inteiro** de elétrons. Assim, um corpo pode ter, por exemplo, uma carga igual a $9{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, pois corresponde a um número inteiro (6) de cargas elementares

$(6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C = 9{,}6 \cdot 10^{-19}\ C)$. Entretanto, sua carga não pode ser, por exemplo, igual a $7{,}1 \cdot 10^{-19}\ C$, pois esse valor não é um múltiplo inteiro da carga elementar.

Representando por **Q** a carga elétrica de um corpo eletrizado qualquer, temos:

$$Q = \pm\, ne \qquad (n = 1, 2, 3, ...)$$

Determinação da carga elementar

Em 1911, em uma de suas experiências iniciais, Millikan encontrou os seguintes valores para a carga elétrica de várias gotículas de óleo previamente eletrizadas:

$$\begin{aligned}
Q_1 &= 6{,}563 \cdot 10^{-19}\ C\\
Q_2 &= 8{,}204 \cdot 10^{-19}\ C\\
Q_3 &= 11{,}50 \cdot 10^{-19}\ C\\
Q_4 &= 13{,}13 \cdot 10^{-19}\ C\\
Q_5 &= 16{,}48 \cdot 10^{-19}\ C\\
Q_6 &= 18{,}08 \cdot 10^{-19}\ C\\
Q_7 &= 19{,}71 \cdot 10^{-19}\ C\\
Q_8 &= 22{,}89 \cdot 10^{-19}\ C\\
Q_9 &= 26{,}13 \cdot 10^{-19}\ C
\end{aligned}$$

A partir desses valores, podemos obter um resultado razoável para a carga elementar **e**.

Para isso, vamos tomar a carga Q_1, que é a menor de todas, e escrever:

$$Q_1 = ne$$

Dividindo Q_2 por Q_1, obtemos $(8{,}204 : 6{,}563 = 1{,}25)$:

$$Q_2 = 1{,}25 \cdot Q_1 = \boxed{1{,}25\ n}\ e$$

Tem de ser um número inteiro

O **menor** valor inteiro de **n** que torna 1,25 n também inteiro é 4:

$$n = 4$$

Dividindo as demais cargas por Q_1, constatamos que $n = 4$ torna todas elas iguais a um número inteiro de **e**:

$$\begin{aligned}
Q_3 &= 1{,}75 \cdot Q_1 = 1{,}75\ ne = 7e\\
Q_4 &= 2{,}00 \cdot Q_1 = 2{,}00\ ne = 8e\\
Q_5 &= 2{,}51 \cdot Q_1 = 2{,}51\ ne = 10\,e\\
Q_6 &= 2{,}75 \cdot Q_1 = 2{,}75\ ne = 11e\\
Q_7 &= 3{,}00 \cdot Q_1 = 3{,}00\ ne = 12\,e\\
Q_8 &= 3{,}49 \cdot Q_1 = 3{,}49\ ne = 14e\\
Q_9 &= 3{,}98 \cdot Q_1 = 3{,}98\ ne = 16e
\end{aligned}$$

Considerando $n = 4$ na expressão de Q_1, obtemos:

$$Q_1 = ne \Rightarrow 6{,}563 \cdot 10^{-19} = 4e$$

$$e = 1{,}64 \cdot 10^{-19}\ C$$

Posteriormente, outros experimentos foram realizados e chegou-se ao melhor valor experimental para a carga elementar **e**, que é

$$1{,}60217738 \cdot 10^{-19}\ C$$

5. Princípios da Eletrostática

A Eletrostática baseia-se em dois princípios fundamentais: o **princípio da atração e da repulsão** e o **princípio da conservação das cargas elétricas**.

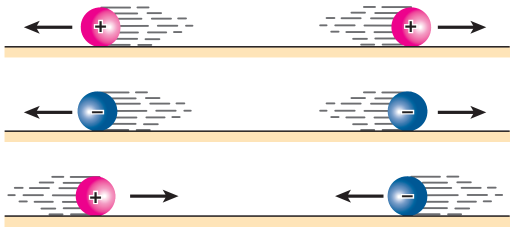
Princípio da atração e da repulsão

Experimentalmente, ao serem aproximadas duas partículas eletrizadas com **cargas elétricas de mesmo sinal**, verifica-se que ocorre uma **repulsão** entre elas. Se essas partículas tiverem **cargas elétricas de sinais opostos**, ocorrerá uma **atração** entre elas.

Partindo desse fato, pode-se enunciar o **Princípio da atração e da repulsão** da seguinte forma:

> Partículas eletrizadas com cargas de sinais iguais se repelem, enquanto as eletrizadas com cargas de sinais opostos se atraem.

Esquematicamente:



Princípio da conservação das cargas elétricas

Inicialmente, devemos observar que a propriedade carga elétrica existente nas partículas elementares é inerente a estas (como a massa, por exemplo), não podendo ser retirada delas ou nelas colocada. Assim, não havendo alteração da quantidade e do tipo das partículas dotadas de carga elétrica, a carga total de um sistema permanece constante.

A partir da noção de que:

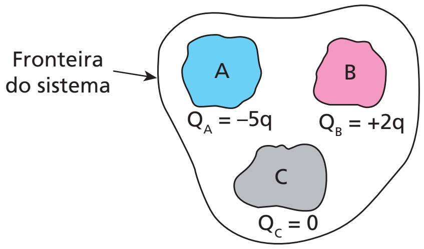
> “sistema eletricamente isolado é aquele que não troca cargas elétricas com o meio exterior”,

podemos enunciar o **Princípio da Conservação das Cargas Elétricas**:

> A soma algébrica das cargas elétricas existentes em um sistema eletricamente isolado é constante.

Portanto, se em um sistema eletricamente isolado houver **n** corpos com pelo menos um deles eletrizado, poderão ocorrer trocas de cargas elétricas entre eles, mas a soma algébrica dessas cargas será a mesma antes, durante e depois das trocas.

Como exemplo, considere os três corpos **A**, **B** e **C** representados a seguir.



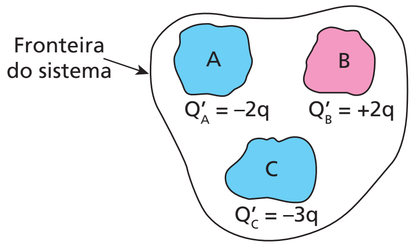
Note que a soma algébrica das cargas elétricas existentes nos corpos vale:

$$\Sigma Q = Q_A + Q_B + Q_C$$

$$\Sigma Q = (-5q) + (+2q) + (0)$$

$$\Sigma Q = -3q$$

Suponha, agora, que, por meio de um processo qualquer — por exemplo, por contato de **A** com **C** —, o sistema sofra uma alteração conforme representado a seguir.



Observe que houve passagem de cargas elétricas do corpo **A** para o corpo **C**. No entanto, a soma algébrica das cargas continuou a mesma:

$$\Sigma Q' = Q'_A + Q'_B + Q'_C$$

$$\Sigma Q' = (-2q) + (+2q) + (-3q)$$

$$\Sigma Q' = -3q$$

Assim, para um sistema eletricamente isolado, pode-se escrever:

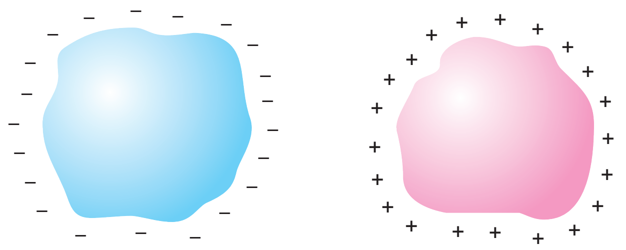
$$(\Sigma Q)_{\text{antes das trocas}} = (\Sigma Q')_{\text{após as trocas}}$$

6. Condutores e isolantes elétricos

Em alguns corpos, podemos encontrar portadores de cargas elétricas com grande liberdade de movimentação. Esses corpos são denominados **condutores elétricos**. Nos demais, essa liberdade de movimentação praticamente não existe; esses corpos são denominados **isolantes elétricos** ou **dielétricos**.

> Um material é chamado **condutor elétrico** quando há nele grande quantidade de portadores de carga elétrica que podem se movimentar com grande facilidade. Caso contrário, ele será denominado **isolante elétrico**.

Tanto um condutor como um isolante podem ser eletrizados. É importante observar, porém, que, no isolante, a carga elétrica em excesso permanece exclusivamente no local onde se deu o processo de eletrização, enquanto no condutor essa carga busca uma situação de equilíbrio, distribuindo-se em sua superfície externa.



Em condutores eletrizados, as cargas elétricas distribuem-se na superfície externa. Por enquanto, pode-se dizer que isso ocorre devido à **repulsão** entre cargas elétricas de mesmo sinal, que buscam maior distanciamento entre si. A demonstração pode ser encontrada no Apêndice do Tópico 2.

Os metais, a grafita, os gases ionizados e as soluções eletrolíticas são exemplos de **condutores elétricos**.

O ar, o vidro, a borracha, a porcelana, os plásticos, o algodão, a seda, a lã, as resinas, a água pura, o enxofre e a ebonite são exemplos de **isolantes elétricos**.

Quando se diz que um material é condutor, deve-se entender que se trata de um **bom** condutor. Do mesmo modo, quando se diz que um material é isolante, estamos nos referindo a um **bom** isolante.

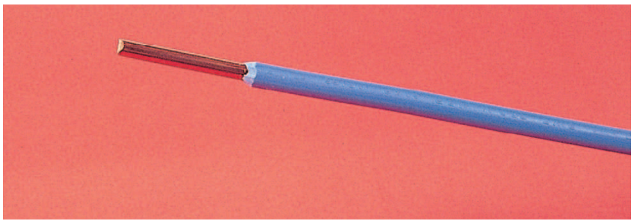
Tanto os condutores como os isolantes podem ser encontrados nos estados sólido, líquido ou gasoso.

Em relação aos portadores de cargas elétricas que podem se movimentar com grande facilidade, os condutores classificam-se nos três casos: condutores de primeira, segunda e terceira espécies.

Condutores de primeira espécie

São aqueles nos quais os portadores móveis são os **elétrons livres**. Embora a existência dos elétrons livres só possa ser justificada pela Física Quântica, pode-se dizer, de um modo mais simples, que esses elétrons têm grande liberdade de movimentação por estarem muito afastados dos núcleos dos átomos dos quais fazem parte e, além disso, por serem atraídos fracamente em várias direções e sentidos pelos núcleos existentes ao seu redor.

Woody Lawton Rick

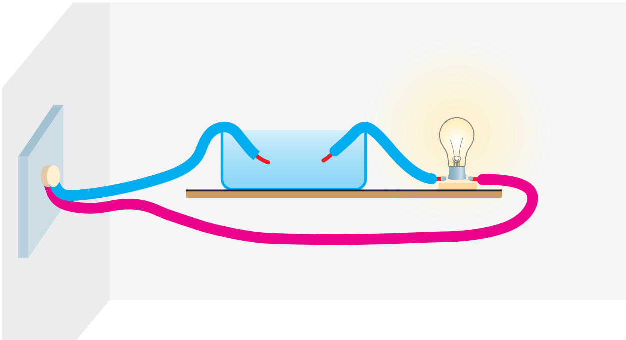


O fio de cobre, largamente utilizado nas instalações elétricas, é um condutor e a capa plástica que o envolve é isolante.

São classificados como condutores de primeira espécie os **metais** e a **grafita**.

Condutores de segunda espécie

Nos condutores de segunda espécie, os portadores móveis são **íons positivos** e **íons negativos**, isto é, átomos (ou grupos de átomos) que, por terem perdido ou recebido elétrons, passam a ter o número de prótons diferente do número de elétrons.

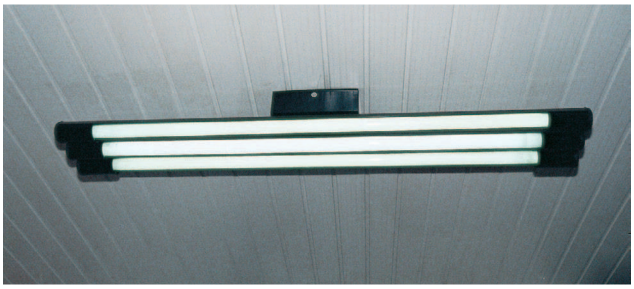


A solução aquosa de cloreto de sódio (sal de cozinha) é condutora. Nos fios, movimentam-se elétrons e, na solução, íons.

Íons são encontrados em soluções eletrolíticas, por exemplo, soluções aquosas de **ácidos**, **bases** ou **sais**.

Condutores de terceira espécie

Nos condutores de terceira espécie, os portadores de carga podem ser **íons positivos**, **íons negativos** e **elétrons livres**. Isso ocorre nos **gases ionizados**.



Woody Lawton Rick

A tensão elétrica aplicada entre as extremidades da lâmpada fluorescente ioniza o gás existente em seu interior, tornando-o condutor.

7. Processos de eletrização

Como vimos, um corpo estará eletrizado quando possuir mais elétrons do que prótons ou mais prótons do que elétrons. Um corpo neutro, por sua vez, tem igual número de prótons e de elétrons. Assim, para eletrizá-lo negativamente basta fornecer elétrons a ele. Por outro lado, para adquirir carga positiva, o corpo neutro deve perder elétrons, pois dessa forma ficará com mais prótons do que elétrons.

Denomina-se **eletrização** o fenômeno pelo qual um corpo neutro passa a eletrizado devido à alteração no número de seus elétrons.

Os processos mais comuns de eletrização são descritos a seguir.

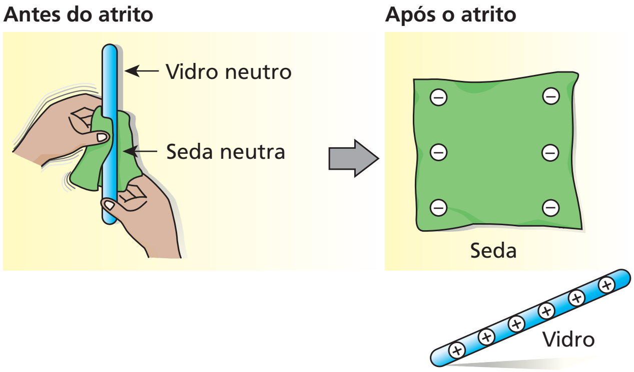
Eletrização por atrito de materiais diferentes

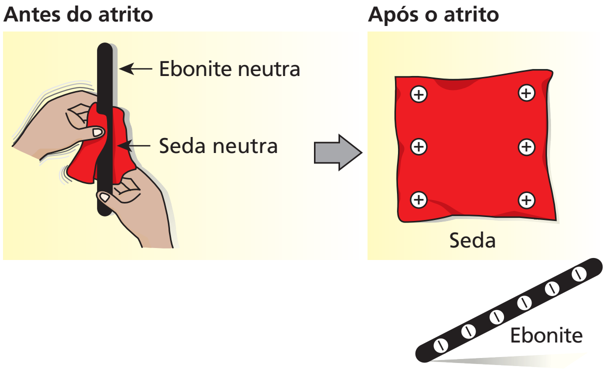
Esse é o primeiro método de eletrização de que se tem conhecimento. Como vimos, data do século VI a.C., quando Tales de Mileto observou pela primeira vez que o âmbar, ao ser atritado com tecido ou pele de animal, adquiria a propriedade de atrair pequenos pedaços de palha.

Experimentalmente, comprova-se que, ao atritar entre si dois corpos neutros de materiais diferentes, um deles recebe elétrons do outro, ficando eletrizado com carga negativa, enquanto o outro – o que perdeu elétrons – adquire carga positiva.

Ao se atritar, por exemplo, seda com um bastão de vidro, constata-se que o vidro passa a apresentar carga positiva, enquanto a seda passa a ter carga negativa. Entretanto, quando a seda é atritada com um bastão de ebonite, ela torna-se positiva, ficando a ebonite com carga negativa.

Os corpos atritados adquirem cargas de **mesmo módulo** e **sinais opostos**.





Nota:

- A ebonite é obtida pela vulcanização da borracha com excesso de enxofre. Essa substância é um isolante elétrico-térmico, sendo muito usada na confecção de cabos de panelas e invólucros de interruptores e tomadas.

A partir do experimento descrito, surgiu a conveniência de se ordenarem os materiais em uma lista chamada **série triboelétrica**. A confecção dessa lista obedece a um critério bem definido: um elemento da relação, ao ser atritado com outro que o segue, fica eletrizado com carga elétrica positiva e, ao ser atritado com o que o precede, fica eletrizado com carga elétrica negativa.

Série triboelétrica	
pele de coelho	⊕
vidro	
cabelo humano	
mica	
lã	
pele de gato	
seda	
algodão	
âmbar	
ebonite	
poliéster	
isopor	
plástico	⊖

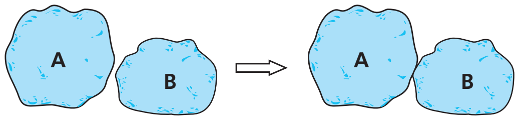
Observe a série. Quando atritamos, por exemplo, um bastão de vidro com poliéster, o vidro torna-se positivo (perde elétrons) e o poliéster, negativo (recebe elétrons). No entanto, se atritarmos o bastão de vidro com pele de coelho, o vidro ficará eletrizado negativamente e a pele de coelho, positivamente. Assim, quem está acima na série triboelétrica fica eletrizado positivamente quando atritado com quem está abaixo, que fica eletrizado negativamente.

Após o atritamento com o cabelo da aluna o pente passou a apresentar cargas elétricas negativas em excesso, tornando-se eletrizado (consultar a série triboelétrica). Na aproximação, as bolinhas de isopor, muito leves, são atraídas. As cargas não são descarregadas para a mão da pessoa porque o material do pente é péssimo condutor. As cargas negativas, que apareceram em excesso, ficam localizadas, isto é, não se distribuem pela superfície, como ocorre em um material condutor.

Eletrização por contato

Quando dois ou mais corpos condutores são colocados em contato, estando pelo menos um deles eletrizado, observa-se uma redistribuição de carga elétrica pelas suas superfícies externas.

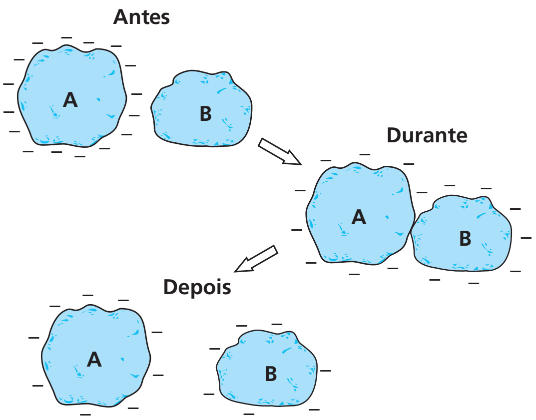
Considere, por exemplo, dois condutores **A** e **B**, estando **A** eletrizado negativamente e **B**, neutro.

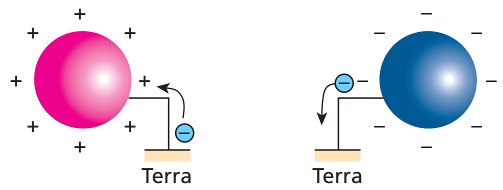


É importante observar que, ao se fazer contato entre esses dois condutores, obtém-se um novo condutor de superfície externa praticamente igual à soma das superfícies individuais.

Assim, a carga elétrica de **A** redistribui-se sobre a superfície total.

É importante também notar que o corpo neutro adquire carga de **mesmo sinal** da carga do corpo inicialmente eletrizado e que a soma algébrica das cargas elétricas deve ser a mesma antes, durante e depois do contato.





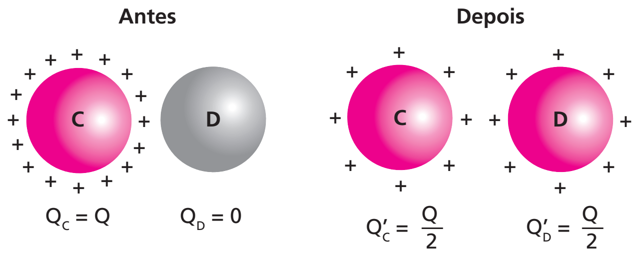
Quando a carga do condutor é **positiva**, ele será "descarregado" pelos elétrons que subirão da terra.

Quando a carga do condutor é **negativa**, ele será "descarregado" porque seus elétrons em excesso descerão para a terra.

A quantidade de carga elétrica existente em cada um dos condutores no final do processo depende da forma e das dimensões deles.

Considere o caso particular de esferas condutoras de mesmo raio.

Nessas esferas, a redistribuição é feita de tal forma que temos, no final, cargas iguais em cada uma delas.



C e **D** são condutores esféricos de raios iguais, estando **C** carregado positivamente com carga igual a **Q**, e **D**, neutro. Depois do contato, cada um deles fica carregado com carga $\frac{Q}{2}$, metade da carga total.

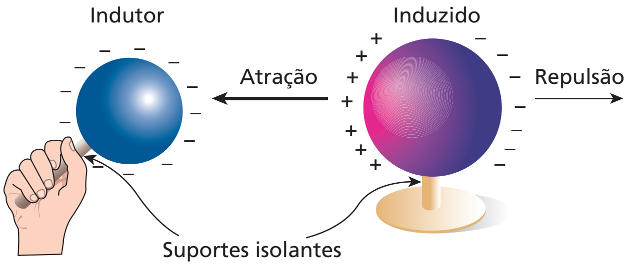
No caso de haver contato simultâneo entre três esferas condutoras de mesmo raio, cada uma ficará, no final, com um terço da carga total do sistema. Assim, para o contato simultâneo de **n** esferas de mesmo raio e admitindo que a carga total do sistema seja igual a **Q**, tem-se, no final, a carga $\frac{Q}{n}$ em cada condutor.

Condutores em contato com a terra

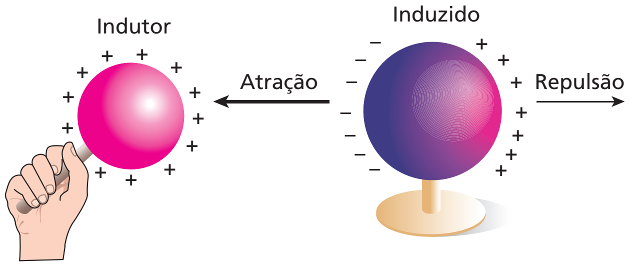
Como será esclarecido no Tópico 3, sempre que um condutor solitário eletrizado é colocado em contato com a terra, ele se neutraliza. Caso o condutor tenha excesso de elétrons, estes irão para a terra. Caso o condutor tenha excesso de prótons, ou seja, falta de elétrons, estes subirão da terra para **neutralizá-lo**. Assim, pode-se dizer que todo condutor eletrizado se "**descarrega**" ao ser ligado à terra.

Eletrização por indução eletrostática

Quando aproximamos (sem tocar) um condutor eletrizado de um neutro, provocamos no condutor neutro uma redistribuição de seus elétrons livres. Esse fenômeno, denominado **indução eletrostática**, ocorre porque as cargas existentes no condutor eletrizado podem atrair ou repelir os elétrons livres do condutor neutro. O condutor eletrizado é chamado de **indutor** e o condutor neutro, de **induzido**.



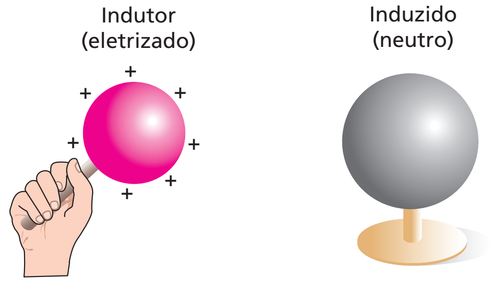
Quando o indutor possui carga negativa, elétrons livres do induzido procuram ficar o mais longe possível do indutor. Observe que as cargas positivas do induzido estão mais próximas do indutor, o que faz a atração ser maior do que a repulsão. Por isso, devido à indução, um condutor neutro é atraído por outro eletrizado.

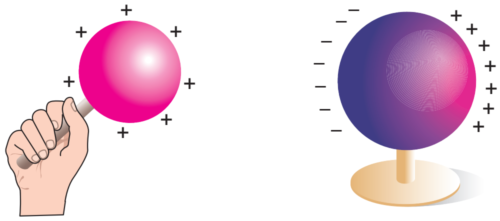


Quando o indutor possui carga positiva, elétrons livres do induzido procuram ficar o mais perto possível do indutor e, mais uma vez, o condutor neutro é atraído pelo eletrizado.

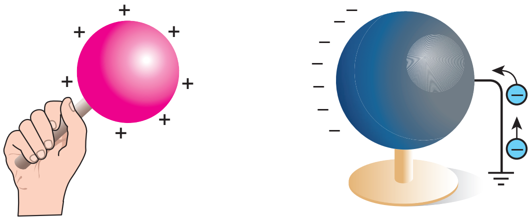
Usando a indução eletrostática, podemos eletrizar um condutor. Para isso, devemos:

1. Aproximar o indutor (condutor eletrizado) do induzido (condutor neutro).

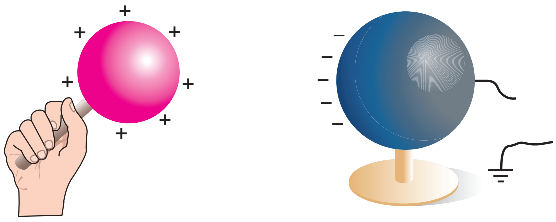




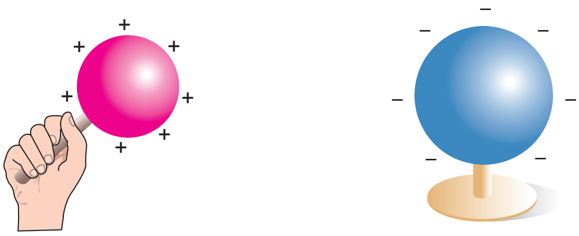
2. Na presença do indutor, ligar o induzido à terra.



3. Desligar o induzido da terra.



4. Agora, podemos afastar o indutor do induzido.



Observe que, após afastar o indutor, as cargas existentes no induzido se redistribuem por toda a sua superfície externa. Essa carga adquirida pelo induzido tem **sinal contrário** ao da carga do indutor. Note que a carga do indutor não se altera.

Se o indutor estivesse eletrizado com carga negativa, após o procedimento descrito, a carga adquirida pelo induzido seria positiva.

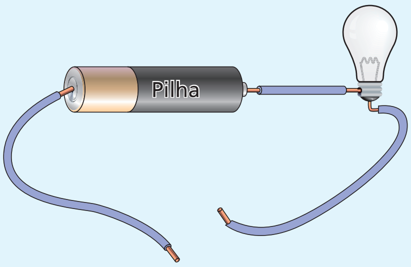
Mais detalhes a respeito do fenômeno da **indução eletrostática** serão apresentados no Tópico 3.

Faça você mesmo

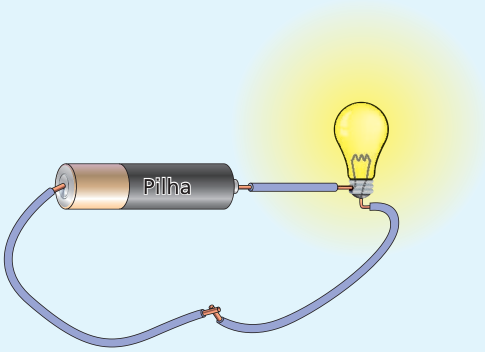
Solução iônica (condutora de eletricidade)

Para este experimento, você deve utilizar: uma pilha média, uma pequena lâmpada de 1,5 V, fios, um pires, água e um pouco de sal de cozinha (cloreto de sódio).

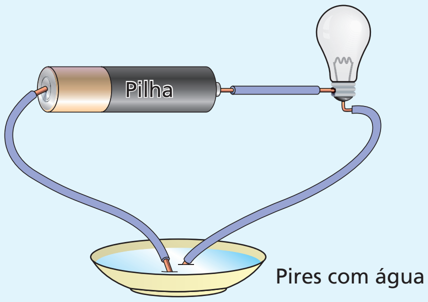
1. Faça a ligação sugerida no desenho a seguir:



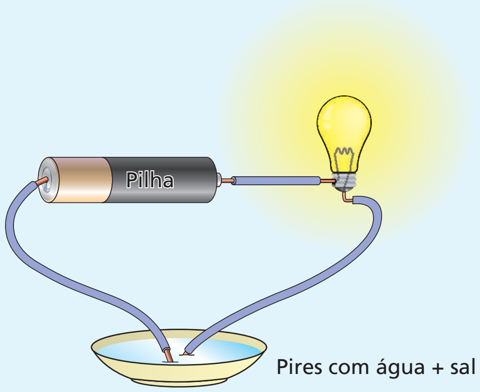
2. Encoste os terminais dos fios, fechando o circuito. Você verá que a lâmpada se acende.



3. Desencoste os terminais e veja que a lâmpada se apaga. Em seguida, mergulhe os terminais na água do pires. Observe qua a lâmpada permanece apagada.



4. Retire os fios do pires e dissolva um pouco de sal de cozinha na água. Volte a mergulhar os terminais na água com sal dissolvido. Note que a lâmpada se acende.



A explicação é que, ao dissolvermos o sal na água, passamos a ter uma solução iônica, com Na^+ e $C\ell^-$. Essa solução é condutora de eletricidade. Como pode passar corrente elétrica através dessa solução iônica, o circuito será fechado e a lâmpada se acenderá. Observe que a água pura não é condutora, mas a solução iônica, sim.

Exercícios

nível 1

1. E.R. Determine o número de elétrons que deverá ser fornecido a um condutor metálico, inicialmente neutro, para que fique eletrizado com carga elétrica igual a $-1{,}0$ C.
Dado: carga elementar $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Resolução:
A carga elétrica de qualquer corpo pode ser expressa sempre da seguinte forma:

$$Q = \pm\, ne$$

em que: $n = 1, 2, 3...$ e **e** é a carga elementar.
Assim:

$$-1{,}0 = -n \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$$

$$n = \frac{1{,}0}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 0{,}625 \cdot 10^{19}$$

$$\boxed{n = 6{,}25 \cdot 10^{18} \text{ elétrons}}$$

2. Determine a carga elétrica de um condutor que, estando inicialmente neutro, perdeu $5{,}0 \cdot 10^{13}$ elétrons.
Dado: carga elementar $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

3. Em uma aula experimental, realizada em laboratório, um professor colocou duas partículas eletrizadas com cargas $\mathbf{Q_1}$ e $\mathbf{Q_2}$ a uma pequena distância. Como resultado, os alunos observaram que as partículas se atraíam. O professor fez, então, dois questionamentos.

a) O que se pode afirmar sobre os sinais de $\mathbf{Q_1}$ e $\mathbf{Q_2}$?
b) A carga $\mathbf{Q_1}$ é repelida por uma terceira carga, $\mathbf{Q_3}$ positiva. Qual é o sinal de $\mathbf{Q_2}$?

4. Considere os materiais a seguir:
a) madeira;
b) vidro;
c) algodão;
d) alumínio;
e) ouro;
f) porcelana;
g) platina;
h) náilon.

Quais deles são bons condutores de eletricidade?

5. Durante uma aula de Física, uma aluna de longos cabelos loiros começa a penteá-los usando pente de plástico. Após passar o pente pelos cabelos, nota que ele atrai pequenos pedaços de papel que se encontram sobre sua carteira. Admirada, ela pergunta ao professor qual a explicação para tal fato. O professor pede que os demais alunos se manifestem. Cinco deles deram respostas diferentes, qual acertou a explicação?
Aluno **A** — O pente é um bom condutor elétrico.
Aluna **B** — O papel é um bom condutor elétrico.
Aluno **C** — Os pedaços de papel já estavam eletrizados.
Aluna **D** — O pente ficou eletrizado por atrito no cabelo.
Aluno **E** — Entre o pente e os pedaços de papel ocorre atração gravitacional.

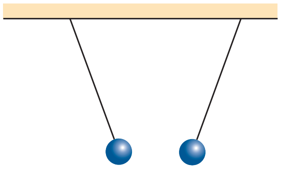
6. Dois corpos **A** e **B** de materiais diferentes, inicialmente neutros e isolados de outros corpos, são atritados entre si. Após o atrito, observamos que:

a) um fica eletrizado positivamente e o outro continua neutro.
b) um fica eletrizado negativamente e o outro continua neutro.
c) ambos ficam eletrizados negativamente.
d) ambos ficam eletrizados positivamente.
e) um fica eletrizado negativamente e o outro, positivamente.

7. Três pequenas esferas metálicas **A**, **B** e **C** idênticas estão eletrizadas com cargas $+3q$, $-2q$ e $+5q$, respectivamente. Determine a carga de cada uma após um contato simultâneo entre as três.

8. (Unifor-CE) Dois corpos **x** e **y** são eletrizados por atrito, tendo o corpo **x** cedido elétrons a **y**. Em seguida, outro corpo, **z**, inicialmente neutro, é eletrizado por contato com o corpo **x**. No final dos processos citados, as cargas elétricas de **x**, **y** e **z** são, respectivamente:
a) negativa, negativa e positiva.
b) positiva, positiva e negativa.
c) positiva, negativa e positiva.
d) negativa, positiva e negativa.
e) positiva, positiva e positiva.

9. Em um experimento realizado em sala de aula, um professor de Física mostrou duas pequenas esferas metálicas idênticas, suspensas por fios isolantes, em uma situação de atração.



Na tentativa de explicar esse fenômeno, cinco alunos fizeram os seguintes comentários:
Maria — Uma das esferas pode estar eletrizada positivamente e a outra, negativamente.
José — Uma esfera pode estar eletrizada positivamente e a outra, neutra.
Roberto — O que estamos observando é simplesmente uma atração gravitacional entre as esferas.
Marisa — Essas esferas só podem estar funcionando como ímãs.
Celine — Uma esfera pode estar eletrizada negativamente e a outra, neutra.
Fizeram comentários corretos os alunos:
a) Marisa, Celine e Roberto.
b) Roberto, Maria e José.
c) Celine, José e Maria.
d) José, Roberto e Maria.
e) Marisa e Roberto.

10. (Unesp-SP) Um dispositivo simples, capaz de detectar se um corpo está ou não eletrizado, é o pêndulo eletrostático, que pode ser feito com uma pequena esfera condutora suspensa por um fio fino e isolante. Um aluno, ao aproximar um bastão eletrizado do pêndulo, observou que ele foi repelido (etapa I). O aluno segurou a esfera do pêndulo com suas mãos, descarregando-a e, então, ao aproximar novamente o bastão, eletrizado com a mesma carga inicial, percebeu que o pêndulo foi atraído (etapa II). Após tocar o bastão, o pêndulo voltou a sofrer repulsão (etapa III). A partir dessas informações, considere as seguintes possibilidades para a carga elétrica presente na esfera do pêndulo:

Possibilidade	Etapa I	Etapa II	Etapa III
1	Neutra	Negativa	Neutra
2	Positiva	Neutra	Positiva
3	Negativa	Positiva	Negativa
4	Positiva	Negativa	Negativa
5	Negativa	Neutra	Negativa

Somente pode ser considerado verdadeiro o descrito nas possibilidades:
a) 1 e 3.
b) 1 e 2.
c) 2 e 4.
d) 4 e 5.
e) 2 e 5.

11. (Vunesp-SP) Objetos eletricamente neutros podem ser eletrizados por vários processos. Considere:
I. Na eletrização por contato, os objetos que se tocam assumem, no final do processo, cargas elétricas de mesmo sinal.
II. Na eletrização por indução, os elétrons do objeto induzido procuram se afastar o máximo possível dos elétrons do corpo indutor.
III. Na eletrização por atrito, há transferência de elétrons de um objeto para outro e, por conta disso, os objetos adquirem cargas de sinais opostos.
É correto o contido em:
a) I, apenas,
b) III, apenas.
c) I e II,apenas.
d) II e III, apenas.
e) I, II e III.

Exercícios nível 2

12. (PUC-PR) Um corpo possui $5 \cdot 10^{19}$ prótons e $4 \cdot 10^{19}$ elétrons. Considerando a carga elementar igual a $1,6 \cdot 10^{-19}$ C, este corpo está:
a) carregado negativamente com uma carga igual a $1 \cdot 10^{-19}$ C.
b) neutro.
c) carregado positivamente com uma carga igual a 1,6 C.
d) carregado negativamente com uma carga igual a 1,6 C.
e) carregado positivamente com uma carga igual a $1 \cdot 10^{-19}$ C.

13. Um átomo de cálcio perde dois elétrons para dois átomos de cloro; um elétron para cada átomo de cloro. Forma-se, assim, o composto iônico $Ca^{++}\,C\ell_2^-$ (cloreto de cálcio). Calcule, em coulomb, a carga de cada íon:
a) Ca^{++}
b) $C\ell^-$
Dado: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C

14. (UFPel-RS) Recentemente foi inaugurado o LHC, um grande acelerador de partículas que deverá permitir a recriação das condições do universo logo após o "Big Bang".
De acordo com as teorias atuais, os prótons e os nêutrons são formados, cada um, por três partículas elementares chamadas de *quarks*. Existem doze tipos de *quarks* na natureza, mas os prótons e nêutrons são formados por apenas dois tipos. O *quark up* (**u**) possui carga elétrica positiva igual a $\frac{2}{3}$ do valor da carga elétrica elementar (**e**), enquanto o *quark down* (**d**) possui carga elétrica negativa igual a $\frac{1}{3}$ do valor da carga elétrica elementar.

Assinale a alternativa que representa a composição do próton (**p**) e do nêutron (**n**), respectivamente:
a) (p) u, d, d – (n) u, d, u.
b) (p) d, d, u – (n) d, d, d.
c) (p) u, u, u – (n) u, d, u.
d) (p) u, u, d – (n) u, d, d.
e) (p) u, u, d – (n) u, u, u.

15. (Vunesp-UEAM) Os processos de eletrização, em eletrostática, são aqueles por meio dos quais podemos transformar um corpo neutro em um eletrizado, isto é, em um corpo negativo ou positivo. A respeito desses processos, pode-se afirmar corretamente que:
a) para transformar um corpo neutro em um eletrizado positivamente, devemos retirar todos os elétrons desse corpo.
b) quando dois corpos isolantes, inicialmente neutros, são atritados um contra o outro, adquirem cargas elétricas de sinais iguais.
c) em um sistema eletricamente isolado não pode haver troca de cargas entre corpos de dentro do sistema.
d) só é possível eletrizar por indução corpos neutros que permaneçam o tempo todo em contato com a terra.
e) se um corpo condutor inicialmente eletrizado toca outro corpo condutor, idêntico ao primeiro, porém neutro, eles adquirem cargas de sinais e módulos iguais.

16. E.R. Três pequenas esferas condutoras, **M**, **N** e **P**, idênticas estão eletrizadas com cargas $+6q$, $+q$ e $-4q$, respectivamente. Uma quarta esfera, **Z**, igual às anteriores, encontra-se neutra. Determine a carga elétrica adquirida pela esfera **Z**, após contatos sucessivos com **M**, **N** e **P**, nessa ordem.

Resolução:
Como os condutores são idênticos, após o contato entre dois deles cada um fica com metade da soma algébrica das suas cargas iniciais.
Assim, no contato entre **Z** e **M**, temos:

$$\text{antes}\begin{cases}Q_Z = 0\\ Q_M = +6q\end{cases} \qquad \text{após}\begin{cases}Q'_Z = +3q\\ Q'_M = +3q\end{cases}$$

No contato entre **Z** e **N**, temos:

$$\text{antes}\begin{cases}Q'_Z = +3q\\ Q_N = +q\end{cases} \qquad \text{após}\begin{cases}Q''_Z = +2q\\ Q'_N = +2q\end{cases}$$

Finalmente, no contato entre **Z** e **P**, temos:

$$\text{antes}\begin{cases}Q''_Z = +2q\\ Q_P = -4q\end{cases} \qquad \text{após}\begin{cases}Q'''_Z = -q\\ Q'_P = -q\end{cases}$$

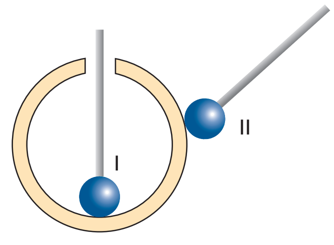
Portanto, após os contatos sucessivos de **Z** com **M**, **N** e **P**, sua carga elétrica Q'''_Z é dada por:

$$\boxed{Q'''_Z = -q}$$

17. (UEL-PR) Três esferas condutoras, **A**, **B** e **C**, têm o mesmo diâmetro. A esfera **A** está inicialmente neutra e as outras duas estão carregadas com cargas $Q_B = 1{,}2\ \mu C$ e $Q_C = 1{,}8\ \mu C$. Com a esfera **A**, toca-se primeiro a esfera **B** e depois a **C**. As cargas elétricas de **A**, **B** e **C**, depois desses contatos, são, respectivamente:
a) 0,60 μC, 0,60 μC e 1,8 μC.
b) 0,60 μC, 1,2 μC e 1,2 μC.
c) 1,0 μC, 1,0 μC e 1,0 μC.
d) 1,2 μC, 0,60 μC e 1,2 μC.
e) 1,2 μC, 0,8 μC e 1,0 μC.

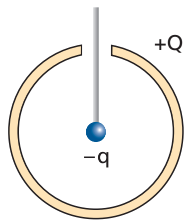
18. (Mack-SP) Três pequenas esferas de cobre, idênticas, são utilizadas em um experimento de Eletrostática. A primeira, denominada **A**, está inicialmente eletrizada com carga $Q_A = +2{,}40$ nC; a segunda, denominada **B**, não está eletrizada; e a terceira, denominada **C**, está inicialmente eletrizada com carga $Q_C = -4{,}80$ nC. Em um dado instante, são colocadas em contato entre si as esferas **A** e **B**. Após atingido o equilíbrio eletrostático, **A** e **B** são separadas uma da outra e, então, são postas em contato as esferas **B** e **C**. Ao se atingir o equilíbrio eletrostático entre **B** e **C**, a esfera **C**:
a) perdeu a carga elétrica equivalente a $1{,}125 \cdot 10^{10}$ elétrons.
b) perdeu a carga elétrica equivalente a $1{,}875 \cdot 10^{10}$ elétrons.
c) ganhou a carga elétrica equivalente a $1{,}125 \cdot 10^{10}$ elétrons.
d) ganhou a carga elétrica equivalente a $1{,}875 \cdot 10^{10}$ elétrons.
e) manteve sua carga elétrica inalterada.
Dado: carga do elétron $= -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C

19. Em uma esfera metálica oca, carregada positivamente, são encostadas esferas metálicas menores, presas a cabos isolantes e inicialmente descarregadas.

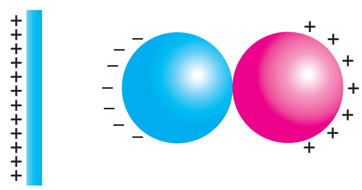


As cargas que passam para as esferas menores, I e II, são, respectivamente:
a) zero e negativa;
b) zero e positiva;
c) positiva e negativa;
d) positiva e zero;
e) negativa e positiva.

20. (UFPE) Uma grande esfera condutora, oca e isolada, está carregada com uma carga Q = 60 mC. Através de uma pequena abertura, no topo da esfera, é introduzida uma pequena esfera metálica, de carga q = – 6 mC, suspensa por um fio. Se a pequena esfera toca a superfície interna do primeiro condutor, qual será a carga final na superfície externa da esfera maior, em mC?

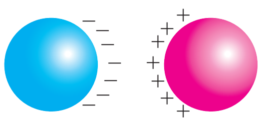


21. (Fuvest-SP) Aproximando-se uma barra eletrizada de duas esferas condutoras, inicialmente descarregadas e encostadas uma na outra, observa-se a distribuição de cargas esquematizada a seguir.

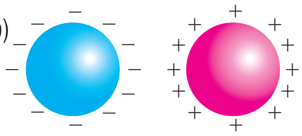


Em seguida, sem tirar do lugar a barra eletrizada, afasta-se um pouco uma esfera da outra. Finalmente, sem mexer mais nas esferas, remove-se a barra, levando-a para muito longe das esferas. Nessa situação final, a figura que melhor representa a distribuição de cargas nas duas esferas é:

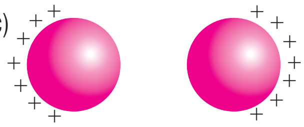
a)



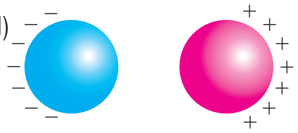
b)



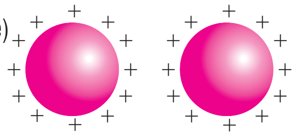
c)



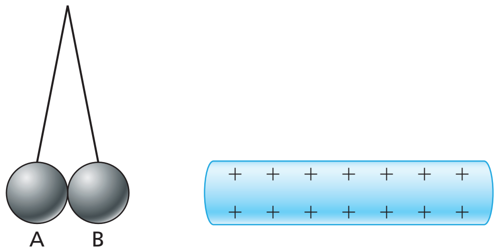
d)



e)

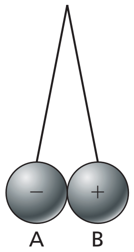


22. A cidade de Brasília possui um clima bastante seco, chovendo raramente. Nesse tipo de ambiente os condutores eletrizados mantêm suas cargas elétricas mais tempo do que o normal. Em um laboratório, de um colégio de Brasília, um professor de Física realizou um experimento para seus alunos. Ele utilizou duas pequenas esferas metálicas, ocas e leves penduradas em fios isolantes de massas desprezíveis. Um bastão de vidro foi atritado com um pano de poliéster, tornando-se positivamente eletrizado. O bastão é, então, aproximado, sem tocar, da esfera da direita, como mostra a ilustração dada a seguir.

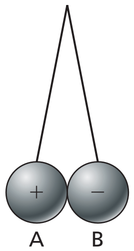


Decorridos alguns segundos, mantido o bastão à direita próximo da esfera **B**, a configuração que melhor representa o estado final do experimento é:

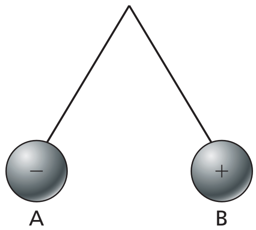
a)



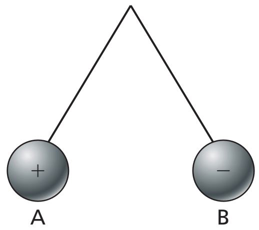
b)



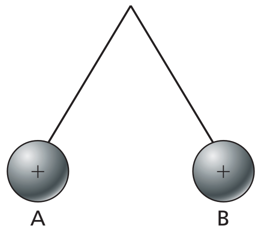
c)



d)



e)



23. (Vunesp-SP) O conhecimento da eletricidade não se deu de forma definida. Fenômenos elétricos conhecidos antes de Cristo somente foram retomados a partir do século XVII, com a construção das primeiras máquinas eletrostáticas. No início, as máquinas eletrostáticas eram baseadas no processo de eletrização por atrito.

Universal Images Group/Universal History Archive/DIOMEDIA

1663 – Máquina de Guerike

Foi somente no século XIX que as primeiras máquinas eletrostáticas baseadas na indução eletrostática foram construídas, as chamadas máquinas de indução ou influência. Essa defasagem é bastante coerente, visto que o processo de eletrização por indução consiste em um procedimento que guarda determinada complexidade e ordem.

Science Museum, London/DIOMEDIA

1883 – Máquina de Wimshurst

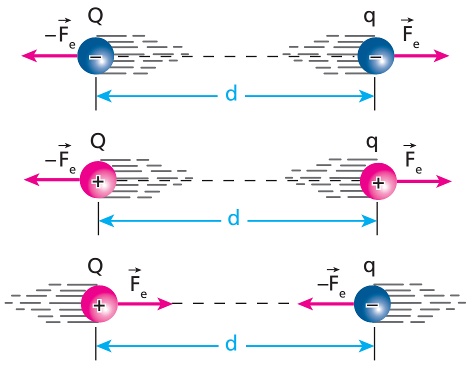
De fato, para podermos eletrizar um corpo, contando com um segundo corpo eletricamente carregado, pelo processo da indução, devemos essencialmente reproduzir os passos descritos, são eles:

a) afastam-se os corpos; o corpo neutro é aterrado, sendo em seguida desfeito o aterramento; o corpo eletrizado é aproximado do corpo neutro; o corpo inicialmente neutro fica com carga de mesmo sinal que a do corpo previamente eletrizado.
b) afastam-se os corpos; o corpo neutro é aterrado, sendo em seguida desfeito o aterramento; o corpo eletrizado é aproximado do corpo neutro; o corpo inicialmente neutro fica com carga de sinal oposto a do corpo previamente eletrizado.
c) o corpo eletrizado é aproximado do corpo neutro; o corpo neutro é aterrado, sendo em seguida desfeito o aterramento; afastam-se os corpos; o corpo inicialmente neutro fica com carga de sinal oposto a do corpo previamente eletrizado.
d) o corpo eletrizado é aproximado do corpo neutro; afastam-se os corpos; o corpo neutro é aterrado, sendo em seguida desfeito o aterramento; o corpo inicialmente neutro fica com carga de mesmo sinal que a do corpo previamente eletrizado.
e) o corpo eletrizado é aproximado do corpo neutro; afastam-se os corpos; o corpo neutro é aterrado sendo em seguida desfeito o aterramento; o corpo inicialmente neutro fica com carga de sinal oposto a do corpo previamente eletrizado.

Bloco 2

8. Lei de Coulomb

Foi o francês Charles Augustin de **Coulomb** quem formulou, em 1785, a lei matemática que rege as interações entre partículas eletrizadas. Usando um modelo newtoniano, ele estabeleceu que a interação eletrostática entre essas partículas manifestava-se por meio de forças de atração e repulsão, dependendo dos sinais das cargas.



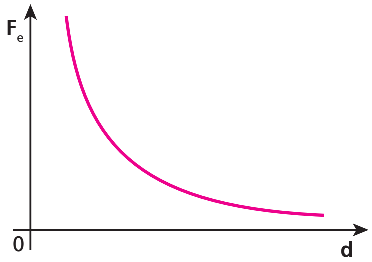
O enunciado da **Lei de Coulomb** pode ser apresentado da seguinte forma:

> As forças de interação entre duas partículas eletrizadas possuem intensidades iguais e são sempre dirigidas segundo o segmento de reta que as une. Suas intensidades são diretamente proporcionais ao módulo do produto das cargas e inversamente proporcionais ao quadrado da distância entre as partículas.

Considere duas partículas eletrizadas com cargas **Q** e **q**, a uma distância **d** uma da outra. De acordo com a Lei de Coulomb, a intensidade da força de interação eletrostática (atração ou repulsão) entre as cargas é calculada por:

$$F_e = K\frac{|Qq|}{d^2}$$

em que **K** é uma constante de proporcionalidade.



Representação gráfica de F_e em função de **d**.

O valor da constante **K**, denominada **constante eletrostática**, depende do meio em que as cargas se encontram. Essa constante **K** é definida, no SI, por:

$$K = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon}$$

sendo **ε** a **permissividade absoluta** do meio onde as cargas estão.

Como em nosso estudo geralmente o meio considerado é o vácuo, nesse dielétrico temos, no SI:

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ N^{-1}\,m^{-2}\,C^2$$

de onde:

$$K_0 = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0} = \frac{1}{4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}}$$

$$K_0 \cong 9{,}0 \cdot 10^9\ N\,m^2\,C^{-2}$$

É comum encontrarmos os termos **permissividade relativa** ou **constante dielétrica**, denominações referentes a uma mesma grandeza, definida pela relação:

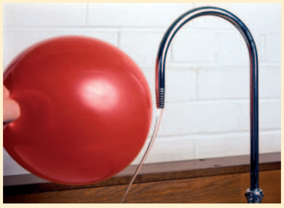
$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

Assim, a **permissividade relativa** (ε_r) de um meio é o quociente da permissividade absoluta desse meio (ε) pela permissividade absoluta do vácuo (ε_0).

Nota:

- O significado da permissividade de um meio será estudado no Tópico 4 de **Eletrodinâmica**. Por enquanto, basta sabermos que permissividade é uma constante física associada ao meio onde as cargas elétricas se encontram.

Isso é que é atração!



Alamy/Other Images

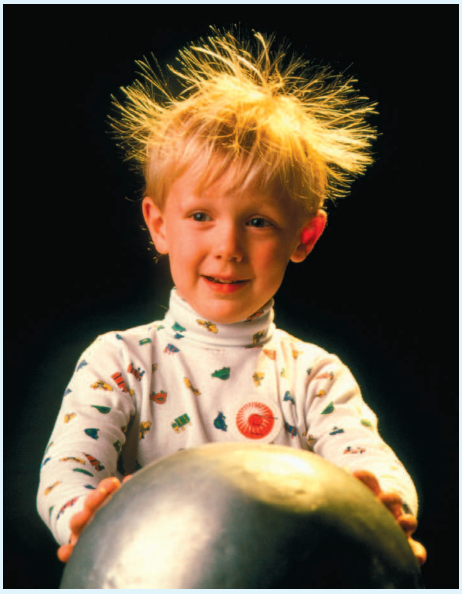
O balão foi atritado na roupa de um aluno, tornando-se eletrizado. Quando aproximado do filete de água, as cargas elétricas em excesso na superfície do balão irão atraí-lo. Devemos lembrar que as moléculas de água são polares. Através da indução, as cargas do balão irão organizar as moléculas da água, permitindo que haja a atração. O desvio do curso do filete pode ser explicado pela atração entre cargas elétricas de sinais opostos.

Leitura

Alguns exemplos de manifestações da eletricidade estática

A eletricidade estática, obtida principalmente por atrito, pode manifestar-se em vários fenômenos do nosso cotidiano, às vezes de forma inofensiva, mas eventualmente de forma perigosa.

Uma dessas manifestações inofensivas pode ser observada em locais muito secos, de índices de umidade do ar muito baixos. Ao manusear um agasalho de lã sintética, podemos ouvir estalidos, devido a pequenas descargas elétricas entre seus fios. Se estivermos no escuro, poderemos observar pequenas faíscas entre os fios que foram eletrizados por atrito. Veja alguns exemplos.


SPL/Latinstock

Na fotografia, podemos observar a aparência estranha dos cabelos do menino. A explicação é que o garoto, ao manter sua mão em contato com um gerador eletrostático, torna-se eletrizado e seus fios de cabelo se repelem, buscando o máximo distanciamento entre si, já que suas cargas estão com mesmo sinal.

Exemplo 1:

Nas tecelagens e nas fábricas de papel-jornal, onde o tecido e o papel são enrolados em grandes bobinas, ocorre o atritamento desses materiais com as partes metálicas das máquinas e, em consequência, aparecem cargas elétricas que podem produzir faíscas quando um operário encosta um objeto – uma chave de fenda, por exemplo. Essas faíscas podem iniciar a combustão do tecido ou do papel. Para evitar que isso ocorra, o local deve ser fechado e mantido com umidade controlada, pois as gotículas de água que são borrifadas nas peças que se atritam descarregam-nas, evitando os perigos de incêndio.

Exemplo 2:

Faíscas indesejáveis podem também ocorrer onde existe material inflamável, como nas refinarias de petróleo, indústrias de certos produtos químicos e salas de cirurgia dos hospitais (onde a maioria dos anestésicos gera vapores altamente explosivos). Por isso, nesses locais, é necessário um controle para evitar possíveis acidentes provocados pela eletricidade estática.

Exemplo 3:

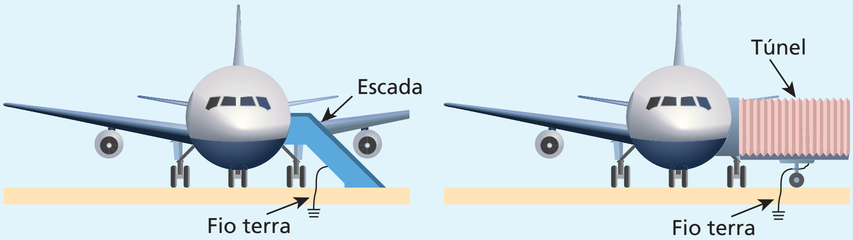

Gualter J. Biscuola

Os caminhões que transportam combustíveis precisam ter o tanque aterrado.

O atrito da superfície externa de um avião com o ar produz a eletrização dessa superfície. Para o escoamento das cargas elétricas acumuladas durante o voo existem nas asas pequenos fios metálicos.

Durante o abastecimento de aviões, eles são conectados à terra para que possíveis cargas elétricas existentes na superfície externa sejam escoadas, evitando pequenas descargas elétricas que poderiam explodir o combustível que está sendo introduzido nos tanques.

A conexão com a terra pode ser feita por meio da escada ou do túnel por onde transitam os passageiros.



Exemplo 4:

Os caminhões que transportam combustíveis também se eletrizam devido ao atrito com o ar. Assim, antes de iniciar o descarregamento, o terminal da mangueira é encaixado na boca do tanque. Essa boca possui um aterramento, isto é, uma conexão condutora com a terra. Um cabo metálico faz a ligação entre o tanque do caminhão e o terminal da mangueira para descarregamento de possíveis cargas elétricas existentes no caminhão. Só após essa operação, o abastecimento é efetuado.

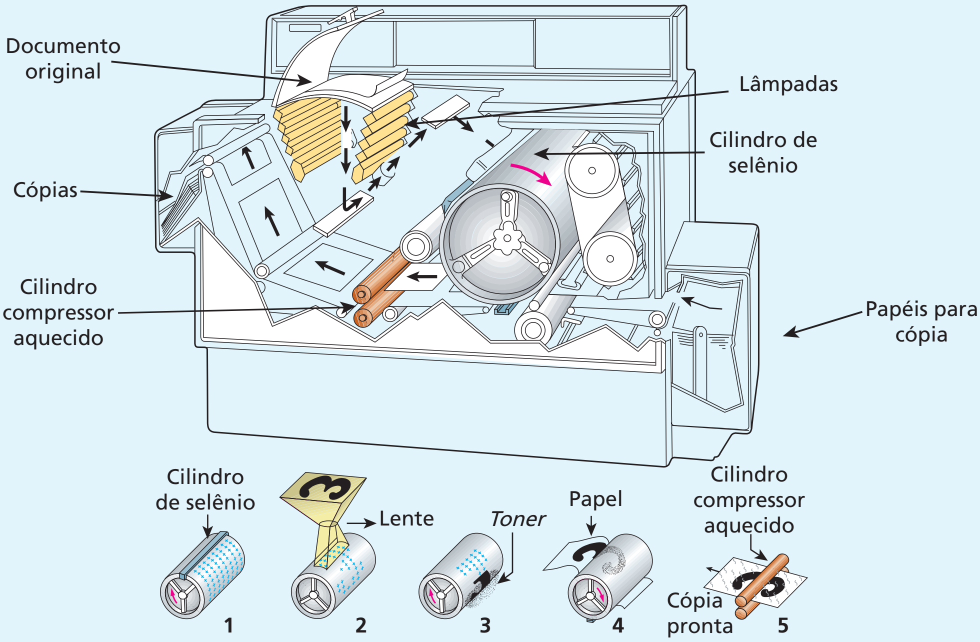
Barry Rosenthal/The Image Bank/Getty Images

Pessoa utilizando máquina duplicadora.

Exemplo 5:

A eletricidade estática tem, em alguns casos, caráter útil. As máquinas duplicadoras do tipo xerox, por exemplo, usam cargas eletrostáticas na reprodução de textos ou ilustrações de um original. A imagem desse original é projetada em um cilindro condutor revestido de selênio (fotocondutor – isolante nos locais não iluminados e condutor nos locais expostos à luz). Esse cilindro, inicialmente eletrizado, é descarregado na razão direta da intensidade da luz que nele incide a partir do original, permanecendo eletrizado nos locais das imagens projetadas. Em seguida, partículas de *toner* (tinta em pó) são atraídas pelas regiões ainda eletrizadas do cilindro. A tinta é, então, transferida para o papel da cópia e fundida por aquecimento, obtendo-se uma reprodução duradoura.

Veja, a seguir, um corte de uma máquina duplicadora e os cinco passos para a reprodução de um original.



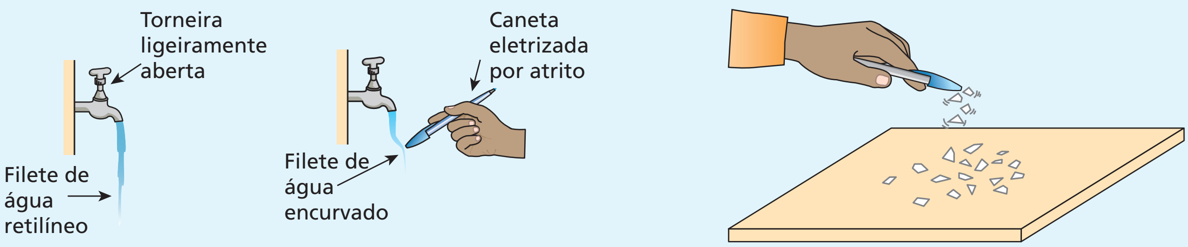
1. Eletrizando o cilindro. **2.** Projetando a imagem no cilindro. **3.** O *toner* sendo atraído para as regiões eletrizadas do cilindro. **4.** Transferindo o *toner* para o papel. **5.** Fixando o *toner* no papel.

Faça você mesmo

De posse de uma caneta esferográfica plástica, você pode realizar um experimento muito simples, que mostra alguns efeitos da eletrização por atrito.

Esfregue o corpo da caneta em sua roupa, durante alguns segundos. Agora, aproxime a caneta de um filete de água de uma torneira semiaberta. Observe que o filete de água é atraído pela caneta, mudando seu curso.

Tal fato ocorre devido ao fenômeno da indução eletrostática, já que a caneta, eletrizada por atrito, organiza as moléculas da água, que são polares, provocando a aproximação do filete.



Você pode repetir esse experimento aproximando a caneta, depois de esfregá-la, de pequenos pedaços de papel. Observe que os pedaços de papel são também atraídos pela caneta.

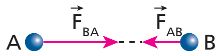
Exercícios

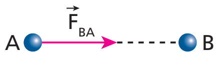
nível 1

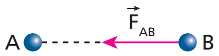
24. (PUC-SP) Suponha duas pequenas esferas **A** e **B** eletrizadas com cargas de sinais opostos e separadas por certa distância. A esfera **A** tem uma quantidade de carga duas vezes maior que a esfera **B** e ambas estão fixas num plano horizontal. Supondo que as esferas troquem entre si as forças de atração $\vec{F}_{AB}$ e $\vec{F}_{BA}$, podemos afirmar que a figura que representa corretamente essas forças é:

a) 

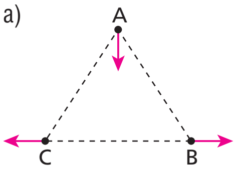
b) 

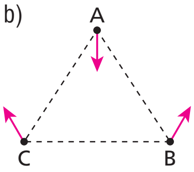
c) 

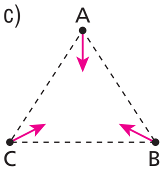
d) 

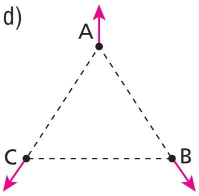
e) 

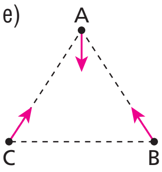
25. (Fuvest-SP) Três pequenas esferas carregadas com cargas de mesmo módulo, sendo **A** positiva e **B** e **C** negativas, estão presas nos vértices de um triângulo equilátero. No instante em que elas são soltas simultaneamente, a direção e o sentido de suas acelerações serão mais bem representados pelo esquema:

a) 

b) 

c) 

d) 

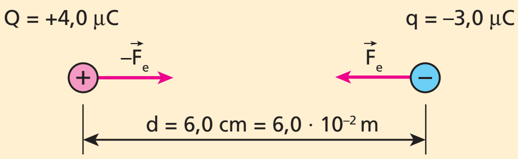
e) 

26. E.R. Determine o módulo da força de interação entre duas partículas eletrizadas com $+4,0\ \mu C$ e $-3,0\ \mu C$, estando elas no vácuo à distância de 6,0 cm uma da outra.

Dado: constante eletrostática do vácuo $K_0 = 9,0 \cdot 10^9\ N\ m^2/C^2$

Resolução:

Como as cargas têm sinais opostos, a interação entre elas é atrativa.



Aplicando a **Lei de Coulomb** a essa interação, temos:

$$F_e = K \frac{|Qq|}{d^2}$$

Substituindo os valores conhecidos, vem:

$$F_e = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-6} \cdot 3,0 \cdot 10^{-6}}{(6,0 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$\boxed{F_e = 30\ N}$$

27. (Mack-SP) Duas cargas elétricas puntiformes distam 20 cm uma da outra. Alterando essa distância, a intensidade da força de interação eletrostática entre as cargas fica 4 vezes menor. A nova distância entre elas é:

a) 10 cm. b) 20 cm. c) 30 cm. d) 40 cm. e) 50 cm.

28. Duas cargas puntiformes $q_1 = 5 \cdot 10^{-6}$ C e $q_2 = 12 \cdot 10^{-6}$ C estão separadas 1 m uma da outra no vácuo. Sendo $K = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$ a constante eletrostática do vácuo, qual a intensidade da força de interação entre elas?

29. No interior do núcleo de um átomo, dois prótons encontram-se a uma distância de um ângstrom, isto é, $1 \cdot 10^{-10}$ m. Sabendo-se que a carga de um próton vale $1,6 \cdot 10^{-19}$ C e que a constante eletrostática é de $9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$, a ordem de grandeza da força, em newtons, que age entre esses prótons, é de:

a) 10^{-2}. b) 10^{-4}. c) 10^{-6}. d) 10^{-8}. e) 10^{-10}.

30. A distância **d** entre duas partículas eletrizadas é de 10 cm. Desejamos alterar essa distância de tal forma que a força de interação fique 4 vezes a força inicial. Qual deve ser o novo valor de **d**?

31. Duas pequenas esferas idênticas e condutoras são eletrizadas com cargas $+\mathbf{Q}$ e $-3Q$ e dispostas a uma distância **d** uma da outra. A força elétrica de atração entre elas apresenta módulo **F**. Se colocarmos essas esferas em contato, sem alteração da carga total, e, em seguida, elas forem levadas de volta para suas posições originais, o que podemos dizer da nova força de interação entre elas?

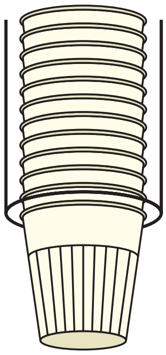
32. (Mack-SP) Com base no modelo do átomo de hidrogênio, no qual se considera um elétron descrevendo uma órbita circunferencial ao redor do núcleo, temos um exemplo de MCU. O raio dessa órbita é da ordem de 10^{-10} m. Sabe-se que a carga elementar é $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, a constante eletrostática do meio é $K = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$, a massa do elétron é $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg e a massa do próton é $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg. Nesse modelo atômico, a velocidade escalar do elétron é, aproximadamente:

a) $1{,}6 \cdot 10^4$ m/s. c) $1{,}6 \cdot 10^6$ m/s. e) $1{,}6 \cdot 10^9$ m/s.
b) $3{,}2 \cdot 10^4$ m/s. d) $3{,}2 \cdot 10^6$ m/s.

Exercícios — nível 2

33. (Vunesp-SP) Ao retirar o copinho de um porta-copos, um jovem deixa-o escapar de suas mãos quando ele já se encontrava a 3 cm da borda do porta-copos. Misteriosamente, o copo permanece por alguns instantes pairando no ar. Analisando o fato, concluiu que o atrito entre o copo extraído e o que ficara exposto havia gerado uma força de atração de origem eletrostática.
Suponha que:

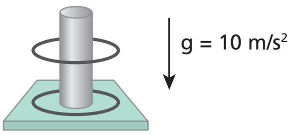
– a massa de um copo seja de 1 g;
– a interação eletrostática ocorra apenas entre o copo extraído e o que ficou exposto, sendo que os demais copos não participam da interação;
– os copos, o extraído e o que ficou exposto, possam ser associados a cargas pontuais, de mesma intensidade.



Nessas condições, dados $g = 10\ m/s^2$ e $K = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$, o módulo da carga elétrica excedente no copinho, momentos após sua retirada do porta-copos, foi, em coulombs, aproximadamente:

a) $6 \cdot 10^{-5}$. c) $4 \cdot 10^{-7}$. e) $2 \cdot 10^{-9}$.
b) $5 \cdot 10^{-6}$. d) $3 \cdot 10^{-8}$.

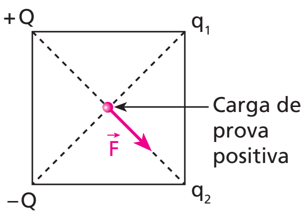
34. (UFTM-MG) Dois pequenos anéis de alumínio, idênticos e de massa 0,9 g, um deles carregado eletricamente e outro neutro, são postos em contato. Em seguida, os anéis são colocados em um pino vertical isolante, montado em uma base também isolante. Nessas condições, o anel superior flutua sobre o inferior, mantendo uma distância fixa de 1 cm.



Sendo a constante eletrostática do ar igual a $9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$, a carga inicialmente depositada sobre o anel eletrizado, em **C**, é:

a) $1 \cdot 10^{-8}$. b) $2 \cdot 10^{-8}$. c) $3 \cdot 10^{-8}$. d) $4 \cdot 10^{-8}$. e) $5 \cdot 10^{-8}$.

35. (Fuvest-SP) Quatro cargas pontuais estão colocadas nos vértices de um quadrado. As duas cargas $+\mathbf{Q}$ e $-\mathbf{Q}$ têm mesmo valor absoluto e as outras duas, q_1 e q_2, são desconhecidas. A fim de determinar a natureza dessas cargas, coloca-se uma carga de prova positiva no centro do quadrado e verifica-se que a força sobre ela é $\vec{F}$, mostrada na figura. Podemos afirmar que:



a) $q_1 > q_2 > 0$. c) $q_1 + q_2 > 0$. e) $q_1 = q_2 > 0$.
b) $q_2 > q_1 > 0$. d) $q_1 + q_2 < 0$.

36. (Fuvest-SP) Pequenas esferas, carregadas com cargas elétricas negativas de mesmo módulo **Q**, estão dispostas sobre um anel isolante e circular, como indicado na figura 1. Nessa configuração, a intensidade da força elétrica que age sobre uma carga de prova negativa, colocada no centro do anel (ponto **P**), é F_1.

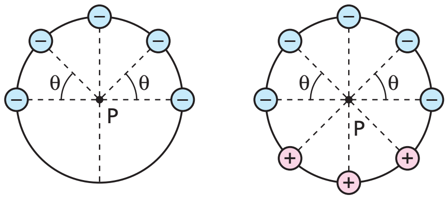


Figura 1 Figura 2

Se forem acrescentadas sobre o anel três outras cargas de mesmo módulo **Q**, mas positivas, como na figura 2, a intensidade da força elétrica no ponto **P** passará a ser :

a) zero. b) $\left(\frac{1}{2}\right)F_1$. c) $\left(\frac{3}{4}\right)F_1$. d) F_1. e) $2\ F_1$.

37. Duas partículas eletrizadas com cargas elétricas iguais a **Q** estão fixas nos vértices opostos **A** e **C** de um quadrado de lado ℓ. A força de repulsão entre elas tem intensidade F_e (figura **a**). Quando colocadas nos vértices adjacentes **A** e **B**, a força de repulsão passa a ter intensidade F'_e (figura **b**).

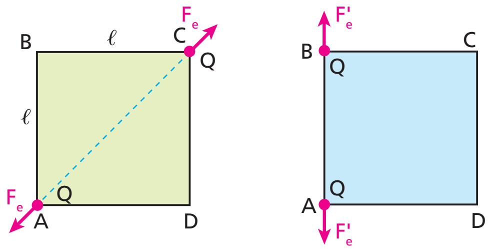


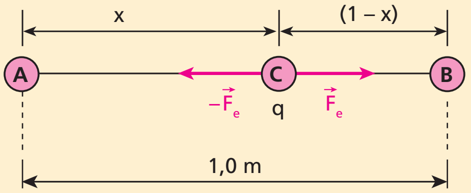
Figura **a** Figura **b**

Qual a relação que existe entre F'_e e F_e?

38. E.R. Duas partículas **A** e **B**, eletrizadas com cargas de mesmo sinal e respectivamente iguais a Q_A e Q_B, tal que $Q_A = 9\ Q_B$, são fixadas no vácuo a 1,0 m de distância uma da outra. Determine o local, no segmento que une as cargas **A** e **B**, onde deverá ser colocada uma terceira carga **C**, para que ela permaneça em repouso.

Resolução:

Inicialmente, façamos um esquema da situação:



Como as cargas **A** e **B** têm o mesmo sinal, as forças de interação que agirão sobre a terceira carga terão a mesma direção, mas sentidos opostos, não importando qual o seu sinal. Uma vez que essa terceira carga deve ficar em repouso, os módulos das forças que agem sobre ela devem ser iguais (resultante nula). Assim:

$$K\frac{|Q_A\ q|}{x^2} = K\frac{|Q_B q|}{(1 - x)^2}$$

$$\frac{9\,|Q_B|}{x^2} = \frac{|Q_B|}{(1 - x)^2} \Rightarrow x^2 = 9(1 - x)^2$$

$$x = 3(1 - x) \Rightarrow x = 3 - 3x$$

$$4x = 3 \Rightarrow \boxed{x = 0{,}75\ \text{m}}$$

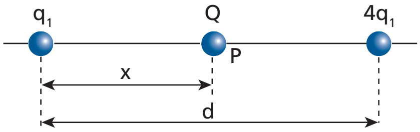
A carga **C** deve ser colocada a 0,75 m de **A** e a 0,25 m de **B**.

Nota:

- A equação $x^2 = 9\,(1 - x)^2$ admite uma outra solução, que não satisfaz às condições do problema. Ela corresponde a um ponto fora do segmento que une **A** e **B**, em que as forças têm mesmo módulo e mesmo sentido e, portanto, **não se equilibram**.

39. Um sistema eletrostático composto de 3 cargas $Q_1 = Q_2 = +Q$ e $Q_3 = q$ é montado de forma a permanecer em equilíbrio, isto é, imóvel.
Sabendo-se que a carga $\mathbf{Q_3}$ é colocada no ponto médio entre $\mathbf{Q_1}$ e $\mathbf{Q_2}$, calcule **q**.

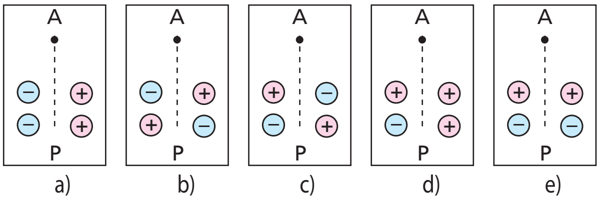
40. Duas partículas eletrizadas positivamente com cargas $\mathbf{q_1}$ e $4q_1$ são fixadas a uma distância **d** uma da outra. Uma terceira partícula, com carga negativa **Q**, é colocada sobre a linha que une as partículas fixas a uma distância **x** da carga $\mathbf{q_1}$, ficando livre para mover-se para a direita ou para a esquerda. Observe a figura fornecida.



Responda às questões propostas.

a) Qual o valor da distância **x** para que a carga livre **Q** não se mova ao longo do segmento?
b) Verifique se existe um valor de **Q**, colocado conforme o item **a**, de modo que as três partículas possam manter-se em equilíbrio ao soltarmos $\mathbf{q_1}$ e $4q_1$.

41. (Fuvest-SP) Um pequeno objeto, com carga elétrica positiva, é largado da parte superior de um plano inclinado, no ponto **A**, e desliza, sem ser desviado, até atingir o ponto **P**. Sobre o plano, estão fixados 4 pequenos discos com cargas elétricas de mesmo módulo. As figuras representam os discos e os sinais das cargas, vendo-se o plano de cima. Das configurações abaixo, a única compatível com a trajetória retilínea do objeto é:



42. (Unesp-SP) Considere duas pequenas esferas condutoras iguais, separadas pela distância d = 0,3 m. Uma delas possui carga $Q_1 = 1 \cdot 10^{-9}$ C e a outra $Q_2 = -5 \cdot 10^{-10}$ C.
Utilizando $\frac{1}{(4\pi\varepsilon_0)} = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$,

a) calcule a força elétrica **F** de uma esfera sobre a outra, declarando se a força é atrativa ou repulsiva.
b) A seguir, as esferas são colocadas em contato uma com a outra e recolocadas em suas posições originais. Para esta nova situação, calcule a força elétrica **F** de uma esfera sobre a outra, declarando se a força é atrativa ou repulsiva.

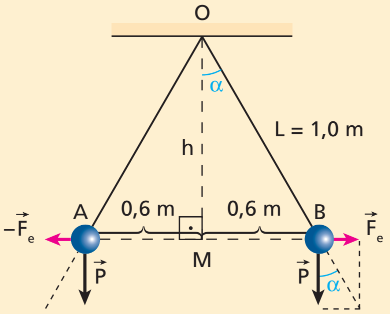
43. E.R. Duas esferas condutoras idênticas muito pequenas, de mesma massa m = 0,30 g, encontram-se no vácuo, suspensas por meio de dois fios leves, isolantes, de comprimentos iguais L = 1,0 m e presos a um mesmo ponto de suspensão **O**. Estando as esferas separadas, eletriza-se uma delas com carga **Q**, mantendo-se a outra neutra. Em seguida, elas são colocadas em contato e depois abandonadas, verificando-se que na posição de equilíbrio a distância que as separa é d = 1,2 m. Determine a carga **Q**.
Dados: $Q > 0$; $K_0 = 9{,}0 \cdot 10^9\ \text{N m}^2\ \text{C}^{-2}$; $g = 10\ \text{m s}^{-2}$.

Resolução:

Como as esferas são idênticas, pode-se afirmar que após o contato elas estarão igualmente eletrizadas. Assim:

$$Q_A = Q_B = \frac{Q}{2}$$

Fazendo um esquema das forças relevantes nas esferas **A** e **B**, temos:



Da figura, podemos afirmar que:

$$\frac{F_e}{P} = \text{tg}\ \alpha \ \text{e}\ \text{tg}\ \alpha = \frac{0{,}6}{h}$$

Da **relação de Pitágoras**, aplicada ao triângulo OMB, vem:

$$(1{,}0)^2 = (0{,}6)^2 + h^2 \Rightarrow h = 0{,}8\ \text{m}$$

Assim, obtemos:

$$F_e = P \cdot \frac{0{,}6}{0{,}8} \Rightarrow F_e = P \cdot \frac{3}{4} \quad \text{(I)}$$

Mas:

$$F_e = K\frac{|Q_A Q_B|}{d^2} = \frac{K \cdot \frac{Q}{2} \cdot \frac{Q}{2}}{d^2} = \frac{KQ^2}{4d^2}$$

$$F_e = \frac{9{,}0 \cdot 10^9\ Q^2}{4(1{,}2)^2} \quad \text{(II)}$$

$$P = m\,g = 0{,}30 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \quad \text{(III)}$$

Então, substituindo (II) e (III) em (I), vem:

$$9{,}0 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q^2}{4(1{,}2)^2} = 0{,}30 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot \frac{3}{4}$$

$$Q^2 = 1{,}44 \cdot 10^{-12} \quad \Rightarrow \quad Q = 1{,}2 \cdot 10^{-6}\,\text{C}$$

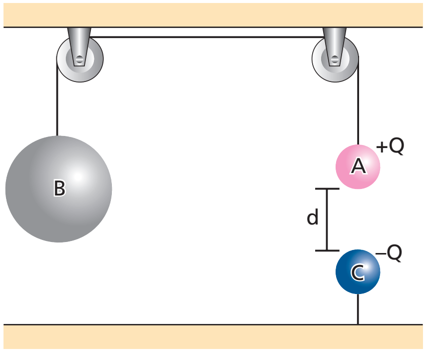
$$\boxed{Q = 1{,}2\,\mu\text{C}}$$

44. (Fuvest-SP) Duas pequenas esferas metálicas idênticas, inicialmente neutras, encontram-se suspensas por fios inextensíveis e isolantes.

Um jato de ar perpendicular ao plano da figura é lançado durante um certo intervalo de tempo sobre as esferas. Observa-se então que ambas as esferas estão fortemente eletrizadas.
Quando o sistema alcança novamente o equilíbrio estático, podemos afirmar que as tensões nos fios:

a) aumentaram e as esferas atraem-se.
b) diminuíram e as esferas repelem-se.
c) aumentaram e as esferas repelem-se.
d) diminuíram e as esferas atraem-se
e) não sofreram alterações.

45. (Olimpíada Brasileira de Física) Os corpos **A** e **B**, de massas **m** e **M**, respectivamente, estão atados por uma corda que passa por duas roldanas. O corpo **A** está carregado com carga **+Q** e sofre a ação de uma outra carga **−Q**, que se encontra a uma distância **d** (figura a seguir). Nessa situação todo o sistema encontra-se em equilíbrio.



Se as massas **A** e **B** quadruplicarem, qual deve ser a nova distância entre as cargas para que o sistema fique em equilíbrio? Considere desprezíveis a massa da corda e o atrito nas roldanas.

a) d. b) $\frac{d}{2}$. c) $\frac{d}{4}$. d) 2d. e) 4d.

46. As duas esferas idênticas da figura **A**, uma eletrizada e a outra neutra, foram colocadas em contato e, em seguida, recolocadas em suas posições iniciais, aparecendo entre elas uma força elétrica de repulsão de intensidade **F**. As esferas estão em equilíbrio na posição indicada na figura **B**. Se a massa de cada esfera vale 10 g, o meio é o vácuo ($K_0 = 9 \cdot 10^9\ \text{N m}^2/\text{C}^2$) e $g = 10\ \text{m/s}^2$, qual o módulo da carga de cada esfera, na figura **B**?

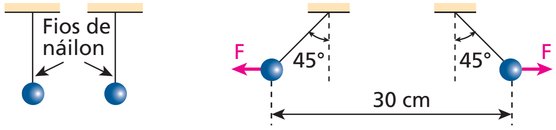
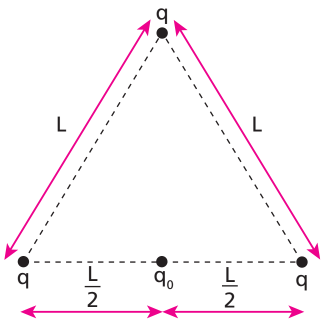


Figura A Figura B

47. (UFPE) Nos vértices de um triângulo equilátero de lado L = 3,0 cm, são fixadas cargas **q** pontuais e iguais. Considerando q = 3,0 μC, determine o módulo da força, em **N**, sobre uma carga pontual q_0 = 2,0 μC, que se encontra fixada no ponto médio do triângulo.
Dado: $K = 9 \cdot 10^9$ (SI)



Descubra mais

1. Pesquise e tente explicar como os *quarks* se mantêm unidos para formar os prótons e os nêutrons.
2. Se prótons possuem cargas elétricas de sinais iguais e, portanto, se repelem, como essas partículas se mantêm estáveis no núcleo de um átomo?
3. Pesquise sobre **força nuclear forte**. Qual a diferença entre essa força e a **força nuclear fraca**?
4. Faça uma pesquisa sobre **força eletromagnética**. Podemos encontrá-la em um átomo ou em uma molécula?
5. É comum uma pessoa, ao fechar a porta de um automóvel, após tê-lo dirigido, receber um choque no contato com o puxador. Como você explica esse fato?
6. Você talvez já tenha visto na TV ou no cinema uma cena em que uma pessoa se encontra em uma banheira ou piscina e cai na água, por exemplo, um ventilador ligado. Se a água é um isolante elétrico, por que a pessoa recebe um choque?

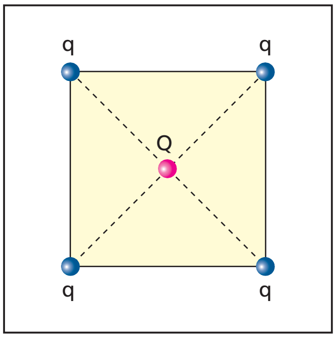
Exercícios nível 3

48. (Uespi) Uma pequena esfera condutora **A**, no vácuo, possui inicialmente carga elétrica **Q**. Ela é posta em contato com outra esfera, idêntica a ela porém neutra, e ambas são separadas após o equilíbrio eletrostático ter sido atingido. Esse procedimento é repetido mais 10 vezes, envolvendo outras 10 esferas idênticas à esfera **A**, todas inicialmente neutras. Ao final, a carga da esfera **A** é igual a:

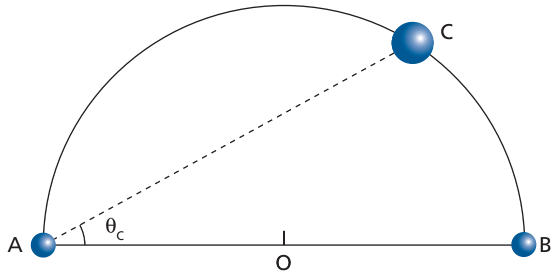
a) $\frac{Q}{2^9}$.
b) $\frac{Q}{2^{10}}$.
c) $\frac{Q}{2^{11}}$.
d) $\frac{Q}{10}$.
e) $\frac{Q}{11}$.

49. Um corpo condutor foi eletrizado com carga elétrica positiva igual a **Q**. Após a eletrização, ele é dividido em duas partes, sendo que uma delas com carga **q**. Nesse processo não há perda de carga. Quando colocamos essas duas partes a uma distância **d**, uma repulsão ocorrerá entre elas. Qual deve ser a relação entre as cargas **q** e **Q** para que a repulsão entre as partes seja máxima?

50. (UFJF-MG) Quatro cargas elétricas iguais de módulo **q** estão situadas nos vértices de um quadrado, como mostra a figura. Qual deve ser o módulo da carga **Q** de sinal contrário que é necessário colocar no centro do quadrado para que todo o sistema de cargas fique em equilíbrio?



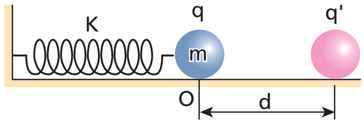
51. (UFBA) Uma pequena esfera vazada **C**, com uma carga positiva, é perpassada por um aro semicircular situado num plano horizontal, com extremidades nos pontos **A** e **B**, como indica a figura abaixo. A esfera pode se deslocar sem atrito tendo o aro como guia. Nas extremidades **A** e **B** do aro são colocadas pequenas esferas com cargas $+125\ \mu C$ e $+8\ \mu C$, respectivamente. Determine a tangente do ângulo θ_c, para o qual a esfera **C** permanece em equilíbrio.



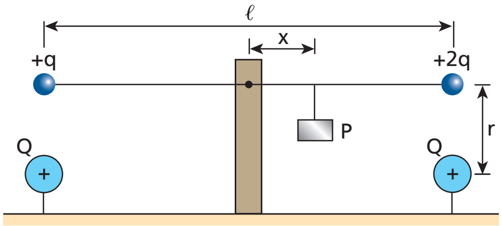
52. (ITA-SP) Uma partícula de massa $M \cong 10,0$ g e carga $q = -2,0 \cdot 10^{-6}$ C é acoplada a uma mola de massa desprezível. Esse conjunto é posto em oscilação e seu período medido é $P = 0,40\ \pi$ s. É fixada, a seguir, uma outra partícula de carga $q' = 0,20 \cdot 10^{-6}$ C a uma distância **d** da posição de equilíbrio **O** do sistema massa-mola (ver figura). O conjunto é levado lentamente até a nova posição de equilíbrio, distante $x \cong 40$ cm da posição de equilíbrio inicial **O**. Qual o valor de **d**?

Dado: $K_0 = 9 \cdot 10^9$ N m²/C².

Obs.: Considere as duas cargas puntiformes.



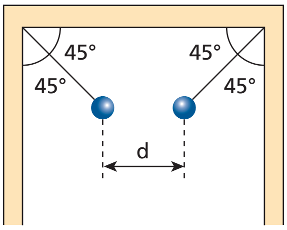
53. (UFU-MG) A figura mostra uma barra isolante, sem massa, de comprimento $\ell = 2$ m, presa por um pino no centro. Nas suas extremidades estão presas cargas positivas **q** e 2q, sendo $q = 1 \cdot 10^{-6}$ C. A uma distância $r = 0,3$ m, diretamente abaixo de cada uma dessas cargas, encontra-se afixada uma carga positiva $Q = 4 \cdot 10^{-6}$ C. Considere somente as interações entre as cargas situadas diretamente abaixo uma da outra e $K = 9 \cdot 10^9$ N m²/C². Sabe-se que a reação no pino é nula.



Determine:

a) o valor do peso **P** necessário para manter a barra em equilíbrio na horizontal;
b) a distância **x**, a partir do pino, onde o peso **P** deve ser suspenso quando a barra está balanceada, e de que lado do suporte (esquerdo ou direito).

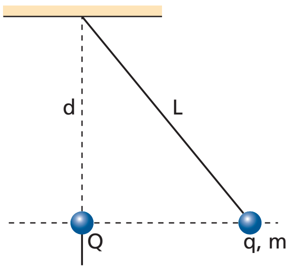
54. (Mack-SP) Duas pequenas esferas metálicas idênticas, de 10 gramas cada uma, estão suspensas por fios isolantes, presos a duas paredes verticais, como mostra a figura abaixo. As esferas eletrizadas com cargas $q_1 = +1,0\ \mu C$ e $q_2 = -1,0\ \mu C$, respectivamente, estão em equilíbrio na posição indicada.



O meio é o vácuo ($K_0 = 9 \cdot 10^9$ N · m²/C²) e a aceleração gravitacional local é $g = 10$ m/s². A distância **d**, entre as referidas esferas, é:

a) 1,0 cm. b) 2,0 cm. c) 3,0 cm. d) 10 cm. e) 30 cm.

55. (UFG-GO) Numa experiência rudimentar para se medir a carga eletrostática de pequenas bolinhas de plástico carregadas positivamente, pendura-se a bolinha, cuja carga se quer medir, em um fio de seda de 5 cm de comprimento e massa desprezível. Aproxima-se, ao longo da vertical, uma outra bolinha com carga de valor conhecido Q = 10 nC, até que as duas ocupem a mesma linha horizontal, como mostra a figura.

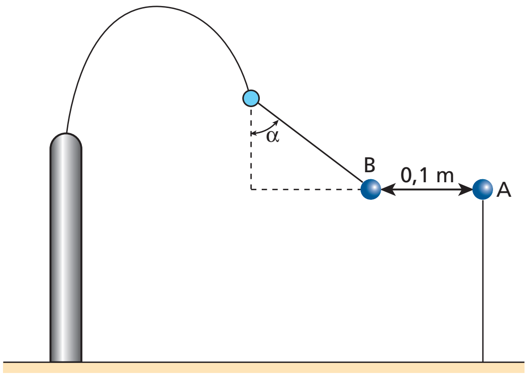


Sabendo-se que a distância medida da carga **Q** até o ponto de fixação do fio de seda é de 4 cm e que a massa da bolinha é de 0,4 g, o valor da carga desconhecida é de:

a) 30 nC. b) 25 nC. c) 32 nC. d) 53 nC. e) 44 nC.

Dados: $K = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$; $g = 10\ m/s^2$; L = 5 cm; d = 4 cm; m = 0,4 g; Q = 10 nC.

56. (Ufop-MG) A figura a seguir mostra a configuração de equilíbrio de uma pequena esfera **A** e um pêndulo **B** que possuem cargas de mesmo módulo.



Dados: aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$;

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9\ \frac{Nm^2}{C^2}.$$

a) O que pode ser afirmado sobre os sinais das cargas **A** e **B**?

b) Se $tg\ \alpha = \frac{4}{3}$ e a massa de **B** é 0,1 kg, determine os módulos das cargas de **A** e **B**.

57. (UFG-GO) Considere a situação hipotética esquematizada na Figura 1, onde duas esferas idênticas de massa m = 90 g, carregadas com cargas de 2 μC cada uma, estão separadas por 20 cm. Dobram-se as cargas nas esferas e, para que as esferas não saiam de suas posições, prende-se uma mola entre elas, como na Figura 2. A mola distende-se 1,0 cm. Qual a constante elástica da mola? (Adote $g = 10\ m/s^2$ e $K_0 = 9{,}0 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$.)

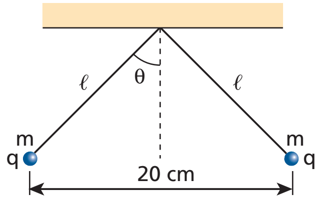


Figura 1 – Esferas carregadas com cargas de 2 μC cada uma.

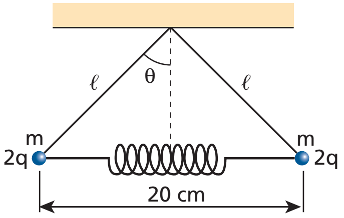


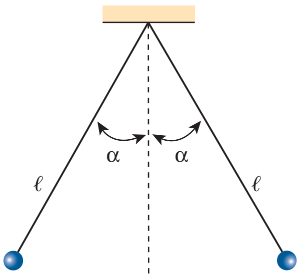
Figura 2 – Esferas carregadas com cargas de 4 μC cada uma e ligadas por uma mola.

58. (ITA-SP) Utilizando o modelo de Bohr para o átomo, calcule o número aproximado de revoluções efetuadas por um elétron no primeiro estado excitado do átomo de hidrogênio, se o tempo de vida do elétron, nesse estado excitado, é de 10^{-8} s. São dados: o raio da órbita do estado fundamental é de $5{,}3 \cdot 10^{-11}$ m e a velocidade do elétron nessa órbita é de $2{,}2 \cdot 10^6$ m/s.

a) $1 \cdot 10^6$ revoluções.
b) $4 \cdot 10^7$ revoluções.
c) $5 \cdot 10^7$ revoluções.
d) $8 \cdot 10^6$ revoluções.
e) $9 \cdot 10^6$ revoluções.

Para raciocinar um pouco mais

59. (Unifesp-SP) Na figura, estão representadas duas pequenas esferas de mesma massa, m = 0,0048 kg, eletrizadas com cargas de mesmo sinal, repelindo-se no ar. Elas estão penduradas por fios isolantes muito leves, inextensíveis, de mesmo comprimento, ℓ = 0,090 m. Observa-se que, com o tempo, essas esferas se aproximam e os fios tendem a se tornar verticais.



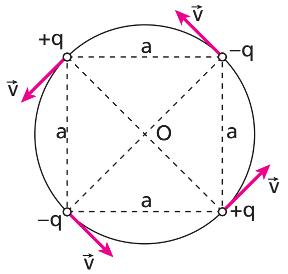
a) O que causa a aproximação dessas esferas? Durante essa aproximação, os ângulos que os fios formam com a vertical são sempre iguais ou podem tornar-se diferentes um do outro? Justifique.

b) Suponha que, na situação da figura, o ângulo **α** é tal que sen α = 0,60; cos α = 0,80; tg α = 0,75 e as esferas têm cargas iguais. Qual é, nesse caso, a carga elétrica de cada esfera? (Admitir $g = 10\ m/s^2$ e $K = 9{,}0 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$.)

60. (Fuvest-SP) Quatro pequenas esferas de massa **m** estão carregadas com cargas de mesmo valor absoluto **q**, sendo duas negativas e duas positivas, como mostra a figura. As esferas estão dispostas formando um quadrado de lado **a** e giram numa trajetória circular de centro **O**, no plano do quadrado, com velocidade de módulo constante **v**. Suponha que as **únicas** forças atuantes sobre as esferas são devidas à interação eletrostática. A constante de permissividade elétrica é ε_0. Todas as grandezas (dadas e solicitadas) estão em unidades SI.

a) Determine a expressão do módulo da força eletrostática resultante $\vec{F}$ que atua em cada esfera e indique sua direção.

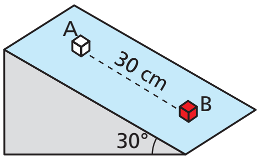
b) Determine a expressão do módulo da velocidade tangencial $\vec{v}$ das esferas.



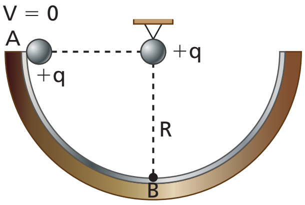
61. Em um ponto do plano inclinado, que se encontra no vácuo, fixamos um corpo **B** eletrizado com carga Q = 20 μC. A 30 cm de **B**, coloca-se um pequeno corpo **A** de 20 gramas de massa, eletrizado com carga **q**. Adote $g = 10\ m/s^2$ e $K = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$.

a) Se não existe atrito, para que o corpo **A** fique em equilíbrio, qual deve ser sua carga elétrica?

b) Se existisse atrito e o coeficiente de atrito estático entre o corpo **A** e o plano inclinado fosse igual a 0,25, qual seria a menor distância entre **A** e **B** para não haver movimento do corpo **A**?



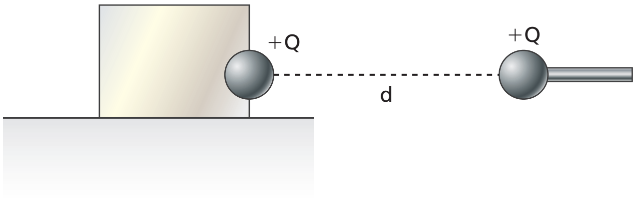
62. No laboratório de Física da escola utilizou-se para o experimento pedido pelo professor um trilho em forma semicilíndrica. De material isolante elétrico, a sua superfície era extremamente lisa apresentando coeficiente de atrito praticamente nulo, podendo-se desprezar os atritos. Esse trilho foi fixado sobre uma bancada, na posição vertical.



Do ponto **A** foi abandonada uma pequena esfera condutora, de massa 10 gramas e eletrizada com carga elétrica igual a + 2 μC. No centro da curva, de raio 60 cm, é posicionada uma segunda esfera condutora também eletrizada com carga de +2 μC. No local a aceleração da gravidade pode ser aproximada para $10\ m/s^2$. ($K = 9 \cdot 10^9\ N\ m/C^2$)

Pede-se determinar a intensidade da reação normal exercida pelo trilho na esfera abandonada no ponto **A**, quando a mesma passa pelo ponto **B** indicado na figura.

63. Na figura dada a seguir, encontramos um bloco, confeccionado com um material isolante elétrico, de massa 200 gramas onde observamos uma cavidade. Um segundo corpo, metálico, de massa 25 gramas, foi incrustrado na cavidade. Esse conjunto foi depositado sobre uma superfície horizontal. A parte metálica foi eletrizada com carga positiva de 4,0 μC. O coeficiente de atrito estático entre a superfície e o bloco vale 0,25.



Qual a mínima distância que um bastão eletrizado com carga igual à do bloco metálico poderá ser aproximado para que não ocorra movimento? ($g = 10\ m/s^2$)

64. Considere o modelo clássico do átomo de hidrogênio, no qual existe um próton no núcleo e um elétron girando em órbita circular em torno desse núcleo.

Suponha conhecidos:

- em módulo: carga do próton = carga do elétron = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C;
- raio da órbita do elétron = $1{,}0 \cdot 10^{-10}$ m;
- massa do elétron = $9{,}0 \cdot 10^{-31}$ kg;
- massa do próton = $1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg;
- constante eletrostática do meio:
  $K = 9{,}0 \cdot 10^9\ Nm^2\ C^{-2}$;
- constante de gravitação universal:
  $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$.

Admitindo apenas as interações devidas às cargas elétricas, determine:

a) o módulo da força de interação entre o próton e o elétron;

b) a velocidade escalar do elétron.

Se fossem consideradas também as interações gravitacionais, qual seria:

c) o módulo da força resultante de interação entre próton e elétron?

d) a velocidade escalar do elétron?

Tópico 2

Campo elétrico

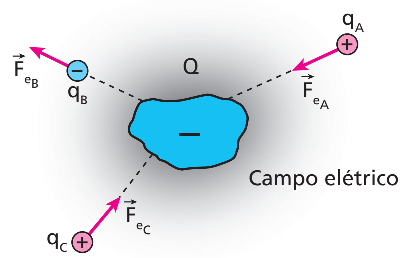
Bloco 1

1. Conceito e descrição de campo elétrico

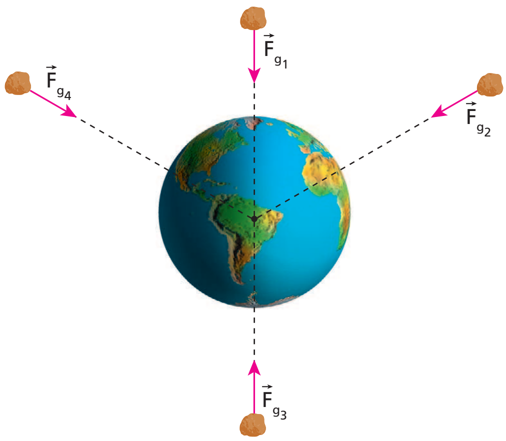
Você já aprendeu que cargas elétricas de sinais opostos se atraem e cargas elétricas de sinais iguais se repelem. Essa interação a distância entre corpos eletrizados pode ser explicada usando-se o conceito de **campo elétrico**.

Campo elétrico é uma propriedade física estabelecida em todos os pontos do espaço que estão sob a influência de uma carga elétrica (carga fonte), tal que uma outra carga (carga de prova), ao ser colocada em um desses pontos, fica sujeita a uma força de atração ou de repulsão exercida pela carga fonte.

Carga de prova é uma carga elétrica de valor conhecido utilizada para detectar a existência de um campo elétrico. Ela é posicionada em um determinado local e, pelo efeito observado, pode-se saber se nele existe ou não um campo elétrico. Se confirmada a existência do campo elétrico, a carga de prova também auxilia a determinar sua intensidade.



A carga elétrica **Q** gera um campo elétrico no espaço que a envolve. Quando uma outra carga elétrica, **q** (carga de prova), é colocada em um ponto dessa região, ela recebe uma força $\vec{F}_e$, que pode ser de atração ou de repulsão em relação à carga fonte **Q**.



O campo gravitacional é exclusivamente atrativo, como indicam as forças gravitacionais ($\vec{F}_g$) representadas no esquema.

Como podemos observar nos esquemas anteriores, existe uma notável analogia entre os campos elétrico e gravitacional. Apesar disso, é importante notar que, no campo elétrico, as forças manifestadas podem ser de atração ou de repulsão, enquanto, no campo gravitacional, essas forças são exclusivamente de atração.

Como sabemos, o campo gravitacional é descrito pelo vetor aceleração da gravidade ($\vec{g}$). O campo elétrico, por sua vez, é descrito pelo vetor campo elétrico $\vec{E}$, que definiremos a seguir.

Nota:

- Foi Isaac Newton quem estabeleceu o conceito de interação a distância entre dois corpos. Michael Faraday utilizou e ampliou esse conceito estabelecendo a ideia de campo elétrico. Foi Faraday o primeiro a utilizar a ideia de campo para interações a distância.
- É importante lembrar que, ao colocarmos uma massa de prova (**m**) em um local onde existe um campo gravitacional ($\vec{g}$), na massa surge uma força, denominada **peso** ($\vec{P}$), valendo a relação:

$$\vec{g} = \frac{\vec{P}}{m} \Rightarrow \vec{P} = m\,\vec{g}$$

2. Definição do vetor campo elétrico

Para melhor compreensão, considere uma região do espaço inicialmente livre da influência de qualquer carga elétrica. Coloquemos nessa região um corpo eletrizado com carga elétrica **Q**. A presença desse corpo produz nos pontos da região uma propriedade física a mais: o campo elétrico gerado por **Q**.

Se uma carga de prova **q** for colocada em um ponto **P** desse campo, uma força elétrica $\vec{F}_e$ atuará sobre ela. O vetor campo elétrico estabelecido no ponto **P** pela carga **Q** é então definido pelo quociente da força $\vec{F}_e$ pela carga de prova **q**:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q}$$

Da definição, obtêm-se as características do vetor $\vec{E}$:

- **intensidade:** $E = \frac{F_e}{|q|}$
- **direção:** a mesma da força $\vec{F}_e$
- **sentido:** o mesmo da força $\vec{F}_e$, se **q** for positiva; contrário ao da força $\vec{F}_e$, se **q** for negativa.

Observe, a partir da definição, que a unidade de campo elétrico é o quociente da unidade de força pela unidade de carga elétrica.

No SI, a intensidade de força é expressa em newton (**N**) e a carga elétrica, em coulomb (**C**). Por isso, tem-se como unidade de campo elétrico:

$$\text{unid. (E)} = \frac{\text{unid. (F)}}{\text{unid. (q)}} = \frac{\text{newton}}{\text{coulomb}} = \frac{N}{C}$$

A intensidade do vetor campo elétrico fornece o valor da força elétrica atuante **por unidade de carga** da carga de prova **q** colocada no ponto **P**, não dependendo dessa carga de prova.

Suponha, por exemplo, que a intensidade do campo elétrico em uma determinada região do espaço seja E = 100 N/C. Isso significa que atuará uma força elétrica de 100 N **em cada coulomb** de uma carga de prova colocada nessa região.

Portanto, se uma carga de prova q = 5 C for colocada nesse mesmo local, atuará nela uma força elétrica cuja intensidade é calculada do seguinte modo:

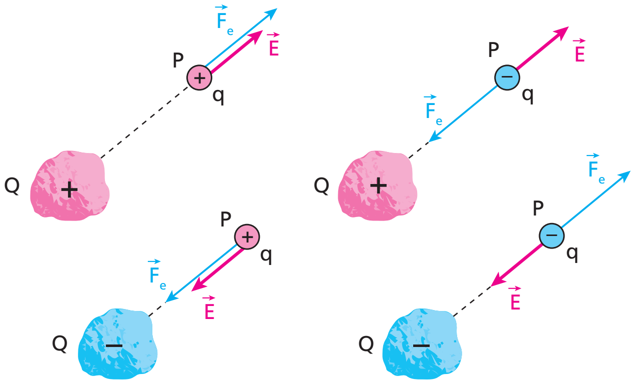
$$E = \frac{F_e}{|q|} \Rightarrow F_e = |q|\,E$$

$$F_e = 5\ C \cdot 100\,\frac{N}{C} \Rightarrow F_e = 500\ N$$

Nota:
- Por ser uma quantidade de carga extremamente grande, é impossível encontrarmos 1 C armazenado em corpos de pequenas dimensões.
  Apesar disso, por motivos didáticos, muitas vezes falamos até em partículas eletrizadas com carga de 1 C ou mais.

Orientação do vetor campo elétrico

A seguir estão representadas as orientações do vetor campo elétrico $\vec{E}$ devido a uma carga fonte **Q**.



Observe, nas figuras, que:

Quando a carga de prova **q** é **positiva**, os vetores força elétrica ($\vec{F}_e$) e campo elétrico ($\vec{E}$) têm a mesma direção e o mesmo sentido. Quando a carga de prova **q** é **negativa**, os vetores $\vec{F}_e$ e $\vec{E}$ têm mesma direção, mas sentidos opostos.

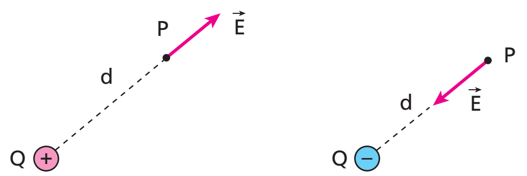
O vetor campo elétrico em um ponto **P**, devido a uma carga **Q positiva**, sempre tem sentido de **afastamento** em relação a ela, enquanto o vetor campo elétrico, devido a uma carga **Q negativa**, sempre tem sentido de **aproximação** em relação a ela, independentemente do sinal da carga de prova **q**.

3. Campo elétrico de uma partícula eletrizada

Para melhor entendimento, imagine uma região do espaço onde não existam influências de massas ou de cargas elétricas. Colocando-se aí uma **partícula** eletrizada com carga **Q**, essa região ficará sob a influência dessa carga elétrica, existindo agora um campo elétrico $\vec{E}$ gerado por **Q**. Em cada ponto dessa região podemos indicar o campo elétrico por meio do vetor $\vec{E}$.

Para calcularmos a intensidade do vetor campo elétrico em um ponto **P** situado a uma distância **d** da carga fonte **Q**, imagine uma carga de prova **q** nesse ponto. Nessa carga de prova atua uma força, cuja intensidade é dada pela Lei de Coulomb:

$$F_e = K\frac{|Qq|}{d^2} \qquad \text{(I)}$$



O módulo do vetor campo elétrico no ponto **P** é dado por:

$$E = \frac{F_e}{|q|} \Rightarrow F_e = |q|\,E \qquad \text{(II)}$$

Substituindo (I) em (II), obtemos:

$$|q|\,E = K\frac{|Qq|}{d^2}$$

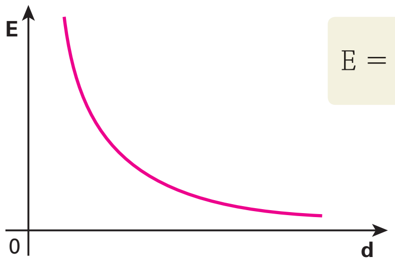
$$\boxed{E = K\frac{|Q|}{d^2}}$$

Observe, nessa expressão, que o módulo do vetor campo elétrico $\vec{E}$ depende de três fatores:

- da carga elétrica **Q**, fonte do campo;
- da distância **d** do ponto considerado à carga fonte **Q**;
- do meio (recorde-se de que **K** é a constante eletrostática, que depende do meio).

Observe mais uma vez que a intensidade do vetor $\vec{E}$ não depende da carga de prova **q**.

A representação gráfica da intensidade do vetor campo $\vec{E}$, em função da distância entre o ponto considerado e a carga fonte **Q**, é a curva observada no diagrama a seguir.



$$\boxed{E = K\frac{|Q|}{d^2}}$$

O gráfico representa a intensidade do vetor campo $\vec{E}$, criado por uma partícula eletrizada com carga **Q**, em função da distância **d**.

É importante saber que a carga **Q** gera campo no espaço que a envolve, mas não gera campo no ponto onde se encontra. Se isso não fosse verdade, **Q** poderia acelerar a si mesma sob a ação do seu próprio campo, o que seria absurdo: um corpo não pode, por si só, alterar sua velocidade vetorial (Princípio da Inércia).

Portanto, não esqueça:

> Uma partícula eletrizada gera campo elétrico na região do espaço que a circunda. Porém, no ponto onde ela foi colocada, o vetor campo, devido à própria partícula, é nulo.

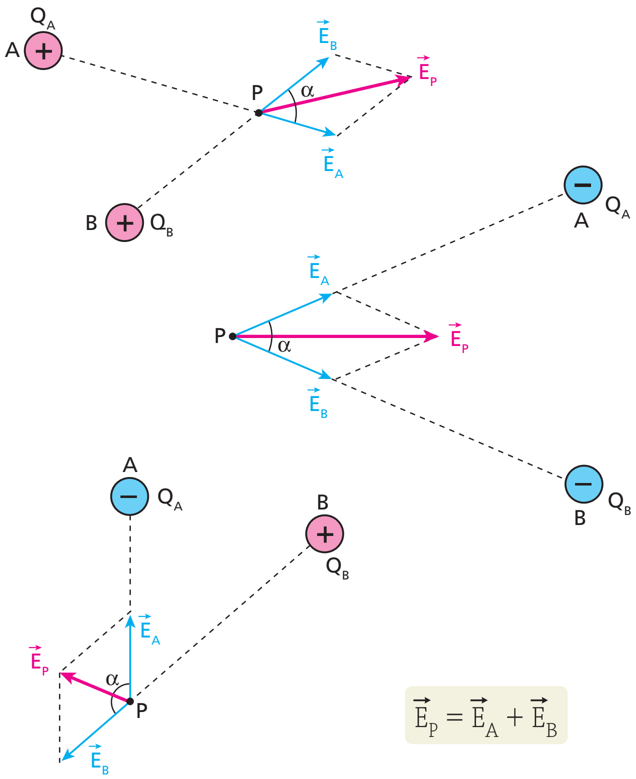
Essa afirmativa leva-nos a concluir que uma carga de prova, ao ser colocada num ponto qualquer de um campo elétrico, não altera o campo existente nesse ponto. Assim, o vetor campo elétrico, num ponto, independe da carga de prova que possa existir ali.

4. Campo elétrico devido a duas ou mais partículas eletrizadas

Para determinar o campo elétrico resultante em um ponto de uma região onde existem duas ou mais partículas eletrizadas, devemos analisar separadamente a influência produzida por uma das cargas, depois pela outra, e assim por diante. Para entender melhor, imaginemos um ponto **P** dessa região. Em outros dois pontos, **A** e **B**, são colocadas duas partículas eletrizadas com cargas Q_A e Q_B, respectivamente.

O ponto **P** fica sob a influência simultânea de dois campos elétricos, um devido a Q_A e outro devido a Q_B.

O vetor campo elétrico resultante no ponto **P** é dado pela **soma dos vetores** $\vec{E}_A$ e $\vec{E}_B$, devido a Q_A e Q_B, respectivamente, como ilustram as figuras a seguir:



$$\boxed{\vec{E}_P = \vec{E}_A + \vec{E}_B}$$

Observe que, se tivermos **n** partículas eletrizadas, em cada ponto do espaço que estiver sob a influência dessas cargas teremos **n** vetores, cada um representando o campo criado por uma carga. O vetor campo elétrico resultante será a soma desses **n** vetores:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n$$

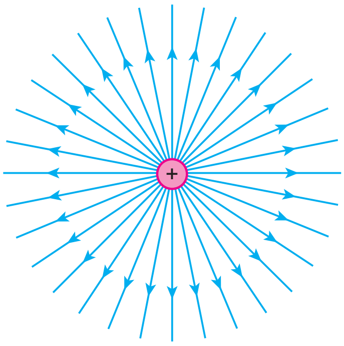
5. Linhas de força

Com a finalidade de indicar a presença de campo elétrico em certas regiões do espaço, criou-se uma forma geométrica de representação, denominada **linha de força**.

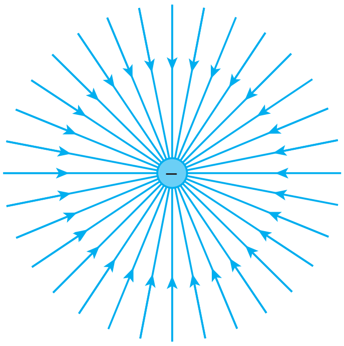
Linha de força de um campo elétrico é uma linha que tangencia, em cada ponto, o vetor campo elétrico resultante associado a esse ponto.

Por convenção, as linhas de força são orientadas no sentido do vetor campo. Assim, como o vetor campo tem sentido de **afastamento** em relação às cargas fontes positivas e de **aproximação** em relação às negativas, o mesmo acontece com as linhas de força.

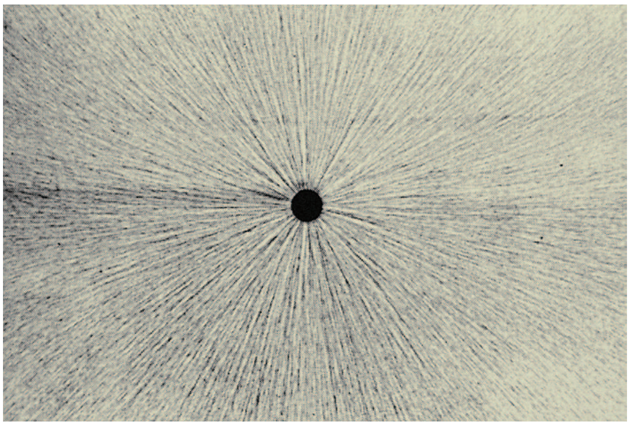
Para partículas pontuais (de dimensões desprezíveis), solitárias e eletrizadas, as linhas de força são radiais, como representam as figuras seguintes:



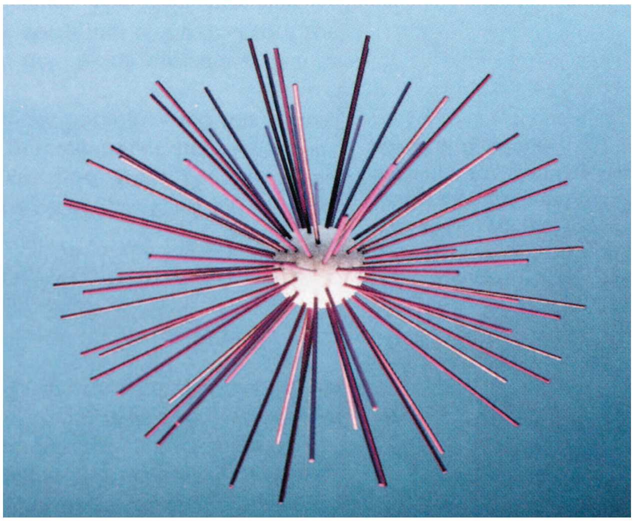
Linhas de força de **afastamento** representativas do campo elétrico criado por uma partícula eletrizada com carga **positiva**.



Linhas de força de **aproximação** representativas do campo elétrico criado por uma partícula eletrizada com carga **negativa**.

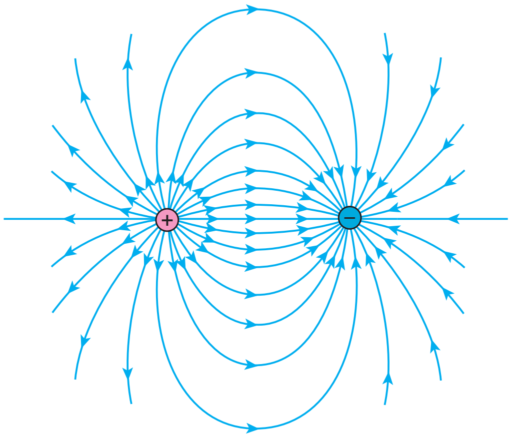


Pequenas fibras de tecido suspensas em óleo e submetidas ao campo elétrico criado por uma partícula eletrizada mostram a forma das linhas de força representativas desse campo.

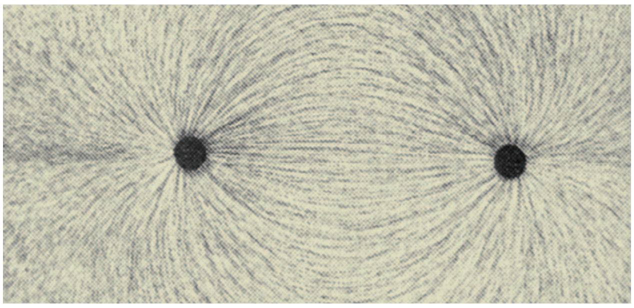


As varetas espetadas radialmente na esfera de isopor dão uma ideia concreta de como são as linhas de força em torno de um condutor esférico eletrizado.

Para duas partículas eletrizadas com cargas de módulos iguais, mas de sinais opostos, as linhas de força têm o seguinte aspecto:

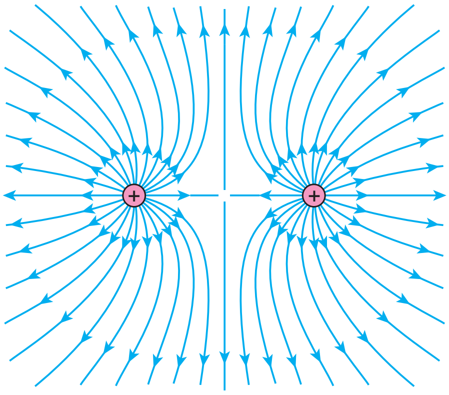


Observe a simetria das linhas de força representativas do campo elétrico resultante de dois campos criados por duas partículas eletrizadas com cargas de mesmo módulo, mas de sinais opostos.

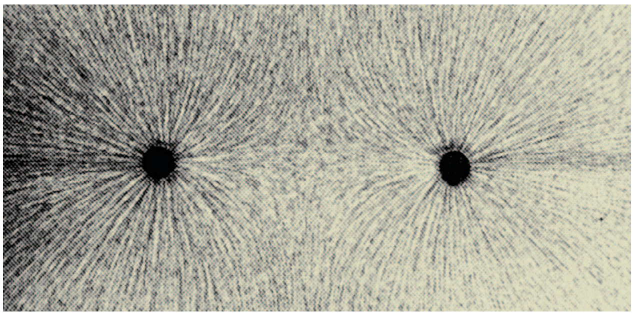


Pequenas fibras de tecido submetem-se ao campo elétrico resultante na região, criado por duas partículas eletrizadas com cargas de mesmo módulo, porém de sinais opostos. Podemos observar, ainda, a forma das linhas de força correspondentes.

Para duas partículas eletrizadas com cargas iguais, as linhas de força tomam o seguinte aspecto:

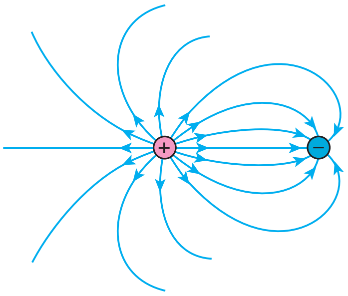


Observe a simetria das linhas de força representativas do campo elétrico resultante de dois campos criados por duas partículas eletrizadas com cargas iguais. No exemplo, ambas são positivas. Caso fossem negativas, mudaria apenas o sentido da orientação das linhas de força, sendo conservados os demais aspectos.



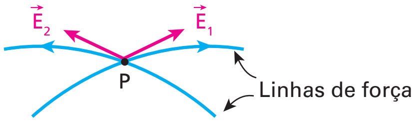
Pequenas fibras de tecido submetem-se ao campo elétrico resultante, criado por duas partículas eletrizadas com cargas iguais. É possível observar, também, a forma das linhas de força correspondentes.

Caso as cargas das partículas tenham módulos diferentes, não será mais observada a simetria das figuras anteriores. Como exemplo, podemos considerar duas partículas eletrizadas com cargas de sinais opostos, tendo a carga positiva o dobro do módulo da negativa. As linhas de força tomam o aspecto da figura seguinte.



Observe que o número de linhas de força que saem da carga positiva é o dobro do número que chega à negativa. Isso ocorre porque o número de linhas de força em cada partícula deve ser proporcional à sua carga.

Para finalizar, note que duas linhas de força **nunca se cruzam**, pois se isso acontecesse teríamos dois vetores campo elétrico definidos em um mesmo ponto, cada um tangenciando uma das linhas de força.



O cruzamento de duas ou mais linhas de força nunca pode ocorrer.

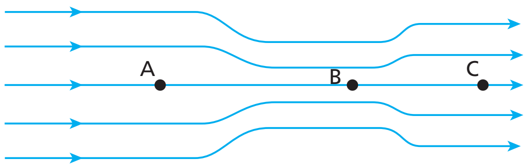
Nota:

- Em todas as configurações observadas anteriormente, a concentração das linhas de força (densidade de linhas de força) é maior nas vizinhanças das cargas, onde, evidentemente, a intensidade do campo elétrico é maior.

Observe, a seguir, como podemos comparar a intensidade do vetor campo elétrico a partir das densidades de linhas de força em diferentes regiões desse campo.

Densidade de linhas de força

Observe a figura a seguir, que representa, por meio de linhas de força, uma região onde existe um campo elétrico.



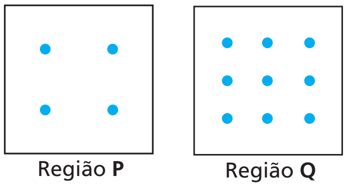
Partindo desse exemplo, podemos concluir que a intensidade do vetor campo elétrico é maior no ponto **B** e menor no ponto **A**:

$$E_B > E_C > E_A$$

A intensidade do campo elétrico é maior na região de maior densidade de linhas de força e menor na região de menor densidade de linhas de força.

Deve-se entender **densidade** de linhas de força como a quantidade dessas linhas que "perfuram" cada unidade de área de um plano perpendicular a elas, na região considerada.

Nas imagens ao lado, considerando que os pontos indicados pertencem a linhas de força que perfuram o plano do papel, podemos concluir que:



$$E_Q > E_P$$

Exercícios

nível 1

1. Considere as afirmativas a seguir:

I. A direção do vetor campo elétrico, em determinado ponto do espaço, coincide sempre com a direção da força que atua sobre uma carga de prova colocada no mesmo ponto.

II. Cargas negativas, colocadas em um campo elétrico, tenderão a se mover em sentido contrário ao do campo.

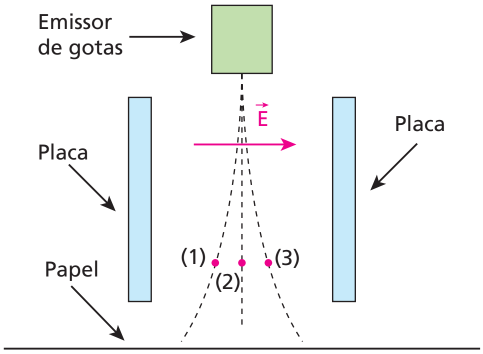
III. A intensidade do campo elétrico criado por uma carga pontual é, em cada ponto, diretamente proporcional ao quadrado da carga que o criou e inversamente proporcional à distância do ponto à carga.

IV. A intensidade do campo elétrico pode ser expressa em newton/coulomb.

São verdadeiras:

a) somente I e II;
b) somente III e IV;
c) somente I, II e IV;
d) todas;
e) nenhuma.

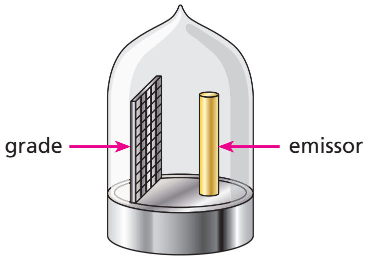
2. (UFRN) Uma das aplicações tecnológicas modernas da eletrostática foi a invenção da impressora a jato de tinta. Esse tipo de impressora utiliza pequenas gotas de tinta que podem ser eletricamente neutras ou eletrizadas positiva ou negativamente. Essas gotas são jogadas entre as placas defletoras da impressora, região onde existe um campo elétrico uniforme $\vec{E}$, atingindo, então, o papel para formar as letras. A figura a seguir mostra três gotas de tinta, que são lançadas para baixo, a partir do emissor. Após atravessar a região entre as placas, essas gotas vão impregnar o papel. (O campo elétrico uniforme está representado por apenas uma linha de força.)



Pelos desvios sofridos, pode-se dizer que as gotas 1, 2 e 3 estão, respectivamente:

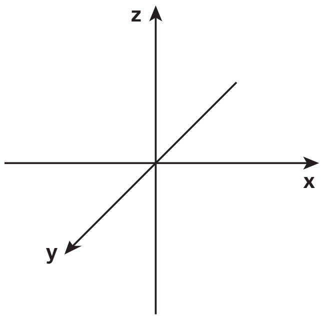
a) carregada negativamente, neutra e carregada positivamente.
b) neutra, carregada positivamente e carregada negativamente.
c) carregada positivamente, neutra e carregada negativamente.
d) carregada positivamente, carregada negativamente e neutra.

3. (Vunesp-SP) Há pouco mais de 60 anos não existiam *microchips*, transistores ou mesmo diodos, peças fundamentais para o funcionamento dos atuais eletroeletrônicos. Naquela época, para controlar o sentido da corrente elétrica em um trecho de circuito existiam as válvulas diodo.



Nesse tipo de válvula, duas peças distintas eram seladas a vácuo: o emissor, de onde eram extraídos elétrons e a grade, que os recebia. O formato do emissor e da grade permitia que entre eles se estabelecesse um campo elétrico uniforme.

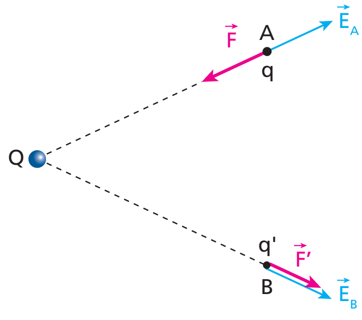
O terno de eixos desenhado está de acordo com a posição da válvula mostrada na figura anterior.



Para que um elétron seja acelerado do emissor em direção à grade, deve ser criado entre estes um campo elétrico orientado na direção do eixo:

a) **x**, voltado para o sentido positivo.
b) **x**, voltado para o sentido negativo.
c) **y**, voltado para o sentido positivo.
d) **z**,voltado para o sentido positivo.
e) **z**,voltado para o sentido negativo.

4. A figura ao lado representa os vetores campo elétrico $\vec{E}_A$ e $\vec{E}_B$, gerados nos pontos **A** e **B** por uma partícula eletrizada com carga **Q**, e as forças elétricas $\vec{F}$ e $\vec{F}'$ que **Q** exerce nas cargas de prova **q** e **q'** colocadas nesses pontos.
Determine os sinais de **Q**, **q** e **q'**.



5. Em determinado local do espaço, existe um campo elétrico de intensidade $E = 4 \cdot 10^3$ N/C. Colocando-se aí uma partícula eletrizada com carga elétrica $q = 2\ \mu C$, qual a intensidade da força que agirá sobre ela?

6. E.R. Determine a intensidade do campo elétrico criado por uma carga pontual **Q** de $-8{,}0\ \mu C$, em um ponto **A** situado a 6,0 cm dessa carga. O meio é o vácuo, cuja constante eletrostática é igual a $9{,}0 \cdot 10^9$ N m² C⁻².

Resolução:

A intensidade do campo elétrico criado por uma partícula eletrizada é determinada pela relação:

$$E = K\frac{|Q|}{d^2}$$

Para o ponto **A**, temos $d = 6{,}0\ \text{cm} = 6{,}0 \cdot 10^{-2}$ m.
Assim:

$$E_A = 9{,}0 \cdot 10^9 \cdot \frac{8{,}0 \cdot 10^{-6}}{(6{,}0 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$\boxed{E_A = 2{,}0 \cdot 10^7\ \text{N/C}}$$

Observação:
Para o cálculo da intensidade do vetor campo elétrico, usamos o **módulo** da carga fonte do campo. Assim, se a carga **Q** fosse igual a $+\,8{,}0\ \mu C$, o resultado seria igual ao encontrado.

7. Os pontos de uma determinada região do espaço estão sob a influência única de uma carga positiva pontual **Q**. Sabe-se que em um ponto **A**, distante 2 m da carga **Q**, a intensidade do campo elétrico é igual a $1{,}8 \cdot 10^4$ N/C. Determine:

a) o valor da carga elétrica **Q**;
b) a intensidade do campo elétrico num ponto **B**, situado a 30 cm da carga fonte **Q**.

Dado: constante eletrostática do meio = $9 \cdot 10^9$ N m²/C²

8. (Vunesp-SP) Ao apagar uma lousa, pequenas partículas de pó caem eletrizadas do apagador. Se enquanto o apagador era esfregado contra a lousa, uma dessas partículas adquiriu carga de intensidade 0,16 C, qualquer ponto distante 2 cm dessa partícula se encontrará inserido em uma região onde atua um campo elétrico de intensidade, em N/C, de

Dado: Constante eletrostática do vácuo = $9 \cdot 10^9$ N · m²/C²

a) $1{,}2 \cdot 10^{12}$.
b) $2{,}4 \cdot 10^{12}$.
c) $2{,}8 \cdot 10^{12}$.
d) $3{,}6 \cdot 10^{12}$.
e) $4{,}2 \cdot 10^{12}$.

9. E.R. Duas partículas eletrizadas com cargas iguais a $+25\ \mu C$ estão colocadas a 1,0 m uma da outra, no vácuo, onde a constante eletrostática vale $9 \cdot 10^9$ unidades do Sistema Internacional. Não havendo influência de outras cargas, determine:

a) a intensidade do campo eletrostático que cada carga cria no ponto **P**, situado a meia distância entre elas;
b) a força resultante que age numa carga de prova de $+2{,}0\ \mu C$ colocada em **P**.

Resolução:

a) A intensidade do campo eletrostático criado por uma carga pontual é determinada por:

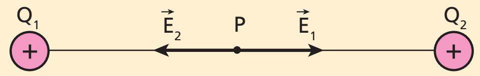
$$E = K\frac{|Q|}{d^2}$$

Como as cargas são iguais e a distância **d** de cada carga ao ponto é a mesma, as intensidades E_1 e E_2 dos campos gerados por elas são iguais:

$$E_1 = E_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{25 \cdot 10^{-6}}{(0{,}5)^2}$$

$$\boxed{E_1 = E_2 = 9 \cdot 10^5\ \text{N/C}}$$

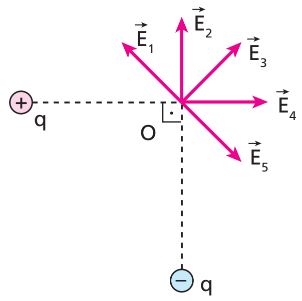
b) Uma vez que as cargas são positivas, temos o seguinte esquema para representar a situação indicada:



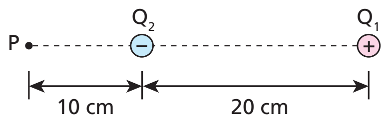
Observemos que $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{0}$. Assim, lembrando que $\vec{F} = q\,\vec{E}$, temos:

$$\boxed{\vec{F} = \vec{0}}$$

10. Duas cargas elétricas de módulos iguais, **q**, porém de sinais contrários, geram no ponto **O** um campo elétrico resultante $\vec{E}$. Qual o vetor que melhor representa esse campo elétrico?

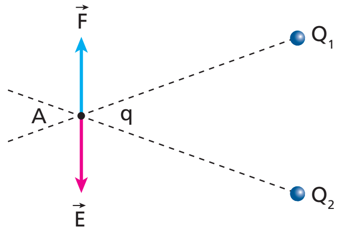


11. Uma carga puntiforme positiva $Q_1 = 18 \cdot 10^{-6}$ C dista no vácuo 20 cm de outra $Q_2 = -8 \cdot 10^{-6}$ C conforme a figura abaixo.



Dado: $K_0 = 9 \cdot 10^9$ Nm²/C²
Determine a intensidade do campo elétrico $\vec{E}$ gerado por essas duas cargas no ponto **P**. Descreva também a direção e o sentido desse vetor $\vec{E}$.

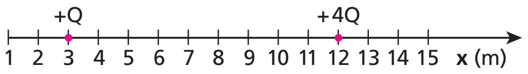
12. (Fesp-SP) Considere a figura abaixo, onde $\vec{E}$ é o vetor campo elétrico resultante em **A**, gerado pelas cargas fixas Q_1 e Q_2. $\vec{F}$ é a força elétrica na carga de prova **q**, colocada em **A**.



Dadas as alternativas abaixo, indique a correta:

a) $Q_1 < 0$, $Q_2 > 0$ e $q < 0$.
b) $Q_1 > 0$, $Q_2 < 0$ e $q > 0$.
c) $Q_1 > 0$, $Q_2 > 0$ e $q < 0$.
d) $Q_1 > 0$, $Q_2 < 0$ e $q < 0$.
e) $Q_1 < 0$, $Q_2 < 0$ e $q > 0$.

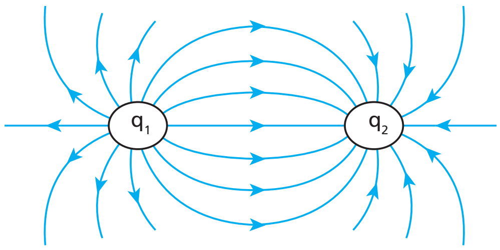
13. (PUC-RS) Duas cargas elétricas de valores $+Q$ e $+4Q$ estão fixas nas posições 3 e 12 sobre um eixo, como indica a figura.



O campo elétrico resultante criado por essas cargas será nulo na posição:

a) 3.
b) 4.
c) 5.
d) 6.
e) 7.

14. (UFRRJ) A figura abaixo mostra duas cargas $\mathbf{q_1}$ e $\mathbf{q_2}$, afastadas a uma distância **d**, e as linhas de campo do campo eletrostático criado.



Observando a figura acima, responda:

a) Quais os sinais das cargas $\mathbf{q_1}$ e $\mathbf{q_2}$?
b) A força eletrostática entre as cargas é de repulsão? Justifique.

Exercícios nível 2

15. (Vunesp-FMJ-SP) A região do espaço onde se manifesta uma propriedade física designa-se por campo. O chamado campo eletrostático, $\vec{E}$, gerado por cargas pontuais em repouso, apresenta as seguintes características:

I. é uma grandeza posicional, pois só depende da posição do ponto em relação à carga criadora;
II. o campo criado por uma só carga é um campo de forças atrativas ou repulsivas;
III. o campo elétrico, $\vec{E}$, criado por uma distribuição de **n** cargas pontuais, é igual à soma algébrica dos campos criados por cada uma das cargas.

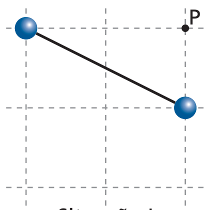
Está correto o contido apenas em:

a) I. b) II. c) III. d) I e II. e) II e III.

16. Um próton e um elétron movem-se na mesma direção e sentido de um campo elétrico constante. Suponha que na região não exista outro campo elétrico ou gravitacional que possa alterar o movimento dessas partículas.
Responda às questões.

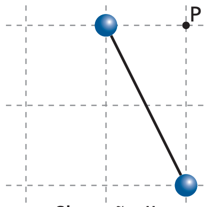
a) As forças encontradas nas duas partículas possuem mesmo módulo, mesma direção e mesmo sentido?
b) Tomando como referência a direção e o sentido do vetor campo elétrico, qual a direção e o sentido da aceleração do próton? E do elétron?
c) Comparando os módulos das acelerações do próton e do elétron, qual é maior? Justifique sua resposta.

17. (Fuvest-SP) Duas pequenas esferas, com cargas elétricas iguais, ligadas por uma barra isolante, são inicialmente colocadas como descrito na situação I.



Situação I

Em seguida, aproxima-se de uma das esferas de **P**, reduzindo-se à metade sua distância até esse ponto, ao mesmo tempo que se duplica a distância entre a outra esfera e **P**, como na situação II.

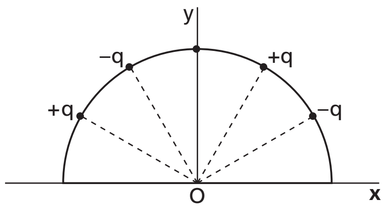


Situação II

O campo elétrico em **P**, no plano que contém o centro das duas esferas, possui, nas duas situações indicadas:

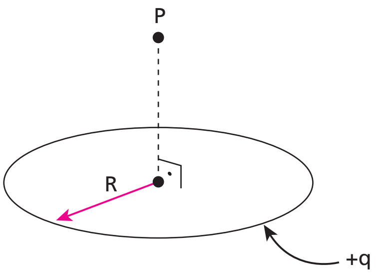
a) mesma direção e intensidade.
b) direções diferentes e mesma intensidade.
c) mesma direção e maior intensidade em I.
d) direções diferentes e maior intensidade em I.
e) direções diferentes e maior intensidade em II.

18. (UFC-CE) Quatro cargas, todas de mesmo valor, **q**, sendo duas positivas e duas negativas, estão fixadas em um semicírculo, no plano **xy**, conforme a figura abaixo. Indique a opção que pode representar o campo elétrico resultante, produzido por essas cargas, no ponto **O**.

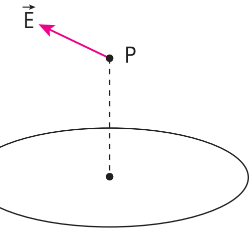


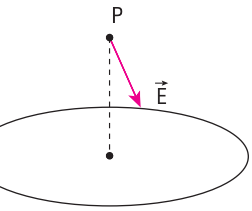
a) →
b) ←
c) vetor nulo
d) ↓
e) ↑

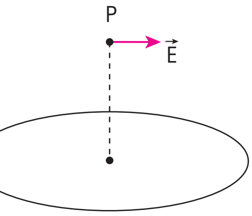
19. (Olimpíada Brasileira de Física) Uma carga positiva $+q$ distribui-se uniformemente ao longo de um anel não condutor de raio **R** (ver figura).

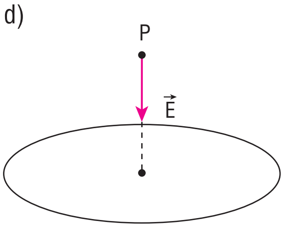


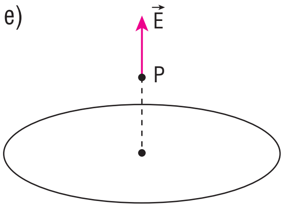
Dentre as alternativas abaixo, indique aquela que representa o vetor campo elétrico resultante $\vec{E}$ no ponto **P**, localizado no eixo perpendicular ao plano do anel e que passa pelo seu centro:

a)


b)


c)


d)


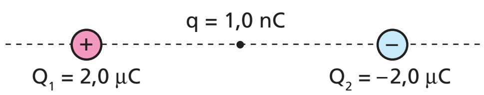
e)


20. No vácuo, longe da ação de outras cargas elétricas, são fixadas duas partículas eletrizadas, Q_1 e Q_2, a 20 cm uma da outra. Sabendo que as cargas das partículas são $Q_1 = -9{,}0$ nC e $Q_2 = -4{,}0$ nC, determine:

a) a intensidade do vetor campo resultante $\vec{E}$, num ponto colocado a meio caminho entre as cargas;
b) a força a que uma carga de $+2{,}0\ \mu$C ficaria sujeita, se fosse colocada no ponto referido no item anterior;
c) o ponto, entre as cargas, onde uma partícula eletrizada com carga **q** qualquer ficaria em repouso, se lá fosse colocada.

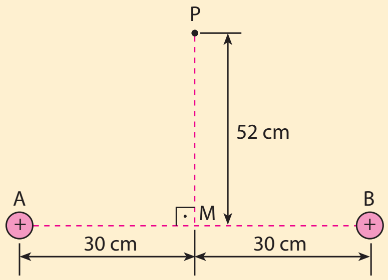
Dado: constante eletrostática do meio $K_0 = 9{,}0 \cdot 10^9$ N m²/C²

21. Duas partículas com cargas Q_1 e Q_2 estão fixas nas posições indicadas na figura, distantes 2,0 m uma da outra. Uma terceira partícula, com carga igual a 1,0 nC e massa igual a $1{,}8 \cdot 10^{-6}$ kg, é abandonada a meia distância entre Q_1 e Q_2.



Sendo $9 \cdot 10^9$ N m²/C² a constante eletrostática do meio, calcule a aceleração inicial da terceira partícula.

22. E.R. Em um meio onde a constante eletrostática vale $9{,}0 \cdot 10^9$ N m² C^{-2}, são fixadas duas cargas puntiformes $Q_A = 3{,}2\ \mu$C e $Q_B = 2{,}4\ \mu$C. Observando a figura, determine a intensidade do campo elétrico resultante no ponto **P**, localizado na mediatriz do segmento que une as cargas Q_A e Q_B.



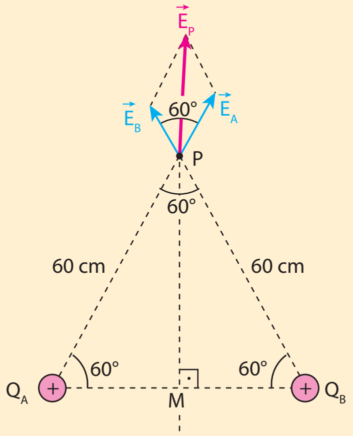
Resolução:

Inicialmente, aplicamos a **Relação de Pitágoras** ao triângulo retângulo AMP:

$$(\overline{AM})^2 + (\overline{MP})^2 = (\overline{AP})^2$$

$$30^2 + 52^2 = (\overline{AP})^2 \Rightarrow AP \cong 60 \text{ cm}$$

Assim, o triângulo ABP pode ser considerado equilátero, onde cada lado mede 60 cm. Como as cargas Q_A e Q_B são positivas, o campo elétrico criado por elas no ponto **P** é representado da seguinte forma:



Vamos calcular, agora, os módulos de $\vec{E}_A$ e $\vec{E}_B$, aplicando a expressão do campo elétrico:

$$E = K\frac{|Q|}{d^2}$$

$$E_A = 9{,}0 \cdot 10^9 \cdot \frac{3{,}2 \cdot 10^{-6}}{(0{,}60)^2} \Rightarrow E_A = 8{,}0 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$

$$E_B = 9{,}0 \cdot 10^9 \cdot \frac{2{,}4 \cdot 10^{-6}}{(0{,}60)^2} \Rightarrow E_B = 6{,}0 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$

Para obter o módulo de $\vec{E}_P$, devemos usar a Lei dos Cossenos:

$$E_P^2 = E_A^2 + E_B^2 + 2\,E_A\,E_B \cos\alpha$$

Uma vez que o triângulo ABP é equilátero, temos:

$\alpha = 60°$ e $\cos\alpha = \dfrac{1}{2}$.

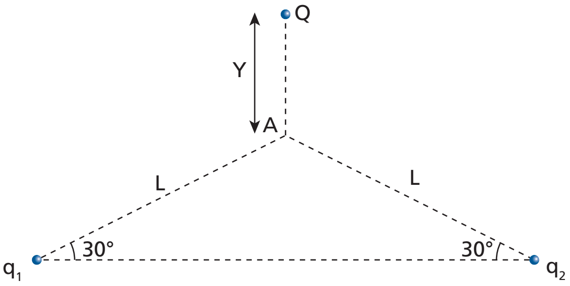
Assim:

$$E_P^2 = (8{,}0 \cdot 10^4)^2 + (6{,}0 \cdot 10^4)^2 + 2(8{,}0 \cdot 10^4) \cdot (6{,}0 \cdot 10^4) \cdot \frac{1}{2}$$

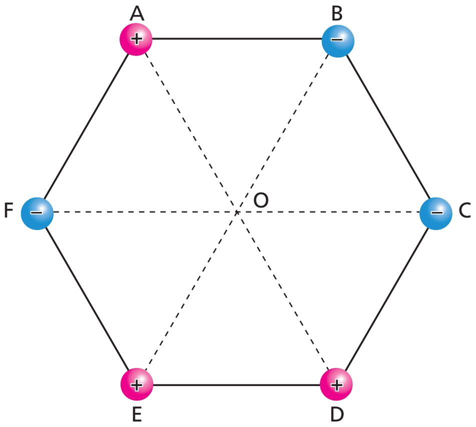
$$E_P^2 = 64 \cdot 10^8 + 36 \cdot 10^8 + 48 \cdot 10^8$$

$$E_P^2 = 14^8 \cdot 10^8 \Rightarrow \boxed{E_P \cong 1{,}2 \cdot 10^5 \text{ N/C}}$$

23. (UFPE) A figura mostra um triângulo isósceles, de lado $L = 3$ cm e ângulo de base 30°. Nos vértices da base temos cargas pontuais $q_1 = q_2 = 2\ \mu C$. Deseja-se colocar uma outra carga $Q = 8\ \mu C$, a uma distância **Y** verticalmente acima do vértice **A**, de modo que o campo elétrico total em **A** seja igual a **zero**. Qual o valor de **Y**, em **centímetros**?



24. (PUC-SP) Seis cargas elétricas puntiformes encontram-se no vácuo fixas nos vértices de um hexágono de lado ℓ. As cargas têm mesmo módulo, |Q|, e seus sinais estão indicados na figura.

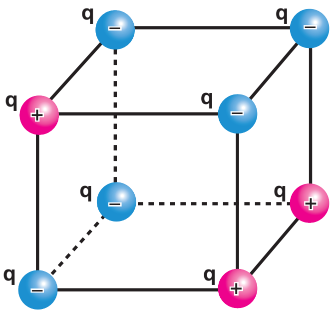


Dados: constante eletrostática do vácuo $= k_0 = 9{,}0 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$;
$\ell = 3{,}0 \cdot 10^1$ cm;
$|Q| = 5{,}0 \cdot 10^{-5}$ C.

No centro do hexágono, o módulo e o sentido do vetor campo elétrico resultante são, respectivamente:

a) $5{,}0 \cdot 10^6$ N/C; de **E** para **B**.
b) $5{,}0 \cdot 10^6$ N/C; de **B** para **E**.
c) $5{,}0 \cdot 10^6$ N/C; de **A** para **D**.
d) $1{,}0 \cdot 10^7$ N/C; de **B** para **E**.
e) $1{,}0 \cdot 10^7$ N/C; de **E** para **B**.

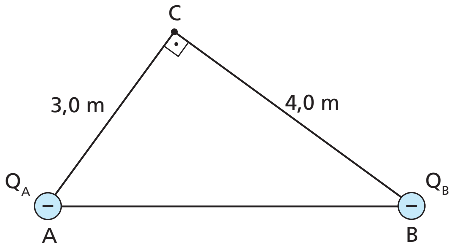
25. (PUC-SP) Em cada um dos vértices de uma caixa cúbica de aresta ℓ foram fixadas cargas elétricas de módulo **q** cujos sinais estão indicados na figura:



Sendo **K** a constante eletrostática do meio, o módulo da força elétrica que atua sobre uma carga, pontual de módulo 2q, colocada no ponto de encontro das diagonais da caixa cúbica é:

a) $\frac{4k\,q^2}{3\ell^2}$.
b) $\frac{8k\,q^2}{3\ell^2}$.
c) $\frac{16k\,q^2}{3\ell^2}$.
d) $\frac{8k\,q^2}{\ell^2}$.
e) $\frac{4k\,q^2}{\ell^2}$.

26. Nos vértices dos ângulos agudos de um triângulo retângulo são colocadas duas partículas eletrizadas, **A** e **B**, com cargas $Q_A = -7{,}2\ \mu C$ e $Q_B = -9{,}6 \cdot 10^{-6}$ C. A situação descrita é representada na figura a seguir, onde encontramos os dados complementares:

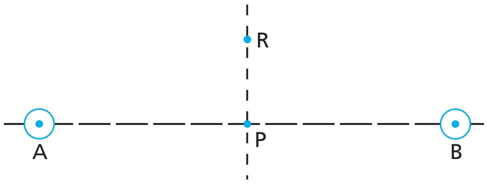


Determine:

a) a intensidade do campo elétrico resultante no ponto **C**;
b) o módulo da força resultante, devido a esse campo, numa carga de prova de $+2{,}0\ \mu C$, se esta fosse colocada no ponto **C**.

Dado: constante eletrostática do meio $= 1{,}0 \cdot 10^{10}$ (SI)

27. (Fuvest-SP) Há duas pequenas esferas **A** e **B**, condutoras, descarregadas e isoladas uma da outra. Seus centros estão distantes entre si de 20 cm. Cerca de $5{,}0 \cdot 10^6$ elétrons são retirados da esfera **A** e transferidos para a esfera **B**. Considere a carga do elétron igual a $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C e a constante eletrostática do meio igual a $9{,}0 \cdot 10^9\ N\ m^2/C^2$.



a) Qual a direção do campo elétrico num ponto **R** sobre a mediatriz do segmento **AB**?
b) Qual o valor do campo elétrico em **P**?

28. (Ufal) Considere um retângulo de lados 3,0 cm e 4,0 cm. Uma carga elétrica **q** colocada em um dos vértices do retângulo gera no vértice mais distante um campo elétrico de módulo **E**. Nos outros dois vértices, o módulo do campo elétrico é:

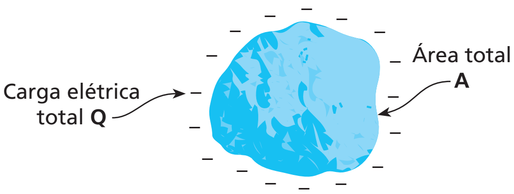
a) $\frac{E}{9}$ e $\frac{E}{16}$.
b) $\frac{4E}{25}$ e $\frac{3E}{16}$.
c) $\frac{4E}{3}$ e $\frac{5E}{3}$.
d) $\frac{5E}{4}$ e $\frac{5E}{3}$.
e) $\frac{25E}{9}$ e $\frac{25E}{16}$.

Bloco 2

6. Densidade superficial de cargas

No processo de eletrização de um condutor, ocorre uma movimentação de portadores de carga elétrica até que o corpo atinja o chamado **equilíbrio eletrostático**, situação em que todos os portadores responsáveis pela eletrização acomodam-se na superfície externa do condutor.

Considere, então, um condutor de superfície externa de área total **A**, em equilíbrio eletrostático, eletrizado com carga **Q**.



Por definição, a **densidade superficial média de cargas** (σ_m) desse condutor é dada pelo quociente da carga elétrica **Q** pela área **A**:

$$\sigma_m = \frac{Q}{A}$$

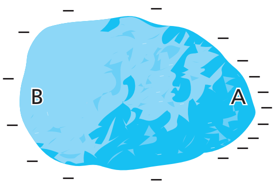
A densidade superficial de cargas é uma grandeza física escalar algébrica, dotada do mesmo sinal da carga **Q**, tendo por unidade, no SI, C/m^2.

Nesse exemplo, a densidade superficial média de cargas é **negativa**.

É usado o termo **média**, na densidade superficial de cargas, porque, em geral, as cargas elétricas não se distribuem de maneira uniforme sobre a superfície externa do condutor, já que isso depende da geometria do corpo.

7. O poder das pontas

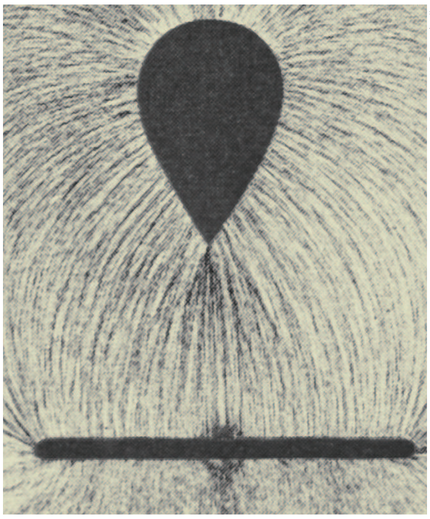
Experimentalmente, constata-se que o módulo da densidade superficial de cargas em um condutor eletrizado é **maior** nas regiões em que ele possui **menor** raio de curvatura (regiões de maior curvatura), como ilustra a figura a seguir.



Nesse condutor eletrizado negativamente, a concentração de elétrons é maior na região **A** do que na região **B**.

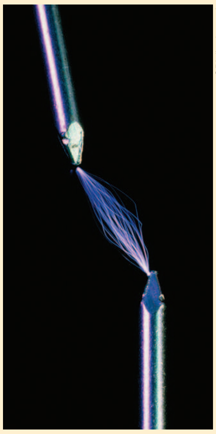
Essa densidade tem módulo ainda maior em regiões pontiagudas, o que lhes confere um comportamento conhecido por **poder das pontas**.

Assim, devido à maior concentração de cargas, o campo elétrico é mais intenso nas vizinhanças das regiões pontiagudas que nas vizinhanças das outras regiões do condutor. Esse campo mais intenso pode ionizar o meio (ar, por exemplo) no qual o condutor se encontra, tornando-o também condutor, como fazem os para-raios.



Linhas de força do campo elétrico devido a dois condutores eletrizados com cargas de sinais contrários. A maior densidade de linhas de força na região pontiaguda do condutor superior e nas bordas da placa indica que o campo elétrico é mais intenso nessas regiões.

Devemos ter cuidado com as pontas?



Em um condutor eletrizado, a maior concentração de cargas elétricas é encontrada nas regiões de maior curvatura, nas pontas. Assim, quando eletrizamos um condutor que exibe regiões pontiagudas, o campo elétrico é maior nessas pontas. Se a intensidade desse campo ultrapassar o ponto de ruptura do dielétrico (do meio, no caso o ar), cargas elétricas serão lançadas em forma de faíscas para o meio. Na fotografia, observamos descargas elétricas entre as pontas de dois pregos que estão altamente eletrizados.

8. Campo elétrico criado por um condutor eletrizado

Para um condutor eletrizado **em equilíbrio eletrostático**, são válidas as seguintes observações:

- O vetor campo elétrico é nulo nos pontos internos do condutor.

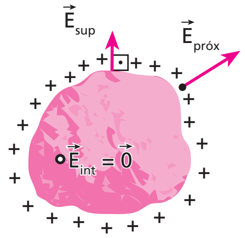
  Se o campo não fosse nulo, surgiriam forças nos portadores de cargas elétricas livres existentes nessa região, provocando seu deslocamento de um local para outro, fato este que contraria a hipótese inicial de termos o condutor em equilíbrio eletrostático.

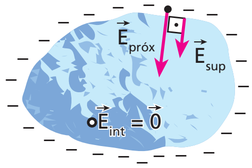
$$\vec{E}_{int} = \vec{0}$$

- O vetor campo elétrico, em cada ponto da superfície externa do condutor, é perpendicular a ela, possuindo intensidade proporcional ao módulo da densidade superficial de cargas (**σ**) da região considerada.

  Observe que, se o vetor campo elétrico não fosse perpendicular à superfície do condutor, existiria uma componente desse vetor, tangenciando a superfície, o que provocaria o movimento de portadores de carga elétrica aí existentes, o que também contraria o fato de o condutor estar em equilíbrio eletrostático.

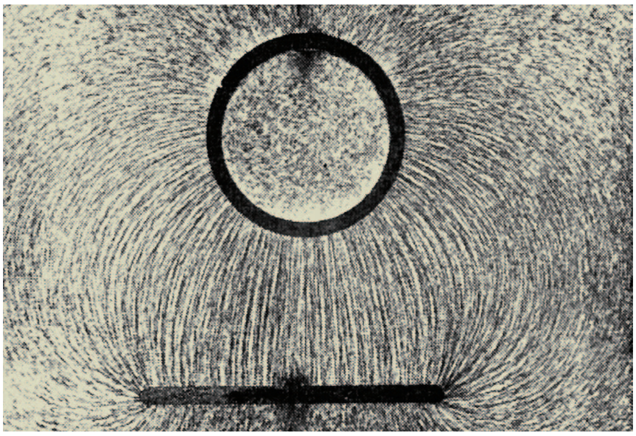
- O campo elétrico nas vizinhanças externas da superfície também é perpendicular a ela, e sua intensidade é o dobro da intensidade do vetor campo elétrico nessa superfície. Essa relação entre as intensidades dos campos está demonstrada no Apêndice (página 59).





$$E_{sup} = \frac{1}{2} E_{próx}$$

Nas ilustrações podemos observar a orientação do vetor campo elétrico na superfície e em um ponto próximo da superfície.



Reprodução

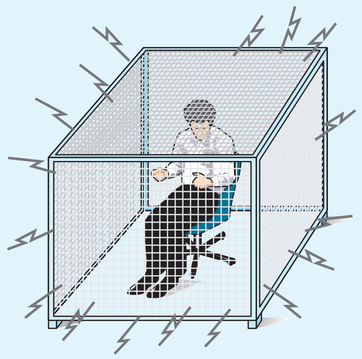
Linhas de força do campo elétrico devido a um cilindro oco e a uma placa, condutores estes eletrizados com cargas de sinais opostos. É importante observar que não existem linhas de força no interior do cilindro, levando-nos a concluir que, nesse local, o campo elétrico é nulo. Então, em pontos internos de um condutor em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico é nulo tanto nos pontos do material como nos da cavidade. Note-se, ainda, que as linhas de força são perpendiculares às superfícies do cilindro e da placa.

Leitura

A blindagem eletrostática e a gaiola de Faraday

Michael **Faraday** (1791-1867), físico e químico inglês, pertenceu a uma família muito modesta. Trabalhou em uma livraria em Londres como entregador e, por meio da leitura dos livros que entregava, começou a estudar e a interessar-se pelas Ciências. Faraday estabeleceu as Leis da Eletrólise (as palavras **cátodo** e **ânodo** foram criadas por ele) e introduziu os conceitos de campo elétrico e campo magnético, mas sua maior contribuição foi, sem dúvida, a descoberta da **indução eletromagnética**. Mesmo tendo uma formação de autodidata, Faraday dirigiu os laboratórios da Royal Institution, onde também se revelou um brilhante professor. Dentre suas obras, destaca-se *Investigações experimentais sobre a eletricidade*, de 1839.

National Portrait Gallery, London, UK/DIOMEDIA

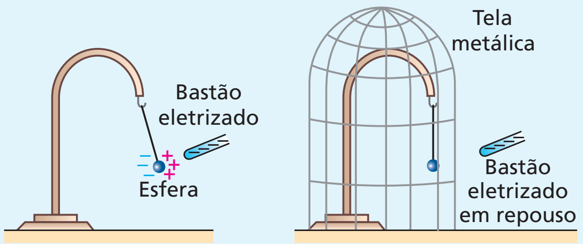


Apesar dos intensos eflúvios elétricos, Faraday não detectou a existência de campo elétrico no interior da caixa. Ele havia descoberto a **blindagem eletrostática**.

Em 1836, desejando demonstrar na prática que o campo elétrico é nulo no interior de um condutor eletrizado, Faraday construiu uma grande caixa usando telas metálicas condutoras e isolou-a da terra. Ele entrou na caixa, levando consigo vários dispositivos de detecção da presença de campos elétricos, e mandou que seus assistentes eletrizassem intensamente a caixa. Feito isso, observou que nenhum dos dispositivos acusava a existência de campo elétrico no interior da caixa. Faraday nada sentiu, apesar de a caixa estar altamente eletrizada, com grandes eflúvios elétricos saltando por vários pontos de sua superfície externa (**eflúvios** são descargas elétricas através de um gás).

A caixa recebeu o nome de **gaiola de Faraday** e é utilizada nos dias de hoje no isolamento industrial de transformadores e geradores eletrostáticos, entre outras aplicações.

Podemos concluir que uma região do espaço, quando totalmente envolta por um condutor, torna-se livre da ação de campos elétricos que possam ser criados por cargas estacionárias externas.



A gaiola metálica produz uma blindagem impedindo que a esfera sofra influências do campo elétrico criado pelas cargas existentes no bastão.

9. Campo elétrico criado por um condutor esférico eletrizado

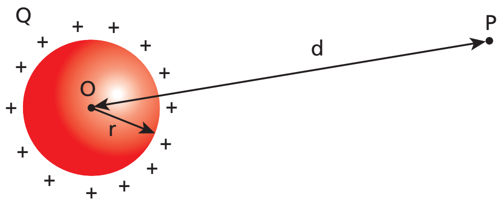
Uma superfície esférica tem a mesma curvatura em todos os seus pontos. Por isso, em um condutor esférico solitário e eletrizado, a densidade superficial de cargas é a mesma em todas as regiões de sua superfície externa, que se apresenta, portanto, uniformemente eletrizada.

As observações a respeito de campo elétrico feitas no item anterior também são válidas para condutores esféricos em equilíbrio eletrostático.

Dentre elas, interessa-nos destacar o fato de o campo elétrico ser nulo nos pontos internos:

$$\vec{E}_{int} = \vec{0}$$

Devido à simetria da esfera e à distribuição uniforme de cargas em sua superfície, para se calcular a intensidade do vetor campo elétrico em pontos externos, tudo se passa como se toda a carga estivesse concentrada no centro da esfera. Portanto, para uma esfera condutora de raio **r** eletrizada com carga **Q**, a intensidade do campo elétrico em um ponto **P** situado a uma distância **d** ($d > r$) do seu centro fica determinada por:



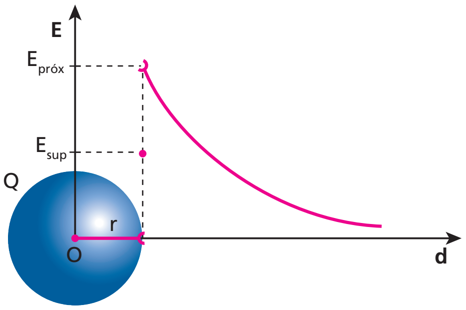
$$E_{ext} = K\frac{|Q|}{d^2}$$

Em um ponto muito próximo da superfície da esfera, a distância **d** torna-se praticamente igual ao raio **r** da esfera.

Assim, fazendo $d = (r + \Delta r)$, com Δr tendendo a zero, a intensidade do vetor campo elétrico fica determinada por:

$$E_{próx} = K\frac{|Q|}{(r + \Delta r)^2} \cong K\frac{|Q|}{r^2}$$

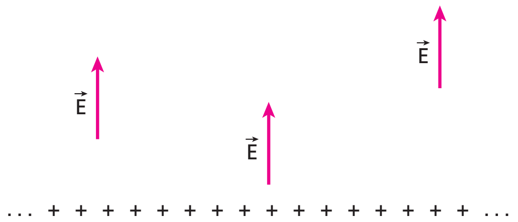
Veja a seguir a representação gráfica da intensidade **E** do campo elétrico em função da distância **d**, medida a partir do centro da esfera. O aspecto desse gráfico independe do sinal da carga da esfera.



Tudo o que foi descrito vale para um condutor esférico eletrizado maçico ou oco. Em ambos os casos, os portadores de cargas elétricas em excesso se distribuem apenas na superfície externa desse condutor, produzindo os mesmos efeitos nas duas situações.

10. Campo elétrico uniforme

Imagine uma superfície plana, ilimitada e uniformemente eletrizada. Sua densidade superficial de cargas é $\boldsymbol{\sigma}$, e a permissividade absoluta do meio em que se encontra é $\boldsymbol{\varepsilon}$.

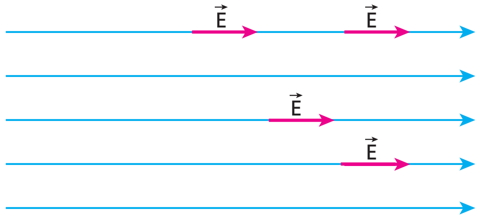


Como será demonstrado no Apêndice (página 59), essa superfície gera, em **todos** os pontos de cada semiespaço determinado por ela, um campo elétrico com as seguintes características:

- **intensidade:** $E = \dfrac{|\sigma|}{2\varepsilon}$;
- **direção:** perpendicular à superfície;
- **sentido:** de afastamento ou de aproximação em relação à superfície, dependendo do sinal de sua carga elétrica.

Esse é um exemplo de campo elétrico uniforme, cuja definição é apresentada a seguir:

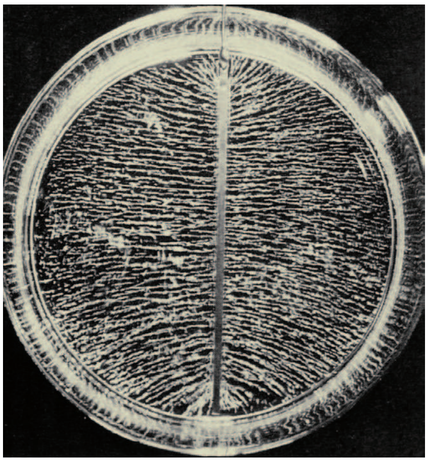
Campo elétrico uniforme é uma região do espaço onde o vetor representativo do campo ($\vec{E}$) tem, em todos os pontos, a mesma intensidade, a mesma direção e o mesmo sentido.



Em um campo elétrico uniforme, as linhas de força são representadas por segmentos de reta paralelos entre si, igualmente orientados e igualmente espaçados, como representa a figura acima.

Vamos agora retomar o exemplo apresentado na introdução deste assunto.

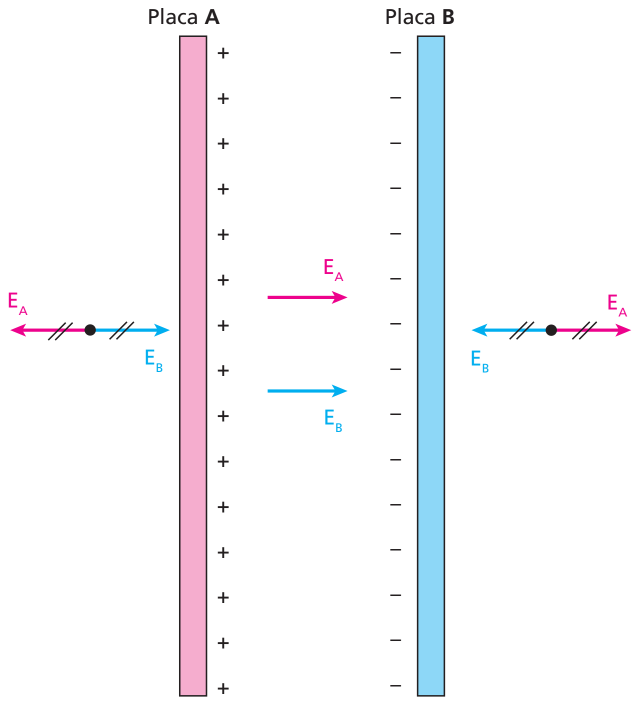
Embora não exista, na prática, uma superfície ilimitada, o campo elétrico gerado por uma superfície plana, **limitada** e uniformemente eletrizada é praticamente uniforme, com intensidade $E = \dfrac{|\sigma|}{2\varepsilon}$, nos pontos situados nas proximidades de sua região central. Junto às bordas e nas regiões mais distantes, o campo sofre variações que não podem ser desprezadas.

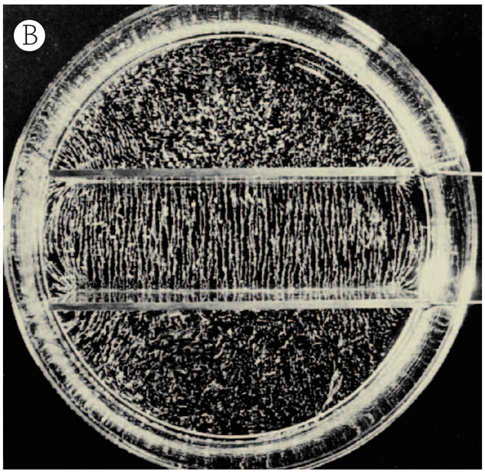


Linhas de força do campo elétrico criado por uma placa plana, condutora e eletrizada. Observe que, na região central próxima à placa, o campo elétrico é praticamente uniforme.

Uma das maneiras mais comuns de se conseguir um campo elétrico uniforme é utilizar duas placas condutoras planas e iguais, paralelas entre si e eletrizadas com cargas de mesmo módulo e sinais opostos.

Colocando uma placa muito próxima da outra, como sugere a figura a seguir, ficam determinadas três regiões: uma entre as placas, onde o campo elétrico é praticamente uniforme, e duas externas a elas, onde o campo é praticamente nulo.





Reprodução

Em **A**, as placas ainda não foram eletrizadas. Em **B**, as placas estão eletrizadas com cargas de mesmo módulo, de sinais opostos. Podemos notar linhas de força de um campo elétrico praticamente uniforme na região entre elas. Nas regiões externas, entretanto, não há linhas de força porque o campo é praticamente nulo.

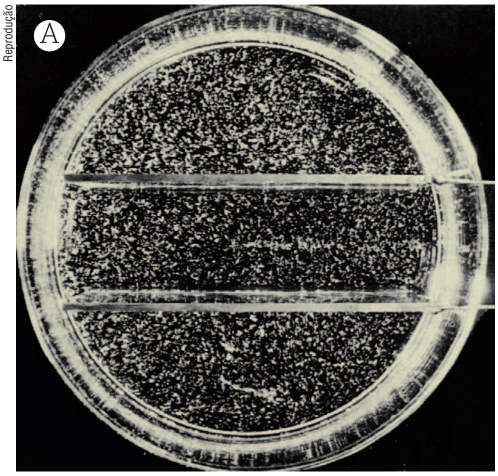
Como a densidade superficial de cargas tem o mesmo valor absoluto $\boldsymbol{\sigma}$ para as duas superfícies eletrizadas e, além disso, essas superfícies estão em um mesmo meio, os campos elétricos gerados por elas têm intensidades iguais, dadas pela seguinte expressão já vista:

$$E_A = E_B = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon}$$

Então, observando a figura anterior, podemos perceber que o campo elétrico resultante é praticamente nulo nas regiões externas às placas e que, entre elas, tem intensidade dada por:

$$E = E_A + E_B = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon} + \frac{|\sigma|}{2\varepsilon} \Rightarrow \boxed{E = \frac{|\sigma|}{\varepsilon}}$$

Reprodução



11. Fenômenos eletrostáticos na atmosfera

O raio, o relâmpago e o trovão

É durante uma tempestade que geralmente observamos uma das mais fantásticas manifestações da eletricidade: o **raio**. Esse acontecimento sempre intrigou o ser humano, chegando a ser considerado, em algumas comunidades primitivas, uma manifestação divina.

Fabio Colombini

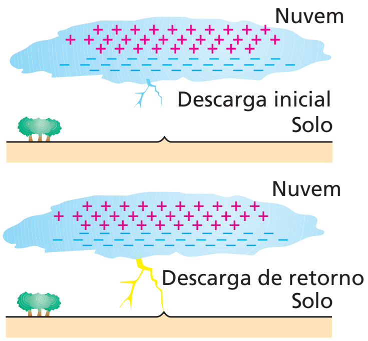
Relâmpagos em dia de tempestade na cidade de São Paulo.

Somente no século XVIII, o diplomata e cientista norte-americano Benjamin Franklin (1706-1790) conseguiu provar que o raio era uma simples descarga elétrica ocorrida entre nuvens eletrizadas e a terra. Atualmente, sabe-se que essas descargas também podem ocorrer entre nuvens de potenciais diferentes, bem como entre partes diferentes de uma mesma nuvem, ou mesmo entre uma nuvem e o ar atmosférico.

Graças à forte ionização das partículas de ar que estão no trajeto das cargas elétricas em movimento, essas descargas são acompanhadas de emissões de luz, que constituem os **relâmpagos**. Além disso, o aquecimento brusco do ar provoca uma rápida expansão dessa massa gasosa, produzindo intensa onda de pressão, que se manifesta por meio de um forte estrondo: o **trovão**.

Os raios ocorrem quando o campo elétrico entre uma nuvem e a terra (ou entre duas nuvens) supera o limite da capacidade dielétrica do ar atmosférico, que normalmente varia entre 10 000 volts/cm e 30 000 volts/cm, dependendo das condições locais. É comum as descargas começarem com cargas elétricas negativas, liberadas pela nuvem em direção ao solo, que constituem a descarga inicial (*stepped leader*), a qual se ramifica a partir da base da nuvem, assemelhando-se a um galho de árvore. Quando as cargas negativas da descarga inicial se aproximam do solo, o intenso campo elétrico formado em seu trajeto produz outra descarga elétrica, bem mais intensa, do solo para a nuvem, denominada descarga de retorno (*return stroke*). A partir do encontro das duas descargas, ficam estabelecidos caminhos ionizados através do ar. Na sequência, cargas elétricas negativas saem das nuvens e dirigem-se para o solo, utilizando esses caminhos. Isso pode ocorrer várias vezes em um curto intervalo de tempo, enquanto essas condições perdurarem.

A duração de um raio é de aproximadamente meio segundo. Nesse breve intervalo de tempo, são transferidos cerca de 10^{20} elétrons entre a base da nuvem e o solo. Em média, ocorrem 100 descargas elétricas por segundo entre as nuvens e a superfície da terra.



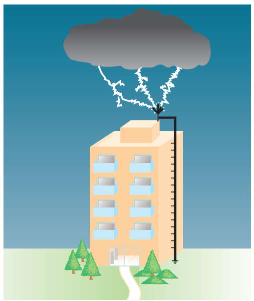
O para-raios

Em razão do poder das pontas, as descargas elétricas entre uma nuvem e a terra ocorrem, geralmente, por meio de uma saliência condutora existente no solo, como, por exemplo, uma árvore.

Em regiões habitadas, costuma-se criar um caminho seguro para essas descargas a fim de se evitarem danos. Trata-se de um dispositivo criado originalmente por Benjamin Franklin, denominado **para-raios**. Esse dispositivo é formado por uma haste metálica de aproximadamente 1 metro de comprimento, com ápice em 4 pontas. A haste costuma ser fixada na parte superior das edificações ou de postes e ligada à terra por um cabo condutor isolado da construção.

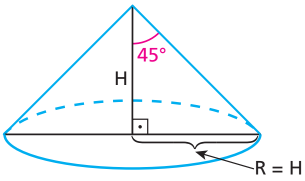
Sérgio Dotta Jr/The Next

Fotografia de um para-raios.

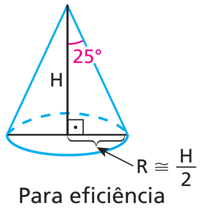


Esquema de para-raios num edifício.

Para alturas de até 30 metros, um para-raios de Franklin, colocado no topo de um edifício, oferece uma área de proteção em forma de um cone. A geratriz desse cone estabelece um ângulo de 45° com a vertical para uma proteção com segurança de 90% e outro de 25° para uma segurança de 98%.



Para eficiência de 90% ($H \leq 30$ m).



Para eficiência de 98% ($H \leq 30$ m).

Observe que um para-raios não proporciona segurança total contra possíveis descargas elétricas. Seu grau de proteção depende de suas especificações, por exemplo, a condutividade do material utilizado em sua construção. Para alturas superiores a 30 metros, o para-raios de Franklin tem sua eficiência reduzida, sendo necessário usá-lo com outros sistemas para melhorar a proteção.

Em dias de tempestade, não se deve ficar sob árvores ou mesmo próximo de postes, da mesma forma que não se deve ficar em pé em locais descampados, porque as descargas elétricas ocorrem através das pontas e você pode se comportar como uma. Assim, durante uma tempestade, corra para um local seguro, que pode ser dentro de uma casa ou mesmo no interior de um automóvel. Não fique em terreno aberto, piscina ou na água do mar. Lembre-se de que o sal faz da água do mar uma solução eletrolítica, ou seja, boa condutora de eletricidade.

O efeito corona

O **efeito corona** é um fenômeno relativamente comum em linhas de transmissão com sobrecarga em dias de grande umidade relativa do ar. Por causa do campo elétrico muito intenso nas vizinhanças dos condutores, as partículas de ar que os envolvem se tornam ionizadas e, como consequência, emitem luz quando íons e elétrons se recombinam.

O efeito corona é também conhecido como fogo de santelmo. Esse nome vem de Santo Elmo, padroeiro dos marinheiros, e surgiu quando antigos marinheiros observaram navios com os mastros envoltos por uma luz tênue. A superstição transformou esse fenômeno em aparição divina.

Mais tarde, porém, observou-se que tal aparição ocorria principalmente em regiões tropicais e em condições que precediam tempestades. Nuvens eletrizadas induziam cargas nas pontas dos mastros metálicos dos navios produzindo o efeito corona.

A fotografia mostra o efeito corona ocorrendo em linhas de transmissão com sobrecarga.

Leitura

Ionização do ar

Não há dúvida de que o ar que respiramos, assim como os alimentos e a água que ingerimos, é essencial para a nossa qualidade de vida. Como respiramos, em média, 15 vezes por minuto, por dia serão 21 000 vezes, aproximadamente. Sendo a densidade do ar igual a 1,2 kg/m^3 e considerando a capacidade pulmonar média de uma pessoa igual a 2 litros, podemos respirar cerca de 50 kg de ar por dia. Os alimentos mais a água que ingerimos perfazem, em média, 3 kg/dia.

Em uma cidade como São Paulo, os gases poluentes emitidos pelos veículos motorizados e pela indústria, o excesso de aparelhos elétricos em funcionamento, a poeira e a fumaça produzem uma concentração maior de íons positivos no ar que respiramos. Por isso, devem ser criados parques arborizados para amenizar os efeitos desses íons nas pessoas.

As moléculas de ar que respiramos podem estar "quebradas", formando íons positivos e íons negativos. Essa ionização do ar ocorre naturalmente pela radiação solar, na fotossíntese das plantas, por descargas elétricas nos terminais de um aparelho ou mesmo entre nuvens e o solo (raios), no atrito do ar com superfícies eletrizadas (roupas de tecido de fios sintéticos, por exemplo), na tela de um televisor ligado etc.

Estudos indicam que o excesso de íons positivos no ar causa desconforto às pessoas, produzindo cansaço, irritabilidade, depressão, estresse e dores de cabeça. Os íons negativos, ao contrário, proporcionam bem-estar. Por exemplo, após uma chuva, ao respirarmos, sentimos uma sensação muito agradável, o ar parece “leve”. Isso também acontece quando estamos às margens de um riacho, em meio a muita vegetação. Assim, de acordo com esses estudos, é importante viver em um meio que contenha uma certa concentração de íons negativos no ar que respiramos. Essa concentração pode ser feita por meios naturais, como muitas plantas no local, ou meios artificiais, utilizando aparelhos ionizadores. Esses aparelhos devem produzir uma concentração de 2 000 íons negativos/cm^3, o que é suficiente para neutralizar íons positivos e recuperar as condições para a sensação de bem-estar.

Bia Fanelli/Folhapress

Seria bom se pudéssemos ter, próximo de nossa casa e do local de trabalho, parques arborizados com pequenos riachos. Essas condições melhorariam a concentração de íons negativos no ar que respiramos, proporcionando-nos as condições de bem-estar de que necessitamos.

Cristina Xavier

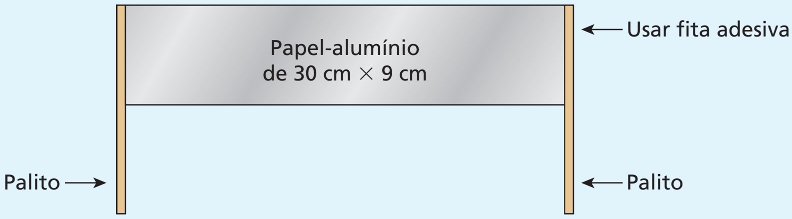
No comércio, podemos encontrar diferentes tipos de aparelho que produzem íons negativos, proporcionando-nos melhor qualidade do ar que respiramos. A fotografia mostra um deles, um aparelho de inalação.

Faça você mesmo

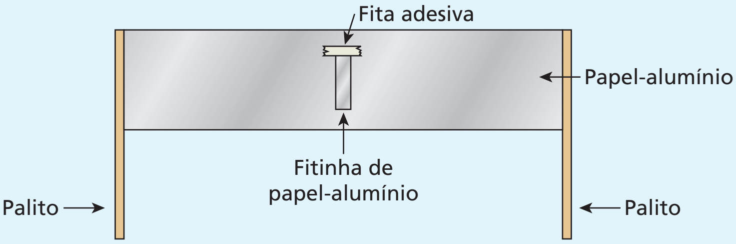
Material utilizado:

- um pedaço de papel-alumínio, em forma de uma grande tira, de aproximadamente 30 cm por 9 cm;
- duas pequenas tiras de 1 cm por 6 cm (também de papel-alumínio);
- uma régua de plástico;
- 2 palitos de madeira de aproximadamente 30 cm;
- fita adesiva; e
- uma peça de roupa de lã.

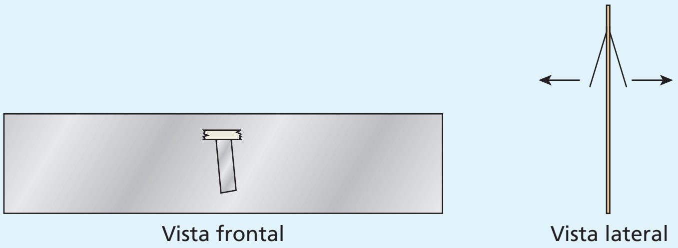
1. Prenda com fita adesiva as laterais (as de 9 cm) do pedaço de papel-alumínio nos palitos de madeira.



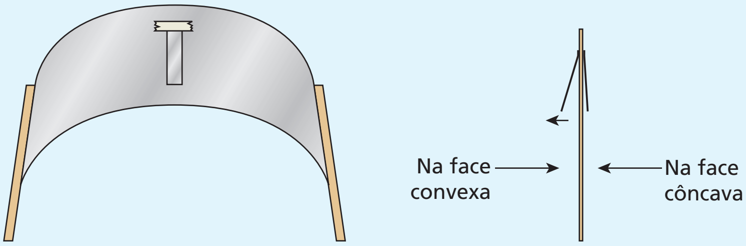
2. Fixe as tiras menores de papel-alumínio, usando as fitas adesivas, uma em cada face da grande tira.



3. Atrite a régua na roupa de lã e encoste-a na grande tira de papel-alumínio. Repita várias vezes esse procedimento. Quanto mais cargas transferimos para a tira de alumínio, mais afastadas ficarão as fitinhas.



4. Agora, sem tocar as partes de alumínio, provoque a curvatura da tira maior. Você observará que, na face convexa, a tirinha permanecerá afastada (por repulsão), enquanto a tirinha da face côncava irá se aproximar da tira maior. Isso ocorre porque, ao curvarmos o papel-alumínio, as cargas que estavam distribuídas pelas duas superfícies se concentram apenas na superfície externa da curvatura da grande tira (face convexa), não sobrando cargas na face interna (face côncava).



Exercícios

nível 1

29. E.R. Uma esfera metálica, de raio igual a 20,0 cm, é eletrizada com uma carga de $+6{,}28\ \mu C$. Determine a densidade superficial média de cargas na superfície da esfera (adotar $\pi = 3{,}14$).

Resolução:

A densidade superficial média de cargas é dada pela relação:

$$\sigma_m = \frac{Q}{A}$$

sendo que **A** é a área da superfície em que a carga elétrica **Q** está distribuída. Assim, sabendo-se que a superfície externa, para a esfera, tem área dada por $A = 4\pi\ r^2$, em que **r** é o raio, segue-se:

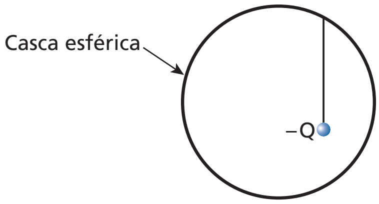
$$\sigma_m = \frac{+6{,}28\ \mu C}{4\pi(0{,}200)^2\ m^2} = \frac{+6{,}28\ \mu C}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}04\ m^2}$$

$$\boxed{\sigma_m = +12{,}5\ \mu C/m^2}$$

30. Uma esfera condutora possui uma densidade superficial de cargas uniforme de $-5{,}00\ \mu C/m^2$. Determine a carga existente nessa esfera, sabendo que seu raio é igual a 50,0 cm (adote $\pi = 3{,}14$).

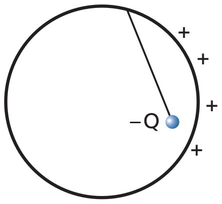
31. Determine o número de elétrons que deve ser retirado de um condutor, cuja área da superfície externa vale $0{,}80\ m^2$, para que sua densidade superficial média de cargas seja igual a $+6{,}0\ \mu C/m^2$.
Carga elementar: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

32. (UFU-MG) Uma pequena bolinha de metal, carregada com uma carga elétrica $-Q$, encontra-se presa por um fio no interior de uma fina casca esférica condutora neutra, conforme figura ao lado.

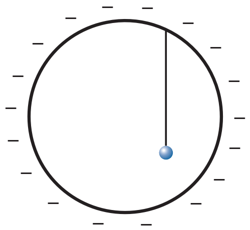


A bolinha encontra-se em uma posição não concêntrica com a casca esférica.
Com base nessas informações, indique a alternativa que corresponde a uma situação física verdadeira.

a) Se o fio for de material isolante, a bolinha não trocará cargas elétricas com a casca esférica condutora, porém induzirá uma carga total $+Q$ na casca, a qual ficará distribuída sobre a parte externa da casca, assumindo uma configuração conforme a representação a seguir.



b) Se o fio for de material condutor, a bolinha trocará cargas elétricas com a casca esférica, tornando-se neutra e produzindo uma carga total $-Q$ na casca esférica, a qual ficará distribuída uniformemente sobre a parte externa da casca, conforme a representação a seguir.



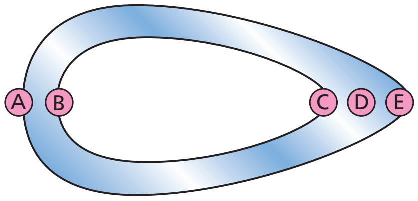
c) Se o fio for de material isolante, haverá campo elétrico na região interna da casca esférica devido à carga $-Q$ da bolinha, porém não haverá campo elétrico na região externa à casca esférica neutra.
d) Se o fio for de material condutor, haverá campo elétrico nas regiões interna e externa da casca esférica, devido às trocas de cargas entre a bolinha e a casca esférica.

33. Uma esfera metálica, de raio igual a 20,0 cm, é eletrizada com uma carga de $+6{,}28\ \mu C$. Determine a densidade superficial média de cargas na superfície da esfera (adotar $\pi = 3{,}14$).

34. Uma esfera metálica de raio **R** foi eletrizada com uma carga elétrica positiva **Q**. Para que uma outra esfera metálica de raio 2R tenha a mesma densidade superficial de cargas da primeira esfera, é necessário eletrizá-la com que carga?

35. Que raio deve ter uma esfera condutora, para produzir nas vizinhanças de sua superfície externa um campo elétrico de intensidade $1{,}0 \cdot 10^3$ N/C, quando recebe $4{,}0 \cdot 10^{11}$ elétrons? Sabe-se que a constante eletrostática do meio vale $1{,}0 \cdot 10^{10}$ unidades do SI.
Dado: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

36. A figura mostra, em corte longitudinal, um objeto metálico oco eletrizado.

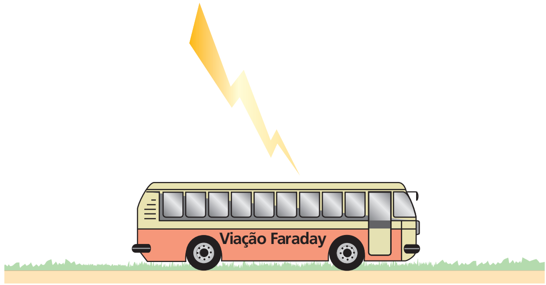


Em qual das regiões assinaladas há maior concentração de cargas?

37. O poder das pontas é uma consequência da forma como as partículas portadoras de carga elétrica se distribuem na superfície de um condutor. Em um dado condutor carregado, em equilíbrio eletrostático, pode-se afirmar que, em relação ao restante da superfície, nas pontas:
a) a quantidade e a densidade de cargas são sempre maiores.
b) a quantidade e a densidade de cargas são sempre menores.
c) a quantidade e a densidade de cargas são sempre iguais.
d) a quantidade de cargas é sempre menor, mas a densidade de cargas é sempre maior.
e) a quantidade de cargas é sempre maior, mas a densidade de cargas é sempre menor.

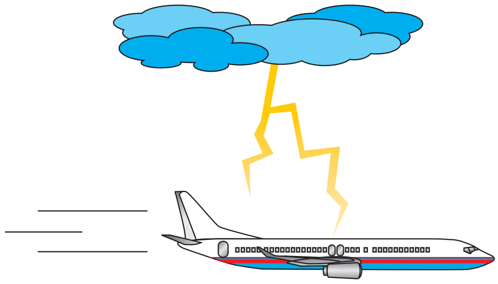
38. (UFMT) Indique a aplicação tecnológica do conceito demonstrado por Faraday, na primeira metade do século XIX, na experiência conhecida como gaiola de Faraday.
a) Isolamento térmico do conteúdo de garrafas térmicas.
b) Atração dos raios em tempestades por para-raios.
c) Isolamento elétrico promovido pela borracha dos pneus de veículos.
d) Recobrimento com material isolante em cabos utilizados para transporte de energia elétrica.
e) Bloqueio para chamadas de telefone celular em penitenciárias.

39. (UFV-MG) Durante uma tempestade, um raio atinge um ônibus que trafega por uma rodovia.



Pode-se afirmar que os passageiros:
a) não sofrerão dano físico em decorrência desse fato, pois os pneus de borracha asseguram o isolamento elétrico do ônibus.
b) serão atingidos pela descarga elétrica, em virtude de a carroceria metálica ser boa condutora de eletricidade.
c) serão parcialmente atingidos, pois a carga será homogeneamente distribuída na superfície interna do ônibus.
d) não sofrerão dano físico em decorrência desse fato, pois a carroceria metálica do ônibus atua como blindagem.
e) não serão atingidos, pois os ônibus interurbanos são obrigados a portar um para-raios em sua carroceria.

40. A Zona de Convergência Intertropical (ZCIT) é uma linha contínua, paralela ao Equador, com aproximadamente mil quilômetros de extensão. No oceano Atlântico, as massas de ar mais quentes do Hemisfério Sul encontram as massas de ar mais frias vindas do Hemisfério Norte. Esse fato pode provocar grandes tempestades em alto-mar e muita chuva na região Nordeste do Brasil. Os aviões que partem do Brasil com destino à Europa, e vice-versa, em suas rotas, atravessam essa região, podendo ser atingidos por descargas elétricas (raios).



Quando um avião de passageiros é atingido por um raio em pleno voo, a tripulação e os passageiros:
a) não serão atingidos, pois os aviões são obrigados a portar para-raios nas extremidades de sua fuselagem.
b) serão atingidos, pois a fuselagem metálica é boa condutora de eletricidade.
c) serão parcialmente atingidos, pois as cargas elétricas do raio ficarão distribuídas de maneira uniforme em todo o interior do avião, mesmo ele sendo oco.
d) não sofrerão danos físicos, pois a fuselagem metálica atua como blindagem para o interior do avião.
e) podem ser atingidos se o avião não for muito grande.

41. Quais das seguintes afirmações, referentes a um condutor eletrizado em equilíbrio eletrostático, estão corretas?

I. Em todos os pontos do interior do condutor, o campo elétrico é nulo, independentemente de ele ser maciço ou oco.
II. Na superfície do condutor e nas suas vizinhanças, o vetor campo elétrico é perpendicular à superfície.
III. No caso de um condutor esférico, livre de influências de outros corpos, a intensidade do vetor campo elétrico em pontos externos é calculada considerando toda sua carga concentrada em seu centro.

42. Num campo elétrico uniforme, uma carga de prova fica sujeita a uma força cuja intensidade é:

a) nula;
b) a mesma em qualquer ponto do campo;
c) variável;
d) inversamente proporcional ao quadrado da distância da carga de prova às cargas que criam o campo;
e) diretamente proporcional à distância da carga de prova às cargas que criam o campo.

43. Em certa região do espaço existe um campo elétrico uniforme de intensidade $3{,}6 \cdot 10^3$ N/C. Uma carga elétrica puntiforme de $1{,}0 \cdot 10^{-5}$ C, colocada nessa região, sofrerá a ação de uma força de que intensidade?

Exercícios

nível 2

44. E.R. Um condutor esférico, de raio igual a 20 cm, recebe $2{,}5 \cdot 10^{13}$ elétrons. Determine o módulo do vetor campo elétrico criado nos pontos **A** e **B**, distantes, respectivamente, 10 cm e 60 cm do centro do condutor.

Dados: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C;
$K_0 = 9{,}0 \cdot 10^9$ N m²/C².

Resolução:

Ponto **A**:

O ponto **A** é interno ao condutor, pois o raio da esfera é de 20 cm. Assim:

$$\boxed{E_A = 0}$$

Ponto **B**:

O ponto **B** é externo à esfera eletrizada e o módulo do vetor campo, nesse ponto, é dado por:

$$E_B = K\frac{|Q|}{d^2} \Rightarrow E_B = K_0\frac{ne}{d^2}$$

Portanto, tem-se:

$$E_B = 9{,}0 \cdot 10^9 \cdot \frac{2{,}5 \cdot 10^{13} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{(0{,}60)^2}$$

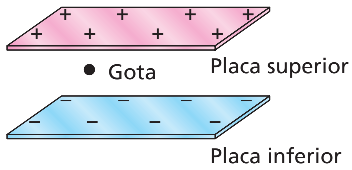
$$\boxed{E_B = 1{,}0 \cdot 10^5 \text{ N/C}}$$

45. Quantos elétrons devemos retirar de uma esfera condutora de raio 40 cm para que, nas vizinhanças de sua superfície externa, o campo elétrico assuma a intensidade de $1{,}0 \cdot 10^4$ N/C?
Sabe-se que a constante eletrostática do meio vale $1{,}0 \cdot 10^{10}$ unidades do SI e a carga do elétron tem módulo $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

46. (Enem-SP) Um balão de borracha de forma esférica, de raio **R**, é eletrizado de tal forma que a carga elétrica $Q > 0$ seja distribuída uniformemente em sua superfície. O balão é inflado até que o raio passe a ser 2R.

a) Qual é a intensidade do campo elétrico em pontos do interior do balão?
b) Qual é a razão entre as intensidades do campo elétrico em um ponto à distância de 4R do centro do balão, antes e depois dele ter sido inflado?

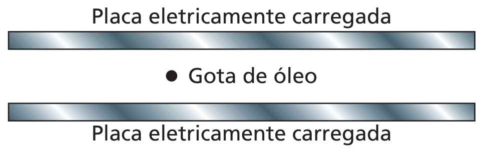
47. (UFMG) Em um experimento, o professor Ladeira observa o movimento de uma gota de óleo, eletricamente carregada, entre duas placas metálicas paralelas, posicionadas horizontalmente. A placa superior tem carga positiva e a inferior, negativa, como representado na figura a seguir.



Considere que o campo elétrico entre as placas é uniforme e que a gota está apenas sob a ação desse campo e da gravidade.
Para um certo valor do campo elétrico, o professor Ladeira observa que a gota cai com velocidade constante.
Com base nessa situação, é **correto** afirmar que a carga da gota é:

a) negativa e a resultante das forças sobre a gota não é nula.
b) positiva e a resultante das forças sobre a gota é nula.
c) negativa e a resultante das forças sobre a gota é nula.
d) positiva e a resultante das forças sobre a gota não é nula.

48. (PUC-RS) A quantização da carga elétrica foi observada por Millikan em 1909. Nas suas experiências, Millikan mantinha pequenas gotas de óleo eletrizadas em equilíbrio vertical entre duas placas paralelas também eletrizadas, como mostra a figura abaixo. Para conseguir isso, regulava a diferença de potencial entre essas placas alterando, consequentemente, a intensidade do campo elétrico entre elas, de modo a equilibrar a força da gravidade.

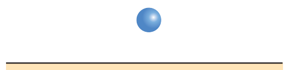


Suponha que, em uma das suas medidas, a gota tivesse um peso de $2{,}4 \cdot 10^{-13}$ N e uma carga elétrica positiva de $4{,}8 \cdot 10^{-19}$ C. Desconsiderando os efeitos do ar existente entre as placas, qual deveria ser a intensidade e o sentido do campo elétrico entre elas para que a gota ficasse em equilíbrio vertical?

a) $5{,}0 \cdot 10^5$ N/C, para cima.
b) $5{,}0 \cdot 10^4$ N/C, para cima.
c) $4{,}8 \cdot 10^{-5}$ N/C, para cima.
d) $2{,}0 \cdot 10^{-5}$ N/C, para baixo.
e) $2{,}0 \cdot 10^{-6}$ N/C, para baixo.

49. (PUC-SP) Responda às questões seguintes:

a) Numa certa região da Terra, nas proximidades da superfície, a aceleração da gravidade vale 10 m/s², e o campo eletrostático do planeta vale 100 N/C, orientado verticalmente para baixo. Determine o sinal e o valor da carga elétrica que uma bolinha de gude, de massa igual a 50 g, deveria ter para permanecer suspensa em repouso, acima do solo.



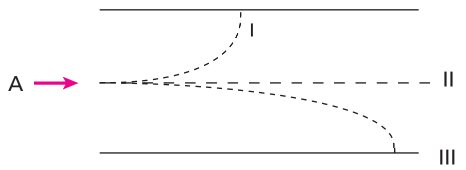
Considere o campo elétrico praticamente uniforme no local e despreze qualquer outra força atuando sobre a bolinha.

b) Por que nos para-raios são geralmente utilizados metais pontiagudos? Explique.

50. (Uema) O uso do para-raios faz com que o percurso da descarga elétrica, entre a terra e as nuvens, seja mais seguro. O objetivo desse aparelho é proteger certa região, edifícios, residências ou assemelhados da ação devastadora de um raio. O para-raios é um dispositivo composto por uma haste metálica com pontas nas extremidades, que deve ser colocado na parte mais elevada do local a ser protegido. A parte inferior da haste é ligada à Terra por meio de um cabo metálico conectado a uma haste de ferro galvanizado e introduzido profundamente no solo. Isso leva a concluir que o funcionamento de um para-raios é baseado:

a) no efeito joule e na indução eletrostática.
b) na blindagem eletrostática e no poder de pontas.
c) na indução eletrostática e na blindagem eletrostática.
d) no efeito joule e no poder de pontas.
e) na indução eletrostática e no poder de pontas.

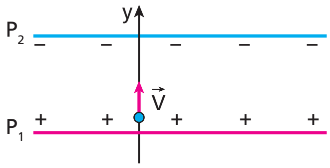
51. (PUC-MG) Em abril de 1997 comemoraram-se 100 anos da descoberta do elétron por J. J. Thomson. Anos mais tarde, foram descobertos o próton e o nêutron. De um ponto **A** situado entre duas placas paralelas, uma delas carregada positivamente e a outra, negativamente, um elétron, um próton e um nêutron são lançados com velocidades horizontais iguais. Escolha a opção que representa as trajetórias das partículas, nesta ordem: elétron, próton e nêutron.



a) I, II e III.
b) II, III e I.
c) III, I e II.
d) I, III e II.
e) III, II e I.

52. Entre duas placas planas horizontais, eletrizadas com cargas de mesmo módulo e sinais opostos, existe um campo elétrico uniforme de intensidade $4{,}0 \cdot 10^3$ N/C. Uma partícula eletrizada com $+5{,}0\ \mu C$, ao ser colocada entre as placas, permanece em repouso. Determine a massa da partícula.
Dado: $g = 10\ m/s^2$.

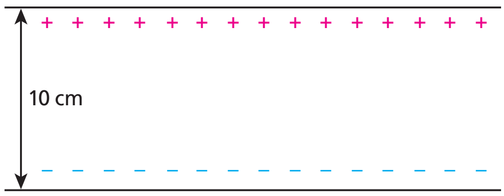
53. (PUC-MG) Uma partícula de massa **m** e carga **q**, positiva, é abandonada em repouso em um campo elétrico uniforme $\vec{E}$, produzido por duas placas metálicas P_1 e P_2, movendo-se então unicamente sob a ação desse campo. **Dado**: $g = 10\ m/s^2$.



Indique a opção correta:
a) A aceleração da partícula é $a = q\ E\ m$.
b) A partícula será desviada para a direita, descrevendo uma trajetória parabólica.
c) A energia cinética, após a partícula ter percorrido uma distância **d**, é $E_c = q\ E\ d$.
d) A partícula executará um movimento uniforme.
e) A força que atua sobre a partícula é perpendicular ao campo.

54. (FEI-SP) A figura a seguir mostra duas películas planas de cargas elétricas de sinais opostos, mas de mesma densidade superficial. Um elétron parte do repouso da película negativa e atinge a película oposta em $5 \cdot 10^{-8}$ s. Calcule a intensidade do campo elétrico $\vec{E}$.

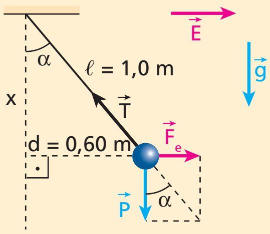
Dados: $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg e $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.



55. E.R. Um pêndulo elétrico tem comprimento $\ell = 1{,}0$ m. A esfera suspensa possui massa m = 10 g e carga elétrica **q**. Na região em que se encontra o pêndulo, a aceleração da gravidade vale $10\ m/s^2$ e existe um campo elétrico cujo vetor $\vec{E}$ é horizontal e de módulo $7{,}5 \cdot 10^3$ N/C. O pêndulo estaciona com a esfera à distância d = 0,60 m da vertical baixada do ponto de suspensão. Determine a carga **q**.

Resolução:

A configuração descrita no exercício está representada no esquema a seguir:



Por Pitágoras:

$L^2 = d^2 + x^2$

$(1{,}0)^2 = (0{,}60)^2 + x^2$

$x = 0{,}80$ m

Da figura, obtém-se: $\text{tg}\ \alpha = \dfrac{F_e}{P}$

Porém: $F_e = |q|\ E$

$P = m\ g$

$\text{tg}\ \alpha = \dfrac{d}{x}$

Assim: $\dfrac{d}{x} = \dfrac{|q|E}{mg} \Rightarrow |q| = \dfrac{dmg}{xE}$

$|q| = \dfrac{0{,}60 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{0{,}80 \cdot 7{,}5 \cdot 10^3}$

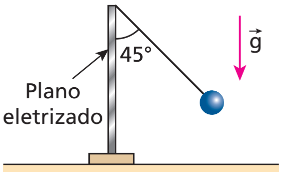
$|q| = 10 \cdot 10^{-6}\ C \Rightarrow |q| = 10\ \mu C \Rightarrow \boxed{q = \pm 10\ \mu C}$

Nota:
- A situação representada no esquema corresponde ao caso em que **q** é positiva. Se **q** fosse negativa, a posição de equilíbrio seria simétrica em relação à vertical baixada do ponto de suspensão.

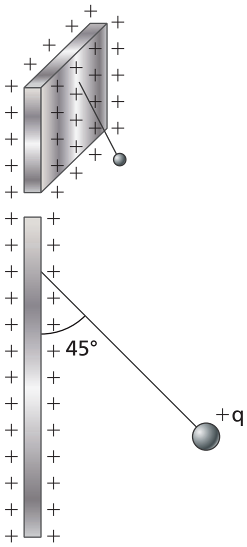
56. Uma pequena esfera de peso $P = 5{,}0 \cdot 10^{-2}$ N, eletrizada com uma carga $q = +0{,}20\ \mu C$, está suspensa por um fio isolante bastante leve, que na posição de equilíbrio forma um ângulo de 45° com um plano vertical uniformemente eletrizado com densidade superficial $\boldsymbol{\sigma}$.

Qual o módulo da densidade superficial de cargas $\boldsymbol{\sigma}$?

Dado: permissividade absoluta do meio: $\varepsilon = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ (SI)



57. A intensidade do vetor campo elétrico, em pontos externos, próximos a uma placa condutora eletrizada, no vácuo,é dada por $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$. Nessa equação, $\boldsymbol{\sigma}$ é a densidade supeficial de carga e $\boldsymbol{\varepsilon_0}$, a constante de permissividade elétrica no vácuo. Uma pequena esfera, de massa 1,0 g, eletrizada com carga $q = +1{,}0\ \mu C$, suspensa por um fio isolante, inextensível e de massa desprezível, mantém-se em equilíbrio na posição indicada.



Considerando-se que o módulo do vetor campo gravitacional local é $g = 10\ m/s^2$, neste caso, a relação $\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$, referente à placa, é:

a) $\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} = 1{,}0 \cdot 10^2$ V/m

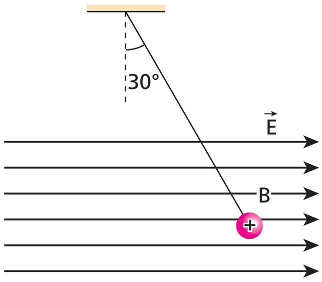
b) $\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} = 2{,}0 \cdot 10^2$ V/m

c) $\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} = 1{,}0 \cdot 10^4$ V/m

d) $\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} = 2{,}0 \cdot 10^4$ V/m

e) $\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} = 1{,}0 \cdot 10^6$ V/m

58. (UFG-GO) Uma bolinha **B**, carregada positivamente, está suspensa por um fio isolante que forma um ângulo de 30° com a vertical, quando imersa num campo elétrico uniforme e horizontal, conforme indicado na figura abaixo.



Sejam $\vec{F}$ a força que o campo elétrico exerce sobre **B**, $\vec{P}$ o peso de **B** e $\vec{T}$ a força exercida pelo fio sobre **B**.

a) Reproduza a bolinha indicando as forças $\vec{F}$, $\vec{P}$ e $\vec{T}$.

b) Sendo $|\vec{P}| = 0{,}03$ N, qual o valor de $|\vec{F}|$?

c) Sendo de 5,0 μC a carga da bolinha, qual a intensidade de $\vec{E}$?

Descubra mais

1. Na fotografia ao lado, observamos um dispositivo, usado como enfeite, que chama muito a atenção das pessoas. Nele, encontramos uma esfera interna que é eletrizada de forma contínua e uma outra esfera externa de vidro transparente. Entre as superfícies esféricas, existe um gás sob baixa pressão. Os gases normalmente são isolantes elétricos. No entanto, quando ionizados deixam de ser isolantes e tornam-se condutores.

Pesquise e tente explicar a emissão de luz observada nesta fotografia.

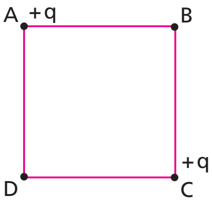

Xinhua/Photoshot/Other Images

2. Pegue um rádio portátil pequeno, ligado e sintonizado em uma estação. Embrulhe esse rádio em uma folha de jornal. Agora desembrulhe e volte a embrulhá-lo em papel-alumínio, com várias voltas. O que ocorre de diferente? Como explicar os resultados desses dois experimentos?

Exercícios

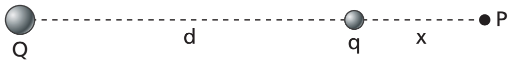
nível 3

59. (Mack-SP) Nos vértices **A** e **C** do quadrado a seguir, colocam-se cargas elétricas de valor $+q$. Para que no vértice **D** do quadrado o campo elétrico tenha intensidade nula, a carga elétrica que deve ser colocada no vértice **B** deve ter o valor:



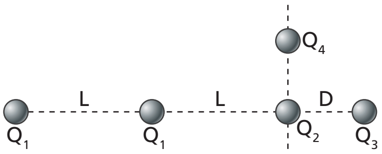
a) $\sqrt{2}\ q$.
b) $-\sqrt{2}\ q$.
c) $-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\ q$.
d) $2\sqrt{2}\ q$.
e) $-2\sqrt{2}\ q$.

60. (Unimontes-MG) Duas cargas puntiformes **Q** e **q** são separadas por uma distância **d**, no vácuo (veja figura). Se, no ponto **P**, o campo elétrico tem módulo nulo, a relação entre **Q** e **q** é igual a



a) $Q = -q\dfrac{(x+d)^2}{d^2}$.
b) $q = -Q\dfrac{(x+d)^2}{x^2}$.
c) $Q = -q\dfrac{(x+d)^2}{x^2}$.
d) $Q = -2q\dfrac{(x+d)^2}{x^2}$.

61. (Uespi) Cinco cargas elétricas pontuais positivas encontram-se fixas no vácuo de acordo com o arranjo da figura a seguir. O campo elétrico resultante sobre Q_2 aponta na direção que une as cargas Q_2 e Q_4. Nessa situação, pode-se afirmar que $\dfrac{(Q_1D^2)}{(Q_3L^2)}$ vale:

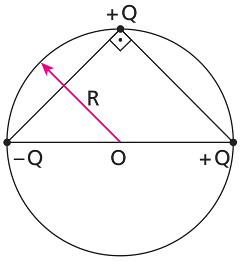


a) $\dfrac{4}{5}$.
b) $\dfrac{2}{5}$.
c) 1.
d) $\dfrac{5}{2}$.
e) $\dfrac{5}{4}$.

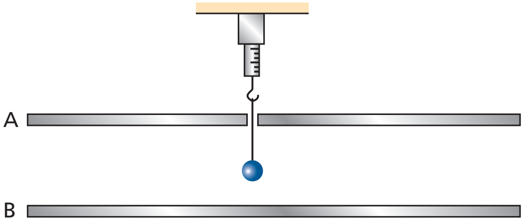
62. (Unicamp-SP) O fato de os núcleos atômicos serem formados por prótons e nêutrons suscita a questão da coesão nuclear, uma vez que os prótons, que têm carga positiva $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, se repelem através da força eletrostática. Em 1935, H. Yukawa propôs uma teoria para a força nuclear forte, que age a curtas distâncias e mantém os núcleos coesos.

a) Considere que o módulo da força nuclear forte entre dois prótons F_N é igual a vinte vezes o módulo da força eletrostática entre eles, F_E, ou seja, $F_N = 20\ F_E$. O módulo da força eletrostática entre dois prótons separados por uma distância **d** é dado por $F_E = K\dfrac{q^2}{d^2}$, em que $K = 9{,}0 \cdot 10^9\ N\,m^2/C^2$. Obtenha o módulo da força nuclear forte F_N entre os dois prótons quando separados por uma distância $d = 1{,}6 \cdot 10^{-15}$ m, que é uma distância típica entre prótons no núcleo.
b) As forças nucleares são muito maiores que as forças que aceleram as partículas em grandes aceleradores como o LHC. Num primeiro estágio do acelerador, partículas carregadas deslocam-se sob a ação de um campo elétrico aplicado na direção do movimento. Sabendo que um campo elétrico de módulo $E = 2{,}0 \cdot 10^6$ N/C age sobre um próton num acelerador, calcule a força eletrostática que atua no próton.

63. (UFG-GO) Nos vértices de um triângulo retângulo isósceles, inscrito numa circunferência de raio **R**, são colocadas três cargas pontuais, como mostra a figura ao lado.
Determine a posição e o valor de uma quarta carga positiva, em termos de **Q**, que deverá ser colocada sobre a linha da circunferência para que o campo elétrico no centro da mesma seja nulo. (Copie a figura indicando a posição da quarta carga positiva pedida.)



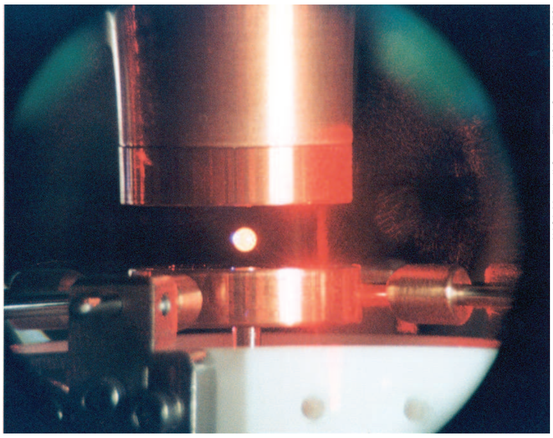
64. (UFSC) Uma bolinha, carregada negativamente, é pendurada em um dinamômetro e colocada entre duas placas paralelas, carregadas com cargas de mesmo módulo, de acordo com a figura a seguir. O orifício por onde passa o fio que sustenta a bolinha não altera o campo elétrico entre as placas, cujo módulo é $4 \cdot 10^6$ N/C. O peso da bolinha é 2 N, mas o dinamômetro registra 3 N, quando a bolinha alcança o equilíbrio.



Analise as seguintes afirmações:
01. A placa **A** tem carga positiva e a **B**, negativa.
02. A placa **A** tem carga negativa e a **B**, positiva.
04. Ambas as placas têm carga positiva.
08. O módulo da carga da bolinha é de $0{,}25 \cdot 10^{-6}$ C.
16. O módulo da carga da bolinha é de $4{,}0 \cdot 10^{-6}$ C.
32. A bolinha permaneceria em equilíbrio, na mesma posição do caso anterior, se sua carga fosse positiva e de mesmo módulo.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

65. (UFCG-PB) Durante o processo de produção de minúsculas esferas de metal desenvolvido num laboratório da Nasa, uma esfera de alumínio de 20 mg, com carga positiva de 0,24 nC, é mantida em repouso, por levitação, entre duas grandes placas paralelas carregadas (comparadas às dimensões da esfera) numa câmara de vácuo, a 3,0 mm da placa inferior (na figura, a esfera de $A\ell$ aparece brilhante entre as placas).

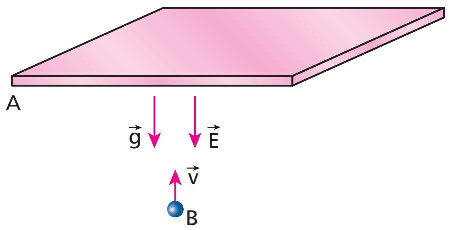


NASA Marshall Space Flight Center (NASA-MSFC)

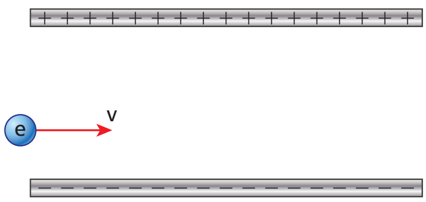
Usar: $g = 10\ m/s^2$.
Nessas condições, pode-se afirmar que:
a) o campo elétrico entre as placas está dirigido de baixo para cima e tem módulo igual a $8{,}3 \cdot 10^5$ N/C.
b) se a esfera não estiver carregada, o fenômeno da indução elétrica garante a observação do mesmo fenômeno.
c) a diferença de potencial elétrico entre a placa inferior e a posição da esfera vale $5{,}0 \cdot 10^3$ V.
d) realizando-se o experimento num local muito afastado da Terra e de outros corpos celestes, o novo valor do campo elétrico deverá ser de $1{,}2 \cdot 10^5$ V/m.
e) o campo elétrico entre as placas está dirigido de cima para baixo e tem módulo igual a $8{,}3 \cdot 10^5$ N/C.

66. (UnB-DF) Na região entre duas placas planas e paralelas, carregadas com cargas iguais e de sinais opostos, há um campo elétrico uniforme, de módulo igual a 4 N/C. Um elétron, de carga igual a $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, é abandonado, a partir do repouso, junto à superfície da placa carregada negativamente e atinge a superfície da placa oposta, em um intervalo de tempo de $2{,}0 \cdot 10^{-8}$ s. Considerando a massa do elétron igual a $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, determine, em **km/s**, a velocidade do elétron no momento em que ele atinge a segunda placa, tomando somente a parte inteira de seu resultado.

67. (UFBA) A figura abaixo representa uma placa condutora, **A**, eletricamente carregada, que gera um campo elétrico uniforme, $\vec{E}$, de módulo igual a $6 \cdot 10^4$ N/C. A bolinha **B**, de 10 g de massa e carga negativa igual a $-1\ \mu C$, é lançada verticalmente para cima, com velocidade de módulo igual a 6 m/s. Considere-se que o módulo da aceleração da gravidade local vale 10 m/s^2, que não há colisão entre a bolinha e a placa, e despreze-se a resistência do ar.
Determine o tempo, em segundos, necessário para a bolinha retornar ao ponto de lançamento.

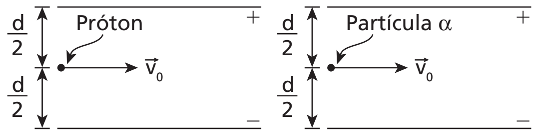


68. A figura abaixo mostra um elétron (**e**) entrando com velocidade horizontal (**v**) em uma região limitada por duas placas paralelas condutoras com cargas opostas.



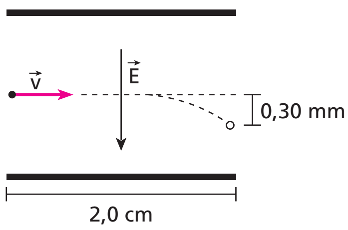
Considerando que o peso do elétron é desprezível, e que o campo elétrico entre as placas é essencialmente uniforme e perpendicular a elas, é correto afirmar que:
a) quanto maior a velocidade **v**, mais rapidamente o elétron se aproximará da placa positiva.
b) quanto menor a velocidade **v**, mais rapidamente o elétron se aproximará da placa positiva.
c) a velocidade de aproximação do elétron à placa positiva independe do valor da velocidade horizontal **v**.
d) a direção da aceleração do elétron, na região limitada pelas placas, está mudando ao longo da sua trajetória.
e) o elétron não está acelerado.

69. (UFRJ) Entre duas placas planas, condutoras e paralelas, carregadas com cargas de módulos iguais, mas de sinais contrários, há um campo elétrico uniforme. Um próton e uma partícula α penetram na região entre as placas, equidistantes delas, com a mesma velocidade $\vec{v}_0$ paralela às placas, como mostram as figuras a seguir.



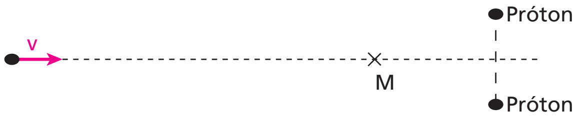
Lembre-se de que a partícula α é o núcleo do átomo de hélio (He), constituída, portanto, por 2 prótons e 2 nêutrons. Despreze os efeitos de borda.
a) Calcule a razão $\dfrac{|\vec{a}_p|}{|\vec{a}_\alpha|}$ entre os módulos das acelerações adquiridas pelo próton ($\vec{a}_p$) e pela partícula α ($\vec{a}_\alpha$).
b) Calcule a razão $\dfrac{t_p}{t_\alpha}$ entre os intervalos de tempo gastos pelo próton (t_p) e pela partícula α (t_α) até colidirem com a placa negativa.

70. (ITA-SP) Em uma impressora jato de tinta, gotas de certo tamanho são ejetadas de um pulverizador em movimento, passam por uma unidade eletrostática, onde perdem alguns elétrons, adquirindo uma carga **q**, e, a seguir, se deslocam no espaço entre placas planas paralelas eletricamente carregadas, pouco antes da impressão. Considere gotas de raio igual a 10 μm lançadas com velocidade de módulo $v = 20$ m/s entre placas de comprimento igual a 2,0 cm, no interior das quais existe um campo elétrico vertical uniforme, cujo módulo é $E = 8{,}0 \cdot 10^4$ N/C (veja a figura).

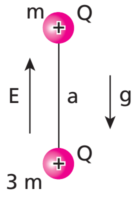


Considerando que a densidade da gota seja de 1 000 kg/m^3 e sabendo-se que a mesma sofre um desvio de 0,30 mm ao atingir o final do percurso, o módulo da sua carga elétrica é de:
a) $2{,}0 \cdot 10^{-14}$ C.
b) $3{,}1 \cdot 10^{-14}$ C.
c) $6{,}3 \cdot 10^{-14}$ C.
d) $3{,}1 \cdot 10^{-11}$ C.
e) $1{,}1 \cdot 10^{-10}$ C.

71. (UFPE) Uma partícula carregada, cuja energia cinética no infinito era $3{,}2 \cdot 10^{-21}$ J, desloca-se, ao longo da trajetória tracejada, sujeita à repulsão coulombiana devido aos dois prótons fixados nas posições indicadas na figura. Essas forças de repulsão são as únicas forças relevantes que atuam sobre a partícula. Ao atingir o ponto **M**, a velocidade da partícula anula-se e ela retorna no sentido oposto ao incidente. Quando a partícula está no ponto **M**, qual o aumento, em relação à situação inicial, da energia potencial armazenada no sistema das três cargas, em meV (10^{-3} eV)?
Dado: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.



72. (Unesp-SP) Duas pequenas esferas de material plástico, com massas **m** e 3 m, estão conectadas por um fio de seda inextensível de comprimento **a**. As esferas estão eletrizadas com cargas iguais a + Q, desconhecidas inicialmente. Elas encontram-se no vácuo, em equilíbrio estático, em uma região com campo elétrico uniforme **E**, vertical, e aceleração da gravidade **g**, conforme ilustrado na figura.



Considerando que, no Sistema Internacional (SI) de unidades, a força elétrica entre duas cargas q_1 e q_2, separadas por uma distância **d**, é dada por $k\frac{q_1q_2}{d^2}$, calcule:

a) a carga **Q**, em termos de **g**, **m** e **E**.
b) a tração no fio, em termos de **m**, **g**, **a**, **E** e **k**.

73. Um pêndulo cuja haste mede 1 metro e cuja massa pendular é igual a 100 gramas, oscila em uma região onde o campo gravitacional vale 9,0 m/s².

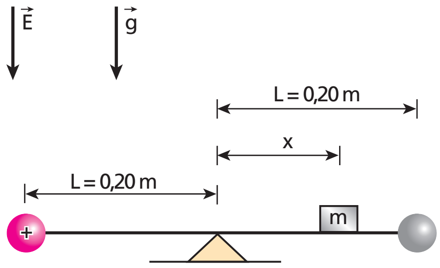
a) Qual o período de oscilação desse pêndulo?

Agora é gerado nesse local um campo elétrico uniforme, vertical para baixo, de intensidade 200 N/C. A massa pendular é condutora e eletrizada com carga + 3,5 μC. A haste é constituída de material isolante.

b) Qual o novo período de oscilação do pêndulo?
Dado: π = 3.

74. (Olimpíada Paulista de Física) Um pêndulo simples é constituído com um fio ideal de material isolante de comprimento 1,0 m e uma esfera metálica de massa $m = 1{,}0 \cdot 10^4$ kg carregada com uma carga elétrica de $3{,}0 \cdot 10^{-5}$ C. Esse pêndulo, sofrendo a ação exclusiva da gravidade local ($g = 10{,}0$ m/s²), oscila com um período **P**. Depois que um campo elétrico uniforme é aplicado verticalmente em todo o espaço que envolve o pêndulo, o período passa a 2 P. Identifique o módulo, direção e sentido do campo elétrico aplicado.

75. (UFMG) A figura mostra uma balança na superfície da Terra ($g = 10$ m/s²) colocada em uma região onde existe um campo elétrico uniforme de intensidade $E = 2{,}0 \cdot 10^6$ N/C. Nas extremidades do braço isolante da balança existem duas esferas metálicas de massas iguais. A esfera do lado esquerdo tem uma carga positiva $q = 3{,}0 \cdot 10^{-10}$ C, e a esfera do lado direito é eletricamente neutra. Do lado direito do braço, a uma distância **x** do ponto de apoio, está um corpo de massa m = 0,10 g. O comprimento de cada lado do braço da balança é L = 0,20 m.



Calcule o valor do comprimento **x** na situação de equilíbrio.

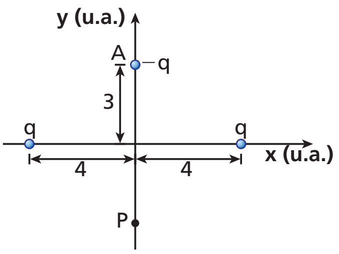
Para raciocinar um pouco mais

76. Em uma região do espaço, isenta da ação de massas e cargas elétricas, imagine um triângulo equilátero ABC, de lado igual a 20 cm. Agora, no vértice **A**, vamos colocar uma partícula eletrizada com carga +1,0 nC e, no vértice **B**, outra partícula de carga −1,0 nC. Determine o módulo do vetor campo elétrico resultante nos pontos:

a) **C**, terceiro vértice do triângulo;
b) **M**, ponto médio da base AB do triângulo;
c) **N**, ponto simétrico de **M** em relação ao vértice **A** do triângulo.

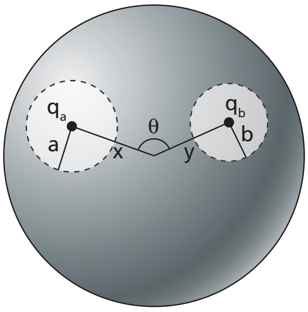
Dado: $K = 9 \cdot 10^9$ (SI).

77. Na figura a seguir, é mostrada uma distribuição de três partículas carregadas (duas com carga positiva e uma com carga negativa) localizadas ao longo dos eixos perpendiculares de um dado sistema de referência. Todas as distâncias estão em unidades arbitrárias (u.a.). As cargas positivas, ambas iguais a **q**, estão fixas nas coordenadas (x, y), iguais a (4,0) e (− 4,0). A carga negativa, igual a **−q**, está localizada, inicialmente em repouso, no ponto **A**, cujas coordenadas são (0,3). A aceleração da gravidade local é constante (módulo **g**) e aponta no sentido negativo do eixo **y** do sistema de referência, que está na vertical. Todas as partículas possuem a mesma massa **m**. A constante eletrostática no meio em que as partículas carregadas estão imersas é **K**.



Determine o módulo da velocidade com que a partfcula com carga negativa chega ao ponto **P**, localizado pelas coordenadas (x, y) = (0, −3).

78. (ITA-SP)



Uma esfera condutora de raio **R** possui no seu interior duas cavidades esféricas, de raio **a** e **b**, respectivamente, conforme mostra a figura. No centro de uma cavidade há uma carga puntual q_a e no centro da outra, uma carga também puntual q_b, cada qual distando do centro da esfera condutora de **x** e **y**,respectivamente. É correto afirmar que:

a) a força entre as cargas q_a e q_b é $\dfrac{k_0 q_a q_b}{(x^2 + y^2 - 2\,xy\cos\theta)}$.
b) a força entre as cargas q_a e q_b é nula.
c) não é possível determinar a força entre as cargas, pois não há dados suficientes.
d) se nas proximidades do condutor houvesse uma terceira carga, q_c, esta não sentiria força alguma.
e) se nas proximidades do condutor houvesse uma terceira carga, q_c, a força entre qa e qb seria alterada.

79. Três pêndulos elétricos idênticos são pendurados em um mesmo ponto **O**. O comprimento de cada haste é igual a ℓ e o peso da massa pendular é igual a **P**. Cada um deles é eletrizado com carga **Q** positiva. Na configuração de equilíbrio, a haste de cada pêndulo faz com a vertical, que passa por **O**, um ângulo θ. Determine o valor de **Q** em função dos dados do problema.
Dado: constante eletrostática do meio = K

80. (IME-RJ) Um corpo de massa m_1 está preso a um fio e descreve uma trajetória circular de raio $\dfrac{1}{\pi}$ m. O corpo parte do repouso em $\theta = 0°$ (figura **a**) e se movimenta numa superfície horizontal sem atrito, sendo submetido a uma aceleração angular $\alpha = \dfrac{6\pi}{5}$ rad/s². Em $\theta = 300°$ (figura **b**) ocorre uma colisão com um outro corpo de massa m_2 inicialmente em repouso. Durante a colisão o fio é rompido e os dois corpos saem juntos tangencialmente à trajetória circular inicial do primeiro. Quando o fio é rompido, um campo elétrico **E** (figura **b**) é acionado e o conjunto, que possui carga total + Q, sofre a ação da força elétrica. Determine a distância **d** em que deve ser colocado um anteparo para que o conjunto colida perpendicularmente com o mesmo.

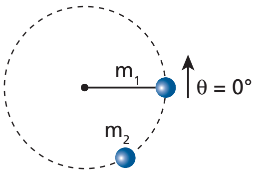


Figura a

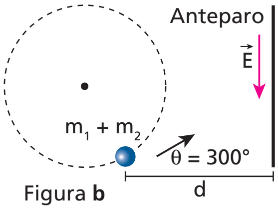
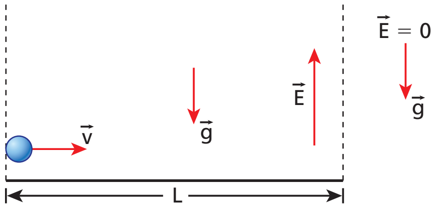
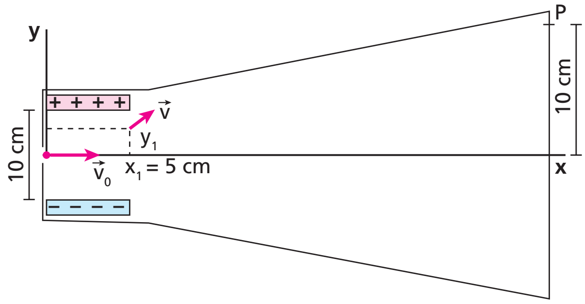


Figura b

81. (UFC) Uma partícula de massa **m** e carga positiva **q**, com velocidade horizontal $\vec{v}$ (módulo **v**), penetra numa região de comprimento **L** (paralelo à velocidade inicial da partícula), na qual existe um campo elétrico vertical $\vec{E}$ (constante), conforme a figura a seguir. A aceleração da gravidade local é $\vec{g}$ (de módulo **g**, direção vertical e sentido para baixo). Na região onde o campo elétrico é não nulo (entre as linhas verticais tracejadas na figura a seguir), a força elétrica tem módulo maior que a força peso. Determine o módulo do campo elétrico para o qual a partícula apresenta o máximo alcance ao longo da linha horizontal localizada na linha em que ela deixa a região do campo elétrico. Despreze quaisquer efeitos de dissipação de energia (resistência do ar, atrito etc.).

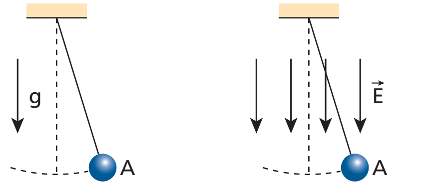


82. (Vunesp-FMCA-SP) Uma carga elétrica $q = 0{,}1\ \mu C$ de massa $m = 10^{-6}$ kg é lançada com velocidade $v_0 = 1{,}0 \cdot 10^3$ m/s em uma região de campo elétrico uniforme gerado por duas placas planas e paralelas, distantes 10 cm uma da outra. A carga sai dessa região em um ponto de coordenadas $x_1 = 5$ cm e $y_1 = 2{,}5$ cm e atinge o ponto **P** em um anteparo situado 10 cm acima do eixo horizontal do tubo.



Desprezando-se ações gravitacionais, pede-se:
a) o módulo do vetor campo elétrico nessa região;
b) a velocidade com que a carga **q** chega ao ponto **P**.

83. (Fuvest-SP) Um certo relógio de pêndulo consiste em uma pequena bola, de massa M = 0,1 kg, que oscila presa a um fio. O intervalo de tempo que a bolinha leva para, partindo da posição **A**, retornar a essa mesma posição é seu período T_0, que é igual a 2 s. Nesse relógio, o ponteiro dos minutos completa uma volta (1 hora) a cada 1 800 oscilações completas do pêndulo.



Bolinha sem carga
Bolinha carregada em presença de $\vec{E}$

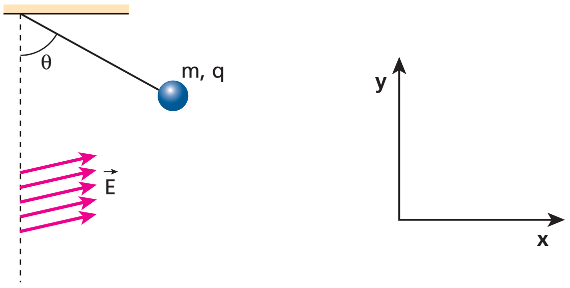
Estando o relógio em uma região em que atua um campo elétrico $\vec{E}$, constante e homogêneo, e a bola carregada com carga elétrica **Q**, seu período será alterado, passando a T_Q. Considere a situação em que a bolinha esteja carregada com carga $Q = 3 \cdot 10^{-5}$ C, em presença de um campo elétrico cujo módulo $E = 1 \cdot 10^5$ V/m. (Usar: g = 10 m/s².)
Então, determine:
a) a intensidade da força efetiva F_e, em **N**, que age sobre a bola carregada;
b) a razão $R = \dfrac{T_Q}{T_0}$ entre os períodos do pêndulo, quando a bola está carregada e quando não tem carga;
c) a hora que o relógio estará indicando, quando forem de fato três horas da tarde, para a situação em que o campo elétrico tiver passado a atuar a partir do meio-dia.

Note e adote:
Nas condições do problema, o período **T** do pêndulo pode ser expresso por

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{massa} \cdot \text{comprimento do pêndulo}}{F_e}}$$

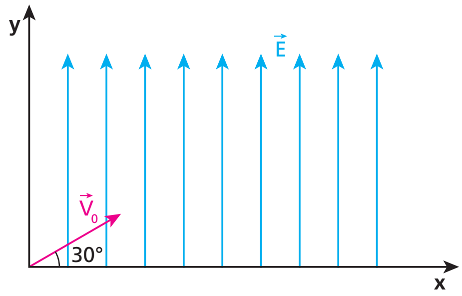
em que F_e é a força vertical efetiva que age sobre a massa, sem considerar a tensão do fio.

84. (ITA-SP) Uma esfera homogênea de carga **q** e massa **m** de 2 g está suspensa por um fio de massa desprezível em um campo elétrico cujas componentes **x** e **y** têm intensidades $E_x = \sqrt{3} \cdot 10^5$ N/C e $E_y = 1 \cdot 10^5$ N/C, respectivamente, como mostra a figura abaixo. Considerando que a esfera está em equilíbrio para $\theta = 60°$, qual é a força de tração no fio? ($g = 10$ m/s²)



a) $9{,}80 \cdot 10^{-3}$ N.
b) $1{,}96 \cdot 10^{-2}$ N.
c) nula.
d) $1{,}70 \cdot 10^{-3}$ N.
e) $7{,}17 \cdot 10^{-3}$ N.

85. (ITA-SP) No instante $t = 0$ s, um elétron é projetado em um ângulo de 30° em relação ao eixo **x**, com velocidade v_0 de $4 \cdot 10^5$ m/s, conforme o esquema abaixo.



Considerando que o elétron se move num campo elétrico constante $E = 100$ N/C, o tempo que o elétron levará para cruzar novamente o eixo **x** é de:
Dados: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.
a) 10 ns.
b) 15 ns.
c) 23 ns.
d) 12 ns.
e) 18 ns.

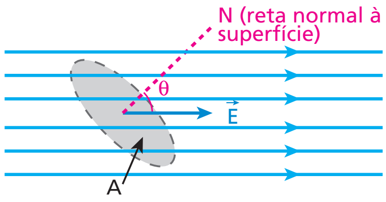
Apêndice

Teorema de Gauss e aplicações

1. Fluxo do vetor campo elétrico

Inicialmente, vamos estabelecer a definição de **fluxo do vetor campo elétrico**, ou simplesmente fluxo elétrico, em um caso muito particular.

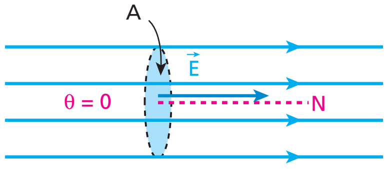
Considere um campo elétrico uniforme e uma superfície plana e imaginária de área **A**, interceptada pelas linhas de força desse campo, conforme a ilustração abaixo.



O fluxo do vetor $\vec{E}$ através da superfície de área **A** é a grandeza escalar **ϕ** definida por:

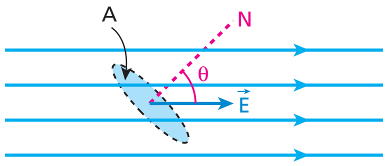
$$\phi = E\,A\cos\theta \qquad \left(\text{unidade no SI: } \frac{Nm^2}{C}\right)$$

O valor absoluto dessa grandeza é tanto maior quanto maior é a quantidade de linhas de força que atravessam a superfície. Para entender isso, considere as ilustrações a seguir.



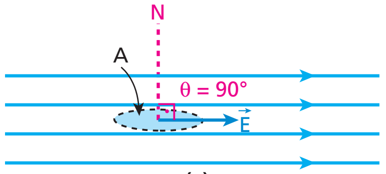
(a)

$\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1 \Rightarrow$
$\Rightarrow \phi = E\,A$
(máximo valor absoluto)



(b)

$\phi = E\,A\cos\theta$

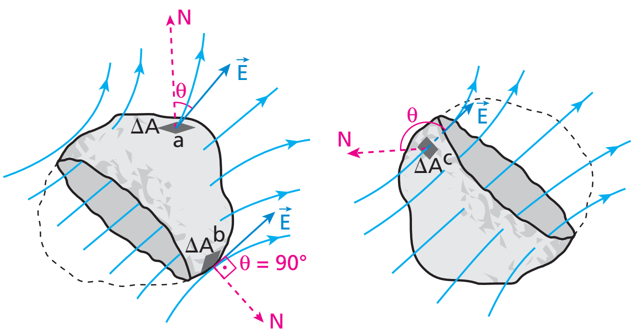


(c)

$\theta = 90° \Rightarrow \cos\theta = 0$
$\phi = 0$
(mínimo valor absoluto)

No caso **a**, observe que o fluxo elétrico é máximo e também é máxima a quantidade de linhas de força que atravessam a superfície. Ao contrário, no caso **c**, o fluxo é nulo: nenhuma linha de força atravessa a superfície.

Considere agora uma superfície imaginária, fechada, **qualquer**, em um campo elétrico **qualquer** (veja ilustrações a seguir). A partir daqui, vamos convencionar uma orientação para a reta normal **N**: ela sempre apontará **para fora** da superfície considerada.

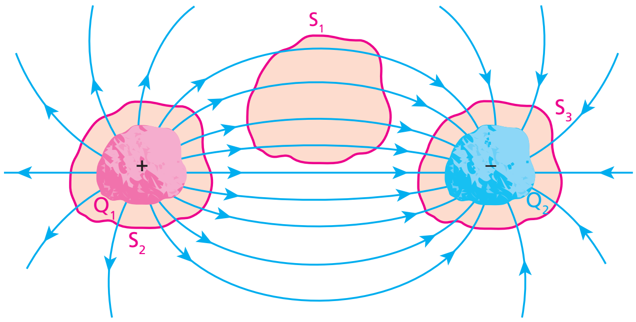


Tomando um elemento de superfície de área ΔA ("pedacinho" de superfície), tão pequeno a ponto de permitir que o consideremos plano e que também possamos considerar uniforme o campo através dele, temos:

- no elemento **a**: $\phi = E \cdot \Delta A \cdot \cos\theta$ (positivo, pois $\cos\theta > 0$). Note que $\boldsymbol{\phi}$ é **positivo** nos elementos de superfície em que as linhas de força estão **saindo**.
- no elemento **b**: $\phi = 0$ (nulo, pois $\cos\theta = \cos 90° = 0$).
- no elemento **c**: $\phi = E \cdot \Delta A \cdot \cos\theta$ (negativo, pois $\cos\theta < 0$). Note que $\boldsymbol{\phi}$ é **negativo** nos elementos de superfície em que as linhas de força estão **entrando**.

Para determinar $\boldsymbol{\phi}$ em uma superfície inteira, devemos somar os fluxos em todos os seus elementos de superfície, procedimento simples apenas em alguns casos particulares. No caso de uma superfície fechada, o fluxo total devido a cargas **externas** é igual a zero, porque a quantidade de linhas de força que entra na superfície, produzindo fluxo negativo, é igual à quantidade de linhas de força que sai dessa superfície, produzindo fluxo positivo.

Observe a figura a seguir, em que estão representadas as linhas de força do campo elétrico gerado por dois corpos eletrizados e três superfícies fechadas, S_1, S_2 e S_3.

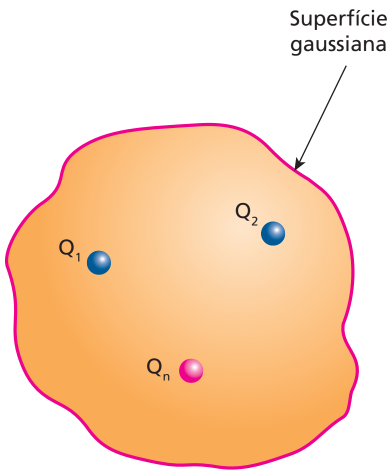


Em relação à superfície S_1, as cargas Q_1 e Q_2 são externas. Então, o fluxo elétrico nessa superfície é nulo.

Na superfície S_2, o fluxo é positivo e, na superfície S_3, negativo.

2. Teorema de Gauss

Considere uma distribuição qualquer de cargas elétricas e uma superfície imaginária **fechada** qualquer envolvendo essas cargas. A superfície citada recebe o nome de **superfície gaussiana**.

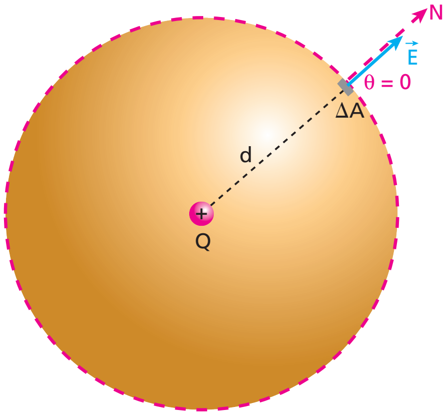


O Teorema de Gauss estabelece que o fluxo total (ϕ_{total}) através da superfície gaussiana é igual à carga total interna à superfície ($Q_{interna}$) dividida pela permissividade elétrica do meio ($\boldsymbol{\varepsilon}$):

$$\phi_{total} = \frac{Q_{interna}}{\varepsilon}$$

$$(Q_{interna} = Q_1 + Q_2 + ... + Q_n)$$

Vamos agora demonstrar esse teorema no caso particular do campo elétrico devido a uma única partícula eletrizada com carga positiva **Q**, situada em um meio de permissividade elétrica **ε**. Considere uma superfície esférica de raio **d** (superfície gaussiana) em cujo centro está a carga **Q**, conforme mostra a ilustração abaixo.



Como sabemos, a intensidade do campo elétrico em todos os pontos da superfície esférica é dada por:

$$E = K\frac{|Q|}{d^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Q}{d^2} \quad \text{(I)}$$

O fluxo no elemento de área ΔA é dado por:

$$\phi = E\,\Delta A \cos 0 = E\,\Delta A$$

O fluxo total na superfície esférica é a soma dos fluxos em todos os elementos de superfície:

$$\phi_{total} = E\,\Delta A + E\,\Delta A + \ldots + E\,\Delta A =$$

$$= E\,(\underbrace{\Delta A + \Delta A + \ldots + \Delta A}_{\text{Área total da superfície esférica } (4\pi\, d^2)})$$

Então:

$$\phi_{total} = E\, 4\pi\, d^2 \quad \text{(II)}$$

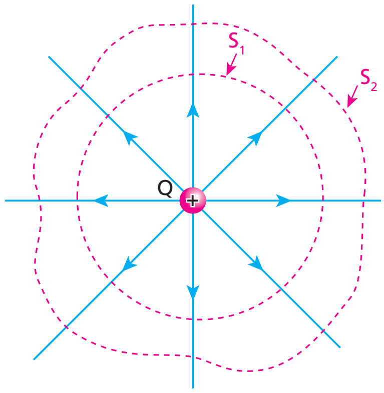
Substituindo (I) em (II), temos:

$$\phi_{total} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Q}{d^2} \cdot 4\pi\, d^2$$

Com isso, confirmamos a validade do Teorema de Gauss:

$\phi_{total} = \dfrac{Q}{\varepsilon}$, em que **Q** é a carga interna à superfície gaussiana.

Se considerássemos como superfície gaussiana outra superfície qualquer envolvendo a carga, o teorema continuaria válido porque o fluxo total através dessa superfície é igual ao fluxo total através da superfície esférica. De fato, todas as linhas de força que atravessam uma das superfícies também atravessam a outra, como mostra a figura abaixo.



O fluxo na superfície S_2 é igual ao fluxo na superfície S_1.

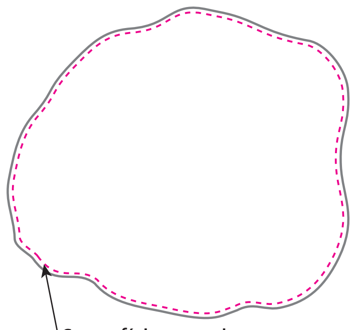
Nota:

- A expressão apresentada para o Teorema de Gauss é válida, desde que não haja cargas distribuídas ao longo da superfície gaussiana.

3. Algumas aplicações do Teorema de Gauss

Distribuição da carga elétrica de um condutor eletrizado em equilíbrio eletrostático

Em um condutor qualquer em equilíbrio eletrostático, considere uma superfície gaussiana bem próxima da superfície externa, porém **dentro** do condutor.



Como sabemos, o campo elétrico é nulo no interior desse condutor. Então, observando que o fluxo em cada elemento de superfície ($E \, \Delta A \cos \theta$) é nulo, pois **E** é igual a zero, temos que ϕ_{total} também é igual a zero:

$$\phi_{total} = \frac{Q_{interna}}{\varepsilon}$$

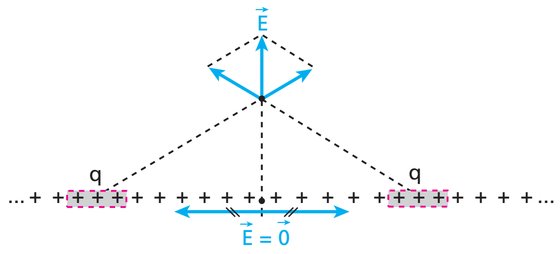
$$0 = \frac{Q_{interna}}{\varepsilon}$$

$$\boxed{Q_{interna} = 0}$$

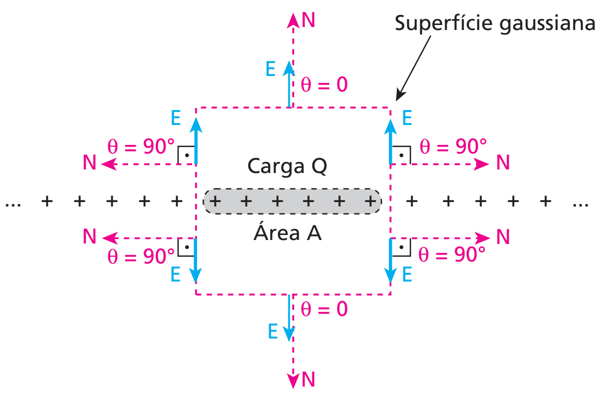
Provamos, portanto, que a carga em excesso em um condutor eletrizado em equilíbrio eletrostático não está em seu interior. Consequentemente, essa carga está distribuída na superfície externa do condutor.

Campo elétrico criado por uma distribuição plana e ilimitada de cargas

Considere uma distribuição plana, uniforme e ilimitada (infinita) de cargas elétricas. Em virtude da simetria, o campo elétrico é nulo em um ponto do plano e perpendicular ao plano em um ponto fora dele. De fato, para qualquer carga **q** situada à esquerda do ponto considerado, existe uma carga **q** à direita desse ponto e à mesma distância dele.



A figura abaixo representa uma superfície gaussiana adequada para a determinação da intensidade do campo elétrico em um ponto externo ao plano das cargas. Essa superfície envolve uma parte do plano cuja área é **A** e cuja carga é **Q**.



Os fluxos na face superior (ϕ_{sup}), na face inferior (ϕ_{inf}) e nas faces laterais (ϕ_{lat}) da superfície gaussiana são dados por:

$$\begin{cases} \phi_{sup} = E\,A \\ \phi_{inf} = E\,A \\ \phi_{lat} = 0 \end{cases}$$

Então:

$$\phi_{total} = \phi_{sup} + \phi_{inf} + \phi_{lat} = 2E\,A$$

Pelo **Teorema de Gauss**:

$$\begin{cases} \phi_{total} = \dfrac{Q_{interna}}{\varepsilon} \\ 2E\,A = \dfrac{Q}{\varepsilon} \\ E = \dfrac{Q}{2\varepsilon\,A} \end{cases}$$

O quociente $\frac{Q}{A}$ é a densidade superficial de cargas, que vamos representar por $\boldsymbol{\sigma}$.

Então, para qualquer sinal das cargas da distribuição, temos:

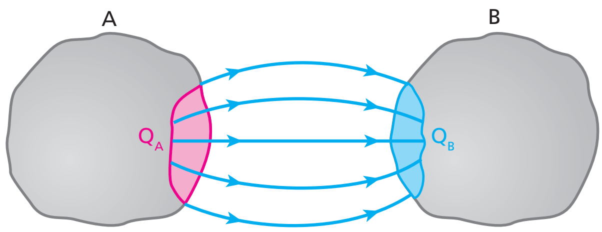
$$\boxed{E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon}}$$

Observe que o campo elétrico é uniforme em cada semiespaço determinado pela distribuição, pois não depende da distância até ela. Isso continua valendo com boa aproximação no caso de distribuições planas limitadas (finitas), desde que tomemos pontos cujas distâncias até elas sejam muito menores que as distâncias deles até os pontos em que as distribuições terminam.

Elementos correspondentes

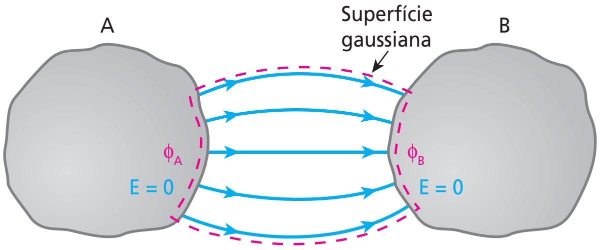
Considere um conjunto de linhas de força partindo de uma região de um condutor **A**, eletrizada positivamente com carga Q_A, e chegando a uma região do condutor **B**, eletrizada negativamente com carga Q_B.

Essas regiões são denominadas **elementos correspondentes**.



Usando o Teorema de Gauss, vamos demonstrar que, se os condutores estiverem em equilíbrio eletrostático, os módulos de Q_A e Q_B serão iguais.

Para isso, vamos usar a superfície gaussiana representada na figura abaixo.



Os fluxos ϕ_A e ϕ_B são nulos porque o campo elétrico é nulo no interior dos condutores. Além disso, o fluxo também é nulo na região lateral da superfície gaussiana, já que nenhuma linha de força a atravessa.

Então:

$$\phi_{total} = 0$$

Pelo Teorema de Gauss:

$$\phi_{total} = \frac{Q_{interna}}{\varepsilon} \Rightarrow 0 = \frac{Q_A + Q_B}{\varepsilon}$$

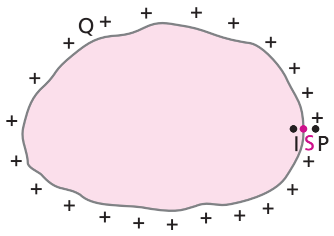
$$Q_A + Q_B = 0 \Rightarrow Q_A = -Q_B$$

$$\boxed{|Q_A| = |Q_B|}$$

Portanto, quando todas as linhas de força que saem de uma região chegam a outra, as cargas dessas regiões têm o mesmo valor absoluto.

4. Campo elétrico na superfície de um condutor

A figura abaixo representa um condutor eletrizado com carga **Q** e em equilíbrio eletrostático.

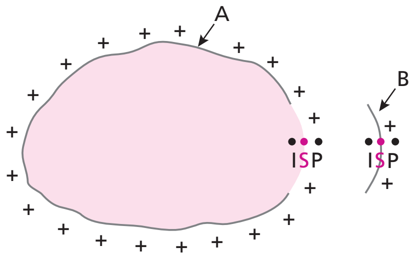


Observe os três pontos indicados: **I**, **S** e **P**.

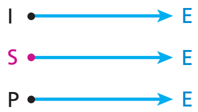
O ponto **S** pertence à superfície do condutor, enquanto o ponto **I** é interno e o ponto **P** é externo ao condutor. Suponha que esses três pontos estejam extremamente próximos uns dos outros.

Vamos buscar agora uma relação entre as intensidades dos campos elétricos que a carga **Q** do condutor cria em **I**, **S** e **P**.

Para isso, imagine a superfície externa do condutor dividida em duas partes **A** e **B**, como ilustra a figura abaixo.

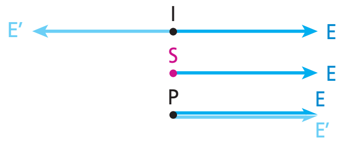


Por estarem extremamente próximos uns dos outros, os pontos **I**, **S** e **P** podem ser considerados coincidentes em relação à parte **A** da superfície. Então, essa parte cria, nos três pontos, um campo elétrico de mesma intensidade **E**.



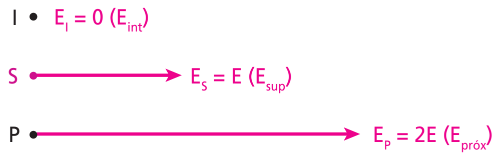
Por simetria, a pequena parte **B** da superfície cria, nos pontos **I** e **P**, campos opostos e de mesma intensidade E' e, no ponto **S**, campo nulo:

Vamos agora determinar a intensidade do campo elétrico resultante em cada ponto, devido às duas partes da superfície do condutor.



Sabendo que o campo elétrico é nulo no ponto interno **I**, concluímos que **E' é igual a E**.

Então, temos:



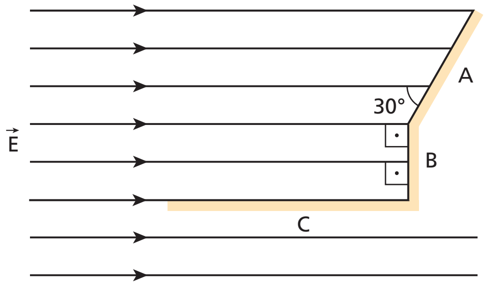
Portanto, a intensidade do campo elétrico na superfície do condutor, E_{sup}, é a metade da intensidade do campo elétrico nas vizinhanças externas de sua superfície ($E_{próx}$):

$$\boxed{E_{sup} = \frac{E_{próx}}{2}}$$

Exercícios

nível 1

86. Em uma região do espaço, onde existe apenas um campo elétrico uniforme de intensidade 200 N/C, são dispostas três superfícies planas, **A**, **B** e **C**, conforme a figura a seguir.



A superfície **A** possui área de 2,0 m^2, a **B** de 1,0 m^2 e a **C** de 3,0 m^2. Pede-se que determine o fluxo elétrico através de cada uma das superfícies (**A**, **B** e **C**).

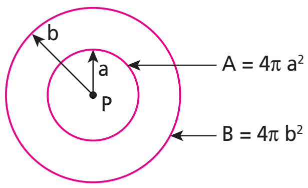
87. Imagine uma superfície envolvendo completamente uma distribuição discreta de cargas elétricas de valor $+2{,}2\ \mu$C. Essas cargas e a superfície estão no vácuo, onde a permissividade ε_0 vale aproximadamente $8{,}8 \cdot 10^{-12}$ C^2/(N m^2). Determine o fluxo elétrico total quando:

a) a superfície é uma esfera de 1,0 m de raio;
b) a superfície é uma esfera de 2,0 m de raio;
c) a superfície é um cubo de aresta 20 cm.

88. Considere uma esfera de raio **R**, maciça, de material não condutor e eletrizada com uma carga positiva **q**, distribuída de maneira uniforme por todo o seu volume interno. Essa esfera encontra-se no vácuo, onde a permissividade absoluta vale ε_0. Usando a Lei de Gauss, mostre que o módulo do campo elétrico em um ponto **P**, distante **r** do centro da esfera ($r < R$), vale:

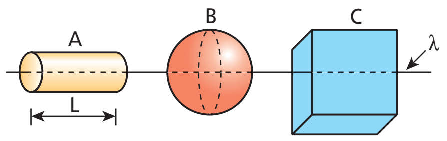
$$E = \frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$

89. (ITA-SP) Uma carga puntual **P** é mostrada na figura ao lado com duas superfícies gaussianas **A** e **B**, de raios **a** e **b** = 2 a, respectivamente. Sobre o fluxo elétrico que passa pelas superfícies de áreas **A** e **B**, pode-se concluir que:



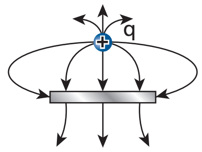
a) o fluxo elétrico que atravessa a área **B** é duas vezes maior que o fluxo que passa pela área **A**.
b) o fluxo elétrico que atravessa a área **B** é a metade do fluxo que passa pela área **A**.
c) o fluxo elétrico que atravessa a área **B** é $\frac{1}{4}$ do fluxo que passa pela área **A**.
d) o fluxo elétrico que atravessa a área **B** é quatro vezes maior que o fluxo que passa pela área **A**.
e) o fluxo elétrico que atravessa a área **B** é igual ao fluxo que atravessa a área **A**.

90. (ITA-SP) Um fio de densidade linear de carga positiva λ atravessa três superfícies fechadas **A**, **B** e **C** de formas, respectivamente, cilíndrica, esférica e cúbica, como mostra a figura. Sabe-se que **A** tem comprimento L = diâmetro de **B** = comprimento de um lado de **C**, e que o raio da base de **A** é a metade do raio da esfera **B**. Sobre o fluxo do campo elétrico, ϕ, através de cada superfície fechada, pode-se concluir que:



a) $\phi_A = \phi_B = \phi_C$
b) $\phi_A > \phi_B > \phi_C$
c) $\phi_A < \phi_B < \phi_C$
d) $\frac{\phi_A}{2} = \phi_B = \phi_C$
e) $\phi_A = 2\,\phi_B = \phi_C$

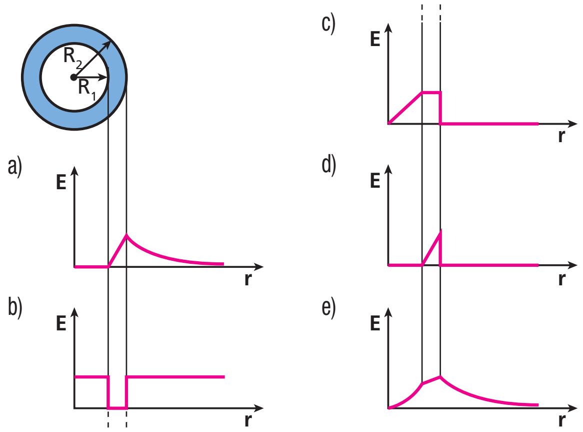
91. (ITA-SP) A figura mostra uma carga positiva **q** puntiforme próxima de uma barra de metal. O campo elétrico nas vizinhanças da carga puntiforme e da barra está representado pelas linhas de campo mostradas na figura.



Sobre o módulo da carga da barra $|Q_{bar}|$, comparativamente ao módulo da carga puntiforme positiva | **q** |, e sobre a carga líquida da barra Q_{bar}, respectivamente, pode-se concluir que:

a) $|Q_{bar}| > |q|$ e $Q_{bar} > 0$.
b) $|Q_{bar}| < |q|$ e $Q_{bar} < 0$.
c) $|Q_{bar}| = |q|$ e $Q_{bar} = 0$.
d) $|Q_{bar}| > |q|$ e $Q_{bar} < 0$.
e) $|Q_{bar}| < |q|$ e $Q_{bar} > 0$.

92. Uma camada esférica isolante de raio interno R_1 e raio externo R_2, conforme mostra a figura, é eletrizada uniformemente. O gráfico que melhor representa a variação do campo elétrico $|\vec{E}|$ ao longo de uma direção radial, é:



93. Em uma região do espaço, isenta de ações externas, encontramos uma esfera sólida, maciça, de material não condutor, de raio 1,0 metro e eletrizada com carga positiva de 6,6 μC. Essa carga encontra-se distribuída de maneira uniforme por todo o material da esfera. Fazendo a permissividade do espaço livre (ε_0) igual a $8{,}8 \cdot 10^{-12}$ C^2/(N m^2) e $\pi = 3$, usando a Lei de Gauss, determine o módulo do vetor campo elétrico em um ponto **P** distante 40 cm do centro dessa esfera.

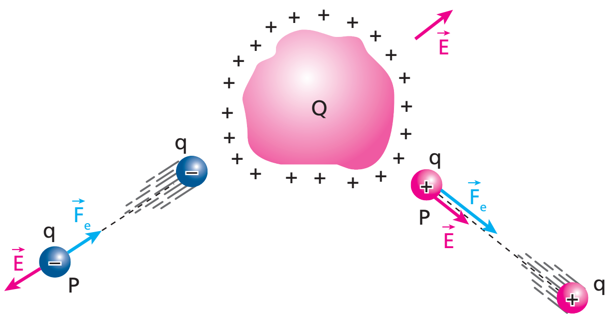
Tópico 3

Potencial elétrico

Bloco 1

1. Energia potencial eletrostática e o conceito de potencial em um campo elétrico

Considere um condutor eletrizado positivamente, por exemplo, com carga **Q**, fixo em determinado local, livre da influência de outras cargas elétricas. Já sabemos que, na região do espaço que envolve esse corpo, existe um campo elétrico gerado pelas cargas nele existentes. Agora vamos abandonar em um ponto **P** uma carga de prova **q**, também positiva, a uma distância **d** do condutor. Devido ao campo elétrico, a carga de prova será repelida e se afastará do condutor, ganhando velocidade e, consequentemente, adquirindo energia cinética (energia de movimento). Observe que a carga **q**, se fosse negativa, simplesmente seria atraída, e não repelida.



Por adquirir energia cinética, podemos concluir que, no ponto **P**, a carga de prova **q** armazena uma energia potencial denominada **energia potencial eletrostática** ou **elétrica**, que vamos simbolizar por E_p. Essa energia potencial se transforma, na sequência, em energia cinética. Assim, podemos dizer que a carga **Q** do condutor produz um campo elétrico que também pode ser descrito por uma grandeza escalar denominada **potencial eletrostático** (ou elétrico).

Esse potencial eletrostático no ponto **P** traduz a energia potencial elétrica armazenada por unidade de carga posicionada nesse local.

O potencial, simbolizado por **ν**, é definido pela expressão:

$$\nu = \frac{E_p}{q} \Rightarrow E_p = q\,\nu$$

Nota:

- A energia potencial eletrostática e o potencial elétrico são grandezas escalares algébricas, podendo ser positivos, negativos ou nulos.

Unidade:

No SI, a unidade de potencial elétrico é o **volt**, de símbolo **V**, assim denominado em homenagem a Alessandro Volta (1745-1827).

Como vimos:

$$\nu = \frac{E_p}{q}$$

Então:

$$\text{volt} = \frac{\text{joule}}{\text{coulomb}}$$

Um ponto de um campo elétrico tem potencial elétrico igual a 1 volt quando uma partícula hipoteticamente eletrizada com carga de 1 coulomb adquire uma energia potencial igual a 1 joule ao ser colocado nele. Se esse ponto tiver potencial igual a 100 volts, por exemplo, cada coulomb de carga nele colocada adquirirá uma energia potencial igual a 100 joules.

É importante destacar que:

- Na verdade, a energia potencial é adquirida pelo sistema **Q** e **q**. Se essas duas cargas puderem se mover, elas irão adquirir energia cinética a partir dessa energia potencial. Quando, porém, a carga **Q** é fixa (o que ocorre na maioria das vezes), associamos à carga de prova **q** toda a energia potencial do sistema.

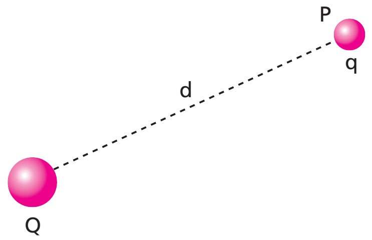
- O potencial elétrico (grandeza escalar) e o campo elétrico (grandeza vetorial) são propriedades de cada ponto, existindo independentemente de nele estar colocada uma carga ou não.
- O vetor campo elétrico $\vec{E}$ e o potencial elétrico ν são duas maneiras de se descrever o campo elétrico existente em uma região do espaço. Algumas vezes é mais conveniente usar o vetor $\vec{E}$ e, em outras, o potencial ν.

Alessandro Volta. Físico italiano, dedicou sua vida ao estudo da eletricidade. Em 1799, construiu a primeira bateria elétrica utilizando discos de prata e de zinco. Essa invenção aproximou a Física da Química e proporcionou a Volta o reconhecimento da comunidade científica. Seus estudos abrangeram também a eletricidade em seres vivos.


Science Museum, London/DIOMEDIA

2. Potencial em um campo elétrico criado por uma partícula eletrizada

Considere o campo elétrico gerado por uma partícula eletrizada com carga **Q**. Vamos colocar uma carga de prova **q** em um ponto **P** desse campo, a uma distância **d** de **Q**.



A energia potencial elétrica armazenada no sistema constituído pelas duas cargas é dada por:

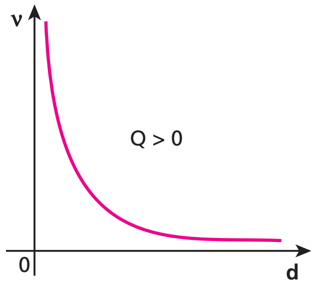
$$E_p = k\frac{Qq}{d}$$

em que **K** é a constante eletrostática do meio.

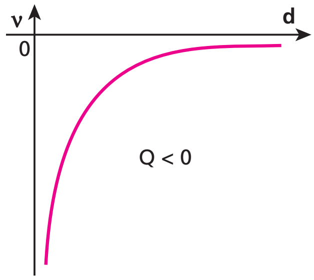
Sendo $E_p = q\,\nu$, obtemos a expressão do potencial elétrico no ponto **P**:

$$q\,\nu = K\frac{Qq}{d} \Rightarrow \boxed{\nu = K\frac{Q}{d}}$$

O gráfico representativo do potencial em função da distância à carga puntiforme geradora do campo elétrico é uma curva denominada **hipérbole equilátera**.



Para carga positiva.



Para carga negativa.

Observando os gráficos, percebe-se que o potencial tende a zero, quando a distância tende ao infinito. Isso acontece tanto para a carga positiva como para a negativa. Assim:

O nível zero do potencial criado por uma carga puntiforme está, geralmente, no "infinito".

Nota:

- Devemos entender por "infinito" um local suficientemente afastado da carga **Q**, de modo que suas influências em outras cargas sejam desprezíveis.

3. Potencial em um campo elétrico criado por duas ou mais partículas eletrizadas

Suponha um local do espaço onde se encontram **n** partículas eletrizadas. Considere, agora, um ponto **A**, sujeito aos **n** campos elétricos criados pelas cargas. Uma vez que o potencial elétrico é uma grandeza escalar, teremos, no ponto **A**, um potencial resultante de valor igual à **soma algébrica** dos **n** potenciais criados individualmente pelas cargas.

Assim, vale a relação:

$$\nu_A = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n$$

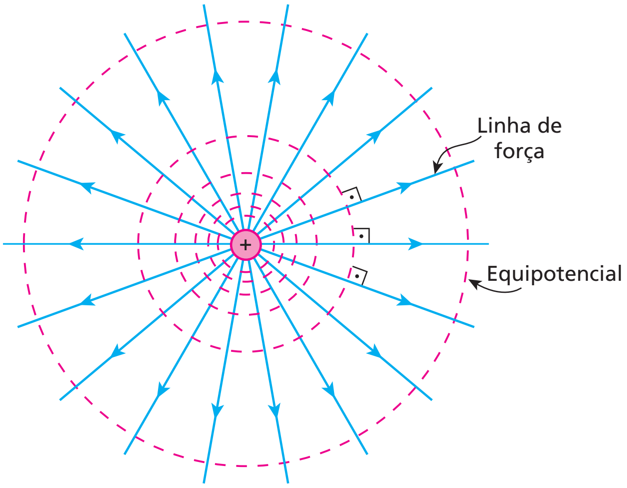
4. Equipotenciais

Equipotenciais são linhas (no plano) ou superfícies (no espaço) onde o potencial, em todos os pontos, assume o mesmo valor algébrico.

As equipotenciais, em um campo elétrico criado por uma partícula eletrizada e solitária, são circunferências (no plano) ou superfícies esféricas (no espaço). Tal afirmativa é facilmente constatável, bastando, para isso, analisar a expressão do potencial. Note que, para os mesmos **Q** e **K**, o potencial assumirá valores iguais nos pontos do espaço equidistantes da carga fonte:

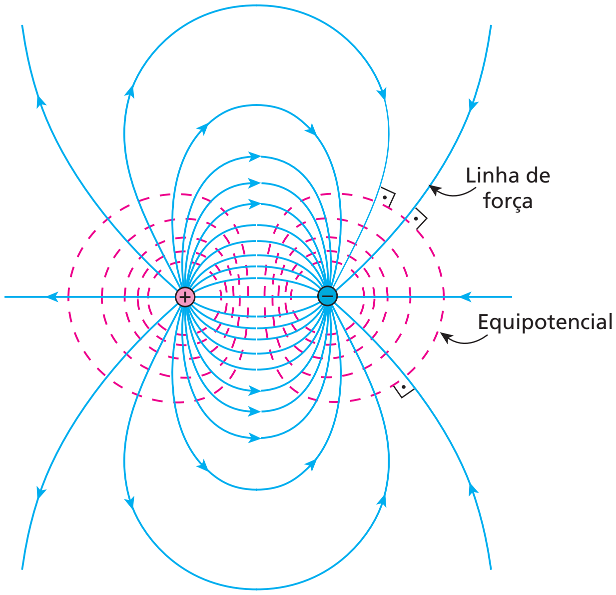
$$\nu = K\frac{Q}{d}$$

Tendo **K** e **Q** valores fixos, para distâncias **d** iguais temos o mesmo potencial **ν**.



Na ilustração, vemos a representação de equipotenciais em um campo elétrico criado por uma carga puntiforme positiva. Observe que, se a carga fosse negativa, mudaria apenas o sentido das linhas de força, que passariam a ser de aproximação. Com relação às equipotenciais, nada se alteraria. No espaço, em vez de circunferências concêntricas, teríamos superfícies esféricas concêntricas.

Em um dipolo elétrico, isto é, no caso de duas partículas eletrizadas com cargas de mesmo módulo, porém de sinais opostos, as equipotenciais assumem o aspecto da figura a seguir.

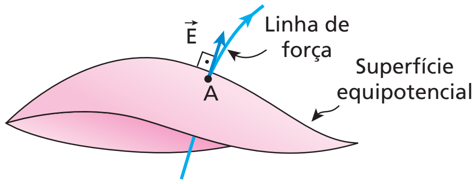


Representação de equipotenciais do campo criado por um dipolo elétrico.

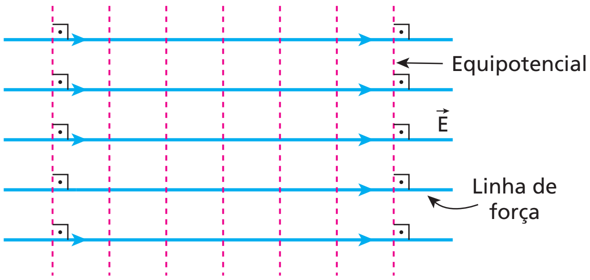
É importante observar o seguinte fato, que será justificado no item 5:

As equipotenciais (linhas ou superfícies) são **perpendiculares** às linhas de força.

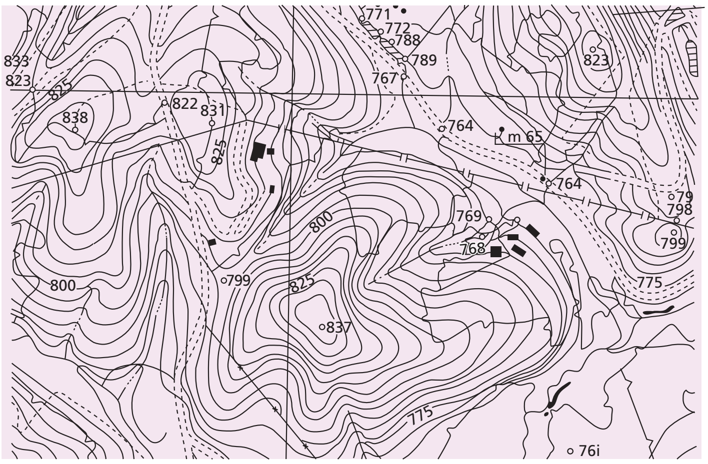
Como já vimos, o vetor campo elétrico $\vec{E}$ é sempre tangente à linha de força, com sentido coincidindo com a orientação da linha. Assim, quando temos uma superfície equipotencial, tanto a linha de força como o vetor campo elétrico são perpendiculares a ela, em todos os seus pontos, como ilustra a figura abaixo.



Em um campo elétrico uniforme, as equipotenciais são retas (no plano) ou superfícies planas (no espaço), também perpendiculares às linhas de força, como representa a figura:



No mapa topográfico, as linhas indicam altitudes. Ao percorrer uma mesma linha, temos uma mesma altitude. No campo elétrico, as linhas e as superfícies equipotenciais representam os potenciais elétricos nessa região. Ao percorrer uma mesma equipotencial, encontramos um mesmo potencial.



Exercícios — nível 1

1. Examine as afirmativas a seguir:

I. Se **F** é a intensidade da força eletrostática que atua sobre uma carga **q** colocada em certo ponto, o produto **F q** representa a intensidade do campo elétrico nesse ponto.

II. O vetor campo elétrico em um ponto tem sempre a mesma direção e o mesmo sentido da força que atua sobre uma carga positiva colocada nesse ponto.

III. O potencial elétrico é uma grandeza vetorial, cuja intensidade obedece à lei do inverso do quadrado das distâncias.

IV. O potencial elétrico é uma grandeza escalar e corresponde à energia potencial elétrica adquirida por unidade de carga colocada em um ponto de um campo elétrico.

Para a resposta, use o código a seguir:

a) Se somente I e II estiverem corretas.
b) Se somente II e IV estiverem corretas.
c) Se somente I e III estiverem corretas.
d) Se todas estiverem corretas.
e) Se todas estiverem incorretas.

2. E.R. Uma região isolada da ação de cargas elétricas recebe uma partícula eletrizada com carga de –2,0 nC. Considere um ponto **A**, a 20 cm dessa partícula. Calcule:

a) o potencial elétrico em **A**;
b) a energia potencial adquirida por uma carga puntiforme de +3,0 μC, colocada em **A**.

Dado: constante eletrostática do meio $= 9{,}0 \cdot 10^9$ N m² C^{-2}.

Resolução:

a) No ponto **A**, o potencial é dado por:

$$\nu_A = K\,\frac{Q}{d_A}$$

Substituindo os valores fornecidos, temos:

$$\nu_A = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(-2{,}0 \cdot 10^{-9})}{0{,}20}$$

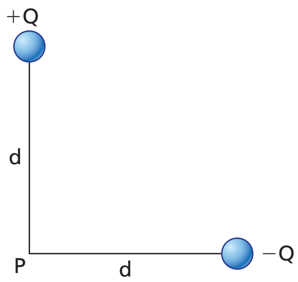
$$\boxed{\nu_A = -90\ \text{V}}$$

b) A energia potencial adquirida pela carga colocada em **A** é dada por:

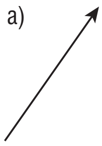
$$E_{P_A} = q \cdot \nu_A = 3{,}0 \cdot 10^{-6} \cdot (-90)$$

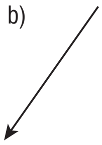
$$\boxed{E_{P_A} = -2{,}7 \cdot 10^{-4}\ \text{J}}$$

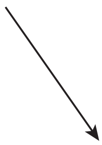
3. (Vunesp-SP) Na prova, há uma questão de Eletricidade que pede a orientação do campo elétrico resultante gerado pelas cargas puntiformes **+Q** e **–Q** no ponto **P** da figura, distante **d** de cada carga, em ângulo reto, como mostra a figura.

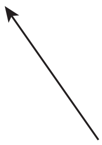


Esse vetor campo elétrico está mais bem representado em:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) vetor nulo.

4. (Vunesp) Ainda em relação ao sistema de cargas da questão anterior, sendo **K** a constante dielétrica do meio em que se encontra o sistema, o potencial elétrico do ponto **P** deve ser dado por:

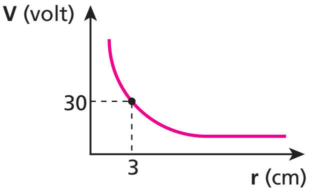
a) zero.
b) $\frac{2KQ}{d}$.
c) $\frac{KQ\sqrt{2}}{d}$.
d) $\frac{KQ}{2d}$.
e) $\frac{KQ\sqrt{2}}{2d}$.

5. Em um meio de constante eletrostática igual a $9{,}0 \cdot 10^9\ N\ m^2\ C^{-2}$, encontra-se uma partícula solitária eletrizada com carga de $+5{,}0\ \mu C$. Qual o valor do potencial elétrico em um ponto **P** situado a 3,0 m dessa partícula?

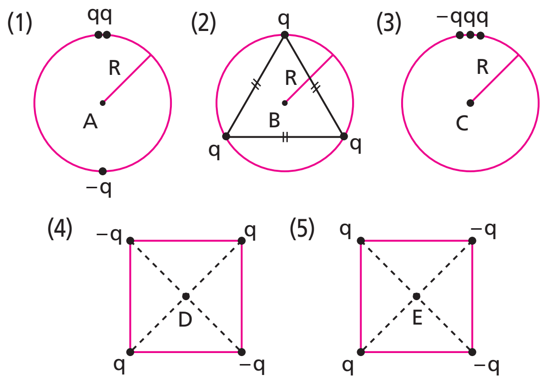
6. Em um ponto **A** distante 45 cm de uma carga elétrica puntiforme **Q**, o potencial assume o valor $5{,}0 \cdot 10^4$ V. Sabendo que o meio que envolve a carga é o vácuo, determine o valor de **Q**.
Dado: constante eletrostática do vácuo: $K_0 = 9{,}0 \cdot 10^9\ N\ m^2\ C^{-2}$.

7. (Ufla-MG) O diagrama potencial elétrico *versus* distância de uma carga elétrica puntiforme **Q** no vácuo é mostrado a seguir. Considere a constante eletrostática do vácuo $K_0 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{N \cdot m^2}{C^2}$.
Pode-se afirmar que o valor de **Q** é:

a) $+3{,}0 \cdot 10^{-12}$ C.
b) $+0{,}1 \cdot 10^{-12}$ C.
c) $+3{,}0 \cdot 10^{-9}$ C.
d) $+0{,}1 \cdot 10^{-9}$ C.
e) $-3{,}0 \cdot 10^{-12}$ C.

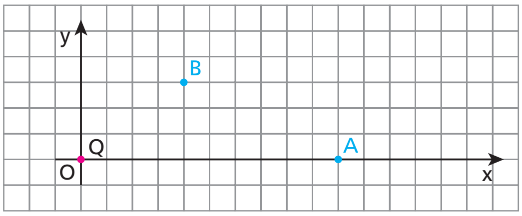


8. Em todas as figuras a seguir, as cargas elétricas utilizadas possuem o mesmo módulo e são puntiformes. Quando a carga é negativa, o sinal está indicado.



Levando em conta a posição das cargas em cada situação e considerando os pontos **A**, **B** e **C** centros das circunferências e **D** e **E** centros dos quadrados, determine:
a) em quais desses pontos o vetor campo elétrico é nulo;
b) em quais desses pontos o potencial elétrico é nulo.

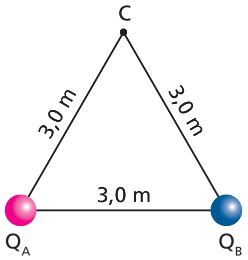
9. (UCSAL-BA) Considere uma carga puntiforme positiva **Q**, fixa na origem **O** de um sistema de eixos cartesianos, e dois pontos **A** e **B** desse plano, como mostra a figura abaixo.



No ponto **B**, o vetor campo elétrico tem intensidade **E** e o potencial elétrico é **V**. No ponto **A**, os valores dessas grandezas serão, respectivamente:

a) $\frac{E}{4}$ e $\frac{V}{2}$.
b) $\frac{E}{2}$ e $\frac{V}{2}$.
c) E e V.
d) 2E e 2V.
e) 4E e 2V.

10. Nos vértices **A** e **B** do triângulo equilátero representado a seguir, foram fixadas duas partículas eletrizadas com cargas $Q_A = +6{,}0\ \mu C$ e $Q_B = -4{,}0\ \mu C$:



Considerando a constante eletrostática do meio igual a $9{,}0 \cdot 10^9\ N\ m^2\ C^{-2}$, determine:
a) a energia potencial elétrica armazenada no sistema;
b) o potencial elétrico resultante no vértice **C**;
c) a energia potencial adquirida por uma carga de prova $q = +2{,}0$ mC, ao ser colocada no vértice **C**.

Exercícios nível 2

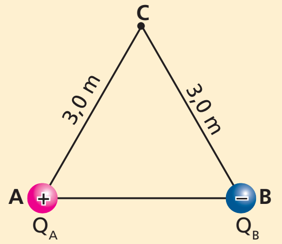
11. Uma partícula eletrizada com carga **Q**, no vácuo, cria a uma distância **d** um potencial de 300 volts e um campo elétrico de intensidade 100 newtons/coulomb. Quais os valores de **d** e **Q**? Adote, nos cálculos, a constante eletrostática do meio igual a $9{,}0 \cdot 10^9\ N\ m^2\ C^{-2}$.

12. (UFPE) Duas cargas elétricas **–Q** e **+q** são mantidas nos pontos **A** e **B**, que distam 82 cm um do outro (ver figura). Ao se medir o potencial elétrico no ponto **C**, à direita de **B** e situado sobre a reta que une as cargas, encontra-se um valor nulo. Se $|Q| = 3|q|$, qual o valor em centímetros da distância BC?

13. Em um meio de constante eletrostática igual a $9,0 \cdot 10^9$ N m² C^{-2}, são colocadas duas cargas puntiformes Q_A e Q_B distantes 40 cm uma da outra. A carga Q_A é positiva, enquanto a carga Q_B é negativa. Sabe-se que, no ponto médio de AB, o campo elétrico resultante tem intensidade igual a $1,8 \cdot 10^3$ N/C e que o potencial elétrico vale -90 V. Determine os valores de Q_A e Q_B.

14. Em uma região onde a constante eletrostática vale $1,0 \cdot 10^{10}$ N m² C^{-2}, são fixadas duas partículas eletrizadas positivamente com cargas Q_A e Q_B, distantes entre si 1,0 m. Uma carga de prova de 2,0 μC é colocada no segmento AB, a 60 cm de Q_A, permanecendo em repouso apesar de adquirir uma energia potencial elétrica igual a 1,0 J. Quais os valores de Q_A e de Q_B?

15. E.R. Na figura, tem-se um triângulo equilátero de lados iguais a 3,0 m. Nos vértices **A** e **B** foram fixadas as cargas elétricas de $+5,0$ μC e $-5,0$ μC, respectivamente:



Determine:

a) a intensidade do campo elétrico resultante no vértice **C**;

b) o valor do potencial resultante em **C**.

Dado: constante eletrostática do meio = $9,0 \cdot 10^9$ N m² C^{-2}.

Resolução:

a) Vamos calcular, inicialmente, os módulos dos vetores campo elétrico $\vec{E}_A$ e $\vec{E}_B$ criados em **C**, por meio da relação:

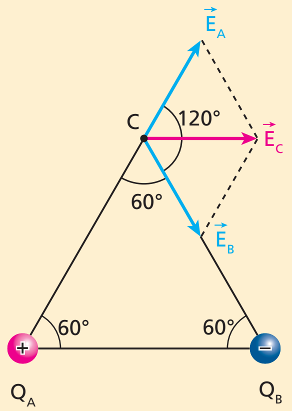
$$E = K\frac{|Q|}{d^2}$$

Da observação dos dados, tem-se que $E_A = E_B$. Assim:

$$E_A = E_B = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{5,0 \cdot 10^{-6}}{(3,0)^2}$$

$$E_A = E_B = 5,0 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

Vamos, agora, representar os vetores $\vec{E}_A$ e $\vec{E}_B$:



Para calcular o módulo de $\vec{E}_C$, deve-se aplicar a Lei dos Cossenos:

$$E_C^2 = E_A^2 + E_B^2 + 2E_A\,E_B \cdot \cos 120°$$

Já que $E_A = E_B = E$, tem-se:

$$E_C^2 = E^2 + E^2 + 2\,E^2\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$E_C^2 = E^2 \Rightarrow \boxed{E_C = 5,0 \cdot 10^3 \text{ N/C}}$$

b) O cálculo do potencial em **C** é bem mais simples, pois o potencial é uma grandeza escalar. Assim, podem-se calcular os potenciais ν_A e ν_B criados em **C** usando a relação:

$$\nu = K\frac{Q}{d}$$

Desse modo, temos:

$$\nu_A = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{(+5,0 \cdot 10^{-6})}{3,0}$$

$$\nu_A = +1,5 \cdot 10^4 \text{ V}$$

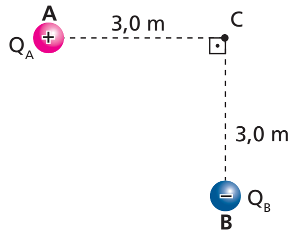
$$\nu_B = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{(-5,0 \cdot 10^{-6})}{3,0}$$

$$\nu_B = -1,5 \cdot 10^4 \text{ V}$$

Como $\nu_C = \nu_A + \nu_B$, obtemos:

$$\boxed{\nu_C = 0}$$

16. No esquema a seguir, $Q_A = +3,0$ μC e $Q_B = -4,0$ μC. O meio é o vácuo, de constante eletrostática igual a $9,0 \cdot 10^9$ N m² C^{-2}.

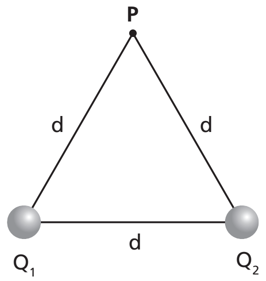


Determine:

a) a intensidade do campo elétrico, em **C**;

b) o valor do potencial elétrico, em **C**.

17. (Cesgranrio-RJ)



A figura acima mostra duas cargas elétricas puntiformes $Q_1 = +10^{-6}$ C e $Q_2 = -10^{-6}$ C localizadas nos vértices de um triângulo equilátero de lado d = 0,3 m. O meio é o vácuo, cuja constante eletrostática é $k_0 = 9 \cdot 10^9$ N m²/C². O potencial elétrico e a intensidade do campo elétrico resultantes no ponto **P** são, respectivamente:

a) 0 V; 10^5 V/m.

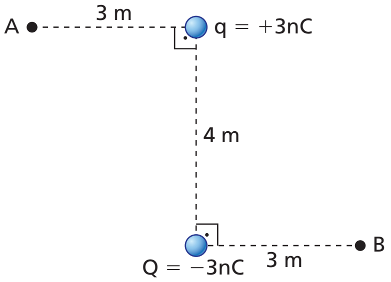
b) $3 \cdot 10^4$ V; $\sqrt{3} \cdot 10^5$ V/m.

c) $6 \cdot 10^4$ V; $2 \cdot 10^5$ V/m.

d) 0 V; $\sqrt{3} \cdot 10^5$ V/m.

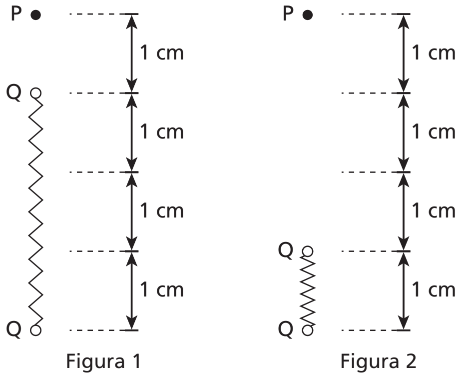
e) $6 \cdot 10^4$ V; 10^5 V/m.

18. Em uma região onde impera o vácuo, duas cargas elétricas puntiformes (**q** e **Q**) estão posicionadas conforme mostra a figura dada a seguir.



Sabendo-se que a constante eletrostática do vácuo vale $9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$ e que o potencial gerado por uma carga elétrica **q**, a uma distância **r** da mesma, vale $V = k\dfrac{q}{r}$, determine a diferença de potencial elétrico entre os pontos **A** e **B** observados na figura.

19. (FGV-SP) A produção de energia elétrica a partir de pequenos movimentos, como o passo dos pedestres sobre tapetes ou tecidos especiais já é uma realidade. O fenômeno físico é o chamado efeito piezoelétrico. Para que seus alunos compreendessem esse efeito, um professor criou o modelo esquematizado, onde duas cargas positivas, unidas por uma mola não condutora e inicialmente relaxada (figura 1), são aproximadas devido a uma deformação elástica (figura 2).



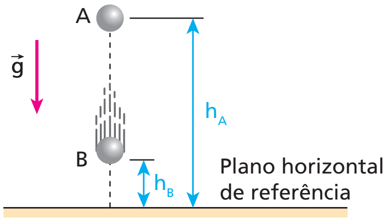
Sendo **k**, em $\dfrac{V \cdot m}{C}$, a constante eletrostática do meio e $Q = \dfrac{1}{k}$, em coulomb, o valor de cada uma das cargas elétricas, o valor aproximado da variação absoluta do potencial eletrostático, em V, no ponto **P**, indicado nas figuras 1 e 2, quando a carga **Q** superior aproxima-se da carga **Q** inferior, resultando na configuração da figura 2, é:

a) 140. b) 102. c) 98. d) 67. e) 58.

Bloco 2

5. Trabalho da força elétrica

Considere um corpo de massa **m**, abandonado em um campo gravitacional uniforme, conforme mostra a figura a seguir.



Quando o corpo se encontra no ponto **A** indicado na figura, ele possui, em relação ao plano horizontal de referência, uma energia potencial de gravidade, que é dada pela expressão:

$$E_{p_A} = m\,g\,h_A \qquad \text{(I)}$$

Quando atinge o ponto **B**, no entanto, sua energia potencial de gravidade passa a valer:

$$E_{p_B} = m\,g\,h_B \qquad \text{(II)}$$

O trabalho que a força gravitacional (conservativa) realizou sobre o corpo no deslocamento de **A** para **B**, é calculado pela expressão:

$$\tau_{AB} = F\,d$$

em que $F = P = m\,g$ e $d = h_A - h_B$.

Assim, temos:

$$\tau_{AB} = m\,g\,(h_A - h_B)$$

$$\tau_{AB} = m\,g\,h_A - m\,g\,h_B \qquad \text{(III)}$$

Das expressões (I), (II) e (III), vem:

$$\boxed{\tau_{AB} = E_{p_A} - E_{p_B}}$$

Isso significa que o trabalho realizado pela força gravitacional sobre o corpo é igual à diferença entre a energia potencial inicial e a energia potencial final.

Analogamente, ao se deslocar uma carga puntiforme **q**, em um campo elétrico, de um ponto **A** até um ponto **B**, o trabalho que a força elétrica, também conservativa, realiza sobre a partícula é τ_{AB}, dado por:

$$\tau_{AB} = E_{p_A} - E_{p_B}$$

A energia potencial eletrostática, porém, é calculada por $E_p = q\,\nu$. Assim, temos:

$$\tau_{AB} = q\,\nu_A - q\,\nu_B$$

$$\boxed{\tau_{AB} = q\,(\nu_A - \nu_B)}$$

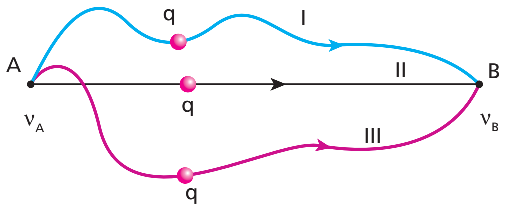
em que ν_A é o potencial na **posição inicial** da carga **q** e ν_B, o potencial na **posição final**.

A grandeza $\nu_A - \nu_B$ é a diferença de potencial (ddp) ou tensão elétrica entre os pontos **A** e **B**.

Representando essa diferença por **U**, o trabalho da força elétrica entre **A** e **B** também pode ser expresso por:

$$\boxed{\tau_{AB} = q\,U}$$

É importante destacar que o trabalho realizado pela força elétrica sobre uma partícula eletrizada com carga **q**, quando esta se desloca do ponto **A** para o ponto **B** desse campo, **não depende** da trajetória seguida por ela.



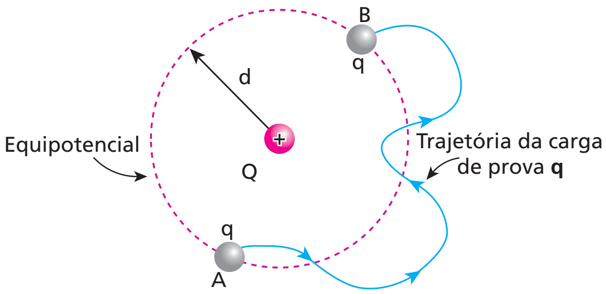
Para as trajetórias I, II e III descritas pela partícula de **A** até **B**, vale a mesma relação anterior:

$$\tau_{AB} = q\,(\nu_A - \nu_B)$$

Isso porque:

A força eletrostática é **conservativa**.

É importante observar, também, que entre dois pontos de uma mesma equipotencial a diferença de potencial é nula. Assim, o trabalho que a força elétrica realiza sobre uma partícula eletrizada **q**, quando esta se desloca de um ponto a outro da **mesma** equipotencial, também é nulo, independentemente da trajetória seguida por essa partícula.

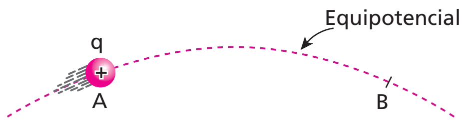


A partícula eletrizada **q** é transportada de **A** para **B**, que são pontos de uma mesma equipotencial. O trabalho realizado pela força elétrica, nesse caso, é nulo, qualquer que seja a trajetória:

$$\tau_{AB} = 0$$

Agora, vamos entender por que as equipotenciais são sempre perpendiculares às linhas de força.

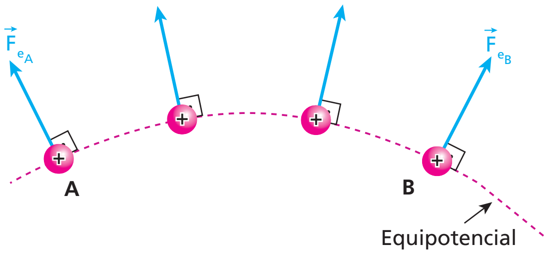
Para isso, considere dois pontos **A** e **B** quaisquer de uma mesma equipotencial:



Imagine o deslocamento de uma partícula de carga **q** de **A** para **B**, ao longo da equipotencial. O trabalho realizado pela força elétrica é nulo, pois $\nu_A = \nu_B$:

$$\tau_{AB} = q\,(\nu_A - \nu_B) \;\Rightarrow\; \tau_{AB} = 0$$

Isso será verdade, no entanto, somente se a força eletrostática se mantiver sempre perpendicular à trajetória seguida, como ilustra o esquema a seguir.



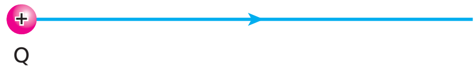
Como a força tem a mesma direção do campo elétrico e este, por sua vez, tem a mesma direção das linhas de força, concluímos que essas linhas também são **perdendiculares** à superfície equipotencial.

6. Propriedades do campo elétrico

Variação do potencial em um campo elétrico

Carga fonte positiva

Observe, a seguir, uma partícula eletrizada com carga positiva **Q** e uma das linhas de força do campo elétrico criado por ela:



Usando a expressão do potencial elétrico:

$$\nu = K\frac{Q}{d}$$

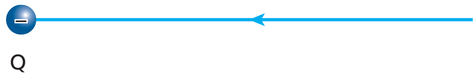
vamos verificar, ao longo da linha de força, o que ocorre com o valor do potencial.

Note que, sendo a carga **Q** positiva, quando a distância **d** cresce, o potencial elétrico $\boldsymbol{\nu}$ decresce. Do mesmo modo, quando **d** decresce, $\boldsymbol{\nu}$ cresce.

Portanto, no sentido da linha de força de um campo elétrico gerado por carga positiva, o potencial decresce.

Carga fonte negativa

Considere, agora, uma partícula eletrizada com carga negativa **Q** e uma das linhas de força do campo elétrico criado por ela:



Utilizando a expressão do potencial elétrico:

$$\nu = K\frac{Q}{d}$$

vamos verificar o que ocorre com o valor do potencial ao longo da linha de força.

Note que, sendo a carga **Q** negativa, quando a distância **d** cresce, o potencial elétrico **ν** também cresce, pois o termo negativo torna-se mais próximo de zero. Do mesmo modo, quando **d** decresce, **ν** também decresce.

Assim, tanto para o campo elétrico gerado por uma carga positiva como para o gerado por uma carga negativa, temos que:

> Ao longo de uma linha de força, e no sentido dela, o **potencial elétrico decresce**.

Partícula eletrizada abandonada em um campo elétrico

Carga de prova positiva

> Quando uma partícula eletrizada com **carga positiva** é abandonada sob a ação exclusiva de um campo elétrico, ela movimenta-se **no sentido da linha de força**, dirigindo-se para pontos de **menor** potencial.

Note que a carga positiva busca pontos de menor potencial para ficar com a mínima energia potencial possível, que é a tendência natural de qualquer sistema. Lembrando que $E_p = q\,\nu$, e sendo **q** positivo, se **ν** diminuir, E_p também diminuirá.

Observe ainda que, se a carga positiva, abandonada sob a influência exclusiva do campo elétrico, movimentar-se de um ponto **A** para um ponto **B**, sempre teremos $\nu_A > \nu_B$. Desse modo, tanto a diferença de potencial $U = \nu_A - \nu_B$ quanto o trabalho realizado pela força elétrica serão positivos:

$$\tau_{AB} = \underset{(+)}{q}\ \underset{(+)}{U} \Rightarrow \boxed{\tau_{AB} > 0}$$

Carga de prova negativa

> Quando uma partícula eletrizada com **carga negativa** é abandonada sob ação exclusiva de um campo elétrico, ela movimenta-se **no sentido oposto ao da linha de força**, dirigindo-se para pontos de **maior** potencial.

Note que a carga negativa busca pontos de maior potencial para também ficar com a mínima energia potencial possível.

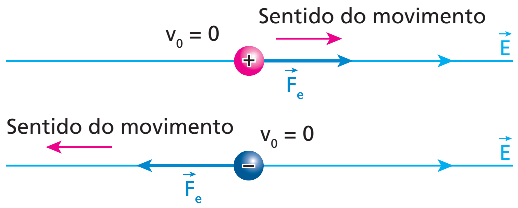
Observe ainda, que, nesse caso, a diferença de potencial **U** é negativa, resultando em um trabalho também positivo realizado pela força elétrica:

$$\tau_{AB} = \underset{(-)}{q}\ \underset{(-)}{U} \Rightarrow \boxed{\tau_{AB} > 0}$$

Resumindo:

- Quando abandonadas sob a ação exclusiva de um campo elétrico, as cargas positivas dirigem-se para potenciais menores, enquanto as negativas dirigem-se para potenciais maiores.
- Tanto as cargas positivas como as negativas buscam uma situação de energia potencial mínima.
- Quando partículas eletrizadas são abandonadas sob a ação exclusiva de um campo elétrico, o trabalho realizado pela força elétrica é sempre positivo.

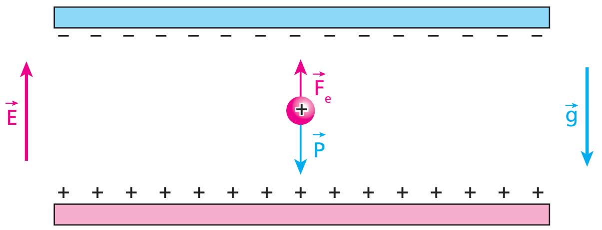
Essa última afirmativa pode ser comprovada de um modo diferente. Quando abandonamos uma partícula eletrizada em um campo elétrico, esta se movimenta no sentido da força eletrostática. Por isso, o trabalho realizado por essa força é positivo (motor), como mostra a figura a seguir.



Partículas eletrizadas são abandonadas sobre uma linha de força. O sentido do movimento coincide com o da força eletrostática e o trabalho realizado por essa força é motor ($\tau > 0$).

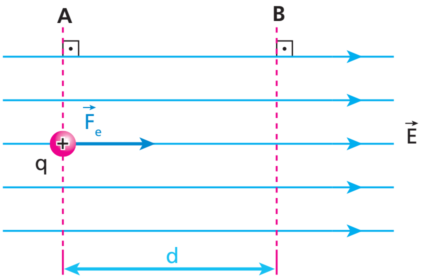
Nota:

- É possível que um agente externo obrigue a carga elétrica a se movimentar no sentido oposto àquele que seria provocado pelo campo elétrico. Nesse caso, o trabalho realizado pela força elétrica será negativo (resistente). Como exemplo, considere uma partícula de carga positiva **q** e massa **m** abandonada em uma região sob a influência de dois campos, sendo um elétrico e outro gravitacional, conforme representado na figura abaixo. Se a força peso $\vec{P}$ for mais intensa que a força eletrostática $\vec{F}_e$, a partícula se movimentará no sentido de $\vec{P}$, contrário ao de $\vec{F}_e$.



7. Diferença de potencial entre dois pontos de um campo elétrico uniforme

Considere um campo elétrico uniforme, representado por suas linhas de força – retilíneas, paralelas e espaçadas igualmente – e duas equipotenciais **A** e **B**, sendo que o potencial elétrico em **A** é maior que em **B** ($\nu_A > \nu_B$). Uma partícula eletrizada com carga positiva **q** é abandonada em **A**.



Supondo que essa partícula submeta-se apenas ao campo elétrico existente na região, a força elétrica $\vec{F}_e$ fará com que ela se desloque ao longo de uma linha de força e no sentido desta.

Uma vez que o campo elétrico é uniforme, a força $\vec{F}_e$ é constante, pois $\vec{F}_e = q\,\vec{E}$. Assim, o trabalho realizado pela força elétrica, no deslocamento da carga **q** entre as equipotenciais **A** e **B**, pode ser calculado por:

$$\tau_{AB} = F_e\, d \qquad \text{(I)}$$

Também pode ser usada, entretanto, a expressão:

$$\tau_{AB} = q\,(\nu_A - \nu_B) \qquad \text{(II)}$$

Sendo $\nu_A - \nu_B = U$ e comparando-se (I) e (II), tem-se:

$$F_e\, d = q\, U \qquad \text{(III)}$$

mas $F_e = q\,E$. Substituindo em (III), vem:

$$q\,E\,d = q\,U$$

$$\boxed{E\,d = U}$$

Em um campo elétrico uniforme, a diferença de potencial (ddp) entre duas equipotenciais é igual ao produto da intensidade do campo $\vec{E}$ pela distância **entre as equipotenciais**. É importante destacar, nessa expressão, que o valor de **U** deve sempre ser usado **em módulo**.

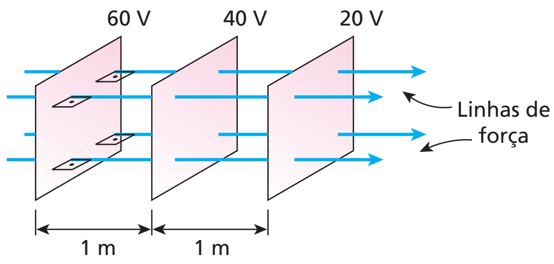
Da relação encontrada, pode-se perceber que, no SI, a unidade de campo elétrico é $\dfrac{\text{volt}}{\text{metro}}$ (V/m), que equivale a $\dfrac{\text{newton}}{\text{coulomb}}$ (N/C), já definida anteriormente.

De fato:

$$\frac{V}{m} = \frac{J/C}{m} = \frac{Nm/C}{m} = \frac{N}{C}$$

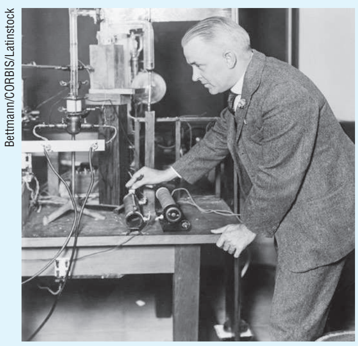
Então, podemos usar como unidade de campo elétrico N/C ou V/m.

Assim, um campo elétrico uniforme de 20 V/m, por exemplo, indica que, ao percorrermos uma linha de força, no sentido dela, o potencial elétrico diminui 20 V a cada metro percorrido.



Leitura

O Experimento de Millikan



Robert Andrews Millikan (1868-1953), Prêmio Nobel de Física em 1923.

Experimento de Millikan é a denominação genérica de vários experimentos realizados pelo físico norte-americano Robert Andrews Millikan e por seus colaboradores de 1909 até 1911.

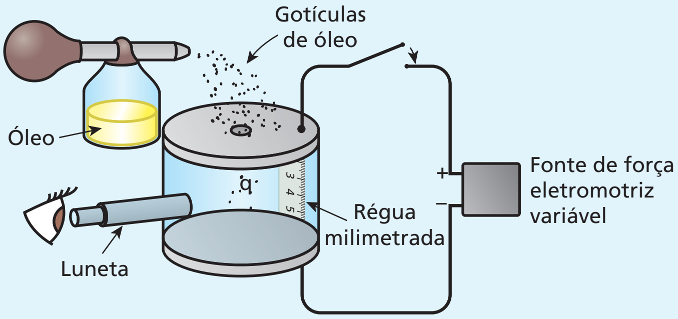
Vamos descrever aqui um dos experimentos realizados, em que foi usado um dispositivo dotado de duas placas metálicas. Em uma delas havia um pequeno orifício por onde entravam algumas das minúsculas gotas de óleo borrifadas e eletrizadas por atrito. Com uma pequena luneta, podiam ser observados os movimentos dessas gotículas caindo entre as placas, no interior do dispositivo.

Escolhia-se uma gotícula caindo com velocidade constante (velocidade limite). Nessa situação, desprezando-se o empuxo do ar, o peso da gotícula $(\vec{P})$ e a força de resistência viscosa do ar $(\vec{R})$ tinham a mesma intensidade.

A intensidade dessa força de resistência é proporcional à velocidade de queda da gota.

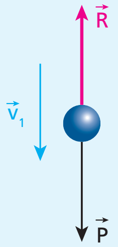
O módulo v_1 da velocidade da gotícula era calculado por meio da observação de seu deslocamento ao longo de uma escala, durante um intervalo de tempo cronometrado.

Conhecendo a intensidade **g** do campo gravitacional, e calculando a massa **m** da gotícula a partir da densidade do óleo e do volume da gota determinava-se **R**.



Como $R = k\,v_1$, conhecendo **R** e v_1, determinava-se a constante de proporcionalidade **k**.

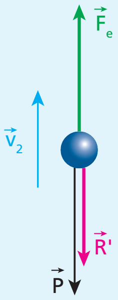
Vamos supor a gota em observação eletrizada negativamente com carga elétrica **q**.



$$R = P \Rightarrow \boxed{R = m\,g}$$

Estabelecendo-se uma diferença de potencial adequada entre as placas, de modo que a superior ficasse eletrizada positivamente e a inferior, negativamente, surgia, na região entre elas, um campo elétrico uniforme orientado para baixo e de intensidade $E = \frac{U}{d}$, em que a diferença de potencial **U** entre as placas era conhecida e a distância **d** que as separava era medida.

Com isso, a **mesma** gotícula escolhida para a análise ficava submetida a uma força eletrostática $\vec{F}_e$ para cima, que a fazia parar de descer e, em seguida, subir em movimento acelerado até atingir novamente uma velocidade limite $\vec{V}_2$, cuja intensidade também era determinada. Quando isso ocorria, a força $\vec{F}_e$ estava equilibrando o peso $\vec{P}$ e a força de resistência viscosa do ar, $\vec{R}'$:



$$F_e = R' + P \Rightarrow R' = F_e - P \Rightarrow k\,v_2 = |q|\,E - m\,g \Rightarrow \boxed{|q| = \frac{k\,v_2 + m\,g}{E}}$$

Essa expressão fornecia o módulo da carga elétrica da gotícula.

Tanto na queda como na subida, a velocidade da gotícula analisada era muito pequena, da ordem de 10^{-2} cm/s, o que facilitava as observações. Assim, era possível acompanhar várias vezes a mesma gotícula descendo (campo elétrico desativado) ou subindo (campo elétrico ativado).

Millikan e seus colaboradores realizaram o experimento milhares de vezes, em vários níveis de sofisticação. Para tornar as gotículas mais eletrizadas, por exemplo, o ar entre as placas era submetido a raios X, uma radiação fortemente ionizante.

Com margem de erro inferior a 1%, concluíram que a carga elétrica **q** de cada gotícula analisada sempre era um múltiplo inteiro de $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, que é a carga elementar **e**:

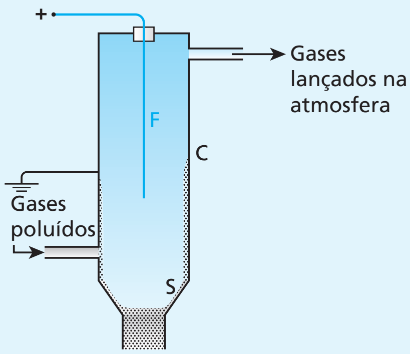
$$\boxed{q = \pm\, n\,e} \quad (n = 0, 1, 2, 3, ...)$$

Isso significa que a carga elétrica de um corpo é **quantizada**, ou seja, só pode ter determinados valores, no caso, múltiplos inteiros de **e**, e não um valor qualquer.

Hoje, o melhor valor experimental de **e** é $1{,}60217738 \cdot 10^{-19}$ C.

O experimento de Millikan é considerado um dos dez mais belos de Física de todos os tempos. Millikan recebeu o Prêmio Nobel de Física em 1923, por esse seu brilhante trabalho realizado na Universidade de Chicago.

Precipitador eletrostático



A industrialização foi uma grande conquista da espécie humana que tem acarretado incontáveis benefícios a todos os seres vivos. Apesar disso, ela apresenta alguns inconvenientes. Um deles é o lançamento de grandes quantidades de partículas poluentes na atmosfera. Em uma tentativa de sanar ou diminuir esse problema, foi inventado o **precipitador eletrostático** – um dispositivo simples que pode reduzir substancialmente a emissão de partículas sólidas pelas chaminés.

Um dos tipos desse equipamento é constituído de um cilindro condutor aterrado **C**, de vários metros de altura, e de um fio condutor **F** instalado dentro do cilindro e isolado dele, como representado no esquema ao lado.

O fio **F** é mantido em um potencial de dezenas de milhares de volts acima do potencial da Terra, por isso o campo elétrico existente na região entre **F** e **C**, muito intenso, provoca a extração de elétrons das partículas sólidas (**S**) que passam pelo campo elétrico, as quais se ionizam. Essas partículas, eletrizadas positivamente, são atraídas pelo cilindro e aderem a ele.

Esse processo consegue remover partículas extremamente pequenas, de até 10 μm ($10 \cdot 10^{-6}$ m).

Periodicamente, o cilindro precisa ser sacudido ou receber jatos de água para que o material sólido coletado seja retirado.

No comércio, podemos encontrar precipitadores eletrostáticos para a limpeza do ar de um ambiente.

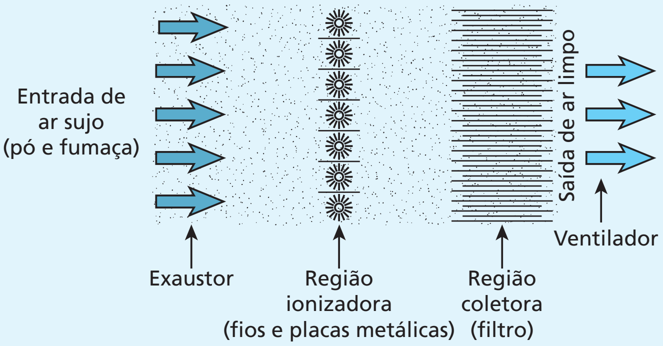
Nesses aparelhos, destacam-se duas regiões: a ionizadora e a coletora.

Na região ionizadora, o ar poluído aspirado passa por um conjunto de tiras e fios metálicos que se alternam. Entre as tiras e fios, existe um intenso campo elétrico que provoca a eletrização das partículas poluentes.

Em seguida, essas partículas, já eletrizadas, arrastadas pelo ar, vão para a região coletora (filtro). Na região coletora, a filtragem do ar é feita por um conjunto de placas metálicas que, por serem eletrizadas, atraem as partículas poluentes e as fixam, de forma que o ar volte limpo para o ambiente.

A eficiência desses aparelhos é bastante elevada, retirando do ar partículas de dimensões que variam entre 10^{-6} e 10^{-4} cm.

Após algum tempo de funcionamento, é preciso fazer a limpeza do filtro, removendo a sujeira depositada em suas placas.



Martin Rugner/Grupo Keystone

A não utilização de precipitadores eletrostáticos (filtros) faz um parque industrial agravar a poluição na superfície da Terra. Vendo a fotografia, podemos ter uma ideia da quantidade de partículas e gases lançados na atmosfera. Como é possível trabalhar e viver em um local assim?

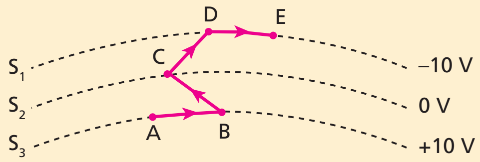
Ricardo Helou Doca

A utilização de filtros adequados, dentre eles precipitadores eletrostáticos, minimiza em muito a emissão de gases que podem comprometer o ambiente e a vida dos seres vivos. Na fotografia, observamos a chaminé de uma fábrica de papel lançando vapor d'água e gases inócuos. Uma outra fábrica como esta, sem os referidos filtros, poderia ser notada a quilômetros de distância pelo mau cheiro dos gases emitidos. Além disso, a vegetação ao seu redor estaria maltratada pelas partículas tóxicas, pesadas, que, emitidas pelas chaminés, se precipitam sobre as folhas de árvores e arbustos.

Exercícios

nível 1

20. E.R. Considere as superfícies equipotenciais abaixo, S_1, S_2 e S_3, com seus respectivos potenciais elétricos indicados, e determine o trabalho realizado pela força elétrica que atua em uma carga de 2 C quando ela se desloca do ponto **A** ao ponto **E**, percorrendo a trajetória indicada:



Resolução:

O trabalho realizado pela força elétrica não depende da trajetória percorrida pela carga elétrica, e sim do valor dessa carga e da diferença de potencial (ddp) entre os pontos de saída e chegada.

$$\tau_{AE} = q\,(\nu_A - \nu_E)$$

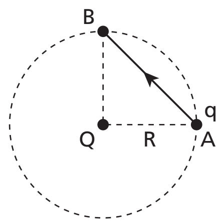
Substituindo os valores, temos:

$$\tau_{AE} = 2\,[10 - (-10)]$$

$$\boxed{\tau_{AE} = 40\text{ J}}$$

21. Qual o trabalho realizado pela força elétrica que atua em uma partícula eletrizada com carga de $+3{,}0\ \mu C$ quando esta se desloca 5,0 m ao longo de uma equipotencial de 100 V? Justifique.

22. (Uespi) Uma carga pontual **Q** está fixa no vácuo. A linha tracejada na figura corresponde a uma circunferência de raio **R** e centro em **Q**. Uma outra carga pontual **q** é levada da posição **A** à posição **B** através da trajetória mostrada na figura em linha sólida. A constante elétrica no vácuo é denotada por **k**. O trabalho da força elétrica entre as posições **A** e **B** é igual a:



a) zero.

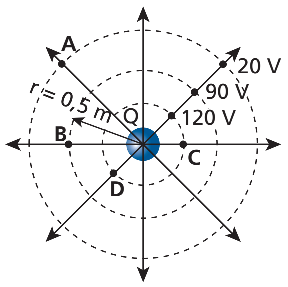
b) $\dfrac{kQq}{R}$.

c) $\dfrac{kQq}{(2R)}$.

d) $\dfrac{kQq}{(R\sqrt{2})}$.

e) $\dfrac{kQq}{(2R\sqrt{2})}$.

23. (Unirio-RJ)



No esquema, apresentam-se as superfícies equipotenciais e as linhas de força no campo de uma carga elétrica puntiforme **Q** fixa. Considere que o meio é o vácuo ($K_0 = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$) e determine:

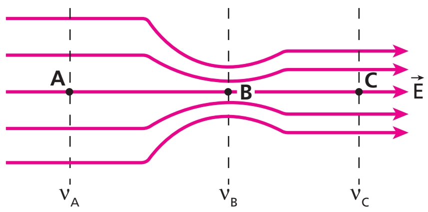
a) o valor de **Q**;

b) o valor do campo elétrico em **B**;

c) o trabalho realizado pela força elétrica sobre a carga $q = -2{,}0 \cdot 10^{-10}$ C para levá-la de **A** a **C**.

Este enunciado refere-se às questões **24** e **25**.

Ao se mapear uma região do espaço onde existe um campo elétrico produzido por determinada distribuição de carga, encontrou-se o seguinte conjunto de linhas de força:



24. A respeito das intensidades do campo elétrico nos pontos **A**, **B** e **C**, podemos afirmar que:

a) $E_A = E_B$;

b) $E_C > E_B$;

c) $E_C > E_A$;

d) $E_B > E_C$;

e) $E_A = E_C$.

25. A respeito dos potenciais ν_A, ν_B e ν_C das equipotenciais que passam pelos pontos **A**, **B** e **C**, podemos afirmar que:

a) $\nu_A = \nu_B$;

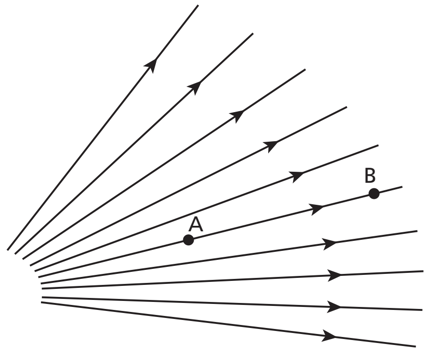
b) $\nu_A > \nu_C$;

c) $\nu_C > \nu_B$;

d) $\nu_B > \nu_A$;

e) $\nu_C > \nu_A$.

26. (Unisa-SP) Considere uma região de campo elétrico representada pela configuração das linhas de força e dois pontos **A** e **B** situados, respectivamente, a distâncias **d** e 2d da carga geradora de campo.



Assinale alternativa correta.

a) O campo elétrico é mais intenso no ponto **B** da figura.

b) Ao abandonar um elétron no ponto **A**, este irá se dirigir ao ponto **B**.

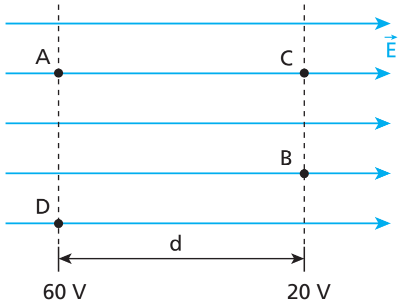
c) O valor do potencial elétrico no ponto **A** é metade daquele no ponto **B**.

d) A carga geradora desse campo tem sinal negativo.

e) O trabalho realizado sobre um próton para levá-lo de **B** para **A** é resistente.

27. Determine a intensidade de um campo elétrico uniforme sabendo que a diferença de potencial entre duas de suas equipotenciais, separadas por 20 cm, é de 300 V.

28. (EN-RJ) Na configuração a seguir estão representadas as linhas de força e as superfícies equipotenciais de um campo elétrico uniforme de intensidade igual a $2 \cdot 10^2$ V/m:



Considere as afirmativas abaixo:

I. A separação **d** entre as superfícies equipotenciais vale 0,2 m.

II. O trabalho realizado pela força elétrica para deslocar uma carga $q = 6\ \mu C$ de **A** para **C** vale $24 \cdot 10^{-5}$ J.

III. O trabalho realizado pela força elétrica para deslocar uma carga $q = 6\ \mu C$ de **A** para **B** é maior que o realizado para deslocar a carga de **A** para **C**.

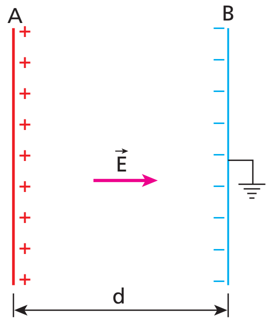
IV. O trabalho realizado pela força elétrica para deslocar qualquer carga elétrica de **D** para **A** é nulo.

V. A energia potencial elétrica de uma carga localizada no ponto **C** é maior que a da mesma carga localizada no ponto **B**.

São verdadeiras:

a) I, II, III e IV.
b) I, II e IV.
c) II, IV e V.
d) I, II, III e V.
e) III e V.

29. Entre duas placas condutoras, eletrizadas com cargas de mesmo módulo, mas de sinais opostos, existe um campo elétrico uniforme de intensidade 500 V/m.



Sabendo que a distância entre as placas **A** e **B** vale $d = 5{,}0$ cm e que **B** está ligada à terra, calcule o potencial elétrico da placa **A**.

30. (PUC-SP) Indique a afirmação **falsa**:

a) Uma carga negativa, abandonada em repouso num campo eletrostático, fica sujeita a uma força que realiza sobre ela um trabalho negativo.
b) Uma carga positiva, abandonada em repouso num campo eletrostático, fica sujeita a uma força que realiza sobre ela um trabalho positivo.
c) Cargas negativas, abandonadas em repouso num campo eletrostático, dirigem-se para pontos de potencial mais elevado.
d) Cargas positivas, abandonadas em repouso num campo eletrostático, dirigem-se para pontos de menor potencial.
e) O trabalho realizado pelas forças eletrostáticas ao longo de uma curva fechada é nulo.

Exercícios — nível 2

31. E.R. Uma partícula fixa, eletrizada com carga $+5{,}0\ \mu C$, é responsável pelo campo elétrico existente em determinada região do espaço. Uma carga de prova de $+2{,}0\ \mu C$ e 0,25 g de massa é abandonada a 10 cm da carga-fonte, recebendo desta uma força de repulsão. Determine:

a) o trabalho que o campo elétrico realiza para levar a carga de prova a 50 cm da carga-fonte;
b) a velocidade escalar da carga de prova, submetida exclusivamente ao campo citado, quando ela estiver a 50 cm da carga-fonte.

Dado: constante eletrostática do meio $= 1{,}0 \cdot 10^{10}$ N m² C⁻².

Resolução:

a) O trabalho realizado pelo campo elétrico é calculado pela relação:

$$\tau_{AB} = q\,(\nu_A - \nu_B) \quad \text{(I)}$$

em que ν_A é o potencial na posição inicial e ν_B, o potencial na posição final.

Assim, vamos calcular ν_A e ν_B usando a expressão:

$$\nu = K\frac{Q}{d}$$

$$\nu_A = 1{,}0 \cdot 10^{10} \cdot \frac{5{,}0 \cdot 10^{-6}}{0{,}10} \Rightarrow \nu_A = 5{,}0 \cdot 10^5\,\text{V}$$

$$\nu_B = 1{,}0 \cdot 10^{10} \cdot \frac{5{,}0 \cdot 10^{-6}}{0{,}50} \Rightarrow \nu_B = 1{,}0 \cdot 10^5\ \text{V}$$

Voltando à relação (I), temos:

$$\tau_{AB} = 2{,}0 \cdot 10^{-6} \cdot (5{,}0 \cdot 10^5 - 1{,}0 \cdot 10^5)$$

$$\boxed{\tau_{AB} = 0{,}80\ \text{J}}$$

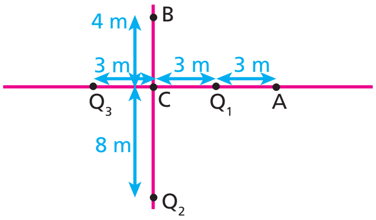
b) Como a partícula está exclusivamente sob a ação do campo elétrico, a força elétrica é a força resultante. Vamos usar, então, o Teorema da Energia Cinética.

$$\tau_{AB} = \Delta E_C \Rightarrow \tau_{AB} = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2}$$

Sendo $m = 0{,}25 \cdot 10^{-3}$ kg, $v_A = 0$ e $\tau_{AB} = 0{,}80$ J, temos:

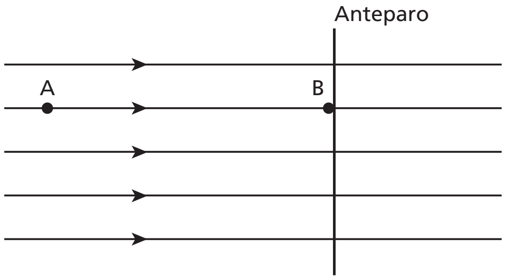
$$0{,}80 = \frac{0{,}25 \cdot 10^{-3}\ v_B^2}{2} \Rightarrow \boxed{v_B = 80\ \text{m/s}}$$

32. A figura representa uma distribuição discreta de cargas elétricas $Q_1 = 15$ nC, $Q_2 = 60$ nC e $Q_3 = -45$ nC no vácuo.
Dado: $K_0 = 9{,}0 \cdot 10^9$ N m²/C².



a) Qual a diferença de potencial entre os pontos **A** e **B**?
b) Qual o trabalho necessário para levar uma carga elétrica de 10 mC do ponto **A** para o ponto **B**?

33. (Mack-SP) Uma partícula de massa 1 g, eletrizada com carga elétrica positiva de 40 μC, é abandonada do repouso no ponto **A** de um campo elétrico uniforme, no qual o potencial elétrico é 300 V.



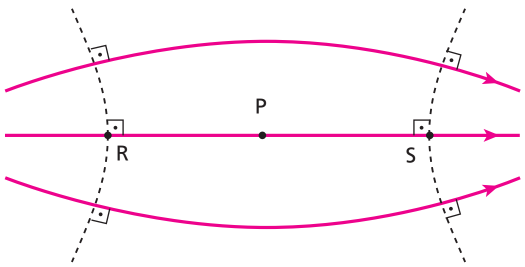
Essa partícula adquire movimento e se choca em **B**, com um anteparo rígido. Sabendo-se que o potencial elétrico do ponto **B** é de 100 V, a velocidade dessa partícula ao se chocar com o obstáculo é de:
a) 4 m/s.
b) 5 m/s.
c) 6 m/s.
d) 7 m/s.
e) 8 m/s.

34. Ao colocarmos duas cargas pontuais $q_1 = 5{,}0\,\mu C$ e $q_2 = 2{,}0\,\mu C$ a uma distância d = 30,0 cm, realizamos trabalho. Determine a energia potencial eletrostática, em joules, deste sistema de cargas pontuais.
Dado: $K = 9 \cdot 10^9$ N m²/C².

35. Um próton penetra com energia cinética de $2{,}4 \cdot 10^{-16}$ J em uma região extensa de campo elétrico uniforme de intensidade $3{,}0 \cdot 10^4$ N/C. A trajetória descrita é retilínea, com a partícula invertendo o sentido de movimento após percorrer uma distância **d**. Qual é o valor de **d**, sabendo-se que o próton se moveu no vácuo?
Dado: carga do próton $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

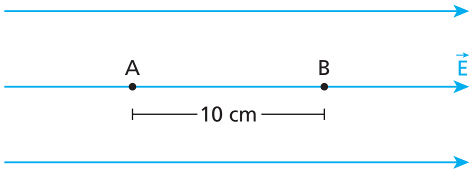
36. Um próton é acelerado no vácuo por uma diferença de potencial de 1 MV. Qual o aumento da sua energia cinética?
Dado: carga do próton $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

37. Determinada região submete-se exclusivamente a um campo elétrico, estando algumas de suas linhas de força representadas por linhas cheias na figura a seguir.



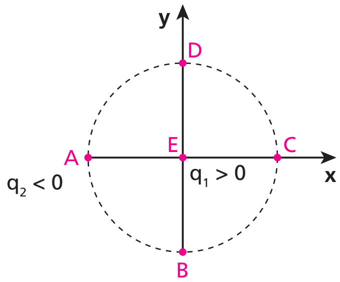
a) O que as linhas tracejadas representam?
b) O potencial do ponto **R** é maior, que o potencial do ponto **S**, menor que ele ou igual a ele?
c) Se uma carga de prova positiva for abandonada no ponto **P**, em que sentido ela se moverá? O que ocorrerá com sua energia potencial?
d) Repita o item **c**, empregando, agora, uma carga de prova negativa.

38. (UFBA) A figura apresenta as linhas de força de um campo elétrico uniforme, de intensidade igual a 100 N/C, gerado por duas placas paralelas com cargas de sinais contrários.



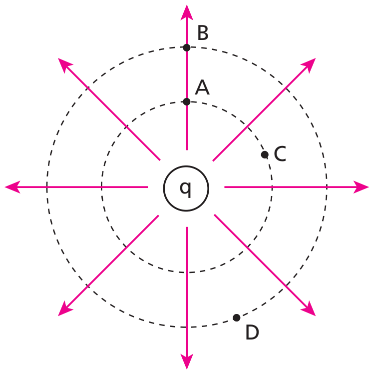
Desprezando-se a interação gravitacional, se uma partícula de carga elétrica igual a $2{,}0 \cdot 10^{-3}$ C e massa **m** é abandonada em repouso no ponto **A** e passa pelo ponto **B** com energia potencial elétrica igual a $2{,}0 \cdot 10^{-1}$ J, é correto afirmar:
(01) A partícula desloca-se para a direita, em movimento retilíneo uniforme.
(02) As superfícies equipotenciais do campo elétrico que passam pelos pontos **A** e **B** são planos paralelos entre si e perpendiculares às linhas de força.
(04) A força elétrica realiza trabalho para deslocar a partícula ao longo de uma superfície equipotencial.
(08) A partícula, abandonada do repouso no campo elétrico, desloca-se espontaneamente, para pontos de potencial maior.
(16) O potencial elétrico do ponto **B** é igual a 100 V.
(32) A energia potencial elétrica da partícula, no ponto **A**, é igual a $2{,}2 \cdot 10^{-1}$ J.
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

39. (UFTM-MG) Duas cargas elétricas puntiformes, $q_1 = 1{,}0 \cdot 10^{-8}$ C e $q_2 = -2{,}0 \cdot 10^{-8}$ C, encontram-se fixas no vácuo, respectivamente, no ponto **E** e no ponto **A**. O ponto **E** é o centro de uma circunferência de raio 10 cm, e os pontos **A**, **B**, **C** e **D** são pertencentes à circunferência. Considere desprezíveis as ações gravitacionais.
Dado: $K = 9 \cdot 10^9$ N · m²/C².



a) Determine o módulo do vetor campo elétrico resultante criado pelas cargas q_1 e q_2 no ponto **C**.
b) Uma terceira carga elétrica, $q_3 = 3{,}0 \cdot 10^{-12}$ C, pontual, descreve o arco $\overset{\frown}{BCD}$. Qual é o trabalho realizado, nesse deslocamento, pela força elétrica que atua na carga q_3 devido à ação das cargas elétricas q_1 e q_2? Justifique sua resposta.

40. (UFV-MG) Na figura a seguir, estão representadas algumas linhas de força do campo criado pela carga **q**. Os pontos **A**, **B**, **C** e **D** estão sobre circunferências centradas na carga.



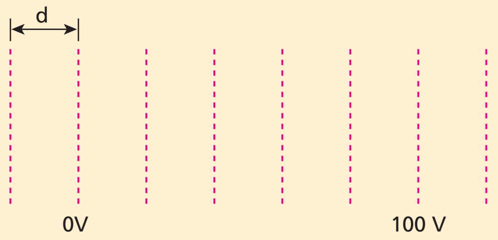
Indique a alternativa **falsa**:

a) Os potenciais elétricos em **A** e **C** são iguais.
b) O potencial elétrico em **A** é maior que em **D**.
c) Uma carga elétrica positiva colocada em **A** tende a se afastar da carga **q**.
d) O trabalho realizado pelo campo elétrico para deslocar uma carga de **A** para **C** é nulo.
e) O campo elétrico em **B** é mais intenso que em **A**.

41. Quando duas partículas eletrizadas, que se repelem, são aproximadas, a energia potencial do sistema formado por elas:

a) aumenta;
b) diminui;
c) fica constante;
d) diminui e logo depois aumenta;
e) aumenta e logo depois permanece constante.

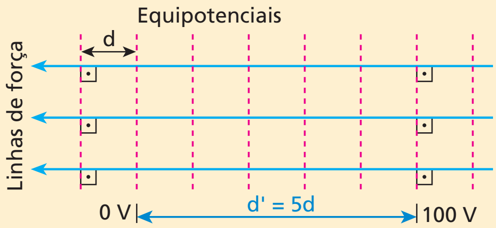
42. E.R. Na figura a seguir, estão representadas as superfícies equipotenciais, planas, paralelas e separadas pela distância d = 2 cm, referentes a um campo elétrico uniforme:



Determine a intensidade, a direção e o sentido do referido campo elétrico.

Resolução:

As linhas de força de um campo elétrico têm sempre direção perpendicular às equipotenciais e sentido que vai do maior para o menor potencial. Assim, a representação esquemática do referido campo elétrico pode ser:



A intensidade desse campo elétrico uniforme pode ser calculada por:

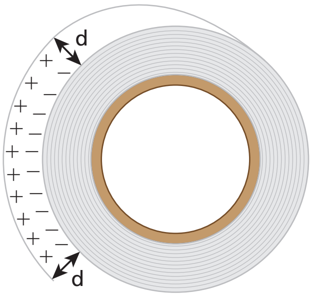
$$Ed' = U \Rightarrow E = \frac{U}{d'} = \frac{U}{5d}$$

Como d = 2 cm = $2 \cdot 10^{-2}$ m, temos:

$$E = \frac{100 \text{ V}}{5 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}}$$

$$\boxed{E = 1{,}0 \cdot 10^{3} \ \frac{\text{V}}{\text{m}}}$$

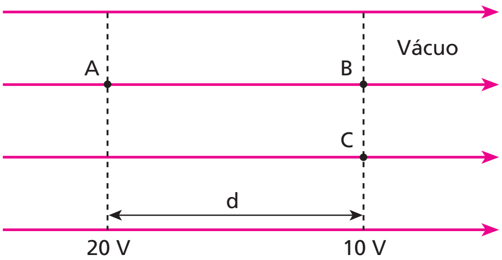
43. (Unicamp-SP) Quando um rolo de fita adesiva é desenrolado, ocorre uma transferência de cargas negativas da fita para o rolo, conforme ilustrado na figura abaixo. Quando o campo elétrico criado pela distribuição de cargas é maior que o campo elétrico de ruptura do meio, ocorre uma descarga elétrica. Foi demonstrado recentemente que essa descarga pode ser utilizada como uma fonte econômica de raios X.



No ar, a ruptura dielétrica ocorre para campos elétricos a partir de E = $3{,}0 \cdot 10^6$ V/m. Suponha que ocorra uma descarga elétrica entre a fita e o rolo para uma diferença de potencial V = 9 kV. Nessa situação, pode-se afirmar que a distância máxima entre a fita e o rolo vale:

a) 3 mm. b) 27 mm. c) 2 mm. d) 37 nm.

44. Na figura a seguir, estão representadas as linhas de força e as superfícies equipotenciais de um campo elétrico uniforme $\vec{E}$, de intensidade igual a 10^2 V/m. Uma partícula de massa igual a $2 \cdot 10^{-9}$ kg e carga elétrica de 10^{-8} C é abandonada em repouso no ponto **A**.

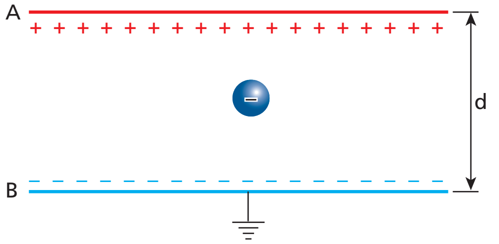


Desprezando-se as ações gravitacionais, é correto afirmar:

(01) A distância **d** entre as superfícies equipotenciais é 1 m.
(02) O trabalho realizado pela força elétrica, para deslocar a partícula de **A** até **B**, é 10^{-7} J.
(04) A velocidade da partícula, no ponto **B**, é 10 m/s.
(08) A soma da energia potencial com a energia cinética da partícula mantém-se constante durante seu deslocamento do ponto **A** ao ponto **B**.
(16) Colocada a partícula no ponto **C**, a sua energia potencial elétrica é maior que no ponto **B**.

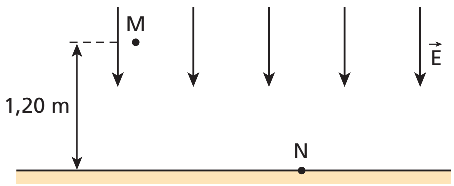
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

45. Entre duas placas eletrizadas dispostas horizontalmente existe um campo elétrico uniforme. Uma partícula com carga de –3,0 μC e massa **m** é colocada entre as placas, permanecendo em repouso.



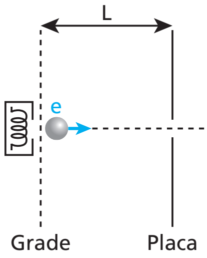
Sabendo que o potencial da placa **A** é de 500 V, que a placa **B** está ligada à Terra, que a aceleração da gravidade no local vale 10 m/s^2 e que a distância **d** entre as placas vale 2,0 cm, determine a massa **m** da partícula.

46. (Unifesp-SP) A presença de íons na atmosfera é responsável pela existência de um campo elétrico dirigido e apontado para a Terra. Próximo ao solo, longe de concentrações urbanas, num dia claro e limpo, o campo elétrico é uniforme e perpendicular ao solo horizontal e sua intensidade é de 120 V/m. A figura mostra as linhas de campo e dois pontos dessa região, **M** e **N**.



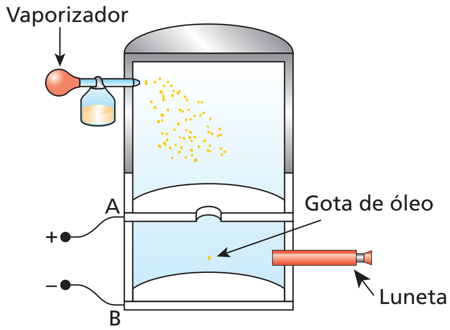
O ponto **M** está a 1,20 m do solo e **N** está no solo. A diferença de potencial entre os pontos **M** e **N** é:
a) 100 V.
b) 120 V.
c) 125 V.
d) 134 V.
e) 144 V.

47. (Unesp-SP) Os elétrons de um feixe de um tubo de TV são emitidos por um filamento de tungstênio dentro de um compartimento com baixíssima pressão. Esses elétrons, com carga $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, são acelerados por um campo elétrico existente entre uma grade plana e uma placa, separadas por uma distância L = 12,0 cm e polarizadas com uma diferença de potencial U = 15 kV. Passam então por um orifício da placa e atingem a tela do tubo. A figura ilustra esse dispositivo.



Considerando que a velocidade inicial dos elétrons é nula, calcule:
a) o campo elétrico entre a grade e a placa, considerando que ele seja uniforme;
b) a energia cinética de cada elétron, em joule, ao passar pelo orifício.

48. (PUC-SP) A figura esquematiza o experimento de Robert Millikan para a obtenção do valor da carga do elétron. O vaporizador borrifa gotas de óleo extremamente pequenas que, no seu processo de formação, são eletrizadas e, ao passar por um pequeno orifício, ficam sujeitas a um campo elétrico uniforme, estabelecido entre as duas placas **A** e **B**, mostradas na figura.



Variando adequadamente a tensão entre as placas, Millikan conseguiu estabelecer uma situação na qual a gotícula mantinha-se em equilíbrio. Conseguiu medir cargas de milhares de gotículas e concluiu que os valores eram sempre múltiplos inteiros de $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C (a carga do elétron).
Em uma aproximação da investigação descrita, pode-se considerar que uma gotícula de massa $1{,}2 \cdot 10^{-12}$ kg atingiu o equilíbrio entre placas separadas de 1,6 cm, estando sujeita apenas às ações dos campos elétrico e gravitacional.
Supondo que entre as placas estabeleça-se uma tensão de $6{,}0 \cdot 10^2$ V, o número de elétrons, em excesso na gotícula, será:
a) $2{,}0 \cdot 10^3$.
b) $4{,}0 \cdot 10^3$.
c) $6{,}0 \cdot 10^3$.
d) $8{,}0 \cdot 10^3$.
e) $1{,}0 \cdot 10^3$.

Bloco 3

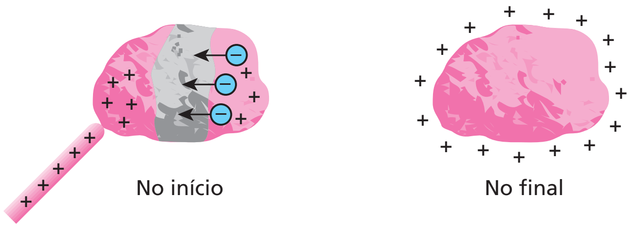
8. Potencial elétrico criado por um condutor eletrizado

É importante lembrar que:

> Partículas eletrizadas, abandonadas sob a influência exclusiva de um campo elétrico, movimentam-se espontaneamente entre dois pontos quaisquer somente se entre eles houver uma diferença de potencial (ddp) não nula.

Quando fornecemos elétrons a um condutor, eletrizamos inicialmente apenas uma região dele. Nessa região, as cargas negativas produzem uma diminuição no potencial, mais acentuada que a que ocorre no potencial de regiões mais distantes. A diferença de potencial estabelecida é responsável pela movimentação dos elétrons para regiões mais distantes, o que provoca um aumento no potencial do local onde se encontravam e uma diminuição no potencial do local para onde foram.

Na eletrização positiva, são tirados elétrons de uma região, provocando um aumento no potencial desse local. Como consequência, elétrons livres das regiões mais distantes movimentam-se para o local inicialmente eletrizado. Tal fato faz surgir cargas positivas nas regiões que estavam neutras, diminuindo a quantidade de cargas positivas na região eletrizada inicialmente. Tudo acontece como se as cargas positivas se movimentassem ao longo do condutor.



A movimentação das cargas no condutor ocorre durante um breve intervalo de tempo. Após isso, as partículas elementares atingem posições tais que a diferença de potencial entre dois pontos quaisquer do corpo torna-se nula. Dizemos, então, que o condutor atingiu o **equilíbrio eletrostático**.

Convém lembrar que a carga de um condutor eletrizado e em equilíbrio eletrostático acha-se distribuída em sua superfície externa.

A diferença de potencial (ddp) entre dois pontos quaisquer de um condutor em equilíbrio eletrostático é sempre nula.

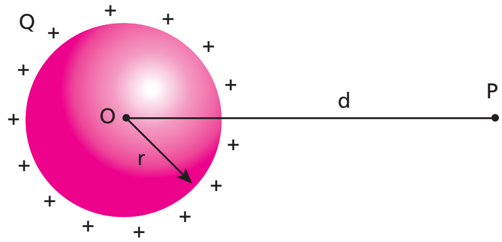
Do exposto, conclui-se que, tanto nos pontos internos como nos pontos da superfície de um condutor eletrizado em equilíbrio eletrostático, o potencial elétrico assume o mesmo valor. O potencial assume valores diferentes apenas nos pontos externos ao condutor.

$$\nu_{\text{interno}} = \nu_{\text{superfície}}$$

9. Potencial elétrico criado por um condutor esférico eletrizado

Suponha uma esfera condutora de raio **r** eletrizada com carga **Q**, solitária e em equilíbrio eletrostático.

Para pontos externos à esfera condutora, o potencial varia com a distância **d** do ponto considerado ao centro **O** da esfera.



Para efeito de cálculo desse potencial, considera-se como se toda a carga elétrica da esfera estivesse concentrada em seu centro. Isso, entretanto, só é possível devido à simetria que ela apresenta.

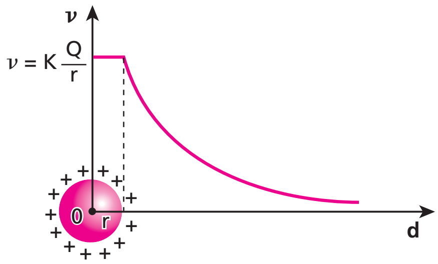
Assim, sendo **K** a constante eletrostática do meio, temos, para um ponto externo **P**:

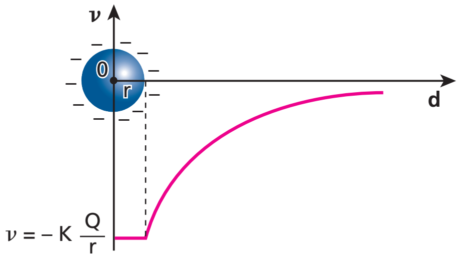
$$\nu_{\text{externo}} = K\frac{Q}{d}$$

Fazendo d = r nessa expressão, obtemos o potencial na superfície da esfera que, como vimos, é igual ao potencial de seus pontos internos:

$$\nu_{\text{interno}} = \nu_{\text{superfície}} = K\frac{Q}{r}$$

Veja, a seguir, gráficos do potencial em função da distância ao centro da esfera eletrizada.

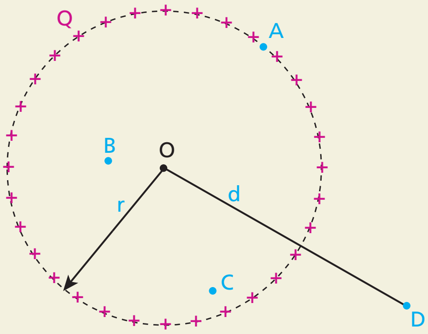




Película esférica

Considere uma película esférica de raio **r** uniformemente eletrizada com carga **Q** (positiva ou negativa).

Com relação ao potencial elétrico e ao vetor campo elétrico devidos a essa película, é importante destacar que:



- o potencial é igual a $\frac{K\,Q}{r}$ tanto nos pontos da própria película como nos pontos envolvidos por ela. Assim:

$$\nu_A = \nu_B = \nu_C = \frac{K\,Q}{r}$$

- a intensidade do vetor campo elétrico é nula nos pontos envolvidos pela película. Assim:

$$E_B = E_C = 0$$

- o potencial e a intensidade do vetor campo elétrico em um ponto externo **D** são calculados considerando-se toda a carga **Q** concentrada no centro **O** da película. Portanto:

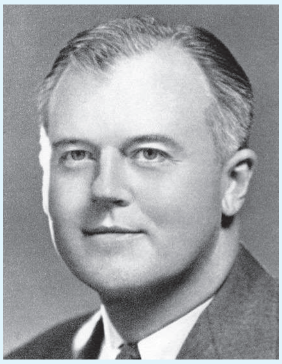
$$\nu_D = K\frac{Q}{d} \text{ e } E_D = K\frac{|Q|}{d^2}$$

Leitura

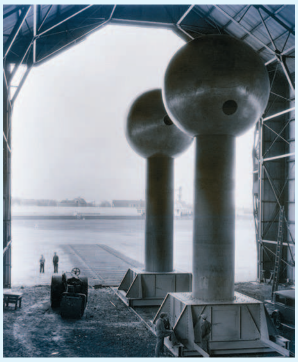
Gerador eletrostático de Van de Graaff

O gerador eletrostático foi imaginado originalmente em 1890 por Lorde **Kelvin** (William Thomson – 1824-1907). Entretanto, apenas em 1929 o físico norte-americano Robert Jemison **Van de Graaff** (1901-1967) demonstrou o primeiro modelo desse aparelho. Era bastante simples e usava como correia de transporte de cargas uma fita de seda comprada em uma loja com poucos centavos de dólar. Em 1931, voltando a trabalhar no MIT (Instituto Tecnológico de Massachusetts), ele construiu um exemplar que podia produzir 1 milhão de volts. Nos aceleradores de partículas, usados nas universidades e institutos de pesquisa nuclear, o potencial produzido é da ordem de 10 milhões de volts.

Interfoto/Latinstock

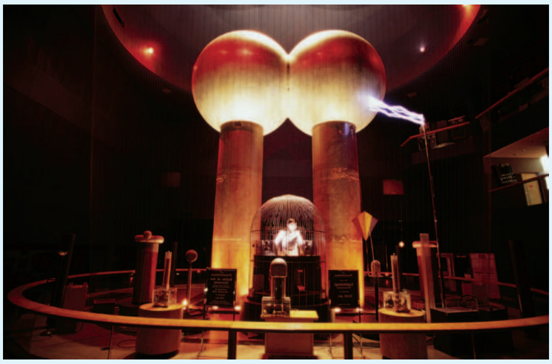


Robert J. Van de Graaff (1901-1967)



Bettmann/CORBIS/Latinstock

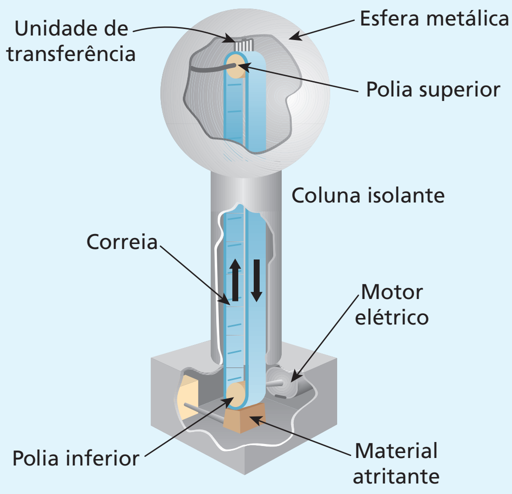
Um dos primeiros modelos de gerador eletrostático construídos por Van de Graaff no MIT (Instituto Tecnológico de Massachusetts).



Raymond Forbes/Easypix

Moderno gerador eletrostático do tipo Van de Graaff, que pode produzir milhões de volts.

Modelos simplificados do gerador de Van de Graaff são muito utilizados nos laboratórios das escolas de nível médio. Basicamente, eles possuem uma esfera metálica condutora oca com suportes isolantes. Uma correia de material isolante, borracha, por exemplo, é movimentada por um pequeno motor entre duas polias: uma colocada no interior da esfera condutora e outra, na base do aparelho. A correia é eletrizada por atritamento na parte inferior do aparelho. Quando a correia eletrizada atinge a polia superior, um pente metálico de pontas bem finas retira as cargas elétricas obtidas na eletrização e faz a transferência para a superfície externa da esfera.



Representação esquemática de um gerador eletrostático de Van de Graaff. A correia, que é acionada em alta velocidade por um motor, fica eletrizada ao ser atritada no material existente na base do aparelho.

Sérgio Dotta Jr./The Next – Estação Ciência – USP

Quando em funcionamento, a aproximação do dedo de uma pessoa pode provocar descargas elétricas entre o condutor esférico e o dedo, já que existe uma diferença de potencial entre eles.

Geradores de Van de Graaff de grande porte podem produzir diferenças de potencial da ordem de milhões de volts. Em pesquisas na área de Física, eles são utilizados principalmente para acelerar partículas eletrizadas, elevando consideravelmente sua energia. Após o processo de aceleração, essas partículas são aproveitadas em várias experiências de bombardeamento de átomos, e os resultados obtidos são usados pelos físicos para desvendar os mistérios da Física Nuclear.

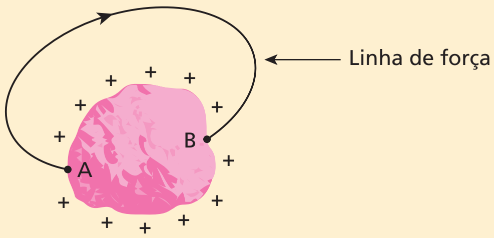
Jovem estudante pisa em uma base isolante, para evitar o escoamento de cargas elétricas para o solo, e toca suas mãos em um gerador eletrostático de Van de Graaff, usado em pesquisas escolares. Devido ao potencial da esfera metálica, a jovem é eletrizada e os fios de seus cabelos se repelem.

Exercícios — nível 1

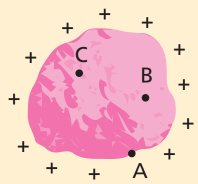
49. E.R. Nesta questão, vamos analisar algumas particularidades a respeito do **potencial elétrico** produzido por cargas existentes em condutores em **equilíbrio eletrostático**.

Observe as figuras para saber se mostram situações verdadeiras ou falsas. Dê como resposta a soma dos números associados às situações verdadeiras.

(01)



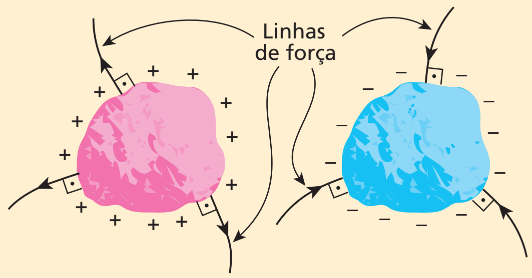
(02)



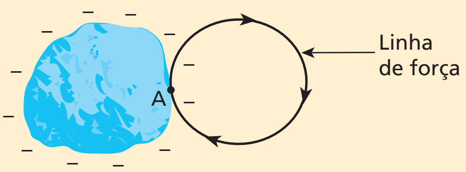
$\nu_B = \nu_C = 0$

$\nu_A > \nu_B = \nu_C$

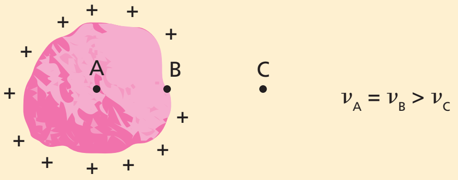
(04)



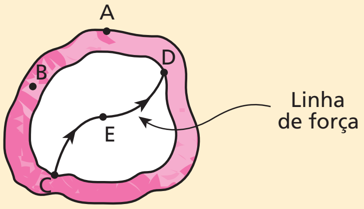
(08)



(16)



(32)



Resolução:

(01) **Falsa**.
Uma linha de força não pode partir de um ponto do condutor e retornar ao mesmo condutor. De fato, como o potencial decresce no sentido da linha de força, teríamos $\nu_A > \nu_B$, o que não é verdade, pois os potenciais são iguais em todos os pontos do condutor.

(02) **Falsa**.
O potencial é igual e positivo em todos os pontos do condutor: $\nu_A = \nu_B = \nu_C$.

(04) **Verdadeira**.
A superfície externa de um condutor é uma superfície equipotencial. Por isso, as linhas de força e os vetores campo elétrico $\vec{E}$ são perpendiculares a ela.

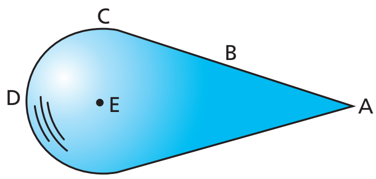
(08) **Falsa**.
Em nenhuma situação uma linha de força pode ser fechada, pois o potencial decresce no sentido dela.

(16) **Verdadeira**.
Em **A** e **B**, os potenciais são iguais. Quando nos afastamos do condutor (ponto **C**), o potencial diminui, já que a carga dele é positiva. Se fosse negativa, o potencial aumentaria.

(32) **Falsa**.
Em uma região onde o campo elétrico é nulo ($\vec{E} = \vec{0}$), o potencial elétrico é igual em todos os pontos. Por isso, na cavidade de um condutor oco eletrizado não pode haver linhas de força, pois o potencial elétrico é igual tanto onde existe o material condutor como na região oca: $\nu_C = \nu_E = \nu_D$.

Resposta: $\boxed{20}$

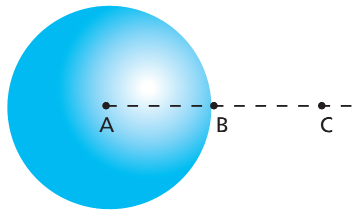
50. A figura representa um objeto metálico, eletrizado e em equilíbrio eletrostático, em que se distinguem as regiões **A**, **B**, **C** e **D**, na superfície, e **E**, no interior.



Representando os potenciais elétricos das mencionadas regiões, respectivamente, por ν_A, ν_B, ν_C, ν_D e ν_E, é correto afirmar que:

a) $\nu_A > \nu_D > \nu_C > \nu_B > \nu_E$;
b) $\nu_E > \nu_B > \nu_C > \nu_D > \nu_A$;
c) $\nu_E = 0$ e $\nu_A = \nu_B = \nu_C = \nu_D \neq 0$;
d) $\nu_A = \nu_B = \nu_C = \nu_D = \nu_E \neq 0$;
e) $\nu_E > \nu_A > \nu_D$.

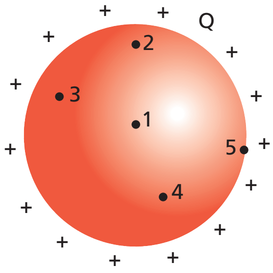
51. Considere um condutor esférico eletrizado negativamente e em equilíbrio eletrostático. Sejam ν_A, ν_B e ν_C os potenciais elétricos nos pontos **A**, **B** e **C** indicados na figura a seguir.



Pode-se afirmar que:

a) $\nu_A > \nu_B > \nu_C$;
b) $\nu_A = \nu_B < \nu_C$;
c) $\nu_A = \nu_B = \nu_C$;
d) $\nu_A = \nu_B > \nu_C$;
e) $\nu_A > \nu_B = \nu_C$.

52. A figura a seguir representa uma esfera metálica eletrizada com uma carga positiva **Q**, em equilíbrio eletrostático.



A respeito da intensidade do campo elétrico **E** e do potencial elétrico ν nos pontos indicados, podemos afirmar que:

(01) $E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = E_5 = 0$.
(02) $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = \nu_4 = \nu_5 > 0$.
(04) $E_1 < E_5$ e $\nu_1 < \nu_5$.
(08) $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = \nu_4 = \nu_5 = 0$.
(16) $E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = 0$.
(32) $E_5 > 0$.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

53. E.R. Uma esfera condutora de 30 cm de raio é eletrizada com uma carga de 8,0 μC. Supondo atingido o equilíbrio eletrostático, determine:

a) o potencial da esfera;
b) o potencial de um ponto externo localizado a 60 cm da superfície da esfera.

Dado: constante eletrostática do meio: $K_0 = 9{,}0 \cdot 10^9\ N\ m^2\ C^{-2}$.

Resolução:

a) O potencial da esfera condutora é calculado pela relação:

$$\nu_e = K\frac{Q}{r}$$

Assim:

$$\nu_e = 9{,}0 \cdot 10^9 \cdot \frac{8{,}0 \cdot 10^{-6}}{0{,}30}$$

$$\boxed{\nu_e = 2{,}4 \cdot 10^5\ V}$$

b) Para pontos externos à esfera, a expressão do potencial passa a ser:

$$\nu_{ext} = K\frac{Q}{d}$$

em que **d** é a distância do ponto considerado ao centro da esfera. Nesse caso, temos:

$d = 60\text{ cm} + 30\text{ cm} \Rightarrow d = 0{,}90\text{ m}$

Assim:

$$\nu_{ext} = 9{,}0 \cdot 10^9 \cdot \frac{8{,}0 \cdot 10^{-6}}{0{,}90}$$

$$\boxed{\nu_{ext} = 8{,}0 \cdot 10^4\text{ V}}$$

54. Que carga elétrica deve possuir uma esfera condutora de 60 cm de raio para que, no vácuo, adquira um potencial igual a -120 kV?
Dado: constante eletrostática do vácuo $= 9{,}0 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}.

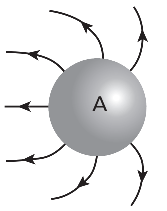
55. Uma esfera condutora em equilíbrio eletrostático possui raio de 20 cm e uma carga elétrica $Q = +4{,}0\ \mu$C. Qual a intensidade do campo elétrico e qual o valor do potencial elétrico em um ponto situado a 10 cm do centro da esfera?
Dado: $K_0 = 9{,}0 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}.

56. Uma esfera metálica oca possui diâmetro de 2,0 m e é eletrizada com carga elétrica positiva de $8{,}0 \cdot 10^{-8}$ C. O meio que a envolve é o vácuo ($K = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}) e não existem outras cargas elétricas provocando influências nessa região.
Atingido o equilíbrio eletrostático, determine o potencial elétrico:
a) da esfera;
b) em um ponto distante 12 m do centro da esfera;
c) em um ponto situado a 10 cm do centro da esfera.

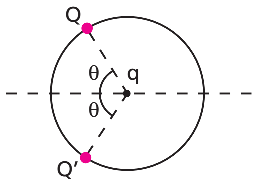
Exercícios — nível 2

57. (Unip-SP) A respeito das linhas de força de um campo eletrostático, indique a opção **falsa**:
a) À medida que caminhamos ao longo da linha de força e no seu sentido, o potencial elétrico vai diminuindo.
b) As linhas de força não podem ser fechadas.
c) As linhas de força encontram perpendicularmente as superfícies equipotenciais.
d) No interior de um condutor em equilíbrio eletrostático, não existem linhas de força.
e) A linha de força pode "nascer" e "morrer" em um mesmo condutor em equilíbrio eletrostático.

58. (UFU-MG) Em relação a cargas elétricas, campo elétrico e potencial elétrico é correto afirmar:
a) Três corpos **A**, **B** e **C** estão eletrizados. Se **A** atrai **B** e **B** repele **C**, então **A** e **C** têm cargas de mesmos sinais.
b) Na figura abaixo, temos a configuração das linhas de força do campo elétrico criado por uma esfera **A**, eletricamente carregada em presença de um objeto **B** à sua direita (não mostrado na figura). Portanto, **A** e **B** são positivos ou negativos.



c) Três cargas elétricas **Q**, **Q'** e **q** estão dispostas conforme a figura abaixo. Sendo **Q** e **Q'** iguais e positivas, **q** sofrerá ação de uma força na direção horizontal, independentemente de seu sinal.



d) Uma esfera metálica eletrizada, em equilíbrio eletrostático, produz linhas equipotenciais radiais.
e) O potencial elétrico no interior de uma esfera condutora carregada é nulo.

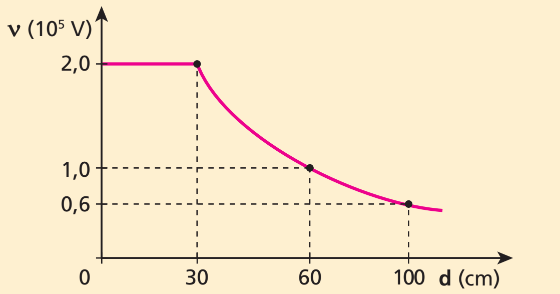
59. (Ufal) Eletrizamos os condutores esféricos 1, 2, 3, 4 e 5, bem distantes uns dos outros. Na tabela a seguir, estão anotados as cargas elétricas e os potenciais atingidos por eles.

Condutor	Carga elétrica (C)	Potencial na superfície (V)
1	$2{,}0 \cdot 10^{-9}$	200
2	$4{,}0 \cdot 10^{-9}$	400
3	$6{,}0 \cdot 10^{-9}$	100
4	$12 \cdot 10^{-9}$	800
5	$16 \cdot 10^{-9}$	800

Dentre esses condutores, aquele que tem maior diâmetro é o:
a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

Dado: $K = 9 \cdot 10^9 \dfrac{\text{N m}^2}{\text{C}^2}$.

60. E.R. O gráfico a seguir representa o potencial criado por uma esfera condutora eletrizada em função da distância ao seu centro:



Considerando a constante eletrostática do meio igual a $1{,}0 \cdot 10^{10}$ Nm^2 C^{-2}, determine:
a) o raio da esfera;
b) a carga elétrica existente na esfera.

Resolução:
a) O raio da esfera é lido diretamente no gráfico:

$$\boxed{r = 30\text{ cm}}$$

Observe que o potencial começa a variar apenas em pontos externos à esfera.

b) Da expressão do potencial da esfera:

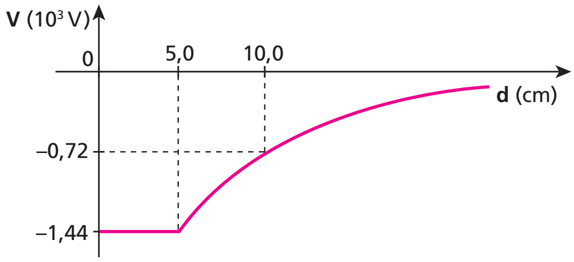
$$\nu_e = K\frac{Q}{r}$$

tem-se: $$Q = \frac{\nu_e r}{K}$$

Assim, do gráfico, vem:

$$Q = \frac{2{,}0 \cdot 10^5 \cdot 0{,}30}{1{,}0 \cdot 10^{10}} \Rightarrow \boxed{Q = 6{,}0\ \mu C}$$

61. (Mack-SP)

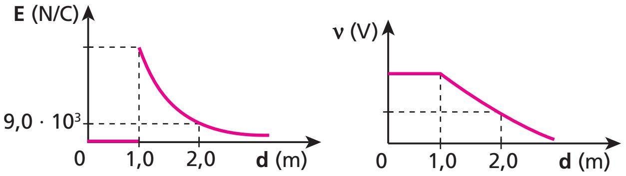


Dados:
carga do elétron $= -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
carga do próton $= +1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
Ao eletrizarmos uma esfera metálica no vácuo ($K_0 = 9 \cdot 10^9$ Nm²/C²), o potencial elétrico **V** por ela adquirido, em relação ao infinito, varia em função da distância **d** ao seu centro, conforme o gráfico acima. Dessa forma, podemos afirmar que nessa esfera existem:

a) $5 \cdot 10^{10}$ prótons a mais que o número de elétrons.
b) $1 \cdot 10^{11}$ prótons a mais que o número de elétrons.
c) $1 \cdot 10^{9}$ elétrons a mais que o número de prótons.
d) $5 \cdot 10^{10}$ elétrons a mais que o número de prótons.
e) $1 \cdot 10^{11}$ elétrons a mais que o número de prótons.

62. (Puccamp-SP) Uma esfera metálica oca encontra-se no ar, eletrizada positivamente e isolada de outras cargas. Os gráficos abaixo representam a intensidade do campo elétrico e do potencial elétrico criado por essa esfera em função da distância ao seu centro.

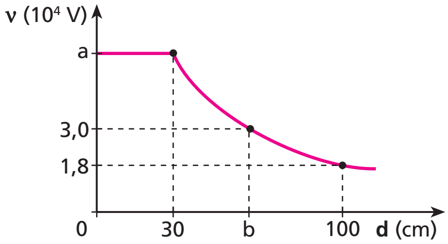
Dado: $K = 9{,}0 \cdot 10^9 \dfrac{N\,m^2}{C^2}$



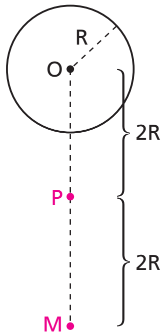
Com base nas informações, é correto afirmar que:

a) a carga elétrica do condutor é $4{,}5 \cdot 10^{-6}$ C.
b) o potencial elétrico no interior do condutor é nulo.
c) o potencial elétrico do condutor vale $3{,}6 \cdot 10^4$ V.
d) o potencial elétrico de um ponto a 2,0 m do centro do condutor vale $9{,}0 \cdot 10^3$ V.
e) a intensidade do campo elétrico em um ponto a 3,0 m do centro do condutor vale $6{,}0 \cdot 10^3$ N/C.

63. No campo elétrico criado por uma esfera eletrizada com carga **Q**, o potencial varia com a distância ao centro dessa esfera, conforme o gráfico a seguir. Sabendo que o meio que envolve a esfera tem constante eletrostática igual a $9{,}0 \cdot 10^9$ N m² C⁻², determine os valores de **a** e de **b**, indicados no gráfico, bem como o da carga **Q** da esfera.



64. Uma esfera condutora de raio **R**, eletrizada com carga igual a $2\pi R^2 \cdot 10^{-9}$ C, gera um campo elétrico à sua volta. O campo tem intensidade **E** no ponto **P** representado na figura.



Responda:

a) Sendo a constante eletrostática igual a $9{,}0 \cdot 10^9$ N m²/C², qual o potencial eletrostático no ponto **P**, em volts?
b) Aumentando-se a carga da esfera até que ela fique com densidade superficial de carga igual a $2{,}0 \cdot 10^{-9}$ C/m², o campo elétrico gerado no ponto **M**, também representado, terá qual intensidade?

Bloco 4

10. Capacitância

É de verificação experimental que o potencial adquirido por um condutor eletrizado é diretamente proporcional à sua carga elétrica. Assim, se um condutor eletrizado com carga **Q** apresenta um potencial **ν**, ao adquirir uma carga 2Q, apresentará um potencial 2ν.

Dessa forma, a razão entre a carga elétrica **Q** recebida por um condutor e o potencial **ν** atingido por ele é uma constante, denominada capacitância **C** do condutor.

$$C = \frac{Q}{\nu}$$

A capacitância fornece uma indicação da capacidade do condutor de armazenar cargas. Assim, quando dois condutores isolados e inicialmente neutros atingem o mesmo potencial, o de maior capacitância armazena uma carga elétrica maior.

A capacitância de um condutor depende de suas características geométricas (forma e dimensão) e do meio em que se encontra.

No SI, a unidade de capacitância é o **farad** (**F**), nome dado em homenagem ao cientista inglês Michael **Faraday** (1791-1867).

$$1 \text{ farad} = 1 \frac{\text{coulomb}}{\text{volt}}$$

Assim, para cada **farad** de capacitância, o condutor terá de receber ou perder 1 coulomb de carga para ter seu potencial alterado de 1 volt. Para uma capacitância de 10 F, por exemplo, o condutor terá de receber ou perder 10 C de carga elétrica para variar de 1 V o seu potencial. Lembre-se de que a carga de 1 C é muito grande. Portanto, a capacitância de 1 F também é muito grande. Por isso, costumamos usar submúltiplos do farad, como, por exemplo, o microfarad (μF).

11. Capacitância de um condutor esférico

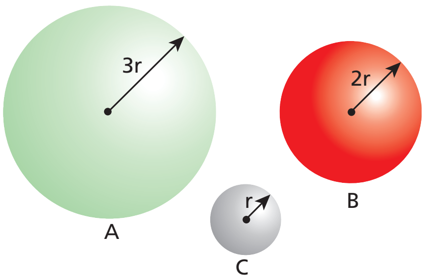
Para um condutor esférico de raio **r**, valem as relações:

$$\begin{cases} \nu = K\dfrac{Q}{r} & \text{(I)} \\ C = \dfrac{Q}{\nu} \Rightarrow Q = C\,\nu & \text{(II)} \end{cases}$$

Substituindo (II) em (I), temos:

$$\boxed{C = \frac{r}{K}}$$

Observe que, uma vez estabelecida a forma esférica, a capacitância do condutor depende de sua dimensão e do meio que o envolve, sendo diretamente proporcional ao raio **r**.



Num mesmo meio, a capacitância da esfera **A** é a maior e a da esfera **C** é a menor:

$$C_A = 3C_C \quad C_B = 2C_C$$

Fazendo o raio da Terra aproximadamente igual a $6{,}3 \cdot 10^6$ m, podemos calcular a sua capacitância:

$$C = \frac{r}{K} = \frac{6{,}3 \cdot 10^6}{9 \cdot 10^9} \text{(SI)}$$

$$\boxed{C = 7 \cdot 10^{-4}\text{ F}}$$

Observe que a Terra tem uma capacitância de, aproximadamente, sete décimos de milésimo de farad. Esse fato mostra que 1 F é muito grande mesmo.

12. Energia potencial eletrostática de um condutor

Considere um condutor inicialmente neutro. Para eletrizá-lo negativamente, por exemplo, devemos adicionar-lhe elétrons. Para que um novo elétron seja colocado no condutor, entretanto, precisaremos vencer as forças repulsivas exercidas pelos elétrons já adicionados. Em outras palavras, será preciso realizar um trabalho contra as forças de repulsão, que ficará armazenado no condutor sob a forma latente de energia potencial eletrostática (ou elétrica).

Seja, então, um condutor neutro de capacitância **C**, ao qual fornecemos uma carga elétrica **Q**. Sendo **ν** o potencial atingido pelo condutor, a energia potencial elétrica adquirida por ele é dada por:

$$\boxed{E_p = \frac{Q\nu}{2}}$$

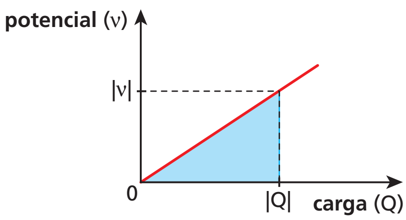
Utilizando a expressão da capacitância, temos:

$$C = \frac{Q}{\nu}$$

ou:

$$|\nu| = \frac{1}{C} \cdot |Q|$$

Fazendo-se a representação gráfica dos valores absolutos da variação de potencial (ν) e da carga (**Q**), vem:



Sendo a energia potencial armazenada numericamente igual à área sombreada (triângulo), temos:

$$E_p = \frac{|Q| \cdot |\nu|}{2}$$

Como essa expressão é válida tanto para cargas positivas como negativas, vem:

$$\boxed{E_p = \frac{Q\nu}{2}}$$

Observe que para $Q > 0$ temos $\nu > 0$ e para $Q < 0$ temos $\nu < 0$. Assim, o produto $Q\nu$ é sempre positivo ($E_p > 0$).

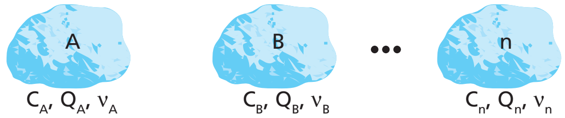
Sendo $Q = C\,\nu$, também podemos escrever:

$$E_p = \frac{C\nu^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

13. Condutores em equilíbrio eletrostático

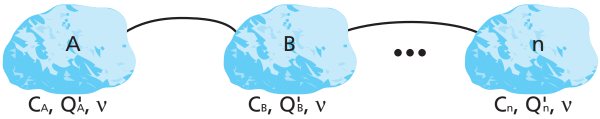
Considere **n** condutores eletrizados e isolados.

A capacitância (**C**), a carga (**Q**) e o potencial (**ν**) de cada um dos condutores estão indicados na figura, valendo as relações:



$$Q_A = C_A\,\nu_A$$
$$Q_B = C_B\,\nu_B$$
$$\vdots$$
$$Q_n = C_n\,\nu_n$$

Por meio de fios de capacitâncias desprezíveis, podemos fazer a interligação desses condutores. Devido às diferenças de potencial existentes entre eles, há um deslocamento de cargas até que os potenciais tornem-se iguais. Quando isso ocorre, os condutores atingem o **equilíbrio eletrostático**.



A nova carga (Q') e o potencial comum (**ν**) dos condutores estão indicados na figura acima, valendo, agora, as relações:

$$Q'_A = C_A\,\nu$$
$$Q'_B = C_B\,\nu$$
$$\vdots$$
$$Q'_n = C_n\,\nu$$

Somando membro a membro as expressões, temos:

$$Q'_A + Q'_B + ... + Q'_n = C_A\,\nu + C_B\,\nu + ... + C_n\,\nu$$

Pelo Princípio da Conservação das Cargas Elétricas, entretanto, a soma das cargas antes e depois dos contatos é a mesma:

$$Q_A + Q_B + ... + Q_n = Q'_A + Q'_B + ... + Q'_n$$

Assim:

$$Q_A + Q_B + ... + Q_n = (C_A + C_B + ... + C_n)\,\nu$$

$$\nu = \frac{Q_A + Q_B + ... + Q_n}{C_A + C_B + ...\ C_n}$$

Portanto o potencial de equilíbrio é o quociente do somatório das cargas elétricas existentes nos condutores pelo somatório das respectivas capacitâncias.

Exercícios — nível 1

65. Analise as proposições seguintes:

I. A capacitância de um condutor depende do material de que ele é feito.
II. Num condutor esférico, a capacitância é tanto maior quanto maior é o seu raio.
III. Dois condutores esféricos, um de cobre e outro de alumínio, de mesmo raio e em um mesmo meio, possuem capacitâncias iguais.

Responda de acordo com o código.

a) Se todas estiverem corretas.
b) Se apenas I estiver correta.
c) Se apenas II e III estiverem corretas.
d) Se apenas III estiver correta.
e) Se todas estiverem incorretas.

66. (PUC-MG) Uma carga positiva **Q** está distribuída sobre uma esfera de raio **R** fabricada com um material condutor que pode ser inflado. A esfera é inflada até que o novo raio seja o dobro do anterior. Nessa condição final, é correto dizer que:

a) o potencial e a capacitância dobram de valor.
b) o potencial fica reduzido à metade e a capacitância dobra de valor.
c) o potencial e a capacitância ficam reduzidos à metade do valor inicial.
d) o potencial e a capacitância não mudam.
e) o potencial não muda e a capacitância fica reduzida à metade.

67. (PUC-MG) Uma esfera condutora de raio **R** possui carga negativa de valor **Q**. De repente, sua carga dobra de valor. Nessa condição final, é correto afirmar:

a) o potencial e a capacitância dobram de valor.
b) o potencial fica reduzido à metade e a capacitância dobra de valor.
c) o potencial e a capacitância ficam reduzidos à metade do valor inicial.
d) o potencial dobra e a capacitância não muda.
e) o potencial não muda e a capacitância fica reduzida à metade.

68. E.R. Uma esfera condutora neutra de 7,2 cm de raio encontra-se no vácuo, onde a constante eletrostática vale $9,0 \cdot 10^9$ N m² C⁻². Determine:

a) a capacitância da esfera;

b) o potencial atingido pela esfera, quando recebe uma carga igual a 1,6 μC.

Resolução:

a) A capacitância de um condutor esférico pode ser calculada pela relação:

$$C = \frac{r}{K}$$

Assim, sendo $r = 7,2 \text{ cm} = 7,2 \cdot 10^{-2}$ m e $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ N m² C⁻², temos:

$$C = \frac{7,2 \cdot 10^{-2}}{9,0 \cdot 10^9} \Rightarrow C = 8,0 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

$$\boxed{C = 8,0 \text{ pF}}$$

b) Para qualquer condutor, vale a expressão:

$$C = \frac{Q}{\nu} \Rightarrow \nu = \frac{Q}{C}$$

Assim, sendo $Q = 1,6\ \mu C = 1,6 \cdot 10^{-6}$ C e $C = 8,0 \text{ pF} = 8,0 \cdot 10^{-12}$ F, obtemos:

$$\nu = \frac{1,6 \cdot 10^{-6}}{8,0 \cdot 10^{-12}} \Rightarrow \boxed{\nu = 2,0 \cdot 10^5 \text{ volts}}$$

69. Um condutor esférico, ao ser eletrizado com uma carga de 3,0 μC, adquire um potencial de 5,0 kV. Determine:

a) a capacitância do condutor;

b) o seu raio.

Dado: constante eletrostática do meio = $9,0 \cdot 10^9$ N m² C⁻².

70. Se a Terra for considerada um condutor esférico (R = 6 400 km), situado no vácuo, qual será sua capacitância?

Dado: $K_0 = 9,0 \cdot 10^9$ N m² C⁻².

71. (Olimpíada Brasileira de Física) Duas esferas de raio $\mathbf{R_1} \neq \mathbf{R_2}$ estão carregadas com cargas $\mathbf{Q_1}$ e $\mathbf{Q_2}$, respectivamente. Ao conectá-las, por um fio condutor fino, é correto afirmar que:

a) suas cargas serão iguais.

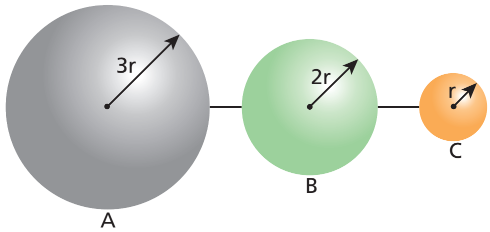
b) a esfera de menor raio terá maior carga.

c) as cargas nas esferas serão proporcionais ao inverso de seus raios.

d) a diferença de potencial entre as esferas será nula.

e) o potencial é maior na esfera de raio menor.

72. Três esferas condutoras de raios 3r, 2r e **r** encontram-se ligadas por fios condutores:



Antes das ligações, a esfera **A** tinha carga **Q** e as esferas **B** e **C** tinham carga nula. No equilíbrio eletrostático do sistema, as superfícies esféricas:

I. estão em um mesmo potencial;

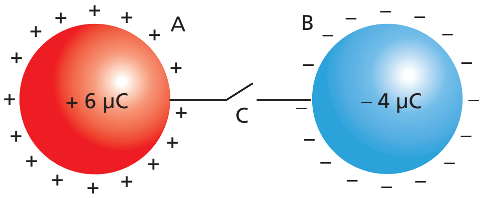
II. têm a mesma carga $\frac{Q}{3}$;

III. de maior carga têm maior potencial;

IV. têm o mesmo potencial; logo, suas cargas são diferentes.

Quais dessas quatro afirmações estão corretas?

73. Duas esferas condutoras de iguais dimensões, **A** e **B**, estão eletricamente carregadas como indica a figura, sendo unidas por um fio condutor no qual há uma chave **C** inicialmente aberta.



A chave **C** é fechada.

Responda às questões:

a) Elétrons passarão de **A** para **B** ou de **B** para **A**?

b) Qual a nova carga da esfera **A**?

c) Qual a nova carga da esfera **B**?

d) Após a chave fechada, o que se pode dizer a respeito do potencial das esferas **A** e **B**?

Exercícios nível 2

74. E.R. Qual será a energia potencial eletrostática armazenada em um condutor de capacitância igual a 5,0 nF se ele for eletrizado com uma carga de 6,0 μC?

Resolução:

A energia potencial eletrostática armazenada em um condutor eletrizado pode ser calculada pelas expressões:

$$E_p = \frac{Q\nu}{2} = \frac{C\,\nu^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

Utilizando os dados fornecidos, temos:

$$E_p = \frac{Q^2}{2C} = \frac{(6,0 \cdot 10^{-6})^2}{2 \cdot 5,0 \cdot 10^{-9}}$$

$$\boxed{E_p = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ J}}$$

75. Analise as proposições seguintes:

I. Um condutor somente possui energia potencial elétrica quando está eletrizado.

II. Dois condutores eletrizados com cargas elétricas iguais possuem iguais quantidades de energia potencial elétrica.
III. Dois condutores **A** e **B** de capacitâncias C_A e C_B, tal que $C_A = 2C_B$, eletrizados com cargas Q_A e Q_B, tal que $Q_A = 2Q_B$, armazenam energias potenciais elétricas E_A e E_B, tal que $E_A = E_B$.

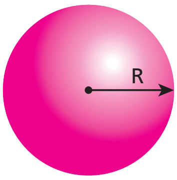
Responda de acordo com o código:

a) Se todas estiverem corretas.
b) Se somente I estiver correta.
c) Se somente II e III estiverem corretas.
d) Se somente II estiver correta.
e) Se todas estiverem incorretas.

76. Que carga elétrica deve ser fornecida a um condutor de capacitância igual a 4,0 pF para que ele adquira uma energia potencial eletrostática de $5{,}0 \cdot 10^5$ J?

77. Qual a capacitância de um condutor que, quando eletrizado com uma carga de 4,0 µC, adquire $1{,}0 \cdot 10^{-3}$ J de energia potencial eletrostática?

78. (Unaerp-SP) Seja um condutor esférico de raio **R**, no vácuo, isolado e com potencial **V**. Indique a opção que contenha o valor da energia eletrostática armazenada nesse condutor:



a) $\dfrac{0{,}25R\ V^2}{\pi\ \varepsilon_0}$.
b) $\dfrac{4\pi\ \varepsilon_0}{R\ V}$.
c) $4\pi\ \varepsilon_0\ R\ V$.
d) $\dfrac{0{,}25R\ V}{\pi\ \varepsilon_0}$.
e) $2\pi\ \varepsilon_0\ R\ V^2$.

79. E.R. Dois condutores **A** e **B**, de capacitâncias $C_A = 1{,}0$ nF e $C_B = 4{,}0$ nF, estão eletrizados com cargas $Q_A = 6{,}0$ µC e $Q_B = 4{,}0$ µC. Colocam-se os dois condutores em contato, isolando-os após a separação. Determine:

a) o potencial de cada condutor antes do contato;
b) o potencial comum após o contato;
c) as cargas existentes em cada condutor após o contato.

Resolução:

a) Usando a definição de capacitância, temos:

$$C = \frac{Q}{\nu} \Rightarrow \nu = \frac{Q}{C}$$

Para o condutor **A**:

$$\nu_A = \frac{Q_A}{C_A} = \frac{6{,}0 \cdot 10^{-6}\ C}{1{,}0 \cdot 10^{-9}\ F}$$

$$\boxed{\nu_A = 6{,}0 \cdot 10^3\ V}$$

Para o condutor **B**:

$$\nu_B = \frac{Q_B}{C_B} = \frac{4{,}0 \cdot 10^{-6}}{4{,}0 \cdot 10^{-9}}$$

$$\boxed{\nu_B = 1{,}0 \cdot 10^3\ V}$$

b) O potencial comum de equilíbrio eletrostático é dado por:

$$\nu = \frac{Q_A + Q_B}{C_A + C_B}$$

Assim, temos:

$$\nu = \frac{6{,}0 \cdot 10^{-6} + 4{,}0 \cdot 10^{-6}}{1{,}0 \cdot 10^{-9} + 4{,}0 \cdot 10^{-9}} = \frac{10 \cdot 10^{-6}}{5{,}0 \cdot 10^{-9}}$$

$$\boxed{\nu = 2{,}0 \cdot 10^3\ V}$$

c) A carga existente nos condutores **A** e **B**, após o contato, é calculada por:

$$C = \frac{Q}{\nu} \Rightarrow Q = C\,\nu$$

Assim, para o condutor **A**:

$$Q'_A = C_A\,\nu$$

$$Q'_A = 1{,}0 \cdot 10^{-9} \cdot 2{,}0 \cdot 10^3$$

$$\boxed{Q'_A = 2{,}0\ \mu C}$$

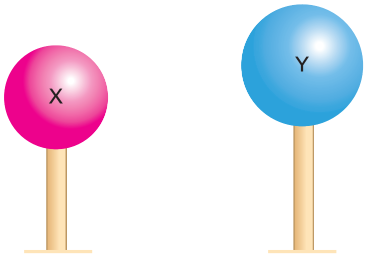
Para o condutor **B**, pode-se aplicar o **Princípio da Conservação das Cargas Elétricas**:

$$Q_A + Q_B = Q'_A + Q'_B$$

$$6{,}0\ \mu C + 4{,}0\ \mu C = 2{,}0\ \mu C + Q'_B$$

$$\boxed{Q'_B = 8{,}0\ \mu C}$$

80. (Uece) Considere duas esferas metálicas, **X** e **Y**, sobre suportes isolantes e carregadas positivamente.



A carga de **X** é **2Q** e a de **Y** é **Q**. O raio da esfera **Y** é o dobro do raio da esfera **X**. As esferas são postas em contato por meio de um fio condutor, de capacidade elétrica irrelevante, até ser estabelecido o equilíbrio eletrostático. Nessa situação, as esferas **X** e **Y** terão cargas elétricas, respectivamente, iguais a:

a) Q e 2Q.
b) 2Q e Q.
c) $\dfrac{3Q}{2}$ e $\dfrac{3Q}{2}$.
d) $\dfrac{Q}{2}$ e Q.

81. Dois condutores **A** e **B**, eletrizados com cargas $Q_A = 12$ µC e $Q_B = 9{,}0$ µC, têm potenciais $\nu_A = 300$ V e $\nu_B = 450$ V, respectivamente. Faz-se contato entre os condutores, após o qual eles são colocados a uma grande distância um do outro. Determine:

a) as capacitâncias dos condutores;
b) o potencial comum de equilíbrio eletrostático;
c) a carga de cada condutor após o contato.

82. Uma esfera condutora de raio $r_1 = 5$ cm está eletrizada com uma carga $Q_1 = 2 \cdot 10^{-9}$ C. Uma segunda esfera, de raio $r_2 = 10$ cm, inicialmente neutra, é colocada em contato com a primeira, sendo afastada em seguida. Determine:

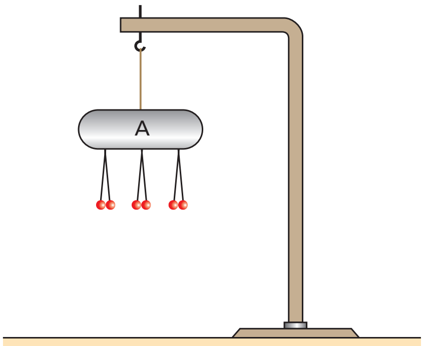
a) o potencial elétrico da primeira esfera antes do contato;
b) seu novo potencial elétrico após o contato com a segunda esfera.

Dado: constante eletrostática do meio $= 9 \cdot 10^9$ N m² C⁻².

14. Indução eletrostática

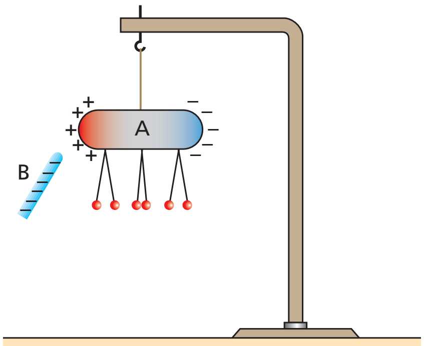
Apresentação do fenômeno

Considere o condutor **A**, neutro, representado a seguir.



As bolinhas e os fios que as mantêm presas ao corpo **A** são condutores. O fio que prende o corpo **A** ao suporte é isolante.

Agora, aproximamos de **A** um bastão **B**, eletrizado com carga negativa, sem que haja contato entre eles.



O condutor **A** passa, então, a apresentar características de eletrização em suas extremidades. É importante observar que, na região central, não existem indícios de eletrização.

O bastão **B**, cujas cargas criaram o campo elétrico que influenciou a separação de cargas no condutor **A**, recebe o nome de **indutor**. O condutor **A**, que foi influenciado, é denominado **induzido**.

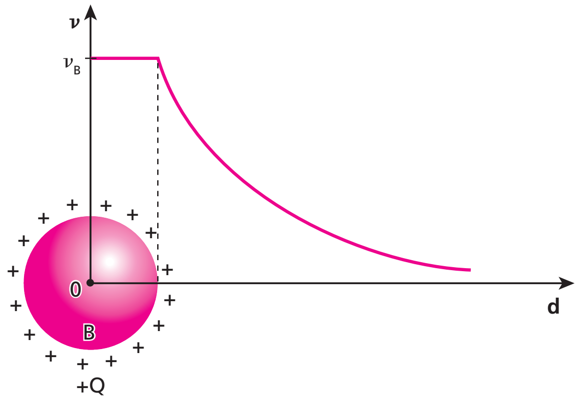
Assim:

> Denomina-se **indução** ou **influência eletrostática** o fenômeno que consiste na separação ou redistribuição de cargas em um corpo provocada por um campo elétrico criado por cargas existentes em outro corpo.

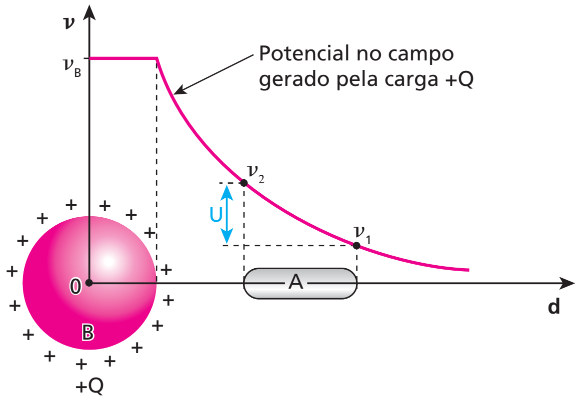
A indução eletrostática em um condutor neutro, como o condutor **A**, provoca o surgimento de cargas de mesmo módulo e de sinais opostos nas extremidades desse condutor. Lembremos que, em um condutor neutro, o número de prótons é igual ao de elétrons. Assim, para cada elétron que surge em uma das extremidades eletrizadas, existe, na outra, um próton que "fazia par" com ele.

Explicação do fenômeno da indução eletrostática

Para melhor entendimento, considere um condutor esférico maciço **B** eletrizado com carga positiva +Q e o campo elétrico criado em sua volta. A partir do centro desse condutor, o potencial varia com a distância, conforme a ilustração a seguir:



Imagine, agora, um condutor neutro e isolado **A** nas proximidades de **B:**

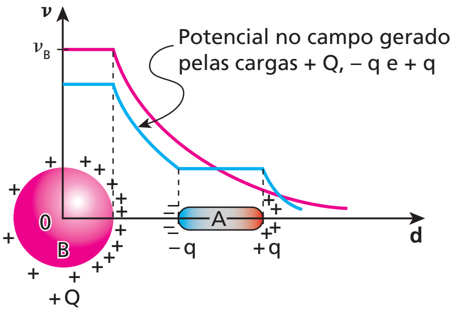


Note que existe uma diferença de potencial entre as extremidades do condutor **A**, determinada pela carga do condutor **B**. Assim, haverá um movimento de elétrons da direita para a esquerda no condutor **A**, pois os elétrons movimentam-se no sentido de potenciais crescentes.

Consequentemente, após um curto intervalo de tempo, a extremidade direita de **A** se apresentará eletrizada positivamente, enquanto a extremidade esquerda ficará eletrizada negativamente.

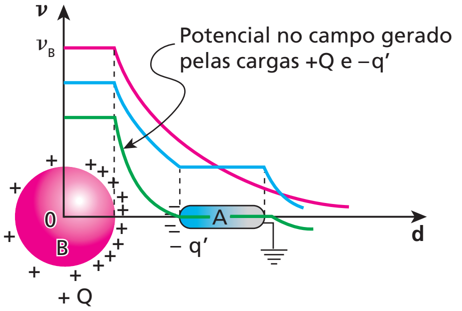
As cargas positivas da extremidade direita aumentam o potencial nesse local, enquanto os elétrons da esquerda diminuem o potencial nessa extremidade. O equilíbrio ocorre quando não há mais diferença de potencial (ddp) entre as extremidades do condutor **A**.

É importante observar a nova curva do potencial devido aos campos das cargas $+Q$, $-q$ e $+q$.

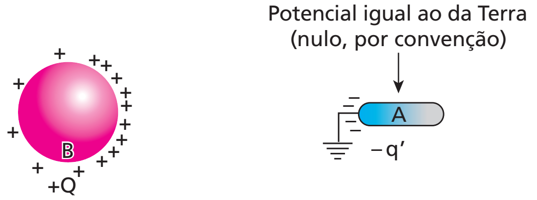


As cargas $-q$ e $+q$ que aparecem no induzido **A** são iguais em módulo, pois esse condutor continua neutro.

Ligando-se o induzido à Terra – cujo potencial é nulo, por convenção –, sobem elétrons para o condutor **A**, motivados pelo fato de o potencial desse condutor ser maior que o da Terra. À medida que esses elétrons da Terra vão subindo, o potencial do condutor **A** vai diminuindo, até anular-se. Temos, no final, uma carga total negativa – q' em **A**.



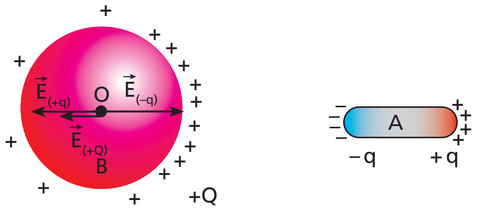
A ligação do induzido à terra pode ser feita em **qualquer** um de seus pontos, pois o que determina a subida dos elétrons **não é o ponto de ligação,** e sim o fato de o potencial do condutor ser maior que o da Terra.



Se o indutor estivesse eletrizado com carga negativa, o procedimento seria análogo ao desenvolvido.

Notas:

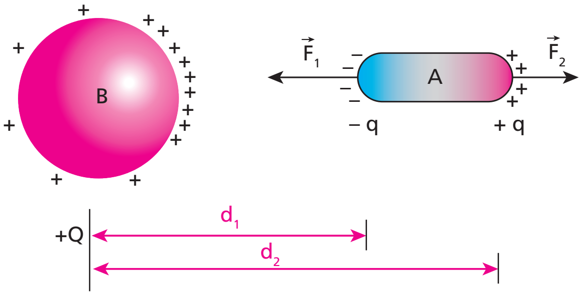
- Observe que o processo de indução eletrostática é mútuo, sendo a carga existente em **B** redistribuída devido à influência das cargas induzidas no condutor **A**. Essa redistribuição visa manter o campo elétrico nulo em seu interior.



No centro da esfera **B**, por exemplo, temos os campos elétricos criados pelas cargas $+q$ e $-q$, induzidas no condutor **A**. Sendo $|+q| = |-q|$, porém com $-q$ mais próxima do ponto **O**, centro da esfera **B**, tem-se $E_{(-q)} > E_{(+q)}$. Isso justifica uma concentração maior de cargas na face direita de **B**, para que exista um campo $\vec{E}_{(+Q)}$, agora não nulo, tal que:

$$\boxed{\vec{E}_{(+Q)} + \vec{E}_{(-q)} + \vec{E}_{(+q)} = \vec{0}}$$

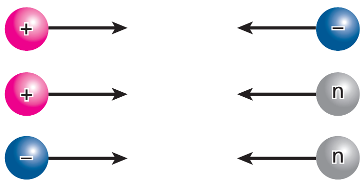
- Em virtude da indução eletrostática, induzido e indutor se atraem, mesmo antes da citada ligação à Terra. Isso ocorre porque a intensidade da força $\vec{F}_1$ que a carga indutora **Q** exerce sobre a carga $-q$ é maior que a intensidade da força $\vec{F}_2$, de repulsão sobre $+q$, pois a carga induzida $-q$ encontra-se mais próxima de **Q**.



$$d_1 < d_2 \Rightarrow \boxed{F_1 > F_2}$$

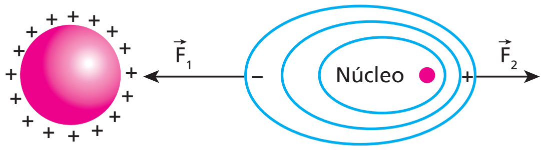
Como já vimos, para haver atração eletrostática entre dois corpos, **não é necessário estarem ambos eletrizados** com cargas de sinais opostos. Basta que apenas um deles esteja eletrizado, podendo o outro estar neutro.

Então, as possíveis atrações eletrostáticas entre dois corpos são:



- Se o induzido é de material isolante, o processo de indução continua ocorrendo, mas de maneira um pouco diferente.

No isolante, o indutor não provoca a efetiva separação das cargas, mas apenas um deslocamento da eletrosfera de cada átomo em relação ao núcleo. Isso polariza o isolante, de modo que a atração continua ocorrendo.



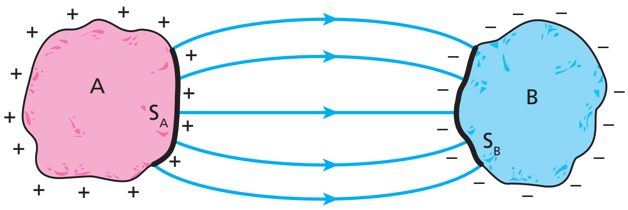
$F_1 > F_2$

Mais detalhes sobre polarização de isolantes serão vistos em **Capacitores**, no Tópico 4 de **Eletrodinâmica**.

Elementos correspondentes

Considere dois condutores **A** e **B**, eletrizados com cargas de sinais opostos. Imagine uma superfície S_A, de **A**, tal que o tubo de força determinado pelo contorno das linhas de força intercepte, sobre **B**, uma superfície S_B.

As superfícies S_A e S_B, interligadas pelo mesmo tubo de força, são denominadas **elementos correspondentes**. Nessas superfícies, as cargas existentes são iguais em módulo.



As cargas elétricas encontradas em elementos correspondentes são iguais em módulo, mas de sinais opostos.

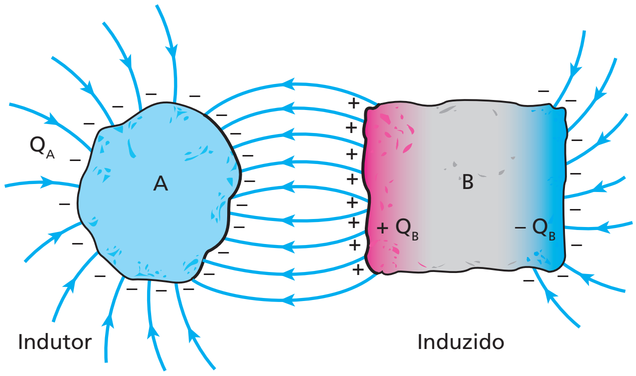
A demonstração desse fato encontra-se no Apêndice do Tópico 2 da Parte I deste volume.

Tipos de indução eletrostática

Apesar de ocorrer indução também entre condutores eletrizados, costuma-se dar mais ênfase ao caso em que um deles está neutro, ficando apenas o outro eletrizado. Quando isso ocorre, temos duas situações a considerar: **indução parcial** e **indução total**.

- **Indução parcial**

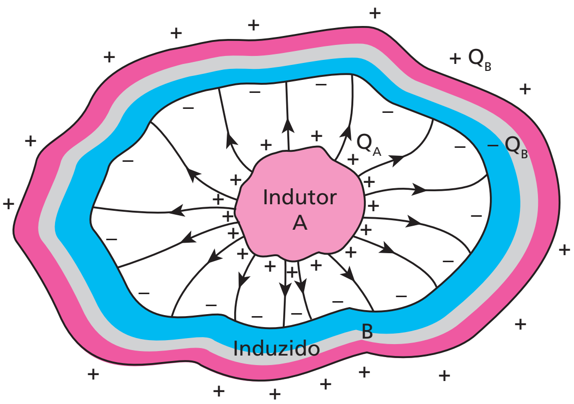
A indução eletrostática é dita **parcial** quando o módulo da carga indutora é maior que o módulo da carga induzida.



$$|Q_A| > |Q_B|$$

- **Indução total**

A indução **total** ocorre somente quando todas as linhas de força que "nascem" no indutor terminam no induzido ou vice-versa. Normalmente, isso ocorre quando o indutor é totalmente envolvido pelo induzido.



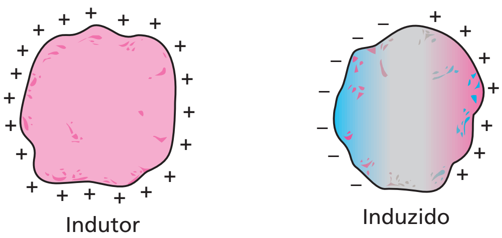
$$|Q_A| = |-Q_B| = |+Q_B|$$

Eletrização por indução

Como vimos no Tópico 1, o processo de eletrização por indução é realizado em três etapas:

1ª etapa:

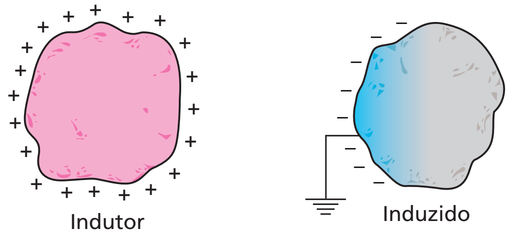
Aproxima-se do condutor neutro que se quer eletrizar (induzido) um outro corpo eletrizado (indutor). O sinal da carga do indutor deve ser oposto ao da carga que se deseja obter no induzido.



2ª etapa:

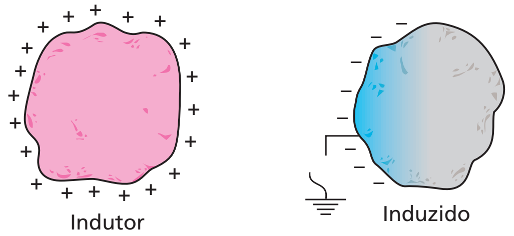
Liga-se o induzido à Terra ou a outro condutor neutro. A ligação pode ser feita em qualquer ponto do induzido.

Com a ligação, aparecerão no induzido cargas de sinal contrário ao da carga do indutor.

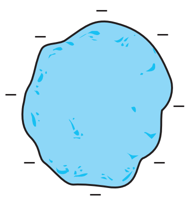


3ª etapa:

Na presença do indutor, desliga-se o induzido da terra.

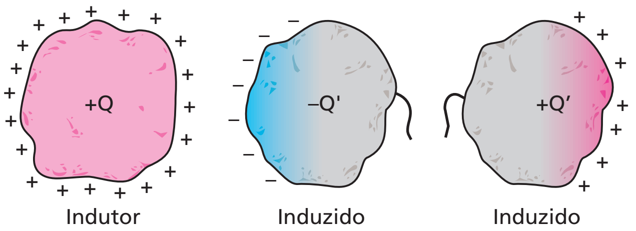


Levando o indutor para longe do induzido, já eletrizado, as cargas deste se distribuem pela sua superfície externa.



Nota:

- Se na 2ª etapa o induzido fosse ligado a outro condutor neutro, e não à terra, teríamos dois condutores eletrizados com cargas de igual módulo, porém de sinais opostos.



$$|+Q| > |-Q'| = |+Q'|$$

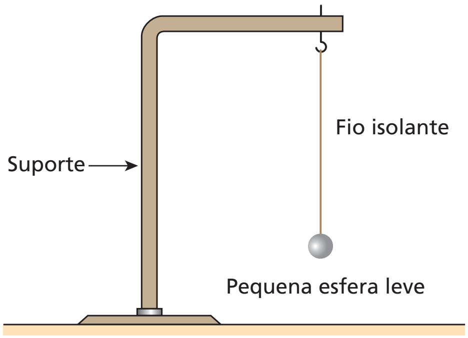
Eletroscópio

Para saber se determinado corpo está ou não eletrizado, sem alterar sua possível carga, podemos usar um aparelho denominado **eletroscópio**.

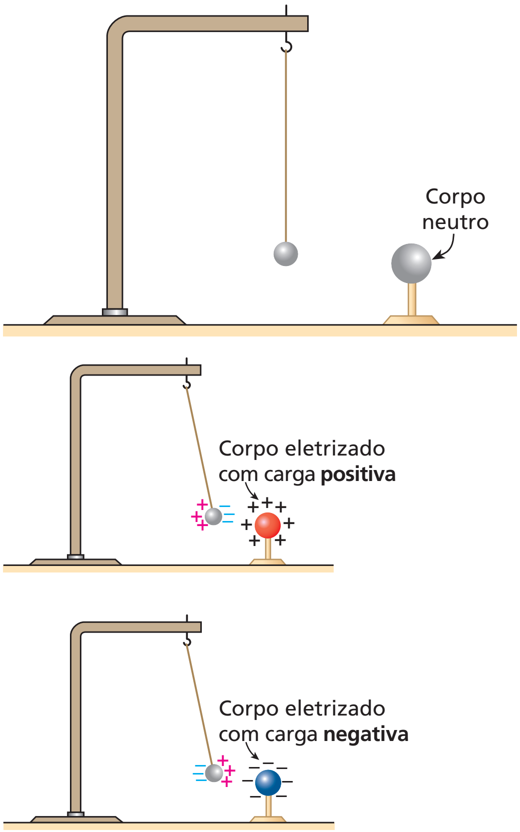
Existem vários tipos de eletroscópio, porém os mais usados são o **pêndulo eletrostático** e o **eletroscópio de folhas**.

- **Pêndulo eletrostático**

O pêndulo eletrostático é constituído de uma pequena esfera de material leve, como cortiça ou isopor, suspensa por um fio leve, flexível e isolante. Essa esfera costuma ser envolvida por uma folha fina de alumínio. O ideal seria usar uma folha fina de ouro.



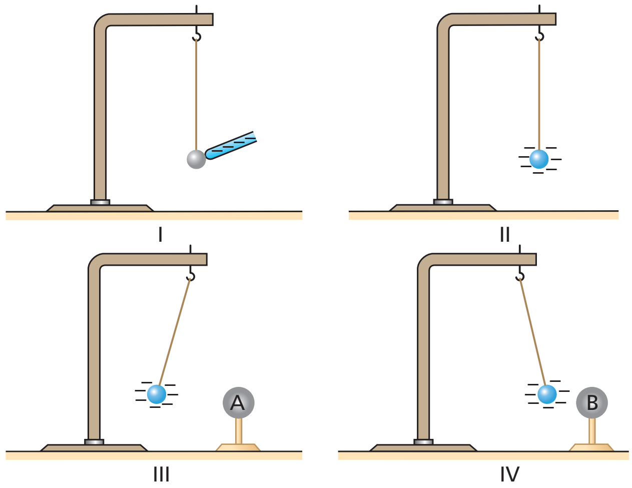
Estando inicialmente neutra, essa pequena esfera não interage eletricamente com um corpo neutro, mas será atraída por indução se aproximarmos dela um corpo eletrizado, como mostrado adiante.



Esse simples procedimento é capaz de detectar a existência ou não de carga no corpo, mas ainda não é capaz de especificar o sinal dessa carga.

Suponhamos que tenha sido constatado, por meio do método descrito, que determinado corpo está eletrizado. Queremos, agora, identificar o sinal de sua carga. Para tanto, tomemos outro corpo, eletrizado com carga de sinal conhecido, e o encostemos na esfera do pêndulo a fim de eletrizá-la com carga de sinal conhecido.

Assim, se houver atração quando aproximarmos da esfera pendular um corpo eletrizado qualquer, é porque o sinal de sua carga é oposto ao da esfera. Já a ocorrência de repulsão indicará que o sinal da carga do corpo é igual ao da carga da esfera.

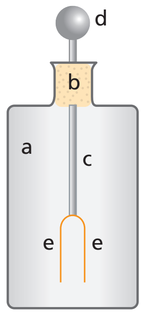


A sequência mostra o procedimento do uso do pêndulo eletrostático para se descobrir o sinal da carga elétrica de um corpo eletrizado.

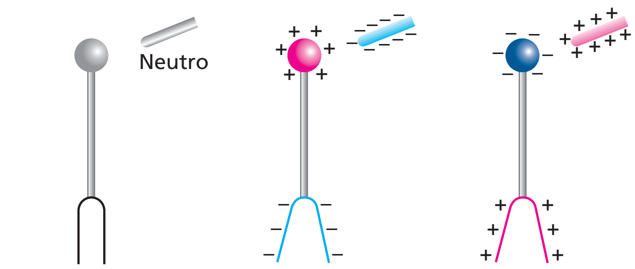
I. Eletriza-se a esfera do pêndulo com carga de sinal conhecido. No exemplo, foi usada carga negativa.
II. A esfera do pêndulo já está eletrizada.
III. Se a esfera é repelida quando aproximamos dela um corpo eletrizado, podemos concluir que esse corpo está eletrizado com carga de sinal igual ao da esfera. Na figura III, o corpo **A** possui carga elétrica negativa.
IV. Se a esfera é atraída quando aproximamos dela um corpo eletrizado, podemos concluir que esse corpo está eletrizado com carga de sinal oposto ao da esfera. Na figura IV, o corpo **B** possui carga elétrica positiva.

- **Eletroscópio de folhas**

Esse dispositivo consiste em um recipiente transparente (vidro ou plástico), que nos permita ver seu interior (**a**), e provido de uma abertura na qual é fixado um tampão de material isolante (**b**) (borracha ou cortiça). No centro do tampão, existe um orifício pelo qual passa uma haste metálica (**c**). Na extremidade externa dessa haste, é fixada uma esfera condutora (**d**) e, na interna, são suspensas, lado a lado, duas folhas metálicas (**e**) extremamente finas. Essas folhas devem ser, de preferência, de ouro, pois com esse material pode-se obter lâminas de até 10^{-3} mm de espessura. Na falta de ouro, entretanto, pode-se usar alumínio.



Para verificar se um corpo está ou não eletrizado, basta aproximá-lo da esfera do eletroscópio sem que haja contato entre eles. Se o corpo estiver neutro, nada ocorrerá no eletroscópio, mas, se estiver eletrizado, a esfera ficará, por indução, carregada com carga de sinal oposto ao da carga desse corpo. As lâminas localizadas na outra extremidade, por sua vez, se eletrizarão com cargas de mesmo sinal que a do corpo. Isso provocará repulsão entre elas, fazendo com que se afastem uma da outra.



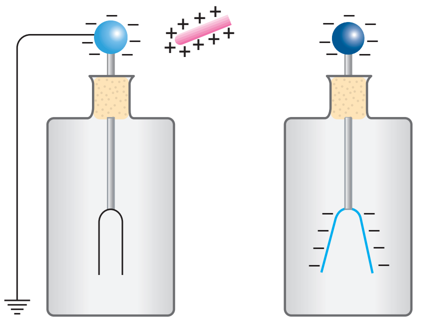
Eletroscópio fora da influência de cargas.

Eletroscópio sob a influência de carga negativa.

Eletroscópio sob a influência de carga positiva.

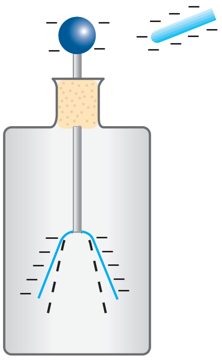
Note que, por meio do processo descrito, saberemos apenas se o corpo está ou não eletrizado, mas não identificaremos o sinal de sua carga. Para essa identificação, deveremos ligar a esfera do eletroscópio à Terra e aproximar, dessa esfera, um corpo com carga de sinal conhecido. Devido à ligação com a Terra, a esfera fica eletrizada com carga de sinal oposto ao da carga do corpo. Em seguida, desligamos a esfera da terra e afastamos o corpo.

Sabemos, agora, que o eletroscópio está eletrizado com carga de sinal conhecido, que, no caso do exempo ilustrado a seguir, é **negativo**.

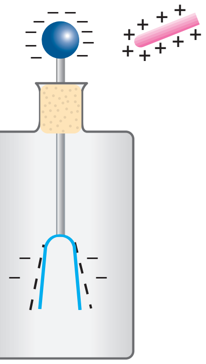


Quando aproximamos da esfera do eletroscópio um corpo eletrizado com carga de sinal desconhecido, temos duas situações possíveis:

1ª) Se o corpo estiver eletrizado com carga de mesmo sinal que o da existente no eletroscópio (negativo), as folhas se afastarão ainda mais, já que outros elétrons livres, que se encontravam na esfera, serão deslocados para as lâminas.



2ª) Se o corpo estiver eletrizado com carga de sinal oposto ao da existente no eletroscópio (positivo), as folhas se aproximarão, já que durante sua aproximação alguns de seus elétrons subirão para a esfera do eletroscópio.



GIPhotoStock/Photo Researchers/DIOMEDIA

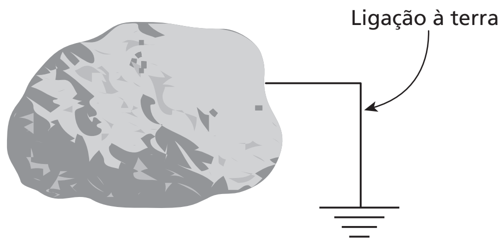
Eletroscópio utilizado em laboratórios de Física.

15. O potencial da terra

A atmosfera terrestre é permanentemente ionizada por raios cósmicos, radiações ultravioleta, chamas de fogos e materiais radioativos existentes na crosta. Isso faz com que nela predominem as cargas positivas, num valor estimado em $+ 6 \cdot 10^5$ C, e que na superfície terrestre haja uma distribuição de cargas negativas de igual valor absoluto.

Essas duas distribuições de carga – a da crosta e a da atmosfera – determinam, num ponto da terra, um potencial que, a rigor, é negativo. Como, no entanto, esse potencial é utilizado como referência, atribui-se a ele o valor zero. Portanto, o potencial de um corpo em relação à terra é a diferença de potencial (ddp) entre ele e a terra.

A seguir, temos a representação simbólica de um corpo ligado à terra:



Por convenção:

$$\nu_{terra} = 0$$

Woody Lawton Rick

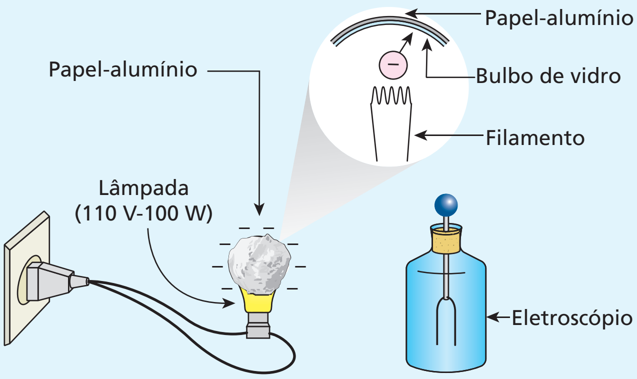
O aterramento da caixa de entrada de energia elétrica é feito para evitar que pessoas tomem choques elétricos, caso uma das fases entre em contato com a caixa. O fio-terra passa por dentro do cano plástico **A** que o protege. Uma das pontas desse fio está ligada na caixa metálica **C** e a outra está ligada em **B**, que é uma das extremidades de uma haste metálica enterrada.

Leitura

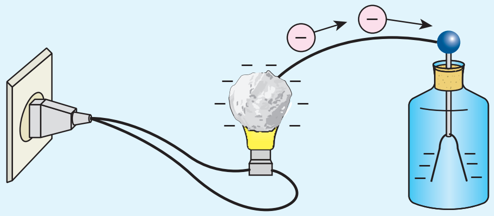
Emissão termoelétrica

Sabemos que os metais são bons condutores de eletricidade por possuírem elétrons livres. Quando aplicamos uma diferença de potencial entre dois pontos de um corpo metálico, esses elétrons livres tendem a sair das órbitas externas de seus átomos movendo-se em busca de locais onde o potencial é maior. Em temperatura ambiente, esses elétrons não possuem energia suficiente para escapar das forças de atração que os mantêm na superfície do corpo. Porém se esse metal é bastante aquecido, como nos filamentos de uma lâmpada incandescente (de 2000 K a 7000 K), alguns elétrons adquirem energia suficiente para serem ejetados ao encontro de uma superfície próxima.

Um experimento que comprova esse fenômeno pode ser realizado utilizando-se uma lâmpada incandescente de valores nominais 110 V-100 W, um pedaço de papel-alumínio e um eletroscópio.

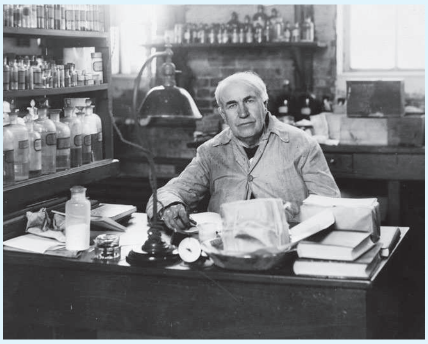


Inicialmente, cobre-se uma parte do bulbo da lâmpada com o papel-alumínio e liga-se a lâmpada à tomada.



Em seguida, conectamos o eletroscópio à superfície do papel-alumínio. Observar-se-á que as lâminas do eletroscópio se afastam, comprovando a existência de cargas elétricas nessa superfície.

Keystone/Getty Images



Fotografia de Thomas Alva Edison. Quando morreu, Edison deixou mais de mil invenções, algumas das quais mudaram a forma de viver de grande parte da humanidade.

Esse fenômeno é chamado também de **efeito Edison** por ter sido descoberto, em 1883, pelo cientista norte-americano Thomas Alva Edison (1847-1931). Edison detectou a existência de cargas elétricas emitidas pelo filamento de uma lâmpada, porém não sabia se essas cargas eram elétrons, já que somente em 1897 o físico inglês J. J. Thompson (1856--1940) propôs o modelo de carga elétrica que foi denomindada **elétron**.

Thomas Edison desenvolveu a primeira lâmpada incandescente que podia ser comercializada (1879), seu filamento era feito de carbono.

A partir do fenômeno observado por Thomas Edison, muitos estudiosos puderam desenvolver experimentos benéficos para a humanidade. É o caso, por exemplo, do engenheiro eletrônico e físico britânico John Ambrose Fleming (1849-1945), que, em 1904, inventou e patenteou uma válvula termoiônica que daria início à Eletrônica. Ela possibilitou a construção de rádios, radares e televisores que revolucionaram as transmissões de ondas eletromagnéticas que “levavam” sons e imagens.

Cuidado, os raios podem “cair” mais de uma vez no mesmo local

O edifício Empire State Building (em Nova York, EUA) é atingido, em média, por dez raios ao ano, enquanto a torre Eiffel (em Paris, França), por quarenta. O número médio de raios no planeta Terra é de 8 milhões/dia.

Os raios são descargas elétricas que ocorrem entre o solo e as nuvens. Essa movimentação de cargas elétricas é proporcionada pela diferença de potencial (ddp) existente, naquele momento, entre uma nuvem e um local no solo (de 100 milhões a 1 bilhão de volts).

Nas nuvens que se formam, precedendo uma tempestade, minúsculos cristais de gelo ficam à deriva, colidindo entre si, ocorrendo a sua ionização. As partículas, então eletrizadas, são deslocadas por grandes movimentações de massas de ar ascendentes e descendentes. Essas cargas se espalham em três camadas. Na parte superior, encontramos muitas cargas positivas (quase 90% das positivas); na parte intermediária, muitas cargas negativas; e, na parte inferior, poucas cargas positivas (quase 10% das positivas). Geralmente o raio inicia-se entre a região intermediária e a inferior. Um conjunto de faíscas entre essas regiões realiza uma ionização do ar, tornando-o condutor. Como o solo torna-se eletrizado por indução, provocando a tensão citada acima, uma corrente de elétrons busca o solo. A descarga inicial ocorre entre a nuvem e o solo porque a distância entre essas regiões (aproximadamente 3 000 m) é muito menor que a distância entre a parte inferior e a superior da nuvem (aproximadamente 20 000 m). Aberto o caminho, as descargas ocorrerão entre solo e nuvem, conforme descrito na leitura que você encontra no final da teoria do Bloco 2 do Tópico 2.

Estima-se que, anualmente, 100 milhões de descargas elétricas ocorram no Brasil. A grande maioria, na Amazônia. Nas cidades, a poluição, que mantém muitas partículas em suspensão no ar, pode facilitar tais descargas. Por isso, é sempre conveniente existir um para-raios nas proximidades do local onde se mora ou trabalha. Os para-raios são caminhos seguros para as descargas elétricas, evitando a ocorrência de fatos desagradáveis que possam colocar as nossas vidas em perigo.

A luz emitida pela ionização das partículas do ar por onde as descargas elétricas (raios) passam é denominada **relâmpago**. Já o som emitido pela brusca expanção do ar ionizado é chamado de **trovão**.

Cuidados em caso de tempestade com alto índice de descargas

Taxi/Getty Images

Raio iluminando o céu noturno da cidade do Rio de Janeiro, vendo-se ao fundo, à esquerda, o Morro Dois Irmãos.

Se você estiver fora de casa:

- evite ser o ponto mais alto da região onde você se encontra;
- evite campos abertos;
- não se aproxime dos pontos mais altos;
- afaste-se de bons condutores de eletricidade: canos de água, postes, antenas etc.

Se você estiver em casa (a melhor opção):

- afaste-se de bons condutores de eletricidade: canalizações metálicas, telefones etc.;
- não tome banho (lembre-se de que a água que sai do chuveiro é uma solução iônica — condutora de eletricidade);
- não use eletrodomésticos;
- desligue o telefone (se a trovoada for intensa, desligue a energia no quadro geral).

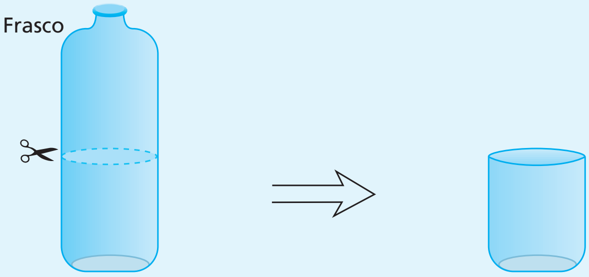
Se você vive em uma zona de tempestades frequentes, contrate um técnico especializado para instalar um para-raios em sua residência.

Faça você mesmo

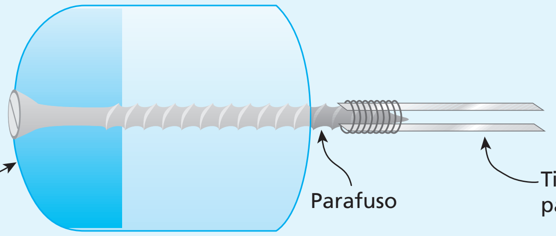
Eletroscópio

Você pode construir um eletroscópio muito simples, usando, por exemplo, um frasco plástico de detergente ou de refrigerante, um parafuso metálico longo e duas tiras estreitas de papel-alumínio, de uns 5 centímetros de comprimento cada uma.

Para isso, corte o frasco como sugere a figura. Utilize a parte do fundo para montar o eletroscópio e reserve a parte superior para posterior reutilização ou reciclagem.



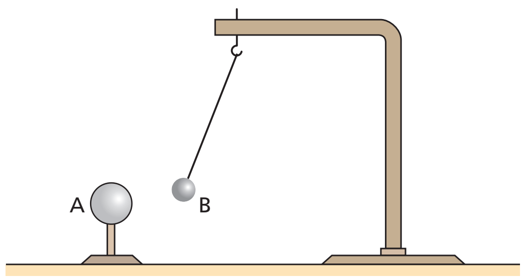
Introduza, então, o parafuso na base dessa peça plástica e amarre as tiras de papel-alumínio na ponta do parafuso, de modo que uma fique bem próxima da outra:



Aproxime da cabeça do parafuso um corpo eletrizado (uma caneta atritada em sua roupa, por exemplo) e você observará que as tiras de papel-alumínio se separam.

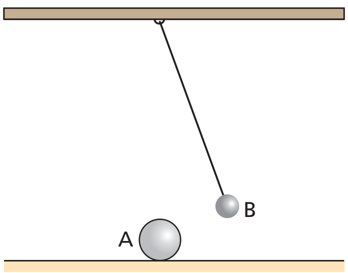
Exercícios — nível 1

83. Uma pequena esfera de isopor **B**, recoberta por uma fina lâmina de alumínio, é atraída por outra esfera condutora **A**. Tanto **A** como **B** estão eletricamente isoladas.



Tal experimento permite afirmar que:
a) a esfera **A** possui carga positiva.
b) a esfera **B** possui carga negativa.
c) a esfera **A** não pode estar neutra.
d) as cargas elétricas existentes em **A** e **B** têm sinais opostos.
e) a esfera **B** pode estar neutra.

84. Na figura a seguir, **A** é uma esfera condutora e **B** é uma pequena esfera de isopor, ligada a um fio flexível.



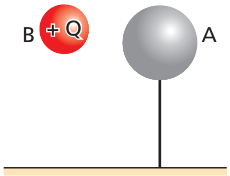
Supondo que a situação indicada seja de equilíbrio, analise as afirmativas a seguir:
I. É possível que somente a esfera **B** esteja eletrizada.
II. As esferas **A** e **B** devem estar eletrizadas.
III. A esfera **B** pode estar neutra, mas a esfera **A** certamente está eletrizada.

Para a resposta, utilize o código:
a) A afirmação I está correta.
b) Somente a afirmação II está correta.
c) As afirmações II e III estão corretas.
d) Somente a afirmação III está correta.
e) Todas as afirmações estão corretas.

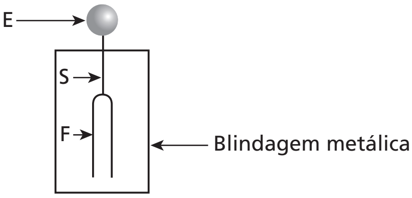
85. (PUC-SP) Tem-se três esferas metálicas **A**, **B** e **C**, inicialmente neutras. Atrita-se **A** com **B**, mantendo-se **C** a distância. Sabe-se que, nesse processo, **B** ganha elétrons e que, logo após, as esferas são afastadas uma da outra de uma grande distância. Um bastão eletrizado positivamente é aproximado de cada esfera, sem tocá-las. Podemos afirmar que haverá atração:
a) apenas entre o bastão e a esfera **B**.
b) entre o bastão e a esfera **B** e entre o bastão e a esfera **C**.
c) apenas entre o bastão e a esfera **C**.
d) entre o bastão e a esfera **A** e entre o bastão e a esfera **B**.
e) entre o bastão e a esfera **A** e entre o bastão e a esfera **C**.

86. Em um experimento de eletrização por indução, dispõe-se de duas esferas condutoras iguais e neutras, montadas sobre bases isolantes, e de um bastão de vidro carregado negativamente. Os itens de I a IV referem-se a operações que visam eletrizar as esferas por indução.
I. Aproximar o bastão de uma das esferas.
II. Colocar as esferas em contato.
III. Separar as esferas.
IV. Afastar o bastão.
Qual é a opção que melhor ordena as operações?
a) I, II, IV, III.
b) III, I, IV, II.
c) IV, II, III, I.
d) II, I, IV, III.
e) II, I, III, IV.

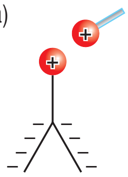
87. (Fuvest-SP) Duas esferas metálicas **A** e **B** estão próximas uma da outra. A esfera **A** está ligada à terra, cujo potencial é nulo, por um fio condutor. A esfera **B** está isolada e carregada com carga $+Q$. Considere as seguintes afirmações:
I. O potencial da esfera **A** é nulo.
II. A carga total da esfera **A** é nula.
III. A força elétrica total sobre a esfera **A** é nula.
Está correto apenas o que se afirma em:
a) I.
b) I e II.
c) I e III.
d) II e III.
e) I, II e III.

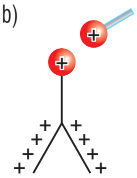


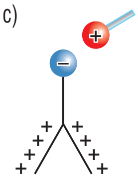
Instruções para as questões de números **88** e **89**.
A figura a seguir representa um eletroscópio de folhas, inicialmente descarregado. A esfera **E**, o suporte **S** e as folhas **F** são metálicos.

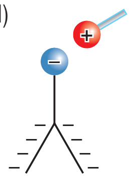


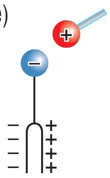
88. (FCMSC-SP) Uma esfera metálica positivamente carregada é aproximada, sem encostar, da esfera do eletroscópio. Em qual das seguintes alternativas melhor se representa a configuração das folhas do eletroscópio e suas cargas enquanto a esfera positiva estiver perto de sua esfera?

a) 

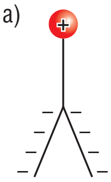
b) 

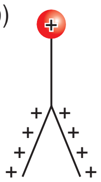
c) 

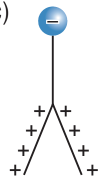
d) 

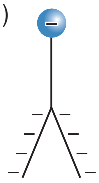
e) 

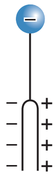
89. (FCMSC-SP) Uma esfera metálica, positivamente carregada, encosta na esfera do eletroscópio e, em seguida, é afastada. Qual das seguintes alternativas melhor representa a configuração das folhas do eletroscópio e suas cargas depois que isso acontece?

a) 

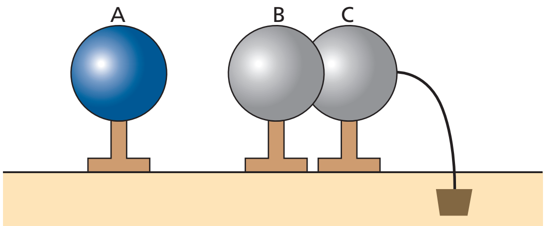
b) 

c) 

d) 

e) 

90. (Fuvest-SP) Três esferas metálicas iguais, **A**, **B** e **C**, estão apoiadas em suportes isolantes, tendo a esfera **A** carga elétrica negativa. Próximas a ela, as esferas **B** e **C** estão em contato entre si, sendo que **C** está ligada à terra por um fio condutor, como representado na figura.

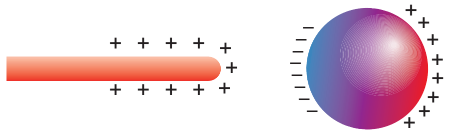


A partir dessa configuração, o fio é retirado e, em seguida, a esfera **A** é levada para muito longe. Finalmente, as esferas **B** e **C** são afastadas uma da outra. Após esses procedimentos, as cargas das três esferas satisfazem as relações:
a) $Q_A < 0 \quad Q_B > 0 \quad Q_C > 0$
b) $Q_A < 0 \quad Q_B = 0 \quad Q_C = 0$
c) $Q_A = 0 \quad Q_B < 0 \quad Q_C < 0$
d) $Q_A > 0 \quad Q_B > 0 \quad Q_C = 0$
e) $Q_A > 0 \quad Q_B < 0 \quad Q_C > 0$

Exercícios

nível 2

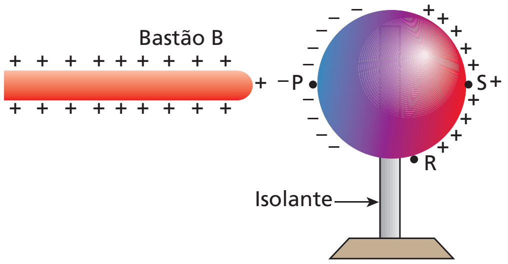
91. O professor de Física descreveu um interessante experimento para os alunos do último ano do Ensino Médio. Ele disse que, se atritarmos um bastão de vidro com lã, o bastão irá eletrizar-se com carga positiva. Ao aproximar o bastão eletrizado de uma esfera metálica, inicialmente neutra, vamos observar o fenômeno da indução eletrostática. Alguns "pares" elétron-próton se separam, ocorrendo um excesso de elétrons na face próxima do bastão e um excesso de prótons na face oposta da esfera. A situação final é mostrada na figura a seguir.



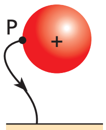
A partir dessa explanação, o professor fez algumas perguntas aos alunos.

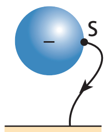
1) No atrito, o bastão de vidro fica mesmo eletrizado positivamente? Explique.
2) O que provoca a separação dos "pares" elétron-próton? Explique.
3) Como fica a intensidade do vetor campo elétrico no interior da esfera após a indução?
4) Como fica o valor do potencial elétrico no interior da esfera após a indução?

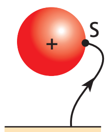
92. (Fuvest-SP) Quando se aproxima um bastão **B**, eletrizado positivamente, de uma esfera metálica isolada e inicialmente descarregada, observa-se a distribuição de cargas representada na figura.

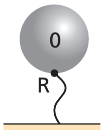


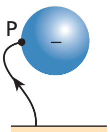
Mantendo o bastão na mesma posição, a esfera é conectada à terra por um fio condutor que pode ser ligado a um dos pontos **P**, **R** ou **S** da superfície da esfera. Indicando por (→) o sentido do fluxo transitório (**ϕ**) de elétrons (se houver) e por (+), (–) ou (0) o sinal da carga final (**Q**) da esfera, o esquema que representa **ϕ** e **Q** é:

a)


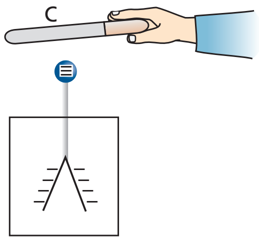
b)


c)


d)


e)


93. A figura a seguir representa um eletroscópio carregado negativamente.

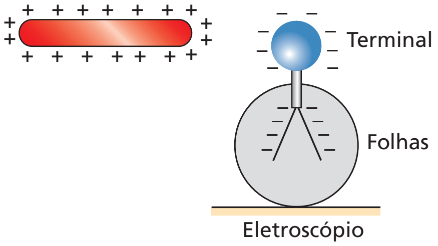


Pode-se afirmar que, aproximando-se do eletroscópio um corpo **C** carregado:

a) positivamente, as lâminas se afastam.
b) positivamente, as lâminas não se alteram.
c) negativamente, as lâminas se aproximam.
d) negativamente, as lâminas se afastam.

94. Durante uma aula de Física, o professor apresentou aos alunos um bastão metálico e um eletroscópio de folhas. Após várias demonstrações, o mestre estabeleceu a discussão de um procedimento experimental.

Disse ele: "Vamos eletrizar o bastão com carga $+Q$ e o eletroscópio com carga $-Q$. Agora vou fazer quatro afirmativas que podem ocorrer, e cada grupo deve discutir e escrever em uma folha de papel se cada uma delas é verdadeira ou falsa, justificando cada resposta".



I) Antes de aproximarmos o bastão da esfera do eletroscópio, já existe carga negativa nas folhas.
II) À medida que o objeto se aproxima do eletroscópio, as folhas vão se abrindo além do que já estavam.
III) À medida que o objeto se aproxima, as folhas permanecem como estavam.
IV) Se o objeto tocar o terminal externo (esfera) do eletroscópio, as folhas devem necessariamente se fechar.

95. E.R. No interior de uma esfera metálica oca, isolada, de raio interno de 60 cm e externo de 80 cm e eletrizada com carga $Q = +8{,}0\ \mu C$, é colocada, concentricamente com ela, outra esfera condutora, de 20 cm de raio, eletrizada com carga $q = -4{,}0\ \mu C$. Atingido o equilíbrio eletrostático, determine:

a) as cargas elétricas nas superfícies interna e externa da esfera oca;
b) a intensidade do campo elétrico num ponto **A** distante 40 cm do centro das esferas;
c) a intensidade do campo elétrico num ponto **B** distante 70 cm do centro das esferas;
d) a intensidade do campo elétrico num ponto **C** distante 100 cm do centro das esferas.

Dado: constante eletrostática do meio: $K = 1{,}0 \cdot 10^{10}\ N\ m^2\ C^{-2}$.

Resolução:

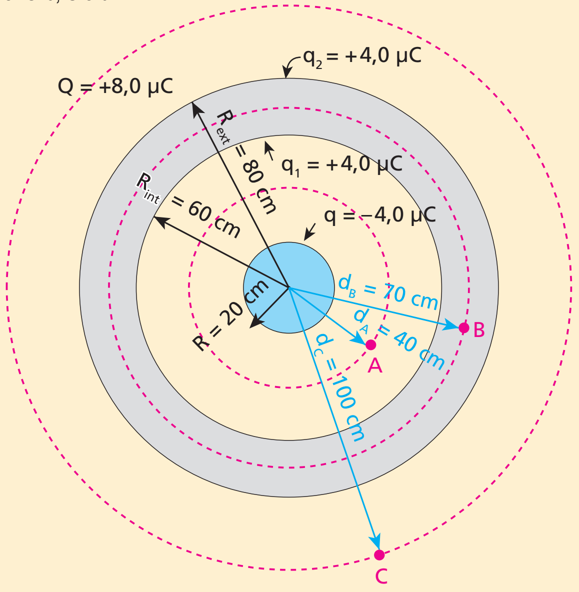
a) A esfera menor, de carga $q = -4,0\ \mu C$, está totalmente envolvida pela esfera oca. Assim, **por indução total**, a carga induzida na superfície interna da esfera oca é:

$$\boxed{q_1 = -q = +4,0\ \mu C}$$

A soma da carga q_2, distribuída na superfície externa da esfera oca, com a carga q_1, distribuída na superfície interna da esfera oca, deve ser igual à carga total $Q = +8,0\ \mu C$ dessa esfera. Então:

$$q_1 + q_2 = Q \Rightarrow +4,0\ \mu C + q_2 = +8,0\ \mu C \Rightarrow \boxed{q_2 = +4,0\ \mu C}$$

Esses resultados estão representados na figura a seguir, em que também estão indicados os pontos **A**, **B** e **C** referentes aos itens **b**, **c** e **d**.



b) O ponto **A** é externo à esfera menor, porém interno à esfera maior. Assim, o campo, nesse ponto, é devido apenas às cargas da esfera menor. Logo, sua intensidade é dada por:

$$E_A = K\frac{|q|}{d_A^2}$$

Sendo:

$$q = -4,0\ \mu C,$$
$$d_A = 40\ cm = 0,40\ m,$$
$$K = 1,0 \cdot 10^{10}\ N\ m^2\ C^{-2},$$

temos:

$$E_A = 1,0 \cdot 10^{10} \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-6}}{(0,40)^2}$$

$$\boxed{E_A = 2,5 \cdot 10^5\ N/C}$$

c) O ponto **B** está no interior do metal da esfera maior. Assim, o campo resultante nesse ponto é nulo, pois se trata de um ponto interno a um material condutor em equilíbrio eletrostático.

Então: $\boxed{E_B = 0}$

d) Para o cálculo do campo elétrico num ponto externo à esfera maior, tudo se passa como se a carga total, dada pela soma algébrica das cargas das esferas, estivesse no centro comum das esferas. Assim, temos:

$$E_C = K\frac{|q_1 + q_2 + q|}{d_C^2} = K\frac{|Q + q|}{d_C^2}$$

Substituindo os valores fornecidos, obtemos:

$$E_C = 1,0 \cdot 10^{10} \cdot \frac{|8,0 \cdot 10^{-6} - 4,0 \cdot 10^{-6}|}{1^2}$$

$$\boxed{E_C = 4,0 \cdot 10^4\ N/C}$$

Nota:

- Você pode determinar a intensidade do campo elétrico nos pontos **A**, **B** e **C** de um modo prático, justificado pelo Teorema de Gauss, apresentado no Apêndice do Tópico 2.
  Para isso:

— pelos pontos considerados, trace superfícies esféricas concêntricas com os condutores (tracejadas em vermelho na figura do item **a**);

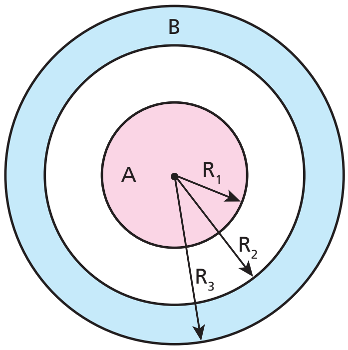
— para cada ponto, determine a carga, $Q_{interna}$, no interior da superfície esférica que passa por ele;

— use, para cada ponto:

$$E = K\frac{|Q_{interna}|}{d^2}$$

em que **d** é a distância do ponto ao centro das esferas. **Verifique!**

96. Na figura abaixo, estão representados dois condutores esféricos **A** e **B**, concêntricos:



Os raios indicados medem: $R_1 = 30$ cm; $R_2 = 60$ cm; $R_3 = 90$ cm.
Suas cargas valem:

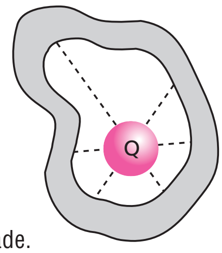
$$Q_A = +1,6\ \mu C \quad e \quad Q_B = -6,0\ \mu C$$

Determine a intensidade do campo elétrico no ponto:

a) **M**, distante 40 cm do centro das esferas;
b) **N**, distante 80 cm do centro das esferas;
c) **S**, distante 120 cm do centro das esferas.

Use, como constante eletrostática do meio, o valor $9,0 \cdot 10^9\ N\ m^2\ C^{-2}$.

97. (ITA-SP) A figura representa um condutor oco e um outro condutor de forma esférica dentro da cavidade do primeiro, ambos em equilíbrio eletrostático. Sabe-se que o condutor interno tem carga total + Q.



Podemos afirmar que:

a) não há campo elétrico dentro da cavidade.
b) as linhas de força dentro da cavidade são retas radiais em relação à esfera, como na figura.
c) a carga na superfície interna do condutor oco é – Q e as linhas de força são perpendiculares a essa superfície.
d) a carga na superfície interna do condutor oco é – Q e as linhas de força tangenciam essa superfície.
e) não haverá diferença de potencial entre os dois condutores se a carga do condutor oco também for igual a **Q**.

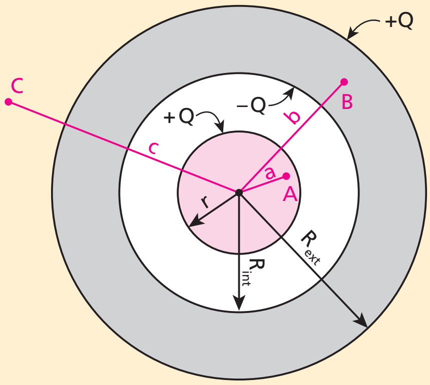
98. E.R. Uma esfera condutora de raio r = 30 cm e eletrizada com carga Q = 12 nC encontra-se no interior de uma esfera oca, condutora e neutra, cujos raios interno e externo medem $R_{int} = 60$ cm e $R_{ext} = 90$ cm. Sendo $K = 9{,}0 \cdot 10^9$ N m² C⁻² e sabendo que as esferas são concêntricas, determine:

a) os potenciais elétricos nos pontos **A**, **B** e **C**, distantes, respectivamente, a = 20 cm, b = 80 cm e c = 100 cm do centro das esferas;

b) a carga elétrica adquirida pela esfera oca se for ligada à terra (potencial nulo).

Resolução:

a) A figura a seguir representa as esferas e os pontos **A**, **B** e **C**:



Por indução total, a carga na superfície interna da esfera oca é – Q. Como essa esfera é neutra, a carga em sua superfície externa tem de ser + Q. Devemos lembrar que o potencial criado por uma superfície esférica de raio **R**, uniformemente eletrizada com carga **Q**, é o mesmo $\left(\frac{KQ}{R}\right)$ tanto nos pontos da superfície como nos pontos envolvidos por ela. Em pontos externos à superfície, porém, o potencial é calculado considerando toda a sua carga concentrada em seu centro.

Então, temos:

- $$\nu_A = \frac{K(+Q)}{r} + \frac{K(-Q)}{R_{int}} + \frac{K(+Q)}{R_{ext}}$$

$$\nu_A = \frac{9{,}0 \cdot 10^9 \cdot (12 \cdot 10^{-9})}{30 \cdot 10^{-2}} + \frac{9{,}0 \cdot 10^9 \cdot (-12 \cdot 10^{-9})}{60 \cdot 10^{-2}} + \frac{9{,}0 \cdot 10^9 \cdot (12 \cdot 10^{-9})}{90 \cdot 10^{-2}}$$

$$\nu_A = 360 + (-180) + 120 \Rightarrow \boxed{\nu_A = 300 \text{ V}}$$

- $$\nu_B = \cancel{\frac{K(+Q)}{b}} + \cancel{\frac{K(-Q)}{b}} + \frac{K(+Q)}{R_{ext}}$$

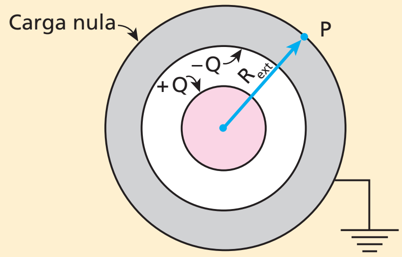
$$\nu_B = \frac{9{,}0 \cdot 10^9 \cdot (12 \cdot 10^{-9})}{90 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow \boxed{\nu_B = 120 \text{ V}}$$

- $$\nu_C = \cancel{\frac{K(+Q)}{c}} + \cancel{\frac{K(-Q)}{c}} + \frac{K(+Q)}{c}$$

$$\nu_C = \frac{9{,}0 \cdot 10^9 \cdot (12 \cdot 10^{-9})}{1} \Rightarrow \boxed{\nu_C = 108 \text{ V}}$$

b) Por estar ligada à terra, o potencial é igual a zero em todos os pontos da esfera oca. Por isso, a carga elétrica deve ser nula em sua superfície externa.

De fato, tomando, por exemplo, um ponto **P** nessa superfície, temos:

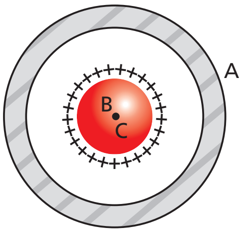


$$\nu_P = \frac{K(+Q)}{R_{ext}} + \frac{K(-Q)}{R_{ext}} = 0$$

Note que, se houvesse carga na superfície externa, ν_P não seria igual a zero. Portanto, a carga adquirida pela esfera oca é:

$$\boxed{-Q = -12 \text{ nC}}$$

99. (Unip-SP) Considere uma esfera **A** metálica e oca, com carga elétrica total nula, e tendo em seu interior uma outra esfera **B** maciça, condutora, eletrizada com carga positiva **Q**, conforme a figura.



As esferas são concêntricas, o raio de **B** vale R_B, o raio interno de **A** vale R_1 e o raio externo de **A** vale R_2.

Seja **x** a distância de um ponto **P** genérico ao centro **C** das esferas. O sistema das duas esferas é suposto isolado do resto do Universo e entre as duas esferas não há contato e o meio é o vácuo.

Indique a opção correta:

a) Para $x < R_2$, o campo elétrico é nulo.

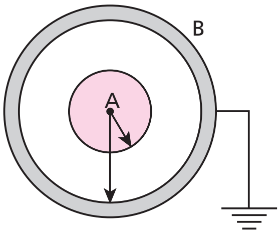
b) Para x = 0, o campo elétrico e o potencial elétrico são nulos.

c) Para $x = R_B$, o potencial elétrico é maior que para $x = R_1$.

d) Para $x > R_2$, o campo elétrico é nulo.

e) Para $R_1 \leqslant x \leqslant R_2$, o potencial elétrico é nulo.

100. Na figura a seguir, há dois condutores esféricos, sendo um maciço, **A**, de 30 cm de raio, e outro oco, **B**, de raio interno igual a 80 cm e externo igual a 100 cm. O condutor **A** está eletrizado com carga igual a + 4,0 μC, enquanto **B** está ligado à terra:



Determine:

a) o potencial na esfera **A**;

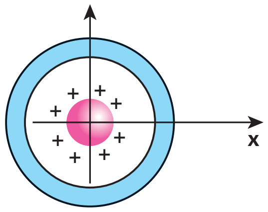
b) o potencial na esfera **B**;

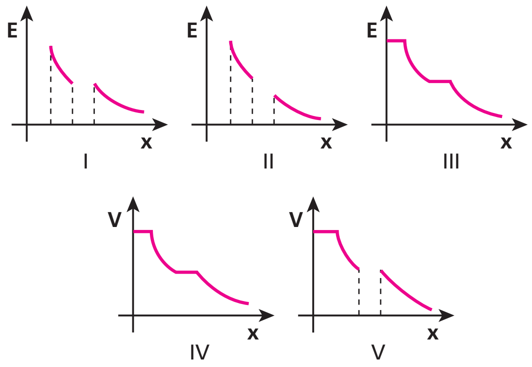
c) o potencial num ponto **P**, a 50 cm do centro das esferas;

d) o esboço do gráfico do potencial em função da distância do centro das esferas.

Dado: constante eletrostática do meio = $9{,}0 \cdot 10^9$ N m² C⁻².

101. No dispositivo observado a seguir, encontramos uma esfera condutora, oca, de raio interno $\mathbf{R_1}$ e externo $\mathbf{R_2}$, contendo em seu interior uma segunda esfera, também condutora, de raio **r**, sendo $r < R_1$. A esfera interna encontra-se eletrizada com carga positiva e a externa (oca) é neutra. No centro da esfera interna estabelecemos a origem de um eixo **x**. Quais dos gráficos fornecidos melhor representam a variação da intensidade do campo elétrico **E** e do potencial eletrostático ν ao longo do eixo?





Descubra mais

1. As lâmpadas **fluorescentes** são mais econômicas que as **de incandescência**. Por quê? Como as lâmpadas fluorescentes emitem luz? É possível acender uma lâmpada fluorescente sem ligá-la à rede elétrica? Quais os cuidados que devemos ter no descarte de lâmpadas **fluorescentes**?
2. Nas propagandas de jornais e revistas podemos encontrar televisores de **plasma** e televisores de **LCD**. O que é **plasma**? Qual a diferença entre esses dois tipos de televisor?

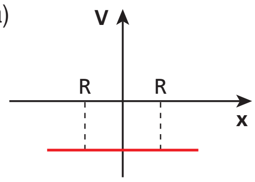
Exercícios nível 3

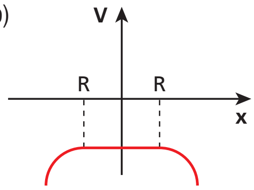
102. Um próton vindo do infinito com velocidade inicial de $1{,}6 \cdot 10^7$ m/s dirige-se perpendicularmente contra um núcleo de ouro. O núcleo do átomo de ouro contém 79 prótons. Supondo que seja válida a Lei de Coulomb, calcule a distância mínima de aproximação entre o próton e o núcleo de ouro. Admita que o núcleo de ouro esteja em repouso.

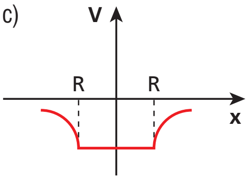
Dados: massa do próton $\cong 2 \cdot 10^{-27}$ kg;
carga do próton $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C;
constante eletrostática do vácuo $= 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}

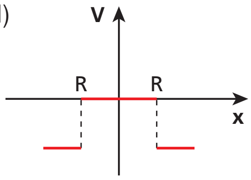
103. (Ufal) Duas cargas elétricas puntiformes de $1{,}0 \cdot 10^{-7}$ C e $2{,}0 \cdot 10^{-8}$ C estão a uma distância de 10 cm uma da outra. Aumentando-se a distância entre elas de Δd, a energia potencial elétrica do sistema diminui $1{,}35 \cdot 10^{-4}$ J. Sendo a constante eletrostática igual a $9{,}0 \cdot 10^9$ N m^2/C^2, determine o valor de Δd, **em centímetros**.

104. (UFV-MG) Uma esfera condutora de raio **R** está carregada com uma carga elétrica negativa. O gráfico que representa CORRETAMENTE o potencial elétrico da esfera em equilíbrio eletrostático em função de uma coordenada **x** definida ao longo de um eixo que passa pelo centro da esfera, com origem no centro desta, é:

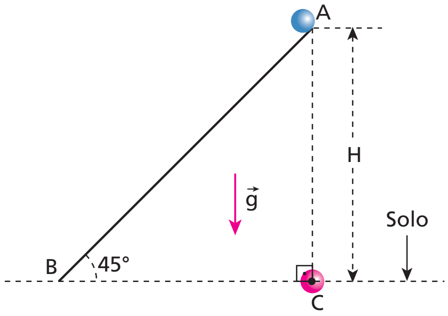
a)


b)


c)


d)


105. (Unip-SP) Uma partícula P_1 eletrizada com carga positiva **Q** está fixa em um ponto **C**. Outra partícula P_2 de massa m e eletrizada com carga negativa **q** parte do repouso de um ponto **A**, a uma altura **H** acima do solo, e desliza em um plano inclinado de 45°, em relação à horizontal, fixo no solo.

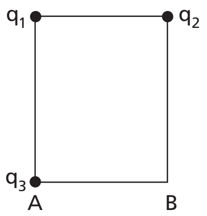


A aceleração da gravidade local é constante e tem módulo igual a **g**. Despreze as forças de atrito e a resistência do ar.

A partícula P_2 atinge o solo, no ponto **B**, com uma energia cinética:

a) que depende dos valores de **Q** e **q**.
b) igual a m g H.
c) que não depende do valor de **m**.
d) igual a $m\,g\,H + K\,\dfrac{Qq}{H}$, em que **K** é a constante eletrostática do ar.
e) igual a $m\,g\,H - K\,\dfrac{Qq}{H}$, em que **K** é a constante eletrostática do ar.

106. (UFV-MG) Três partículas com cargas elétricas q_1, q_2 e q_3 estão fixadas nos vértices de um retângulo de lados 3 m e 4 m, conforme a figura abaixo.



O trabalho que deve ser realizado por um agente externo para tirar a carga q_3 do vértice **A** e colocar no vértice **B** é:

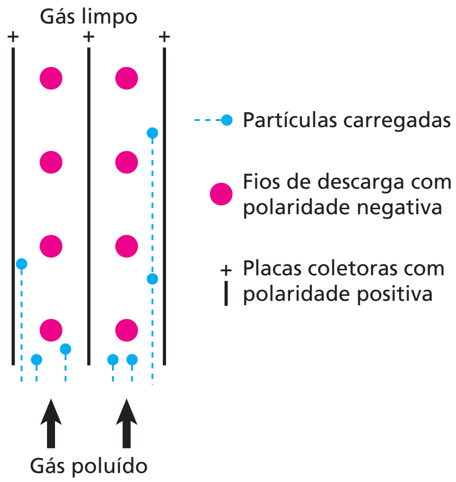
a) $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}(q_2\,q_1 + q_1\,q_3 + q_2\,q_3)$

b) $\dfrac{q_3}{80\pi\varepsilon_0}(q_2 - q_1)$

c) $\dfrac{q_3}{8\pi\varepsilon_0}(q_2 + q_1)$

d) $\dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}(q_2 - q_1)(q_3 - q_2)(q_3 - q_1)$

107. (Uerj) Para reduzir a emissão de poluentes na atmosfera, o supermercado instalou em sua cozinha um equipamento chamado precipitador eletrostático, pelo qual passam gases e partículas sólidas sugadas do ambiente por meio de um exaustor.
Observe o esquema abaixo:



Considere que os fios e as placas coletoras paralelas, quando carregados, geram um campo elétrico uniforme, das placas para os fios, de intensidade $E = 2{,}4 \cdot 10^4$ V/m, tornando as partículas ionizadas negativamente. Essas partículas são deslocadas em direção às placas coletoras, ficando aí retidas. Esse processo bastante simples é capaz de eliminar até 99% das partículas que seriam lançadas à atmosfera.

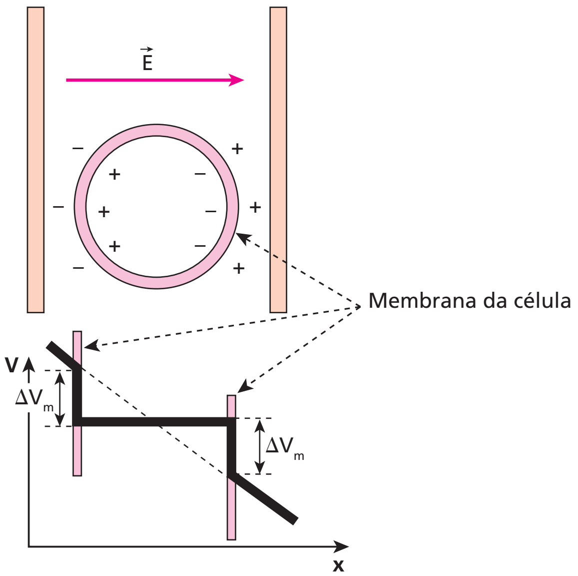
a) Considerando que a distância entre os fios e as placas é de 10 cm, calcule a diferença de potencial elétrico entre eles.
b) As partículas sólidas penetram no interior do precipitador com velocidade de 0,7 m/s e adquirem carga de módulo igual a $1{,}6 \cdot 10^{-18}$ C.

Calcule o valor máximo da massa das partículas que podem ser retiradas das placas coletoras, que têm 3,5 m de comprimento. Desconsidere a ação do campo gravitacional.

108. (Mack-SP) Uma unidade de medida de energia muito utilizada em Física Nuclear é o eletronvolt (eV), e os múltiplos quiloeletronvolt (keV) e megaeletronvolt (MeV) são ainda mais usuais. Comparando o eletronvolt com a unidade de medida do Sistema Internacional, temos que 1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J. Durante uma experiência no laboratório, tem-se uma carga elétrica puntiforme fixa (**Q**) de 3,0 nC ($3{,}0 \cdot 10^{-9}$ C), praticamente no vácuo ($K_0 = 9 \cdot 10^9$ N m²/C²), e, em determinado instante, um pósitron ($q = +1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C) é abandonado do repouso em um ponto **A**, distante 3,0 mm dessa carga **Q**. Ao passar por um ponto **B**, situado a 6,0 mm de **A**, sobre a mesma reta QA, o pósitron terá energia cinética:

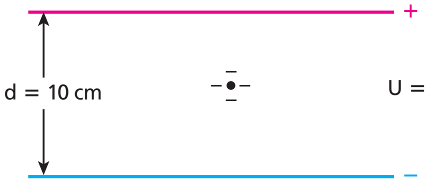
a) $\varepsilon_C = 4{,}5$ keV.
b) $\varepsilon_C = 6{,}0$ keV.
c) $\varepsilon_C = 9{,}0$ keV.
d) $\varepsilon_C = 4{,}5$ MeV.
e) $\varepsilon_C = 6{,}0$ MeV.

109. (Unicamp-SP) A durabilidade dos alimentos é aumentada por meio de tratamentos térmicos, como no caso do leite longa vida. Esses processos térmicos matam os micro-organismos, mas provocam efeitos colaterais indesejáveis. Um dos métodos alternativos é o que utiliza campos elétricos pulsados, provocando a variação de potencial através da célula, como ilustrado na figura abaixo. A membrana da célula de um micro-organismo é destruída se uma diferença de potencial de $\Delta V_m = 1$ V é estabelecida no interior da membrana, conforme a figura abaixo.



a) Sabendo-se que o diâmetro de uma célula é 1 µm, qual é a intensidade do campo elétrico que precisa ser aplicado para destruir a membrana?
b) Qual é o ganho de energia em eV de um elétron que atravessa a célula sob a tensão aplicada?

110. (UEM-PR) Uma pequena esfera, negativamente carregada e com massa igual a 100 g, encontra-se em equilíbrio no ponto médio do interior de um capacitor formado por duas placas paralelas, horizontalmente dispostas, como mostra a figura. Considerando que a distância entre as placas é de 10 cm, que a diferença de potencial entre elas é de 10 V e que a aceleração da gravidade é $g = 10\ m/s^2$, indique o que for correto.



(01) A intensidade do campo elétrico entre as placas é igual a 1 V/m.

(02) A esfera eletrizada possui carga igual a $1 \cdot 10^{-2}$ C.

(04) Ao dobrar-se a diferença de potencial entre as placas, para que a esfera permaneça em equilíbrio, deve-se dobrar o valor da sua carga.

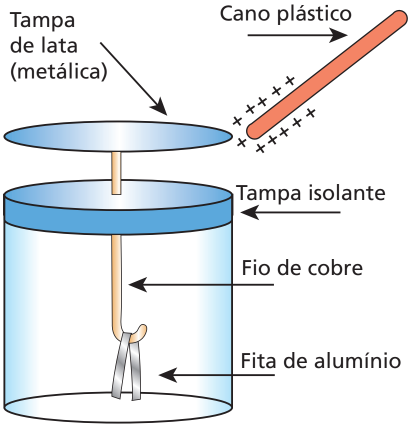
(08) Aumentando em 1% o valor da carga sobre a esfera, nas condições iniciais do enunciado, o tempo que esta levará para atingir a placa superior será de 1 s.

(16) Com o aumento em 1% do valor da carga, a velocidade da esfera, ao atingir a placa superior, será de 0,1 m/s.

(32) Ao inverter-se a polaridade das placas, a esfera eletrizada sofrerá uma aceleração constante.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmativas corretas.

111. (UFRJ) Um aluno montou um eletroscópio para a Feira de Ciências da escola, conforme ilustrado na figura abaixo. Na hora da demonstração, o aluno atritou um pedaço de cano plástico com uma flanela, deixando-o eletrizado positivamente, encostou-o na tampa metálica e, em seguida, o retirou.



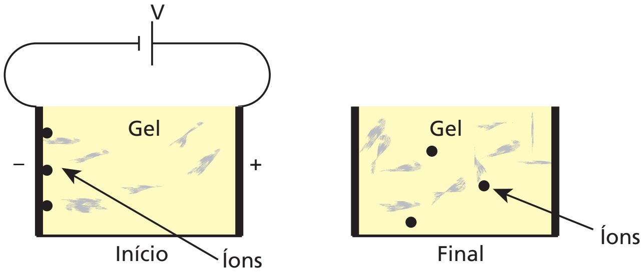
O aluno observou, então, um ângulo de abertura α_1 na fita de alumínio.

a) Explique o fenômeno físico ocorrido com a fita metálica.

b) O aluno, em seguida, tornou a atritar o cano com a flanela e o reaproximou da tampa de lata sem encostar nela, observando um ângulo de abertura α_2 na fita de alumínio. Compare α_1 e α_2, justificando sua resposta.

112. (UFSC) Para entender como funciona a eletroforese do DNA, um estudante de Biologia colocou íons de diferentes massas e cargas em um gel que está dentro de uma cuba, na qual há eletrodos em duas extremidades opostas. Os eletrodos podem ser considerados grandes placas paralelas separadas por 0,2 m. Após posicionar os íons, o estudante aplicou entre as placas uma diferença de potencial de 50 J/C, que foi posteriormente desligada. O meio onde os íons se encontram é viscoso e a força resistiva precisa ser considerada. Os íons deslocam-se no sentido da placa negativamente carregada para a placa positivamente carregada e íons maiores tendem a deslocar-se menos. (Desconsidere o efeito do gel no campo elétrico.)

As figuras mostram esquemas do experimento e do resultado.



Observe-as e indique a(s) posição(ões) correta(s).

(01) Enquanto a diferença de potencial estiver aplicada, a força elétrica que atua em um íon será constante, independentemente de sua posição entre as placas.

(02) Pelo sentido do movimento dos íons, podemos afirmar que eles têm carga negativa.

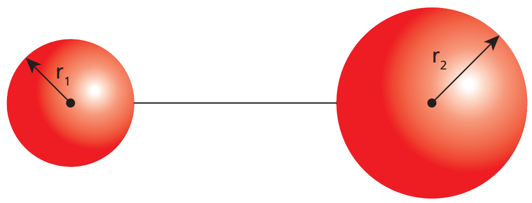
(04) Quanto maior for a carga do íon, mais intensa vai ser a força elétrica que atua sobre ele.

(08) Os íons maiores têm mais dificuldade de se locomover pelo gel. Por esse motivo, podemos separar os íons maiores dos menores.

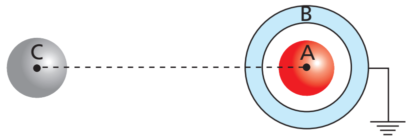
(16) Um íon, com carga de módulo $8,0 \cdot 10^{-19}$ C, que se deslocou 0,1 m do início ao fim do experimento, dissipou $2 \cdot 10^{-17}$ J no meio viscoso.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmativas corretas.

113. O sistema de condutores perfeitos da figura consta de duas esferas de raios $r_1 = a$ e $r_2 = 2a$, interligadas por um longo fio condutor de capacidade nula. Quando o sistema é eletrizado com carga positiva **Q**, após o equilíbrio eletrostático ser alcançado, o condutor de raio r_1 apresenta densidade superficial de carga σ_1 e o de raio r_2 apresenta densidade superficial de carga σ_2. Nessa situação, qual a relação $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$?



114. (PUC-SP) Dois condutores **A** e **B** são esféricos e concêntricos. O condutor **A** é maciço e tem raio de 2 cm e carga de 5 μC. O condutor **B**, ligado à terra, tem raio interno de 4 cm e raio externo de 5 cm. Um condutor **C**, inicialmente neutro, é aproximado do condutor **B**, sem tocá-lo. Nessas condições, podemos afirmar que, após a aproximação do condutor **C**:



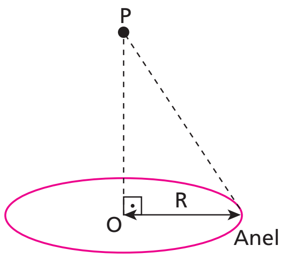
a) a carga do condutor **A** passa a ser nula.
b) a carga total do condutor **B** é nula.
c) a carga induzida no condutor **C** é de +5 μC.
d) a carga induzida no condutor **C** é nula.
e) a carga induzida no condutor **C** é de –5 μC.

115. (UFBA) Aviões com revestimento metálico, voando em atmosfera seca, podem atingir elevado grau de eletrização, muitas vezes evidenciado por um centelhamento para a atmosfera, conhecido como fogo-de-santelmo. Assim, é correto afirmar que:

(01) a eletrização do revestimento dá-se por indução.
(02) o campo elétrico no interior do avião, causado pela eletrização do revestimento, é nulo.
(04) a eletrização poderia ser evitada revestindo-se o avião com material isolante.
(08) o centelhamento ocorre preferencialmente nas partes pontiagudas do avião.
(16) o revestimento metálico não é uma superfície equipotencial, pois, se o fosse, não haveria centelhamento.
(32) dois pontos quaisquer no interior do avião estarão a um mesmo potencial, desde que não haja outras fontes de campo elétrico nessa região.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmativas corretas.

116. Um anel encontra-se uniformemente eletrizado com uma carga elétrica total de 9,0 pC ($9{,}0 \cdot 10^{-12}$ C) e tem raio **R** igual a 3,0 cm. Observe a figura a seguir.



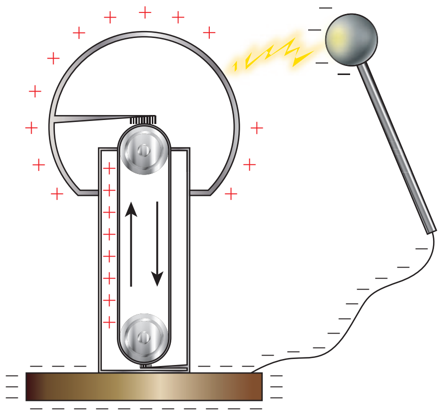
Dado: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

Determine:
a) a intensidade do vetor campo elétrico no centro **O**;
b) o potencial elétrico no ponto **O**;
c) o potencial elétrico no ponto **P**, sendo a distância OP = 4,0 cm.

117. (IME-RJ) Uma esfera de plástico, maciça, é eletrizada, ficando com uma densidade de carga superficial $\sigma = +0{,}05$ C/m^2. Em consequência, se uma carga puntiforme $q = +1$ μC fosse colocada exteriormente a 3 metros do centro da esfera, sofreria uma repulsão de $0{,}02\pi$ newtons. A esfera é descarregada e cai livremente de uma altura de 750 metros, adquirindo ao fim da queda uma energia de $0{,}009\pi$ joules.
Determine a massa específica do plástico da esfera.

Dados: aceleração da gravidade: $g = 10$ m/s^2; $k_0 = 9 \cdot 10^9 \dfrac{\text{N m}^2}{\text{C}^2}$.

118. (PUC-PR) Nas Feiras de Profissões promovidas pela PUCPR, frequentemente os visitantes do estande do Curso de Física têm a oportunidade de brincar com um Gerador Eletrostático, do tipo mostrado na figura a seguir. Nesse gerador, uma correia isolante (normalmente feita de borracha) remove, por atrito, cargas de uma base metálica e as transporta até o interior de uma esfera oca (também metálica). Então, as cargas migram da correia para a superfície interna da esfera através de uma escova condutora, sob a qual a correia desliza. Girando a correia continuamente, um fluxo de cargas é mantido da base para a esfera do gerador. Quando a esfera atinge um potencial suficientemente elevado (positivo, digamos), cargas começam a escapar da superfície externa da esfera e a retornar, pelo ar, para a base do gerador. Dependendo dos materiais utilizados, a esfera pode ficar negativa e a base positiva ou vice-versa. Se o ar estiver seco, pode-se obter um potencial próximo 200 mil volts sobre uma esfera com raio 20 centímetros.
Dado esse contexto, avalie as assertivas abaixo e marque a alternativa **CORRETA**.
Considere a capacitância da esfera dada por: $C = \frac{R}{k}$, onde **R** é o raio da esfera e $K = 9 \cdot 10^9$ m/F.

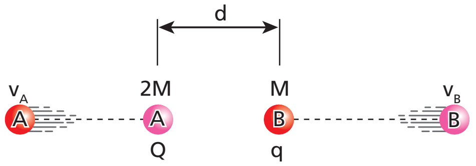


I. Uma pessoa pode tocar a esfera do gerador com segurança, pois, apesar de o potencial ser elevado, a energia e a carga armazenadas na esfera são pequenas (menores que 10 joules e 1 coulomb, respectivamente).
II. Durante o funcionamento do gerador, há um campo elétrico ao longo da haste metálica que liga a escova (dentro da esfera) à superfície interna da esfera.
III. Durante o funcionamento do gerador, todo e qualquer excesso de carga migrará para a superfície externa da esfera. Nenhum excesso de carga ficará acumulado na superfície interna.
IV. O gerador funcionaria igualmente com uma esfera de vidro.

a) Apenas as assertivas I e III são verdadeiras.
b) Apenas as assertivas I, II e III são verdadeiras.
c) Apenas a assertiva I é verdadeira.
d) Todas as assertivas são verdadeiras.
e) Apenas a assertiva II é verdadeira.

Para raciocinar um pouco mais

119. Duas partículas **A** (massa 2 M, carga positiva **Q**) e **B** (massa **M**, carga positiva **q**), separadas por uma distância **d**, são abandonadas no vácuo, a partir do repouso, como mostra a figura:



Suponha que as únicas forças atuantes nas partículas sejam as forças eletrostáticas devidas às suas cargas.
Sendo **K** a constante eletrostática do vácuo, determine:

a) os módulos das velocidades v_A e v_B das partículas **A** e **B** quando a distância entre elas for "infinita", ou seja, quando estiverem afastadas o suficiente para que a interação entre elas se torne desprezível;

b) a velocidade com que **B** chegaria ao "infinito" se a partícula **A** fosse fixa.

120. (Cefet-MG) Duas esferas metálicas isoladas estão suspensas por fios, conforme mostram as figuras.

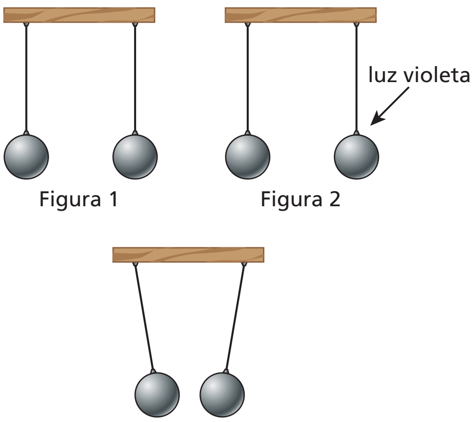


Figura 1 Figura 2

Figura 3

Se um feixe de luz violeta atinge a esfera da direita da figura 2, elas se atraem como representado na figura 3. Sobre essa situação, é correto afirmar que a(s) esfera(s):

a) estão eletrizadas com cargas de mesmo sinal.

b) estão eletrizadas com cargas de sinais opostos.

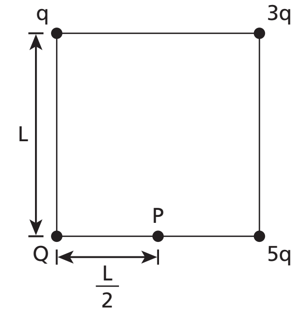
c) atingida pela luz violeta fica eletrizada negativamente.

d) da esquerda permanece neutra e a outra, eletrizada positivamente.

e) da esquerda fica eletrizada positivamente e a outra, eletrizada negativamente.

121. (Unimontes-MG) Nos vértices de um quadrado de lado **L**, no vácuo, são posicionadas 3 cargas de módulos q, 3q e 5q, respectivamente. No quarto vértice é posicionada uma carga **Q** (veja a figura). Nesse momento, verifica-se, então, que o potencial no ponto **P** do quadrado é nulo. A relação entre **Q** e **q** é:

Dado: $K = 9 \cdot 10^9$ $(N \cdot m^2/C^2)$ é a constante eletrostática.



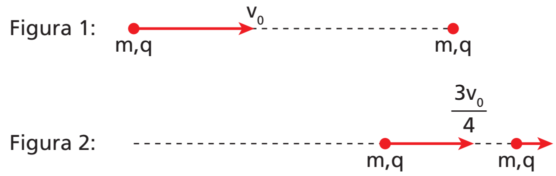
a) $Q = \dfrac{q(4 + 5\sqrt{5})}{\sqrt{5}}$.

b) $Q = \dfrac{-q(4 - 5\sqrt{5})}{\sqrt{5}}$.

c) $Q = \dfrac{-q(4 + 5\sqrt{5})}{\sqrt{5}}$.

d) $Q = \dfrac{q(4 - 5\sqrt{5})}{\sqrt{5}}$.

122. (UFRJ) Um íon de massa **m** e carga elétrica **q** incide sobre um segundo íon, de mesma massa **m** e mesma carga **q**.De início, enquanto a separação entre eles é grande o bastante para que as forças mútuas sejam desprezíveis, o primeiro mantém uma velocidade constante de módulo v_0 e o segundo se mantém em repouso, como indica a figura 1.



Ao se aproximarem, as forças elétricas coulombianas entre eles, não mais desprezíveis, passam a mudar continuamente suas velocidades. Despreze quaisquer outras forças, considere dados os valores de **m**, **q**, v_0 e $4\pi\,\varepsilon_0$ e suponha que todos os movimentos se deem em uma reta.

a) Calcule a velocidade do segundo íon quando a velocidade do íon incidente for igual a $\dfrac{3v_0}{4}$ (como indicado na figura 2).

b) Calcule a distância entre eles no instante da situação considerada no item anterior.

123. Considere duas partículas eletrizadas: $q_1 = 1$ nC, situada sobre um hipotético eixo **X** com abscissa $x_1 = -2$ cm e $q_2 = -2$ nC, situada no mesmo eixo **X** com abscissa $x_2 = -8$ cm. Nessa região não existe a influência de qualquer outra carga elétrica. O lugar geométrico dos pontos onde o potencial resultante é nulo está contemplado na alternativa:

a) Uma superfície esférica que corta o eixo **X** nos pontos de abscissas $x = -4$ cm e $x = 4$ cm.

b) Uma superfície esférica que corta o eixo **X** nos pontos de abscissas $x = -16$ cm e $x = 16$ cm.

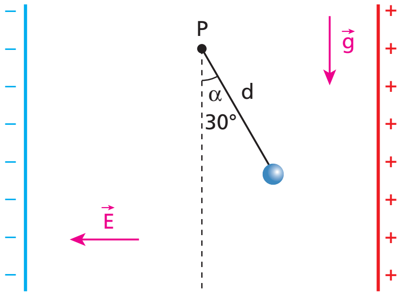
c) Uma superfície na forma de uma elipsoide que corta o eixo **X** nos pontos de abscissas $x = -4$ cm e $x = 16$ cm.

d) Uma superfície em forma de hiperboloide que corta o eixo **X** no ponto de abscissa $x = -4$ cm.

e) Um plano perpendicular ao eixo **X** que o corta no ponto de abscissa $x = -4$ cm.

124. (Fuvest-SP) Um pêndulo, constituído de uma pequena esfera, com carga elétrica $q = +2{,}0 \cdot 10^{-9}$ C e massa $m = 3\sqrt{3} \cdot 10^{-4}$ kg, ligada a uma haste eletricamente isolante, de comprimento $d = 0{,}40$ m e massa desprezível, é colocado em um campo elétrico constante $\vec{E}$ $(|\vec{E}| = 1{,}5 \cdot 10^{+6}$ N/C). Esse campo é criado por duas placas condutoras verticais, carregadas eletricamente.

O pêndulo é solto na posição em que a haste forma um ângulo $\alpha = 30°$ com a vertical (ver figura) e, assim, ele passa a oscilar em torno de uma posição de equilíbrio. São dados $\text{sen } 30° = \frac{1}{2}$, $\text{sen } 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e $\text{sen } 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ($g = 10\ m/s^2$)

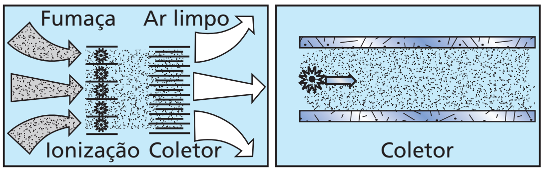


Na situação apresentada, considerando-se desprezíveis os atritos, determine:

a) os valores dos ângulos α_1, que a haste forma com a vertical, na posição de equilíbrio, e α_2, que a haste forma com a vertical na posição de máximo deslocamento angular, e represente graficamente esses ângulos;

b) a energia cinética **K**, da esfera, quando ela passa pela posição de equilíbrio.

125. (Unicamp-SP) A fumaça liberada no fogão durante a preparação de alimentos apresenta gotículas de óleo com diâmetros entre 0,05 μm e 1 μm. Uma das técnicas possíveis para reter essas gotículas de óleo é utilizar uma coifa eletrostática, cujo funcionamento é representado no esquema a seguir: a fumaça é aspirada por uma ventoinha, forçando sua passagem através de um estágio de ionização, no qual as gotículas de óleo adquirem carga elétrica. Essas gotículas carregadas são conduzidas para um conjunto de coletores formados por placas paralelas, com um campo elétrico entre elas, e neles se precipitam.

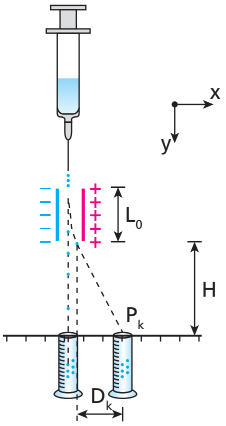


a) Qual a massa das maiores gotículas de óleo? Considere a gota esférica, a densidade do óleo é $\rho_{óleo} = 9{,}0 \cdot 10^2\ kg/m^3$ e $\pi = 3$.

b) Quanto tempo a gotícula leva para atravessar o coletor? Considere a velocidade do ar arrastado pela ventoinha como sendo 0,6 m/s e o comprimento do coletor igual a 0,30 m.

c) Uma das gotículas de maior diâmetro tem uma carga de $8 \cdot 10^{-19}$ C (equivalente à carga de apenas 5 elétrons!). Essa gotícula fica retida no coletor para o caso ilustrado na figura? A diferença de potencial entre as placas é de 50 V e a distância entre as placas do coletor é de 1 cm. Despreze os efeitos do atrito e da gravidade.

126. (Fuvest-SP) Um selecionador eletrostático de células biológicas produz, a partir da extremidade de um funil, um jato de gotas com velocidade $\mathbf{V_{oy}}$ constante. As gotas, contendo as células que se quer separar, são eletrizadas. As células selecionadas, do tipo **K**, em gotas de massa **M** e eletrizadas com carga **–Q**, são desviadas por um campo elétrico uniforme **E**, criado por duas placas paralelas carregadas, de comprimento $\mathbf{L_0}$. Essas células são recolhidas no recipiente colocado em $\mathbf{P_K}$, como na figura.



Para as gotas contendo células do tipo **K**, utilizando em suas respostas apenas **Q**, **M**, **E**, $\mathbf{L_0}$, **H** e $\mathbf{Y_{0y}}$, determine:

a) A aceleração horizontal $\mathbf{A_x}$ dessas gotas, quando elas estão entre as placas.

b) A componente horizontal $\mathbf{Y_x}$, da velocidade com que essas gotas saem, no ponto **A**, da região entre as placas.

c) A distância $\mathbf{D_K}$, indicada no esquema, que caracteriza a posição em que essas gotas devem ser recolhidas.
(Nas condições dadas, os efeitos gravitacionais podem ser desprezados.)

127. (Fuvest-SP) Uma pequena esfera, com carga positiva $Q = 1{,}5 \cdot 10^{-9}$ C, está a um altura $D = 0{,}05$ m acima da superfície de uma grande placa condutora, ligada à terra, induzindo sobre essa superfície cargas negativas, como na figura 1. O conjunto dessas cargas estabelece um campo elétrico que é idêntico, apenas na parte do espaço acima da placa, ao campo gerado por uma carga $+Q$ e uma carga $-Q$, como se fosse uma "imagem" de **Q** que estivesse colocada na posição representada na figura 2.

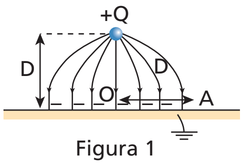


Figura 1

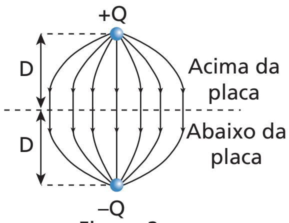


Figura 2

a) Determine a intensidade da força **F**, em N, que age sobre a carga $+Q$, devido às cargas induzidas na placa.

b) Determine a intensidade do campo elétrico E_0, em V/m, que as cargas negativas induzidas na placa criam no ponto onde se encontra a carga $+Q$.

c) Represente, no ponto **A**, os vetores campo elétrico $\vec{E}_+$ e $\vec{E}_-$, causados, respectivamente, pela carga $+Q$ e pelas cargas induzidas na placa, bem como o campo resultante $\vec{E}_A$. O ponto **A** está a uma distância **D** do ponto **O** da figura e muito próximo à placa, mas acima dela.

d) Determine a intensidade do campo elétrico resultante E_A, em V/m, no ponto **A**.

Note e adote:

$F = \frac{kQ_1Q_2}{r^2}$; $E = \frac{k\ Q}{r^2}$, em que:

$k = 9 \cdot 10^9\ \frac{N\ m^2}{C^2}$

1 V/m = 1 N/C

Parte II


Nasa/Corbis/LatinStock

Eletrodinâmica

1. Corrente elétrica e resistores
2. Associação de resistores e medidas elétricas
3. Circuitos elétricos
4. Capacitores


Science Museum, London/DIOMEDIA

Georg Simon Ohm
(1787-1854)

Tópico 1

Corrente elétrica e resistores

Bloco 1

1. Introdução

Na Parte I, **Eletrostática**, estudamos condutores em **equilíbrio eletrostático**, isto é, condutores cujos portadores de carga elétrica livres não se movimentam em nenhum sentido preferencial. O único movimento possível desses portadores é a agitação térmica, um movimento desordenado, sem direção e sentido privilegiados. Nessa agitação, todas as direções e sentidos são igualmente prováveis. Lembre-se de que o campo elétrico no interior de um condutor em equilíbrio eletrostático é nulo, e o potencial elétrico é igual em todos os seus pontos. Não há, portanto, nesse caso, diferença de potencial entre dois pontos do condutor, quaisquer que sejam eles.

Neste tópico, porém, vamos estudar situações em que os portadores de carga elétrica se movem em um sentido preferencial. Dizemos, nessas situações, que os condutores são percorridos por **correntes elétricas**.

A **Eletrodinâmica** é o estudo das correntes elétricas, suas causas e os efeitos que produzem no "caminho" por onde passam os portadores de carga elétrica livres.

As correntes elétricas têm papel fundamental no mundo moderno, estando presentes nos sistemas de iluminação residenciais e urbanos, nos eletrodomésticos em geral, na indústria, nos computadores, nos aparelhos de comunicação, nos veículos automotores etc.

Para percebermos a importância do assunto, é só imaginar o caos que ocorreria se as fontes de energia elétrica parassem de funcionar e, consequentemente, não pudéssemos mais gerar correntes elétricas.

Às vezes, porém, as correntes elétricas causam também desagradáveis surpresas. Por exemplo, no caso de choques elétricos – que nada mais são que efeitos produzidos por correntes elétricas estabelecidas em alguma região do nosso corpo – ou no caso de correntes excessivas eventuais, que danificam nossos eletrodomésticos.

Thinkstock/Getty Images

Sem a energia elétrica fornecida pelas usinas e pelas baterias, este cenário seria muito diferente.

Os raios que vemos – exuberantes, porém, perigosos – e os trovões que ouvimos durante as tempestades também são consequências de intensas correntes elétricas que ocorrem na atmosfera.

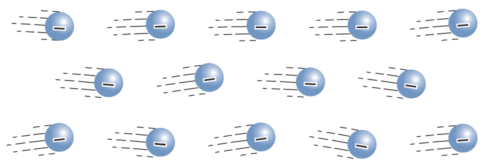
Notas:

- Evidentemente, na **Eletrostática**, ocorrem correntes elétricas transitórias em condutores **antes de atingirem o equilíbrio eletrostático**, que é o objeto de estudo daquela parte da Eletricidade.
- No desenvolvimento da teoria da Eletrodinâmica, não consideraremos o fenômeno denominado **supercondutividade**.

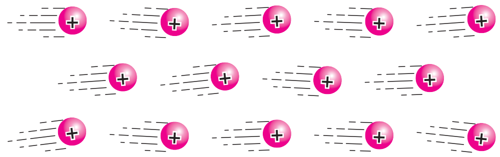
2. Corrente elétrica

Podemos definir corrente elétrica da seguinte maneira:

Corrente elétrica é o movimento ordenado, isto é, com direção e sentido preferenciais, de portadores de carga elétrica.



Nesta ilustração, a corrente elétrica é o movimento ordenado de elétrons ou de íons negativos.



Agora, a corrente elétrica é o movimento ordenado de íons positivos.

A definição apresentada evidencia que, para gerar uma corrente elétrica apreciável em um material, este precisa ser um **condutor elétrico**.

Como foi visto em Eletrostática, existem três tipos de condutores:

- os metais e a grafita, em que os portadores móveis de carga elétrica são os elétrons livres;
- as soluções eletrolíticas, em que os portadores móveis são íons positivos e negativos;
- os gases ionizados, em que os portadores móveis podem ser íons positivos, íons negativos e elétrons livres.

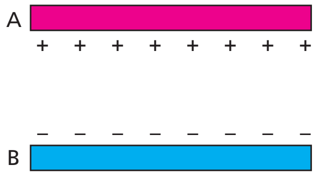
Nota:

- É possível haver corrente elétrica considerável no vácuo, produzida não por portadores do meio, evidentemente, mas por portadores lançados no meio. É o caso, por exemplo, de se provocar no vácuo uma rajada de elétrons (raios catódicos). É o que acontece nos tubos de imagem de televisão analógica (cinescópios) e nos osciloscópios catódicos.

3. A causa da corrente elétrica

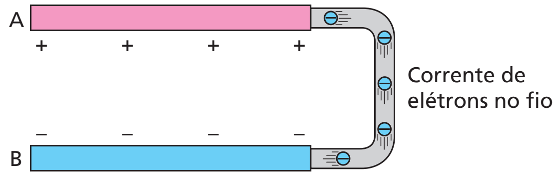
Agora que já sabemos o que é uma corrente elétrica, vamos ver o que provoca o movimento dos portadores de carga elétrica nos materiais condutores, ou seja, o que gera uma corrente elétrica.

Para isso, considere duas placas metálicas **A** e **B**, eletrizadas de modo que o potencial elétrico de **A** (ν_A) seja maior que o de **B** (ν_B).

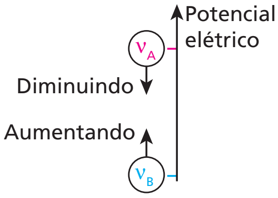


$\nu_A > \nu_B$

Em seguida, vamos ligar **A** a **B** por meio de um fio também metálico. Com isso, os elétrons livres passam a se deslocar de **B** para **A**, ou seja, do potencial menor para o maior. Assim, geramos uma corrente elétrica no fio.



À medida que saem elétrons de **B**, o potencial ν_B vai crescendo; e à medida que chegam elétrons em **A**, o potencial ν_A vai diminuindo. Simbolicamente, temos o esquema abaixo.



Quando os potenciais ν_A e ν_B tornam-se iguais, cessa o deslocamento dos elétrons de **B** para **A**, cessando, portanto, a corrente elétrica através do fio.

Assim, podemos afirmar que:

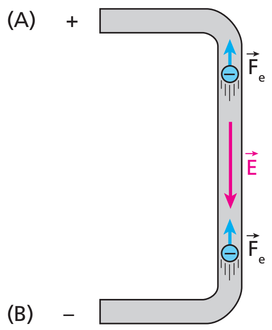
A corrente elétrica é causada por **uma diferença de potencial elétrico (ddp)** ou **tensão elétrica.**

A explicação para o aparecimento da corrente elétrica também pode ser dada com base no conceito de campo elétrico.

Quando o fio é ligado entre as placas **A** e **B**, um campo elétrico $\vec{E}$ é estabelecido no interior do fio, orientado do potencial maior para o menor. Como a carga elétrica dos elétrons é negativa, surgem neles forças elétricas $\vec{F}_e$ de sentido oposto ao do campo. Dessa forma, os elétrons livres passam a se deslocar de **B** para **A**, criando-se, então, a corrente elétrica no fio.

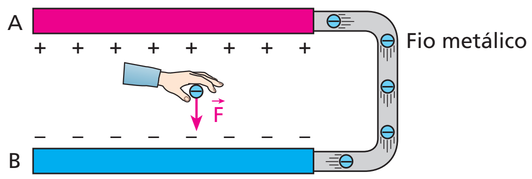
É importante observar que esse fio **não está** em equilíbrio eletrostático. Por isso o campo elétrico em seu interior não é nulo.

Quando a diferença de potencial **U** entre **A** e **B** se anula, o mesmo acontece com o campo elétrico $\vec{E}$, pois, como vimos em **Eletrostática**, E d = U. Anulando-se o campo, o condutor entra em equilíbrio eletrostático: **a corrente cessa**.



4. Gerador elétrico

A corrente elétrica gerada no fio pelas placas **A** e **B**, como vimos no item anterior, só existe em um curto intervalo de tempo, cessando em seguida, quando se anula a diferença de potencial entre elas. Na prática, entretanto, a corrente elétrica deve perdurar pelo tempo que for necessário. Para isso, é preciso manter diferentes os potenciais elétricos nas extremidades do fio.



$\nu_A > \nu_B$

Imagine que, na situação apresentada no item anterior, fosse possível acontecer o seguinte: todo elétron que chegasse à placa **A** fosse transportado por alguém até a placa **B**, como sugere a figura acima.

Dessa forma, os potenciais elétricos das placas **A** e **B** nunca se igualariam e a corrente elétrica no fio seria mantida. Esse agente transportador de elétrons de **A** para **B** exerceria neles uma força $\vec{F}$, e essa força realizaria um trabalho. Assim, nesse transporte haveria um fornecimento de energia aos elétrons.

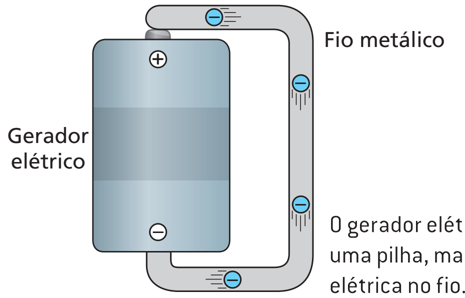
Para falar dessa energia, é preciso recordar que a energia potencial eletrostática (ou elétrica) E_p de uma partícula eletrizada com carga elétrica **q**, situada em uma posição em que o potencial elétrico é ν, é dada por:

$$E_p = q\,\nu$$

No caso de elétrons, **q** é negativa (leia o boxe a seguir). Então, quando os elétrons vão da placa **B** para a placa **A** ($\nu_A > \nu_B$), eles perdem energia potencial elétrica; e, quando o agente transportador os leva de volta para a placa **B**, eles ganham energia potencial elétrica: o agente citado repõe nos elétrons a energia potencial elétrica que perderam.

> Em uma função do tipo y = kx, em que **k** é uma constante diferente de zero, nem sempre é correto afirmar que se **x** aumenta **y** também aumenta. De fato, se a constante **k** for negativa, o aumento de **x** implicará a diminuição de **y**. Por exemplo, considere a função y = −2x. Para x = 1, temos y = −2 e, para x = 2, temos y = −4.
>
> Portanto, quando **x aumenta** de 1 para 2, **y diminui** de −2 para −4.

Na realidade, quem faz essa reposição de energia potencial elétrica não é esse agente imaginário, mas um dispositivo denominado **gerador elétrico**. Para isso, o gerador elétrico deve dispor de alguma modalidade de energia e transformá-la em energia potencial elétrica. É o caso, por exemplo, das pilhas comuns de lanterna e das baterias usadas em automóveis, em que energia química é convertida em energia potencial elétrica.



O gerador elétrico, no caso uma pilha, mantém a corrente elétrica no fio.

Assim, substituindo as placas **A** e **B** por um gerador elétrico, podemos manter a corrente no fio metálico, já que esse gerador **mantém** uma diferença de potencial entre seus terminais.

Observe, na ilustração acima, que o gerador tem dois terminais. O terminal de potencial mais alto é denominado **polo positivo** (+) e o de potencial mais baixo, **polo negativo** (−).

Fernando Favoretto/Criar Imagem

Observe na fotografia as indicações dos polos positivo e negativo de uma pilha comum. Observe também a inscrição 1,5 V. Ela significa que existe uma diferença de potencial igual a 1,5 V entre os dois polos: o potencial do polo positivo está 1,5 V acima do potencial do polo negativo.

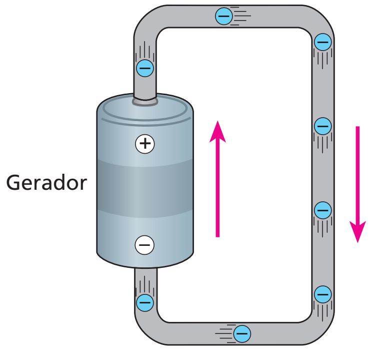
Notas:

- Em **Eletrodinâmica**, não interessam os reais valores dos potenciais dos polos do gerador, mas sim a **diferença** entre esses potenciais, pois é esta que gera corrente elétrica.
- Como veremos mais adiante, a energia potencial elétrica que os elétrons perdem, quando se deslocam de uma extremidade do fio até a outra, é fornecida ao fio na forma de energia térmica.

5. Intensidade de corrente elétrica e seu sentido convencional

Agora que já vimos a definição e a causa da corrente elétrica, vamos ver seu sentido convencional e como se calcula sua intensidade.

Considere, por exemplo, um fio metálico ligado aos terminais de uma pilha, como mostra a figura a seguir.



Convencionou-se orientar a corrente elétrica, externamente ao gerador, no sentido dos potenciais decrescentes, ou seja, do polo positivo para o negativo. Então, esse **sentido convencional** é oposto ao movimento dos elétrons livres. Se a carga elétrica dos elétrons fosse positiva, eles se deslocariam no mesmo sentido convencionado para a corrente elétrica.

É importante saber que essa convenção não causa qualquer problema, pois, com exceção de um fenômeno denominado efeito Hall, que será estudado em **Eletromagnetismo**, um fluxo de partículas com cargas positivas, num determinado sentido, sempre produz o mesmo efeito que produziria se as cargas dessas partículas fossem negativas e se deslocassem em sentido contrário.

É importante saber, também, que a expressão “sentido da corrente” sempre se refere ao sentido convencional.

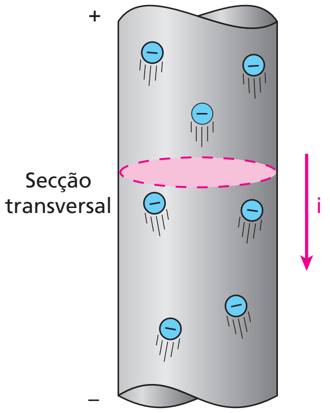
> O sentido da corrente elétrica é, por convenção, oposto ao sentido preferencial em que se movem os portadores de carga elétrica negativa.

Nota:

- Veja novamente a figura anterior e observe que, **dentro do gerador**, o sentido convencionado para a corrente elétrica é do polo negativo para o positivo.

Vamos, finalmente, definir a intensidade **i** da corrente elétrica.

A figura a seguir representa uma ampliação de um pedaço do fio da figura anterior.



Nessa figura está destacada uma secção transversal do fio. Essa secção pode ser considerada em qualquer posição.

Durante certo intervalo de tempo Δt, passa, pela seção considerada, um número **n** de elétrons, que totalizam uma carga **Q** negativa de módulo $|Q| = n\,e$, em que **e** é a carga elétrica elementar ($e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C).

Define-se, então, que:

> A **intensidade média de corrente elétrica** através da seção considerada é o quociente do módulo da carga elétrica que atravessa a seção pelo intervalo de tempo em que isso ocorre. Assim:
>
> $$i_m = \frac{|Q|}{\Delta t} \quad \text{com } |Q| = n\,e$$

Se, em intervalos de tempo arbitrariamente pequenos e iguais, a quantidade de carga que atravessa a seção for sempre a mesma, teremos uma corrente de intensidade **constante**. Nesse caso, a intensidade média de corrente i_m, em um intervalo de tempo qualquer, coincidirá com a intensidade instantânea de corrente **i** em qualquer instante:

$$i = \frac{|Q|}{\Delta t}$$

No SI, a unidade de medida da intensidade de corrente elétrica é o **ampère** (símbolo: **A**), nome dado em homenagem ao físico francês André Marie **Ampère** (1775-1836). A definição dessa unidade será apresentada em **Eletromagnetismo** (Parte III). Contudo, no momento, podemos dizer que uma corrente constante tem intensidade igual a 1 A (um ampère), se em cada segundo passar pela seção transversal considerada uma carga elétrica de módulo igual a 1 C (um coulomb). Isso só não pode ser aceito como definição de ampère porque este é unidade fundamental, sendo o coulomb uma unidade derivada do ampère.

Fazendo $\Delta t = 1$ s e $|Q| = 1$ C, na expressão de **i**, obtemos:

$$i = \frac{1\ \text{C}}{1\ \text{s}} = 1\ \text{A} \Rightarrow \boxed{1\ \text{A} = 1\ \text{C/s}}$$

Photos 12 – Archives/DIOMEDIA

André Marie Ampère. Grande físico e matemático francês, um dos fundadores da Eletrodinâmica e do Eletromagnetismo. Dentre outras contribuições, foi o introdutor do conceito de corrente elétrica e o elaborador da primeira teoria explicativa das propriedades magnéticas dos materiais. Foi ele quem construiu o primeiro eletroímã, o que possibilitou a invenção de muitos aparelhos, por exemplo, a campainha elétrica e os relés.

Assim, se em um fio da parte elétrica de um automóvel, por exemplo, passa uma corrente de 15 A, isso significa que passam 15 C de carga elétrica por uma seção transversal desse fio em cada segundo.

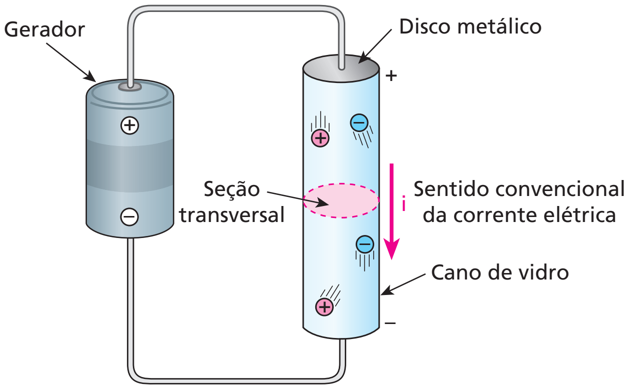
Alguns submúltiplos da unidade ampère costumam aparecer com frequência:

$\text{mA} = 10^{-3}\ \text{A}$ (miliampère)
$\mu\text{A} = 10^{-6}\ \text{A}$ (microampère)
$\text{nA} = 10^{-9}\ \text{A}$ (nanoampère)
$\text{pA} = 10^{-12}\ \text{A}$ (picoampère)

Até aqui, estudamos a corrente elétrica nos materiais em que os portadores de carga livres são elétrons (metais e grafite). Vamos agora tratar de correntes elétricas em soluções eletrolíticas e em gases ionizados.

Como sabemos, nesses casos os portadores livres podem ter carga positiva ou negativa.

Veja o exemplo, na figura a seguir, em que um cano de vidro contém uma solução aquosa de NaCℓ (cloreto de sódio ou, em linguagem comum, sal de cozinha). As extremidades desse cano estão fechadas por discos metálicos, que são ligados aos terminais de uma pilha por meio de fios também metálicos.



Quando o NaCℓ é dissolvido em água, aparecem na solução muitos íons livres positivos e negativos. Feita a ligação esquematizada na figura, os íons positivos deslocam-se no sentido dos potenciais decrescentes; e os negativos, no sentido dos potenciais crescentes.

Observe que, fora do gerador, o sentido convencionado para a corrente elétrica continua sendo o dos potenciais decrescentes. Assim:

> O sentido convencionado para a corrente elétrica coincide com o sentido do movimento das cargas positivas, mas opõe-se ao sentido do movimento das cargas negativas.

Com relação à intensidade de corrente na solução, observe que, durante um intervalo de tempo Δt, passa por uma seção transversal do cano um certo número de íons positivos (totalizando uma carga positiva Q_+) e um certo número de íons negativos (totalizando uma carga negativa Q_-). Assim, temos:

$$|Q| = |Q_+| + |Q_-|$$

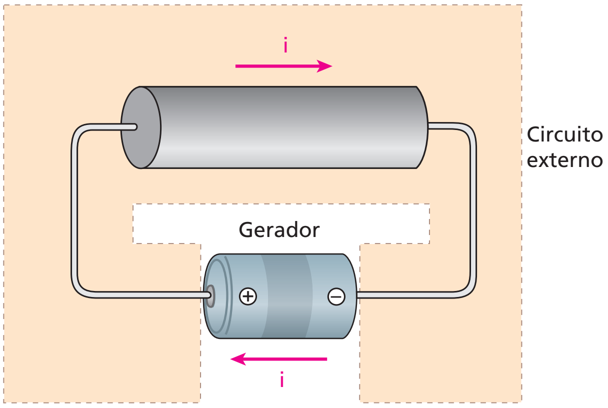
A intensidade média de corrente elétrica através da seção continua definida por:

$$i_m = \frac{|Q|}{\Delta t}$$

6. Circuito elétrico

O "caminho" total onde se pode estabelecer uma corrente elétrica é chamado **circuito elétrico**. A parte do circuito elétrico situada fora do gerador será chamada de **circuito externo**.

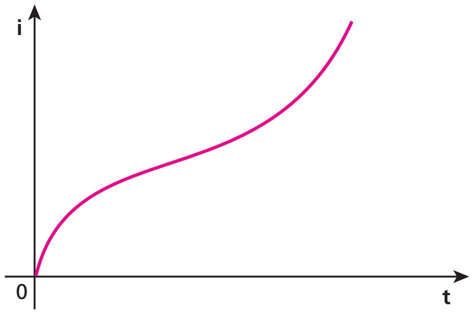
É importante observar que, qualquer que seja o condutor ligado ao gerador, a corrente no circuito externo flui do polo positivo (+) para o negativo (−). Consequentemente, no gerador, a corrente flui do polo negativo para o positivo.



7. Gráfico i × t

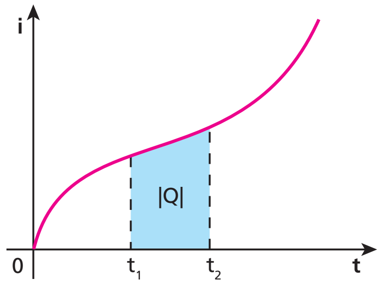
Às vezes, temos de analisar as correntes elétricas a partir de um gráfico, que também permite classificá-las.

Veja, a seguir, a representação gráfica da intensidade **i** de uma corrente elétrica qualquer em função do tempo **t**.



Essa representação gráfica possui a seguinte propriedade:

> A "área" compreendida entre o gráfico e o eixo dos tempos, calculada em certo intervalo de tempo Δt, fornece o módulo da carga elétrica que atravessou uma seção transversal do condutor no citado intervalo.



No gráfico i × t, tem-se: $\boxed{\text{"área"} = |Q|}$ (A s = C).

8. Classificação das correntes elétricas quanto à forma do gráfico i × t

No gráfico i × t, quando a corrente inverte seu sentido, convenciona-se considerá-la positiva em um sentido e negativa no sentido contrário. Quando usamos essa convenção, devemos chamar **i** de **valor algébrico** da corrente elétrica, em vez de **intensidade**.

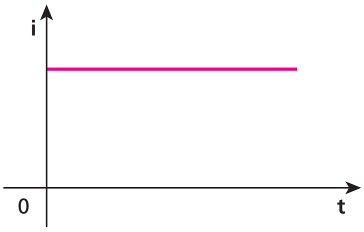
Quanto à forma do gráfico i × t, as correntes classificam-se em **contínuas** e **alternantes** (ou alternadas).

Vamos ver, a seguir, os casos mais comuns de corrente **contínua** e **alternante**.

Corrente contínua constante

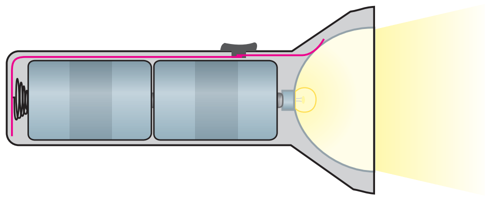
Uma corrente elétrica é **contínua constante** quando mantém intensidade e sentido constantes no decorrer do tempo. Seu gráfico i × t é um segmento de reta paralelo ao eixo dos tempos.

No caso de corrente contínua constante, sua intensidade média coincide com a intensidade instantânea.



Corrente contínua constante.

Um bom exemplo de corrente elétrica contínua constante é a gerada por pilhas, na lâmpada de uma lanterna ligada.



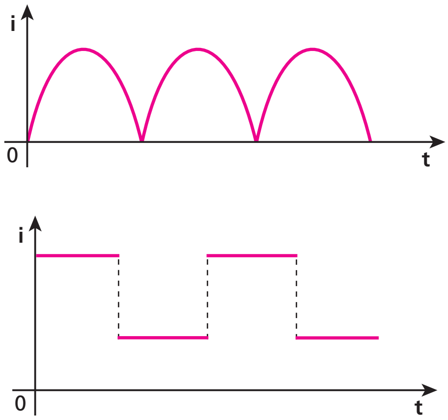
Lanterna a pilha: após ser ligada, a corrente elétrica no circuito assume uma intensidade praticamente constante com o tempo (evidentemente, não por muito tempo).

Thinkstock/Getty Images

Bateria de telefone celular sendo carregada. O aparelho ligado na tomada é alimentado por corrente alternada. Entretanto, a corrente que ele estabelece no carregador é contínua constante. Esse processo, usado em muitos outros aparelhos, é comumente chamado de "eliminador de pilhas".

Corrente contínua pulsante

Chamamos de **contínua pulsante** a corrente cuja intensidade passa, em geral periodicamente, por máximos e mínimos, embora tenha sentido constante.

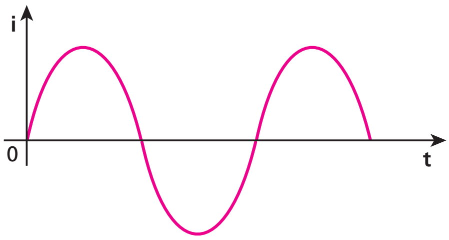


Exemplos de corrente contínua pulsante.

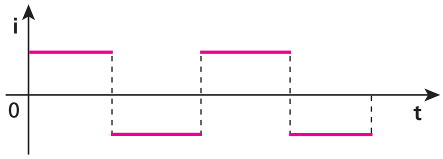
No penúltimo estágio dos circuitos retificadores, a corrente elétrica é pulsante, como veremos no Apêndice do Tópico 4 de **Eletromagnetismo**.

Corrente alternante

Denominamos de **alternante** ou **alternada** a corrente cujo sentido se inverte, em geral, periodicamente.

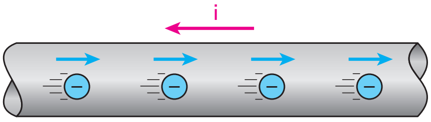


Exemplo de corrente alternante.



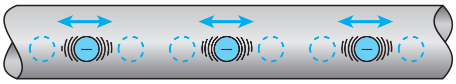
Exemplo de corrente alternante.

Observe que, em um condutor metálico percorrido por corrente contínua, o movimento ordenado dos elétrons livres ocorre sempre no mesmo sentido.



Corrente contínua.

Caso o condutor seja percorrido por corrente alternante, esses elétrons simplesmente oscilam em torno de determinadas posições, executando movimentos de vaivém.



Corrente alternante.

É alternante, por exemplo, a corrente que se estabelece em uma rede elétrica residencial quando algum aparelho é ligado a ela.

Nota:

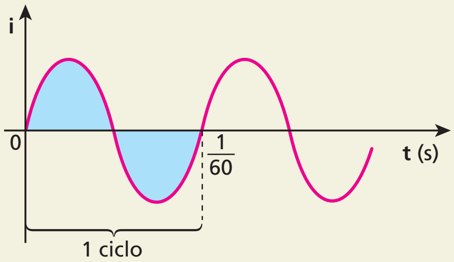
- Na **Eletrodinâmica**, manteremos nossas atenções concentradas quase exclusivamente no estudo da corrente contínua constante.

Thinkstock/Getty Images

A corrente elétrica em cabos de alta tensão geralmente é alternante.

Frequência da rede elétrica

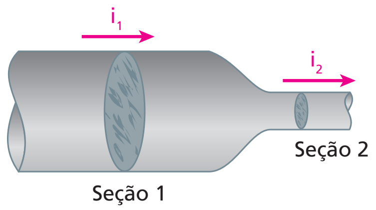
Provavelmente você tem a informação de que a rede elétrica no Brasil é de 60 Hz (sessenta hertz). Isso significa que, por exemplo, em um chuveiro elétrico ligado, o valor algébrico da corrente estabelecida varia com o tempo conforme um gráfico do tipo:



Note que uma variação completa de **i**, ou seja, um ciclo, dura $\frac{1}{60}$ s. Assim, ocorrem 60 ciclos em cada segundo. Dizemos, então, que a frequência da rede elétrica é igual a 60 ciclos/segundo ou 60 Hz.

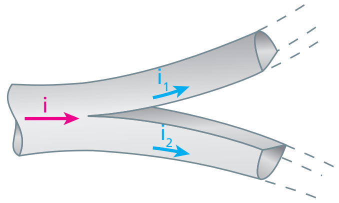
9. Continuidade da corrente elétrica

Em um condutor, a intensidade de corrente elétrica é a mesma em qualquer seção, ainda que ele tenha seção transversal variável. A isso damos o nome de **continuidade da corrente elétrica**.



$$i_1 = i_2$$

Como consequência, se no "caminho" da corrente elétrica ocorrer uma bifurcação, a soma das correntes nas derivações será igual à corrente total, isto é, àquela anterior à bifurcação.



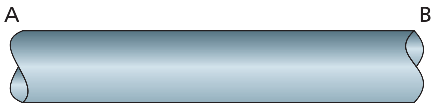
$$i = i_1 + i_2$$

Exercícios

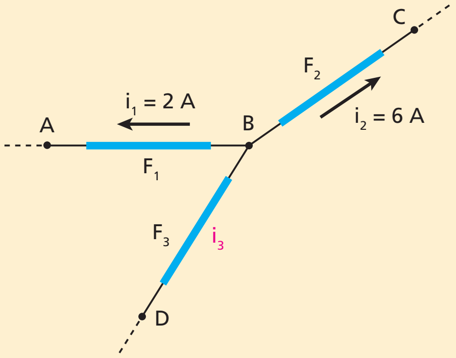
nível 1

1. Quando uma corrente elétrica é estabelecida em um condutor metálico, quais portadores de carga elétrica entram em movimento ordenado?

2. Quando as extremidades do fio metálico indicado na figura são submetidas a uma diferença de potencial $U = \nu_B - \nu_A$, em que $\nu_A = 20$ V e $\nu_B = 60$ V, em que sentido se movem seus elétrons livres? Qual é o sentido convencional da corrente elétrica gerada?



3. E.R. Três fios condutores de cobre, F_1, F_2 e F_3, estão interligados por solda, como mostra a figura, e são percorridos por correntes elétricas de intensidades i_1, i_2 e i_3, respectivamente, sendo $i_1 = 2$ A e $i_2 = 6$ A nos sentidos indicados.



Determine:

a) o sentido e a intensidade da corrente elétrica no fio F_3;

b) o sentido em que os elétrons livres percorrem o fio F_3;

c) a quantidade de elétrons livres que passa por uma seção transversal do fio F_3 em cada segundo, sendo $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C a carga elétrica elementar.

Resolução:

a) Como as duas correntes indicadas estão saindo do ponto **B**, a corrente no fio F_3 tem de estar chegando a esse ponto. Então:

$$\boxed{\text{O sentido da corrente no fio } F_3 \text{ é de } \mathbf{D} \text{ para } \mathbf{B}.}$$

Além disso, a intensidade da corrente que chega a **B** tem de ser igual à soma das intensidades das correntes que saem desse ponto.

$$i_3 = i_1 + i_2 \Rightarrow i_3 = 2\text{ A} + 6\text{ A}$$

$$\boxed{i_3 = 8\text{ A}}$$

b) Como o sentido da corrente elétrica, sempre convencional, é oposto ao sentido do movimento dos elétrons livres:

$$\boxed{\text{Os elétrons livres percorrem o fio } F_3 \text{ de } \mathbf{B} \text{ para } \mathbf{D}.}$$

c) Como $i_3 = 8$ A, concluímos que passam 8 C por qualquer seção transversal de F_3 em cada segundo: $|Q| = 8$ C.

Mas:

$$|Q| = n\,e$$

em que **n** é o número de elétrons pedido.

Então:

$$8 = n \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \Rightarrow \boxed{n = 5 \cdot 10^{19} \text{ elétrons livres}}$$

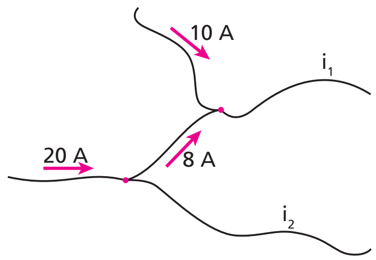
4. Cerca de 10^6 íons de Na^+ penetram em uma célula nervosa, em um intervalo de tempo de 1 ms, atravessando sua membrana. Calcule a intensidade da corrente elétrica através da membrana, sendo $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C a carga elétrica elementar.

5. Um fio de cobre é percorrido por uma corrente elétrica constante, de intensidade 10 A. Sendo de $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C a carga elétrica elementar, determine:

a) o módulo da carga elétrica que atravessa uma seção transversal do condutor, durante um segundo;

b) a quantidade de elétrons que atravessa a citada seção, durante um segundo.

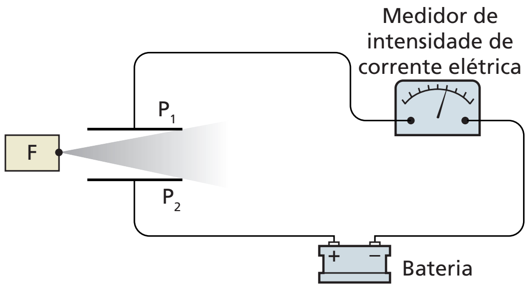
6. A figura ilustra fios de cobre interligados:



Considerando as intensidades e os sentidos das correntes elétricas indicadas, calcule i_1 e i_2.

Exercícios nível 2

7. Na montagem esquematizada na figura, P_1 e P_2 são duas placas metálicas ligadas por fios condutores a uma bateria e a um medidor de intensidade de corrente elétrica e **F** é uma fonte de radiação gama:



Quando a radiação citada atravessa o ar entre as placas, o medidor detecta a passagem de uma corrente elétrica. Isso ocorre porque a radiação torna o ar:

a) seco.

b) úmido.

c) isolante.

d) imantado.

e) ionizado.

8. (Unifesp-SP) Num livro de eletricidade você encontra três informações: a primeira afirma que isolantes são corpos que não permitem a passagem da corrente elétrica; a segunda afirma que o ar é isolante; e a terceira afirma que, em média, um raio se constitui de uma descarga elétrica correspondente a uma corrente de 10 000 ampères que atravessa o ar e desloca, da nuvem à Terra, cerca de 20 coulombs. Pode-se concluir que essas três informações são:

a) coerentes, e que o intervalo de tempo médio de uma descarga elétrica é de 0,002 s.

b) coerentes, e que o intervalo de tempo médio de uma descarga elétrica é de 2,0 s.

c) conflitantes, e que o intervalo de tempo médio de uma descarga elétrica é de 0,002 s.

d) conflitantes, e que o intervalo de tempo médio de uma descarga elétrica é de 2,0 s.

e) conflitantes, e que não é possível avaliar o intervalo de tempo médio de uma descarga elétrica.

9. E.R. Na representação clássica do átomo de hidrogênio – idealizado por Bohr – tem-se um elétron em órbita circular em torno do núcleo constituído de um próton. Considerando circular e uniforme o movimento do elétron, determine a intensidade média de corrente em um ponto de sua órbita, em função de:

e: módulo da carga do elétron;
v: módulo da velocidade escalar do elétron;
r: raio da órbita do elétron.

Resolução:

Da definição de intensidade média de corrente elétrica, temos:

$$i_m = \frac{|Q|}{\Delta t} \Rightarrow i_m = \frac{e}{T} \quad \text{(I)}$$

em que **e** é o módulo da carga do elétron e **T**, o período do MCU.
Em um movimento uniforme, a velocidade escalar instantânea pode ser dada por:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

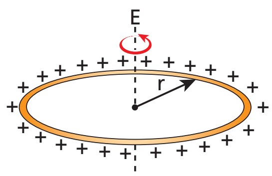
Como $\Delta s = 2\pi r$ (**r** é o raio da órbita) e $\Delta t = T$, temos:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} \quad \text{(II)}$$

Substituindo (II) em (I), temos:

$$i_m = \frac{ev}{2\pi r}$$

10. Um anel de raio **r**, uniformemente eletrizado, com densidade linear de cargas (carga elétrica existente por unidade de comprimento do anel) igual a $\boldsymbol{\lambda}$, rota em torno do eixo **E** com velocidade angular constante $\boldsymbol{\omega}$.



Determine a intensidade da corrente elétrica gerada por esse anel.

11. (UFPE) Em uma solução iônica, $N_{(+)} = 5{,}0 \cdot 10^{15}$ íons positivos, com carga individual $Q_{(+)} = +2e$, se deslocam para a direita a cada segundo. Por outro lado, $N_{(-)} = 4{,}0 \cdot 10^{16}$ íons negativos, com carga individual igual a $Q_{(-)} = -e$, se movem em sentido contrário a cada segundo. Qual é a corrente elétrica, em mA, na solução?
Dado: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Bloco 2

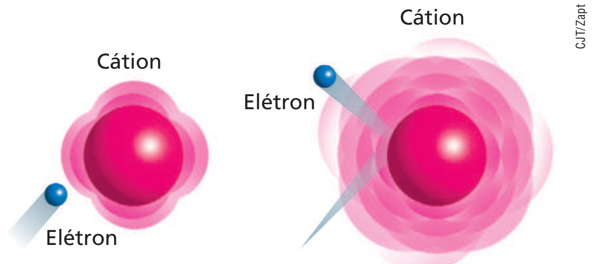
10. Efeito Joule

Como já vimos, quando um fio condutor, de cobre, por exemplo, é ligado a um gerador, ele se submete a uma diferença de potencial, e um campo elétrico se estabelece em seu interior.

As forças elétricas devidas a esse campo aceleram os elétrons livres em um determinado sentido, fazendo com que eles ganhem velocidade nesse mesmo sentido. Acontece que, logo em seguida, esses elétrons colidem com cátions do retículo cristalino do metal e perdem velocidade. Entretanto, como as forças elétricas continuam atuando, os elétrons livres ganham novamente velocidade naquele sentido; em seguida, colidem com outros cátions, e assim sucessivamente.

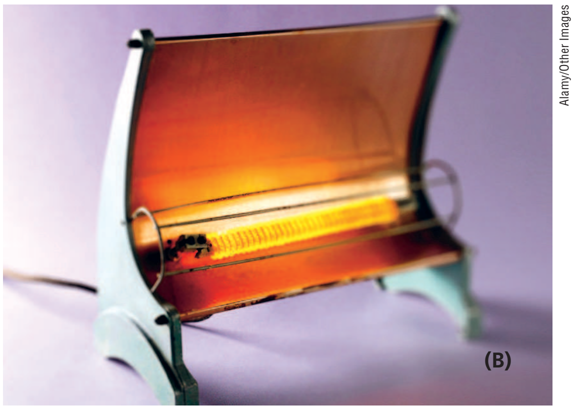
Portanto, o condutor permite que os elétrons livres se movam através dele, mas oferece grande resistência a esse movimento. É como se uma pessoa saísse correndo desesperadamente no meio de uma multidão.

Ao serem bombardeados pelos elétrons livres, os cátions do metal passam a oscilar com amplitudes maiores, o que se traduz em uma elevação da temperatura do fio.



Entre duas colisões, a velocidade média típica dos elétrons livres é de 10^6 m/s.

Entretanto, o movimento da nuvem de elétrons livres é tão dificultado pela presença dos cátions que ele se dá com velocidade muito baixa, tipicamente da ordem de décimos de milímetro por segundo (10^{-4} m/s)! Como essa velocidade é atingida imediatamente após a ligação do fio ao gerador e se mantém estável, toda energia potencial elétrica perdida pelos elétrons livres é convertida em energia térmica: dizemos que a energia potencial elétrica é **dissipada** no condutor. Essa transformação de energia potencial elétrica em energia térmica recebe o nome de **efeito Joule** ou **efeito térmico**.



Duas das aplicações do efeito Joule: (**A**) energia potencial elétrica converte-se em energia térmica no filamento da lâmpada, aquecendo-o; (**B**) essa mesma conversão de energia acontece no aquecedor de ambiente.

Notas:

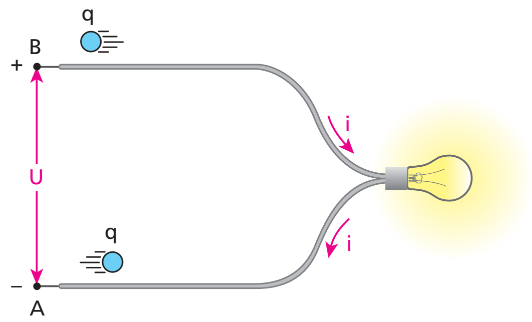
- Vimos que a nuvem de elétrons se desloca no fio com velocidade típica muito baixa, da ordem de 10^{-4} m/s. Dessa maneira, essa nuvem demora cerca de 1 minuto para percorrer 1 cm de fio. Essa lentidão pode causar estranheza e nos levar à seguinte questão: por que, então, o farol de um automóvel, por exemplo, acende quase instantaneamente quando é ligado à bateria?

Para entender isso precisamos saber que o movimento citado é lento, mas se inicia quase instantaneamente em **todos** os pontos dos fios de ligação e do filamento da lâmpada, porque a velocidade de propagação do campo elétrico é muito alta, chegando a ser próxima da velocidade da luz.

- As colocações feitas são superficiais em relação à realidade, mas representam um modelo adequado às nossas necessidades.

11. Potência elétrica

Para entender o conceito de potência elétrica, considere uma lâmpada ligada a um gerador, submetendo-se a uma diferença de potencial **U**, suposta constante, e sendo percorrida por uma corrente elétrica de intensidade **i**.



Durante um intervalo de tempo Δt, essa lâmpada recebe uma quantidade de energia térmica **E**, equivalente à energia potencial elétrica perdida por uma carga **q** que passou por ela. A potência recebida pela lâmpada é dada por:

$$\boxed{Pot = \frac{E}{\Delta t}}$$

No SI, a energia é medida em **J** (joule) e o intervalo de tempo, em **s** (segundo). Assim, a potência é medida na já conhecida unidade J/s, denominada **watt** (símbolo: **W**).

$$\boxed{1\ W = 1\ J/s}$$

Então, se a lâmpada opera com potência igual a 48 W, por exemplo, ela recebe 48 J de energia por segundo.

Vamos buscar agora uma expressão que relacione potência, diferença de potencial e intensidade de corrente. Para isso, observe novamente a figura anterior.

A energia **E** recebida pela lâmpada no intervalo de tempo Δt é a diferença entre a energia potencial elétrica que a carga **q** tem em **A** (E_{p_A}) e a que ela tem em **B** (E_{p_B}):

$$E = E_{p_A} - E_{p_B}$$

Como $E_p = q\,\nu$, temos:

$$E = q\,\nu_A - q\,\nu_B = q\,(\nu_A - \nu_B)$$

Sendo **q** e $(\nu_A - \nu_B)$ quantidades negativas, o produto delas é positivo. Por isso, podemos também escrever:

$$E = |q| \cdot |\nu_A - \nu_B|$$

Representando por **U** o módulo da diferença de potencial entre os pontos **A** e **B**, a energia **E** fica dada por:

$$E = |q|\ U$$

Lembrando que $Pot = \dfrac{E}{\Delta t}$ e $i = \dfrac{|q|}{\Delta t}$, temos:

$$Pot = \frac{E}{\Delta t} = \frac{|q|\,U}{\Delta t} = U\,i$$

$$\boxed{Pot = U\,i}$$

Obtivemos, então, a expressão desejada, que relaciona Pot, **U** e **i**.

Podemos entender de um modo bem simples essa última expressão. Suponha **U** igual a 12 V, que equivale a 12 J/C. Isso significa que cada coulomb de carga, ao passar pela lâmpada, fornece a ela 12 J de energia. Suponha também que **i** seja igual a 4 A, o que significa que 4 C de carga elétrica passam pela lâmpada em cada segundo. Então, se cada coulomb de carga fornece 12 J de energia à lâmpada e, em cada segundo, 4 coulombs a percorrem, ela recebe 4 · 12 J, ou seja, 48 J em cada segundo. Assim, a potência recebida pela lâmpada é 48 J/s ou 48 W, que é justamente o produto de **U** por **i**:

$$U\,i = 12\ V \cdot 4\ A = \frac{12\ J}{C} \cdot \frac{4\ C}{s} = 48\ J/s = 48\ W$$

Note que, para a lâmpada, a potência significa a energia **recebida** por unidade de tempo. Para o gerador, entretanto, essa potência significa a quantidade de energia **fornecida** à lâmpada por unidade de tempo.

Notas:

- No caso em que a potência for variável, mesmo com **U** constante, seu cálculo em um intervalo de tempo Δt fornecerá uma potência **média**:

$$Pot_m = \frac{E}{\Delta t} \text{ e } Pot_m = U\,i_m$$

- Para simplificar a linguagem, frequentemente escrevemos **energia elétrica** em vez de energia potencial elétrica.

12. O quilowatt-hora (kWh)

Suponha que um ferro elétrico de passar roupa, de potência igual a 1000 W, tenha ficado ligado durante 1 h. Vamos calcular a energia elétrica **E** consumida por ele.

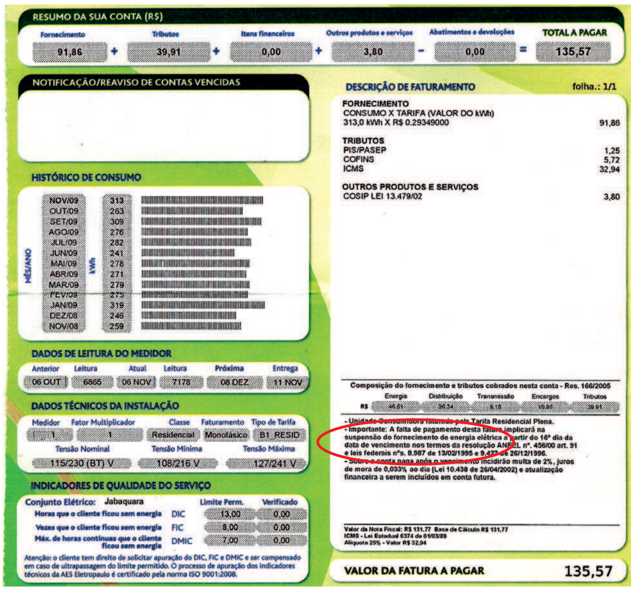
Sendo Pot = 1000 W e Δt = 1 h = 3600 s, temos:

$$\text{Pot} = \frac{E}{\Delta t} \Rightarrow E = \text{Pot}\,\Delta t = 1000\ \text{W} \cdot 3600\ \text{s}$$

$$E = 3\,600\,000\ \text{J} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \text{J}$$

Observando que o número de joules consumidos é muito grande, imagine então como seria enorme o número de joules de energia elétrica consumidos em sua casa ou em uma indústria durante um mês.

Assim, fica evidente que o joule, embora seja a unidade de medida de energia do SI, não é uma unidade adequada para medir o consumo mensal de energia elétrica em residências ou em indústrias, por exemplo. Por isso, foi estabelecida uma unidade prática de energia, que é o **quilowatt-hora** (kWh).



Na conta de energia elétrica, o consumo mensal é medido em kWh.

Para calcular o consumo de energia em kWh, a potência deve estar em **quilowatts** (1 kW = 1000 W) e o intervalo de tempo de onsumo, em **horas**.

No caso citado do ferro elétrico, temos:

$$\text{Pot} = 1000\ \text{W} = 1\ \text{kW}$$
$$\Delta t = 1\ \text{h}$$
$$E = \text{Pot}\,\Delta t = 1\ \text{kW} \cdot 1\ \text{h} \Rightarrow E = 1\ \text{kWh}$$

Então, em vez de dizer que o ferro elétrico consumiu 3 600 000 J, podemos dizer, de modo mais simples, que ele consumiu 1 kWh.

Observe que:

$$1\ \text{kWh} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \text{J}$$

13. Valores nominais

Os fabricantes de lâmpadas, ferros elétricos de passar roupa, chuveiros elétricos etc. especificam em seus produtos pelo menos dois valores, denominados **valores nominais**. Um deles é a **tensão nominal**, que é a tensão da rede elétrica para a qual o produto foi fabricado, e o outro é a **potência nominal**, que é a potência elétrica consumida pelo produto quando submetido à tensão nominal.

Considere, por exemplo, uma lâmpada com as seguintes especificações: 100 W-110 V. Esses valores nominais informam o usuário de que essa lâmpada opera com potência igual a 100 W, desde que seja submetida a uma diferença de potencial igual a 110 V.

Se a lâmpada for ligada a uma tensão menor que a nominal, a potência dissipada também será menor que a nominal, e a lâmpada iluminará menos. Entretanto, se for ligada a uma tensão maior que a nominal, a lâmpada dissipará potência maior e iluminará mais, mas sua vida útil será reduzida.

A potência máxima deste chuveiro é igual a 5400 W desde que esteja ligado a uma rede elétrica de 220 V.

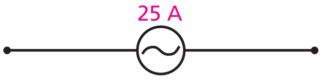
14. Fusíveis

O fusível é um condutor (geralmente de cobre, estanho, chumbo ou alumínio) que protege os circuitos elétricos contra correntes excessivas. Ele é projetado de modo a não permitir que a corrente elétrica perdure no circuito, quando ultrapassa um determinado valor.

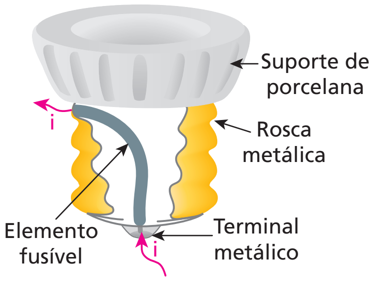
Em condições normais de funcionamento, isto é, enquanto a corrente não ultrapassa o valor máximo admitido, a temperatura atingida pelo fusível é inferior ao seu ponto de fusão. Entretanto, se a corrente se eleva acima desse máximo, a temperatura do fusível aumenta e atinge seu ponto de fusão. Fundindo-se, o circuito se abre e a corrente cessa. Dessa maneira, o fusível protege aparelhos e instalações elétricas.

Esse excesso de corrente pode ser resultado de sobrecarga na rede elétrica (excesso de aparelhos ligados simultaneamente) ou de curto-circuito (contato direto entre dois fios da rede elétrica). Se não fosse a intervenção dos fusíveis (e disjuntores), os riscos de incêndio nas instalações seriam muito maiores.

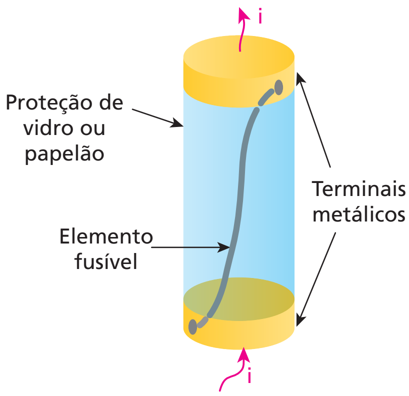
O símbolo dos fusíveis, nos esquemas de circuitos elétricos, é:



Este fusível é adequado para um circuito em que a corrente máxima admissível é de 25 A.

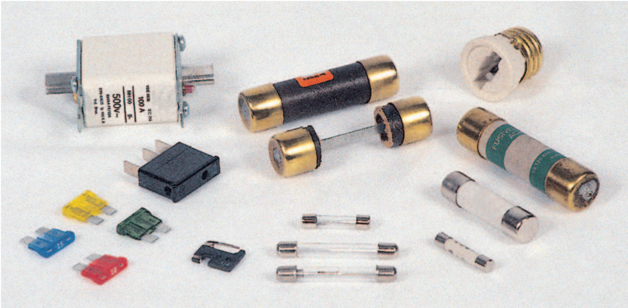


Fusível de rosca.



Fusível de cartucho.

Ilustrações: CJT/Zapt

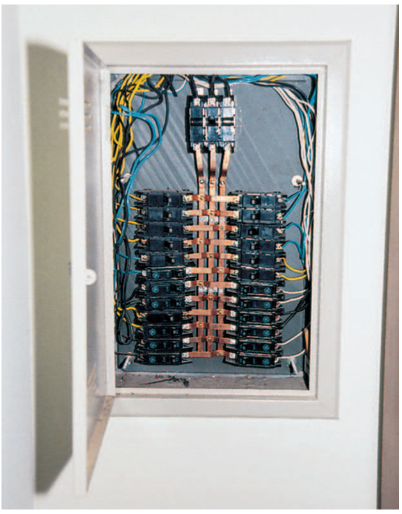


Woody Lawton Rick

Alguns tipos de fusível.

Nota:

- Um dispositivo muito usado atualmente na proteção de circuitos é o **disjuntor**, que abre o circuito automaticamente, quando a corrente elétrica ultrapassa determinado limite. O disjuntor tem uma grande vantagem sobre os fusíveis: uma vez eliminada a causa da corrente excessiva, ele é novamente ligado, e o circuito volta às condições normais de operação, enquanto o fusível, uma vez fundido, tem de ser trocado. Muito raramente um disjuntor precisa ser substituído por outro. Por isso, é cada vez mais raro o uso de fusíveis nas instalações elétricas residenciais e industriais.



Woody Lawton Rick

Quadro de disjuntores de uma instalação elétrica residencial.

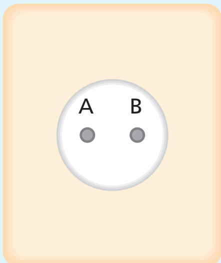
Leitura

O que significam os 220 V ou os 110 V em sua casa?

Como você sabe, no ferro elétrico ligado a uma tomada em sua casa, por exemplo, a corrente elétrica é alternada, com frequência igual a 60 Hz. Isso acontece porque a diferença de potencial (ddp) **U** entre os terminais **A** e **B** da tomada também é alternada.

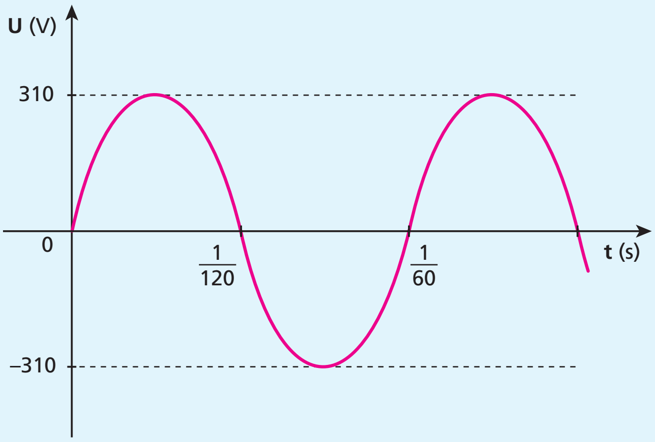
Vamos simbolizar por ν_A e ν_B os potenciais desses terminais e definir a ddp **U** entre eles por $U = \nu_A - \nu_B$.

Durante $\frac{1}{120}$ s, ν_A é maior que ν_B e **U** é positiva. No próximo intervalo de $\frac{1}{120}$ s, a situação se inverte: ν_A se torna menor que ν_B e **U** passa a ser negativa.



Tomada.

O gráfico de **U** em função do tempo, no caso de uma tomada de 220 V, é do seguinte tipo:



Observe, então, que a ddp **U** disponível na tomada varia entre −310 V e +310 V, aproximadamente. Mas, então, o que significa dizer que essa tomada é de 220 V?

Significa que, se um ferro elétrico, por exemplo, em vez de ser ligado nessa tomada, se submetesse a uma ddp **U constante** e igual a 220 V, como se fosse ligado a uma super-bateria, ele esquentaria de modo exatamente igual.

Note, então, que os 220 V na realidade não existem, significando apenas uma tensão constante e fictícia (denominada **tensão eficaz**) que produziria no ferro o mesmo efeito produzido pela tensão real, que varia entre –310 V e +310 V.

No caso de uma tomada de 110 V, a situação é análoga. Agora, a ddp real varia entre –155 V e +155 V, aproximadamente.

Notas:

- Quando medem tensão alternada, os voltímetros são adaptados para medir o valor eficaz dessa tensão.
- Esse assunto (valor eficaz) será retomado no Apêndice do Tópico 4 de Eletromagnetismo.

Exercícios nível 1

12. (UFRGS-RS) O rótulo de um chuveiro elétrico indica 4 500 W e 127 V. Isso significa que, ligado a uma rede elétrica de 127 V, o chuveiro consome:

a) 4 500 joules por segundo.
b) 4 500 joules por hora.
c) 571 500 joules por segundo.
d) 4 500 calorias por segundo.
e) 4 500 calorias por hora.

13. E.R. Por um chuveiro elétrico circula uma corrente de 20 A quando ele é ligado a uma tensão de 220 V.
Determine:
a) a potência elétrica recebida pelo chuveiro;
b) a energia elétrica consumida pelo chuveiro em 15 minutos de funcionamento, expressa em kWh.
c) a elevação da temperatura da água ao passar pelo chuveiro com vazão igual a 50 gramas por segundo, supondo que ela absorva toda a energia dissipada. Use: calor específico da água = 4,0 J/g °C.

Resolução:

a) A potência elétrica recebida é calculada por:

$$Pot = U\,i$$

Assim, substituindo os valores fornecidos, temos:

$$Pot = 220 \cdot 20 \Rightarrow \boxed{Pot = 4400\ W} \text{ ou } \boxed{Pot = 4{,}4\ kW}$$

b) A potência é, por definição:

$$Pot = \frac{E}{\Delta t} \Rightarrow E = Pot \cdot \Delta t$$

em que **E** é a energia recebida pelo chuveiro nesse intervalo de tempo Δt. Assim, sendo Pot = 4,4 kW e $\Delta t = 15\ min = \frac{1}{4}\ h$, temos:

$$E = 4{,}4\ kW \cdot \frac{1}{4}\ h \Rightarrow \boxed{E = 1{,}1\ kWh}$$

Nota:

- $1\ kWh = 3{,}6 \cdot 10^6\ J$

  Assim, a resposta, no SI, seria:

$$E = 1{,}1 \cdot 3{,}6 \cdot 10^6\ J \Rightarrow \boxed{E = 3{,}96 \cdot 10^6\ J}$$

c) Em cada segundo, passa pelo chuveiro uma massa **m** de água: m = 50 g.
A potência do chuveiro é 4 400 W, o que equivale a 4 400 J/s. Isso significa que, em cada segundo, o chuveiro consome 4 400 J de energia elétrica, que é entregue aos 50 g de água, na forma de energia térmica: Q = 4 400 J.
Usando a equação do calor sensível:

$$Q = m\,c\,\Delta\theta$$

em que Q = 4 400 J, m = 50 g e c = 4,0 J/g °C, temos:

$$4\,400\ J = 50\ g \cdot \frac{4{,}0\ J}{g\,°C} \cdot \Delta\theta$$

$$\boxed{\Delta\theta = 22\ °C}$$

14. A diferença de potencial **U** entre os terminais de um fio metálico ligado a uma pilha é igual a 1,2 V e a intensidade da corrente que o percorre é 5 A.
Analise, então, as seguintes afirmações:
I. Os portadores de carga elétrica que percorrem o fio são elétrons.
II. A soma dos módulos das cargas dos portadores que passam por uma seção transversal do fio, em cada segundo, é igual a 5 coulombs.
III. O fio recebe 1,2 J de energia de cada coulomb de carga que o percorre de um terminal ao outro.
IV. A potência elétrica consumida pelo fio é igual a 6 W e isso significa que o fio recebe 6 joules de energia por segundo, na forma de energia térmica.
São corretas as seguintes afirmações:
a) Nenhuma.
b) Apenas I, II e IV.
c) Apenas I, III e IV.
d) Apenas II e III.
e) Todas.

15. Quando ligado a uma tensão de 100 V, um aquecedor elétrico recebe uma potência elétrica de 1800 W. Calcule:
a) a intensidade da corrente elétrica no aquecedor;
b) a energia elétrica recebida pelo aquecedor, em 1 h de funcionamento, em kWh.

16. Um aquecedor elétrico de imersão, ligado a uma tomada de 110 V, eleva de 20 °C a 100 °C a temperatura de 660 gramas de água, em 4,0 minutos. Supondo que a água aproveite toda a energia térmica produzida e sendo 1,0 cal/g °C o seu calor específico, calcule:
a) a potência do aquecedor (use 1,0 cal = 4,2 J);
b) a corrente elétrica no aquecedor.

17. (UFRN) Um chuveiro elétrico tem potência de 2 800 W, e uma lâmpada incandescente tem potência de 40 W. O tempo que a lâmpada deve ficar ligada para consumir a mesma energia gasta pelo chuveiro em dez minutos de funcionamento é:
a) 1 hora e 10 minutos.
b) 700 horas.
c) 70 horas.
d) 11 horas e 40 minutos.

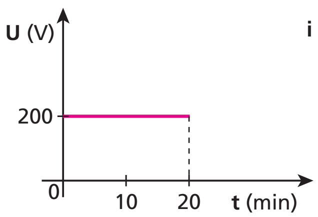
18. (Vunesp-SP) Um jovem casal instalou em sua casa uma ducha elétrica moderna de 7700 watts/220 volts. No entanto, os jovens verificaram, desiludidos, que toda vez que ligavam a ducha na potência máxima, desarmava-se o disjuntor (o que equivale a queimar o fusível de antigamente) e a fantástica ducha deixava de aquecer. Pretendiam até recolocar no lugar o velho chuveiro de 3300 watts/220 volts, que nunca falhou. Felizmente, um amigo – físico, naturalmente – os socorreu. Substituiu o velho disjuntor por outro, de maneira que a ducha funcionasse normalmente.
A partir desses dados, indique a única alternativa que descreve corretamente a possível troca efetuada pelo amigo.
a) Substituiu o velho disjuntor de 20 ampères por um novo, de 30 ampères.
b) Substituiu o velho disjuntor de 20 ampères por um novo, de 40 ampères.
c) Substituiu o velho disjuntor de 10 ampères por um novo, de 40 ampères.
d) Substituiu o velho disjuntor de 30 ampères por um novo, de 20 ampères.
e) Substituiu o velho disjuntor de 40 ampères por um novo, de 20 ampères.

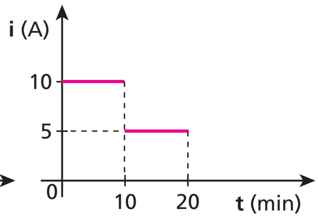
Exercícios — nível 2

19. Quando lemos uma matéria sobre usinas hidrelétricas, frequentemente deparamos com a unidade kVA. Trata-se de uma unidade de medida de:
a) carga elétrica;
b) corrente elétrica;
c) diferença de potencial;
d) energia;
e) potência.

20. Um ebulidor com as especificações 800 W-220 V, corretamente ligado, elevou de 20 °C a 100 °C a temperatura de uma determinada quantidade de água, durante 5,0 minutos.
Sabendo que o calor específico da água é igual a 1,0 cal/g °C e que sua massa específica é igual a 1,0 g/mL, determine o volume da água aquecida.
Suponha que toda energia térmica produzida seja entregue à água e considere 1,0 cal = 4,0 J.

21. Os gráficos a seguir representam a tensão (**U**) e a intensidade de corrente elétrica (**i**) em um aquecedor, em função do tempo (**t**):



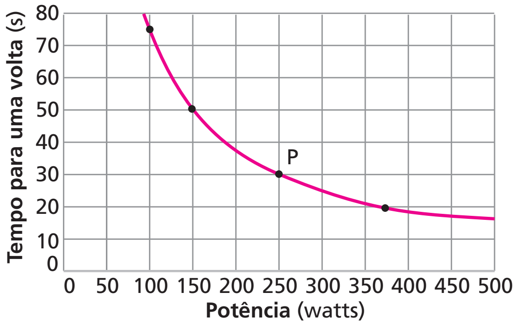


Calcule o consumo de energia elétrica, em kWh, nos vinte minutos de funcionamento.

22. (Fuvest-SP) As lâmpadas fluorescentes iluminam muito mais do que as lâmpadas incandescentes de mesma potência. Nas lâmpadas fluorescentes compactas, a eficiência luminosa, medida em lumens por watt (lm/W), é da ordem de 60 lm/W e, nas lâmpadas incandescentes, da ordem de 15 lm/W. Em uma residência, 10 lâmpadas incandescentes de 100 W são substituídas por fluorescentes compactas que fornecem iluminação equivalente (mesma quantidade de lumens). Admitindo que as lâmpadas ficam acesas, em média, 6 horas por dia e que o preço da energia elétrica é de R$ 0,20 por kWh, a **economia mensal** na conta de energia elétrica dessa residência será de, aproximadamente:
a) R$ 12,00.
b) R$ 20,00.
c) R$ 27,00.
d) R$ 36,00.
e) R$ 144,00.

23. (Vunesp-SP) Normalmente, aparelhos elétricos têm manual de instruções ou uma plaqueta que informa a potência que absorvem da rede elétrica para funcionar. Porém, se essa informação não estiver disponível, é possível obtê-la usando o medidor de energia elétrica da entrada da residência. Além de mostradores que permitem a leitura do consumo de cada mês, o medidor tem um disco que gira quando a energia elétrica está sendo consumida. Quanto mais energia se consome, mais rápido gira o disco. Usando esse medidor, um estudante procedeu da seguinte forma para descobrir a potência elétrica de um aparelho que possuía.

- Inicialmente, desconectou todos os aparelhos das tomadas e apagou todas as luzes. O disco cessou de girar.
- Em seguida, ligou apenas uma lâmpada de potência conhecida e mediu o tempo que o disco levou para dar uma volta completa.
- Prosseguindo, ligou ao mesmo tempo duas, depois três, depois quatro lâmpadas conhecidas, repetindo o procedimento da medida. A partir dos dados obtidos, construiu o gráfico do tempo gasto pelo disco para dar uma volta completa em função da potência absorvida da rede, mostrado na figura a seguir.

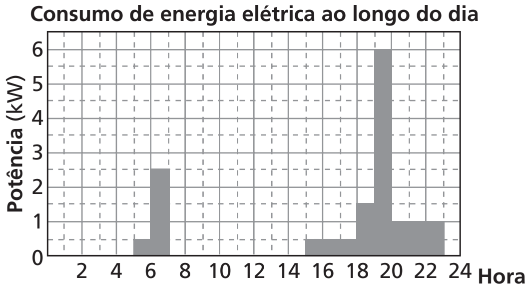


Finalmente, ligando apenas o aparelho cuja potência desejava conhecer, observou que o disco levava aproximadamente 30 s para dar uma volta completa.

a) Qual a potência do aparelho?
b) O tempo gasto pelo disco e a potência absorvida são grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais? Justifique sua resposta.

24. (Unicamp-SP) O gráfico abaixo mostra a potência elétrica (em kW) consumida em uma certa residência ao longo do dia. A residência é alimentada com a voltagem de 120 V. Essa residência tem um fusível que se queima se a corrente ultrapassar um certo valor, para evitar danos na instalação elétrica. Por outro lado, esse fusível deve suportar a corrente utilizada na operação normal dos aparelhos da residência.

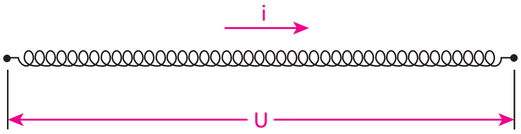
a) Qual o valor mínimo da corrente que o fusível deve suportar?
b) Qual é a energia em kWh consumida em um dia nessa residência?
c) Qual será o preço a pagar por 30 dias de consumo se o kWh custa R$ 0,12?



Bloco 3

15. Primeira Lei de Ohm

Vamos procurar, agora, uma relação entre a diferença de potencial aplicada em um condutor e a intensidade da corrente causada por ela. Para isso, considere o seguinte experimento: um fio metálico de tungstênio, por exemplo, é submetido a uma diferença de potencial (ddp) **U**, estabelecendo-se nele uma corrente elétrica de intensidade **i**. Suponha que um sistema de refrigeração mantenha constante a temperatura do fio.



Usando uma pilha comum, de modo a se ter **U** igual a 1,5 V, vamos admitir que **i** seja igual a 0,1 A.

Usando duas pilhas comuns, convenientemente interligadas, temos **U** igual a 3,0 V e, nesse caso, constataremos uma corrente de intensidade **i** igual a 0,2 A. Note que **U** dobrou, de 1,5 V para 3,0 V, o mesmo ocorrendo com **i**, que também dobrou, de 0,1 A para 0,2 A.

Se for usada uma bateria de 6,0 V, verificaremos que a corrente passará a valer 0,4 A. Note, novamente, que **U** quadruplicou, de 1,5 V para 6,0 V, o mesmo ocorrendo com **i**.

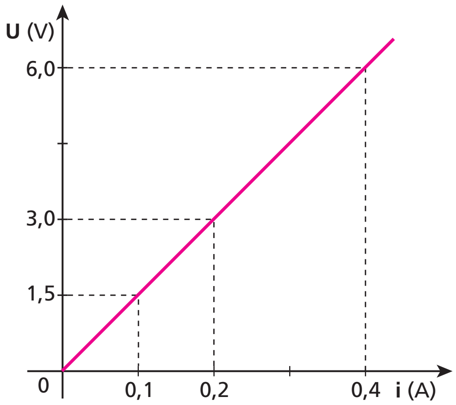
Esse resultado experimental, que também pode ser demonstrado por teoria, revela que a ddp **U** e a intensidade de corrente **i** são grandezas diretamente proporcionais, ou seja:

$$\frac{U}{i} = \frac{1{,}5\ V}{0{,}1\ A} = \frac{3{,}0\ V}{0{,}2\ A} = \frac{6{,}0\ V}{0{,}4\ A} = 15\ V/A$$

Note, então, que:

$$\frac{U}{i} = \text{constante}$$

A proporcionalidade entre **U** e **i** também pode ser visualizada por meio do gráfico a seguir, construído a partir dos valores citados no texto.



O gráfico que relaciona **U** com **i** é um segmento de reta passando pela origem dos eixos.

Se repetirmos a experiência usando um fio de outro metal, como o nicromo (liga que contém níquel e cromo), de mesmas dimensões que o fio de tungstênio e na mesma temperatura constante, obteremos os seguintes resultados:

$U = 1{,}5\ V \Rightarrow i = 0{,}005\ A = 5 \cdot 10^{-3}\ A$

$U = 3{,}0\ V \Rightarrow i = 0{,}010\ A = 10 \cdot 10^{-3}\ A$

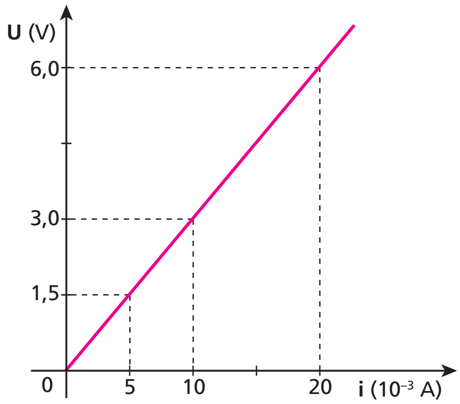
$U = 6{,}0\ V \Rightarrow i = 0{,}020\ A = 20 \cdot 10^{-3}\ A$

Novamente concluímos que **U** e **i** são diretamente proporcionais:

$$\frac{U}{i} = \frac{1{,}5\ V}{0{,}005\ A} = \frac{3{,}0\ V}{0{,}010\ A} = \frac{6{,}0\ V}{0{,}020\ A} = 300\ V/A$$

Mais uma vez:

$$\frac{U}{i} = \text{constante}$$



A constante encontrada recebe o nome de **resistência elétrica** do condutor, que vamos simbolizar por **R**. Note que essa denominação é sugestiva, pois, no condutor que tem resistência **R** maior, será mais difícil estabelecer uma mesma intensidade de corrente: nos experimentos descritos, o fio de nicromo precisa de 300 V para que se estabeleça uma corrente de 1 A, ao passo que o de tungstênio precisa de apenas 15 V.

Os condutores para os quais vale a proporcionalidade entre **U** e **i**, caso dos metais, são chamados **condutores ôhmicos**, e a expressão $\frac{U}{i} = R$, com R constante em temperatura constante, é a **Primeira Lei de Ohm**, fruto de trabalhos do físico alemão Georg Simon **Ohm** (1787-1854). Essa lei é enunciada da seguinte maneira:

> Em um condutor ôhmico mantido a temperatura constante, a intensidade de corrente elétrica é proporcional à diferença de potencial aplicada entre seus terminais:
>
> $$\frac{U}{i} = R \Rightarrow \quad U = R\,i$$

O símbolo da resistência elétrica em esquemas de circuitos elétricos é:

No SI, a unidade de medida da resistência elétrica é o **ohm**, cujo símbolo é **Ω**.

Então, para os fios de tungstênio e de nicromo citados nas experiências, temos:

$$R_{tungstênio} = 15\ V/A = 15\ \Omega$$
$$R_{nicromo} = 300\ V/A = 300\ \Omega$$

Os fatores que influem na resistência elétrica de um condutor serão analisados adiante, quando estudaremos a Segunda Lei de Ohm. Podemos adiantar, porém, que um deles é a temperatura. Por isso, para **R** ser uma constante, na Primeira Lei de Ohm, temos de considerar a temperatura constante.

Science Museum, London/DIOMEDIA

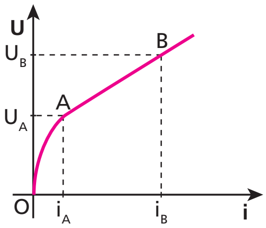
Georg Simon Ohm. Físico alemão, estabeleceu a noção de **resistência elétrica** e publicou suas observações, em 1827, no trabalho intitulado *O circuito galvânico matematicamente analisado*. Nesse trabalho, apresentou os fundamentos das futuras teorias dos circuitos elétricos.

Notas:

- Com certa frequência, vamos observar o uso de dois múltiplos da unidade ohm. São eles:
  $k\Omega = 10^3\ \Omega$ (quiloohm)
  $M\Omega = 10^6\ \Omega$ (megaohm)
  Às vezes também aparece o submúltiplo $m\Omega$ (miliohm), que equivale a $10^{-3}\ \Omega$.

- A expressão $R = \dfrac{U}{i}$ pode ser estendida para definir a resistência elétrica de um condutor qualquer, mesmo os não ôhmicos. Entretanto, no caso dos condutores não ôhmicos, o quociente $\dfrac{U}{i}$ já não será uma constante, mesmo que a temperatura seja. Assim, para cada par de valores de tensão e corrente, teremos uma resistência elétrica diferente.

  O gráfico a seguir, por exemplo, relaciona **U** com **i** em um diodo semicondutor, componente eletrônico fundamental na conversão de corrente alternada em corrente contínua. Suas resistências elétricas nas condições correspondentes aos pontos **A** e **B** são $R_A = \dfrac{U_A}{i_A}$ e $R_B = \dfrac{U_B}{i_B}$, sendo R_A diferente de R_B, pois **U** e **i** não são diretamente proporcionais.



- A **condutância elétrica** de um condutor, simbolizada por **G**, é o inverso da resistência elétrica:

$$G = \frac{1}{R}$$

No SI, a condutância elétrica é medida em **siemens** (símbolo: **S**):

$$1\ S = \frac{1}{\Omega} = 1\ \Omega^{-1}$$

Leitura

Efeitos fisiológicos da corrente elétrica

Quando se estabelece uma diferença de potencial entre dois pontos do corpo humano, flui através dele uma corrente elétrica, cuja intensidade depende dessa diferença de potencial e da resistência elétrica entre os pontos citados. A sensação de choque e suas consequências são devido à corrente elétrica que circula através do corpo.

A resistência elétrica entre dois pontos do corpo depende dos pontos considerados e, também, da umidade da pele. Excluindo a resistência da pele, a resistência entre as orelhas, por exemplo, vale cerca de 100 Ω; entre a mão e o pé, seu valor aproximado é de 500 Ω. A resistência da pele seca tem valor próximo de 500 000 Ω, ao passo que a da pele úmida aproxima-se de 1 000 Ω.

Eduardo Santaliestra

Placas como a da fotografia advertem quanto aos riscos de choques elétricos.

A sensação de choque elétrico surge quando passam pelo corpo correntes de intensidades superiores a 1 mA. Acima de 10 mA, observam-se dor e dificuldade de se soltar, o que se atribui à contração muscular. Por volta de 20 mA a respiração torna-se difícil, podendo cessar totalmente antes mesmo de se atingirem 80 mA.

As **correntes fatais** são aquelas cujas intensidades situam-se entre 100 mA e 200 mA. Por volta de 100 mA, as paredes ventriculares do coração passam a executar contrações descontroladas, o que se denomina **fibrilação**. Correntes acima de 200 mA já não são tão perigosas, pois as contrações musculares são tão violentas que o coração fica travado, não ocorrendo a fibrilação, aumentando, assim, as possibilidades de sobrevivência.

Observe que, ao contrário do que se pensa comumente, as correntes elétricas mais perigosas têm intensidades relativamente baixas (100 mA a 200 mA), que podem ser produzidas acidentalmente quando usamos eletrodomésticos comuns de 110 V ou 220 V. As correntes mais intensas, embora provoquem desmaios e fortes queimaduras, não causam a morte, se o socorro é imediato. Pessoas acometidas de choques causados por altas tensões reagem, em geral, mais rapidamente à respiração artificial do que aquelas afetadas por choques motivados por baixas tensões.

O socorro a uma vítima de choque começa pelo corte da tensão elétrica que o causou. Isso deve ser feito interrompendo-se o circuito. Na impossibilidade dessa interrupção, sugere-se puxar ou empurrar a pessoa com um material isolante, como, por exemplo, uma corda, um pedaço de madeira seca etc. Esse primeiro socorro deve ser feito o mais rápido possível, pois a resistência da pele na região do contato elétrico diminui, o que provoca elevação da intensidade de corrente.

Entretanto deve-se tomar o cuidado de não provocar contatos indevidos com a pessoa afetada pelo choque, pois a reação instintiva de puxá-la manualmente pode fazer mais uma vítima.

Se, após livrar-se da corrente, a pessoa estiver inconsciente e sem respirar, a respiração artificial deverá iniciar-se imediatamente. O processo de ressuscitação não deve ser interrompido, até que um médico admita não haver mais esperanças. Isso pode durar até oito horas. Observe-se que a eventual ausência de pulso não significa, necessariamente, que se esgotaram as possibilidades de salvar a vítima do choque.

16. Condutor ideal

Em Mecânica, lidamos com diversas situações em que corpos são ligados por fios considerados ideais, cuja massa é igual a zero. Embora esses fios não existam, trata-se de um modelo útil. De fato, em muitos casos reais, a massa do fio é tão pequena, em comparação com as massas dos corpos ligados a ele, que pode ser desprezada.

Veja, agora, um modelo semelhante usado em **Eletrodinâmica**.

Um condutor hipotético, cuja resistência elétrica é igual a zero, recebe o nome de **condutor ideal**. Não considerando o fenômeno da supercondutividade, nenhum condutor tem resistência igual a zero. Entretanto, como veremos na Segunda Lei de Ohm, muitos condutores reais têm resistência tão baixa que podem ser considerados ideais. É o caso, por exemplo, dos fios de cobre, usados na instalação elétrica de uma casa, dos interruptores utilizados para ligar ou desligar uma lâmpada, dos fusíveis e disjuntores, que protegem circuitos contra excessos de corrente etc.

O símbolo de um condutor ideal em esquemas de circuitos elétricos é um simples traço contínuo:

R = 0

Note que a diferença de potencial entre os terminais de um condutor ideal percorrido por corrente elétrica é igual a zero.

De fato, como $U = R\,i$ e $R = 0$, temos:

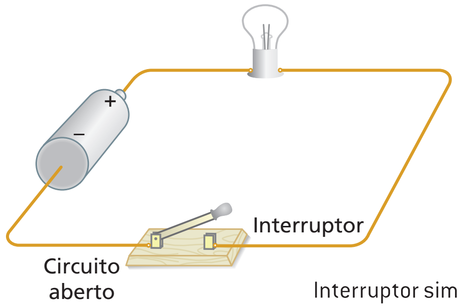
$$U = R\,i = 0 \cdot i$$

$$\boxed{U = 0}$$

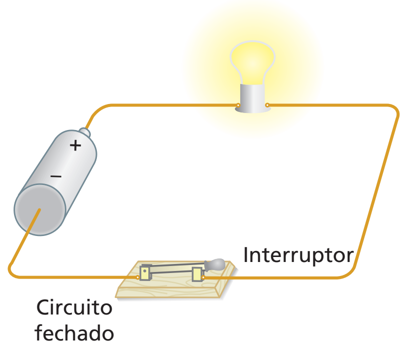
Entretanto, nos casos reais, como o de um fio de cobre em uma instalação elétrica residencial, **U** não é exatamente igual a zero, mas é **desprezível**, já que sua resistência **R** não é igual a zero, mas é também desprezível. Retomaremos essa discussão quando abordarmos a Segunda Lei de Ohm.

17. Interruptores

Os **interruptores** são dispositivos por meio dos quais abrimos ou fechamos um circuito elétrico.



Interruptor simples aberto.



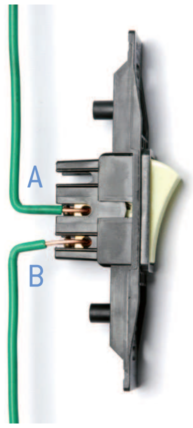
Interruptor simples fechado.

Em esquemas de circuitos elétricos, o símbolo dos interruptores simples é:

CJT/Zapt

Feitos de latão ou cobre, os interruptores possuem resistência elétrica tão baixa que pode ser desprezada.

Funcionam de modo análogo os interruptores instalados nas paredes de uma casa para, de um único local, acender ou apagar uma lâmpada.



Fotografia: Eduardo Santaliestra

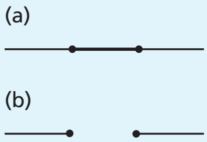
Quando a tecla é acionada, os terminais **A** e **B** são interligados, acendendo a lâmpada, ou desligados, apagando a lâmpada.

Leitura

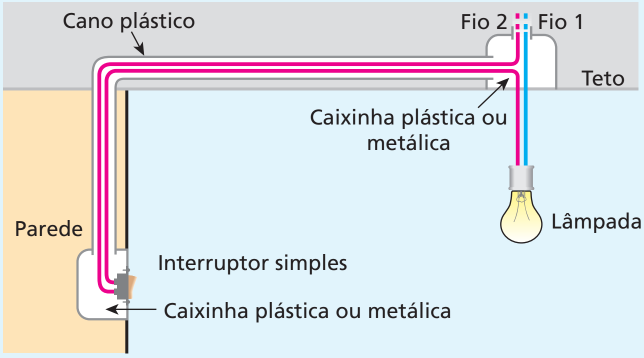
Acendendo e apagando uma lâmpada

Interruptor simples

Os interruptores simples, usados para ligar ou desligar uma lâmpada, têm duas posições: uma de circuito fechado (**a**) e outra de circuito aberto (**b**). Esse interruptor apresenta dois terminais.



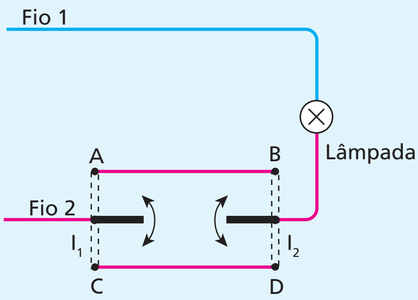
A figura ao lado ilustra a instalação de uma lâmpada em um cômodo de uma residência, usando interruptor simples. Os fios 1 e 2 vêm da caixa de distribuição de energia elétrica. Um deles vai diretamente à lâmpada, enquanto o outro passa primeiramente pelo interruptor.



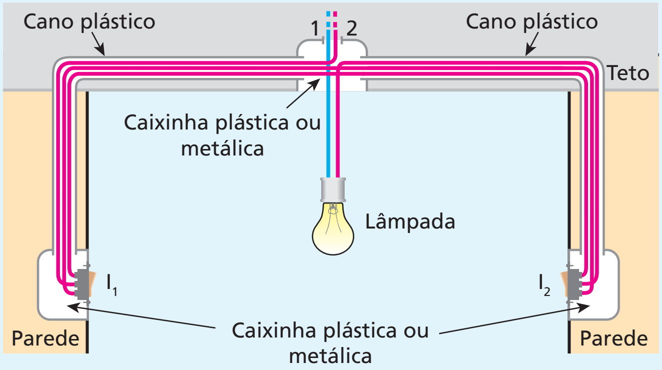
Interruptor paralelo

Existe um tipo de interruptor, conhecido comercialmente como **interruptor paralelo**, que apresenta três terminais, em vez de dois. Ele permite instalar uma lâmpada de modo que ela possa ser ligada ou desligada de dois diferentes locais. A figura ao lado representa esquematicamente fios de ligação, uma lâmpada e dois interruptores, I_1 e I_2, que podem fechar ou abrir o circuito em duas posições.

Observe que, se I_1 estiver em **A**, poderemos ligar a lâmpada colocando I_2 em **B** ou desligá-la colocando I_2 em **D**. Observe também que, com I_2 em **D**, a lâmpada poderá ser ligada (em **C**) ou desligada (em **A**) em I_1.



A figura ao lado ilustra a execução dessa instalação em uma residência. Os fios 1 e 2 vêm da caixa de distribuição. Novamente, um deles vai diretamente à lâmpada, enquanto o outro vai ao terminal central de um dos interruptores.



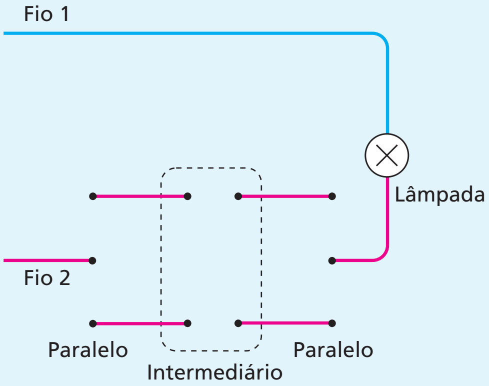
Interruptor intermediário

Existe ainda outro tipo de interruptor, denominado comercialmente **interruptor intermediário**, dotado de quatro terminais úteis. Combinando interruptores desse tipo com os interruptores paralelos, podemos ligar ou desligar uma lâmpada de qualquer posição.

(a) (b)

O interruptor intermediário pode fechar ou abrir circuitos, interligando terminais como em (**a**) ou (**b**), dependendo da posição da tecla.

A figura ao lado esquematiza a instalação de uma lâmpada, que pode ser ligada ou desligada de três posições. São necessários dois interruptores do tipo paralelo e um intermediário. Usando mais intermediários, podemos comandar a lâmpada de mais posições.



18. Resistores

Função e curva característica do resistor

No item 10 deste tópico, estudamos o efeito Joule. Há situações em que esse efeito é indesejável porque provoca desperdícios de energia elétrica e também pode danificar condutores.

É o caso das instalações elétricas e das linhas de transmissão de energia elétrica, em que são usados fios de cobre ou alumínio, que minimizam o efeito Joule por serem excelentes condutores. Ou o de motores elétricos, em que os enrolamentos também são feitos de fios de cobre, para minimizar o aquecimento.

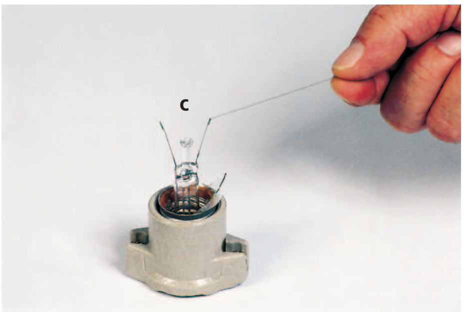
Existem também condutores fabricados com a finalidade exclusiva de converter energia elétrica em energia térmica, ou seja, de aproveitar o efeito Joule. Esses condutores são denominados **resistores**.

O filamento de uma lâmpada de incandescência, por exemplo, é um resistor. Encontramos também resistores nos aquecedores elétricos de ambiente, nos ferros elétricos de passar roupa, nos chuveiros elétricos, nos soldadores elétricos etc. Os fusíveis usados para a proteção de circuitos e instalações também são resistores.

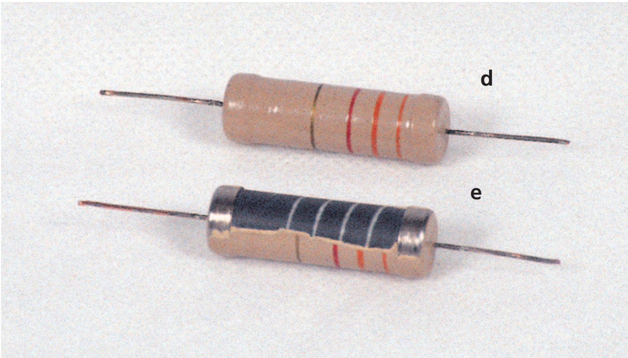
Eduardo Santaliestra

Woody Lawton Rick

Woody Lawton Rick



Woody Lawton Rick

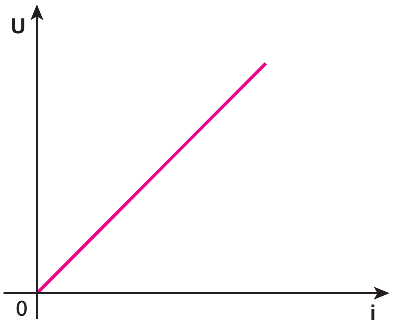


Em **a**, vemos o resistor de um aquecedor de ambiente e em **b**, o de um determinado chuveiro: ambos são feitos da liga metálica denominada nicromo. Em **c**, vemos o resistor de uma lâmpada de incandescência: um fino fio de tungstênio (esticado); em **d**, um resistor usado, por exemplo, no circuito de um aparelho de som, que é mais comumente constituído de uma película de grafite depositada em um pequeno bastão isolante; e, em **e**, a tinta foi raspada do resistor, e podemos notar duas partes metálicas (terminais) e uma parte negra (grafite).

Em um circuito elétrico, o resistor é representado pelo símbolo de sua resistência:

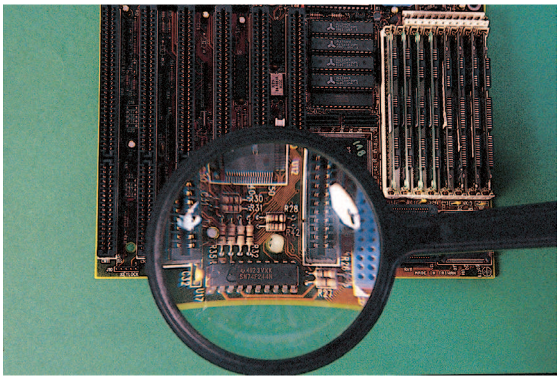
podendo também ser representado por:

Estudaremos os resistores considerando-os condutores ôhmicos. Como vimos ao estudar a Primeira Lei de Ohm, o gráfico que relaciona a diferença de potencial **U** entre os terminais de um resistor com a intensidade de corrente **i** nele estabelecida é um segmento de reta como o representado na figura a seguir.



Esse gráfico é denominado **curva característica** do resistor.

Woody Lawton Rick



Resistores também estão presentes nas placas de circuitos de computadores.

Potência dissipada em um resistor: outras expressões

Como já vimos, a potência elétrica dissipada em um resistor, como no filamento de uma lâmpada, por exemplo, pode ser calculada pela expressão Pot = U i. Entretanto, usando a **Primeira Lei de Ohm** nessa expressão, obtemos outras que, em muitos casos, agilizam cálculos e conclusões.

Fazendo U = R i, vem:

$$\text{Pot} = U\,i = R\,i\,i \Rightarrow \boxed{\text{Pot} = R\,i^2}$$

Fazendo $i = \frac{U}{R}$, obtemos outra expressão:

$$\text{Pot} = U\,i = U\,\frac{U}{R} \Rightarrow \boxed{\text{Pot} = \frac{U^2}{R}}$$

A tabela a seguir fornece potências e outras informações referentes aos resistores de lâmpadas e alguns aparelhos eletrodomésticos.

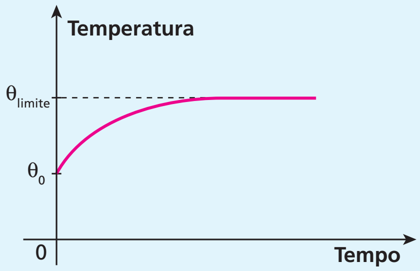
Aparelho	Valores nominais		Valores aproximados	
	Tensão	Potência	Corrente	Resistência
Lâmpada	110 V	60 W	0,55 A	200 Ω
Lâmpada	110 V	100 W	0,9 A	121 Ω
Lâmpada	220 V	100 W	0,45 A	484 Ω
Ferro de passar	110 V	1 000 W	9 A	12 Ω
Ferro de passar	220 V	1 000 W	4,5 A	48 Ω
Chuveiro	110 V	4 400 W	40 A	2,8 Ω
Chuveiro	220 V	4 400 W	20 A	11 Ω
Soldador	110 V	30 W	0,3 A	403 Ω

Leitura

Temperatura-limite de operação dos resistores

Vamos analisar, aqui, resistores que nunca devem atingir a temperatura de fusão e outros que, em algumas situações, devem se fundir.

Considere um resistor à temperatura ambiente θ_0. Ligando esse resistor a um gerador, estabelecemos nele uma corrente elétrica e, com isso, sua temperatura começa a subir.



À medida que sua temperatura aumenta, o fluxo de energia do resistor para o ambiente (por condução, convecção ou radiação) também aumenta. Desse modo, se não ocorrer a fusão do resistor, sua temperatura acabará se estabilizando num valor limite θ_{limite}, que é atingido quando a potência transferida para o ambiente se iguala à potência dissipada no resistor.

Suponha que a potência dissipada no resistor seja igual a 20 W, o que significa que ele está recebendo 20 J de energia térmica por segundo. Então, sua temperatura-limite é atingida quando ele também estiver perdendo 20 J de energia por segundo, para o ambiente.

É isso que ocorre no resistor de um chuveiro, por exemplo, que é projetado para atingir uma temperatura-limite inferior à temperatura de fusão do metal de que é feito.

O mesmo acontece com o filamento de tungstênio de uma lâmpada de incandescência. A temperatura desse filamento eleva-se a um limite situado por volta de 2 500 °C, de modo que sua temperatura de fusão (3 380 °C) não é atingida.

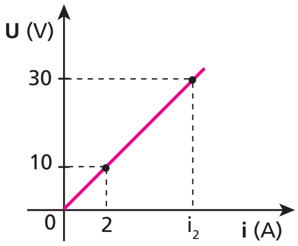
Já os fusíveis de proteção são projetados para que a temperatura-limite seja inferior à de fusão, quando a corrente elétrica tiver valores normais, mas supere a de fusão, quando houver corrente excessiva.

Exercícios

nível 1

25. As unidades C/s, J/C, J/s e V/A receberam as seguintes denominações:
a) watt, volt, ampère e ohm;
b) ampère, volt, watt e ohm;
c) watt, ampère, volt e ohm;
d) ampère, volt, coulomb e ohm;
e) ampère, ohm, watt e coulomb.

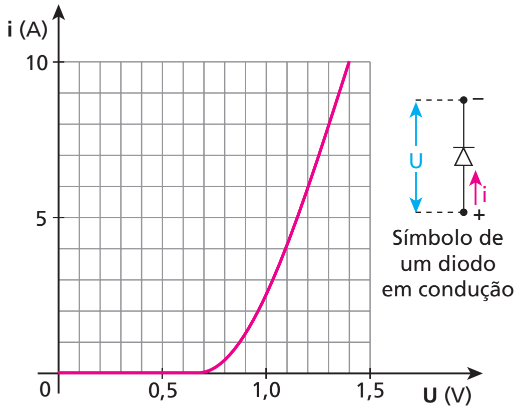
26. No diagrama a seguir está representada a curva característica de um resistor mantido em temperatura constante.
Analise as seguintes afirmações:
I. O resistor em questão é ôhmico.
II. A resistência elétrica do resistor é igual a 5 Ω e isso significa que são necessários 5 volts para produzir nele 1 ampère de corrente.
III. A intensidade de corrente i_2 indicada no diagrama é igual a 6 A.
IV. Se esse resistor for percorrido por uma corrente de 2 A durante 20 s, consumirá 400 J de energia.



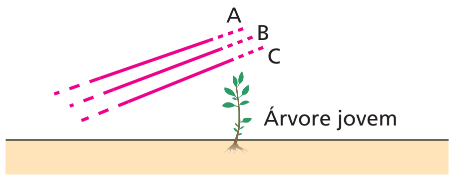
São corretas as seguintes afirmações:
a) Apenas I, II e III.
b) Apenas I e IV.
c) Apenas I, II e IV.
d) Todas.
e) Apenas I e II.

27. O diodo semicondutor é um componente eletrônico usado, por exemplo, na conversão de corrente alternada em corrente contínua. A curva característica de um determinado diodo de silício está representada na figura a seguir.

a) A partir de que valor de **U** esse diodo começa a conduzir corrente elétrica?
b) Qual é o valor R_1 de sua resistência quando **U** é igual a 1,2 V, e o valor R_2 quando **U** é igual a 1,4 V?



28. Tomando como referência o potencial elétrico da Terra (zero volt), os potenciais dos fios nus **A**, **B** e **C** de uma linha de transmissão valem 200 V, –250 V e –300 V, respectivamente. O corpo de uma pessoa situada no alto de uma escada isolante será percorrido por corrente elétrica mais intensa quando tocar .... com uma das mãos e .... com a outra mão.



Indique a alternativa que preenche corretamente as lacunas:
a) a árvore; o fio **C**.
b) o fio **B**; o fio **A**.
c) o fio **B**; o fio **C**.
d) o fio **A**; o fio **C**.
e) o fio **C**; o fio **C**.

29. (UFG-GO) Nos choques elétricos, as correntes que fluem através do corpo humano podem causar danos biológicos que, de acordo com a intensidade da corrente, são classificados segundo a tabela abaixo:

	Corrente elétrica	Dano biológico
I	Até 10 mA	Dor e contração muscular
II	De 10 mA até 20 mA	Aumento das contrações musculares
III	De 20 mA até 100 mA	Parada respiratória
IV	De 100 mA até 3 A	Fribrilação ventricular que pode ser fatal
V	Acima de 3 A	Parada cardíaca, queimaduras graves

Adaptado de: DURAN, J. E. R. *Biofísica*: fundamentos e aplicações. São Paulo:Prentice Hall, 2003. p. 178.

Considerando que a resistência do corpo em situação normal é da ordem de 1 500 Ω, em qual das faixas acima se enquadra uma pessoa sujeita a uma tensão elétrica de 220 V?

a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

30. E.R. Considere uma lâmpada de incandescência com as seguintes especificações (valores nominais): 100 W-220 V.

a) Calcule a resistência elétrica dessa lâmpada operando corretamente.
b) Ignorando a variação da resistência elétrica com a temperatura, calcule a potência dissipada pela lâmpada se for ligada a uma rede de 110 V.

Resolução:

a) Conhecendo Pot = 100 W e U = 220 V, é mais imediato usar:

$$\text{Pot} = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{\text{Pot}} = \frac{220 \cdot 220}{100} \Rightarrow R = 484\ \Omega$$

b) Quando a lâmpada está ligada corretamente (U = 220 V), temos:

$$\text{Pot} = \frac{U^2}{R} = 100\text{ W}$$

Na nova situação $\left(U' = 110\text{ V} = \frac{U}{2}\right)$, a potência dissipada será:

$$\text{Pot}' = \frac{U'^2}{R} = \frac{\left(\frac{U}{2}\right)^2}{R} = \frac{1}{4} \cdot \frac{U^2}{R} = \frac{1}{4} \cdot 100\text{ W}$$

$$\boxed{\text{Pot}' = 25\text{ W}}$$

Com a redução da potência dissipada, reduz-se também a potência luminosa irradiada, que é uma **pequena** fração da potência dissipada, já que o rendimento dessa lâmpada é muito baixo. Consequentemente, ela passa a iluminar menos.

Nota:

- Você também pode resolver o item **b** usando Pot = U i. Entretanto, essa expressão requer mais cuidado porque **todas** as grandezas presentes nela são **variáveis**. De fato, sendo **R** constante, **U** e **i** são diretamente proporcionais. Então, se **U** cai à metade, o mesmo acontece com **i**, de modo que a potência passa a ser:

$$\text{Pot}' = U' i' = \frac{U}{2} \cdot \frac{i}{2} = \frac{Ui}{4} = \frac{\text{Pot}}{4}$$

Mais uma vez concluímos que a nova potência é um quarto da potência nominal. Verifique você mesmo que a expressão Pot = R i^2 também o levaria à mesma conclusão.

31. Um soldador elétrico de baixa potência, de especificações 26 W-127 V, está ligado a uma rede elétrica de 127 V. Calcule:

a) a resistência elétrica desse soldador em funcionamento;
b) a intensidade de corrente nele estabelecida;
c) a energia dissipada em 5,0 minutos de operação, em quilojoules.

32. Um resistor usado em circuitos, como os de receptores de rádio e televisores, por exemplo, é especificado pelo valor de sua resistência e pela potência máxima que pode dissipar sem danificar-se. Considerando um resistor de especificações 10 kΩ-1W, determine a máxima intensidade de corrente que ele pode suportar.

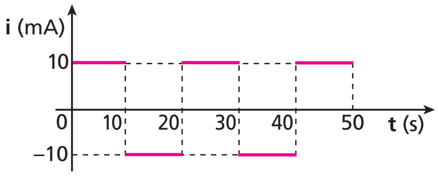
33. Um fio de nicromo, de resistência igual a 3,0 Ω, é submetido a uma diferença de potencial de 6,0 V. Com isso, ele passa a liberar quantas cal/s (calorias por segundo)? Use: 1,0 cal = 4,0 J.

Exercícios — nível 2

34. Um chuveiro ligado em 220 V opera com potência igual a 5 500 W. A temperatura ambiente é igual a 15 °C e considere o calor específico da água igual a 4,0 J/g °C. Suponha que toda energia dissipada no resistor do chuveiro seja entregue à água.

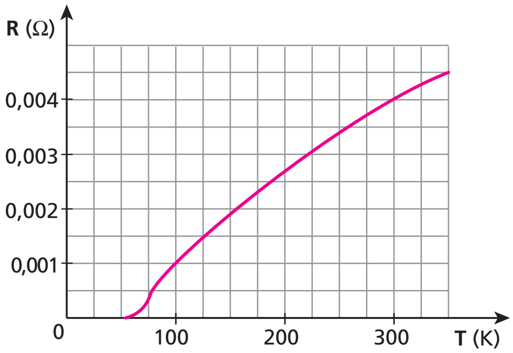
a) Calcule a resistência elétrica desse chuveiro ligado.
b) Calcule a temperatura da água ao sair do chuveiro quando passam por ele 55 gramas por segundo.
c) Desejando que a água saia do chuveiro a 70 °C, devemos fechar um pouco o registro de modo que passem pelo chuveiro quantos gramas por segundo?

35. A intensidade de corrente elétrica em um resistor ôhmico de resistência elétrica igual a 1 kΩ é dada em função do tempo, conforme o gráfico a seguir:



Determine a energia elétrica dissipada no resistor no intervalo de tempo de 0 a 50 s.

36. (Fuvest-SP) O gráfico representa o comportamento da resistência de um fio condutor em função da temperatura em **K**. O fato de o valor da resistência ficar desprezível abaixo de uma certa temperatura caracteriza o fenômeno da supercondutividade. Pretende-se usar o fio na construção de uma linha de transmissão de energia elétrica em corrente contínua. À temperatura ambiente de 300 K, a linha seria percorrida por uma corrente de 1 000 A, com uma certa perda de energia na linha.



Qual seria o valor da corrente na linha, com a mesma perda de energia, se a temperatura do fio fosse baixada para 100 K?

37. (Unifesp-SP) Um resistor para chuveiro elétrico apresenta as seguintes especificações:

Tensão elétrica: 220 V.
Resistência elétrica (posição I): 20,0 Ω.
Resistência elétrica (posição II): 11,0 Ω.
Potência máxima (posição II): 4 400 W.

Uma pessoa gasta 20 minutos para tomar seu banho, com o chuveiro na posição II, e com a água saindo do chuveiro à temperatura de 40 °C.

Considere que a água chega ao chuveiro à temperatura de 25 °C e que toda a energia dissipada pelo resistor seja transferida para a água. Para o mesmo tempo de banho e a mesma variação de temperatura da água, determine a economia que essa pessoa faria, se utilizasse o chuveiro na posição I:

a) no consumo de energia elétrica, em kWh, em um mês (30 dias);
b) no consumo de água por banho, em litros, considerando que na posição I gastaria 48 litros de água.

Dados: calor específico da água: 4 000 J/kg °C;
densidade da água: 1 kg/L.

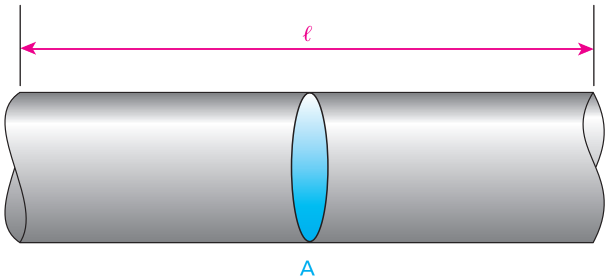
Bloco 4

19. Segunda Lei de Ohm

Prosseguindo em seus trabalhos, Ohm procurou identificar as grandezas que influem na resistência elétrica, chegando, então, a outra lei.

A **Segunda Lei de Ohm** fornece a resistência elétrica de um condutor em função do material de que ele é feito, de seu comprimento e da área de sua seção transversal.

Considere o fio condutor representado na figura a seguir. Ele tem comprimento $\boldsymbol{\ell}$ e seção transversal uniforme de área **A**.



Pode-se demonstrar que a resistência elétrica desse fio é tanto maior quanto maior é seu comprimento e menor a área da seção transversal, dependendo ainda do material de que é feito e da temperatura.

Todas essas variáveis estão contidas na **Segunda Lei de Ohm**.

A resistência elétrica **R** de um condutor homogêneo de seção transversal uniforme é proporcional ao seu comprimento $\boldsymbol{\ell}$, inversamente proporcional à área A de sua seção transversal e depende do material e da temperatura:

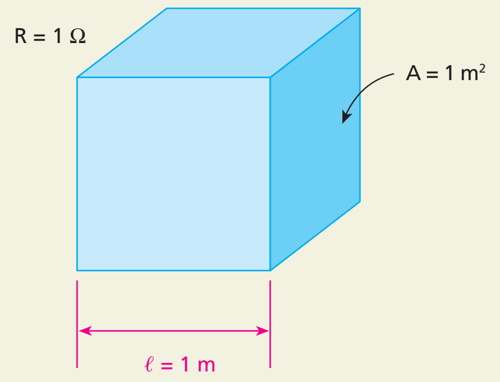
$$\boxed{R = \frac{\rho \ell}{A}}$$

em que a grandeza $\boldsymbol{\rho}$ é característica do material e da temperatura, sendo denominada **resistividade elétrica** do material.

Observe que **R** é característica do condutor (material e dimensões) e da temperatura, enquanto $\boldsymbol{\rho}$ é característica apenas do material e da temperatura, não importando as dimensões.

A unidade de resistividade elétrica, no SI, é o **ohm-metro** (símbolo: **Ω** m).

Um material homogêneo e isótropo (mesmo comportamento elétrico em qualquer direção) terá resistividade igual a 1 **Ω** m se um cubo de 1 m de aresta, feito desse material, apresentar resistência elétrica de 1 **Ω** entre faces opostas:



$$\rho = \frac{RA}{\ell} = \frac{1\Omega \cdot 1\text{m}^2}{1\text{m}} \Rightarrow \rho = 1\,\Omega\,\text{m}$$

Na prática, mede-se **ρ** em $\frac{\Omega\,\text{mm}^2}{\text{m}}$, porque a unidade mais adequada para se medir a área da seção transversal de um fio condutor é o mm^2, e não o m^2.

$$1\,\frac{\Omega\,\text{mm}^2}{\text{m}} = 10^{-6}\,\Omega\,\text{m}$$

Nota:

- Denomina-se **condutividade elétrica** de um material a grandeza, que simbolizamos por **σ**, definida pelo inverso da resistividade:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

No SI, a unidade de condutividade elétrica é o **siemens por metro** (símbolo: **S/m**):

$$\frac{1}{\Omega\text{m}} = \frac{\Omega^{-1}}{\text{m}} = \frac{\text{S}}{\text{m}}$$

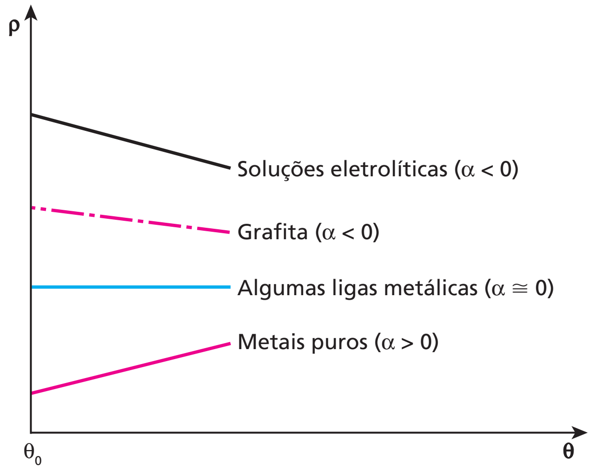
20. Influência da temperatura na resistividade

Nos metais puros, quando a temperatura aumenta, a resistividade também aumenta. Isso ocorre devido ao aumento das amplitudes de oscilação dos cátions do retículo cristalino, o que aumenta a probabilidade de choques entre estes e os elétrons livres.

Na grafite, no silício e no germânio, a resistividade diminui quando a temperatura aumenta. Isso ocorre porque a elevação da temperatura provoca quebras de ligações entre os átomos e, com isso, elétrons que participavam dessas ligações tornam-se livres. Assim, aumenta a população de elétrons livres e o material torna-se um condutor melhor do que era.

Nas soluções eletrolíticas, a resistividade também diminui quando a temperatura aumenta.

Algumas ligas de cobre, manganês e níquel, como a manganina e a constantan, têm suas resistividades praticamente constantes em relação à temperatura.



Considere um resistor que apresenta uma resistência elétrica R_0 a uma temperatura θ_0, e resistência **R** a uma temperatura **θ**. Para temperaturas não superiores a 400 °C, é aproximadamente válida a seguinte expressão:

$$R = R_0\,[1 + \alpha(\theta - \theta_0)] \quad \text{(I)}$$

em que **α** é denominado **coeficiente de temperatura** do material. No aquecimento do condutor de θ_0 a θ, as variações de suas dimensões, provocadas por dilatação térmica, praticamente não influem em sua resistência elétrica.

Assim:

$$R = \rho\,\frac{\ell}{A} \text{ e } R_0 = \rho_0\,\frac{\ell}{A}$$

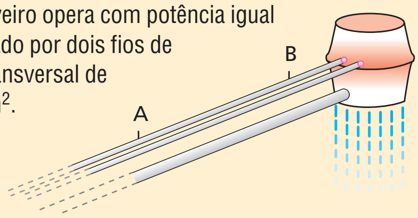
Substituindo essas expressões em (I), obtemos:

$$\rho = \rho_0\,[1 + \alpha(\theta - \theta_0)]$$

Exercícios

nível 1

38. E.R. Um chuveiro opera com potência igual a 4 400 W, alimentado por dois fios de cobre de secção transversal de área igual a 4,0 mm^2. Suponha que a corrente elétrica nesses fios seja de 20 A.



CJT/Zapt

Sabendo que os fios de cobre estão praticamente na temperatura ambiente e que, nessa temperatura, a resistividade do cobre é igual a $1{,}7 \cdot 10^{-2}\ \dfrac{\Omega\ \text{mm}^2}{\text{m}}$, determine:

a) a resistência elétrica de um trecho AB de um desses fios, de 80 cm de comprimento;
b) a diferença de potencial entre os extremos **A** e **B** do trecho a que se refere o item anterior;
c) a potência elétrica dissipada em 80 cm de fio.

Resolução:

a) Para o trecho AB, temos:

$\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-2}\ \dfrac{\Omega\ \text{mm}^2}{\text{m}}$

$\ell = 80\ \text{cm} = 0{,}80\ \text{m}$

$A = 4{,}0\ \text{mm}^2$

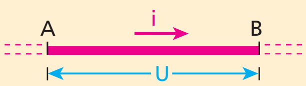
Então, usando a **Segunda Lei de Ohm**, calculamos sua resistência:

$$R = \frac{\rho \ell}{A} = \frac{1{,}7 \cdot 10^{-2}\ \dfrac{\Omega\ \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot 0{,}80\ \text{m}}{4{,}0\ \text{mm}^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{R = 3{,}4 \cdot 10^{-3}\ \Omega}$$

Observe que essa resistência é extremamente pequena (3,4 milésimos de ohm). Isso explica por que os fios de ligação em uma instalação elétrica residencial podem ser considerados aproximadamente condutores ideais.

b)



Sendo $i = 20$ A e $R = 3{,}4 \cdot 10^{-3}\ \Omega$, temos, pela **Primeira Lei de Ohm**:

$$U = R\,i = 3{,}4 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \Rightarrow \boxed{U = 68 \cdot 10^{-3}\ \text{V}}$$

c) A resistência elétrica de 80 cm desse fio de cobre é: $R_8 = 3{,}4 \cdot 10^{-2}\ \Omega$.

A potência dissipada nele é: $Pot_8 = R_8\, i^2 = 3{,}4 \cdot 10^{-2} \cdot (20)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{Pot_8 = 13{,}6\ \text{W}}$

O fato de 13,6 W ser muito menor que 4 400 W explica por que o aquecimento dos fios de ligação também é muito menor que o do chuveiro.

NOTA

- A ddp obtida (68 milésimos de volt) é insignificante quando comparada com a ddp que alimenta um chuveiro, razão pela qual normalmente é desprezada. Observe, porém, que, embora essa ddp seja muito pequena, ela consegue manter no trecho do fio uma corrente elevada, de 20 A, porque a resistência desse trecho também é muito pequena.

Veja:

$$i = \frac{U_{(\text{desprezível})}}{R_{(\text{desprezível})}} = \frac{68 \cdot 10^{-3}}{3{,}4 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow i = 20\ \text{A}$$

Entretanto, essa ddp é totalmente inofensiva para uma pessoa, pois a resistência, principalmente da pele, é muitíssimo mais alta.

39. A área **A** de um círculo de raio **r** é dada por: $A = \pi r^2$. Calcule, então, quantos metros deve ter um fio de cobre com 2,0 mm de diâmetro, para que sua resistência elétrica seja igual a 1,0 Ω. Considere a resistividade do cobre igual a $1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega\ \text{m}$. Use $\pi = 3{,}1$.

40. O resistor de determinado chuveiro é um fio de nicromo, de 2 m de comprimento e 11 Ω de resistência, enrolado em forma de hélice cilíndrica.

a) Faça uma estimativa do comprimento que deveria ter um fio de cobre, de mesma área de seção transversal, para se obter um resistor também de 11 Ω. Para isso, considere:

$\rho_{\text{nicromo}} = 1 \cdot 10^{-6}\ \Omega\ \text{m}$ $\qquad \rho_{\text{cobre}} = 2 \cdot 10^{-8}\ \Omega\ \text{m}$

b) Seria viável usar o cobre na confecção do resistor desse chuveiro? Ignore problemas relacionados com a oxidação.

41. Qual é a resistência elétrica de uma barra de alumínio de 1 m × 2 cm × 7 cm? Considere que a corrente elétrica passa ao longo do comprimento da barra e que a resistividade do alumínio vale $2{,}8 \cdot 10^{-8}\ \Omega\ \text{m}$.

42. E.R. Desprezando influências da temperatura na resistividade e no calor específico, justifique as seguintes afirmações a respeito de um mesmo chuveiro submetido a uma diferença de potencial **U** constante.

a) Sem fazer nenhuma alteração no sistema elétrico do chuveiro, a redução da vazão faz com que a elevação $\Delta\theta$ da temperatura da água seja maior.
b) Para uma mesma vazão, a elevação $\Delta\theta$ da temperatura da água torna-se maior se for cortado um pedaço do resistor do chuveiro (operação, em geral, desaconselhável).

Resolução:

a) Como **U** e **R** (resistência elétrica do chuveiro) são constantes, a expressão $Pot = \dfrac{U^2}{R}$ nos faz concluir que a potência do chuveiro também é constante. Isso significa que, em cada segundo, é constante a quantidade de energia térmica **Q** entregue à massa de água **m** que passa pelo chuveiro.

Como $Q = m\,c\,\Delta\theta$: $\Delta\theta = \dfrac{Q}{mc}$

Sendo **Q** e **c** constantes, quanto menor for **m**, maior será $\Delta\theta$.

Então, quanto menor a vazão, maior a elevação da temperatura da água.

b) Pela **Segunda Lei de Ohm**: $R = \frac{\rho \ell}{A}$

Cortando um pedaço do resistor, seu comprimento ℓ diminui e, com isso, diminui sua resistência **R**, pois ρ e **A** são constantes. Como $Pot = \frac{U^2}{R}$ e **U** é constante, a redução de **R** implica um aumento da potência do chuveiro. Assim, para uma vazão constante, uma mesma massa **m** de água recebe, por segundo, maior quantidade de energia térmica **Q**. Sendo $Q = m\,c\,\Delta\theta$:

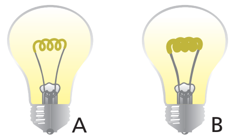
$$\Delta\theta = \frac{Q}{mc}$$

Como **m** e **c** são constantes, um aumento de **Q** implica maior elevação de temperatura $\Delta\theta$.

43. (PUC-SP) Uma estudante, descontente com o desempenho de seu secador de cabelos, resolve aumentar a potência elétrica do aparelho. Sabendo que o secador tem potência elétrica nominal 1 200 W e opera em 220 V, a estudante deve:

a) ligar o secador numa tomada de 110 V.
b) aumentar o comprimento do fio metálico que constitui o resistor do secador.
c) diminuir o comprimento do fio metálico que constitui o resistor do secador.
d) diminuir a espessura do fio metálico que constitui o resistor do secador.
e) trocar o material do fio metálico que constitui o resistor do secador por outro de maior resistividade.

44. (PUC-RJ) Considere duas lâmpadas, **A** e **B**, idênticas a não ser pelo fato de que o filamento de **B** é mais grosso que o filamento de **A**. Se cada uma estiver sujeita a uma ddp de 110 volts:



a) **A** será a mais brilhante, pois tem a maior resistência.
b) **B** será a mais brilhante, pois tem a maior resistência.
c) **A** será a mais brilhante, pois tem a menor resistência.
d) **B** será a mais brilhante, pois tem a menor resistência.
e) ambas terão o mesmo brilho.

45. Uma lâmpada de incandescência, de 60 W/220 V, apagada há muito tempo, é ligada de acordo com suas especificações. Pode-se afirmar que:

a) em funcionamento normal, 60 J de energia elétrica são transformados em 60 J de energia luminosa, por segundo;
b) em funcionamento normal, a resistência da lâmpada é inferior a 200 Ω;
c) nos instantes iniciais de funcionamento, a corrente elétrica na lâmpada é mais intensa do que nos instantes seguintes;
d) no interior do bulbo da lâmpada, existe oxigênio rarefeito;
e) em funcionamento normal, a corrente na lâmpada é de aproximadamente 3,7 A.

Exercícios — nível 2

46. Em uma lâmpada de incandescência, especificada por 220 V-100 W, o filamento de tungstênio tem comprimento igual a 20 cm. Em funcionamento normal, a temperatura do filamento é de cerca de 2 500 °C (evidentemente menor que a temperatura de fusão do tungstênio, que é superior a 3 000 °C). Qual a área da seção transversal do filamento, sendo de $6{,}2 \cdot 10^{-1}\ \frac{\Omega\ mm^2}{m}$ sua resistividade elétrica nessa temperatura?

47. Um fio de resistência elétrica **R** tem comprimento ℓ e área de seção transversal **A**. Estica-se esse fio até que seu comprimento dobre. Qual será a nova resistência desse fio, supondo que não tenha havido alteração de sua resistividade nem de sua densidade?

48. (UFMG) A figura mostra um cabo telefônico. Formado por dois fios, esse cabo tem comprimento de 5,00 km.

Constatou-se que, em algum ponto ao longo do comprimento desse cabo, os fios fizeram contato elétrico entre si, ocasionando um curto-circuito. Para descobrir o ponto que causa o curto-circuito, um técnico mede as resistências entre as extremidades **P** e **Q**, encontrando 20,0 Ω, e entre as extremidades **R** e **S**, encontrando 80,0 Ω.
Com base nesses dados, é correto afirmar que a distância das extremidades PQ até o ponto que causa o curto-circuito é de:

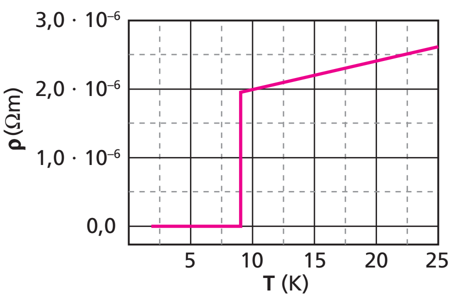
a) 1,25 km. b) 4,00 km. c) 1,00 km. d) 3,75 km.

49. (Mack-SP) Um cabo de cobre, utilizado para transporte de energia elétrica, tem a cada quilômetro de comprimento resistência elétrica de 0,34 Ω.
Dados do cobre: densidade = 9 000 kg/m³;
resistividade = $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ωm.
A massa de um metro desse cabo é igual a:

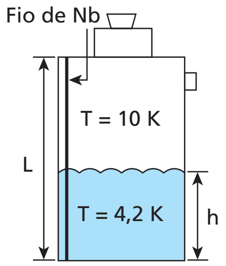
a) 250 g.
b) 450 g.
c) 500 g.
d) 520 g.
e) 540 g.

50. Uma lâmpada de incandescência (100 W-110 V) foi submetida a uma ddp de 12 V e foi medida a intensidade da corrente nela estabelecida. Com isso, calculou-se sua resistência elétrica, obtendo-se um valor R_1, em ohms. Em seguida, essa mesma lâmpada foi ligada em 110 V e novamente mediu-se a corrente estabelecida. Calculou-se, então, sua resistência, obtendo-se um valor R_2, também em ohms.
Embora as medições e os cálculos tenham sido feitos corretamente, verificou-se que R_2 é significativamente maior que R_1. Justifique.

51. (Unicamp-SP) O gráfico a seguir mostra a resistividade elétrica de um fio de nióbio (Nb) em função da temperatura. No gráfico, pode-se observar que a resistividade apresenta uma queda brusca em T = 9,0 K, tonando-se nula abaixo dessa temperatura. Esse comportamento é característico de um material supercondutor.



Um fio de Nb de comprimento total L = 1,5 m e secção transversal de área A = 0,050 mm^2 é esticado verticalmente do topo até o fundo de um tanque de hélio líquido, a fim de ser usado como medidor de nível, conforme ilustrado na figura ao lado. Sabendo que o hélio líquido se encontra a 4,2 K e que a temperatura da parte não imersa do fio fica em torno de 10 K, pode-se determinar a altura **h** do nível de hélio líquido através da medida da resistência do fio.



a) Calcule a resistência do fio quando toda a sua extensão está a 10 K, isto é, quando o tanque está vazio.

b) Qual é a altura **h** do nível de hélio líquido no interior do tanque em uma situação em que a resistência do fio de Nb vale 36 Ω?

Descubra mais

1. Descreva algumas causas da queima de uma lâmpada de incandescência.

2. Os semicondutores dopados são largamente utilizados na microeletrônica.

a) O que são semicondutores? Dê exemplos de alguns materiais semicondutores.

b) O que são semicondutores **dopados**? Do ponto de vista da condutibilidade elétrica, o que os diferencia dos semicondutores intrínsecos (puros)?

c) O que é um diodo semicondutor? Escreva sobre algumas de suas aplicações.

d) O que é um transistor de potência? Qual é a sua função num circuito como o de um aparelho de som, por exemplo?

3. Pesquise sobre a teoria das **bandas** de valência e de condução. Veja como é feita, com base nessa teoria, a distinção entre condutores, isolantes e semicondutores.

4. O que é o fenômeno da supercondutividade? Quando ele foi descoberto? Por quem? Os supercondutores sempre são metálicos?

5. O elétron foi descoberto antes ou depois de toda a formulação da Eletrodinâmica clássica?

Exercícios

nível 3

52. (UFV-MG) A base de uma nuvem de tempestade, eletricamente carregada, situa-se a 500 m do solo. O ar se mantém isolante até que o campo elétrico entre a nuvem e o solo atinja o valor de $5{,}00 \cdot 10^6$ N/C. Num dado momento, a nuvem descarrega-se por meio de um raio, que dura 0,10 s e libera a energia de $5{,}00 \cdot 10^{11}$ J. Calcule:

a) a diferença de potencial entre a base da nuvem e o solo;
b) a corrente elétrica média durante a descarga;
c) a quantidade de carga transportada pelo raio.

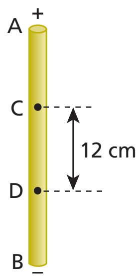
53. (Ufal) Um fio de fusível tem massa de 10,0 g e calor latente de fusão igual a $2{,}5 \cdot 10^4$ J/kg. Numa sobrecarga, o fusível fica submetido a uma diferença de potencial de 5,0 volts e a uma corrente elétrica de 20 ampères durante um intervalo de tempo Δt. Supondo que toda a energia elétrica fornecida na sobrecarga fosse utilizada na fusão total do fio, o intervalo de tempo Δt, em segundos, seria:

a) $2{,}5 \cdot 10^{-2}$.
b) $1{,}5 \cdot 10^{-1}$.
c) 2,5.
d) 3,0.
e) $4{,}0 \cdot 10$.

54. (Mack-SP) Uma lâmpada de incandescência, cujos dados nominais são 60 W-110 V, é acesa e imersa em um calorímetro contendo 400 g de água. A capacidade térmica do calorímetro é de 420 J °C^{-1} e o calor específico da água é de: 4200 J kg^{-1} °C^{-1}. Em 5 minutos, a temperatura da água aumenta 8 °C. Qual a quantidade de energia irradiada do calorímetro para o ambiente?

55. Um sistema gerador de energia elétrica lança 20 kW nos terminais de uma linha de transmissão, sob diferença de potencial de 200 V. Calcule a queda de tensão na linha de transmissão, sendo 0,50 Ω sua resistência total.

56. As extremidades **A** e **B** de um fio condutor cilíndrico e homogêneo, de 30 cm de comprimento, são ligadas a uma bateria, submetendo-se a uma ddp igual a 6 V.



Calcule:

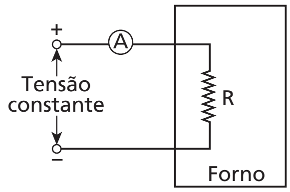
a) a intensidade do campo elétrico no interior desse fio;
b) a ddp $v_D - v_C$ entre os pontos **D** e **C**.

Para raciocinar um pouco mais

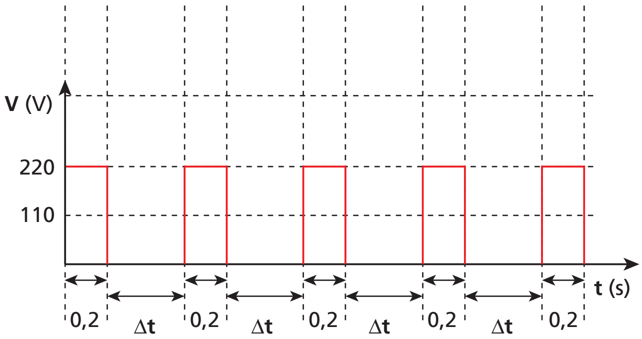
57. (ITA-SP) Um objeto metálico é colocado próximo a uma carga de $+0,02$ C e aterrado com um fio de resistência igual a 8 Ω. Suponha que a corrente que passa pelo fio seja constante por um tempo de 0,1 ms até o sistema entrar em equilíbrio e que a energia dissipada no processo seja de 2 J. Conclui-se que, no equilíbrio, a carga no objeto metálico é:

a) $-0,02$ C.
b) $-0,01$ C.
c) $-0,005$ C.
d) 0 C.
e) $+0,02$ C.

58. (Mack-SP) A temperatura de um forno é calculada através da corrente elétrica indicada pelo amperímetro, como mostra a figura. O resistor **R** é feito de material cuja resistividade tem coeficiente de temperatura igual a $5 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$. Estando o forno a 20 °C, o amperímetro indica 2,0 A. Quando o amperímetro indicar 1,6 A, qual será a temperatura do forno?



59. (Fuvest-SP) Um determinado aquecedor elétrico, com resistência **R** constante, é projetado para operar a 110 V. Pode-se ligar o aparelho a uma rede de 220 V, obtendo os mesmos aquecimento e consumo de energia médios, desde que haja um dispositivo que o ligue e desligue, em ciclos sucessivos, como indicado no gráfico. Nesse caso, a cada ciclo, o aparelho permanece ligado por 0,2 s e desligado por um intervalo de tempo Δt. Determine:



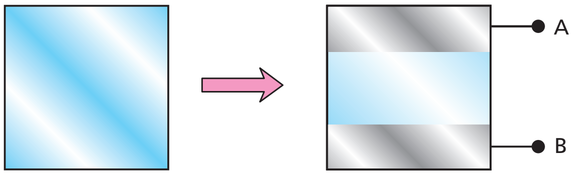
a) a relação Z_1 entre as potências P_{220} e P_{110}, dissipadas por esse aparelho em 220 V e 110 V, respectivamente, quando está continuamente ligado, sem interrupção;
b) o valor do intervalo Δt, em segundos, em que o aparelho deve permanecer desligado a 220 V, para que a potência média dissipada pelo resistor nessa tensão seja a mesma que quando ligado continuamente em 110 V;
c) a relação Z_2 entre as correntes médias I_{220} e I_{110}, que percorrem o resistor quando em redes de 220 V e 110 V, respectivamente, para a situação do item anterior.

Note e adote:

Potência média é a razão entre a energia dissipada em um ciclo e o período total do ciclo.

60. Um condutor metálico cilíndrico, cuja seção transversal tem área **A**, é percorrido por uma corrente elétrica de intensidade constante **i**. Sendo **N** o número de elétrons livres por unidade de volume do condutor, **e** a carga elétrica elementar e **v** a velocidade média de deslocamento dos elétrons livres, determine a intensidade da corrente elétrica.

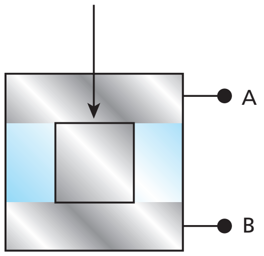
61. Um experimentador deseja conseguir uma película de alumínio de espessura igual a 50 Å (1 Å $= 10^{-10}$ m), por meio da evaporação desse metal sobre uma superfície limpa de vidro, situada em um recinto onde se fez o vácuo. Inicialmente, o experimentador cobre uma faixa da superfície de vidro e deposita, por evaporação, uma espessa (muito mais que 50 Å) camada de alumínio no resto da superfície. Evidentemente, a faixa coberta continua limpa, sem alumínio.



Superfície de vidro totalmente limpa.

As regiões sombreadas correspondem ao depósito de alumínio. A faixa clara continua limpa, pois é a faixa que estava coberta.

Em seguida, cobrindo convenientemente a placa, inicia-se uma nova evaporação de alumínio em uma faixa de mesma largura e perpendicular à que se deixou limpa:



À medida que se processa essa nova evaporação, o experimentador vai medindo a resistência elétrica entre os terminais **A** e **B**. Em qual valor da resistência ele deve interromper o processo, a fim de que a nova película depositada (região quadrada) apresente a espessura desejada (50 Å)?

Dado: resistividade do alumínio na temperatura ambiente $= 2,83 \cdot 10^{-6}\ \Omega$ m.

Tópico 2

Associação de resistores e medidas elétricas

Bloco 1

1. Associação de resistores

Nas decorações natalinas, por exemplo, é comum encontrarmos cordões de pequenas lâmpadas interligadas:

Cada lâmpada é um resistor, e seu conjunto interligado é um caso de **associação de resistores**.

Em circuitos, como os de receptores de rádio, também podemos encontrar resistores associados.

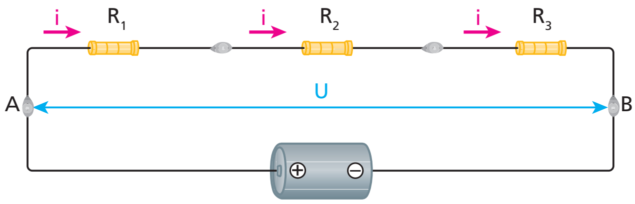
Como veremos a seguir, existem três tipos de associação de resistores: **em série**, **em paralelo** e **mista**. Vamos concluir que o exemplo das lâmpadas decorativas apresentado acima é um caso de associação de resistores em série.

Associação em série

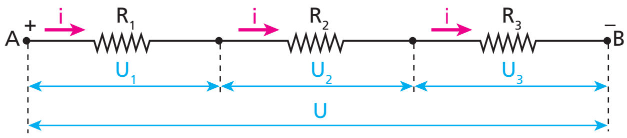
Podemos conceituar a associação de resistores em série do seguinte modo:

Dois ou mais resistores estão **associados em série** quando são interligados de modo a constituir um único trajeto condutor, isto é, sem bifurcações. Assim, se eles forem percorridos por corrente elétrica, esta terá a **mesma intensidade** em todos eles (continuidade da corrente elétrica).

A figura a seguir representa três resistores, de resistências R_1, R_2 e R_3, associados em série, sendo **A** e **B** os terminais da associação. Um gerador estabelece uma diferença de potencial **U** entre esses terminais e os resistores são percorridos por uma corrente elétrica que tem a mesma intensidade **i** em todos eles.



Esquematicamente, essa associação pode ser representada assim:



Observe que U_1, U_2 e U_3 são as diferenças de potencial nos resistores de resistências R_1, R_2 e R_3, respectivamente. Como **U** significa a energia que cada coulomb de carga entrega à associação, quando a percorre de um terminal ao outro, podemos escrever:

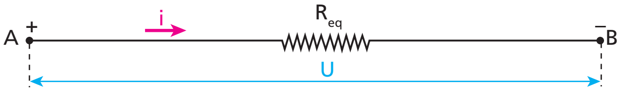
$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

em que, pela **Primeira Lei de Ohm**, $U_1 = R_1\,i$, $U_2 = R_2\,i$ e $U_3 = R_3\,i$.

Então:

$$U = R_1\,i + R_2\,i + R_3\,i \qquad \text{(I)}$$

Imagine, agora, que os três resistores da associação dada fossem substituídos por um **único** resistor e que, submetendo-se esse resistor à mesma tensão **U**, nele fosse estabelecida a mesma corrente de intensidade **i** da associação. A resistência elétrica desse resistor é a **resistência equivalente** (R_{eq}) à da associação ou à resistência equivalente entre os pontos **A** e **B**.



Vamos ver, agora, como se calcula a resistência equivalente à de uma associação em série.

Para a resistência equivalente, temos:

$$U = R_{eq}\, i \qquad \text{(II)}$$

Substituindo (II) em (I):

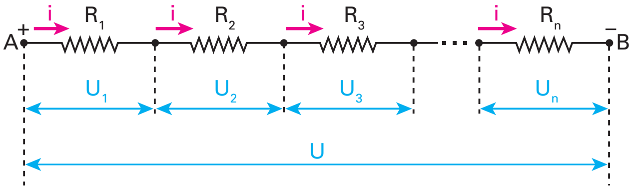
$$R_{eq}\, i = R_1\, i + R_2\, i + R_3\, i$$

Portanto:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

Observe que a resistência equivalente é igual à soma das resistências dos resistores associados em série.

Generalizando, para uma quantidade qualquer (**n**) de resistores em série, temos:



$$U = U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + ... + R_n$$

Nota:

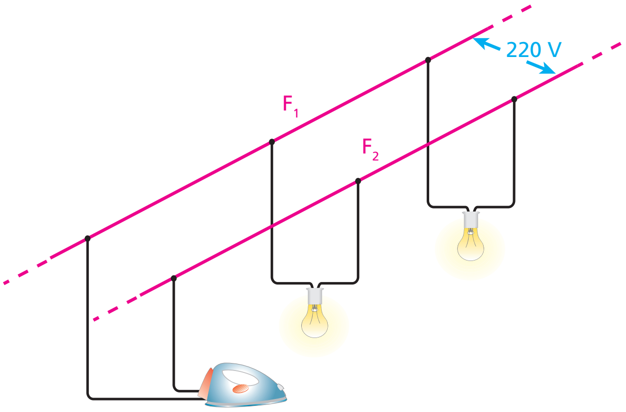
- Se tivermos **n** resistores de mesma resistência **R**, em série, a R_{eq} será, evidentemente:

$$R_{eq} = n\,R$$

Associação em paralelo

Imagine uma pessoa que more em uma cidade onde a tensão da rede elétrica seja de 220 V. Sempre que ela resolver adquirir um eletrodoméstico para ser ligado à rede elétrica de sua casa, exigirá que ele tenha sido fabricado para se submeter a 220 V.

A figura a seguir representa dois fios, F_1 e F_2, da rede elétrica da casa dessa pessoa, com duas lâmpadas e um ferro elétrico ligados neles.



Observe que tanto as lâmpadas quanto o ferro estão submetidos à mesma ddp de 220 V.

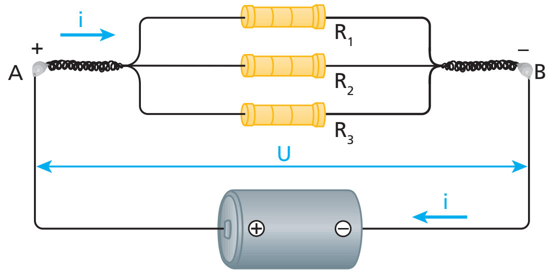
A situação ilustrada é uma associação de resistores em paralelo.

Podemos dizer, então, que:

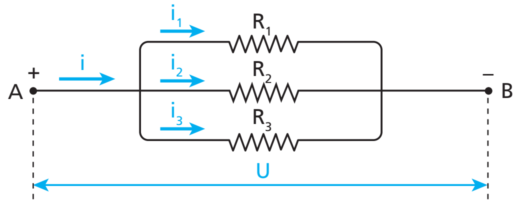
> Dois ou mais resistores estão **associados em paralelo** quando são interligados de tal maneira que fiquem todos submetidos à **mesma diferença de potencial**.

Vamos agora analisar com mais detalhes esse novo tipo de associação, que também pode acontecer em outros circuitos, como em um receptor de rádio.

A figura a seguir representa três resistores, de resistências R_1, R_2 e R_3, associados em paralelo, sendo **A** e **B** os terminais da associação. Um gerador estabelece uma ddp **U** entre esses terminais, que é igual para todos os resistores. Com isso, a corrente no gerador tem intensidade **i**.



Esquematicamente, essa associação pode ser representada assim:



Observe que i_1, i_2 e i_3 são as intensidades das correntes nos resistores de resistências R_1, R_2 e R_3, respectivamente. Pela continuidade da corrente elétrica, a intensidade **i** da corrente total é igual à soma das intensidades das correntes nos três resistores:

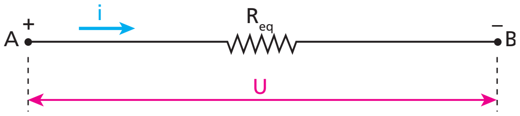
$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

em que, pela **Primeira Lei de Ohm**, $i_1 = \dfrac{U}{R_1}$, $i_2 = \dfrac{U}{R_2}$ e $i_3 = \dfrac{U}{R_3}$.

Então:

$$i = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} \qquad \text{(I)}$$

Imagine, agora, que os três resistores da associação fossem substituídos por um **único** resistor e que, submetendo esse resistor à mesma tensão **U**, se estabelecesse nele uma corrente de intensidade **i**, igual à intensidade da corrente total da associação. Novamente, a resistência elétrica desse resistor é a **resistência equivalente** (R_{eq}) à da associação ou entre os pontos **A** e **B**.



Vamos ver, então, como se calcula a resistência equivalente à de uma associação em paralelo.

Para a resistência equivalente, temos:

$$i = \frac{U}{R_{eq}} \quad \text{(II)}$$

Substituindo (II) em (I), vem:

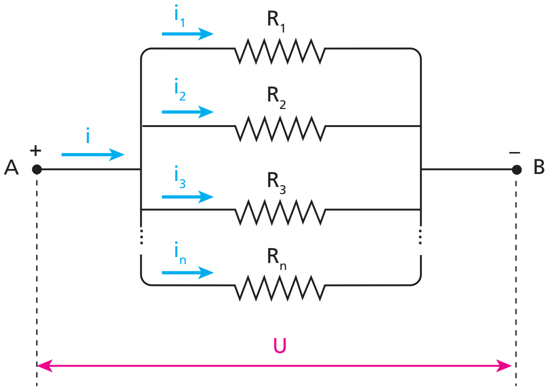
$$\frac{U}{R_{eq}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}$$

Portanto:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Observe, então, que o inverso da resistência equivalente é igual à soma dos inversos das resistências dos resistores associados em paralelo.

Generalizando para uma quantidade qualquer (**n**) de resistores em paralelo, temos:



$$i = i_1 + i_2 + i_3 + ... + i_n$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + ... + \frac{1}{R_n}$$

Notas:

- Se tivermos apenas **dois** resistores associados em paralelo, então:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\text{produto das resistências}}{\text{soma das resistências}}$$

- Se tivermos **n** resistores de resistências iguais a **R**, associados em paralelo, então:

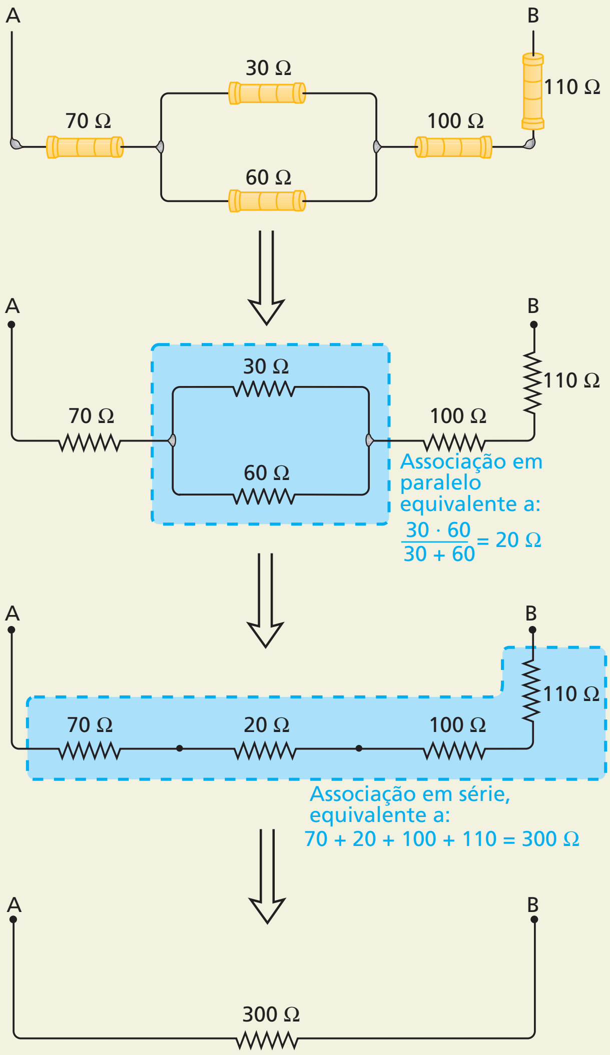
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + ... + \frac{1}{R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R}{n}$$

- Em uma associação de resistores em paralelo, as intensidades de corrente elétrica são inversamente proporcionais às suas resistências.

Associação mista

Às vezes identificamos, em uma mesma associação, alguns resistores associados em série e outros, em paralelo. Nesse caso, a associação é **mista**.

Veja, a seguir, um exemplo de associação mista e a determinação de sua resistência equivalente.



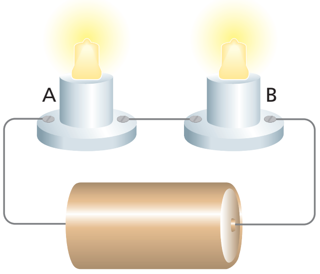
Exemplo de cálculo da resistência equivalente de uma associação mista de resistores, isto é, em que existem resistores associados em paralelo e em série.

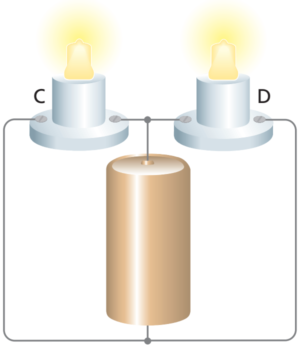
Exercícios

nível 1

1. Nas ilustrações a seguir, como estão associadas as lâmpadas:

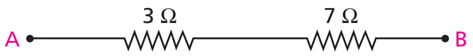
a) **A** e **B**? b) **C** e **D**?



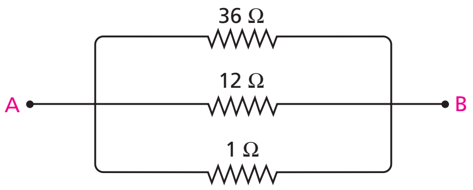


2. Em cada uma das associações a seguir, determine a resistência equivalente entre os pontos **A** e **B**:

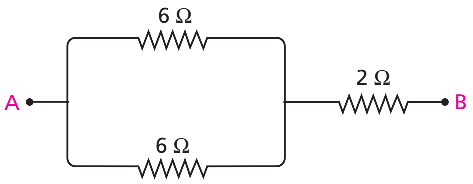
a)



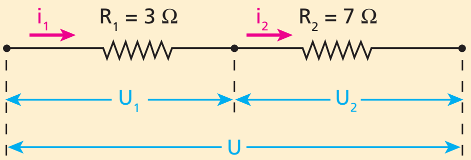
b)



c)



3. E.R. A figura representa a associação de dois resistores em série, em que a ddp U_1 é igual a 12 V:



Determine:

a) as intensidades de corrente i_1 e i_2;

b) a ddp U_2 e a ddp **U**;

c) a potência dissipada em cada resistor.

Resolução:

a) Aplicando a **Primeira Lei de Ohm** ao resistor de resistência R_1, temos:

$$U_1 = R_1\, i_1 \Rightarrow 12 = 3i_1 \Rightarrow \boxed{i_1 = 4\ \text{A}}$$

Como os dois resistores estão associados em série, tem-se:

$$\boxed{i_2 = 4\ \text{A}}$$

b) Aplicando a Primeira Lei de Ohm a R_2, vem:

$$U_2 = R_2\, i_2 \Rightarrow U_2 = 7 \cdot 4 \Rightarrow \boxed{U_2 = 28\ \text{V}}$$

A ddp **U** é dada por:

$$U = U_1 + U_2 = 12 + 28 \Rightarrow \boxed{U = 40\ \text{V}}$$

Nota:

- A resistência equivalente da associação é igual a 10 Ω. A aplicação da Primeira Lei de Ohm à resistência equivalente também fornece a ddp **U**:

$$U = R_{eq}\, i = 10 \cdot 4 \Rightarrow U = 40\ \text{V}$$

c) Usando, por exemplo, Pot = U i nos resistores de resistências R_1 e R_2, obtemos, respectivamente:

$$Pot_1 = U_1\, i_1 = 12 \cdot 4 \Rightarrow \boxed{Pot_1 = 48\ \text{W}}$$

$$Pot_2 = U_2\, i_2 = 28 \cdot 4 \Rightarrow \boxed{Pot_2 = 112\ \text{W}}$$

Observe que, em uma associação em série, a potência dissipada é **maior** no resistor de **maior** resistência.

Nota:

- A melhor expressão para comparar as potências dissipadas em resistores **em série** é Pot = R i^2, pois **i** é uma **constante**. Assim, Pot será tanto **maior** quanto **maior** for **R**.

4. Com relação à associação de resistores em série, indique a alternativa **incorreta**:

a) A resistência equivalente à associação é sempre maior que a de qualquer um dos resistores componentes.

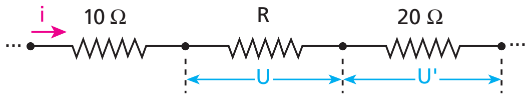
b) A intensidade de corrente elétrica é igual em todos os resistores.

c) A soma das tensões nos terminais dos resistores componentes é igual à tensão nos terminais da associação.

d) A tensão é necessariamente a mesma em todos os resistores.

e) A potência elétrica dissipada é maior no resistor de maior resistência.

5. No trecho de circuito, temos i = 2 A e U = 100 V. Calcule **R** e **U'**.



6. E.R. Para iluminar uma árvore de Natal, são associadas em série lâmpadas iguais, especificadas por: 5 W–5 V. A associação é ligada a uma tomada de 110 V. Determine:

a) o número de lâmpadas que devem ser associadas, para que cada uma opere de acordo com suas especificações;

b) a resistência de cada lâmpada;

c) o que acontecerá com as outras lâmpadas, se uma delas queimar, abrindo o circuito.

Resolução:

a) A intensidade de corrente é a mesma em todas as lâmpadas. Como essas lâmpadas são iguais, elas têm a mesma resistência elétrica. Portanto, a ddp **U** também é igual em todas elas: u = 5 V. Sendo **n** o número de lâmpadas associadas e U = 110 V, temos:

$$U = n\,u \Rightarrow 110 = n \cdot 5 \Rightarrow \boxed{n = 22}$$

b) Usando, por exemplo, Pot = $\dfrac{U^2}{R}$ em uma das lâmpadas, vem:

$$5 = \frac{5^2}{R} \Rightarrow \boxed{R = 5\ \Omega}$$

c) Se uma lâmpada queimar-se, isto é, se seu filamento for destruído ou pelo menos se partir, as outras lâmpadas se apagarão.

7. Um estudante resolveu iluminar seu boné com pequenas lâmpadas, especificadas por: 1,5 V-1,8 W, associadas em série. Para alimentar essa associação, ele usa uma pequena bateria, que oferece a ela 9,0 V (nove volts).

a) Quantas lâmpadas devem ser associadas para que elas operem conforme suas especificações?

b) Calcule a resistência elétrica de cada lâmpada.

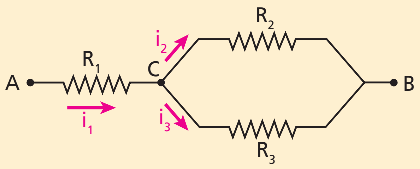
8. E.R. Entre os terminais **A** e **B** da associação representada na figura a seguir, a tensão é de 120 V.
Sendo $R_1 = 16\ \Omega$, $R_2 = 60\ \Omega$ e $R_3 = 40\ \Omega$, determine:

a) a intensidade de corrente i_1;

b) a ddp entre os pontos **C** e **B**;

c) as intensidades de corrente i_2 e i_3;

d) a potência dissipada em cada um dos resistores em paralelo.

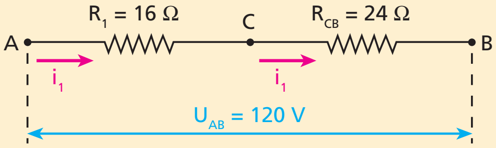


Resolução:

a) Entre os pontos **C** e **B** temos dois resistores em paralelo, que equivalem a:

$$R_{CB} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{60 \cdot 40}{60 + 40} \Rightarrow R_{CB} = 24\ \Omega$$

Temos, assim, a seguinte situação equivalente à associação dada:



Aplicando a **Primeira Lei de Ohm** entre **A** e **B**, temos:

$$U_{AB} = R_{AB}\, i_1 \Rightarrow 120 = 40\, i_1 \Rightarrow \boxed{i_1 = 3\ A}$$

b) Aplicando a **Primeira Lei de Ohm** entre **C** e **B**, temos:

$$U_{CB} = R_{CB}\, i_1 \Rightarrow U_{CB} = 24 \cdot 3 \Rightarrow \boxed{U_{CB} = 72\ V}$$

c) Retornemos à associação dada inicialmente. Tanto em R_2 como em R_3, a tensão é U_{CB} igual a 72 V, pois esses resistores estão ligados em paralelo entre os pontos **C** e **B**.
Assim, temos em R_2:

$$U_{CB} = R_2\, i_2 \Rightarrow 72 = 60\, i_2 \Rightarrow \boxed{i_2 = 1{,}2\ A}$$

E no resistor de resistência R_3:

$$U_{CB} = R_3\, i_3 \Rightarrow 72 = 40\, i_3 \Rightarrow \boxed{i_3 = 1{,}8\ A}$$

Observemos que a soma de i_2 com i_3 é igual a i_1:

$$1{,}2\ A + 1{,}8\ A = 3\ A$$

d) Usando, por exemplo, Pot = U i nos resistores de resistências R_2 e R_3 obtemos, respectivamente:

$$Pot_2 = U_2\, i_2 = U_{CB}\, i_2 = 72 \cdot 1{,}2 \Rightarrow \boxed{Pot_2 \cong 86\ W}$$

$$Pot_3 = U_3\, i_3 = U_{CB}\, i_3 = 72 \cdot 1{,}8 \Rightarrow \boxed{Pot_3 \cong 130\ W}$$

Observe que, em uma associação em paralelo, a potência dissipada é **maior** no resistor de **menor** resistência.

Nota:

• A melhor expressão para comparar as potências dissipadas em resistores **em paralelo** é $Pot = \frac{U^2}{R}$, pois, nesse caso, **U** é uma **constante**. Assim, Pot será tanto **maior** quanto **menor** for **R**.

9. Com relação à associação de resistores em paralelo, indique a alternativa **incorreta**.

a) A resistência equivalente à associação é sempre menor que a de qualquer um dos resistores componentes.

b) As intensidades de corrente elétrica nos resistores componentes são inversamente proporcionais às resistências desses resistores.

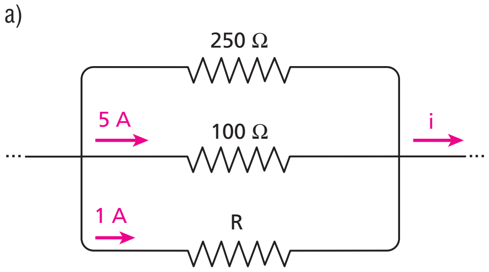
c) A tensão é necessariamente igual em todos os resistores componentes.

d) A resistência equivalente à associação é sempre dada pelo quociente do produto de todas as resistências componentes pela soma delas.

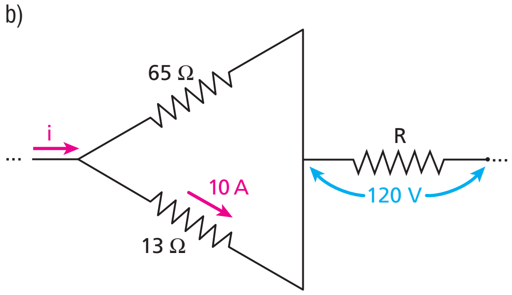
e) A potência elétrica dissipada é maior no resistor de menor resistência.

10. Calcule a intensidade de corrente **i** e a resistência **R** em cada um dos trechos de circuito a seguir:

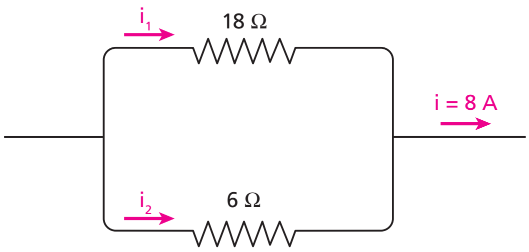
a)



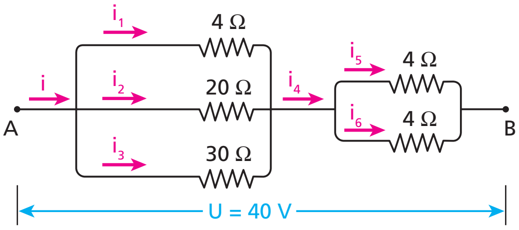
b)



11. Sendo i = 8 A, calcule as intensidades de corrente i_1 e i_2 na associação de resistores a seguir:



12. No trecho de circuito esquematizado a seguir, calcule as intensidades de corrente elétrica **i**, i_1, i_2, i_3, i_4, i_5 e i_6:



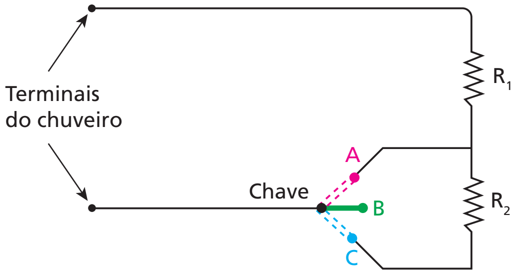
13. Deseja-se montar um aquecedor elétrico de imersão, que será ligado em uma tomada em que a ddp **U** é constante. Para isso, dispõe-se de três resistores: um de 30 Ω, um de 20 Ω e outro de 10 Ω. Para o aquecedor ter a máxima potência possível, deve-se usar:

a) apenas o resistor de 10 Ω.
b) apenas o resistor de 30 Ω.
c) os três resistores associados em série.
d) os três resistores associados em paralelo.
e) apenas os resistores de 10 Ω e 20 Ω, associados em paralelo.

14. (UFMG) Duas lâmpadas foram fabricadas para funcionar sob uma diferença de potencial de 127 V. Uma delas tem potência de 40 W, resistência R_1 e corrente i_1. Para a outra lâmpada, esses valores são, respectivamente, 100 W, R_2 e i_2.
Assim sendo, é correto afirmar que:

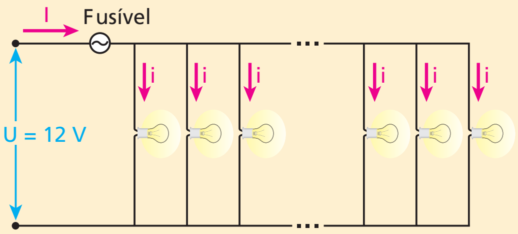
a) $R_1 < R_2$ e $i_1 > i_2$.
b) $R_1 > R_2$ e $i_1 > i_2$.
c) $R_1 < R_2$ e $i_1 < i_2$.
d) $R_1 > R_2$ e $i_1 < i_2$.

15. A figura representa esquematicamente a parte elétrica de um chuveiro, cuja chave oferece três opções: **desligado, verão** e **inverno**. Associe essas opções às possíveis posições (**A**, **B** ou **C**) da chave.



16. E.R. Lâmpadas iguais, especificadas por 18 W–12 V, são associadas em paralelo, e os terminais da associação são submetidos a uma ddp U = 12 V, rigorosamente constante, como mostra a figura a seguir.
O fusível indicado queima quando a intensidade **I** da corrente que o atravessa ultrapassa 20 A.

a) Calcule o máximo número de lâmpadas que podem ser associadas sem queimar o fusível.
b) O que acontece com as outras lâmpadas se uma delas se queimar?



Resolução:

a) Como as lâmpadas são iguais e se submetem à mesma ddp, a corrente tem a mesma intensidade **i** em qualquer uma delas. Usando Pot = U i em uma das lâmpadas, vamos calcular **i**:

$$\text{Pot} = U\,i \Rightarrow 18 = 12 \cdot i \Rightarrow \; i = 1{,}5\text{ A}$$

Sendo **n** o número de lâmpadas, temos:

$$I = n\,i = n \cdot 1{,}5$$

Como **I** deve ser menor ou igual a 20 A:

$$n \cdot 1{,}5 \leqslant 20 \Rightarrow n \leqslant 13{,}3 \;\Rightarrow\; \boxed{n_{máx} = 13}$$

Nota:

• Podemos resolver o item **a** de outra maneira. Pensando na associação como um todo, temos U = 12 V e $I_{máx}$ = 20 A. Portanto, a potência máxima que pode ser dissipada é:

$$\text{Pot}_{máx} = U\,I_{máx} = 12 \cdot 20 \Rightarrow \text{Pot}_{máx} = 240\text{ W}$$

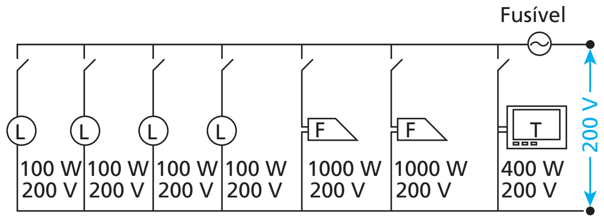
Sendo **n** o número de lâmpadas, cada uma operando com potência Pot = 18 W, temos:

$$n\,\text{Pot} \leqslant \text{Pot}_{máx} \Rightarrow n \cdot 18 \leqslant 240$$

$$\boxed{n_{máx} = 13}$$

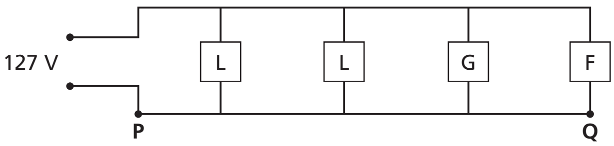
b) Nada. Continuam sendo percorridas pela mesma corrente de intensidade **i**, uma vez que permanecem submetidas à ddp U = 12 V. Assim, seus brilhos também não se alteram.

17. Considere o circuito a seguir, em que **L** significa lâmpada, **F** significa ferro de passar roupa e **T** significa televisor. Junto a cada elemento estão seus valores nominais:



a) Determine a corrente máxima que passará pelo fusível, em condições normais de funcionamento.
b) Se todo o sistema funcionar durante 2 horas, qual será o consumo de energia elétrica, em kWh?

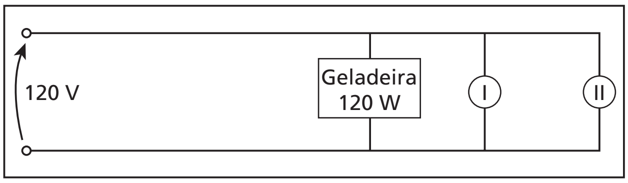
18. (UFMG) O circuito da rede elétrica de uma cozinha está representado, esquematicamente, nesta figura:



Nessa cozinha, há duas lâmpadas **L**, uma geladeira **G** e um forno elétrico **F**.
Considere que a diferença de potencial na rede é constante.
Inicialmente, apenas as lâmpadas e o forno estão em funcionamento. Nessa situação, as correntes elétricas nos pontos **P** e **Q**, indicados na figura, são, respectivamente, i_P e i_Q.
Em certo instante, a geladeira entra em funcionamento.
Considerando-se essa nova situação, é **correto** afirmar que:

a) $\mathbf{i_P}$ e $\mathbf{i_Q}$ se alteram.
b) apenas $\mathbf{i_P}$ se altera.
c) $\mathbf{i_P}$ e $\mathbf{i_Q}$ não se alteram.
d) apenas $\mathbf{i_Q}$ se altera.

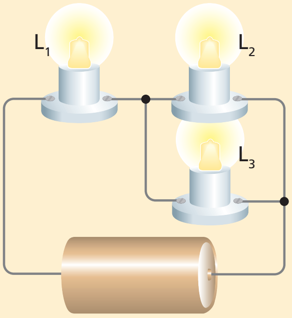
19. (UFF-RJ) A figura abaixo mostra o esquema elétrico de um dos circuitos da cozinha de uma casa, no qual está ligada uma geladeira, de potência especificada na própria figura. Em cada uma das tomadas I e II pode ser ligado apenas um eletrodoméstico de cada vez. Os eletrodomésticos que podem ser usados são: um micro-ondas (120 V-900 W), um liquidificador (120 V-200 W), uma cafeteira (120 V-600 W) e uma torradeira (120 V-850 W).



Quanto maior a corrente elétrica suportada por um fio, maior é seu preço. O fio, que representa a escolha mais econômica possível para esse circuito, deverá suportar, dentre as opções abaixo, uma corrente de:

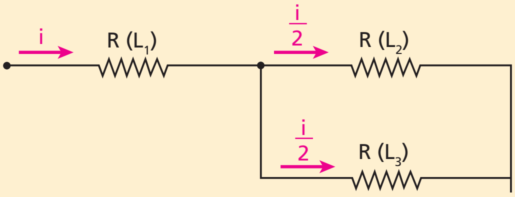
a) 5 A.
b) 10 A.
c) 15 A.
d) 20 A.
e) 25 A.

20. E.R. Três lâmpadas iguais, L_1, L_2 e L_3, estão associadas como indica a figura. Sendo P_1, P_2 e P_3 as potências com que operam as lâmpadas L_1, L_2 e L_3, respectivamente, compare P_2 com P_3 e P_1 com P_2.



Resolução:

Sendo **R** a resistência elétrica de cada lâmpada, a associação pode ser representada esquematicamente assim:



Temos, então:

$$P_1 = R\,i^2$$

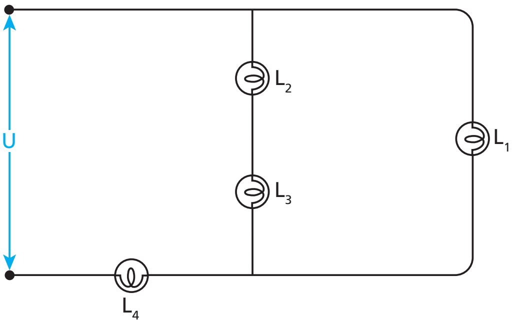
$$P_2 = R\left(\frac{i}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}R\,i^2$$

$$P_3 = R\left(\frac{i}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}R\,i^2$$

Portanto:

$$\boxed{P_2 = P_3} \quad \text{e} \quad \boxed{P_1 = 4\,P_2}$$

21. (UFMA) Na associação de lâmpadas abaixo, todas elas são iguais.



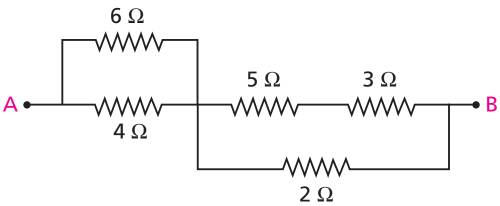
Podemos afirmar, corretamente, que:

a) nenhuma das lâmpadas tem brilho igual.
b) a lâmpada L_1 brilha mais que todas as outras.
c) todas as lâmpadas têm o mesmo brilho.
d) as lâmpadas L_1, L_2 e L_3 têm o mesmo brilho.
e) a lâmpada L_1 brilha mais que a L_2.

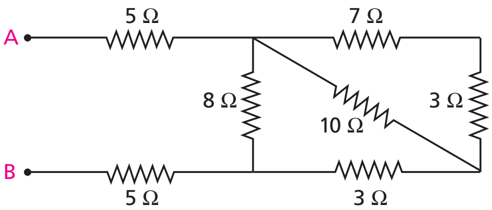
Exercícios nível 2

22. Calcule a resistência equivalente entre os terminais **A** e **B**, nos seguintes casos:

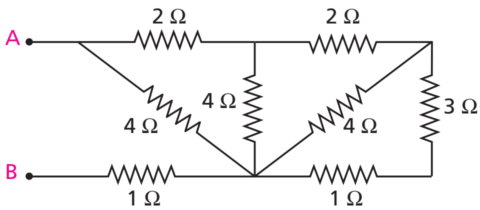
a)



b)

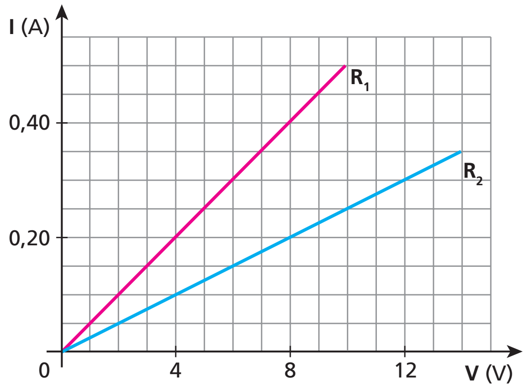


c)



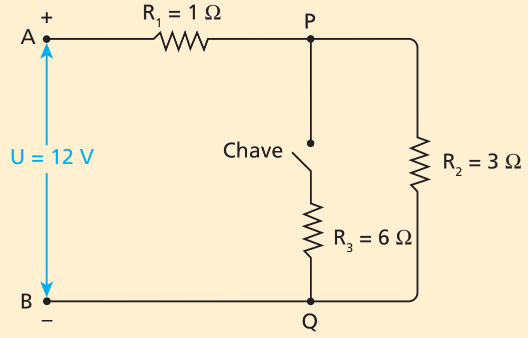
23. (Vunesp-SP) Os gráficos na figura a seguir mostram o comportamento da corrente em dois resistores, R_1 e R_2, em função da tensão aplicada.

a) Considere uma associação em série desses dois resistores, ligada a uma bateria. Se a tensão no resistor R_1 for igual a 4 V, qual será o valor da tensão em R_2?
b) Considere, agora, uma associação em paralelo desses dois resistores, ligada a uma bateria. Se a corrente que passa pelo resistor R_1 for igual a 0,30 A, qual será o valor da corrente por R_2?



24. Os terminais de um cordão de 20 lâmpadas iguais, associadas em série, estão ligados em uma tomada de 120 V, e cada lâmpada funciona com potência igual a 5 W. Uma dessas lâmpadas queimou-se e, em seu lugar, será colocado um pedaço de fio de nicromo. Calcule a resistência desse fio para que as demais lâmpadas continuem operando sem alteração de potência e, portanto, de brilho.

25. E.R. Entre os terminais **A** e **B** da associação representada na figura a seguir é mantida uma tensão **U** constante e igual a 12 V.



Calcule a ddp entre os pontos **P** e **Q**:

a) com a chave aberta;

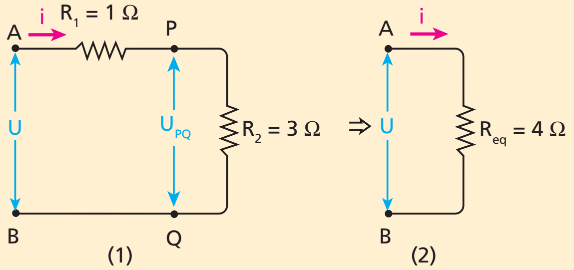
b) com a chave fechada.

Resolução:

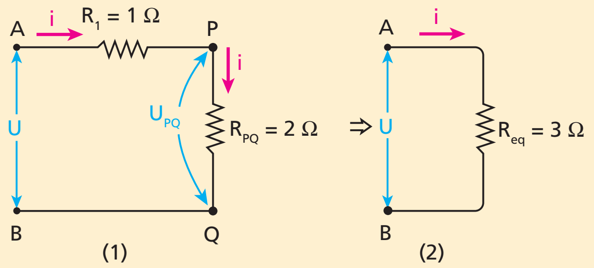
a) Com a chave aberta, não passa corrente por R_3. Portanto, R_3 não participa da associação. Assim, R_1 e R_2 estão em série, equivalendo a $R_{eq} = 1\ \Omega + 3\ \Omega = 4\ \Omega$. Veja as figuras a seguir.

Na figura (2): $U = R_{eq}\, i \Rightarrow 12 = 4 \cdot i \Rightarrow i = 3\ A$

Em R_2, na figura (1): $U_{PQ} = R_2\, i = 3 \cdot 3 \Rightarrow \boxed{U_{PQ} = 9\ V}$



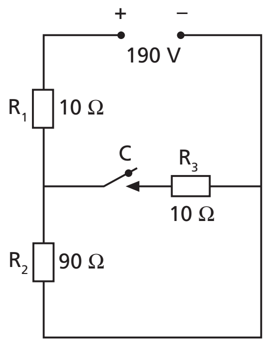
b) Com a chave fechada, R_2 e R_3 estão em paralelo entre os pontos **P** e **Q**, equivalendo a $R_{PQ} = \dfrac{3 \cdot 6}{3 + 6}\ \Omega = 2\ \Omega$. Por sua vez, R_{PQ} está em série com R_1, o que equivale a $R_{eq} = 2\ \Omega + 1\ \Omega = 3\ \Omega$:



Na figura (2): $U = R_{eq}\, i \Rightarrow 12 = 3 \cdot i \Rightarrow i = 4\ A$

Em R_{PQ}, na figura (1): $U_{PQ} = R_{PQ}\, i = 2 \cdot 4 \Rightarrow \boxed{U_{PQ} = 8\ V}$

26. (Ufal) Considere o circuito representado no esquema abaixo.

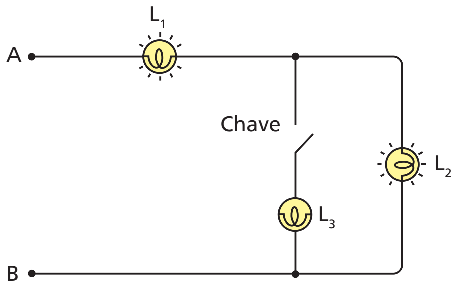


Determine a diferença de potencial U_2 nos terminais do resistor R_2:

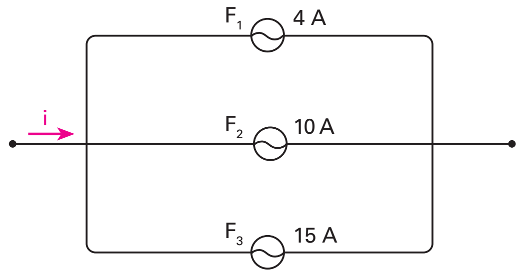
a) com a chave **C** aberta;

b) com a chave **C** fechada.

27. Três lâmpadas iguais (L_1, L_2 e L_3) são associadas e os terminais **A** e **B** da associação são submetidos a uma ddp constante **U**, suficiente para que as lâmpadas acendam. Inicialmente, a chave está aberta. Fechando-se a chave, o que acontece com o brilho das lâmpadas L_1 e L_2?



28. Na figura, F_1, F_2 e F_3 são fusíveis de resistências iguais, que suportam correntes máximas de 4 A, 10 A e 15 A, respectivamente:



Para que nenhum fusível se queime, a corrente **i** pode valer, no máximo:

a) 29 A;

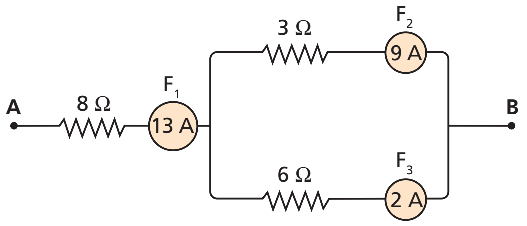
b) 30 A;

c) 45 A;

d) 12 A;

e) 4 A.

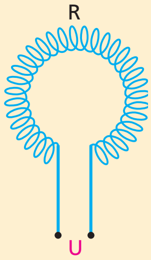
29. Na montagem esquematizada na figura, F_1, F_2 e F_3 são fusíveis de resistências desprezíveis, que suportam, no máximo, as correntes neles indicadas:



Se os pontos **A** e **B** forem submetidos a uma diferença de potencial de 120 V, que fusíveis deverão queimar-se?

30. E.R. A figura representa o resistor, de resistência **R**, de um aquecedor elétrico, projetado para funcionar sob tensão **U** igual a 220 V.

Como devemos ligar esse resistor, sem cortá-lo, para que funcione com a mesma potência em 110 V? Dispõe-se apenas de fios de cobre para ligações.



Resolução:

A potência do aquecedor funcionando em 220 V pode ser expressa por:

$$\text{Pot} = \frac{U^2}{R} = \frac{220 \cdot 220}{R} \qquad \text{(I)}$$

Para operar com a **mesma potência** na tensão **U′** igual a 110 V, o aquecedor deverá ter uma resistência **R′** tal que:

$$\text{Pot} = \frac{U'^2}{R'} = \frac{110 \cdot 110}{R'} \qquad \text{(II)}$$

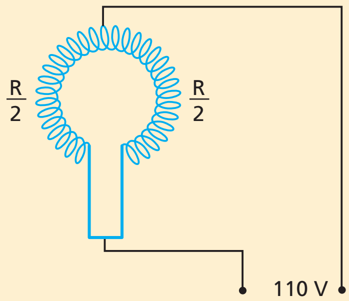
Igualando as expressões (1) e (2), temos:

$$\frac{110 \cdot 110}{R'} = \frac{220 \cdot 220}{R} \Rightarrow \frac{1 \cdot 1}{R'} = \frac{2 \cdot 2}{R} \Rightarrow R' = \frac{R}{4}$$

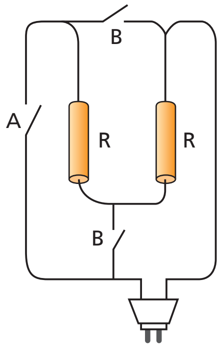
Portanto devemos fazer com que a resistência do resistor passe a ser um quarto da resistência original.

Note que, sendo **R** a resistência total do resistor, cada uma de suas metades tem resistência $\frac{R}{2}$. Se colocarmos $\frac{R}{2}$ em paralelo com $\frac{R}{2}$, obteremos $\frac{R}{4}$, que é a resistência desejada.

Uma maneira de se conseguir isso é a que está representada na próxima figura, em que os fios de ligação têm resistência desprezível:



31. (Fuvest-SP) Um aquecedor elétrico é formado por duas resistências elétricas **R** iguais. Nesse aparelho, é possível escolher entre operar em redes de 110 V (chaves **B** fechadas e chave **A** aberta) ou redes de 220 V (chave **A** fechada e chaves **B** abertas). Chamando as potências dissipadas por esse aquecedor de P(220) e P(110), quando operando, respectivamente, em 220 V e 110 V, verifica-se que as potências dissipadas são tais que:



a) $P(220) = \frac{1}{2}\, P(110)$

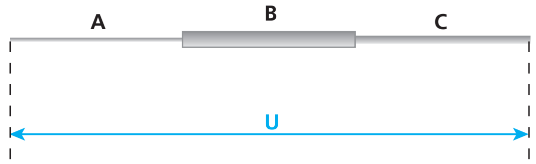
b) $P(220) = P(110)$

c) $P(220) = \frac{3}{2}\, P(110)$

d) $P(220) = 2\, P(110)$

e) $P(220) = 4\, P(110)$

32. Três pedaços de fio de nicromo (**A**, **B** e **C**), que diferem **apenas** quanto à área da secção transversal – **A** é o mais fino e **B** é o mais grosso –, são ligados em série e os terminais do conjunto são submetidos a uma tensão **U**:



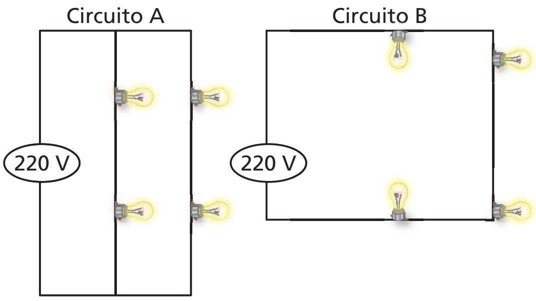
Qual desses fios dissipa a maior potência? E a menor?

33. Em duas lâmpadas de incandescência **A** e **B** encontramos, respectivamente, as seguintes inscrições: 60 W-115 V e 100 W-115 V. Essas lâmpadas são associadas em série e os terminais da associação são ligados a uma tomada de 115 V.

a) Qual delas iluminará melhor, comparativamente?

b) E se estivessem associadas em paralelo, qual iluminaria melhor?

34. (Unifesp-SP) Os circuitos elétricos **A** e **B** esquematizados utilizam quatro lâmpadas incandescentes **L** idênticas, com especificações comerciais de 100 W e de 110 V, e uma fonte de tensão elétrica de 220 V. Os fios condutores, que participam dos dois circuitos elétricos, podem ser considerados ideais, isto é, têm suas resistências ôhmicas desprezíveis.



a) Qual o valor da resistência ôhmica de cada lâmpada e a resistência ôhmica equivalente de cada circuito elétrico?

b) Calcule a potência dissipada por uma lâmpada em cada circuito elétrico, **A** e **B**, para indicar o circuito no qual as lâmpadas apresentarão maior iluminação.

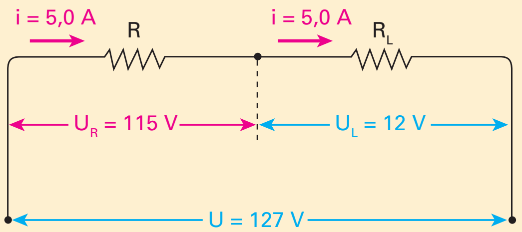
35. E.R. Em uma emergência, surgiu a necessidade de usar uma lâmpada, especificada por 60 W-12 V, em uma tomada de 127 V. Para não queimar a lâmpada, associou-se a ela um resistor de potência adequada, e os terminais dessa associação foram ligados em 127 V. Calcule a resistência **R** desse resistor para que a lâmpada funcione conforme suas especificações. Ignore a influência da temperatura na resistividade.

Resolução:

Para a lâmpada temos: $Pot_L = 60$ W e $U_L = 12$ V. Vamos, então, calcular a intensidade **i** da corrente na lâmpada:

$$Pot_L = U_L\, i \Rightarrow 60 = 12\, i \Rightarrow i = 5{,}0 \text{ A}$$

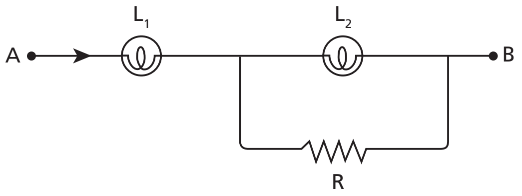
O resistor pedido precisa estar **em série** com a lâmpada, para termos a seguinte situação, em que $U_R + U_L$ é igual a 127 V:



Note que: 115 V + 12 V = 127 V
Então:

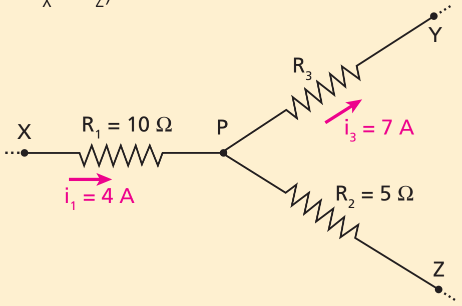
$$U_R = R\, i \Rightarrow 115 = R \cdot 5{,}0 \Rightarrow \boxed{R = 23\ \Omega}$$

36. (Mack-SP) No trecho de circuito a seguir, L_1 e L_2 são lâmpadas de valores nominais (80 W, 20 V e 36 W, 12 V, respectivamente).



Determine o valor da resistência **R** que faz L_2 ter brilho normal. Suponha L_1 operando conforme suas especificações.

37. E.R. No trecho de circuito esquematizado a seguir, determine a diferença de potencial U_{XZ} entre os pontos **X** e **Z** ($U_{XZ} = = \nu_X - \nu_Z$):



Resolução:

É necessário lembrar que a corrente em um resistor tem sentido **do potencial maior para o menor**. Assim, o potencial ν_X é maior que o potencial ν_P:

$$U_{XP} = R_1\, i_1 = 10 \cdot 4 \Rightarrow U_{XP} = 40 \text{ V}$$

$$\nu_X - \nu_P = 40 \text{ V} \quad \text{(I)}$$

Observe que a corrente em R_2 tem intensidade $i_2 = 3$ A e sentido de **Z** para **P**. Portanto ν_Z é maior que ν_P:

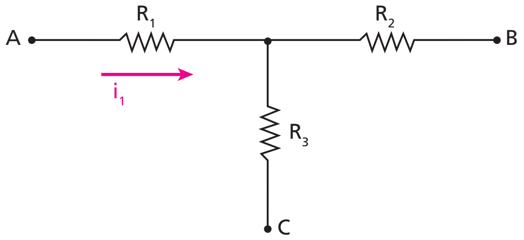
$$U_{ZP} = R_2\, i_2 = 5 \cdot 3 \Rightarrow U_{ZP} = 15 \text{ V}$$

$$\nu_Z - \nu_P = 15 \text{ V} \quad \text{(II)}$$

Subtraindo membro a membro a expressão (II) da expressão (I), temos:

$$\nu_X - \nu_Z = 25 \text{ V} \Rightarrow \boxed{U_{XZ} = 25 \text{ V}}$$

38. (Cesgranrio-RJ)



O esquema acima representa o trecho de um circuito elétrico. A seu respeito sabe-se que: $R_1 = 300\ \Omega$, $R_2 = 400\ \Omega$, $i_1 = 0{,}12$ A, e que a ddp entre **A** e **B** é nula. Assim, a intensidade da corrente elétrica que percorre R_3 vale, em ampères:

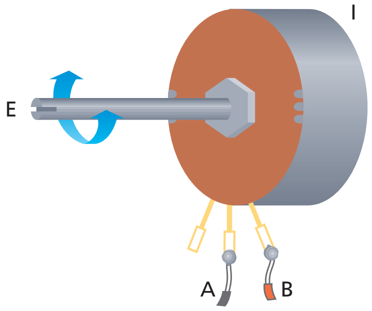
a) zero. b) 0,03. c) 0,04. d) 0,21. e) 0,28.

Bloco 2

2. Reostatos

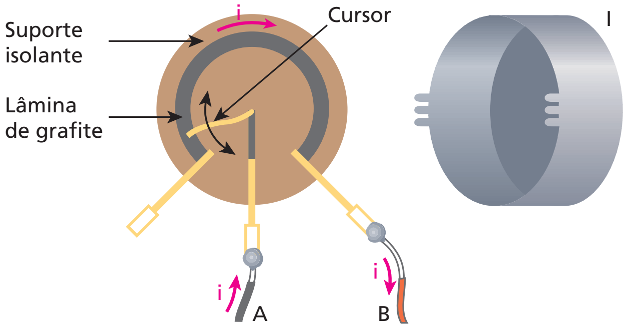
Quando você gira o controle de volume (potenciômetro) do seu rádio, por exemplo, está alterando a resistência elétrica de um resistor "escondido" e, com isso, também a intensidade de uma corrente elétrica no circuito do aparelho.

Veja, na ilustração a seguir, o aspecto desse controle de volume:



A e B são os terminais usados, E é o eixo que você gira e I é um invólucro metálico.

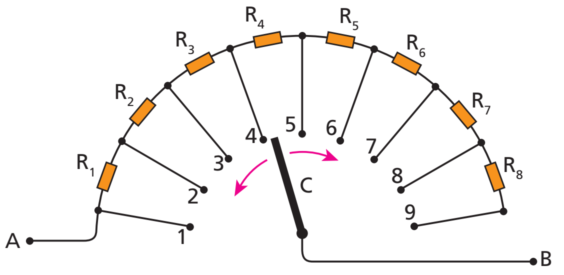
Retirando o invólucro metálico do controle, podemos observar o seguinte:



O cursor é uma haste metálica que gira junto do eixo **E**, deslizando ao longo da lâmina de grafite, sempre em contato com ela. A mudança de posição do cursor altera o comprimento útil da lâmina de grafite entre **A** e **B**. Com isso, a resistência se altera. O mesmo ocorre com a intensidade **i** da corrente elétrica.

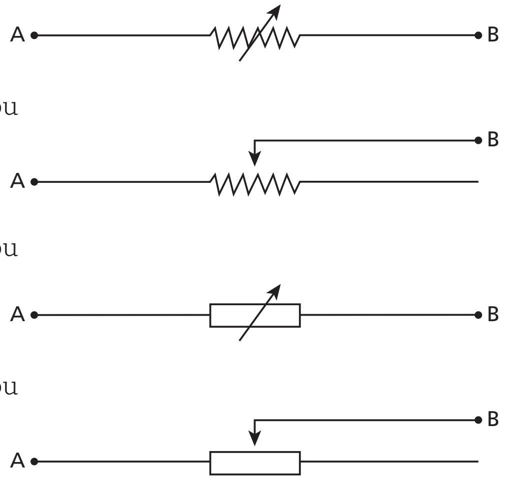
Note que, girando o cursor no sentido horário, diminui a resistência da lâmina de grafite percorrida pela corrente. Assim, a intensidade dessa corrente aumenta e, como consequência, aumenta também a intensidade ("volume") do som que recebemos.

Um resistor de resistência variável como esse é denominado **reostato**. Existem outros tipos de reostato, como, por exemplo, o reostato de pontos:



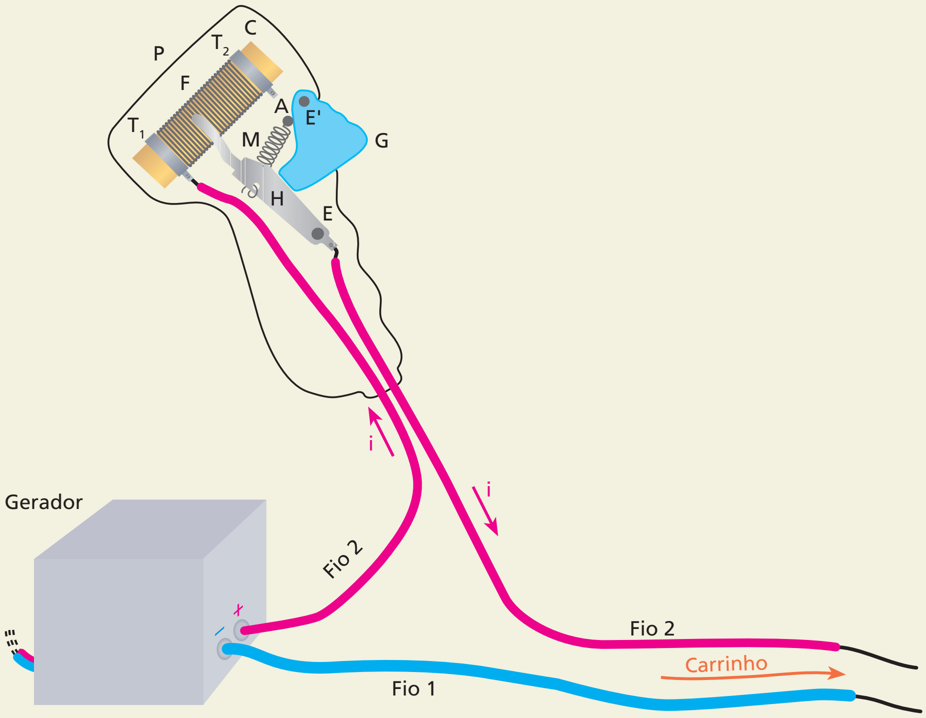
Reostato de pontos. Para cada posição da chave **C**, temos uma resistência diferente entre **A** e **B**.

Os reostatos podem ser simbolizados assim:



Os pontos **A** e **B** são os terminais do reostato.

A figura ilustra um sistema de alimentação de um carrinho de brinquedo cuja velocidade é controlada por um reostato:



P: carcaça plástica para alojar o sistema.
C: cilindro isolante.
F: fio de nicromo enrolado em **C** e ligado aos terminais T_1 e T_2.
H: haste metálica que gira em torno do eixo **E**, quando acionamos o gatilho **G**. Apertando o gatilho, ele gira em torno do eixo **E'** e empurra a haste, cuja extremidade desliza no fio de nicromo, diminuindo a resistência elétrica do circuito e, consequentemente, aumentando a intensidade da corrente no carrinho, que está em série com o reostato.
M: mola com uma extremidade fixa em **A** e a outra presa na haste. Ela faz a haste voltar quando soltamos o gatilho.
Fio 1: liga um dos polos do gerador diretamente ao carrinho.
Fio 2: primeiramente passa pelo reostato para depois alimentar o carrinho.

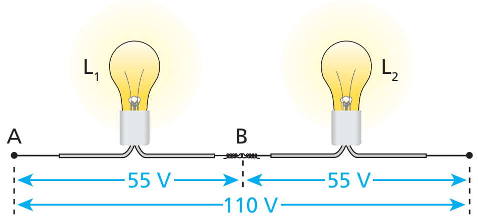
3. Curto-circuito

Antes de iniciarmos este assunto, é importante rever o exercício 38 do tópico anterior. Nele ficamos sabendo que os fios de cobre das instalações elétricas residenciais têm resistências desprezíveis.

Considere agora uma lâmpada especificada, por exemplo, pelos valores nominais 100 W-110 V. Em funcionamento normal, a intensidade de corrente nessa lâmpada é aproximadamente igual a 1 A, e sua resistência elétrica é de 121 **Ω**.

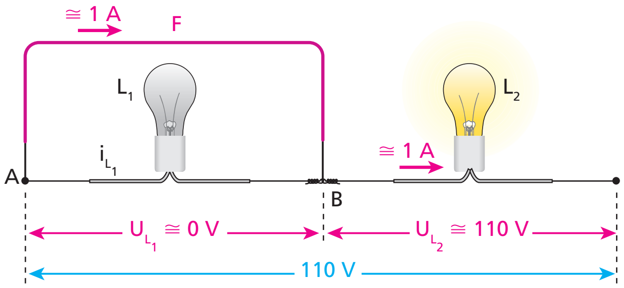
Na análise que faremos a seguir, é desnecessário se preocupar com a influência da temperatura na resistência da lâmpada.

Vamos associar em série duas dessas lâmpadas, L_1 e L_2, e aplicar uma ddp de 110 V entre os terminais da associação:



Evidentemente, nenhuma das duas lâmpadas terá brilho normal porque a ddp em cada uma delas será de apenas 55 V.

Suponha, agora, que os terminais **A** e **B** da lâmpada L_1 sejam interligados por meio de um fio de cobre **F**, cuja resistência R_F, como já sabemos, é desprezível ($R_F \cong 0$). Sendo também desprezível a ddp U_F entre as pontas do fio **F**, sua introdução praticamente anulou a ddp entre os pontos **A** e **B**. E como a lâmpada L_1 está ligada em **A** e **B**, a ddp U_{L_1} entre seus terminais também se tornou praticamente nula. E o que acontece com essa lâmpada?



A intensidade de corrente i_{L_1} em L_1 será:

$$i_{L_1} = \frac{U_{L_1}}{R_{L_1}} = \frac{\cong 0}{121} \Rightarrow i_{L_1} \cong 0$$

Portanto a lâmpada L_1 se apaga e tudo se passa como se ela fosse retirada da associação. A lâmpada L_2, por sua vez, passa a brilhar normalmente porque os 110 V estão agora aplicados nela. A corrente em L_2 valerá, então, aproximadamente 1 A.

Note que essa corrente de 1 A também passa pelo fio **F**. E não há nenhum problema nisso porque U_F é desprezível, mas R_F também é (lembre-se do exercício 38 do Tópico 1).

Mas, afinal, o que é o **curto-circuito**?

Na associação analisada, é o que fizemos com a lâmpada L_1, quando interligamos seus terminais por meio do fio **F**.

Genericamente dois pontos estão em curto-circuito (ou curto-circuitados) quando estão interligados por um fio de resistência desprezível, praticamente anulando a diferença de potencial entre eles.

Quando dois fios da rede elétrica de uma casa entram em contato elétrico, também dizemos que ocorre um curto-circuito. De fato, quando isso acontece, tudo se passa como se esses dois fios fossem interligados por um terceiro fio, de resistência desprezível.

Na análise de circuitos, frequentemente associamos letras aos diversos pontos do circuito. Veja, por exemplo, os pontos **A** e **B** que associamos aos terminais da lâmpada L_1.

Quando dois pontos estão curto-circuitados, podemos associar a eles uma **mesma letra**, pois estão no mesmo potencial elétrico, ou seja, são **pontos eletricamente equivalentes**. Isso facilita a análise de muitas situações, a princípio complicadas, como veremos. Fica mais fácil também perceber se dois resistores estão ou não em paralelo.

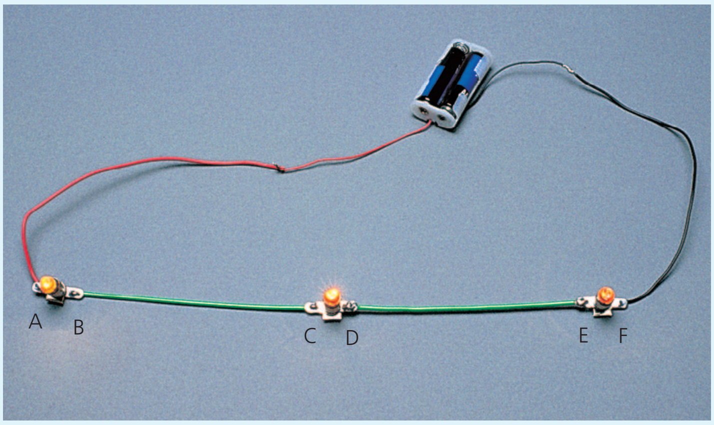
Traços como esses, em representações esquemáticas, simbolizam condutores ideais, isto é, de resistências elétricas desprezíveis. Por não haver diferença de potencial entre suas extremidades, associamos a elas a mesma letra.

Faça você mesmo

Associação de lâmpadas em série e curto-circuito

Em uma loja de materiais elétricos, adquira:

- 5 pequenas lâmpadas de lanterna, iguais e com rosca (cada uma delas deve ser apropriada para duas pilhas em série);
- 5 soquetes para instalar as lâmpadas;
- 2 pilhas pequenas comuns;
- 1 suporte para acomodar as pilhas em série;
- 2 m de fio de cobre com isolação plástica.



Thales Trigo

Interligue os terminais de três soquetes por meio de pedaços de fio, instale lâmpadas nos soquetes e conecte os terminais da associação das lâmpadas aos terminais do suporte que contém as pilhas, como mostramos acima.

Se as lâmpadas forem de boa qualidade, isto é, realmente iguais, você notará que as três apresentarão o mesmo brilho, sendo essa uma prova experimental de que a intensidade da corrente elétrica é igual em todas elas.

O brilho de cada lâmpada, entretanto, é bem menor que o normal, porque cada uma delas foi fabricada para funcionar sob tensão **U**, mas está recebendo apenas $\frac{U}{3}$.

Usando outro pedaço de fio com as extremidades descascadas, interligue os terminais **A** e **B** da primeira lâmpada.

- O que acontece com ela? Explique.
- O que acontece com o brilho das outras duas lâmpadas? Explique.

Em seguida, interligue com o fio os terminais **A** e **D**.

- O que acontece com as lâmpadas que estão entre esses terminais? Explique.
- O que acontece com a outra lâmpada? Ela apresenta, agora, seu brilho normal? Explique.

Para finalizar, interligue, durante um curtíssimo tempo, os terminais **A** e **F**.

- O que acontece com as três lâmpadas?

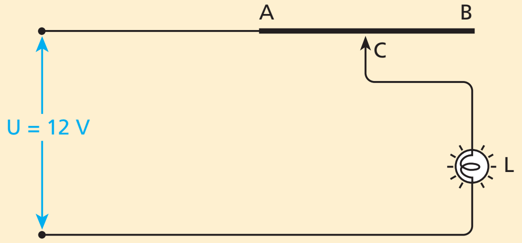
Nota:

- Você adquiriu 2 lâmpadas e 2 soquetes a mais porque serão necessários no próximo experimento, ainda neste tópico.

Exercícios

nível 1

39. E.R. Na figura, AB é um fio de nicromo de resistência total igual a 10 Ω e 20 cm de comprimento, e **L** é uma lâmpada especificada por: 27 W-9 V. Os demais fios de ligação são de cobre. O cursor **C** pode deslizar entre **A** e **B**.



a) O que acontece com o brilho da lâmpada quando o cursor **C** é deslocado no sentido de **A** para **B**?

b) Qual deve ser a distância do ponto **A** ao cursor **C** para que a lâmpada funcione de acordo com suas especificações?

Resolução:

a) A resistência do trecho AC (R_{AC}) e a resistência da lâmpada (R_L) estão em série. Então, podemos escrever:

$$U = (R_{AC} + R_L)i \Rightarrow i = \frac{U}{R_{AC} + R_L}$$

Quando o cursor é deslocado no sentido de **A** para **B**, o comprimento AC aumenta. Como a resistência R_{AC} é proporcional a esse comprimento $\left(R = \frac{\rho \ell}{A}\right)$, ela também aumenta. Assim **i** diminui, o mesmo ocorrendo com o brilho da lâmpada.

b) A lâmpada é especificada por $Pot_L = 27$ W e $U_L = 9$ V. Portanto:

$$Pot_L = U_L\, i \Rightarrow 27 = 9 \cdot i \Rightarrow i = 3\text{ A}$$

$$U_L = R_L\, i \Rightarrow 9 = R_L \cdot 3 \Rightarrow R_L = 3\ \Omega$$

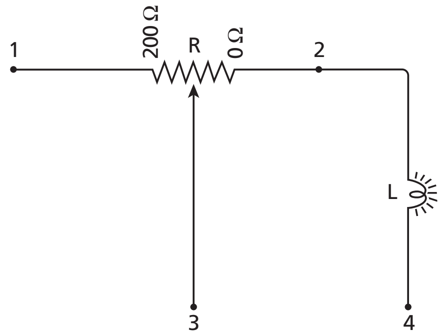
Então:

$$U = (R_{AC} + R_L)\, i \Rightarrow 12 = (R_{AC} + 3) \cdot 3 \Rightarrow R_{AC} = 1\ \Omega$$

Como a resistência elétrica do fio é proporcional ao seu comprimento:

$$\frac{R_{AB}}{AB} = \frac{R_{AC}}{AC} \Rightarrow \frac{10\ \Omega}{20\text{ cm}} = \frac{1\ \Omega}{AC} \Rightarrow \boxed{\overline{AC} = 2\text{ cm}}$$

40. (Esal-MG) Na figura, **R** representa um reostato de 200 Ω e **L**, uma lâmpada de 80 V-40 W. Entre os pontos 3 e 4 do circuito aplica-se uma ddp de 120 V:



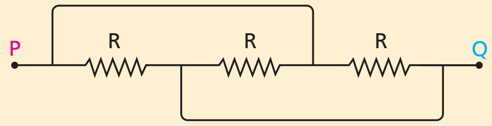
a) Qual a resistência do filamento da lâmpada?

b) Qual a posição do cursor do reostato para que a lâmpada acenda normalmente (conforme especificação)?

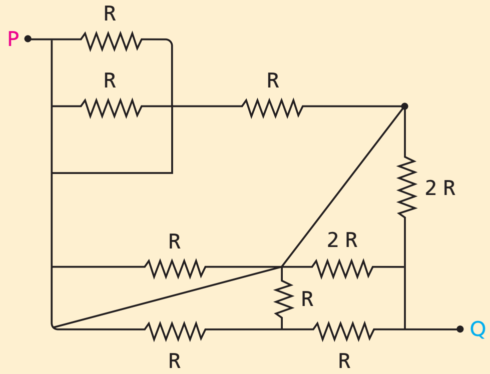
c) O que acontece com o brilho da lâmpada quando deslocamos o cursor do reostato para a esquerda?

41. E.R. Determine a resistência equivalente entre os pontos **P** e **Q** nos seguintes casos:

a)

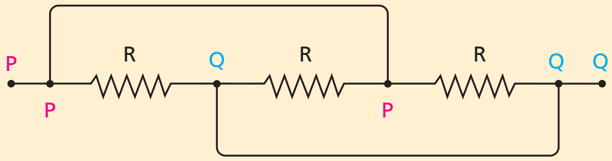


b)

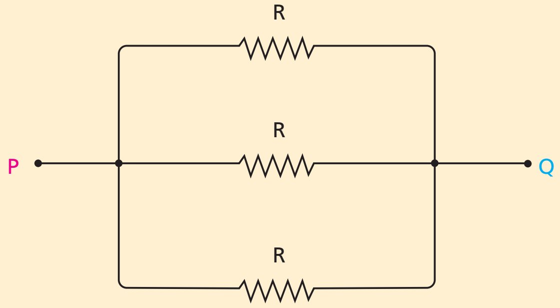


Resolução:

a) Os pontos do circuito onde três ou mais terminais estão juntos denominam-se **nós** e cada nó deve ser identificado com uma letra. Os nós localizados nas extremidades de um fio ideal estão no mesmo potencial. Por isso, podemos identificá-los com uma mesma letra:



Em seguida, posicionamos todos os nós eletricamente diferentes em diferentes pontos do papel e remontamos o circuito, mantendo os **mesmos terminais** do circuito original:



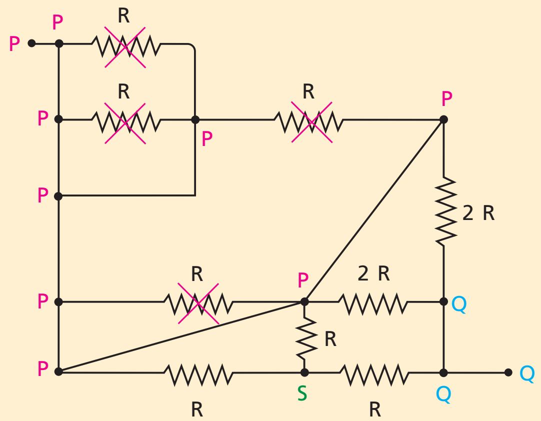
Concluímos, assim, que os três resistores estão associados em paralelo. Portanto:

$$\boxed{R_{eq} = \frac{R}{3}}$$

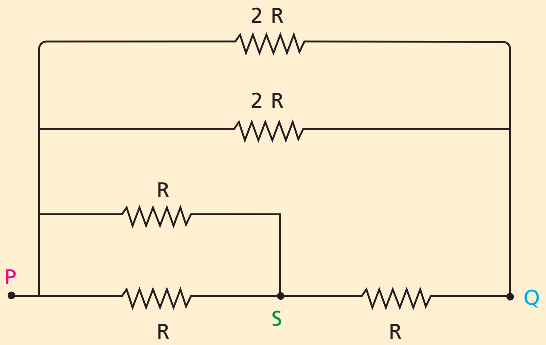
Nota:

- No circuito original, todos os nós devem ser identificados com uma letra, lembrando sempre que a letra é a mesma naqueles que estão interligados por um fio ideal. Em seguida, reestruturamos o circuito, marcando no papel todos os nós eletricamente distintos, mantendo os **mesmos terminais** do circuito original.

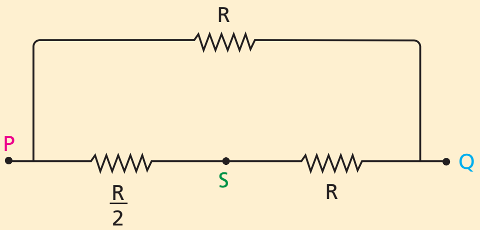
b) Repetindo o procedimento anterior, temos:



Note que o nó identificado pela letra **S** está em um potencial diferente dos potenciais dos nós **P** e **Q**, porque nenhum fio ideal liga **S** a **P** ou a **Q**.
Os resistores que têm a mesma letra nos dois terminais devem ser retirados da associação: eles não “funcionam” porque não se submetem a uma diferença de potencial.
Remontando o circuito, vem:



Temos 2 R em paralelo com 2 R, o que equivale a **R**, e **R** em paralelo com **R**, o que equivale a $\frac{R}{2}$.
Então:

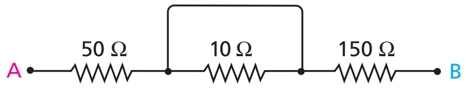


Agora temos $\frac{R}{2}$ em série com **R**, o que equivale a $\frac{3R}{2}$.
Finalmente, temos $\frac{3R}{2}$ em paralelo com **R**:

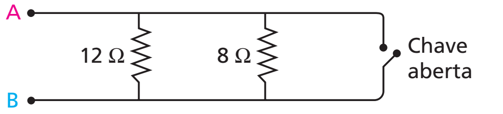
$$R_{eq} = \frac{\frac{3R}{2} \cdot R}{\frac{3R}{2} + R} \Rightarrow \boxed{R_{eq} = \frac{3R}{5}}$$

42. Nos esquemas a seguir, calcule a resistência equivalente entre os pontos **A** e **B**:

a)

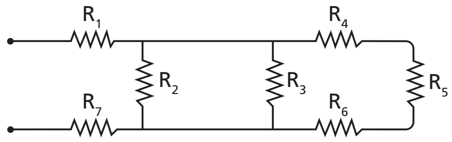


b)



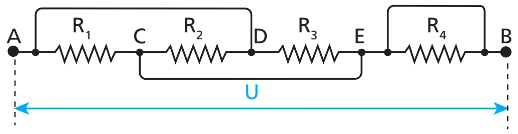
c) Mesmo esquema do item **b**, com a chave fechada.

43. Com relação à associação de resistores esquematizada na figura, indique a alternativa correta:



a) R_1 e R_4 estão em série.
b) R_1 e R_7 estão em paralelo.
c) R_2, R_3 e R_5 estão em paralelo.
d) R_2 e R_3 estão em paralelo.
e) R_4, R_5 e R_6 não estão em série.

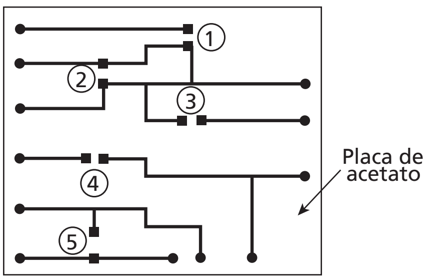
44. Entre os terminais **A** e **B** do circuito esquematizado a seguir, há uma diferença de potencial constante e igual a **U**:



Indique a alternativa correta:

a) Uma parte da corrente total passa por R_4.
b) Não passa corrente em R_1 e em R_2, porque não há diferença de potencial entre **A** e **D**.
c) Não passa corrente em R_2 e em R_3, porque não há diferença de potencial entre **C** e **E**.
d) Entre **A** e **C**, **C** e **D** e **D** e **E**, a diferença de potencial é diferente de zero.
e) R_1, R_2 e R_3 estão associados em série.

45. (Cesgranrio-RJ)



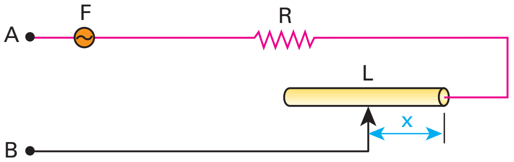
Um aprendiz de eletrônica construiu o circuito esquematizado na figura, onde as partes escuras (linhas, quadrados e pequenos círculos) representam o material condutor depositado sobre uma placa retangular de acetato. Os cinco pares de quadrados numerados indicam pontos entre os quais deverão ser instalados interruptores no circuito. Qual desses interruptores será completamente inútil, independentemente das ligações a serem feitas nos terminais do circuito (pequenos círculos escuros)?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Exercícios

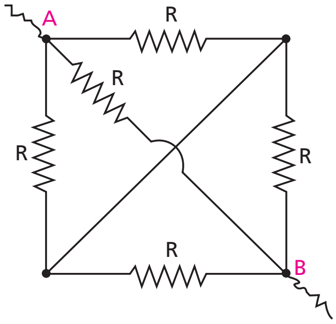
nível 2

46. No circuito representado na figura, **F** é um fusível que suporta no máximo 5 A, **R** é um resistor de resistência igual a 10 Ω e **L** é um cilindro feito de um material de resistividade igual a $5 \cdot 10^{-5}$ Ω m, com 2 mm^2 de área de secção transversal, que funciona como um reostato.



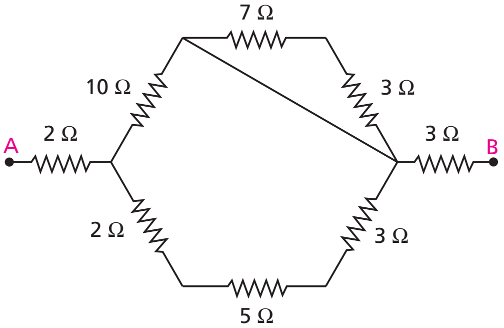
Determine o menor valor possível de **x**, para que o fusível não se queime, quando se aplica aos terminais **A** e **B** uma tensão de 100 V.

47. Determine a resistência equivalente entre **A** e **B**, sabendo que todos os resistores têm resistência **R**.

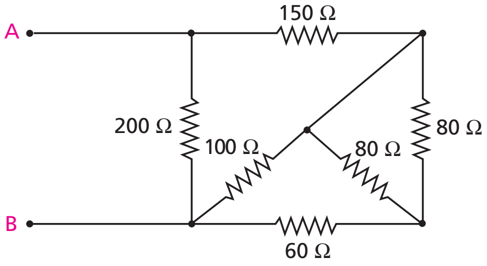


48. Nos circuitos esquematizados a seguir, calcule a resistência equivalente entre os pontos **A** e **B**:

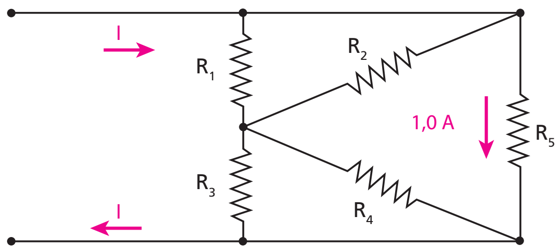
a)



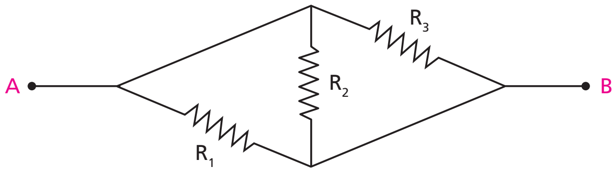
b)



49. No circuito elétrico representado a seguir, os cinco resistores apresentam a mesma resistência elétrica **R**. Quando, pelo resistor R_5, passar uma corrente elétrica de intensidade igual a 1,0 ampère, qual será o valor da corrente **I**, em ampères?



50. (UFPI) No circuito abaixo $R_1 = \frac{1}{2} R_2 = 2R_3 = 20$ ohms e $i_1 + i_2 + i_3 = 21$ A, em que i_1, i_2 e i_3 são as correntes que passam pelas resistências R_1, R_2 e R_3, respectivamente.



A diferença de potencial V_{AB} vale:

a) 50 V.
b) 60 V.
c) 80 V.
d) 100 V.
e) 120 V.

Bloco 3

4. Medidas elétricas

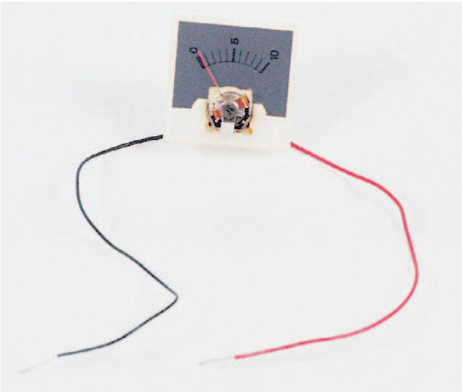
Introdução

Já temos informações teóricas suficientes para **calcular** intensidades de corrente, diferenças de potencial e resistências elétricas em diversas situações.

Nos laboratórios e nas oficinas, porém, é muito importante conhecer e saber usar alguns instrumentos que **medem** essas grandezas.

Os medidores analógicos, isto é, aqueles em que um ponteiro se deflete ao longo de escalas graduadas, consistem em um elemento básico denominado **galvanômetro**, ao qual são convenientemente associados resistores adequados. Não é necessário, por enquanto, compreender o princípio de funcionamento do galvanômetro, mesmo porque isso só será possível quando estudarmos **Eletromagnetismo**, na Parte III. Basta saber que esse instrumento consegue detectar correntes elétricas de baixíssimas intensidades e que a deflexão de seu ponteiro é proporcional à intensidade da corrente que passa por ele.

Woody Lawton Rick



Galvanômetro.

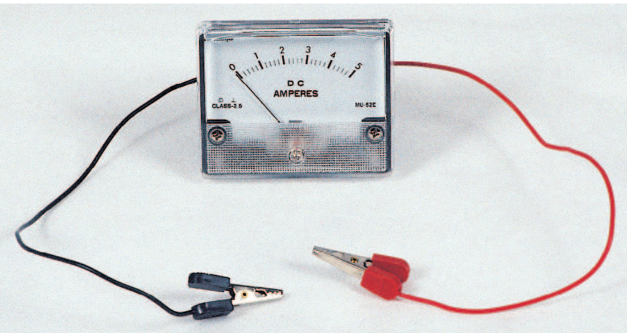
O valor máximo indicado na escala de um medidor (galvanômetro com resistores associados) denomina-se **valor de fundo de escala**.

A seguir vamos ver como os medidores devem ser usados e as condições necessárias para que não provoquem modificações significativas nas grandezas dos circuitos quando neles são introduzidos.

Medição de intensidade de corrente elétrica

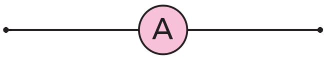
Para medir a intensidade de uma corrente elétrica, usamos um instrumento denominado **amperímetro**.

Woody Lawton Rick

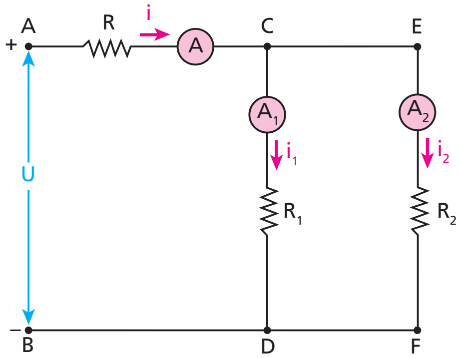


A fotografia mostra um amperímetro cujo valor de fundo de escala é 5 A.

Nos esquemas de circuitos elétricos, o amperímetro é simbolizado assim:

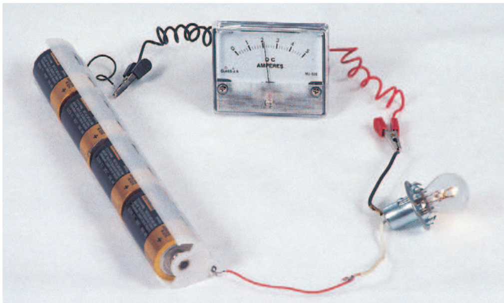


Para medir a intensidade da corrente elétrica em um trecho de um circuito, é necessário que o amperímetro "sinta" essa corrente, ou seja, é necessário que a corrente passe por ele. Portanto, o amperímetro deve ser introduzido **em série** com o trecho considerado.



O amperímetro **A**, em série com o trecho AC, o amperímetro A_1, em série com o trecho CD, e o amperímetro A_2, em série com o trecho EF, medem as intensidades das correntes nesses trechos: **i**, i_1 e i_2, respectivamente.

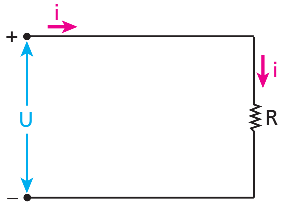
Woody Lawton Rick



O amperímetro indica a intensidade da corrente no circuito.

Vamos ver agora que um amperímetro modifica a intensidade da corrente em um circuito quando é incluído nele, porque esse medidor, como todo condutor, possui uma resistência elétrica, que vamos chamar de **resistência interna** e simbolizar por $\mathbf{R_i}$.

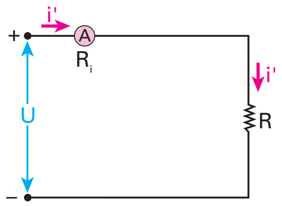
Veja a figura a seguir, em que um resistor de resistência **R** está submetido a uma diferença de potencial constante **U**.



Para **calcular** a intensidade **i** da corrente nesse resistor, fazemos:

$$i = \frac{U}{R}$$

Vamos, agora, **medir** a intensidade dessa corrente. Para isso, introduzimos o amperímetro em série com o resistor, de modo que a corrente passe por ele.



Pelo fato de ter uma resistência interna $\mathbf{R_i}$, o amperímetro modifica a intensidade da corrente no resistor, que passa a ter um valor **i’** diferente de **i** e dado por:

$$i' = \frac{U}{R + R_i}$$

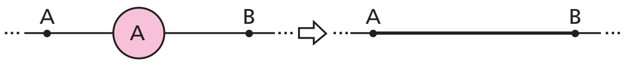
Note, então, que o amperímetro registra um valor **i’**, e não o valor **i** que queríamos medir, ou seja, sua inclusão no circuito acarreta um erro no resultado experimental, que precisa ser minimizado.

Observe que, na expressão de **i’**, esse valor tenderá a **i** se $\mathbf{R_i}$ tender a zero, ou seja, quanto **menor** for a resistência interna do amperímetro, mais próxima da corrente original estará a sua indicação. Assim, um bom amperímetro deve ter resistência interna baixa, isto é, desprezível em comparação com a resistência do circuito em que foi introduzido.

Em termos teóricos, podemos falar em **amperímetro ideal**:

> Denomina-se **amperímetro ideal** um medidor hipotético em que $\mathbf{R_i}$ é igual a zero. Um amperímetro com essa característica mediria a intensidade de corrente original sem modificá-la.

Então, na resolução de exercícios, um amperímetro ideal pode ser substituído pelo símbolo de um condutor ideal:



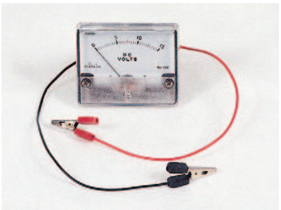
Amperímetro ideal.

Condutor ideal substituindo o amperímetro: os pontos **A** e **B** estão curto-circuitados.

Medição de diferença de potencial (ddp) ou tensão elétrica

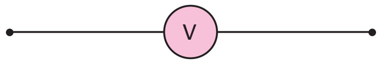
Para medir a diferença de potencial, usamos um instrumento denominado **voltímetro**.

Woody Lawton Rick

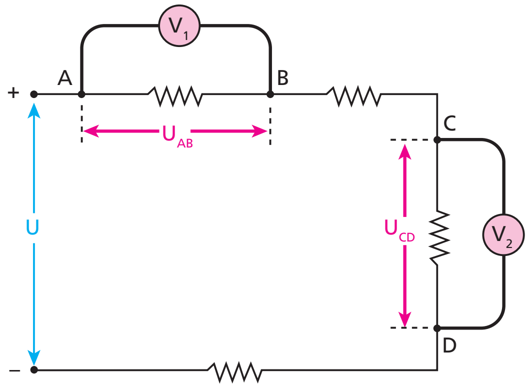


A fotografia mostra um voltímetro, cujo valor de fundo de escala é 15 V.

Nos esquemas de circuitos elétricos, o voltímetro é simbolizado assim:

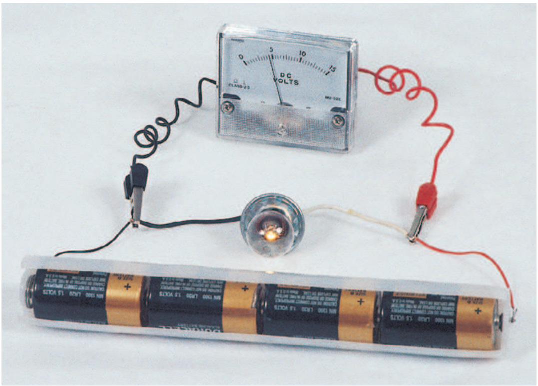


Para medir a diferença de potencial entre dois pontos de um circuito, é necessário que os terminais do voltímetro “sintam” os potenciais desses pontos. Para isso, o voltímetro deve ser ligado **em paralelo** com o trecho do circuito compreendido entre os dois pontos.



O voltímetro V_1 mede a ddp entre os pontos **A** e **B**, e o voltímetro V_2 mede a ddp entre os pontos **C** e **D**.

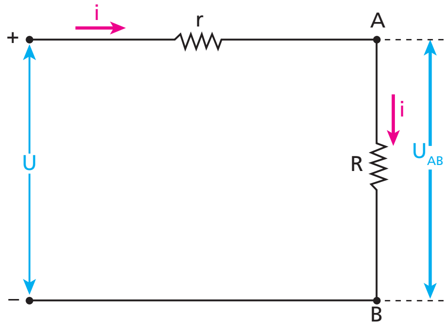
Woody Lawton Rick



O voltímetro indica a ddp entre os terminais da lâmpada.

Vamos ver agora que a inclusão do voltímetro também acarreta um erro no resultado experimental, ou seja, modifica a ddp entre os dois pontos em que é ligado.

Observe, na figura a seguir, uma associação de dois resistores de resistências **R** e **r**, submetidos a uma ddp constante **U**:



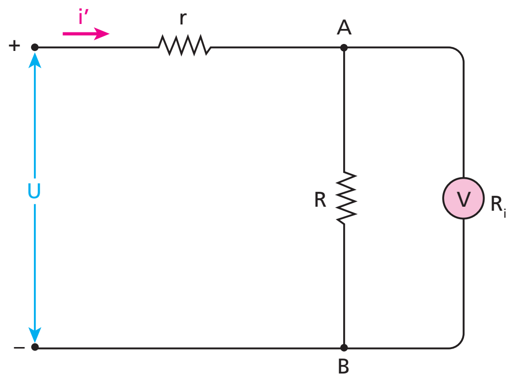
A intensidade **i** da corrente nesse circuito é dada por:

$$U = (R + r)\,i \Rightarrow i = \frac{U}{R + r}$$

Para **calcular** a ddp entre os pontos **A** e **B**, por exemplo, fazemos:

$$U_{AB} = R\,i \Rightarrow U_{AB} = \frac{RU}{R + r}$$

Vamos, agora, **medir** a ddp entre **A** e **B**. Para isso, ligamos o voltímetro, que possui uma resistência interna R_i, em paralelo com o trecho AB:



Fazendo essa ligação, a resistência total do circuito se modifica e, consequentemente, a ddp entre **A** e **B** também. Assim, o voltímetro vai medir uma ddp diferente daquela que queríamos medir.

O voltímetro só mediria corretamente a ddp original U_{AB} se a sua inclusão não modificasse a resistência entre os pontos **A** e **B**, que, com a presença dele, é dada por:

$$R_{AB} = \frac{R\,R_i}{R + R_i}$$

Vamos dividir por R_i o numerador e o denominador dessa expressão:

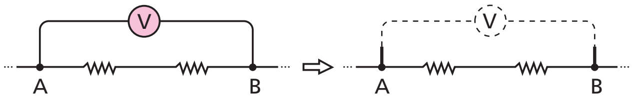
$$R_{AB} = \frac{\dfrac{R\,R_i}{R_i}}{\dfrac{R}{R_i} + \dfrac{R_i}{R_i}} \Rightarrow R_{AB} = \frac{R}{\dfrac{R}{R_i} + 1}$$

Observe, nessa última expressão, que, se R_i for muito maior que **R**, o quociente $\dfrac{R}{R_i}$ será desprezível e R_{AB} será praticamente igual a **R**, que é o que queremos. Concluímos, então, que um bom voltímetro deve ter resistência interna elevada, isto é, muito maior que a resistência que está em paralelo com ele.

Em termos teóricos, podemos falar em **voltímetro ideal**.

Denomina-se **voltímetro ideal** um medidor hipotético em que a resistência interna R_i é infinitamente grande. Esse medidor verifica a tensão original entre os pontos considerados sem modificá-la.

Então, na resolução de exercícios, um voltímetro ideal equivale a um **circuito aberto**:

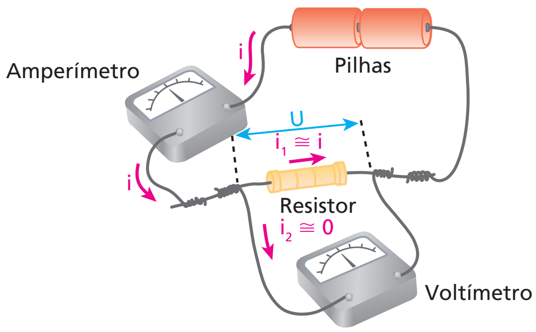


Um voltímetro ideal equivale a um circuito aberto, ou seja, a corrente nele tem intensidade nula porque sua resistência é infinitamente grande.

Note que esse voltímetro hipotético é ideal apenas no que se refere à perturbação provocada no circuito. Se existisse, esse instrumento não funcionaria, pois nenhuma corrente passaria por ele. E é justamente essa corrente que provoca a deflexão do ponteiro, como veremos na Parte III, **Eletromagnetismo**.

Medição de resistência elétrica

Observe a montagem a seguir e suponha que os medidores usados sejam bons: em comparação com a resistência **R** do resistor, a resistência interna do amperímetro é desprezível e a do voltímetro é muito maior.



Assim, a intensidade i_1 da corrente que passa pelo resistor é praticamente igual à intensidade **i** da corrente no amperímetro.

Lendo, então, o valor de **i** no amperímetro e a ddp **U** no voltímetro, calculamos **R**:

$$R = \frac{U}{i}$$

Nota:

- Existe um instrumento apropriado para medir resistências, denominado **ohmímetro**. Existem, ainda, instrumentos conhecidos por **multímetros**, que se prestam à medição de corrente, tensão e resistência, bastando posicionar adequadamente uma chave seletora para o exercício de cada função.

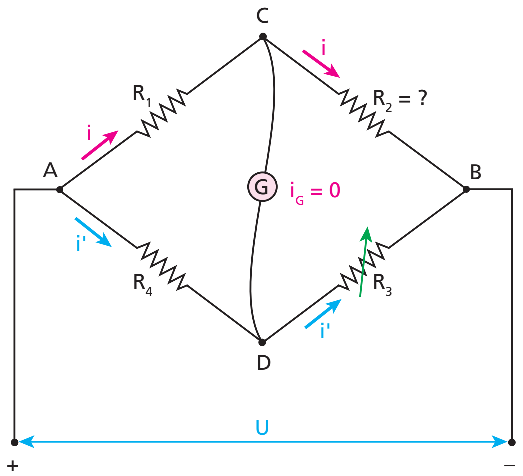
Woody Lawton Rick

Multímetro analógico.

Ponte de Wheatstone

A associação de quatro resistores representada na figura a seguir é denominada **ponte de Wheatstone**, e ela é útil na determinação experimental da resistência de um resistor. Recebe esse nome porque foi idealizada pelo físico inglês Charles **Wheatstone** (1802-1875).

Nesta montagem, R_1 e R_4 são resistências conhecidas, R_3 é uma resistência variável, porém conhecida, e R_2 é uma resistência desconhecida, que queremos determinar. Observe, também, a presença de um galvanômetro **G** com os terminais ligados nos pontos **C** e **D**.



Com a intenção de determinar R_2, variamos R_3 até que o galvanômetro indique zero, ou seja, até que deixe de passar corrente por ele. Quando isso acontecer, os potenciais em **C** e **D** serão iguais ($\nu_C = \nu_D$) e diremos que a ponte está em **equilíbrio**. Note que, não havendo corrente no galvanômetro, R_1 e R_2 são percorridas por uma mesma corrente de intensidade **i**, enquanto R_4 e R_3 são percorridas por uma mesma corrente de intensidade i'.

Então, podemos escrever:

$$\begin{cases} U_{AC} = R_1\, i \\ U_{AD} = R_4\, i' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \nu_A - \nu_C = R_1\, i \\ \nu_A - \nu_D = R_4\, i' \end{cases}$$

Como $\nu_C = \nu_D$, temos:

$$R_1\, i = R_4\, i' \quad \text{(I)}$$

Além disso:

$$\begin{cases} U_{CB} = R_2\, i \\ U_{DB} = R_3\, i' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \nu_C - \nu_B = R_2\, i \\ \nu_D - \nu_B = R_3\, i' \end{cases}$$

Lembrando novamente que $\nu_C = \nu_D$, obtemos:

$$R_2\, i = R_3\, i' \quad \text{(II)}$$

Dividindo membro a membro a expressão (I) pela expressão (II), obtemos:

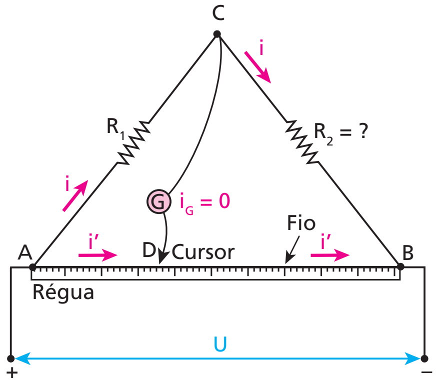
$$\frac{R_1\, i}{R_2\, i} = \frac{R_4\, i'}{R_3\, i'} \Rightarrow R_1\, R_3 = R_2\, R_4$$

Em uma ponte de Wheatstone em equilíbrio, os produtos das resistências de ramos opostos são iguais:

$$\boxed{R_1\, R_3 = R_2\, R_4}$$

Veja, então, que, conhecendo R_1, R_3 e R_4, podemos usar a expressão obtida para calcular R_2.

Normalmente a ponte de Wheatstone é colocada em prática de uma maneira mais simples, substituindo-se dois dos resistores por um fio homogêneo **AB**, de secção transversal uniforme. Veja isso na figura a seguir, em que os resistores de resistências R_3 e R_4 foram substituídos pelo fio.



Nesse circuito, R_1 é conhecida, R_2 é desconhecida, R_3 é a resistência do trecho **DB** do fio e R_4 é a resistência do trecho **AD**.

Para determinar R_2, deslizamos o cursor (contato móvel) ao longo do fio até ser atingido o equilíbrio da ponte: $i_G = 0$.

No equilíbrio, sabemos que:

$$R_1\, R_3 = R_2\, R_4$$

Entretanto, pela **Segunda Lei de Ohm**, as resistências R_3 e R_4 são proporcionais aos comprimentos de fio $\overline{DB}$ e $\overline{AD}$, respectivamente.

Então, podemos escrever:

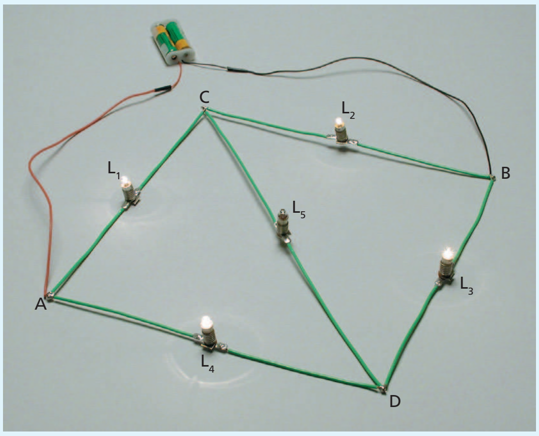
$$R_1\, \overline{DB} = R_2\, \overline{AD} \Rightarrow R_2 = \frac{R_1\, \overline{DB}}{\overline{AD}}$$

Portanto, conhecendo R_1, basta medir $\overline{DB}$ e $\overline{AD}$ com uma régua para calcular R_2.

Faça você mesmo

Usando o mesmo material adquirido para o experimento da página 154, monte o circuito da fotografia ao lado.

A lâmpada L_5 não acenderá porque as outras quatro lâmpadas constituem uma ponte de Wheatstone equilibrada (lembre-se de que as resistências das lâmpadas são todas iguais). Assim, não há ddp entre os pontos **C** e **D** e, por isso, não há corrente em L_5.



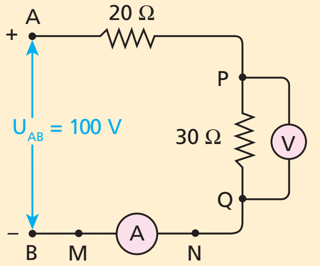
Thales Trigo

Exercícios

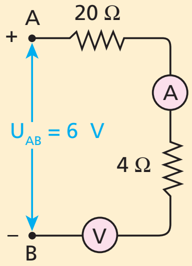
nível 1

51. E.R. Nos circuitos a seguir, determine as indicações fornecidas pelos medidores, supostos ideais:

a)

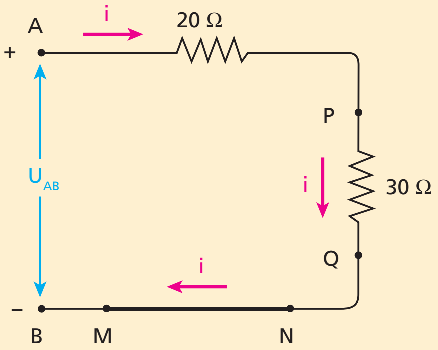


b)



Resolução:

a) Sendo o amperímetro ideal, sua resistência interna é nula. Assim, o amperímetro estabelece um curto-circuito entre os pontos **M** e **N**. O voltímetro, sendo ideal, tem resistência interna infinita e, por isso, nenhuma corrente passa por ele, comportando-se como um ramo aberto do circuito. Temos, então, o seguinte circuito equivalente:



Como $U_{AB} = R_{AB}\, i$: $100 = 50\, i \Rightarrow i = 2$ A

O amperímetro indica a intensidade da corrente que o atravessa, ou seja, 2 A.

O voltímetro mede a diferença de potencial entre os pontos **P** e **Q**, que vale:

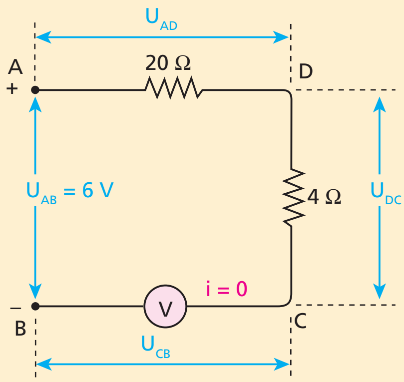
$$U_{PQ} = R_{PQ}\, i = 30 \cdot 2 \Rightarrow U_{PQ} = 60 \text{ V}$$

O voltímetro indica 60 V.

b) Nesse caso, tanto o voltímetro como o amperímetro foram ligados em série no circuito. Então, por ser infinita a resistência do voltímetro ideal, não há corrente no circuito: o circuito está aberto.

Então:

O amperímetro indica zero.



Sendo nula a corrente, temos:

$$U_{AD} = 20\, i = 0$$

e

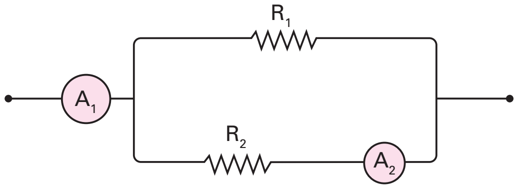
$$U_{DC} = 4\, i = 0$$

Como $U_{AB} = U_{AD} + U_{DC} + U_{CB}$:

$$6 = 0 + 0 + U_{CB} \Rightarrow U_{CB} = 6 \text{ V}$$

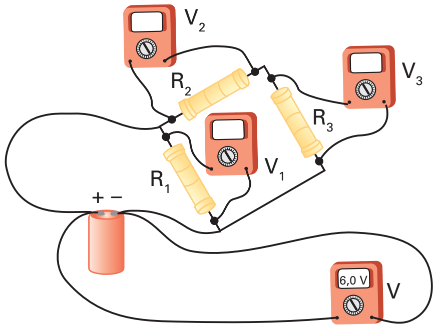
O voltímetro indica U_{CB}, ou seja, 6 V.

52. No esquema representado na figura, os amperímetros ideais A_1 e A_2 registram, respectivamente, 10 A e 4 A:



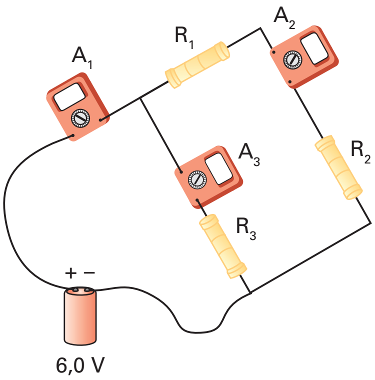
Sendo $R_2 = 6\ \Omega$, calcule R_1.

53. No circuito representado na figura, os voltímetros **V**, V_1, V_2 e V_3 são digitais e considerados ideais.



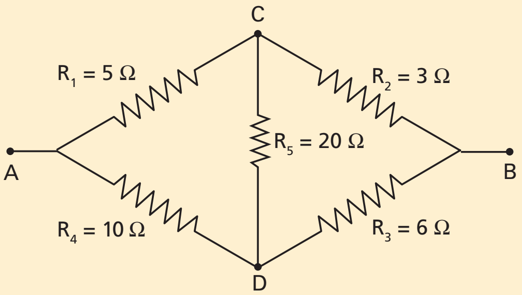
Sabendo que o voltímetro **V** indica 6,0 V e que as resistências R_1, R_2 e R_3 dos três resistores são respectivamente iguais a 1,0 Ω, 0,5 Ω e 2,5 Ω, determine as indicações dos voltímetros V_1, V_2 e V_3.

54. Uma bateria fornece uma ddp de 6,0 V à associação de resistores representada na figura.



Os amperímetros A_1, A_2 e A_3 são digitais e supostos ideais. Determine suas indicações, sabendo que $R_1 = 1{,}0\ \Omega$, $R_2 = 3{,}0\ \Omega$ e $R_3 = 5{,}0\ \Omega$.

55. E.R. Na associação de resistores dada a seguir, calcule a resistência elétrica equivalente entre os pontos **A** e **B**:



Resolução:

Como $R_1\,R_3 = R_2\,R_4$, concluímos que R_1, R_2, R_3 e R_4 constituem uma ponte de Wheatstone equilibrada. Logo, não há diferença de potencial entre os pontos **C** e **D** e não há corrente elétrica em R_5. Assim, R_5 pode ser eliminada da montagem. Diante disso, temos:

R_1 em série com $R_2 \Rightarrow R_{1,2} = R_1 + R_2 \Rightarrow R_{1,2} = 8\ \Omega$

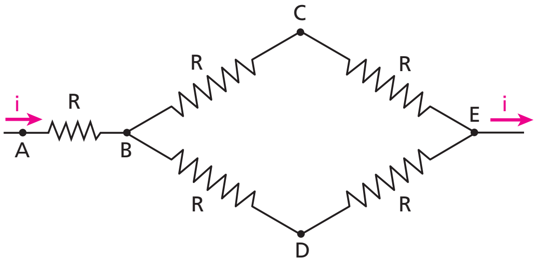
R_4 em série com $R_3 \Rightarrow R_{4,3} = R_4 + R_3 \Rightarrow R_{4,3} = 16\ \Omega$

As resistências $R_{1,2}$ e $R_{4,3}$ estão em paralelo:

$$R_{AB} = \frac{R_{1,2}\,R_{4,3}}{R_{1,2} + R_{4,3}} = \frac{8 \cdot 16}{8 + 16}$$

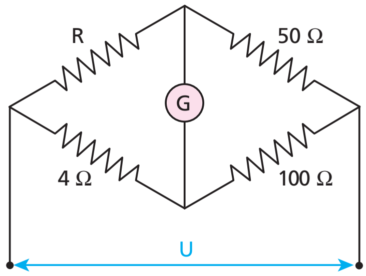
$$\boxed{R_{AB} \cong 5{,}3\ \Omega}$$

56. Os cinco resistores representados na figura têm a mesma resistência elétrica **R**:



Estando com os pés sobre um piso isolante, vamos segurar um dos pontos (**A**, **B**, **C**, **D** ou **E**) com uma mão e outro ponto com a outra mão. Em que par de pontos certamente não há perigo de "choque"?

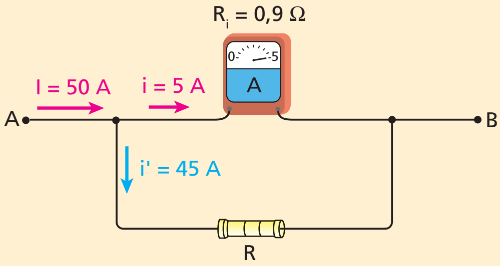
57. No circuito esquematizado abaixo, calcule a resistência **R**, sabendo que é nula a corrente indicada no galvanômetro **G**:



58. E.R. Um técnico possui um amperímetro de 0,9 Ω de resistência interna e 5 A de fundo de escala. Então, esse amperímetro pode medir correntes de, no máximo, 5 A. Determine como um resistor deve ser associado a ele, bem como a resistência desse resistor, para que se torne capaz de medir intensidades de corrente de até 50 A.

Resolução:

Para que o fundo de escala desse medidor passe a valer 50 A, devemos associar a ele um resistor de resistência **R em paralelo**. Desse modo, quando uma corrente de 50 A atingir a associação, 5 A deverão passar pelo amperímetro original e 45 A pelo resistor associado a ele:



Note que **A** e **B** passam a ser os terminais do amperímetro com fundo de escala alterado para 50 A.

Como R_i e **R** estão em paralelo, temos:

$$R\,i' = R_i\,i \Rightarrow R \cdot 45 = 0{,}9 \cdot 5$$

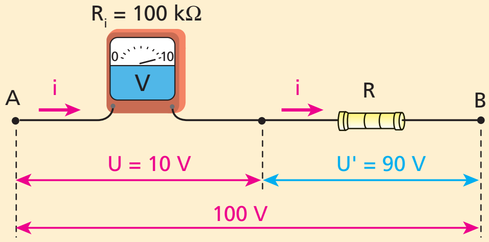
$$\boxed{R = 0{,}1\ \Omega}$$

59. Um medidor de intensidade de corrente, cuja resistência interna vale 0,18 Ω, pode medir, no máximo, 1 A. Calcule a resistência do resistor que deve ser associado a esse medidor, para que ele se torne capaz de medir intensidades de corrente de até 10 A. Especifique como deve ser feita a associação do resistor com o medidor.

60. E.R. Um voltímetro de resistência interna igual a 100 kΩ tem fundo de escala de 10 V. Um resistor de resistência **R** deve ser associado a esse medidor, para que ele se torne capaz de medir até 100 V. Calcule **R** e diga como deve ser feita a associação.

Resolução:

Para que o fundo de escala desse medidor passe para 100 V, devemos associar a ele um resistor **em série**. Assim, quando aplicarmos 100 V entre os terminais da associação, devemos ter 10 V no voltímetro original e 90 V em **R**:



Note que **A** e **B** passam a ser os terminais do voltímetro com fundo de escala alterado para 100 V.

Como a intensidade i da corrente é igual em R_i e em **R**, temos:

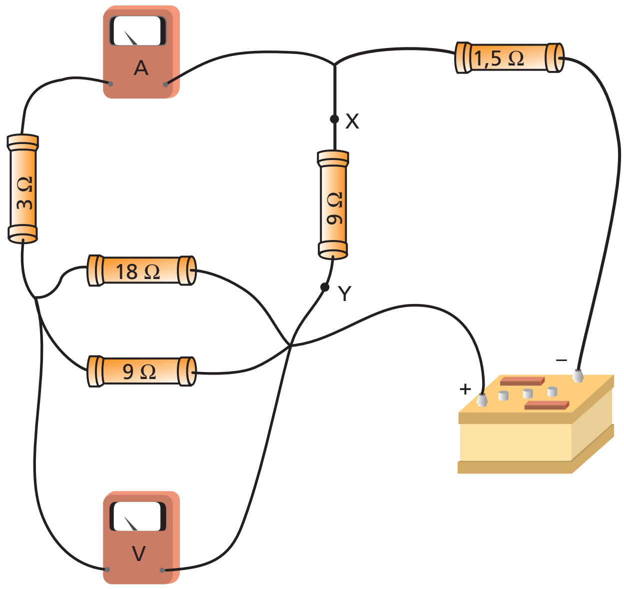
$$\left.\begin{aligned} i &= \frac{U}{R_i} \\ i &= \frac{U'}{R} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{U'}{R} = \frac{U}{R_i} \Rightarrow \frac{90}{R} = \frac{10}{100}$$

$$\boxed{R = 900\ \text{k}\Omega}$$

61. O fundo de escala de um voltímetro de 1 MΩ de resistência interna é igual a 50 V. Determine a resistência do resistor que deve ser associado a ele, de modo que se torne capaz de medir tensões de até 1 000 V e especifique como deve ser feita a associação.

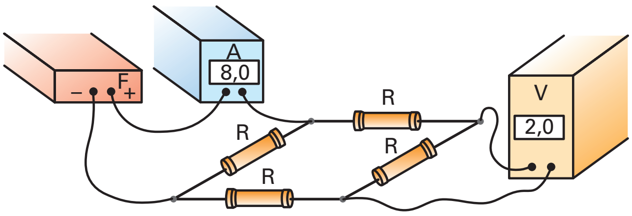
Exercícios — nível 2

62. (UFBA) A figura abaixo representa um circuito elétrico constituído de um voltímetro (**V**) e um amperímetro (**A**) ideais, cinco resistores e uma bateria. A bateria fornece uma tensão de 12,0 V e o voltímetro registra 6,0 V.



a) Qual a leitura no amperímetro?
b) Qual a diferença de potencial no resistor de 1,5 Ω?
c) Qual a potência dissipada no resistor situado entre os pontos **X** e **Y**?

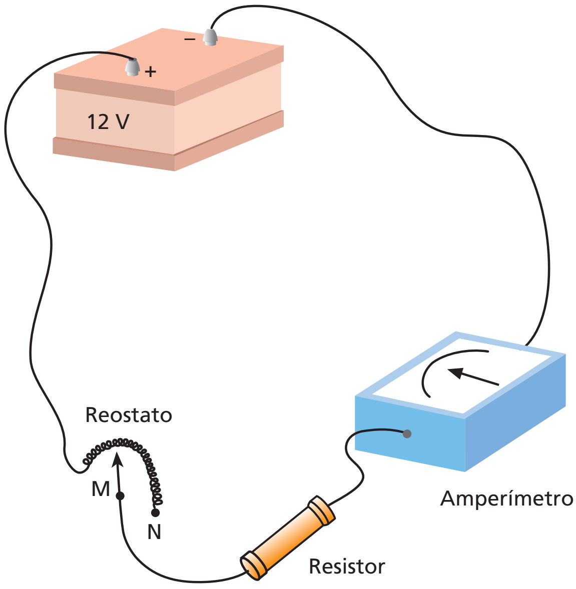
63. (Fuvest-SP) Considere a montagem abaixo, composta de 4 resistores iguais **R**, uma fonte de tensão **F**, um medidor de corrente **A**, um medidor de tensão **V** e fios de ligação. O medidor de corrente indica 8,0 A e o de tensão, 2,0 V.



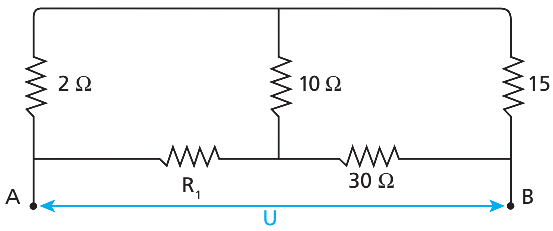
Pode-se afirmar que a potência total dissipada nos 4 resistores é, aproximadamente, de:

a) 8 W.
b) 16 W.
c) 32 W.
d) 48 W.
e) 64 W.

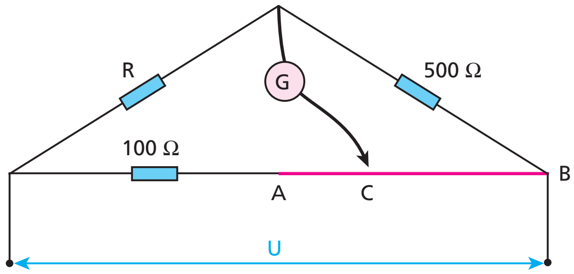
64. (Cesgranrio-RJ) No circuito representado, a resistência do amperímetro é desprezível e a diferença de potencial entre os terminais da bateria é 12 V. A resistência máxima do reostato é de 6,0 Ω. Quando o contato móvel encosta em **M** (reostato fora do circuito), o amperímetro indica 1,0 A. A potência dissipada no resistor é, então, P_M. Quando o contato móvel encosta em **N** (reostato todo no circuito), a potência dissipada no resistor é P_N. Calcule $\frac{P_M}{P_N}$.



65. No circuito representado a seguir, calcule R_1 para que a potência dissipada no resistor de 10 Ω seja nula.

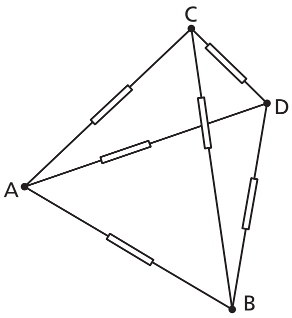


66. Na ponte esquematizada na figura, AB é um fio homogêneo de secção transversal uniforme. Seu comprimento é de 120 cm e sua resistência elétrica é de 60 Ω:



O equilíbrio da ponte é conseguido quando o cursor **C** encontra-se a 20 cm de **A**. Calcule a resistência **R**.

67. (ITA-SP) Considere um arranjo em forma de tetraedro construído com 6 resistências de 100 Ω, como mostrado na figura.



Pode-se afirmar que as resistências equivalentes R_{AB} e R_{CD} entre os vértices **A** e **B** e **C** e **D**, respectivamente, são:

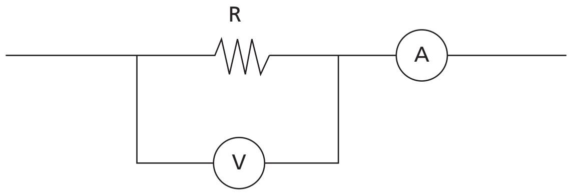
a) $R_{AB} = R_{CD} = 33,3\ \Omega$.
b) $R_{AB} = R_{CD} = 50\ \Omega$.
c) $R_{AB} = R_{CD} = 66,7\ \Omega$.
d) $R_{AB} = R_{CD} = 83,3\ \Omega$.
e) $R_{AB} = 66,7\ \Omega$ e $R_{CD} = 83,3\ \Omega$.

68. (Vunesp-SP) A corrente que corresponde à deflexão máxima do ponteiro de um galvanômetro é de 1,0 mA e sua resistência, de 0,5 Ω. Qual deve ser o valor da resistência que precisa ser colocada nesse aparelho para que ele se transforme em um voltímetro apto a medir até 10 V? Como deve ser colocada essa resistência: em série ou em paralelo com o galvanômetro?

69. A escala de um amperímetro apresenta 100 divisões e seu fundo de escala é de 5 A. Sendo de 1,8 Ω a resistência elétrica desse medidor, determine:

a) o número de ampères por divisão;
b) como deve ser associado um resistor e qual deve ser a sua resistência, para que o medidor possa medir correntes de até 20 A;
c) o número de ampères por divisão na situação descrita no item **b**.

70. (Vunesp-SP) Um estudante utiliza-se das medidas de um voltímetro **V** e de um amperímetro **A** para calcular a resistência elétrica de um resistor e a potência dissipada nele. As medidas de corrente e voltagem foram realizadas utilizando o circuito da figura a seguir.

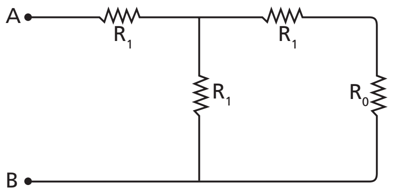


O amperímetro indicou 3 mA e o voltímetro, 10 V. Cuidadoso, ele lembrou-se de que o voltímetro não é ideal e que é preciso considerar o valor da resistência interna do medidor para se calcular o valor da resistência **R**.

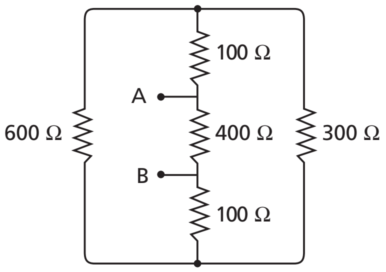
Se a especificação para a resistência interna do aparelho é 10 kΩ, calcule:

a) o valor da resistência **R** obtida pelo estudante;
b) a potência dissipada no resistor.

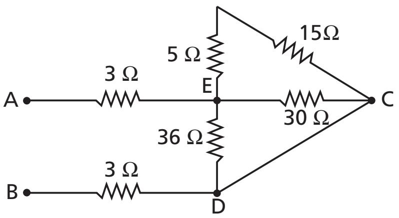
71. No circuito apresentado a seguir, um dos resistores tem resistência R_0. Determine R_1 em função de R_0, para que a resistência vista pelos terminais **A** e **B** seja igual a R_0:



72. Determine a resistência equivalente entre **A** e **B**, no circuito a seguir:

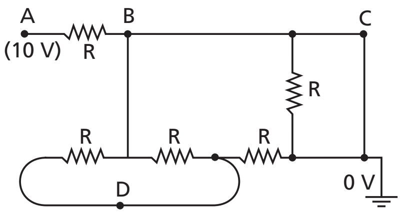


73. Na associação esquematizada a seguir, a ddp entre os pontos **A** e **B** é igual a 30 V:



Determine a intensidade de corrente no fio **CD**, de resistência desprezível.

74. No esquema a seguir, $R = 10\ \Omega$ e os fios de ligação têm resistência desprezível. O potencial da Terra é considerado nulo e o potencial no ponto **A** é de 10 V.



Determine:

a) a resistência equivalente ao sistema esquematizado;

b) a intensidade de corrente em **D**;

c) o potencial em **B**;

d) a resistência equivalente ao sistema, se o circuito for aberto no ponto **C**;

e) a potência dissipada no sistema, com o circuito aberto em **C**.

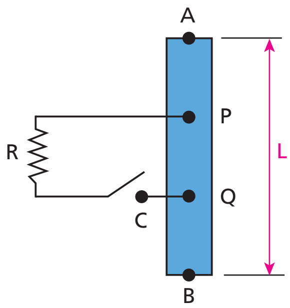
75. (UFJF-MG) Um disjuntor é um interruptor elétrico de proteção que desarma quando a corrente num circuito elétrico ultrapassa um certo valor. A rede elétrica de 110 V de uma residência é protegida por um disjuntor de 40 ampères, com tolerância de ± 5%. Se a residência dispõe de um chuveiro elétrico de 3 960 watts, um ferro de passar roupas de 880 watts e algumas lâmpadas de 40 watts:

a) Determine o maior valor da corrente que passa pelo disjuntor, abaixo do qual ele não desarma, com certeza (o limite inferior da faixa de tolerância). Determine também o menor valor da corrente, acima do qual o disjuntor desarma, com certeza (o limite superior da faixa de tolerância).

b) O chuveiro e o ferro de passar roupas podem ser ligados juntos sem que o disjuntor desarme? Justifique por meio de cálculos.

c) Quando o chuveiro está ligado, quantas lâmpadas podem ser ligadas sem que o disjuntor desarme com certeza? Justifique por meio de cálculos.

76. (ITA-SP) Na figura, AB representa um resistor filiforme, de resistência **r** e comprimento **L**. As distâncias AP e QB são $\frac{2L}{5}$ e $\frac{L}{5}$, respectivamente. A resistência **R** vale 0,40 r. Quando a chave **C** está aberta, a corrente constante $i_0 = 6{,}00$ A passa por **r**. Quando a chave **C** for fechada, a corrente que entrará em **A** será:



a) 7,5 A.

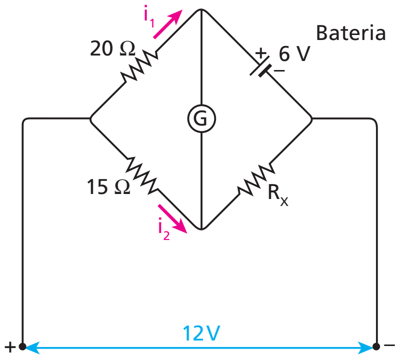
b) 12,0 A.

c) 4,5 A.

d) 9,0 A.

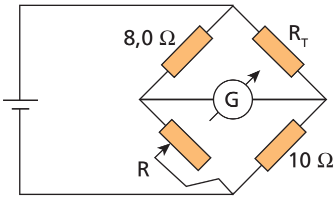
e) indeterminada, pois o valor de **r** não foi fornecido.

77. (PUC-SP) No circuito indicado, não há passagem de corrente pelo galvanômetro. Determine as intensidades de correntes i_1 e i_2.



Para raciocinar um pouco mais

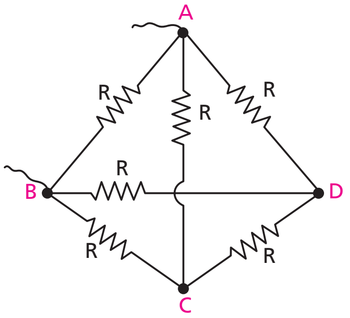
78. (ITA-SP) O circuito da figura a seguir, conhecido como ponte de Wheatstone, está sendo utilizado para determinar a temperatura do óleo de um reservatório, no qual está inserido um resistor de fio de tungstênio R_T. O resistor variável **R** é ajustado automaticamente de modo a manter a ponte sempre em equilíbrio, passando de 4,00 Ω para 2,00 Ω.



Sabendo que a resistência varia linearmente com a temperatura e que o coeficiente linear de temperatura para o tungstênio vale $\alpha = 4{,}00 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$, a variação da temperatura do óleo deve ser de:
a) –125 °C.
b) –35,7 °C.
c) 25,0 °C.
d) 41,7 °C.
e) 250 °C.

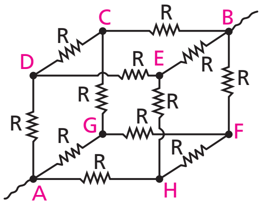
79. (UFC-CE) Considere um conjunto de **N** resistores, cada um com resistência **R**. Os resistores estão conectados sobre um plano, formando um polígono de **N** lados. De que maneira deve-se medir a resistência equivalente, para que se obtenha o maior valor possível dela?

80. Seis resistores de resistências iguais a **R** são associados como mostra a figura (tetraedro):



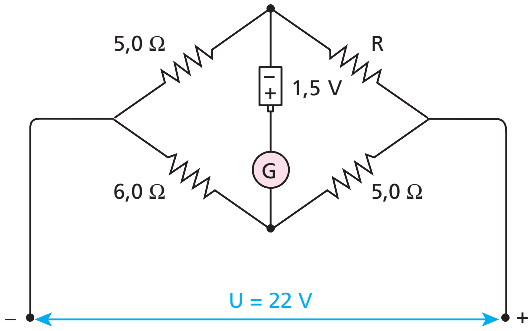
Calcule a resistência equivalente entre os pontos **A** e **B**.
Sugestão: procure perceber alguma simetria que permita identificar pontos no mesmo potencial; um resistor entre esses pontos fica eliminado da associação.

81. Doze resistores de resistências iguais a **R** são associados segundo as arestas de um cubo, como mostra a figura:

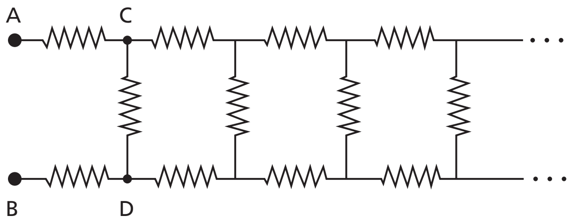


Determine a resistência equivalente entre **A** e **B**.

82. No circuito esquematizado a seguir, determine a resistência elétrica **R**, para que o galvanômetro **G**, ligado a uma pilha de 1,5 V, indique zero:

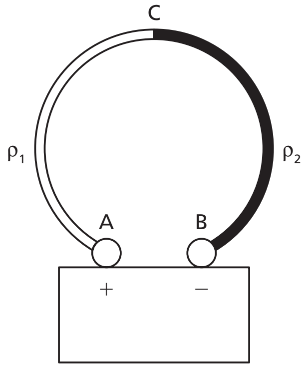


83. A rede resistiva esquematizada na figura estende-se à direita, indefinidamente (o número de resistores é infinito). Cada resistor tem resistência **R**.



Calcule a resistência equivalente entre os pontos **A** e **B**.

84. (Olimpíada Ibero-americana de Física) Dois fios condutores homogêneos, de diferentes resistividades ρ_1 e ρ_2, e igual secção transversal uniforme **S**, estão unidos em **C**. As extremidades livres de cada fio, que têm o mesmo comprimento **L**, ligam-se aos terminais **A** e **B** de uma bateria que lhes aplica uma diferença de potencial constante V_{AB}, formando um circuito elétrico fechado.



Supondo que o módulo do campo elétrico de cada fio é constante e na direção dos fios determine, no regime estacionário:
a) A intensidade da corrente elétrica que percorre o circuito.
b) A carga **Q** na superfície de contato dos dois fios quando neles circula uma corrente.
Dado: Na ausência de qualquer material dielétrico, a permissividade do meio é ϵ_0.

Tópico 3

Circuitos elétricos

Bloco 1

1. Geradores de energia elétrica

Como já vimos, a função do gerador de energia elétrica é fornecê-la ao circuito que ele alimenta. Essa energia é fruto da conversão de alguma modalidade de energia não elétrica em energia elétrica.

A seguir, veremos diversas denominações que esses geradores podem receber, de acordo com a modalidade de energia de que dispõem para produzir energia elétrica.

Geradores mecânicos

São os que convertem energia mecânica em energia elétrica. É o caso dos geradores das usinas hidrelétricas.

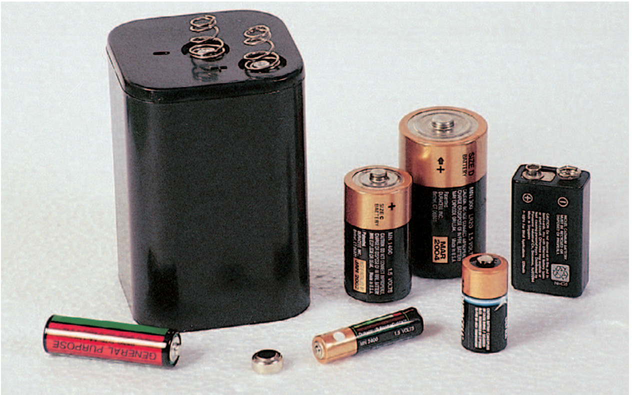
João Prudente/Pulsar Imagens

Os geradores das usinas hidrelétricas usam a energia mecânica da água para produzir energia elétrica.

Geradores químicos

São os que convertem energia potencial química em energia elétrica. Podemos citar como exemplo as pilhas e as baterias.

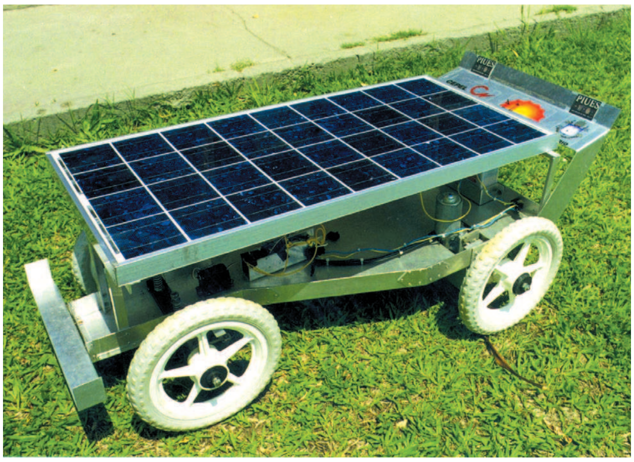
Woody Lawton Rick



Geradores luminosos

São os que convertem energia luminosa em energia elétrica. É o que ocorre, por exemplo, com os fotômetros de máquinas fotográficas, nos quais surge um sinal elétrico em conformidade com a intensidade luminosa do ambiente visado.

Cresesb

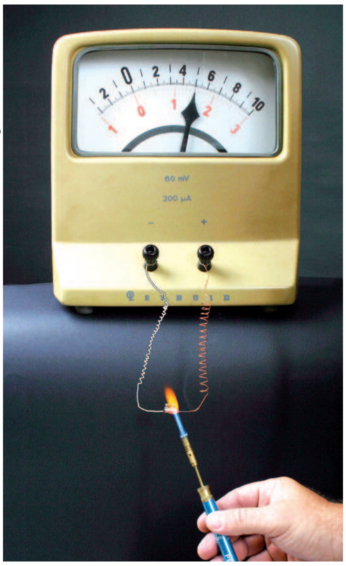


Este veículo dotado de células solares, nas quais a energia solar é convertida em energia elétrica, foi desenvolvido pelo Cresesb (Centro de Referência para Energia Solar e Eólica Sérgio de Salvo Brito), instituição sediada no Rio de Janeiro, que busca o desenvolvimento e uso das fontes de energia solar e eólica no Brasil.

Geradores térmicos

São os que convertem energia térmica diretamente em energia elétrica (efeito termoelétrico).

Sérgio Dotta Jr./The Next



Termopar. Aquecendo a junção de dois fios de metais diferentes (no caso, cobre e constantan), surge uma ddp entre as outras extremidades, que estão em temperatura mais baixa. O termopar é usado para medir temperaturas que podem variar em uma faixa muito ampla.

> Toda a teoria que vamos desenvolver a seguir, em **Eletrodinâmica**, tratará apenas de geradores de corrente contínua **químicos**.

Elementos que caracterizam um gerador

Quando um gerador não é percorrido por corrente elétrica, ou seja, quando ele não está ligado a nada, existe entre seus terminais uma diferença de potencial denominada **força eletromotriz** (**fem**) ou **tensão em vazio**, que vamos simbolizar por $\boldsymbol{\varepsilon}$.

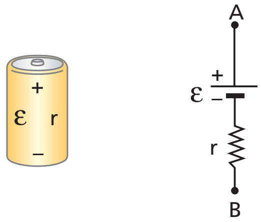
Entretanto, ao ser percorrido por corrente elétrica, a ddp **U** entre os terminais de um gerador torna-se menor que $\boldsymbol{\varepsilon}$. Isso acontece porque o gerador, como todo condutor, possui uma resistência elétrica.

Essa resistência é denominada **resistência interna** do gerador, que vamos simbolizar por **r**. Evidentemente, não se trata de um resistor colocado dentro do gerador pelo seu fabricante, mas da resistência própria dos materiais de que ele é composto.

Cristina Xavier

Em uma pilha comum, a força eletromotriz é igual a 1,5 V. Isso significa que a diferença de potencial entre seus terminais é igual a 1,5 V quando ela está, por exemplo, dentro de sua embalagem, ou seja, desligada.

Um gerador de tensão contínua é representado nos esquemas de circuitos pelo símbolo a seguir:



Símbolo de um gerador de tensão contínua, por exemplo, da pilha ao lado: $\boldsymbol{\varepsilon}$ é sua força eletromotriz; **r**, sua resistência interna; e **A** e **B**, seus terminais.

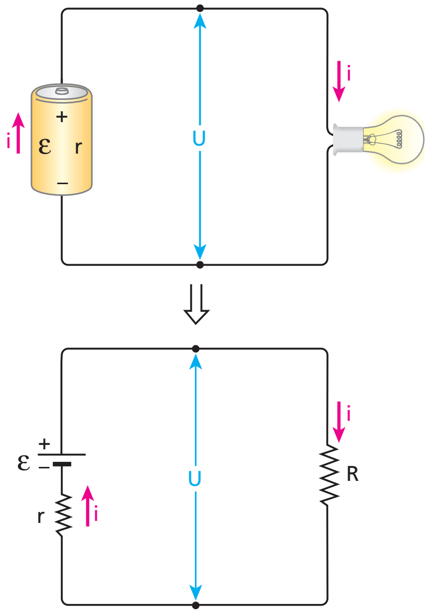
Nota:

- Embora a grandeza $\boldsymbol{\varepsilon}$ seja chamada (impropriamente) de força eletromotriz, é importante destacar que não se trata de uma força, mas de uma diferença de potencial.

Equação do gerador

Vamos, agora, determinar a expressão que fornece a tensão **U** entre os terminais do gerador em função da intensidade **i** da corrente que o percorre, expressão conhecida como **equação do gerador**.

Para isso, observe a figura a seguir, em que temos uma pilha ligada a uma lâmpada e a correspondente representação esquemática.



Suponha $\boldsymbol{\varepsilon}$ = 1,5 V, r = 0,1 **Ω** e i = 2 A. O valor de $\boldsymbol{\varepsilon}$ (1,5 V) significa que a pilha produz 1,5 J de energia elétrica por coulomb de carga que passa por ela. A diferença de potencial na resistência interna é dada pelo produto r i:

$$r\,i = 0{,}1\ \Omega \cdot 2\ \text{A} = 0{,}2\ \text{V}$$

Isso significa que a energia elétrica dissipada dentro da própria pilha é igual a 0,2 J por coulomb que passa por ela. Portanto, o filamento da lâmpada recebe 1,3 J (1,5 J − 0,2 J) de cada coulomb que passa por ele, ou seja, recebe uma ddp **U** igual a 1,3 V.

Dessa análise podemos perceber que a ddp **U** disponível entre os terminais do gerador é a diferença entre a fem ε e o produto r i, o que nos leva à seguinte expressão, que é a **equação do gerador**:

$$\boxed{U = \varepsilon - r\,i}$$

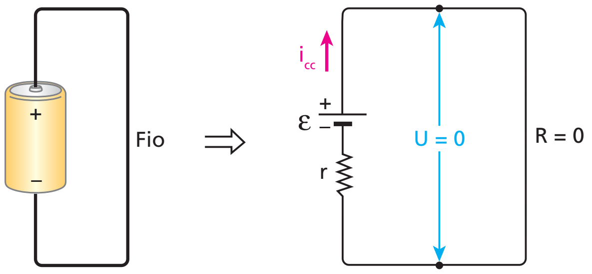
Observe que a ddp **U** só será igual a $\boldsymbol{\varepsilon}$ se **i** for igual a zero, ou seja, se o gerador estiver desligado (circuito aberto).

Nota:

- Lembre-se, mais uma vez, de que o sentido da corrente elétrica, dentro do gerador, é do polo negativo (−) para o positivo (+).

Gerador em curto-circuito

Dizemos que um gerador está curto-circuitado quando seus terminais estão interligados por um fio de resistência elétrica desprezível, como podemos ver na figura a seguir:



Nessa situação, a ddp entre os terminais do gerador é nula. Isso significa que toda a força eletromotriz que ele produz fica aplicada em sua resistência interna.

Fazendo U = 0 na equação do gerador, obtemos a intensidade da corrente que o percorre quando curto-circuitado, chamada **corrente de curto-circuito** (i_{cc}):

$$U = \varepsilon - r\,i$$

$$0 = \varepsilon - r\,i_{cc} \Rightarrow \boxed{i_{cc} = \frac{\varepsilon}{r}}$$

A resistência interna de um gerador em bom estado é muito pequena e, portanto, i_{cc} é muito grande. Por isso, uma pilha ou bateria curto-circuitada pode se aquecer tanto a ponto de ocorrerem vazamentos e sérios acidentes.

Curva característica do gerador

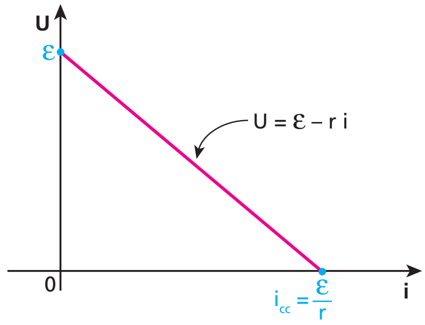
Vamos fazer agora uma análise do gráfico da ddp (**U**) entre os terminais do gerador, em função da intensidade da corrente que o percorre. Esse gráfico é a **curva característica do gerador**.

Note que a função $U = \varepsilon - r\,\mathbf{i}$ é do primeiro grau em **i**. Portanto, sua representação gráfica é um segmento de reta e bastam os dois pontos seguintes para que o gráfico fique determinado:

$$\begin{array}{r} 1^{\underline{o}} \text{ ponto} \\ (\text{gerador em circuito aberto}) \end{array} \begin{cases} U = \varepsilon \\ i = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 2^{\underline{o}} \text{ ponto} \\ (\text{gerador curto-circuitado}) \end{array} \begin{cases} U = 0 \\ i_{cc} = \dfrac{\varepsilon}{r} \end{cases}$$

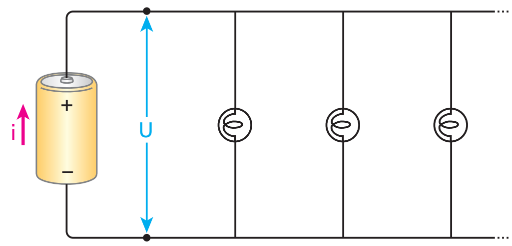
Veja esses pontos marcados no diagrama a seguir, bem como o gráfico obtido.



Curva característica de um gerador.

Note, nesse gráfico, que, quanto maior é a intensidade da corrente no gerador, menor é a ddp **U** entre seus terminais.

Para facilitar o entendimento, imagine uma pilha ligada a uma associação de lâmpadas em paralelo, conforme figura a seguir.



Quanto mais lâmpadas forem ligadas, mais intensa será a corrente na pilha e, portanto, maior será a queda **r i** em seu interior. Com isso, menor será a ddp **U** ($U = \varepsilon - r\,i$) disponível entre seus terminais. Você pode concluir, então, que, quanto maior a quantidade de lâmpadas ligadas, menor será o brilho de **cada uma** delas.

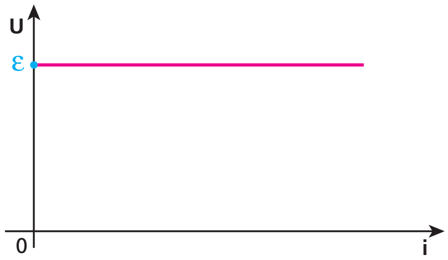
Talvez você já tenha observado o seguinte fato: uma pessoa ligou o chuveiro de sua casa e o brilho das lâmpadas acesas diminuiu. Esse fenômeno é análogo ao da figura anterior. De fato, quando o chuveiro é ligado, a corrente elétrica aumenta consideravelmente nos fios que trazem energia elétrica até a casa. E, quando esses fios são bastante longos, suas resistências já não são tão desprezíveis!

Gerador ideal

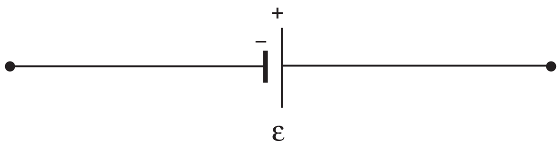
O gerador ideal é um gerador hipotético em que a resistência interna é **nula**. Assim, a ddp **U** disponível entre seus terminais sempre é igual à sua força eletromotriz **ε**:

$U = \varepsilon - r\,i = \varepsilon - 0 \cdot i \Rightarrow \boxed{U = \varepsilon}$

Por isso, a curva característica de um gerador ideal tem o seguinte aspecto:



Em esquemas de circuitos, um gerador ideal é simbolizado por:



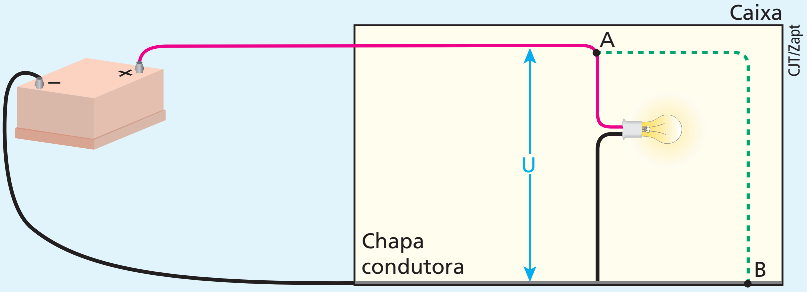
É importante saber que, em geral, considerar ideal um determinado gerador é uma aproximação muito boa. De fato, em ótimas condições, as baterias dos automóveis têm resistência interna menor que 0,01 Ω e as pilhas comuns, da ordem de 0,1 Ω.

Leitura

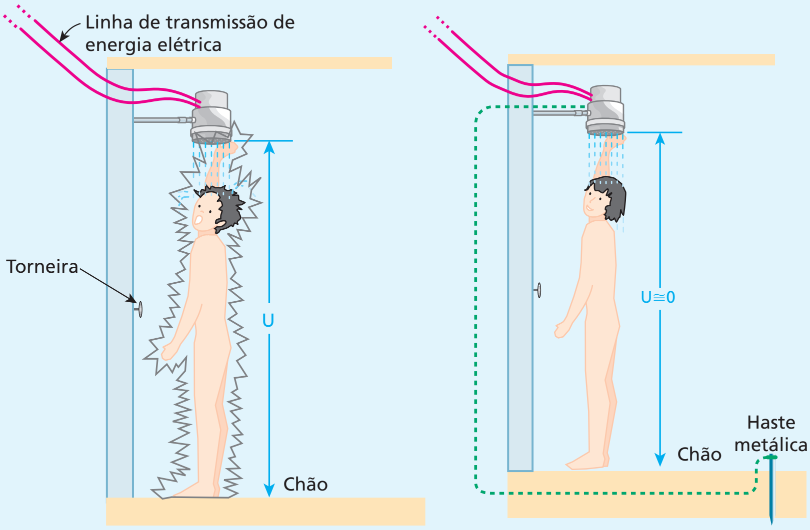
O fio-terra

Imagine uma lâmpada acesa dentro de uma caixa, cuja base inferior é uma chapa condutora. Essa lâmpada é alimentada por uma bateria situada fora da caixa.

Se um fio de cobre for ligado entre os pontos **A** e **B**, como indica o tracejado verde, a lâmpada será curto-circuitada e apagará porque a ddp **U** entre seus terminais irá se tornar desprezível. Com isso, a ddp a que estava submetida a lâmpada antes de se ligar o fio estará aplicada na resistência interna da bateria, que irá se aquecer bastante.



Imagine, agora, que uma pessoa esteja tomando banho e que ocorra o seguinte acidente: um dos fios (fase) que alimentam o chuveiro encosta no invólucro metálico do aparelho. Se essa pessoa, com os pés no chão (o chão corresponde à chapa condutora da situação anterior), encostar a mão no chuveiro, levará um perigoso choque, porque entre o invólucro metálico e o solo existe uma ddp capaz de provocar esse efeito. Se os canos da rede hidráulica forem metálicos, isso também ocorrerá se a pessoa tocar a torneira.



Suponha, porém, que exista um fio de cobre ligando o invólucro do chuveiro a uma haste metálica de alguns metros enterrada (esse fio está indicado pelo tracejado verde). Nesse caso, a pessoa, que corresponde à lâmpada da situação anterior, estará curto-circuitada e não levará choque algum, já que a ddp entre sua mão e seus pés será desprezível.

A ddp que estaria aplicada na pessoa, se não houvesse o fio de cobre, é transferida para a linha de transmissão, que faz aqui o papel da bateria.

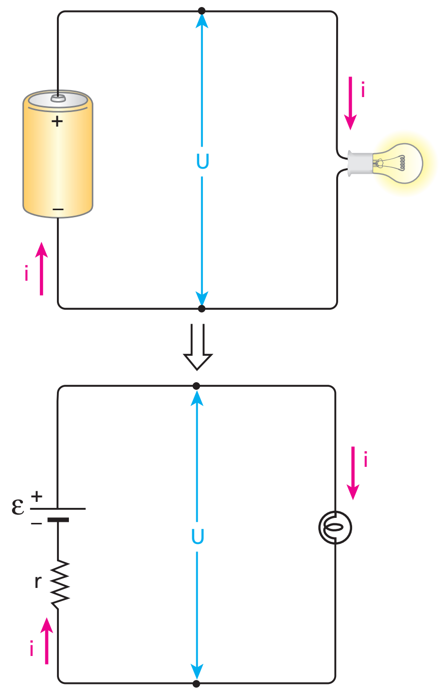
Esse fio de cobre que acabou de salvar a pessoa é o que chamamos de **fio-terra**.

Notas:
- Para evitar complicações desnecessárias, consideramos o chuveiro ligado diretamente à linha de transmissão, o que não é normal.
- O fio-terra também evita pequenos choques, na torneira do chuveiro, decorrentes da condução elétrica através da própria água, que contém íons.

Potências elétricas no gerador: total, útil e desperdiçada

Antes de iniciar este novo assunto, é preciso entender uma diferença bastante significativa. Quando determinada quantidade de energia é dissipada num resistor, sabe-se que ela foi transformada em energia térmica. Acontece que essa dissipação pode ser útil, como no caso de um chuveiro, ou inútil e indesejável, como quando ocorre em fios de ligação ou no interior de uma pilha. Por isso preferimos chamar a energia inutilmente dissipada de **energia desperdiçada**.

Vamos, agora, analisar a potência elétrica no gerador. Para isso, veja a figura a seguir, em que uma pilha alimenta uma lâmpada:



A potência elétrica que a pilha entrega à lâmpada é a potência elétrica **útil** (Pot_u) do gerador. Essa potência, que a lâmpada está recebendo e que é dissipada nela, pode ser expressa por:

$$Pot_u = U\,i$$

À potência elétrica dissipada na resistência interna da pilha vamos dar o nome de potência elétrica **desperdiçada** pelo gerador (Pot_d), que pode ser expressa em função da intensidade da corrente **i** e da sua resistência interna **r** por:

$$Pot_d = r\,i^2$$

Se você somar a potência útil com a desperdiçada, encontrará a potência elétrica **total** produzida pelo gerador (Pot_t):

$$Pot_t = Pot_u + Pot_d \Rightarrow Pot_t = U\,i + r\,i^2$$

Portanto:

$$Pot_t = (U + r\,i)\,i$$

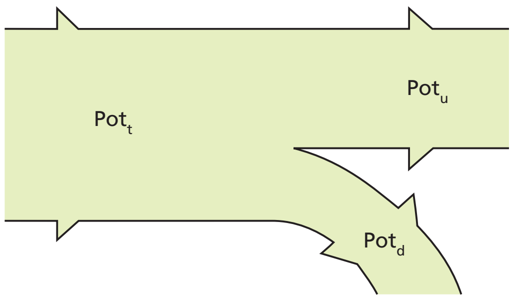
Como $U = \varepsilon - r\,i$, temos que $U + r\,i = \varepsilon$.

Então:

$$Pot_t = \varepsilon\,i$$

Rendimento elétrico do gerador

Quando um gerador alimenta um dispositivo qualquer, parte da potência elétrica total que ele gera é transferida a esse dispositivo, sendo a outra parte desperdiçada, isto é, dissipada inutilmente em sua própria resistência interna.



Assim, denomina-se **rendimento elétrico** com que um gerador está operando o número η que exprime a fração da potência elétrica total que está sendo transferida para o dispositivo que ele alimenta:

$$\boxed{\eta = \frac{Pot_u}{Pot_t}}$$

Como $Pot_u = U\,i$ e $Pot_t = \varepsilon\,i$, temos também que:

$$\eta = \frac{U\,i}{\varepsilon\,i} \Rightarrow \boxed{\eta = \frac{U}{\varepsilon}}$$

Note que, em um gerador real, a potência útil é menor que a potência total. Entretanto, no gerador ideal, a potência útil é igual à total. Assim, englobando o caso teórico e o caso real, temos:

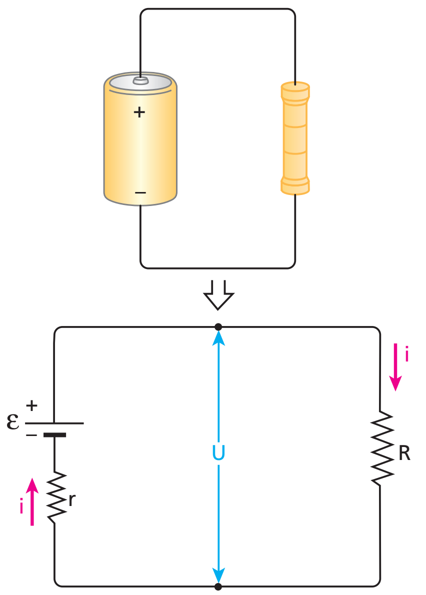
$$\boxed{0 \leqslant \eta \leqslant 1} \quad \text{ou} \quad \boxed{0 \leqslant \eta \leqslant 100\%}$$

(em porcentagem)

2. Circuito simples

Damos o nome de **circuito simples** a qualquer circuito no qual um gerador alimenta um resistor de resistência **R**.

Na figura a seguir, podemos observar a representação de um circuito simples:



Olhando para o gerador, podemos escrever:

$$U = \varepsilon - r\,i \quad \text{(I)}$$

Olhando, agora, para o resistor, temos:

$$U = R\,i \quad \text{(II)}$$

Das expressões (I) e (II), vem:

$$\varepsilon - r\,i = R\,i \Rightarrow \varepsilon = (R + r)\,i$$

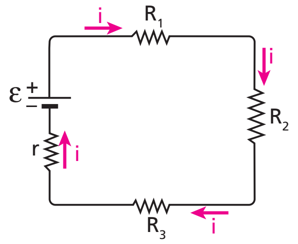
Chamando a soma de todas as resistências $(R + r)$ de **resistência equivalente do circuito**, temos:

$$\varepsilon = R_{eq}\,i$$

Assim:

> Em um circuito simples, a força eletromotriz (ddp total) é igual ao produto da resistência elétrica total do circuito pela intensidade da corrente elétrica:
>
> $$\varepsilon = R_{eq}\,i$$

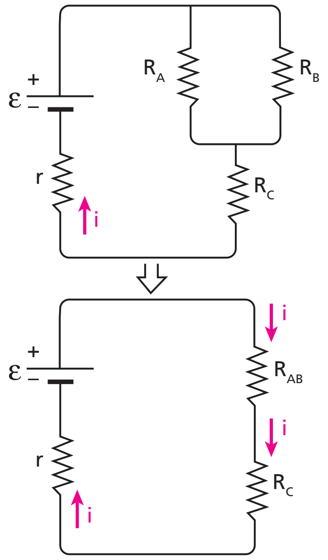
É importante saber que a equação $\varepsilon = R_{eq}\,i$ não vale apenas para o caso de um circuito simples, tal como foi definido. Ela continua válida quando o gerador alimenta uma quantidade **qualquer** de resistores, desde que eles estejam em série (circuito de "caminho" único), como representado a seguir.



Para esse circuito, temos:

$$\varepsilon = R_{eq}\,i \Rightarrow \varepsilon = (R_1 + R_2 + R_3 + r)\,i$$

Já no próximo exemplo, você só poderá usar a equação $\varepsilon = R_{eq}\,i$ depois de transformar o circuito dado em um circuito de "caminho" único. Para isso, terá de substituir R_A e R_B, que estão em paralelo, pela resistência equivalente $R_{AB} = \dfrac{R_A\,R_B}{R_A + R_B}$:

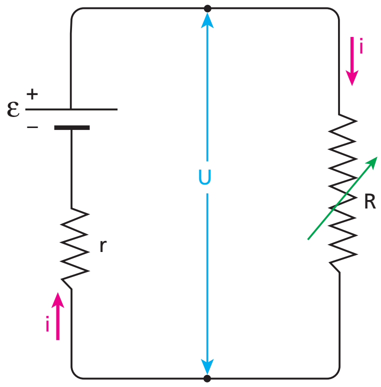


Agora, também poderá escrever:

$$\varepsilon = R_{eq}\,i \Rightarrow \varepsilon = (R_{AB} + R_C + r)\,i$$

3. Máxima transferência de potência

Veja, na figura a seguir, a representação esquemática de um gerador alimentando um reostato (resistor de resistência variável).



A potência elétrica transferida pelo gerador ao reostato (potência útil) é dada por:

$$Pot_u = U\,i$$

Como $U = \varepsilon - r\,i$, obtemos:

$$Pot_u = (\varepsilon - r\,i)\,i \Rightarrow \boxed{Pot_u = \varepsilon\,i - r\,i^2}$$

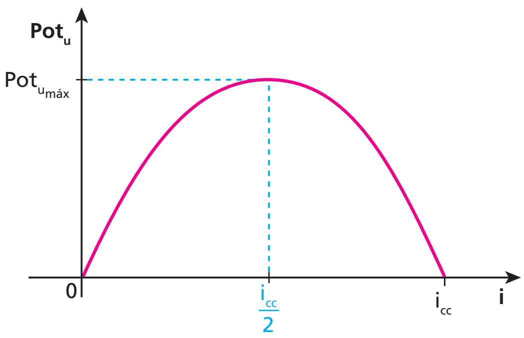
Note que Pot_u depende da intensidade da corrente conforme uma função do 2º grau em **i**. Portanto, o gráfico de Pot_u em função de **i** é um arco de parábola.

Observe que, se o gerador estiver em circuito aberto, teremos $i = 0$ e, consequentemente, $Pot_u = = 0$. E, se o gerador for curto-circuitado, teremos $i = i_{cc} = \frac{\varepsilon}{r}$ e, consequentemente:

$$Pot_u = \varepsilon\,i - r\,i^2 = \varepsilon \cdot \frac{\varepsilon}{r} - r \cdot \frac{\varepsilon^2}{r^2} = 0$$

Assim, a potência útil será nula tanto no circuito aberto ($i = 0$) como no curto-circuito ($i = i_{cc}$). No caso do curto-circuito, toda potência elétrica gerada é desperdiçada no próprio gerador.

Vamos traçar, agora, o gráfico da potência útil em função da intensidade de corrente.



Da simetria do gráfico, concluímos que, quando o gerador transfere máxima potência ao reostato ($Pot_{u_{máx}}$), a intensidade de corrente elétrica no circuito é a metade da corrente de curto-circuito:

$$i = \frac{i_{cc}}{2} = \frac{\frac{\varepsilon}{r}}{2} \Rightarrow \boxed{i = \frac{\varepsilon}{2r}}\ (Pot_{u_{máx}})$$

Vamos ver qual é o valor de **U** nessa situação:

$$U = \varepsilon - r\,i = \varepsilon - r\,\frac{\varepsilon}{2r} \Rightarrow \boxed{U = \frac{\varepsilon}{2}}\ (Pot_{u_{máx}})$$

Assim, quando o gerador transfere máxima potência, a ddp **U** entre seus terminais é a metade da sua força eletromotriz.

Vamos calcular, agora, a resistência elétrica do reostato, na mesma situação:

$$\varepsilon = (R + r)\,i \Rightarrow \varepsilon = (R + r)\,\frac{\varepsilon}{2r}$$

$$\boxed{R = r}\ (Pot_{u_{máx}})$$

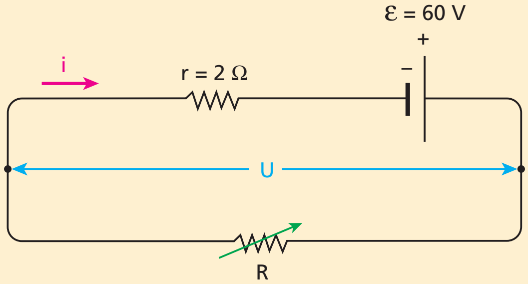
Veja, então, que a condição para o gerador transferir máxima potência ao reostato é que a resistência do reostato seja igual à resistência interna do gerador. Quando isso acontece, dizemos que o gerador e o circuito externo (no caso, o reostato) estão "casados".

Finalizando, vamos calcular o rendimento elétrico do gerador quando ele está transferindo máxima potência:

$$\eta = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{\frac{\varepsilon}{2}}{\varepsilon} \Rightarrow \eta = 0{,}5 \text{ ou } \boxed{\eta = 50\%}\ (Pot_{u_{máx}})$$

Observe que a máxima transferência de potência ocorre com um rendimento apenas razoável. Por isso a condição de máxima transferência de potência raramente é imposta a sistemas de grande potência, pois as perdas são muito grandes: perde-se uma quantidade igual à que é transferida.

No exemplo apresentado a seguir, você pode conferir tudo o que foi visto sobre máxima transferência de potência.



Como $\varepsilon = (R + r)\,i$, temos: $i = \dfrac{\varepsilon}{R + r}$

Usando as equações $i = \dfrac{\varepsilon}{R + r}$, $U = R\,i$,

$Pot_t = \varepsilon\,i$, $Pot_u = U\,i$ e $\eta = \dfrac{U}{\varepsilon}$, para **R** igual a 0 **Ω**, 1 **Ω**, 2 **Ω**, 3 **Ω** e 4 **Ω**, vamos preencher a tabela a seguir:

R (Ω)	i (A)	U (V)	Pot_t (W)	Pot_u (W)	η (%)	
0	30	0	1800	0	0	(I)
1	20	20	1200	400	33	(II)
2	15	30	900	450	50	(III)
3	12	36	720	432	60	(IV)
4	10	40	600	400	67	(V)

Na linha (I), temos o caso de gerador curto--circuitado (i_{cc} = 30 A).

Na linha (III), temos o caso de máxima potência útil. Observe que R = r = 2 **Ω**;

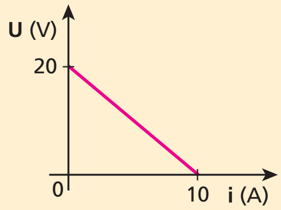
$i = \dfrac{i_{cc}}{2} = 15$ A; $U = \dfrac{\varepsilon}{2} = 30$ V e $\eta = 50\%$.

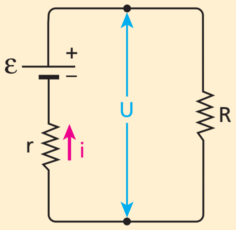
Nas linhas (IV) e (V), temos potência útil um pouco menor do que a máxima, mas com a vantagem de o rendimento ser maior.

Exercícios

nível 1

1. E.R. Temos, a seguir, a curva característica de um gerador e um circuito simples, em que esse gerador alimenta um resistor de resistência **R**.





Determine:

a) a equação do gerador;

b) a intensidade de corrente no circuito, se **R** for igual a 3 Ω;

c) o valor de **R** para que a potência fornecida pelo gerador seja máxima e o valor dessa potência.

Resolução:

a) Temos que $U = \varepsilon - r\,i$.

Para $i = 0$: $U = \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = 20$ V

Para $U = 0$: $i = \dfrac{\varepsilon}{r} \Rightarrow 10 = \dfrac{20}{r} \Rightarrow r = 2\Omega$

A equação do gerador é, então: $\boxed{U = 20 - 2i \quad (SI)}$

b) $\varepsilon = R_{eq}\,i \Rightarrow i = \dfrac{\varepsilon}{R + r} = \dfrac{20}{3 + 2}$

$$\boxed{i = 4\text{ A}}$$

c) Para haver máxima transferência de potência, devemos ter:

$$R = r \Rightarrow \boxed{R = 2\,\Omega}$$

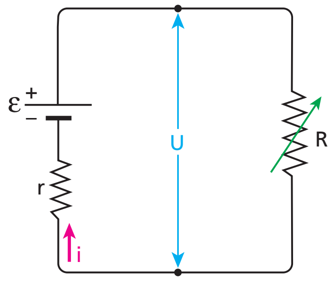
Nessa situação, temos:

$$U = \frac{\varepsilon}{2} = \frac{20}{2} \Rightarrow U = 10\text{V}$$

$$i = \frac{i_{cc}}{2} = \frac{10}{2} \Rightarrow i = 5\text{ A}$$

$$Pot_{u_{máx}} = U\,i = 10 \cdot 5 \Rightarrow \boxed{Pot_{u_{máx}} = 50\text{ W}}$$

2. Um gerador de corrente contínua, de fem ε = 12 V e resistência interna r = 0,1 Ω, é ligado a um resistor de resistência variável **R**.



a) Trace a curva característica desse gerador, ou seja, o gráfico de **U** em função de **i**.

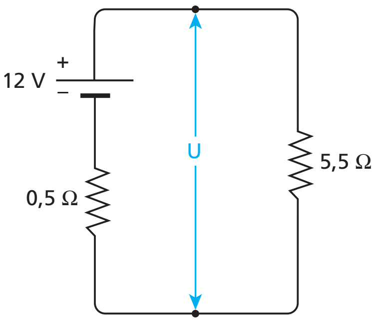
b) Calcule a intensidade de corrente no circuito quando R = 1,9 Ω.

3.

No circuito representado na figura, calcule:

a) a intensidade de corrente elétrica;

b) a tensão **U** entre os terminais do gerador.

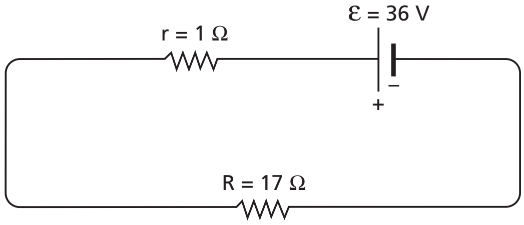


4. a) Determine a força eletromotriz de um gerador de resistência interna igual a 0,2 Ω, sabendo que a sua corrente de curto--circuito vale 30 A.

b) Qual é a diferença de potencial entre os terminais desse mesmo gerador, em circuito aberto?

5. Uma pilha tem fem igual a 1,5 V e resistência interna igual a 0,1 Ω. Se ela for ligada a uma lâmpada de resistência igual a 0,4 Ω, qual será a ddp entre seus terminais?

6. No circuito representado a seguir, temos um gerador de força eletromotriz **ε** e resistência interna **r**, alimentando um resistor de resistência **R**:



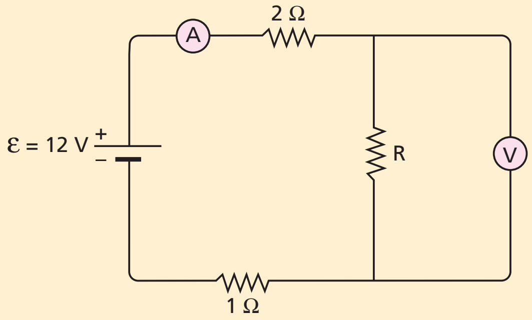
Determine:

a) a potência elétrica útil do gerador, isto é, a potência elétrica que ele fornece ao resistor;

b) a potência elétrica desperdiçada na resistência interna do gerador;

c) o rendimento do gerador.

7. E.R. No circuito abaixo, considere ideais o gerador, o amperímetro **A** e o voltímetro **V**.



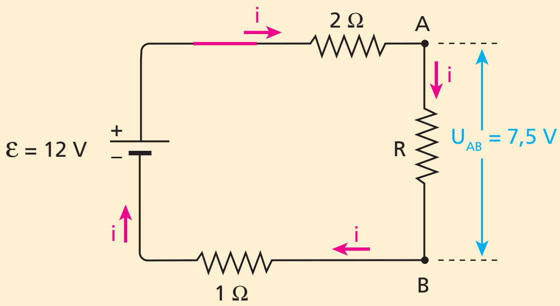
Sabendo que a leitura no voltímetro é igual a 7,5 V, determine:

a) a resistência **R** do resistor em paralelo com o voltímetro;

b) a leitura no amperímetro.

Resolução:

a) Lembrando que um amperímetro ideal equivale a um condutor ideal (resistência nula) e que o voltímetro ideal equivale a um circuito aberto (resistência infinita), vamos redesenhar o circuito dado:



Temos, então, um circuito de "caminho" único e, por isso, podemos escrever:

$\varepsilon = R_{eq}\, i \Rightarrow 12 = (2 + R + 1)\, i$

$12 = (3 + R)\, i \qquad \text{(I)}$

A leitura do voltímetro é a ddp entre os pontos **A** e **B**. Então, para o resistor de resistência **R**, temos:

$U_{AB} = R\, i \Rightarrow 7{,}5 = R\, i \Rightarrow i = \dfrac{7{,}5}{R} \qquad \text{(II)}$

Substituindo (II) em (I), vem:

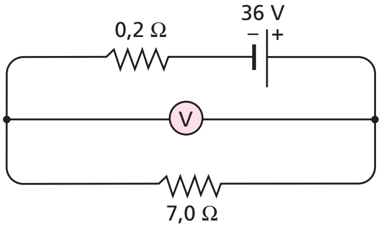
$12 = (3 + R) \cdot \dfrac{7{,}5}{R} \Rightarrow 12\,R = 22{,}5 + 7{,}5\,R \Rightarrow$

$\Rightarrow 4{,}5\,R = 22{,}5 \Rightarrow \boxed{R = 5\,\Omega}$

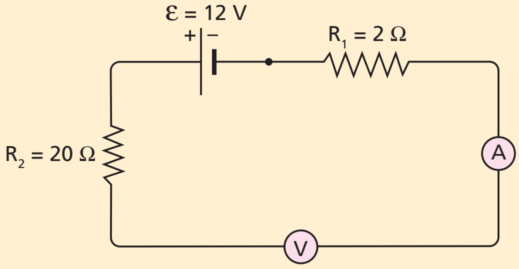
b) A leitura no amperímetro é a intensidade **i** da corrente que passa por ele. Então, substituindo em (II) o valor de **R**, temos:

$$i = \frac{7{,}5}{5} \Rightarrow \boxed{i = 1{,}5\text{ A}}$$

8. Um gerador de 36 V de força eletromotriz e 0,2 Ω de resistência interna alimenta um resistor de 7,0 Ω, como mostra a figura ao lado: Determine a indicação do voltímetro suposto ideal, isto é, de resistência infinita.



9. E.R. No circuito a seguir, determine as indicações do amperímetro **A** e do voltímetro **V**, ambos supostos ideais.



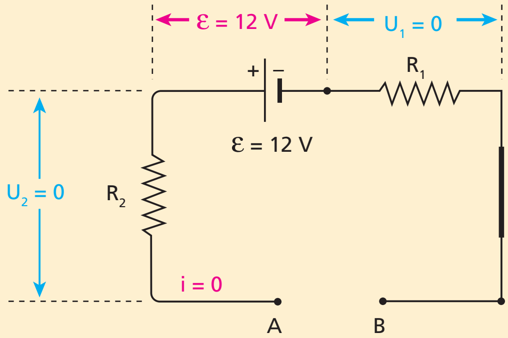
Resolução:

Como o voltímetro ideal equivale a um circuito aberto, a corrente no circuito é nula.

Portanto:

$\boxed{\text{O amperímetro indica zero.}}$

Sendo nula a corrente, também são nulas as diferenças de potencial nos resistores ($U_1 = R_1\, i = 0$ e $U_2 = R_2\, i = 0$):



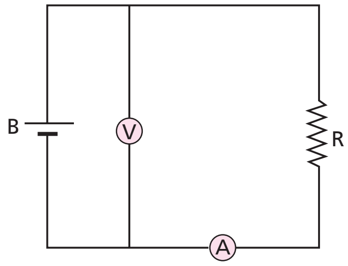
O voltímetro indica a ddp U_{AB} entre os pontos **A** e **B**, que é dada por:

$$U_{AB} = U_1 + \varepsilon + U_2 = 0 + 12 + 0 \Rightarrow U_{AB} = 12\text{ V}$$

Portanto:

$\boxed{\text{O voltímetro indica a força eletromotriz do gerador, ou seja, 12 V.}}$

10. (UFG-GO) Para investigar o desempenho de uma bateria **B**, foi montado o circuito abaixo, em que **V** e **A** representam, respectivamente, um voltímetro e um amperímetro ideais. A resistência **R** é variável e os fios de ligação têm resistências desprezíveis.

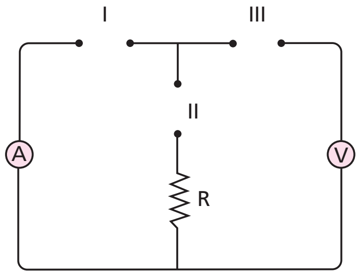


As indicações do voltímetro e do amperímetro são:

Voltímetro (V)	Amperímetro (A)
3,00	0,00
2,25	0,50
1,50	1,00
0,75	1,50
0,00	2,00

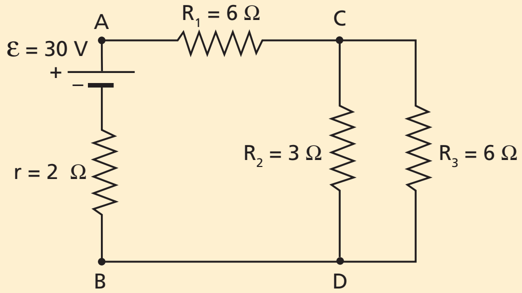
Nessas condições, podemos dizer que:
1. A força eletromotriz da bateria é igual a 3,00 V.
2. A resistência interna da bateria é igual a 1,50 Ω.
3. Para a corrente de 1,00 A, a potência dissipada na resistência **R** é igual a 3,00 W.
4. Quando a diferença de potencial sobre **R** for igual a 2,25 V, a quantidade de carga que a atravessa em 10 s é igual a 22,5 C.

11. (Cesgranrio-RJ) No circuito esquematizado a seguir, o amperímetro **A** e o voltímetro **V** serão considerados ideais. Uma bateria, cuja resistência interna é desprezível, pode ser conectada ao circuito em um dos trechos I, II ou III, curto-circuitando os demais. Em qual (ou quais) desses trechos devemos conectar a bateria, para que a leitura dos dois medidores permita calcular corretamente o valor de **R**?



a) Somente em I.
b) Somente em II.
c) Somente em III.
d) Em I ou em II.
e) Em I ou em III.

12. E.R. No circuito a seguir, tem-se um gerador ligado a um conjunto de resistores.
Determine:
a) a intensidade de corrente elétrica que percorre o gerador AB;
b) a diferença de potencial entre os pontos **C** e **D**;
c) a intensidade de corrente nos resistores de resistências R_2 e R_3.

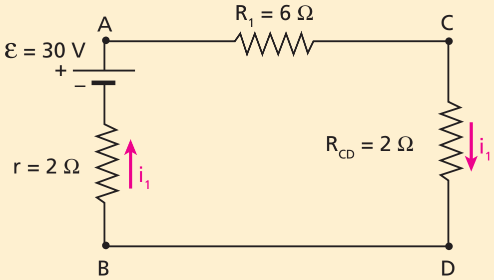


Resolução:

a) Os resistores de resistências R_2 e R_3 estão em paralelo. Assim:

$$R_{CD} = \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} \Rightarrow R_{CD} = 2\ \Omega$$

Podemos, então, redesenhar o circuito, como segue:



Como os elementos do circuito estão todos em série (circuito de "caminho" único), podemos usar a equação do circuito simples:

$$\mathcal{E} = R_{eq}\, i_1$$

Como $\mathcal{E} = 30$ V e $R_{eq} = 2\ \Omega + 6\ \Omega + 2\ \Omega = 10\ \Omega$ (série), temos:

$$30 = 10\, i_1 \Rightarrow \boxed{i_1 = 3\ \text{A}}$$

b) A diferença de potencial entre **C** e **D** é obtida aplicando-se a Primeira Lei de Ohm a R_{CD}:

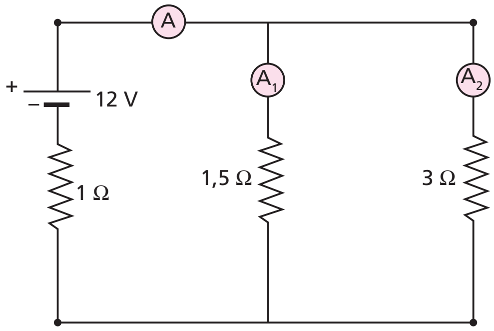
$$U_{CD} = R_{CD}\, i_1 = 2 \cdot 3 \Rightarrow \boxed{U_{CD} = 6\ \text{V}}$$

c) Aplicando a Primeira Lei de Ohm aos resistores de resistências R_2 e R_3 do circuito original, temos:

$$U_{CD} = R_2\, i_2 \Rightarrow 6 = 3\, i_2 \Rightarrow \boxed{i_2 = 2\ \text{A}}$$

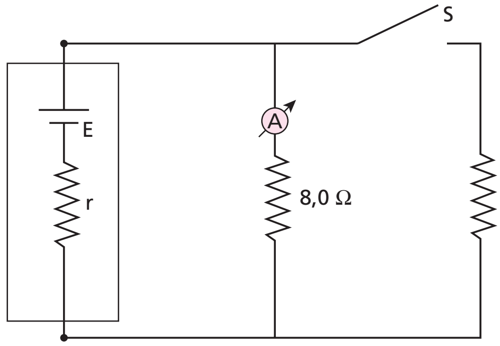
$$U_{CD} = R_3\, i_3 \Rightarrow 6 = 6\, i_3 \Rightarrow \boxed{i_3 = 1\ \text{A}}$$

13. No circuito esquematizado na figura a seguir, determine:

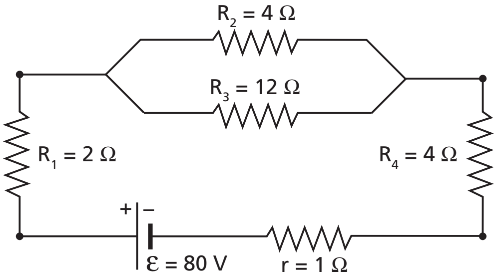


a) as indicações dos amperímetros **A**, A_1 e A_2, supondo-os ideais;
b) a redução da energia química da bateria em 5 segundos de funcionamento.

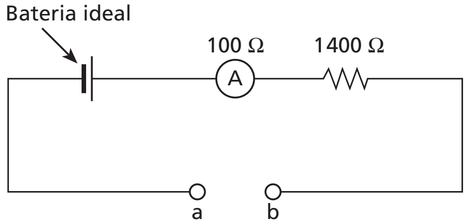
14. (Olimpíada Brasileira de Física) Um gerador, de fem. **E** e resistência interna **r**, é ligado a um amperímetro ideal, duas resistências de 8,0 Ω e uma chave **S**, conforme o desenho abaixo. Quando a chave **S** está aberta, o amperímetro indica 6,0 A e, com a chave fechada, o amperímetro indica 5,0 A. Determine os valores de **E** e **r** do gerador e a potência total dissipada no circuito, inclusive na bateria, com a chave fechada.



15. Determine a intensidade da corrente elétrica nos resistores R_1, R_2 e R_3 do circuito a seguir:

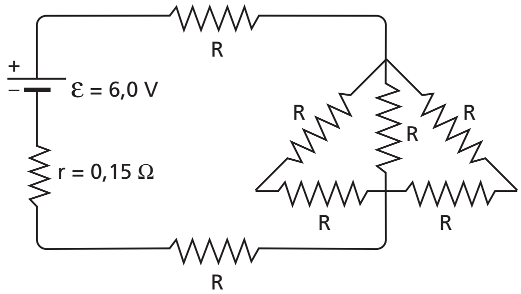


16. (UFRJ) Uma bateria ideal, um amperímetro de resistência interna de 100 Ω e um resistor de resistência de 1 400 Ω são ligados em série em um circuito inicialmente aberto com terminais **a** e **b**, como indicado na figura a seguir.

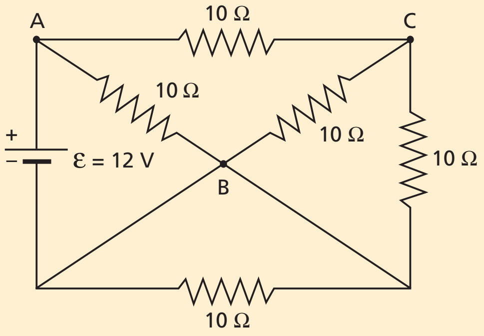


Quando os terminais **a** e **b** são conectados por um fio de resistência desprezível, fechando o circuito, se estabelece no amperímetro uma corrente de 1,00 mA. Quando os terminais **a** e **b** são conectados por um resistor, fechando o circuito, se estabelece no amperímetro uma corrente de 0,20 mA.
Calcule a resistência desse resistor.

17. No circuito da figura, a potência dissipada na resistência interna do gerador é de 15,0 W. Calcule o valor de **R**.



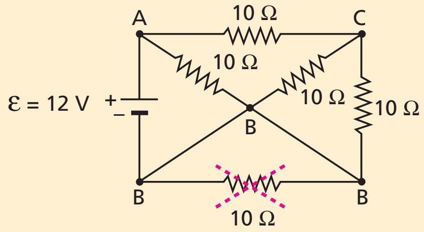
18. E.R. Considere ideal o gerador de força eletromotriz igual a 12 V, que alimenta o circuito representado na figura:



Determine a diferença de potencial entre os pontos:
a) **A** e **B** (U_{AB});
b) **A** e **C** (U_{AC}).

Resolução:

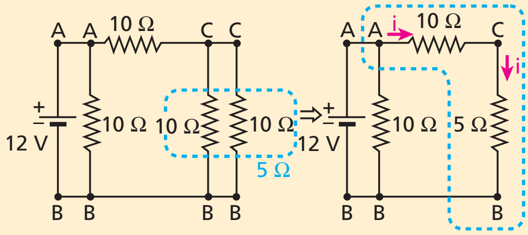
a) Observando os pontos que estão curto-circuitados, temos:



Então, a ddp entre **A** e **B** é igual a 12 V:

$$\boxed{U_{AB} = 12 \text{ V}}$$

b) Vamos, agora, redesenhar o circuito:



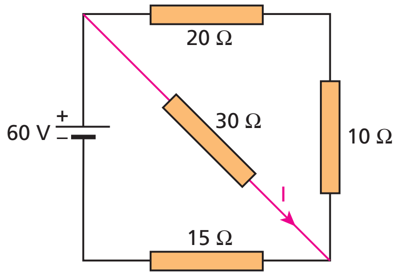
No trecho ACB, temos:

$$U_{AB} = R_{ACB}\, i \Rightarrow 12 = (10 + 5)\, i \Rightarrow i = 0,8 \text{ A}$$

Então:

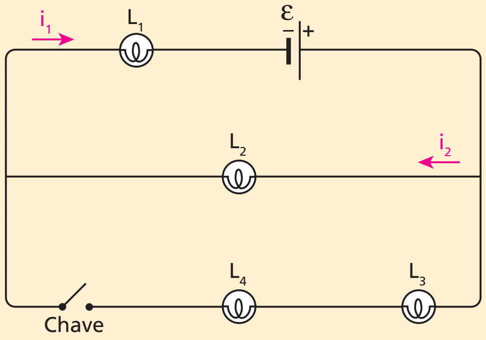
$$U_{AC} = R_{AC}\, i = 10 \cdot 0,8 \Rightarrow \boxed{U_{AC} = 8 \text{ V}}$$

19. (Ufal) O esquema abaixo representa um circuito composto de gerador, fios de ligação e resistores. A resistência interna do gerador e as resistências dos fios de ligação são consideradas desprezíveis.



Com base nos valores indicados no esquema, calcule a corrente elétrica **I** no resistor de 30 Ω, em ampères.

20. E.R. No esquema, temos um gerador de resistência interna desprezível e força eletromotriz ε, e quatro lâmpadas iguais (L_1, L_2, L_3 e L_4), cada uma delas com resistência **R**.



Fechando a chave:

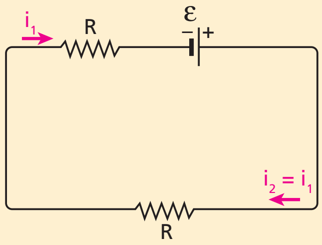
a) determine o que acontece com as intensidades i_1 e i_2 das correntes em L_1 e L_2, respectivamente.

b) quais as lâmpadas que iluminarão igualmente?

c) dentre as lâmpadas L_2 e L_3, qual iluminará melhor?

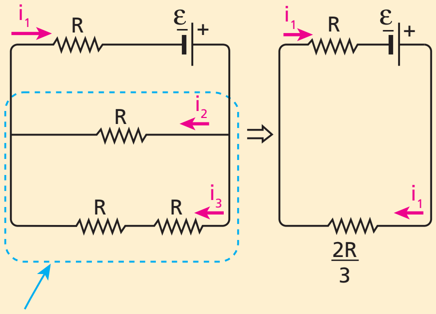
Resolução:

a) Com a chave aberta, temos:



$$\varepsilon = R_{eq}\, i_1 \Rightarrow \varepsilon = 2R\, i_1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_1 = \frac{\varepsilon}{2R}} \text{ e } \boxed{i_2 = \frac{\varepsilon}{2R}}$$

Vamos, agora, analisar o circuito com a chave fechada.



$$\text{Equivale a } \frac{2R \cdot R}{2R + R} = \frac{2R}{3} \text{ e } i_3 = \frac{i_2}{2}$$

$$\varepsilon = R_{eq}\, i_1 = \left(R + \frac{2R}{3}\right) i_1 \Rightarrow \boxed{i_1 = \frac{3\varepsilon}{5R}}$$

Note que o novo valor de i_1 é **maior** que o anterior.

$$\text{Como } i_3 = \frac{i_2}{2} \text{ e } i_1 = i_2 + i_3\text{, temos:}$$

$$i_1 = i_2 + \frac{i_2}{2} = \frac{3i_2}{2} \Rightarrow i_2 = \frac{2i_1}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3\varepsilon}{5R} \Rightarrow \boxed{i_2 = \frac{2\varepsilon}{5R}}$$

Então, o novo valor de i_2 é **menor** que o anterior.
Portanto, podemos responder:

$\boxed{i_1 \text{ aumenta e } i_2 \text{ diminui.}}$

Nota:

- Com isso, a potência dissipada em L_1 ($R\, i_1^2$) aumenta e ela passa a iluminar mais que antes. Em L_2, porém, a potência dissipada ($R\, i_2^2$) diminui e ela passa a iluminar menos.

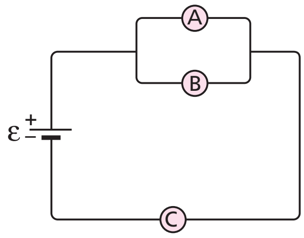
b) A intensidade da corrente é igual (i_3) nas lâmpadas L_3 e L_4, o mesmo ocorrendo com a potência dissipada.
Então:

$\boxed{\text{As lâmpadas que iluminarão igualmente são } L_3 \text{ e } L_4.}$

c) A intensidade da corrente em L_2 é i_2 e, em L_3, é $i_3 = \frac{i_2}{2}$.
Portanto:

$\boxed{L_2 \text{ iluminará melhor que } L_3.}$

21. No circuito a seguir, **A**, **B** e **C** são lâmpadas iguais e iluminam alimentadas por um gerador de resistência interna desprezível.

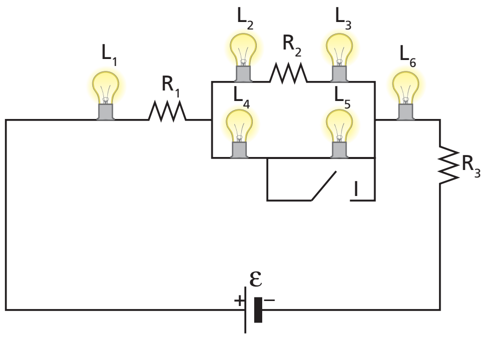


Verifique o que acontece com o brilho da lâmpada **A**:

a) se a lâmpada **C** se queimar;

b) se, em vez de **C**, a lâmpada **B** se queimar.

22. (UFSC) No circuito mostrado, todas as lâmpadas são iguais. R_1, R_2 e R_3 são três resistores. A bateria representada tem resistência elétrica desprezível. Suponha que o interruptor **I** esteja aberto.



Sabendo que o brilho de uma lâmpada depende da intensidade da corrente elétrica que passa por ela, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

(01) L_1 brilha mais do que L_2 e esta, mais do que L_3.

(02) L_2 e L_3 têm o mesmo brilho.

(04) L_1 tem o mesmo brilho de L_6.

(08) Ao fechar o interruptor **I**, o brilho de L_4 não permanece o mesmo.

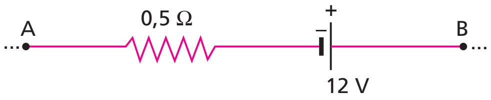
Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

Exercícios

nível 2

23. Ligando os terminais de uma bateria por um cabo curto e grosso de cobre, a corrente que percorre o cabo tem intensidade de 100 A. Sabendo que a diferença de potencial entre os terminais da bateria quando em circuito aberto vale 12 V, calcule sua resistência interna.

24. Na figura a seguir, está representado um elemento de circuito elétrico:



Sabendo que os potenciais em **A** e **B** valem, respectivamente, 2 V e 13 V, calcule a intensidade de corrente nesse elemento, especificando seu sentido.

25. Fios de alumínio são usados na transmissão de energia elétrica de uma usina hidrelétrica até uma cidade. Esses fios, apesar de excelentes condutores, apresentam determinada resistência elétrica.

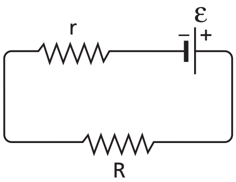
a) Quando a demanda de energia elétrica na cidade aumenta (mais aparelhos ligados), o que acontece com a tensão **U** recebida pela cidade? Justifique.

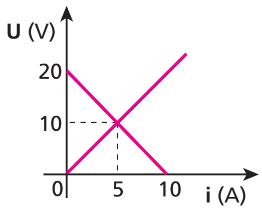
b) Qual a vantagem de se fazer a transmissão de energia elétrica em altas tensões?

26. (Fuvest-SP) Energia elétrica gerada em Itaipu é transmitida da subestação de Foz do Iguaçu (Paraná) a Tijuco Preto (São Paulo), em alta tensão de 750 kV, por linhas de 900 km de comprimento. Se a mesma potência fosse transmitida por meio das mesmas linhas, mas em 30 kV, que é a tensão utilizada em redes urbanas, a perda de energia por efeito Joule seria, aproximadamente,

a) 27 000 vezes maior.
b) 625 vezes maior.
c) 30 vezes maior.
d) 25 vezes maior.
e) a mesma.

27. Um gerador de força eletromotriz igual a **ε** e resistência interna **r** alimenta um resistor de resistência **R**. O esquema do circuito montado, bem como as curvas características do gerador e do resistor, estão mostrados a seguir:



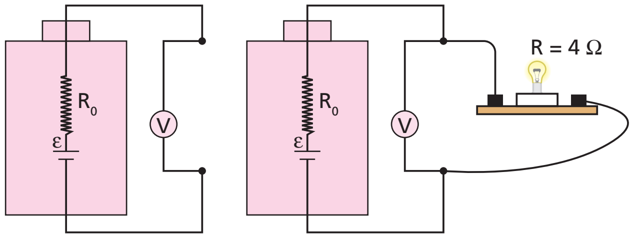


Determine:

a) **ε**, **r** e **R**;
b) a potência dissipada no resistor;
c) o rendimento elétrico do gerador.

28. Qual é o mínimo intervalo de tempo necessário para que um gerador de força eletromotriz $\varepsilon = 50$ V e resistência interna de 3 Ω possa fornecer, a um resistor conveniente, $2 \cdot 10^5$ J de energia?

29. (Fuvest-SP) Uma bateria possui força eletromotriz ε e resistência interna R_0. Para determinar essa resistência, um voltímetro foi ligado aos dois polos da bateria, obtendo-se $V_0 = \varepsilon$ (situação I). Em seguida, os terminais da bateria foram conectados a uma lâmpada. Nessas condições, a lâmpada tem resistência $R = 4\ \Omega$ e o voltímetro indica V_A (situação II), de tal forma que $\dfrac{V_0}{V_A} = 1,2$.

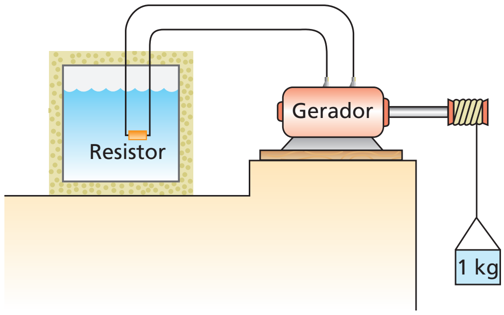


Situação I   Situação II

Dessa experiência, conclui-se que o valor de R_0 é:

a) 0,8 Ω
b) 0,6 Ω
c) 0,4 Ω
d) 0,2 Ω
e) 0,1 Ω

30. (UFV-MG) A figura ilustra um gerador elétrico ligado a um resistor imerso em $1,0 \cdot 10^{-2}$ kg de um líquido isolado termicamente. O gerador tem um rendimento de 50% e é movido por um corpo de massa igual a 1,0 kg.



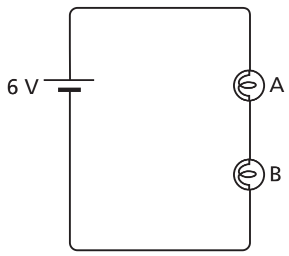
Considerando o valor da aceleração da gravidade como 10 m/s², calcule:

a) a energia elétrica gerada, se o corpo se desloca para baixo, percorrendo uma distância de 10 m com uma velocidade constante;

b) a variação na temperatura do líquido após o corpo percorrer esses 10 m, considerando que nenhuma mudança de fase ocorre no líquido.

(Calor específico do líquido: $5,0 \cdot 10^3$ J · kg^{-1} °C^{-1}.)

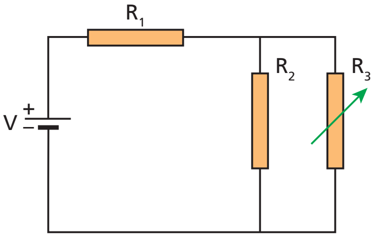
31. No circuito representado na figura, as lâmpadas **A** e **B**, que estavam acesas, em um certo momento se apagaram. Mantendo as lâmpadas em seus respectivos soquetes e usando um voltímetro, verificou-se que a ddp entre os terminais da lâmpada **A** é 6 V, mas é nula entre os terminais da lâmpada **B**. Identifique a(s) lâmpada(s) queimada(s).

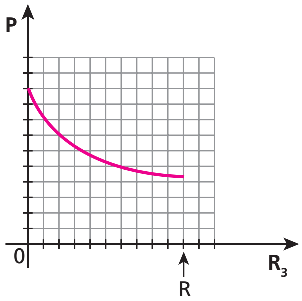


32. Associam-se em série **n** resistores e os terminais da associação são ligados a um gerador de força eletromotriz **ε** e resistência interna **r**. Sejam ΣR a soma de todas as resistências do circuito e R_i a resistência do i-ésimo resistor ($1 \leqslant i \leqslant n$). Prove que a tensão em R_i é U_i dada por:

$$U_i = \frac{R_i}{\Sigma R}\,\varepsilon$$

33. (Fuvest-SP) No circuito abaixo, os resistores R_1 e R_2 têm resistência **R** e a bateria tem tensão **V**. O resistor R_3 tem **resistência variável** entre os valores 0 e **R**.

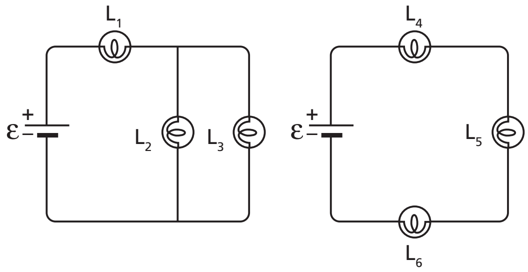




O gráfico mostra qualitativamente a variação da potência **P**, dissipada em um dos elementos do circuito, em função do valor da resistência de R_3. A curva desse gráfico só pode representar a:

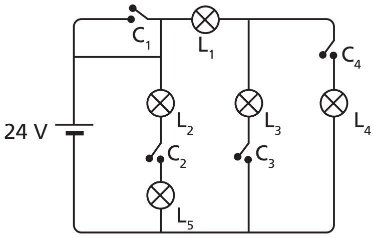
a) potência dissipada no resistor R_1.
b) potência dissipada no resistor R_2.
c) potência dissipada no resistor R_3.
d) diferença entre as potências dissipadas em R_2 e R_3.
e) soma das potências dissipadas em R_2 e R_3.

34. Usando seis lâmpadas iguais e duas baterias iguais, foram montados os dois circuitos a seguir:



Considerando as baterias ideais e desprezando a influência da temperatura na resistência elétrica, compare o brilho da lâmpada L_2 com o da lâmpada L_5.

35. (Puccamp-SP) No circuito representado no esquema abaixo, as lâmpadas L_1, L_2, L_3, L_4 e L_5 são de 6,0 W e 12 V. O gerador de 24 V tem resistência interna desprezível. C_1, C_2, C_3 e C_4 são chaves que estão abertas e podem ser fechadas pelo operador. Duas dessas chaves não devem ser fechadas ao mesmo tempo porque causam aumento de tensão em uma das lâmpadas.



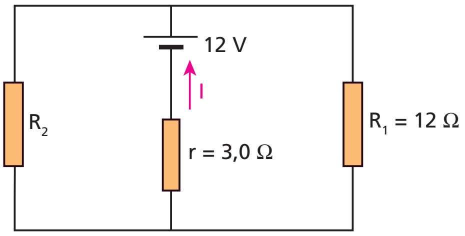
Essas duas chaves são:

a) C_1 e C_2.
b) C_3 e C_4.
c) C_2 e C_4.
d) C_2 e C_3.
e) C_1 e C_3.

36. Um gerador de 12 V de força eletromotriz deve alimentar um aquecedor para levar determinada quantidade de água à temperatura de ebulição no **menor tempo possível**. O aquecedor poderá ser constituído de um ou mais dos seguintes resistores: $R_1 = = 6\ \Omega$, $R_2 = 3\ \Omega$, $R_3 = 2\ \Omega$.
Esquematize o circuito apropriado, nos seguintes casos:

a) o gerador tem resistência interna igual a 3 Ω;
b) o gerador tem resistência interna desprezível.

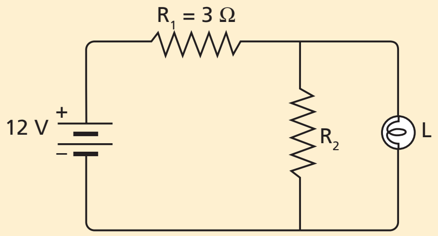
37. (Ufal) Um gerador de 12 V e resistência interna $r = 3{,}0\ \Omega$ está ligado conforme o esquema abaixo.



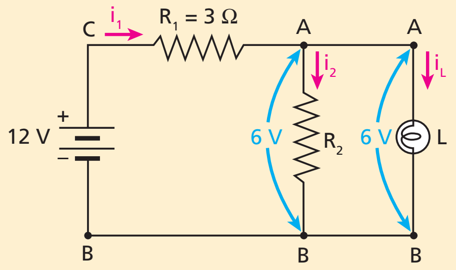
Considerando os valores indicados no esquema, determine o valor do resistor R_2, em ohms, nas seguintes situações:

I. A corrente elétrica **I** indicada no esquema é igual a 1,0 A.
II. A potência fornecida pelo gerador ao circuito externo é máxima.

38. E.R. Considere ideal a bateria presente no circuito a seguir e calcule a resistência R_2 para que a lâmpada **L** opere conforme suas especificações, que são: 3 W-6 V.



Resolução:



Em **L**, temos:

$$Pot_L = U_L\, i_L \Rightarrow 3 = 6\, i_L \Rightarrow i_L = 0{,}5\ A$$

Para calcular i_1, note que $U_{CB} = U_{CA} + U_{AB}$. Então:

$$12 = U_{CA} + 6 \Rightarrow U_{CA} = 6\ V$$

Em R_1, calculamos i_1:

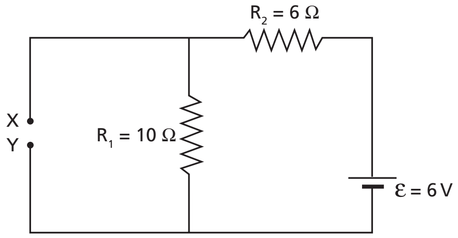
$$U_{CA} = R_1\, i_1 \Rightarrow 6 = 3\, i_1 \Rightarrow i_1 = 2\ A$$

Para calcular R_2, podemos fazer:

$$i_1 = i_2 + i_L \Rightarrow 2 = i_2 + 0{,}5 \Rightarrow i_2 = 1{,}5\ A$$

$$U_{AB} = R_2\, i_2 \Rightarrow 6 = R_2 \cdot 1{,}5 \Rightarrow \boxed{R_2 = 4\ \Omega}$$

39. Determine a resistência elétrica do resistor que deve ser ligado entre os pontos **X** e **Y**, para que a intensidade de corrente elétrica em R_1 seja de 0,3 A:



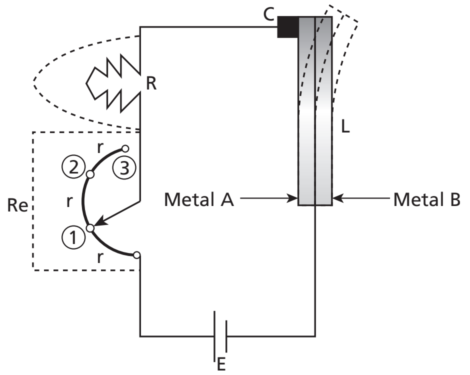
40. (Uepa) Aparelhos eletrodomésticos, como refrigeradores de ar, aquecedores e ferros de passar, utilizam termostatos para controle de temperatura. A figura a seguir representa, de modo simplificado, os elementos constituintes de um ferro de passar. Nessa figura:

Re é um reostato – resistor de resistência variável – constituído por um cursor (seta) e três resistências **r**;

L é uma lâmina bimetálica constituída de dois metais, **A** e **B**, fortemente conectados entre si, sendo que, na temperatura ambiente, permanece praticamente retilínea;

C é um contato elétrico no qual a lâmina bimetálica pode tocar, fechando o circuito;

R é a resistência elétrica do ferro, que transfere calor para a sua base metálica, e **E** é um gerador elétrico.



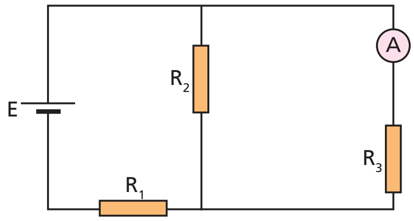
Com o circuito fechado, a passagem de corrente na lâmina bimetálica faz com que ela se aqueça, por efeito Joule, curve-se para a direita, afastando-se do contato **C**, e interrompa o circuito. Nessa situação, a resistência **R** deixa de transformar energia elétrica em calor, assim como a lâmina **L** que, ao resfriar-se, retorna à posição inicial, tocando em **C**, fechando novamente o circuito. Esse dispositivo liga-desliga juntamente com o reostato fazem o controle da temperatura, que é a função do termostato.

Considerando a situação apresentada, responda às questões **a** e **b**.

a) Sabe-se que, para que a lâmina bimetálica apresente o comportamento descrito no enunciado, o coeficiente de dilatação do metal **A** deve ser maior que o do metal **B**. Explique fisicamente essa afirmação.

b) Considerando que as várias resistências (**r**) do reostato são idênticas e que **as demais resistências do circuito são muito pequenas comparadas com r**, mostre, a partir das equações adequadas, o que ocorre com a potência dissipada no resistor **R**, quando o cursor é deslocado do ponto **1** para o ponto **3**.

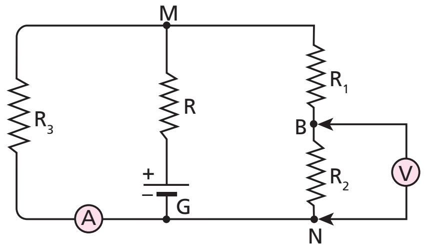
41. (UFPI) No circuito a seguir, a força eletromotriz **E** da fonte, considerada ideal, é de 8,8 V, e os resistores têm resistências $R_1 = 2{,}0\ \Omega$, $R_2 = 4{,}0\ \Omega$ e $R_3 = 6{,}0\ \Omega$.



Seja **I** a indicação do amperímetro **A**. Permutando de lugar o amperímetro e a fonte de fem, a indicação do amperímetro será:

a) $\frac{I}{3}$. b) $\frac{I}{2}$. c) I. d) 2 I. e) 3 I.

42. No circuito esquematizado na figura, o gerador **G** é ideal (resistência interna nula), de força eletromotriz **ε**. Sabe-se que o amperímetro **A**, ideal, indica 1 A e que o resistor **R** dissipa 18 W:



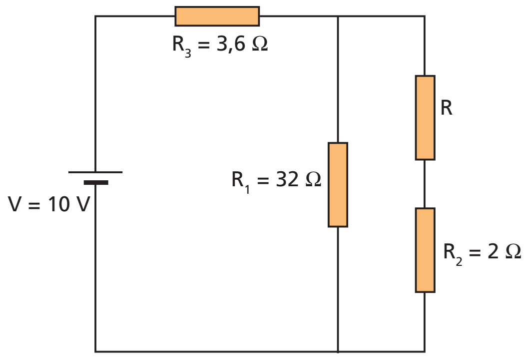
a) Qual a indicação do voltímetro ideal **V**, ligado entre os pontos **B** e **N**?

b) Qual o valor de **R**?

c) Qual a força eletromotriz **ε** do gerador **G**?

Dados: $R_1 = 1{,}5\ \Omega$, $R_2 = 0{,}50\ \Omega$ e $R_3 = 4{,}0\ \Omega$.

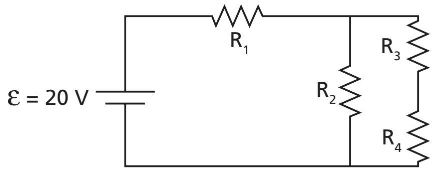
43. (Fuvest-SP) O circuito abaixo é formado por quatro resistores e um gerador ideal que fornece uma tensão V = 10 volts. O valor da resistência do resistor **R** é desconhecido. Na figura estão indicados os valores das resistências dos outros resistores.



a) Determine o valor, em ohms, da resistência **R** para que as potências dissipadas em R_1 e R_2 sejam iguais.

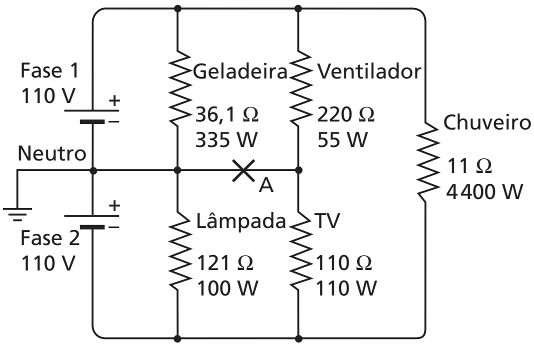
b) Determine o valor, em watts, da potência **P** dissipada no resistor R_1, nas condições do item anterior.

44. (Unifei-MG) No circuito a seguir, a potência dissipada em R_2 é igual à potência dissipada conjuntamente em R_3 e R_4.
Dados: $R_3 = 2\ \Omega$ e $R_4 = 20\ \Omega$.



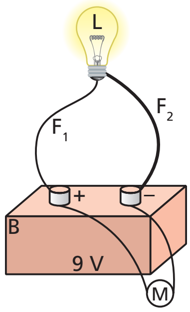
a) Determine o valor da resistência R_2.
b) Sabendo-se que a potência total liberada em R_1 é igual a 9 W e que a ddp nos terminais de R_1 é menor que a ddp nos terminais de R_2, calcule a corrente total fornecida ao sistema pela bateria.

45. (Unicamp-SP) Algumas residências recebem três fios da rede de energia elétrica, sendo dois fios correspondentes às fases e o terceiro ao neutro. Os equipamentos existentes nas residências são projetados para serem ligados entre uma fase e o neutro (por exemplo, uma lâmpada) ou entre duas fases (por exemplo, um chuveiro). Considere o circuito abaixo, que representa, de forma muito simplificada, uma instalação elétrica residencial. As fases são representadas por fontes de tensão em corrente contínua e os equipamentos, representados por resistências. Apesar de simplificado, o circuito pode dar uma ideia das consequências de uma eventual ruptura do fio neutro. Considere que todos os equipamentos estejam ligados ao mesmo tempo.

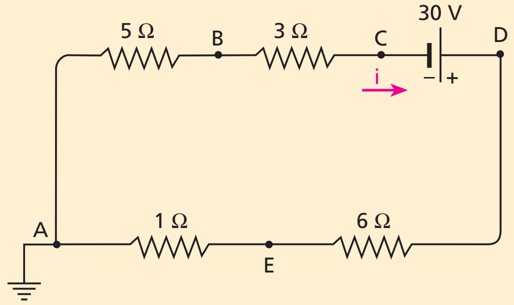


a) Calcule a corrente que circula pelo chuveiro.
b) Qual é o consumo de energia elétrica da residência em kWh durante quinze minutos?
c) Considerando que os equipamentos se queimam quando operam com uma potência 10% acima da nominal (indicada na figura), determine quais serão os equipamentos queimados caso o fio neutro se rompa no ponto **A**.

46. (Fuvest-SP) Uma lâmpada **L** está ligada a uma bateria **B** por 2 fios, $\mathbf{F_1}$ e $\mathbf{F_2}$, de mesmo material, de comprimentos iguais e de diâmetros **d** e **3d**, respectivamente. Ligado aos terminais da bateria, há um voltímetro ideal **M** (com resistência interna muito grande), como mostra a figura. Nessas condições, a lâmpada está acesa, tem resistência $R_L = 2{,}0\ \Omega$ e dissipa uma potência igual a 8,0 W. A força eletromotriz da bateria é $\varepsilon = 9{,}0$ V e a resistência do fio F_1 é $R_1 = 1{,}8\ \Omega$.
Determine o valor da:
a) corrente **I**, em ampères, que percorre o fio $\mathbf{F_1}$;
b) potência $\mathbf{P_2}$, em watts, dissipada no fio $\mathbf{F_2}$;
c) diferença de potencial $\mathbf{V_M}$, em volts, indicada pelo voltímetro **M**.



47. E.R. Considere o circuito a seguir, em que o potencial da Terra é tomado como referência (0 V) e o gerador é ideal:



Determine os potenciais nos pontos **B**, **C**, **D** e **E**.

Resolução:
O sentido da corrente no interior de um gerador é do polo de menor potencial para o pólo de maior potencial. Em um resistor, porém, a corrente passa do terminal de potencial maior para o de menor. Calculemos a intensidade de corrente no circuito:

$$\varepsilon = R_{eq}\, i$$
$$30 = (5 + 3 + 6 + 1)\, i \Rightarrow i = 2\ \text{A}$$

De **A** para **B**, temos uma queda de potencial igual a $5\ \Omega \cdot 2\ \text{A} = 10$ V. Assim, sendo $\nu_A = 0$, tem-se:

$$\nu_B - \nu_A = -10 \Rightarrow \nu_B - 0 = -10$$
$$\boxed{\nu_B = -10\ \text{V}}$$

De **B** para **C**, temos outra queda de potencial, igual a $3\ \Omega \cdot 2\ \text{A} = 6$ V. Assim, sendo $\nu_B = -10$ V, tem-se:

$$\nu_C - \nu_B = -6 \Rightarrow \nu_C - (-10) = -6$$
$$\boxed{\nu_C = -16\ \text{V}}$$

De **C** para **D**, temos uma elevação de potencial igual a 30 V. Assim, sendo $\nu_C = -16$ V, vem:

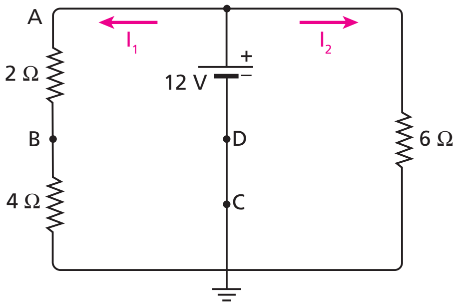
$$\nu_D - \nu_C = 30 \Rightarrow \nu_D - (-16) = 30$$
$$\boxed{\nu_D = 14\ \text{V}}$$

De **D** para **E**, temos uma nova queda de potencial, igual a $6\ \Omega \cdot 2\ \text{A} = 12$ V. Sendo $\nu_D = 14$ V, temos:

$$\nu_E - \nu_D = -12 \Rightarrow \nu_E - 14 = -12$$
$$\boxed{\nu_E = 2\ \text{V}}$$

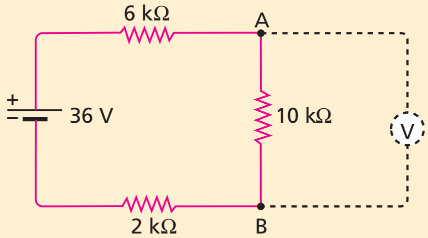
Observe que ocorre uma queda de 2 V de **E** para **A**, o que já era esperado, pois $\nu_A = 0$.

48. (Cesesp-PE) Uma bateria de força eletromotriz de 12 V e resistência interna desprezível alimenta o circuito resistivo indicado na figura:



a) Quais os potenciais nos pontos **A** e **B**, referidos à Terra?
b) Qual a resistência que deve ser adicionada ao circuito, entre os pontos **C** e **D**, para que o potencial no ponto **A**, referido à Terra, torne-se igual a 6 V?

49. E.R. No circuito a seguir, a resistência interna do gerador é desprezível em comparação com as demais resistências:



Determine:

a) a diferença de potencial entre os pontos **A** e **B**;

b) a resistência interna de um voltímetro que indica 18 V quando é ligado aos pontos **A** e **B**.

Resolução:

a) Temos que:

$$\varepsilon = R_{eq}\, i$$

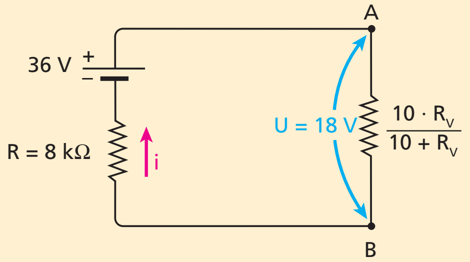
$$36 = (6 + 10 + 2) \cdot 10^3\, i \Rightarrow i = 2 \cdot 10^{-3}\text{ A} = 2\text{ mA}$$

A ddp entre **A** e **B** é dada pela Primeira Lei de Ohm:

$$U_{AB} = R_{AB}\, i = 10\text{ k}\Omega \cdot 2\text{ mA}$$

$$\boxed{U_{AB} = 20\text{ V}}$$

b) Temos, nessa situação, um voltímetro real, isto é, um voltímetro em que a resistência interna não é infinita. Sendo R_V a resistência interna do voltímetro, o circuito original pode ser redesenhado assim:



Tudo se passa como se **R** fosse a resistência interna do gerador. Então, podemos escrever, para o gerador:

$$U = \varepsilon - R\, i$$

$$18 = 36 - 8i \Rightarrow i = \frac{18}{8}\text{ mA}$$

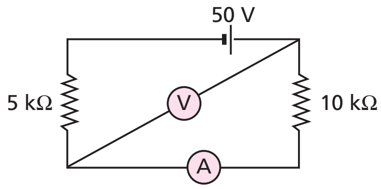
Entre **A** e **B** temos, também:

$$U_{AB} = R_{AB}\, i$$

$$18 = \frac{10\, R_V}{10 + R_V} \cdot \frac{18}{8}$$

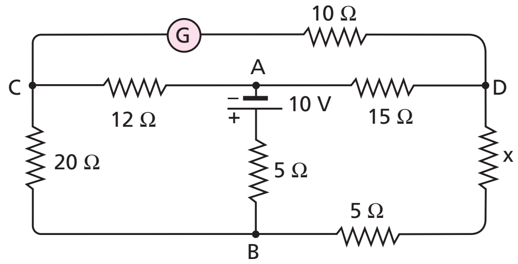
$$\boxed{R_V = 40\text{ k}\Omega}$$

50. No circuito esquematizado a seguir, as resistências do gerador e do amperímetro são desprezíveis. A resistência interna do voltímetro é igual a 10 kΩ.

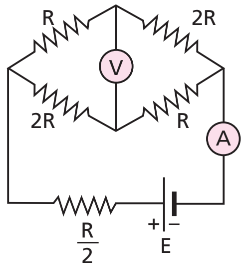


Determine as indicações do amperímetro e do voltímetro.

51. No circuito a seguir, qual deve ser o valor da resistência **x**, para que o galvanômetro **G** indique zero?



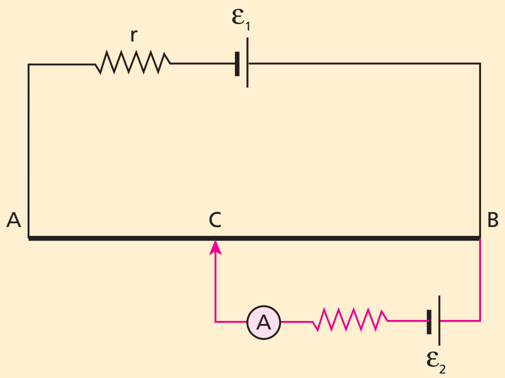
52. (Fuvest-SP) Considere o circuito da figura, onde E = 10 V e R = 1 000 Ω.



a) Qual a leitura do amperímetro **A**?

b) Qual a leitura do voltímetro **V**?

53. E.R. O circuito apresentado a seguir é útil na determinação da força eletromotriz de um gerador. Nesse circuito, um gerador de força eletromotriz $\varepsilon_1 = 9$ V e resistência interna r = 2 Ω está ligado a um fio homogêneo AB de secção transversal uniforme. O comprimento do fio AB é igual a 100 cm e sua resistência elétrica é de 16 Ω. Um outro gerador, de força eletromotriz desconhecida ε_2, tem um terminal ligado em **B** e o outro ligado a um amperímetro, que, por sua vez, faz contato com o fio AB por meio de um cursor **C**, que pode deslizar ao longo desse fio.



Quando o trecho CB do fio mede 25 cm, a indicação do amperímetro anula-se. Calcule a força eletromotriz ε_2.

Resolução:

Na situação descrita, calculemos a intensidade de corrente no fio AB:

$$\varepsilon_1 = R_{eq}\, i \Rightarrow \varepsilon_1 = (R_{AB} + r)\, i \quad \text{(I)}$$

Como $\varepsilon_1 = 9$ V, $R_{AB} = 16\ \Omega$ e r = 2 Ω, vem, de (I):

$$9 = (16 + 2)\, i \Rightarrow i = 0{,}5\text{ A}$$

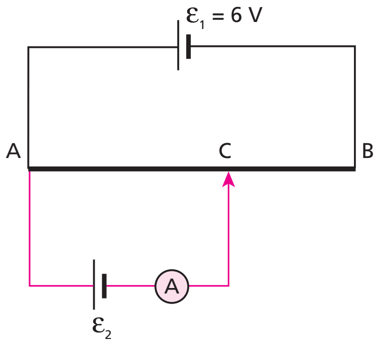
Quando a corrente no amperímetro se anula, a diferença de potencial entre os pontos **B** e **C** é igual a ε_2. Então, a queda de potencial do ponto **B** ao ponto **C**, determinada pela corrente de intensidade i = 0,5 A, também é igual a ε_2. Assim, temos:

$$\varepsilon_2 = U_{BC} = R_{BC}\, i \quad \text{(II)}$$

Se a resistência elétrica de 100 cm de fio é de 16 Ω, concluímos que nos 25 cm correspondentes ao trecho BC ela vale 4 Ω. Assim, de (II), vem:

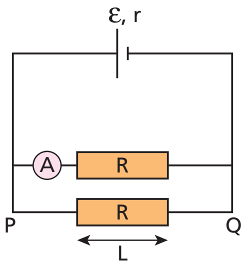
$$\varepsilon_2 = 4 \cdot 0{,}5 \Rightarrow \boxed{\varepsilon_2 = 2\ \text{V}}$$

54. Os geradores que comparecem no circuito esquematizado na figura são considerados ideais. O fio homogêneo AB tem secção transversal uniforme e 100 cm de comprimento:



Quando o cursor **C** está em uma posição tal que AC = 75 cm, o amperímetro não registra corrente. Calcule a força eletromotriz ε_2.

55. (UFF-RJ) As extremidades de dois cilindros condutores idênticos, de resistência **R** e comprimento L = 5,0 cm, estão ligadas, por fios de resistência desprezível, aos terminais de uma fonte de força eletromotriz ε = 12 V e resistência interna r = 0,50 Ω, conforme mostra o esquema ao lado. Em um dos ramos, está ligado um amperímetro ideal **A**.



Sabendo que o amperímetro fornece uma leitura igual a 2,0 A, determine:

a) a diferença de potencial elétrico entre os pontos **P** e **Q**, identificados na figura;
b) a resistência elétrica **R** do cilindro;
c) o campo elétrico **E**, suposto uniforme, no interior de um dos cilindros, em N/C.

56. (ITA-SP) Para iluminar o interior de um armário, liga-se uma pilha seca de 1,5 V a uma lâmpada de 3,0 W e 1,0 V. A pilha ficará a uma distância de 2,0 m da lâmpada e será ligada a um fio de 1,5 mm de diâmetro e resistividade de $1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$. A corrente medida produzida pela pilha em curto-circuito foi de 20 A. Assinale a potência real dissipada pela lâmpada, nessa montagem.

a) 3,7 W
b) 4,0 W
c) 5,4 W
d) 6,7 W
e) 7,2 W

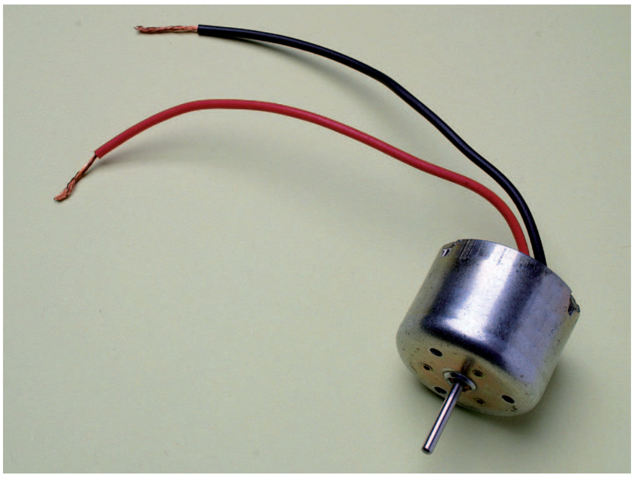
Bloco 2

4. Receptores elétricos

Como já vimos, um resistor ligado a um gerador recebe energia elétrica e a converte integralmente em energia térmica.

Agora vamos estudar os **receptores elétricos:** dispositivos que recebem energia elétrica de um gerador e convertem uma parte dela em energia **não térmica**.

O motor elétrico é um bom exemplo de receptor. Ele recebe energia elétrica do gerador ao qual está ligado e transforma uma parte dessa energia em energia mecânica. Inevitavelmente outra parte é desperdiçada termicamente, por efeito Joule, nos enrolamentos e nos contatos.


Sérgio Dotta Jr./The Next

Motor elétrico: um exemplo de receptor.

Nota:

- Muitas vezes, é possível fazer um gerador funcionar como receptor e vice-versa. A bateria dos automóveis, por exemplo, quando opera como gerador, converte energia química em energia elétrica. Entretanto, por ser recarregável, a bateria, no processo de recarga feito pelo alternador, funciona como receptor, recebendo energia elétrica e armazenando-a em forma de energia química. A pilha de Daniell é outro exemplo, mas o mesmo não ocorre com a pilha seca, pelo fato de não ser recarregável.

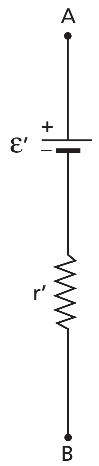
  Os motores das locomotivas elétricas são receptores que também funcionam como geradores. Quando funcionam como receptores, transformam energia elétrica em energia mecânica. Quando funcionam como geradores, precisam receber energia mecânica para transformá-la em energia elétrica.

Elementos que caracterizam um receptor

Quando se estabelece uma ddp **U** entre os terminais de um receptor, uma parte dela é aproveitada para fins não térmicos, por exemplo, para um motor produzir energia mecânica. Essa parte útil da ddp **U** é denominada **força contraeletromotriz** (**fcem**) do receptor, e vamos simbolizá-la por ε'.

A outra parte da ddp **U** é desperdiçada no receptor, porque ele, como todo condutor, tem uma resistência elétrica, que vamos chamar de **resistência interna** do receptor e simbolizar por **r'**. No caso dos motores elétricos, **r'** é a resistência dos enrolamentos e dos contatos.

Em esquemas de circuitos elétricos, os receptores que funcionam com corrente contínua têm o mesmo símbolo dos geradores, como está representado na figura a seguir. Entretanto, como veremos adiante, o sentido da corrente é oposto ao da corrente em geradores.



Símbolo de um receptor: **ε'** é a força contraeletromotriz, **r'** é a resistência interna e **A** e **B** são seus terminais.

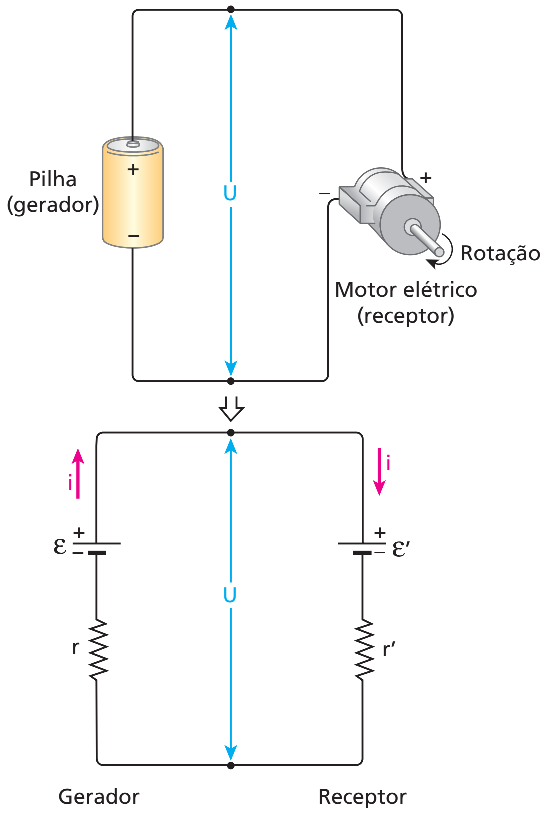
Notas:

- Embora a grandeza ε' seja chamada (impropriamente) de força contraeletromotriz, devemos destacar que não se trata de uma força, mas de uma diferença de potencial.
- A origem da força contraeletromotriz será estudada no Tópico 4 de **Eletromagnetismo**.

Equação do receptor

Vamos, agora, determinar a equação do receptor, isto é, a expressão que relaciona a ddp **U** aplicada entre seus terminais com a intensidade **i** da corrente que o percorre.

Para isso, veja na figura a seguir uma pilha alimentando um pequeno motor elétrico de corrente contínua, como esses que podemos encontrar em diversos brinquedos. Observe, também, a correspondente representação esquemática:



Na verdade, esse motorzinho não tem polos positivo e negativo próprios: os sinais (+) e (–) indicados em seus terminais apenas significam que eles estão ligados, respectivamente, nos polos positivo e negativo da pilha.

Com isso, é fundamental observar que:

> A corrente elétrica tem sentido de (–) para (+) no gerador, e de (+) para (–) no receptor.

Para encontrar a equação do receptor, suponha $U = 1{,}3\ V$, $r' = 5\ \Omega$ e $i = 0{,}08\ A$.

A grandeza $U = 1{,}3\ V$ indica que cada coulomb de carga entrega 1,3 J de energia elétrica ao motor (receptor) quando passa por ele. A diferença de potencial na resistência interna do motor é dada pelo produto r' i:

$$r'\,i = 5\ \Omega \cdot 0{,}08\ A = 0{,}4\ V$$

Isso significa que a energia elétrica nele dissipada inutilmente é de 0,4 J por coulomb que o atravessa. Então, o motor aproveita 0,9 J ($1{,}3\ J = 0{,}9\ J + 0{,}4\ J$) de cada coulomb que passa por ele para produzir energia mecânica. Em outras palavras, esse motor está operando com uma força contraeletromotriz ε' igual a 0,9 V.

Dessa análise podemos perceber que a ddp **U** aplicada entre os terminais do receptor é a soma da fcem ε' com o produto r' i, o que nos leva à **equação do receptor**:

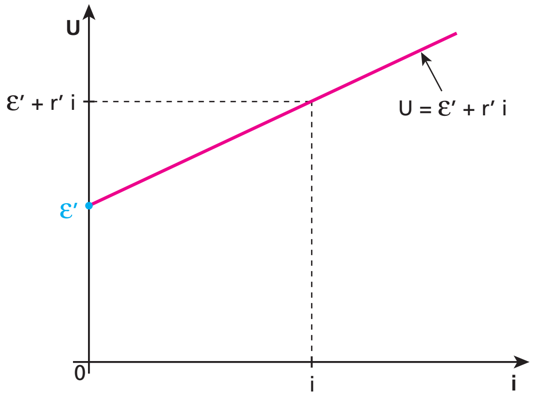
$$U = \varepsilon' + r'\,i$$

Nota:

- Como já foi dito, um motor elétrico não possui polos positivo e negativo próprios. Você pode, então, estar questionando do por que existem indicações desses polos nos motores dos brinquedos a pilha, por exemplo (normalmente, as isolações dos fios ligados aos "polos positivo e negativo" são vermelha e preta, respectivamente). De fato, essas indicações existem, mas servem apenas para informar em quais polos do gerador os terminais devem ser ligados para que a rotação do motor se dê no sentido correto.

Curva característica de alguns receptores

Para alguns receptores, como uma bateria de automóvel em processo de carga, por exemplo, em que ε' é uma constante, a representação gráfica da equação $U = \varepsilon' + r'\,i$, ou seja, a curva característica, é um segmento de reta, como mostra o gráfico a seguir.



Curva característica de alguns receptores.

Note que **i** aumenta quando **U** aumenta e que $U = \varepsilon'$ quando $i = 0$.

Nota:

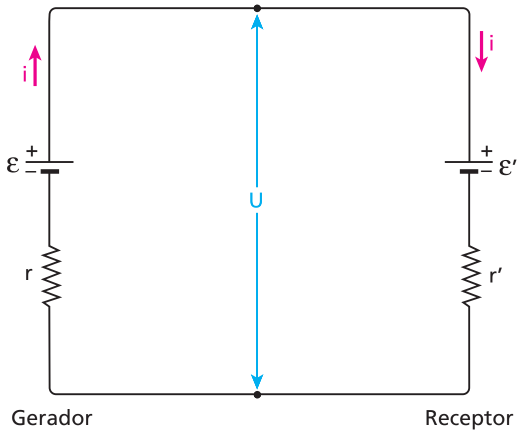
- Nos motores elétricos, mesmo nos de corrente contínua, a curva característica que você acabou de ver não é válida, porque a fcem ε' (cuja origem será estudada em **Eletromagnetismo**, no Tópico 4) depende da frequência de rotação, que aumenta quando **U** aumenta. Portanto, ε' deixa de ser uma constante.

Receptor ideal

O receptor ideal é um receptor hipotético em que a resistência interna é **nula**. Nesse caso, temos $U = \varepsilon'$ e a curva característica passa a ser do tipo:

Potências elétricas no receptor: total, útil e desperdiçada

A figura a seguir representa um gerador alimentando um receptor:



A potência elétrica que o gerador fornece ao receptor é a já estudada potência útil do gerador (U i). Para o receptor, porém, essa mesma potência U i é a potência total que ele recebe. Desse total, uma parte é útil e a outra é desperdiçada na resistência interna ($r'\,i^2$).

Então, para o receptor, a potência total recebida (Pot_t) e a potência desperdiçada (Pot_d) são dadas por:

$$Pot_t = U\,i \qquad Pot_d = r'\,i^2$$

Para obter a potência útil basta lembrar que:

$$Pot_t = Pot_u + Pot_d$$

Então:

$$U\,i = Pot_u + r'\,i^2 \Rightarrow Pot_u = (U - r'\,i)\,i$$

Como $U = \varepsilon' + r'\,i$, temos que $U - r'\,i = \varepsilon'$.

Finalmente:

$$Pot_u = \varepsilon'\,i$$

Rendimento elétrico do receptor

O rendimento continua definido por:

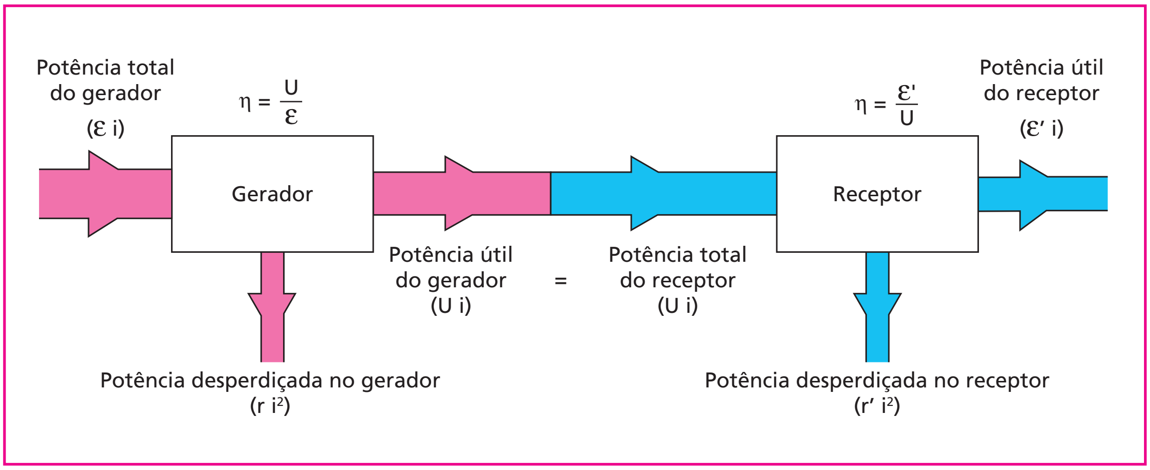
$$\eta = \frac{Pot_u}{Pot_t}$$

Como, no receptor, $Pot_u = \varepsilon' i$ e $Pot_t = U i$, obtemos, englobando o caso teórico e o caso real:

$$\eta = \frac{\varepsilon' i}{U i} \Rightarrow \boxed{\eta = \frac{\varepsilon'}{U}}$$

$$(0 \leqslant \eta \leqslant 1 \text{ ou } 0 \leqslant \eta \leqslant 100\%)$$

Veja a seguir um resumo do estudo das potências e do rendimento no gerador e no receptor:



Motor bloqueado

No motor elétrico, a força contraeletromotriz é consequência da indução eletromagnética, assunto que será estudado em **Eletromagnetismo**, Parte III. Essa força contraeletromotriz depende da frequência de rotação do motor, sendo tanto maior quanto maior for essa frequência. Assim, se impedirmos a rotação de um motor ligado, sua fcem se anulará. Como $U = \varepsilon' + r'i$, a anulação de ε' provoca um aumento considerável na intensidade de corrente no enrolamento do motor, já que toda a ddp **U** fica aplicada na resistência interna do aparelho.

Consequentemente, toda a potência recebida pelo motor é convertida em potência térmica, que pode danificá-lo. Para evitar isso, em certos casos existe um reostato em série com o motor. Quando este é ligado, coloca-se o reostato em posição de resistência máxima para limitar o pico inicial de corrente, pois o motor ainda não está girando ($\varepsilon' = 0$). Após ter sido atingida a velocidade normal de funcionamento, leva-se a resistência do reostato para zero, pois o problema não mais existe. Isso é importante, por exemplo, nos motores das locomotivas elétricas.

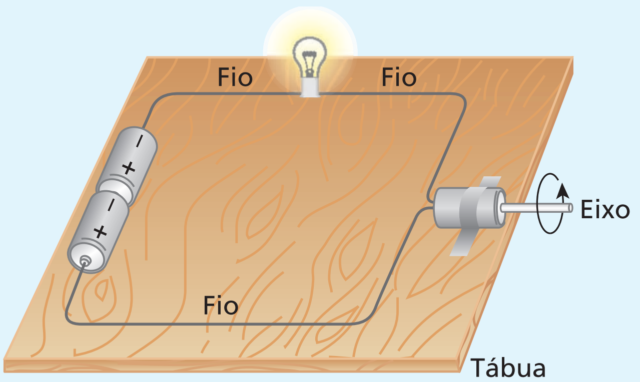
Faça você mesmo

Associe em série uma lâmpada dessas de lanterna e um pequeno motor, que você pode retirar de algum brinquedo a pilha. Alimente a associação com duas pilhas comuns, como mostra a figura.

O eixo do motor gira e a lâmpada se acende.

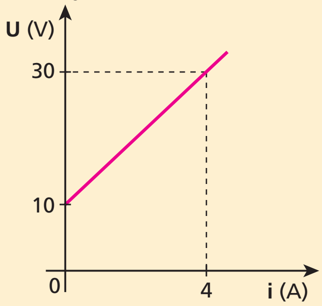
Agora, segure o eixo do motor por alguns instantes, impedindo-o de girar.

Verifique o que aconteceu com o brilho da lâmpada durante esses instantes e procure uma explicação para o que você observou.



Exercícios — nível 1

57. E.R. O diagrama mostra como varia a tensão nos terminais de um receptor em função da corrente elétrica que por ele circula:



Determine, para esse receptor:

a) a força contraeletromotriz (ε') e a resistência interna (r');

b) a potência útil e o rendimento, quando a corrente elétrica que o percorre é de 4 A.

Resolução:

a) A equação de um receptor é:

$$U = \varepsilon' + r'\,i \quad \text{(I)}$$

em que ε' é a sua força contraeletromotriz e r', a sua resistência interna.

Assim, para i = 0, temos U = ε' e, do gráfico, obtemos:

$$\boxed{\varepsilon' = 10\ \text{V}}$$

Ainda do gráfico, temos que, para i = 4 A, a tensão **U** é igual a 30 V. Logo, substituindo esses valores em (I), vem:

$$30 = 10 + r' \cdot 4 \quad \Rightarrow \quad \boxed{r' = 5\ \Omega}$$

b) A potência útil do receptor é dada por:

$$Pot_{útil} = \varepsilon'\,i$$

Assim:

$$Pot_{útil} = 10 \cdot 4 \quad \Rightarrow \quad \boxed{Pot_{útil} = 40\ \text{W}}$$

O rendimento do receptor é calculado pela relação:

$$\eta = \frac{Pot_{útil}}{Pot_{total}} = \frac{\varepsilon'}{U}$$

Como, para i = 4 A, temos U = 30 V, então:

$$\eta = \frac{10}{30} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\eta \cong 0{,}33 \text{ ou } \eta \cong 33\%}$$

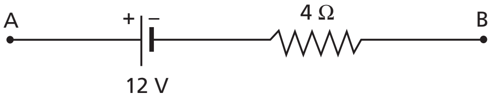
58. A equação característica que fornece a tensão (**U**) em função da intensidade de corrente (**i**) nos terminais de um receptor é U = 30 + 6i (SI). Determine, para esse receptor:

a) a força contraeletromotriz e a resistência interna;

b) o rendimento, quando a corrente elétrica que o atravessa tem intensidade de 5 A.

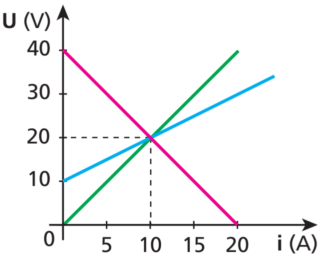
Exercícios — nível 2

59. Na figura, está representado um elemento de circuito elétrico:



Sabendo que os potenciais em **A** e **B** valem, respectivamente, 25 V e 5 V, calcule a intensidade de corrente nesse elemento, especificando seu sentido.

60. A figura ao lado representa as curvas características de um gerador, um receptor e um resistor.



Determine:

a) as resistências elétricas do resistor (R_1), do gerador (R_2) e do receptor (R_3);

b) os rendimentos elétricos do gerador e do receptor, quando estiverem operando sob corrente de 5 A.

61. (ITA-SP) A diferença de potencial entre os terminais de uma bateria é de 8,5 V, quando há uma corrente que a percorre internamente do terminal negativo para o positivo, de 3 A. Por outro lado, quando a corrente que a percorre internamente é de 2 A, indo do terminal positivo para o negativo, a diferença de potencial entre seus terminais é de 11 V. Determine a resistência interna (**r**) e a força eletromotriz (**ε**) da bateria.

62. Um motor de corrente contínua funciona sob tensão de 25 V, elevando um bloco de 20 kg de massa com velocidade constante de 0,5 m/s. Sendo de 80% o rendimento elétrico do motor e desprezando outras perdas, determine:

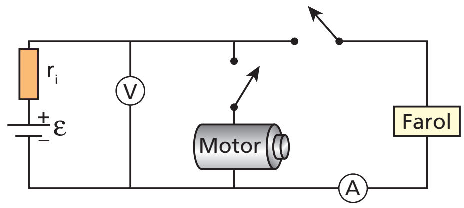
a) a potência que o motor fornece ao bloco, considerando $g = 10\ \text{m/s}^2$;

b) a potência que o motor recebe da fonte de tensão;

c) a intensidade de corrente no motor.

63. (FEI-SP) Um gerador de rendimento igual a 90% recebe de uma turbina hidráulica uma potência P = 20 kW. Esse gerador alimenta um motor elétrico de rendimento igual a 80%. Qual a potência P' disponível no eixo desse motor?

64. (ITA-SP) Quando se acendem os faróis de um carro cuja bateria possui resistência interna $r_i = 0{,}050\ \Omega$, um amperímetro indica uma corrente de 10 A e um voltímetro, uma voltagem de 12 V. Considere desprezível a resistência interna do amperímetro. Ao ligar o motor de arranque, observa-se que a leitura do amperímetro é de de 8,0 A e que as luzes diminuem um pouco de intensidade. Calcular a corrente que passa pelo motor de arranque quando os faróis estão acesos.



Bloco 3

5. Associação de geradores

Até o momento, vimos uma grande quantidade de situações envolvendo **resistores** constituindo associações em série, em paralelo ou mistas.

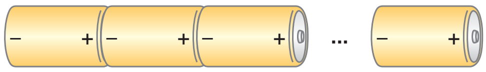
Vamos estudar, agora, a associação de **geradores**, que também pode ser feita em série, em paralelo ou de forma mista.

É muito comum, por exemplo, encontrarmos lanternas, rádios, máquinas fotográficas e outros aparelhos que funcionem com mais de uma pilha. A interligação dessas pilhas nada mais é que uma associação de geradores.

A seguir, analisaremos as associações de geradores em série e em paralelo.

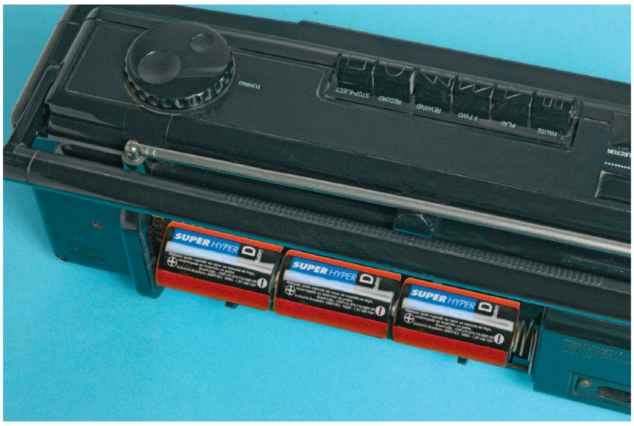
Associação em série

Se tivermos geradores associados de tal modo que o polo positivo de cada gerador seja ligado ao polo negativo do gerador seguinte, como representado na figura, diremos que eles estão associados **em série**.



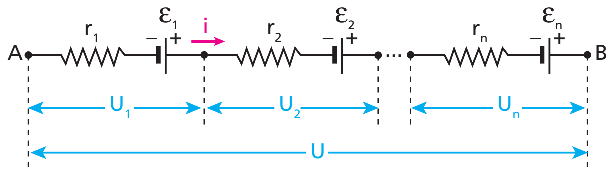
n geradores em série.

Note que, se essa associação participar de um circuito fechado, a corrente elétrica terá a mesma intensidade em todos os geradores.



As pilhas que você vê na fotografia estão associadas em série.

A seguir, estão representados **n** geradores em série. ε_1, ε_2, ..., ε_n são suas forças eletromotrizes, r_1, r_2, ..., r_n são suas resistências internas e **A** e **B** são os terminais da associação:



Sendo **i** a intensidade da corrente na associação, podemos escrever, para os **n** geradores, as seguintes equações:

$$U_1 = \varepsilon_1 - r_1\, i$$
$$U_2 = \varepsilon_2 - r_2\, i$$
$$\vdots$$
$$U_n = \varepsilon_n - r_n\, i$$

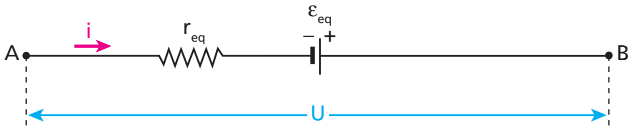
Somando todas essas equações, membro a membro, obtemos:

$$U_1 + U_2 + ... + U_n = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + ... + \varepsilon_n) - (r_1 + r_2 + ... + r_n)\, i$$

ou

$$U = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + ... + \varepsilon_n) - (r_1 + r_2 + ... + r_n)\, i \quad \text{(I)}$$

Vamos pensar, agora, no **gerador equivalente** à associação, isto é, em um gerador único que, ao ser percorrido por uma corrente de mesma intensidade **i**, apresente entre seus terminais a mesma ddp **U** que existe entre os terminais da associação: ε_{eq} é a força eletromotriz e r_{eq} é a resistência interna desse gerador.



Para o gerador equivalente, temos:

$$U = \varepsilon_{eq} - r_{eq}\, i \qquad \text{(II)}$$

Comparando as expressões (I) e (II), obtemos:

$$\boxed{\varepsilon_{eq} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + ... + \varepsilon_n}$$

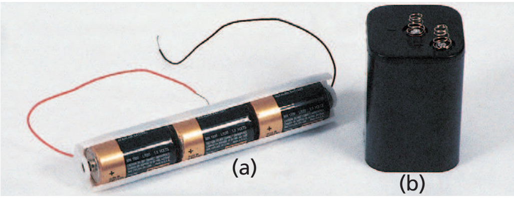
e

$$\boxed{r_{eq} = r_1 + r_2 + ... + r_n}$$

Observe, então, que:

> Na associação de geradores em série, a grande vantagem está no fato de a força eletromotriz equivalente ser a soma das forças eletromotrizes de todos os geradores. Em contrapartida, a resistência interna equivalente também é a soma das resistências internas de todos eles.

Veja, a seguir, alguns exemplos de associação de geradores em série.



Em **a**, você vê três pilhas, cada uma com fem igual a 1,5 V, associadas em série. A diferença de potencial entre os terminais da associação, em circuito aberto, é igual a 4,5 V.
Em **b**, você vê uma bateria de 6 V. Dentro dela existem quatro pilhas de 1,5 V associadas em série.

Nota:

- Se os **n** geradores associados forem idênticos, cada um com fem igual a ε e resistência interna igual a **r**, teremos:

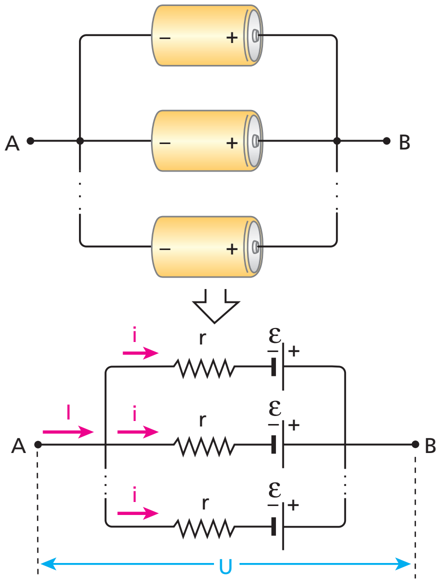
$$\boxed{\varepsilon_{eq} = n\,\varepsilon} \quad \text{e} \quad \boxed{r_{eq} = n\,r}$$

Associação em paralelo

Nesse tipo de associação, analisaremos apenas o caso em que os geradores associados são iguais, por ser essa a única situação de real interesse e a única conveniente.

Dizemos que dois ou mais geradores estão associados em paralelo quando seus polos positivos estão ligados juntos, o mesmo ocorrendo com os polos negativos. Nessa situação, a ddp **U** entre os terminais é a mesma para todos os geradores.

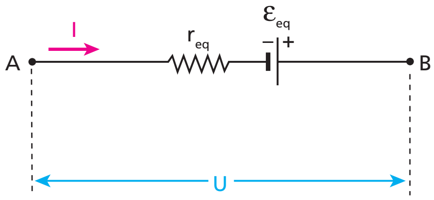
Veja, na figura a seguir, **n** geradores associados em paralelo e a correspondente representação esquemática. Todos eles têm força eletromotriz $\boldsymbol{\varepsilon}$ e resistência interna **r**, e os pontos **A** e **B** são os terminais da associação.



Para cada um dos **n** geradores dessa associação, temos:

$$U = \varepsilon - r\,i \quad \text{(I)}$$

Mais uma vez, o **gerador equivalente** à associação é aquele gerador único que, ao ser percorrido por uma corrente de mesma intensidade **I**, apresenta entre seus terminais a mesma ddp **U** que existe entre os terminais da associação. Sendo ε_{eq} a força eletromotriz e r_{eq} a resistência interna desse gerador, temos:



Para o gerador equivalente, podemos escrever:

$$U = \varepsilon_{eq} - r_{eq} I$$

E como $I = i + i + ... + i \Rightarrow I = n\,i$, temos:

$$U = \varepsilon_{eq} - r_{eq}\; n\,i \quad \text{(II)}$$

Comparando as expressões (I) e (II), obtemos:

$$\boxed{\varepsilon_{eq} = \varepsilon}$$

e

$$r_{eq}\, n = r \Rightarrow \boxed{r_{eq} = \frac{r}{n}}$$

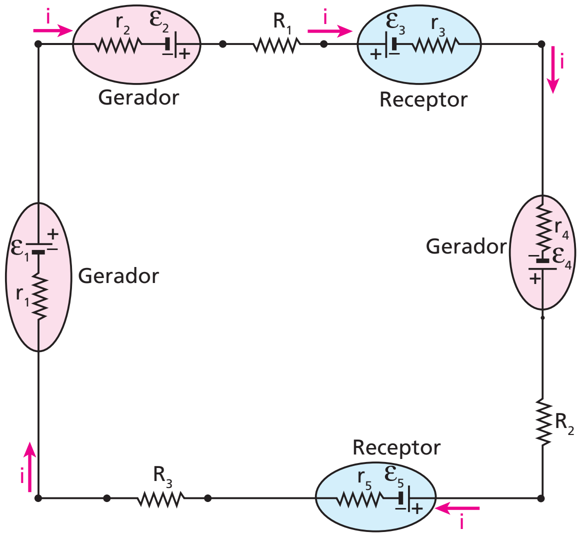
Observe, então, que:

> Na associação de geradores iguais em paralelo, uma das vantagens está no fato de a corrente que passa em cada um deles ser apenas uma fração da corrente total, o que prolonga sua vida útil. Outra vantagem é a redução da resistência interna, o que proporciona maior estabilidade na tensão de operação. Em contrapartida, a fem equivalente é a mesma de cada gerador.

6. Circuitos elétricos de "caminho" único, incluindo geradores, receptores e resistores

Considere resistores, geradores e receptores compondo um circuito de "caminho" único, isto é, um circuito em que todos os componentes estão em série. Desse modo, a intensidade de corrente elétrica é a mesma em todos os elementos do circuito.

Na figura a seguir, temos um desses circuitos, em que supomos dado o sentido da corrente:



Lembrando que o sentido da corrente é de (–) para (+), nos geradores, e de (+) para (–), nos receptores, concluímos que:

- ε_1, ε_2 e ε_4 são forças eletromotrizes;
- ε_3 e ε_5 são forças contraeletromotrizes.

Quando percorremos o circuito **no sentido da corrente**, as fem representam elevações de potencial, enquanto as fcem representam quedas não ôhmicas (úteis) de potencial. Além dessas quedas, entretanto, existem as quedas ôhmicas nas resistências do circuito, nas quais cada queda ôhmica é o produto de uma resistência pela intensidade da corrente.

Observe que, se partirmos de um ponto e percorrermos o circuito todo até voltarmos ao ponto de partida, deveremos encontrar:

Soma das elevações de potencial	=	Soma das quedas não ôhmicas	+	Soma das quedas ôhmicas

ou, simbolicamente:

$$\boxed{\Sigma \text{ fem} = \Sigma \text{ fcem} + R_{eq}\, i}$$

em que R_{eq} significa a soma de todas as resistências do circuito.

Então, podemos calcular a intensidade da corrente no circuito representado na figura anterior, a partir da seguinte expressão:

$$(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_4) = (\varepsilon_3 + \varepsilon_5) +$$
$$+ (R_1 + R_2 + R_3 + r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5)\, i$$

Nota:

- O sentido correto da corrente no circuito é aquele para o qual Σ **fem** é maior que Σ **fcem**.

  Caso você se engane ao estabelecer o sentido da corrente, o resultado do cálculo de **i** será negativo. Entretanto, esse resultado estará certo em módulo e, por isso, bastará inverter o sentido da corrente, não sendo necessário, portanto, nenhum outro cálculo.

Exercícios nível 1

65. E.R. As baterias chumbo-ácido dos automóveis são constituídas de seis células geradoras, cada uma com cerca de 2,0 V de força eletromotriz e cerca de 0,005 Ω de resistência interna, associadas em série.

a) Determine a força eletromotriz e a resistência interna de uma dessas baterias.

b) Quando se dá a partida, a corrente na bateria é muito elevada, podendo atingir cerca de 200 A de intensidade. Para uma corrente com esse valor, calcule a ddp entre os seus terminais.

Resolução:

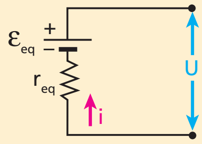
a) Como $\varepsilon_{eq} = n\,\varepsilon$, em que $n = 6$ e $\varepsilon = 2{,}0$ V, temos:

$$\varepsilon_{eq} = 6 \cdot 2{,}0 \Rightarrow \boxed{\varepsilon_{eq} = 12 \text{ V}}$$

Como $r = 0{,}005\ \Omega$ e $r_{eq} = n\,r$, vem:

$$r_{eq} = 6 \cdot 0{,}005 \Rightarrow \boxed{r_{eq} = 0{,}03\ \Omega}$$

b)



$$U = \varepsilon_{eq} - r_{eq}\, i$$

Como i = 200 A:

$$U = 12 - 0{,}03 \cdot 200$$

$$\boxed{U = 6 \text{ V}}$$

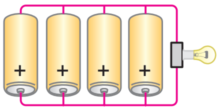
Esse resultado explica por que o brilho de lâmpadas eventualmente acesas diminui quando se dá a partida.

66. Considere três pilhas iguais, cada uma com força eletromotriz de 1,5 V e resistência interna de 0,3 Ω. Determine a força eletromotriz e a resistência elétrica resultantes, quando essas pilhas são associadas:

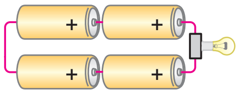
a) em série; b) em paralelo.

67. Uma lâmpada é ligada a uma associação de quatro pilhas de 1,5 V, supostas ideais, de quatro maneiras, representadas nas figuras seguintes:

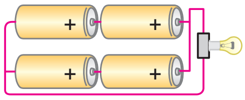
a)



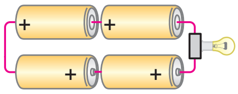
b)



c)



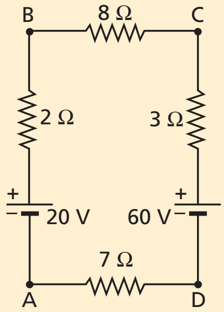
d)



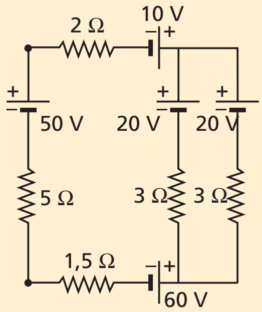
Qual é a ddp **U** entre os terminais da lâmpada em cada ligação?

68. E.R. Determine a intensidade da corrente elétrica total nos circuitos a seguir:

a)



b)



Resolução:

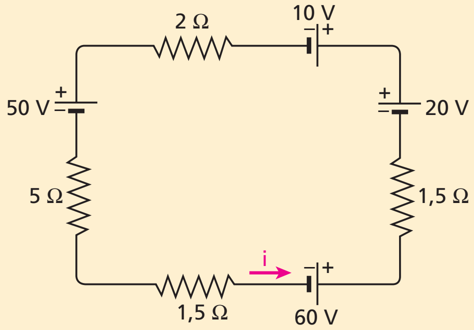
a) No circuito fornecido, notamos dois possíveis geradores. Entretanto, da forma como estão ligados, apenas um deles funcionará como gerador, ficando o outro como receptor. O gerador será aquele que apresentar maior tensão como força eletromotriz (fem). Então, a corrente elétrica circula no sentido anti-horário, pois 60 V é maior que 20 V. Tratando-se de um circuito de "caminho" único, sabemos que vale:

$$\Sigma \text{ fem} = \Sigma \text{ fcem} + R_{eq}\, i \quad \text{(I)}$$

Como Σ fem = 60 V, Σ fcem = 20 V e R_{eq} = 2 Ω + 8 Ω + + 3 Ω + 7 Ω = 20 Ω, temos, de (I):

$$60 = 20 + 20\, i \Rightarrow \boxed{i = 2\text{ A}}$$

b) Se substituirmos os dois geradores associados em paralelo por um gerador equivalente, o circuito dado ficará reduzido a um circuito de "caminho" único.
Então, teremos:

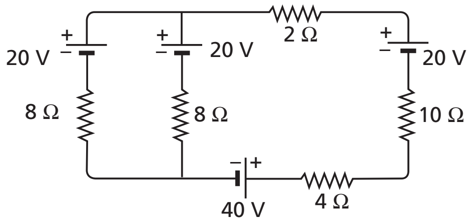


O sentido da corrente elétrica é realmente o indicado, pois a Σ fem (60 V + 20 V = 80 V) supera a Σ fcem (10 V + 50 V = 60 V).
Temos que Σ fem = Σ fcem + R_{eq} i (I)
Como Σ fem = 80 V, Σ fcem = 60 V e R_{eq} = 5 Ω + 2 Ω + + 1,5 Ω + 1,5 Ω = 10 Ω, temos, de (I):

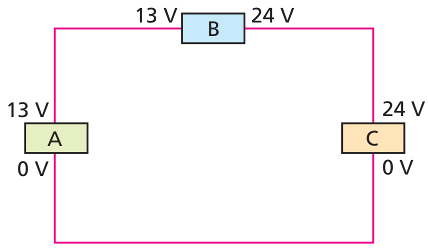
$$80 = 60 + 10\, i$$

$$\boxed{i = 2\text{ A}}$$

69. Calcule a maior intensidade de corrente elétrica no circuito a seguir, em que estão presentes quatro baterias.

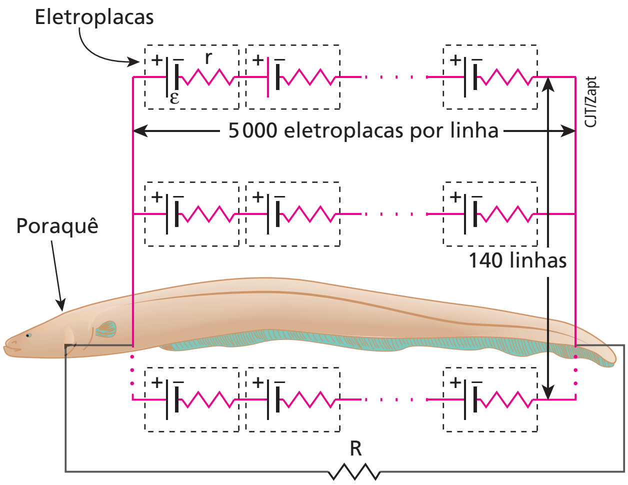


70. Observe os elementos **A**, **B** e **C** do circuito representado a seguir. Um deles é gerador, outro é receptor e um terceiro, resistor. Os números que você vê são os potenciais elétricos nos terminais desses elementos.



Sabendo que a força contraeletromotriz do receptor é igual a 12 V, identifique cada elemento.

71. (UFRN) O poraquê (*Electrophorus electricus*), peixe muito comum nos rios da Amazônia, é capaz de produzir corrente elétrica por possuir células especiais chamadas eletroplacas. Essas células, que atuam como baterias fisiológicas, estão dispostas em 140 linhas ao longo do corpo do peixe, tendo 5 000 eletroplacas por linha. Essas linhas se arranjam da forma esquemática mostrada na figura a seguir. Cada eletroplaca produz uma força eletromotriz ε = 0,15 V e tem resistência interna r = 0,25 Ω. A água em torno do peixe fecha o circuito.

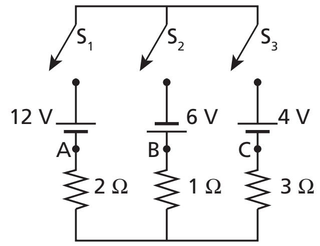


Representação esquemática do circuito elétrico que permite ao poraquê produzir corrente elétrica.

Se a resistência da água for $R = 800\ \Omega$, o poraquê produzirá uma corrente elétrica de intensidade igual a:

a) 8,9 A
b) 6,6 mA
c) 0,93 A
d) 7,5 mA

72. (UFC-CE) Determine os módulos das correntes elétricas nos pontos **A**, **B** e **C** do circuito, mostrado na figura abaixo, em todas as situações em que apenas duas das chaves S_1, S_2 e S_3 estejam fechadas.



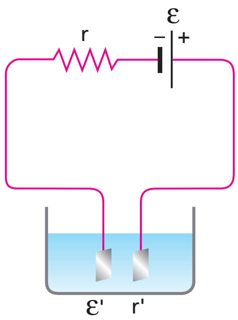
Exercícios

nível 2

73. Quatro geradores, cada um com fem igual a 6 V e corrente de curto-circuito igual a 30 A, são associados em paralelo. Determine a fem e a resistência interna equivalentes a essa associação.

74. Quantas pilhas de 1,5 V de força eletromotriz e 0,3 Ω de resistência interna devem ser associadas em série para que um pequeno motor de corrente contínua, ligado aos terminais da associação, se submeta a uma ddp de 6 V? Sabe-se que esse motor, quando recebe 6 V, é percorrido por uma corrente de intensidade igual a 1 A.

75. A figura a seguir representa uma bateria de força eletromotriz **ε** igual a 12 V e resistência interna **r** igual a 0,1 Ω alimentando uma cuba eletrolítica de força contraeletromotriz ε' igual a 4 V e resistência interna r' igual a 3,9 Ω. Calcule a intensidade da corrente no circuito.



76. E.R. A partida de um automóvel é acionada durante 5 s e, nesse intervalo de tempo, a corrente elétrica que circula pela bateria tem intensidade 200 A. Quanto tempo a bateria leva para se recuperar da descarga, se nesse processo a corrente elétrica tem intensidade 20 A?

Resolução:

Quando a bateria é acionada na partida do automóvel, dizemos que ela se descarrega um pouco. Isso significa que uma parte de sua energia química se transforma em energia elétrica.

Nesse processo de descarga, reações químicas acontecem em seus eletrodos, enquanto uma certa quantidade de carga **Q** passa por ela em um determinado sentido (a bateria está operando como um gerador). Recuperar a bateria dessa descarga não significa acumular cargas dentro dela, mas sim inverter as reações químicas que ocorreram – essas reações são reversíveis – de modo que haja a reposição da energia química que havia perdido. E, para isso acontecer, é preciso que passe pela bateria, em sentido oposto ao anterior (agora ela está operando como receptor), a mesma quantidade de carga **Q**. É isso que significa recarregar a bateria. Vamos, agora, aos cálculos:

Na partida:

Como $i = 200$ A e $\Delta t = 5$ s, temos:

$$i = \frac{|Q|}{\Delta t} \Rightarrow 200 = \frac{|Q|}{5} \Rightarrow |Q| = 1\,000\ \text{C}$$

Na recuperação:

Como $i' = 20$ A e $|Q| = 1\,000$ C, calculamos o novo Δt:

$$i' = \frac{|Q|}{\Delta t} \Rightarrow 20 = \frac{1\,000}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 50\ \text{s}}$$

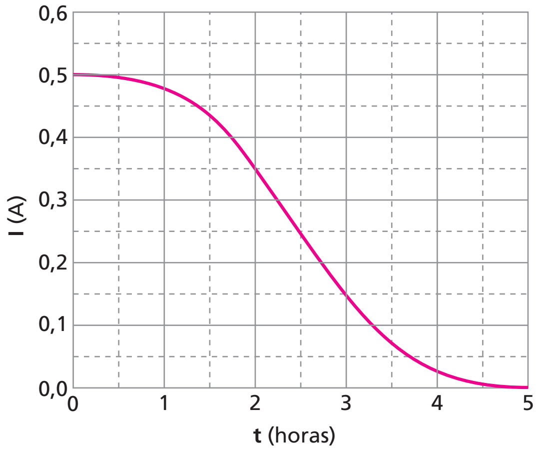
77. Um gerador de 48 V e resistência interna igual a 0,7 Ω está carregando uma bateria de 12 V e 0,3 Ω de resistência interna. Em série com eles foi colocado um resistor de 5 Ω. Calcule a intensidade da corrente elétrica no circuito.

78. Uma bateria de 12 V de força eletromotriz e 0,3 Ω de resistência interna foi ligada a um motor de resistência interna igual a 3 Ω. Em paralelo com o motor foi instalado um resistor de resistência **R**. Sabendo que a intensidade de corrente no motor é igual a 1 A e que ele opera com força contraeletromotriz igual a 6 V, calcule **R**.

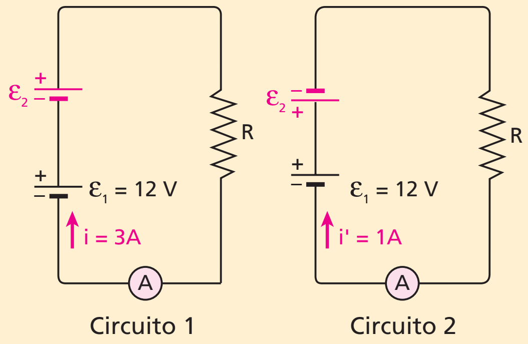
79. (Unicamp-SP) Um satélite de telecomunicações em órbita em torno da Terra utiliza o Sol como fonte de energia elétrica. A luz solar incide sobre seus 10 m^2 de painéis fotovoltaicos com uma intensidade de 1 300 W/m^2 e é transformada em energia elétrica com eficiência de 12%.

a) Qual é a energia (em kWh) gerada em 5 horas de exposição ao Sol?

b) O gráfico abaixo representa a corrente utilizada para carregar as baterias do satélite em função do tempo de exposição dos módulos fotovoltaicos ao Sol. Qual é a carga das baterias em Ah (1 Ah = 3600 C) após 5 horas de exposição dos módulos ao Sol?



80. E.R. Nos circuitos 1 e 2 representados a seguir, o amperímetro **A** e as baterias de forças eletromotrizes ε_1 e ε_2 têm resistências internas desprezíveis. Do circuito 1 para o 2, a única mudança foi a inversão da polaridade da bateria de fem ε_2. Observe as intensidades e os sentidos das correntes nos dois casos e calcule ε_2.



Resolução:

No circuito 1, as baterias são dois geradores em série:

$$\Sigma \text{ fem} = \Sigma \text{ fcem} + R_{eq}\, i \Rightarrow 12 + \varepsilon_2 = R \cdot 3 \quad \text{(I)}$$

No circuito 2, a bateria de 12 V opera como geradora e a outra, como receptora:

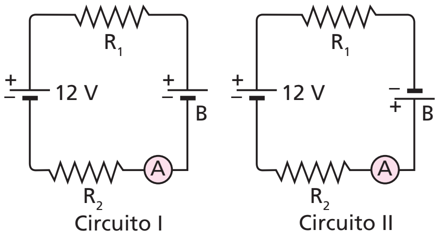
$$\Sigma \text{ fem} = \Sigma \text{ fcem} + R_{eq}\, i' \Rightarrow 12 = \varepsilon_2 + R\, i' \Rightarrow 12 - \varepsilon_2 = R \cdot 1 \quad \text{(II)}$$

Dividindo membro a membro a expressão (I) pela expressão (II), obtemos:

$$\frac{12 + \varepsilon_2}{12 - \varepsilon_2} = 3 \Rightarrow \boxed{\varepsilon_2 = 6\text{ V}}$$

81. (UFC-CE) Os circuitos I e II, da figura abaixo, foram montados para a determinação do valor da força eletromotriz, fem, da bateria **B**. Neles foram utilizados os mesmos componentes elétricos. Na montagem do circuito **I**, o amperímetro, **A**, indicou uma corrente I_1 = 1 A e, na montagem do circuito **II**, indicou uma corrente I_2 = 3 A. As resistências internas das duas baterias e do amperímetro são de valor desprezível.

Determine a fem da bateria **B**.

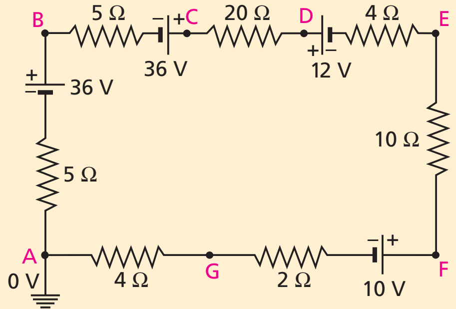


82. E.R. Com relação ao circuito dado a seguir, determine:

a) a intensidade e o sentido da corrente elétrica;

b) os potenciais nos pontos **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, **F** e **G**, supondo nulo o potencial da Terra (potencial de referência);

c) a diferença de potencial entre os pontos **C** e **G** ($U_{CG} = \nu_C - \nu_G$).



Resolução:

a) O sentido da corrente deve ser **horário**, pois só assim a soma das forças eletromotrizes supera a soma das forças contraeletromotrizes (se o sentido da corrente, por acaso, estiver errado, a intensidade da corrente resultará negativa, porém seu módulo será o mesmo).

$$\Sigma \text{ fem} = \Sigma \text{ fcem} + R_{eq}\, i$$

$$(36 + 36) = (12 + 10) + 50\, i \Rightarrow \boxed{i = 1\text{ A}}$$

b) O potencial, em **A**, é nulo: $\boxed{\nu_A = 0}$

Partimos, então, de **A**, no sentido da corrente, e chegamos em **B**. Encontramos uma queda de potencial na resistência de 5 Ω, igual a 5 i = 5 · 1 = 5 V, e uma elevação de 36 V correspondente à força eletromotriz. Assim, o potencial, em **B**, é:

$$\nu_B = \nu_A \underbrace{- 5\text{ V}}_{\text{Queda}} \underbrace{+ 36\text{ V}}_{\text{Elevação}} = 0 - 5\text{ V} + 36\text{ V}$$

$$\boxed{\nu_B = 31\text{ V}}$$

Seguindo de **B** até **C** (sempre no sentido da corrente), encontramos uma queda de 5 i = 5 · 1 = 5 V e uma elevação de 36 V. Sendo ν_B = 31 V, temos:

$$\nu_C = 31\text{ V} \underbrace{- 5\text{ V}}_{\text{Queda}} \underbrace{+ 36\text{ V}}_{\text{Elevação}} \Rightarrow \boxed{\nu_C = 62\text{ V}}$$

De **C** a **D**, ocorre uma queda igual a 20 i = 20 V na resistência. Então, temos, em **D**:

$$\nu_D = 62 \underbrace{- 20}_{\text{Queda}}$$

$$\boxed{\nu_D = 42\text{ V}}$$

De **D** a **E**, ocorre uma queda de 12 V na força contraeletromotriz e uma queda de 4 i = 4 · 1 = 4 V na resistência. Então:

$$\nu_E = 42 - \overset{\text{Queda}}{12} - \overset{\text{Queda}}{4} \Rightarrow \boxed{\nu_E = 26\ \text{V}}$$

De **E** a **F** há uma queda de 10 i = 10 · 1 = 10 V. Assim:

$$\nu_F = 26 - \overset{\text{Queda}}{10} \Rightarrow \boxed{\nu_F = 16\ \text{V}}$$

De **F** a **G** ocorrem duas quedas: uma de 10 V, na força contraeletromotriz, e outra de 2 i = 2 · 1 = 2 V, na resistência. Assim:

$$\nu_G = 16 - \overset{\text{Queda}}{10} - \overset{\text{Queda}}{2} \Rightarrow \boxed{\nu_G = 4\ \text{V}}$$

Observemos que de **G** a **A** ocorre mais uma queda, de 4 i = 4 · 1 = = 4 V, o que nos leva de volta ao potencial zero do qual partimos.

c) $U_{CG} = \nu_C - \nu_G = 62 - 4$

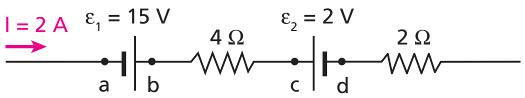
$$\boxed{U_{CG} = 58\ \text{V}}$$

Nota:

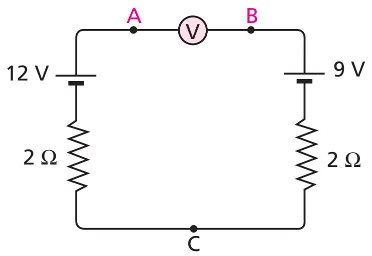
- Se aterrássemos outro ponto do circuito, que não o ponto **A**, os potenciais de todos os pontos seriam alterados. As diferenças de potencial, porém, ficariam inalteradas. U_{CG}, por exemplo, continuaria igual a 58 V.
  Portanto para calcular **diferenças** de potencial em um circuito, você pode considerar o potencial zero em **qualquer** um de seus pontos.

83. (UFV-MG) A figura abaixo representa o ramo de um circuito elétrico percorrido por uma corrente **I**. A partir dos dados indicados na figura, calcule:

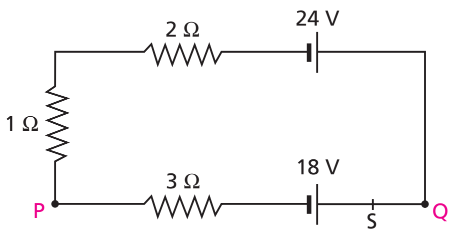
a) a diferença de potencial entre os pontos **d** e **a**;
b) a potência dissipada no resistor de 4 Ω.



84. No circuito, determine a indicação U_{AB} do voltímetro, suposto ideal.



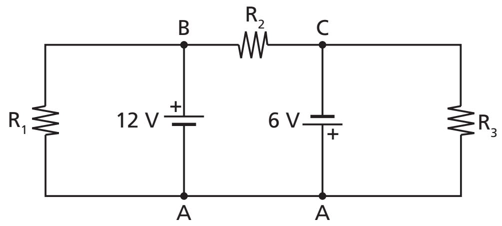
85. É dado o circuito a seguir:



Determine:

a) a diferença de potencial entre os pontos **Q** e **P**;
b) a diferença de potencial entre os pontos **Q** e **P**, se o circuito for cortado no ponto **S**.

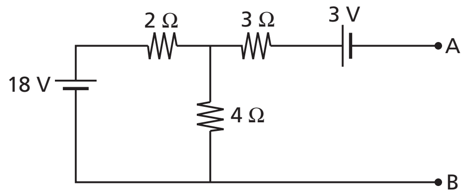
86. O circuito esquematizado a seguir contém duas baterias consideradas ideais e três resistores R_1, R_2 e R_3, de resistências iguais a 6 Ω, 3 Ω e 2 Ω, respectivamente.



Calcule as intensidades e os sentidos das correntes elétricas em R_1, R_2 e R_3.

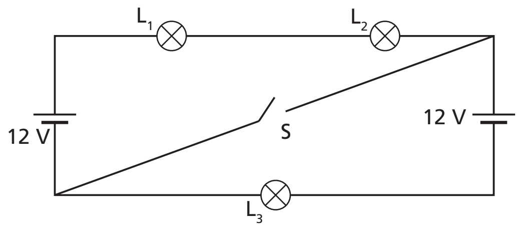
87. (Mack-SP) No trecho de circuito elétrico mostrado abaixo, os geradores de tensão são ideais. A ddp entre os terminais **A** e **B** é:

a) 3 V b) 5 V c) 7 V d) 8 V e) 9 V

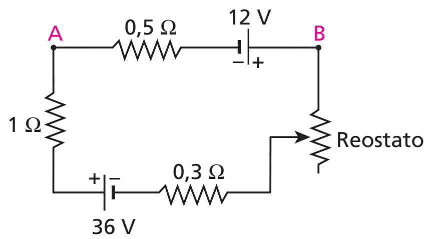


88. (EEM-SP) O circuito da figura tem dois geradores ideais e três lâmpadas incandescentes L_1, L_2 e L_3, de resistências 1,0 Ω, 2,0 Ω e 3,0 Ω, respectivamente. Determine qual lâmpada apresenta maior intensidade luminosa quando a chave **S** estiver:

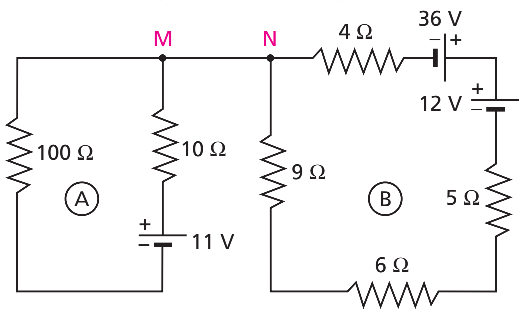
a) aberta; b) fechada.



89. No circuito representado a seguir, calcule a resistência do reostato para que se anule a diferença de potencial entre os pontos **A** e **B**:

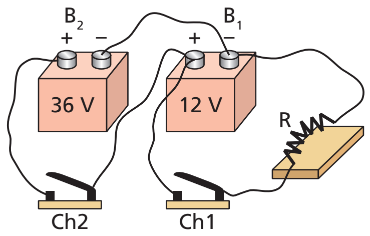


90. O circuito **A** foi ligado ao circuito **B** pelo fio MN:



Determine a intensidade de corrente no circuito **A**, no circuito **B** e no fio MN.

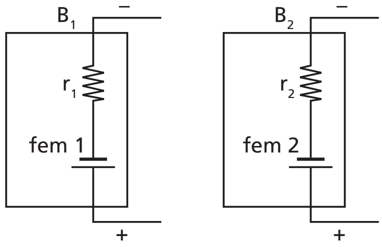
91. (Fuvest-SP) Um sistema de alimentação de energia de um resistor R = 20 Ω é formado por duas baterias, B_1 e B_2, interligadas através de fios, com as chaves Ch1 e Ch2, como representado na figura. A bateria B_1 fornece energia ao resistor, enquanto a bateria B_2 tem a função de recarregar a bateria B_1. Inicialmente, com a chave Ch1 fechada (e Ch2 aberta), a bateria B_1 fornece corrente ao resistor durante 100 s. Em seguida, para repor toda a energia química que a bateria B_1 perdeu, a chave Ch2 fica fechada (e Ch1 aberta) durante um intervalo de tempo **T**. Com relação a essa operação, determine:



a) O valor da corrente I_1, em ampères, que percorre o resistor **R**, durante o tempo em que a chave Ch1 permanece fechada.
b) A carga **Q**, em **C**, fornecida pela bateria B_1, durante o tempo em que a chave Ch1 permanece fechada.
c) o intervalo de tempo **T**, em **s**, em que a chave Ch2 permanece fechada.

Note e adote:

As baterias podem ser representadas pelos modelos a seguir, com fem 1 = 12 V e r_1 = 2 Ω e fem 2 = 36 V e r_2 = 4 Ω



Bloco 4

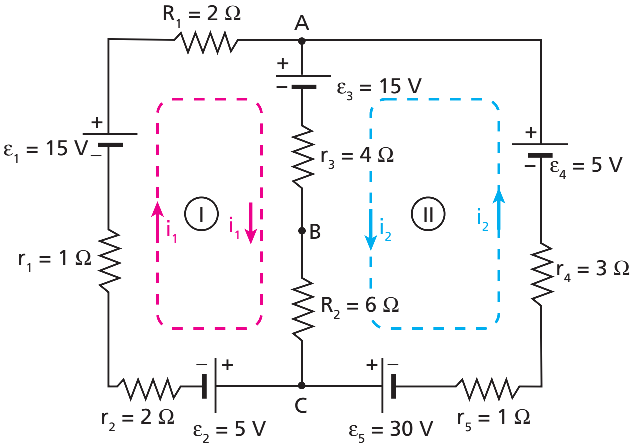
7. Circuitos não redutíveis a um circuito de "caminho" único

Até aqui, analisamos:

- circuitos de "caminho" único (todos os componentes em série);
- circuitos de mais de um "caminho", mas que podiam ser facilmente reduzidos a um circuito de "caminho" único;
- circuitos de mais de um "caminho", não redutíveis a um circuito de "caminho" único com os recursos de que dispomos, mas que eram situações especiais possíveis de serem resolvidas.

Neste item, vamos analisar circuitos com mais de um "caminho" fechado, que não podem ser reduzidos a um circuito de "caminho" único e que não são situações especiais.

É o caso do exemplo a seguir:



Para resolver esse tipo de circuito, vamos considerar os "caminhos" I e II, e associar uma corrente a cada um deles.

Assim, i_1 é a intensidade da corrente no "caminho" I, e i_2 é a intensidade da corrente no caminho II. No trecho comum a esses "caminhos" (trecho ABC), a intensidade da corrente será uma combinação de i_1 com i_2 (soma ou diferença desses valores).

Os sentidos das correntes de intensidades i_1 e i_2 são atribuídos **arbitrariamente**, já que em geral é muito difícil prever seus sentidos reais.

Supondo corretos os sentidos atribuídos às correntes, calculamos i_1 e i_2 usando a técnica que será apresentada a seguir. Se o valor de alguma corrente resultar negativo, então seu sentido verdadeiro será oposto ao atribuído arbitrariamente. Seu módulo, entretanto, estará correto.

Veja, agora, a técnica de resolução, usando nosso exemplo.

Vamos percorrer inteiramente cada um dos dois "caminhos", no sentido da corrente, só por ser a melhor opção. Partindo de um ponto e retornando a esse mesmo ponto, necessariamente encontraremos:

Soma das elevações de potencial	=	Soma das quedas não ôhmicas	+	Soma das quedas ôhmicas

Portanto, em cada "caminho" fechado, vale o procedimento seguido para circuito de "caminho" único, com apenas uma alteração que vamos analisar em seguida:

$$\Sigma\ \text{fem} = \Sigma\ \text{fcem} + R_{eq} \cdot i_{\text{no "caminho"}} \pm$$
$$\pm\ R_{\text{do trecho comum}} \cdot i_{\text{no "caminho" ao lado}}$$

A última parcela do segundo membro da expressão anterior precisa ser incluída, porque na resistência do trecho comum aos "caminhos" (trecho ABC da figura anterior) ocorre uma variação a mais de potencial, devido à passagem, pelo mesmo local, da corrente do outro caminho.

Para você entender quando se usa o sinal (+) ou o sinal (–) nessa equação, é preciso lembrar que, quando percorremos um resistor no sentido da corrente, verificamos nele uma **queda** de potencial. Entretanto, quando o percorremos no sentido oposto ao da corrente, passamos a verificar nele uma **elevação** de potencial.

Se você percorrer esse resistor no sentido de **A** para **B**, observará uma **queda** de potencial igual a R i. Entretanto, no percurso de **B** para **A**, observará uma **elevação** de potencial igual a R i.

Assim, se você está equacionando, por exemplo, o "caminho" I, e a corrente no "caminho" ao lado dele ("caminho" II) tem o **mesmo sentido** da corrente no "caminho" I, usará o sinal (+), significando o acréscimo de mais uma queda de potencial no segundo membro da expressão anterior.

Entretanto, se a corrente no "caminho" ao lado tiver **sentido oposto** ao da corrente no "caminho" I, você usará o sinal (–), porque para a equação do "caminho" I passamos a ter uma elevação de potencial na resistência do trecho comum. Essa elevação deveria, então, ser escrita no primeiro membro da equação do "caminho" I, o que equivale a deixá-la no segundo membro, mas com sinal negativo.

Vamos, então, escrever aquela expressão para cada "caminho":

$$\Sigma \text{ fem} = \Sigma \text{ fcem} + R_{eq} \cdot i_{\text{no "caminho"}} \pm$$
$$\pm R_{\text{do trecho comum}} \cdot i_{\text{no "caminho" ao lado}}$$

"Caminho" I:

$$15 = 20 + 15i_1 + 10i_2 \Rightarrow 15i_1 + 10i_2 + 5 = 0 \quad \text{(I)}$$

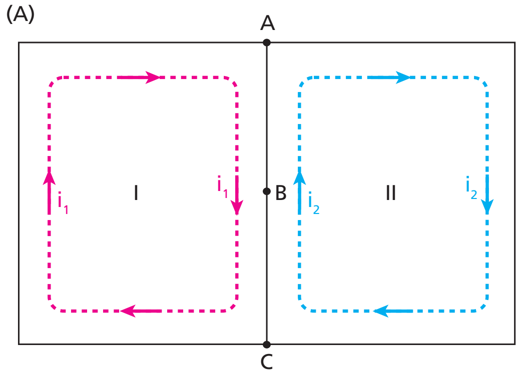
"Caminho" II:

$$5 = 45 + 14i_2 + 10i_1 \Rightarrow 10i_1 + 14i_2 + 40 = 0 \quad \text{(II)}$$

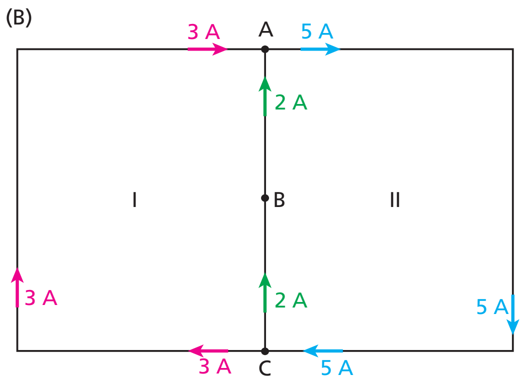
Resolvendo o sistema constituído pelas equações (I) e (II), obtemos: $i_1 = 3$ A e $i_2 = -5$ A

Concluindo, temos que a corrente i_1 vale 3 A no sentido suposto na figura anterior e a corrente i_2 vale 5 A, mas em sentido contrário ao pré-admitido.

Assim, temos:



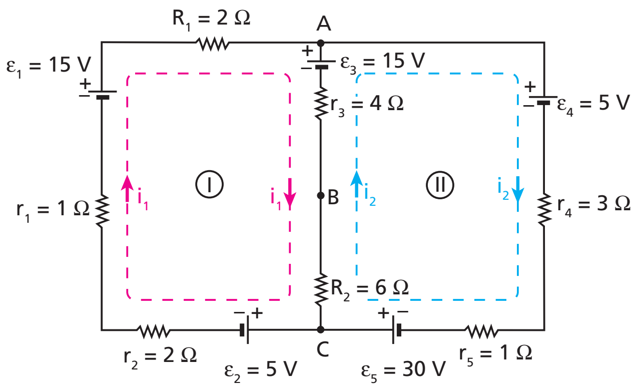
As correntes i_1, de 3 A, e i_2, de 5 A, em seus sentidos corretos.



As correntes em todos os trechos do circuito. Observe que, no trecho comum, a intensidade da corrente é a diferença entre i_2 e i_1, pois estas "percorrem" esse trecho em sentidos opostos ($i_2 - i_1 = 5$ A $- 3$ A $= 2$ A, para cima).

Note, na figura **B**, que no nó **A** entram duas correntes, uma de 3 A e outra de 2 A, saindo uma corrente de 5 A. No nó **C** entra uma corrente de 5 A, saindo uma de 2 A e outra de 3 A. A corrente total que entra em cada nó deve ser igual à que dele sai (Continuidade da Corrente Elétrica).

Vamos, agora, resolver novamente o mesmo circuito, supondo que os sentidos atribuídos arbitrariamente às correntes tivessem sido os representados na figura a seguir:



Aplicando a expressão já usada, obtemos:

“Caminho” I:

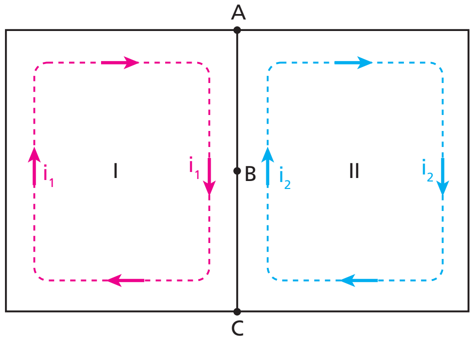
$15 = 20 + 15i_1 - 10i_2 \Rightarrow 15i_1 - 10i_2 + 5 = 0$ (I)

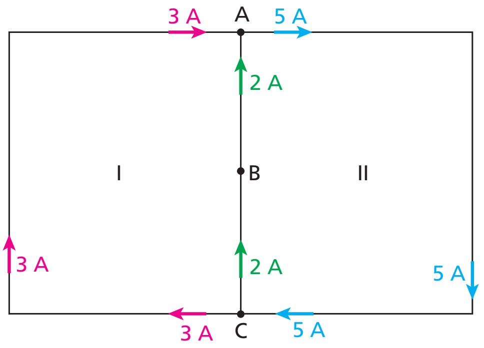
“Caminho” II:

$45 = 5 + 14i_2 - 10i_1 \Rightarrow 14i_2 - 10i_1 - 40 = 0$ (II)

Resolvendo o sistema constituído pelas equações (I) e (II), obtemos: $i_1 = 3$ A e $i_2 = 5$ A.

Então, a corrente i_1 vale 3 A e a corrente i_2 vale 5 A. Como ambos os resultados são positivos, concluímos que os sentidos pré-admitidos estão corretos:





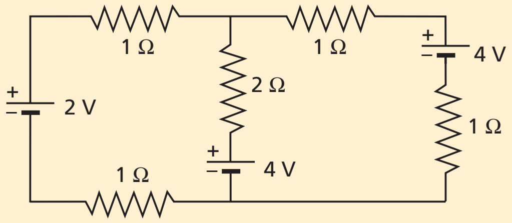
Notas:

- O número de equações que devemos montar (número de “caminhos” considerados) deve ser igual ao número de correntes distintas, não consideradas as correntes em trechos comuns, pois elas são combinações das demais. Assim, no circuito que acabamos de resolver, tínhamos duas correntes distintas i_1 e i_2 e, por isso, montamos duas equações, ou seja, consideramos dois “caminhos”.
- O método de resolução de circuitos descrito neste item foi proposto pelo físico escocês James Clerk **Maxwell** (1831-1879).

Exercícios

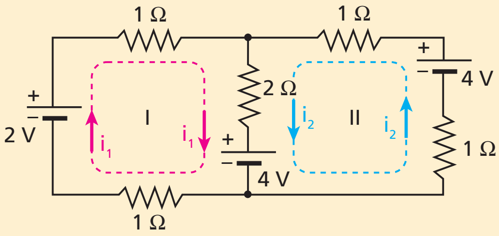
nível 1

92. E.R. No circuito dado a seguir, determine as intensidades e os sentidos de todas as correntes elétricas.



Resolução:

Inicialmente, devemos atribuir sentidos arbitrários às correntes nos “caminhos”:



Em seguida, para cada “caminho”, aplicamos:

Σ fem $= \Sigma$ fcem $+ R_{eq}\, i_{\text{do “caminho”}} \pm R_{\text{do trecho comum}}\, i_{\text{do “caminho” ao lado}}$

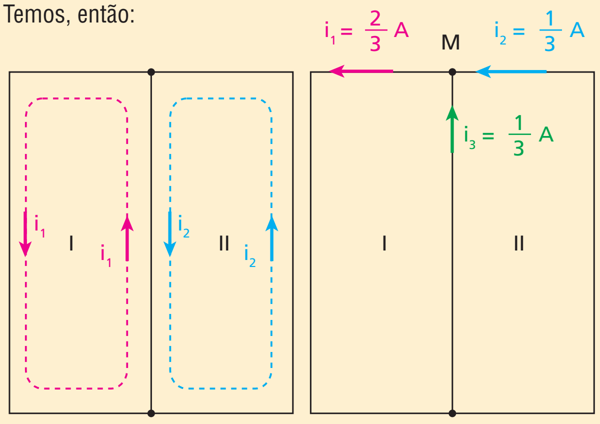
$$\left.\begin{aligned} \text{I: } 2 &= 4 + 4\,i_1 + 2\,i_2 \\ \text{II: } 4 &= 4 + 4\,i_2 + 2\,i_1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} 4\,i_1 + 2\,i_2 = -2 \\ 2\,i_1 + 4\,i_2 = 0 \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema de equações, obtemos:

$$\boxed{i_1 = -\frac{2}{3}\text{ A}} \quad \text{e} \quad \boxed{i_2 = \frac{1}{3}\text{ A}}$$

Isso significa que a corrente i_1 vale $\frac{2}{3}$ A, porém em sentido contrário ao atribuído, enquanto i_2 vale $\frac{1}{3}$ A no sentido atribuído.

Temos, então:



Sentidos corretos

N

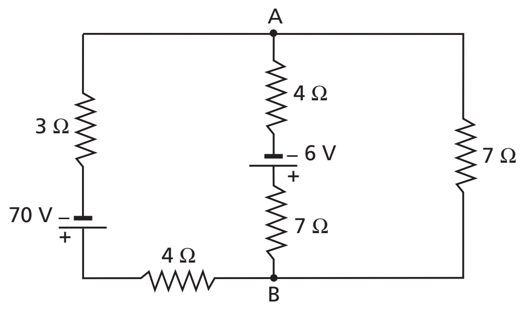
No trecho comum, a intensidade da corrente é a diferença entre i_1 e i_2.

No trecho comum, temos:

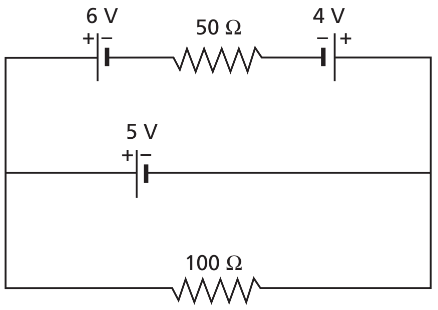
$$i_3 = i_1 - i_2 = \frac{1}{3}\text{ A para cima.}$$

Observe que, no nó **M**, a soma das correntes que entram é igual à corrente que sai.

93. Calcule as intensidades das correntes elétricas nos ramos do circuito a seguir:

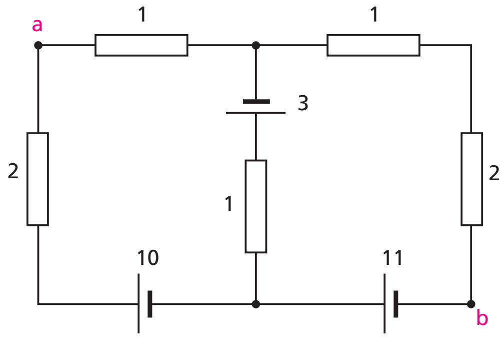


94. Calcule as intensidades das correntes elétricas nos ramos do circuito a seguir:



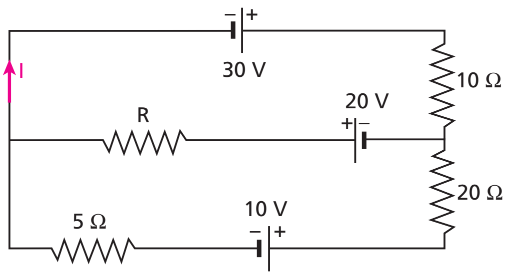
Exercícios nível 2

95. (UFC-CE) No circuito visto na figura, as baterias são ideais, suas fem são dadas em volts e as resistências em ohms. Determine, em volts, a diferença de potencial V_{ab}, isto é, $V_a - V_b$.



96. (FEI-SP) No circuito esquematizado na figura, sabemos que I = 2 A. O valor de **R** e a potência dissipada na resistência de 20 Ω valem, respectivamente:

a) 15 Ω e 240 W.
b) 15 Ω e 20 W.
c) 10 Ω e 240 W.
d) 10 Ω e 20 W.
e) 15 Ω e zero.

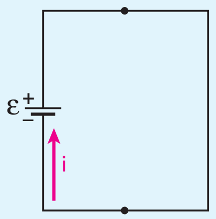


Descubra mais

1. Uma bateria participa de um circuito elétrico, operando como geradora, e o potencial elétrico de seu polo positivo é **menor** que o potencial elétrico de seu polo negativo. Dê um exemplo de um circuito em que isso acontece. Como fica, nesse caso, a equação do gerador?

2. Em que situações a diferença de potencial entre os terminais de uma bateria é, em valor absoluto, maior que sua força eletromotriz?

3. Considere o circuito a seguir, em que um gerador considerado ideal está ligado a um fio metálico também considerado ideal:



Temos que: $i = \dfrac{\varepsilon}{R_{eq}}$

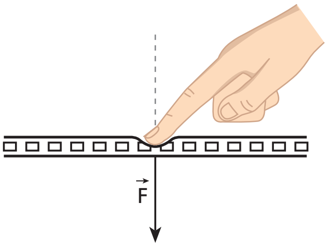
Fazendo R_{eq} tender a zero, **i** tende ao infinito! Comente essa última afirmação.

Exercícios

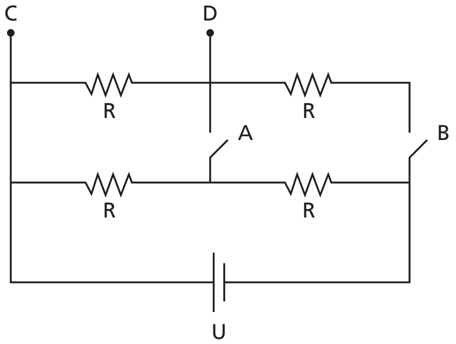
nível 3

97. (Unicamp-SP) Telas de visualização sensíveis ao toque são muito práticas e cada vez mais utilizadas em aparelhos celulares, computadores e caixas eletrônicos. Uma tecnologia frequentemente usada é a das telas resistivas, em que duas camadas condutoras transparentes são separadas por pontos isolantes que impedem o contato elétrico.

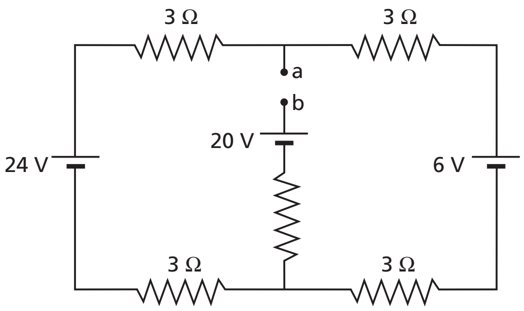
a) O contato elétrico entre as camadas é estabelecido quando o dedo exerce uma força $\vec{F}$ sobre a tela, conforme mostra a figura ao lado. A área de contato da ponta de um dedo é igual a $A = 0{,}25\ cm^2$. Baseado na sua experiência cotidiana, estime o módulo da força exercida por um dedo em uma tela ou teclado convencional, e em seguida calcule a pressão exercida pelo dedo. Caso julgue necessário, use o peso de objetos conhecidos como guia para a sua estimativa.



b) O circuito simplificado da figura abaixo ilustra como é feita a detecção da posição do toque em telas resistivas. Uma bateria fornece uma diferença de potencial $U = 6$ V ao circuito de resistores idênticos de $R = 2\ k\Omega$. Se o contato elétrico for estabelecido apenas na posição representada pela chave **A**, calcule a diferença de potencial entre **C** e **D** do círcuito.



98. (UFC-CE) No circuito visto na figura, as baterias são ideais. Determine, em volts, o módulo da diferença de potencial entre os pontos **a** e **b**.



99. (Mapofei-SP) A figura 1 representa o circuito equivalente ao dispositivo esquematizado na figura 2, formado por um gerador, dois resistores de 1 MΩ cada e por um invólucro de vidro **V**, onde é feito vácuo e são inseridos o cátodo **C** e o ânodo **A**. O cátodo e o ânodo são placas metálicas paralelas separadas por $3 \cdot 10^{-3}$ m.

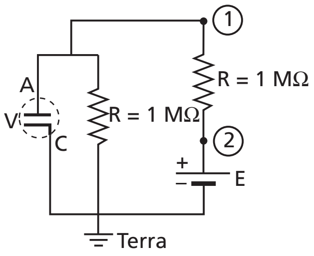


Figura 1

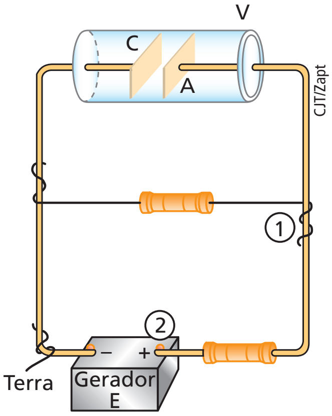
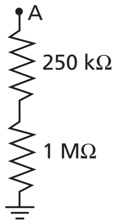


Figura 2

O cátodo **C** emite elétrons, com velocidade inicial desprezível, que são absorvidos no ânodo **A**. O gerador **E** alimenta o sistema e, nos pontos 1 e 2, observam-se, respectivamente, os potenciais $V_1 = = 300$ V e $V_2 = 800$ V em relação à Terra. Determine:

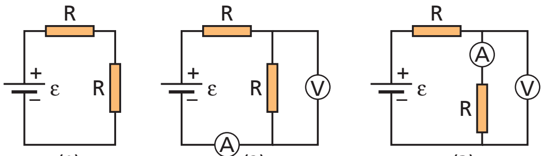
a) a intensidade de corrente entre o cátodo **C** e o ânodo **A**;
b) a velocidade com que os elétrons atingem o ânodo **A**;
c) a intensidade da força que atuou em um elétron, na trajetória entre o cátodo e o ânodo, admitindo que na região o campo elétrico seja uniforme.
Adote, nos cálculos: massa do elétron $= 10^{-30}$ kg
carga do elétron $= 10^{-19}$ C.

100. (Mack-SP) Considere a figura. O potencial elétrico do ponto **A** é mantido 400 V acima do potencial elétrico da Terra. Qual a tensão elétrica no resistor de 1 MΩ, medida por um voltímetro de resistência interna de 3 MΩ?



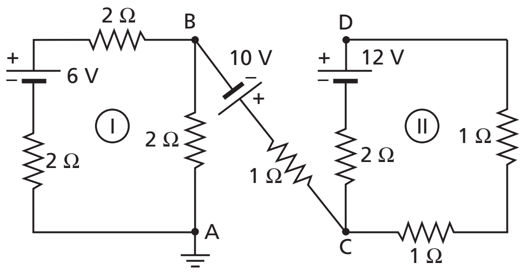
101. (ITA-SP) Numa aula de laboratório, o professor enfatiza a necessidade de levar em conta a resistência interna de amperímetros e voltímetros na determinação da resistência **R** de um resistor. A fim de medir a voltagem e a corrente que passa por um dos resistores, são montados os 3 circuitos da figura, utilizando resistores iguais, de mesma resistência **R**. Sabe-se de antemão que a resistência interna do amperímetro é 0,01 R, ao passo que a resistência interna do voltímetro é 100 R. Assinale a comparação correta entre os valores de **R**, R_2 (medida de **R** no circuito 2) e R_3 (medida de **R** no circuito 3).

a) $R < R_2 < R_3$
b) $R > R_2 > R_3$
c) $R_2 < R < R_3$
d) $R_2 > R > R_3$
e) $R > R_3 > R_2$

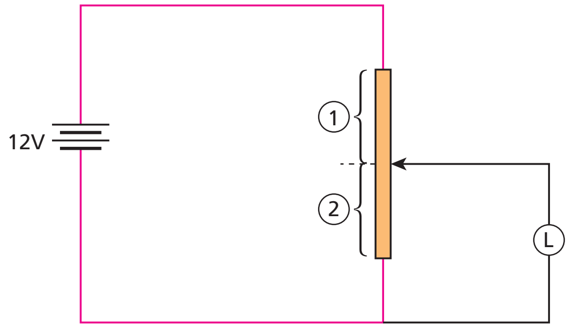


(1) (2) (3)

102. No circuito esquematizado, determine o potencial no ponto **D**:

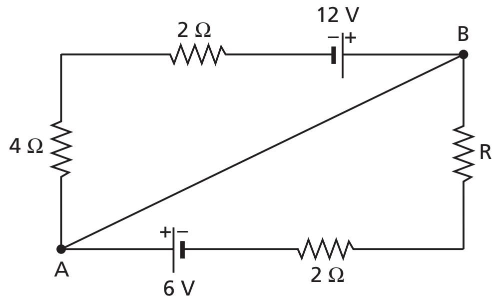


103. O circuito a seguir contém uma bateria de 12 V e resistência interna desprezível, um reostato de resistência total igual a 15 Ω e uma lâmpada **L**, a qual deve operar conforme suas especificações, que são: 3,0 W-6,0 V.



Calcule as intensidades i_1 e i_2 das correntes elétricas nos trechos **1** e **2** do reostato. A máxima intensidade de corrente em qualquer ponto do reostato não pode ultrapassar 2,0 A.

104. O circuito a seguir é alimentado por dois geradores:

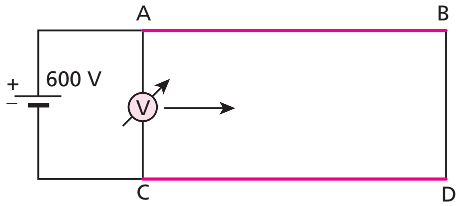


Determine:

a) a intensidade de corrente no fio AB, se **R** for igual a 10 Ω;

b) o valor de **R**, para que a intensidade de corrente no fio AB seja nula.

105. (Fuvest-SP) Uma fonte de tensão ideal de 600 volts alimenta dois trilhos AB e CD ligados entre si por um condutor BD de resistência desprezível. Um voltímetro ideal, inicialmente conectado aos pontos **A** e **C**, movimenta-se a 2 m/s ao longo dos trilhos. Cada trilho tem 100 m de comprimento e 1,5 Ω de resistência por metro.



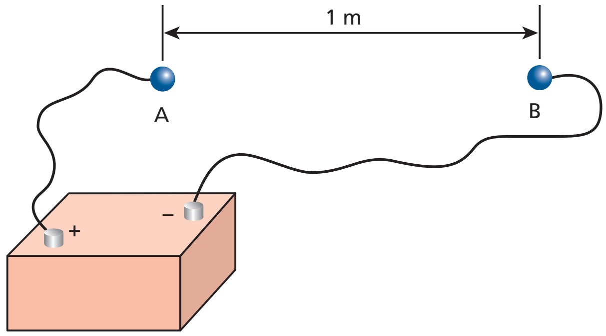
a) Qual a corrente que circula através do circuito?

b) Construa o gráfico da voltagem acusada pelo voltímetro durante o seu movimento, em função do tempo.

Para raciocinar um pouco mais

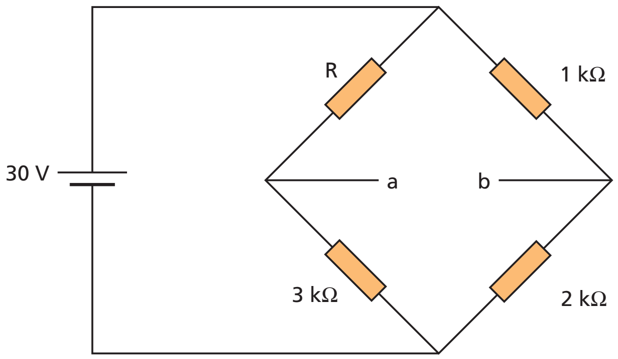
106. Deseja-se gerar a máxima corrente elétrica possível em um curto e grosso fio de cobre, dispondo-se de três pilhas iguais, cada uma com 1,5 V de força eletromotriz e 0,1 Ω de resistência interna. Como essas três pilhas devem ser associadas?

107. Por meio de fios condutores, duas pequenas esferas metálicas, **A** e **B**, de raios iguais a 1 cm, foram ligadas aos polos de uma bateria de força eletromotriz igual a 5 400 V, como mostra a figura:



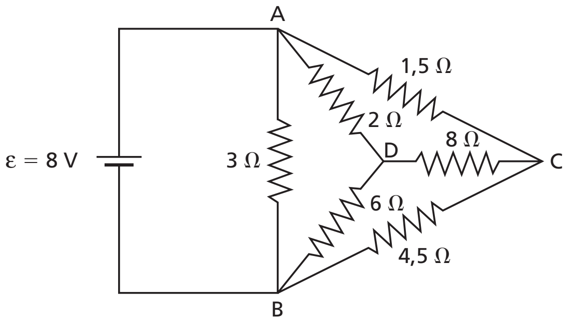
Calcule a força de atração eletrostática entre as esferas, considerando a constante eletrostática do meio igual a $9 \cdot 10^9$ unidades SI.

108. (Olimpíada Paulista de Física) A ponte de resistores da figura a seguir apresenta, na temperatura ambiente, uma tensão $V_a - V_b = 2,5$ V entre os terminais **a** e **b**.

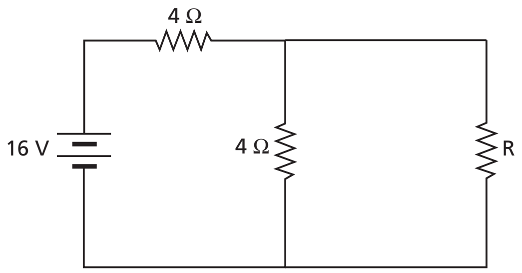


Considerando que a resistência **R** está imersa em um meio que se aquece a uma taxa de 10 graus Celsius por minuto, determine o tempo que leva para que a tensão entre os terminais **a** e **b** da ponte se anule. Considere para a variação da resistência com a temperatura um coeficiente de resistividade de $4,1 \cdot 10^{-3}$ K^{-1}.

109. No circuito elétrico esquematizado a seguir, calcule a intensidade da corrente elétrica no gerador, suposto ideal.



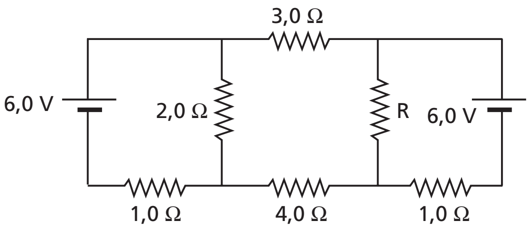
110. (IME-RJ) No circuito da figura, determine a resistência do resistor **R**, para que a potência nele consumida seja máxima.



111. No circuito abaixo, calcule a intensidade da corrente no resistor de 4,0 Ω para os seguintes valores de **R**:

a) 2,0 Ω

b) 3,0 Ω

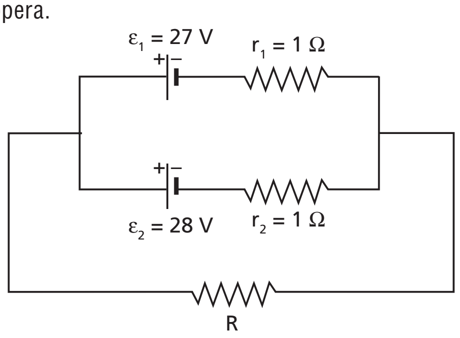


112. No circuito a seguir, determine para que valores da resistência **R** a bateria de características (ε_1, r_1):

a) opera como gerador;

b) opera como receptor;

c) não opera.



113. (Fuvest-SP) No circuito mostrado na Figura 1, os três resistores têm valores $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$ e $R_3 = 5\ \Omega$. A bateria **B** tem tensão constante de 12 V. A corrente i_1 é considerada positiva no sentido indicado. Entre os instantes t = 0 s e t = 100 s, o gerador **G** fornece uma tensão variável V = 0,5 t (**V** em volt e **t** em segundo).

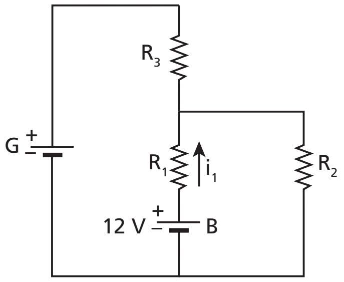


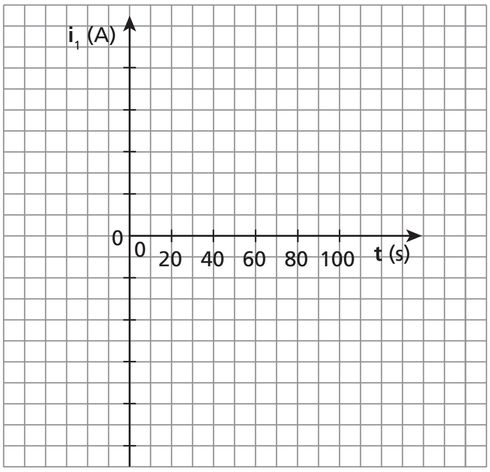
Figura 1

a) Determine o valor da corrente i_1 para t = 0 s.

b) Determine o instante t_0 em que a corrente i_1 é nula.

c) Copie a figura a seguir e trace a curva que representa a corrente i_1 em função do tempo **t**, no intervalo de 0 a 100 s, indicando claramente a escala da corrente, em ampère (A).

d) Determine o valor da potência **P** recebida ou fornecida pela bateria **B** no instante t = 90 s.



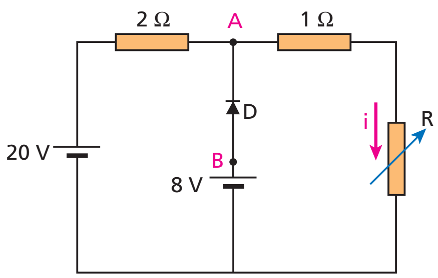
114. (Fuvest-SP) No circuito da figura a seguir, o componente **D**, ligado entre os pontos **A** e **B**, é um diodo. Esse dispositivo se comporta, idealmente, como uma chave controlada pela diferença de potencial entre seus terminais. Sejam V_A e V_B as potenciais dos pontos **A** e **B**, respectivamente.

Se $V_B < V_A$, o diodo se comporta como uma chave aberta, não deixando fluir nenhuma corrente através dele, e se $V_B \geqslant V_A$, o diodo se comporta como uma chave fechada, de resistência tão pequena que pode ser desprezada, ligando o ponto **B** ao ponto **A**. O resistor **R** tem uma resistência variável de 0 a 2 Ω. Nesse circuito, determine o valor da:

a) corrente **i** através do resistor **R**, quando a sua resistência é 2 Ω.

b) corrente i_0 através do resistor **R**, quando a sua resistência é zero.

c) resistência **R** para a qual o diodo passa do estado de condução para o de não condução e vice-versa.



Tópico 4

Capacitores

Bloco 1

1. Introdução

Quando você liga o *flash* de uma máquina fotográfica, precisa aguardar algum tempo até que ele possa ser acionado, para iluminar o que se quer fotografar. Durante esse intervalo de tempo de espera, as pilhas instaladas na máquina estão armazenando energia em um componente eletrônico denominado **capacitor**. Essa energia é lançada em uma lâmpada de xenônio quando o *flash* é acionado.

Ao girar o botão de sintonia (*tuning*) de um rádio, procurando ouvir determinada emissora, você também está utilizando um capacitor, no caso um capacitor variável.

Cristina Xavier

Quando o *flash* desta máquina é disparado, a energia armazenada num capacitor é lançada na lâmpada, durante um intervalo de tempo da ordem de 10^{-2} s.

Roger Ressmeyer/CORBIS/LatinStock

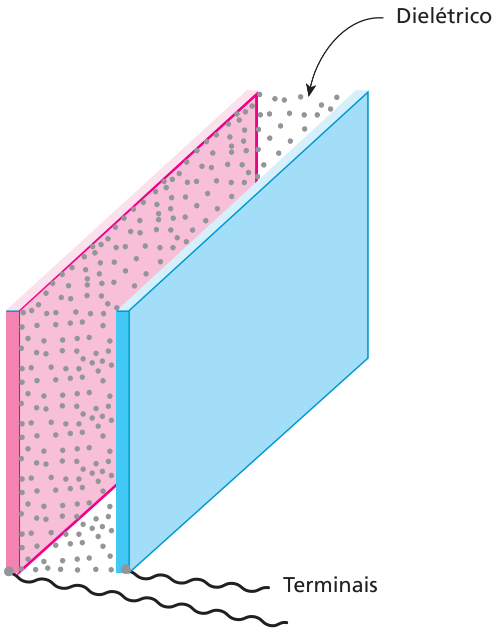
Na busca de determinada emissora de rádio, é utilizado um capacitor variável.

O capacitor é um componente eletrônico de grande utilidade. Além das que já vimos, existem muitas outras aplicações importantes, algumas das quais veremos mais adiante.

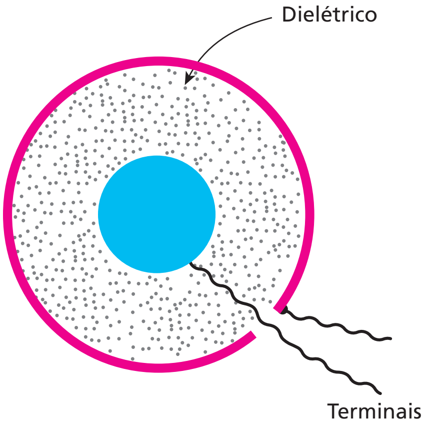
2. Definição

Capacitor é um componente eletrônico constituído de duas peças condutoras denominadas **armaduras**. Entre elas geralmente existe um material **dielétrico**, isto é, um material isolante, que pode ser, por exemplo, papel, óleo ou o próprio ar. Sua função básica é armazenar cargas elétricas e, consequentemente, energia potencial eletrostática (ou elétrica).

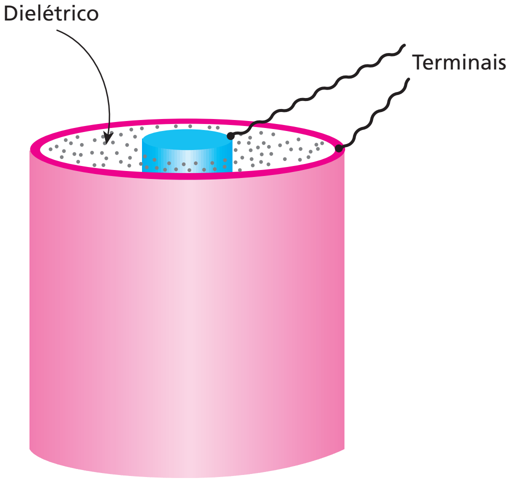
As figuras a seguir representam algumas das possíveis formas geométricas de um capacitor:



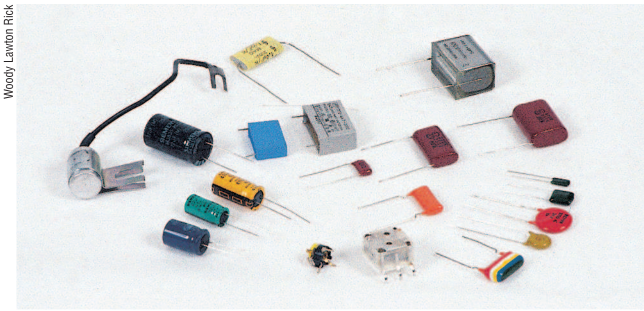
Capacitor plano: as armaduras são duas placas planas condutoras e paralelas.



Capacitor esférico (visto em corte): as armaduras são dois condutores esféricos concêntricos.



Capacitor cilíndrico: as armaduras são dois condutores cilíndricos coaxiais.



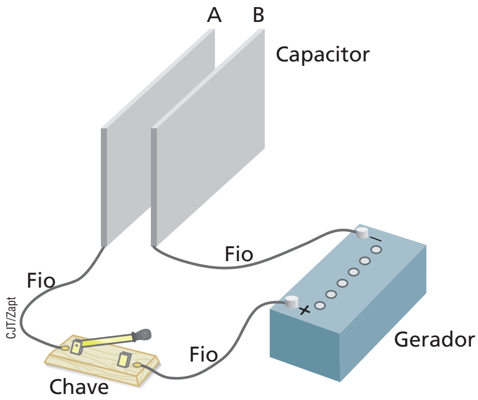
Aspecto físico de diversos capacitores.

Em esquemas de circuitos elétricos, os capacitores mais simples, qualquer que seja a forma geométrica, são simbolizados por dois traços retos de mesmo comprimento, como vemos a seguir:

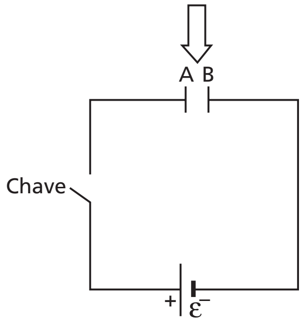
Símbolo de um capacitor.

3. O processo de carga de um capacitor

Veja na figura a seguir um capacitor, cujas armaduras **A** e **B** estão inicialmente neutras, que será ligado a um gerador (bateria) por meio de fios condutores e de uma chave. O capacitor representado é plano, mas poderia ter qualquer outra forma geométrica.

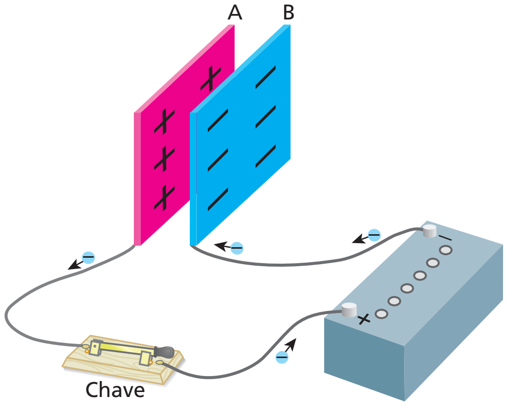


Montagem para carregar o capacitor.



Representação esquemática.

Imagine agora que a chave seja fechada. Com isso, o gerador passa a retirar elétrons da armadura **A**, que vai se eletrizando positivamente, e a introduzir elétrons na armadura **B**, que vai se eletrizando negativamente.

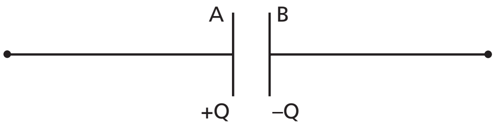


Capacitor sendo carregado.

O processo de carga do capacitor se encerra quando o potencial da armadura **A** iguala-se ao potencial do polo positivo do gerador e o potencial da armadura **B** iguala-se ao potencial do polo negativo, ou seja, quando o equilíbrio eletrostático é atingido. Por isso, encerrado o processo de carga, a diferença de potencial **U** entre as armaduras é igual à força eletromotriz ε do gerador, e a corrente elétrica no circuito tem intensidade igual a zero.

Vamos representar por $+\mathbf{Q}$ a carga positiva armazenada na armadura **A** e por $-\mathbf{Q}$ a carga negativa armazenada na armadura **B**.

Evidentemente a soma dessas cargas é igual a zero. Entretanto vamos chamar de **carga do capacitor** o valor absoluto da carga de **uma** de suas armaduras. Assim, a carga do capacitor é igual a **Q**:



Representação simbólica do capacitor carregado com carga **Q**.

Nota:

- Quando um capacitor é submetido a uma tensão **alternada**, sempre existe corrente no circuito, porque são retirados elétrons ora de uma armadura, ora de outra.

4. Capacitância

Imagine que dois capacitores, 1 e 2, sejam ligados sucessivamente a um mesmo gerador (pilha ou bateria) e que as cargas armazenadas neles – com os processos de carga já encerrados – sejam $Q_1 = 5\ \mu C$ e $Q_2 = 10\ \mu C$, respectivamente.

Percebe-se que o capacitor 2 tem maior capacidade de armazenar carga que o capacitor 1. De fato, ambos foram submetidos à mesma diferença de potencial, mas a carga armazenada em 2 foi maior.

Essa capacidade de armazenar carga é medida por uma grandeza denominada **capacitância** do capacitor, que vamos simbolizar por **C**.

Sendo **Q** a carga do capacitor e **U** o módulo da ddp entre suas armaduras, sua capacitância é definida pela seguinte expressão:

$$\boxed{C = \frac{Q}{U}}$$

Observe, nessa expressão, que, para um mesmo valor de **U**, a capacitância será tanto maior quanto maior for a carga **Q** armazenada.

Como vimos em **Eletrostática**, a unidade de medida da capacitância no SI é o **farad** (**F**):

$$\boxed{1\,F = \frac{1\,C}{V}}$$

Então, a capacitância de um capacitor será igual a 1 F se ele armazenar uma carga igual a 1 C, ao ser submetido a uma ddp de 1 V.

Como veremos, 1 F corresponde a uma capacitância muito grande. Por isso, é muito mais frequente o uso de submúltiplos do farad, como o milifarad (mF), o microfarad (μF), o nanofarad (nF) e o picofarad (pF).

É importante saber que a capacitância é uma constante característica de cada capacitor, que depende de sua forma, de suas dimensões e do dielétrico presente entre suas armaduras. Não depende, porém, do material condutor de que as armaduras são feitas.

Woody Lawton Rick

O capacitor da fotografia tem 21 000 μF de capacitância. A inscrição 15 V significa que esse capacitor não deve ser submetido a uma ddp maior que 15 V para não ser danificado.

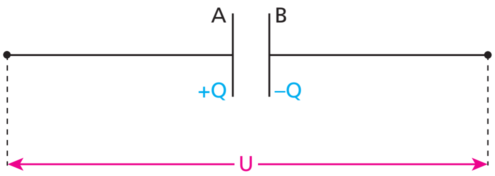
5. Energia potencial eletrostática de um capacitor

Vimos, em **Eletrostática**, que se **um** condutor está em um potencial ν, eletrizado com carga **Q**, armazena uma energia potencial eletrostática (ou elétrica) dada por:

$$E_p = \frac{Q\nu}{2}$$

No caso de um **capacitor**, porém, temos **dois** condutores armazenando energia potencial eletrostática.

Veja o capacitor simbolizado na figura a seguir, de capacitância **C** e carregado com carga **Q**.



Os potenciais de suas armaduras **A** e **B** são ν_A e ν_B, respectivamente, e o valor absoluto da diferença de potencial entre elas é **U**.

A **energia potencial eletrostática** do capacitor (E_p) é a soma das energias potenciais calculadas em suas armaduras:

$$E_p = E_{P_A} + E_{P_B} = \frac{Q\nu_A}{2} + \frac{(-Q)\nu_B}{2} = \frac{Q(\nu_A - \nu_B)}{2}$$

$$\boxed{E_p = \frac{QU}{2}}$$

Se você usar $Q = C\,U$ ou $U = \frac{Q}{C}$ nessa expressão, obterá também:

$$Q = CU \Rightarrow E_p = \frac{(CU)U}{2}$$

$$\boxed{E_p = \frac{CU^2}{2}}$$

$$U = \frac{Q}{C} \Rightarrow E_p = \frac{Q}{2} \cdot \frac{Q}{C}$$

$$\boxed{E_p = \frac{Q^2}{2C}}$$

6. Estudo do capacitor plano

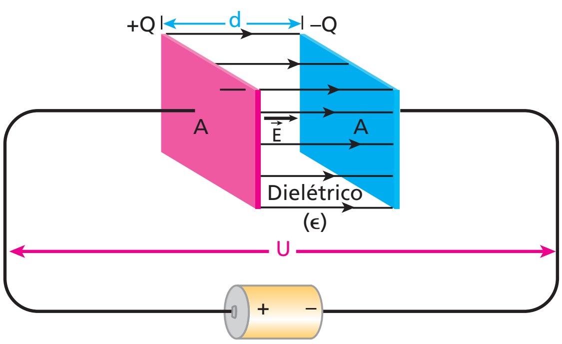
Cálculo da capacitância do capacitor plano

Você já foi informado de que a capacitância de um capacitor depende de sua forma, de suas dimensões e do dielétrico.

Vamos ver, então, como é possível calcular a capacitância de um capacitor **plano** a partir do conhecimento de suas dimensões e do dielétrico presente entre suas armaduras, que são placas planas, paralelas e iguais.

Na figura a seguir, temos um capacitor **plano** em que **A** é a área de uma face de cada placa, **d** é a distância entre as placas e **ϵ** é a permissividade do dielétrico.

Lembre-se: entre as placas, já eletrizadas, existe um campo elétrico aproximadamente uniforme $\vec{E}$.



Em **Eletrostática**, vimos que a intensidade desse campo é dada por:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

em que $|\sigma|$ é o módulo da densidade superficial de cargas de cada placa.

Como $|\sigma| = \frac{Q}{A}$, em que **Q** é a carga do capacitor, temos:

$$E = \frac{Q}{\epsilon A}$$

Por se tratar de um campo elétrico uniforme, podemos usar a expressão $E\,d = U$, em que **U** é o valor absoluto da ddp entre as placas.

Então:

$$U = Ed \Rightarrow U = \frac{Qd}{\epsilon A}$$

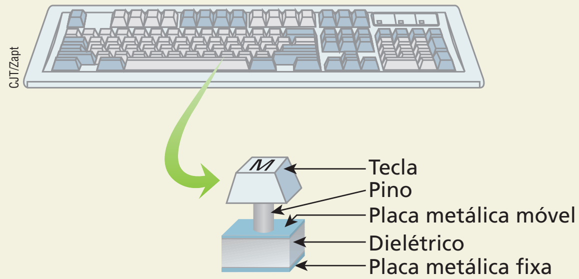
Usando, finalmente, a definição de capacitância, temos:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\frac{Qd}{\epsilon A}} \qquad \boxed{C = \frac{\epsilon A}{d}}$$

Observe, nessa expressão, que a capacitância de um capacitor plano será tanto maior quanto maiores forem a permissividade **ϵ** e a área **A**, e quanto menor for a distância **d**.

Capacitor plano em teclado de computador

Existe um tipo de teclado de computador em que cada tecla é acoplada a uma placa metálica móvel. Entre essa placa móvel e uma outra, fixa, existe um dielétrico compressível: as placas e o dielétrico constituem um capacitor plano. Quando a tecla é pressionada, a distância entre as placas desse capacitor diminui e, com isso, sua capacitância aumenta. Essa alteração da capacitância é, então, detectada por um circuito eletrônico, que envia ao processador um pulso com uma informação digital.



Um farad (1 F) é uma capacitância grande demais!!!

Imagine um capacitor plano, de placas quadradas, cujos lados medem ℓ, separadas por uma distância **d** igual a 1 mm (10^{-3} m).

Suponha que exista ar entre as placas. No SI o valor de ϵ para o ar é da ordem de 10^{-11}.

Vamos, então, estimar o comprimento ℓ que os lados das placas precisariam ter para que a capacitância desse capacitor fosse igual a 1 F:

$$C = \frac{\epsilon A}{d} = \frac{\epsilon \ell^2}{d} \Rightarrow \ell = \sqrt{\frac{Cd}{\epsilon}}$$

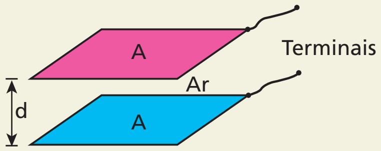
$$\ell = \sqrt{\frac{1 \cdot 10^{-3}}{10^{-11}}} \Rightarrow \boxed{\ell = 10^4\,\text{m} = 10\,\text{km}}$$

Portanto cada placa deveria ter cerca de 10 km de lado!

Note, então, que não é simples conseguir uma capacitância de 1 F.

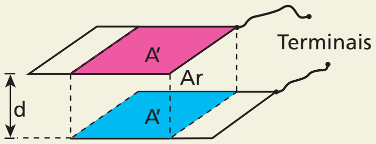
Entretanto, como veremos, ela pode ser viabilizada com o uso de capacitores especiais, denominados **capacitores eletrolíticos**.

Capacitor de capacitância variável



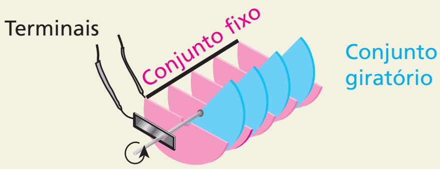
Já sabemos que o capacitor representado ao lado tem capacitância $C = \frac{\epsilon A}{d}$, em que ϵ, no caso, é a permissividade do ar.

Vamos, agora, deslocar uma placa em relação à outra, mantendo, porém, a distância e o paralelismo entre elas, como podemos ver na próxima figura. Note que a nova área útil do capacitor passa a ser A', que é menor que **A**. Então, a capacitância também diminui, passando a ser $C' = \frac{\epsilon A'}{d}$.

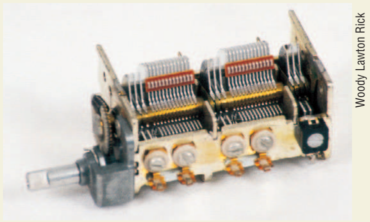


Logo, se uma placa for deslocável em relação à outra, teremos um capacitor de **capacitância variável** que, em esquemas de circuitos elétricos, é simbolizado assim:

Na ilustração e na fotografia a seguir você vê um tipo de capacitor de capacitância variável usado em rádio para sintonizar as diversas emissoras:



O conjunto fixo está isolado do conjunto giratório, mas as lâminas de cada conjunto estão ligadas entre si.

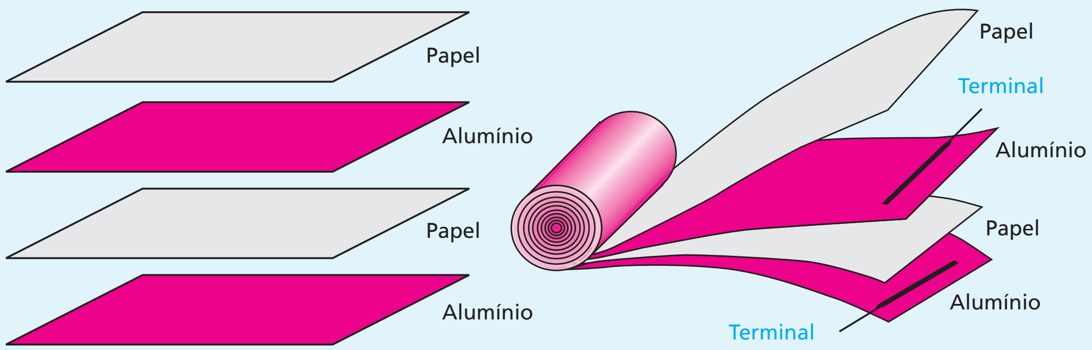


Leitura

Capacitores tubulares

Não é só nos capacitores planos que grandes áreas das armaduras e pequenas distâncias entre elas contribuem para o aumento da capacitância.

Para aumentar consideravelmente a área, mantendo reduzidas as dimensões do capacitor, é comum utilizar, como armaduras, duas longas fitas metálicas muito finas – de alumínio, por exemplo – para construir capacitores. Essas fitas, isoladas entre si por tiras de papel, são enroladas, constituindo um capacitor **tubular**.

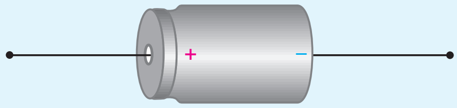


Capacitores eletrolíticos

Os capacitores comuns precisam ter dimensões exageradamente grandes para que se possam obter grandes capacitâncias. Capacitores especiais, entretanto, denominados **capacitores eletrolíticos**, apresentam grandes capacitâncias, com dimensões relativamente reduzidas.

Nesses capacitores, uma das armaduras é um cilindro oco de alumínio, e a outra é um eletrólito (fluido condutor) situado dentro da armadura de alumínio. O dielétrico é uma camada muito fina de óxido de alumínio, formada por processos eletroquímicos e situada na superfície interna do cilindro de alumínio, entre o alumínio e o eletrólito. A espessura dessa camada, ou seja, a distância entre as armaduras, é inferior a 0,7 μm ($0{,}7 \cdot 10^{-6}$ m), sendo este o fator preponderante para a obtenção de altas capacitâncias. É possível construir capacitores eletrolíticos com capacitâncias de até 1 F, com dimensões relativamente pequenas.

Ao contrário do que acontece com os capacitores mais simples, os eletrolíticos só funcionam corretamente quando é respeitada uma polarização indicada neles: uma determinada armadura (+) tem de ser ligada no potencial mais alto, e a outra (−), consequentemente, no potencial mais baixo.



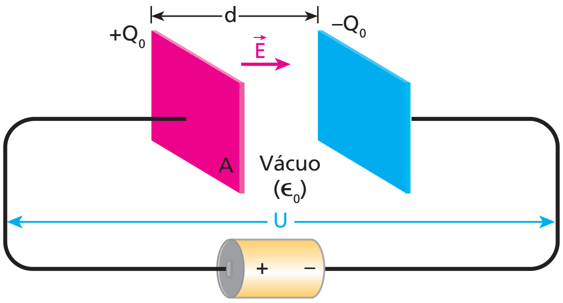
Aspecto físico de um capacitor eletrolítico.

7. Influência do dielétrico na capacitância

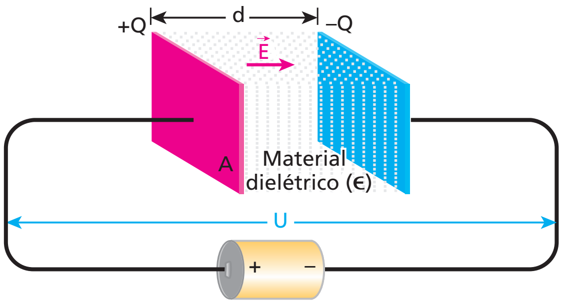
Vamos analisar, aqui, a influência do dielétrico (isolante) na capacitância.

Embora a conclusão final seja válida para todos os capacitores, desenvolveremos esse assunto tomando como referência o capacitor plano.

Veja, na figura seguinte, um capacitor plano a vácuo, isto é, em que o meio entre as placas é o vácuo. Vamos simbolizar por C_0 a sua capacitância, por ϵ_0 a permissividade do vácuo e por Q_0 a carga armazenada:



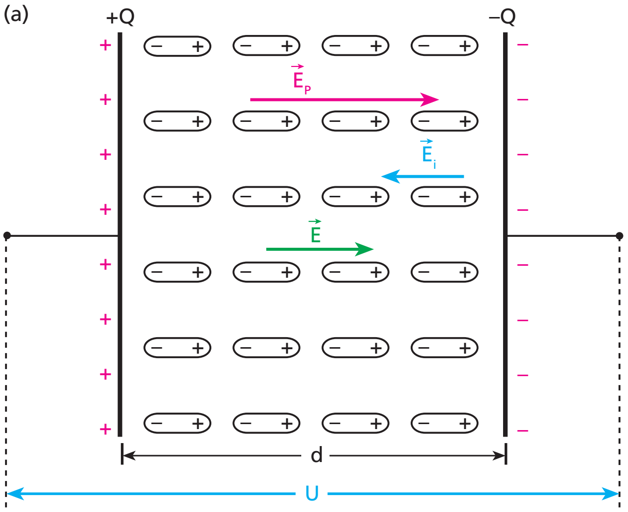
Suponha, agora, que a região entre as placas desse mesmo capacitor seja preenchida com um material dielétrico de permissividade ϵ, como está representado na próxima figura. Com isso, a capacitância desse capacitor passa a ser **C** e a carga armazenada passa a ser **Q**:



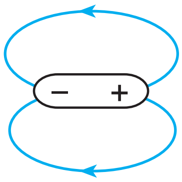
Nosso problema é comparar **C** com C_0, ou seja, perceber a influência do material dielétrico. Para isso, note que, nas duas situações, a ddp **U** entre os terminais do capacitor é a mesma, igual à força eletromotriz do gerador que o carregou plenamente. Assim, como **U** e **d** são iguais nas duas situações e lembrando que $E = \frac{U}{d}$, concluímos que o vetor campo elétrico $\vec{E}$ tem a mesma intensidade nos dois casos.

Na primeira figura anterior (capacitor a vácuo), esse campo é devido exclusivamente às cargas das placas ($+Q_0$ e $-Q_0$). Na segunda (capacitor com material dielétrico), porém, a situação é mais complicada porque, além de um campo $\vec{E}_p$ devido às cargas das placas ($+Q$ e $-Q$), existe outro. De fato, as moléculas do dielétrico, sujeitas à indução eletrostática das placas, organizam-se como na figura **a** a seguir, dando origem a um campo induzido $\vec{E}_i$. Veja, em **b**, as linhas de força do campo criado por uma das moléculas do dielétrico:

(a)



(b)



Então, o campo elétrico $\vec{E}$ entre as placas é a resultante dos dois campos, $\vec{E}_p$ e $\vec{E}_i$, sendo $E = E_p - E_i$. Portanto, para o campo resultante $\vec{E}$ continuar igual ao do capacitor a vácuo, o campo $\vec{E}_p$ criado pelas placas deve ser mais intenso que o campo $\vec{E}$ que elas criaram na primeira situação.

Note que, para isso ser possível, a carga **Q** tem de ser maior que Q_0, ou seja, o capacitor com material dielétrico armazena mais carga que o capacitor a vácuo. Isso significa que **a presença do material dielétrico aumenta a capacitância**. De fato, como $C = \frac{Q}{U}$ e **U** é uma constante, $Q > Q_0$ implica $C > C_0$.

Observe que $\vec{E}_p$ terá de ser tanto mais intenso quanto mais intenso for $\vec{E}_i$, ou seja, quanto mais intensa for a polarização das moléculas do dielétrico. E para $\vec{E}_p$ ser mais intenso, maior terá de ser a carga **Q** e, portanto, maior será a capacitância **C**.

Se uma polarização mais intensa implica aumento da capacitância, a expressão $C = \frac{\epsilon A}{d}$ permite concluir que a permissividade ϵ é uma "medida" da intensidade da polarização das moléculas do dielétrico:

ϵ maior (polarização mais intensa) $\Rightarrow$ **C** maior

Vamos, finalmente, estabelecer uma relação quantitativa entre **C** e C_0.

No capacitor a vácuo, temos:

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

Introduzindo o material dielétrico, a capacitância altera-se para:

$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$

Lembrando que a **permissividade relativa** ou **constante dielétrica** do dielétrico é dada por $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$, temos que $\epsilon = \epsilon_r\, \epsilon_0$.

Então:

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d} \Rightarrow \boxed{C = \epsilon_r\, C_0}$$

Assim, a introdução do material dielétrico faz a capacitância C_0 ficar multiplicada por ϵ_r.

Veja, na tabela, as constantes dielétricas de alguns meios:

Meio	Constante dielétrica (ϵ_r)	Rigidez dielétrica (10^6 V/m)
Vácuo	1,00000	—
Ar	1,00054	3
Papel	3,5	14
Vidro pirex	4,5	13
Mica	5,4	160
Porcelana	6,0	4
Poliestireno	2,6	25
Dióxido de titânio	100	6
Titanato de estrôncio	332	8

8. Rigidez dielétrica e tensão de ruptura

Imagine, por exemplo, um capacitor que tenha o ar como dielétrico.

Embora o ar normalmente seja um isolante, ele pode tornar-se condutor se for ionizado por campos elétricos suficientemente intensos.

Denomina-se **rigidez dielétrica** de um dielétrico o mais intenso campo elétrico a que ele pode ser submetido, sem que ocorra sua ionização. Caso essa ionização aconteça, o dielétrico irá se tornar condutor e uma faísca saltará através dele, danificando o capacitor e podendo comprometer também outros componentes do circuito de que o capacitor participa.

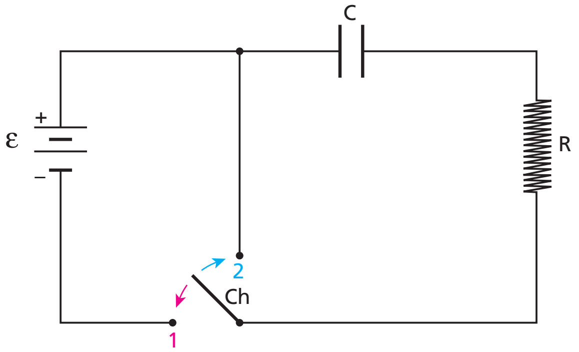
Veja, na tabela anterior, a rigidez dielétrica de alguns materiais.

A máxima diferença de potencial que se pode aplicar entre os terminais de um capacitor, sem que sua rigidez dielétrica seja ultrapassada, chama-se **tensão de ruptura**.

Ao adquirir um capacitor para determinado fim, devemos nos preocupar não apenas com sua capacitância, mas também com a tensão máxima a que ele poderá ser submetido, ou seja, com a tensão de ruptura.

9. Circuito RC

O circuito **RC** é um circuito em que estão presentes um resistor, um capacitor e uma fonte de tensão. Vamos analisar o circuito RC representado na figura a seguir:



Processo de carga do capacitor

Em um instante adotado como t = 0, com o capacitor descarregado, colocamos a chave Ch na posição **1**. Com isso, começa o processo de carga do capacitor, realizado por um gerador de resistência interna desprezível.

Bem no início desse processo, elétrons são extraídos de uma armadura do capacitor e introduzidos na outra com extrema facilidade. Nessa situação, o capacitor se comporta como um curto-circuito e temos:

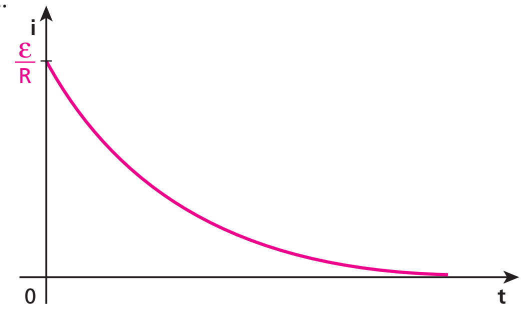
Q = 0 (carga do capacitor)

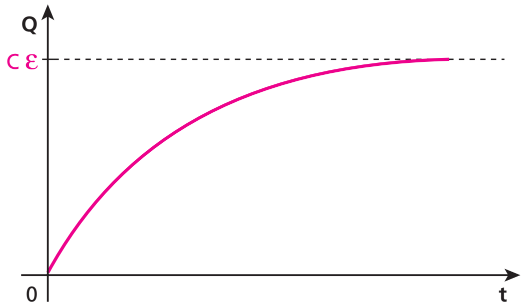
$i = \frac{\varepsilon}{R}$ (intensidade da corrente no circuito)

À medida que as armaduras vão se eletrizando, porém, a extração e a introdução de elétrons nelas ficam cada vez mais difíceis: a carga **Q** do capacitor vai aumentando e a intensidade **i** da corrente no circuito vai diminuindo. Quando **i** vai se aproximando de zero, o processo de carga do capacitor está se encerrando: a ddp **U** no capacitor vai se aproximando de **ε** e a carga armazenada nele vai se aproximando de C **ε**.

O intervalo de tempo para o capacitor ficar plenamente carregado depende do produto RC, denominado **constante de tempo** do circuito, que significa o tempo necessário para a carga do capacitor atingir 63% de seu valor final. Portanto, quanto menor for a constante de tempo, menos tempo o capacitor demorará para se carregar plenamente.

Veja, a seguir, os gráficos de **i** e **Q** em função do tempo **t**:





Nota:

- As equações teóricas das curvas desses gráficos são:

$$i = \frac{\varepsilon}{R}\, e^{-\frac{t}{RC}} \text{ e } Q = C\,\varepsilon\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

em que **t** é o tempo decorrido após t = 0 e **e** é a base dos logaritmos neperianos ≅ 2,73).

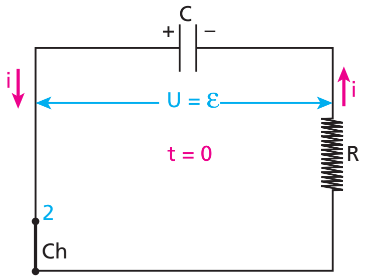
Fazendo t = RC na equação de **Q**, temos:

$Q = C\,\varepsilon\,(1 - 2{,}73^{-1}) \cong 0{,}63\, C\,\varepsilon = 63\%$ de C **ε**.

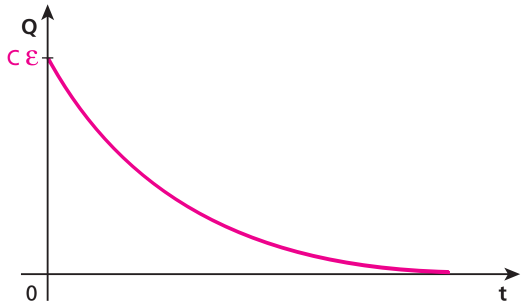
Processo de descarga do capacitor

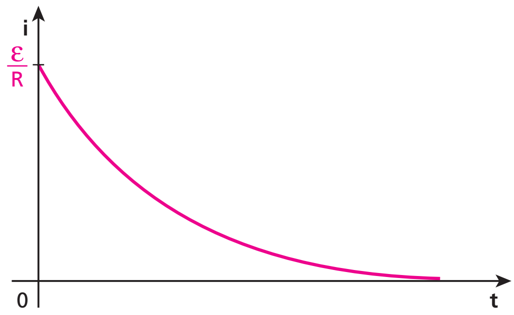
Supondo encerrado o processo de carga (Q = C ε, e i = 0), vamos passar a chave Ch para a posição **2**.

Inicia-se, então, em um novo instante t = 0, a descarga do capacitor através do resistor:



A carga **Q** do capacitor e a intensidade **i** da corrente no circuito variam com o tempo **t** conforme os gráficos a seguir:





Nota:

- As equações teóricas desses gráficos são:

$$Q = C\,\varepsilon\, e^{-\frac{t}{RC}} \text{ e } i = \frac{\varepsilon}{R}\, e^{-\frac{t}{RC}}$$

Leitura

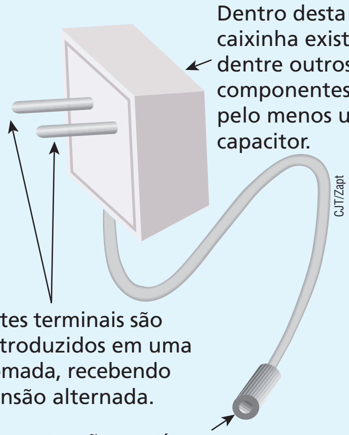
Algumas aplicações dos capacitores

Circuitos retificadores

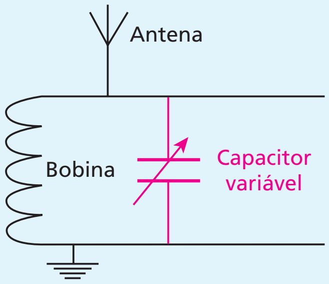
Os capacitores têm papel importante em diversos circuitos eletrônicos. Eles participam, por exemplo, dos circuitos retificadores, isto é, circuitos destinados à conversão de tensão alternada em tensão contínua. É o que acontece nas fontes de alimentação comumente usadas na substituição de pilhas, como ilustramos ao lado.

Nota:

- Há outras informações sobre circuitos retificadores, no Apêndice do Tópico 4 de **Eletromagnetismo** (Parte III).



Circuitos ressonantes



Circuito ressonante.

Em um receptor de rádio, por exemplo, a antena capta as ondas emitidas pelas estações transmissoras: cada estação opera em uma frequência determinada.

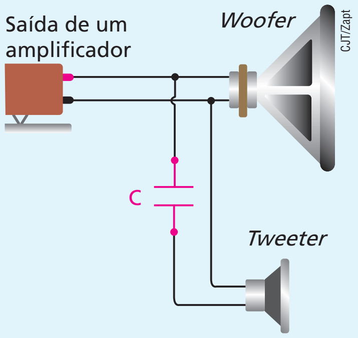
O receptor consegue sintonizar as diversas estações, graças a um circuito denominado **circuito ressonante**.

O circuito ressonante é constituído por um capacitor variável, em paralelo com uma bobina (enrolamento de fio em forma cilíndrica). Para cada valor da capacitância, o receptor sintoniza ondas de determinada frequência, ou seja, sintoniza determinada estação.

Divisor de frequências

Os capacitores têm a importante propriedade de bloquear correntes contínuas e correntes alternadas de baixas frequências e de facilitar a passagem de correntes alternadas de altas frequências. Isso é usado, por exemplo, para separar os agudos (sons de frequências mais altas) de uma música, canalizando-os para um alto-falante adequado à reprodução desses sons (*tweeter*).

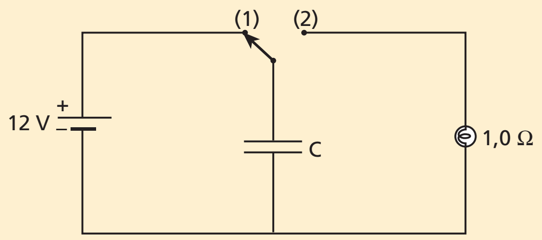
A figura ao lado ilustra um divisor de frequências rudimentar. Nesse sistema, o *woofer* é um alto-falante que reproduz bem os graves (sons de frequências baixas) e razoavelmente os sons de frequências médias. O capacitor, de capacitância e tipo adequados, bloqueia a passagem de baixas e médias frequências, mas facilita a chegada das frequências mais elevadas (agudos) ao *tweeter*.



Exercícios

nível 1

1. E.R. No instante $t_0 = 0$, um capacitor de 2 500 μF, descarregado, é ligado a uma fonte de 12 V, por meio de uma chave colocada na posição 1. Em um determinado instante t_1, o capacitor atinge plena carga.



Em um instante t_2, posterior a t_1, passa-se a chave para a posição 2, e o capacitor se descarrega através de uma lâmpada de 1,0 Ω de resistência, durante 0,020 s.

a) Calcule a carga **Q** do capacitor no instante t_1, em milicoulombs.
b) Calcule a energia potencial E_p armazenada no capacitor no instante t_1, em joules.
c) Calcule a intensidade média i_m da corrente na lâmpada, durante a descarga do capacitor, em ampère.
d) Esboce o gráfico da tensão **U** no capacitor, em função do tempo **t**, durante o processo de carga.
e) Esboce o gráfico da intensidade **i** da corrente na lâmpada, em função do tempo **t**, durante o processo de descarga do capacitor.

Resolução:

a) Atingida a plena carga, a ddp **U** entre os terminais do capacitor é igual à fem do gerador: U = 12 V.
Sendo C = 2500 μF a capacitância do capacitor, temos:
$Q = C\,U = 2500\ \mu F \cdot 12\ V = 2500 \cdot 10^{-6}\ F \cdot 12\ V = 30 \cdot 10^{-3}\ C$

$$\boxed{Q = 30\ mC}$$

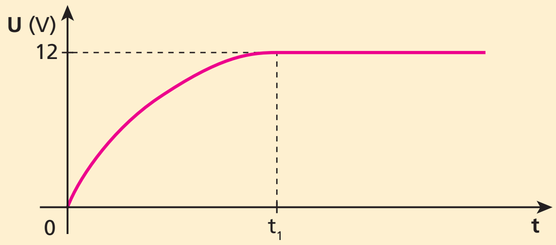
b) Sendo $C = 2500 \cdot 10^{-6}$ F e U = 12 V, podemos escrever:

$$E_p = \frac{CU^2}{2} = \frac{2500 \cdot 10^{-6} \cdot 12^2}{2} \Rightarrow \boxed{E_p = 0{,}18\ J}$$

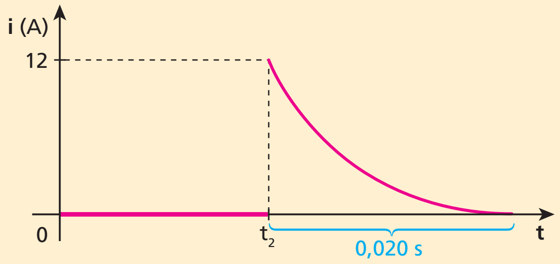
c) Sendo $Q = 30 \cdot 10^{-3}$ C e Δt = 0,020 s, temos:

$$i_m = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{30 \cdot 10^{-3}}{0{,}020} \Rightarrow \boxed{i_m = 1{,}5\ A}$$

d) Durante o processo de carga, a ddp **U** no capacitor cresce de zero até 12 V, quando se estabiliza:

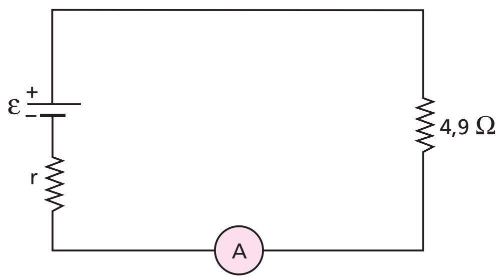


e) Durante a descarga do capacitor, a ddp **U** entre os seus terminais, que é igual à ddp aplicada na lâmpada, diminui. Por isso, a intensidade da corrente na lâmpada decresce com o tempo a partir do instante t_2, até anular-se. Em t_2, o valor de **i** é igual a $\frac{12\ V}{1{,}0\ \Omega}$, ou seja, 12 A.



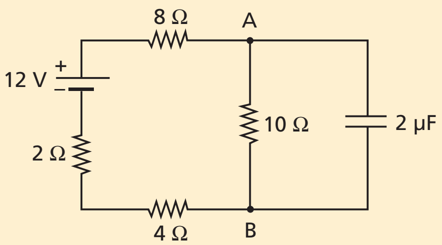
2. Um capacitor de 10 μF é ligado aos terminais da associação em série de duas pilhas de 1,5 V. Determine:
a) a carga elétrica armazenada no capacitor;
b) a energia potencial elétrica armazenada no capacitor.

3. A ddp entre os terminais de um capacitor ligado há muito tempo em um gerador, isto é, plenamente carregado, é igual a 9 V. Esse mesmo gerador participa agora do circuito esquematizado na figura, em que o amperímetro **A**, suposto ideal, indica 1,8 A.



Determine a força eletromotriz e a resistência interna desse gerador.

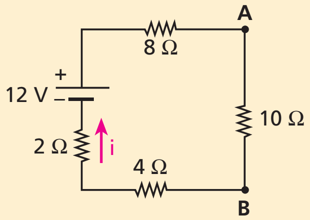
4. E.R. Considere o circuito a seguir:



Supondo encerrado o processo de carga do capacitor, determine:
a) a diferença de potencial entre os pontos **A** e **B**;
b) a carga elétrica armazenada no capacitor.

Resolução:

a) Em um circuito de corrente contínua, só há corrente no ramo em que se encontra o capacitor durante o seu processo de carga (ou descarga). Assim, encerrado esse processo, anula-se a corrente no citado ramo, que pode ser eliminado para efeito do cálculo da intensidade de corrente no resto do circuito:



Calculemos a intensidade de corrente no circuito:

$$\varepsilon = R_{eq}\, i \Rightarrow 12 = 24\, i \Rightarrow i = 0{,}5\ \text{A}$$

A diferença de potencial entre **A** e **B** é dada por:

$$U_{AB} = R_{AB}\, i = 10 \cdot 0{,}5 \Rightarrow \boxed{U_{AB} = 5\ \text{V}}$$

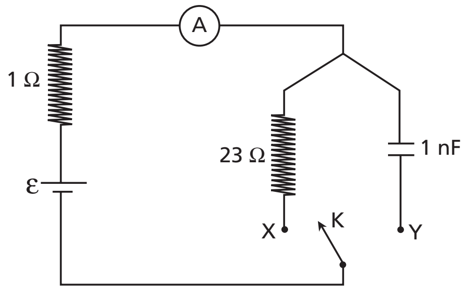
b) A carga elétrica do capacitor é dada por:

$$Q = C\, U_{AB}$$

Sendo $C = 2\ \mu\text{F} = 2 \cdot 10^{-6}$ F e $U_{AB} = 5$ V, obtemos:

$$Q = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \Rightarrow \boxed{Q = 10\ \mu\text{C}}$$

5. (Mack-SP) Considerando o esquema abaixo, quando se liga a chave **K** no ponto **X**, o amperímetro ideal **A** acusa uma intensidade de corrente elétrica igual a 250 mA. Ao se ligar a chave **K** no ponto **Y**, o capacitor adquire uma carga elétrica de:



a) 1 nC. b) 6 nC. c) 9 nC. d) 23 nC. e) 24 nC.

6. Um capacitor plano a ar é ligado a uma bateria, carregando-se plenamente. Mantendo-o ligado à citada bateria, aumenta-se um pouco a distância entre suas placas. Consequentemente:

a) a diferença de potencial entre as placas aumenta.
b) a diferença de potencial entre as placas diminui.
c) a capacitância do capacitor aumenta.
d) a carga elétrica do capacitor diminui.
e) a intensidade do campo elétrico entre as placas aumenta.

7. Um capacitor plano é ligado a uma bateria e, após ser carregado, é desligado dela. Em seguida, aumenta-se um pouco a distância entre as suas armaduras. Em virtude dessa última operação:

a) a capacitância do capacitor aumenta.
b) a diferença de potencial entre as armaduras do capacitor não se altera.
c) a carga elétrica do capacitor diminui.
d) a intensidade do campo elétrico entre as armaduras do capacitor aumenta.
e) a energia potencial elétrica armazenada no capacitor aumenta.

8. Um capacitor plano a vácuo (vácuo entre as armaduras) é ligado a um gerador. Mantendo-o ligado ao citado gerador, introduz-se uma placa de um material dielétrico entre as suas armaduras. Consequentemente:

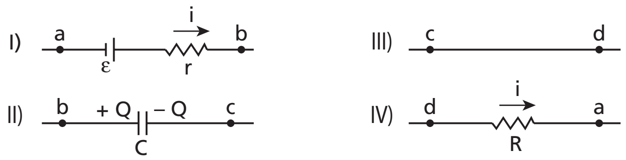
a) a capacitância do capacitor diminui.
b) a diferença de potencial entre as armaduras do capacitor aumenta.
c) a carga elétrica do capacitor aumenta.
d) a intensidade do campo elétrico entre as armaduras do capacitor aumenta.
e) a energia potencial elétrica armazenada no capacitor diminui.

9. Um capacitor plano a vácuo é carregado por um gerador e, em seguida, desligado dele. Introduz-se, então, uma placa de um dielétrico entre as armaduras do capacitor. Consequentemente:

a) a capacitância do capacitor diminui.
b) a diferença de potencial entre as armaduras do capacitor diminui.
c) a carga elétrica do capacitor aumenta.
d) a intensidade do campo elétrico entre as armaduras do capacitor aumenta.
e) a energia potencial elétrica armazenada no capacitor aumenta.

10. Calcule a capacitância do capacitor constituído por duas placas metálicas planas e paralelas, de 1,0 m^2 cada, separadas por uma camada de ar de 1,0 cm de espessura. A permissividade do ar vale, no Sistema Internacional de Unidades, aproximadamente $8{,}8 \cdot 10^{-12}$.

11. (UFC-CE) As figuras I, II, III e IV são partes de um circuito RC cuja corrente **i** tem o sentido convencional.



Analise as figuras e assinale dentre as alternativas abaixo a que apresenta corretamente as diferenças de potenciais entre os diversos pontos do circuito.

a) $V_b - V_a = \varepsilon + i\,r$; $V_c - V_b = \dfrac{Q}{C}$;
$V_d - V_a = -\,R\,i$; $V_d - V_c = 0$

b) $V_b - V_a = -\,(\varepsilon - i\,r)$; $V_c - V_b = \dfrac{Q}{C}$;
$V_d - V_a = -\,R\,i$; $V_d - V_c = 0$

c) $V_b - V_a = \varepsilon - i\,r$; $V_c - V_b = \dfrac{-Q}{C}$;
$V_d - V_a = R\,i$; $V_d - V_c = 0$

d) $V_b - V_a = -\,(\varepsilon + i\,r)$; $V_c - V_b = \dfrac{-Q}{C}$;
$V_d - V_a = -\,R\,i$; $V_d - V_c = 0$

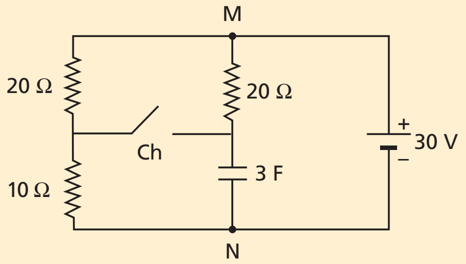
e) $V_b - V_a = -\,(\varepsilon - i\,r)$; $V_c - V_b = \dfrac{-Q}{C}$;
$V_d - V_a = -\,R\,i$; $V_d - V_c = 0$.

Exercícios

nível 2

12. E.R. Dado o circuito elétrico esquematizado na figura, obtenha:

a) a carga no capacitor, enquanto a chave Ch estiver aberta;
b) a carga final no capacitor, após o fechamento da chave.



Resolução:

a) Com a chave aberta, temos, no trecho MN:

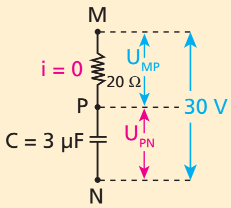
$$U_{MP} = R\,i = 20 \cdot 0 = 0$$

Como $U_{MP} + U_{PN} = 30$ V, a ddp no capacitor está determinada:

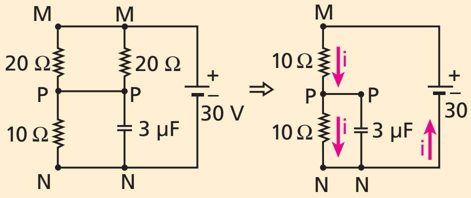
$$0 + U_{PN} = 30 \Rightarrow U_{PN} = 30\text{ V}$$

Então:

$$Q = C\,U_{PN} = 3\,\mu F \cdot 30\text{ V} \Rightarrow \boxed{Q = 90\,\mu C}$$



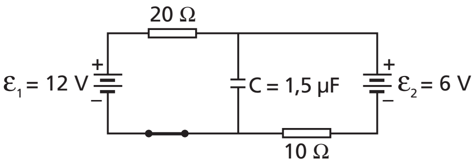
b) Com a chave fechada, os dois resistores de 20 Ω associam-se em paralelo, o que equivale a 10 Ω:



Então, temos 15 V entre **M** e **P** e 15 V entre **P** e **N**.
Assim, para o capacitor:

$$Q = C\,U_{PN} = 3\,\mu F \cdot 15\text{ V} \Rightarrow \boxed{Q = 45\,\mu C}$$

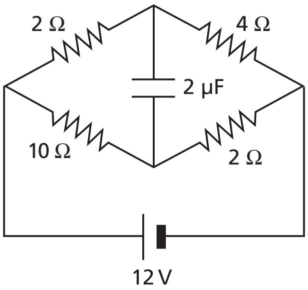
13. O circuito a seguir está fechado há muito tempo, o que significa que o capacitor já está plenamente carregado.



Sendo desprezíveis as resistências internas das baterias, calcule:

a) a carga do capacitor;
b) a potência dissipada no resistor de 10 Ω.

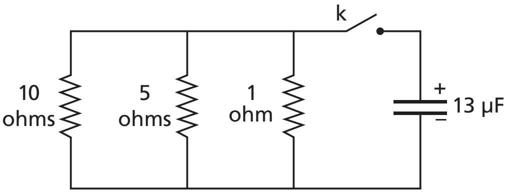
14. No circuito esquematizado na figura, o gerador é considerado ideal e o capacitor já está carregado:



Determine:

a) a carga elétrica do capacitor;
b) a resistência do resistor que deveria substituir o resistor de 10 Ω, para que o capacitor não se carregasse.

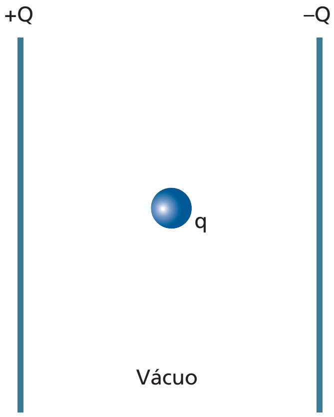
15. (Mack-SP) O capacitor do circuito indicado na figura está eletrizado sob tensão de 100 V. Fecha-se a chave **k** e aguarda-se o capacitor descarregar totalmente. Qual a energia dissipada no resistor de resistência igual a 1 ohm?



16. Um capacitor plano a ar, cuja capacitância é de 10 nF, é carregado por uma bateria de 12 V. A seguir, ele é desligado da bateria e a distância entre suas armaduras é reduzida à metade. Determine:

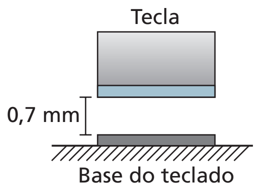
a) a carga elétrica do capacitor e sua energia potencial elétrica, quando ele foi desligado da bateria, estando encerrado o processo de carga;
b) a diferença de potencial entre as armaduras, depois que elas foram aproximadas;
c) a energia potencial elétrica do capacitor, depois que suas armaduras foram aproximadas.

17. A figura representa duas placas planas, isoladas, uniformemente eletrizadas com cargas constantes +Q e –Q, e situadas no vácuo. Uma carga de prova **q**, colocada entre as placas, submete-se a uma força elétrica de intensidade F_0. Se a região entre as placas for preenchida por um material isolante de constante dielétrica ε_r, a intensidade da força elétrica atuante na mesma carga de prova passa a ser **F**.



a) **F** é maior, menor ou igual a F_0? Justifique sua resposta.
b) Expresse **F** em função de F_0.

18. (ITA-SP) Considere o vão existente entre cada tecla de um computador e a base do seu teclado. Em cada vão existem duas placas metálicas, uma delas presa na base do teclado e a outra, na tecla. Em conjunto, elas funcionam como um capacitor de placas planas paralelas imersas no ar. Quando se aciona a tecla, diminui a distância entre as placas e a capacitância aumenta. Um circuito elétrico detecta a variação da capacitância, indicativa do movimento da tecla. Considere então um dado teclado, cujas placas metálicas têm 40 mm² de área e 0,7 mm de distância inicial entre si. Considere ainda que a permissividade do ar seja $\epsilon_0 = 9 \cdot 10^{-12}$ F/m. Se o circuito eletrônico é capaz de detectar uma variação da capacitância a partir de 0,2 pF, então, qualquer tecla deve ser deslocada de pelo menos:



a) 0,1 mm.
b) 0,2 mm.
c) 0,3 mm.
d) 0,4 mm.
e) 0,5 mm.

Bloco 2

10. Associação de capacitores

Como já ocorreu com resistores e geradores, os capacitores também podem ser interligados, ou seja, associados.

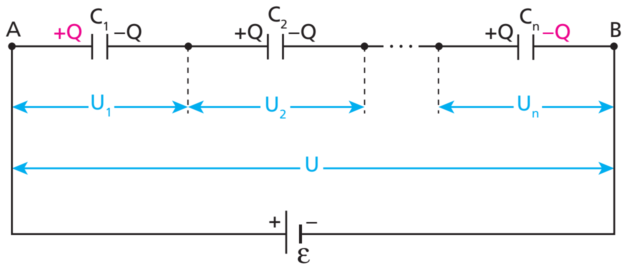
Uma associação de capacitores também pode ser dos tipos **em série**, **em paralelo** e **mista**.

Vamos ver, agora, esses tipos de associação de capacitores.

Associação em série

Imagine **n** capacitores de capacitâncias C_1, C_2, ..., C_n, inicialmente **descarregados**.

Esses capacitores ficam associados **em série** quando são interligados como representa a figura seguinte:



Os pontos **A** e **B** são os terminais da associação, entre os quais existe uma diferença de potencial **U**, que se iguala à força eletromotriz **ε** do gerador, quando se encerra o processo de carga.

No processo de carga, o gerador retira elétrons da armadura esquerda do capacitor de capacitância C_1, que adquire uma carga $+Q$, e introduz elétrons na armadura direita do capacitor de capacitância C_n, que adquire uma carga $-Q$. As demais armaduras se eletrizam por indução eletrostática total.

Portanto:

> Capacitores associados **em série** armazenam **cargas iguais**.

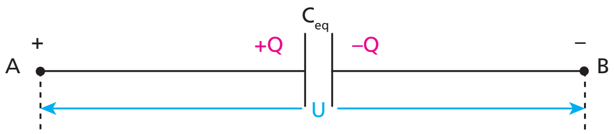
Além disso:

> A diferença de potencial entre os terminais da associação é a soma das diferenças de potencial nos diversos capacitores:
> $$U = U_1 + U_2 + ... + U_n$$

É importante perceber que a carga efetivamente estabelecida pelo gerador na associação é igual a **Q** ($+Q$ na armadura mais à esquerda e $-Q$ na armadura mais à direita). O gerador nem "sabe" da existência das outras armaduras, uma vez que não tem acesso a elas.

Imagine, agora, que os **n** capacitores da associação fossem substituídos por um único capacitor que, submetido à mesma ddp **U**, armazenasse a mesma carga **Q**. Desse modo, o gerador estabeleceria nesse capacitor uma carga igual à que estabeleceu efetivamente na associação.

A capacitância desse capacitor é a **capacitância equivalente** à da associação ou capacitância equivalente entre os pontos **A** e **B**:



Vamos, então, determinar essa capacitância equivalente.

Usando $U = U_1 + U_2 + ... + U_n$ e lembrando da expressão $C = \frac{Q}{U}$ $\left(\text{ou } U = \frac{Q}{C}\right)$, temos:

$$\frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + ... + \frac{Q}{C_n}$$

Portanto: $$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}$$

Observe, então, que o inverso da capacitância equivalente à de uma associação de capacitores em série é igual à soma dos inversos das capacitâncias individuais.

Lembre-se de que, no caso dos resistores, um cálculo desse tipo era feito quando eles estavam associados **em paralelo**.

Notas:

- Quando apenas **dois** capacitores estão associados em série, temos:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1C_2}$$

Então:

$$C_{eq} = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\text{produto das capacitâncias}}{\text{soma das capacitâncias}}$$

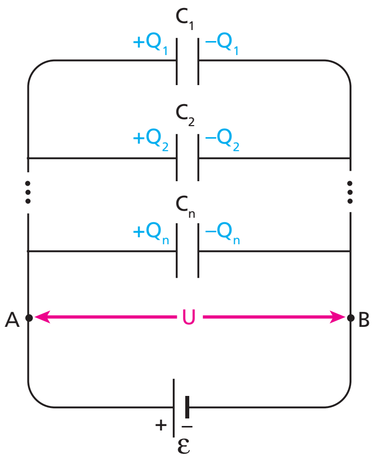
- Quando **n** capacitores de capacitâncias iguais a **C** estão associados em série, temos:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + ... + \frac{1}{C} \Rightarrow \boxed{C_{eq} = \frac{C}{n}}$$

Associação em paralelo

Imagine **n** capacitores de capacitâncias C_1, C_2, ..., C_n, inicialmente **descarregados**.

Esses capacitores ficam associados **em paralelo** quando são interligados como representa a figura a seguir:



Os pontos **A** e **B** são os terminais da associação entre os quais existe uma diferença de potencial **U**, que se iguala à força eletromotriz do gerador quando se encerra o processo de carga.

Note que, nesse tipo de associação, o gerador tem acesso a **todos** os capacitores e efetivamente carrega todos eles, eletrizando positivamente as armaduras da esquerda e negativamente as da direita. No final do processo de carga, todos os capacitores estarão submetidos à mesma diferença de potencial **U**, igual a **ε**.

Portanto:

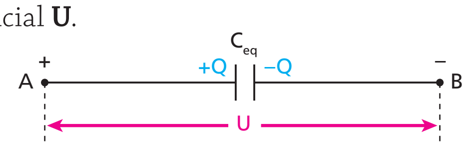
A carga total Q estabelecida na associação por acesso direto do gerador é a soma das cargas de todos os capacitores:

$$Q = Q_1 + Q_2 + ... + Q_n$$

Além disso:

Capacitores associados em paralelo submetem-se à mesma diferença de potencial.

Mais uma vez, a **capacitância** equivalente à da associação é a que um **único** capacitor deveria ter para armazenar a mesma carga **Q** (carga total da associação), ao ser submetido à mesma diferença de potencial **U**.



Para determiná-la, vamos usar a expressão $Q = Q_1 + Q_2 + ... + Q_n$ e lembrar também que $C = \frac{Q}{U}$ (ou $Q = C\,U$).

Então:

$$C_{eq}\,U = C_1\,U + C_2\,U + ... + C_n\,U$$

Portanto:

$$\boxed{C_{eq} = C_1 + C_2 + ... + C_n}$$

Observe que a capacitância equivalente à de uma associação de capacitores em paralelo é igual à soma das capacitâncias individuais.

No caso dos resistores, um cálculo desse tipo era feito quando eles estavam associados **em série**.

Nota:

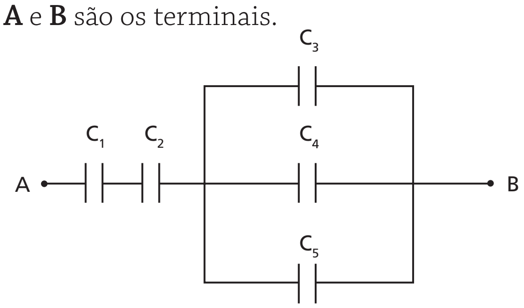
- Se tivermos **n** capacitores de mesma capacitância **C**, em paralelo, a capacitância equivalente será, evidentemente:

$$\boxed{C_{eq} = nC}$$

Associação mista

Quando os capacitores interligados não estão todos em série ou em paralelo, a associação é **mista**.

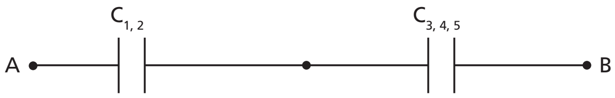
A montagem esquematizada a seguir, em que os capacitores de capacitâncias C_1 e C_2 estão em série e os de capacitâncias C_3, C_4 e C_5 estão em paralelo, exemplifica uma associação mista de capacitores, em que **A** e **B** são os terminais.



A capacitância equivalente à de uma associação mista é determinada usando-se as expressões deduzidas para as associações em série e em paralelo. Então, com relação à associação anterior, temos:

- Para os capacitores em série: $C_{1,2} = \dfrac{C_1C_2}{C_1 + C_2}$.
- Para os capacitores em paralelo: $C_{3,4,5} = C_3 + C_4 + C_5$.

Portanto aquela associação equivale a:



Com isso, passamos a ter duas capacitâncias em série.

Para determinar finalmente a capacitância equivalente entre **A** e **B**, C_{AB}, fazemos:

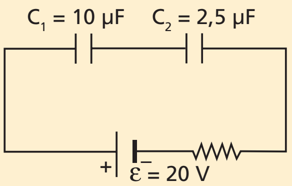
$$C_{AB} = \frac{C_{1,2}C_{3,4,5}}{C_{1,2} + C_{3,4,5}}$$

Exercícios

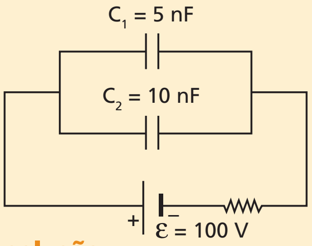
nível 1

19. E.R. Em cada um dos circuitos a seguir, calcule a carga elétrica e a tensão nos capacitores, supondo encerrado o processo de carga:

a)

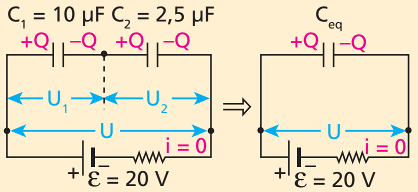


b)



Resolução:

a) Os dois capacitores estão associados em série e por isso armazenam cargas **Q** iguais. A carga armazenada na capacitância equivalente também é igual a **Q**:



Luis Fernando R. Tucillo

Como $i = 0$, temos $U = \varepsilon = 20$ V.

A capacitância equivalente é dada por:

$$C_{eq} = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} = \frac{10 \cdot 2{,}5}{10 + 2{,}5} \Rightarrow C_{eq} = 2\mu F$$

Vamos, então, calcular **Q**:

$$Q = C_{eq}\, U = 2\ \mu F \cdot 20\ V \Rightarrow Q = 40\ \mu C$$

Portanto:

$$\boxed{Q_1 = Q = 40\ \mu C} \quad e \quad \boxed{Q_2 = Q = 40\ \mu C}$$

Da expressão $C = \dfrac{Q}{U}$, temos $U = \dfrac{Q}{C}$, que nos permite calcular U_1 e U_2:

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{40\ \mu C}{10\ \mu F} \Rightarrow \boxed{U_1 = 4\ V}$$

e

$$U_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{40\ \mu C}{2{,}5\ \mu F} \Rightarrow \boxed{U_2 = 16\ V}$$

Note que o valor de U_2 também pode ser obtido lembrando que $U_1 + U_2 = U = 20$ V.

b) Os dois capacitores estão em paralelo e, portanto, $U = \varepsilon = = 100$ V para ambos:

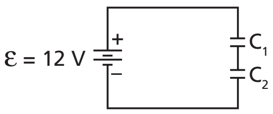
$$\boxed{U_1 = U = 100\ V} \quad e \quad \boxed{U_2 = U = 100\ V}$$

Da expressão $C = \dfrac{Q}{U}$, temos $Q = C\,U$, que nos permite calcular as cargas Q_1 e Q_2:

$$Q_1 = C_1\, U = 5\ nF \cdot 100\ V = 500\ nC \Rightarrow \boxed{Q_1 = 0{,}5\ \mu C}$$

$$Q_2 = C_2\, U = 10\ nF \cdot 100\ V = 1\,000\ nC \Rightarrow \boxed{Q_2 = 1\ \mu C}$$

20. No circuito a seguir, o processo de carga dos capacitores de capacitâncias $C_1 = 18\ \mu F$ e $C_2 = 6\ \mu F$ já se encerrou.

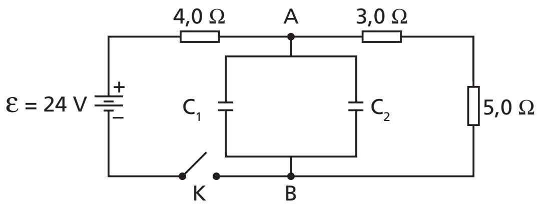


Determine:

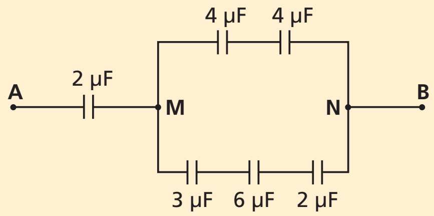
a) a carga armazenada em cada capacitor (Q_1 e Q_2);

b) o módulo da diferença de potencial (U_1) no capacitador de capacitância C_1.

21. O circuito representado na figura abaixo contém três resistores, uma bateria de resistência interna desprezível, dois capacitores de capacitâncias $C_1 = 0{,}20\ \mu F$ e $C_2 = 0{,}50\ \mu F$ e uma chave **K**. Após o fechamento da chave, inicia-se o processo de carga dos capacitores. Calcule suas cargas finais.



22. E.R. A figura a seguir representa uma associação mista de capacitores. Determine a capacitância equivalente à da associação.



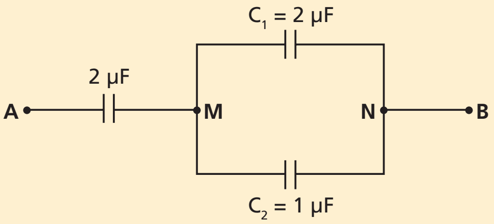
Resolução:

Entre os pontos **M** e **N**, temos duas associações de capacitores em série: uma no ramo superior, de capacitância equivalente C_1, e outra no ramo inferior, de capacitância equivalente C_2:

$$\frac{1}{C_1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} \Rightarrow C_1 = 2\ \mu F$$

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{2+1+3}{6} = \frac{6}{6} \Rightarrow C_2 = 1\ \mu F$$

Redesenhando a associação, obtemos:



Com isso, temos C_1 em paralelo com C_2. Então, a capacitância equivalente C_{MN}, entre os pontos **M** e **N**, é dada por:

$$C_{MN} = 2 + 1 \Rightarrow C_{MN} = 3\ \mu F$$

Agora, passamos a ter:

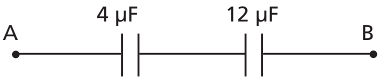
A capacitância equivalente entre **A** e **B** é dada por:

$$\frac{1}{C_{AB}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

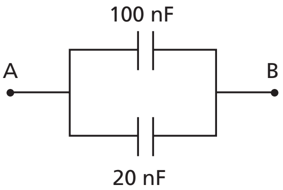
$$C_{AB} = \frac{6}{5} \Rightarrow \boxed{C_{AB} = 1{,}2\ \mu F}$$

23. Nas associações de capacitores a seguir, calcule a capacitância equivalente entre os pontos **A** e **B**:

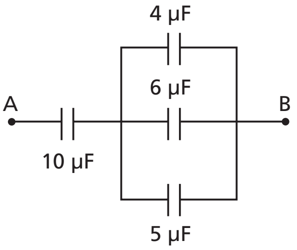
a)



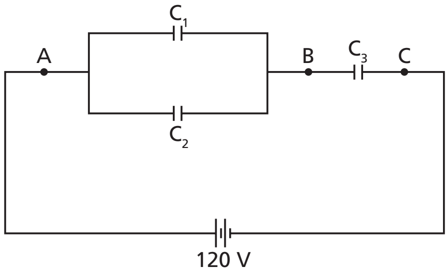
b)



c)



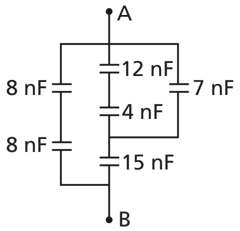
24. (UFPE) Três capacitores $C_1 = C_2 = 1{,}0\ \mu F$ e $C_3 = 3{,}0\ \mu F$ estão associados como mostra a figura. A associação de capacitores está submetida a uma diferença de potencial de 120 V fornecida por uma bateria. Calcule o módulo da diferença de potencial entre os pontos **B** e **C**, em **volts**.



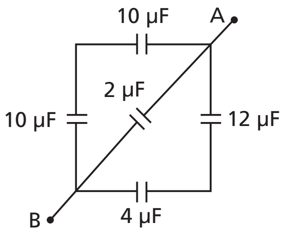
Exercícios nível 2

25. Determine a capacitância equivalente entre **A** e **B** nas associações de capacitores esquematizadas a seguir:

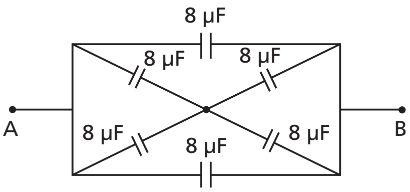
a)



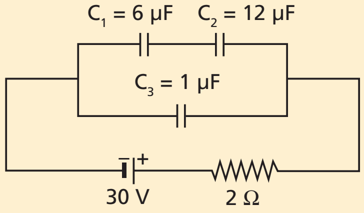
b)



c)



26. E.R. O conjunto de capacitores esquematizado a seguir está ligado a um gerador de corrente contínua:



Encerrado o processo de carga, determine a carga elétrica e a tensão entre as armaduras de cada capacitor.

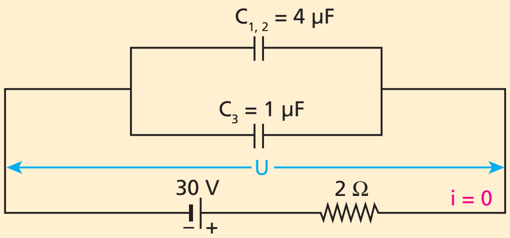
Resolução:

Inicialmente, vamos determinar a capacitância $C_{1,\,2}$, equivalente à associação de C_1 e C_2 em série:

$$\frac{1}{C_{1,2}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{2+1}{12} = \frac{3}{12}$$

$$C_{1,\,2} = 4\ \mu F$$

Redesenhando o circuito, temos:



Note que o capacitor C_3 está sujeito à mesma tensão que existe em $C_{1,\,2}$, igual a 30 V. Sua carga elétrica é, então, dada por:

$$Q_3 = C_3\,U$$

$$Q_3 = 1\ \mu F \cdot 30\ V$$

$$\boxed{Q_3 = 30\ \mu C}$$

A carga em $C_{1,\,2}$, que é igual às cargas de C_1 e de C_2, é calculada por:

$$Q_{1,\,2} = C_{1,\,2}\,U$$

$$Q_{1,\,2} = 4\ \mu F \cdot 30\ V$$

$$Q_{1,\,2} = 120\ \mu C$$

Assim, os capacitores C_1 e C_2, que estão em série, têm cargas:

$$\boxed{Q_1 = Q_2 = 120\ \mu C}$$

enquanto suas tensões são calculadas por:

$$Q = CU \Rightarrow U = \frac{Q}{C}$$

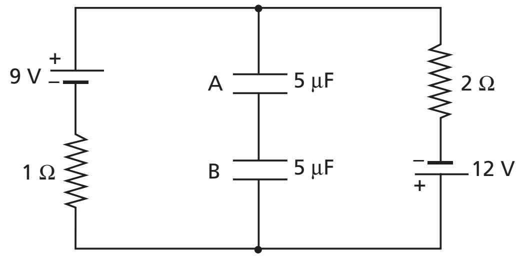
$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{120\ \mu C}{6\ \mu F} \Rightarrow \boxed{U_1 = 20\ V}$$

$$U_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{120\ \mu C}{12\ \mu F} \Rightarrow \boxed{U_2 = 10\ V}$$

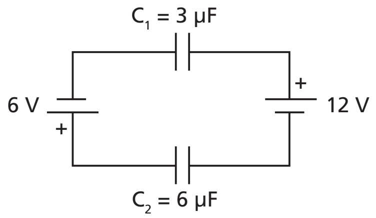
Portanto:

$$\boxed{\begin{aligned} Q_1 &= 120\ \mu C \text{ e } U_1 = 20\ V \\ Q_2 &= 120\ \mu C \text{ e } U_2 = 10\ V \\ Q_3 &= 30\ \mu C \text{ e } U_3 = 30\ V \end{aligned}}$$

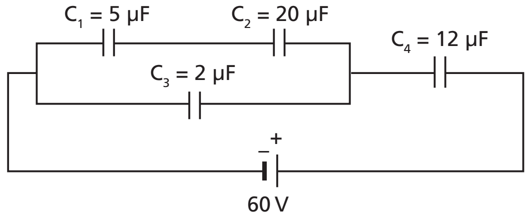
27. No circuito esquematizado a seguir, calcule as cargas Q_A e Q_B dos capacitores **A** e **B**, supondo encerrados os processos de carga.



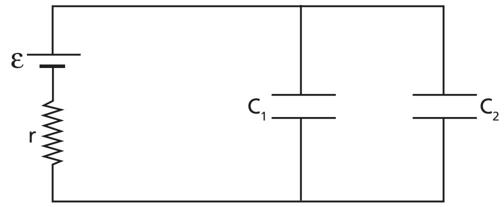
28. No circuito, calcule as tensões nos capacitores, ligados há muito tempo.



29. Calcule a carga elétrica armazenada e a ddp em cada um dos capacitores do circuito a seguir:



30. Os capacitores representados no esquema a seguir são planos e diferem apenas quanto ao meio existente entre as armaduras. No de capacitância C_1, o meio entre as armaduras é o vácuo e, no de capacitância C_2, é um material dielétrico.

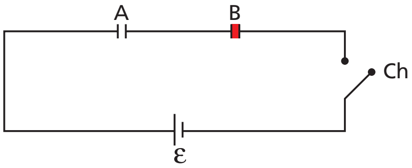


Sabendo que os processos de carga desses capacitores já se encerraram, compare:

a) suas capacitâncias, C_1 e C_2;
b) as diferenças de potencial U_1 e U_2 entre seus terminais;
c) suas cargas Q_1 e Q_2;
d) as intensidades E_1 e E_2 do campo elétrico entre suas armaduras.

Ao longo do enunciado da próxima questão, você vai encontrar três afirmações identificadas por I, II e III. Como resposta, informe se é falsa (F) ou verdadeira (V) cada uma delas.

31. Dois capacitores planos, **A** e **B**, de capacitâncias C_A e C_B, geometricamente idênticos, têm como única diferença o dielétrico que preenche a região entre suas armaduras. Em **A**, o dielétrico é ar, de constante dielétrica igual a 1, e, em **B**, é um tablete de porcelana, de constante dielétrica igual a 6. Inicialmente descarregados, **A** e **B** são associados em série como na figura, em que **E** é a fem de uma bateria e **Ch** é uma chave.



Fecha-se a chave e, no final do processo de carga, as cargas armazenadas e as diferenças de potencial em **A** e **B** são respectivamente iguais a Q_A e Q_B, e U_A e U_B.

Julgue falsa (F) ou verdadeira (V) cada uma das seguintes afirmações:

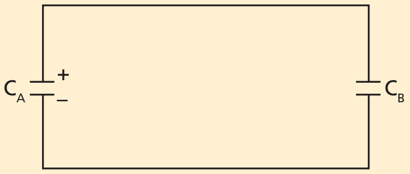
I. $C_B = 6\ C_A$.

II. $Q_B = 6\ Q_A$ e $U_A = U_B = \frac{\varepsilon}{2}$.

Desliga-se a chave e, em seguida, remove-se o dielétrico do capacitor **B**, que passa a ficar preenchido por ar.

III. Com isso, suas cargas continuam iguais a Q_A e Q_B ($Q_A = Q_B$) e as diferenças de potencial, U_A e U_B, tornam-se iguais a $\frac{\varepsilon}{2}$.

32. E.R. Um capacitor **A**, de capacitância $C_A = 1\ \mu F$, ficou ligado, durante muito tempo, a uma bateria de força eletromotriz igual a 90 V e resistência interna **r**. Após ser desligado da bateria, esse capacitor foi associado, conforme a figura, a um outro capacitor **B**, de capacitância $C_B = 2\ \mu F$, inicialmente descarregado. Determine a carga elétrica final de cada um dos capacitores.



Resolução:

Quando ligamos um capacitor aos terminais de um gerador de corrente contínua, só existe corrente no circuito durante o processo de carga do capacitor. Terminado esse processo, a corrente no circuito anula-se e a diferença de potencial nos terminais do capacitor ou do gerador é igual à força eletromotriz, pois $U = \varepsilon - r\ i$ e $i = 0$.

Calculando a carga elétrica armazenada no capacitor **A**, temos:

$$Q_A = C_A\ U$$

$$Q_A = 1\ \mu F \cdot 90\ V \Rightarrow Q_A = 90\ \mu C$$

Inicialmente, o capacitor **B** estava descarregado. Então:

$$Q_B = 0$$

Quando o capacitor **A** é ligado ao **B**, parte da sua carga passa para as armaduras do **B**, ficando as cargas elétricas finais na razão direta das capacitâncias e obedecendo ao Princípio da Conservação das Cargas.

Assim, temos:

$$\frac{Q'_A}{C_A} = \frac{Q'_B}{C_B} \text{ e } Q'_A + Q'_B = 90\ \mu C$$

Logo:

$$\frac{Q'_A}{1 \cdot 10^{-6}} = \frac{Q'_B}{2 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow Q'_B = 2Q'_A$$

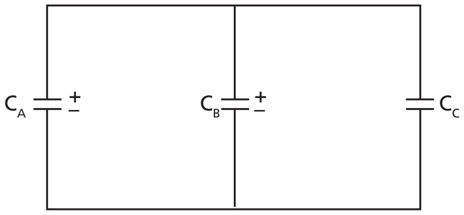
Então:

$$Q'_A + 2Q'_A = 90\ \mu C \Rightarrow \boxed{Q'_A = 30\ \mu C}$$

e

$$Q'_B = 2 \cdot 30\ \mu C \Rightarrow \boxed{Q'_B = 60\ \mu C}$$

33. Dois capacitores, **A** e **B**, tal que a capacitância de **A** é o triplo da de **B**, são ligados separadamente aos terminais de uma bateria. A carga elétrica total adquirida por esses capacitores é de 18 μC. Em seguida, eles são ligados a um terceiro capacitor **C**, descarregado, conforme indica a figura:



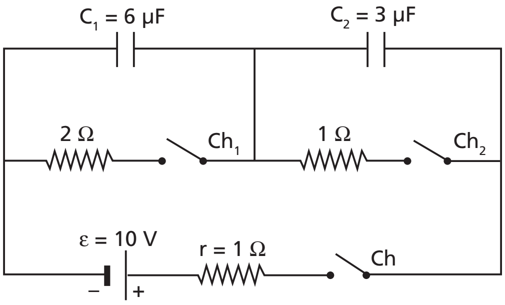
Determine a carga elétrica final de cada capacitor, sabendo que a capacitância de **C** é igual à metade da de **B**.

34. Sendo **R** uma resistência elétrica e **C** uma capacitância, prove que, no Sistema Internacional, a unidade do produto **RC** é o segundo (**s**).

35. No circuito da figura a seguir, as chaves estão abertas e os capacitores descarregados. Calcule as cargas finais nos capacitores de capacitâncias C_1 e C_2 quando:

a) se fecha somente Ch;

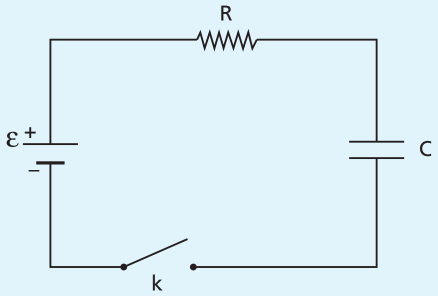
b) se fecham **também** Ch_1 e Ch_2.



Descubra mais

O circuito a seguir é constituído de uma pilha de resistência interna desprezível e força eletromotriz **ε**, de um resistor de resistência **R**, de um capacitor de capacitância **C**, inicialmente descarregado, e de uma chave **k**, aberta.

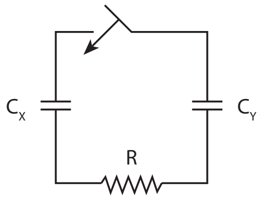
Fechando a chave, mostre que, após muito tempo, a energia armazenada no capacitor é igual à energia dissipada no resistor.



Exercícios

nível 3

36. (ITA-SP) No circuito ideal da figura, inicialmente aberto, o capacitor de capacitância C_X encontra-se carregado e armazena uma energia potencial elétrica **E**. O capacitor de capacitância $C_Y = 2\ C_X$ está inicialmente descarregado. Após fechar o circuito e este alcançar um novo equilíbrio, pode-se afirmar que a soma das energias armazenadas nos capacitores é igual a:



a) 0
b) $\frac{E}{9}$
c) $\frac{E}{3}$
d) $4\frac{E}{9}$
e) E

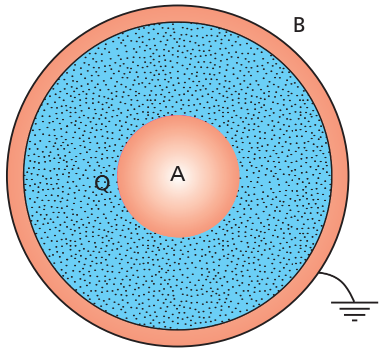
37. Calcule a energia elétrica armazenada em um capacitor de placas planas e paralelas, que apresentam densidade superficial de carga uniforme e de valor absoluto $\boldsymbol{\sigma}$, sabendo que o volume limitado pelas armaduras é **V**. Admita que entre as placas existe ar (ou vácuo), cuja permissividade absoluta é $\boldsymbol{\epsilon_0}$.

38. (ITA-SP) Algumas células do corpo humano são circundadas por paredes revestidas externamente por uma película com carga positiva e, internamente, por outra película semelhante, mas com carga negativa de mesmo módulo. Considere sejam conhecidas: densidade superficial de ambas as cargas $\sigma = \pm\ 0{,}50 \cdot 10^{-6}\ C/m^2$; $\epsilon_0 \cong 9{,}0 \cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2$; parede com volume de $4{,}0 \cdot 10^{-16}\ m^3$ e constante dielétrica $k = 5{,}0$. Assinale, então, a estimativa da energia total acumulada no campo elétrico dessa parede.

a) 0,7 eV
b) 1,7 eV
c) 7,0 eV
d) 17 eV
e) 70 eV

39. Na figura a seguir, temos um capacitor esférico. A armadura interna **A** foi eletrizada com uma carga positiva **Q**. A armadura externa **B**, por sua vez, foi ligada à Terra. Na região entre as armaduras, existe um dielétrico de permissividade absoluta $\boldsymbol{\epsilon}$. Sendo R_A e R_B os raios de curvatura das armaduras **A** e **B**, prove que a capacitância desse capacitor é dada por:

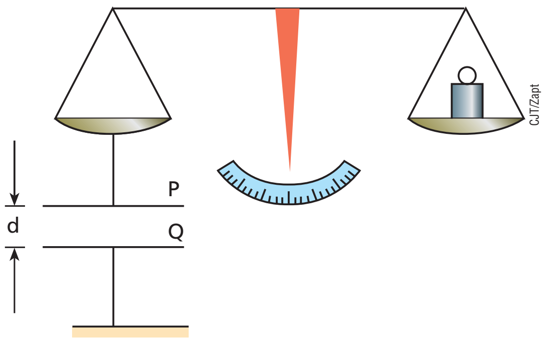
$$C = \frac{4\pi\ \epsilon\ R_A\ R_B}{R_B - R_A}$$



40. (ITA-SP) Vivemos dentro de um capacitor gigante, onde as placas são a superfície da Terra, com carga $-Q$, e a ionosfera, uma camada condutora na atmosfera, a uma altitude $h = 60$ km, carregada com carga $+Q$. Sabendo que, nas proximidades do solo junto à superfície da Terra, o módulo do campo elétrico médio é de 100 V/m e considerando $h <<$ raio da Terra $\cong$ 6400 km, determine a capacitância desse capacitor gigante e a energia elétrica armazenada.

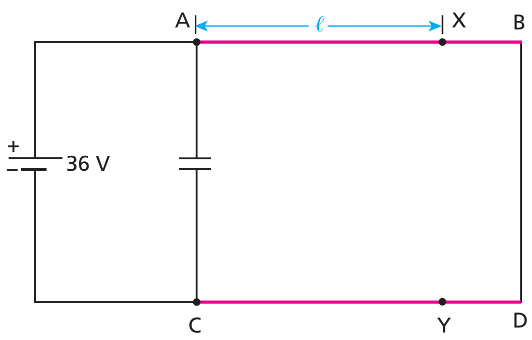
Considere $\frac{1}{4\pi\ \epsilon_0} = 9{,}0 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$.

41. Na figura, temos uma balança de braços iguais, em equilíbrio, sustentando uma placa metálica retangular **P** em um dos pratos. Uma outra placa **Q**, idêntica à primeira, é mantida fixa na posição indicada. Inicialmente, as duas placas estão neutras.



Sendo $\boldsymbol{\epsilon}$ a permissividade do ar entre as placas e **A** a área de cada face das placas, determine o peso que se deve acrescentar ao prato direito da balança, para que o equilíbrio inicial mantenha-se inalterado, quando se estabelece uma diferença de potencial **U** entre as placas **P** e **Q**.

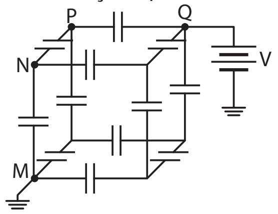
42. O gerador representado no circuito é ideal e sua força eletromotriz vale 36 V. Os condutores AB e CD, de 100 m cada um, são homogêneos e apresentam resistência de 1,5 Ω por metro de comprimento. O fio BD tem resistência desprezível. O capacitor, de capacitância igual a 5 μF, está ligado aos pontos **A** e **C**:



a) Calcule a carga elétrica armazenada no capacitor.
b) Os pontos **X** e **Y** distam $\boldsymbol{\ell}$ de **A** e **C**, respectivamente. Calcule, em função de $\boldsymbol{\ell}$, a carga que o capacitor é capaz de armazenar, quando ligado aos pontos **X** e **Y**.

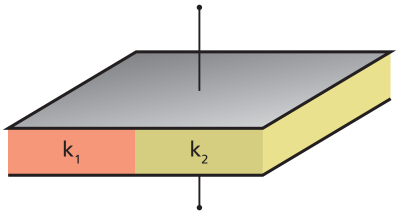
Para raciocinar um pouco mais

43. (ITA-SP) Uma diferença de potencial eletrostático **V** é estabelecida entre os pontos **M** e **Q** da rede cúbica de capacitores idênticos mostrada na figura. A diferença de potencial entre os pontos **N** e **P** é



a) $\frac{V}{2}$ b) $\frac{V}{3}$ c) $\frac{V}{4}$ d) $\frac{V}{5}$ e) $\frac{V}{6}$

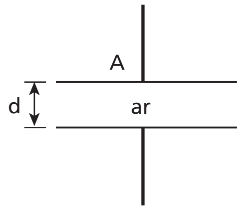
44. Metade da região entre as placas de um capacitor plano é preenchida por um dielétrico de constante dielétrica k_1, e a outra metade é preenchida por outro dielétrico de constante dielétrica k_2.



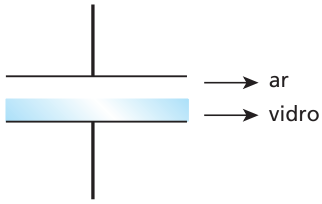
Sendo **A** a área de cada placa, **d** a distância que as separa e ϵ_0 a permissividade do vácuo, prove que a capacitância **C** desse capacitor é dada por:

$$C = \frac{\epsilon_0\ (k_1 + k_2)\ A}{2d}$$

45. (ITA-SP) A figura mostra um capacitor de placas paralelas de área **A** separadas pela distância **d**. Inicialmente o dielétrico entre as placas é o ar e a carga máxima suportada é Q_i. Para que esse capacitor suporte uma carga máxima Q_f foi introduzida uma placa de vidro de constante dielétrica **k** e espessura $\frac{d}{2}$. Sendo mantida a diferença de potencial entre as placas, calcule a razão entre as cargas Q_f e Q_i.

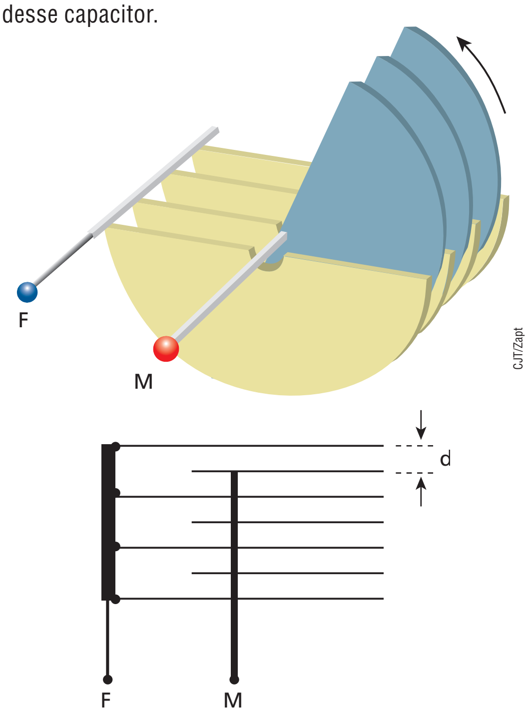


Configuração inicial



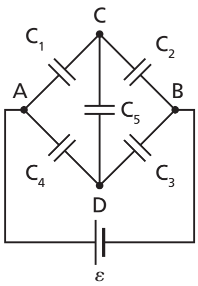
Configuração final

46. A figura a seguir representa um dos tipos de capacitores usados no circuito de sintonia dos receptores de rádio. Esse capacitor é constituído de um conjunto fixo (terminal **F**) e de um conjunto móvel (terminal **M**) de placas metálicas semicirculares, cada uma delas de área **A**, situadas no ar (permissividade ϵ_0). Quando giramos o conjunto móvel, alteramos a área útil do capacitor e, com isso, alteramos a sua capacitância **C**. Para diferentes valores de **C**, o receptor sintoniza, por ressonância, diferentes frequências de ondas de rádio, ou seja, sintoniza diferentes emissoras. Sendo **n** o número total de placas, determine a capacitância máxima desse capacitor.



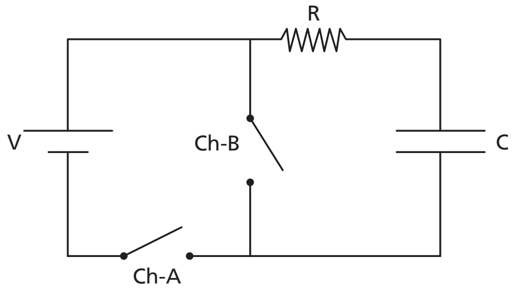
Capacitor visto de cima.

47. O esquema representa uma ponte de capacitores cujas capacitâncias são C_1, C_2, C_3, C_4 e C_5:



Demonstre que, no cálculo da capacitância equivalente entre os pontos **A** e **B**, o capacitor de capacitância C_5 pode ser eliminado da associação se for satisfeita a relação $C_1\ C_3 = C_2\ C_4$ (analogamente ao que acontece na ponte resistiva de Wheatstone equilibrada).

48. (Olimpíada Brasileira de Física) Um circuito RC é um caso particular de um circuito elétrico contendo apenas uma resistência e um capacitor. Considere um desses circuitos em que os dois componentes são ligados a uma fonte e a duas chaves que podem permitir ou não a passagem de corrente nos ramos do circuito.

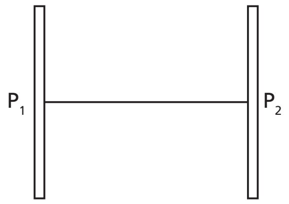


No caso do capacitor totalmente descarregado, ao fecharmos somente a chave **A**, este começará a se carregar. A função que rege o carregamento do capacitor, nessa circunstância, é $Q(t) = CV\ (1 - e^{-t/RC})$.

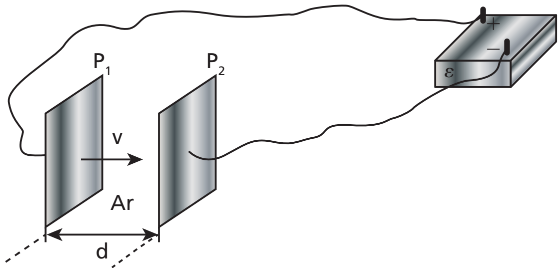
Quando o capacitor estiver completamente carregado com uma determinada carga Q_0, abre-se a chave **A** e fecha-se a chave **B**, iniciando-se a descarga do capacitor. Nesse caso, a relação entre a carga **Q** no capacitor e o tempo é dada pela função $Q(t) = Q_0\, e^{-t/RC}$.
Sendo assim:

a) Qual a relação entre os tempos para se carregar o capacitor até a metade de sua carga máxima e o tempo para descarregar o mesmo capacitor a partir de sua carga máxima até a metade da mesma?
b) Em que instante ocorre o maior valor de corrente no circuito quando o capacitor está sendo carregado? Considerando $V = 20$ V, $R = 50\ \Omega$ e $C = 5\ \mu F$, qual a carga armazenada no capacitor quando a corrente no circuito for $i = 0,1$ A?
c) Para os valores do item **b** qual a energia máxima liberada na descarga desse capacitor?

49. (IME-RJ) Entre duas placas metálicas paralelas e que constituem um capacitor de capacitância $C = 0,08\ \mu F$, coloca-se esticado um fio de náilon que vibra na frequência fundamental $f_1 = 100$ Hz. Retira-se o fio, altera-se a distância entre as placas e coloca-se entre elas um outro fio de náilon, com as mesmas propriedades físicas do primeiro, porém de comprimento tal que, agora, a frequência fundamental de vibração seja $f_2 = 250$ Hz.
Sabendo que as placas permanecem sempre carregadas com $Q = 2\ \mu C$, determine a tensão elétrica entre elas na segunda distância da experiência.
Obs.: não considere o efeito dielétrico do fio de náilon e suponha o fio igualmente tracionado nos dois casos.

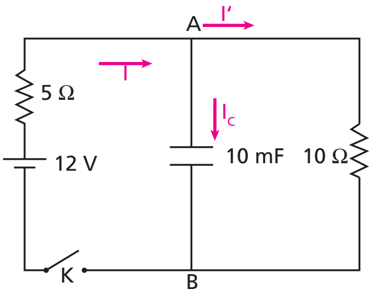


50. Duas placas metálicas, P_1 e P_2, paralelas entre si, com faces de área **A**, estão ligadas a uma bateria de fem $\boldsymbol{\varepsilon}$. O dielétrico entre elas é o ar, de permissividade $\boldsymbol{\varepsilon_0}$.
No instante correspondente à situação representada na figura, em que a distância entre as placas é **d**, P_2 está em repouso, mas P_1 desloca-se de encontro a P_2 com velocidade de módulo **v**.

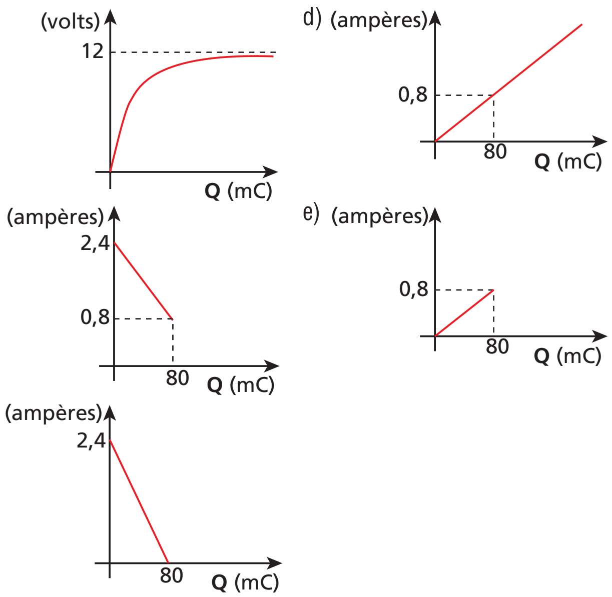


Considerando ideais a bateria e os fios de ligação determine, no referido instante, a intensidade da corrente elétrica nesses fios.

51. (UFMS) No circuito a seguir, I_c, I' e I representam, respectivamente, as intensidades das correntes que passam pelo capacitor de capacitância 10 mF, inicialmente descarregado, pelo resistor de 10 Ω e pelo gerador de força eletromotriz 12 V e resistência interna de 5 Ω. Seja **Q** a carga armazenada no capacitor após um tempo **t** qualquer do fechamento da chave **K**.



Considere os gráficos a seguir:

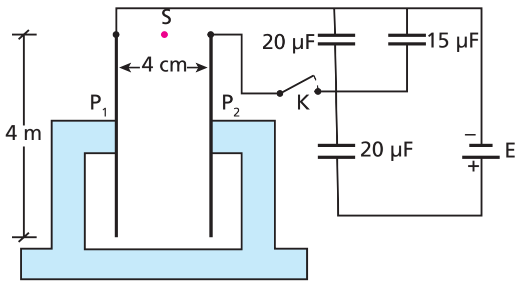


É correto afirmar que:
(001) o gráfico **c** representa I_c em função de **Q**.
(002) o gráfico **d** representa I' em função de **Q**.
(004) o gráfico **e** representa I' em função de **Q**.
(016) o gráfico **a** representa a ddp $(V_A - V_B)$ em função de **Q**.
(064) o gráfico **b** representa I em função de **Q**.
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

52. (IME-RJ) A figura abaixo mostra duas placas metálicas retangulares e paralelas, com 4 m de altura e afastadas de 4 cm, constituindo um capacitor de 5 μF. No ponto **S**, eqüidistante das bordas superiores das placas, encontra-se um corpo puntiforme com 2 g de massa e carregado com $+4\ \mu C$.
O corpo cai livremente e, após 0,6 s de queda livre, a chave **K** é fechada, ficando as placas ligadas ao circuito capacitivo em que a fonte **E** tem 60 V de tensão. Determine:

a) com qual das placas o corpo irá se chocar (justifique sua resposta);
b) a que distância da borda inferior da placa se dará o choque.

Dado: aceleração da gravidade: $g = 10\ m/s^2$.

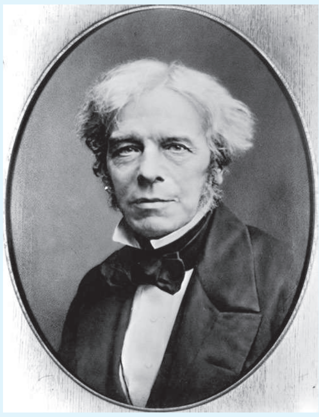


Parte III


Thinkstock/Getty Images

Eletromagnetismo

1. O campo magnético e sua influência sobre cargas elétricas
2. A origem do campo magnético
3. Força magnética sobre correntes elétricas
4. Indução eletromagnética


Science Museum, London/DIOMEDIA

Michael Faraday
(1791-1867)

Tópico 1

O campo magnético e sua influência sobre cargas elétricas

Bloco 1

1. Introdução

Em Eletrodinâmica, estudamos as cargas elétricas em movimento ordenado (corrente elétrica) e os efeitos produzidos por elas nos condutores, por exemplo, no filamento de uma lâmpada, que se aquece quando elétrons fluem através dele.

Vamos iniciar, agora, o estudo do **Eletromagnetismo**. Veremos, por exemplo, que a corrente elétrica, além de produzir efeitos em um fio, também afeta o espaço ao redor dele.

Esse assunto é bem abrangente. Para termos uma ideia, abordaremos, por exemplo, o princípio de funcionamento da campainha elétrica, dos motores elétricos, galvanômetros analógicos, microfones dinâmicos, das usinas geradoras de energia elétrica (hidrelétrica, termelétrica, nuclear), dos transformadores de tensão, cartões magnéticos, das fitas magnéticas de áudio e vídeo, dos espectrômetros de massa (equipamentos usados na determinação de massas atômicas e na separação dos isótopos dos elementos químicos) e aceleradores de partículas (destinados ao bombardeamento de núcleos atômicos, o que causa o aparecimento de novas partículas que ajudam a desvendar os mistérios da estrutura da matéria).

O estudo do Eletromagnetismo também nos possibilita entender o comportamento dos ímãs e a ocorrência das auroras polares. Na Medicina moderna, sua aplicação no diagnóstico por imagem, como a ressonância magnética nuclear, é muito importante.

Hashimoto Noboru/CORBIS SYGMA/Latinstock

A levitação magnética reduz o atrito, vibrações e ruídos nesse trem em circulação no Japão. Ele flutua em um campo magnético e atinge velocidades superiores a 500 km/h. Os sistemas de levitação e de propulsão são eletromagnéticos.

2. Ímãs ou magnetos

Polos magnéticos

Provavelmente você já manuseou um **ímã** e pôde observar que ele atrai alguns materiais, como, por exemplo, o ferro.

As regiões de um ímã em que as ações magnéticas são mais intensas denominam-se **polos magnéticos**.

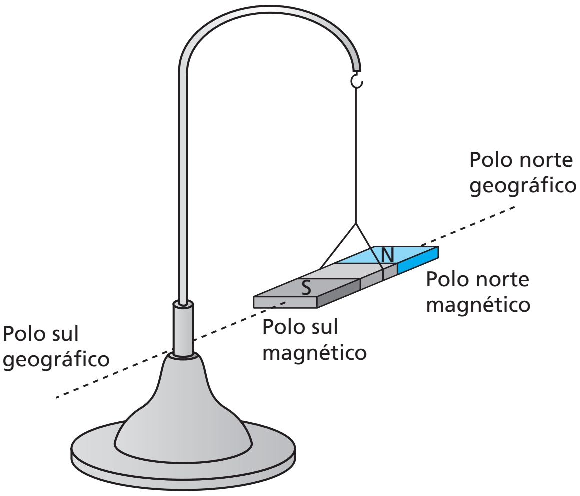
Em geral, um ímã tem dois polos. Os polos dos ímãs em forma de barra, por exemplo, localizam-se, mais comumente, em suas extremidades.


Sérgio Dotta Jr./The Next

O ímã da foto entrou em contato com limalhas de ferro. Observe a maior quantidade de limalhas acumuladas em suas extremidades, nas quais se localizam os seus polos magnéticos.

Quando um desses ímãs é suspenso pelo seu centro de gravidade, como no caso da agulha magnética da bússola, ele se alinha aproximadamente na direção norte-sul geográfica do local.

Observe a ilustração abaixo: a extremidade do ímã que se volta para o polo norte geográfico recebe o nome de **polo norte magnético**. Da mesma forma, a extremidade que aponta para o polo sul geográfico chama-se **polo sul magnético**.



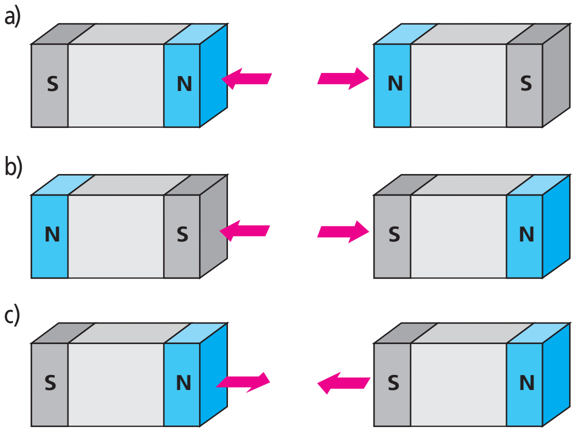

Fabio Colombini

A magnetita, um dos minérios de óxido de ferro (Fe_3O_4), é um ímã natural, ou seja, é encontrada na natureza com os polos magnéticos norte e sul.

Atração e repulsão

Se você manusear dois ímãs de polos magnéticos conhecidos, facilmente descobrirá que:

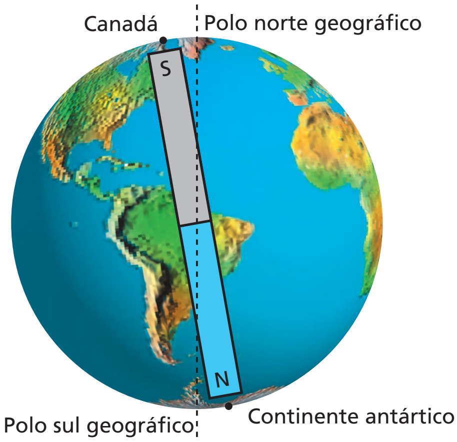
Polos magnéticos de mesmo nome se repelem e polos magnéticos de nomes diferentes se atraem.



Em **a** e **b**, os ímãs se repelem, pois polos de mesmo nome estão próximos: norte-norte e sul-sul, respectivamente. Em **c**, os ímãs se atraem, já que polos de nomes diferentes estão próximos.

Esse fato leva-nos a concluir que, se o polo norte magnético da agulha da bússola aponta para o polo norte geográfico, é porque **no polo norte geográfico existe um polo sul magnético**. Da mesma forma, **no polo sul geográfico existe um polo norte magnético**.

Salientamos ainda que, na verdade, os polos geográficos e os polos magnéticos da Terra não estão exatamente no mesmo local. Foi por isso que dissemos anteriormente que a agulha da bússola indica **aproximadamente** a direção norte-sul geográfica.

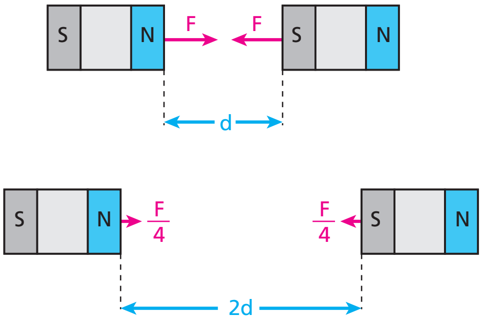


O polo sul magnético da Terra encontra-se no Canadá, a cerca de 1 300 km do polo norte geográfico, e seu polo norte magnético está na costa do continente antártico. Dessa maneira, a Terra se comporta aproximadamente como o ímã representado, que forma cerca de 11° com a direção norte-sul geográfica.

Lei das interações entre polos magnéticos

Em 1750, o geólogo e astrônomo inglês John **Michell** (1724-1793) usou uma balança de torção, que ele mesmo inventou, para investigar as forças de campo entre polos magnéticos de ímãs e concluiu a seguinte lei:

> Dois polos magnéticos se atraem ou se repelem na razão inversa do quadrado da distância que os separa.

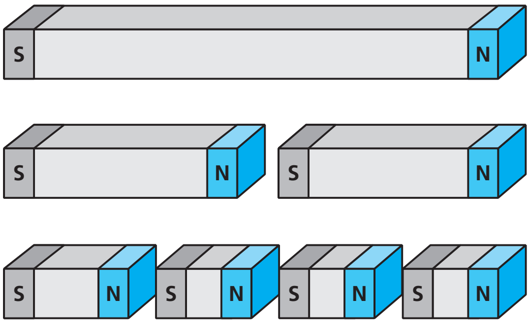


Dobrando a distância entre os polos, a intensidade das forças reduz-se a um quarto do valor inicial.

Inseparabilidade dos polos de um ímã

A experiência mostra que é impossível separar os polos magnéticos de um ímã. Isso significa que é impossível conseguir um pedaço de ímã que tenha só o polo norte magnético ou só o polo sul magnético. De fato, quando dividimos um ímã ao meio, obtemos dois outros ímãs, cada um com seus próprios polos norte e sul.

Se dividirmos ao meio esses dois novos ímãs, obteremos quatro ímãs também com seus próprios polos norte e sul e assim sucessivamente, o que será estudado no Tópico 2 seguinte. Observe as figuras:



É impossível separar os polos magnéticos de um ímã. Cada pedaço continuará sendo sempre um **dipolo** magnético.

Faça você mesmo

Construção de uma bússola

Deslize várias vezes em uma agulha de costura, sempre no mesmo sentido, o mesmo polo de um ímã, como mostra a figura ao lado:

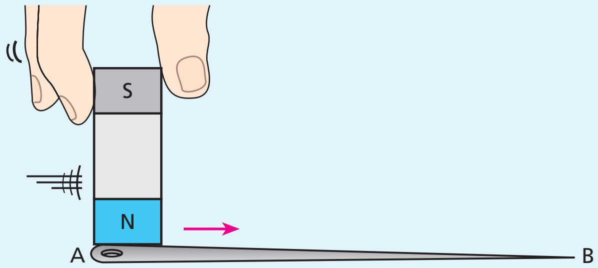
Passando o ímã na agulha, sempre de **A** para **B**, como mostra a figura, ela é imantada, de modo que a extremidade **A** se torna um polo norte magnético e a extremidade **B**, um polo sul magnético.

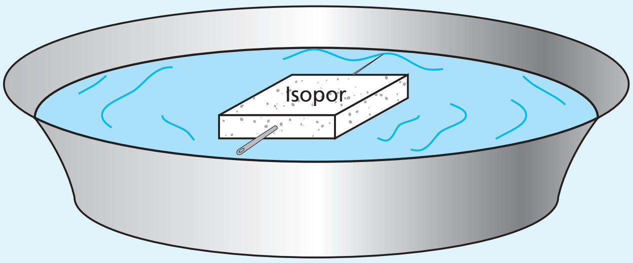
Espete a agulha em um tablete de isopor e coloque o sistema para flutuar na água de um recipiente que não seja de ferro – pode ser de vidro, plástico ou alumínio.

Construímos, assim, uma bússola. Observe que a agulha tende sempre a se alinhar em uma mesma direção, que é, aproximadamente, a direção norte-sul geográfica.

Nota:

- No Tópico seguinte, veremos por que o ímã imantou a agulha.





Bacia de alumínio.

3. O campo magnético de um ímã

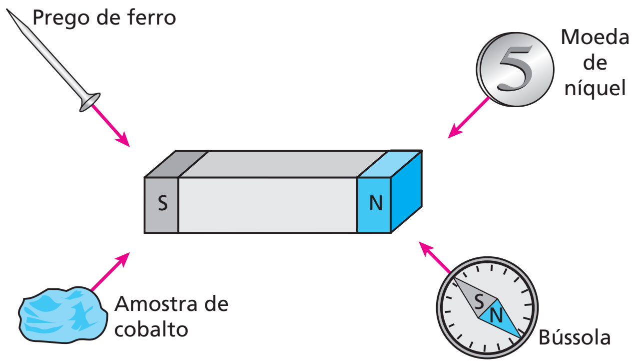
Introdução

Vimos que uma massa cria uma região de influências sobre outras massas, denominada **campo gravitacional**, que é descrita pelo vetor campo gravitacional $\vec{g}$.

Vimos, também, que uma carga elétrica estática cria uma região de influências sobre outras cargas, denominada **campo eletrostático**, que é descrita pelo vetor campo elétrico $\vec{E}$.

Um ímã, por sua vez, também cria uma região de influências que são significativas tanto em outros ímãs como em alguns materiais, como o ferro, o cobalto, o níquel e algumas ligas. Essa região é denominada **campo magnético**, que também será descrita por um vetor, como veremos adiante.

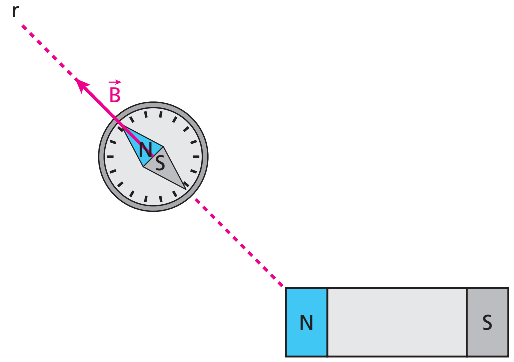
Veja, na ilustração a seguir, alguns corpos submetidos ao campo magnético de um ímã.



Vetor indução magnética

O campo magnético de um ímã também é descrito por um vetor. Esse vetor é denominado **vetor indução magnética** e simbolizado por $\vec{B}$.

Por enquanto, veremos apenas a direção e o sentido de $\vec{B}$. No item 5, abordaremos sua intensidade.



Veja, na ilustração anterior, uma bússola sob a ação do campo magnético de um ímã. Suponha desprezíveis outros eventuais campos magnéticos na região, inclusive o da Terra.

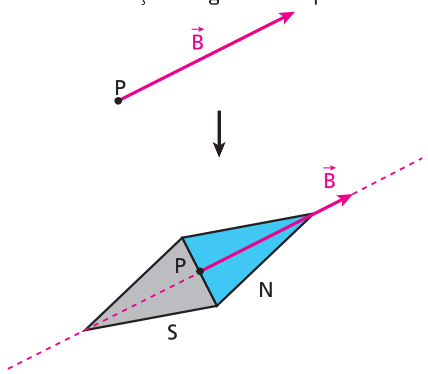
O vetor indução magnética $\vec{B}$, criado pelo ímã, na posição em que a bússola está, com sua agulha em equilíbrio estável, tem a seguinte orientação:

Direção: da reta **r** com a qual a agulha se alinha.

Sentido: para onde aponta o polo norte magnético da agulha.

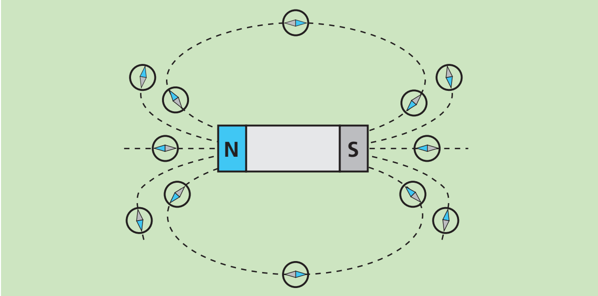
Então, se conhecermos o vetor indução magnética em determinado local, saberemos também como a agulha da bússola vai se estabilizar naquele local:

Vetor indução magnética no ponto **P**.



Agulha magnética em equilíbrio estável no ponto **P**.

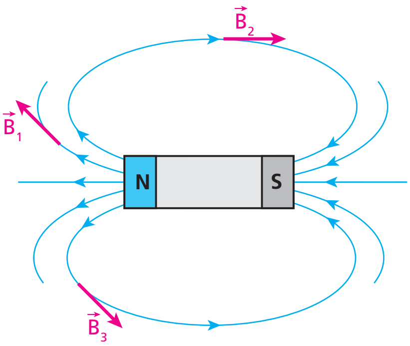
Suponhamos, agora, um ímã e várias bússolas bem pequenas ao seu redor, todos sobre uma mesa de madeira, como mostra a ilustração a seguir. Podemos traçar linhas de um polo a outro do ímã, de modo que elas tangenciem as agulhinhas das bússolas.



Mesa vista de cima.

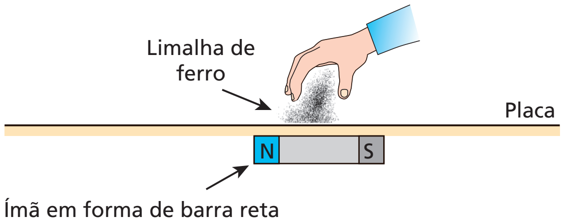
Essas linhas são denominadas **linhas de indução** do campo magnético do ímã; na região externa ao ímã, elas são orientadas convencionalmente do polo norte para o polo sul, como mostra a figura a seguir.

Desse modo, o vetor $\vec{B}$, que tangencia essas linhas em cada um de seus pontos, tem sentido concordando com o das linhas.



Na região externa a um ímã, as linhas de indução orientam-se do polo norte para o polo sul.

Para a visualização das linhas de indução, também podemos utilizar limalha de ferro: coloque um ímã debaixo de uma placa de papelão, plástico ou madeira fina e, em seguida, pulverize limalha de ferro por toda a placa, como sugere a figura a seguir.



Você verá, então, a configuração de linhas de indução mostrada a seguir, denominada **padrão** do campo magnético.

SLP/LatinStock

Nessa verificação experimental, cada fragmento da limalha de ferro imanta-se na presença do campo magnético do ímã, comportando-se como uma minúscula agulha magnética.

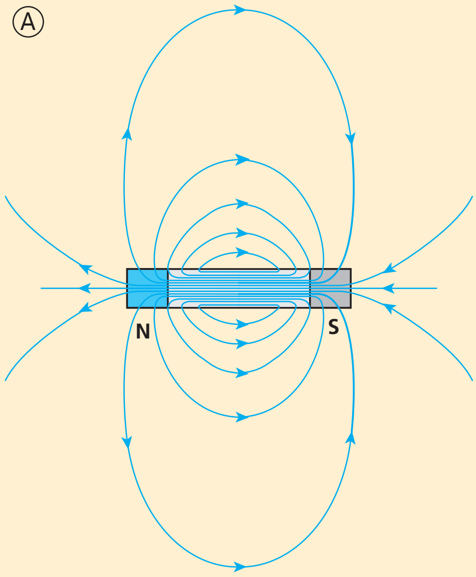
A limalha de ferro também é útil para observarmos o padrão do campo magnético de ímãs com outros formatos.

Nota:

- Muitas vezes, o vetor indução magnética $\vec{B}$ é chamado de **vetor campo magnético** e até mesmo de **campo magnético**, simplesmente.

Outras características das linhas de indução

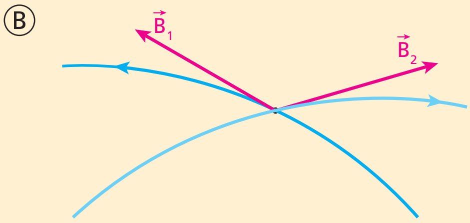
- As linhas de indução do campo magnético de um ímã não existem apenas na região externa a ele, mas também em seu interior. Portanto essas linhas são fechadas (figura **A**).



Observe que, como na região externa ao ímã a orientação dessas linhas foi convencionada de norte para sul, elas se orientam de sul para norte na região interna.

- As linhas de indução de um campo magnético não podem se cruzar. Se isso acontecesse, o vetor $\vec{B}$ teria duas orientações possíveis no cruzamento, o que é absurdo. Veja a figura **B**.

Você deve se lembrar de que essa mesma proibição existe com relação às linhas de força de um campo elétrico.



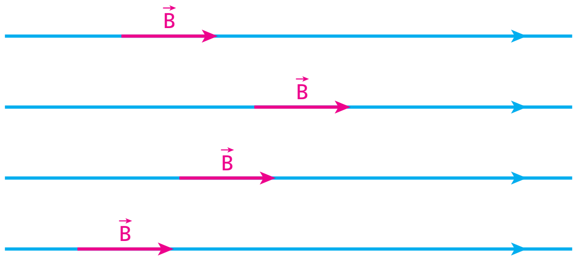
- Ao representar um conjunto de linhas de indução, a concentração dessas linhas (densidade de linhas) é maior onde o campo magnético é mais intenso. Confirme isso, observando a concentração das linhas de indução nas proximidades dos polos do ímã.

4. Campo magnético uniforme

Definição

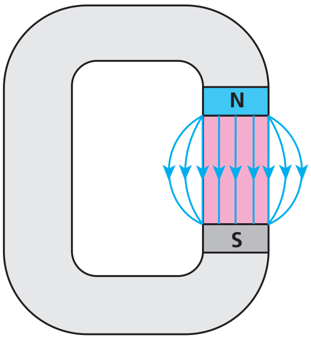
Campo magnético uniforme é aquele em que o vetor indução magnética $\vec{B}$ tem o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido em todos os pontos do meio.

Embora possam ser desenhadas em todos os pontos do campo, as linhas de indução de um campo magnético uniforme são representadas por algumas linhas retas paralelas entre si e igualmente orientadas. Além disso, elas são traçadas com espaçamentos iguais para indicar que a intensidade do campo é igual em toda a região:



Em um campo magnético uniforme, as linhas de indução são representadas por linhas retas paralelas, igualmente espaçadas e com a mesma orientação.

O campo magnético na região destacada na figura ao lado, entre os polos de um ímã em forma de **U**, é aproximadamente uniforme.



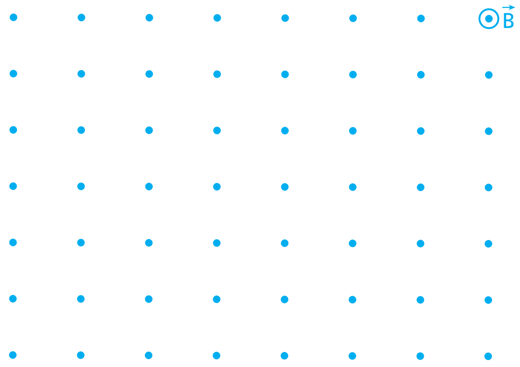
SPL/Latinstock

Padrão do campo magnético criado por um ímã em forma de **U**, obtido com limalhas de ferro.

Outra representação

Imaginemos um campo magnético uniforme em que as linhas de indução são perpendiculares ao plano desta página.

Se o sentido do campo for para fora do papel, ele será representado por um conjunto de pontos uniformemente distribuídos, como representa a figura a seguir.



Campo magnético uniforme "saindo do papel".

Se ocorrer o contrário, isto é, se o sentido do campo for para dentro do papel, ele será representado por um conjunto de "cruzinhas" também uniformemente distribuídas, conforme a próxima figura.

Campo magnético uniforme "entrando no papel".

Nota:

- Esses pontos (•) e essas "cruzinhas" (x) também podem ser usados para representar um campo magnético não uniforme e quaisquer outras grandezas vetoriais, e até mesmo correntes elétricas "saindo" ou "entrando" no papel.

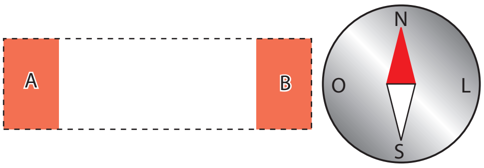
Exercícios

nível 1

1. Em quais dos objetos listados a seguir você consegue perceber interação magnética com os polos de um bom ímã?

I) Borracha escolar
II) Bola de gude
III) Tampa de alumínio
IV) Caneta plástica
V) Pedaço de fio de cobre
VI) Corda de guitarra
VII) Grafite de lapiseira
VIII) Chave de fenda comum
IX) Cuba (de pia) de aço inoxidável

2. A figura a seguir representa uma bússola em repouso sobre uma mesa de madeira, vista de cima:



Como ficará estabilizada a agulha dessa bússola se um ímã em forma de barra reta for encaixado no retângulo tracejado, com seus polos magnéticos ocupando as regiões **A** e **B** do retângulo? Considere o campo magnético da Terra desprezível em comparação ao do ímã.

3. Indique a alternativa correta.

a) Nas proximidades do polo norte geográfico da Terra encontra-se o polo norte magnético.
b) Os polos norte geográfico e sul magnético da Terra encontram-se exatamente no mesmo local.
c) Polos magnéticos de mesmo nome (norte e norte ou sul e sul) se atraem.
d) Os polos magnéticos norte e sul de um ímã são regiões eletrizadas com carga positiva e negativa, respectivamente.
e) Quando um ímã é quebrado em dois ou mais pedaços, cada um deles continua tendo dois polos magnéticos: o norte e o sul.

4. (Fuvest-SP) Um ímã, em forma de barra, de polaridade **N** (norte) e **S** (sul), é fixado em uma mesa horizontal. Um outro ímã semelhante, de polaridade desconhecida, indicada por **A** e **T**, quando colocado na posição mostrada na figura 1, é repelido para a direita.

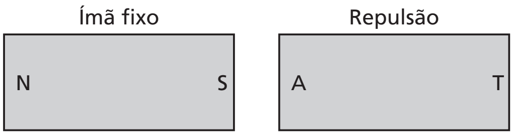
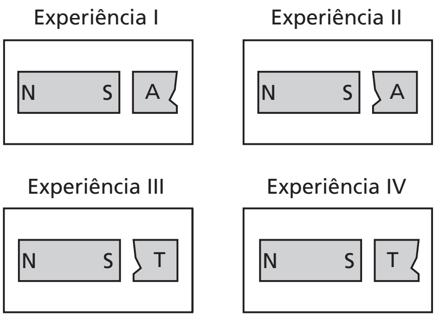


Figura 1

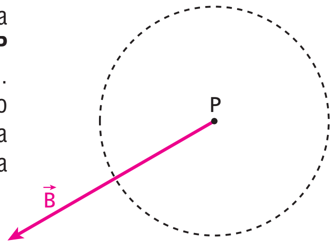
Quebra-se esse ímã ao meio e, utilizando as duas metades, fazem-se quatro experiências, representadas nas figuras I, II, III e IV, em que as metades são colocadas, uma de cada vez, nas proximidades do ímã fixo.



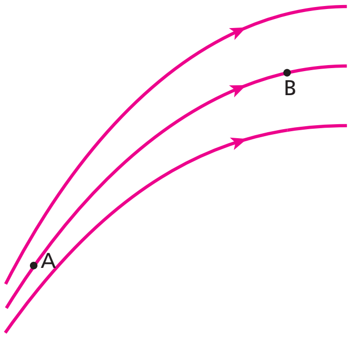
Indicando por "nada" a ausência de atração ou repulsão da parte testada, os resultados das quatro experiências são, respectivamente:

	I	II	III	IV
a)	repulsão	atração	repulsão	atração
b)	repulsão	repulsão	repulsão	repulsão
c)	repulsão	repulsão	atração	atração
d)	repulsão	nada	nada	atração
e)	atração	nada	nada	repulsão

5. O vetor indução magnética em um determinado ponto **P** está representado na figura. Indique a posição de equilíbrio estável assumida pela agulha de uma bússola colocada na região circular tracejada.



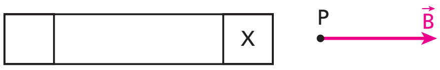
6. A figura representa algumas linhas de indução de um campo magnético:



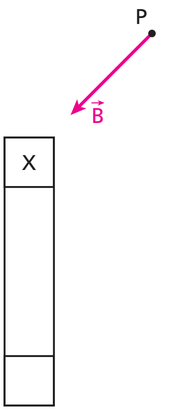
a) Copie a figura e desenhe o vetor indução magnética nos pontos **A** e **B**.
b) Em qual desses pontos o campo magnético é mais intenso? Justifique.

7. Dado o vetor indução magnética $\vec{B}$ que um ímã cria em um ponto **P**, identifique o polo magnético **X** nos seguintes casos:

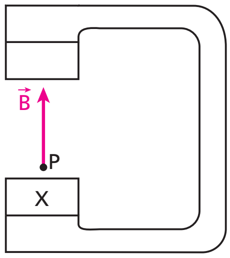
a)



b)



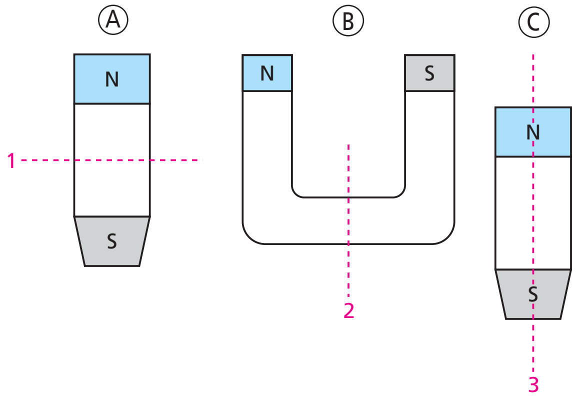
c)



Exercícios

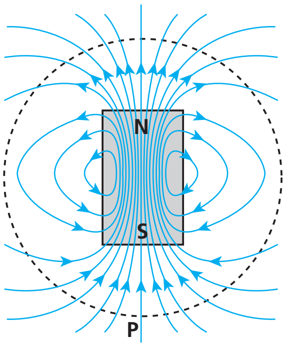
nível 2

8. Os ímãs **A**, **B** e **C** representados na figura a seguir foram serrados nas regiões 1, 2 e 3, obtendo-se assim duas partes de cada um.



Em que caso as partes de um mesmo ímã **não** podem se unir magneticamente após o corte, de modo a mantê-lo com a aparência que tinha antes do corte?

9. (Fuvest-SP) Sobre uma mesa plana e horizontal, é colocado um ímã em forma de barra, representado na figura, visto de cima, juntamente com algumas linhas de seu campo magnético. Uma pequena bússola é deslocada, lentamente, sobre a mesa, a partir do ponto **P**, realizando uma volta circular completa em torno no ímã.



Nessas condições, desconsidere o campo magnético da Terra.

Ao final desse movimento, a agulha da bússola terá completado, em torno de seu próprio eixo, um número de voltas igual a:

a) $\frac{1}{4}$ de volta.

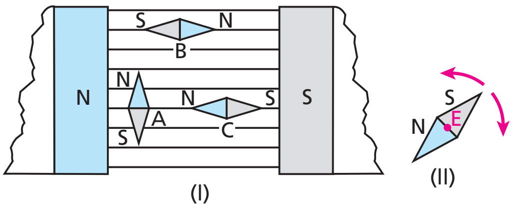
b) $\frac{1}{2}$ de volta.

c) 1 volta completa.

d) 2 voltas completas.

e) 4 voltas completas.

10. Na figura **I**, temos um campo magnético uniforme entre os polos de um ímã em forma de **U**. Uma agulha magnética é colocada inicialmente na situação **A**, depois, na situação **B** e, finalmente, na situação **C**. Essa agulha pode girar livremente em torno do eixo fixo **E**, indicado na figura **II**.



São feitas as seguintes afirmações:

I. As linhas de indução do campo magnético citado são orientadas da esquerda para a direita.

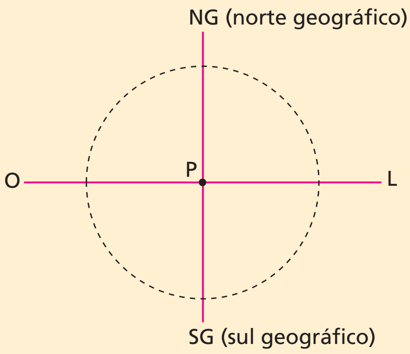
II. A agulha está em equilíbrio estável na situação **A**.

III. A agulha está em equilíbrio estável na situação **B**.

IV. A agulha está em equilíbrio instável na situação **C**.

Quais são as afirmações corretas?

11. E.R. Suponha coincidentes os polos geográficos e os polos magnéticos da Terra e considere um ponto **P** no equador do planeta.

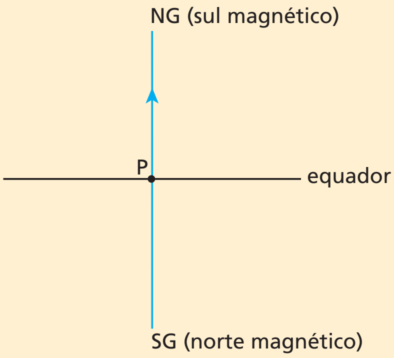


a) Desenhe o vetor indução magnética $\vec{B}_t$ criado pela Terra, no ponto **P**.

b) Se um ímã criar em **P** um campo magnético $\vec{B}_i$, orientado de oeste para leste e com a mesma intensidade de $\vec{B}_t$, como se estabilizará a agulha de uma bússola posicionada na região circular tracejada?

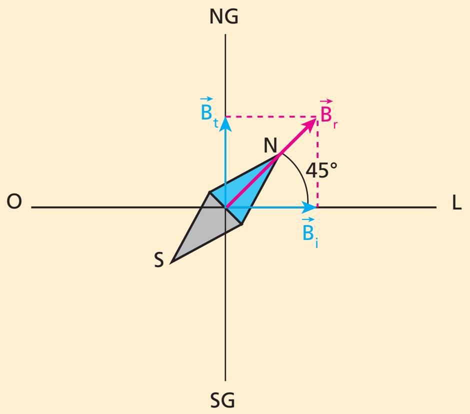
Resolução:

a) Lembrando que no polo sul geográfico existe um polo norte magnético e que no polo norte geográfico existe um polo sul magnético, uma linha de indução do campo magnético terrestre cruza o equador com o seguinte sentido:

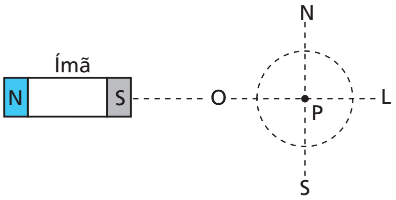


Então, o vetor $\vec{B}_t$, no ponto **P**, pode ser representado por:

b) A agulha se estabilizará na direção do campo magnético resultante $\vec{B}_r$ ($\vec{B}_r = \vec{B}_t + \vec{B}_i$), com seu polo norte apontando no sentido de $\vec{B}_r$:



12. A figura mostra os pontos cardeais (**N**, **S**, **L** e **O**), um ímã em forma de barra reta e um ponto **P** nas proximidades do equador terrestre:



Sabendo que a intensidade do vetor indução magnética criado pelo ímã no ponto **P** é $\sqrt{3}$ vezes a do vetor indução criado pela Terra nesse ponto, determine a posição de equilíbrio estável da agulha de uma bússola colocada na região circular tracejada. Suponha coincidentes as direções norte-sul geográfica e magnética.

13. (UFRN) O estudioso Robert Norman publicou em Londres, em 1581, um livro em que discutia experimentos mostrando que a força que o campo magnético terrestre exerce sobre uma agulha imantada não é horizontal. Essa força tende a alinhar tal agulha às linhas desse campo. Devido a essa propriedade, pode-se construir uma bússola que, além de indicar a direção norte-sul, também indica a inclinação da linha do campo magnético terrestre no local onde a bússola se encontra. Isso é feito, por exemplo, inserindo-se uma agulha imantada em um material, de modo que o conjunto tenha a mesma densidade que a água e fique em equilíbrio dentro de um copo cheio de água, como esquematizado na figura 1.

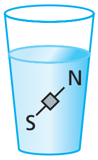


Figura 1

Figura 2

A figura 2 representa a Terra e algumas das linhas do campo magnético terrestre. Foram realizadas observações com a referida bússola em três cidades (I, II e III), indicando que o polo norte da agulha formava, **aproximadamente**:

- para a cidade I, um ângulo de 20° em relação à horizontal e apontava para baixo;
- para a cidade II, um ângulo de 75° em relação à horizontal e apontava para cima;
- para a cidade III, um ângulo de 0° e permanecia na horizontal.

A partir dessas informações, pode-se concluir que tais observações foram realizadas, **respectivamente**, nas cidades de:

a) Punta Arenas (sul do Chile), Natal (nordeste do Brasil) e Havana (noroeste de Cuba).
b) Punta Arenas (sul do Chile), Havana (noroeste de Cuba) e Natal (nordeste do Brasil).
c) Havana (noroeste de Cuba), Natal (nordeste do Brasil) e Punta Arenas (sul do Chile).
d) Havana (noroeste de Cuba), Punta Arenas (sul do Chile) e Natal (nordeste do Brasil).

Bloco 2

5. Ação do campo magnético sobre cargas elétricas

Elétrons, prótons e outros portadores de carga elétrica, **por possuírem essa propriedade física**, podem interagir com campos magnéticos, submetendo-se a uma **força magnética** $\vec{F}_m$.

Vamos supor, neste Tópico, que as partículas eletrizadas se submetam a **campos magnéticos estacionários**, isto é, a campos magnéticos em que o vetor $\vec{B}$ é, em cada ponto do campo, invariável no tempo.

As fontes desses campos, também denominados **campos magnetostáticos**, podem ser **ímãs permanentes** e **correntes elétricas contínuas e constantes** (essa segunda possibilidade será abordada no Tópico seguinte).

Nota:

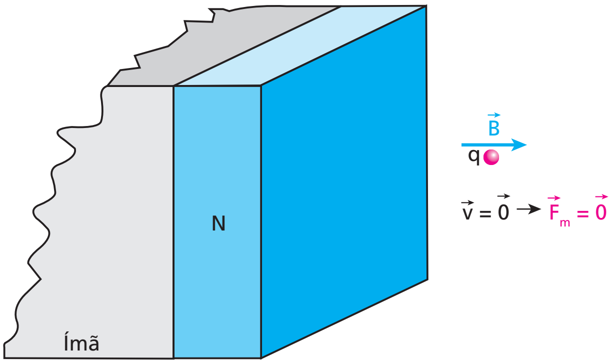
- Um campo magnetostático também pode ser gerado por um campo elétrico variável linearmente com o tempo.

Para estudar a força magnética $\vec{F}_m$ numa partícula eletrizada com carga **q**, vamos supor que ela esteja com velocidade $\vec{v}$ em relação a um referencial **R**, numa posição em que se submete a um campo magnético estacionário, cujo vetor indução magnética, nesse mesmo referencial **R**, é igual a $\vec{B}$.

Descreveremos a seguir alguns resultados que podem ser obtidos experimentalmente. Ficaremos sabendo que $\vec{F}_m$ só se manifesta quando a velocidade $\vec{v}$ do portador de carga elétrica não é nula e, além disso, tem direção diferente da do vetor indução magnética $\vec{B}$.

Carga elétrica em repouso

Se tivermos um ímã em repouso em um laboratório (referencial **R**) e uma partícula com carga elétrica **q** for abandonada em suas proximidades, com velocidade nula em relação ao ímã (e, portanto, também nula em relação ao laboratório), não surgirá força magnética na partícula, independentemente do sinal de sua carga:



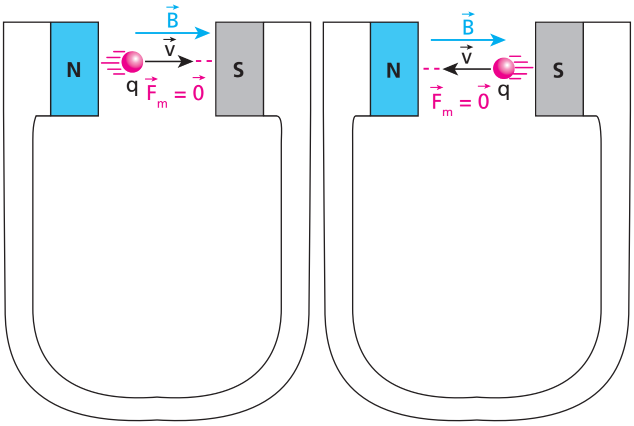
Ímã em repouso no laboratório. A força magnética na partícula de carga **q** e $\vec{v} = \vec{0}$ é nula. Assim, se ela também estiver livre de outras forças, permanecerá **em repouso** na posição em que foi abandonada.

Portanto, dentro das condições estabelecidas na introdução deste item, podemos afirmar que:

> Um campo magnético estacionário não atua em portadores de carga elétrica que estejam em repouso.

Carga elétrica em movimento na mesma direção do campo

Partículas com carga **q**, movendo-se entre os polos de um ímã em repouso no laboratório, na mesma direção do campo uniforme de indução magnética $\vec{B}$ e com velocidade $\vec{v}$ em relação ao laboratório (ou ímã), também não se submetem a forças magnéticas, independentemente do sinal da carga e do sentido do movimento:



A força magnética na partícula de carga **q** é nula. Assim, enquanto nenhuma outra força relevante atuar nessa partícula, ela realizará um **movimento retilíneo e uniforme**.

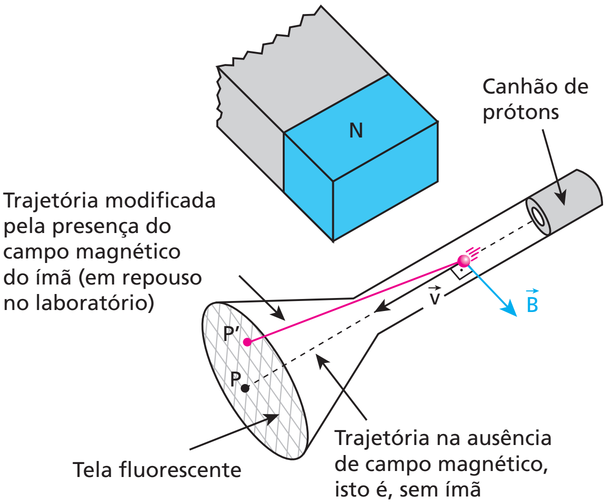
Portanto, dentro das condições estabelecidas, podemos afirmar que:

> Um campo magnético estacionário não atua em cargas elétricas que se movem na mesma direção desse campo.

Carga elétrica em movimento de direção diferente da do campo

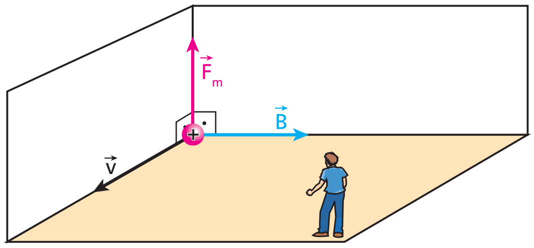
Carga movendo-se perpendicularmente ao campo

Na figura a seguir, um canhão de prótons está acoplado a um tubo de vidro em que se fez o vácuo. Sua extremidade mais larga é uma tela recoberta internamente com material fluorescente, de modo que o ponto atingido pelos prótons torna-se luminescente.



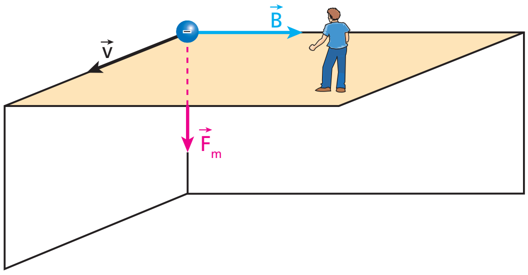
Na ausência do ímã representado na figura, os prótons emitidos pelo canhão movem-se sensivelmente em linha reta, com velocidade $\vec{v}$ em relação ao laboratório, atingindo o ponto **P** da tela. Na presença do ímã, entretanto, a trajetória modifica-se, e os prótons desviam-se para cima, atingindo P' em vez de **P**. Concluímos, então, que o campo magnético **atuou** nos prótons.

Esse experimento revela que, embora os prótons se desviem verticalmente para cima, o módulo de suas velocidades permanece o mesmo. Assim, a força magnética $\vec{F}_m$ que o campo magnético faz surgir em cada próton deve ter direção perpendicular ao plano definido pelos vetores $\vec{B}$ e $\vec{v}$ e sentido para cima.



A força magnética tem direção perpendicular ao plano definido por $\vec{B}$ e $\vec{v}$.

Se substituirmos o canhão de prótons por um de elétrons e repetirmos o experimento descrito anteriormente, vamos observar que os elétrons se desviam para baixo. Isso significa que a força magnética $\vec{F}_m$ tem sentido para baixo.



Na carga negativa, a força magnética continua com direção perpendicular ao plano definido por $\vec{B}$ e $\vec{v}$, mas com sentido invertido.

A intensidade da força magnética que atua numa partícula eletrizada pode ser obtida a partir do desvio sofrido pela partícula. Experimentos mostram que, em determinado campo magnético, a intensidade dessa força é proporcional ao módulo da carga elétrica e ao módulo da velocidade da partícula (quando $\vec{v}$ é perpendicular a $\vec{B}$). A intensidade de $\vec{B}$, nesse caso, pode ser definida pela expressão:

$$B = \frac{F_m}{|q|v}$$

Se $|q| = 2 \cdot 10^{-6}$ C, $v = 3 \cdot 10^6$ m/s e $F_m = 60$ N, por exemplo, temos:

$$B = \frac{60\ \text{N}}{2 \cdot 10^{-6}\text{C} \cdot 3 \cdot 10^{6}\ \text{m/s}} = 10\,\frac{\text{N}}{\text{C} \cdot \text{m/s}}$$

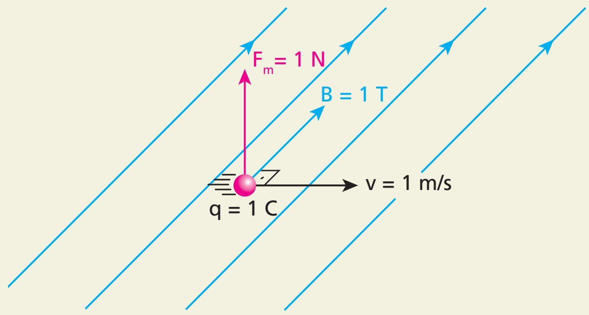
Observemos, então, que a intensidade do vetor indução magnética expressa a intensidade de força magnética por unidade de carga e por unidade de velocidade perpendicular a $\vec{B}$.

A unidade $\frac{\text{N}}{\text{C} \cdot \text{m/s}}$ é denominada **tesla** (símbolo: **T**), em homenagem ao físico e inventor iugoslavo Nikola **Tesla** (1856-1943).

Portanto, no SI, a unidade de medida da intensidade de $\vec{B}$ é o tesla, e podemos dizer que:

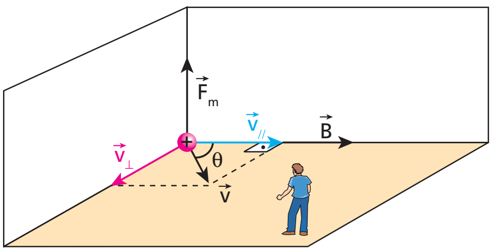
Um tesla (1 T) é a intensidade de um campo magnético uniforme em que uma partícula hipoteticamente eletrizada com carga igual a 1 C, movendo-se com velocidade de 1 m/s, perpendicularmente ao campo, submete-se a uma força magnética de 1 N de intensidade.

$$B = \frac{F_m}{|q|v} \Rightarrow 1\text{T} = \frac{1\text{N}}{1\text{C} \cdot 1\ \text{m/s}}$$



Carga movendo-se em uma direção qualquer

Se a velocidade $\vec{v}$ da partícula eletrizada formar com o vetor indução magnética $\vec{B}$ um ângulo **θ** qualquer, podemos determinar as componentes de $\vec{v}$ na direção de $\vec{B}$ e na direção perpendicular a $\vec{B}$.



$\vec{v}_{//}$ é a componente de $\vec{v}$ na direção de $\vec{B}$ (paralela a $\vec{B}$).

$\vec{v}_{\perp}$ é a componente de $\vec{v}$ na direção perpendicular a $\vec{B}$.

A componente $\vec{v}_{//}$ tem a mesma direção de $\vec{B}$ e, como já vimos, não provoca o surgimento de força magnética. A componente $\vec{v}_{\perp}$ é perpendicular a $\vec{B}$ e, portanto, faz surgir uma força magnética tal que:

$$B = \frac{F_m}{|q|\,v_{\perp}} \Rightarrow F_m = |q|\; v_{\perp}\, B \quad \text{(I)}$$

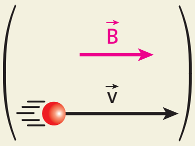
Como $v_{\perp} = v \operatorname{sen} \theta$, temos, de (I):

$$\boxed{F_m = |q|\; v\, B \operatorname{sen} \theta}$$

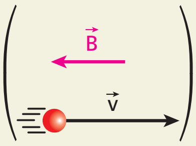
em que **θ é o menor ângulo entre $\vec{v}$ e $\vec{B}$**.

Observe, na expressão que acabamos de obter, alguns fatos já descritos neste item:

Se $v = 0$, então $F_m = 0$.

Se $\theta = 0°$ , então

$\operatorname{sen} \theta = 0$ e $F_m = 0$.

Se $\theta = 180°$ , então

$\operatorname{sen} \theta = 0$ e $F_m = 0$.

Se $\theta = 90°$, então $\operatorname{sen} \theta = 1$ e $F_m = |q|\; v\, B$.

Além disso:

Se $q = 0$ (partícula eletricamente neutra), $F_m = 0$.

Regra da mão direita espalmada

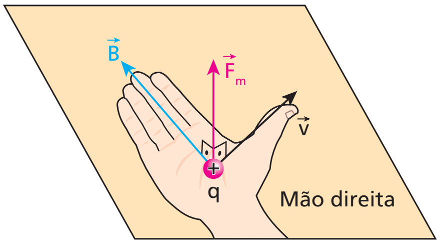
Até aqui, vimos como calcular a intensidade F_m da força magnética estudada, e conhecemos também a direção dessa força, que é perpendicular ao plano definido pelos vetores $\vec{B}$ e $\vec{v}$.

Agora, vamos ver como determinar o **sentido** da força magnética. Para isso, usaremos uma regra prática, denominada **regra da mão direita espalmada**, que está de acordo com as observações experimentais.

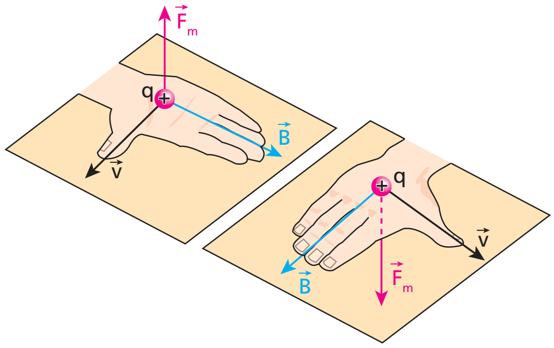
Para carga positiva

Considere uma partícula dotada de carga positiva **q**, movimentando-se com uma velocidade $\vec{v}$ num campo de indução magnética $\vec{B}$ e submetendo-se a uma força magnética $\vec{F}_m$.

Para determinar o sentido dessa força, aponte, com a mão direita espalmada, o polegar no sentido da velocidade $\vec{v}$ e os outros dedos no sentido de $\vec{B}$. A força $\vec{F}_m$ será, então, perpendicular à palma da mão, "saindo" dela.



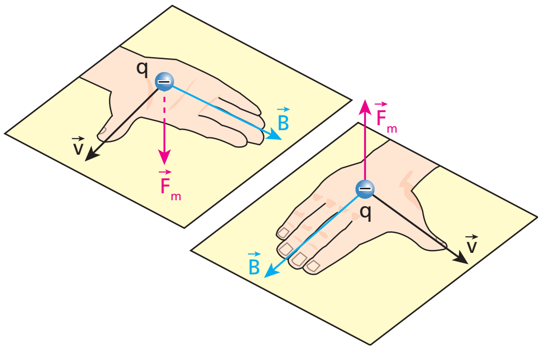
O polegar aponta no sentido de $\vec{v}$. Os outros dedos apontam no sentido de $\vec{B}$. A força "sai" da palma da mão.



Exemplos de aplicação da regra da mão direita espalmada no caso de cargas positivas.

Para carga negativa

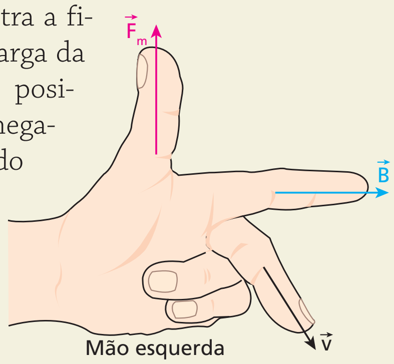
Se a carga for negativa, a força magnética terá sentido oposto ao que teria se a carga fosse positiva. Nesse caso, a força também é perpendicular à palma da mão, mas "entrando" nela.



Exemplos de aplicação da regra da mão direita espalmada no caso de cargas negativas.

Regra de Fleming ou regra da mão esquerda

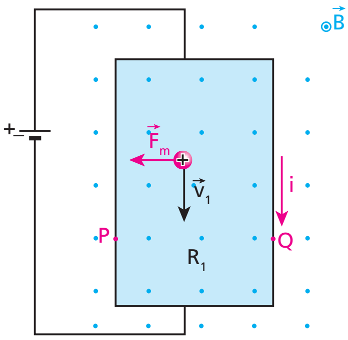
Esta é uma regra prática alternativa para determinar a **orientação da força magnética** atuante em uma partícula eletrizada. Para usá-la, devemos dispor o dedo indicador na direção e no sentido de $\vec{B}$, e o dedo médio na direção e no sentido de v. Assim, o polegar indicará a direção e o sentido da força magnética $\vec{F}_m$, como ilustra a figura, caso a carga da partícula seja positiva. Se for negativa, o sentido da força $\vec{F}_m$ será oposto ao previsto pela regra.

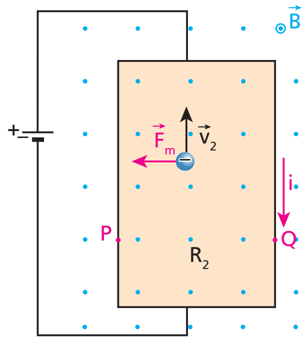


6. Efeito Hall

Em 1879, o físico norte-americano Edwin **Hall** (1855-1938) realizou um experimento para descobrir o sinal, positivo ou negativo, da carga das partículas que constituem a corrente elétrica em um condutor qualquer.

Veja, nas ilustrações a seguir, duas regiões retangulares, R_1 e R_2, condutoras, percorridas por correntes elétricas no sentido indicado. Essas regiões estão imersas num campo magnético "saindo" dessa página, perpendicularmente a ela.





Note que a corrente tem o sentido indicado, quer os portadores móveis tenham carga positiva e velocidade $\vec{v}_1$ (região R_1), quer tenham carga negativa e velocidade $\vec{v}_2$ (região R_2).

Observe que, nas duas situações, os portadores se submetem a forças magnéticas orientadas para a esquerda.

Desse modo, na região R_1 haverá um acúmulo de cargas positivas no lado esquerdo, o que torna o potencial elétrico do ponto **P**, ν_P, maior que o do ponto **Q**, ν_Q.

Na região R_2, por sua vez, haverá um acúmulo de cargas negativas, também no lado esquerdo, o que torna ν_P menor que ν_Q.

Medindo, então, a diferença de potencial entre **P** e **Q**, podemos descobrir se os portadores móveis têm carga positiva ou negativa. A conclusão experimental de que ν_P é maior que ν_Q revela-nos que os portadores têm carga positiva. Se, porém, concluirmos que ν_P é menor que ν_Q, saberemos que os portadores têm carga negativa.

Exercícios

nível 1

14. E.R. Julgue falsa ou verdadeira cada uma das seguintes afirmações:

I. Um portador de carga elétrica imerso em um **campo magnético** sempre fica submetido a uma força, devido a esse campo.

II. Um portador de carga elétrica imerso em um **campo elétrico** sempre fica submetido a uma força, devido a esse campo.

III. A força magnética atuante em um portador de carga elétrica não modifica o módulo de sua velocidade, porque a força e a velocidade são perpendiculares. Assim, essa força não realiza trabalho.

Resolução:

I. **Falsa**, porque a força magnética só existirá se o portador estiver **em movimento** e, além disso, se a direção do movimento for diferente da direção do campo.

II. **Verdadeira**, porque a força elétrica ($\vec{F}_e = q\,\vec{E}$) independe da velocidade do portador.

III. **Verdadeira**, porque, sendo perpendicular à velocidade, a força magnética só pode alterar a **direção** da velocidade do portador. Note, então, que essa força não realiza trabalho.

15. Considere as seguintes situações:

I. Um elétron move-se em relação a um imã, nas vizinhanças de um de seus polos.

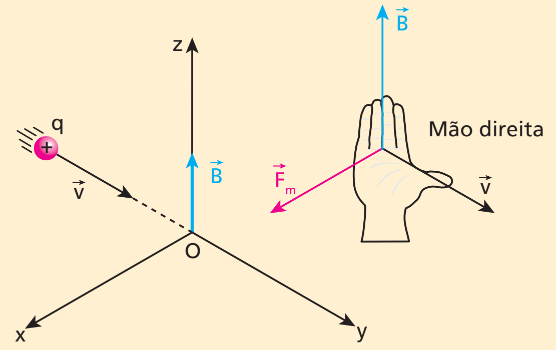
II. Um próton está nas proximidades de um ímã, com velocidade nula em relação ao ímã.

III. Um nêutron está em movimento em relação a um imã, nas vizinhanças de um de seus polos.

Em qual (ou quais) delas a partícula citada **poderá** submeter-se a uma força magnética?

16. A imagem produzida na tela de um televisor antigo (com tubo de imagem) é devida à luminiscência causada por elétrons que a bombardeiam.Quando um ímã é colocado perto da imagem, esta deforma-se. Explique por quê. (Não se deve experimentar isso na tela de um televisor em cores, porque ela ficará ligeiramente magnetizada. Por tratar-se de um sistema de alta precisão, as imagens ficarão "borradas".)

17. E.R. Na figura, temos um sistema cartesiano triortogonal Oxyz. Na região existe um campo magnético uniforme $\vec{B}$, de intensidade B = 0,25 T. Uma partícula eletrizada com carga q = 4,0 · 10^{-9} C é lançada perpendicularmente ao campo, com velocidade $\vec{v}$, de módulo 5,0 · 10^{6} m/s, como representado na figura.



Caracterize a força magnética $\vec{F}_m$ atuante na partícula, ao ser lançada.

Resolução:

- A força magnética é perpendicular a $\vec{B}$ e a $\vec{v}$. Então, ela tem a **direção do eixo Ox**.
- Seu sentido é dado pela regra da mão direita espalmada (veja a figura). Então, a força $\vec{F}_m$ tem o **sentido do eixo Ox**.

  Convém lembrar que, se a carga **q** fosse negativa, a força magnética teria a direção do eixo Ox, porém, sentido oposto ao desse eixo.
- A intensidade de $\vec{F}_m$ é dada por:

$$F_m = |q|\ v\ B\ \text{sen}\ \theta$$

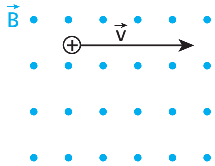
em que **θ** é o menor ângulo entre $\vec{v}$ e $\vec{B}$, no caso, 90°.
Substituindo, nessa expressão, os valores fornecidos e lembrando que sen 90° = 1, obtemos:

$$F_m = (4{,}0 \cdot 10^{-9}) \cdot (5{,}0 \cdot 10^{6}) \cdot (0{,}25) \cdot (1)$$

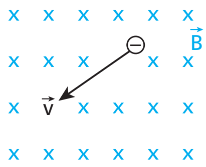
$$\boxed{F_m = 5{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{N}}$$

18. Nas situações esquematizadas nas figuras, uma partícula eletrizada penetra, com velocidade $\vec{v}$, perpendicularmente a um campo de indução magnética $\vec{B}$. O sinal da carga elétrica está indicado na própria partícula. Determine, em cada caso, a orientação do vetor representativo da força magnética atuante:

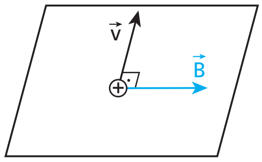
a)



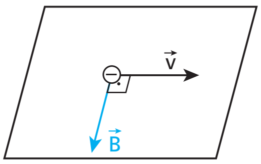
b)



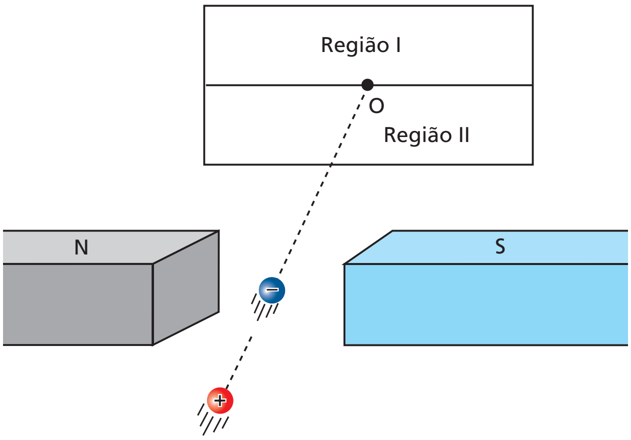
c)



d)



19. Na figura a seguir, um elétron e um próton são atirados perpendicularmente a uma placa retangular, disposta verticalmente e dividida em duas regiões. Antes de atingir a placa, porém, as duas partículas passam entre os polos de um ímã:



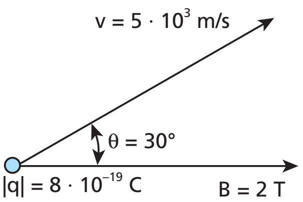
Na ausência do campo magnético do ímã, as partículas atingiram o centro **O** da placa. Na presença do ímã, determine a região (I ou II) atingida:

a) pelo elétron;

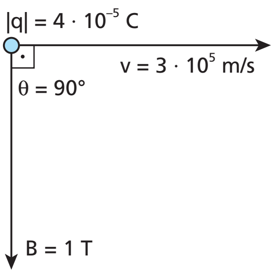
b) pelo próton.

20. Calcule o módulo da força magnética atuante na partícula em cada caso:

a)



b)

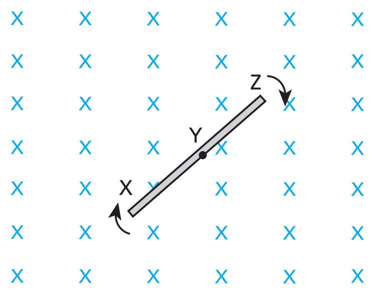


Exercícios

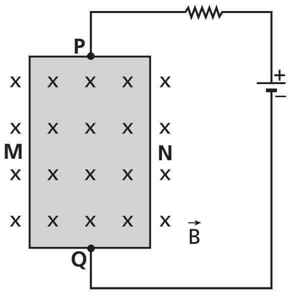
nível 2

21. A figura abaixo mostra um bastão de cobre XYZ inteiramente mergulhado em um campo magnético uniforme (não muda módulo, direção e sentido). O bastão, sempre mantido perpendicularmente ao campo, rota em torno do ponto **Y**, com velocidade angular constante, no sentido indicado.

Quais são os sinais das cargas elétricas adquiridas pelas regiões **X**, **Y** e **Z** do bastão, respectivamente?



22. (UFMG) Observe a figura.

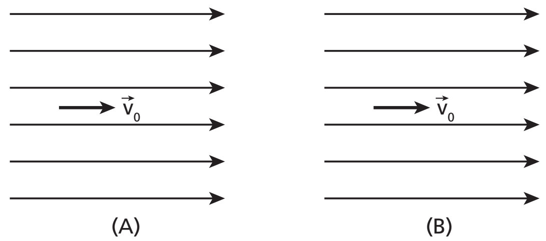


Uma placa metálica é ligada, nos pontos **P** e **Q**, aos polos de uma bateria. Aplicando-se à placa um campo magnético uniforme $\vec{B}$, verifica-se que uma diferença de potencial V_{MN} aparece entre as laterais **M** e **N** da placa.

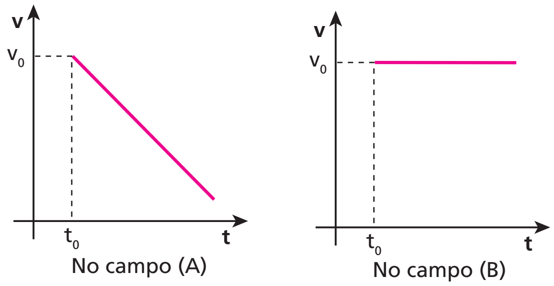
O aparecimento dessa diferença de potencial deve-se ao fato de que os elétrons livres da placa, ao estabelecer-se nela a corrente elétrica, movem-se:

a) de **Q** para **P** e são deslocados pelo campo magnético para a lateral **N**.
b) de **Q** para **P** e são deslocados pelo campo magnético para a lateral **M**.
c) de **P** para **Q** e são deslocados pelo campo magnético para a lateral **N**.
d) de **P** para **Q** e são deslocados pelo campo magnético para a lateral **M**.
e) de **Q** para **P** e são deslocados pelo campo magnético no sentido contrário ao vetor $\vec{B}$.

23. (UFRJ) As figuras a seguir representam as linhas de força de dois campos uniformes, **A** e **B**, um elétrico e outro magnético (não necessariamente nesta ordem). Duas partículas idênticas, carregadas com a mesma carga **q**, encontram-se, num dado instante t_0, na região dos campos, ambas com velocidade $\vec{v}_0$, de mesma direção e de mesmo sentido que as linhas de força.



Os gráficos a seguir representam como as velocidades dessas partículas variam em função do tempo.



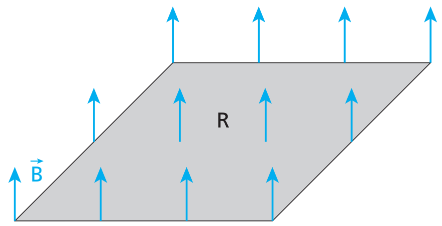
Identifique o campo elétrico e o campo magnético, justificando sua resposta, e determine o sinal da carga.

24. Uma partícula eletrizada é lançada com velocidade $\vec{v}$, que forma um ângulo **θ** com o vetor indução magnética $\vec{B}$. Sendo de 2,0 μC a carga da partícula, $v = 5{,}0 \cdot 10^6$ m/s e $B = 3{,}0 \cdot 10^{-1}$ T, represente graficamente a intensidade da força magnética atuante nela, em função de **θ**, para valores de **θ** entre 0° e 180°. Use 0°, 30°, 60°, 90° e 180°.

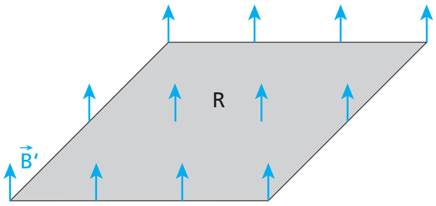
Bloco 3

7. Campo magnético uniforme e constante

Em um campo magnético uniforme, o vetor $\vec{B}$ é igual em todos os pontos. Entretanto esse vetor pode ser variável com o tempo, como ilustra a figura a seguir:



Campo magnético na região **R**, no instante **t**.



Campo magnético na região **R**, no instante t'.

O campo magnético na região **R** é uniforme, mas não é constante, pois varia com o tempo.

Portanto, um campo magnético é **uniforme e constante** quando o vetor $\vec{B}$, além de ser igual em todos os pontos, não apresenta variações com o passar do tempo.

É importante saber que, com grande frequência, encontramos textos classificando um campo simplesmente como uniforme em situações em que também é necessário dizer que ele é constante.

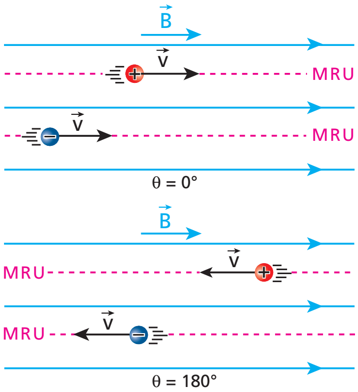
8. Movimento de portadores de carga elétrica lançados em um campo magnético uniforme e constante

Vamos estudar, agora, os tipos de movimento que uma partícula dotada de carga elétrica pode realizar em um campo magnético uniforme e constante.

Supondo que, após a partícula ser lançada com velocidade $\vec{v}$ no interior do campo magnético, a única força possível de atuar nela seja devida a esse campo, vamos acompanhar as análises seguintes.

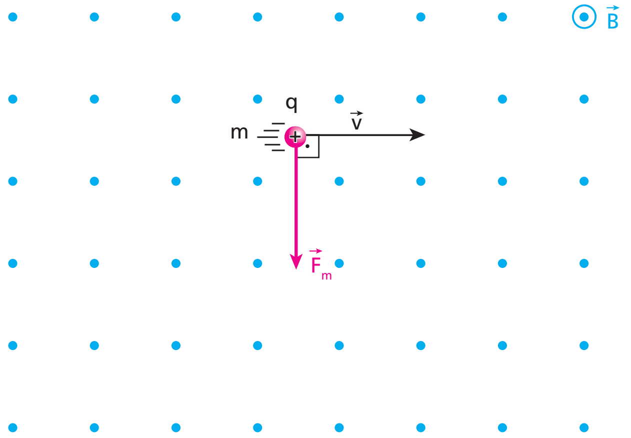
Quando a velocidade $\vec{v}$ tem mesma direção de $\vec{B}$

Como vimos, se a partícula é lançada na mesma direção do campo magnético, o ângulo θ, entre $\vec{v}$ e $\vec{B}$, é igual a 0° ou 180°. Assim, sen θ é igual a zero, e a força magnética também é nula. Consequentemente, a partícula realiza um movimento retilíneo e uniforme (MRU):



Quando a velocidade $\vec{v}$ tem direção perpendicular a $\vec{B}$

Veja, na figura abaixo, a representação de um campo magnético uniforme e constante, perpendicular a esta página e apontando para você. Uma partícula de massa **m**, dotada de carga positiva **q**, é lançada perpendicularmente ao campo.



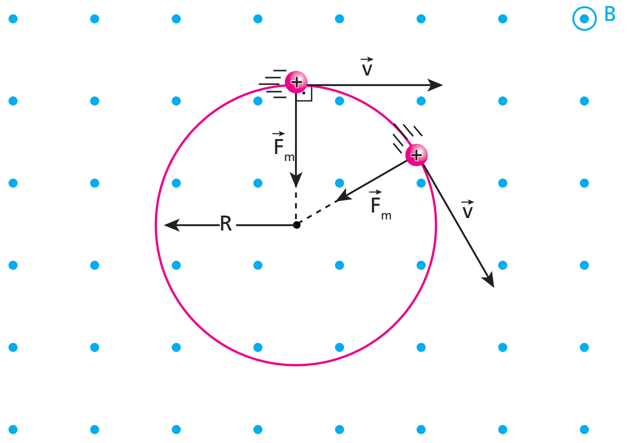
Como a força magnética $\vec{F}_m$ é perpendicular à velocidade $\vec{v}$, o movimento da partícula é **uniforme**: $\vec{F}_m$ só pode modificar a direção de $\vec{v}$ fazendo a partícula descrever uma trajetória curvilínea plana.

Sendo $\vec{F}_m$ uma força centrípeta, e o ângulo θ, entre $\vec{B}$ e $\vec{v}$, igual a 90°, podemos escrever:

$$F_m = F_{cp} \Rightarrow |q|\ v\ B \text{ sen } 90° = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |q|\ B = \frac{mv}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{|q|B}$$

Como os valores de **m**, **v**, **q** e **B** são os mesmos em todos os pontos da trajetória da partícula, o raio de curvatura **R** dessa trajetória também é igual em todos os pontos. Por isso, a curva plana descrita pela partícula é uma **circunferência**.



Concluímos, então, que:

> Quando um portador de carga elétrica é lançado perpendicularmente a um campo magnético uniforme e constante, ele realiza um movimento circular e uniforme de raio **R**, dado por:
>
> $$R = \frac{mv}{|q|\,B}$$

Vamos, agora, determinar o período **T** desse movimento.

Para isso, temos que:

$$R = \frac{mv}{|q|\,B} \Rightarrow v = \frac{|q|\,BR}{m} \qquad \text{(I)}$$

Sabemos, também, que:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{2\pi R}{T} \qquad \text{(II)}$$

Igualando as expressões (I) e (II), obtemos:

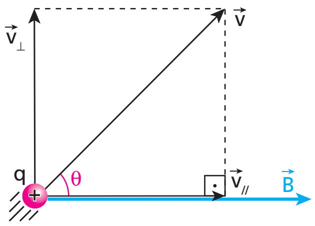
$$\frac{2\pi R}{T} = \frac{|q|\,BR}{m} \Rightarrow \boxed{T = \frac{2\pi m}{|q|\,B}}$$

Atenção: observe, na expressão obtida, que o período desse movimento **não depende** do valor da velocidade da partícula nem do raio da circunferência. Isso acontece porque a alteração de **v** (veja a expressão I) acarreta uma alteração proporcional em **R** e, consequentemente, no perímetro 2π R da circunferência. Assim, quanto maior for **v**, maior será o comprimento da circunferência a ser percorrida pela partícula, mas o período será o mesmo.

Esse fato tem grande importância nos aceleradores de partículas para bombardeamento de núcleos atômicos.

Quando a velocidade $\vec{v}$ forma com $\vec{B}$ um ângulo θ, tal que $0° < \theta < 90°$

Como já vimos, a velocidade $\vec{v}$ com que a partícula é lançada admite a componente $\vec{v}_{//}$, paralela a $\vec{B}$, e a componente $\vec{v}_{\perp}$, perpendicular a $\vec{B}$.

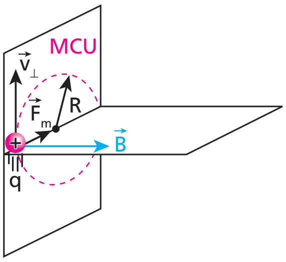


A componente $\vec{v}_{//}$ não se altera, pois o campo magnético não influi em movimentos de mesma direção que a sua. Assim, teremos, na direção de $\vec{B}$, um movimento retilíneo e uniforme (MRU), com velocidade $\vec{v}_{//}$ de módulo igual a **v cos θ**:

$$\boxed{v_{//} = v\cos\theta}$$

Na direção de $\vec{B}$, o movimento é retilíneo e uniforme.

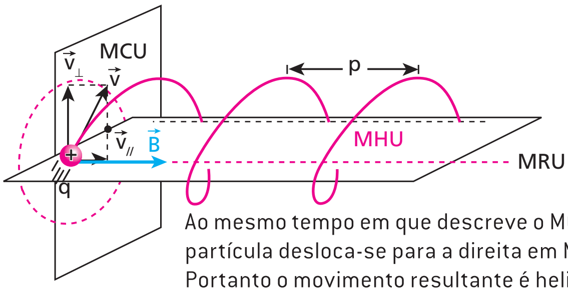
A componente $\vec{v}_{\perp}$, igual, em módulo, a **v sen θ**, gera um movimento circular e uniforme (MCU), estando a circunferência contida em um plano perpendicular a $\vec{B}$:



Na direção perpendicular a $\vec{B}$, o movimento é circular e uniforme.

$$\boxed{v_{\perp} = v\,\text{sen}\,\theta} \qquad \boxed{R = \frac{mv_{\perp}}{|q|\,B} = \frac{m\,v\,\text{sen}\,\theta}{|q|\,B}}$$

O movimento resultante é, então, a composição do MRU com o MCU, que dá origem a um movimento helicoidal e uniforme (MHU).



Ao mesmo tempo em que descreve o MCU, a partícula desloca-se para a direita em MRU. Portanto o movimento resultante é helicoidal e uniforme.

A curva descrita pela partícula é denominada **hélice cilíndrica**, e o comprimento **p** indicado na figura anterior é o **passo** da hélice, isto é, a distância que a partícula percorre na direção de $\vec{B}$, em MRU, durante um período **T** do MCU.

Para determinar o passo **p**, devemos lembrar que:

$$T = \frac{2\pi m}{|q|\,B} \quad \text{e} \quad v_{//} = v\cos\theta$$

Com relação ao MRU, temos:

$$\Delta s = v_{//}\,t \Rightarrow p = v_{//}\,T \Rightarrow p = v\cos\theta \cdot \frac{2\pi m}{|q|\,B}$$

$$\boxed{p = \frac{2\pi\ m\ v\cos\theta}{|q|\,B}}$$

Leitura

Auroras polares

Além de ondas eletromagnéticas, a atmosfera terrestre recebe do Sol partículas dotadas de carga elétrica (o "vento solar"), com predominância de elétrons.

Esses elétrons interagem com o campo magnético da Terra, dirigindo-se para os polos.

Veja, na representação esquemática a seguir, o que acontece aproximadamente com dois dos muitos elétrons que estão chegando do Sol.

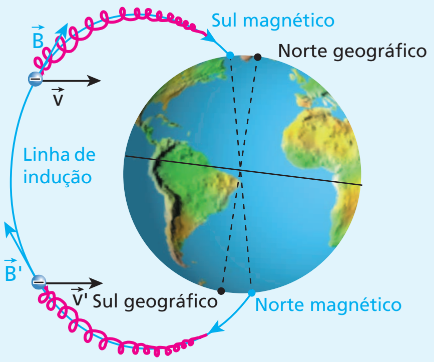
Esses elétrons excitam o oxigênio (que então emite luz azul-esverdeada) e o nitrogênio (que emite luz avermelhada).

Nas proximidades dos polos, isso dá origem a espetaculares colorações no céu, denominadas auroras **boreais**, quando acontecem no hemisfério norte, e **austrais**, quando acontecem no hemisfério sul.

Esse fenômeno é mais frequente e mais intenso nas épocas em que aumenta a atividade solar, pois isso acentua o "vento solar".

Nota:

- Os elétrons do "vento solar" também excitam outros gases. Entretanto as porcentagens desses gases são muito pouco significativas em comparação às do nitrogênio e do oxigênio.



Thinkstock/Getty Images

Aurora boreal.

Exercícios nível 1

25. E.R. Um elétron é lançado, com velocidade de módulo $3,2 \cdot 10^4$ m/s, perpendicularmente às linhas de indução de um campo magnético uniforme e constante, de $9,1 \cdot 10^{-6}$ T. Sendo a massa do elétron igual a $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg e $1,6 \cdot 10^{-19}$ C o módulo de sua carga, caracterize a trajetória descrita por ele. Suponha que a força magnética seja a única atuante no elétron.

Resolução:

Quando o elétron é lançado perpendicularmente ao campo, seu movimento é circular e uniforme. A força magnética é a própria resultante centrípeta. Assim:

$$F_{cp} = F_m$$

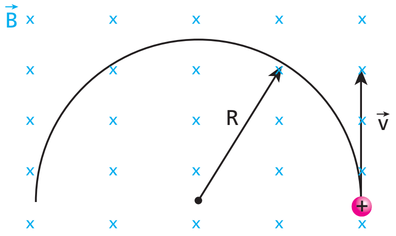
$$\frac{mv^2}{R} = |q|\, v\, B \Rightarrow R = \frac{mv}{|q|B}$$

Como $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, $v = 3,2 \cdot 10^4$ m/s, $|q| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C e $B = 9,1 \cdot 10^{-6}$ T, calculemos **R**:

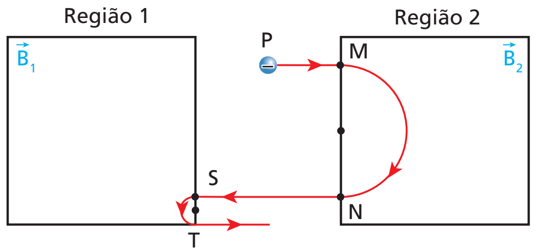
$$R = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3,2 \cdot 10^4}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 9,1 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow R = 2,0 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

O elétron descreve trajetória circular, de raio igual a $2,0 \cdot 10^{-2}$ m.

26. Um próton (carga **q** e massa **m**) penetra numa região do espaço onde existe exclusivamente um campo de indução magnética $\vec{B}$, uniforme e constante, conforme a figura. Determine o módulo de $\vec{B}$, para que a carga lançada com velocidade $\vec{v}$, de módulo $1 \cdot 10^6$ m/s, descreva a trajetória circular indicada, de raio R = 2 m.
Dado: $m/q = 1 \cdot 10^{-8}$ kg/C.



27. Uma partícula com carga negativa é lançada do ponto **P**, passando pelas regiões 2 e 1, onde existem campos magnéticos $\vec{B}_2$ e $\vec{B}_1$, perpendiculares ao papel, uniformes e constantes.



Supondo que as únicas forças atuantes na partícula sejam devidas aos campos $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$:

a) Quais os sentidos de $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$: "entrando" ou "saindo" do papel?

b) Qual campo é mais intenso, $\vec{B}_1$ ou $\vec{B}_2$?

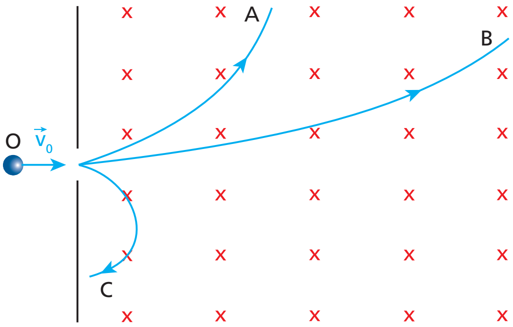
c) Dizendo qual é o maior, compare os tempos para a partícula percorrer os arcos MN e ST, Δt_{MN} e Δt_{ST}.

Exercícios

nível 2

28. Considere uma região onde o campo gravitacional tem módulo $g = 10\ m/s^2$. Um elétron, movendo-se nessa região a $2{,}0 \cdot 10^3\ m/s$, penetra num campo magnético uniforme e constante de 2,0 T, perpendicularmente às linhas de indução. Calcule os módulos das forças magnética e gravitacional atuantes no elétron nessa situação. Compare os dois valores.
Dados: massa do elétron $= 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg;
módulo da carga do elétron $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

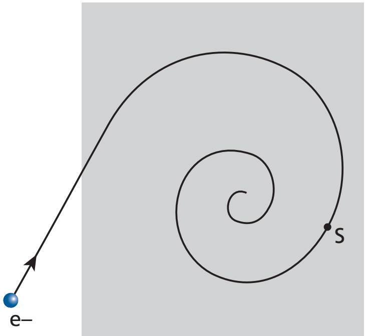
29. A figura mostra as trajetórias seguidas por três partículas (elétron, próton e dêuteron) lançadas de um mesmo ponto **O**, perpendicularmente às linhas de indução de um campo magnético uniforme e constante $\vec{B}$, todas com a mesma velocidade inicial $\vec{v}_0$:



Quais são, respectivamente, as trajetórias descritas pelo próton, pelo dêuteron (partícula constituída por um nêutron e um próton) e pelo elétron?

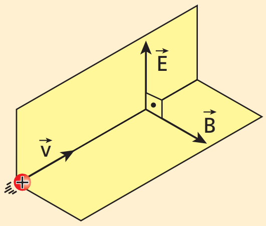
30. Um dêuteron – partícula constituída por um nêutron e um próton – descreve trajetória circular de raio igual a 10 cm num campo magnético de indução uniforme e constante, de intensidade igual a 2,0 T. Sendo a massa e a carga elétrica do dêuteron respectivamente iguais a $3{,}4 \cdot 10^{-27}$ kg e $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, e supondo a força magnética como a única atuante, calcule:
a) o módulo de sua velocidade;
b) o intervalo de tempo para o dêuteron percorrer uma semicircunferência.
Use $\pi = 3{,}14$.

31. (UFMG) A figura ao lado mostra um elétron que entra em uma região onde duas forças atuam sobre ele: uma deve-se à presença de um campo magnético; a outra resulta de interações do elétron com outras partículas e atua como uma força de atrito.



Nessa situação, o elétron descreve a trajetória plana e em espiral representada na figura.
Despreze o peso do elétron.
1. Determine e identifique, nessa figura, as forças que atuam sobre o elétron no ponto **S**.
2. Determine a direção e o sentido do campo magnético existente na região sombreada. Explique seu raciocínio.

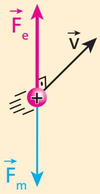
32. E.R. A figura a seguir representa uma partícula de carga positiva **q** penetrando em uma região onde existem dois campos uniformes e constantes, perpendiculares entre si: um campo elétrico $\vec{E}$ e um campo de indução magnética $\vec{B}$.



A velocidade $\vec{v}$ é perpendicular aos vetores $\vec{E}$ e $\vec{B}$. Considerando que as forças devidas a $\vec{E}$ e a $\vec{B}$ sejam as únicas atuantes na partícula:
a) Como será o seu movimento, após penetrar nos campos, se a intensidade de $\vec{v}$ for igual a $\frac{E}{B}$? E se a carga da partícula for negativa?
b) Qual a condição para que ela, com carga positiva, desvie para cima?

Resolução:

a) As forças atuantes na partícula são: a força elétrica $\vec{F}_e$, no sentido de $\vec{E}$ porque a carga é positiva, e a força magnética $\vec{F}_m$, cujo sentido é dado pela regra da mão direita espalmada.
Como $\vec{F}_e = q\,\vec{E}$, temos:
$$F_e = |q|\ E$$
A intensidade da força magnética é dada por:
$$F_m = |q|\ v\ B \text{ sen } 90° = |q|\ v\ B$$



Fazendo $v = \frac{E}{B}$, obtemos:
$$F_m = |q| \cdot \frac{E}{B} \cdot B = |q|\ E$$
Como $\vec{F}_e$ e $\vec{F}_m$ têm mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos, a força resultante na partícula é nula.
Portanto:

O movimento da partícula será retilíneo e uniforme, com velocidade $\vec{v}$.

Se a carga da partícula fosse negativa, as duas forças que atuam nela sofreriam apenas inversão de sentido. Assim, a força resultante continuaria nula, e o movimento também seria retilíneo e uniforme, com velocidade $\vec{v}$.

b) Para a partícula com carga positiva desviar-se para cima, é necessário reduzir a intensidade de $\vec{F}_m$, o que se consegue reduzindo o módulo da velocidade.
Então, devemos ter:
$$\boxed{v < \frac{E}{B}}$$

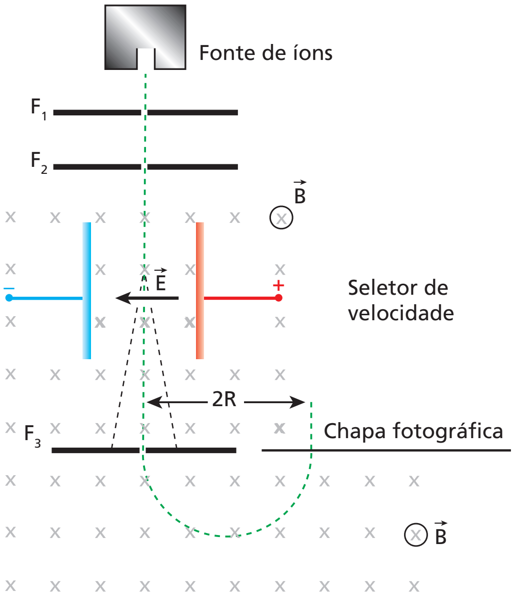
Nota:
- Para $v > \frac{E}{B}$, $\vec{F}_m$ é mais intensa que $\vec{F}_e$, e a partícula desvia-se para baixo.

33. (UFC-CE) Em um dado instante de tempo, uma partícula **X** (massa **m** e carga elétrica nula) e uma partícula **Y** (massa **m** e carga elétrica positiva **q**) entram com velocidades iguais e de módulo **v**, em uma região na qual está presente um campo magnético uniforme de intensidade **B**. As partículas são lançadas em um mesmo plano perpendicular ao campo magnético.

a) Determine o intervalo de tempo Δt para o qual as partículas terão suas velocidades em sentidos opostos.
b) Determine a variação de energia cinética total do sistema no intervalo de tempo encontrado no item anterior.

Desconsidere quaisquer efeitos gravitacionais e de dissipação de energia.

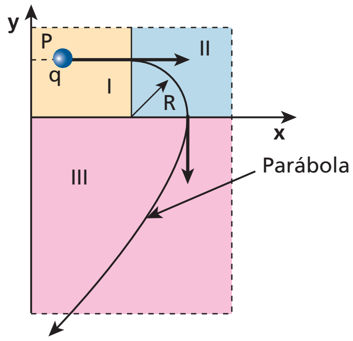
34. O espectrômetro de massa é um instrumento usado na determinação de massas atômicas e também na separação de isótopos de um mesmo elemento químico. A figura mostra esquematicamente um tipo de espectrômetro. A fonte produz íons que emergem dela com carga **+e** e são acelerados por um campo elétrico não indicado na figura. As fendas F_1 e F_2 servem para colimar o feixe de íons, isto é, para que prossigam apenas íons que se movem em uma determinada direção.



Os íons que passam pela fenda F_2 invadem o seletor de velocidade, que é uma região onde existem um campo elétrico e um campo magnético, ambos uniformes e constantes, perpendiculares entre si e perpendiculares ao feixe de íons. Só prosseguem na mesma trajetória retilínea os íons que têm **determinada** velocidade $\vec{v}$. Os íons que atravessam a fenda F_3 entram em movimento circular e uniforme de raio **R**.

Considerando $E = 4{,}0 \cdot 10^3$ N/C, $B = 2{,}0 \cdot 10^{-1}$ T e $R = 2{,}0 \cdot 10^{-2}$ m e sendo $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, determine a massa do íon.

35. (Fuvest-SP) Em cada uma das regiões I, II e III da figura a seguir existe ou um campo elétrico constante $\pm E_x$ **na direção x**, ou um campo elétrico constante $\pm E_y$ **na direção y**, ou um campo magnético constante $\pm B_z$ **na direção z** (perpendicular ao plano do papel). Quando uma carga positiva **q** é abandonada no ponto **P** da região I, ela é acelerada uniformemente, mantendo uma trajetória retilínea, até atingir a região II. Ao penetrar na região II, a carga passa a descrever uma trajetória circular de raio **R**, e o módulo da sua velocidade permanece constante. Finalmente, ao penetrar na região III, percorre uma trajetória parabólica até sair dessa região. A tabela abaixo indica algumas configurações possíveis dos campos nas três regiões.

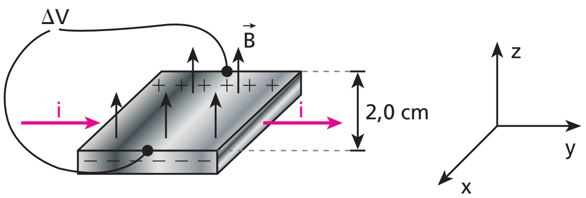


Configuração de campo	A	B	C	D	E
Região I	E_x	E_x	B_z	E_x	E_x
Região II	B_z	E_y	E_y	E_y	B_z
Região III	E_y	B_z	E_x	$-E_x$	$-E_x$

A única configuração dos campos, compatível com a trajetória da carga, é aquela descrita em:

a) A b) B c) C d) D e) E

36. (Unesp-SP) Na figura, uma placa quadrada de lado $L = 2{,}0$ cm, de material condutor, é percorrida por uma corrente elétrica no sentido **y** crescente. Ao aplicarmos um campo magnético constante de módulo $B = 0{,}80$ T, os portadores de carga em movimento, que originam a corrente de intensidade **i**, são deslocados provocando um acúmulo de cargas positivas na borda de trás e negativas na da frente, até que a diferença de potencial entre essas bordas se estabilize com valor $\Delta V = 4{,}0 \cdot 10^{-7}$ V, o que resulta em um campo elétrico uniforme na direção **x**, decorrente dessa separação de cargas, que compensa o efeito defletor do campo magnético. Esse fenômeno é conhecido como efeito Hall.

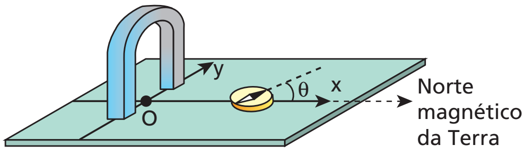


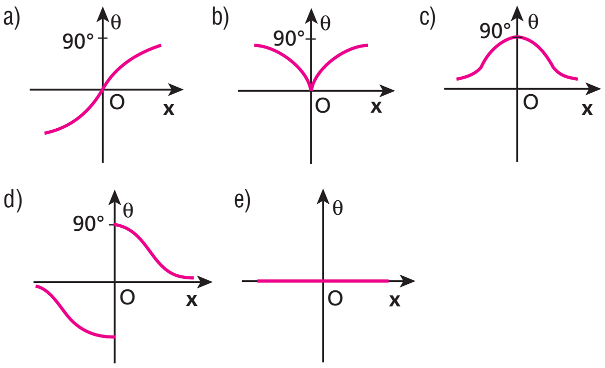
Determine o módulo do vetor campo elétrico $\vec{E}$, gerado na direção **x**, e o módulo da média das velocidades dos portadores de carga na direção **y**.

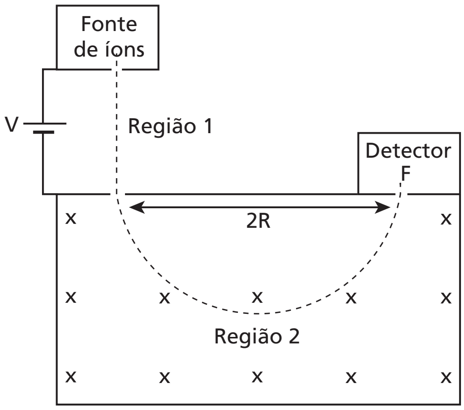
Descubra mais

1. Por que as auroras polares acontecem predominantemente nos polos?
2. Em Eletrostática, você estudou as **linhas de força** de um campo elétrico. Por que essa denominação (linhas de força) não é adequada para as linhas de indução de um campo magnético?

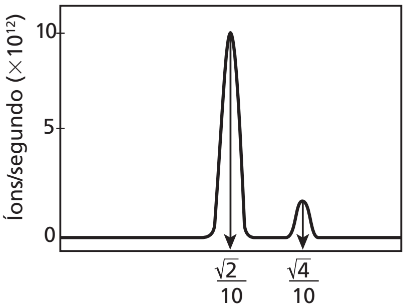
37. (Cesgranrio-RJ) Numa superfície horizontal, são traçados dois eixos coordenados ortogonais Ox e Oy, com o eixo Ox apontando para o polo norte magnético da Terra. Coloca-se um ímã em forma-to de ferradura, apoiado sobre suas extremidades, de modo que estas estejam sobre o eixo Oy e simetricamente dispostas em relação à origem **O** dos eixos. Desloca-se uma pequena bússola ao longo de Ox, sendo **θ** o ângulo que a agulha da bússola forma com este eixo. A variação do ângulo **θ** ao longo de Ox é mais bem representada na figura:







(a)



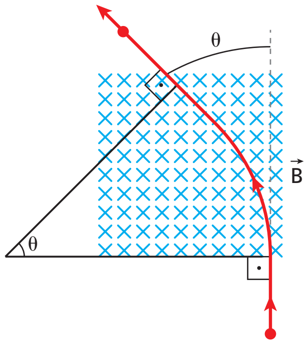
(b)

38. (UFPE) Partículas de massa $m = 1,6 \cdot 10^{-26}$ kg e carga $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, após serem aceleradas desde o repouso por uma diferença de potencial de 2 000 V, entram em um campo magnético igual a 0,5 T, perpendicular à direção de seus movimentos. Qual é o raio de suas trajetórias, em **milímetros**?

39. (Unicamp-SP) Espectrômetros de massa são aparelhos utilizados para determinar a quantidade relativa de isótopos dos elementos químicos. A figura (**a**) a seguir mostra o esquema de um desses espectrômetros. Inicialmente os íons são acelerados na região 1 pela tensão **V**. Na região 2, existe um campo magnético **B** constante, que obriga os íons a seguirem uma trajetória circular. Se a órbita descrita pelo íon tiver raio **R**, eles atingem a fenda **F** e são detectados. Responda aos itens (**a**) e (**b**) literalmente e ao item (**c**) numericamente.

a) Qual a expressão para a velocidade do íon ao entrar na região 2 em função de sua massa **m**, de sua carga **q** e da tensão **V**?
b) Qual a expressão da massa do íon detectado em função da tensão **V**, da carga **q**, do campo magnético **B** e do raio **R**?
c) Em dado espectrômetro de massa com V = 10 000 V e R = 10 cm, uma amostra de um elemento com carga iônica +e produziu o espectro da figura (**b**) a seguir. Determine as massas correspondentes a cada um dos picos em unidades de massa atômica (**u**) e identifique qual é o elemento químico e quais são os isótopos que aparecem no gráfico. Adote $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C e $1\ u = 1,6 \cdot 10^{-27}$ kg.

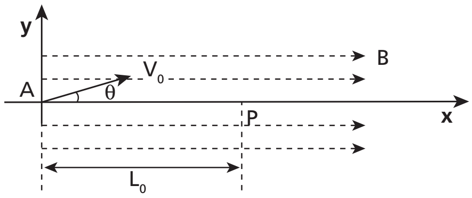
40. (UFRJ) Uma partícula de massa **m** e carga **q** positiva, em movimento retilíneo uniforme, penetra em uma região na qual há um campo magnético uniforme, vertical e de módulo **B**. Ao sair da região, ela retoma um movimento retilíneo uniforme. Todo o movimento se processa em um plano horizontal e a direção do movimento retilíneo final faz um ângulo **θ** com a direção do movimento retilíneo inicial. A velocidade da partícula é grande o bastante para desprezarmos a força gravitacional, de modo a considerarmos apenas a força magnética sobre ela.



a) Determine a razão $\frac{v'}{v}$ entre o módulo **v'** da velocidade do movimento retilíneo final e o módulo v da velocidade do movimento retilínio inicial.
b) Calcule quanto tempo a partícula demora para atravessar a região em que há campo magnético em função de q, m, B e θ.

41. Em uma região existem dois campos uniformes e constantes, sendo um elétrico e outro magnético, perpendiculares entre si. O campo elétrico tem intensidade igual a $2 \cdot 10^5$ V/m e o magnético, 0,1 T. Uma partícula eletrizada atravessa a região sem sofrer desvio. Determine sua velocidade, em função do ângulo **θ** entre a velocidade e o campo magnético.

42. (Fuvest-SP) Um próton de massa $M \cong 1{,}6 \cdot 10^{-27}$ kg, com carga elétrica $Q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, é lançado em **A**, com velocidade V_0, em uma região onde atua um campo magnético uniforme **B**, na direção **x**. A velocidade V_0, que forma um ângulo **θ** com o eixo **x**, tem componentes $V_{0x} = 4{,}0 \cdot 10^6$ m/s e $V_{0y} = 3{,}0 \cdot 10^6$ m/s. O próton descreve um movimento em forma de hélice, voltando a cruzar o eixo **x**, em **P**, com a mesma velocidade inicial, a uma distância $L_0 = 12$ m do ponto **A**. Desconsiderando a ação do campo gravitacional e utilizando $\pi \cong 3$, determine:

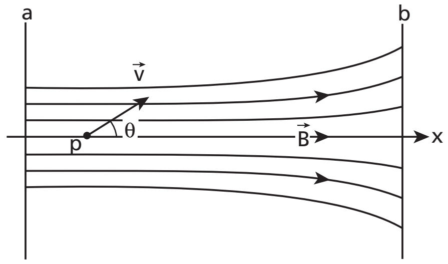


a) o intervalo de tempo Δt, em **s**, que o próton leva para ir de **A** a **P**;
b) o raio **R**, em **m**, do cilindro que contém a trajetória em hélice do próton;
c) a intensidade do campo magnético **B**, em tesla, que provoca esse movimento.

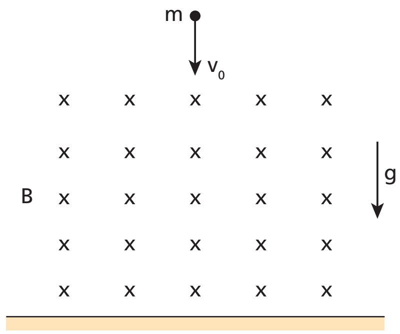
Uma partícula com carga **Q**, que se move em um campo **B**, com velocidade **V**, fica sujeita a uma força de intensidade $F = Q \cdot V_n \cdot B$, normal ao plano formado por **B** e V_n, sendo V_n a componente da velocidade **V** normal a **B**.

43 (ITA-SP) Na região do espaço entre os planos **a** e **b**, perpendiculares ao plano do papel, existe um campo de indução magnética, simétrico ao eixo **x**, cuja magnitude diminui com o aumento de **x**, como mostrado na figura a seguir. Uma partícula de carga **q** é lançada a partir do ponto **p** no eixo **x**, com uma velocidade formando um ângulo **θ** com o sentido positivo desse eixo. Desprezando o efeito da gravidade, pode-se afirmar que, inicialmente:

a) a partícula seguirá uma trajetória retilínea, pois o eixo **x** coincide com uma linha de indução magnética.
b) a partícula seguirá uma trajetória helicoidal com raio constante.
c) se $\theta < 90°$, a partícula seguirá uma trajetória helicoidal com raio crescente.
d) a energia cinética da partícula aumentará ao longo da trajetória.
e) nenhuma das alternativas acima é correta.



44. (Fuvest-SP) Uma partícula, de massa **m** e com carga elétrica **Q**, cai verticalmente com velocidade constante v_0. Nessas condições, a força de resistência do ar pode ser considerada como $R_{ar} = k\ v$, sendo **k** uma constante e **v** a velocidade. A partícula penetra, então, em uma região onde atua um campo magnético uniforme e constante $\vec{B}$, perpendicular ao plano do papel e, nele entrando, conforme a figura ao lado. A velocidade da partícula é, então, alterada, adquirindo, após certo intervalo de tempo, um novo valor v_L, constante.

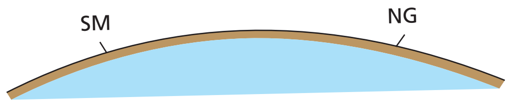


(Lembre-se de que a intensidade da força magnética é
$|F_M| = |q|\ |v|\ |B|$, em unidades SI, para $\vec{v}$ perpendicular a $\vec{B}$.)

a) Expresse o valor da constante **k** em função de **m**, **g** e v_0.
b) Esquematize os vetores das forças (Peso, R_{ar} e F_M) que agem sobre a partícula, em presença do campo **B**, na situação em que a velocidade passa a ser a velocidade v_L. Represente, por uma linha tracejada, a direção e o sentido de v_L.
c) Expresse o valor da velocidade v_L da partícula, na região onde atua o campo **B**, em função de **m**, **g**, **k**, **B** e **Q**.

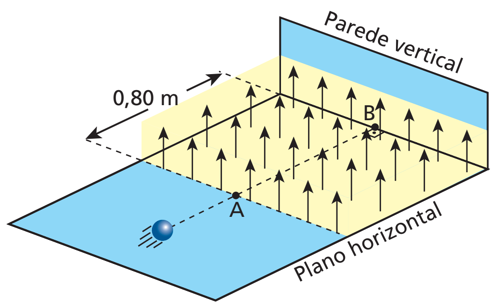
Para raciocinar um pouco mais

45. Uma pessoa encontra-se na superfície da Terra, mas desconhece sua posição. Suponhamos que ela esteja a meia distância entre o polo norte geográfico (NG) e o polo sul magnético (SM) e resolva caminhar para o polo norte geográfico, confiando na indicação de sua bússola, como está habituada a fazer.



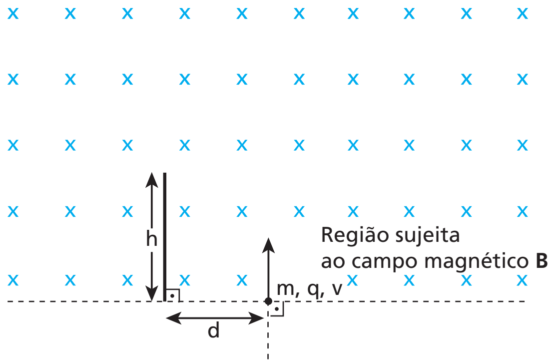
Ela se deslocará no sentido correto?

46. Uma bolinha de massa $m = 2{,}0 \cdot 10^{-3}$ kg, eletrizada com carga $q = 8{,}0 \cdot 10^{-6}$ C, move-se em linha reta em um plano horizontal, com velocidade constante de $2{,}0 \cdot 10^{-2}$ m/s.



Ao passar pelo ponto **A**, a bolinha penetra numa região onde existe um campo magnético uniforme e vertical, de intensidade 5,0 T (extremamente maior que o campo magnético terrestre), que se estende até a parede vertical. Desprezando o atrito e as influências do ar, a que distância do ponto **B** a bolinha colidirá com a parede vertical?

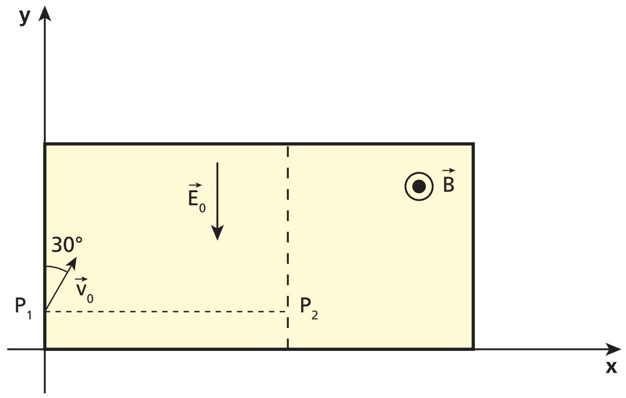
47. (IME-RJ) Uma partícula de massa **m** e carga **q** viaja a uma velocidade **v** até atingir perpendicularmente uma região sujeita a um campo magnético uniforme **B**.



Desprezando o efeito gravitacional e levando em conta apenas a força magnética, determine a faixa de valores de **B** para que a partícula se choque com o anteparo de comprimento **h** localizado a uma distância **d** do ponto onde a partícula começou a sofrer o efeito do campo magnético.

48. (IME-RJ) O movimento, num plano horizontal, de um pequeno corpo de massa **m** e carga positiva **q**, divide-se em duas etapas:

1) no ponto P_1, o corpo penetra numa região onde existe um campo elétrico constante de módulo E_0, representado na figura;
2) o corpo sai da primeira região e penetra numa segunda região, onde existe um campo magnético constante, tendo a direção perpendicular ao plano do movimento e o sentido indicado na figura.

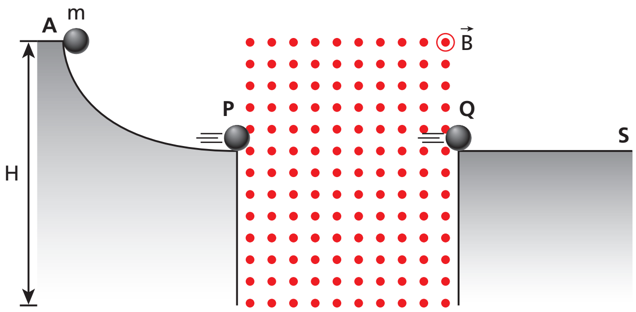


Na primeira região, ele entra com um ângulo de 30° em relação à direção do campo elétrico, conforme está apresentado na figura. Na segunda região, ele descreve uma trajetória que é um semicírculo.

Supondo que o módulo da velocidade inicial na primeira região é v_0, determine, em função dos dados:

a) a diferença de potencial entre os pontos em que o corpo penetra e sai da região com campo elétrico;
b) o módulo do campo magnético para que o corpo retorne à primeira região em um ponto P_2 com a mesma ordenada que o ponto P_1.

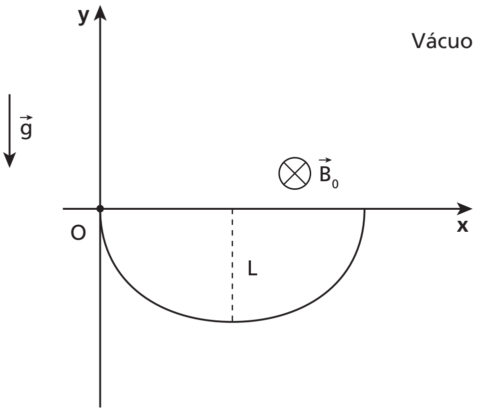
49. Uma partícula de massa **m**, eletrizada com carga de módulo **q**, é abandonada do ponto **A** da rampa indicada na figura. Após atingir o ponto **P** (final do trecho horizontal da rampa), a partícula atravessa uma vala, entre **P** e **Q**, onde se submete a um campo magnético constante e uniforme, de intesidade **B**, e, com velocidade horizontal, chega ao ponto **Q** da superfície **S**.



Desprezando atrito e influências do ar, e sendo **g** a intensidade do campo gravitacional:

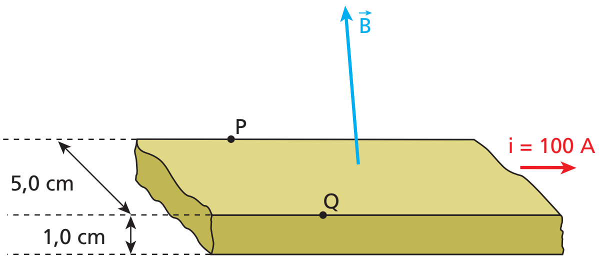
a) Determine **H**.
b) Supondo que o campo magnético fosse $2\vec{B}$, em vez de $\vec{B}$, quais deveriam ser as características de um campo elétrico constante e uniforme $\vec{E}$, aplicado entre **P** e **Q**, para que a mesma partícula, solta da mesma altura **H**, chegasse com velocidade horizontal ao ponto **Q**?

50. (ITA-SP) Uma partícula de massa **m** carregada com carga $q > 0$ encontra-se inicialmente em repouso imersa num campo gravitacional $\vec{g}$ e num campo magnético $\vec{B}_0$ com sentido negativo em relação ao eixo Oz, conforme indicado na figura. Sabemos que a velocidade e a aceleração da partícula na direção Oy são funções harmônicas simples. Disso resulta uma trajetória cicloidal num plano perpendicular a $\vec{B}_0$. Determine o deslocamento máximo (**L**) da partícula.



51. No cobre, o número de elétrons livres por unidade de volume é $n = 8{,}5 \cdot 10^{22}$ elétrons/cm³. Na figura a seguir temos uma fita de cobre, percorrida por corrente constante de intensidade $i = 100$ A e imersa em campo magnético uniforme de intensidade $B = 4{,}0$ T, perpendicular a ela. Calcule:

a) a velocidade média de deslocamento dos elétrons livres ($e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C);
b) a diferença de potencial entre os pontos **P** e **Q**, em valor absoluto.



Tópico 2

A origem do campo magnético

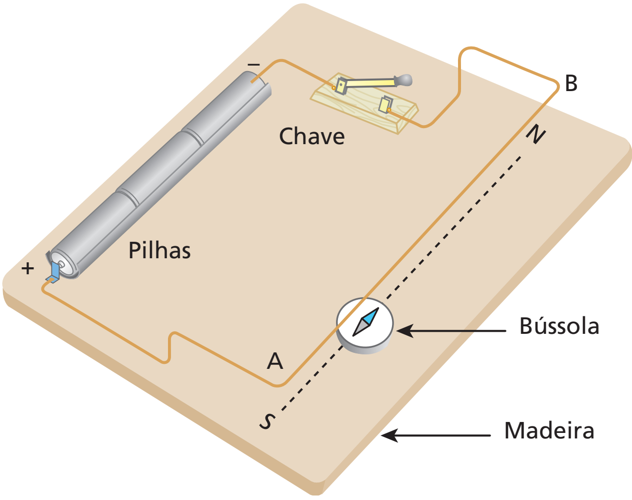
Bloco 1

1. Introdução

Já conhecemos as origens dos campos gravitacional e eletrostático: uma massa cria um campo gravitacional, e uma carga elétrica estacionária cria um campo eletrostático.

Vamos, agora, estudar a origem do campo magnético.

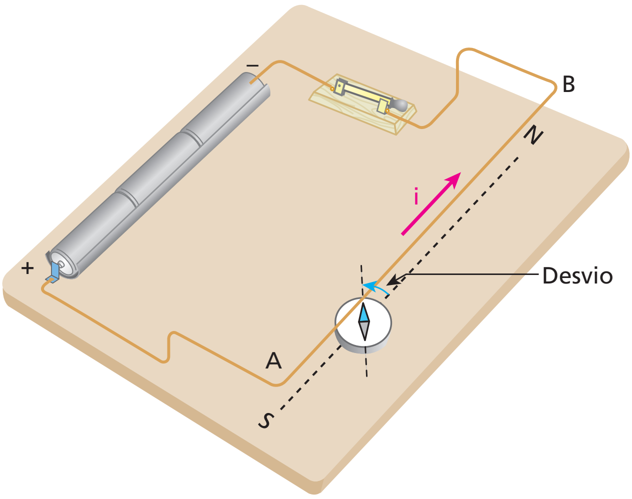
Em 1820, o dinamarquês Hans Christian **Oersted** (1777-1851), professor de Física da Universidade de Copenhague, mostrou experimentalmente que os fenômenos elétricos e os magnéticos não eram tão independentes como se supunha até então. Oersted descobriu que um fio percorrido por corrente elétrica, colocado nas proximidades de uma bússola, era capaz de provocar desvio na agulha magnética. Dessa maneira, comprovou-se a ligação existente entre eletricidade e magnetismo.



Na figura, a agulha da bússola já se estabilizou na direção norte-sul. A chave está aberta e, portanto, não circula corrente no fio condutor AB (de cobre), disposto paralelamente à agulha e acima dela.

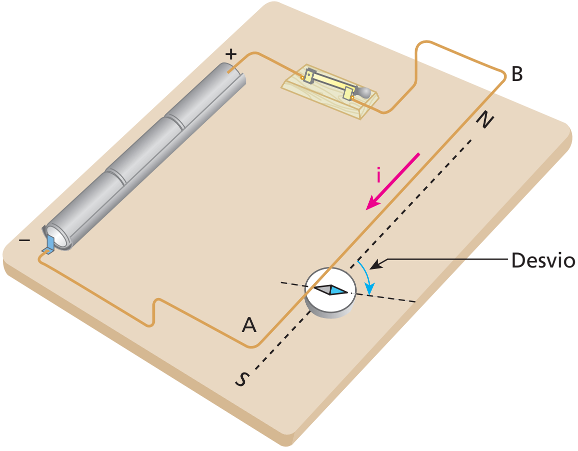
Hulton Archive/Getty Images

Hans Christian Oersted, físico dinamarquês, que muito contribuiu para o desenvolvimento do Eletromagnetismo e de suas aplicações tecnológicas.



Fechando-se a chave, o condutor AB é percorrido por uma corrente **i**, no sentido indicado. A agulha sofre um desvio, estabilizando-se numa direção diferente da anterior. Abrindo-se a chave, a agulha volta a se estabilizar na direção norte-sul.

As três figuras a seguir ilustram a experiência de Oersted:



Invertendo o sentido da corrente, a agulha sofre um desvio no sentido oposto.

Réplica do equipamento usado por Oersted em seu experimento.

Para interpretar o resultado desse experimento, é preciso lembrar que a agulha da bússola se estabiliza na direção do campo magnético no local em que ela se encontra, com seu polo norte magnético apontando no sentido desse campo.

Na primeira das três figuras, a agulha estava alinhada com o campo magnético da Terra. Nas outras duas figuras, porém, a agulha se estabilizou em direções diferentes, alinhando-se, portanto, com um campo magnético diferente do da Terra.

Constata-se, então, que **a corrente elétrica** no fio AB **criou um campo magnético** que, composto com o da Terra, produziu um campo magnético resultante, com o qual a agulha passou a se alinhar.

Portanto:

> Cargas elétricas em movimento, ou seja, correntes elétricas, criam um campo magnético na região do espaço que as circunda, sendo, portanto, fontes de campo magnético.

Neste momento, podemos questionar a origem do campo magnético de um ímã.

Para um ímã produzir seu campo magnético, ele não precisa ser ligado a uma pilha ou a uma bateria, ou seja, não precisamos fazer uma corrente elétrica passar por ele.

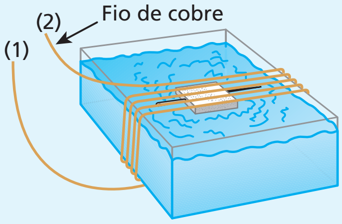
Do ponto de vista clássico, a causa do campo magnético de um ímã, entretanto, continua sendo correntes elétricas: são pequeníssimas correntes devidas ao movimento dos elétrons dos átomos que constituem o ímã, como veremos no item 5 deste Tópico.

Notas:

- Algumas semanas após o experimento de Oersted, Ampère mostrou, também experimentalmente, que um fio de cobre enrolado em forma de hélice cilíndrica, chamado solenoide, produzia externamente os mesmos efeitos que um ímã em forma de barra reta, quando nesse fio era estabelecida uma corrente elétrica.
- Um corpo eletrizado e em movimento em relação a um determinado referencial cria, nesse referencial, um campo elétrico $\vec{E}$, por estar **eletrizado**, e um campo magnético $\vec{B}$, por estar **eletrizado e em movimento**.

Faça você mesmo

Corrente elétrica gera campo magnético



Coloque a bússola construída no experimento proposto no "Faça você mesmo" do Tópico 1 em um recipiente de vidro, plástico ou alumínio, e enrole nele um fio de cobre esmaltado, dando várias voltas, como mostra a figura. Coloque água no recipiente, de modo que o pedaço de isopor (com a agulha imantada) fique próximo do fio de cobre. Posicione o recipiente de tal forma que a agulha fique alinhada com o fio de cobre sobre ela.

Raspe as pontas (1) e (2) do fio de cobre para retirar o esmalte isolante que existe nele. Em seguida, ligue as pontas aos terminais de uma pilha comum e observe o desvio da agulha imantada. Esse desvio comprova o surgimento de um campo magnético criado pela corrente elétrica que passa pelo fio.

Obviamente, você pode realizar um experimento equivalente a este, usando uma outra bússola qualquer.

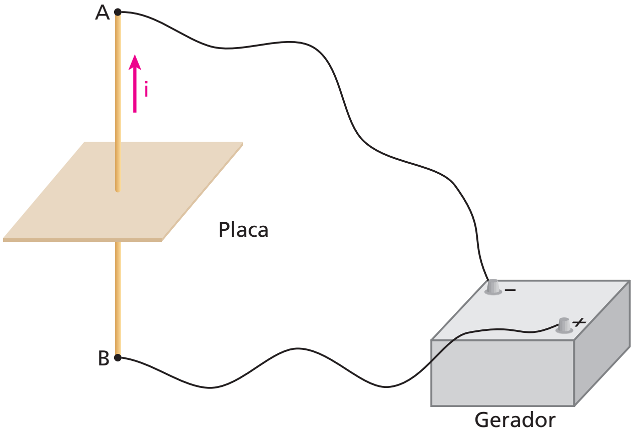
2. Campo magnético gerado por um fio retilíneo muito longo (infinito)

Linhas de indução

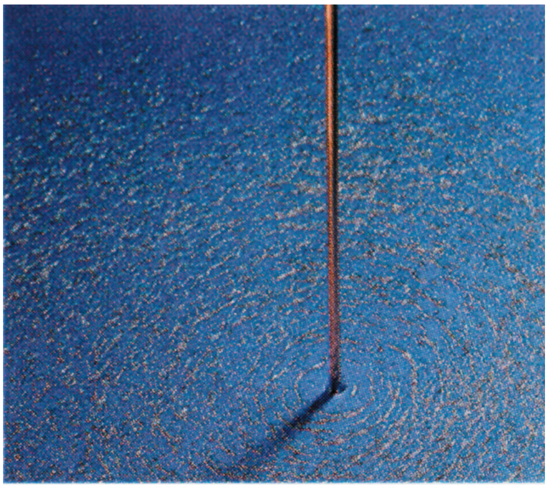
Na prática, quando nos referimos a “fio muito longo” ou “fio infinito”, estamos considerando as regiões próximas do fio e bem afastadas de suas extremidades.

A figura a seguir sugere um experimento em que será gerado um campo magnético supostamente intenso o suficiente para podermos ignorar o campo magnético da Terra.

Um fio retilíneo AB perfura uma placa, de papelão, madeira ou plástico, perpendicularmente. Esse fio está ligado a um gerador, capaz de produzir nele uma corrente elétrica de grande intensidade **i**.



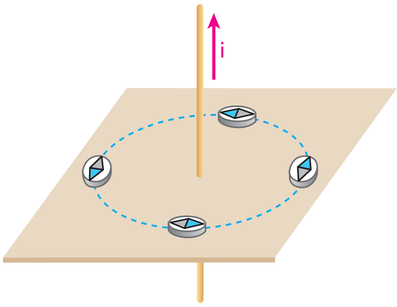
Se pulverizarmos limalha de ferro sobre a placa, poderemos observar a configuração das linhas de indução do campo magnético gerado pelo fio.


Richard Megna/Fundamental Photographs

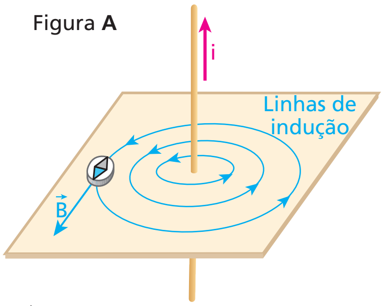
Padrão do campo magnético gerado pela corrente elétrica em um fio retilíneo. Cada partícula de ferro comporta-se como uma minúscula agulha imantada.

Observamos que as linhas de indução desse campo são **circunferências** dispostas em um plano perpendicular ao fio, todas com centro nesse fio.

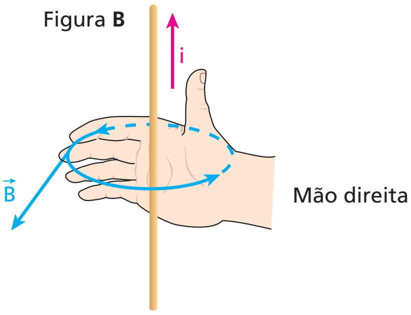
Para descobrir o sentido dessas linhas de indução, usamos uma bússola, em vez de limalhas de ferro. Deslocamos a bússola sobre a placa, mantendo-a sempre à mesma distância do fio. Observe, na ilustração a seguir, os posicionamentos da agulha.



Lembrando que a agulha se alinha com o vetor $\vec{B}$, criado pelo fio, com seu polo norte magnético apontando no sentido de $\vec{B}$, descobrimos a orientação das linhas de indução indicada na figura **A**:



O vetor $\vec{B}$ é, em cada ponto, tangente a uma linha de indução e tem o sentido indicado por ela.

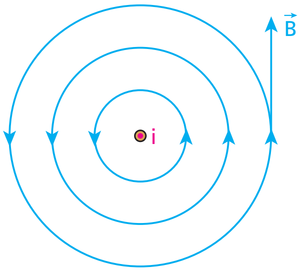


Regra da mão direita envolvente.

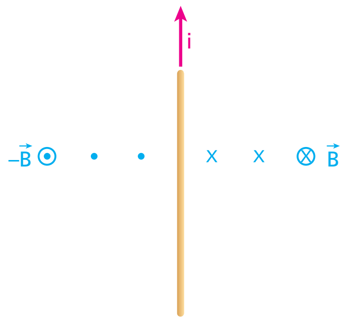
Na figura **B**, observamos uma regra prática para orientar as linhas de indução: a **regra da mão direita envolvente**.

Para aplicar essa regra, “segure” o fio com a mão direita, de modo que seu dedo polegar aponte no sentido da corrente elétrica **i**, como mostra a figura. Os outros dedos darão, automaticamente, o sentido das linhas de indução.

Usando essa regra, confirme os sentidos indicados para as linhas de indução nas duas ilustrações seguintes:



Fio perpendicular ao plano do papel, com a corrente "saindo" desse plano.

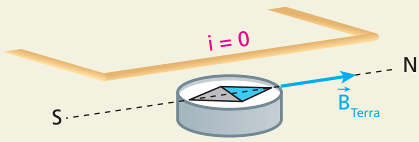


Fio estendido no plano do papel. À direita do fio, as linhas de indução têm sentido entrando no papel e, à esquerda do fio, saindo do papel.

Entendendo a experiência de Oersted

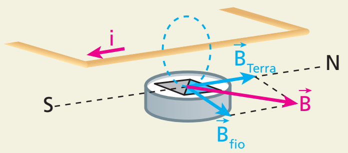
Agora, podemos entender melhor o desvio da agulha da bússola na experiência de Oersted.

Na ausência de corrente no fio, a agulha se alinhava com o vetor indução magnética da Terra, $\vec{B}_{Terra}$, suposto horizontal, como representado na figura:



A agulha alinha-se com $\vec{B}_{Terra}$, com seu polo norte apontando no sentido de $\vec{B}_{Terra}$.

Quando o fio é percorrido por uma corrente de intensidade **i**, ela cria um campo $\vec{B}_{fio}$ e a agulha se alinha com o campo $\vec{B}$, resultante de $\vec{B}_{Terra}$ com $\vec{B}_{fio}$, como ilustra a figura abaixo.

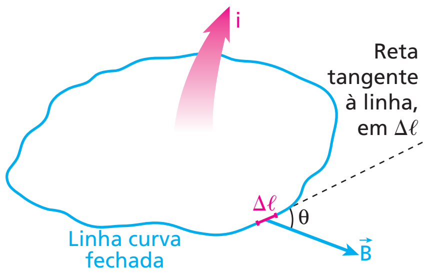


A agulha alinha-se com $\vec{B}$ e seu polo norte aponta no sentido de $\vec{B}$.

Intensidade do vetor indução magnética

O cálculo da intensidade do vetor $\vec{B}$, criado por um condutor retilíneo muito longo, requer o conhecimento da **Lei de Ampère**.

Para as nossas necessidades, ela pode ser apresentada da seguinte maneira:



Consideremos uma linha curva qualquer, fechada, contida em um meio em que existe um campo magnético $\vec{B}$. Vamos representar por $\Delta\ell$ o comprimento de um trecho elementar ("pedacinho") dessa linha e por **i** a intensidade constante da corrente elétrica que **atravessa** a região envolvida pela linha, como mostra a figura acima.

A Lei de Ampère é dada pela seguinte expressão:

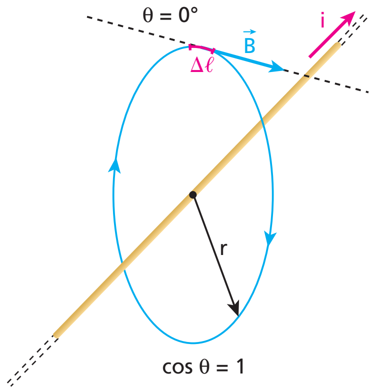
$$\Sigma\, B\, \Delta\ell \cos\theta = \mu\, i$$

em que o somatório deve ser feito ao longo de toda a linha curva fechada.

A grandeza **μ**, que apareceu nessa expressão, é denominada **permeabilidade absoluta** do meio em que a linha curva foi traçada. Trata-se de uma característica do meio, e sua unidade, no SI, é $\frac{Tm}{A}\left(\frac{\text{tesla} \cdot \text{metro}}{\text{ampére}}\right)$.

Vamos, então, usar a lei apresentada e determinar a intensidade do vetor $\vec{B}$ gerado por um condutor retilíneo.

Para isso, aplicaremos essa lei, ao longo de uma linha de indução, já que pode ser usada qualquer curva fechada.



Temos que:

$$\Sigma\, B\, \Delta\ell \cos\theta = \mu\, i \Rightarrow \Sigma\, B\, \Delta\ell = \mu\, i$$

Por simetria, a intensidade de **B** é a **mesma** em todos os pontos da linha de indução.

Então:

$$B\, \Sigma\, \Delta\ell = \mu\, i \quad \text{(I)}$$

Note que o somatório de todos os $\Delta\ell$ é o perímetro da linha de indução, ou seja:

$$\Sigma\, \Delta\ell = 2\pi\, r \quad \text{(II)}$$

Substituindo (II) em (I), obtemos:

$$B\, 2\pi\, r = \mu\, i \Rightarrow \boxed{B = \frac{\mu i}{2\pi r}}$$

Notas:

- O campo magnético estacionário gerado por uma corrente elétrica constante poderá atuar em cargas elétricas em movimento de maneira análoga à atuação exercida pelo campo de um ímã, conforme vimos no Tópico 1.
- Frequentemente a permeabilidade absoluta é chamada simplesmente de **permeabilidade**.

Permeabilidade absoluta do vácuo

Suponha que o meio ao redor do condutor seja o vácuo. A **permeabilidade absoluta do vácuo**, cujo símbolo é μ_0, tem, no SI, o seguinte valor, simplesmente **adotado**:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\, \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$$

Mais adiante, veremos que o valor da permeabilidade absoluta $\boldsymbol{\mu}$ de muitos outros meios, como o ar, a água e o óleo, por exemplo, são praticamente iguais a μ_0.

Notas:

- O fato de o valor de μ_0 ter sido **adotado** causa estranheza. Entretanto, você vai entender por que foi feita essa adoção, ao estudar a definição do **ampère**, no item 5 do próximo Tópico.
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\, \dfrac{\text{Tm}}{\text{A}} = 4\pi \cdot 10^{-7}\, \dfrac{\text{N}}{\text{A}^2}$.

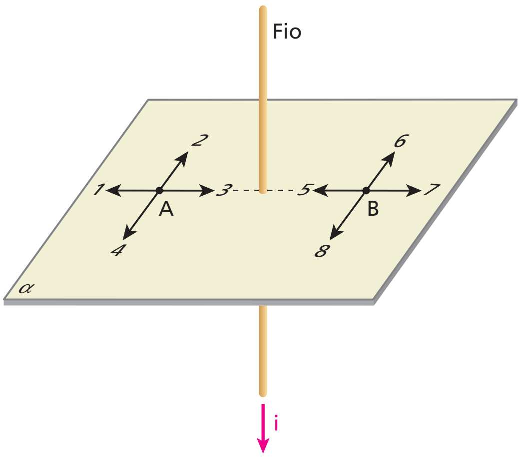
Exercícios

nível 1

1. Um campo magnético é gerado:

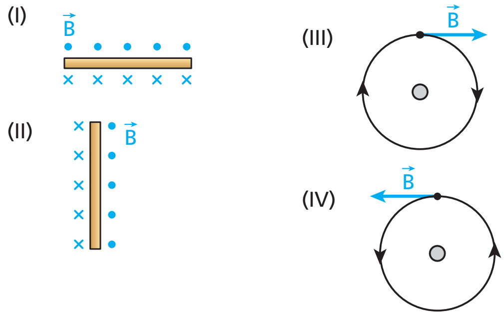
a) por eletrização: o polo norte magnético é positivo e o polo sul magnético é negativo.
b) por cargas elétricas em repouso.
c) por cargas elétricas necessariamente em movimento circular.
d) por cargas elétricas necessariamente em movimento retilíneo.
e) por cargas elétricas em movimento, não importando o formato da trajetória.

2. Por um fio condutor retilíneo passa uma corrente contínua de intensidade **i**, no sentido indicado na figura.



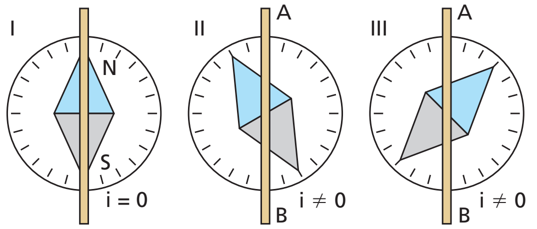
Quais dos vetores, numerados de 1 a 8, podem representar o vetor indução magnética criado pela corrente nos pontos **A** e **B**, pertencentes a um plano $\boldsymbol{\alpha}$ perpendicular ao fio?

3. Nas figuras I e II, temos condutores retilíneos estendidos no plano desta página e, nas figuras III e IV, temos interseções, também com o plano desta página, de condutores retilíneos perpendiculares a ela.



Em cada caso, observe o sentido do campo magnético devido ao fio e determine o sentido da corrente que passa por ele.

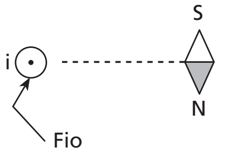
4. Observe as figuras seguintes. Em I, a agulha de uma bússola está em equilíbrio estável na direção norte-sul, e não passa corrente pelo fio de cobre situado acima dela. Em II e III, entretanto, a corrente nesse fio não é nula e a agulha também está em equilíbrio estável.

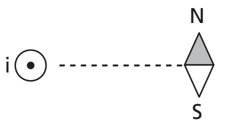


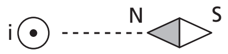
Tomando como referência os pontos **A** e **B**, determine o sentido da corrente no fio:

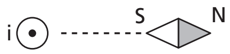
a) em II;
b) em III.

5. (ITA-SP) Coloca-se uma bússola nas proximidades de um fio retilíneo, vertical, muito longo, percorrido por uma corrente elétrica contínua **i**. A bússola é disposta horizontalmente e assim a agulha imantada pode girar livremente em torno de seu eixo. Nas figuras abaixo, o fio é perpendicular ao plano do papel, com a corrente no sentido indicado (saindo). Indique a posição de equilíbrio estável da agulha imantada, desprezando o campo magnético terrestre:

a)


b)


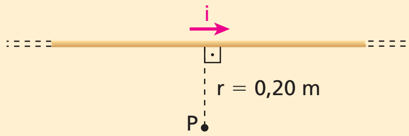
c)


d)


e) Nenhuma das situações anteriores.

6. E.R. Um fio retilíneo muito longo, situado num meio de permeabilidade absoluta $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{Tm}{A}$, é percorrido por uma corrente elétrica de intensidade i = 5,0 A. Considerando o fio no plano do papel, caracterize o vetor indução magnética no ponto **P**, situado nesse plano.

Resolução:



A direção do vetor indução magnética no ponto **P** é perpendicular ao plano definido pelo ponto e pelo condutor, ou seja, é perpendicular ao plano do papel.

O sentido desse vetor, dado pela regra da mão direita envolvente, é entrando no plano do papel, e seu módulo é dado por:

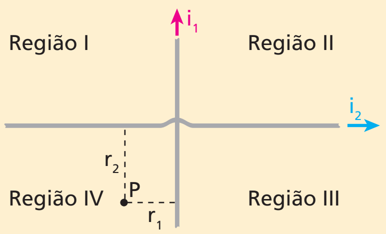
$$B = \frac{\mu i}{2\pi r}$$

Como $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{Tm}{A}$, i = 5,0 A e r = 0,20 m, calculamos **B**:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5{,}0}{2\pi \cdot 0{,}20} \Rightarrow \boxed{B = 5{,}0 \cdot 10^{-6}\ T}$$

7. Um longo fio retilíneo é percorrido por corrente de intensidade igual a 9,0 A. Sendo $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{Tm}{A}$, calcule a intensidade do campo magnético criado pelo fio a 10 cm dele.

8. E.R. Dois longos fios retilíneos, estendidos no plano do papel, se cruzam perpendicularmente sem que haja contato elétrico entre eles.



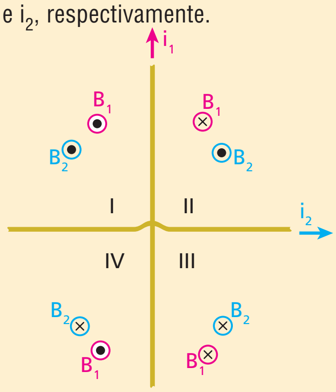
Esses fios são percorridos pelas correntes de intensidades i_1 e i_2, cujos sentidos estão indicados na figura.

a) Em quais das regiões é possível ser nulo o campo magnético resultante dos dois fios?

b) Caracterize o campo magnético resultante $\vec{B}$ no ponto **P**, supondo $i_1 = 10$ A, $i_2 = 40$ A, $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{Tm}{A}$, $r_1 = 10$ cm e $r_2 = 20$ cm.

Resolução:

a) Usando a regra da mão direita envolvente, determinamos, nas quatro regiões, os sentidos dos campos $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$, criados por i_1 e i_2, respectivamente.



$\boxed{\text{Para o campo resultante ser nulo, } \vec{B}_1 \text{ e } \vec{B}_2 \text{ precisam ter sentidos opostos, o que só acontece nas regiões II e IV.}}$

b) Vamos calcular B_1 e B_2, lembrando que $r_1 = 0{,}10$ m e $r_2 = 0{,}20$ m:

$$B_1 = \frac{\mu i_1}{2\pi r_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot 0{,}10} \Rightarrow B_1 = 2{,}0 \cdot 10^{-5}\ T$$

$$B_2 = \frac{\mu i_2}{2\pi r_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 40}{2\pi \cdot 0{,}20} \Rightarrow B_2 = 4{,}0 \cdot 10^{-5}\ T$$

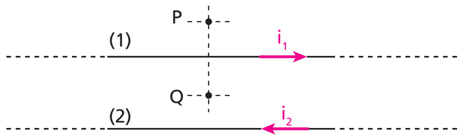
Observe que o ponto **P** pertence à região IV, em que $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$ têm sentidos opostos. Então, a intensidade do campo resultante, sendo B_2 maior que B_1, é dada por:

$B = B_2 - B_1 = 4{,}0 \cdot 10^{-5} - 2{,}0 \cdot 10^{-5} \Rightarrow B = 2{,}0 \cdot 10^{-5}$ T

Portanto as características do vetor $\vec{B}$ são:

Intensidade: $2{,}0 \cdot 10^{-5}$ T.
Direção: perpendicular ao plano do papel.
Sentido: entrando no papel, pois $B_2 > B_1$.

9. (Vunesp-SP) Considere dois fios retilíneos e compridos, colocados paralelamente um ao lado do outro, percorridos pelas correntes elétricas i_1 e i_2, de sentidos contrários, como mostra a figura. **P** e **Q** são pontos situados no plano definido por esses fios.



Os módulos dos vetores indução magnética nos pontos **P** e **Q**, devidos às correntes i_1 e i_2, valem, respectivamente,

$B_{P1} = 1{,}0 \cdot 10^{-4}$ T, $\quad B_{Q1} = 1{,}0 \cdot 10^{-4}$ T e

$B_{P2} = 1{,}0 \cdot 10^{-4}$ T, $\quad B_{Q2} = 3{,}0 \cdot 10^{-4}$ T.

Determine o módulo do vetor indução magnética resultante:

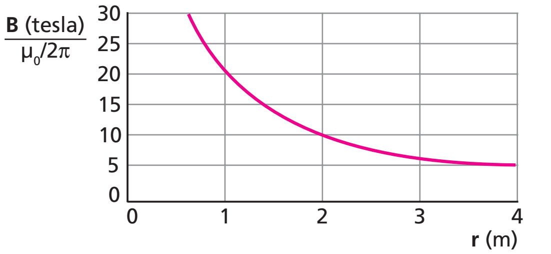
a) B_P, no ponto **P**;

b) B_Q, no ponto **Q**.

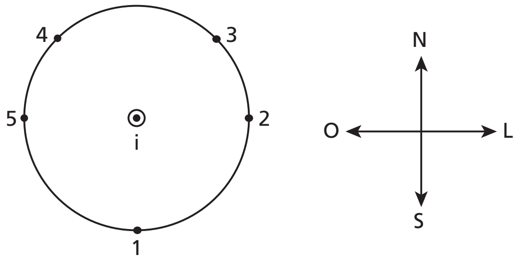
Exercícios nível 2

10. Uma corrente elétrica necessariamente produz:
a) efeito fisiológico;
b) efeito magnético;
c) efeito Joule;
d) efeito químico;
e) efeito magnético e efeito Joule.

11. (UFPE) O gráfico abaixo representa o comportamento da indução magnética em pontos situados a uma distância **r** de um fio retilíneo e muito longo. Se **B** foi medido em teslas, qual o valor em ampères da corrente transportada pelo fio?



12. (UFSM-RS)

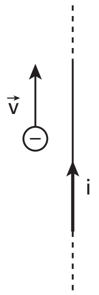


A figura representa um fio condutor perpendicular ao plano da página, no centro de um círculo que contém os pontos 1, 2, 3, 4 e 5. O fio é percorrido por uma corrente **i** que sai desse plano.
A agulha de uma bússola sofre deflexão máxima, quando colocada no ponto:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

Nota:
- Suponha o campo magnético gerado pelo fio, nos pontos considerados, mais intenso que o da Terra.

13. (UFV-MG) A figura abaixo mostra um elétron e um fio retilíneo muito longo, ambos dispostos no plano desta página. No instante considerado, a velocidade $\vec{v}$ do elétron é paralela ao fio, que transporta uma corrente elétrica **i**.



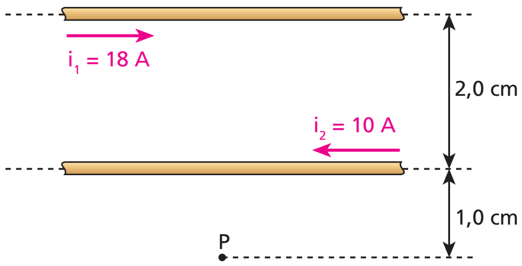
Considerando somente a interação do elétron com a corrente, é **correto** afirmar que o elétron:
a) será desviado para a esquerda desta página.
b) será desviado para a direita desta página.
c) será desviado para dentro desta página.
d) será desviado para fora desta página.
e) não será desviado.

14. Um fio condutor retilíneo e longo, situado no vácuo, é percorrido por uma corrente elétrica de 100 A. Um elétron encontra-se a 10 cm do fio e move-se com velocidade escalar igual a $5 \cdot 10^6$ m/s. Calcule a intensidade da força magnética que atua no elétron, quando a direção do seu movimento é

$\left(\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \dfrac{Tm}{A} \quad e \quad e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C\right)$:

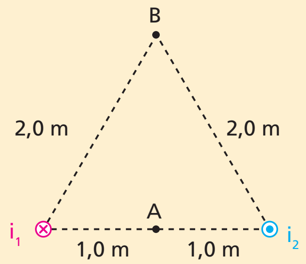
a) radial, afastando-se do fio;
b) paralela ao fio, no sentido da corrente;
c) perpendicular ao fio e tangente a uma linha de indução.

15. Na figura, temos trechos de dois fios paralelos muito longos, situados no vácuo, percorridos por correntes elétricas de módulos e sentidos indicados:



Determine o módulo do vetor indução magnética no ponto **P**, situado no mesmo plano dos fios, sendo $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \dfrac{Tm}{A}$.

16. E.R. A figura mostra as seções transversais de dois fios retilíneos muito longos, percorridos por correntes elétricas i_1 e i_2 de sentidos opostos, mas de mesmo módulo igual a 4,0 A. Os símbolos (x) e (•) indicam, respectivamente, correntes entrando e saindo do papel:

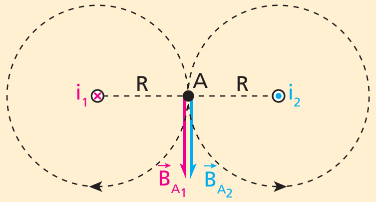


Sendo $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \dfrac{Tm}{A}$, determine o módulo do vetor indução magnética:

a) no ponto **A**;
b) no ponto **B**.

Resolução:

a)



As induções $\vec{B}_{A_1}$ e $\vec{B}_{A_2}$ criadas em **A**, respectivamente por i_1 e i_2, têm módulos dados por:

$$B_{A_1} = \frac{\mu i_1}{2\pi R} \text{ e } B_{A_2} = \frac{\mu i_2}{2\pi R}$$

Como $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$, $i_1 = i_2 = 4,0$ A e $R = 1,0$ m, segue que:

$$B_{A_1} = B_{A_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4,0}{2\pi \cdot 1,0}$$

$$B_{A_1} = B_{A_2} = 8,0 \cdot 10^{-7}\ T$$

Como $\vec{B}_{A_1}$ e $\vec{B}_{A_2}$ possuem a mesma direção e o mesmo sentido, a indução resultante em **A**, $\vec{B}_A$, tem módulo dado por:

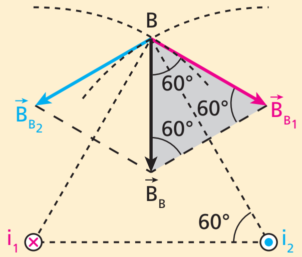
$$B_A = B_{A_1} + B_{A_2}$$

Como $B_{A_1} = B_{A_2} = 8,0 \cdot 10^{-7}$ T, calculemos B_A:

$$B_A = 8,0 \cdot 10^{-7} + 8,0 \cdot 10^{-7}$$

$$\boxed{B_A = 1,6 \cdot 10^{-6}\ T}$$

b)



Os módulos de $\vec{B}_{B_1}$ e $\vec{B}_{B_2}$ são dados por:

$$B_{B_1} = \frac{\mu i_1}{2\pi R} \text{ e } B_{B_2} = \frac{\mu i_2}{2\pi R}$$

Como $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$, $i_1 = i_2 = 4,0$ A e $R = 2,0$ m, temos:

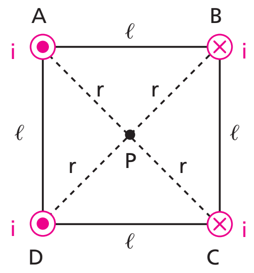
$$B_{B_1} = B_{B_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4,0}{2\pi \cdot 2,0}$$

$$B_{B_1} = B_{B_2} = 4,0 \cdot 10^{-7}\ T$$

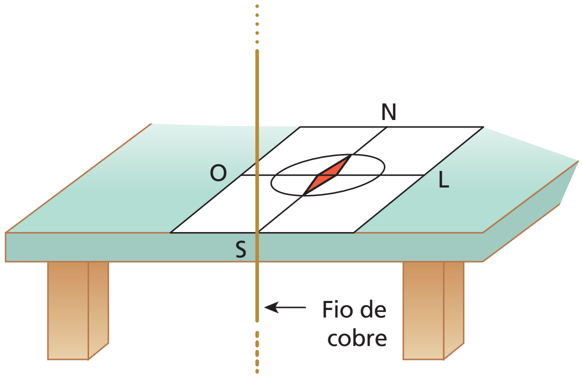
Como o triângulo destacado na figura anterior é equilátero, a indução resultante em **B** tem módulo igual ao de $\vec{B}_{B_1}$ ou $\vec{B}_{B_2}$. Portanto:

$$\boxed{B_B = 4,0 \cdot 10^{-7}\ T}$$

17. A seção reta de um conjunto de quatro fios paralelos é um quadrado de lado ℓ igual a 15 cm. A intensidade da corrente em cada fio é de 30 A, no sentido indicado na figura. Determine o módulo do vetor indução magnética no centro do quadrado, sabendo que os fios estão no ar $\left(\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}\right)$.



18. (Unifesp-SP) Numa feira de ciências, um estudante montou um experimento para determinar a intensidade do campo magnético da Terra. Para tanto, fixou um pedaço de fio de cobre na borda de uma mesa, na direção vertical. Em uma folha de papel, desenhou dois segmentos de retas perpendiculares entre si e colocou uma bússola de maneira que a direção norte-sul coincidisse com uma das retas, e o centro da bússola coincidisse com o ponto de cruzamento das retas. O papel com a bússola foi colocado sobre a mesa de forma que a linha orientada na direção norte-sul encostasse no fio de cobre. O fio foi ligado a uma bateria e, em função disso, a agulha da bússola sofreu uma deflexão. A figura mostra parte do esquema da construção e a orientação das linhas no papel.



a) Considerando que a resistência elétrica do fio é de 0,2 Ω, a tensão elétrica da bateria é de 6,0 V, a distância do fio ao centro da bússola é de $1,0 \cdot 10^{-1}$ m e desprezando o atrito da agulha da bússola com o seu suporte, determine a intensidade do campo magnético gerado pela corrente elétrica que atravessa o fio no local onde está o centro da agulha da bússola.
Dado: $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T · m/A.

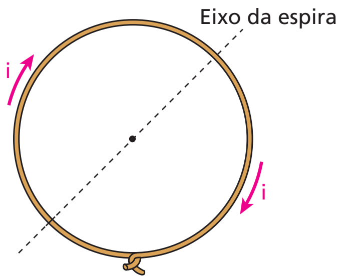
b) Considerando que, numa posição **diferente da anterior** mas ao longo da mesma direção norte-sul, a agulha tenha sofrido uma deflexão de 60° para a direção oeste, a partir da direção norte, e que nesta posição a intensidade do campo magnético devido à corrente elétrica no fio é de $2\sqrt{3} \cdot 10^{-5}$ T, determine a intensidade do campo magnético da Terra no local do experimento.

Dados: sen 60° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$, cos 60° = $\frac{1}{2}$ e tg 60° = $\sqrt{3}$.

3. Campo magnético gerado por uma espira circular

Linhas de indução

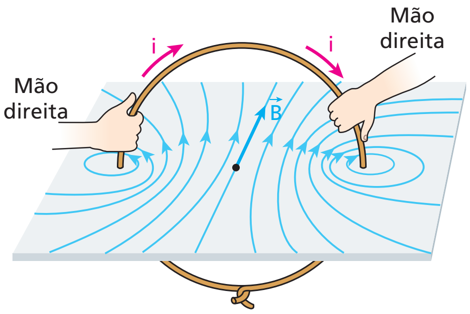
Veja, na figura abaixo, uma espira circular percorrida por uma corrente elétrica de intensidade constante **i**.



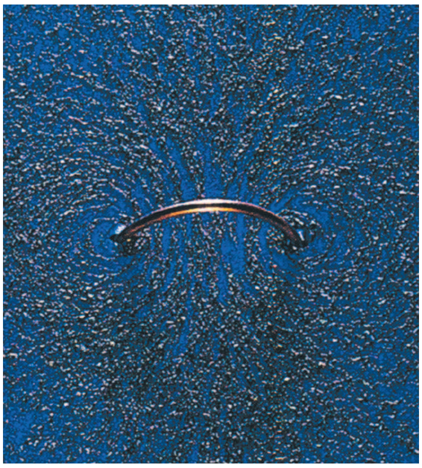
Se repetirmos os experimentos sugeridos para o fio retilíneo, obteremos os resultados a seguir.

Observe, na figura abaixo, a configuração das linhas de indução, em um plano que contém o eixo da espira.

O sentido das linhas de indução é, também, dado pela regra da mão direita envolvente. Observe que, no centro da espira, o vetor indução é perpendicular ao plano definido por ela.



Richard Megna/Fundamental Photographs

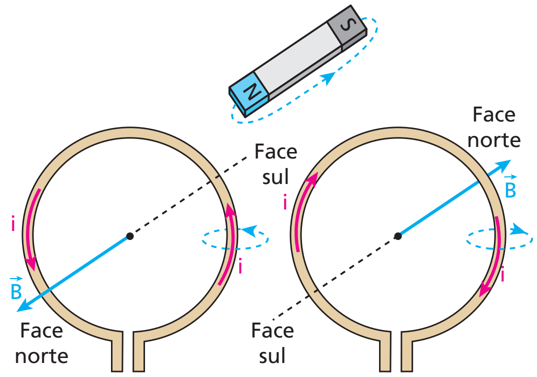


Padrão obtido com limalha de ferro, do campo magnético gerado pela corrente elétrica em uma espira circular.

Polos magnéticos da espira

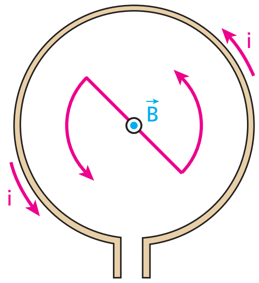
Como vimos no Tópico 1, externamente aos ímãs as linhas de indução orientam-se do polo magnético norte para o sul.

O mesmo acontece em uma espira percorrida por corrente elétrica, na qual uma face é polo norte magnético e a outra é polo sul.

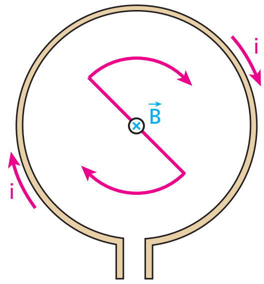


Em todos os casos, as linhas de indução vão, **externamente**, do norte para o sul.

Veja, agora, uma regra prática para a identificação dos polos magnéticos das faces das espiras:



Face norte: você "vê" a corrente circulando no sentido **anti-horário**. O vetor indução magnética, no centro da espira, está "saindo" do papel. Observe a orientação das "pernas" do **N** (de **n**orte), concordando com o sentido da corrente.

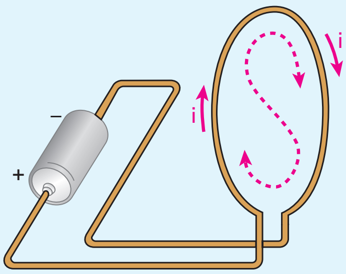


Face sul: você "vê" a corrente circulando no sentido **horário**. O vetor indução magnética, no centro da espira, está "entrando" no papel. Observe a orientação das "pernas" do **S** (de **s**ul), concordando com o sentido da corrente.

Faça você mesmo

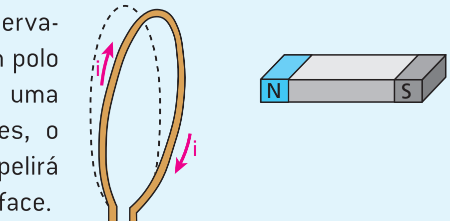
Para comprovar a existência de polos magnéticos em uma espira, você precisa de um pedaço de fio de cobre fino (bem flexível), uma pilha comum e um bom ímã.

Com o fio de cobre faça uma espira como mostra a figura ao lado. Ligue-a à pilha, fazendo passar uma corrente.

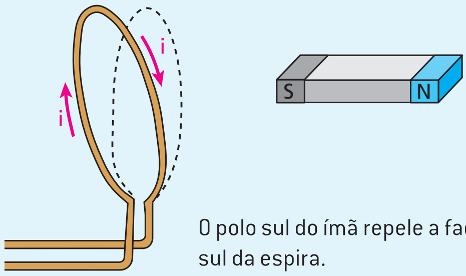


Em seguida, coloque um dos polos do ímã perto da espira.

Você observará que, se um polo do ímã atrair uma de suas faces, o outro polo repelirá essa mesma face.

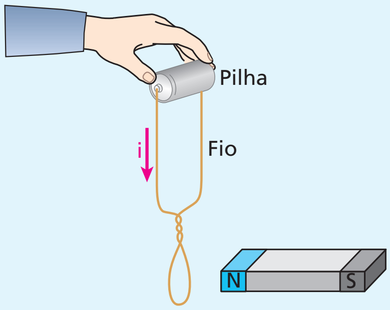


O polo norte do ímã atrai a face sul da espira.



O polo sul do ímã repele a face sul da espira.

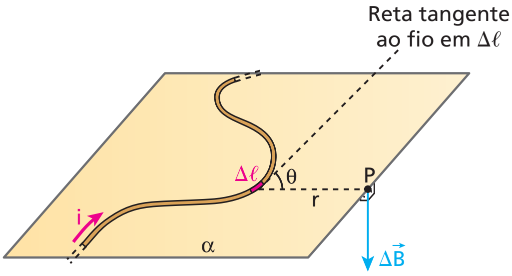
Se você deixar a espira suspensa, como na figura abaixo, perceberá mais facilmente sua polaridade magnética.



Intensidade do vetor indução magnética

O cálculo da intensidade do vetor $\vec{B}$, criado por uma espira circular, requer o conhecimento de uma lei, a **Lei de Biot-Savart-Laplace**, apresentada a seguir.

Consideremos um fio percorrido por uma corrente elétrica de intensidade constante **i**. Vamos representar por $\Delta\ell$ o comprimento de um trecho elementar ("pedacinho") desse fio e por **P** um ponto a uma distância **r** desse trecho elementar:



O trecho de comprimento $\Delta\ell$ cria, em **P**, um vetor indução magnética $\Delta\vec{B}$, com as seguintes características:

Intensidade: $\Delta B = \dfrac{\mu i \, \Delta\ell \, \text{sen}\, \theta}{4\pi r^2}$, em que $\boldsymbol{\theta}$ é o menor ângulo formado pela reta tangente em $\Delta\ell$ e pelo segmento de reta que liga **P** ao trecho elementar.

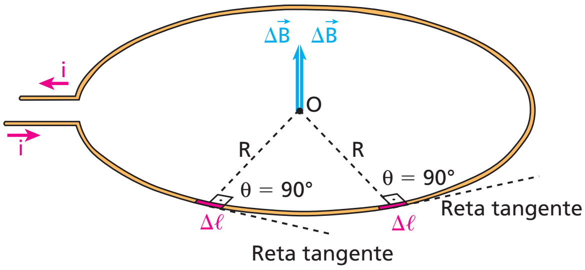
Direção: perpendicular ao plano $\boldsymbol{\alpha}$, definido pela reta tangente ao trecho elementar e pelo ponto **P**.

Sentido: dado pela regra da mão direita envolvente.

Para obter o vetor indução magnética criado em **P** pelo fio inteiro, devemos determinar a resultante das contribuições $\Delta\vec{B}$ de todos os trechos elementares que constituem o fio.

Vamos, então, usar a lei apresentada e determinar a intensidade do vetor $\vec{B}$ gerado por uma espira circular, **em seu centro**.

Na figura a seguir, temos uma espira circular de raio **R** e centro **O**, percorrida por uma corrente elétrica de intensidade **i**.



Cada trecho elementar de comprimento $\Delta\ell$ cria, em **O**, um vetor indução $\Delta\vec{B}$, de intensidade:

$$\Delta B = \frac{\mu i \, \Delta\ell \, \text{sen}\, 90°}{4\pi R^2} = \frac{\mu i \, \Delta\ell}{4\pi R^2}$$

A intensidade do vetor indução magnética resultante $\vec{B}$, em **O**, é dada pelo somatório das contribuições de todos os trechos elementares.

Então, como todos os $\Delta\vec{B}$ têm mesma direção e mesmo sentido, temos:

$$B = \Sigma\, \Delta B = \Sigma \frac{\mu i\, \Delta\ell}{4\pi R^2}$$

Como μ, **i** e **R** são constantes, podemos escrever:

$$B = \frac{\mu i}{4\pi R^2} \Sigma\, \Delta\ell \quad \text{(I)}$$

Note que o somatório de todos os $\Delta\ell$ é o perímetro da espira, ou seja:

$$\Sigma\, \Delta\ell = 2\pi\, R \quad \text{(II)}$$

Substituindo (II) em (I), obtemos:

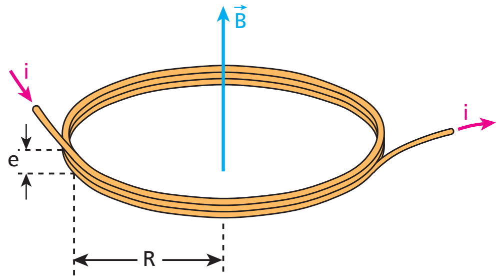
$$B = \frac{\mu i}{4\pi R^2} \cdot 2\pi\, R \;\Rightarrow\; \boxed{B = \frac{\mu i}{2R}}$$

Nota:

- Um enrolamento condutor cilíndrico constituído de **n** espiras, em que a espessura **e** é bem menor que o diâmetro 2R, denomina-se **bobina chata**.

  O vetor indução magnética, no centro dessa bobina, tem intensidade dada por:

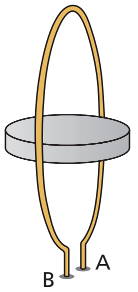
$$\boxed{B = \frac{n\mu i}{2R}}$$



Exercícios

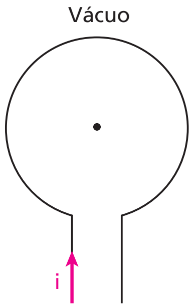
nível 1

19. Em uma espira circular disposta verticalmente como representa a figura, é estabelecida uma corrente constante que a percorre de **A** para **B**. Uma bússola, com sua agulha livre para girar em um plano horizontal, é colocada no centro da espira. Considerando o campo magnético da Terra desprezível, em comparação com o criado pela espira, qual é a orientação assumida pela agulha da bússola?



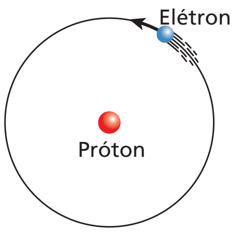
20. Uma espira circular de raio 2π cm situa-se no plano do papel e é percorrida por corrente de intensidade igual a 5,0 A, no sentido indicado.

Caracterize o vetor indução magnética criado pela espira em seu centro, sendo $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\, \frac{T\,m}{A}$.

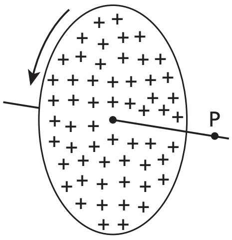


21. No modelo clássico do átomo de hidrogênio, um elétron realiza um movimento circular ao redor de um próton, como representa a figura.

Considerando o sentido adotado para o movimento do elétron, determine a orientação do campo magnético gerado por ele no centro da circunferência.



22. (UFMG) Observe a figura. Um disco de material isolante é eletrizado uniformemente com uma carga positiva. Esse disco encontra-se, inicialmente, em repouso. Em seguida, é colocado em rotação, com alta frequência, em torno de um eixo perpendicular ao seu plano e que passa pelo centro dele, como mostra a figura. Suponha um ponto **P** situado sobre o eixo e próximo ao disco.

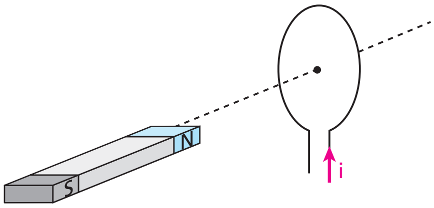


Considerando essas informações, pode-se afirmar que as cargas elétricas no disco estabelecem em **P**:

a) apenas um campo magnético, se o disco estiver parado.
b) apenas um campo elétrico, se o disco estiver em rotação.
c) um campo elétrico e um campo magnético, se o disco estiver parado.
d) apenas um campo magnético, se o disco estiver em rotação.
e) um campo elétrico e um campo magnético, se o disco estiver em rotação.

23. Na figura, temos uma espira circular de raio R = 0,10π m, percorrida por uma corrente elétrica de intensidade igual a 10 A, no sentido indicado. Um ímã está nas proximidades da espira e em repouso em relação a ela. Sendo $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}\, \frac{Tm}{A}$ a permeabilidade absoluta do meio ambiente:

a) calcule o módulo do vetor indução magnética criado pela espira, em seu centro;
b) informe se a interação entre a espira e o ímã é atrativa ou repulsiva.



Exercícios

nível 2

24. E.R. Uma espira circular de raio R = 20 cm é percorrida por uma corrente i = 40 A. Sabe-se que o meio onde a espira se encontra tem permeabilidade absoluta $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$.

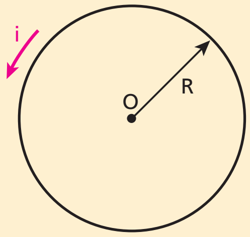
a) Calcule a intensidade do vetor indução magnética no centro **O** da espira.

b) Considerando uma partícula eletrizada com carga q = 2 μC deslocando-se ao longo de um diâmetro da espira, calcule a intensidade da força magnética que atuará nessa partícula ao passar por **O**, sabendo que sua velocidade, nesse ponto, vale 1 000 m/s.

Resolução:

a) A intensidade do vetor indução magnética no centro da espira é dada por:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2R}$$

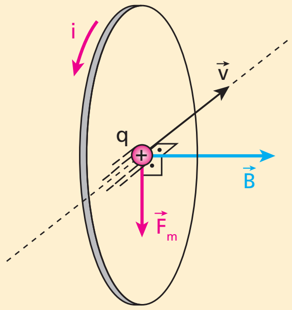


Como $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$,

i = 40 A e R = 0,20 m, calculemos **B**:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 40}{2 \cdot 0{,}20} \Rightarrow \boxed{B = 4\pi \cdot 10^{-5}\ T}$$

b) A intensidade da força magnética é dada por:



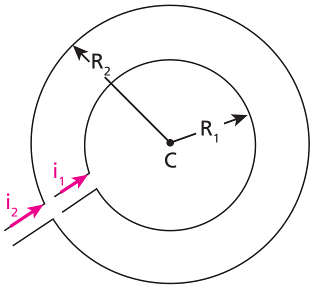
$$F_m = |q|\ v\ B\ \text{sen}\ \theta$$

Sendo $q = 2 \cdot 10^{-6}$ C, v = 1 000 m/s, $B = 4\pi \cdot 10^{-5}$ T e θ = 90°, calculemos F_m:

$$F_m = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 1\,000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-5} \cdot \text{sen}\ 90°$$

$$\boxed{F_m = 8\pi \cdot 10^{-8}\ N}$$

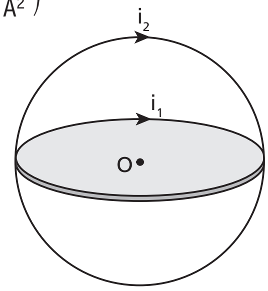
25. Duas espiras circulares, coplanares e concêntricas são percorridas por correntes elétricas de intensidades i_1 = 20 A e i_2 = 30 A, cujos sentidos estão indicados na figura (fora de escala). Os raios das espiras são R_1 = 20 cm e R_2 = 40 cm.



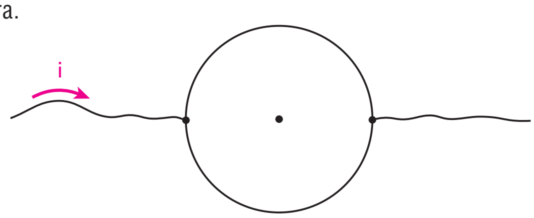
Calcule o módulo do vetor indução magnética no centro **C**, sendo $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$ a permeabilidade absoluta do meio.

26. (UFSC) A figura a seguir mostra dois aros condutores circulares, cujos centros coincidem num ponto **O**. Os aros encontram-se no vácuo em planos perpendiculares entre si e com raios de 0,4π m. Nos aros circulam correntes em sentidos horários de valores i_1 = 8 A e i_2 = 6 A. Calcule o módulo do campo magnético, em μT, produzido no ponto **O**.

$\left(\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}\right)$



27. Com um pedaço de fio comum de cobre foi feita uma espira circular. Outros dois pedaços de fio de cobre foram soldados em pontos diametralmente opostos da espira, como representado na figura.



Determine a intensidade do campo magnético no centro da espira, quando uma corrente constante de intensidade **i** passa pelo fio.

28. Uma bobina chata, constituída de 100 espiras circulares de raio 2π cm, é percorrida por uma corrente de 20 A de intensidade. Calcule a intensidade do campo magnético no centro da bobina, devido a essa corrente, sendo $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$ a permeabilidade magnética do meio.

Bloco 3

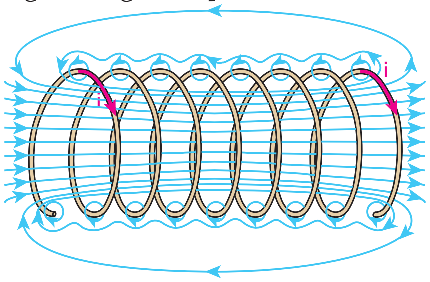
4. Campo magnético gerado por um solenoide

Linhas de indução

Solenoide, mais conhecido como **bobina**, é um fio condutor enrolado em forma de hélice cilíndrica, parecendo uma mola comum.

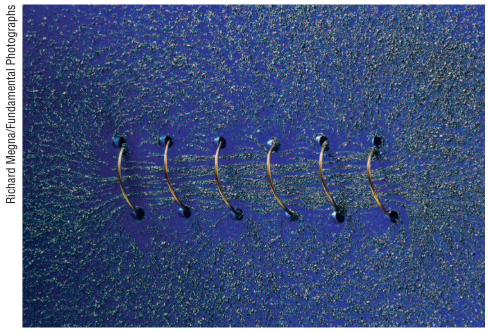
Fazendo com o solenoide os mesmos experimentos sugeridos para o fio retilíneo, obteremos os resultados apresentados a seguir.

Na figura abaixo, um solenoide é percorrido por uma corrente elétrica de intensidade **i**, que entra pela sua extremidade esquerda e sai pela direita. Observe a configuração das linhas de indução do campo magnético gerado por essa corrente.



A orientação dessas linhas continua dada pela regra da mão direita envolvente.

Observe que, no interior do solenoide, em pontos não muito próximos do fio condutor ou das extremidades, as linhas de indução são representadas aproximadamente por linhas retas, paralelas, igualmente espaçadas e orientadas. Isso significa que, nessa região, o campo magnético é praticamente **uniforme**.



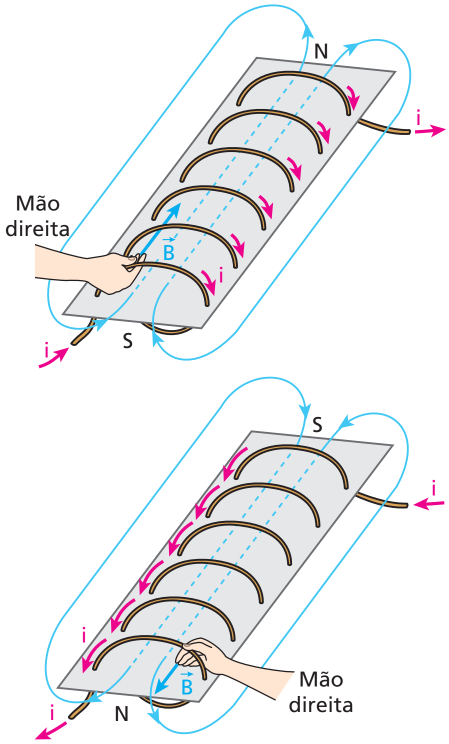
Padrão obtido com limalha de ferro, do campo magnético gerado pela corrente elétrica num solenoide. Note que esse campo é sensivelmente uniforme no interior do solenoide, e que, fora dele, com exceção dos pontos situados próximos e diante das extremidades, as linhas de indução estão praticamente ausentes. Nessa região, o campo magnético é praticamente nulo.

Caso o solenoide seja longo (comprimento algumas vezes maior que o diâmetro) e suas espiras estejam bem juntas, o campo na região interna é acentuadamente mais uniforme.

Polos magnéticos de um solenoide

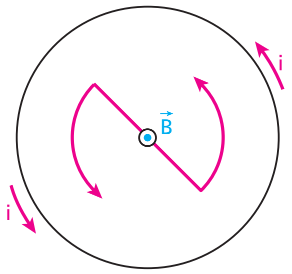
Do mesmo modo como aconteceu com as espiras, em um solenoide também surgem polos magnéticos quando uma corrente passa por ele.

Nas regiões externas ao solenoide, as linhas de indução orientam-se, como sempre, do polo norte para o polo sul. Observe, ainda, que, nessas regiões, existe grande semelhança entre as linhas de indução do campo do solenoide e as do ímã em forma de barra reta.

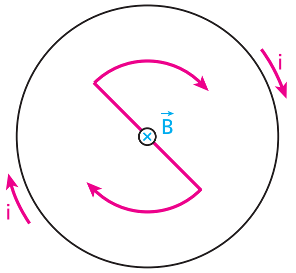


A regra da mão direita envolvente, aplicada a uma espira qualquer do solenoide, fornece o sentido das linhas de indução e, consequentemente, também a polaridade magnética de suas extremidades.

A identificação dos polos magnéticos do solenoide também pode ser feita por meio da regra prática apresentada para o caso das espiras circulares. Se você, situado evidentemente fora do solenoide, olhar para uma de suas extremidades, poderá “ver” a corrente no sentido horário ou anti-horário, como nas ilustrações a seguir:



Extremidade norte: você "vê" a corrente circulando no sentido anti-horário.

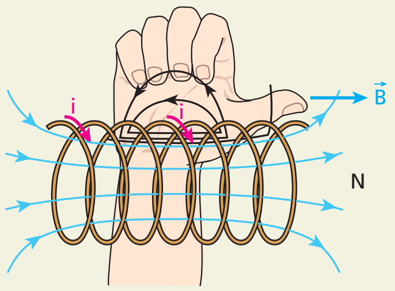


Extremidade sul: você "vê" a corrente circulando no sentido horário.

Outra regra prática

Podemos determinar o sentido do campo magnético de um solenoide e, consequentemente, identificar seus polos por meio de outra regra.

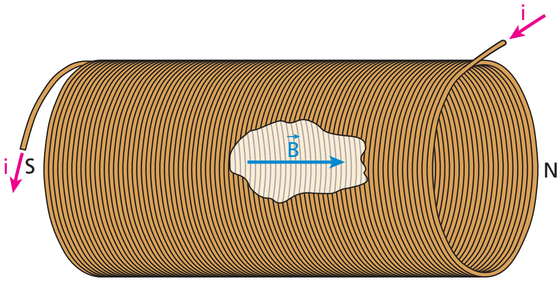
Imagine que você pegue o solenoide com a mão direita de modo que, excluindo o polegar, os outros dedos indiquem o sentido da corrente nas diversas espiras.



O polegar indicará, então, o sentido do vetor $\vec{B}$ no interior do solenoide, mostrando também em que extremidade está seu norte magnético para um observador externo.

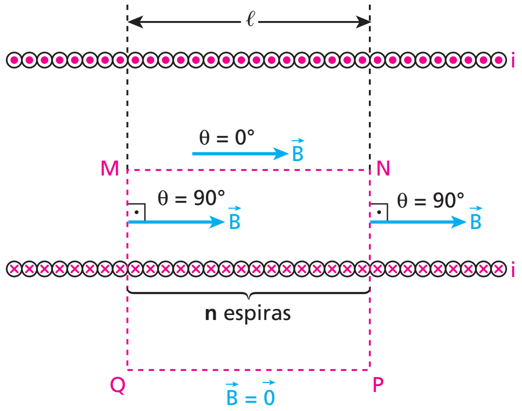
Intensidade do vetor indução magnética

Veja, na figura a seguir, um solenoide cilíndrico compacto, em que as espiras encontram-se encostadas (evidentemente, o fio utilizado deve apresentar isolamento). Se o comprimento do solenoide for pelo menos umas quatro vezes o seu diâmetro, o campo magnético em seu interior será sensivelmente uniforme, variando apenas em pontos bem próximos do fio condutor ou das extremidades.



Para determinar a intensidade do vetor $\vec{B}$ na região interna em que o campo é sensivelmente uniforme, vamos usar novamente a Lei de Ampère, apresentada no estudo do campo de fio retilíneo.

Abaixo, observamos um corte longitudinal do solenoide da figura anterior.



O símbolo ⊙, na região superior, representa seções do fio em que a corrente "sai" do plano do papel, enquanto o símbolo ⊗, na região inferior, representa seções do fio em que a corrente "entra" no plano do papel.

Vamos aplicar a Lei de Ampère ao longo da linha MNPQ, indicada na figura. Essa linha envolve um trecho de comprimento $\boldsymbol{\ell}$ em que **n** espiras são percorridas por corrente de intensidade constante **i**.

Temos, então:

- no trecho MN:
  $\Sigma\, B\, \Delta\ell \cos\theta = B \cdot MN \cdot \cos\theta = B\ell;$
- nos trechos MQ e NP:
  $\Sigma\, B\, \Delta\ell \cos\theta = 0$, pois $\cos 90° = 0$
  e, além disso, o campo é nulo na região externa ao solenoide (ver nota);
- no trecho QP:
  $\Sigma\, B\, \Delta\ell \cos\theta = 0$, pois o campo é nulo nessa região (ver nota).

Assim, ao longo de toda a linha, obtemos:

$\Sigma\, B\, \Delta\ell \cos\theta = \mu\, i_{envolvida} \Rightarrow B\ell = \mu\, n\, i$, já que a corrente total envolvida pela linha é n i, pois **n** espiras são percorridas pela corrente **i**.

Portanto:

$$B = \mu \frac{n}{\ell} i$$

Essa expressão também pode ser usada nos casos em que se considera **n** o número **total** de espiras e ℓ o comprimento **total** do solenoide.

Note que $\frac{n}{\ell}$ é o número de espiras por unidade de comprimento do solenoide ou densidade linear de espiras.

Nota:

- O campo magnético é nulo na região externa a um solenoide compacto infinito (caso ideal). Entretanto um solenoide real com comprimento muito maior que o diâmetro é uma boa aproximação do caso ideal.

Direcionamento de um elétron em um tubo de imagem

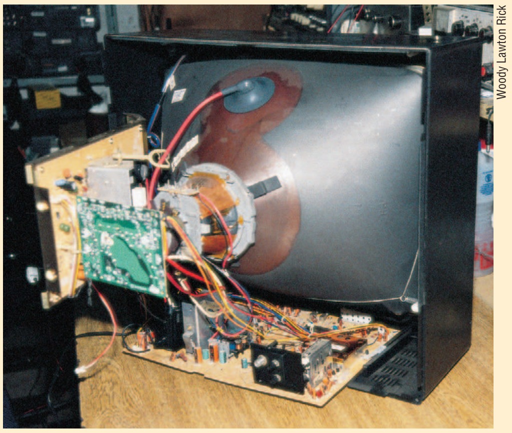
Na parte de trás do tubo de imagem de um televisor existem emissores de elétrons, denominados **canhões eletrônicos**. Esses canhões emitem elétrons que, após serem acelerados em um intenso campo elétrico, vão atingir a tela, repleta de pequenas regiões revestidas de materiais fluorescentes.

As regiões atingidas pelos elétrons são excitadas e emitem luz. Dessa maneira, fica definida na tela uma imagem.

Para que essa imagem tenha boa definição, os elétrons precisam incidir em pontos bem determinados da tela.

Os campos magnéticos gerados por bobinas (de deflexão) que envolvem o tubo de imagem direcionam os elétrons, desviando-os verticalmente ou horizontalmente.

As ilustrações a seguir foram elaboradas com a finalidade exclusiva de dar uma ideia de como operam as bobinas de deflexão.


Woody Lawton Rick

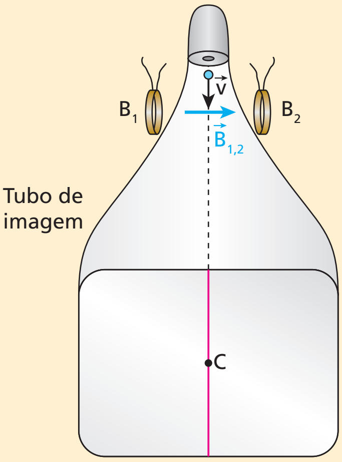
Tubo de imagem e outros componentes de um televisor.

As bobinas B_1 e B_2 criam no interior do tubo de imagem um campo de indução magnética horizontal e variável $\vec{B}_{1,2}$, que deflete os elétrons verticalmente. Já as bobinas B_3 e B_4 geram um campo de indução magnética vertical e variável $\vec{B}_{3,4}$, que deflete os elétrons horizontalmente.

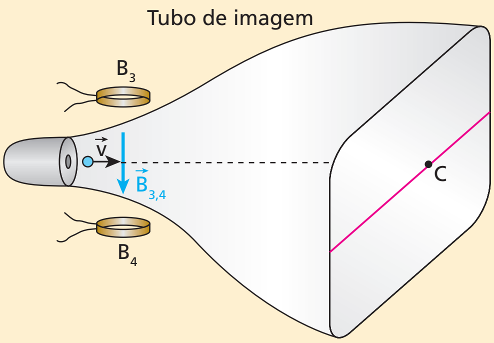
Se todas as bobinas estivessem desligadas, os elétrons atingiriam o centro **C** da tela.

Se só B_1 e B_2 **ou** B_3 e B_4 estivessem ligadas, os elétrons descreveriam na tela um segmento de reta vertical **ou** horizontal.

Com o tubo em funcionamento normal, isto é, com todas as bobinas operando, os elétrons varrem a tela horizontal e verticalmente ao mesmo tempo, formando as imagens:



Só B_1 e B_2 ligadas: os elétrons produzem na tela um traço luminoso vertical.



Só B_3 e B_4 ligadas: os elétrons produzem na tela um traço luminoso horizontal.

Nota:

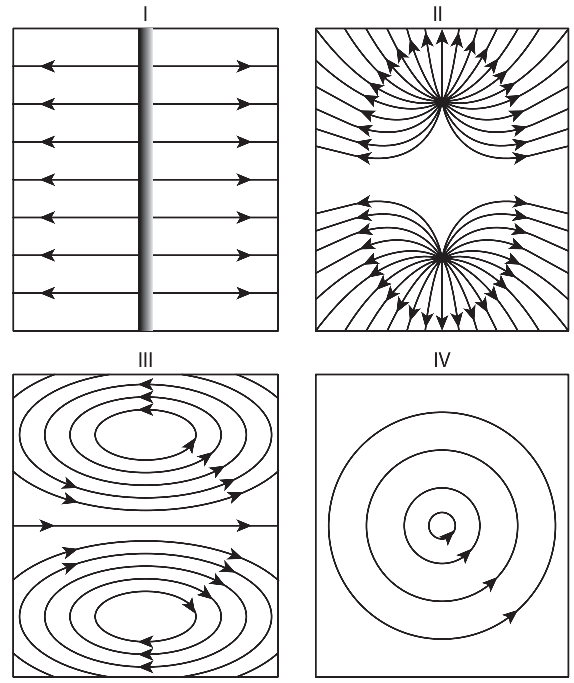
- A abordagem que fizemos está bastante incompleta, já que o objetivo do texto é apenas mostrar a participação de campos magnéticos no processo de formação de imagem em um aparelho de televisão com tubo de imagem.

Exercícios

nível 1

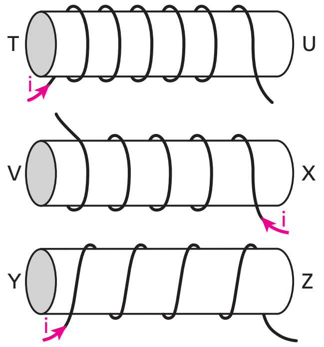
29. No interior de um solenoide longo, as linhas de indução do campo magnético gerado pela corrente elétrica contínua que percorre suas espiras são, mais aproximadamente:
a) circunferências com centros no fio que constitui o solenoide;
b) circunferências com centros no eixo do solenoide;
c) retas paralelas ao eixo do solenoide;
d) retas perpendiculares ao eixo do solenoide;
e) hélices cilíndricas.

30. (Fuvest-SP) Em uma aula de laboratório, os estudantes foram divididos em dois grupos. O grupo **A** fez experimentos com o objetivo de desenhar linhas de campo elétrico e magnético. Os desenhos feitos estão apresentados nas figuras I, II, III e IV abaixo.



Aos alunos do grupo **B**, coube analisar os desenhos produzidos pelo grupo **A** e formular hipóteses. Dentre elas, a única correta é que as figuras I, II, III e IV podem representar, respectivamente, linhas de campo:
a) eletrostático, eletrostático, magnético e magnético.
b) magnético, magnético, eletrostático e eletrostático.
c) eletrostático, magnético, eletrostático e magnético.
d) magnético, eletrostático, eletrostático e magnético.
e) eletrostático, magnético, magnético e magnético.

31. Nos solenoides representados nas figuras ao lado, **T**, **U**, **V**, **X**, **Y** e **Z** são polos magnéticos produzidos pela corrente **i**.
Em relação a um observador situado fora dos solenoides, determine quais são os polos norte e sul dos solenoides.



32. E.R. Um solenoide compacto de 20 cm de comprimento contém 1 000 espiras e é percorrido por uma corrente elétrica de 5,0 A. Sendo $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{Tm}{A}$ a permeabilidade absoluta do meio existente em seu interior, calcule o módulo do vetor indução magnética criado pelo solenoide nessa região. Use $\pi = 3,1$.

Resolução:

O módulo do vetor indução magnética que o solenoide cria em seu interior é dado por:

$$B = \frac{\mu n i}{\ell}$$

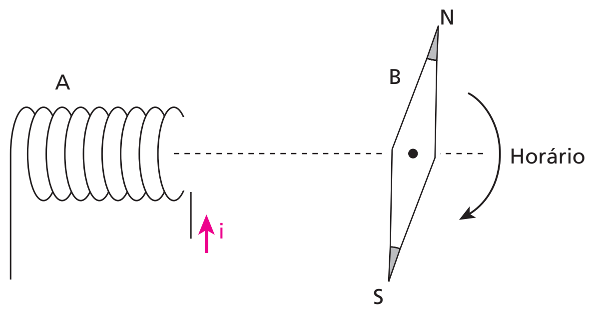
Como $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{Tm}{A}$, $n = 1\,000$, $i = 5,0$ A e $\ell = 0,20$ m, calculamos **B**:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1\,000 \cdot 5,0}{0,20}$$

$$\boxed{B = 3,1 \cdot 10^{-2}\ T}$$

33. Um solenoide de 15 000 espiras por metro é percorrido por uma corrente de intensidade igual a 10 A. Determine o módulo da indução magnética em seu interior, onde a permeabilidade magnética vale $4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{Tm}{A}$. Use $\pi = 3,1$.

34. (UFPI) Considere o solenoide **A** com corrente fluindo no sentido indicado e a agulha imantada **B**. A agulha está livre para ser girada ou transladada conforme a situação o exija. O solenoide está fixo. A influência da indução magnética sobre a agulha imantada a partir do instante em que iniciar a corrente:

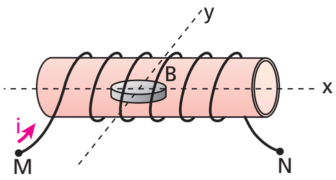


a) somente deflete a agulha no sentido horário.
b) somente deflete a agulha no sentido anti-horário.
c) deflete no sentido horário ao mesmo tempo que a atrai.
d) deflete no sentido anti-horário enquanto a repele.
e) repele sem defletir a agulha.

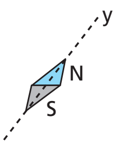
Exercícios

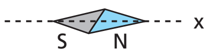
nível 2

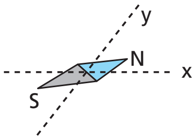
35. A figura representa um canudo plástico e transparente no qual foi enrolado um fio de cobre de extremidades **M** e **N**. Dentro do canudo está uma bússola **B**.

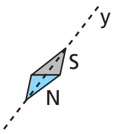


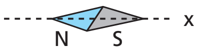
As retas **x** e **y** são perpendiculares entre si e estão no mesmo plano da agulha da bússola.
A posição em que a agulha se estabiliza quando estabelecemos no fio uma corrente elétrica com sentido de **M** para **N**, supondo desprezível o campo magnético terrestre, está mais bem representada na alternativa:

a) 

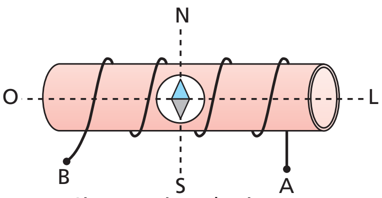
c) 

e) 

b) 

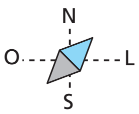
d) 

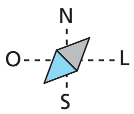
36. Uma bússola é colocada no interior de um solenoide, como ilustra a figura. Sua agulha encontra-se estabilizada na direção norte-sul.

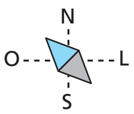


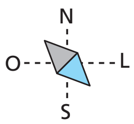
Sistema visto de cima

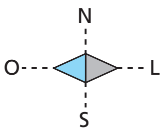
Qual das alternativas representa uma **possível** posição de equilíbrio estável da agulha, quando uma corrente contínua passa pelo solenoide, de **A** para **B**?

a) 

d) 

b) 

e) 

c) 

37. Mostre que a unidade $\frac{N}{A^2}$ é equivalente a $\frac{Tm}{A}$.

38. (UFMG) O tubo de imagem de um televisor está representado, esquematicamente, na Figura **I**.

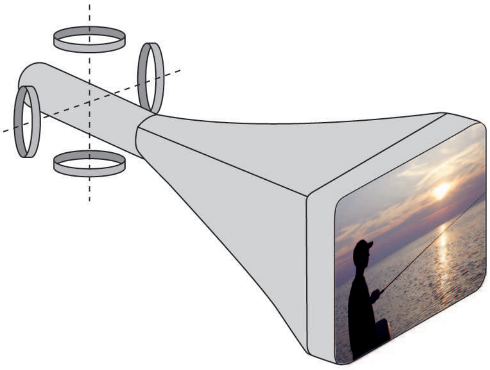


Figura **I**

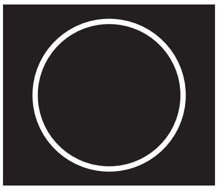
Thinkstock/Getty Images

Figura **II**

Elétrons são acelerados da parte de trás desse tubo em direção ao centro da tela. Quatro bobinas – **K**, **L**, **M** e **N** – produzem campos magnéticos variáveis, que modificam a direção dos elétrons, fazendo com que estes atinjam a tela em diferentes posições, formando uma imagem, como ilustrado na Figura **II**.
As bobinas **K** e **L** produzem um campo magnético na direção vertical e as bobinas **M** e **N**, na horizontal.
Em um certo instante, um defeito no televisor interrompe a corrente elétrica nas bobinas **K** e **L** e apenas as bobinas **M** e **N** continuam funcionando.
Determine a alternativa em que **melhor** se representa a imagem que esse televisor passa a produzir nessa situação.

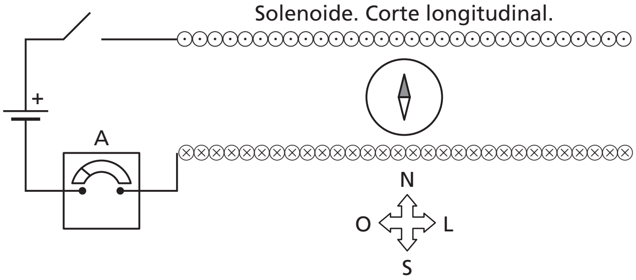
a) 

c) 

b) 

d) 

39. (UFBA) Um estudante deseja medir o campo magnético da Terra no local onde ele mora. Ele sabe que está em uma região do planeta por onde passa a linha do Equador e que, nesse caso, as linhas do campo magnético terrestre são paralelas à superfície da Terra. Assim, ele constrói um solenoide com 300 espiras por unidade de comprimento, dentro do qual coloca uma pequena bússola. O solenoide e a bússola são posicionados em um plano paralelo à superfície da Terra de modo que, quando o interruptor está aberto, a direção da agulha da bússola forma um ângulo de 90° com o eixo do solenoide. Ao fechar o circuito, o amperímetro registra uma corrente de 100,0 mA e observa-se que a deflexão resultante na bússola é igual a 62°.



A partir desse resultado, determine o valor do campo magnético da Terra, considerando $\mu_0 = 1{,}26 \cdot 10^{-6}$ T m/A, sen 62° = 0,88, cos 62° = 0,47 e tg 62° = 1,87.

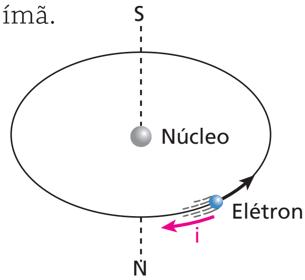
Bloco 4

5. Origem das propriedades magnéticas dos materiais

A análise das propriedades magnéticas dos materiais é bastante complexa, requerendo, para uma correta interpretação, conceitos de teoria quântica que não serão abordados neste curso. Entretanto o **modelo atômico clássico**, que considera o átomo como sendo constituído de um núcleo central de carga positiva, ao redor do qual giram elétrons, satisfaz razoavelmente uma das nossas necessidades.

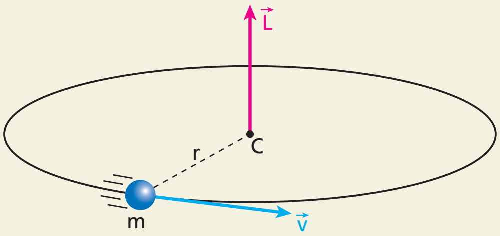
Um elétron em uma órbita suposta circular comporta-se como uma espira circular de corrente. Esta, como já vimos, apresenta polos magnéticos, comportando-se como um ímã.

Movimento orbital de um elétron. Lembre-se de que o sentido (convencional) da corrente elétrica é oposto ao sentido do movimento do elétron.



Momento angular

Define-se, na Mecânica, uma grandeza vetorial denominada **momento angular** de um corpo. No caso de uma partícula de massa **m**, movendo-se com velocidade $\vec{v}$ em uma circunferência de raio **r** e centro **C**, como na figura ao lado, seu momento angular $\vec{L}$ em relação a **C** tem a orientação indicada e intensidade dada por L = m v r.

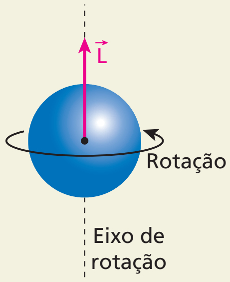


Um corpo em movimento de rotação em torno de um eixo que passa por ele também possui um momento angular em relação a esse eixo. Sua orientação está indicada na próxima figura e a determinação de sua intensidade está fora dos propósitos deste brevíssimo texto.

Só para se ter uma ideia da importância do momento angular, vamos citar algumas das muitas situações em que ele comparece.

A Segunda Lei de Kepler da Gravitação, por exemplo, é explicada pela conservação do momento angular da Terra em relação ao Sol.

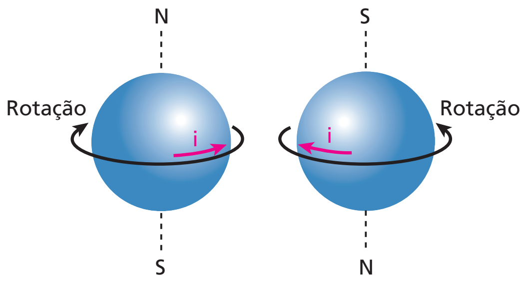
Uma bailarina com os braços abertos, em rotação em torno de um eixo que passa pelo seu próprio corpo, aumenta sua velocidade angular quando fecha os braços. Isso é consequência da conservação do momento angular da bailarina em relação ao seu eixo de rotação.



O momento angular também explica o comportamento dos giroscópios.

Um elétron, assim como muitas outras partículas, possui um momento angular intrínseco denominado ***spin***, graças ao qual ele produz um outro campo magnético ainda mais significativo que o produzido pelo movimento orbital.

Embora a concepção correta do ***spin*** seja estabelecida pela Física quântica, vamos, sem rigor, adotar um modelo clássico imaginando o elétron em rotação mecânica em torno de um eixo que passa por ele. A corrente elétrica associada a essa rotação confere polos magnéticos aos elétrons, acarretando o aparecimento desse outro campo magnético:

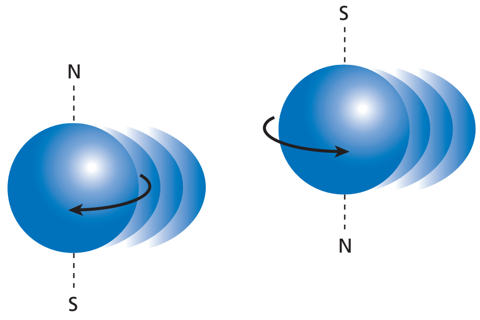


Neste momento, é inevitável fugirmos um pouco do modelo atômico clássico e nos apoiarmos em um conceito mais moderno: o de **orbital**.

Orbitais são regiões da eletrosfera, de diversas formas geométricas, em que há maior probabilidade de se encontrarem elétrons. Como cada orbital pode conter no máximo dois elétrons, quando ele já tem os dois elétrons dizemos que está completo.

É fundamental saber que os dois elétrons de um orbital completo sempre possuem *spins* opostos. Por isso, esses dois elétrons não contribuem para o campo magnético do átomo a que pertencem.

Por outro lado, os elétrons não emparelhados, isto é, aqueles que estão solitários em orbitais incompletos, dão uma contribuição magnética não nula ao átomo, sendo essa a principal causa do campo magnético de um átomo.



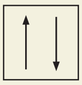
Os dois elétrons de um orbital completo.

Concluímos que:

O campo magnético de um átomo é gerado pelo movimento orbital de seus elétrons e, principalmente, pelo *spin* dos elétrons de orbitais incompletos.

Orbitais, subcamadas e camadas

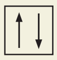
As figuras a seguir simbolizam um orbital completo e um orbital incompleto. As setinhas representam a orientação do *spin* de cada elétron:



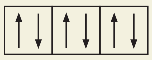
Orbital completo: dois elétrons com *spins* opostos.

Orbital incompleto.

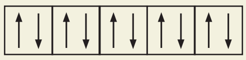
Grupos de orbitais recebem o nome de **subcamadas** eletrônicas. Elas são designadas pelas letras **s**, **p**, **d** e **f**:



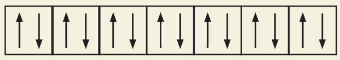
Subcamada s: possui um orbital e, portanto, pode ter no máximo dois elétrons.



Subcamada p: possui três orbitais, podendo ter no máximo seis elétrons.



Subcamada d: possui cinco orbitais, podendo ter no máximo dez elétrons.



Subcamada f: possui sete orbitais, podendo ter no máximo catorze elétrons.

Grupos de subcamadas formam as **camadas** eletrônicas de um átomo. Elétrons pertencentes a uma determinada camada encontram-se à mesma distância média do núcleo.

As três primeiras camadas, a partir do núcleo, são:

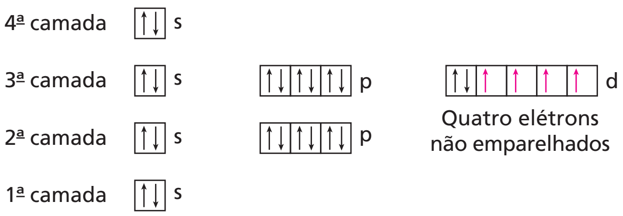
- **1ª camada ou camada K:** só possui uma subcamada **s**.
- **2ª camada ou camada L:** possui uma subcamada **s** e uma subcamada **p**.
- **3ª camada ou camada M:** possui uma subcamada **s**, uma **p** e uma **d**.

6. Materiais ferromagnéticos

São denominados **ferromagnéticos** os materiais que se imantam consideravelmente quando submetidos a um campo magnético. Além disso, esses materiais são fortemente atraídos pelos ímãs. São ferromagnéticos o ferro, o cobalto, o níquel e algumas ligas como o *alnico* (liga que contém alumínio, níquel e cobalto), o *permalloy* e outras, além do disprósio e do gadolíneo, quando em temperaturas abaixo da temperatura ambiente.

Nos materiais ferromagnéticos, cada átomo apresenta um campo magnético relativamente grande, causado principalmente pela presença de elétrons não emparelhados em orbitais incompletos. É o caso do ferro, que apresenta quatro elétrons não emparelhados na terceira camada. Esses quatro elétrons possuem *spins* em concordância porque isso minimiza a energia do átomo.

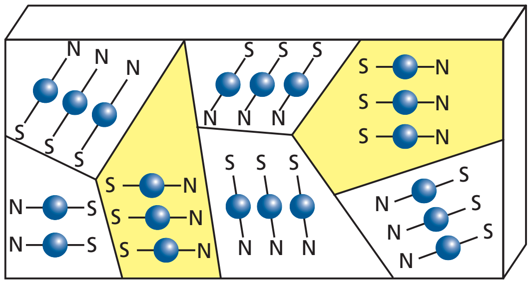
Veja, na figura a seguir, a distribuição eletrônica do átomo de ferro, em que as setas indicam os sentidos dos *spins* e as letras **s**, **p** e **d** simbolizam as subcamadas eletrônicas existentes nesse átomo:



Existem forças interatômicas que obrigam tais átomos a se disporem de modo que seus campos magnéticos fiquem paralelos e concordantes, formando os chamados **domínios magnéticos** (Teoria de Weiss). Essa organização do conjunto de átomos em cada domínio minimiza a energia do conjunto e acontece apesar da agitação térmica, desde que esta não ultrapasse determinados limites.

Em geral, cada domínio é microscópico, com volume da ordem de 10^{-9} cm^3 e um grande número de átomos.

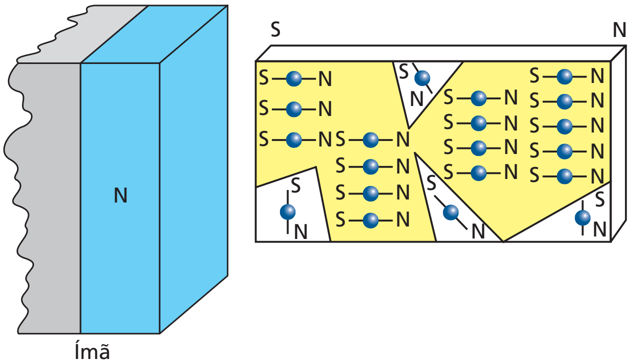
Nos materiais ferromagnéticos virgens, isto é, que nunca foram imantados, os domínios estão dispostos de maneira tão desorganizada que o campo magnético resultante de todos eles é nulo. Por isso, dois pregos de ferro, por exemplo, não interagem magneticamente.



Representação simbólica de sete domínios de uma barra de material ferromagnético não imantado. Dentro de cada um deles estão representados alguns de seus átomos com os respectivos polos magnéticos.

Entretanto, quando o material ferromagnético virgem é submetido a um campo magnético externo, os domínios em concordância com esse campo tendem a crescer à custa da captura de átomos de domínios vizinhos. Além disso, os domínios que não estão em concordância com o campo externo deformam-se, tendendo à concordância.

Desse modo, o material passa a se apresentar imantado.

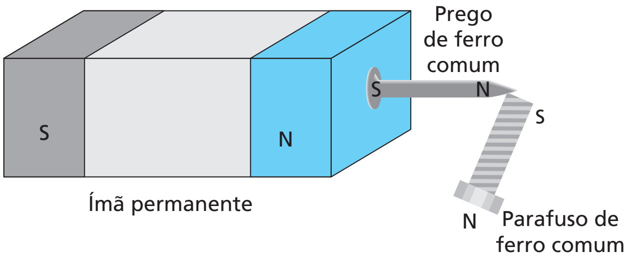


Representação simbólica de alguns domínios de uma barra de material ferromagnético **imantada**, por indução magnética, pelo campo magnético do ímã. Observe que essa barra passou a ter polos definidos: norte na extremidade direita e sul na esquerda. Por isso a barra é atraída pelo ímã.

Retirando o campo magnético externo, as fronteiras dos domínios magnéticos não voltam exatamente às suas posições originais. Desse modo, persiste no material uma imantação residual.

Essa imantação residual é desprezível no caso do ferro doce (ferro praticamente puro), mas é significativa no caso do aço e pode até ser muito intensa no caso do *alnico*, do *permalloy* etc.

Essa retenção de campo magnético, que possibilita a fabricação de ímãs permanentes, é denominada **histerese magnética**.



O material do ímã permanente tem alta histerese. O ferro do prego e do parafuso, entretanto, tem histerese muito baixa. Por isso o prego, imantado por indução magnética, é um **ímã temporário**, isto é, ele só consegue manter suspenso o parafuso enquanto o ímã permanente está perto dele.

7. Ponto Curie

Quando aumentamos a temperatura de um material ferromagnético, a agitação térmica provoca o desagregamento dos domínios magnéticos, até que, em uma temperatura denominada **ponto Curie**, em homenagem ao físico francês Pierre Curie (1859-1906), o material deixa de ser ferromagnético.

Veja, na tabela a seguir, o ponto Curie de alguns materiais.

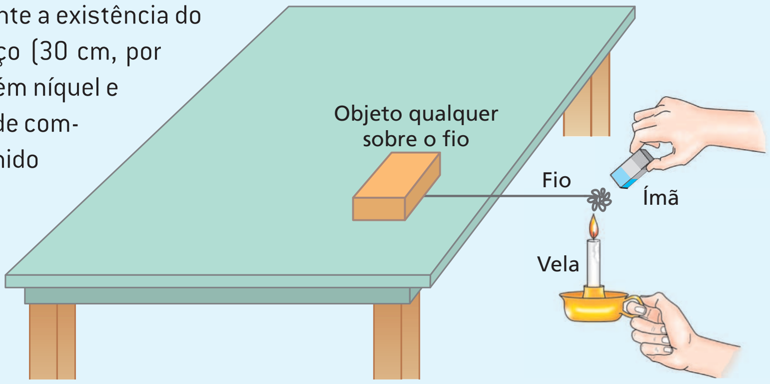
Material ferromagnético	Ponto Curie (°C)
Ferro	770
Cobalto	1130
Níquel	358
Magnetita	580
Nicromo	300
Gadolíneo	16
Disprósio	–168

Nota:

- A *performance* de um ímã pode ser comprometida por altas temperaturas.
  Outro fator que reduz a imantação dos ímãs é o choque mecânico. Por isso, devem-se evitar quedas e pancadas, para que a imantação de um ímã permanente continue forte por muito tempo.

Faça você mesmo

Podemos constatar experimentalmente a existência do ponto Curie. Para isso, adquira um pedaço (30 cm, por exemplo) de fio de nicromo (liga que contém níquel e cromo, além de outros materiais) em loja de componentes eletrônicos. O nicromo foi escolhido porque seu ponto Curie é relativamente baixo, podendo ser atingido pela chama de uma vela. Em uma das extremidades, faça um rolinho do próprio fio e fixe a outra extremidade em uma mesa, como mostra a figura.



Aproxime do fio o polo de um ímã; observe que o fio é intensamente atraído (material ferromagnético).

Em seguida, aqueça com cuidado o fio até ficar rubro. Você notará, então, que ele deixará de ser atraído significativamente pelo ímã.

Retirando a chama, o fio esfria-se e volta a ser intensamente atraído. Isso significa que ele recuperou o ferromagnetismo, ou seja, os domínios magnéticos se recompuseram.

Leitura

Origem do campo magnético terrestre

O mecanismo que origina o campo magnético da Terra e de outros astros ainda não está esclarecido. Certamente o campo magnético da Terra não é gerado por um grande ímã existente em seu interior, pois a alta temperatura dessa região desagregaria seus domínios magnéticos.

Para que um astro possua campo magnético, é preciso que tenha um núcleo líquido e realize um movimento de rotação. Na Lua, por exemplo, que não possui núcleo líquido, não existe campo magnético. O planeta Vênus tem dimensões comparáveis às da Terra e possui núcleo líquido, mas seu campo magnético é menos intenso que o nosso planeta, por rotar com velocidade angular menor.

Acredita-se que o campo magnético de um astro seja gerado por correntes elétricas existentes em seu núcleo líquido.

Nota:

- O campo magnético da Terra, em sua superfície, tem ordem de grandeza de 10^{-5} T a 10^{-4} T. Com ímãs artificiais, entretanto, podem-se gerar campos da ordem de grandeza de 10 T.

8. Permeabilidade relativa

Denomina-se **permeabilidade relativa** (μ_r) de um material o quociente de sua permeabilidade absoluta (μ) pela permeabilidade absoluta do vácuo (μ_0):

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

Para os materiais não ferromagnéticos, ou seja, **para a grande maioria dos materiais**, temos μ_r muito aproximadamente igual a 1, já que, para eles, $\mu \cong \mu_0$. Em outras palavras, esses materiais apresentam um comportamento magnético muito semelhante ao do vácuo.

Veja na tabela abaixo os valores de μ_r para alguns materiais não ferromagnéticos.

Bismuto	0,999830
Cobre	0,999991
Ar	1,0000004
Alumínio	1,000022

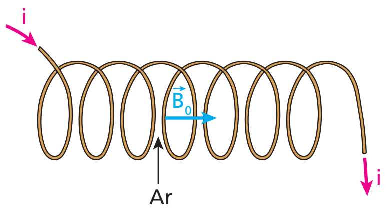
Com relação aos materiais **ferromagnéticos**, porém, a situação é muito diferente. De fato, suas permeabilidades relativas são muito maiores que 1.

Veja alguns valores de μ_r para esses materiais:

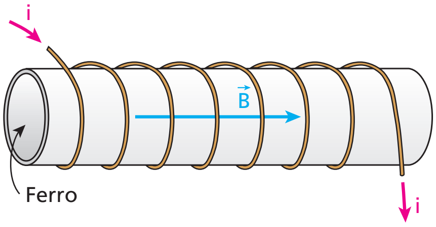
Níquel	até 1000
Ferro	até 5500
Ferro-silício (96% de ferro e 4% de silício)	até 7000
Permalloy 78 (22% de ferro e 78% de níquel)	até 100000
Supermalloy (15% de ferro, 79% de níquel e 5% de molibdênio)	até 800000

Esses elevados valores de μ_r conferem aos materiais ferromagnéticos uma grande utilidade prática, no que diz respeito a sistemas magnéticos.

Se o interior de um solenoide, por exemplo, for preenchido por um bastão ferromagnético, o vetor indução magnética $\vec{B}$ em seu interior e em suas extremidades irá se tornar muito mais intenso do que se existisse, em seu interior, material não ferromagnético.



O vetor indução $\vec{B}_0$ foi criado pela corrente de intensidade **i**.



O vetor $\vec{B}_0$ organiza os domínios magnéticos do ferro, dando origem a outro vetor indução magnética, no mesmo sentido de $\vec{B}_0$ e muito mais intenso que este. $\vec{B}$ é o vetor indução magnética resultante.

Se o solenoide das ilustrações fosse compacto, com comprimento ℓ e **n** espiras, poderíamos escrever:

Preenchido por ar ($\mu \cong \mu_0$): $B_0 = \mu_0 \frac{n}{\ell} i$ (I)

Preenchido por ferro ($\mu >> \mu_0$): $B = \mu \frac{n}{\ell} i$ (II)

Dividindo, membro a membro, a expressão (II) pela expressão (I), obtemos:

$$\frac{B}{B_0} = \frac{\mu}{\mu_0} = \mu_r \Rightarrow \boxed{B = \mu_r B_0}$$

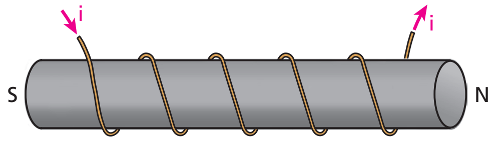
Considerando que o bastão de ferro tenha μ_r igual a 5 500, note que **B** será 5 500 vezes B_0!

Assim, as extremidades de um solenoide com o bastão de ferro (núcleo de ferro) atraem materiais ferromagnéticos muito mais intensamente do que se o solenoide estivesse preenchido por ar.

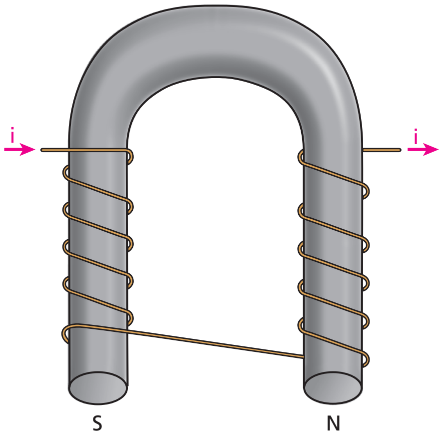
Um solenoide com núcleo ferromagnético.

9. Eletroímã

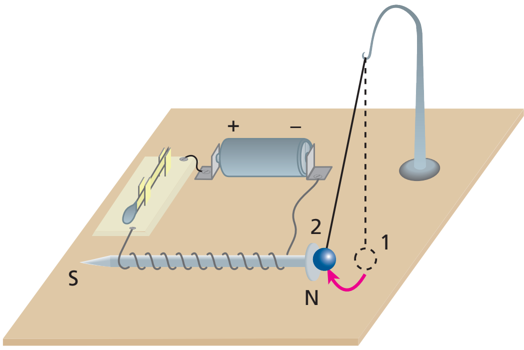
O **eletroímã** é uma barra de ferro doce envolvida por um enrolamento de fio de cobre esmaltado. Em outras palavras, é uma barra de ferro doce no interior de um solenoide. Quando esse solenoide é percorrido por corrente elétrica, a barra de ferro imanta-se na presença do campo gerado, tornando-se um ímã. Interrompendo-se a corrente, a barra de ferro deixa de ser um ímã, uma vez que o ferro doce praticamente não retém imantação. O mesmo não acontece, por exemplo, com o aço, pois este mantém-se imantado, e não desprezivelmente, mesmo cessada a corrente no solenoide.



Eletroímã em forma de barra reta.



Eletroímã em forma de ferradura.



Com a chave fechada, o prego imanta-se e atrai a bola de ferro, que se desloca da posição 1 para a posição 2. Abrindo-se a chave, a esfera abandona a posição 2 e volta ao repouso, na posição 1, após algumas oscilações.

Nota:

- Um eletroímã atrai materiais ferromagnéticos tanto quando percorrido por corrente contínua, como quando percorrido por corrente alternada.

O guindaste eletromagnético retira da sucata os materiais ferromagnéticos.

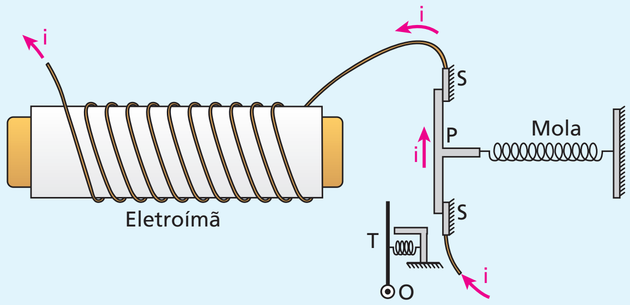
Leitura

Disjuntores

Os disjuntores são dispositivos que protegem instalações elétricas, evitando que os fios sejam percorridos por correntes excessivas, que podem aquecê-los o suficiente para derreterem suas capas isolantes e causar um curto-circuito.

A grande vantagem dos disjuntores em relação aos fusíveis é que estes queimam-se e precisam, então, ser substituídos, enquanto os disjuntores simplesmente desligam, funcionando como uma chave. Eliminada a causa da corrente excessiva, basta ligá-los novamente.

Você pode entender o princípio de funcionamento de um disjuntor eletromagnético por meio do seguinte modelo, bastante simplificado:



A peça **P** é ferromagnética e condutora; os suportes **S** são condutores e **T** é uma trava.

Quando a intensidade **i** da corrente elétrica excede determinado valor, o eletroímã desloca a peça **P**, que se desencosta dos suportes **S**, abrindo o circuito. Ao se deslocar ao encontro do eletroímã, a peça **P** passa pela trava **T**, que gira para a esquerda em torno do eixo **O** e depois retorna à posição inicial, impedindo que a peça **P** volte a se encostar nos suportes **S**.

Corrigido o problema que causou o excesso de corrente, a peça **P** é destravada e uma mola a leva de volta aos suportes **S**.

Nota:

- Muitos disjuntores operam segundo outros princípios, ou seja, não são eletromagnéticos.

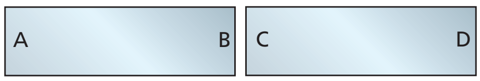
Exercícios

nível 1

40. Um fio conduzindo corrente contínua acha-se sob o piso de uma residência, ligeiramente enterrado. Indique a alternativa em que aparece um aparelho capaz de detectar sua posição:
a) alto-falante.
b) transformador.
c) bússola.
d) galvanômetro.
e) eletroímã.

41. Corrente elétrica é fonte de campo magnético. Esse fato tem aplicação:
a) nos capacitores.
b) nos reostatos.
c) nas campainhas elétricas.
d) nos ferros elétricos de engomar.
e) nos pêndulos elétricos.

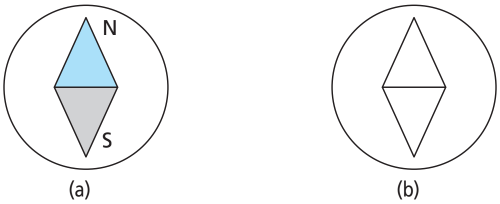
42. Duas barras metálicas aparentemente idênticas, muito distantes de outros corpos, foram posicionadas como mostra a figura, verificando-se uma atração entre elas:



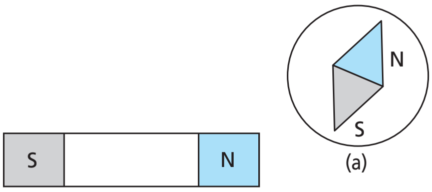
Sabendo-se que não estão eletrizadas, é correto afirmar que:
a) As duas barras podem ser ímãs permanentes, cujas extremidades **B** e **C** são polos magnéticos de nomes diferentes.
b) As duas barras são ímãs permanentes, necessariamente.
c) Uma barra pode ser ímã permanente e a outra, um ímã temporário, isto é, imantada por indução magnética.
d) Nenhuma das barras precisa ser um ímã permanente.
e) As alternativas **a** e **c** estão corretas.

Exercícios — nível 2

43. Na figura a seguir, temos duas bússolas **a** e **b**. Porém, por engano, a bússola **b** foi construída com uma agulha de ferro não imantada.

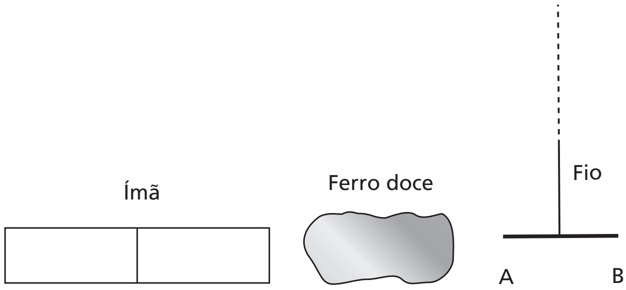


Colocando-se a bússola **a** nas proximidades de um forte ímã, observa-se que sua agulha se estabiliza na posição indicada na próxima figura.

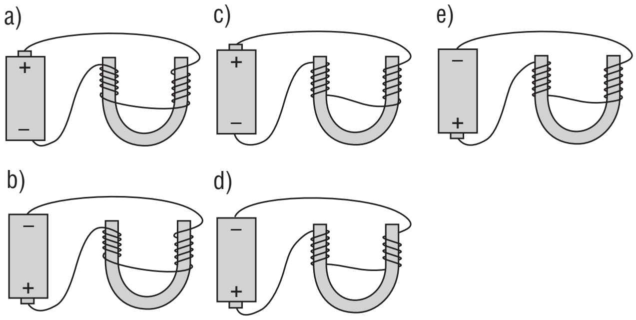


Se, no mesmo lugar onde está a bússola **a**, estivesse a bússola **b**, em que posição se estabilizaria sua agulha de ferro?

44. (Fuvest-SP) Uma agulha imantada, suspensa por um fio em São Paulo, tem uma de suas extremidades (**A**) apontando, aproximadamente, para a cidade de Belém do Pará. Coloca-se nas proximidades da agulha um pedaço de ferro doce. Aproximando-se, em seguida, um ímã de uma das extremidades do pedaço de ferro doce, observa-se a configuração indicada na figura. Qual é o polo do ímã que está mais próximo do pedaço de ferro doce?



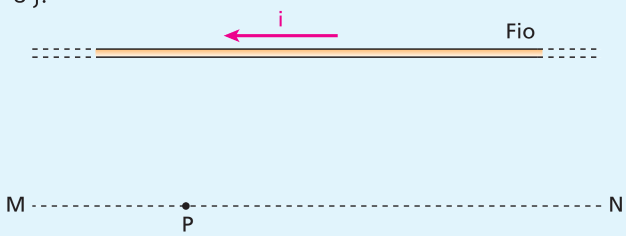
45. (UFV-MG) De posse de uma bateria, uma barra de ferro cilíndrica curvada em forma de **U** e um fio condutor esmaltado (isolado), deseja-se construir um eletroímã de maneira que o ramo da esquerda seja um polo norte e o da direita, um polo sul. Dentre as opções a seguir, a única correta é:



Descubra mais

1. Em um ímã, existe um local denominado **zona neutra**, que não atrai magneticamente, por exemplo, um prego de ferro.
Elabore um modelo para explicar a existência da zona neutra.

2. Um longo fio de cobre, estendido paralelamente a um terreno plano e horizontal, é percorrido por uma corrente elétrica constante de intensidade **i**.
Numa pessoa **P**, em repouso na posição indicada na figura (vista de cima), o vetor indução magnética devido ao fio é $\vec{B}$ $(\vec{B} \neq \vec{0})$.

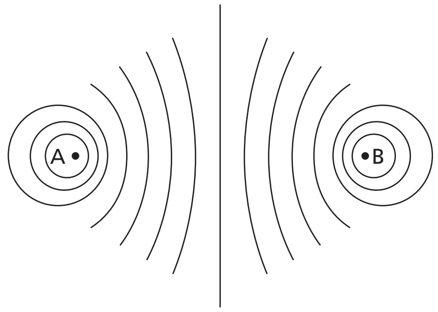


Suponha que essa pessoa passe a caminhar ao longo da reta MN paralela ao fio, dirigindo-se de **M** para **N**, com velocidade de módulo igual ao da velocidade média dos elétrons livres presentes no fio. As duas velocidades são relativas ao terreno.
Qual é, nessa nova situação, o vetor indução magnética na pessoa, devido ao fio? Explique.

Exercícios

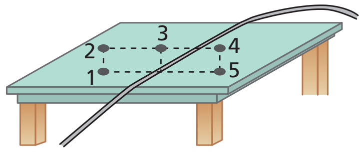
nível 3

46. (FCC-SP) A figura dada representa as linhas de indução de um campo magnético, resultante das correntes elétricas que circulam em dois condutores, **A** e **B**, retilíneos, paralelos entre si e perpendiculares à página. Qual a alternativa correta?



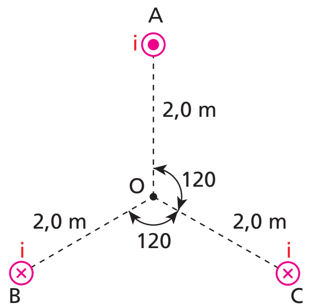
a) As correntes elétricas têm sentidos opostos.
b) Os condutores se atraem.
c) O campo magnético na região entre os fios é menos intenso do que fora dessa região.
d) Na metade da distância entre os dois fios, o campo magnético é nulo.
e) O campo magnético entre os fios é uniforme.

47. (Fuvest-SP) Apoiado sobre uma mesa, observa-se o trecho de um fio longo, ligado a uma bateria. Cinco bússolas são colocadas próximas ao fio, na horizontal, nas seguintes posições: 1 e 5 sobre a mesa; 2, 3 e 4 a alguns centímetros acima da mesa. As agulhas das bússolas só podem mover-se no plano horizontal. Quando não há corrente no fio, todas as agulhas das bússolas permanecem paralelas ao fio. Se passar corrente no fio, será observada deflexão, no plano horizontal, das agulhas das bússolas colocadas somente:

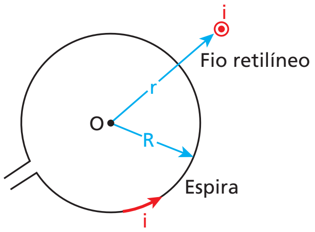


a) na posição 3.
b) nas posições 1 e 5.
c) nas posições 2 e 4.
d) nas posições 1, 3 e 5.
e) nas posições 2, 3 e 4.

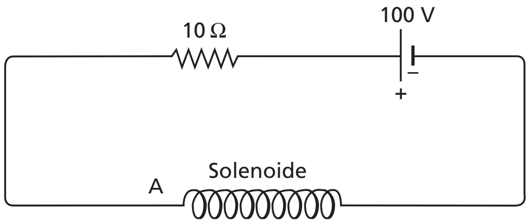
48. Na figura ao lado, estão representadas as seções transversais de três condutores retilíneos **A**, **B** e **C**, paralelos entre si e muito longos, percorridos por correntes elétricas de intensidades iguais a 20 A. Os três estão situados no vácuo, onde a permeabilidade absoluta vale $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$. No condutor **A**, a corrente está saindo do papel e, nos condutores **B** e **C**, a corrente está entrando. Determine o módulo do vetor indução magnética resultante no ponto **O**, equidistante dos três condutores.



49. Considere uma espira circular de raio **R** no plano desta página e um fio retilíneo e extenso disposto perpendicularmente a esse plano, a uma distância **r** do centro da espira. Ambos são percorridos por correntes de mesma intensidade **i**, cujos sentidos estão indicados na figura. A permeabilidade absoluta do meio é μ_0. Determine, em função de **r**, **R**, **i**, μ_0 e π, o módulo do vetor indução magnética no centro **O** da espira.



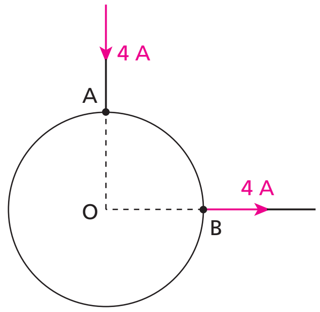
50. Na figura a seguir, a resistência elétrica do solenoide, que tem 1 000 espiras por metro, é igual a 10 Ω:



Supondo que haja vácuo no interior do solenoide $\left(\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{Tm}}{\text{A}}\right)$, determine:

a) o módulo do campo de indução magnética em seu interior;
b) a polaridade magnética da extremidade **A**.

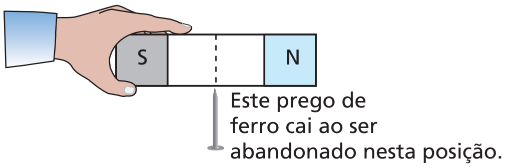
51. (Unicamp-SP) Um condutor homogêneo de resistência igual a 8 Ω tem a forma de uma circunferência. Uma corrente I = 4 A chega por um fio retilíneo ao ponto **A** e sai pelo ponto **B** por outro fio retilíneo perpendicular, conforme a figura. As resistências dos fios retilíneos podem ser consideradas desprezíveis.



a) Calcule a intensidade das correntes nos dois arcos de circunferência compreendidos entre **A** e **B**.
b) Calcule o valor da intensidade do campo magnético **B** no centro **O** da circunferência.

Para raciocinar um pouco mais

52. Um ímã em forma de barra reta, no qual os polos magnéticos encontram-se nas extremidades, não atrai corpos ferromagnéticos não imantados colocados em sua região central que, por isso, é denominada zona neutra do ímã:



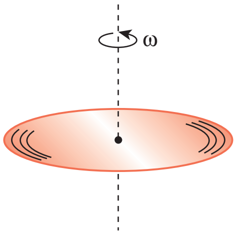
Suponha, então, que uma pessoa esteja numa sala onde não exista nenhum utensílio. Ela recebe duas barras ferromagnéticas retas, eletricamente neutras e de mesmas dimensões.

a) Como poderá descobrir se pelo menos uma delas está imantada?
b) Como poderá descobrir se as duas barras estão imantadas, ou apenas uma?
c) Como poderá determinar qual é a barra imantada, se a outra não estiver?

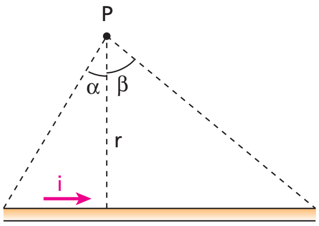
53. (ITA-SP) O valor da indução magnética no interior de uma bobina em forma de tubo cilíndrico é dado, aproximadamente, por $B = \mu\, n\, i$, em que μ é a permeabilidade do meio, **n** é o número de espiras por unidade de comprimento e **i** é a corrente elétrica. Uma bobina desse tipo é construída com um fio fino metálico de raio **r**, resistividade ρ e comprimento **L**. O fio é enrolado em torno de uma forma de raio **R** obtendo-se assim uma bobina cilíndrica de uma única camada, com as espiras uma ao lado da outra. A bobina é ligada aos terminais de uma bateria ideal de força eletromotriz igual a **V**. Nesse caso pode-se afirmar que o valor de **B** dentro da bobina é:

a) $\dfrac{\mu\pi r V}{2\rho L}$.
b) $\dfrac{\mu\pi R V}{2\rho L}$.
c) $\dfrac{\mu\pi r^2 V L}{2\rho}$.
d) $\dfrac{\mu\pi r V}{2R^2 L}$.
e) $\dfrac{\mu r^2 V}{2R^2 L}$.

54. Um disco isolante de raio **R** encontra-se eletrizado positivamente com carga **Q**, uniformemente distribuída em sua superfície. O disco rota em torno de seu eixo, com velocidade angular constante ω. Sendo μ_0 a permeabilidade absoluta do meio, determine o módulo do vetor indução magnética que o disco cria em seu centro.



55. Considere um fio condutor retilíneo, de **comprimento finito**, e um ponto **P** situado a uma distância **r** desse fio, como mostra a figura.



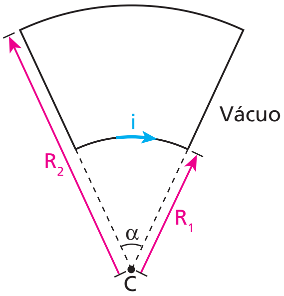
Usando cálculo integral, demonstra-se que a intensidade do vetor indução magnética criado por esse fio, no ponto **P**, é dada por:

$$\boxed{B = \frac{\mu i}{4\pi r}\,(\text{sen}\,\alpha + \text{sen}\,\beta)}$$

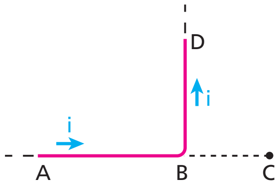
a) Mostre que a expressão fornecida altera-se para $B = \dfrac{\mu i}{2\pi r}$, se o comprimento do fio for infinito.
b) Considere agora um condutor retilíneo que se estenda infinitamente apenas para a esquerda.

Usando a expressão fornecida no enunciado, mostre que, no ponto **Q**, vale a expressão $B = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{\mu i}{2\pi r}$.

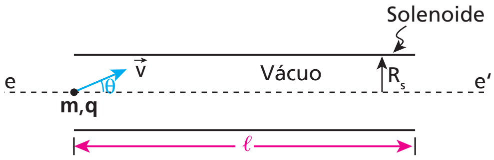
56. A espira condutora plana da figura tem dois trechos retilíneos e dois trechos circulares de centro em **C** e é percorrida por corrente de intensidade **i**.
Sendo μ_0 a permeabilidade magnética do vácuo, determine a intensidade do vetor indução magnética criado pela espira no ponto **C** (o ângulo α é medido em radianos).



Dado: O trecho retilíneo (AB) de um fio percorrido por corrente elétrica não cria campo magnético em um ponto (**C**) **alinhado a ele**.



57. Uma partícula, de massa **m**, carga elétrica positiva **q** e peso desprezível, penetra com velocidade $\vec{v}$ no interior de um solenoide de comprimento ℓ e raio R_s, constituído de **n** espiras justapostas. Na entrada do solenoide, a partícula cruza seu eixo ee', de modo que o ângulo entre $\vec{v}$ e esse eixo é θ, como mostra a figura a seguir:



A permeabilidade magnética do meio é μ_0 e o campo magnético no interior do solenoide é considerado rigorosamente uniforme.

a) Supondo que a partícula **não** colida com a parede interna do solenoide, responda:
   1. Qual é a forma de sua trajetória?
   2. Qual deve ser a intensidade **i** da corrente elétrica no solenoide para que a partícula complete **N** voltas até sair dele?
b) Determine θ, em função de **N**, R_s e ℓ, para que a partícula não colida com a parede interna do solenoide.

Tópico 3

Força magnética sobre correntes elétricas

Bloco 1

1. Introdução

O assunto deste Tópico possibilitará a compreensão do princípio de funcionamento dos motores elétricos, galvanômetros analógicos, alto-falantes etc.

Em 1822, o físico e químico inglês **Michael Faraday** (1791-1867) fez passar uma corrente contínua através de um condutor colocado entre os polos de um ímã. Como consequência, esse condutor executou um movimento de rotação. Esse movimento de rotação foi provocado pela interação entre o campo magnético do ímã e o campo magnético gerado pela corrente no fio. Assim, estava praticamente inventado o motor elétrico.

2. Força magnética sobre um trecho elementar de um fio condutor

No Tópico 1, vimos que a força magnética $\vec{F}_m$ em uma carga elétrica, movendo-se com velocidade $\vec{v}$ em relação a um referencial **R**, submetida a um campo magnético estacionário cuja indução magnética, nesse mesmo referencial, é igual a $\vec{B}$, tem intensidade dada por $F_m = |q|\ v\ B\ \text{sen}\ \theta$, em que θ é o menor ângulo entre $\vec{v}$ e $\vec{B}$.

Então, se, nas condições estabelecidas, um fio metálico é percorrido por uma corrente elétrica e está imerso em um campo magnético, como ilustra a figura **a**, uma força magnética $\vec{F}_m$ atua em cada um de seus elétrons livres. Usando a regra da mão direita espalmada e lembrando que a carga do elétron é negativa, determinamos a orientação dessa força.

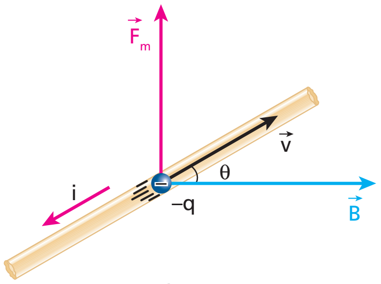


Figura a

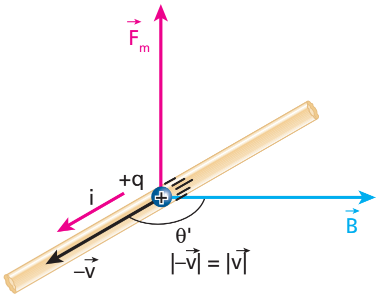


Figura b

Sabemos que o sentido convencional da corrente elétrica é oposto ao sentido em que se movem os elétrons livres. Entretanto, para efeito de cálculo, podemos, ficticiamente, substituir os elétrons livres por cargas positivas de mesmo módulo, movendo-se no sentido da corrente, com velocidade de mesmo módulo e mesma direção, como está representado na figura **b** anterior.

Vemos que a orientação da força magnética realmente não se modifica e a intensidade dessa força também não se altera. De fato, em **a** essa intensidade é $q\ v\ B\ \text{sen}\ \theta$ e, em **b**, $q\ v\ B\ \text{sen}\ \theta'$. Como θ e θ' somam 180°, seus senos são iguais, o mesmo ocorrendo, então, com as intensidades das forças.

O artifício que acabamos de usar simplifica nosso próximo passo, que é determinar a força magnética, não em um elétron, mas em um trecho elementar ("pedacinho") do fio.

Na figura **c** a seguir, está representado um fio condutor percorrido por uma corrente de intensidade **i** e situado em uma região onde existe um campo magnético $\vec{B}$. A intensidade dessa corrente é i, em relação ao mesmo referencial em que o vetor indução magnética é $\vec{B}$.

Usando o artifício apresentado, podemos considerar que existe, no trecho elementar de comprimento $\Delta\ell$, uma carga total **Q** positiva. Nesse trecho, então, atua uma força magnética $\vec{f}_m$, cuja intensidade é dada por $f_m = Q\,v\,B\,\text{sen}\,\theta$.

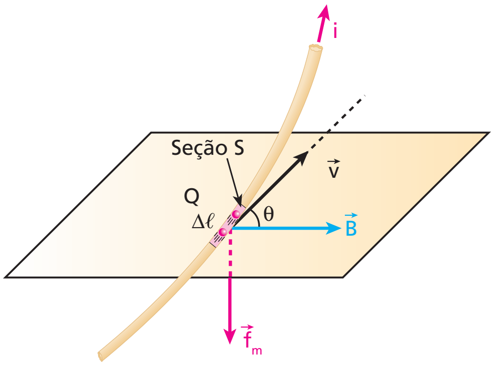


Figura **c**

Após um intervalo de tempo Δt

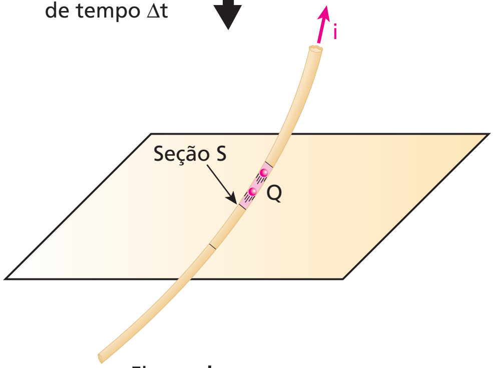


Figura **d**

Durante certo intervalo de tempo Δt essa carga fictícia **Q** escoa pela seção transversal **S** do fio, com velocidade de módulo **v**, e passamos para a situação representada na figura **d**.

Substituindo $v = \dfrac{\Delta\ell}{\Delta t}$ na expressão de f_m, obtemos:

$$f_m = Q\,\frac{\Delta\ell}{\Delta t}\,B\,\text{sen}\,\theta$$

Note que $\dfrac{Q}{\Delta t}$ é a intensidade **i** da corrente no fio.

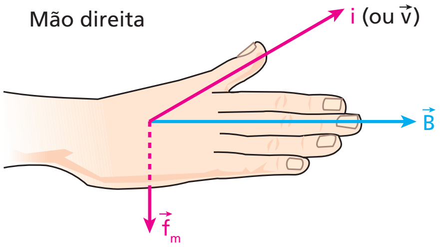
Então:

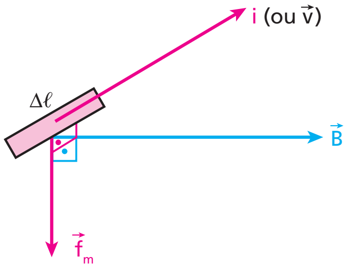
$$f_m = i\,\Delta\ell\,B\,\text{sen}\,\theta \text{ ou}$$

$$\boxed{f_m = B\,i\,\Delta\ell\,\text{sen}\,\theta}$$

Essa expressão é conhecida como **Lei Elementar de Laplace**.

A direção de $\vec{f}_m$ é perpendicular ao plano definido por $\vec{v}$ e $\vec{B}$. O sentido de $\vec{f}_m$, por sua vez, pode ser dado pela **regra da mão direita espalmada**, fazendo o polegar apontar no sentido da corrente, que é o mesmo da velocidade $\vec{v}$ (já que estamos lidando com cargas fictícias positivas), e os demais dedos, no sentido de $\vec{B}$. A força $\vec{f}_m$ tem direção perpendicular à palma da mão e sentido saindo dela:





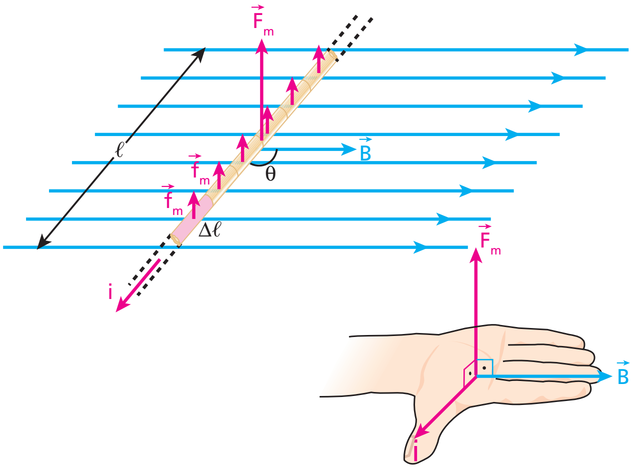
Notas:

- Para determinar a força magnética que atua no fio inteiro, o procedimento é determinar as forças exercidas em todos os seus trechos elementares e, então, somar vetorialmente todas elas.
- Para uma corrente elétrica de qualquer origem, **i** é a sua intensidade em relação ao mesmo referencial em que o vetor indução magnética é $\vec{B}$.

3. Força magnética exercida em um condutor retilíneo imerso em um campo magnético uniforme

Considere o pedaço de um fio condutor retilíneo, de comprimento ℓ, imerso em um campo uniforme de indução magnética $\vec{B}$ e percorrido por uma corrente elétrica de intensidade **i**.

Como vimos no item anterior, em cada trecho elementar, de comprimento $\Delta\ell$, desse fio atua uma força magnética de intensidade $f_m = B\,i\,\Delta\ell\,\text{sen}\,\theta$.



Mão direita espalmada

Note que as forças $\vec{f}_m$ têm a mesma direção e o mesmo sentido em todos os trechos elementares. Então, a intensidade da força magnética $\vec{F}_m$ que atua no pedaço de fio de comprimento ℓ pode ser calculada assim:

$$F_m = \Sigma\, f_m = \Sigma\, B\, i\, \Delta\ell \text{ sen } \theta$$

Como **B**, **i** e **θ** são iguais em todos os trechos elementares, temos:

$$F_m = B\, i \text{ sen } \theta\, \Sigma\, \Delta\ell$$

Finalmente, como $\Sigma\, \Delta\ell = \ell$, encontramos:

$$\boxed{F_m = B\, i\, \ell \text{ sen } \theta}$$

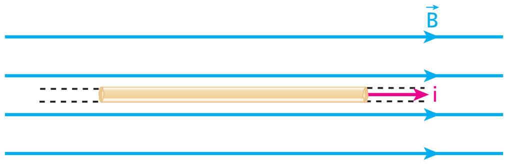
Resumindo, a força magnética que atua em um pedaço de fio retilíneo de comprimento ℓ, imerso em um campo magnético uniforme, tem as seguintes características:

Intensidade: $F_m = B\, i\, \ell$ sen θ, em que **θ** é o menor ângulo entre o fio (orientado no sentido da corrente) e o vetor $\vec{B}$.

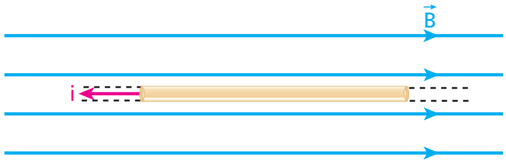
Direção: perpendicular ao plano determinado pelo vetor $\vec{B}$ e pelo fio.

Sentido: dado pela regra da mão direita espalmada, trocando $\vec{v}$ por **i**.

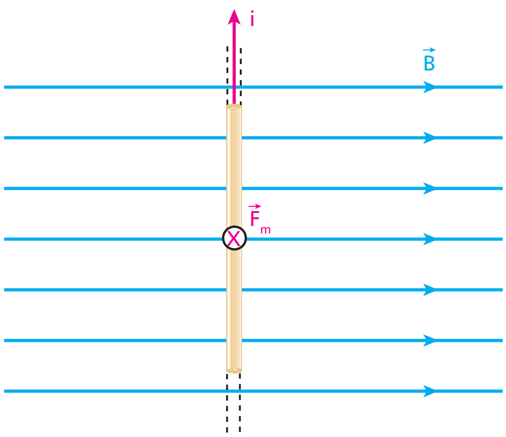
Veja, a seguir, alguns casos particulares, em que os pedaços de fio têm comprimentos iguais a ℓ:



$\theta = 0° \Rightarrow \text{sen } \theta = 0 \Rightarrow F_m = 0$



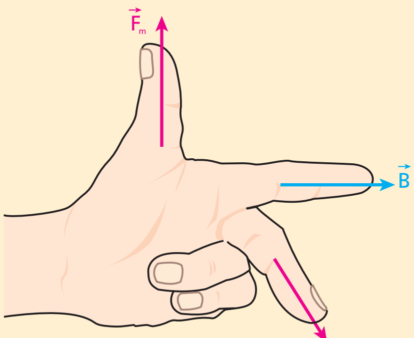
$\theta = 180° \Rightarrow \text{sen } \theta = 0 \Rightarrow F_m = 0$



$\theta = 90° \Rightarrow \text{sen } \theta = 1 \Rightarrow F_m = B\, i\, \ell$

Regra de Fleming ou regra da mão esquerda

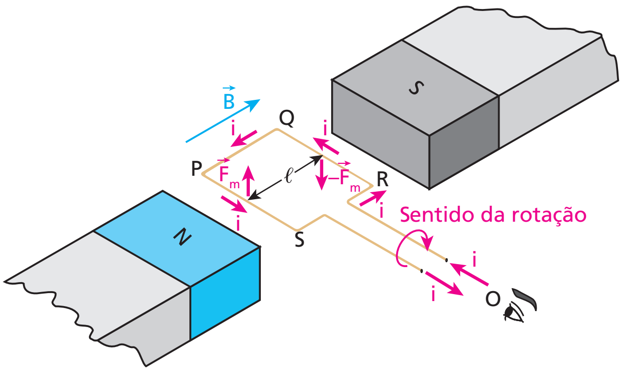
Para determinar a orientação da força magnética atuante em um fio percorrido por uma corrente elétrica, também podemos usar a regra da mão esquerda. Para isso, dispomos o dedo indicador no sentido do vetor indução magnética $\vec{B}$ e o dedo médio no sentido da corrente. A direção e o sentido da força magnética $\vec{F}_m$ ficam indicados pelo polegar, como ilustra a figura abaixo.



Mão esquerda

4. Espira retangular imersa em campo magnético uniforme

Veja, na figura a seguir, uma espira retangular condutora, imersa num campo magnético uniforme, com seu plano paralelo ao vetor indução magnética $\vec{B}$:

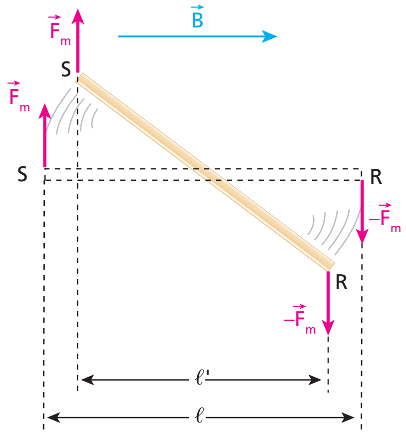


Suponha que, em relação ao observador **O**, a espira possa girar tanto no sentido horário quanto no anti-horário.

Fazendo passar uma corrente contínua pela espira, surgem forças opostas nos lados PS e QR, que formam um binário de braço **ℓ**. Nos lados SR e PQ não surgem forças, pois os valores do ângulo **θ** formado entre o fio e o vetor $\vec{B}$ são iguais a 0 e 180°, respectivamente. Como sen 0° = 0 e sen 180° = 0, $F_m = B\, i\, \ell \operatorname{sen} \theta = 0$.

O binário surgido provoca a rotação da espira no sentido indicado, sendo esse o **princípio de funcionamento** do motor elétrico e de vários outros aparelhos.

À medida que a espira gira a partir da posição representada na figura anterior, o braço do binário constituído pelas forças $\vec{F}_m$ e $-\vec{F}_m$ vai diminuindo, como você pode observar na figura abaixo, que representa a espira vista pelo observador **O** indicado na figura anterior.

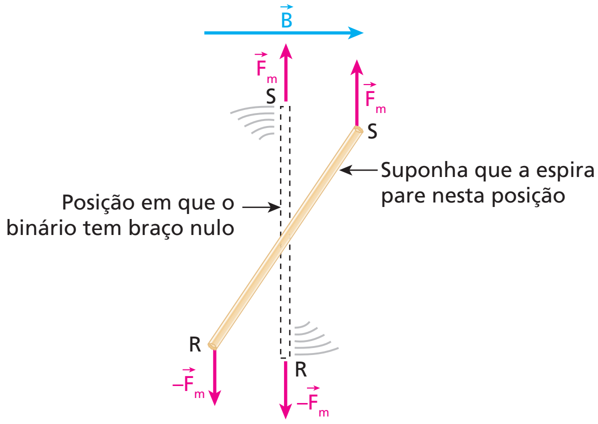


O novo braço, ℓ', é menor que o braço inicial ℓ.

Com a diminuição do braço, diminui também a eficiência dessas forças em produzir rotação.

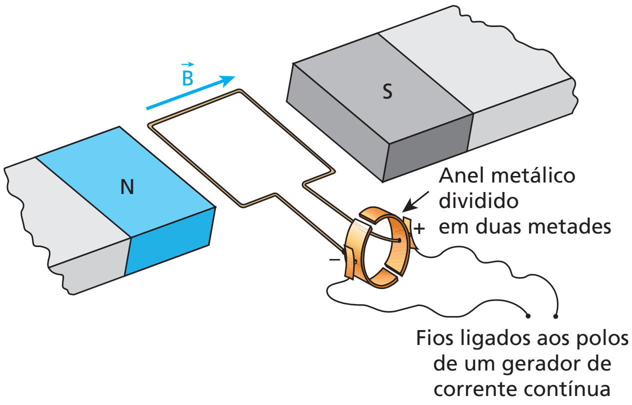
Quando o plano da espira se torna perpendicular às linhas de indução, o binário citado tem braço nulo, pois as forças $\vec{F}_m$ e $-\vec{F}_m$ se alinham. Portanto essa é a posição em que a espira deveria ficar em equilíbrio.

Entretanto, por estar em movimento, a espira avança além dessa posição. Com isso, o citado binário passa a atuar contra a rotação da espira, fazendo com que ela pare e volte, passando a executar, em seguida, um movimento oscilatório.



Da posição em que o binário tem braço nulo até a posição em que a espira para, seu movimento é retardado.

Para que a rotação da espira continue favorecida pelo binário, ao passar pela posição de equilíbrio (forças magnéticas alinhadas) o sentido da corrente deve inverter-se. É o que acontece em um motor elétrico de corrente contínua:

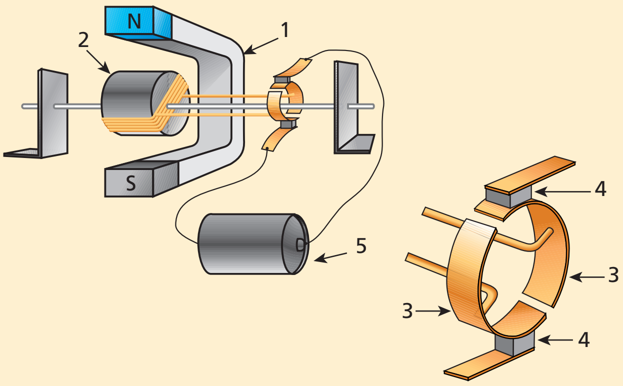


Quando a espira passa pela posição de equilíbrio, isto é, quando o plano da espira torna-se perpendicular a $\vec{B}$, o sentido da corrente que passa por ela é invertido. Assim, os sentidos das duas forças representadas nas figuras anteriores também se invertem e o binário constituído por elas continua favorecendo a rotação.

Um pouco mais sobre o motor de corrente contínua

No motor esquematizado na figura, o **estator** (1) é o ímã permanente que cria o campo magnético. O **rotor** (2) é um núcleo de ferro laminado, envolvido por um enrolamento de fio de cobre esmaltado. O núcleo é feito de ferro para que se possa aproveitar a alta permeabilidade magnética desse material, que intensifica o vetor indução magnética através do enrolamento. O **comutador** (3) é um anel condutor dividido em duas metades, e as **escovas** (4) são condutores em contato com ele. A **pilha** (5) gera uma corrente contínua no enrolamento.

Quando esse enrolamento passa pela posição de equilíbrio estável, o comutador provoca a inversão do sentido da corrente, fazendo a rotação prosseguir, favorecida, no mesmo sentido.



Na verdade, um motor de corrente contínua não é apenas isso. Para melhor aproveitamento dos efeitos máximos de rotação e para dar maior uniformidade a esse movimento, por exemplo, são feitos vários enrolamentos, em planos diferentes.

Leitura

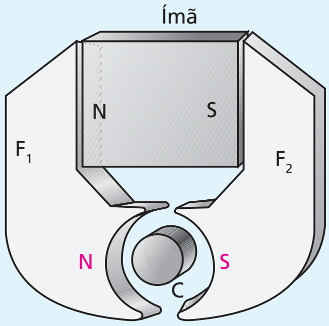
O galvanômetro de quadro móvel

Vamos analisar o galvanômetro de quadro móvel, que é a unidade fundamental na construção de amperímetros e voltímetros analógicos. Devido a sua grande sensibilidade, só permite a medição de correntes e tensões muito pequenas. Entretanto, associando-se a ele resistores convenientes, podemos torná-lo capaz de medir correntes e tensões muito maiores.

Sistema magnético

Um ímã retangular é encaixado entre duas peças de ferro, F_1 e F_2, como mostra a figura ao lado. A polaridade magnética do ímã estende-se pelas peças de ferro e, desse modo, surge um campo magnético na região cilíndrica oca, determinada pelas duas peças. Veja a região inferior da figura ao lado.

Na região oca, é fixado um cilindro **C**, de ferro doce. Sua função é intensificar o campo magnético nessa região.

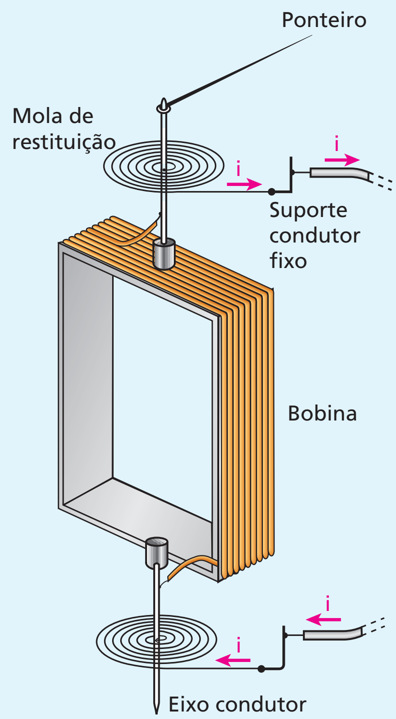


Sistema elétrico

Uma bobina retangular constituída de fino fio de cobre esmaltado, em cujo eixo está fixado um ponteiro, é montada envolvendo o cilindro **C** (veja as duas figuras seguintes).

Por estar imersa em um campo magnético, essa bobina gira ao ser percorrida por corrente elétrica. Ao girar, o ponteiro fixado em seu eixo também gira, deslocando-se sobre uma escala. Esse deslocamento é proporcional à intensidade **i** da corrente elétrica.

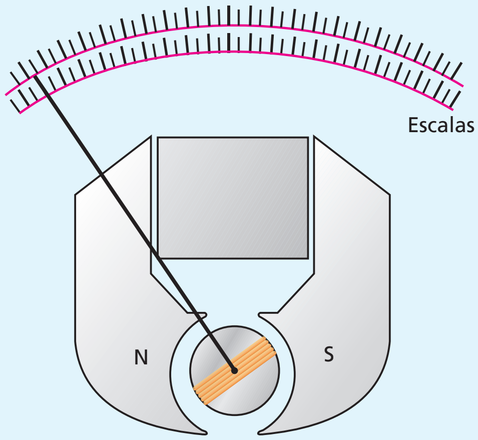
Quando a corrente cessa, as molas de restituição fazem o ponteiro voltar ao zero.



Cada terminal da bobina está conectado eletricamente a uma mola de restituição.

A figura abaixo representa o galvanômetro com a bobina já instalada.

Da maneira como foi descrito, o galvanômetro é útil apenas para participar de medidores de correntes e tensões **contínuas**. De fato, se a corrente fosse alternada, as forças nas espiras da bobina sofreriam inversões periódicas de sentido e, assim, não haveria deflexão do ponteiro. Entretanto, as correntes alternadas podem ser medidas com esse galvanômetro, bastando para isso transformá-las antes em correntes contínuas, por meio de um circuito retificador (veja o Apêndice do Tópico 4, p. 325). Esse circuito é acionado por meio de uma chave seletora existente nos medidores.



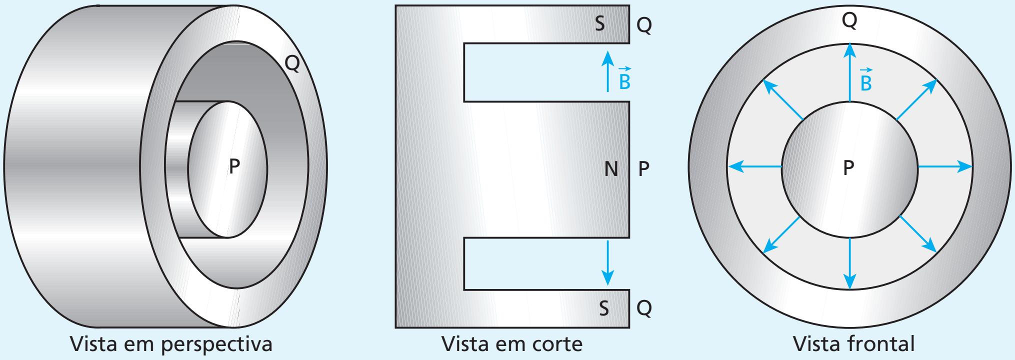
Alto-falante de bobina móvel

O alto-falante é um transdutor eletromecânico, isto é, um sistema que converte sinais elétricos em sinais sonoros (mecânicos).

Vamos analisar seu funcionamento.

Sistema magnético

Na região traseira, o alto-falante possui um ímã permanente, que pode ser do seguinte tipo:



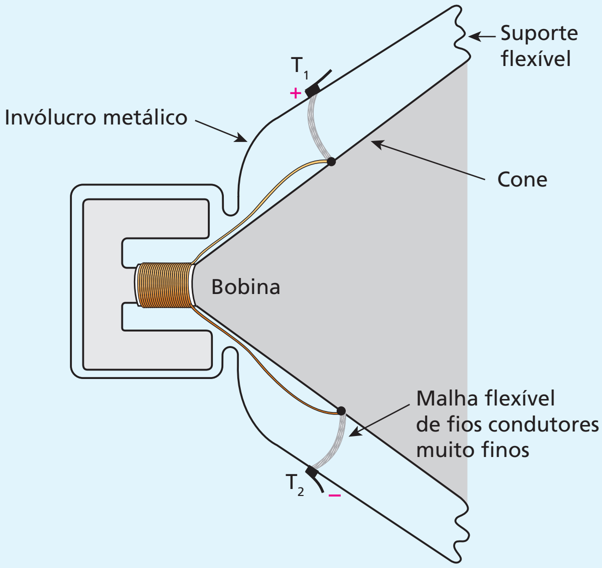
Se a região **P** é um polo norte magnético, a região **Q** é um polo sul.

Na região oca, situada entre **P** e **Q**, existe um campo magnético radial.

Sistema elétrico

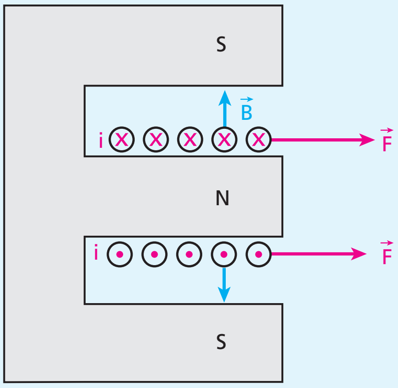
Uma bobina constituída de um canudo muito leve, de alumínio, por exemplo, e de um enrolamento de fio muito fino de cobre esmaltado envolve a região **P** do sistema magnético e prende-se ao cone (membrana que vibra) do alto-falante.

Os terminais da bobina são fixados em dois locais do cone e, desses locais, partem malhas de fios bastante flexíveis, que vão até os terminais T_1 e T_2, indicados na figura abaixo.



Ligando esses terminais à saída de um amplificador em funcionamento, a bobina é percorrida por uma corrente elétrica e, por estar imersa em um campo magnético, ela recebe forças que a deslocam da posição de equilíbrio. O alto-falante está ligado corretamente quando essas forças empurram o cone para fora. Por isso existem indicações de polaridade tanto nos terminais de saída do amplificador quanto nos do alto-falante.

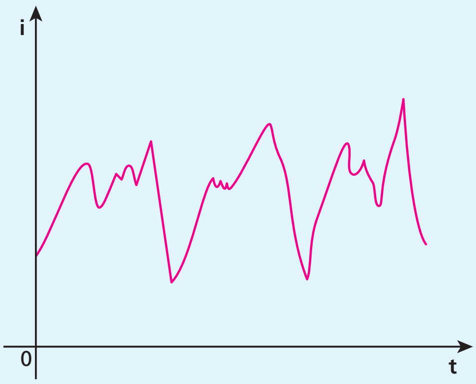
A figura a seguir ilustra o aparecimento de forças na bobina:



Vista em corte

O símbolo ⊗ indica corrente "entrando" no plano da figura, enquanto o símbolo ⊙ indica corrente "saindo" desse plano.

Para entender por que o cone vibra, é preciso saber que, durante a audição de uma música ou de uma notícia, por exemplo, a intensidade **i** da corrente elétrica na bobina varia com o tempo **t**. O gráfico a seguir ilustra uma situação em que isso está acontecendo.



Então, como o valor da corrente varia, a intensidade da força na bobina e, consequentemente, no cone também varia. Por isso, o cone vibra acompanhando as variações da corrente.

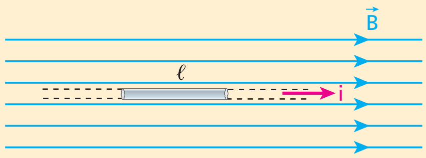
A vibração do cone produz no ar compressões e rarefações que se propagam, ou seja, produz ondas sonoras.

Exercícios

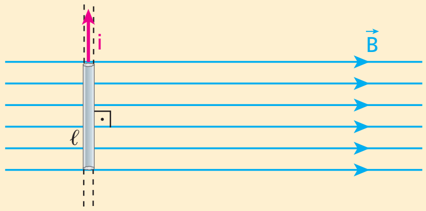
nível 1

1. E.R. Um condutor retilíneo, percorrido por uma corrente elétrica de intensidade **i** igual a 2,0 A, está imerso em um campo magnético uniforme de intensidade **B**, igual a $2{,}0 \cdot 10^{-4}$ T. Determine a força magnética num trecho desse condutor, de comprimento ℓ igual a 0,20 m, nos seguintes casos:

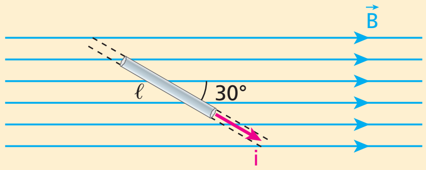
a)



b)



c)



Resolução:

A intensidade da força magnética que atua num trecho do condutor é dada por:

$$F_m = B\, i\, \ell \operatorname{sen} \theta$$

em que **θ** é o menor ângulo formado pelo condutor, orientado no sentido da corrente, e pelo vetor $\vec{B}$.

A direção dessa força é perpendicular ao plano determinado pelo condutor e pelo vetor $\vec{B}$, e seu sentido é dado pela regra da mão direita espalmada.

a) Nesse caso, o ângulo θ é igual a zero.

Como sen 0° = 0: $\boxed{\vec{F}_m = \vec{0}}$

b) Agora, o ângulo **θ** é igual a 90°.

Fazendo $B = 2{,}0 \cdot 10^{-4}$ T, $i = 2{,}0$ A, $\ell = 0{,}20$ m e sen θ = = sen 90° = 1, obtemos:

$$F_m = 2{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot 2{,}0 \cdot 0{,}20 \cdot 1$$

$$\boxed{F_m = 8{,}0 \cdot 10^{-5}\ \text{N}}$$

Essa força é perpendicular ao plano da figura e tem sentido "entrando" nesse plano: $\otimes \vec{F}_m$.

c) Nessa situação, **θ** é igual a 30°.

Como sen 30° = $\frac{1}{2}$, temos:

$$F_m = 2{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot 2{,}0 \cdot 0{,}20 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\boxed{F_m = 4{,}0 \cdot 10^{-5}\ \text{N}}$$

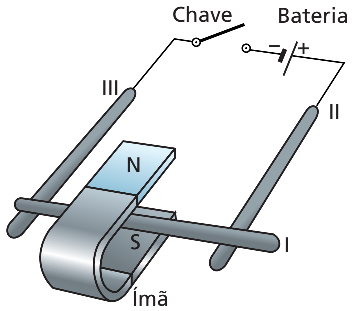
A força, nesse caso, é perpendicular ao plano da figura e tem sentido "saindo" desse plano: $\odot \vec{F}_m$.

2. Na figura a seguir, as hastes I, II e III são condutoras, mas apenas a haste I submete-se ao campo do ímã.

Determine se o condutor I é empurrado para dentro ou para fora do ímã, nos seguintes casos:

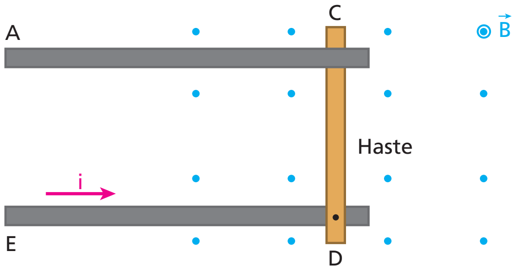
a) fechando-se a chave;

b) invertendo-se a polaridade da bateria e fechando-se a chave.



3. No rotor de um motor elétrico de corrente contínua, os fios conduzem uma corrente de 5 A e dispõem-se perpendicularmente a um campo de indução magnética, suposto uniforme, de módulo constante e igual a 1 T. Determine o módulo da força magnética atuante em cada centímetro de fio.

4. Na figura a seguir, dois condutores paralelos, AC e ED, são interligados por meio de uma haste também condutora, que pode girar no plano da figura em torno do ponto **D**. Na região em que se situa a haste, existe um campo magnético perpendicular ao plano dos condutores e apontando para o leitor:



Se uma corrente elétrica de intensidade **i** percorrer os três condutores no sentido indicado, a tendência da haste será:

a) manter-se na posição inicial;

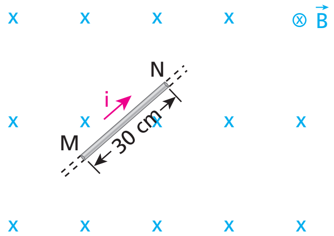
b) girar no sentido horário;

c) girar no sentido anti-horário;

d) subir;

e) descer.

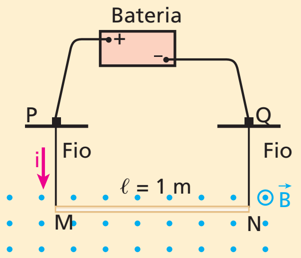
5. A figura representa um fio retilíneo estendido no plano do papel, percorrido por corrente elétrica de intensidade **i** igual a 5,0 A no sentido indicado, imerso em um campo magnético uniforme de intensidade constante e igual a 0,50 T. Caracterize a força que atua no trecho MN do fio, de comprimento 30 cm, devida ao campo citado.



Exercícios

nível 2

6. E.R. A barra condutora MN, cilíndrica e homogênea, de 200 N de peso e 1 m de comprimento, é suspensa por fios condutores leves e flexíveis aos pontos **P** e **Q**. A barra, disposta horizontalmente, é percorrida por uma corrente elétrica de intensidade **i** igual a 100 A no sentido indicado, e encontra-se num campo magnético uniforme e horizontal de intensidade constante e igual a 2 T, perpendicular à barra.



Supondo que apenas **a barra** se submeta ao citado campo:

a) calcule a intensidade da força magnética atuante na barra;

b) calcule a intensidade da tração em cada fio de suspensão;

c) qual seria a intensidade da tração em cada fio, se a barra fosse disposta paralelamente ao campo magnético?

Resolução:

a) A intensidade da força magnética atuante na barra é dada pela expressão:

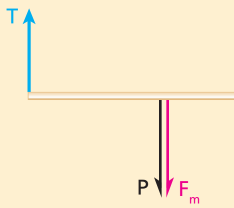
$$F_m = B\, i\, \ell \text{ sen } \theta$$

Sendo B = 2 T, i = 100 A, ℓ = 1 m e sen θ = sen 90° = 1, temos:

$$F_m = 2 \cdot 100 \cdot 1 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{F_m = 2 \cdot 10^2 \text{ N}}$$

b) Pela regra da mão direita espalmada, concluímos que a força magnética na barra é vertical e para baixo. Como o campo magnético é uniforme, essa força deve ser posicionada no centro da barra (simetria).

Na barra atuam ainda as duas forças de tração e o peso, este posicionado também no centro da barra, por ela ser cilíndrica e homogênea. As duas forças de tração têm a mesma intensidade **T**, o que também pode ser justificado pela situação de simetria.



Do equilíbrio da barra, temos:

$$T + T = P + F_m \Rightarrow 2\,T = 200 + 200$$

$$\boxed{T = 2 \cdot 10^2 \text{ N}}$$

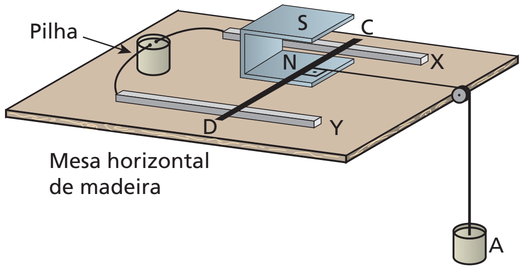
c) Nesse caso, teríamos $F_m = 0$, pois o ângulo θ seria igual a 0° ou 180° e sen 0° = sen 180° = 0.

Assim, no equilíbrio:

$$T + T = P \Rightarrow 2\,T = 200$$

$$\boxed{T = 1 \cdot 10^2 \text{ N}}$$

7. Na figura a seguir, o condutor CD está em repouso, apoiado em duas barras condutoras fixas **X** e **Y**. Despreze atritos.

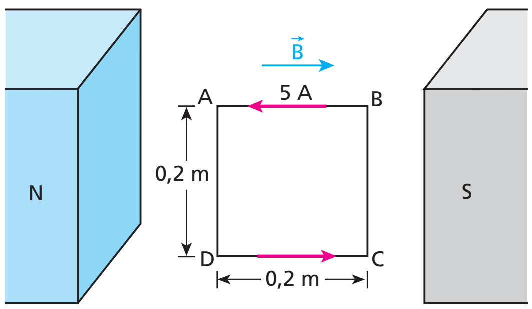


O módulo do vetor indução magnética entre os polos do ímã é B = 1 T e o comprimento da parte do condutor imersa no campo é ℓ = 10 cm. Sabendo que o corpo **A** pesa 2 N e que o fio que o suspende ao condutor pode ser considerado ideal, determine:

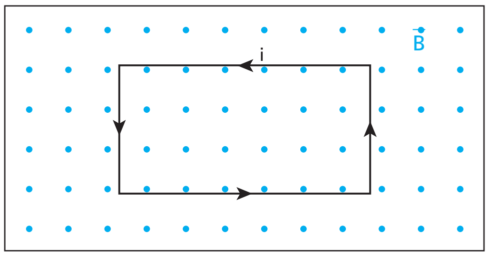
a) o sentido da corrente no condutor;

b) a intensidade dessa corrente.

8. Entre os polos magnéticos representados na figura, temos um campo magnético uniforme, com B = 5 · 10^{-2} T. Calcule a força magnética que atua em cada lado da espira condutora quadrada, percorrida por uma corrente constante de 5 A, quando disposta com seu plano paralelo às linhas de indução, como mostra a figura:



9. (ITA-SP) Uma espira retangular é colocada em um campo magnético com o plano da espira perpendicular à direção do campo, conforme mostra a figura.



Se a corrente elétrica flui no sentido mostrado, pode-se afirmar em relação à resultante das forças, e ao torque total em relação ao centro da espira, que:

a) A resultante das forças não é zero, mas o torque total é zero.

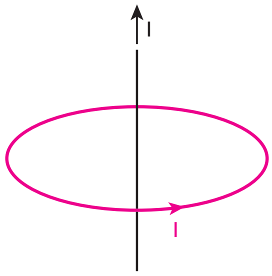
b) A resultante das forças e o torque total são nulos.

c) O torque total não é zero, mas a resultante das forças é zero.

d) A resultante das forças e o torque total não são nulos.

e) O enunciado não permite estabelecer correlações entre as grandezas consideradas.

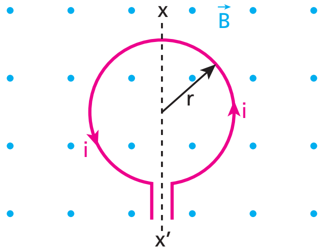
10. Um fio longo e reto é percorrido por uma corrente de intensidade **I**. Uma espira circular, também percorrida por corrente de intensidade **I**, é colocada em um plano perpendicular ao fio. O fio passa pelo centro da espira.



Devido ao campo magnético criado pelo fio:

a) a espira fica sujeita a um binário.
b) a espira não fica sujeita a força alguma.
c) a força resultante desloca a espira ao longo do fio, no sentido da corrente que o percorre.
d) a força resultante desloca a espira ao longo do fio, em sentido contrário ao da corrente que o percorre.
e) Nenhuma das proposições anteriores se aplica.

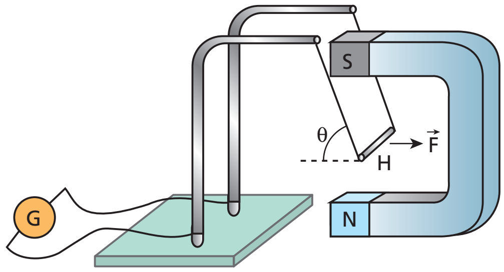
11. Numa espira circular de raio **r**, situada no plano do papel, flui uma corrente elétrica de intensidade constante **i**. Essa espira está imersa em um campo magnético de indução $\vec{B}$, estacionário, perpendicular ao plano do papel e dirigido para o leitor.



As forças que atuam na espira tendem a produzir nela:

a) um encolhimento.
b) um alargamento.
c) uma rotação no sentido horário, em torno do eixo xx'.
d) uma rotação no sentido anti-horário, em torno do eixo xx'.
e) uma rotação em torno de um eixo perpendicular ao papel.

12. (USF-SP) A força magnética $\vec{F}$ que mantém a haste metálica **H**, de peso **P** e comprimento **L**, em equilíbrio na posição indicada na figura abaixo, manifesta-se pela presença do campo magnético de módulo **B**, produzido pelo ímã, e da corrente elétrica que percorre a haste e que é mantida pelo gerador **G**.



Sendo **θ** o ângulo que os fios flexíveis formam com a horizontal, a intensidade de corrente no circuito é igual a:

a) $BLP(\text{tg}\,\theta)^{-1}$
b) $B(PL\,\text{tg}\,\theta)^{-1}$
c) $BL(P\,\text{tg}\,\theta)^{-1}$
d) $P(BL\,\text{tg}\,\theta)^{-1}$
e) $L(BP\,\text{tg}\,\theta)^{-1}$

Bloco 2

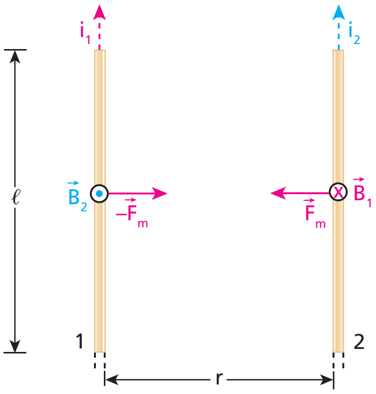
5. Forças magnéticas entre dois condutores retilíneos e paralelos

Consideremos dois longos fios retilíneos, dispostos paralelamente um ao outro, em um meio de permeabilidade absoluta **μ**. Se houver corrente elétrica em ambos, surgirá uma força magnética em cada um deles, pois um se submeterá ao campo magnético criado pelo outro.

Como veremos a seguir, essas forças podem ser **de atração** ou **de repulsão**.

Correntes de mesmo sentido

Na figura ao lado, estão representados trechos de dois fios paralelos, de comprimento **ℓ**, distantes **r** um do outro, percorridos por correntes de mesmo sentido.



Para facilitar o entendimento, representamos com a mesma cor cada corrente e o campo magnético gerado por ela.

O condutor 1 cria $\vec{B}_1$, que atua no condutor 2 fazendo surgir nele a força $\vec{F}_m$. O condutor 2, por sua vez, cria $\vec{B}_2$, que atua no condutor 1 causando-lhe a força $-\vec{F}_m$. Quando as correntes **têm o mesmo sentido**, as forças entre os condutores são de **atração**.

A intensidade da força que atua no trecho de comprimento **ℓ** pode ser calculada a partir de qualquer um dos condutores. Considerando, por exemplo, o condutor 2, temos:

$$F_m = B_1\, i_2\, \ell \text{ sen } 90° = B_1\, i_2\, \ell \quad \text{(I)}$$

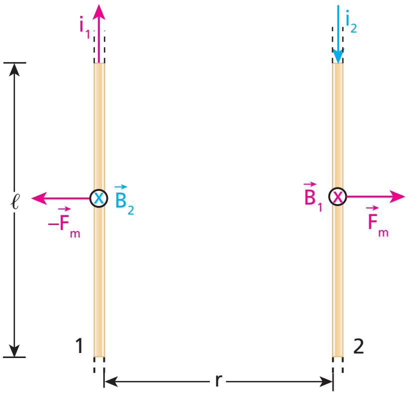
$$\text{Mas } B_1 = \frac{\mu i_1}{2\pi r} \quad \text{(II)}$$

Substituindo (II) em (I), obtemos:

$$F_m = \frac{\mu i_1 i_2 \ell}{2\pi r}$$

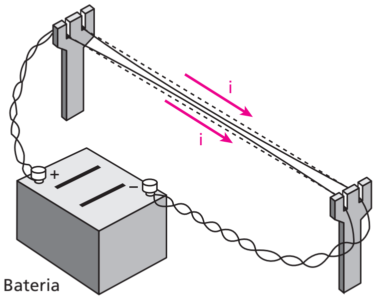
Correntes de sentidos contrários

Vamos analisar, agora, a situação em que os fios são percorridos por correntes de sentidos contrários, como mostra a figura abaixo.

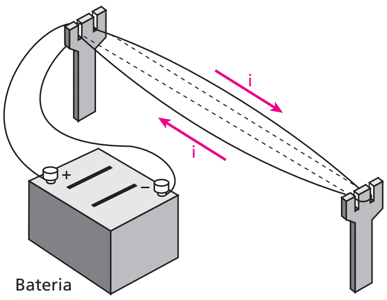


Como você pode concluir, nesse caso, as forças entre os condutores são de **repulsão** e seu módulo é calculado, no trecho de comprimento $\boldsymbol{\ell}$, pela mesma expressão deduzida para a situação anterior.

As ilustrações a seguir sugerem experimentos que confirmam os dois tipos de interação estudados. Bastam, para isso, fios passando por fendas, feitas em dois suportes isolantes, e ligados numa bateria.



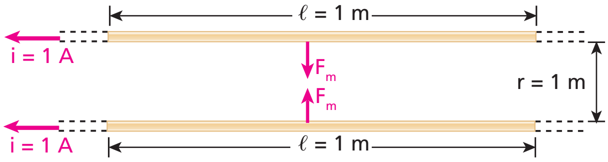
Os fios **atraem-se**: as correntes possuem mesmo sentido.



Os fios **repelem-se**: as correntes possuem sentidos contrários.

A definição da unidade ampère

Neste momento de nosso estudo sobre Eletromagnetismo, podemos apresentar a definição da unidade ampère (símbolo **A**), de intensidade de corrente elétrica. Para isso, considere dois condutores no vácuo, separados pela distância de 1 metro e percorridos por correntes iguais, conforme a figura:



As intensidades dessas correntes serão iguais a 1 A (um ampère) se surgir uma força magnética de intensidade igual a $2 \cdot 10^{-7}$ N por metro de condutor:

$$F_m = \frac{\mu_0 i i \ell}{2\pi r} \Rightarrow F_m = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}{2\pi \cdot 1}$$

$$F_m = 2 \cdot 10^{-7}\ \text{N}$$

Um ampère é a intensidade de uma corrente elétrica constante que, mantida em dois condutores retilíneos, paralelos, de comprimento infinito e de área de secção transversal desprezível, situados no vácuo e separados pela distância de um metro, provoca entre esses condutores uma força de intensidade igual a $2 \cdot 10^{-7}$ N por metro de condutor.

A unidade ampère pode ser obtida experimentalmente por meio do uso de um instrumento de laboratório denominado **balança de corrente**. Nesse processo, a intensidade **i** da corrente elétrica é **ajustada** até se obter uma força magnética de intensidade igual a $2 \cdot 10^{-7}$ N por metro de condutor.

Na expressão $F_m = \frac{\mu_0 i i \ell}{2\pi r}$, o valor de μ_0 foi **adotado** igual a $4\pi \cdot 10^{-7}$ (no SI), de modo a tornar verdadeira aquela igualdade.

De fato:

$$F_m = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \cdot 1\text{A} \cdot 1\text{A} \cdot 1\ \text{m}}{2\pi \cdot 1\ \text{m}} = 2 \cdot 10^{-7}\ \text{N}$$

O **coulomb**, por sua vez, a unidade de medida de quantidade de carga elétrica no SI, é definido a partir do ampère:

Um coulomb (1 C) é a quantidade de carga elétrica que atravessa, durante um segundo (1 s), uma secção transversal de um condutor percorrido por uma corrente elétrica constante de intensidade igual a um ampère (1 A).

Note, então, que o coulomb é uma unidade **derivada** da unidade ampère, que é uma unidade **fundamental**.

Exercícios

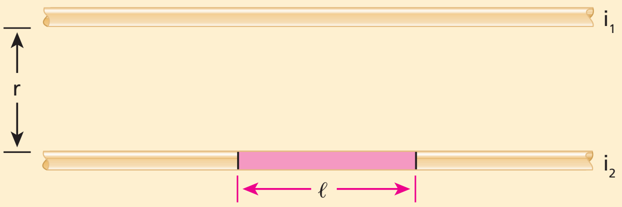
nível 1

13. E.R. Dois fios metálicos retilíneos, paralelos e muito longos distam 1,5 m entre si, no vácuo. Calcule a intensidade da força que age no comprimento $\ell = 2{,}0$ m de um dos fios, quando em cada um deles circula uma corrente elétrica $i = 0{,}51$ A ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ unidades do SI). Determine ainda se essa força é de atração ou de repulsão.

Resolução:

A intensidade da força solicitada é calculada pela expressão:

$$F_m = \frac{\mu_0\, i_1\, i_2\, \ell}{2\pi\, r}$$



Sendo $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$(SI), $i_1 = i_2 = 0{,}51$ A, $\ell = 2{,}0$ m e $r = 1{,}5$ m, calculamos F_m:

$$F_m = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0{,}51 \cdot 0{,}51 \cdot 2{,}0}{2\pi \cdot 1{,}5}$$

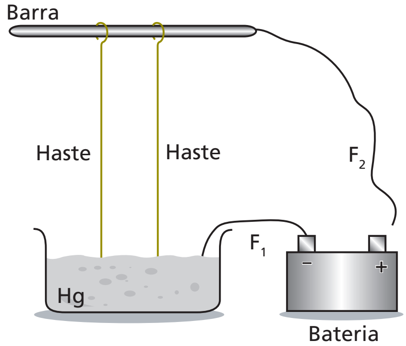
$$\boxed{F_m = 6{,}9 \cdot 10^{-8}\ \text{N}}$$

O enunciado não fornece a informação que permitiria concluir se a força é de atração ou de repulsão, isto é, o sentido de cada corrente. Assim, podemos dizer apenas que, se as correntes tiverem o mesmo sentido, a força será de atração, e se elas tiverem sentidos contrários, a força será de repulsão.

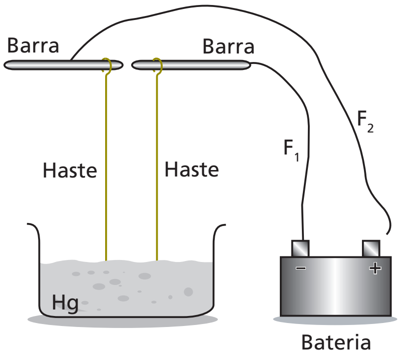
14. Nas ilustrações **A** e **B**, a seguir, temos um recipiente contendo mercúrio (Hg), barras metálicas horizontais fixas e hastes também metálicas dependuradas nas barras e mergulhadas no mercúrio, sem tocar o fundo do recipiente. Em **A**, o fio condutor F_1 está em contato com o mercúrio. Já em **B**, o fio F_1 está ligado a uma das barras.

Considerando, em cada caso, uma haste bem perto da outra, determine o tipo de interação observado entre elas (atração ou repulsão) quando o fio condutor F_2 é conectado ao polo positivo da bateria.

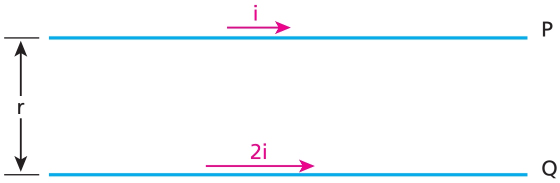
A



B



15. A figura a seguir representa trechos **P** e **Q**, de mesmo comprimento, de dois longos fios retilíneos dispostos paralelamente um ao outro e percorridos por correntes elétricas de intensidades constantes respectivamente iguais a **i** e **2i**, nos sentidos indicados.



O trecho **Q** submete-se a um campo magnético $\vec{B}_P$, criado pelo trecho **P**. O trecho **P**, por sua vez, submete-se a um campo magnético $\vec{B}_Q$, criado pelo trecho **Q**.

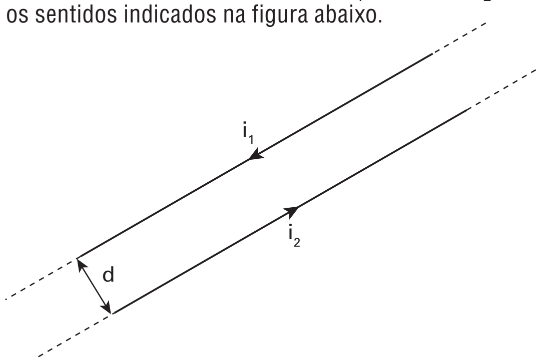
Devido a esses campos, no trecho **Q** atua uma força $\vec{F}_{PQ}$ e, no trecho **P**, atua uma força $\vec{F}_{QP}$.

São feitas as seguintes afirmações:

I. A intensidade de $\vec{B}_Q$ é maior que a de $\vec{B}_P$.
II. A intensidade de $\vec{F}_{QP}$ é maior que a de $\vec{F}_{PQ}$.
III. A intensidade de $\vec{F}_{QP}$ é igual à de $\vec{F}_{PQ}$.
IV. Os dois fios estão se atraindo.

Quais dessas afirmações estão corretas?

16. (Puccamp-SP) Dois condutores retos, extensos e paralelos estão separados por uma distância $d = 2{,}0$ cm e são percorridos por correntes elétricas de intensidades $i_1 = 1{,}0$ A e $i_2 = 2{,}0$ A, com os sentidos indicados na figura abaixo.



Dado: permeabilidade magnética do vácuo $= 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$.

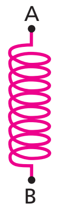
Se os condutores estão situados no vácuo, a força magnética entre eles, por unidade de comprimento, no Sistema Internacional, tem intensidade de:

a) $2 \cdot 10^{-5}$, sendo de repulsão.
b) $2 \cdot 10^{-5}$, sendo de atração.
c) $2\pi \cdot 10^{-5}$, sendo de atração.
d) $2\pi \cdot 10^{-5}$, sendo de repulsão.
e) $4\pi \cdot 10^{-5}$, sendo de atração.

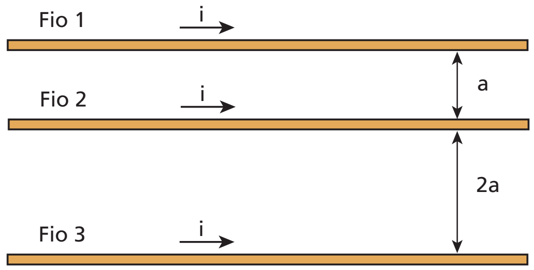
Exercícios

nível 2

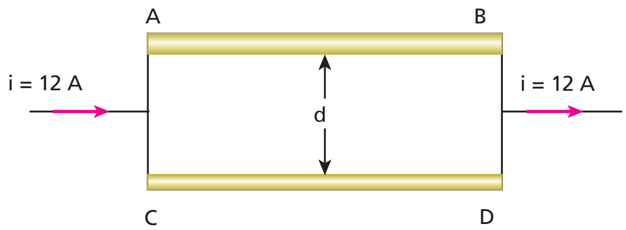
17. O que deve acontecer com o comprimento da mola metálica, relaxada, indicada na figura, se suas extremidades **A** e **B** forem ligadas a uma bateria de automóvel por meio de fios condutores flexíveis e longos?



18. (UFPE) Três longos fios paralelos, de tamanhos iguais e espessuras desprezíveis, estão dispostos como mostra a figura e transportam correntes iguais e de mesmo sentido. Se as forças exercidas pelo fio 1 sobre o fio 2 e o fio 3 forem representadas por F_{12} e F_{13}, respectivamente, qual o valor da razão $\frac{F_{12}}{F_{13}}$?



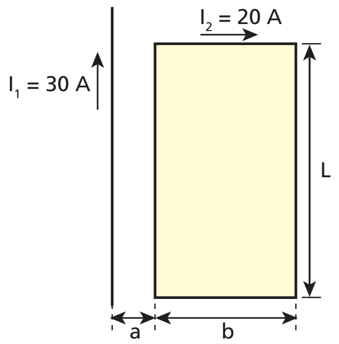
19. Na figura, AB e CD são dois condutores cilíndricos, maciços e longos feitos do mesmo material, separados pela distância **d** igual a 1,0 cm e situados no ar. A área da secção transversal de AB é o dobro da de CD, porém seus comprimentos são iguais. Esses condutores são associados em paralelo e atraem-se magneticamente. Calcule a intensidade da força magnética por metro de condutor, sendo $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$.



20. (Aman-RJ) A figura mostra um fio comprido conduzindo uma corrente elétrica de 30 A. Próximo a ele, disposta paralelamente no mesmo plano, há uma espira retangular pela qual circula uma corrente elétrica de 20 A, conforme o indicado na figura.
Dadas as medidas: **a** = 1,0 cm; **b** = 8,0 cm; **L** = 30 cm e $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$T m/A.

A força magnética resultante, aplicada na espira, vale:

a) $1{,}60 \cdot 10^{-3}$ N
b) $1{,}80 \cdot 10^{-4}$ N
c) $3{,}20 \cdot 10^{-3}$ N
d) $2{,}40 \cdot 10^{-4}$ N
e) $2{,}20 \cdot 10^{-3}$ N



Descubra mais

Em todos os questionamentos a seguir, atenha-se ao Sistema Internacional de Unidades.

a) Para que um corpo de massa **m** adquira uma aceleração de módulo **a**, é necessário que a resultante das forças que atuam nele tenha um módulo **F** proporcional a **m** e a **a**, ou seja:

$$F = k\,m\,a$$

em que **k** é uma constante de proporcionalidade.
Entretanto, a expressão usual do Princípio Fundamental da Dinâmica é, em módulo, F = m a. Portanto, a constante **k** é igual a 1. Esse valor de **k** foi medido ou, de alguma forma, escolhido? Explique.

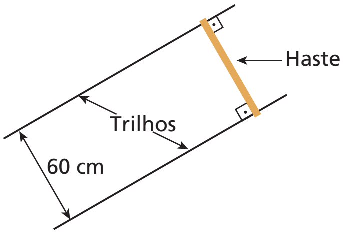
b) O valor da constante de proporcionalidade **G**, que aparece na Lei da Gravitação, de Newton, foi medido ou adotado? Explique.

c) Vimos que o valor da permeabilidade magnética do vácuo (μ_0) foi adotado. Isso também aconteceu com a permissividade elétrica do vácuo (ϵ_0)? Explique.

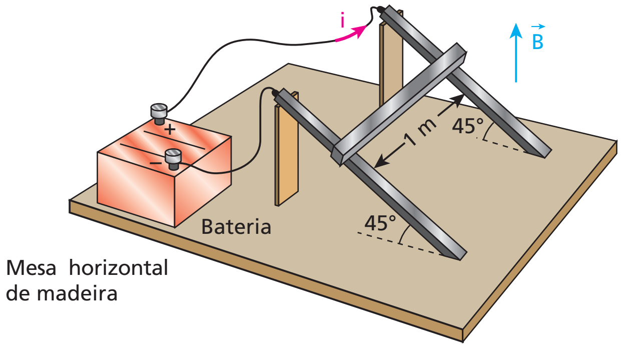
Exercícios

nível 3

21. (Faap-SP) Sobre dois trilhos horizontais, distantes 60 cm um do outro, repousa uma haste de cobre de 300 g, colocada perpendicularmente a ambos. Calcule a indução magnética capaz de tornar iminente o movimento da haste, quando por ela passar uma corrente de 10 A. Os coeficientes de atrito estático e cinético entre a haste e os trilhos são, respectivamente, 0,5 e 0,4. Considere $g = 10\ m/s^2$ e o campo magnético perpendicular ao plano horizontal dos trilhos.

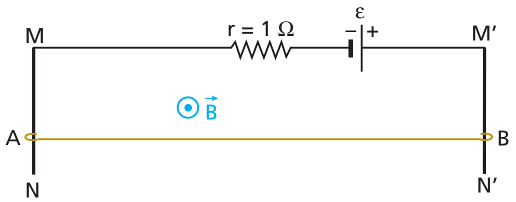


22. Uma barra metálica de 2 N de peso apoia-se sobre dois trilhos, também metálicos, que formam 45° com o plano horizontal. A distância entre os trilhos é de 1 m e suas extremidades superiores estão ligadas a uma bateria. Nessa região do espaço existe um campo magnético uniforme e vertical dirigido de baixo para cima e definido, em cada ponto, pelo vetor $\vec{B}$, de módulo igual a 0,5 tesla. O atrito é considerado nulo.



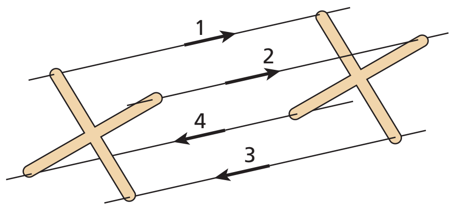
Calcule a corrente **i**, de modo que a barra permaneça em repouso, na posição indicada.

23. No esquema da figura, a barra AB tem resistência $R = 9\ \Omega$, peso de módulo $P = 20$ N e comprimento $\ell = 1$ m. Essa barra faz contato praticamente sem atrito com dois trilhos verticais MN e M'N', perfeitamente condutores. Perpendicularmente ao plano dos trilhos, existe um campo de indução magnética uniforme e constante de intensidade $B = 0,5$ T.

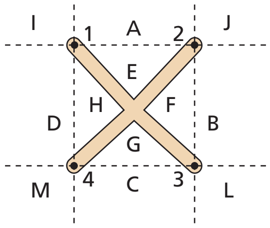


Sabendo que a barra AB mantém-se em repouso, determine a força eletromotriz ε do gerador.

24. (UFSCar-SP) Quatro fios, submetidos a correntes contínuas de mesma intensidade e sentidos indicados na figura, são mantidos separados por meio de suportes isolantes em forma de **X**, conforme a figura a seguir.



Observe as regiões indicadas:



Entre dois suportes, os fios 1, 2, 3 e 4 tendem a se movimentar, respectivamente, para as seguintes regiões do espaço:

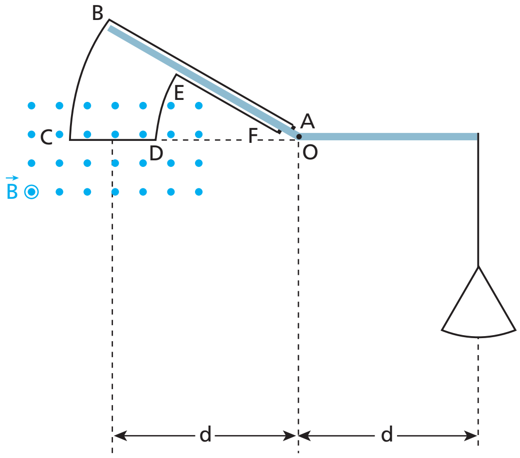
a) A; A; C; C.
b) E; E; G; G.
c) D; B; B; D.
d) A; B; C; E.
e) I; J; L; M.

Para raciocinar um pouco mais

25. Uma barra de material isolante, em forma de um "**V**", pode girar livremente em torno de um eixo que passa por **O**. a extremidade direita da barra está suspenso um prato, em que poderão ser colocadas massas conhecidas.

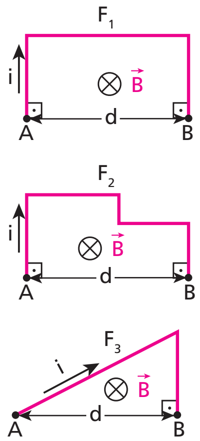
Na parte esquerda da barra é fixado um fio condutor rígido ABCDEF, cujos terminais são **A** e **F**. Os trechos BC e DE do fio são arcos de circunferência com centros em **O**. A região CD desse fio, de comprimento 5,00 cm, está imersa em um campo magnético uniforme $\vec{B}$, perpendicular ao plano da figura e apontando para o leitor.

O sistema descrito, inicialmente em equilíbrio, permite medir a intensidade de $\vec{B}$. Para isso, usando fios muito flexíveis, que não perturbem o equilíbrio do sistema, ligamos os terminais **A** e **F** a um gerador em série com um medidor de corrente.



Suponha que o sentido da corrente em CD seja de **C** para **D** e que sua intensidade seja 10,0 A.
Estabelecida essa corrente, o sistema desequilibra-se, sendo necessário colocar uma massa de 15,0 g no prato para que o equilíbrio se restabeleça. Sendo $g = 9{,}80\ m/s^2$, calcule a intensidade de $\vec{B}$.

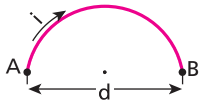
26. Considere três fios condutores, F_1, F_2 e F_3, situados no plano desta página, como representado na figura, todos percorridos por correntes constantes e de mesma intensidade **i**. A distância **d** entre os terminais **A** e **B** é igual para todos eles.



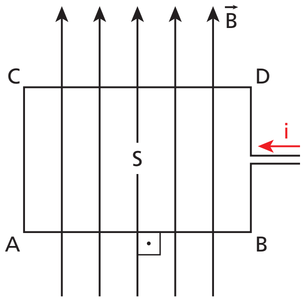
Os três fios estão imersos em um campo magnético uniforme e constante $\vec{B}$, perpendicular a este plano, com sentido para dentro dele.

a) Determine as intensidades da força magnética resultante em cada fio.

b) Que intensidade você prevê para a força magnética em um quarto fio, nas mesmas condições dos outros três, mas com formato de uma semicircunferência?



27. Uma espira retangular de perímetro **p**, percorrida por uma corrente elétrica de intensidade constante **i**, define uma região plana de área **S**, paralela a um campo magnético uniforme $\vec{B}$ no qual está totalmente imersa como na figura:



a) Expresse a intensidade τ do torque resultante na espira em função de **B**, **i** e **S**.

b) **Dado** que a expressão obtida no item **a** continua válida se a **mesma** espira for deformada de modo a ficar com outro formato qualquer, determine, em função de **B**, **i** e **p**, o torque resultante mais intenso possível de ser conseguido por meio da variação exclusiva da área **S**.

Tópico 4

Indução eletromagnética

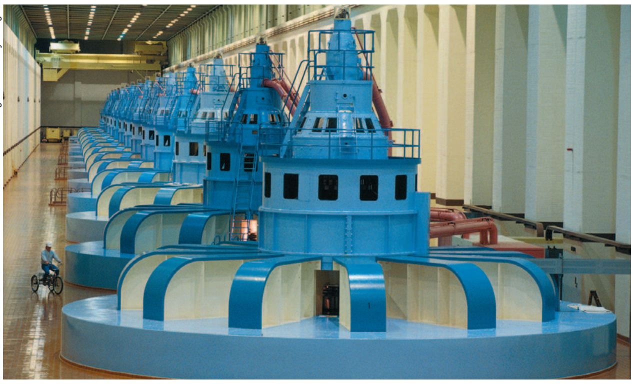
Bloco 1

1. Introdução

Depois de constatado que as correntes elétricas criavam campo magnético, os cientistas começaram a pesquisar o fenômeno inverso, ou seja, se o campo magnético era capaz de criar correntes elétricas. Em agosto de 1831, na Inglaterra, Michael Faraday conseguiu provar experimentalmente que esse fenômeno inverso é possível, depois de muitas tentativas sem sucesso desde 1825. Em 24 de novembro de 1831, a descoberta de Faraday foi comunicada à Royal Society.

Esse fenômeno, chamado **indução eletromagnética**, é o princípio de funcionamento do gerador mecânico de energia elétrica.

The Image Bank/Getty Images

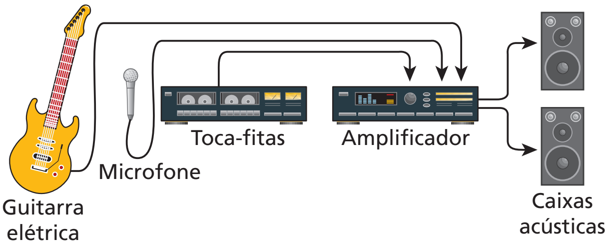


A indução eletromagnética torna possível a conversão de energia mecânica em energia elétrica nesses geradores de uma usina hidrelétrica.

Em 1832, o físico norte-americano Joseph Henry (1797-1878) publicou um resultado experimental semelhante ao obtido por Faraday. Isso pode significar que Henry, independentemente de Faraday, também tenha descoberto a indução eletromagnética.

A descoberta da indução eletromagnética talvez tenha sido o passo mais útil dado pelo homem até hoje, na área das chamadas ciências exatas. Basta lembrar que, até aquela época, a energia elétrica não podia ser utilizada em larga escala, pois era obtida por meio da transformação de energia química em acumuladores. Com a nova descoberta, o uso da energia elétrica generalizou-se, já que se tornou possível obtê-la a partir da energia mecânica proveniente das quedas-d'água, como ocorre nas usinas hidrelétricas.

Os captadores de som das guitarras elétricas, os microfones dinâmicos, as cabeças de reprodução de fitas magnéticas e as bobinas que geram faíscas nas velas dos motores dos automóveis são outros exemplos de aplicação da indução eletromagnética.



Os captadores de som da guitarra, o microfone e as cabeças de reprodução do toca-fitas operam por indução eletromagnética.

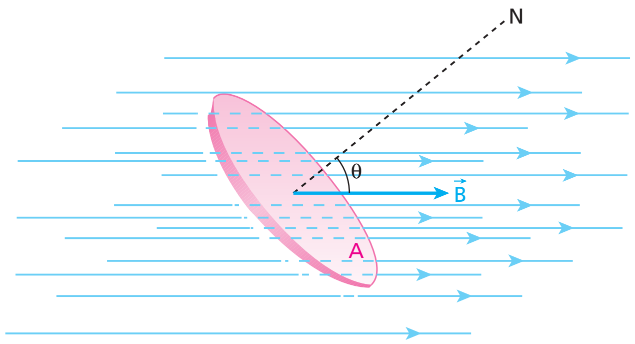
2. Fluxo do vetor indução magnética ou fluxo de indução (ϕ)

Definição

Para estudar a indução eletromagnética, é necessário definir uma grandeza denominada **fluxo do vetor indução magnética**, **fluxo de indução** ou **fluxo magnético**.

Como só precisamos saber calcular essa grandeza em condições especiais, vamos defini-la para um caso particular.

Veja, na figura a seguir, uma linha fechada envolvendo uma superfície **plana** de área **A** e imersa em um campo magnético **uniforme**:



Na figura, **N** é uma reta normal à superfície citada e forma um ângulo $\boldsymbol{\theta}$ com o vetor indução magnética $\vec{B}$.

O fluxo do vetor indução magnética, $\boldsymbol{\phi}$, através da superfície plana de área **A** é definido pela expressão:

$$\phi = B\,A\cos\theta$$

Nota:

- O fluxo de indução que atravessa a superfície é também denominado **fluxo concatenado** com essa superfície.

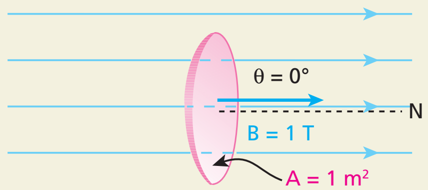
Unidade de fluxo de indução no SI

No SI, a unidade de fluxo de indução é o **weber** (símbolo: **Wb**), nome dado em homenagem ao físico alemão Wilhelm Eduard **Weber** (1804-1891).

Um weber é o fluxo de indução através de uma superfície plana de área igual a um metro quadrado, disposta perpendicularmente a um campo uniforme de indução magnética de intensidade igual a um tesla (T).

Como $\phi = B\,A\cos\theta$ e $\cos\theta = \cos 0° = 1$, temos:

$$\phi = B\,A \Rightarrow \boxed{1\ \text{Wb} = 1\ \text{T} \cdot 1\ \text{m}^2}$$



Nota:

- Se $1\ \text{Wb} = 1\ \text{T} \cdot 1\ \text{m}^2$, temos:

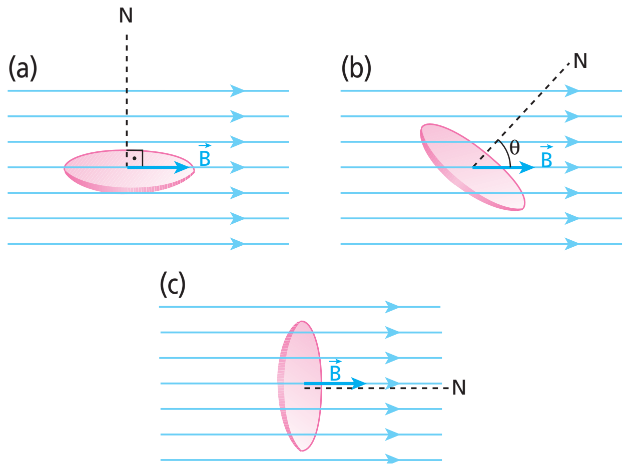
$$\boxed{1\ \text{T} = 1\ \text{Wb/m}^2}$$

Então, a intensidade do vetor $\vec{B}$ pode ser medida em **weber por metro quadrado**, que equivale à unidade tesla. Por isso, o vetor indução magnética $\vec{B}$ também é denominado **densidade de fluxo magnético**, o que significa "fluxo magnético por unidade de área".

Uma sugestão de Faraday

Faraday sugeriu associar o fluxo de indução à **quantidade de linhas de indução** que atravessa a superfície considerada.

Veja, nas figuras a seguir, uma mesma espira imersa em um campo magnético uniforme, em três posições diferentes:



Em (**a**), temos $\theta = 90°$ e $\phi = B\,A\cos 90° = 0$. Nesse caso, então, **o fluxo é nulo**, o que está perfeitamente de acordo com a ideia de Faraday, já que nenhuma linha de indução atravessa a espira.

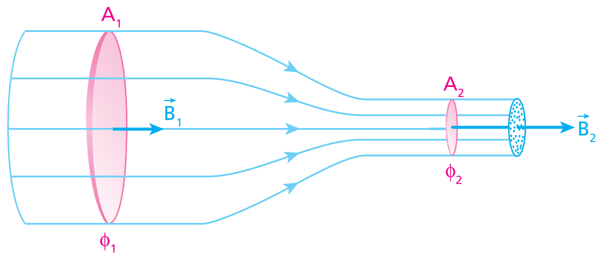
Em (**b**), o fluxo vale $\phi = B\,A\cos\theta$ e não é nulo. Observe, nesse caso, que existem linhas de indução atravessando a espira.

Em (**c**), a espira está posicionada perpendicularmente às linhas de indução. Por isso, $\theta = 0°$. Nesse caso, então, **o fluxo é máximo**, pois $\cos 0° = 1$, e 1 é o máximo valor possível para o cosseno: $\phi_{máx} = B\,A$. Isso continua de acordo com Faraday, pois o número de linhas de indução que atravessa a espira também é máximo.

Fluxo de indução ao longo de um tubo de linhas

Veja, na figura a seguir, um conjunto de linhas de indução de um campo magnético.

Essas linhas determinam um **tubo de linhas**, e o fluxo de indução é igual em qualquer secção transversal do tubo.



De fato, de acordo com a ideia de Faraday, o fluxo através das superfícies de áreas A_1 e A_2, por exemplo, deve ser o mesmo, já que essas superfícies são atravessadas pela mesma quantidade de linhas de indução.

Os fluxos ϕ_1, em A_1, e ϕ_2, em A_2, são dados por $B_1\,A_1$ e $B_2\,A_2$, respectivamente.

Como ϕ_1 é igual a ϕ_2:

$$B_1\,A_1 = B_2\,A_2$$

Sendo A_2 menor que A_1, concluímos que:

$$\boxed{B_2 > B_1}$$

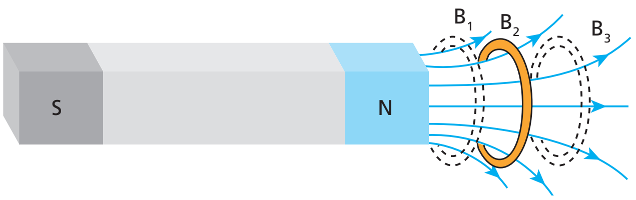
Portanto, quanto **mais juntas** estiverem as linhas de indução, **maior** será a intensidade de $\vec{B}$, ou seja, a intensidade de $\vec{B}$ está associada à densidade de linhas de indução, fato já mencionado no Tópico 1.

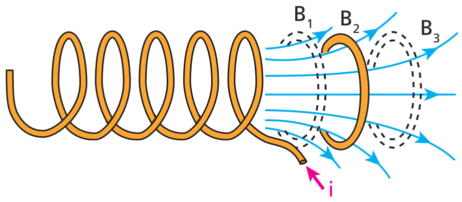
3. Variação do fluxo de indução

Dado pela expressão $\phi = B\,A\cos\theta$, o fluxo de indução (**ϕ**) depende de três grandezas: **B**, **A** e **θ**. Se pelo menos uma dessas três grandezas variar, teremos uma variação de fluxo através da superfície considerada. Verifique isso nas seguintes análises de algumas situações em que ocorre essa variação.

Variação de fluxo causada pela variação de B

Veja, abaixo, um anel imerso no campo magnético de um ímã e de um solenoide.





Quanto menor é a distância entre o anel e o ímã (ou o solenoide) mais intenso é o campo magnético através do anel. Assim, as intensidades indicadas, B_1, B_2 e B_3, satisfazem a relação:

$$B_1 > B_2 > B_3$$

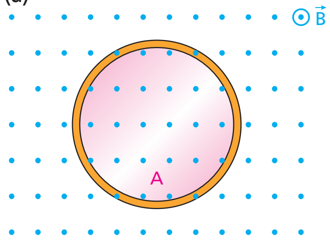
Note, então, que um movimento relativo de **aproximação** entre o anel e o ímã (ou solenoide) acarreta aumento da intensidade de $\vec{B}$ através do anel. Com isso, o fluxo através dele também aumenta. Havendo movimento relativo de **afastamento**, entretanto, a intensidade de $\vec{B}$ diminui, o mesmo ocorrendo com o fluxo através do anel.

Observe que, na aproximação, mais linhas de indução passam a atravessar o anel e que, no afastamento, algumas linhas deixam de atravessá-lo.

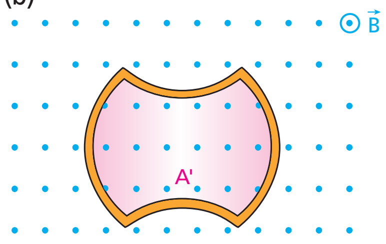
Variação de fluxo causada pela variação da área A

Veja, na figura (**a**) a seguir, uma espira circular imersa em um campo magnético. Se ela for deformada, como mostra a figura (**b**), a área através da qual ocorre o fluxo diminuirá, o mesmo acontecendo com ele. Observe, mais uma vez, que a quantidade de linhas de indução através da espira também diminuirá.

(a)



(b)



Como a área A' é menor que a área **A**, o fluxo em (**b**) é menor que o fluxo em (**a**).

Variação de fluxo causada pela variação do ângulo θ

A influência do ângulo já foi abordada em "Uma sugestão de Faraday" (p. 292). É conveniente rever.

4. Indução eletromagnética

Imagine um contorno fechado, imerso em um campo magnético, e que esse contorno seja **condutor**, como um anel metálico, por exemplo.

Sempre que houver **variação** do fluxo de indução através desse contorno, surgirá nele uma corrente elétrica. A esse fenômeno damos o nome de **indução eletromagnética**.

É preciso acrescentar que essa corrente também pode surgir em um condutor que não forme um "caminho" fechado, ou seja, em um circuito aberto (um exemplo disso aparecerá na análise que faremos no item 7).

A corrente que surge é denominada **corrente induzida**, e o fluxo que a produziu, **fluxo indutor**.

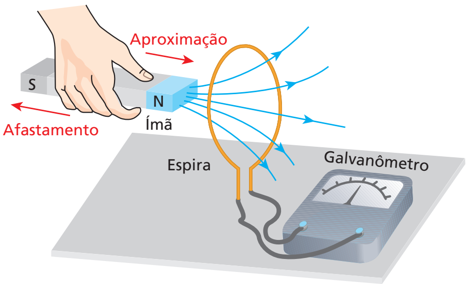
É preciso salientar que a corrente induzida só existe enquanto o fluxo indutor está **variando**.

No item seguinte, você entenderá por que esse fenômeno acontece.

Acompanhe, agora, a descrição de alguns experimentos que confirmam a indução eletromagnética.

Experimento 1: Variação de fluxo causada pela variação de B

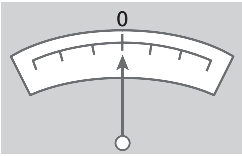
Veja, na figura abaixo, um ímã e uma espira condutora, conectada a um galvanômetro.



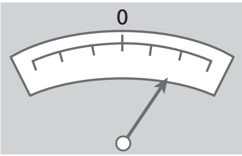
O zero desse galvanômetro está no centro de sua escala. Ao aproximar ou afastar o ímã da espira condutora, o ponteiro do galvanômetro defletirá para um lado ou para o outro, dependendo do sentido da corrente que passar por ele.

Com essa montagem, pode-se verificar que:

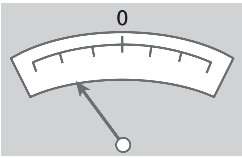
a) Quando o ímã está em repouso em relação à espira, o galvanômetro não registra corrente na espira. Nesse caso, não está havendo variação de fluxo.



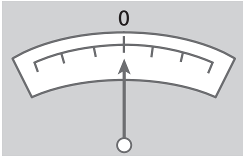
b) Quando o ímã aproxima-se da espira, o galvanômetro registra corrente. Nesse caso, está havendo variação de fluxo.



c) Quando o ímã se afasta da espira, novamente surge corrente. Mais uma vez ocorre variação de fluxo.



d) Se o ímã, após mover-se, é levado novamente ao repouso, a corrente volta a valer zero. Nesse caso, não está mais havendo variação de fluxo.



Esse experimento mostra que as correntes induzidas na aproximação e no afastamento do ímã têm sentidos contrários. Constata-se, ainda, que os módulos assumidos pela corrente induzida são tanto maiores quanto maior é a rapidez de aproximação ou afastamento do ímã. Isso significa que a corrente induzida não depende propriamente de **B**, mas sim da rapidez com que **B** varia em relação ao tempo.

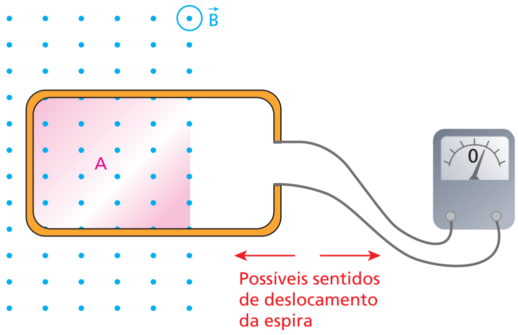
É importante salientar que a indução eletromagnética pode ser provocada pelo afastamento ou pela aproximação tanto do ímã como da espira. Basta, para tanto, que haja movimento relativo, não importando qual dos dois o causou.

Nota:

- A deflexão do ponteiro do galvanômetro é mais acentuada quando, em vez de usar uma única espira, usamos um enrolamento de várias espiras.

Experimento 2: Variação de fluxo causada pela variação de A

Considere uma espira retangular condutora, disposta sempre perpendicularmente a um campo magnético uniforme e constante, e conectada a um galvanômetro, como representado na figura a seguir.

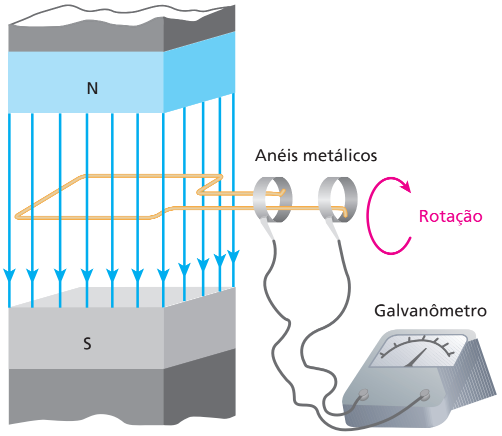


Observe que a área **A**, através da qual ocorre o fluxo, varia quando fazemos a espira penetrar mais ou penetrar menos no campo. Quando **A** aumenta, surge corrente em determinado sentido. Quando **A** diminui, surge corrente em sentido contrário. Quando a espira está em repouso ou totalmente mergulhada no campo, não surge corrente, porque não há variação de fluxo através dela.

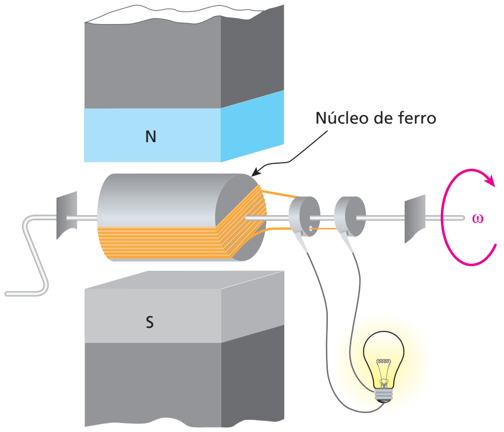
Mais uma vez, a corrente induzida surge em virtude da variação de fluxo, causada, no caso, pela variação de **A**. Além disso, constata-se, também nesse caso, que, quanto mais rápida for a variação de **A**, maior será o módulo da corrente induzida.

Experimento 3: Variação de fluxo causada pela variação de θ

Veja, na figura a seguir, uma espira girando em um campo magnético uniforme, totalmente mergulhada nele. Também nesse caso, a corrente surge em virtude da variação de fluxo, causada agora pela variação de **θ**. Observa-se, mais uma vez, que, quanto mais rapidamente **θ** variar, isto é, quanto maior for a velocidade de rotação da espira, maior será o módulo da corrente induzida.



Fazendo a espira girar, variamos o ângulo **θ** entre $\vec{B}$ e a reta normal a ela. Como consequência, varia o fluxo através da espira e surge uma corrente induzida. Por outro lado, se a espira permanecer em repouso, não haverá variação de fluxo nem corrente induzida.

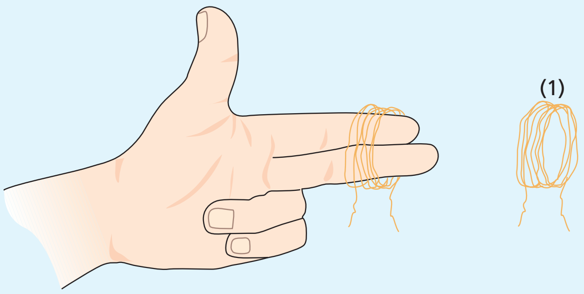


Quanto maior for a velocidade angular **ω**, mais intensa será a luz emitida pela lâmpada. Esse é o princípio de funcionamento dos geradores mecânicos de energia elétrica: os dínamos (que geram corrente contínua) e os alternadores (que geram corrente alternada).

Faça você mesmo

Enrole, em dois dedos, umas vinte voltas de fio de cobre esmaltado, como sugere a figura abaixo, obtendo assim o enrolamento (1).

Retire o enrolamento (1) dos dedos e raspe uns 2 centímetros de cada uma das suas pontas, para retirar a película isolante de esmalte.

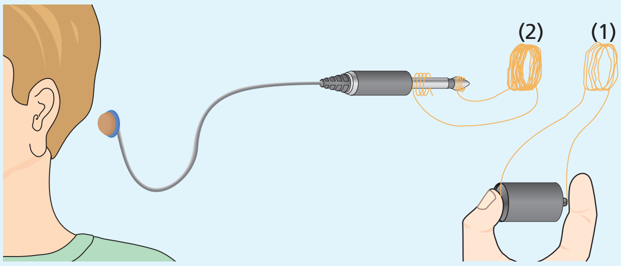


Enrole, da mesma maneira, umas cem voltas de fio de cobre esmaltado, obtendo um novo enrolamento (2).

Retire o enrolamento (2) dos dedos e raspe uns dois centímetros de cada uma de suas pontas.

Ligue os terminais do enrolamento (2) aos terminais de um fone de ouvido, como indica a figura abaixo.

Disponha o enrolamento (1) paralelo ao enrolamento (2) e, usando uma pilha comum, abra e feche o circuito através do enrolamento (1). Com o fone no ouvido você ouvirá ruídos provocados pela corrente elétrica induzida no enrolamento (2) em virtude da variação de fluxo causada pela variação da corrente elétrica no enrolamento (1).



5. Lei de Lenz e o sentido da corrente induzida

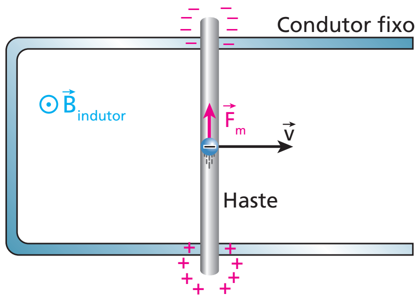
Até aqui vimos que a variação de fluxo em um circuito fechado induz uma corrente elétrica nesse circuito. Vamos, agora, discutir o sentido dessa corrente.

Alguns resultados experimentais levaram o físico russo Heinrich **Lenz** (1804-1865) à descoberta da lei que leva o seu nome. A **Lei de Lenz** pode ser enunciada da seguinte maneira:

> A corrente induzida surge em um sentido tal que produz um fluxo induzido em oposição à **variação** do fluxo indutor que lhe deu origem.

Vamos, agora, "redescobrir" essa lei numa situação particular.

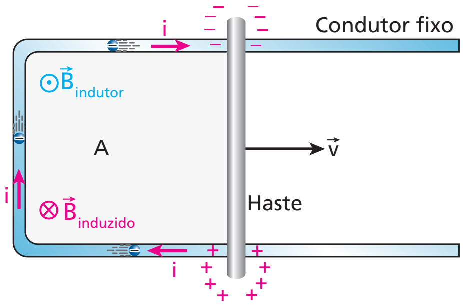
Para isso, imagine um condutor metálico fixo, dobrado em forma de **U** e situado no plano desta página, como representa a figura a seguir. Suponha também que esse plano seja "perfurado" pelas linhas de indução de um campo magnético uniforme e constante, com sentido "saindo do papel", que chamaremos de $\vec{B}_{indutor}$.



Uma haste metálica, sempre em contato com o condutor em forma de **U**, é colocada em movimento com velocidade $\vec{v}$, como está indicado. Usando a regra da mão direita espalmada, você vai concluir que os elétrons livres existentes na haste se submetem a forças magnéticas que os deslocam para uma de suas extremidades.

Observe que as extremidades da haste ficam eletricamente polarizadas, ou seja, surge uma diferença de potencial entre elas. Consequentemente, na parte do condutor fixo, à esquerda da haste, elétrons livres passam a se deslocar no sentido indicado na próxima figura.

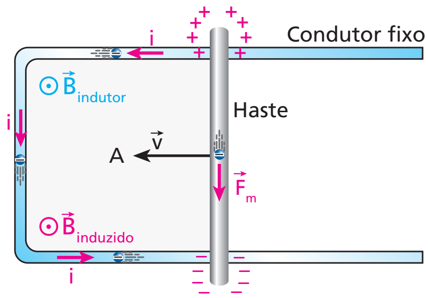
Então, na espira de área **A** formada pelo condutor fixo e pela haste, passa a existir uma **corrente elétrica induzida**, de intensidade **i**, no sentido indicado:



Usando a regra da mão direita envolvente, concluímos que essa corrente gera, no interior da espira, um outro campo magnético, "entrando no papel", que simbolizamos por $\vec{B}_{induzido}$.

Agora, podemos perceber que a Lei de Lenz se confirma. Enquanto a haste é movimentada, o fluxo do vetor $\vec{B}_{indutor}$ (fluxo indutor) através da espira, "saindo do papel", está **aumentando**, pois a área **A** da espira também aumenta. A corrente induzida surge, então, num sentido tal que gera um fluxo induzido "para dentro do papel", contrariando assim a **variação** (crescimento) do fluxo indutor que lhe deu origem.

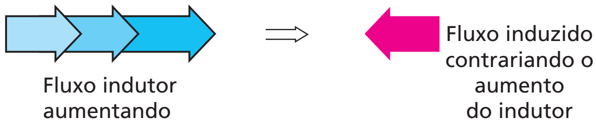
Suponha, agora, que a velocidade da haste tivesse sentido oposto ao que teve na situação que acabamos de analisar. Nessa nova situação, a polarização da haste se inverte, dando origem a uma corrente induzida no sentido indicado na figura a seguir.

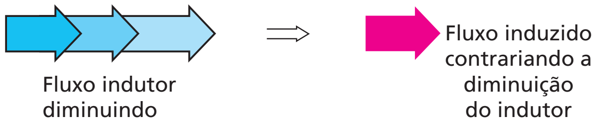


Note que o fluxo indutor, "para fora do papel", está **diminuindo**, pois a área **A** da espira está sendo reduzida. A corrente induzida surge, então, em um sentido tal que gera um fluxo induzido "para fora do papel", contrariando assim a **variação** (diminuição) do fluxo indutor que lhe deu origem, o que continua de acordo com a Lei de Lenz.

É importante perceber que, para contrariar a diminuição de um fluxo, é preciso criar outro fluxo a favor dele.

A representação seguinte facilita a aplicação da Lei de Lenz:

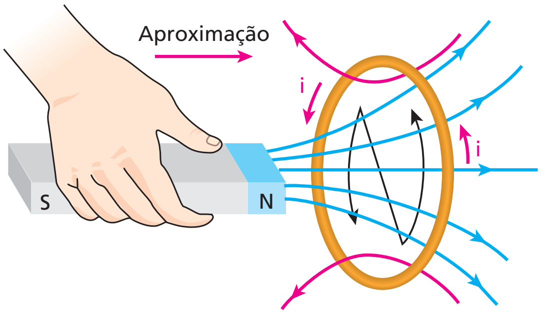
a) 

b) 

Veja, agora, outros exemplos em que a Lei de Lenz é aplicada.

Exemplo 1

Quando o polo norte de um ímã é aproximado de uma espira, o fluxo indutor através dela aumenta. Para contrariar essa **variação** (aumento) do fluxo indutor, surge, na espira, uma corrente induzida que gera um fluxo induzido contrário ao indutor. Nessa situação, a espira fica polarizada magneticamente.



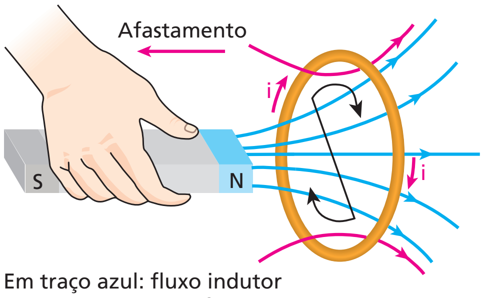
Em traço azul: fluxo indutor
Em traço vermelho: fluxo induzido

Quando o polo norte do ímã se aproxima da espira, a corrente induzida opõe-se à variação de fluxo (no caso, aumento), polarizando a espira de modo que repila o ímã.

Surge, então, na face da espira voltada para o ímã, um polo norte (o ímã "vê" um polo norte na espira). Isso nos faz concluir que o operador tem de exercer força contra a força magnética repulsiva para conseguir aproximar o ímã da espira. O trabalho motor útil, realizado pela força que o operador exerce, corresponde à energia entregue ao sistema e que se converte em energia elétrica, como previsto pelo Princípio da Conservação da Energia.

Exemplo 2

Considere, agora, o polo norte do ímã afastando-se da espira. Nesse caso, o fluxo indutor através da espira diminui. Para contrariar essa **variação** (diminuição) do fluxo indutor, surge uma corrente induzida na espira que gera um fluxo induzido a favor do indutor. Esse fluxo induzido soma-se, então, ao indutor, "tentando evitar" a variação. Em outras palavras, a corrente induzida "luta" sempre para que o fluxo total através da espira não se altere. E, mais uma vez, a espira polariza-se magneticamente.

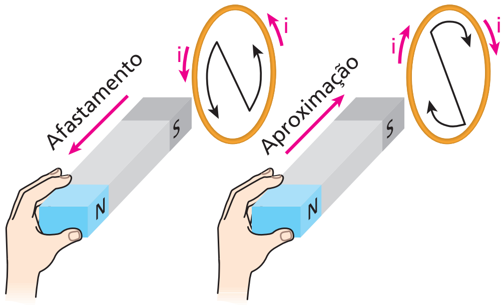


Em traço azul: fluxo indutor
Em traço vermelho: fluxo induzido

Quando o polo norte do ímã afasta-se da espira, a corrente induzida opõe-se à variação de fluxo (no caso, diminuição), polarizando a espira de modo que atraia o ímã.

Na face da espira voltada para o ímã surge, agora, um polo sul para contrariar o afastamento do ímã. Novamente, a força do operador precisa realizar um trabalho, que corresponde à energia fornecida ao sistema e que se converte em energia elétrica.

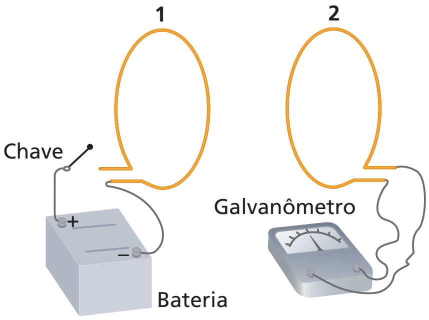
Veja, na figura a seguir, a polarização magnética da face da espira, voltada para o ímã, quando seu polo sul se aproxima ou se afasta dela.



A espira polariza-se magneticamente, de modo que contrarie a causa (aproximação ou afastamento) da variação do fluxo indutor.

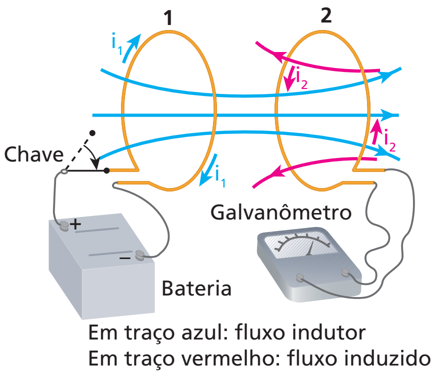
Exemplo 3

Considere duas espiras circulares 1 e 2 montadas uma de frente para a outra, conforme indica a figura abaixo:



Com a chave aberta, não circula corrente em nenhuma das espiras.

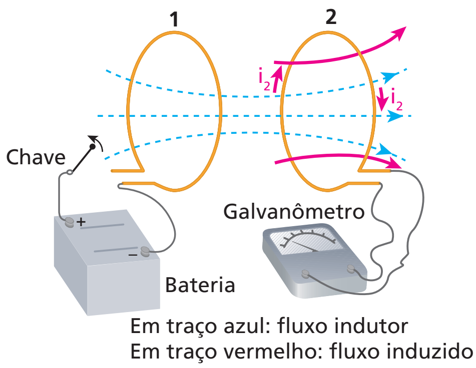
Fechando-se a chave, surge uma corrente i_1, na espira 1, que bruscamente introduz um fluxo indutor na espira 2. Em outras palavras, nesse momento a espira 2 "percebe" uma variação de fluxo, que inicialmente era zero e de repente cresceu. Surge, então, na espira 2, uma corrente induzida i_2, que gera um fluxo induzido contrário ao fluxo indutor que cresceu. Essa corrente é detectada por um salto do ponteiro do galvanômetro.



Fechando-se a chave, surge uma corrente induzida na espira 2.

Em um lapso de tempo, após o fechamento da chave, a corrente induzida volta a valer zero. Isso ocorre porque a corrente, na espira 1, assume um valor constante, o mesmo acontecendo com o fluxo indutor. Assim, não mais havendo variação do fluxo indutor, a corrente induzida também deixa de existir e o ponteiro do galvanômetro volta a marcar zero.

Abrindo-se a chave, cessa a corrente na espira 1.



Abrindo-se a chave, surge uma corrente induzida na espira 2.

Novamente, a espira 2 "percebe" uma variação do fluxo indutor, que não era nulo e, de repente, diminuiu para zero. Surge, então, na espira 2, uma nova corrente induzida, que gera um fluxo induzido a favor do fluxo indutor, para contrariar sua diminuição. Essa corrente também é detectada por um salto do ponteiro do galvanômetro.

Pouco tempo depois da abertura da chave, o ponteiro retorna ao zero e aí permanece.

Em todos os exemplos apresentados, o fluxo induzido na espira, isto é, o fluxo que a própria corrente induzida na espira produz nela mesma, é dito **fluxo autoconcatenado** com a espira.

Faça você mesmo

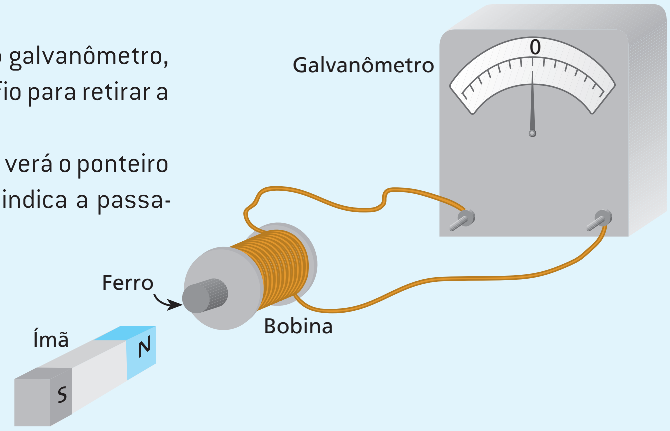
Você pode verificar experimentalmente a Lei de Lenz. Para isso, consiga um galvanômetro cujo zero não esteja nas extremidades da escala. Construa uma bobina de várias espiras (100, por exemplo) de fio de cobre esmaltado e use um bom ímã.

É interessante que a bobina envolva um núcleo de ferro para intensificar a variação do vetor indução magnética através dela quando o ímã se aproximar ou se afastar. Observe a figura ao lado.

Ligue os terminais da bobina aos terminais do galvanômetro, não se esquecendo, antes, de raspar as pontas do fio para retirar a película de esmalte isolante.

Aproxime da bobina um dos polos do ímã. Você verá o ponteiro do galvanômetro saltar para um dos lados, o que indica a passagem de corrente em determinado sentido.

Mantenha o ímã junto à bobina e em repouso em relação a ela. O ponteiro irá se estabilizar no zero da escala: não mais haverá corrente induzida, por falta de variação de fluxo.



Em seguida, afaste da bobina o mesmo polo do ímã. O ponteiro do galvanômetro saltará para o outro lado, o que indicará passagem de corrente em sentido contrário ao da corrente induzida na aproximação.

Repita essas operações alterando as velocidades de aproximação e de afastamento. Você notará que o galvanômetro vai registrar correntes tanto mais intensas quanto mais intensas forem essas velocidades. Isso está de acordo com a Lei de Faraday-Neumann, que você vai estudar mais adiante.

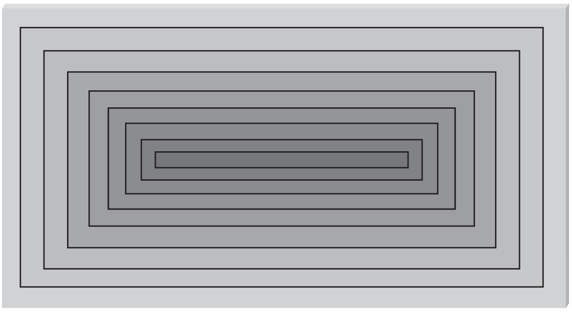
6. Correntes de Foucault

Sabemos que a variação de fluxo de indução através de uma espira condutora fechada induz nela uma corrente elétrica.

Considere, agora, a placa metálica maciça representada na figura abaixo.

Placa metálica.

Podemos imaginar que essa placa seja constituída por uma justaposição de várias espiras, como sugere a próxima figura.



Placa imaginada como uma justaposição de espiras.

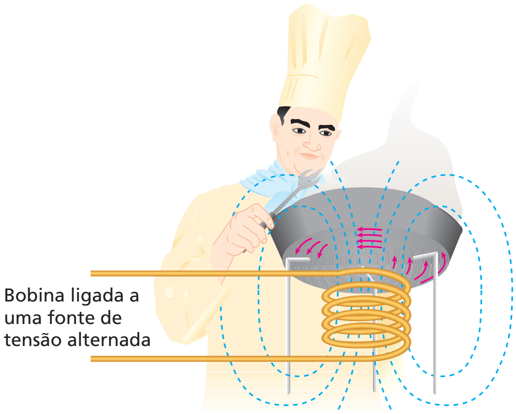
Portanto, uma variação de fluxo através da placa também induz correntes em suas “espiras”.

Quem mostrou, pela primeira vez, a existência dessas correntes foi o físico e astrônomo francês Léon **Foucault** (1819-1868); por isso, elas são denominadas **correntes de Foucault**.

Evidentemente essas correntes provocam dissipações de energia por efeito Joule.

Essas dissipações são indesejáveis em muitas situações. Entretanto são úteis em outras, como no caso do forno de indução.

O forno de indução é, basicamente, uma bobina percorrida por corrente alternada, envolvendo um recipiente dentro do qual serão colocadas peças metálicas a serem fundidas. A corrente alternada produz um fluxo variável através dessas peças, induzindo nelas as correntes de Foucault.

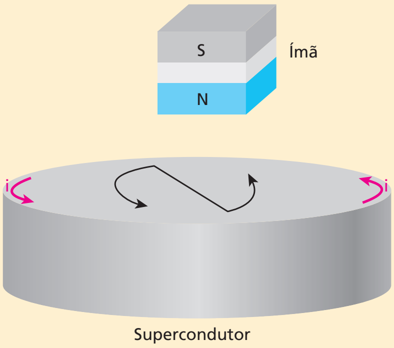


Correntes de Foucault, representadas em vermelho, produzidas em uma frigideira.

Indução eletromagnética em um supercondutor

Supercondutor é um material cuja resistência elétrica se anula abaixo de determinada temperatura. Nessa situação, se um polo de um ímã se aproxima do supercondutor, induz nele uma corrente elétrica. Mesmo que o ímã, após a aproximação, fique em repouso em relação ao supercondutor, a corrente continua circulando, já que a resistência deste é nula. Essa corrente induzida polariza magneticamente o supercondutor e, se a força magnética de repulsão for capaz de equilibrar o peso do ímã, ele ficará levitando.

Note que a corrente induzida surgiu em obediência à Lei de Lenz.



Leitura

Transdutores

Transdutores mecânico-elétricos

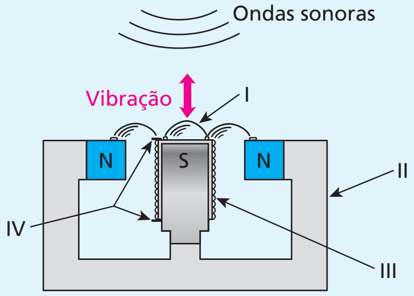
Os transdutores mecânico-elétricos são sistemas que transformam vibrações mecânicas em sinais elétricos. Só nos interessam, aqui, aqueles que executam essa transformação por meio da indução eletromagnética. É o caso, por exemplo, dos microfones dinâmicos e das cápsulas magnéticas dos toca-discos de vinil que abordaremos a seguir.

Microfones dinâmicos

O **microfone dinâmico**, em termos de construção, é bastante semelhante a um alto-falante de bobina móvel. A diferença está no princípio de funcionamento, que é inverso ao daquele. No alto-falante, os sinais elétricos é que produzem as vibrações mecânicas do cone, enquanto, nos microfones dinâmicos, os sinais elétricos são gerados, por indução eletromagnética, pelas vibrações mecânicas de um diafragma. A figura abaixo ilustra, esquematicamente, um microfone dinâmico.

Thinkstock/Getty Images

Microfone dinâmico.



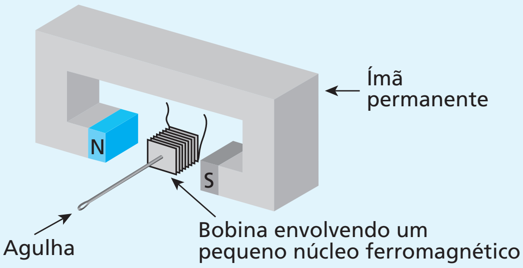
I – Diafragma preso em uma bobina móvel.
II – Ímã permanente fixo.
III – Bobina móvel envolvendo um polo do ímã.
IV – Terminais da bobina.

Inicialmente, as ondas sonoras fazem o diafragma vibrar e, consequentemente, a bobina móvel, presa a ele, também vibra. Com isso, há uma variação de fluxo magnético nessa bobina e o consequente surgimento de uma corrente induzida. Essa corrente induzida é o sinal elétrico que deve ser amplificado em seguida, por um circuito projetado para isso.

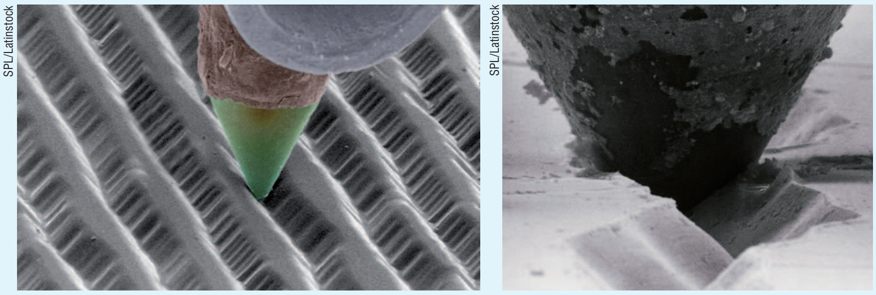
Cápsulas magnéticas

Num toca-discos, a cápsula magnética constitui, juntamente com a agulha, a unidade de leitura e transdução das informações gravadas no disco de vinil.

Quando o sulco do disco passa pela agulha, ela vibra, fazendo com que a bobina também vibre. Uma corrente elétrica é induzida nela. Essa corrente é o sinal elétrico que será, em seguida, amplificado.



Transdutor de energia mecânica em energia elétrica: as vibrações percebidas pela agulha sacodem a bobina, ocorrendo nesta uma variação do fluxo originado pelo ímã. Surge, então, nos terminais da bobina, um sinal elétrico induzido.



Fotomicrografias de sulco do disco de vinil: as informações sonoras estão gravadas nas paredes do sulco, em suas saliências e reentrâncias. Durante a reprodução dessas informações, a agulha, em contato com essas irregularidades, vibra, transmitindo os sinais gravados.

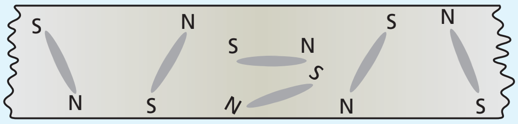
Transdutores magneto-elétricos

Transdutores magneto-elétricos são sistemas que transformam informações magnéticas em sinais elétricos. É o caso de uma fita magnética durante sua **reprodução**.

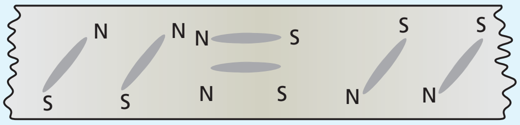
Em uma fita magnética, utilizada para a gravação de sinais sonoros e de vídeo, existem partículas ferromagnéticas dispersas em uma base (fita) não ferromagnética. As fitas cassetes têm uma base de poliéster, celulose de acetato ou mylar. Nessa base é aplicada uma fina camada de partículas ferromagnéticas (óxido de ferro, dióxido de cromo etc.) que se prendem à fita, graças ao uso de um adesivo plástico.

No processo de gravação da fita, essas partículas são organizadas pelo campo magnético de uma pequena bobina, campo este variável de acordo com os sinais que estão sendo gravados.

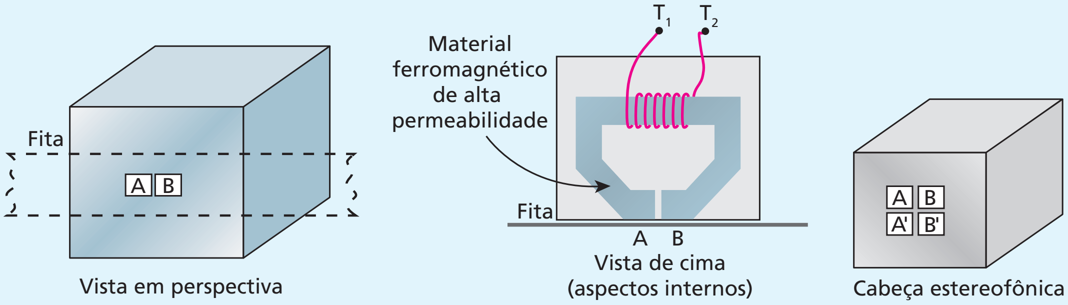
Na reprodução da fita, ela passa pela mesma bobina, produzindo nesta uma variação de fluxo magnético que gera uma corrente elétrica induzida. Em seguida, essa corrente elétrica é amplificada para gerar sinais sonoros em um alto-falante.



Representação simbólica de uma **fita não gravada**.



Representação simbólica de uma **fita gravada:** as partículas imantadas estão adequadamente posicionadas (conforme os sinais gravados).



Cabeça de gravação/reprodução monofônica: na gravação, um sinal elétrico variável é aplicado entre T_1 e T_2, provocando um campo magnético variável entre **A** e **B**. Esse campo posiciona adequadamente as partículas ferromagnéticas da fita, registrando nela os sinais recebidos. Na reprodução, as partículas imantadas da fita produzem uma variação de fluxo entre **A** e **B**, induzindo uma corrente elétrica na bobina. Essa corrente é, em seguida, amplificada. Numa cabeça estereofônica temos dois sistemas monofônicos independentes.

A gravação e a leitura dos cartões magnéticos e bilhetes de metrô são feitas conforme esses mesmos princípios.

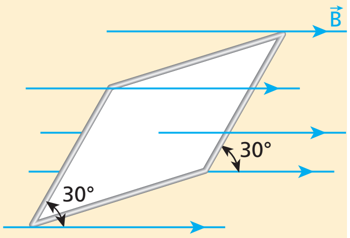
Os disquetes usados em computadores são discos magnéticos inventados em 1971, quando tinham 8 polegadas de diâmetro. Os atuais têm 3,5 polegadas de diâmetro.

Nos disquetes, os processos de gravação e reprodução também são eletromagnéticos, como acontece nas fitas magnéticas. Bobinas produzem o campo magnético para gravar dados e, por indução eletromagnética, reproduzem-nos. A vida útil de um disquete é de 5 a 6 anos, bem menor que a de um CD, que dura cerca de 20 anos.

1. E.R. Uma espira retangular de 10 cm de largura por 30 cm de comprimento é colocada, totalmente imersa, em um campo de indução magnética uniforme e constante, de módulo igual a 2,0 T. As linhas de indução formam um ângulo de 30° com o plano da espira. Calcule:

a) o fluxo do vetor indução magnética concatenado com a espira;

b) o fluxo citado, supondo o plano da espira perpendicular às linhas de indução e admitindo que a espira continue totalmente imersa no campo.



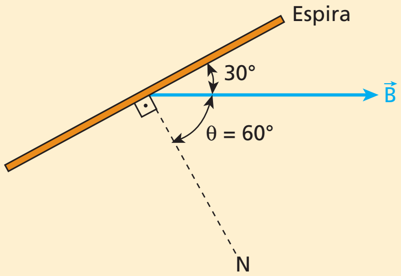
Resolução:

a) O fluxo de indução é dado pela expressão:

$$\phi = B\,A\cos\theta$$

em que **θ** é o ângulo formado entre as linhas de indução e a reta normal ao plano da espira.

Vamos traçar, então, uma reta normal à espira e olhar a espira de perfil:



Temos, portanto, $\theta = 60°$.

Vamos calcular a área **A** da espira:

$$A = \text{comprimento} \cdot \text{largura}$$
$$A = (30 \cdot 10^{-2}) \cdot (10 \cdot 10^{-2})$$
$$A = 3{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^2$$

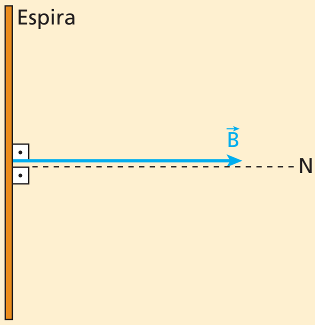
Fazendo $B = 2{,}0$ T, $A = 3{,}0 \cdot 10^{-2}$ m² e

$\cos\theta = \cos 60° = \frac{1}{2}$, determinamos **ϕ**:

$$\phi = 2{,}0 \cdot 3{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\boxed{\phi = 3{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{Wb}}$$

b) Nesse caso, $\theta = 0°$:



Fazendo $B = 2{,}0$ T, $A = 3{,}0 \cdot 10^{-2}$ m² e $\cos\theta = \cos 0° = 1$ na expressão do fluxo, obtemos:

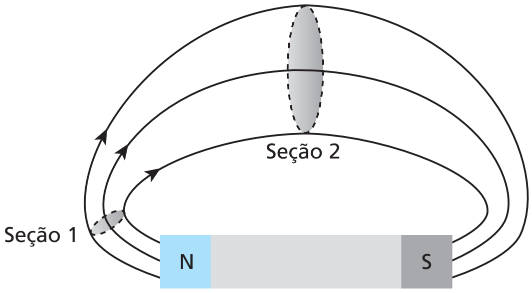
$$\phi = 2{,}0 \cdot 3{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\phi = 6{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{Wb}}$$

2. Uma espira quadrada de 20 cm de lado está totalmente imersa em um campo de indução magnética uniforme e constante, de intensidade 4,0 T. Calcule o fluxo de indução através dessa espira, nos seguintes casos:

a) o plano da espira é perpendicular às linhas de indução;

b) o plano da espira é paralelo às linhas de indução.

3. A figura a seguir mostra um tubo de linhas de indução do campo magnético que um ímã gera fora dele:



Nas seções 1 e 2 desse tubo, compare:

a) os fluxos de indução magnética, ϕ_1 e ϕ_2;

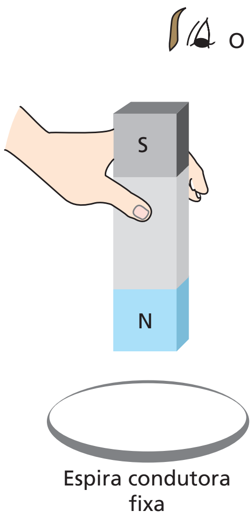
b) as intensidades, B_1 e B_2, do vetor indução magnética.

4. Um ímã em forma de barra reta, inicialmente em repouso em relação a uma espira circular, é abandonado acima dela e cai, atravessando-a. Para o observador **O**, qual é o sentido da corrente induzida na espira:

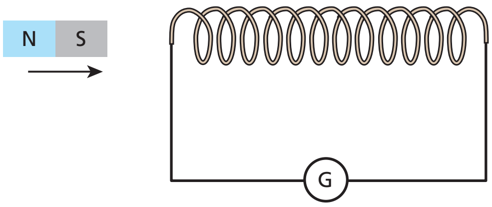
a) enquanto o ímã está em repouso em relação a ela?

b) um pouco antes de o ímã começar a atravessá-la?

c) logo após a passagem completa do ímã através dela?



5. Na figura, o polo sul de um ímã aproxima-se velozmente de um solenoide, que se acha ligado em série a um galvanômetro:

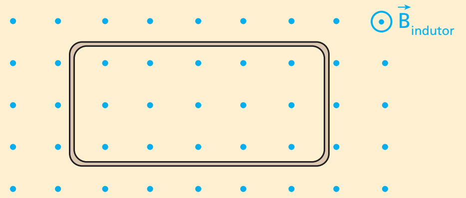


Durante essa aproximação:

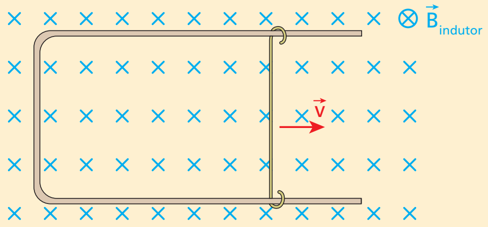
a) o galvanômetro não indica passagem de corrente;
b) a extremidade do solenoide voltada para o ímã comporta-se como um polo norte magnético;
c) o galvanômetro detecta uma corrente de sentido variável periodicamente;
d) a extremidade do solenoide voltada para o ímã comporta-se como um polo sul magnético;
e) só passaria corrente no galvanômetro se o solenoide fosse dotado de núcleo de ferro.

6. E.R. Nas situações descritas a seguir, determine o sentido da corrente elétrica induzida.

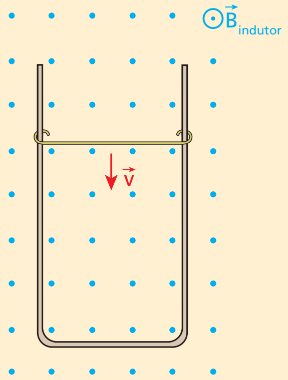
a) Uma espira condutora retangular fixa está em repouso, imersa em um campo magnético de intensidade crescente:



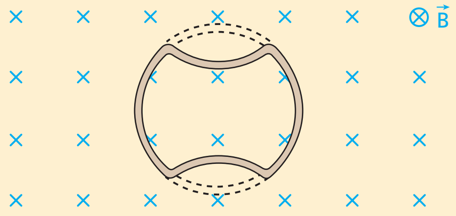
b) Dentro de um campo magnético uniforme e constante, uma haste condutora desliza, com velocidade $\vec{v}$, sobre um fio condutor fixo, dobrado em forma de **U**:



c) Dentro de um campo magnético uniforme e constante, uma haste condutora desliza, com velocidade $\vec{v}$, sobre um fio condutor fixo, dobrado em forma de **U**:

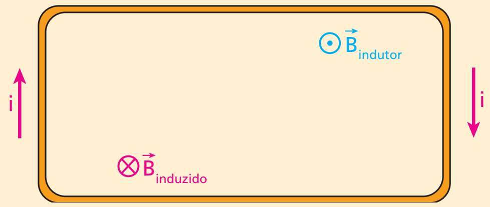


d) Uma espira condutora circular está sendo achatada dentro de um campo magnético uniforme e constante:

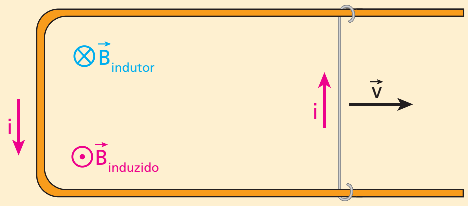


Resolução:

a) O fluxo indutor cresce "saindo do papel" e por isso a corrente induzida surge, criando um fluxo induzido "entrando no papel". Para que isso aconteça, a corrente deve circular no sentido horário:

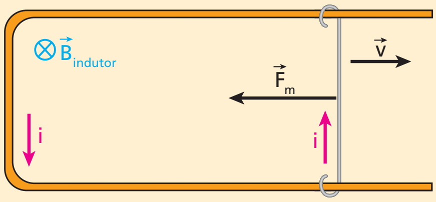


b) A área da espira está aumentando. Então, como $\phi = B\ A$, concluímos que o fluxo indutor "entrando no papel" está aumentando. Para contrariar esse crescimento, a corrente induzida surge, criando um fluxo induzido "saindo do papel". Assim, a corrente deve circular no sentido anti-horário:



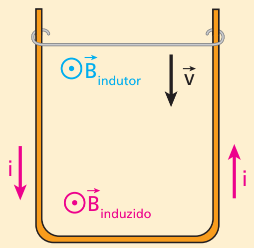
Comentário:

Poderíamos chegar ao mesmo resultado, de outra maneira: sempre que a variação de fluxo é causada por movimento, surge uma força magnética $\vec{F}_m$ oposta a esse movimento:

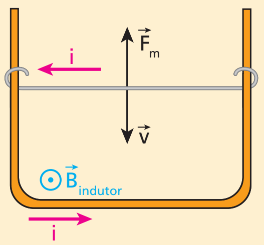


O sentido de **i** é dado, então, pela regra da mão direita espalmada.

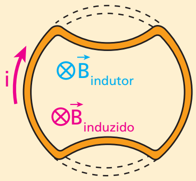
c) A área da espira está diminuindo e por isso o fluxo indutor "saindo do papel" também diminui. Para contrariar essa diminuição, a corrente induzida surge de modo que crie um fluxo induzido também "saindo do papel". Para isso, a corrente deve circular no sentido anti-horário.



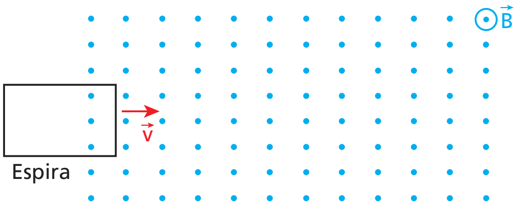
Comentário:
Usando a força magnética contrária ao movimento, obtemos o sentido de **i** pela regra da mão direita espalmada.



d) Como a área da espira está diminuindo, o fluxo indutor "entrando no papel" também diminui. Por isso, surge uma corrente induzida que gera um fluxo também "entrando no papel" e, para tanto, a corrente deve ter sentido horário.

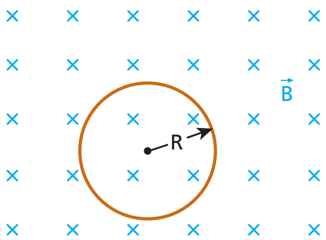


7. Uma espira condutora retangular, situada no plano do papel, está penetrando em um campo magnético uniforme e constante, com velocidade $\vec{v}$, como indica a figura.



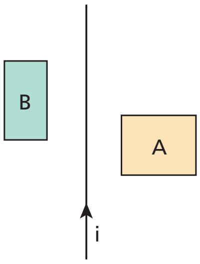
Em relação ao leitor, qual é o sentido da corrente induzida na espira:
a) enquanto ela está penetrando no campo, isto é, antes de estar totalmente dentro dele?
b) enquanto ela está totalmente dentro do campo?
c) quando a espira está saindo do campo?

8. Um anel metálico circular, de raio **R**, está imerso em uma região onde existe um campo de indução magnética uniforme $\vec{B}$, perpendicular ao plano da figura e apontando para dentro do papel:



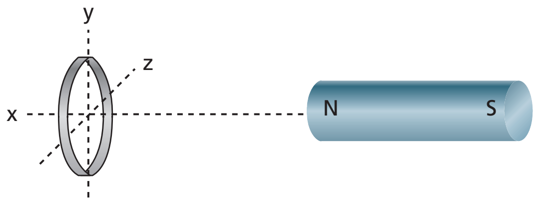
Determine o sentido da corrente elétrica induzida na espira (horário ou anti-horário, em relação ao leitor) quando a intensidade de $\vec{B}$:
a) crescer;
b) decrescer;
c) for constante.

9. (ITA-SP) A figura a seguir representa um fio retilíneo pelo qual circula uma corrente de **i** ampères no sentido indicado. Próximo do fio existem duas espiras retangulares **A** e **B** planas e coplanares com o fio. Se a corrente no fio retilíneo está crescendo com o tempo, pode-se afirmar que:



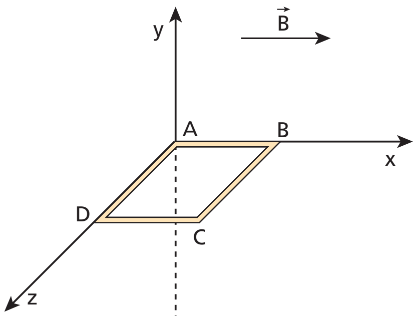
a) aparecem correntes induzidas em **A** e **B**, ambas no sentido horário.
b) aparecem correntes induzidas em **A** e **B**, ambas no sentido anti-horário.
c) aparecem correntes induzidas no sentido anti-horário em **A** e horário em **B**.
d) neste caso só se pode dizer o sentido da corrente induzida se conhecermos as áreas das espiras **A** e **B**.
e) o fio atrai as espiras **A** e **B**.

10. (UFMG) A figura mostra um ímã e um aro metálico circular. O eixo do ímã (eixo **x**) é perpendicular ao plano do aro (plano **yz**) e passa pelo seu centro.



Não aparecerá corrente no aro, se ele apenas:
a) deslocar-se ao longo do eixo **x**.
b) deslocar-se ao longo do eixo **y**.
c) girar em torno do eixo **x**.
d) girar em torno do eixo **y**.

11. (Unifesp-SP) A figura representa uma espira condutora quadrada, apoiada sobre o plano **xz**, inteiramente imersa num campo magnético uniforme, cujas linhas são paralelas ao eixo **x**.



Nessas condições, há dois lados da espira em que, se ela for girada tomando-os alternativamente como eixo, aparecerá uma corrente elétrica induzida. Esses lados são:
a) AB ou DC.
b) AB ou AD.
c) AB ou BC.
d) AD ou DC.
e) AD ou BC.

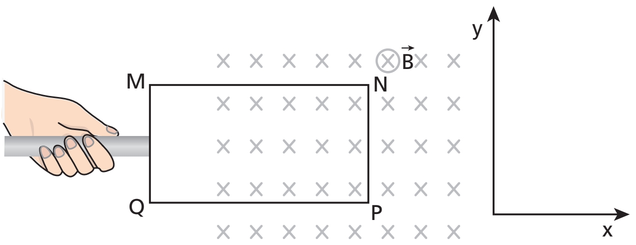
Exercícios

nível 2

12. Um anel circular de raio $R = \dfrac{2,0}{\sqrt{\pi}}$ m é introduzido em um campo magnético uniforme, ficando totalmente imerso nele. Sendo $B = 1,5\ Wb/m^2$, calcule o fluxo de indução através do anel, nos seguintes casos:

a) quando o plano do anel é paralelo às linhas de indução;
b) quando o plano do anel é perpendicular às linhas de indução;
c) quando a normal ao plano do anel forma um ângulo **θ** ($\cos\theta = 0,60$) com as linhas de indução.

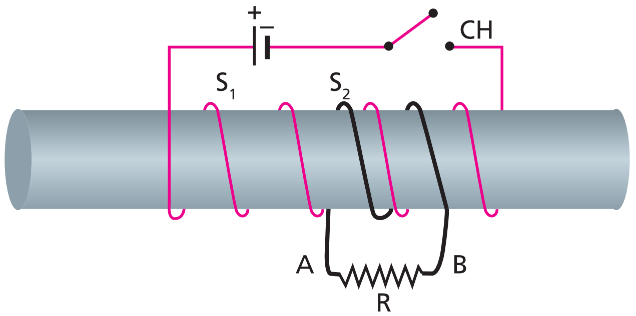
13. A figura representa uma espira retangular MNPQ parcialmente dentro de um campo magnético uniforme e constante $\vec{B}$, perpendicular ao plano da espira (plano xy) e entrando nele.



Tomando como referência os eixos **x** e **y** indicados, determine o sentido da força magnética atuante no lado NP da espira, se ela, mantida no plano xy, estiver:

a) saindo do campo;
b) entrando no campo;
c) movendo-se no campo, já totalmente dentro dele.

14. Na figura a seguir, temos dois solenoides, S_1 e S_2, de fio de cobre isolado, feitos em um mesmo núcleo de ferro:



Determine o sentido da corrente elétrica no resistor **R**, ligado aos terminais de S_2, nas seguintes situações:

a) imediatamente após o fechamento da chave CH;
b) decorrido tempo suficiente para se estabelecer corrente constante na chave ligada;
c) imediatamente após a abertura da chave.

15. Um aro de alumínio é abandonado no topo de uma rampa, no instante $t_0 = 0$, e desce rolando até chegar ao solo, o que ocorre no instante t_1 (veja a figura 1).

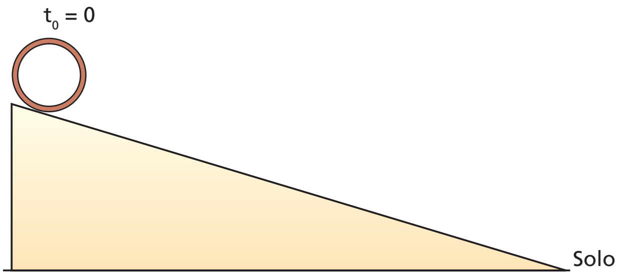


Figura 1

Depois, esse experimento é refeito com uma **única** alteração: o aro passa por um campo magnético uniforme $\vec{B}$, perpendicular ao plano da figura (veja a figura 2), chegando ao solo no instante t_2.

Responda: t_2 é menor, maior ou igual a t_1?

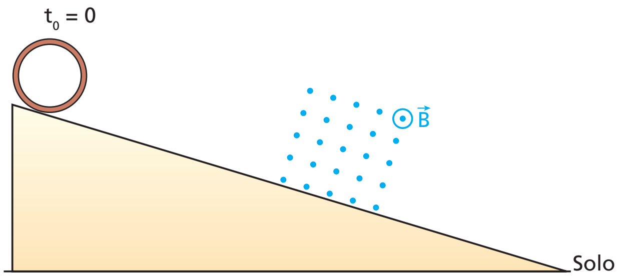
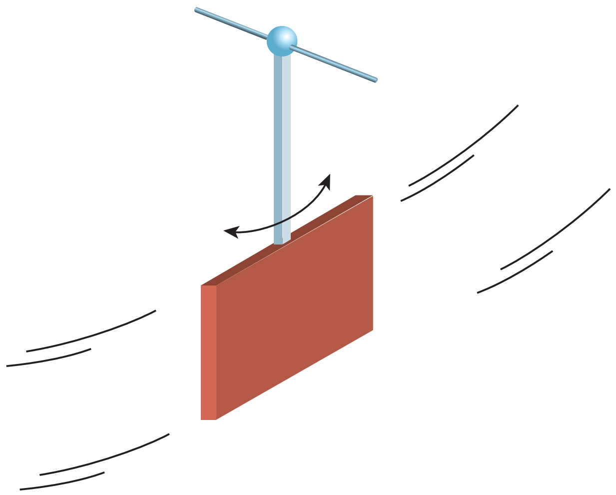


Figura 2

16. (UFMG) Este diagrama mostra um pêndulo com uma placa de cobre presa em sua extremidade.



Esse pêndulo pode oscilar livremente, mas, quando a placa de cobre é colocada entre os polos de um ímã forte, ele para de oscilar rapidamente. Isso ocorre porque:

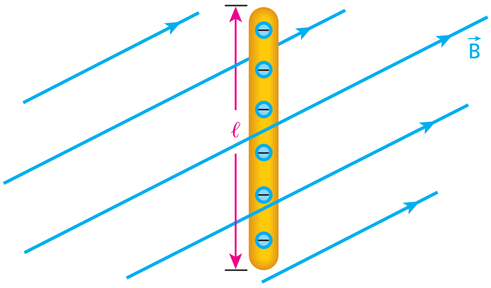
a) a placa de cobre fica ionizada.
b) a placa de cobre fica eletricamente carregada.
c) correntes elétricas são induzidas na placa de cobre.
d) os átomos de cobre ficam eletricamente polarizados.
e) os elétrons livres da placa de cobre são atraídos eletrostaticamente pelos polos do ímã.

Bloco 2

7. Movimento de um fio condutor em um campo magnético: força eletromotriz induzida

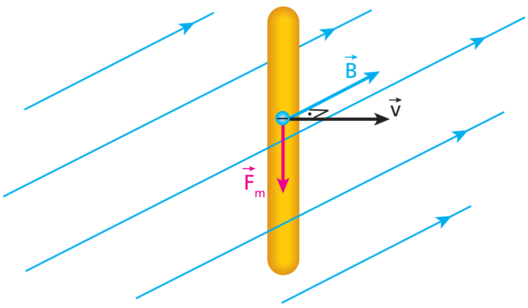
No bloco anterior, ficamos sabendo que a variação do fluxo de indução pode produzir correntes elétricas.

Em Eletrodinâmica, entretanto, vimos que uma corrente elétrica é gerada por uma diferença de potencial (ddp). Portanto conclui-se que a variação do fluxo de indução deve gerar uma ddp que, por sua vez, gera a corrente. Considere agora a situação seguinte: um fio condutor retilíneo de comprimento ℓ está em repouso, disposto perpendicularmente a um campo magnético uniforme e constante.

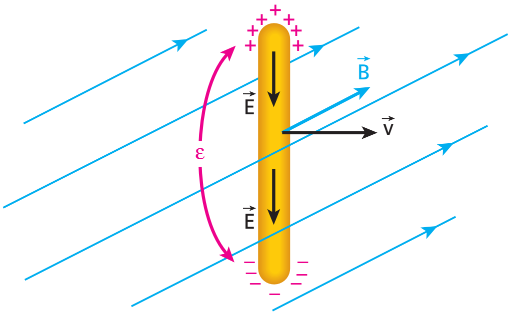


Fio condutor em repouso e alguns dos seus elétrons livres.

Suponha, agora, que o fio condutor seja arrastado em movimento de translação, com velocidade $\vec{v}$, perpendicular às linhas de indução e ao fio. Como consequência, surgirá uma força magnética em cada elétron livre (ver a figura a seguir).

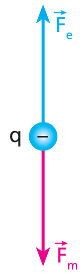


Essa força fará com que os elétrons livres se desloquem para a extremidade inferior do condutor. Assim, o fio ficará eletricamente polarizado.



Essa polarização elétrica estabelece, entre as extremidades do fio, uma diferença de potencial denominada **força eletromotriz induzida**, que simbolizaremos por **ε**. Em consequência dessa diferença de potencial, temos, no interior do fio, o aparecimento de um campo elétrico $\vec{E}$.

À medida que mais elétrons descem para a extremidade inferior do fio, mais intenso torna-se o campo $\vec{E}$. Esse campo elétrico provoca, nos elétrons livres, uma força elétrica $\vec{F}_e$ para cima. Assim, à medida que $\vec{E}$ se torna mais intenso, a intensidade de $\vec{F}_e$ também aumenta.



Quando a intensidade de $\vec{F}_e$ torna-se igual à da força magnética $\vec{F}_m$, o movimento ordenado dos elétrons no interior do fio, que constitui uma corrente elétrica nele induzida, cessa. Temos, então:

$$F_m = F_e \Rightarrow |q|\, v\, B \operatorname{sen} 90° = |q|\, E \Rightarrow v\, B = E \quad \text{(I)}$$

Como $E\, d = |U|$, fazendo $d = \ell$ e $|U| = |\varepsilon|$, obtemos:

$$E\,\ell = |\varepsilon| \Rightarrow E = \frac{|\varepsilon|}{\ell} \qquad \text{(II)}$$

Substituindo (II) em (I), vem:

$$v\, B = \frac{|\varepsilon|}{\ell} \Rightarrow \boxed{|\varepsilon| = B\,\ell\, v}$$

Essa expressão fornece o módulo da força eletromotriz induzida no fio, que é a causa da corrente induzida estudada em itens anteriores.

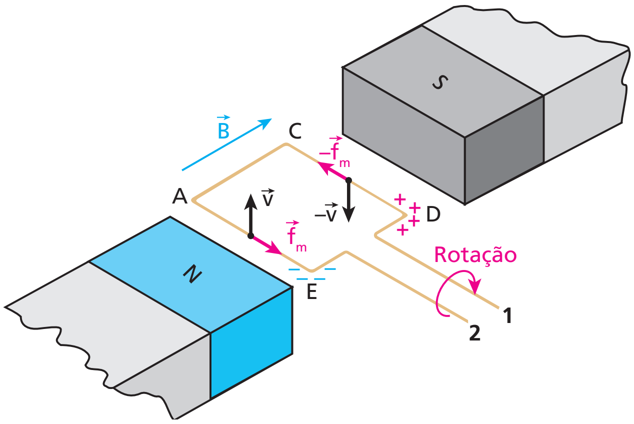
Nota

- Se o fio, posicionado como nas ilustrações anteriores, fosse movimentado, ora com a velocidade $\vec{v}$, ora com a velocidade $-\vec{v}$, teríamos nele uma corrente induzida alternada.

8. Força contraeletromotriz de um motor

Para simplificar a análise que faremos a seguir, vamos considerar um motor de corrente contínua com apenas uma espira, ACDE, retangular.

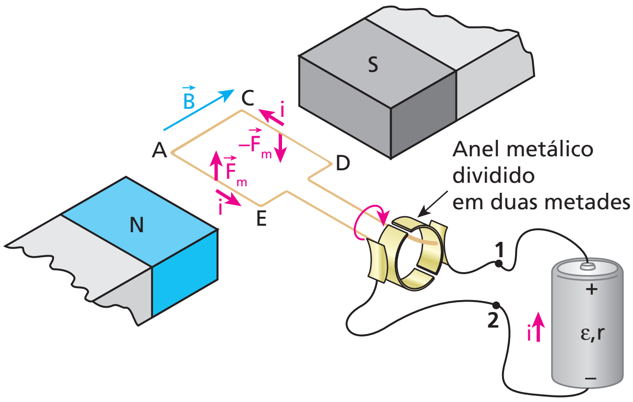
As regiões **A**, **C**, **D** e **E** da espira irão se eletrizar, como mostra a figura a seguir, se ela girar no sentido indicado.



Isso é causado pelas forças magnéticas que atuam nos elétrons livres existentes nos lados AE e CD.

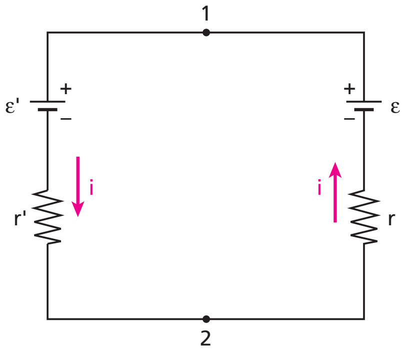
Surge, então, entre os terminais **1** e **2** da espira, uma diferença de potencial induzida ε', sendo $\nu_1 > \nu_2$.

Vamos rever agora como a espira (motor) precisa ser ligada a um gerador (pilha ou bateria) para adquirir rotação no sentido indicado na figura anterior:



Aquela diferença de potencial induzida ε', "em oposição" à força eletromotriz **ε** do gerador, é a **força contraeletromotriz** do motor e seu aparecimento também pode ser justificado pela Lei de Faraday-Neumann, apresentada no próximo item.

O motor e o gerador podem ser representados de modo simplificado como no esquema a seguir:



$$i = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{r + r'}$$

Nota:

- Se o motor for bloqueado, isto é, impedido de rotar, **ε'** será nula e **i** aumentará consideravelmente, podendo danificá-lo.

9. Lei de Faraday-Neumann

Suponha estabelecido um fluxo de indução através de um condutor. A força eletromotriz média induzida nesse condutor, em determinado intervalo de tempo Δt, é dada pela seguinte expressão, que traduz a **Lei de Faraday-Neumann**:

$$\boxed{\varepsilon_m = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}}$$

em que Δϕ é a variação do fluxo indutor durante o intervalo de tempo Δt.

Essa expressão mostra que a força eletromotriz induzida é tanto mais intensa quanto mais rápida for a variação do fluxo indutor. Isso está plenamente coerente com todos os exemplos vistos anteriormente no item 4 (p. 293), nos quais a corrente elétrica foi gerada pela força eletromotriz induzida.

Se, na expressão de ε_m, fizermos Δt tender a zero, obteremos a expressão da força eletromotriz induzida instantânea ε, dada por:

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \to 0} -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

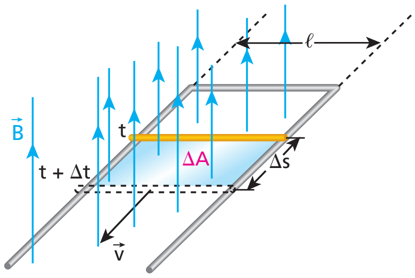
No caso em que ϕ variar com o tempo **t** segundo uma função de primeiro grau em **t**, **ε** coincidirá com ε_m em qualquer instante do intervalo Δt, o que permitirá escrever:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

O sinal de menos (–) que aparece na Lei de Faraday-Neumann significa que nela está implícita a Lei de Lenz. Esse sinal indica que a força eletromotriz induzida surge com a "intenção" de criar um fluxo induzido "contra" a **variação** do fluxo indutor, o que está de acordo com a Lei de Lenz.

Nota:

A Lei de Faraday-Neumann pode ser confirmada de modo simples, num caso particular. Para isso, considere um condutor em forma de **U**, em repouso e disposto perpendicularmente às linhas de indução de um campo magnético uniforme e constante. Considere, também, outro condutor retilíneo de comprimento ℓ, deslizando com velocidade constante sobre o primeiro, de modo que ambos delimitem sempre uma espira retangular fechada.



No intervalo de tempo Δt, a área da espira retangular delimitada pelo condutor em forma de **U** e pelo condutor retilíneo móvel sofre uma variação ΔA, ocorrendo na espira uma variação de fluxo $\Delta\phi$.

Nessa situação, temos:

$$\phi = B\,A \Rightarrow \Delta\phi = B\,\Delta A \quad \text{(I)}$$

Mas $\Delta A = \ell\,\Delta s$, em que Δs é a distância percorrida pelo fio retilíneo durante o intervalo de tempo Δt.

Assim, substituindo em (I), vem:

$$\Delta\phi = B\,\ell\,\Delta s$$

Dividindo essa expressão por Δt, obtemos:

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{B\ell\Delta s}{\Delta t}$$

Com $\frac{\Delta s}{\Delta t} = v$: $\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = B\,\ell\,v.$

Conforme vimos no item 7, $B\,\ell\,v = |\varepsilon|$.

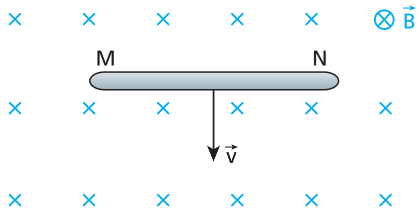
Assim, verificamos, pelo menos em valor absoluto, que, de fato:

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = |\varepsilon|$$

Exercícios

nível 1

17. Uma barra de cobre MN, disposta perpendicularmente às linhas de indução de um campo magnético uniforme $\vec{B}$, move-se com velocidade $\vec{v}$ perpendicular a $\vec{B}$.

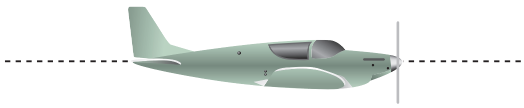


Sendo $B = 0{,}50$ T, $v = 100$ m/s e $\ell = 1{,}0$ m o comprimento da barra:

a) calcule o módulo da força eletromotriz induzida entre suas extremidades;

b) determine a polaridade elétrica das extremidades **M** e **N**.

18. Um avião encontra-se em movimento retilíneo e horizontal, a 250 m/s, em um local onde o campo magnético terrestre possui uma componente vertical de $2{,}0 \cdot 10^{-5}$ T de intensidade. Sabendo que a distância entre as extremidades das asas desse avião é igual a 20 m, estime o módulo da força eletromotriz induzida entre esses pontos. As asas desse avião são metálicas e estão em contato elétrico com a fuselagem também metálica.



19. E.R. Do instante $t_1 = 1{,}0$ s ao instante $t_2 = 1{,}2$ s, o fluxo de indução magnética através de uma espira variou de $\phi_1 = 2{,}0$ Wb a $\phi_2 = 8{,}0$ Wb. Determine a força eletromotriz média induzida na espira, no intervalo de tempo entre t_1 e t_2.

Resolução:

O intervalo de tempo considerado é dado por:

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Fazendo $t_1 = 1{,}0$ s e $t_2 = 1{,}2$ s, calculamos Δt:

$$\Delta t = 1{,}2 - 1{,}0$$
$$\Delta t = 0{,}2 \text{ s}$$

A variação de fluxo, nesse intervalo, é dada por:

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$$

Fazendo $\phi_1 = 2{,}0$ Wb e $\phi_2 = 8{,}0$ Wb, obtemos:

$$\Delta\phi = 8{,}0 - 2{,}0$$

$$\Delta\phi = 6{,}0 \text{ Wb}$$

A força eletromotriz média induzida vem da expressão:

$$\varepsilon_m = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

Fazendo $\Delta\phi = 6{,}0$ Wb e $\Delta t = 0{,}2$ s, calculamos ε_m:

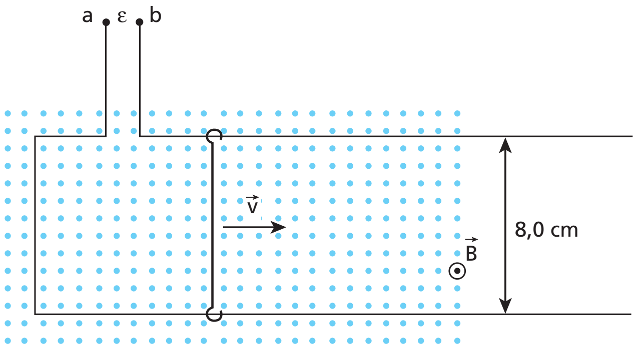
$$\varepsilon_m = -\frac{6{,}0}{0{,}2} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_m = -30 \text{ V}}$$

Comentário:

O sinal negativo do resultado do cálculo da força eletromotriz induzida pode ser interpretado da seguinte forma: por ter ocorrido um aumento do fluxo de indução, a força eletromotriz induzida surgiu para criar fluxo induzido "**contra** o fluxo indutor" (Lei de Lenz).

20. Durante um intervalo de tempo de duração igual a $5 \cdot 10^{-2}$ s, uma espira percebe uma redução de fluxo de 5 Wb para 2 Wb.
a) Calcule a força eletromotriz média induzida.
b) Interprete o sinal do resultado.

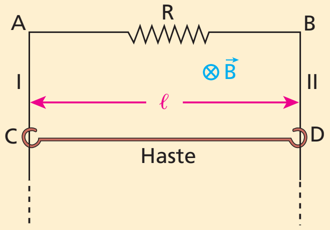
21. (UFV-MG) Uma espira retangular está imersa em um campo magnético perpendicular ao seu plano. O lado direito da espira pode mover-se sem perder o contato elétrico com a espira, conforme a figura seguinte.
Dados: B = 0,50 T (apontando para fora); v = 2,0 m/s.



Arrastando para a direita o lado móvel da espira, com velocidade constante $\vec{v}$, pode-se afirmar corretamente que a fem induzida nos terminais ab será igual a:
a) $8{,}0 \cdot 10^{-2}$ V, sendo o terminal **a** negativo e o terminal **b** positivo.
b) $6{,}0 \cdot 10^{-2}$ V, sendo a corrente elétrica dirigida de **b** para **a**.
c) $16 \cdot 10^{-2}$ V, sendo a corrente elétrica dirigida de **b** para **a**.
d) $16 \cdot 10^{-2}$ V, sendo a corrente elétrica dirigida de **a** para **b**.
e) $8{,}0 \cdot 10^{-2}$ V, sendo o terminal **a** positivo e o terminal **b** negativo.

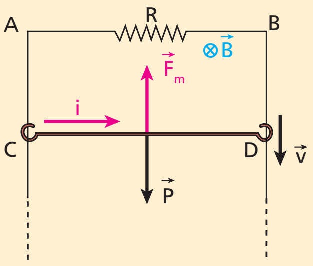
Exercícios nível 2

22. E.R. O sistema esquematizado na figura está disposto em um plano vertical. O resistor de resistência R = 5 Ω está ligado aos fios I e II, verticais, supostos ideais e muito longos. Uma haste condutora ideal CD de comprimento ℓ = 1 m, pesando P = 10 N, é abandonada do repouso e passa a mover-se sem atrito, sempre disposta perpendicularmente aos fios I e II, e sem perder contato com eles. Determine a velocidade máxima atingida pela haste, sabendo que existe um campo magnético uniforme e constante perpendicular ao plano do sistema, como mostra a figura, e de intensidade B = 1 T. Despreze a influência do ar.



Resolução:

Inicialmente, devido à força peso, a barra é acelerada para baixo. Enquanto a barra se move, a área da espira retangular definida pelos pontos **A**, **B**, **C** e **D** varia, o que causa uma variação de fluxo e, consequentemente, uma fem induzida de módulo B ℓ v, entre **C** e **D**.



Surge, então, na espira, uma corrente induzida **i** no sentido indicado, dada por:

$$i = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{B\ell v}{R}$$

Como B = 1 T, ℓ = 1 m e R = 5 Ω, temos:

$$i = \frac{1 \cdot 1 \cdot v}{5} \Rightarrow i = \frac{v}{5}$$

Na haste, atua uma força magnética $\vec{F}_m$ vertical para cima, de intensidade dada por:

$$F_m = B\, i\, \ell$$

Sendo B = 1 T, $i = \frac{v}{5}$ e ℓ = 1 m, vem:

$$F_m = 1 \cdot \frac{v}{5} \cdot 1 \Rightarrow F_m = \frac{v}{5}$$

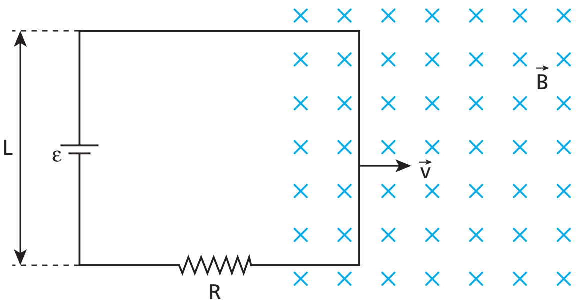
Note que, enquanto a velocidade da haste aumenta, o módulo F_m da força magnética também aumenta. Assim, quando F_m torna-se igual a **P**, a força resultante na haste é nula e sua velocidade não pode mais crescer. Nesse instante, a velocidade da haste atinge seu valor máximo. Portanto, quando a velocidade é máxima, temos:

$$F_m = P$$

Como $F_m = \frac{v_{máx}}{5}$ e P = 10 N, obtemos:

$$\frac{v_{máx}}{5} = 10 \Rightarrow \boxed{v_{máx} = 50 \text{ m/s}}$$

23. (UFMG) Uma bateria de força eletromotriz **ε** está ligada a uma espira retangular de largura **L** e resistência **R**. A espira está penetrando, com uma velocidade de módulo **V**, em uma região onde há um campo magnético uniforme de módulo **B**, orientado perpendicularmente ao plano da espira e entrando nesta página, conforme representado na figura abaixo.



É **correto** afirmar que a corrente elétrica na espira é:

a) igual a $\dfrac{\varepsilon + BLV}{R}$.

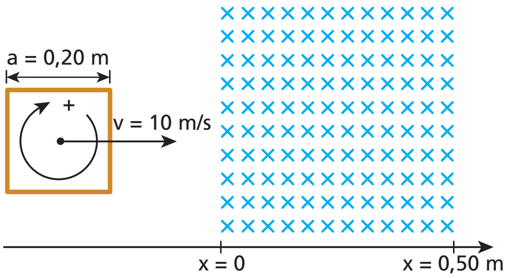
b) igual a $\dfrac{\varepsilon - BLV}{R}$.

c) igual a $\dfrac{BLV}{R}$.

d) sempre nula.

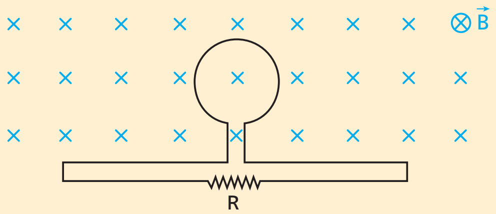
e) igual a $\dfrac{\varepsilon}{R}$.

24. (Unicamp-SP) Uma espira quadrada de lado a = 0,20 m e resistência R = 2,0 Ω atravessa com velocidade constante v = 10 m/s uma região quadrada de lado b = 0,50 m, onde existe um campo magnético constante de intensidade B = 0,30 tesla. O campo penetra perpendicularmente no plano do papel e a espira se move no sentido de **x** positivo, conforme indicado na figura abaixo.



Considerando positivo o sentido horário da corrente elétrica, faça um gráfico da corrente na espira em função da posição de seu centro. Inclua valores numéricos e escala no seu gráfico.

25. E.R. O fluxo magnético que atravessa a espira da figura, perpendicularmente ao seu plano e dirigido para o papel, varia com o tempo **t** de acordo com a expressão $\phi = 2 \cdot 10^{-2}\,t$ (unidades SI).



A resistência elétrica da espira é desprezível, mas ela está ligada a um resistor de resistência R = 5 Ω. Determine:

a) o gráfico do fluxo em função do tempo;

b) a força eletromotriz induzida no circuito;

c) o sentido da corrente no circuito;

d) a intensidade dessa corrente.

Resolução:

a) Vamos determinar, inicialmente, alguns pontos do gráfico:

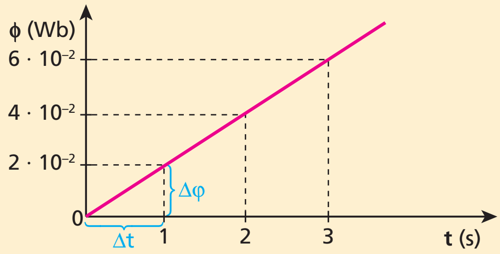
$$\phi = 2 \cdot 10^{-2}\,t \quad \text{(SI)}$$

Se $t = 0 \Rightarrow \phi = 0$.

Se $t = 1\ s \Rightarrow \phi = 2 \cdot 10^{-2}$ Wb.

Se $t = 2\ s \Rightarrow \phi = 4 \cdot 10^{-2}$ Wb.

Se $t = 3\ s \Rightarrow \phi = 6 \cdot 10^{-2}$ Wb.



Nota:

- Obviamente, dois pontos seriam suficientes pois **ϕ** é função do primeiro grau em **t**.

b) Analisando o gráfico, percebemos que o fluxo varia em uma taxa constante, dada por:

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = 2 \cdot 10^{-2}\ \text{Wb/s}$$

Usando a Lei de Faraday-Neumann, temos:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\varepsilon = -2 \cdot 10^{-2}\ V}$$

c) Como o fluxo indutor "entrando no papel" está crescendo, a corrente induzida cria fluxo "saindo do papel". Para isso, essa corrente deve percorrer **R** da esquerda para a direita.

d) Temos que:

$$|\varepsilon| = R\,i \Rightarrow i = \frac{|\varepsilon|}{R}$$

Fazendo $|\varepsilon| = 2 \cdot 10^{-2}$ V e R = 5 Ω, calculamos **i**:

$$i = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{5}$$

$$\boxed{i = 4 \cdot 10^{-3}\ A} \text{ ou } \boxed{i = 4\ mA}$$

26. A figura a seguir mostra uma espira circular perfeitamente condutora, de área igual a $1{,}0 \cdot 10^{-2}\ m^2$, imersa em um campo magnético uniforme, perpendicular ao plano da espira.

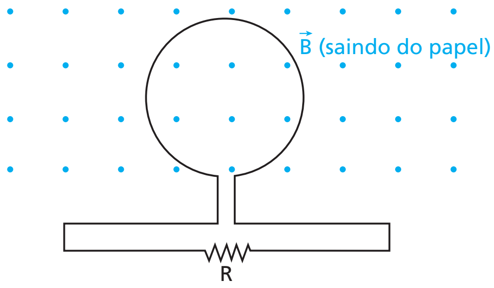
No instante $t_1 = 1{,}0$ s, o módulo do vetor indução magnética vale 0,20 T. Em seguida, o módulo desse vetor aumenta e, no instante $t_2 = 3{,}0$ s, passa a valer 1,4 T. Ligado à espira, existe um resistor de resistência igual a 2,0 mΩ. Determine:

a) os fluxos, nos instantes t_1 e t_2;

b) a força eletromotriz média induzida;

c) o sentido da corrente elétrica no resistor, durante o crescimento do módulo de $\vec{B}$;

d) a intensidade da corrente elétrica média.



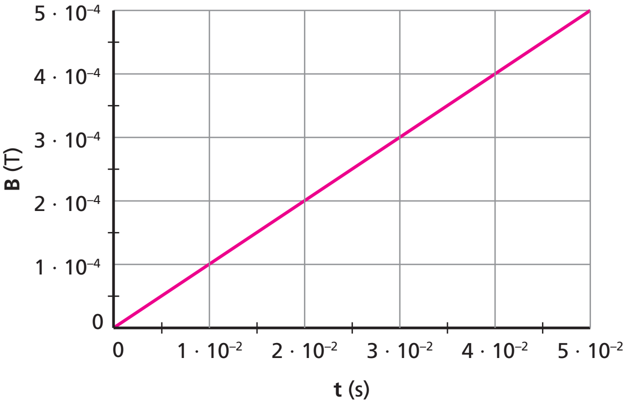
27. Uma espira quadrada de $8,0 \cdot 10^{-2}$ m de lado está disposta em um plano perpendicular a um campo magnético uniforme, cuja indução magnética vale $5,0 \cdot 10^{-3}$ T.

a) Qual é o fluxo magnético através da espira?
b) Se o campo magnético for reduzido a zero em 0,10 s, qual será o valor absoluto da força eletromotriz média induzida na espira nesse intervalo de tempo?

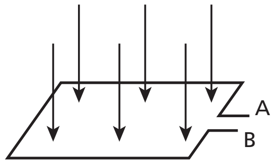
28. (ITA-SP) Uma bobina circular de raio $R = 1,0$ cm e 100 espiras de fio de cobre, colocada em um campo de indução magnética constante e uniforme, tal que $B = 1,2$ T está inicialmente numa posição tal que o fluxo de $\vec{B}$ através dela é máximo. Em seguida, num intervalo de tempo $\Delta t = 1,5 \cdot 10^{-2}$ s, ela é girada para uma posição em que o fluxo de $\vec{B}$ através dela é nulo. Qual é a força eletromotriz média induzida entre os terminais da bobina?

29. (Unicamp-SP) O princípio de funcionamento dos detectores de metais utilizados em verificações de segurança é baseado na Lei de Indução de Faraday. A força eletromotriz induzida por um fluxo de campo magnético variável através de uma espira gera uma corrente. Se um pedaço de metal for colocado nas proximidades da espira, o valor do campo magnético será alterado, modificando a corrente na espira. Essa variação pode ser detectada e usada para reconhecer a presença de um corpo metálico nas suas vizinhanças. Adote $\pi = 3$.

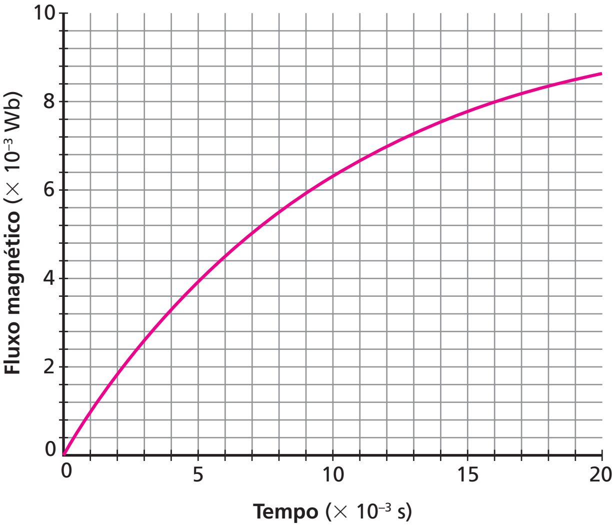
a) Considere que o campo magnético $\vec{B}$ atravessa perpendicularmente a espira e varia no tempo segundo a figura. Se a espira tem raio de 2 cm, qual é o módulo da força eletromotriz induzida?
b) A espira é feita de um fio de cobre de 1 mm de raio e a resistividade do cobre é $\rho = 2 \cdot 10^{-8}$ ohm · metro. A resistência de um fio é dada por: $R = \rho \frac{L}{A}$, em que **L** é o seu comprimento e **A** é a área da sua seção reta. Qual é a corrente na espira?



30. (UFU-MG) Uma espira quadrada de lados 0,10 m e resistência total 20 Ω está imersa em um campo magnético orientado perpendicularmente ao plano da espira, conforme a figura abaixo.



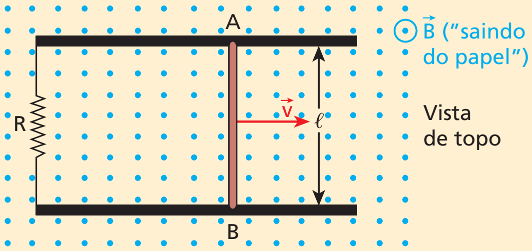
O fluxo magnético através da espira varia com o tempo de acordo com o seguinte gráfico:



A partir dessas informações é correto afirmar que:

a) se o campo magnético variar apenas com o tempo, o seu módulo no instante $t = 1,6 \cdot 10^{-2}$ s será igual a 8 T.
b) a força eletromotriz induzida entre os pontos **A** e **B**, entre os instantes $t = 0$ s e $t = 1,6 \cdot 10^{-2}$ s, será de 2 V.
c) de acordo com a Lei de Lenz, a corrente elétrica induzida na espira circulará de **B** para **A**.
d) a corrente elétrica induzida na espira entre os instantes $t = 0$ s e $t = 1,6 \cdot 10^{-2}$ s será de 0,025 A.

31. E.R. Uma barra metálica AB de comprimento $\ell = 50$ cm desliza, sem atrito e com velocidade constante de módulo $v = 5,0$ m/s, apoiando-se em dois trilhos condutores paralelos interligados por um resistor de resistência $R = 2,0 \cdot 10^{-2}$ Ω. A barra e os trilhos têm resistência elétrica desprezível. O conjunto está imerso em um campo de indução magnética uniforme e constante, de módulo $B = 2,0 \cdot 10^{-2}$ T, perpendicular ao plano dos trilhos, que é horizontal:



Determine:

a) o módulo da força eletromotriz induzida no circuito;
b) o sentido da corrente induzida, em relação ao leitor;
c) a intensidade da corrente induzida;
d) a intensidade e o sentido da força magnética que atua na barra;
e) a intensidade e o sentido da força que um operador deve aplicar na barra, na mesma direção da força magnética, para manter sua velocidade constante;
f) a energia dissipada no circuito, enquanto a barra percorre 5,0 m;
g) o trabalho realizado pela força aplicada pelo operador, nesse percurso de 5,0 m.

Resolução:

a) Em situações como esta, o módulo da fem induzida é dado por:

$$|\varepsilon| = B\,\ell\,v$$

Sendo $B = 2{,}0 \cdot 10^{-2}$ T, $\ell = 50$ cm $= 50 \cdot 10^{-2}$ m e $v = 5{,}0$ m/s, calculamos $|\varepsilon|$:

$$|\varepsilon| = 2{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot 50 \cdot 10^{-2} \cdot 5{,}0$$

$$\boxed{|\varepsilon| = 5{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{V}}$$

b) Com o movimento da barra aumenta o fluxo de indução “saindo do papel”. Esse aumento ocorre devido ao aumento gradativo da área da espira constituída. Portanto, a corrente induzida deve surgir num sentido tal que gere um fluxo induzido “contrário” ao fluxo indutor, ou seja, um fluxo induzido “entrando no papel”. Para isso, a corrente induzida deve circular no sentido horário.

c) A fem induzida é que determina o aparecimento da corrente induzida. Assim:

$$|\varepsilon| = R\,i \;\Rightarrow\; i = \frac{|\varepsilon|}{R}$$

Fazendo $|\varepsilon| = 5{,}0 \cdot 10^{-2}$ V e $R = 2{,}0 \cdot 10^{-2}\ \Omega$, calculamos **i**:

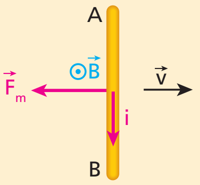
$$i = \frac{5{,}0 \cdot 10^{-2}}{2{,}0 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow \boxed{i = 2{,}5\ \text{A}}$$

d) A força magnética $\vec{F}_m$ tem sua intensidade dada por:

$$F_m = B\,i\,\ell\,\text{sen}\,\theta$$

Como $B = 2{,}0 \cdot 10^{-2}$ T, $i = 2{,}5$ A, $\ell = 50$ cm $= 50 \cdot 10^{-2}$ m e $\text{sen}\,\theta = \text{sen}\,90° = 1$, calculamos F_m:

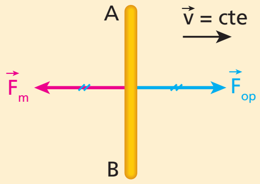
$$F_m = 2{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot 2{,}5 \cdot 50 \cdot 10^{-2} \cdot 1$$



$$\boxed{F_m = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{N}}$$

Aplicando a regra da mão direita espalmada, concluímos que $\vec{F}_m$ está orientada da direita para a esquerda. Observe, mais uma vez, que a força magnética surge de modo que contrarie o movimento que causa a variação do fluxo. Assim, também poderíamos partir desse fato para determinar o sentido da corrente induzida.

e) Como a barra está em MRU, a força resultante nela deve ser nula. Assim, a força $\vec{F}_{op}$ aplicada pelo operador deve ter a mesma intensidade e sentido oposto ao de $\vec{F}_m$:



Portanto, $\vec{F}_{op}$ está orientada da esquerda para a direita e sua intensidade é dada por:

$$\boxed{F_{op} = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{N}}$$

Nota:

- Se a força $\vec{F}_{op}$ deixar de atuar, o movimento da barra passará a ser retardado.

f) A energia dissipada em **R** é dada por:

$$E_d = Pot \cdot \Delta t = R\,i^2\,\Delta t$$

Fazendo $R = 2{,}0 \cdot 10^{-2}\ \Omega$, $i = 2{,}5$ A e $\Delta t = 1{,}0$ s (intervalo de tempo para a barra percorrer 5,0 m, movendo-se a 5,0 m/s), calculamos E_d:

$$E_d = 2{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot (2{,}5)^2 \cdot 1{,}0$$

$$\boxed{E_d = 1{,}25 \cdot 10^{-1}\ \text{J}}$$

g)

O trabalho realizado pela força do operador é dado por:

$$\tau_{op} = F_{op}\,d\,\cos\theta$$

Fazendo $F_{op} = 2{,}5 \cdot 10^{-2}$ N, $d = 5{,}0$ m e $\cos\theta = \cos 0 = 1$, calculamos τ_{op}:

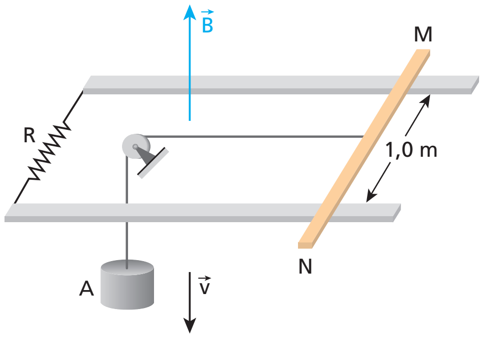
$$\tau_{op} = 2{,}5 \cdot 10^{-2} \cdot 5{,}0 \cdot 1$$

$$\boxed{\tau_{op} = 1{,}25 \cdot 10^{-1}\ \text{J}}$$

Importante:

Podemos constatar, nos itens **f** e **g**, a conservação da energia. De fato, concluímos que a energia elétrica dissipada na resistência é igual ao trabalho realizado pela força exercida pelo operador. Esse trabalho é a energia que o operador fornece ao sistema e que se converte em energia elétrica.

32. Uma barra metálica MN, tracionada horizontalmente por um fio suposto ideal que a conecta a um corpo **A**, translada com velocidade constante de módulo $v = 10$ m/s, apoiando-se em dois trilhos condutores paralelos um ao outro e interligados por um resistor de resistência $R = 1{,}0\ \Omega$. A barra e os trilhos têm resistência elétrica desprezível. O conjunto está imerso em um campo de indução magnética uniforme e constante, de módulo $B = 2{,}0$ T, perpendicular ao plano dos trilhos, que é horizontal:



São desprezados a influência do ar e todo e qualquer atrito. Determine:

a) o módulo da força eletromotriz induzida no circuito;
b) o sentido da corrente que percorre a barra;
c) a intensidade da corrente induzida;
d) a intensidade e o sentido da força magnética atuante na barra;
e) o peso do corpo **A**;
f) a potência dissipada no circuito;
g) a potência desenvolvida pelo peso do corpo **A**.

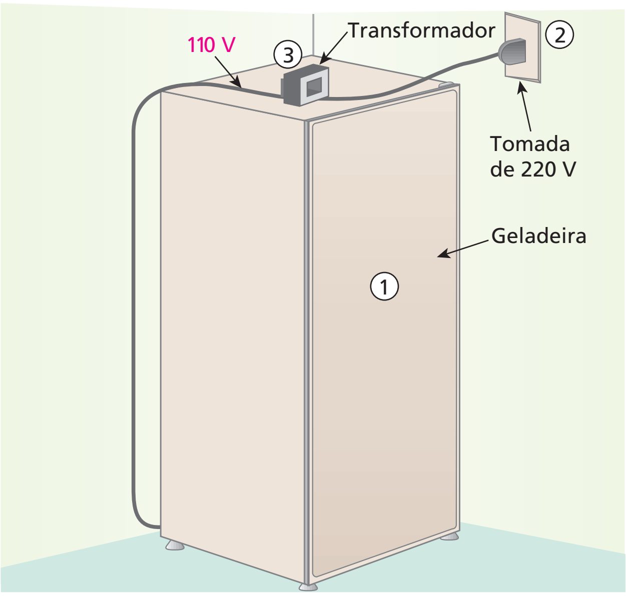
Bloco 3

10. Transformador de tensão

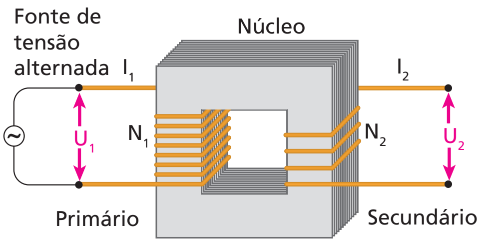
Imagine uma geladeira, por exemplo, fabricada para funcionar em 110 V e que precisa ser ligada em uma tomada de 220 V, por ser a única disponível.

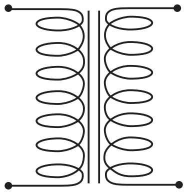
A maneira mais viável de fazer isso, sem queimar a geladeira, é usar um aparelho de baixíssimas perdas, denominado **transformador** de tensão. Ele deve receber os 220 V, transformá-los em 110 V e, então, alimentar a geladeira.

Os transformadores possuem dois enrolamentos de fio de cobre esmaltado, isolados eletricamente um do outro. Esses enrolamentos envolvem um bloco de lâminas ferromagnéticas justapostas, denominado núcleo do transformador, como mostra a figura a seguir:



1. Geladeira. 2. Tomada de 220 V. 3. Transformador.





Símbolo de um transformador

O enrolamento ligado à fonte, cuja tensão alternada (ou, pelo menos, variável) queremos transformar, é denominado **primário**. O outro enrolamento, que vai nos fornecer a tensão alternada desejada, chama-se **secundário**.

A corrente alternada, por ser variável, gera no primário um fluxo de indução também variável. Esse fluxo propaga-se pelo núcleo e atinge o secundário, onde induz uma força eletromotriz também alternada.

Vamos, agora, relacionar a tensão eficaz no secundário, U_2, com a tensão eficaz no primário, U_1, para o caso de um transformador ideal, isto é, um transformador que entrega ao secundário toda a potência que recebe no primário, sem nenhuma perda.

Sendo N_1 e N_2 as quantidades de espiras do primário e do secundário, respectivamente, pode-se demonstrar que:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Note, então, que as tensões são proporcionais às quantidades de espiras.

Assim, se $U_1 = 220$ V, $N_1 = 500$ espiras e $N_2 = 250$ espiras, por exemplo, temos $U_2 = 110$ V.

Por outro lado, se tivermos $U_1 = 110$ V, $N_1 = 250$ espiras e $N_2 = 500$ espiras, U_2 será igual a 220 V.

Como estamos tratando de transformador ideal, podemos igualar as potências (Pot = U i) no primário e no secundário, obtendo:

$$U_1 I_1 = U_2 I_2$$

em que I_1 e I_2 são as correntes eficazes no primário e no secundário, respectivamente.

É importante destacar que um transformador só funciona quando a tensão aplicada no primário é **variável**. De fato, se estabelecermos no primário uma tensão constante, ligando-o a uma bateria, por exemplo, o fluxo de indução também será constante e, como vimos, não ocorrendo variação de fluxo, não haverá indução eletromagnética. Desse modo, a tensão no secundário será nula.

Notas:

- Os conceitos de **tensão eficaz** e **corrente eficaz** estão apresentados no Apêndice (p. 323). Em uma das Leituras do Tópico 1 de **Eletrodinâmica**, entretanto, já foi feita uma introdução deste assunto.
- Embora muito baixas, nos transformadores reais existem perdas de energia. Uma das causas dessas perdas é o efeito Joule nos enrolamentos. Outra causa são as correntes de Foucault induzidas no núcleo. Para minimizá-las, o núcleo é feito de uma liga denominada **ferro-silício**, que tem duas características importantes: alta permeabilidade magnética e alta resistividade elétrica. Além disso, o núcleo não é um bloco único, mas sim uma justaposição de lâminas envernizadas, o que também contribui para a redução das correntes de Foucault.
- O quociente $\frac{N_1}{N_2}$ é denominado **razão de transformação** do transformador. Quando N_2 é maior que N_1, U_2 também é maior que U_1 e temos um transformador **elevador** de tensão. Por outro lado, quando N_2 é menor que N_1, U_2 é menor que U_1 e o transformador é **abaixador** de tensão.

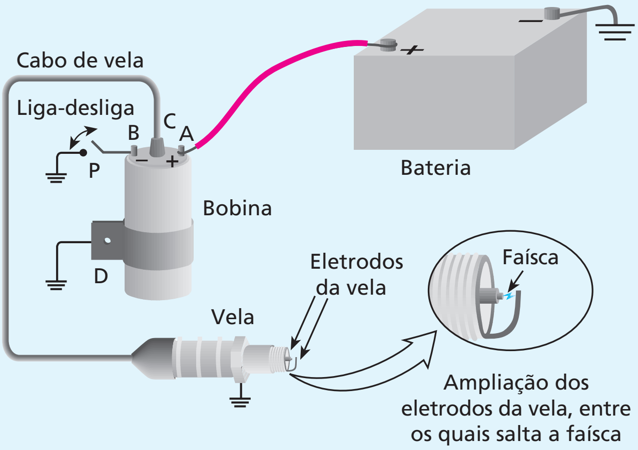
Leitura

Circuito de ignição dos motores a explosão

A bobina, um dos componentes do circuito de ignição dos motores a explosão, tem o mesmo princípio de funcionamento dos transformadores.

No primário, a bobina recebe, de modo **intermitente**, isto é, num "liga-desliga", os 12 V fornecidos pela bateria. Esse "liga-desliga", que pode ser produzido por um componente denominado platinado e que é acionado pelo motor, gera no primário uma corrente, também intermitente, de variações bruscas. Consequentemente, o fluxo de indução gerado por esse enrolamento também sofre variações bruscas.

Chegando ao secundário, esse fluxo induz picos de alta-tensão, usualmente de 5 a 10 kV, podendo ser ainda maiores. Esses picos produzem faíscas entre os terminais da vela de ignição e essas faíscas, por sua vez, provocam a combustão da mistura ar-combustível. Note que, se o primário ficasse permanentemente ligado à bateria, recebendo uma tensão constante de 12 V, sem o "liga-desliga", não haveria indução, como vimos no estudo dos transformadores.



O esquema ao lado representa, de modo muito simplificado, o circuito descrito. Para entendê-lo, você precisa saber que o polo negativo da bateria de um automóvel, chamado comumente de "terra" e simbolizado por ⏚, é ligado diretamente na estrutura metálica do veículo. Assim, para usar esse polo em determinado local do automóvel, você não precisa de um fio interligando o polo negativo da bateria com esse local, uma vez que esse polo está disponível em qualquer ponto da estrutura metálica.

Na ilustração, **A** e **B** são os terminais do enrolamento primário da bobina. O terminal **A**, identificado com o sinal $+$, é ligado no polo positivo da bateria, e o terminal **B**, identificado com o sinal $-$, é ligado, de modo intermitente, no polo negativo (estrutura metálica ou "terra") por meio do platinado, que está simbolizado pela chave **P**.

O terminal **C** do enrolamento secundário da bobina é ligado, por meio do cabo de vela, no eletrodo central da vela. O outro terminal do secundário (**D**) está ligado à estrutura metálica do veículo e, portanto, ao outro eletrodo da vela.

O "liga-desliga" em **P**, produzido pela própria rotação do motor, provoca, então, as faíscas entre os eletrodos da vela.

Nota:

- Nos automóveis modernos não se usa mais o platinado. Neles, o "liga-desliga" é comandado pelo circuito eletrônico do sistema de ignição eletrônica.

Exercícios — nível 1

33. E.R. Para reduzir uma tensão alternada, de 120 V para 12 V, usa-se um transformador, suposto ideal. Sabendo que o número de espiras do primário é 800 e que a intensidade da corrente no secundário é igual a 2 A, calcule:

a) o número de espiras do secundário;
b) a intensidade da corrente no primário.

Resolução:

No primário, temos:

$$N_1 = 800,\ U_1 = 120\text{ V e } I_1 = ?$$

No secundário, temos:

$$N_2 = ?,\ U_2 = 12\text{ V e } I_2 = 2\text{ A}$$

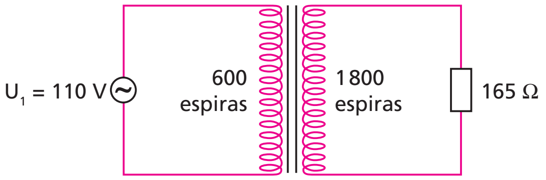
a) Sabemos que:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{120}{12} = \frac{800}{N_2} \Rightarrow \boxed{N_2 = 80\text{ espiras}}$$

b) Vamos igualar as potências no primário e no secundário:

$$U_1\, I_1 = U_2\, I_2 \Rightarrow 120 \cdot I_1 = 12 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{I_1 = 0{,}2\text{ A}}$$

34. Na figura a seguir, considere o transformador ideal.

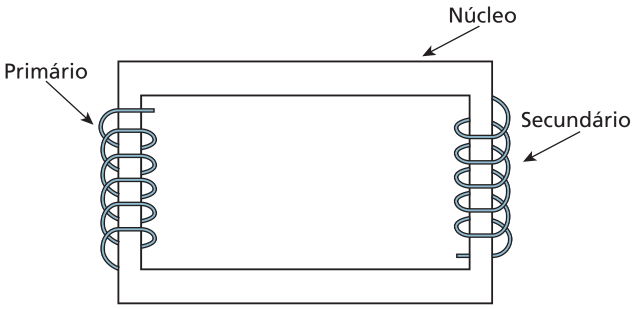


Calcule a intensidade da corrente:

a) no secundário;
b) no primário.

35. Uma bateria de 12 V é mantida ligada entre os terminais do primário de um transformador. Quanto indica um voltímetro conectado entre os terminais do secundário?

36. (Cefet-PR) Um transformador é constituído de duas bobinas independentes (primário e secundário), enroladas sobre uma mesma peça de ferro (núcleo do transformador).



Com relação a esse dispositivo, analise as afirmativas a seguir:

I. O funcionamento do transformador é baseado no fenômeno da indução eletromagnética.
II. O transformador só funciona com corrente contínua e constante na bobina primária.
III. Se o número de espiras do primário é maior que o número de espiras do secundário, o transformador funciona como um elevador de potência.

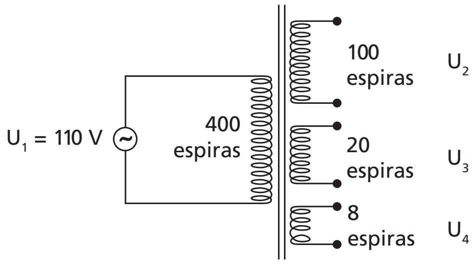
Podemos afirmar que:

a) apenas as afirmativas II e III estão corretas.
b) todas as afirmativas estão corretas.
c) apenas a afirmativa I é correta.
d) apenas as afirmativas I e II estão corretas.
e) apenas as afirmativas I e III estão corretas.

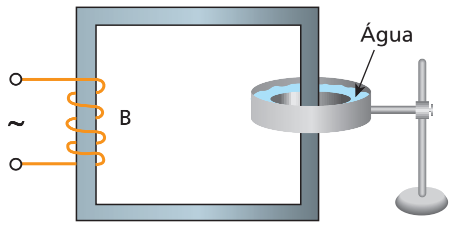
Exercícios

nível 2

37. Existem transformadores que possuem um primário e vários secundários, como exemplificamos na figura.
Considerando o transformador ideal, calcule os valores U_2, U_3 e U_4 das tensões nos três secundários.

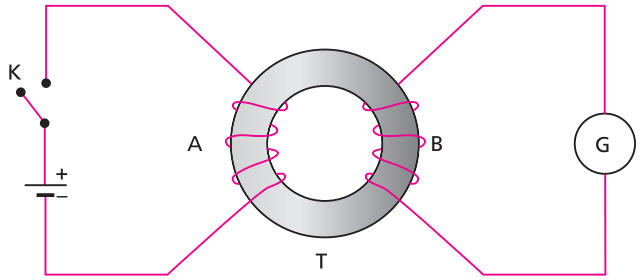


38. A armação a seguir é constituída por lâminas de ferro delgadas coladas umas nas outras. A bobina **B** é ligada a uma fonte de tensão, passando a ser percorrida por uma corrente alternada (fonte de 110 V-60 Hz). O aro de alumínio, em forma de calha, contém água a 20 °C e é atravessado pela armação, conforme indica a figura a seguir:



O que passará a ocorrer com a temperatura da água?

39. Com um gerador de corrente contínua, uma chave **K**, um galvanômetro de zero no meio da escala e um toroide **T**, de ferro, no qual foram feitos dois enrolamentos **A** e **B** de fio de cobre esmaltado, montou-se o sistema representado na figura:



A respeito desse sistema são feitas as seguintes afirmações:

I. Quando a chave **K** é fechada, detecta-se uma corrente elétrica transitória em **G**.
II. Estando a chave **K** fechada há muito tempo, **G** indica uma corrente de intensidade constante e diferente de zero.
III. Se a chave **K** estiver fechada, nenhuma corrente será detetada em **G**, ao abri-la.
IV. Quando é gerada no enrolamento **B** uma força eletromotriz induzida, devida a **A**, sua intensidade depende da quantidade de espiras de **B**.
V. A polaridade elétrica dos terminais de **B** é a mesma quando se abre ou se fecha a chave **K**.

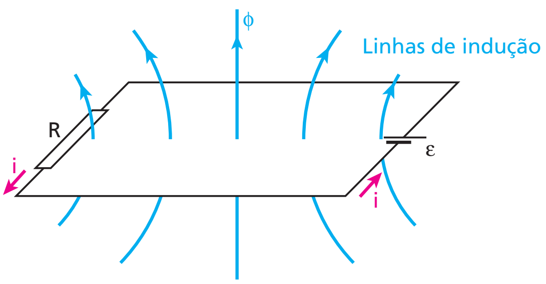
Quais dessas afirmações estão corretas?

Bloco 4

11. Indutância de um circuito

Definição

Considere um circuito qualquer, como, por exemplo, o representado na figura abaixo, constituído de um resistor de resistência elétrica **R** e de um gerador de força eletromotriz **ε**.



A corrente elétrica de intensidade **i** estabelecida no circuito gera um fluxo magnético **φ** através **do próprio circuito**. Esse fluxo, que **não** tem como causa influências externas ao circuito, é denominado **fluxo autoconcatenado** com o circuito e é proporcional à intensidade da corrente elétrica que o criou.

Assim, temos:

$$\phi = L\,i$$

em que a constante de proporcionalidade **L** é denominada **indutância** ou **autoindutância** do circuito.

Quando a principal propriedade de um componente de um circuito é a sua indutância – caso de uma bobina –, esse componente recebe o nome de **indutor**. Em esquemas de circuitos elétricos, um indutor é simbolizado assim:

Símbolo de um indutor.

Em circuitos que não contêm bobinas, a indutância existe, mas geralmente é pouco significativa. Entretanto, havendo bobinas, a indutância é bem maior, principalmente se elas tiverem núcleos ferromagnéticos.

De fato, para um mesmo valor de **i**, a presença desses núcleos intensifica o vetor indução magnética $\vec{B}$ e, consequentemente, o fluxo através das bobinas aumenta.

No SI, a unidade de medida de **L** é o **henry** (símbolo: **H**), nome dado em homenagem a Joseph Henry.

Da expressão $\phi = L\,i$, concluímos que $1\text{ H} = \dfrac{1\text{Wb}}{\text{A}}$.

Nota:

- Em um circuito, a proporcionalidade entre ϕ e **i** só é válida se não houver materiais ferromagnéticos em nenhum de seus componentes nem no meio em que ele se encontra. Caso haja, a definição da indutância se torna muito complexa e está fora dos propósitos deste livro.

Autoindução

Como sabemos, uma variação do fluxo de indução através de um circuito, causada por um agente externo a ele, faz surgir uma força eletromotriz induzida. Entretanto essa força eletromotriz também pode surgir em decorrência da variação da corrente elétrica **do próprio circuito**. Nesse caso, dizemos que surge nele uma força eletromotriz **autoinduzida** e damos ao fenômeno o nome de **autoindução**.

Retome o circuito da figura anterior e suponha que o resistor tenha resistência variável, ou seja, que se trate de um reostato.

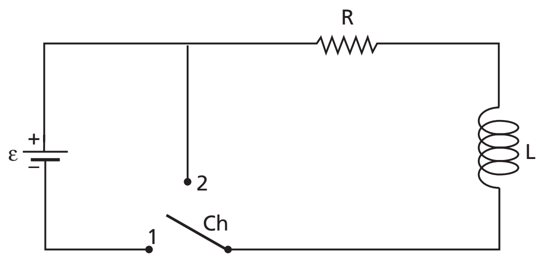
Variando sua resistência, ocorre uma variação de **i**, Δi, durante certo intervalo de tempo Δt. A expressão $\phi = L\,i$ permite concluir que Δi acarreta uma variação de fluxo $\Delta\phi = L\,\Delta i$ que causa, de fato, o surgimento de uma força eletromotriz auto-induzida no circuito, dada por:

$$-\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -L\frac{\Delta i}{\Delta t}$$

Também podemos perceber que, se a variação Δi for brusca, isto é, se ela acontecer durante um intervalo de tempo muito pequeno, a força eletromotriz autoinduzida (transiente de tensão) poderá atingir intensidades consideráveis, principalmente em circuitos indutivos – circuitos que contêm indutores, como bobinas –, pois neles a indutância é mais significativa.

Circuito R L

O circuito **R L** é constituído de um resistor de resistência **R** e de uma bobina (indutor) de indutância **L**, que podem ser ligados a uma fonte de tensão de força eletromotriz $\boldsymbol{\varepsilon}$ por meio de uma chave Ch:



Circuito R L aberto.

Na análise a seguir, vamos considerar desprezíveis outras resistências do circuito.

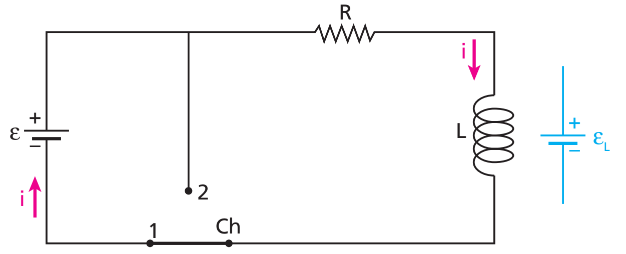
Colocando a chave na posição 1

Colocando a chave na posição **1**, num instante tomado como $t = 0$, a intensidade **i** da corrente elétrica começa a crescer, mas não atinge prontamente o valor $\dfrac{\varepsilon}{R}$ previsto pela Lei de Ohm, como veremos a seguir.

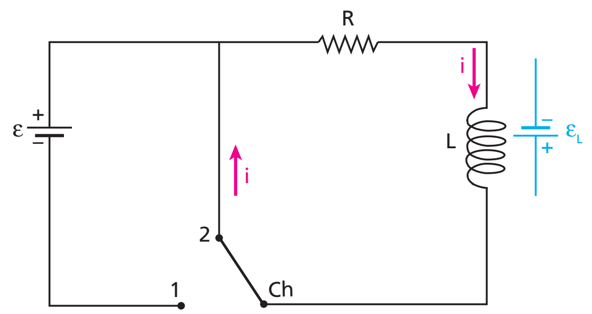
Na bobina surge uma força eletromotriz autoinduzida ε_L, dada por:

$$\varepsilon_L = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta(Li)}{\Delta t} = -L\frac{\Delta i}{\Delta t}$$

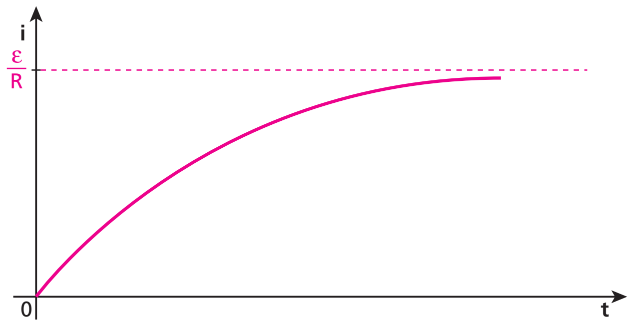
Como a corrente era nula e começou a crescer, Δi é positiva. Portanto, ε_L é negativa, o que significa que a força eletromotriz autoinduzida, de acordo com a Lei de Lenz, surge com a "intenção" de produzir um fluxo contrário ao fluxo autoconcatenado crescente, devido à corrente estabelecida no circuito. Em outras palavras, a força eletromotriz autoinduzida "opõe-se" à força eletromotriz $\boldsymbol{\varepsilon}$, o que retarda o crescimento da corrente no circuito, como mostra o próximo gráfico, de **i** em função do tempo **t**.



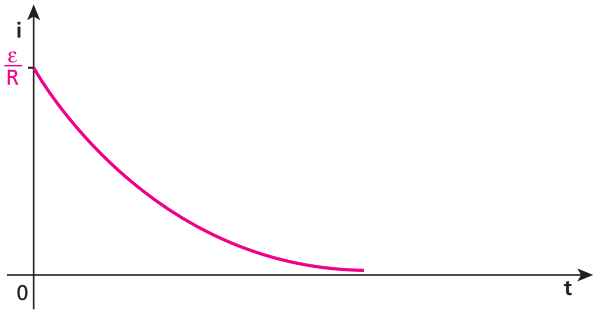
Em t = 0, a chave é colocada na posição **1**, sendo gerada uma corrente de intensidade crescente **i**. Veja, à direita do indutor, uma representação simbólica da força eletromotriz autoinduzida.



Em t = 0, a chave passa da posição **1** para a posição **2**, e a intensidade **i** da corrente no novo “caminho” fechado passa a diminuir. Veja, à direita do indutor, uma representação simbólica da força eletromotriz autoinduzida.



A intensidade da corrente cresce, tendendo a $\frac{\varepsilon}{R}$.



A intensidade da corrente decresce, tendendo a zero.

Colocando a chave na posição 2

Passando a chave, muito rapidamente, da posição **1** para a posição **2**, em um instante mais uma vez tomado como t = 0, a corrente no novo “caminho” fechado não se anula de imediato, como poderíamos imaginar. Sua intensidade passa a diminuir, mas só se anula após algum tempo, que pode variar de uma fração de segundo até alguns segundos, dependendo dos valores de **R** e **L**.

Nessa nova situação, a brusca variação do fluxo autoconcatenado também dá origem a uma força eletromotriz autoinduzida.

Suponha que a corrente já tivesse atingido o valor $\frac{\varepsilon}{R}$, quando a chave foi colocada na posição **2**. Sua intensidade passou, então, a diminuir, tornando Δi negativa e, portanto, ε_L positiva. Isso significa que a força eletromotriz autoinduzida surge para produzir um fluxo a favor do que é autoconcatenado decrescente. Em outras palavras, a força eletromotriz autoinduzida “concorda” com a força eletromotriz $\boldsymbol{\varepsilon}$, agora ausente, mantendo uma corrente durante algum tempo, como mostra o gráfico a seguir, de **i** em função de **t**.

Notas:

- Quando a chave é colocada na posição **1**, a intensidade **i** da corrente cresce com o tempo **t**, de acordo com a expressão:

$$i = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{\frac{-t}{\frac{L}{R}}}\right)$$

em que **e** é a base dos logaritmos neperianos (≅ 2,73) e $\frac{L}{R}$, denominada **constante de tempo** do circuito R L, significa o intervalo de tempo decorrido, a partir de t = 0, para **i** atingir cerca de 63% do valor final $\frac{\varepsilon}{R}$.

De fato, fazendo $t = \frac{L}{R}$ na equação acima, temos:

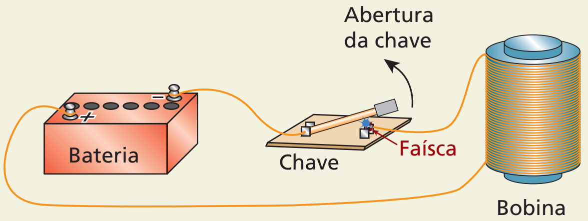
$$i = \frac{\varepsilon}{R}(1 - 2{,}73^{-1}) \cong 0{,}63\,\frac{\varepsilon}{R} \cong 63\% \text{ de } \frac{\varepsilon}{R}.$$

- Quando a chave passa da posição **1** para a posição **2**, após a corrente ter atingido o valor $\frac{\varepsilon}{R}$, sua intensidade varia com o tempo conforme a expressão:

$$i = \frac{\varepsilon}{R}\, e^{\frac{-t}{\frac{L}{R}}}$$

- É interessante comparar essas expressões e suas respectivas representações gráficas com aquelas vistas no item 9 do Tópico 4 de **Eletrodinâmica** (circuito RC).

Quando se abre um circuito indutivo, surge uma faísca entre os contatos já abertos da chave, mantendo uma corrente no circuito durante um pequeno intervalo de tempo:



Em circuitos altamente indutivos, com grandes bobinas, a força eletromotriz autoinduzida durante a abertura da chave pode ser muito elevada. Esse transiente de tensão pode danificar componentes dos circuitos e até causar mortes.

Em circuitos pouco indutivos, também podem ser observadas pequenas faíscas durante a abertura de uma chave.

Exercícios — nível 1

40. E.R. Determine a indutância de um solenoide compacto de **n** espiras, comprimento ℓ e secção transversal de área **A**, sabendo que existe ar tanto dentro quanto fora dele. A permeabilidade magnética do ar é μ_0.

Resolução:

No interior do solenoide, a intensidade do vetor indução magnética é dada por:

$$B = \mu_0 \frac{n}{\ell} i$$

Em cada espira, o fluxo magnético é igual a B A, ou seja, $\mu_0 \frac{n}{\ell} i A$.

Então, o **fluxo total** nas **n** espiras, também denominado **enlace de fluxo**, é dado por:

$$\phi = n B A = n\mu_0 \frac{n}{\ell} i A = \mu_0 \frac{n^2}{\ell} i A$$

Como $\phi = L i$, temos:

$$L = \frac{\phi}{i} = \frac{\mu_0 \frac{n^2}{\ell} i A}{i} \Rightarrow \boxed{L = \frac{\mu_0 n^2 A}{\ell}}$$

41. Um solenoide compacto a ar tem 2 000 espiras, 20 cm de comprimento e secção transversal com 5,0 cm^2 de área. Calcule sua indutância, sendo $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T\,m}{A}$.

42. (UFPE) Quando uma corrente elétrica $i = 0{,}2$ A circula por um dado solenoide ideal, gera um campo magnético de intensidade $B = 1{,}0$ mT aproximadamente uniforme, em seu interior. O solenoide tem $N = 1\,000$ espiras com área $a = 10^{-3}$ m^2, cada. Calcule a indutância do solenoide em milihenry.

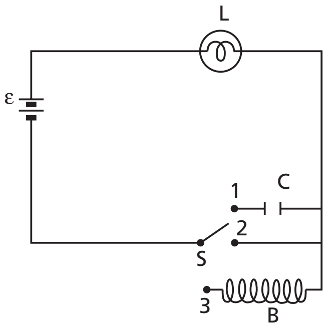
43. Em um solenoide a ar, de indutância igual a 0,25 H, a intensidade da corrente elétrica varia de 20 A até zero, em 0,2 s. Calcule o módulo do valor médio da força eletromotriz autoinduzida nele.

Exercícios — nível 2

44. (ITA-SP) Um solenoide com núcleo de ar tem uma autoindutância **L**. Outro solenoide, também com núcleo de ar, tem a metade do número de espiras do primeiro solenoide, 0,15 de seu comprimento e 1,5 de sua secção transversal. A autoindutância do segundo solenoide é

a) 0,2 L
b) 0,5 L
c) 2,5 L
d) 5,0 L
e) 20,0 L

45. Na figura, temos uma bateria de força eletromotriz ε, um capacitor de capacitância **C**, uma bobina **B** de resistência desprezível, uma lâmpada **L** em bom estado e uma chave **S**, que pode ser ligada no ponto **1**, **2** ou **3**.



Sabendo-se que a bateria é adequada para acender a lâmpada e que o capacitor está descarregado, em que ponto a chave deve ser ligada para que, após algum tempo, o brilho da lâmpada seja mínimo?

Descubra mais

1. Nas guitarras elétricas, as vibrações das cordas geram pequenos sinais elétricos que, depois de amplificados, chegam aos alto-falantes, onde são produzidos os sons que ouvimos.
Como funcionam os captadores das vibrações das cordas?

2. Em uma situação de emergência, um eletricista usou uma lâmpada especificada por 150 W—220 V, em um local em que a tensão da rede elétrica é de 110 V. Ele dispunha de fios de cobre com isolação, de vários plugues ("macho" e "fêmea") e de um transformador especificado por:
- potência: 300 W
- tensão de entrada (primário): 220 V
- tensão de saída (secundário): 110 V

O que esse eletricista fez para usar a lâmpada com seu brilho normal?

3. Dentre os geradores em que ocorre conversão de energia mecânica em energia elétrica há os **alternadores**, que produzem tensão alternada, e os **dínamos**, que produzem tensão contínua praticamente constante.
a) Como os dínamos produzem esse tipo de tensão?
b) Um motor elétrico de corrente contínua pode operar como dínamo?

4. Qual é o papel do reator no funcionamento de lâmpadas fluorescentes?

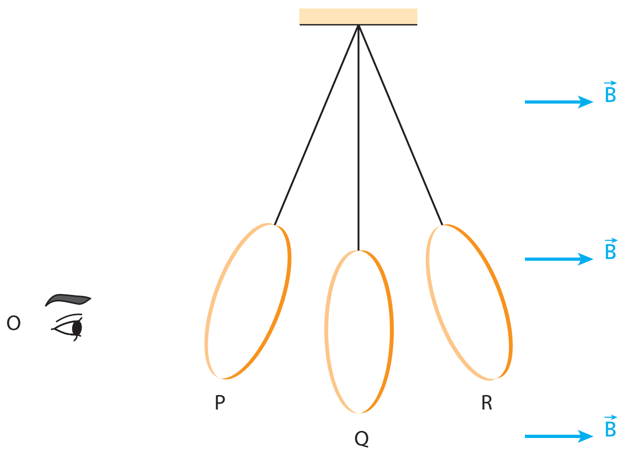
Exercícios

nível 3

46. Um solenoide de 50 cm de comprimento e $\frac{8}{\sqrt{\pi}}$ cm de diâmetro médio é percorrido por uma corrente elétrica de intensidade igual a 10 A. O enrolamento é feito em 5 camadas de 400 espiras cada uma. No interior do solenoide existe ar. Sendo $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{T\ m}{A}$ a permeabilidade magnética do ar, determine:

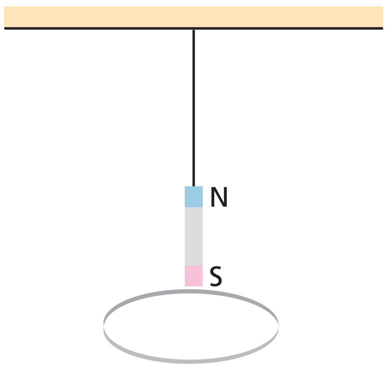
a) o valor de $\vec{B}$ no interior do solenoide;
b) o fluxo magnético através de uma secção transversal do solenoide.

47. Um aro de cobre, preso em um barbante e situado totalmente dentro de um campo magnético uniforme e constante $\vec{B}$, oscila entre as posições **P** e **R**, mantendo uma mesma face voltada para o observador **O**.



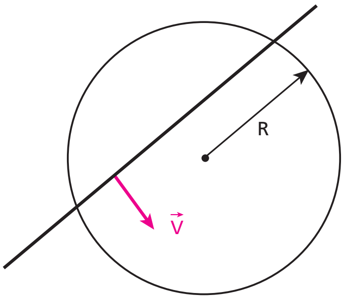
Determine, em relação a **O**, o sentido da corrente elétrica induzida no aro enquanto ele se desloca:
a) de **P** até **Q**;
b) de **Q** até **R**.

48. (ITA-SP) Pendura-se por meio de um fio um pequeno ímã permanente cilíndrico, formando assim um pêndulo simples. Uma espira circular é colocada abaixo do pêndulo, com seu eixo de simetria coincidente com o fio do pêndulo na sua posição de equilíbrio, como mostra a figura. Faz-se passar uma pequena corrente **I** através da espira mediante uma fonte externa.



Sobre o efeito dessa corrente nas oscilações de pequena amplitude do pêndulo, afirma-se que a corrente:
a) não produz efeito algum nas oscilações do pêndulo.
b) produz um aumento no período das oscilações.
c) aumenta a tensão no fio, mas não afeta a frequência das oscilações.
d) perturba o movimento do pêndulo que, por sua vez, perturba a corrente na espira.
e) impede o pêndulo de oscilar.

49. (ITA-SP) Um fio delgado e rígido, de comprimento **L**, desliza, sem atrito, com velocidade $\vec{v}$ sobre um anel de raio **R**, numa região de campo magnético constante $\vec{B}$.



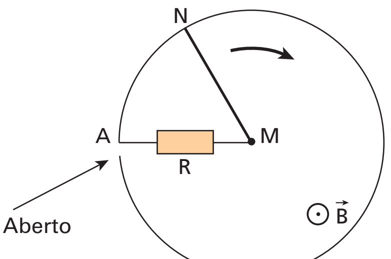
Pode-se, então, afirmar que:

a) O fio irá se mover indefinidamente, pois a lei de inércia assim o garante.
b) O fio poderá parar, se $\vec{B}$ for perpendicular ao plano do anel, caso fio e anel sejam isolantes.
c) O fio poderá parar, se $\vec{B}$ for paralelo ao plano do anel, caso fio e anel sejam condutores.
d) O fio poderá parar, se $\vec{B}$ for perpendicular ao plano do anel, caso fio e anel sejam condutores.
e) O fio poderá parar, se $\vec{B}$ for perpendicular ao plano do anel, caso o fio seja feito de material isolante.

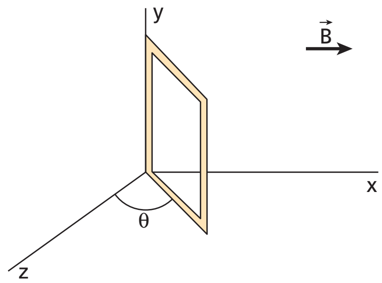
Nota:
- Suponha que o anel esteja situado num plano horizontal.

50. (ITA-SP) O circuito da figura a seguir é constituído de um ponteiro metálico MN, com uma das extremidades pivotada em **M** e a outra extremidade, **N**, deslizando sobre uma espira circular condutora de raio MN = 0,4 m. **R** é um resistor ligando os pontos **M** e **A**. A espira é aberta em um ponto, ao lado da extremidade **A**, e o circuito AMN é fechado. Há uma indução magnética uniforme B = 0,5 T, perpendicular ao plano do circuito e cujo sentido aponta para fora desta folha. No instante inicial, o ponteiro tem sua extremidade **N** sobre o ponto **A** e se, a partir de então, descrever um movimento uniforme, com frequência de 0,2 Hz e no sentido horário:

a) qual será o módulo da força eletromotriz induzida no circuito fechado?
b) qual será o sentido da corrente induzida no resistor **R**?



51. (UFRGS-RS) A figura representa uma espira condutora retangular num campo magnético uniforme $\vec{B}$ que tem a direção do eixo **x**. A espira pode girar em torno do eixo **y**. Designamos por **θ** o ângulo de giro formado pelo plano da espira com o eixo **z**.

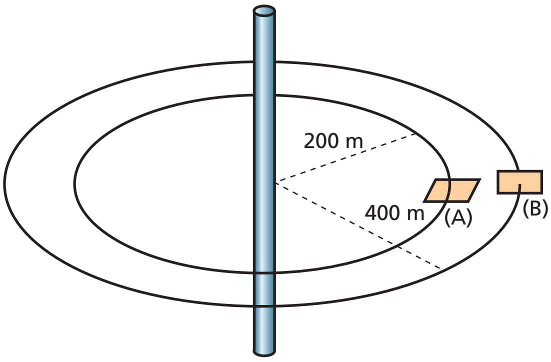


A cada ciclo completo descrito pela espira em torno do eixo **y**, a partir da posição em que ela se encontra na figura, o sentido da corrente elétrica induzida na espira se inverte:

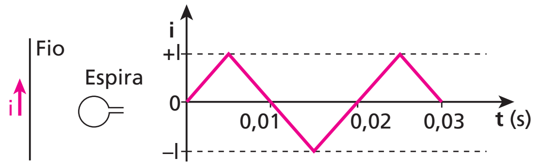
a) uma vez.
b) duas vezes.
c) três vezes.
d) quatro vezes.
e) cinco vezes.

52. (UFPA) Relâmpagos são uma ameaça frequente a equipamentos eletrônicos. Correntes da ordem de 10 000 A ocorrem através da atmosfera por intervalos de tempo da ordem de 50 μs. Para estimar algumas consequências de corrente dessa magnitude, considere o modelo indicado na figura abaixo. Nesse modelo, a corrente elétrica percorre o condutor vertical; as linhas de indução associadas ao campo magnético produzido pela corrente estão indicadas pelas circunferências horizontais. Dois circuitos elétricos retangulares de 1 m^2 de área estão dispostos no plano horizontal (circuito **A**) e no plano vertical (circuito **B**). Considerando esse modelo e que:

- a intensidade de corrente no condutor varia de 0 A a 10 000 A durante 50 μs;
- as áreas dos circuitos são pequenas, portanto o campo magnético não varia espacialmente no interior dos circuitos;
- a permeabilidade magnética do ar é igual a $4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T\ m}{A}$;
- a intensidade da indução magnética, **B**, a uma distância **d** do condutor percorrido por uma corrente **I** vale $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$, **calcule** a intensidade média da força eletromotriz induzida em cada um dos circuitos **A** e **B**.



53. (Unicamp-SP – mod.) Um fio condutor retilíneo e longo é colocado no plano que contém uma espira condutora pequena o suficiente para que se possa considerar uniforme o campo magnético através dela (ver figura abaixo, à esquerda). O fio é percorrido por uma corrente **i** (t) cuja variação em função do tempo é representada na figura abaixo, à direita.



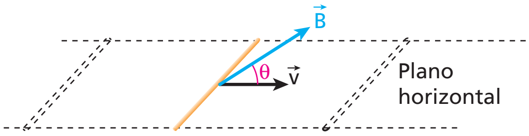
Considere **i** (t) > 0 quando a corrente no fio tem o sentido indicado ao lado dele. Quando **i** (t) > 0, considere também positivo o fluxo **ϕ** (t) através da espira.

a) Qual é a frequência da corrente que percorre a espira?
b) Faça um gráfico do fluxo magnético que atravessa a espira em função do tempo.
c) Faça um gráfico da força eletromotriz induzida nos terminais da espira em função do tempo.

54. Mostre que a unidade de medida da constante de tempo de um circuito R L, no SI, é o segundo.

Para raciocinar um pouco mais

55. Uma haste metálica de comprimento **L** move-se com velocidade $\vec{v}$ numa região onde existe um campo de indução magnética constante e uniforme $\vec{B}$ como indica a figura.

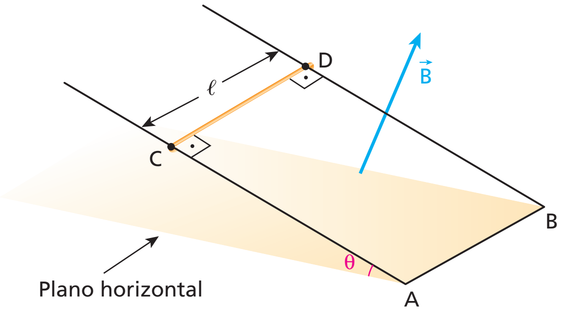


Sendo **θ** o ângulo entre $\vec{B}$ e $\vec{v}$, e sabendo que esses vetores estão num mesmo plano vertical, determine o valor absoluto da força eletromotriz induzida entre as extremidades da haste.

56. (ITA-SP) Uma haste metálica de comprimento 20,0 cm está situada num plano xy, formando um ângulo de 30° com relação ao eixo Ox. A haste movimenta-se com velocidade de 5,0 m/s na direção do eixo Ox e encontra-se imersa num campo magnético uniforme $\vec{B}$, cujas componentes, em relação a Ox e Oz (em que **z** é perpendicular a xy), são, respectivamente, $B_x = 2{,}2$ T e $B_z = -0{,}50$ T. Assinale o módulo da força eletromotriz induzida na haste.

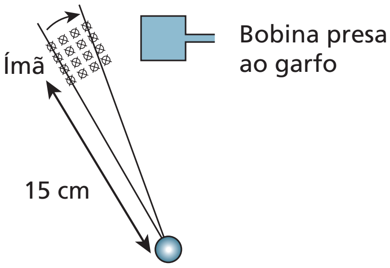
a) 0,25 V
b) 0,43 V
c) 0,50 V
d) 1,10 V
e) 1,15 V

57. Dois trilhos paralelos, com ângulo de inclinação **θ** em relação a um plano horizontal, são considerados condutores ideais. As extremidades **A** e **B** dos trilhos são ligadas através de um condutor também suposto ideal, como mostra a figura a seguir.



Uma haste CD, de comprimento **ℓ**, massa **m** e resistência elétrica **R**, é abandonada a partir do repouso e desliza sem atrito, mantendo-se sempre perpendicular aos trilhos. Existe, no local, um campo magnético uniforme e constante $\vec{B}$, perpendicular ao plano dos trilhos, como mostra a figura. O campo de gravidade local tem módulo igual a **g**. Determine o módulo da velocidade máxima atingida pela haste, admitindo-se que isso ocorre antes de ela chegar aos extremos **A** e **B**. Despreze as influências do ar.

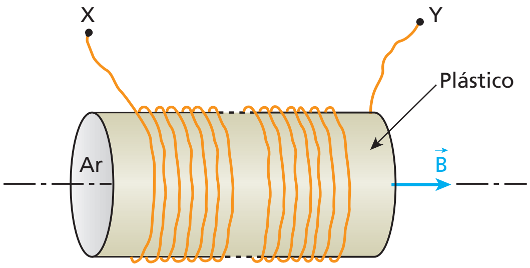
58. (ITA-SP) Uma bicicleta, com rodas de 60 cm de diâmetro externo, tem seu velocímetro composto de um ímã preso em raios, a 15 cm do eixo da roda, e de uma bobina quadrada de 25 mm^2 de área, com 20 espiras de fio metálico, presa no garfo da bicicleta. O ímã é capaz de produzir um campo de indução magnética de 0,2 T em toda a área da bobina (veja a figura). Com a bicicleta a 36 km/h, a força eletromotriz máxima gerada pela bobina é de:



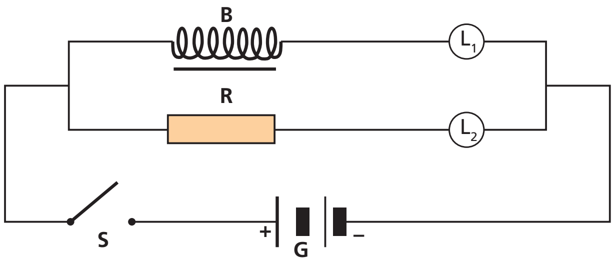
a) $2 \cdot 10^{-5}$ V
b) $5 \cdot 10^{-3}$ V
c) $1 \cdot 10^{-2}$ V
d) $1 \cdot 10^{-1}$ V
e) $2 \cdot 10^{-1}$ V

59. Um solenoide de terminais **X** e **Y** é constituído por 100 espiras de raio igual a $\frac{10}{\sqrt{\pi}}$ cm. Durante 0,10 s, provoca-se em seu interior uma variação de campo de indução $\vec{B}$, de 0 a 4,0 Wb/m^2. Esse campo surge e cresce de modo igual ao longo de todo o solenoide, sempre na direção e sentido indicados na figura. Determine, durante a variação de $\vec{B}$:

a) a força eletromotriz média induzida em cada espira, em valor absoluto;
b) a força eletromotriz média induzida entre os pontos **X** e **Y**, em valor absoluto;
c) as polaridades elétricas dos terminais **X** e **Y**.



60. No esquema a seguir, L_1 e L_2 são duas lâmpadas de incandescência idênticas, **G** é um gerador adequado para acendê-las, **B** é uma bobina de muitas espiras e com núcleo de ferro, **S** é uma chave e **R** é um resistor de resistência elétrica **r** igual à da bobina.



Compare os brilhos das lâmpadas:

a) logo após o fechamento da chave **S**;
b) muito tempo após o fechamento da chave **S**;
c) após a abertura da chave **S**, que permaneceu fechada por muito tempo.

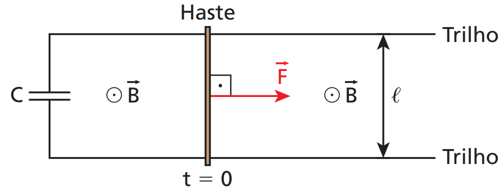
61. (ITA-SP) Uma bobina de 100 espiras, com secção transversal de área de 400 cm² e resistência de 20 Ω, está alinhada com seu plano perpendicular ao campo magnético da Terra, de $7{,}0 \cdot 10^{-4}$ T na linha do Equador. Quanta carga flui pela bobina enquanto ela é virada de 180° em relação ao campo magnético?

a) $1{,}4 \cdot 10^{-4}$ C
b) $2{,}8 \cdot 10^{-4}$ C
c) $1{,}4 \cdot 10^{-2}$ C
d) $2{,}8 \cdot 10^{-2}$ C
e) 1,4 C

62. Uma haste metálica de comprimento L = 20 cm gira em torno do eixo **E**, com frequência f = 1500 rpm, em um plano perpendicular a um campo magnético uniforme e constante de intensidade B = 0,5 T. Calcule o módulo da força eletromotriz induzida entre as extremidades da haste.
Use $\pi = 3$.

63. A figura representa uma montagem plana e horizontal, vista de cima, constituída de:

- dois trilhos metálicos paralelos entre si e distantes ℓ um do outro;
- um capacitor de capacitância **C**, inicialmente descarregado, ligado entre duas extremidades dos trilhos;
- uma haste metálica de massa **m**, perpendicular aos trilhos e em contato elétrico com eles.



Todo o sistema está imerso em um campo magnético $\vec{B}$, constante e uniforme, vertical para cima. No instante t = 0, a haste, inicialmente em repouso, passa a submeter-se a uma força $\vec{F}$ horizontal constante, para a direita, aplicada em seu centro.
Considerando desprezíveis os atritos e as resistências elétricas dos trilhos, da haste e dos fios de ligação:

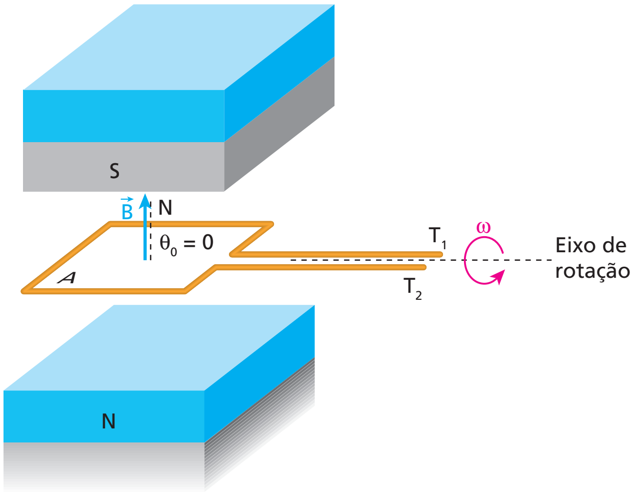
a) expresse, em função de **F**, **m**, **B**, ℓ e **C**, a intensidade **a** da aceleração da haste;
b) determine, em função de **m**, **a**, **d**, **B**, ℓ, **C** e **d**, o trabalho realizado pela força $\vec{F}$ durante um deslocamento $\vec{d}$ da haste, realizado a partir de sua posição inicial, e interprete o resultado.

Apêndice

Corrente alternada

Princípio de obtenção de corrente alternada

Veja, na figura a seguir, uma espira plana de área **A**, imersa em um campo magnético uniforme $\vec{B}$.



Imagine que a espira seja colocada em movimento de rotação em torno do eixo indicado, com velocidade angular constante $\boldsymbol{\omega}$ e que, no instante $t_0 = 0$, o ângulo θ_0, entre o vetor $\vec{B}$ e a reta normal **N**, seja nulo.

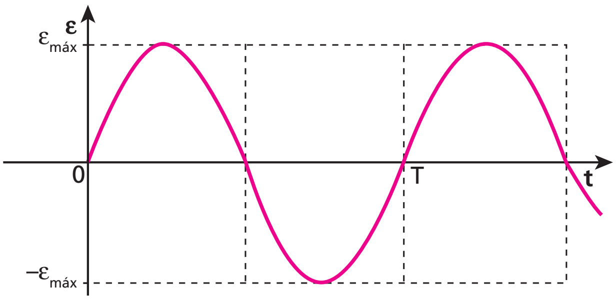
Durante a rotação, o ângulo $\boldsymbol{\theta}$ varia, ocorrendo assim uma variação do fluxo de indução através da espira. Consequentemente surge, entre os terminais T_1 e T_2, uma força eletromotriz induzida $\varepsilon = \nu_1 - \nu_2$, em que ν_1 e ν_2 são os potenciais elétricos em T_1 e T_2, respectivamente.

Essa força eletromotriz induzida $\boldsymbol{\varepsilon}$ varia com o tempo **t** de acordo com a função:

$$\varepsilon = B\,A\,\omega \cdot \text{sen}\,\omega\,t$$

em que $B\,A\,\omega$ é o valor máximo (ou valor de pico) de $\boldsymbol{\varepsilon}$, que vamos simbolizar por $\varepsilon_{máx}$.

Veja a representação gráfica dessa função, em que **T** é o seu período ($T = 2\pi/\omega$):



A tensão gerada é alternada, isto é, a polaridade elétrica dos terminais T_1 e T_2 inverte-se periodicamente, de modo que $\varepsilon = \nu_1 - \nu_2$ ora é positiva, ora é negativa. Essa alternância acontece porque o fluxo através da espira ora aumenta, ora diminui.

Demonstração da expressão $\varepsilon = B\,A\,\omega \cdot \text{sen}\,\omega\,t$

A força eletromotriz instantânea induzida é dada pela **Lei de Faraday-Neumann**, expressa do seguinte modo:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

em que $\frac{d\phi}{dt}$ representa uma operação chamada **derivada do fluxo em relação ao tempo**.
Então, como $\phi = B\,A \cos\theta$, podemos escrever:

$$\varepsilon = -\frac{d(B\,A \cos\theta)}{dt}$$

Sabemos também que $\theta = \theta_0 + \omega\,t$. Fazendo $\theta_0 = 0$ em $t_0 = 0$, temos: $\theta = \omega\,t$
Assim:

$$\varepsilon = -\frac{d(B\,A \cos\omega\,t)}{dt}$$

Como **B** e **A** são constantes:

$$\varepsilon = -B\,A\,\frac{d(\cos\omega t)}{dt}$$

A derivada de $\cos\omega\,t$ em relação ao tempo é igual a $-\omega\,\text{sen}\,\omega\,t$.
Portanto:

$$\varepsilon = -B\,A\,(-\omega\,\text{sen}\,\omega\,t)$$

$$\boxed{\varepsilon = B\,A\,\omega \cdot \text{sen}\,\omega\,t}$$

em que $B\,A\,\omega$ é igual a $\varepsilon_{máx}$.

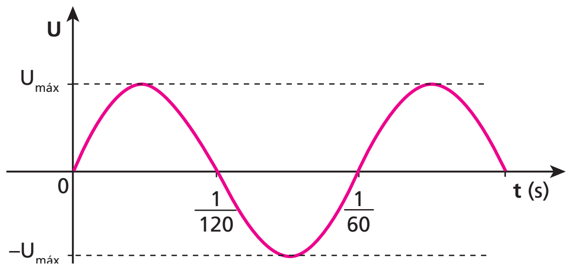
Corrente alternada em resistores

A ddp **U** entre os terminais de uma tomada de energia elétrica da sua casa, por exemplo, é dada por uma expressão do tipo:

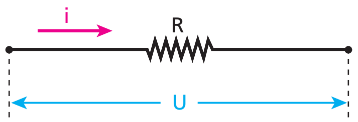
$$U = U_{máx}\,\text{sen}\,\omega\,t$$

em que $\omega = 2\pi f$ e **f** é a frequência da rede elétrica (60 Hz, para nós, no Brasil).

Veja a representação gráfica dessa função, lembrando que seu período **T**, dado por $T = \frac{1}{f}$, é igual a $\frac{1}{60}$ s:



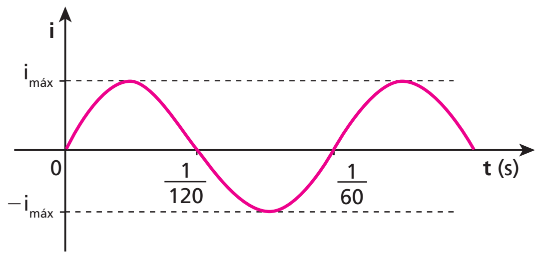
Suponha, agora, que um resistor de resistência elétrica **R** seja submetido a essa tensão:



Em cada instante, vale a expressão $U = R\,i$. Assim, temos:

$$i = \frac{U}{R} = \frac{U_{máx}\,\text{sen}\,\omega t}{R}, \text{ em que } \frac{U_{máx}}{R} = i_{máx}$$

Podemos, então, escrever $i = i_{máx}\,\text{sen}\,\omega\,t$, cuja representação gráfica também é do tipo:



Denomina-se **valor eficaz** de uma corrente alternada o valor de uma corrente constante que, percorrendo um resistor durante o mesmo intervalo de tempo, causa a mesma dissipação de energia que a primeira.

Demonstra-se que, no caso de correntes sinusoidais, como a representada no gráfico, a **corrente eficaz** é dada por:

$$i_{ef} = \frac{i_{máx}}{\sqrt{2}}$$

Estende-se o conceito também à tensão. Desse modo, a **tensão eficaz** é dada por:

$$U_{ef} = \frac{U_{máx}}{\sqrt{2}}$$

Quando dizemos que a tensão da rede elétrica numa determinada cidade é, por exemplo, de 220 V, estamos nos referindo ao seu valor eficaz. Na realidade, a tensão da rede é variável com o tempo, e seu valor máximo (valor de pico) $U_{máx}$ é:

$$U_{máx} = U_{ef}\sqrt{2} = 220 \cdot \sqrt{2} \Rightarrow U_{máx} \cong 310 \text{ V}$$

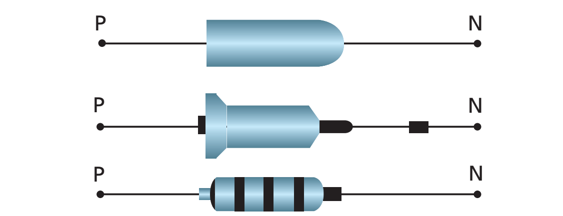
Assim, nesse caso, a tensão entre os terminais da tomada varia, aproximadamente, entre +310 V e –310 V.

A potência elétrica dissipada num resistor submetido a uma tensão alternada (ferro elétrico de passar roupa, lâmpada, chuveiro etc.) é variável com o tempo. Demonstra-se que o valor médio dessa potência dissipada no resistor é dado por:

$$Pot_{média} = U_{ef}\, i_{ef}$$

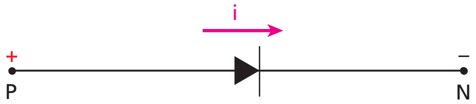
Estágio de um circuito retificador

Os circuitos retificadores destinam-se à conversão de tensão alternada em tensão contínua. Exemplificamos aqui o primeiro estágio de um circuito retificador. Para isso, é preciso ter algumas informações sobre um componente eletrônico denominado **diodo semicondutor**, cujo símbolo é:

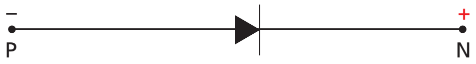


Aspecto físico de alguns diodos semicondutores.

Esse componente conduz bem corrente elétrica quando o polo positivo de um gerador elétrico é ligado ao ponto **P** e o polo negativo, ao ponto **N**. Se a ligação for invertida, o diodo praticamente não conduzirá corrente elétrica.



Diodo conduzindo corrente elétrica.



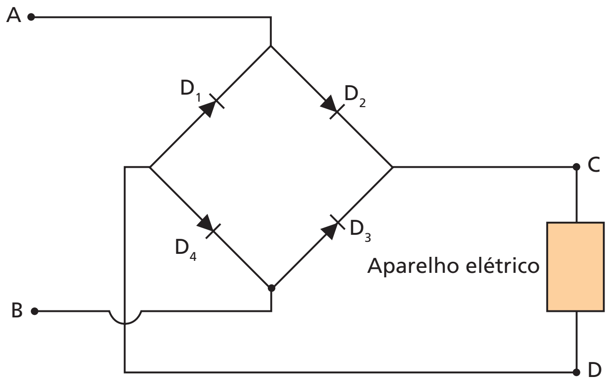
Diodo não conduzindo corrente elétrica.

Considerando o diodo operando de modo ideal, ele será equivalente a um curto-circuito na condução e a um circuito aberto na não condução.

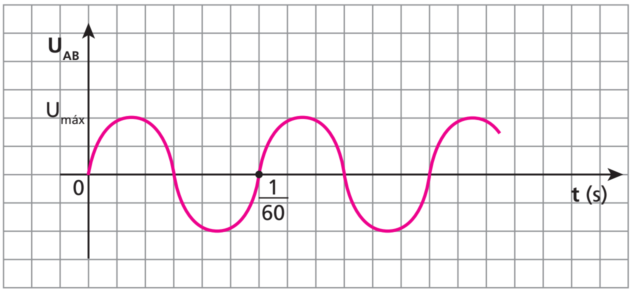
Diodo ideal conduzindo corrente elétrica (curto-circuito).

Diodo ideal não conduzindo corrente elétrica (circuito aberto).

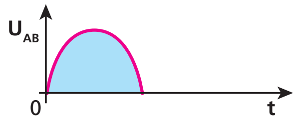
No circuito esquematizado a seguir, temos quatro diodos (D_1, D_2, D_3 e D_4), fios de ligação e um aparelho elétrico que deverá funcionar com corrente contínua, ligado entre os pontos **C** e **D**.

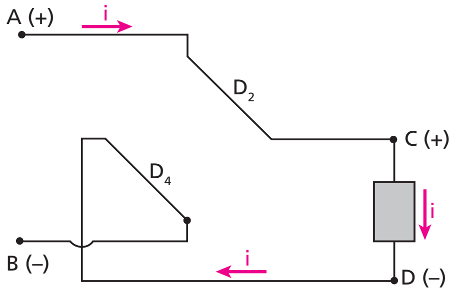


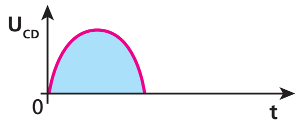
Vamos, então, aplicar uma diferença de potencial U_{AB} entre os pontos **A** e **B**, definida por $U_{AB} = \nu_A - \nu_B$. Essa tensão é alternada e está representada graficamente a seguir:



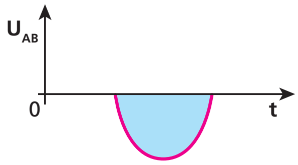
Vamos ver o que acontece com a diferença de potencial U_{CD}, entre os pontos **C** e **D**, definida por $U_{CD} = \nu_C - \nu_D$. Quando ν_A é maior que ν_B, ou seja, quando U_{AB} é positiva, só D_2 e D_4 conduzem corrente, o que está representado a seguir:

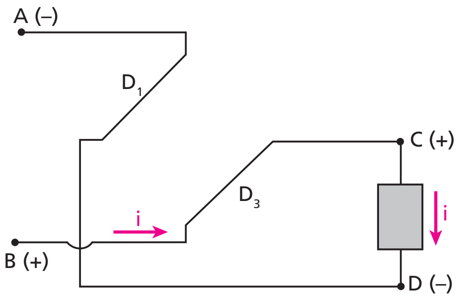


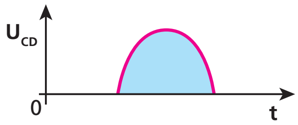




Assim, o potencial positivo de **A** é repetido em **C** e o negativo de **B** é repetido em **D**, obtendo-se U_{CD} positiva. Por outro lado, quando ν_A é menor que ν_B, ou seja, quando U_{AB} é negativa, só D_1 e D_3 conduzem corrente, o que representamos a seguir:

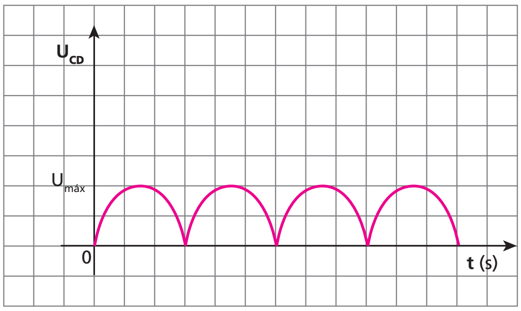






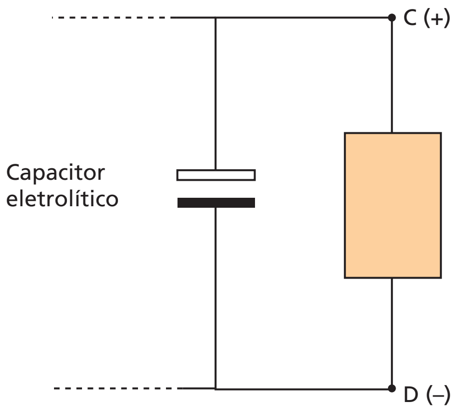
Assim, o potencial de **C** continua sendo maior que o de **D**, e U_{CD} continua sendo positiva. Concluímos, então, que a tensão U_{CD} é pulsante e não alternada, apesar de U_{AB} ser alternada. Observe que, como consequência, a corrente elétrica no aparelho tem sempre **o mesmo sentido**, não sendo, portanto, alternada.

A tensão U_{CD} está representada a seguir:



Notas:

- Na prática, este último gráfico apresenta algumas alterações na forma. Uma delas acontece no valor de $U_{máx}$, que é um pouco menor que em U_{AB}, porque os diodos, na condução, não são condutores perfeitos, o que provoca perdas. A tensão U_{CD}, entretanto, não deixa de ser pulsante.
- Os aparelhos que precisam de tensão contínua e **constante** não funcionarão bem recebendo a tensão U_{CD}, que é contínua e pulsante. Por isso, para eliminar satisfatoriamente as variações de U_{CD}, tornando-a muito aproximadamente constante, é necessário acrescentar um segundo estágio ao circuito. Consiste este de um capacitor eletrolítico adequado, ligado com polaridade correta entre os pontos **C** e **D**, com capacitância geralmente alta (da ordem de milhares de microfarads).



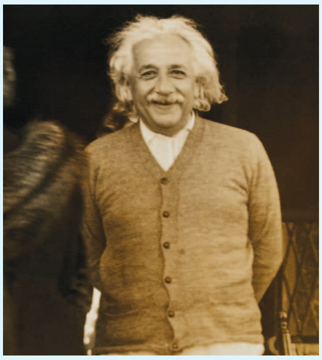
Parte IV

Alexandre Natruskin AS/ABP/REUTERS/Latinstock

Alexander Natruskin/Reuters/Corbis/LatinStock

Física Moderna

1. Noções de Física Quântica
2. Noções de Teoria da Relatividade
3. Comportamento ondulatório da matéria



Deborah Betz Collection/Corbis/LatinStock

Albert Einstein
(1879-1955)

Tópico 1

Noções de Física Quântica

Bloco 1

1. Introdução

Praticamente tudo o que você estudou até agora constitui a chamada **Física clássica**.

Apesar de sua extraordinária utilidade, a Física clássica não consegue explicar um grande número de fenômenos físicos extremamente importantes.

De fato, no final do século XIX e início do século XX, várias questões continuavam sem resposta. Grandes foram os esforços de muitos físicos experimentais e teóricos para explicar o comportamento da matéria nas escalas atômica e subatômica, utilizando a Física clássica. Entretanto, algum fato sempre ficava sem explicação.

Em 1900, porém, iniciou-se o desenvolvimento da **Física Quântica**, uma teoria que só ficou "pronta" cerca de trinta anos depois.

Como veremos, essa nova teoria foi capaz de explicar satisfatoriamente muitos dos problemas que pareciam não ter solução. Mais do que isso; desenvolvida originalmente para explicar a matéria nas escalas atômica e subatômica, ela se mostrou aplicável também a sistemas macroscópicos.

A seguir, estudaremos mais dois itens da Física clássica, muito importantes por si só e necessários para introduzirmos noções de Física Quântica.

2. Modelo ondulatório para as radiações eletromagnéticas

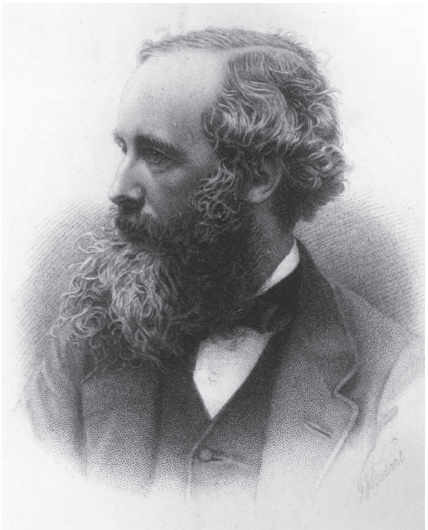
O físico escocês James Clerk **Maxwell** (1831-1879) estabeleceu, por volta de 1860, quatro equações que sintetizaram as grandes leis que regem os fenômenos elétricos e magnéticos.

Essas equações implicavam a possibilidade da propagação conjunta de campo elétrico e campo magnético. De fato, a partir delas pode-se concluir que:

- um campo elétrico $\vec{E}$, variável com o tempo, induz o surgimento de um campo magnético $\vec{B}$;
- um campo magnético $\vec{B}$, variável com o tempo, induz o surgimento de um campo elétrico $\vec{E}$.

Então, se em um determinado local forem gerados um campo elétrico e um campo magnético, ambos variáveis com o tempo, um poderá sustentar a existência do outro, tornando possíveis a coexistência e a propagação de ambos.

Esses dois campos, ao se propagarem, constituem as chamadas **radiações eletromagnéticas**, como as ondas de rádio, a luz visível, as microondas, os raios X, os raios γ etc.



Photos 12 Archive/DIOMEDIA

James Clerk Maxwell. Físico escocês, desenvolveu a teoria ondulatória eletromagnética e a teoria cinética dos gases.

Essas radiações, por apresentarem comportamento ondulatório nos fenômenos relacionados à **propagação** – por exemplo, elas sofrem interferência e difração –, também são denominadas **ondas eletromagnéticas**.

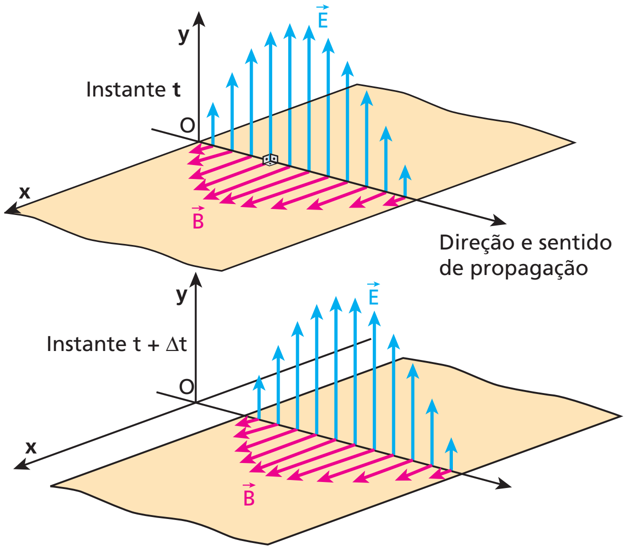
A previsão teórica da possibilidade da existência dessas ondas foi confirmada experimentalmente pelo físico alemão Heinrich **Hertz** (1857-1894) em 1887, quando gerou e detectou ondas eletromagnéticas de rádio em laboratório.

Heinrich Rudolf Hertz. Físico alemão, produziu e detectou ondas eletromagnéticas de rádio. A unidade de medida de frequência *hertz* recebeu esse nome em sua homenagem.

Segundo a teoria eletromagnética de Maxwell, as ondas eletromagnéticas são geradas por cargas elétricas dotadas de aceleração de qualquer tipo. Ondas eletromagnéticas são geradas, por exemplo, por elétrons oscilantes. É dessa maneira que a antena de uma emissora de rádio emite suas ondas. Hertz, na confirmação experimental que fez, também gerou ondas eletromagnéticas a partir de elétrons oscilantes.

Quando um elétron (ou outra partícula dotada de carga elétrica) realiza um movimento de frequência **f**, a onda eletromagnética emitida também tem frequência **f**.

Veja, na ilustração a seguir, a representação esquemática de um pulso eletromagnético propagando-se (no caso particular de uma onda eletromagnética **plano-polarizada**).



Note que os campos elétrico e magnético são variáveis com o tempo e a posição. Observe também que esses campos são perpendiculares entre si e, além disso, à direção de propagação.

Aprende-se em Ondulatória que uma onda eletromagnética não requer a presença de um meio material para se propagar, podendo, portanto, propagar-se no vácuo. A velocidade de propagação dessas ondas no vácuo, **c**, foi calculada por Maxwell por meio da seguinte relação advinda de suas equações, antes de saber que a luz é uma onda eletromagnética:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Nessa expressão, ϵ_0 e μ_0 são, respectivamente, a permissividade elétrica e a permeabilidade magnética do vácuo.

Sendo $\epsilon_0 = 8{,}85418 \cdot 10^{-12} \ \frac{F}{m}$ e

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \ \frac{Tm}{A}$, obtemos **c** aproximadamente igual a $2{,}99792 \cdot 10^8$ m/s.

Esse resultado, válido tanto no vácuo como no ar, coincidiu com a velocidade de propagação da luz no ar, determinada experimentalmente. Maxwell, então, concluiu, corretamente, que a luz visível também é uma onda eletromagnética.

Uma característica notável das ondas eletromagnéticas é o fato de elas não **interagirem com campos elétricos nem com campos magnéticos** eventualmente presentes no meio por onde passam. Então, a luz, por exemplo, não sofre desvios quando passa perto de um corpo eletrizado ou de um polo magnético.

Nota:

- Na época de Maxwell, falava-se em cargas elétricas, mas não em elétrons, uma vez que eles só foram descobertos mais tarde, em 1897.

3. Polarização da luz

Introdução

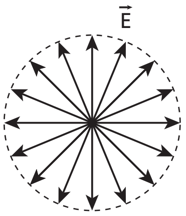
Vamos aqui abordar o fenômeno da **polarização** da luz.

Serão estudadas duas leis, ambas descobertas por meio de experimentos e de uma teoria mecanicista para as oscilações das ondas de luz, mas que, posteriormente, puderam ser explicadas pela teoria eletromagnética de Maxwell, segundo a qual as ondas de luz consistem em dois campos que se propagam: o campo elétrico, representado pelo vetor $\vec{E}$, e o campo magnético, representado pelo vetor $\vec{B}$.

No estudo da polarização dessas ondas, entretanto, opta-se por representar apenas o vetor $\vec{E}$.

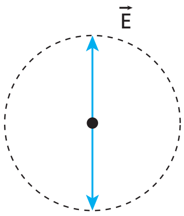
Em uma fonte comum de luz, átomos ou moléculas emitem ondas em que o vetor $\vec{E}$ pode ter as mais diversas orientações: trata-se de uma luz **não polarizada**.

Um feixe dessa luz, imaginado saindo do plano desta página, perpendicularmente a esse plano, contém campos elétricos variáveis no tempo, que podem estar vibrando em qualquer direção no referido plano:



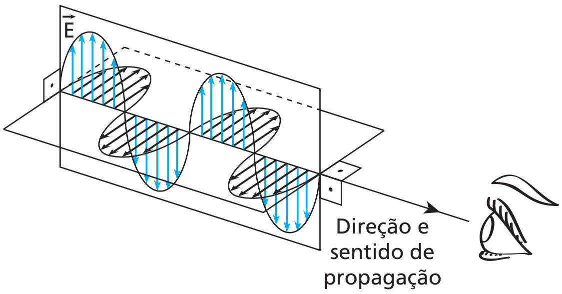
Vetores $\vec{E}$ da luz proveniente de uma fonte luminosa comum, saindo perpendicularmente do plano desta página e dirigindo-se aos olhos do leitor.

Se os vetores $\vec{E}$ do feixe citado se tornarem restritos a uma **única** direção de vibração – eliminados, portanto, todos os que vibram em outras direções –, passaremos a ter luz **plano-polarizada** ou **linearmente polarizada** (única direção significa uma polarização ideal):



Vetor $\vec{E}$ da luz polarizada saindo perpendicularmente do plano desta página e dirigindo-se aos olhos do leitor.

Em perspectiva, temos:



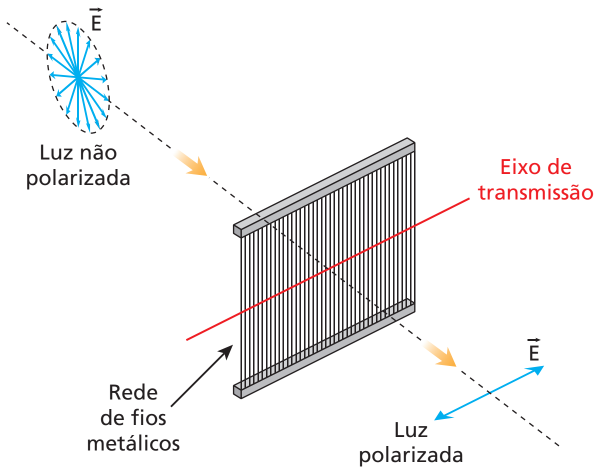
Onda plano-polarizada (ou linearmente polarizada).

O plano que contém o vetor $\vec{E}$ e a direção de propagação é denominado **plano de vibração** da onda.

Quando o feixe de luz é plano-polarizado, todos os planos de vibração são paralelos entre si e qualquer um deles é o **plano de polarização** do feixe.

Polarização por transmissão seletiva

Observe a figura a seguir, que representa uma rede de fios metálicos paralelos entre si:



Se uma luz não polarizada incidir na rede, como mostra a figura, os vetores $\vec{E}$ que já estão na direção dos fios, bem como as componentes, nessa mesma direção, dos demais vetores $\vec{E}$, acelerarão os elétrons de condução dos fios, gerando assim, uma corrente elétrica ao longo desses fios, que vão se aquecer. Assim, por efeito Joule, haverá dissipação de energia do campo eletromagnético constituído pelo campo elétrico $\vec{E}$ (e componentes) na direção dos fios e pelo correspondente campo magnético $\vec{B}$. Consequentemente, a transmissão do referido $\vec{E}$ (e componentes) através da rede condutora será muito pequena, podendo praticamente anular-se.

Entretanto, os vetores $\vec{E}$ (e componentes), na direção perpendicular aos fios, não geram corrente elétrica significativa, razão pela qual o vetor campo elétrico total, nessa direção, é muito pouco atenuado: atravessa muito bem a rede, obtendo-se luz polarizada (veja a figura anterior).

Note que o $\vec{E}$ transmitido através da rede é **perpendicular** aos fios.

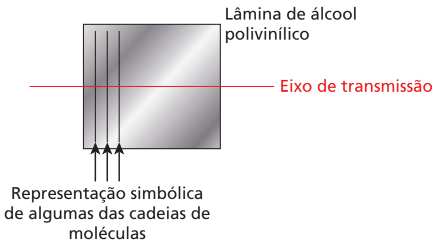
Por isso, a direção perpendicular aos fios é denominada **eixo de transmissão** da rede.

Os polarizadores mais usados atualmente são as lâminas polarizadoras denominadas **polaroides**.

Um dos tipos de polaroide é uma lâmina de álcool polivinílico, um polímero orgânico sintético constituído de cadeias de moléculas de hidrocarbonetos muito longas.

A lâmina é estirada de modo que as longas cadeias moleculares se alinhem e se disponham paralelamente uma à outra.

Após serem impregnadas de iodo, essas moléculas passam a ter elétrons de condução:



Vetores $\vec{E}$ na direção dessas longas cadeias moleculares são bastante atenuados, de modo análogo ao que ocorreu na rede de fios metálicos.

Portanto, o eixo de transmissão é perpendicular às longas cadeias moleculares.

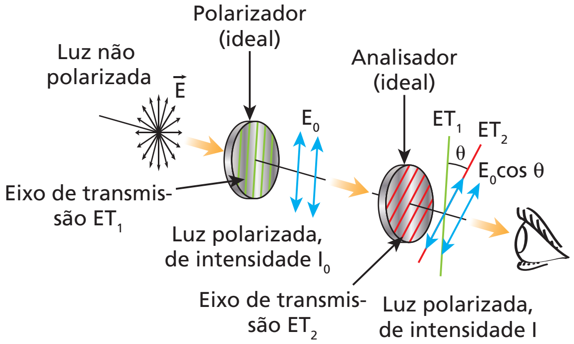
Lei de Malus

Na figura a seguir, luz não polarizada, representada por seus vetores $\vec{E}$, incide em um primeiro polaroide de eixo de transmissão ET_1. Esse primeiro polaroide é denominado **polarizador**.

Na onda transmitida pelo polarizador, o vetor campo elétrico $\vec{E}$ tem amplitude E_0.

Essa luz incide em um outro polaroide, frequentemente denominado **analisador**, cujo eixo de transmissão é ET_2.

Sendo θ o ângulo entre ET_1 e ET_2, o vetor campo elétrico da onda transmitida pelo analisador tem amplitude igual a $E_0 \cos \theta$.



A intensidade do feixe luminoso é proporcional ao quadrado da amplitude do vetor campo elétrico. Assim:

$$I_0 = k\,E_0^2 \quad \text{e} \quad I = \underbrace{k\,E_0^2}_{I_0} \cos^2 \theta$$

Chegamos, então, à expressão da **lei de Malus**, publicada em 1809 por Étienne Malus, capitão e engenheiro militar do exército de Napoleão:

$$\boxed{I = I_0 \cos^2 \theta} \qquad \text{(Lei de Malus)}$$

É importante destacar que $\mathbf{I_0}$ é a metade da intensidade, I_{LNP}, da luz não polarizada incidente no polarizador.

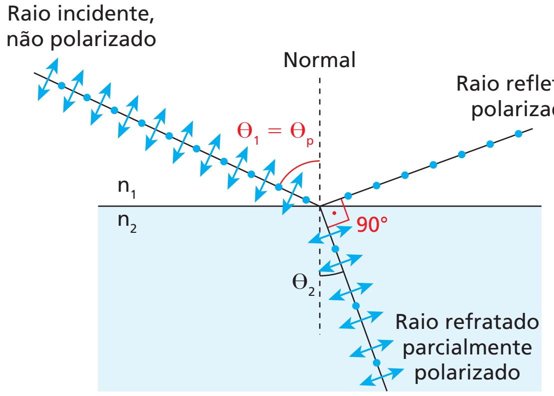
Lembre-se de que essa luz contém vetores $\vec{E}$ para os quais todos os planos de vibração são possíveis. Por isso, esses planos formam com ET_1 ângulos θ_{LNP} quaisquer e, por meio de cálculo integral, pode-se demonstrar que o valor médio da função $f(\theta_{LNP}) = \cos^2 \theta_{LNP}$ é igual a $\frac{1}{2}$, o que justifica o destaque feito:

$$\boxed{I_0 = \frac{I_{LNP}}{2}}$$

Polarização por reflexão

Na figura a seguir, luz não polarizada proveniente do vácuo (ou do ar) incide em um bloco dielétrico – de vidro, por exemplo.

Por conveniência, todos os vetores $\vec{E}$ da luz incidente foram substituídos por suas componentes perpendiculares ao plano de incidência – representadas por pontos (•) e por suas componentes paralelas ao plano de incidência – representadas por setas (↕):



Lembrete: o plano de incidência é o plano determinado pela reta normal e pelo raio incidente.

Para um ângulo de incidência θ_p, denominado **ângulo de polarização**, a luz **refletida** está totalmente **polarizada**, não apresentando componentes de $\vec{E}$ paralelas ao plano de incidência: a luz refletida, de baixa intensidade, está plano-polarizada, contendo apenas componentes de $\vec{E}$ perpendiculares ao plano de incidência.

A onda refratada contém integralmente as componentes de $\vec{E}$ paralelas ao plano de incidência e, parcialmente, as componentes perpendiculares a esse plano.

Portanto, o feixe refratado está apenas parcialmente polarizado.

Isso é a **lei de Brewster**, constatada em 1815 por Sir David Brewster, que foi professor de Física na Universidade de St. Andrews.

O ângulo de polarização θ_p (ou ângulo de Brewster) ocorre em uma situação em que o raio refletido e o raio refratado são perpendiculares entre si (veja a última figura).

Pela lei de Snell:

$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$$

Para $\theta_1 = \theta_p$, $\theta_1 + \theta_2 = \theta_p + \theta_2 = 90°$.

Então: $n_1 \text{ sen } \theta_p = n_2 \text{ sen } \theta_2 = n_2 \cos \theta_p \Rightarrow$

$$\boxed{\text{tg } \theta_p = \frac{n_2}{n_1}}$$

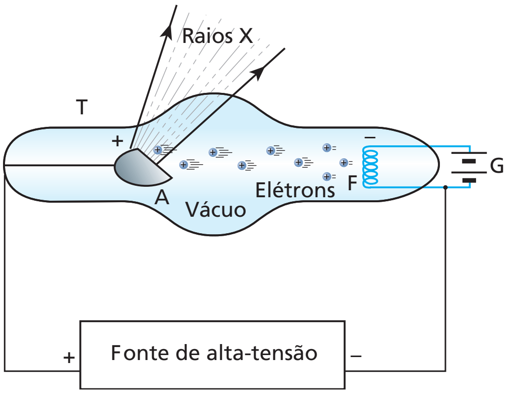
Notas:

- Quando o ângulo de incidência da luz não polarizada é diferente de θ_p, a polarização da luz refletida também é parcial.
- Quando uma onda plano-polarizada, com os vetores $\vec{E}$ perpendiculares ao plano de incidência, refrata-se como na última figura, tanto a onda refletida como a refratada são plano-polarizadas, com os vetores $\vec{E}$ perpendiculares ao plano de incidência.

Por outro lado, se a onda incidente é plano-polarizada, com os vetores $\vec{E}$ paralelos ao plano de incidência, e $\theta_1 + \theta_2$ é igual a 90°, a onda refletida desaparece. Toda a luz incidente é refratada.

Exercícios — nível 1

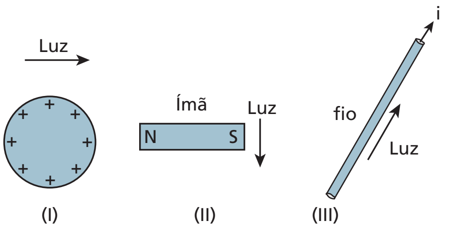
1. Raios X são radiações eletromagnéticas cujos comprimentos de onda, no vácuo, podem variar de 10^{-9} m a 10^{-11} m, ou seja, de 10 Å a 0,1 Å. A figura a seguir representa um equipamento para a produção de raios X, em que **T** é um tubo de vidro, **G** é um gerador que aquece o filamento de tungstênio **F** (cátodo) e **A** é um alvo metálico que também pode ser de tungstênio.



O filamento aquecido libera elétrons (efeito termiônico), que são acelerados pela fonte de alta-tensão e, em seguida, bombardeiam o alvo **A**, ocorrendo aí a produção dos raios X. Do ponto de vista da teoria de Maxwell, como se explica essa produção?

2. (Fuvest-SP) Considere três situações em que um raio de luz se desloca no vácuo:

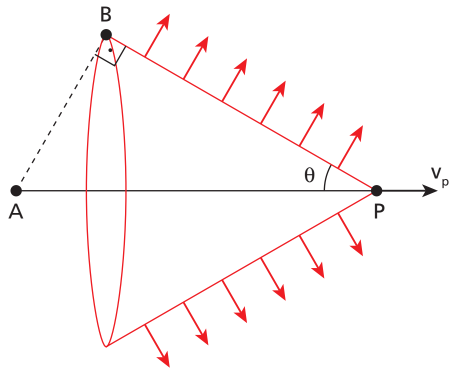
I. nas proximidades de uma esfera carregada eletricamente, representada na figura I.
II. nas proximidades do polo de um ímã, representada na figura II.
III. nas proximidades de um fio percorrido por corrente elétrica **i**, representada na figura III.



Podemos afirmar que o raio de luz:

a) não é desviado em qualquer das três situações.
b) é desviado nas três situações.
c) só é desviado nas situações I e II.
d) só é desviado nas situações II e III.
e) só é desviado na situação I.

3. O efeito Cherenkov, fenômeno sugerido para pesquisa na seção Descubra mais deste tópico, consiste na emissão de radiação eletromagnética por partículas portadoras de carga elétrica, em **movimento retilíneo e uniforme** (MRU) no interior de um meio material, quando se deslocam com velocidade v_p **maior** que a velocidade v_r com que a radiação emitida se propaga nesse meio (obviamente, transparente à radiação).
As ondas eletromagnéticas produzidas avançam pelo meio segundo uma frente de onda resultante cônica, estando a partícula (**P**) sempre no vértice do cone, como na figura a seguir:

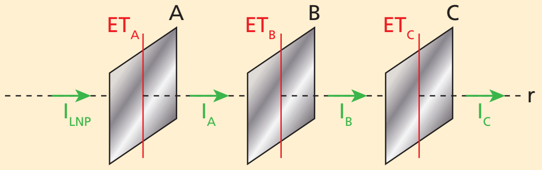


Nos dois itens seguintes, é dada a velocidade das radiações eletromagnéticas no vácuo: $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s.

a) Suponha que elétrons se desloquem em MRU no interior da água, mas **não ocorra** o efeito Cherenkov. O que se pode concluir a respeito do módulo v_p da velocidade desses elétrons? Considere o índice de refração da água igual a 1,33.
b) Em uma outra situação, elétrons em MRU na glicerina, com velocidade $v_p = 2{,}35 \cdot 10^8$ m/s, produziram o fenômeno.

Dado que o índice de refração da glicerina é igual a 1,47, determine o ângulo **θ** indicado na figura.

4. E.R. Três lâminas polarizadoras (A, B e C), supostas ideais, estão inicialmente dispostas como na figura, com seus eixos de transmissão (ET_A, ET_B e ET_C) paralelos entre si:



A luz não polarizada de intensidade I_{LNP} incide em **A** e, após atravessar as lâminas, emerge de **C** com intensidade I_C.

a) Determine I_C em função de I_{LNP}.

b) Mantendo-se fixa a lâmina **A**, **B** e **C** são giradas, no mesmo sentido, de 30° e 60° respectivamente, em torno da reta **r**, que é perpendicular às lâminas. Determine, nessa nova situação, I_C em função de I_{LNP}.

Resolução:

a) • $I_A = \frac{I_{LNP}}{2}$

• $I_B = I_A \cos^2 0° = I_A$

• $I_C = I_B \cos^2 0° = I_B = I_A \Rightarrow \boxed{I_C = \frac{I_{LNP}}{2}}$

b) • $I_A = \frac{I_{LNP}}{2}$

• $I_B = I_A \cos^2 30° = I_A \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

• $I_C = I_B \cos^2 30° = I_A \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{9}{16} I_A =$

$= \frac{9}{16} \cdot \frac{I_{LNP}}{2} = \frac{9}{32} I_{LNP}$

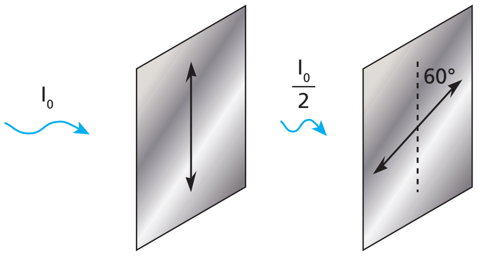
$\boxed{I_C = 0{,}28\ I_{LNP}}$

5. Determine o ângulo de Brewster para luz não polarizada proveniente do ar (n = 1,00) e incidente:

a) no vidro (n = 1,5); b) na água (n = 1,33).

α (°)	50	51	52	53	54	55	56	57
tg α	1,19	1,23	1,28	1,33	1,38	1,43	1,48	1,54

6. (ITA-SP) Uma luz não polarizada de intensidade I_0 ao passar por um primeiro polaroide tem sua intensidade reduzida pela metade, como mostra a figura. A luz caminha em direção a um segundo polaroide que tem seu eixo inclinado em um ângulo de 60° em relação ao primeiro. A intensidade de luz que emerge do segundo polaroide é:



a) I_0
b) $0{,}25\ I_0$
c) $0{,}375\ I_0$
d) $0{,}5\ I_0$
e) $0{,}125\ I_0$

7. (ITA-SP) Numa experiência de Óptica, um analisador de polarização é disposto com seu plano de polarização formando um ângulo de 60° com o plano de vibração de um feixe luminoso plano-polarizado. A relação entre a intensidade transmitida e a intensidade incidente é:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e) 0

8. (UFPE) Na praia, a luz do Sol fica, em geral, parcialmente polarizada devido às reflexões na areia e na água. Certo dia, no fim da tarde, a componente horizontal do vetor campo elétrico é 2 vezes maior que a componente vertical.
Um banhista fica de pé e usa óculos com lentes polarizadoras que eliminam a componente horizontal. Determine a porcentagem da intensidade luminosa total que chega aos olhos do banhista.

Bloco 2

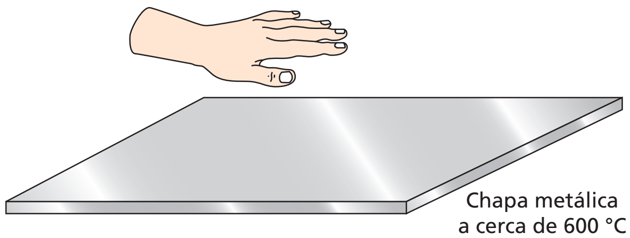
4. A radiação térmica e o corpo negro

A radiação térmica

A superfície de todo corpo, em qualquer temperatura acima do zero absoluto, emite energia na forma de radiações eletromagnéticas. Por estar relacionada com a temperatura do corpo que a emite, essa energia é denominada **radiação térmica**.

Quando a superfície do corpo está na temperatura ambiente, a radiação térmica emitida por ele é predominantemente infravermelha. Como sabemos, essa radiação não é visível. Usando um binóculo especial, entretanto, esse corpo pode ser "visto" mesmo na mais completa escuridão, pois esse binóculo funciona graças à recepção da radiação infravermelha emitida pelo corpo.

Elevando a temperatura do corpo – uma chapa metálica, por exemplo – até cerca de 600 °C, a radiação térmica continua sendo predominantemente infravermelha, porém mais intensa, o que pode ser percebido colocando-se a mão perto da chapa.



Se a temperatura da chapa for elevada a cerca de 700 °C, além de radiações infravermelhas mais intensas, será observada a emissão de uma tênue luz avermelhada.

Elevando a temperatura da chapa gradualmente a partir dos 700 °C e supondo que sua temperatura de fusão não seja atingida, serão percebidas radiações infravermelhas cada vez mais intensas e a chapa ficará cada vez mais luminosa. Além disso, a cor predominante da luz emitida por ela passará gradualmente do vermelho para o alaranjado, do alaranjado para o amarelo, e assim por diante, tendendo à coloração branca.

Uma boa versão da "cor branca" ocorre quando a luz **azul** passa a ser emitida: sua mistura com as outras, que também continuam sendo emitidas, nos dá a sensação do branco, como ocorre no filamento de uma lâmpada de incandescência acesa.

Aumentando ainda mais a temperatura de um corpo que já atingiu a coloração branca, ele passará a apresentar uma coloração azulada. É por isso que as estrelas mais quentes são azuladas.

Lei de Stefan-Boltzmann

O físico austríaco Josef **Stefan** (1835-1893) obteve, em 1879, empiricamente, a seguinte expressão, que outro físico austríaco, Ludwig **Boltzmann** (1844-1906), demonstrou matematicamente em 1884:

$\text{Pot} = e\,\sigma\,A\,T^4$ (Lei de Stefan-Boltzmann) em que:

- Pot é a **potência total** irradiada pela superfície externa de um corpo (energia total da radiação emitida por unidade de tempo) que se encontra a uma temperatura absoluta **T**;
- **e** é a **emissividade** ou poder de emissão do corpo, uma grandeza adimensional que depende da natureza da superfície emissora e que pode assumir valores entre 0 e 1;
- **σ** é uma constante universal denominada **constante de Stefan-Boltzmann**: $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \dfrac{W}{m^2K^4}$;
- **A** é a área da superfície emissora.

Observe, na lei apresentada, que, se a temperatura absoluta da superfície de um corpo, por exemplo, dobrar, a potência irradiada por ele ficará multiplicada por 2^4, ou seja, por 16.

A Lei de Stefan-Boltzmann também pode ser expressa assim:

$$I = e\,\sigma\,T^4$$

em que **I** é a intensidade total da radiação térmica emitida por um corpo – quantidade total de energia emitida por unidade de tempo e por unidade de área da superfície externa do corpo – cuja superfície externa encontra-se a uma temperatura **T** $\left(I = \dfrac{\text{Pot}}{A}\right)$.

Segundo a teoria eletromagnética clássica (modelo ondulatório de Maxwell), a radiação térmica é emitida por cargas elétricas do corpo, oscilando nas mais variadas frequências perto de sua superfície, em virtude da agitação térmica. Desse modo, a radiação é emitida numa faixa **contínua** de frequências (espectro contínuo):

Parte visível do espectro da radiação térmica emitida pelo filamento de uma lâmpada de incandescência. Esse espectro é contínuo e pode ser obtido fazendo-se um estreito feixe da radiação atravessar um prisma óptico ou um conjunto de fendas muito estreitas, paralelas entre si e próximas umas das outras (rede de difração).

Pela mesma teoria, quando a radiação térmica incide num corpo, ela agita as cargas elétricas situadas perto da sua superfície. Com isso, parte da energia incidente no corpo é absorvida por ele.

A superfície de cada corpo tem uma **absorvidade** ou poder de absorção **a**.

Em 1859, o físico alemão Gustav Robert **Kirchhoff** (1824-1887) concluiu que o poder de absorção de um corpo é igual ao seu poder de emissão, ou seja:

$$a = e$$

Isso significa que um corpo **bom absorvedor** de radiação térmica (mau refletor) também é um **bom emissor** e que um **mau absorvedor** (bom refletor) é um **mau emissor**.

Nota:

- Todo corpo está emitindo e absorvendo energia na forma de radiação térmica. Quando, em cada unidade de tempo, o corpo absorve mais energia do que emite, sua temperatura tende a aumentar. Quando, porém, emite mais do que absorve, sua temperatura tende a diminuir.

  No equilíbrio térmico (temperatura constante e igual à do ambiente), as quantidades de energia absorvida e emitida na forma de radiação térmica, por unidade de tempo, são iguais.

Radiação do corpo negro

Corpo negro é um corpo ideal que absorve **toda** a radiação térmica que incide nele. Assim, ele é um absorvedor perfeito, ou seja, seu poder de absorção **a** é igual a 1.

Embora se trate de uma idealização, existem maneiras de se obterem, na prática, corpos que se comportem aproximadamente como um corpo negro. Uma delas é revestir um corpo qualquer com uma camada irregular de pigmentos pretos.

Lembrando que a = e, temos que a emissividade de um corpo negro também é igual a 1 (e = 1). Assim, ele é um absorvedor ideal e um emissor ideal.

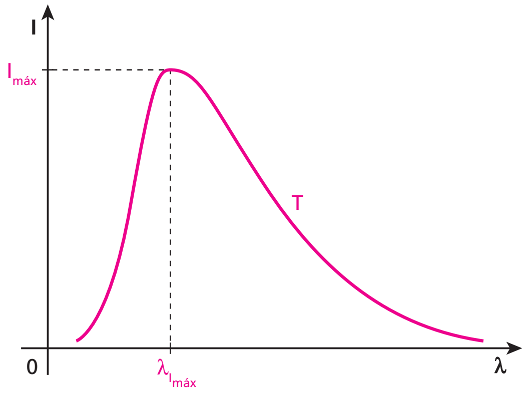
Fazendo e = 1 numa das expressões apresentadas para a Lei de Stefan-Boltzmann, temos:

$$I = \sigma T^4$$

Portanto, **qualquer corpo negro**, na mesma temperatura, emite radiação térmica com a mesma intensidade total. Além disso, na mesma temperatura, cada radiação de determinado comprimento de onda $\boldsymbol{\lambda}$ também é emitida com a mesma intensidade por qualquer corpo negro, independentemente do material de que ele é feito.

Os corpos negros ganharam grande interesse teórico devido às características universais da radiação térmica que emitem. A partir da análise do espectro de emissão desses corpos, nasceu a ideia da **quantização da energia**, como veremos adiante.

Veja, a seguir, a representação gráfica da intensidade **I** da radiação emitida por um corpo negro em função do comprimento de onda $\boldsymbol{\lambda}$, obtida experimentalmente numa determinada temperatura **T**:

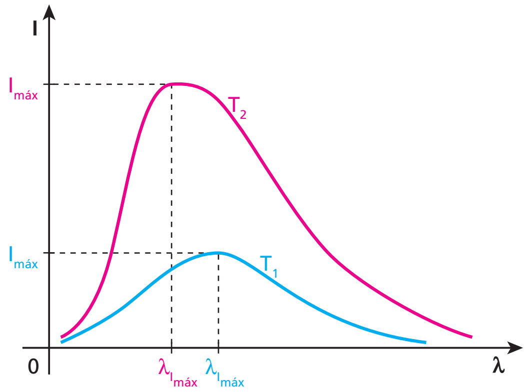


Nesse gráfico, é importante observar que:

- a radiação térmica emitida é constituída de muitas radiações distribuídas em uma faixa contínua de comprimentos de onda;
- existe uma radiação, de determinado comprimento de onda, que é emitida com intensidade máxima, $I_{máx}$. O símbolo que adotamos para esse comprimento de onda, $\lambda_{I_{máx}}$, deve ser entendido assim: comprimento de onda da radiação que é emitida com intensidade máxima.

Lei de deslocamento de Wien

Veja, na figura a seguir, o aspecto dos gráficos da intensidade **I** das radiações emitidas no ar por um corpo negro, em duas temperaturas, T_1 e T_2 ($T_2 > T_1$), em função do comprimento de onda $\boldsymbol{\lambda}$:



Quando a temperatura do corpo passa de T_1 para T_2, é importante observar que:

- a intensidade de **cada** radiação emitida, de um dado comprimento de onda $\boldsymbol{\lambda}$, aumenta. Assim, a intensidade **total** da radiação emitida também aumenta, e o mesmo ocorre com a potência total irradiada;
- o ponto de máximo da curva se desloca de modo que $\lambda_{I_{máx}}$ **diminui**, o que equivale a dizer que a frequência correspondente aumenta.

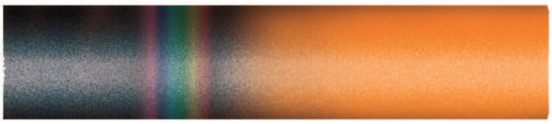
Em 1893, o físico alemão Wilhelm **Wien** (1864-1928) demonstrou que o ponto de máximo da curva I × λ se desloca de acordo com a seguinte expressão:

$$\boxed{\lambda_{I_{máx}} = \frac{b}{T}} \quad \text{(Lei de deslocamento de Wien)}$$

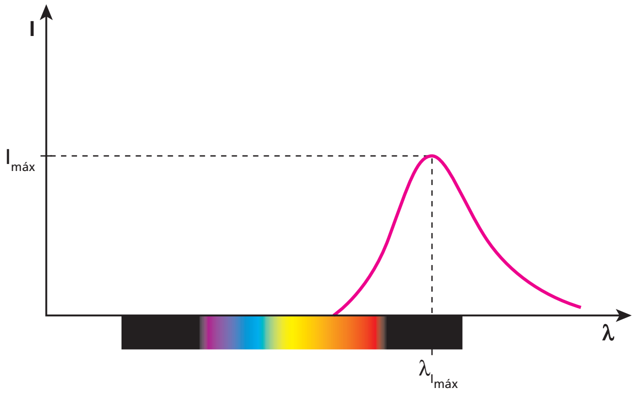
em que **b** é uma constante dada por:

$$b = 2{,}898 \cdot 10^{-3}\ m \cdot K$$

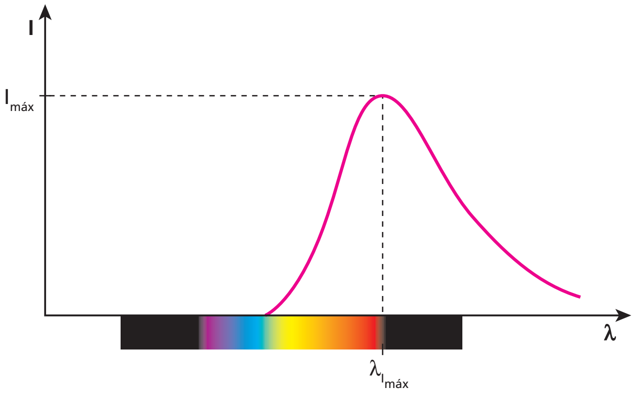
Na sequência de imagens a seguir, podemos notar que, com a elevação da temperatura, as intensidades **I** de todas as radiações emitidas aumentam e $\lambda_{I_{máx}}$ se desloca para valores menores.



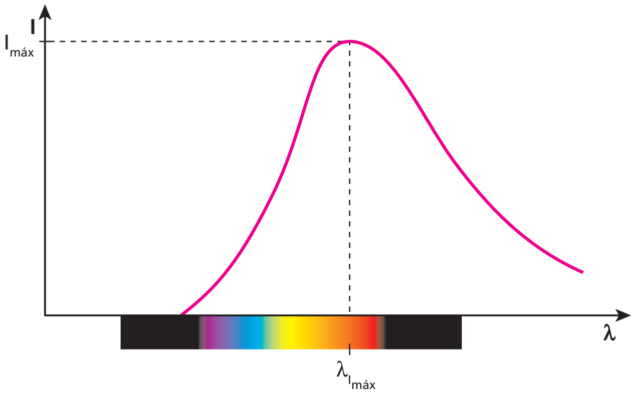
A extremidade direita da barra foi aquecida a cerca de 700 °C, emitindo com maior intensidade o infravermelho e, com menor intensidade, luz na região do vermelho.



A extremidade direita da barra foi aquecida a cerca de 1 200 °C. Nessa situação é emitida uma parte mais ampla do espectro visível, mas o infravermelho ainda predomina.



A extremidade direita da barra foi aquecida a cerca de 1 500 °C. Agora, todo o espectro visível já é emitido. Por isso começamos a ter a sensação da “cor branca”.



Descubra mais

1. Faça uma pesquisa sobre a descoberta, a explicação e algumas aplicações do efeito Cherenkov.

2. A intensidade máxima da luz solar ocorre em uma frequência aproximadamente igual a $5{,}6 \cdot 10^{14}$ Hz, que é praticamente igual à frequência da luz correspondente à máxima sensibilidade dos nossos olhos.

Será que isso é mera coincidência?

3. Ignorando a participação de outros astros, existe, além do Sol, alguma fonte da energia que chega à superfície da Terra?

4. Em um determinado local da superfície interna do bulbo de vidro de uma lâmpada de incandescência, instalada em um soquete fixo, surge, após muito tempo de uso, uma mancha escura e com certo espelhamento.

Qual é a origem dessa mancha?

5. Pode-se falar em temperatura do vácuo? O que um termômetro abandonado no espaço, solitário em uma região de vácuo, vai indicar em sua escala?

6. Um corpo negro precisa ser necessariamente um corpo escuro?

Exercícios

nível 2

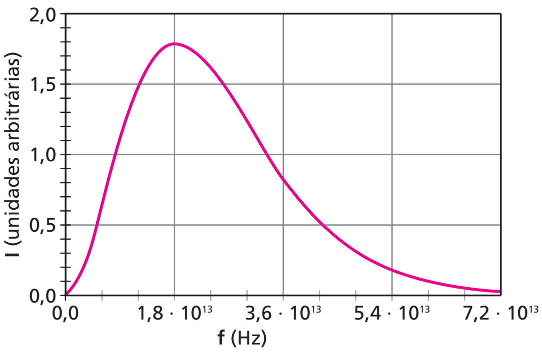
9. Faça uma estimativa da temperatura do filamento de uma lâmpada de incandescência, supondo que:

- a potência total irradiada seja Pot = 60 W;
- a emissividade do filamento seja e = 0,30;
- o filamento seja um fio cilíndrico de comprimento $\ell = 20$ cm e seção transversal de raio r = 50 μm.

  Constante de Stefan-Boltzmann: $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8}$ (SI)

10. (Unicamp-SP) Todos os corpos trocam energia com seu ambiente por meio da emissão e da absorção de ondas eletromagnéticas em todas as frequências. Um corpo negro é um corpo que absorve toda onda eletromagnética nele incidente, e também apresenta a máxima eficiência de emissão. A intensidade das ondas emitidas por um corpo negro só depende da temperatura desse corpo. O corpo humano à temperatura normal de 37 °C pode ser considerado como um corpo negro. Considere que a velocidade das ondas eletromagnéticas é igual a $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.

a) A figura abaixo mostra a intensidade das ondas eletromagnéticas emitidas por um corpo negro a 37 °C em função da frequência. Qual é o comprimento de onda correspondente à frequência para qual a intensidade é máxima?



b) Se um corpo negro cuja temperatura absoluta é **T** se encontra em um ambiente cuja temperatura absoluta é T_a, a potência líquida que ele perde por emissão e absorção de ondas eletromagnéticas é dada por $P = \sigma A(T^4 - T^4_a)$, em que **A** é a área da superfície do corpo e $\sigma = 6 \cdot 10^{-8}$ W/(m²K⁴). Usando como referência uma pessoa com 1,70 m de altura e 70 kg de massa, faça uma estimativa da área da superfície do corpo humano. A partir da área estimada, calcule a perda total diária de energia por emissão e absorção de ondas eletromagnéticas por essa pessoa se ela se encontra num ambiente a 27 °C. Aproxime a duração de 1 dia por $9{,}0 \cdot 10^4$ s.

11. Suponha que a pele de uma pessoa esteja na temperatura de 35 °C. Calcule a frequência da radiação mais intensa emitida pela pele. Use: constante da Lei de Wien $= 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ mK e velocidade da luz $= 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.

12. (ITA-SP) Um fio condutor é derretido quando o calor gerado pela corrente que passa por ele se mantém maior que o calor perdido pela superfície do fio (desprezando a condução de calor pelos contatos). Dado que uma corrente de 1 A é a mínima necessária para derreter um fio de seção transversal circular de 1 mm de raio e 1 cm de comprimento, determine a corrente mínima necessária para derreter um outro fio da mesma substância com seção transversal circular de 4 mm de raio e 4 cm de comprimento.

a) $\frac{1}{8}$ A

b) $\frac{1}{4}$ A

c) 1 A

d) 4 A

e) 8 A

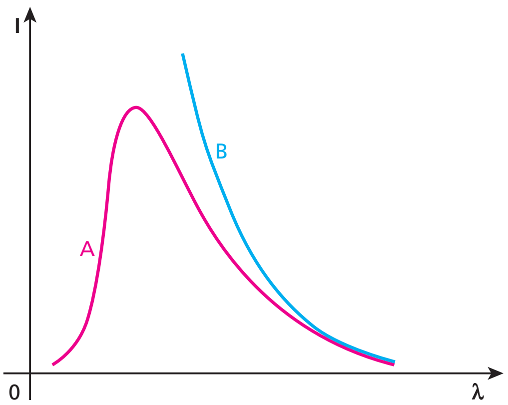
Bloco 3

5. Modelo quântico para as radiações eletromagnéticas

Embora a teoria eletromagnética de Maxwell tenha se mostrado correta no que se refere a fenômenos relacionados com a propagação das radiações eletromagnéticas, o mesmo não aconteceu com relação a alguns fenômenos que ocorrem na **interação** dessas radiações com a matéria e com relação a alguns fatos importantes referentes a sua emissão.

O espectro de emissão do corpo negro, exaustivamente analisado na segunda metade do século XIX, foi o primeiro exemplo da incompatibilidade entre os resultados experimentais e as previsões decorrentes daquela teoria, como será comentado a seguir.

O gráfico da intensidade **I** da radiação do corpo negro em função do comprimento de onda **λ**, previsto pela teoria eletromagnética de Maxwell (modelo ondulatório) é muito diferente do gráfico obtido por meio de experimentos, principalmente na região dos comprimentos de onda menores:



A é a curva obtida a partir de resultados experimentais e **B** é a curva prevista pela teoria clássica.

Essa discrepância foi um grande transtorno para os físicos no final do século XIX e ficou conhecida como "a catástrofe do ultravioleta".

Em dezembro de 1900, o físico alemão Max **Planck** (1858-1947) apresentou uma teoria para contornar o problema. Além de audaciosa, ela conflitava drasticamente com a teoria clássica.

Nela, Planck considerou que, na superfície do corpo negro, existem osciladores harmônicos simples (cargas elétricas oscilantes) que só podem ter determinados valores **E** de energia, dados pela expressão:

$$E = n\,h\,f \quad (n = 0, 1, 2, ...)$$

Nessa expressão, o número inteiro **n** é denominado **número quântico**, **h** é uma constante que recebeu o nome de **constante de Planck** e **f** é a frequência do oscilador.

Para cada valor de **n**, o oscilador está em um determinado **estado quântico**. Assim, no estado quântico $n = 1$ sua energia é $1\,h\,f$; no estado quântico $n = 2$ sua energia é $2\,h\,f$, e assim por diante. Isso significa que a energia do oscilador é **quantizada**, ou seja, só pode ter determinados valores, no caso múltiplos inteiros de $h\,f$.

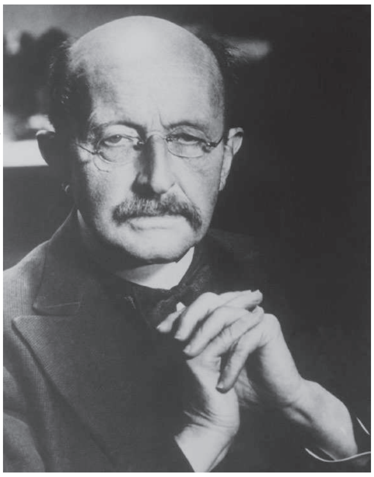
É importante destacar que essa teoria de fato contraria totalmente a física clássica, segundo a qual um determinado oscilador harmônico simples pode ter qualquer quantidade de energia e, além disso, essa energia não depende da frequência, mas apenas da amplitude de suas oscilações.

Em sua teoria, Planck também considerou que os osciladores existentes na superfície do corpo só emitem ou absorvem energia quando passam de um estado quântico para outro. Se um oscilador passa, por exemplo, de $n = 2$ para $n = 1$, **emite** uma porção discreta de energia igual a $h\,f$, que é a diferença entre $2\,h\,f$ e $1\,h\,f$.

Se passa de $n = 1$ para $n = 2$, **absorve** uma porção discreta de energia $h\,f$.

Portanto, a emissão e a absorção de energia também se dão em quantidades quantizadas.

Akg-Images/Album/LatinStock



Max Planck, por descobrir que a energia é quantizada, recebeu o Prêmio Nobel de Física em 1918.

Cada porção discreta de energia recebeu o nome de *quantum*, uma palavra do latim cujo plural é *quanta*. Por isso a teoria de Planck é conhecida por **teoria dos *quanta***.

A partir da teoria dos *quanta* foi obtida uma função **I(λ)** para a radiação do corpo negro, em excelente concordância com os resultados experimentais: um alívio para os físicos da época.

Surgiu, entretanto, uma nova dúvida: se a energia só é emitida em quantidades determinadas e, portanto, em determinadas frequências ou comprimentos de onda, como o espectro da radiação térmica emitida por um corpo pode ser contínuo?

Planck, ao ser questionado sobre isso, argumentou que existem tantos osciladores, com tantas energias diferentes, que torna muito grande a probabilidade de serem emitidas radiações de qualquer frequência.

É necessário destacar que, apesar de ser o criador da teoria dos *quanta*, Planck nunca propôs que as radiações eletromagnéticas **se propagassem** na forma de porções discretas de energia (*quanta*). No processo de propagação, ele continuava acreditando e defendendo o modelo ondulatório de Maxwell.

Pela teoria dos *quanta*, os osciladores existentes na superfície de um corpo **emitiam** porções discretas de energia quando passavam de um estado quântico para outro. Em seguida, essas porções de energia se diluíam em frentes de onda comuns. Quando as frentes de onda incidiam num corpo, seus osciladores absorviam energia, coletando também porções discretas, desde que correspondessem a alterações de seus estados quânticos.

Portanto, quantizados eram os **osciladores**, e não a radiação eletromagnética.

A concepção do *quantum*, que em 1926 também passou a ser chamado de **fóton**, foi tão bem-sucedida que, como veremos, possibilitou resolver outras questões insolúveis por conceitos clássicos.

Notas:

- Na Física clássica, convivemos principalmente com fenômenos macroscópicos. Assim, familiarizamo-nos com eles e nossa intuição se forma a partir de conceitos clássicos.

  Consequentemente, a teoria quântica – uma parte da Física moderna que foi o embrião da chamada Mecânica quântica –, que lida principalmente com fenômenos nas escalas atômica e subatômica, está longe de nos parecer intuitiva. O físico norte-americano Richard **Feynman** (1918-1988), Prêmio Nobel de Física em 1965, disse um dia: "Ninguém compreende a mecânica quântica".

- Quando Planck propôs sua teoria, nem ele acreditava que o *quantum* fosse algo real, chegando a confessar que concebeu essa ideia em um “ato de desespero”.

  Referindo-se ao problema da radiação do corpo negro, afirmou: “[...] era uma hipótese puramente formal, e não lhe dei muita atenção, adotando-a porque era preciso, a qualquer preço, encontrar uma explicação teórica”.

6. Efeito fotoelétrico

Introdução

Um outro exemplo muito marcante da incompatibilidade dos resultados experimentais com a teoria de Maxwell é o **efeito fotoelétrico**, constatado experimentalmente no final do século XIX.

Trata-se de um fenômeno de grande importância, principalmente por sua vasta aplicação prática.

Observação e primeira interpretação do efeito fotoelétrico

A primeira observação relacionada com esse fenômeno foi feita pelo físico russo Alexander **Stoletov** (1839-1896), em 1872.

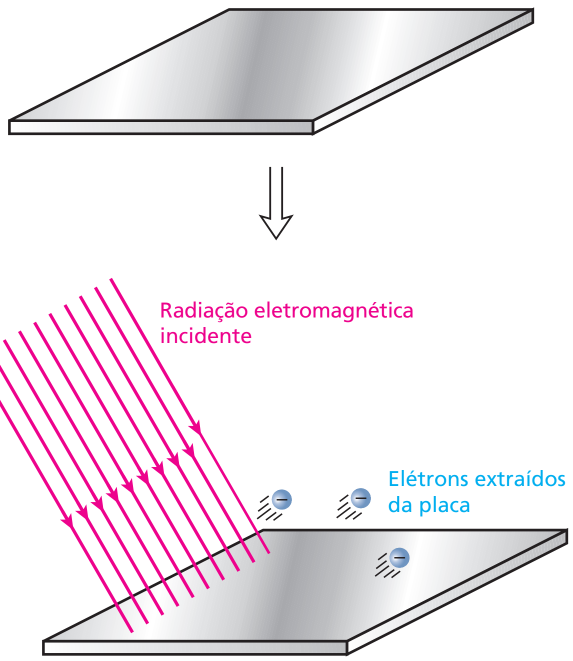
Enquanto retirava ar de um pequeno frasco dentro do qual havia duas placas metálicas, isoladas eletricamente uma da outra e ligadas aos terminais de uma bateria, ele detectou o surgimento de uma corrente elétrica na bateria, quando uma das placas foi atingida pela luz de uma lâmpada de mercúrio. Stoletov também percebeu que essa corrente cessava quando a placa deixava de ser iluminada.

O fenômeno observado por Stoletov, e que Hertz também constatou em 1887, foi interpretado assim:

> Quando radiações eletromagnéticas incidem numa placa metálica, cargas elétricas podem absorver energia suficiente para escaparem dela: a esse fato se dá o nome de **efeito fotoelétrico**.

Na observação de Stoletov, as cargas elétricas extraídas de uma placa dirigiam-se até a outra, fechando o circuito.

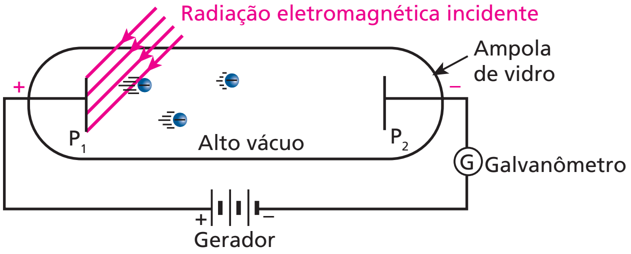
Mais tarde, com a descoberta do elétron, os físicos ficaram sabendo que as cargas extraídas da placa metálica são elétrons. Os elétrons extraídos receberam o nome de **fotoelétrons** ou **fotelétrons**.



Efeito fotoelétrico.

Investigação do efeito fotoelétrico

O experimento esquematizado na figura seguinte permite constatar e investigar o efeito fotoelétrico.



Quando uma radiação eletromagnética adequada incide na placa metálica P_1, o galvanômetro registra a passagem de uma corrente elétrica. Portanto a energia que os elétrons da placa P_1 absorvem da radiação é destinada, em parte, para extraí-los da placa e, em parte, para que tenham energia cinética suficiente para chegarem até a placa metálica P_2.

Note que o polo do gerador ligado na placa P_1 é o **positivo**. Há duas razões para isso:

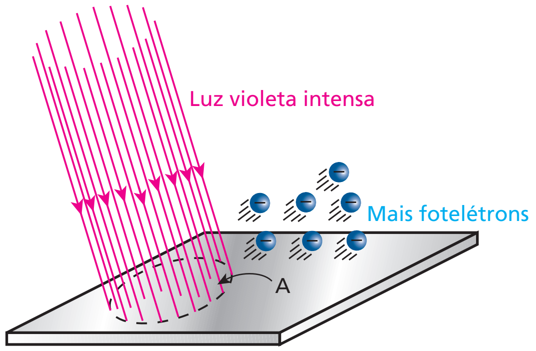
- descartar a participação do campo elétrico entre as placas no processo de extração dos elétrons;
- criar um campo elétrico entre as placas que dificulte o deslocamento dos fotelétrons de P_1 a P_2. Isso permite relacionar a energia cinética com que os elétrons escapam de P_1 com o tipo de radiação eletromagnética incidente nessa placa.

Contribuíram para a descoberta (sem a explicação) das leis que regem o efeito fotoelétrico o próprio Stoletov e o físico alemão Philipp **von Lenard** (1862-1947).

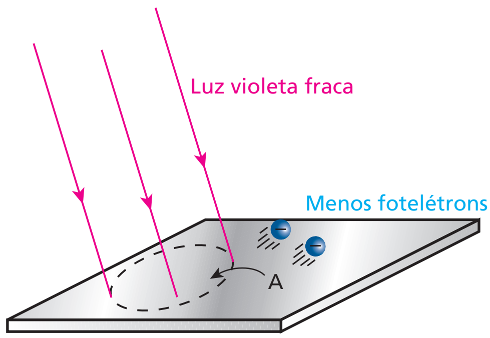
Entretanto, os resultados experimentais obtidos não puderam ser explicados pela teoria eletromagnética de Maxwell.

Veja quais foram esses resultados:

- As energias cinéticas dos fotelétrons **não dependem da intensidade** da radiação incidente. Isso significa, por exemplo, que, se o efeito foi produzido por uma determinada luz violeta, as energias cinéticas médias dos fotelétrons não dependem do fato de essa luz violeta ser forte ou fraca. É verdade, porém, que, no caso de se usar a luz violeta **mais intensa**, será produzida **maior quantidade** de fotelétrons.



Placa metálica recebendo luz numa região de área **A**.



Placa metálica recebendo luz numa região de área também igual a **A**.

Nas duas situações, as energias cinéticas médias dos fotelétrons são **iguais**.

Comentário:

O resultado descrito não pode ser explicado pela teoria ondulatória de Maxwell. De fato, no caso da luz violeta mais intensa, a mesma população de elétrons é atingida, em um mesmo intervalo de tempo, por uma energia total maior do que no caso da luz violeta fraca. Então, como os elétrons, segundo essa teoria, absorvem continuamente a energia incidente, eles deveriam escapar com energias cinéticas maiores quando recebem a luz mais intensa, o que não acontece.

- Por menor que seja a intensidade da radiação causadora do efeito fotoelétrico, o intervalo de tempo de espera para que elétrons sejam ejetados é totalmente desprezível. O fenômeno é quase instantâneo: a radiação incide na placa e, imediatamente, elétrons são extraídos. Experimentos realizados em 1928 levaram à conclusão de que 10^{-9} s é o limite superior do tempo de espera.

Comentário:

Pela teoria ondulatória, se uma radiação de intensidade muito baixa produzisse o fenômeno, os elétrons deveriam demorar um tempo considerável para acumular a energia necessária à extração. Cálculos mostram que esse tempo poderia ser até de algumas horas, o que conflita radicalmente com as observações experimentais.

- As energias cinéticas dos fotelétrons **dependem da frequência** da radiação incidente. Quanto maior é essa frequência, maiores são as energias cinéticas dos fotelétrons. Assim, se o efeito ocorrer com luz azul, por exemplo, os fotelétrons terão determinadas energias cinéticas. Repetindo a experiência com uma radiação de frequência mais elevada, como a ultravioleta, por exemplo, as energias cinéticas dos fotelétrons serão maiores.

Comentário:

Isso também não pode ser explicado com a teoria de Maxwell. De fato, o fenômeno não deveria ser influenciado pela frequência da radiação, já que o importante é o elétron acumular energia suficiente para escapar do metal, o que está relacionado com a intensidade da radiação, e não com a sua frequência.

- O efeito fotoelétrico só ocorre se a **frequência** da radiação incidente estiver **acima de certo valor mínimo**, que depende do metal utilizado. Se isso não for respeitado, o efeito não ocorrerá, por mais intensa que seja a radiação.

Com exceção dos metais alcalinos (sódio, potássio, lítio etc.), todos os outros requerem frequências iguais ou superiores à da radiação ultravioleta para que o fenômeno ocorra.

Comentário:

Também não é possível explicar esse fato por meio da teoria de Maxwell.

Explicação do efeito fotoelétrico

Em 1905, o físico, também alemão, Albert **Einstein** (1879-1955) explicou o efeito fotoelétrico. Para isso, ele estendeu a teoria de Planck às radiações eletromagnéticas, considerando que **a energia dessas radiações também é quantizada**. Assim, uma radiação eletromagnética passou a ser tratada como um feixe de partículas denominadas fótons propagando-se.

Einstein supôs que a energia de um fóton (*quantum*) é dada por:

$$E = h\,f$$

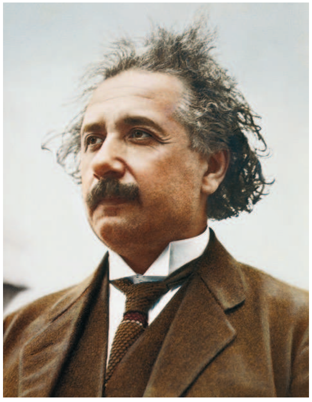
em que **h** é a constante de Planck e **f** é a frequência da radiação.

No SI, a constante de Planck tem o seguinte valor:

$$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}$$

Quando uma radiação eletromagnética de frequência **f** incide em uma placa metálica, ocorrem colisões entre fótons da radiação e elétrons do metal. Em cada uma dessas colisões, um fóton pode fornecer **toda** a sua energia (h f) a um **único** elétron. Absorvendo o fóton, o elétron será extraído se a energia h f, que depende da frequência da radiação, e não da sua intensidade, for suficiente. Caso contrário, o elétron permanecerá no metal.

É importante destacar que Einstein adotou um novo modelo para a luz e as demais radiações eletromagnéticas contrapondo-se ao modelo ondulatório. Como um fóton é um concentrado de energia, podemos chamá-lo de "corpúsculo" ou "partícula" de energia. Por isso, o novo modelo é denominado **modelo corpuscular** das radiações eletromagnéticas.


Bettmann/CORBIS/Latinstock

Albert Einstein, prêmio Nobel de Física em 1921, pela explicação do efeito fotoelétrico e por suas contribuições para a Física teórica.

Diversos físicos da época não aceitavam esse modelo. Entretanto, após a descoberta e a interpretação de um outro fenômeno, denominado **efeito Compton*** (1923), não dava mais para duvidar da existência dos fótons.

Nota:

- É importante registrar que Philipp von Lenard, em 1902, realizou investigações decisivas para que Einstein pudesse interpretar o efeito fotoelétrico.

* Observado pela primeira vez pelo físico norte-americano Arthur Holly Compton (1892-1962).

Equação do efeito fotoelétrico

No efeito fotoelétrico, parte da energia do fóton absorvido por um elétron é usada para livrá-lo dos cátions do metal na extração. A energia que resta é a energia cinética do fotelétron.

A energia cinética máxima do fotelétron relaciona-se com a energia do fóton por meio da expressão:

$$E = E_{c_{máx}} + A$$

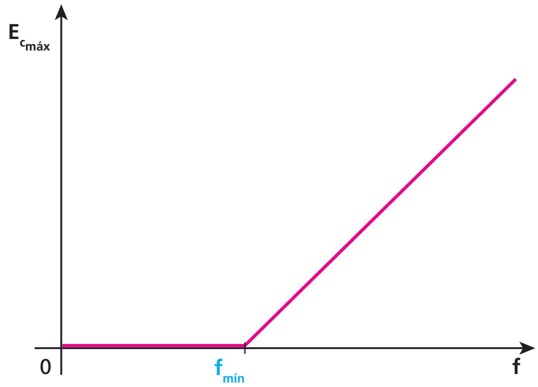
em que:

- **E** é a energia do fóton absorvido pelo elétron ($E = h\,f$).
- **A** é uma característica do metal, denominada **função trabalho**. Essa grandeza significa a energia mínima necessária para extrair um elétron situado na superfície do metal, ou seja, é a mínima energia para extrair um elétron "mais fácil" de ser extraído. Se um elétron absorver um fóton com apenas essa energia **A**, ele sairá do metal, porém com energia cinética igual a zero. Elétrons mais internos nem sairão, pois precisam de mais energia para escapar.

Ao fóton de energia igual a **A** está associada uma frequência mínima $f_{mín}$, tal que $A = h\,f_{mín}$.

- $E_{c_{máx}}$ é a energia cinética máxima dos fotelétrons $\left(E_{c_{máx}} = \dfrac{m\,v^2_{máx}}{2}\right)$. Essa é a energia cinética de um elétron da superfície do metal, que absorveu um fóton de energia h f maior que **A**, "gastou" o mínimo na extração, sobrando o máximo de energia cinética.

Veja, a seguir, a representação gráfica da energia cinética $E_{c_{máx}}$ do fotelétron em função da frequência **f** associada ao fóton que ele absorve:

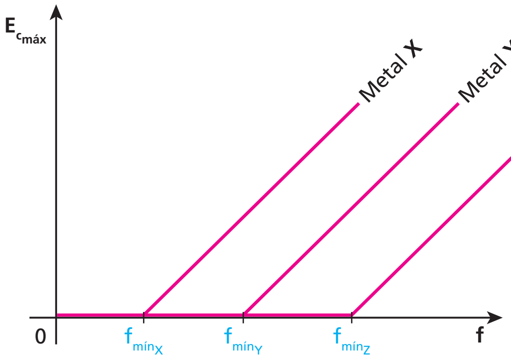


Como $E = E_{c_{máx}} + A$, temos que $h\,f = E_{c_{máx}} + A$. Portanto:

$$E_{c_{máx}} = h\,f - A$$

que é a equação da reta para $f \geq f_{mín}$.

O coeficiente angular dessa reta é a constante de Planck **h**. Portanto, se o gráfico for construído para vários metais, em um mesmo par de eixos, os trechos inclinados serão paralelos entre si:



Esse gráfico foi confirmado experimentalmente pelo físico norte-americano Robert Andrews **Millikan** (1868-1953), em 1916. O valor do coeficiente angular foi calculado, confirmando ser de fato a constante de Planck da teoria do corpo negro.

O elétron-volt

Como a energia de um fóton é pequena demais em comparação com as unidades de energia que estamos habituados a usar, frequentemente lidamos com a unidade **elétron-volt** (**eV**), também útil na Física atômica e na Física nuclear. Sua relação com o joule é dada por:

$$1 \text{ eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

A tabela a seguir mostra os valores, em eV, da função trabalho **A** de alguns metais:

Metal	K	Na	Zn	Fe	Pt
A(eV)	2,24	2,28	4,31	4,50	6,35

Notas:

- Os elétrons ejetados por radiações que tenham frequências até o ultravioleta são **elétrons de condução** (os chamados elétrons livres), que precisam de apenas alguns elétrons-volt para serem extraídos. Elétrons fortemente ligados aos átomos, entretanto, requerem raios X ou raios γ para que a extração ocorra.
- 1 eV é uma unidade de energia equivalente à energia cinética adquirida por um elétron, inicialmente em repouso, após ser acelerado por uma força elétrica que atua nele enquanto se desloca entre dois pontos com diferença de potencial igual a 1 V:
  Vamos relacionar o elétron-volt com o joule. Pelo teorema da energia cinética, temos:
  $$\tau_{F_e} = E_{C_B} - E_{C_A} = E_{C_B} = -e(\nu_A - \nu_B) = (-1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ C}) \cdot (-1 \text{ V})$$
  $$\tau_{F_e} = E_{C_B} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \Rightarrow 1 \text{ eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

7. A dualidade da luz

Após estudar o **modelo ondulatório** de Maxwell, segundo o qual a luz (e qualquer outra radiação eletromagnética) é uma onda eletromagnética, e o **modelo quântico**, em que a luz (e qualquer outra radiação eletromagnética) é constituída de partículas denominadas **fótons**, é natural que surja a seguinte pergunta: afinal, a luz é onda ou partícula?

A resposta atual a essa pergunta é a seguinte: dependendo do fenômeno, a luz **se comporta** como onda ou partícula. Então, não se diz o que a luz **é**, mas como ela **se comporta** em cada fenômeno.

A interferência e a difração da luz, por exemplo, só podem ser explicadas pelo modelo ondulatório. Já o efeito fotoelétrico, por exemplo, só pode ser explicado pelo modelo quântico das partículas denominadas **fótons**. Portanto, os dois modelos são necessários e se complementam: usando um ou outro, nenhum fenômeno deixa de ser explicado.

A esse duplo comportamento da luz dá-se o nome de **dualidade onda-partícula**.

É importante destacar que a luz, assim como as demais radiações eletromagnéticas, nunca exibe os dois comportamentos **ao mesmo tempo**. Esse é o **Princípio da Complementaridade** proposto pelo físico dinamarquês Niels **Bohr** (1885-1962).

Leitura

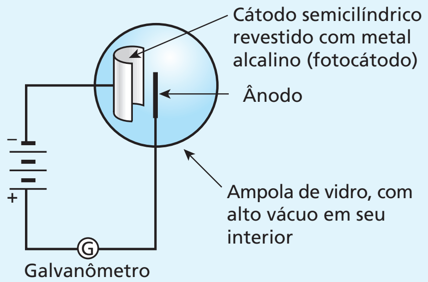
Células fotoelétricas

O efeito fotoelétrico tem aplicação, por exemplo, na contagem do número de pessoas que passam por determinado local, na abertura e no fechamento automático de portas, na leitura de trilhas sonoras em projetores cinematográficos, em sistemas de alarme, nos dispositivos que ligam e desligam automaticamente sistemas de iluminação e na medição da concentração de fumaça em chaminés. Tudo isso é conseguido por meio das **células fotoelétricas** ou **fotocélulas**, entre as quais destacamos dois tipos: as **fotoemissivas** e as **fotocondutivas**.

Célula fotoemissiva

A figura ao lado ilustra uma célula fotoemissiva.

Como desejamos que aconteça uma emissão de elétrons **causada pela incidência de luz**, a diferença de potencial entre o cátodo e o ânodo deve ser pequena o suficiente para não provocar essa emissão. Além disso, a emissão de elétrons não ocorrerá pelo efeito termiônico (liberação de elétrons por corpos aquecidos), uma vez que estamos considerando o fotocátodo na temperatura ambiente.



Assim, apenas quando incide luz no fotocátodo, elétrons são extraídos dele. Esses elétrons dirigem-se, então, para o ânodo, e uma corrente elétrica é detectada pelo galvanômetro **G**.

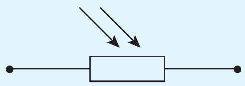
Quando a incidência de luz no fotocátodo é bloqueada, a corrente elétrica se anula.

No final desta leitura, você entenderá como o fato de haver ou não corrente elétrica na fotocélula pode ser utilizado para acionar outros sistemas.

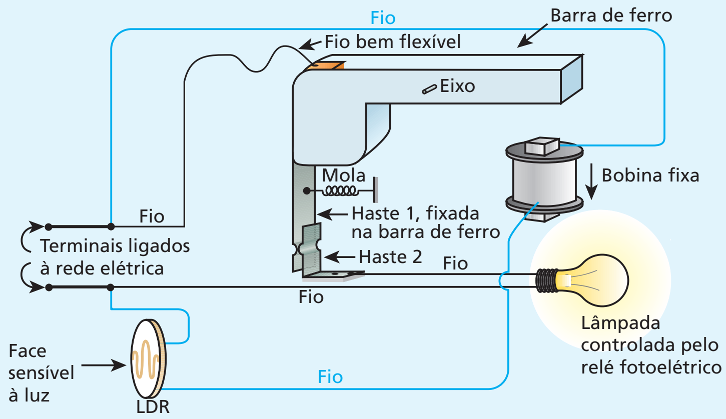
Célula fotocondutiva

Quando a luz incide em determinados materiais, como o sulfeto de cádmio, por exemplo, elétrons que participam das ligações entre seus átomos podem absorver energia suficiente para que essas ligações sejam quebradas. Com isso, esses elétrons, em vez de serem extraídos do material, permanecem nele na condição de elétrons **livres**, diminuindo sua resistência elétrica e, portanto, tornando-o mais condutor.

Nesse fenômeno, denominado **efeito fotoelétrico interno**, a **quantidade** de elétrons liberados para a condução também é tanto maior quanto maior é a intensidade da luz incidente. Por isso materiais como o sulfeto de cádmio apresentam resistência elétrica muito **alta** em ambientes **escuros** e muito **baixa** em ambientes **bem iluminados**. Esses materiais constituem os chamados fotorresistores, também conhecidos por LDR (*light dependent resistor*), que admitem o símbolo ao lado:



Veja, agora, como funciona o relé fotoelétrico que liga e desliga automaticamente sistemas de iluminação.



Quando o LDR está na escuridão, sua resistência é muito elevada e, consequentemente, a corrente que passa através dele é muito baixa. Por isso, nessa situação podemos ignorar todas as ligações representadas por fios azuis.

Uma mola mantém a haste 1 em contato com a haste 2. Dessa maneira, o circuito está fechado e a lâmpada está acesa.

Quando a face do LDR, sensível à luz, está num ambiente suficientemente iluminado, a resistência do LDR torna-se muito baixa e a bobina passa a ser percorrida por uma corrente significativa. A bobina, por sua vez, atrai a barra de ferro, que gira em torno do eixo indicado, fazendo a haste 1 desencostar da haste 2. Com isso, a lâmpada se apaga.

Observe, então, que, se o sistema descrito for corretamente utilizado, poderemos ter uma lâmpada que se acende ao cair da noite e se apaga ao clarear do dia.

Nota:

- No efeito fotoelétrico interno, os elétrons liberados podem retornar às ligações que foram quebradas, reconstituindo-as e deixando então de ser livres. Entretanto, se a luz continuar incidindo no material, outros elétrons serão liberados, mantendo-se, assim, uma população determinada de elétrons livres para cada intensidade da luz incidente.

Exercícios

nível 1

13. (UFG-GO) Para explicar o efeito fotoelétrico, Einstein, em 1905, apoiou-se na hipótese de que:

a) a energia das radiações eletromagnéticas é quantizada.
b) o tempo não é absoluto, mas depende do referencial em relação ao qual é medido.
c) os corpos contraem-se na direção de seu movimento.
d) os elétrons em um átomo somente podem ocupar determinados níveis discretos de energia.
e) a velocidade da luz no vácuo corresponde à máxima velocidade com que se pode transmitir informações.

14. Com relação ao efeito fotoelétrico, julgue as seguintes afirmações:

01. A ocorrência desse efeito depende da frequência, e não da intensidade da radiação utilizada.
02. É possível que esse efeito ocorra com luz azul fraca e não ocorra com luz vermelha intensa.
04. A velocidade com que um elétron é ejetado depende da frequência da radiação usada, mas não de sua intensidade.
08. Supondo que o fenômeno ocorre em uma determinada região de uma placa metálica, o número de elétrons extraídos depende da intensidade da luz utilizada.
16. Para uma determinada radiação incidente, a velocidade dos elétrons ejetados depende do metal usado na experiência.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

15. E.R. A mínima frequência que uma radiação precisa ter para extrair elétrons de uma placa de tungstênio é igual a $1,1 \cdot 10^{15}$ Hz. Sendo $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js a constante de Planck, $c = 3,0 \cdot 10^{8}$ m/s a velocidade das ondas eletromagnéticas no vácuo e $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg a massa do elétron, calcule:

a) a função trabalho para o tungstênio, em joules e em elétron-volts;
b) a energia cinética máxima e a velocidade máxima dos elétrons emitidos pelo tungstênio, no vácuo, quando nele incide uma radiação de comprimento de onda igual a 0,18 μm.

Resolução:

a) A função trabalho é dada por:

$$A = h\,f_{mín} = (6,63 \cdot 10^{-34}) \cdot (1,1 \cdot 10^{15})$$

$$\boxed{A = 7,3 \cdot 10^{-19}\ J}$$

Como $1\ eV = 1,6 \cdot 10^{-19}$ J, temos:

$$\left.\begin{array}{l} 1,6 \cdot 10^{-19}\ J \to 1\ eV \\ 7,3 \cdot 10^{-19}\ J \to A \end{array}\right. \Rightarrow \boxed{A = 4,6\ eV}$$

b) Vamos calcular a energia **E** de um fóton da radiação incidente. Da Ondulatória temos que a relação entre **v** (velocidade de propagação), **λ** (comprimento de onda) e **f** (frequência), para qualquer onda periódica é $v = \lambda f$.

Fazendo $v = c$, temos que $f = \dfrac{c}{\lambda}$. Então:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

Sendo $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js, $c = 3,0 \cdot 10^{8}$ m/s e $\lambda = 0,18\ \mu m = 0,18 \cdot 10^{-6}$ m, vem:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34})\,(3,0 \cdot 10^{8})}{0,18 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow E = 11 \cdot 10^{-19}\ J$$

Vamos, agora, usar a equação do efeito fotoelétrico:

$$E = E_{c_{máx}} + A$$

$$11 \cdot 10^{-19} = E_{c_{máx}} + 7,3 \cdot 10^{-19} \Rightarrow \boxed{E_{c_{máx}} = 3,7 \cdot 10^{-19}\ J}$$

Conhecida a energia cinética máxima dos elétrons, calculamos a velocidade máxima:

$$E_{c_{máx}} = \frac{mv_{máx}^2}{2} \Rightarrow v_{máx} = \sqrt{\frac{2E_{c_{máx}}}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot(3,7\cdot10^{-19})}{9,1\cdot10^{-31}}}$$

$$\boxed{v_{máx} = 9,0 \cdot 10^{5}\ m/s}$$

16. (UFSC) Indique as afirmativas **corretas** e some os valores respectivos para dar a resposta.

Com relação ao efeito fotoelétrico é **correto** afirmar que:

01. em uma célula fotoelétrica, a velocidade dos fotoelétrons emitidos aumenta, quando diminuímos o comprimento de onda da radiação luminosa utilizada para provocar o fenômeno.
02. em uma célula fotoelétrica, a velocidade dos fotoelétrons emitidos aumenta, quando aumentamos o comprimento de onda da radiação luminosa utilizada para provocar o fenômeno.
04. em uma célula fotoelétrica, a velocidade dos fotoelétrons emitidos será maior, se utilizarmos, para provocar o fenômeno, luz vermelha forte, em vez de luz violeta fraca.
08. em uma célula fotoelétrica, a energia cinética dos elétrons arrancados da superfície do metal depende da frequência da luz incidente.
16. em uma célula fotoelétrica, a energia cinética dos elétrons arrancados da superfície do metal depende da intensidade da luz incidente.
32. a emissão de fotoelétrons por uma placa fotossensível só pode ocorrer quando a luz incidente tem comprimento de onda igual ou menor que certo comprimento de onda crítico e característico para cada metal.

17. Considerando a constante de Planck igual a $6,6 \cdot 10^{-34}$ Js, calcule, em joules, a energia do fóton:

a) de luz violeta de frequência igual a $7,7 \cdot 10^{14}$ Hz.
b) de radiação γ de frequência igual a $5,0 \cdot 10^{21}$ Hz (essa radiação é emitida por núcleos instáveis de átomos radiativos, quando se desintegram).

18. (UFPA) A função trabalho de um certo material é 4,2 eV. O comprimento de onda, em Å, da luz capaz de produzir efeito fotoelétrico, tendo os fotoelétrons emitidos energia cinética máxima de 2,0 eV, é aproximadamente (constante de Planck igual a $6,6 \cdot 10^{-34}$ Js):

a) 2 000   b) 1 000   c) 200   d) 100   e) 0,2

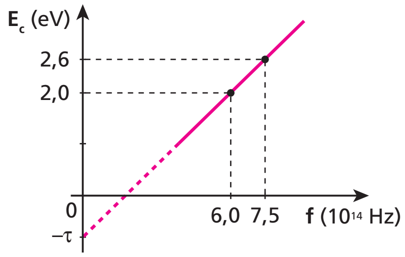
19. (UFPI) Uma radiação monocromática com comprimento de onda de 600 nm e uma potência de 0,54 W incide em uma célula fotoelétrica de sódio, cuja função trabalho é 2,8 eV. Assinale a alternativa que apresenta, respectivamente, o número de fótons por segundo, que se propaga na radiação, e a frequência de corte para o sódio.

(**Dados:** 1 eV = $1,6 \cdot 10^{-19}$ J; h = $6,63 \cdot 10^{-34}$ Js; c = $3,0 \cdot 10^8$ m/s.)

a) $1,63 \cdot 10^{17}$ fótons; $4,4 \cdot 10^{14}$ Hz.
b) $1,63 \cdot 10^{18}$ fótons; $4,4 \cdot 10^{14}$ Hz.
c) $2,18 \cdot 10^{18}$ fótons; $4,4 \cdot 10^{14}$ Hz.
d) $2,18 \cdot 10^{18}$ fótons; $6,7 \cdot 10^{14}$ Hz.
e) $1,63 \cdot 10^{18}$ fótons; $6,7 \cdot 10^{14}$ Hz.

20. (UFPA) Por meio de ondas eletromagnéticas a Terra recebe radiação solar a uma taxa de 2,0 cal/min para cada cm^2 de sua superfície. Admitindo para essas ondas eletromagnéticas um comprimento de onda médio de 5 800 Å, calcule em eletronvolt a energia correspondente a um fóton dessa radiação e também o número de fótons por minuto que atinge uma área de 1 cm^2 sobre a Terra. Adote: constante de Planck = $6,6 \cdot 10^{-34}$ J · s, 1 cal = 4,2 J e 1 Å = 10^{-10} m.

21. (UFC-CE) O gráfico mostrado abaixo resultou de uma experiência na qual a superfície metálica de uma célula fotoelétrica foi iluminada, separadamente, por duas fontes de luz monocromática distintas, de frequências $f_1 = 6,0 \cdot 10^{14}$ Hz e $f_2 = 7,5 \cdot 10^{14}$ Hz, respectivamente.



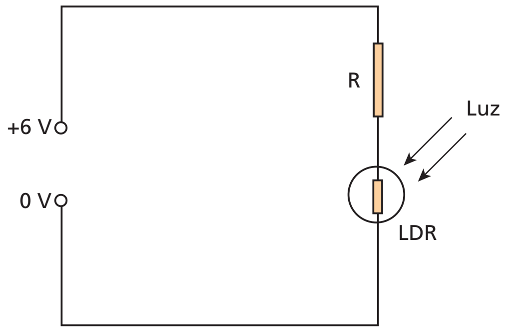
As energias cinéticas máximas, $E_{c_1} = 2,0$ eV e $E_{c_2} = 2,6$ eV, dos elétrons arrancados do metal, pelos dois tipos de luz, estão indicadas no gráfico. A reta que passa pelos dois pontos experimentais do gráfico obedece à relação estabelecida por Einstein para o efeito fotoelétrico, ou seja, $E_c = h\,f - \tau$, em que **h** é a constante de Planck e $\boldsymbol{\tau}$ é a chamada função trabalho, característica de cada material. Baseando-se na relação de Einstein, o valor calculado de $\boldsymbol{\tau}$ em eV, é

a) 0,4 b) 1,6 c) 1,8 d) 2,0 e) 2,3

22. Uma gota de água de volume igual a 0,20 mL é aquecida, no ar, por radiação de comprimento de onda igual a 7 500 Å, absorvendo $1,0 \cdot 10^{18}$ fótons por segundo. Calcule o intervalo de tempo necessário para que a temperatura dessa gota sofra uma elevação de 1,0 K (1,0 °C).

Dados: calor específico da água = $4,2 \cdot 10^3$ J/kgK;
densidade da água = $1,0 \cdot 10^3$ kg/m^3;
constante de Planck = $6,63 \cdot 10^{-34}$ Js;
c = $3,0 \cdot 10^8$ m/s.

23. (ITA-SP) Certos resistores quando expostos à luz variam sua resistência. Tais resistores são chamados LDR (do inglês: *Light Dependent Resistor*). Considere um típico resistor LDR feito de sulfeto de cádmio, o qual adquire uma resistência de aproximadamente 100 Ω quando exposto à luz intensa, e de 1 MΩ quando na mais completa escuridão. Utilizando esse LDR e um resistor de resistência fixa **R** para construir um divisor de tensão, como mostrado na figura, é possível converter a variação da resistência em variação de tensão sobre o LDR, com o objetivo de operar o circuito como um interruptor de corrente (circuito de chaveamento). Para esse fim, deseja-se que a tensão através do LDR, quando iluminado, seja muito pequena comparativamente à tensão máxima fornecida, e que seja de valor muito próxima ao desta, no caso do LDR não iluminado. Qual dos valores de **R** abaixo é o mais conveniente para que isso ocorra?



a) 100 Ω b) 1 MΩ c) 10 kΩ d) 10 MΩ e) 10 Ω

24. (UFBA) Em 1905, Albert Einstein explicou teoricamente o efeito fotoelétrico e, em carta a um amigo, reconheceu ser esse "um trabalho revolucionário". Atualmente, esse efeito é muito utilizado em alarmes de raios *laser* e no acendimento automático da iluminação pública, dentre outras aplicações.

A equação que, segundo Einstein, explica esse efeito é escrita como $E_{cinética} = h\,f - \tau$, na qual:

- $E_{cinética}$ é a energia cinética máxima dos elétrons arrancados da superfície;
- **f** é a frequência da onda eletromagnética incidente;
- **h** é uma constante universal proposta, pela primeira vez, pelo físico alemão Max Planck;
- $\boldsymbol{\tau}$ é a função trabalho.

A função trabalho é a quantidade mínima de energia necessária para arrancar um elétron da superfície. A quantidade h f representa a energia de uma "partícula de luz" – um fóton. Estava, então, colocada a dualidade onda-partícula.

Um experimento, para determinar a constante de Planck, pode ser realizado usando-se a equação de Einstein. Em um capacitor de placas paralelas, no vácuo, os elétrons são arrancados da placa positiva, fazendo-se incidir nela uma onda eletromagnética, luz ou radiação ultravioleta.

O aparecimento de uma corrente elétrica indica o fluxo desses elétrons entre as placas do capacitor. Uma diferença de potencial V_0 aplicada entre as placas do capacitor é ajustada o suficiente para fazer com que a corrente desapareça e, nesse caso, tem-se que $eV_0 = E_{cinética}$, em que **e** é a carga do elétron.

O resultado desse experimento realizado em uma superfície de cobre é expresso na tabela.

Com base nessas informações e nos dados da tabela, determine a constante de Planck, **h**, e a função trabalho $\boldsymbol{\tau}$, do cobre, considerando-se e = $1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

f (10^{14} Hz)	V_0 (V)
5,5	0,4
7,0	1,0
9,5	2,0

25. (UFRN) Uma das aplicações do efeito fotoelétrico é o visor noturno, aparelho de visão sensível à radiação infravermelha, ilustrado na figura abaixo. Um aparelho desse tipo foi utilizado por membros das forças especiais norte-americanas para observar supostos integrantes da rede al-Qaeda. Nesse tipo de equipamento, a radiação infravermelha atinge suas lentes e é direcionada para uma placa de vidro revestida de material de baixa função de trabalho (**W**). Os elétrons arrancados desse material são "transformados", eletronicamente, em imagens. A teoria de Einstein para o efeito fotoelétrico estabelece que:

$E_c = h\,f - W$

sendo:

E_c a energia cinética máxima de um fotoelétron;

$h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Js a constante de Planck;

f a frequência da radiação incidente.

Considere que um visor noturno recebe radiação de frequência $f = 2{,}4 \cdot 10^{14}$ Hz e que os elétrons mais rápidos ejetados do material têm energia cinética $E_c = 0{,}90$ e V. Sabe-se que a carga do elétron é $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C e $1 \text{ eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J.


Sérgio Dotta Jr./The Next

Foto ilustrativa de um visor noturno.

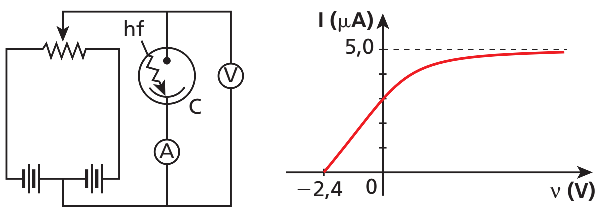
Baseando-se nessas informações, calcule:

a) a função de trabalho (**W**) do material utilizado para revestir a placa de vidro desse visor noturno, em eV;

b) o potencial de corte (V_0) desse material para a frequência (**f**) da radiação incidente.

26. (Olimpíada Ibero-americana de Física) Em 1905, Albert Einstein publicou vários trabalhos[1] entre os quais se inclui uma explicação original do efeito fotoelétrico com o qual ganhou o prêmio Nobel de Física em 1921. Uma versão simplificada deste efeito ocorre em uma célula fotoelétrica que se liga a um circuito como indicado na figura. O cátodo **C**, emissor de elétrons, tem uma área de 2,00 cm^2 e é iluminado por radiação monocromática de intensidade constante. A energia mínima para extrair um elétron do cátodo é 1,90 eV. Ao mover o cursor **k** do potenciômetro, a diferença de potencial (ddp) **ν** varia entre o cátodo e o ânodo da célula, e é medida com um voltímetro. O microamperímetro **A** indica a intensidade **I** da corrente cátodo-ânodo. Nestas condições, ao variar a ddp **ν** entre o cátodo e o ânodo, obtém-se uma curva I (ν) como a indicada no gráfico da figura.

Dados: carga elementar $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js, constante de Planck.



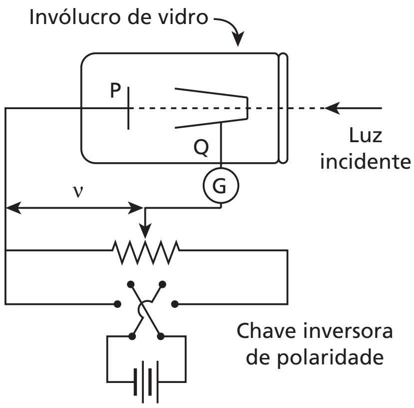
a) Determine a frequência da radiação utilizada nesta experiência para extrair os elétrons do cátodo.

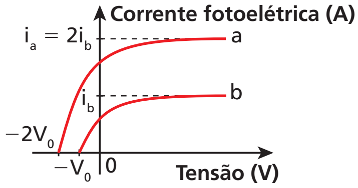
b) Calcule a intensidade da radiação que incide na superfície do cátodo **C**.

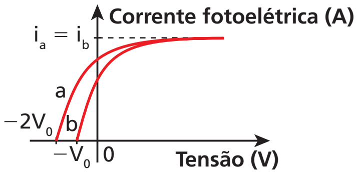
Nota: Suponha que a produção de fotelétrons se dê com rendimento máximo, ou seja, que cada fóton da radiação incidente extraia um elétron do cátodo.

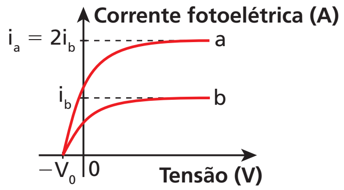
[1] O centenário deste *annus mirabillis* foi motivo da declaração de 2005 como Ano Mundial da Física.

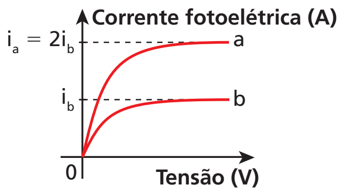
27. (ITA-SP) O aparato para estudar o efeito fotoelétrico mostrado na figura consiste de um invólucro de vidro que encerra o aparelho em um ambiente no qual se faz vácuo. Através de uma janela de quartzo, luz monocromática incide sobre a placa de metal **P** e libera elétrons. Os elétrons são então detectados sob a forma de uma corrente, devido à diferença de potencial **ν** estabelecida entre **P** e **Q**. Considerando duas situações distintas **a** e **b**, nas quais a intensidade da luz incidente em **a** é o dobro do caso **b**, assinale qual dos gráficos abaixo representa corretamente a corrente fotoelétrica em função da diferença de potencial.

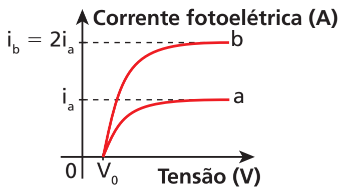


a)


b)


c)


d)


e)


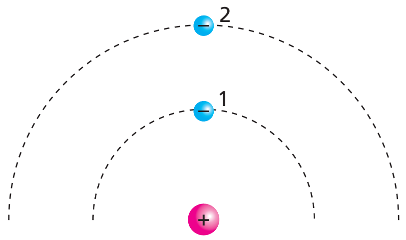
Bloco 4

8. O átomo de Bohr e as transições eletrônicas

Introdução

Num dado átomo, os elétrons encontram-se em diversos níveis de energia. Os que estão mais próximos do núcleo encontram-se nos níveis mais baixos, enquanto os que estão mais afastados dele encontram-se em níveis mais altos de energia.

Para entender isso, veja a figura abaixo, em que estão representados o núcleo de um átomo e um de seus elétrons em dois níveis de energia diferentes:



Na posição **1**, o elétron encontra-se em um determinado nível de energia. Para que ele passe para a posição **2**, é necessário fornecer energia ao elétron, já que o núcleo o atrai. Portanto, na posição **2**, o elétron está em um nível de energia maior do que quando está na posição **1**.

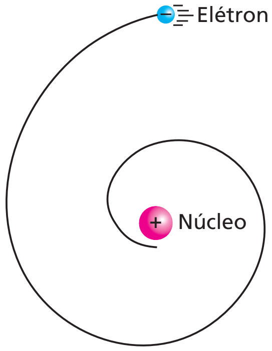
O modelo atômico de Bohr

Por não se ter acesso visual à estrutura de um átomo, ele sempre foi estudado por meio de modelos propostos pelos cientistas. Cada modelo descreve o átomo de acordo com suposições feitas por seu autor, baseado em resultados experimentais, e esse modelo é aceito enquanto não falhar na explicação dos fenômenos. A partir da primeira falha, compete aos físicos o aperfeiçoamento do modelo ou até mesmo sua substituição.

Neste curso, interessa-nos abordar apenas dois modelos atômicos, sem nos aprofundarmos em nenhum deles. Um desses modelos foi proposto pelo físico neozelandês Ernest **Rutherford** (1871-1937), em 1911. Rutherford descrevia o átomo como semelhante a um sistema planetário, tendo um núcleo central de carga positiva com elétrons em órbita ao seu redor.

O modelo de Rutherford foi, sem dúvida, um marco importante no desenvolvimento da Física atômica. Entretanto mostrou-se inadequado para explicar alguns fatos.

Pela teoria eletromagnética de Maxwell, qualquer carga dotada de alguma aceleração emite radiação eletromagnética e, portanto, perde energia. Um elétron do átomo de Rutherford, descrevendo, por exemplo, uma circunferência em torno do núcleo, possui uma aceleração: a centrípeta. Então, esse elétron deveria estar permanentemente emitindo radiação à custa de uma redução de seu nível de energia. Com isso, deveria descrever uma trajetória espiralada até cair no núcleo, como sugere a figura ao lado. Isso, entretanto, **não ocorre**, pois as eletrosferas dos átomos são estáveis.



Com relação ao que acabamos de abordar, existe ainda outro problema no modelo de Rutherford. De acordo com a teoria eletromagnética de Maxwell, a radiação emitida pelo elétron tem frequência igual à do seu movimento. Então, como a frequência do movimento do elétron seria variável **continuamente** durante sua ida até o núcleo, o elétron deveria emitir radiação com frequência variável também continuamente.

Entretanto, como veremos, a radiação emitida por um átomo só pode ter frequências de **determinados** valores, ao contrário da radiação térmica emitida por um corpo, cujo espectro é contínuo.

Evidenciou-se, então, a necessidade de se criar um novo modelo atômico, que foi proposto, em 1913, pelo físico dinamarquês Niels **Bohr** (1885-1962), baseado em ideias quânticas.


Alamy/Other Images

Niels Bohr, físico dinamarquês, Prêmio Nobel de Física em 1922.

Bohr postulou que, para a eletrosfera de um átomo manter-se estável, os elétrons desse átomo só podem ter determinados níveis de energia, denominados **estados estacionários** ou **quânticos**: a cada um desses estados corresponde uma determinada energia.

Em seu modelo, Bohr propôs que, **em um estado estacionário, o átomo não emite radiação**. Assim, sua eletrosfera mantém-se estável.

Experimentos realizados a partir de 1914 por James **Franck** (1882-1964) e Gustav **Hertz*** (1887-1975), ambos físicos alemães, confirmaram a existência dos estados estacionários.

Em termos de nomenclatura, também é importante saber que o estado estacionário, no qual os elétrons estão nos níveis mais baixos de energia, é denominado **estado fundamental**; os demais estados permitidos são denominados **estados excitados**.

Note, então, que só são permitidos o estado fundamental e outros estados excitados muito bem determinados: qualquer outro estado é proibido.

Para o caso particular do átomo de hidrogênio, que possui um único elétron, os níveis de energia possíveis são dados pela seguinte expressão, decorrente da teoria de Bohr:

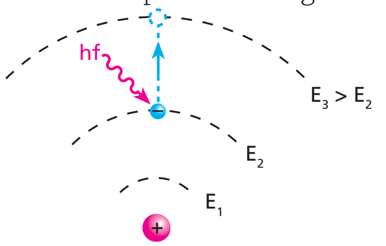
$$E_n = \frac{13,6}{n^2}\,\text{eV}$$

* Observe que não se trata de Heinrich Hertz, o também físico alemão (1857-1894), que gerou e detectou ondas de rádio.

em que $n = 1, 2, 3, ...$ é o **número quântico principal** – que chamaremos simplesmente de número quântico – e E_n é a energia correspondente a cada número quântico. O estado fundamental corresponde a $n = 1$, e os estados excitados correspondem a $n = 2, 3, ...$

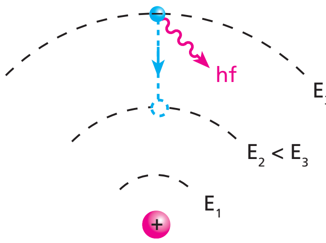
Observe que os valores de E_n são negativos. Isso significa que o elétron precisa receber energia para chegar ao nível zero, situação em que ele está deixando de interagir com o núcleo, ou seja, desvinculando-se do átomo.

Bohr também postulou que todo átomo, ao passar de um estado estacionário para outro, emite ou absorve um *quantum* de energia igual à diferença entre as energias correspondentes aos dois estados, como exemplificam as figuras seguintes:



O elétron "saltará" do nível de energia E_2 para o nível de energia E_3 se absorver um *quantum* h f, tal que:

$$h\,f = E_3 - E_2$$



Quando retorna do nível de energia E_3 para o nível E_2, o elétron emite um *quantum* de radiação h f, tal que:

$$h\,f = E_3 - E_2$$

Esse fato também não pode ser explicado pela teoria de Maxwell, pois, segundo ela, a frequência da radiação emitida está relacionada com a frequência do movimento do elétron, o que não é verdade, já que a frequência da radiação emitida está relacionada apenas com a diferença de energia entre os estados inicial e final.

No modelo de Bohr, os elétrons descrevem órbitas circulares em torno de um núcleo positivo, submetidos à força de atração dada pela Lei de Coulomb, que desempenha o papel de força resultante centrípeta.

Os raios (**r**) dessas órbitas só podem ter determinados valores.

No caso do átomo de hidrogênio e de íons com apenas um elétron (como hélio ionizado e lítio duplamente ionizado), os raios permitidos obedecem à seguinte relação:

$$r_n = n^2\, r_1$$

em que r_n é o raio da órbita correspondente ao número quântico **n** e r_1 é o raio correspondente ao estado fundamental ($n = 1$).

Demonstração da expressão de r_n

Para obter r_n em átomos de hidrogênio e em íons com único elétron, Bohr postulou a quantização do **momento angular orbital** do elétron, uma grandeza cuja intensidade L_n é igual a $m\,v_n\,r_n$, em que **m** é a massa do elétron e v_n é a sua velocidade orbital na órbita de raio r_n, fazendo:

$$L_n = n\frac{h}{2\pi} \quad (n = 1, 2, 3, ...)$$

$$m\,v_n\,r_n = n\frac{h}{2\pi} \Rightarrow v_n = \frac{nh}{2\pi\, m\, r_n} \qquad \text{(I)}$$

Sendo **Z** o número atômico do elemento químico, a carga nuclear do átomo (ou íon) é igual a Ze, em que **e** é a carga elementar, temos, então:

$$F_e = F_{cp} \Rightarrow \frac{K\,(Z\,e)\,e}{r_n^2} = \frac{m\,v_n^2}{r_n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{K\,Z\,e^2}{r_n} = m\,v_n^2 \qquad \text{(II)}$$

Substituindo (I) em (II), vem:

$$\frac{K\,Z\,e^2}{r_n} = m\frac{n^2\,h^2}{4\pi^2\,m^2\,r_n^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r_n = n^2\frac{h^2}{4\pi^2\,K\,Z\,e^2\,m} \Rightarrow$$

$$r_n = n^2\, r_1\text{, em que } r_1 = \frac{h^2}{4\pi^2\,K\,Z\,e^2\,m}.$$

Nota:

- Embora a teoria quântica de Bohr tenha explicado corretamente o espectro de emissão do átomo de hidrogênio e de íons dotados de apenas um elétron, ela não conseguiu esclarecer o espectro de emissão de átomos ou íons com mais de um elétron. Falhou grotescamente até no caso do átomo de hélio, um átomo simples em que existem apenas **dois** elétrons.

  Outros fatos experimentais importantes também não puderam ser explicados por essa teoria. Evidenciava-se, portanto, a necessidade de se buscar uma nova abordagem do átomo. Depois de muito esforço dos físicos, surgiu uma teoria satisfatória: a **mecânica quântica**. Essa teoria foi desenvolvida em 1925 pelo físico austríaco Erwin **Schrödinger** (1887-1961), que contou com vários colaboradores, e não será tratada neste livro.

  Schrödinger recebeu o Prêmio Nobel de Física em 1933.

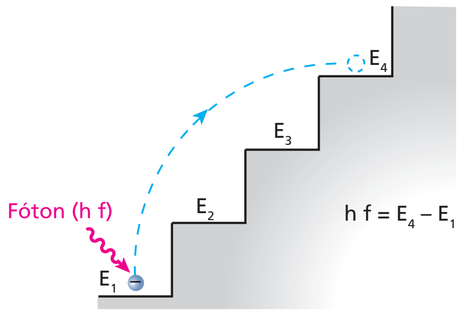
  É importante destacar que uma teoria, embora considerada ótima, hoje, também poderá vir a sofrer modificações ou, até mesmo, ser substituída por outra.

Transições eletrônicas causadas pela incidência de radiação eletromagnética

Os estados estacionários (níveis permitidos de energia) de um átomo, citados anteriormente, podem ser comparados aos degraus de uma escada. Essa comparação só não é perfeita porque as diferenças de energia entre os diversos estados possíveis são bastante irregulares.

No caso de uma radiação eletromagnética incidir em um átomo, um elétron dele só pode absorver um fóton (*quantum* de energia) se a energia deste (h f) for **exatamente** a quantidade de energia necessária para o elétron "saltar" de um nível permitido para outro também permitido. Caso contrário, ele não o absorve.

Observe, na figura a seguir, um elétron que absorve um fóton e salta do estado fundamental, de energia E_1, para o estado excitado, de energia E_4:

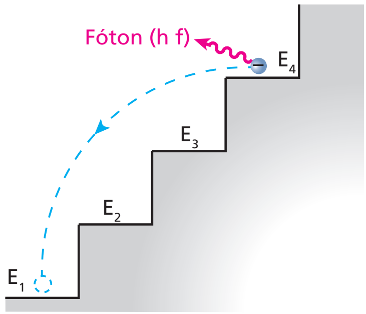


Quando um elétron absorve um fóton, ele pode "saltar" para qualquer um dos níveis superiores permitidos de energia, dependendo da energia do fóton absorvido.

Estando o átomo já excitado, o elétron retornará ao estado fundamental, pois o estado excitado é instável.

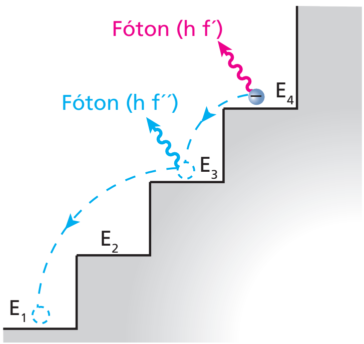
Existe uma probabilidade de esse retorno acontecer num único "salto", caso em que o elétron devolve a energia que havia absorvido, emitindo um único fóton. Nesse caso, considerando a situação ilustrada na figura anterior, o fóton emitido tem a mesma energia ($E_4 - E_1$) do fóton incidente, isto é, do fóton que causou a excitação.

Como a energia do fóton é igual a h f, podemos concluir que a frequência associada ao fóton absorvido é igual à associada ao fóton emitido. Em outras palavras, se o fóton incidente é de luz violeta, por exemplo, o fóton emitido será da mesma luz violeta.



Existe também uma probabilidade de o elétron retornar **por etapas** do estado excitado para o estado fundamental. Quando isso ocorre, ele dá mais de um "salto", passando por níveis intermediários **permitidos**. Em cada "salto", o elétron emite um fóton de energia menor que a do fóton que ele havia absorvido na excitação e, portanto, de frequência associada menor que a daquele fóton. A soma das energias de todos os fótons emitidos é igual à energia do fóton incidente (absorvido).

Com relação à situação ilustrada na figura anterior, suponha que o elétron retorne ao estado fundamental por meio dos dois "saltos" representados na figura abaixo.



Como $h f' + h f'' = h f$, concluímos que as frequências f' e f" são menores que **f**. Isso significa que um átomo pode ser excitado por luz de determinada frequência e emitir luzes de frequências mais baixas, como acontece, por exemplo, nas lâmpadas fluorescentes (falaremos disso mais adiante).

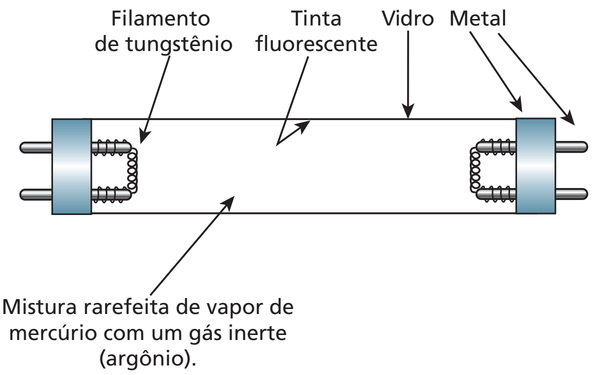
Notas:

- Normalmente, a luz emitida por um átomo excitado é consequência das transições de seus elétrons mais **externos**, uma vez que a excitação de elétrons mais internos requer fótons mais energéticos, como de radiação ultravioleta ou até mesmo de raios X.
- Um elétron pode ser excitado, atingindo um nível de energia tão alto que se liberta do átomo. Nesse caso, o átomo fica ionizado. É o que ocorre, por exemplo, no efeito fotoelétrico.

Outras causas das transições eletrônicas

As transições eletrônicas podem ocorrer por outros processos, além da incidência de radiações eletromagnéticas. Um desses outros processos é o **aquecimento**.

Você sabe que os átomos de um corpo estão tanto mais agitados quanto mais elevada é a sua temperatura. Átomos que se agitam intensamente, ao colidirem com átomos vizinhos, podem fornecer energia a seus elétrons, causando transições eletrônicas. Como consequência dessas transições, o átomo pode emitir radiações eletromagnéticas ou até mesmo perder elétrons. No caso da perda de elétrons, o fenômeno recebe o nome de **efeito termiônico**, que ocorre, por exemplo, nos filamentos de tungstênio existentes nas extremidades de uma lâmpada fluorescente:

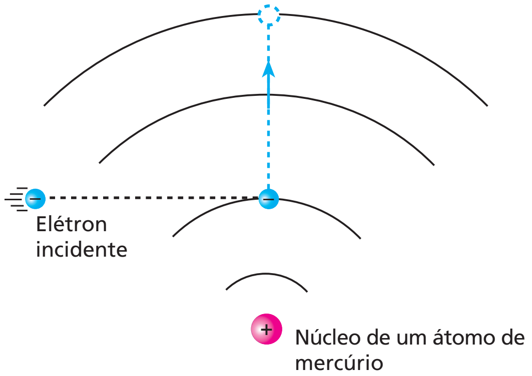


Os filamentos de tungstênio aquecidos liberam elétrons.

É interessante notar que, no efeito termiônico, elétrons são extraídos devido ao recebimento de **energia térmica**, enquanto, no efeito fotoelétrico, isso ocorre devido à absorção de **fótons** de radiações eletromagnéticas.

Vamos explorar mais um pouco a lâmpada fluorescente, sem, contudo, detalhar seu funcionamento do ponto de vista elétrico.

Os elétrons liberados nos filamentos quentes são acelerados em virtude de uma diferença de potencial aplicada entre as extremidades da lâmpada. Esses elétrons atingem átomos de uma mistura rarefeita de mercúrio (no estado de vapor) com um gás inerte (argônio), provocando ionizações e excitações. Note que estamos diante de mais um processo de transição eletrônica: é a transição causada pela **colisão de elétrons**.



Um elétron incide em um átomo de mercúrio e fornece energia a um de seus elétrons, que realiza, então, uma transição para um nível de energia maior.

A radiação emitida pelos átomos de mercúrio e do gás inerte é mais rica em luz violeta e, principalmente, em radiação ultravioleta.

Se a parede interna do tubo de vidro não fosse revestida por uma tinta fluorescente, você veria a lâmpada emitir uma luz violeta e fraca, uma vez que a radiação ultravioleta não é visível.

Nessa tinta, acontece uma segunda excitação, causada pela radiação ultravioleta que nela incide. Elétrons dos átomos da tinta absorvem fótons da radiação ultravioleta (não visível) e sofrem transições. No retorno desses elétrons, que se dá **por etapas**, ocorre a emissão de fótons de **luz visível**, já que as frequências associadas a eles são menores que a da radiação ultravioleta incidente. Essa emissão de luz visível a partir da radiação ultravioleta denomina-se **fluorescência**.

As lâmpadas de "luz negra" também emitem radiação ultravioleta, que produz fluorescência principalmente em roupas brancas e nos dentes das pessoas.

Notas:

- Em anúncios luminosos, como os de gás neônio, por exemplo, que emitem uma luz avermelhada, as transições eletrônicas também são causadas por bombardeamento de elétrons. O mesmo acontece na tela do tubo de imagem de um televisor.
- Na **fluorescência**, o material só emite luz visível **enquanto** está sendo excitado. Cessada a excitação, o material fluorescente deixa de emitir luz visível. Quando um átomo desse material é excitado, ele retorna muito rapidamente ao estado fundamental. Esse retorno ocorre em cerca de 10^{-8} s.

- A **fosforescência** é um fenômeno diferente: o material recebe luz, é excitado e continua emitindo luz visível, mesmo após ter sido encerrado o processo de excitação. É o que acontece, por exemplo, em teclas de interruptores e em tintas depositadas em ponteiros de relógios: esses materiais recebem luz durante o dia e continuam brilhando durante a noite porque neles o tempo de retorno do estado excitado ao estado fundamental é longo, muito maior que nos materiais fluorescentes.

Excitação e excitação...

A excitação causada por um fóton só acontece se a energia do fóton for exatamente aquela que o elétron precisa para realizar um salto quântico para outro nível permitido de energia.

Entretanto essa restrição não existe quando a excitação é causada por incidência de elétron. Se, por exemplo, um elétron com 11,3 eV de energia bombardeia um átomo de hidrogênio no estado fundamental ($n = 1$), atingindo seu elétron, este absorve 10,2 eV e realiza um salto quântico para o estado $n = 2$. O elétron incidente continua em movimento com a energia cinética que restou, ou seja, com 1,1 eV.

Análise espectral

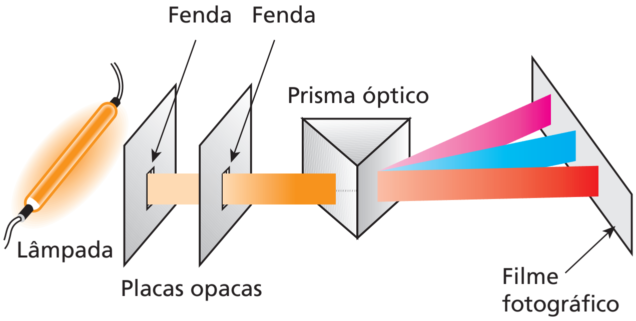
Espectro de emissão

Átomos de um elemento químico no estado gasoso atômico (não molecular) só podem emitir um conjunto de radiações eletromagnéticas de determinadas frequências, característico do elemento, como se fosse sua impressão digital.

Esse conjunto de radiações possíveis de serem emitidas pelo átomo do elemento chama-se **espectro de emissão** do elemento.

Considerando apenas as radiações visíveis, um átomo de gás hélio, por exemplo, só pode emitir sete radiações, todas com frequências bem definidas, independentemente da causa da emissão. Dizemos, então, que o espectro de emissão do átomo de hélio, bem como dos átomos de outros elementos químicos no estado gasoso atômico, é **descontínuo**. Podemos dizer, também, que é um **espectro de linhas** ou **de raias**.

A figura a seguir dá uma ideia de como se pode obter o espectro de emissão de um elemento químico.



No interior do tubo de vidro transparente de uma lâmpada existe um determinado elemento químico no estado gasoso atômico. Os átomos desse elemento são excitados e emitem luz, que atravessa duas estreitas fendas existentes nas placas opacas, gerando um estreito pincel de luz. Esse pincel se decompõe ao atravessar o prisma, e as linhas (ou raias) espectrais características da luz emitida pelo elemento ficam registradas no filme fotográfico.

Se incidisse no prisma a luz "branca completa", isto é, composta de todas as frequências correspondentes às radiações visíveis, o espectro registrado seria contínuo: veríamos no filme, em vez de linhas, uma faixa contínua, com cores variando gradualmente do vermelho ao violeta.

Veja, a seguir, os espectros de emissão de alguns elementos químicos, na região visível do espectro eletromagnético (os elementos também emitem radiações não visíveis):

Como o espectro de emissão de um átomo é uma característica dele, a análise desse espectro permite identificá-lo. A **análise espectral** tem aplicação na metalurgia, pois permite controlar a composição dos materiais. A composição química dos minerais também pode ser determinada por essa análise.

Espectro de absorção

Vamos ver agora o **espectro de absorção** de um elemento químico no estado gasoso atômico.

Para isso, vamos considerar um experimento em que é usada uma fonte de luz de espectro de emissão contínuo do vermelho ao violeta. Essa fonte pode ser o filamento de uma lâmpada de incandescência.

Como na montagem experimental proposta para se obter o espectro de emissão, neste caso, a luz proveniente da fonte também passa por duas fendas, obtendo-se um estreito pincel de luz.

Antes de passar por um prisma óptico, esse pincel atravessa uma ampola de vidro dentro da qual existe um elemento químico no estado gasoso atômico.

Em seguida, o pincel passa pelo prisma, onde é decomposto, e incide em um filme fotográfico. Nesse filme fica registrado um espectro composto por cores que variam gradualmente do vermelho ao violeta, mas com algumas linhas escuras que correspondem às frequências das radiações que desapareceram do espectro contínuo original, por terem sido absorvidas e espalhadas pelos átomos do interior da ampola.

As linhas escuras observadas constituem o espectro de absorção (na região visível) do elemento e também permitem identificá-lo.

As linhas escuras constituem o espectro de absorção de determinado elemento químico.

Em 1814, o físico alemão Joseph Von **Fraunhofer** (1787-1826), usando um prisma óptico, observou linhas escuras no espectro (contínuo) da luz produzida pelo Sol. Essas linhas receberam o nome de **linhas de Fraunhofer** e correspondem às frequências das luzes absorvidas e dispersadas pela cromosfera solar, que é gasosa e rarefeita.

Por meio desse espectro de absorção foi possível descobrir elementos químicos existentes no Sol. O hélio, por exemplo, foi descoberto primeiramente no Sol, depois na Terra.

A análise dos espectros de absorção também possibilitou identificar elementos químicos em outras estrelas. Foi ela que levou o astrônomo norte-americano Edwin Powell **Hubble** (1889-1953) a propor, em 1929, a teoria do **Universo em expansão**.

Hubble observou que as linhas espectrais de elementos químicos identificados na luz das galáxias eram recebidas na Terra com frequências diminuídas, ou, como se costuma dizer, “deslocadas para o vermelho”. Ele atribuiu esse deslocamento, conhecido por *red shift*, ao efeito Doppler da luz (esse fenômeno foi estudado em Ondulatória, mas sua equação para o caso das radiações eletromagnéticas é diferente da que foi vista): como as linhas espectrais da luz das galáxias são recebidas aqui com **frequências reduzidas**, ele concluiu que há um movimento relativo de **afastamento** entre as galáxias e a Terra.

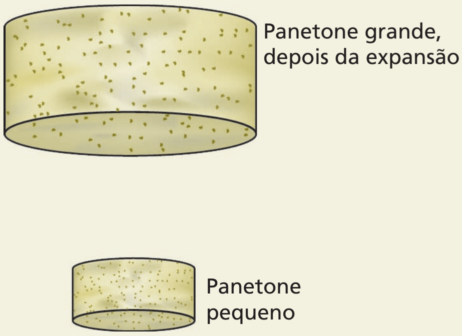
Obviamente Hubble não propôs um novo modelo geocêntrico, com a Terra no centro do Universo, e todas as galáxias se afastando dela, mas sim que todas as galáxias estão se afastando umas das outras.

“Opa! Acho que voltamos para o centro do Universo!

Para medirmos a expansão do Universo não deveríamos necessariamente estar no centro dele? Se vemos as coisas se afastando, não somos com certeza o centro desse movimento de afastamento? A comprovação experimental da expansão do Universo não recoloca o homem no centro de tudo?

Definitivamente, não! Para entender melhor a ideia, vamos imaginar que o Universo seja um panetone. Quando a massa é preparada, as passas e frutas cristalizadas são misturadas na massa crua e o panetone é colocado numa fôrma. Durante o processo em que a massa é assada, temos a expansão do nosso “universo panetone”.

Se você se posicionar no referencial de qualquer uva-passa ou pedacinho de fruta cristalizada, vai detectar afastamentos, não vai? Não é preciso estar no centro do panetone para dizer que o “universo panetone” está em expansão, concorda?



Qualquer pedaço de fruta cristalizada ou uva-passa “vê” os outros se afastando na expansão do “universo panetone”.

Então conforme-se: você mora num pequenino planeta que gira ao redor de uma insignificante estrela que está na periferia de uma galáxia que por sua vez está na periferia de um dos inúmeros aglomerados de galáxias...

Definitivamente, não somos o centro!”

BRAZ JÚNIOR, Dulcidio. *Física moderna*; tópicos para o ensino médio. Campinas: Companhia da Escola, 2002. p. 84.

Nota:

- A cada linha do espectro de absorção do átomo de um elemento químico existe uma linha de mesma frequência no seu espectro de emissão.

  Entretanto, não é verdade que toda linha presente no espectro de emissão aparece no de absorção. Apenas determinadas linhas do espectro de emissão estão presentes no espectro de absorção.

A Lei de Hubble

Usando a equação do efeito Doppler para a luz (dedutível na Teoria da Relatividade Restrita), Hubble mediu os valores **v** das velocidades relativas de afastamento entre diversas galáxias e a Terra. A partir dos brilhos dessas galáxias, estimou as distâncias **d** entre elas e o nosso planeta.

Analisando os resultados experimentais, verificou que **v** e **d** são proporcionais. Assim, quanto mais afastadas da Terra estão as galáxias, mais velozes elas são em relação a nós.

A expressão a seguir traduz a **Lei de Hubble**:

$$v = H\,d$$

Nessa expressão, **H** é uma constante que recebeu o nome de **constante de Hubble**. O valor mais recente obtido para **H** é:

$$H = \frac{(71 \pm 4)\ \text{km/s}}{\text{Mpc}}$$

em que 1 Mpc = 1 megaparsec = 10^6 pc e 1 pc = 1 parsec ≅ 3,26 anos-luz.

Leitura

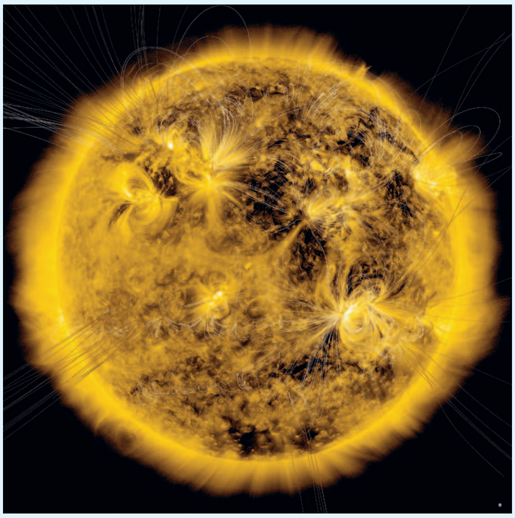
As quatro forças fundamentais da Natureza

Grande parte da comunidade científica concorda que o Universo e tudo que nele existe é regido por quatro forças, denominadas fundamentais. Em ordem decrescente de intensidades, são elas: a **nuclear forte**, a **eletromagnética**, a **nuclear fraca** e a **gravitacional**.

Thinkstock/Getty Images

A **força nuclear forte** é responsável pela estabilidade de núcleos atômicos, permitindo, por exemplo, que prótons – partículas dotadas de carga elétrica positiva –, a despeito da extraordinária repulsão eletrostática existente entre eles, mantenham-se coesos dentro do núcleo do átomo.

Nos processos de fusão nuclear, em que núcleos leves aderem-se para formar elementos mais massivos, e de fissão nuclear, em que núcleos pesados são desmantelados, ocorre liberação de enormes quantidades de energia e, em ambos os casos, as forças nucleares fortes exercem papel preponderante. Essas forças, no entanto, restringem-se aos núcleos atômicos, manifestando-se apenas em distâncias da ordem de 10^{-15} m. Acredita-se que a força nuclear forte atue também nos *quarks*, os supostos componentes de prótons e nêutrons. Nessas interações ela recebe a denominação de **carga de cor**, que nada tem que ver com carga elétrica nem com cor.



Thinkstock/Getty Images

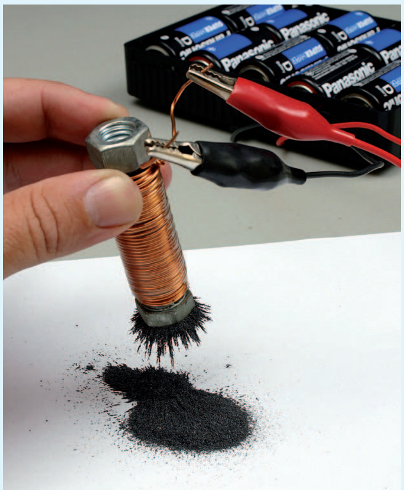
Nas estrelas, como o Sol, a energia é emanada a partir de reações de fusão nuclear, em que átomos de hidrogênio associam-se para produzir átomos de hélio. As forças nucleares fortes constituem o principal veículo para a liberação dessas enormes quantidades de energia.

A **força eletromagnética** explica as atrações e repulsões entre polos magnéticos, entre partículas dotadas de carga elétrica e entre essas partículas e campos elétricos e magnéticos. É devido à força eletromagnética que um elétron de um átomo se mantém em órbita em torno do respectivo núcleo. Num âmbito mais amplo, é ela que assegura a estabilidade e a própria existência de átomos em geral.

A emissão e a absorção de luz, além de outras radiações, podem ser relacionadas à força eletromagnética que está presente em saltos quânticos e na produção de ondas eletromagnéticas por partículas eletrizadas em processo de aceleração. Forças de adesão e coesão também têm origem eletromagnética. Essas interações englobam as forças de contato presentes no dia a dia, como trações, compressões, flexões, atritos etc.

As forças eletromagnéticas são de longo alcance, podendo, teoricamente, manifestar-se em distâncias infinitas.

Sérgio Dotta Jr./The Next



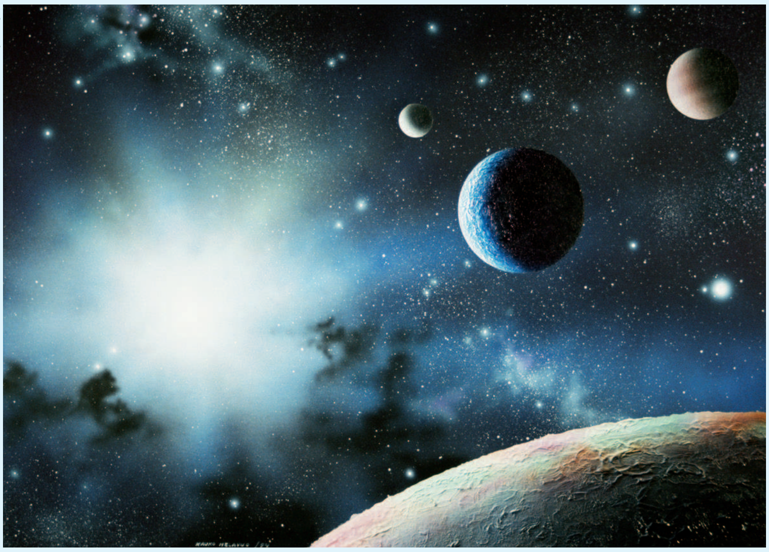
Nessa fotografia, faz-se passar corrente elétrica por um fio enrolado ao longo de um parafuso de ferro. Cria-se dessa maneira um eletroímã capaz de manter suspensos fragmentos de limalha de ferro. As forças de atração entre o eletroímã e as limalhas são de natureza eletromagnética. Esse mesmo princípio de funcionamento pode ser utilizado na construção de grandes guindastes magnéticos, que conseguem erguer e sustentar pesadas e volumosas cargas.

A **força nuclear fraca**, de descrição estritamente quântica, é responsável pela degradação radioativa de certos núcleos atômicos. Em particular, essa força rege o processo de **decaimento beta** (beta-menos ou beta-mais). No caso do decaimento beta-menos, um nêutron divide-se espontaneamente em um próton, um elétron e um antineutrino. Se um nêutron dentro do núcleo de um átomo decai dessa maneira, devido à emissão do elétron (partícula β), ele se converte em um próton. Isso acrescenta um novo próton ao núcleo, transformando um elemento químico em outro, como ocorre no interior de estrelas e em explosões de supernovas. Nesses casos, há captura e decaimento de nêutrons.

As forças nucleares fracas têm raio de ação ainda menor que o das forças nucleares fortes, sendo notadas em dimensões bastante restritas, da ordem de 10^{-18} m.

Quando se trata de intensidade, a **força gravitacional** é a menos expressiva dentre as quatro, mas sua importância é suprema, já que, por meio dela, é possível explicar a queda de corpos e a aglomeração de poeira cósmica para a formação de estrelas e de outros corpos celestes. Explica-se também a gravitação de planetas e satélites, a formação de galáxias, buracos negros e a provável expansão do Universo. Diferente da força eletromagnética, a gravitacional é exclusivamente atrativa, podendo ser sentida a distâncias muito grandes da massa que a produz.

Kauko Helavuo/Stone/Getty Images



O número de asteroides, cometas, satélites, planetas, estrelas e galáxias do Universo é indeterminado. Esses elementos astronômicos, no entanto, estão sujeitos a forças de origem gravitacional que lhes garantem relativa estabilidade dentro do sistema a que pertencem.

As modernas teorias da Física têm abandonado o conceito de "ação a distância" e apontam no sentido de que cada uma das quatro forças da Natureza é "transmitida por partículas virtuais", denominadas **mediadoras**. Assim, a força nuclear forte teria como mediadoras os **glúons**, a eletromagnética, os **fótons**, a nuclear fraca, os **bósons** ($W^{\pm}$ e Z^0) e a gravitacional, os **grávitons**.

No quadro a seguir, resumimos algumas características importantes das quatro forças fundamentais da Natureza.

Força (ou interação)	Intensidade relativa	Principal teoria em que é estudada	Partícula mediadora	Raio de ação (m)
Nuclear forte	10^{38}	Cromodinâmica quântica	Glúon	10^{-15}
Eletromagnética	10^{36}	Eletrodinâmica	Fóton	"infinito"
Nuclear fraca	10^{25}	Flavordinâmica	Bóson	10^{-18}
Gravitacional	1	Geometrodinâmica	Gráviton	"infinito"

Nos atuais níveis de energia e temperatura reinantes no Universo (a temperatura média hoje admitida é de 2,7 K), as quatro forças fundamentais – nuclear forte, eletromagnética, nuclear fraca e gravitacional – apresentam características bem distintas, manifestando-se em "ambientes" diferentes. Nas situações que envolvem níveis mais elevados de energia e temperatura, entretanto, a situação muda, como pode ser verificado em certos aceleradores de partículas. Nesses casos, as forças eletromagnética e nuclear fraca perdem suas identidades, aglutinando-se numa única força, chamada **eletrofraca**. As forças nuclear forte e eletromagnética terão caráter unificado em energias e temperaturas ainda maiores.

Embora uma teoria completa e satisfatória que reúna as quatro forças numa única ainda não tenha sido alcançada, muitos cientistas acreditam que, em energias e temperaturas extremamente altas, isso possa ocorrer. Nesse caso, a força gravitacional se juntaria às outras três constituindo uma espécie de **superforça**. Se a hipótese da unificação estiver correta, então, durante os primeiros instantes que se sucederam ao *Big Bang*, o Universo teria sido governado pela superforça, já que as temperaturas nesse momento primordial são estimadas em 10^{33} K, com toda a energia existente já plenamente manifestada.

Descubra mais

7. De que tipo é o espectro da luz emitida pela chama de uma vela: contínuo ou de linhas?

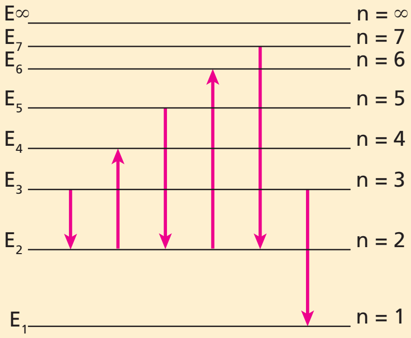
8. Como ocorre a emissão de *laser*?

Exercícios

nível 1

28. E.R. O esquema seguinte representa algumas das possíveis transições do átomo de hidrogênio. Nesse esquema, $n = \infty$ significa que o elétron foi removido do átomo, ou seja, o átomo está ionizado.

Dado: constante de Planck: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s



a) Calcule, em elétron-volt, a energia E_n associada a cada nível quântico **n**, indicado no esquema.

b) Observe os sentidos das transições indicadas e determine quais indicam que o elétron absorve energia.

c) Considerando as transições indicadas, calcule a menor frequência que uma radiação emitida pelo átomo pode ter.

d) Estando o elétron no estado fundamental, calcule a mínima energia necessária para ionizar o átomo.

Resolução:

a) Os níveis de energia possíveis são dados pela expressão:

$$E_n = -\frac{13{,}6}{n^2} \text{ eV}$$

Substituindo nela os valores $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$, $n = 5$, $n = 6$, $n = 7$ e $n = \infty$, obtemos:

$E_1 = -13{,}6$ eV	$E_5 = -0{,}54$ eV
$E_2 = -3{,}40$ eV	$E_6 = -0{,}38$ eV
$E_3 = -1{,}51$ eV	$E_7 = -0{,}28$ eV
$E_4 = -0{,}85$ eV	$E_\infty = 0$ eV

b) Quando o elétron absorve energia, ele passa para um nível de energia maior. Isso ocorre nas transições:

De $n = 2$ para $n = 4$ e de $n = 2$ para $n = 6$

c) Para haver emissão de radiação, a transição deve ocorrer de um nível de energia mais alto para um mais baixo.
Vamos calcular as energias **E** possíveis dos fótons emitidos:

Transição	E
De $n = 3$ para $n = 2$	$E = E_3 - E_2 = (-1{,}51 \text{ eV}) - (-3{,}40 \text{ eV}) = 1{,}89$ eV
De $n = 5$ para $n = 2$	$E = E_5 - E_2 = (-0{,}54 \text{ eV}) - (-3{,}40 \text{ eV}) = 2{,}86$ eV
De $n = 7$ para $n = 2$	$E = E_7 - E_2 = (-0{,}28 \text{ eV}) - (-3{,}40 \text{ eV}) = 3{,}12$ eV
De $n = 3$ para $n = 1$	$E = E_3 - E_1 = (-1{,}51 \text{ eV}) - (-13{,}6 \text{ eV}) = 12{,}09$ eV

Observe que a **menor** energia possível para o fóton emitido é igual a 1,89 eV e, como $E = hf$, a frequência correspondente também é a menor.
Precisamos converter 1,89 eV em J:

$$E = 1{,}89 \text{ eV} = 1{,}89 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3{,}02 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Então:

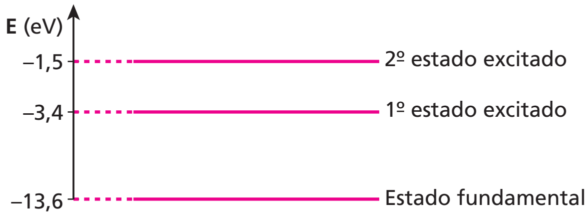
$$E = hf \Rightarrow f = \frac{E}{h} = \frac{3{,}02 \cdot 10^{-19}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}}$$

$$\boxed{f = 4{,}6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}}$$

d) O elétron precisa receber, no mínimo, a energia necessária para passar de $n = 1$ ($E_1 = -13{,}6$ eV) para $n = \infty$ ($E = 0$). Portanto:

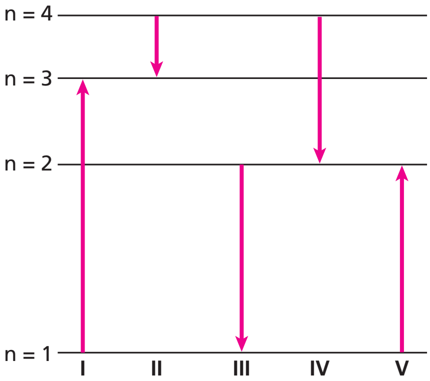
$\boxed{\text{A mínima energia necessária é igual a } +13{,}6 \text{ eV.}}$

29. (Olimpíada Paulista de Física) Um elétron de um átomo de hidrogênio, ao passar de um estado quântico para outro, emite ou absorve fóton. Na figura abaixo, representamos os três primeiros níveis de energia do átomo de hidrogênio.



Considere três fótons f_1, f_2 e f_3 com energias 12,1 eV, 10,2 eV e 8,5 eV, respectivamente. O átomo de hidrogênio está no estado fundamental. Quais fótons (f_1, f_2 ou f_3) poderá o átomo de hidrogênio absorver?

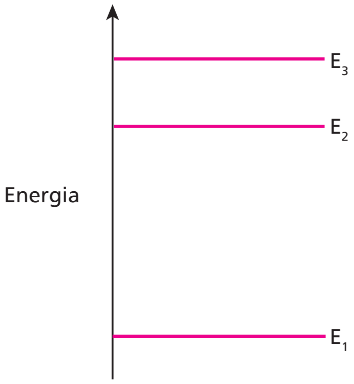
30. (ITA-SP) O diagrama abaixo mostra os níveis de energia (**n**) de um elétron em um certo átomo.



Qual das transições mostradas na figura representa a emissão de um fóton com o menor comprimento de onda?

a) I b) II c) III d) IV e) V

31. (UFMG) A figura mostra, esquematicamente, os níveis de energia permitidos para elétrons de certo elemento químico. Quando esse elemento emite radiação, são observados três comprimentos de onda diferentes, λ_a, λ_b e λ_c.



1. Com base na figura, explique a origem da radiação correspondente aos comprimentos de onda λ_a, λ_b e λ_c.
2. Considere que $\lambda_a < \lambda_b < \lambda_c$. Sendo **h** a constante de Planck e **c** a velocidade da luz, determine uma expressão para o comprimento de onda λ_a.

32. (UFPI) Um átomo de hidrogênio está em um estado excitado com n = 2, com uma energia $E_2 = -3{,}4$ eV. Ocorre uma transição para o estado n = 1, com energia $E_1 = -13{,}6$ eV, e um fóton é emitido. A frequência da radiação emitida, em Hz, vale aproximadamente:

Dados: 1 eV $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J; h $= 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js

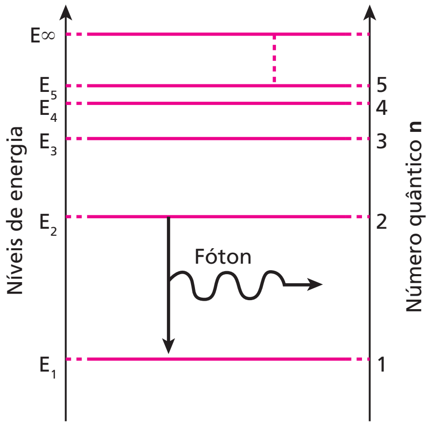
a) $2{,}5 \cdot 10^{15}$
b) $2{,}0 \cdot 10^{15}$
c) $1{,}5 \cdot 10^{15}$
d) $1{,}0 \cdot 10^{15}$
e) $5{,}0 \cdot 10^{14}$

33. (UFG-GO) A cor amarela característica das lâmpadas de vapor de sódio tem comprimento de onda de 590 nm e é o resultado de transições eletrônicas do subnível 3 p para o subnível 3 s do átomo de sódio. Calcule, em elétron-volts, a diferença de energia entre esses subníveis.

Dados: velocidade da luz = 300 000 km/s;
constante de Planck $= 4{,}1 \cdot 10^{-15}$ eV · s.

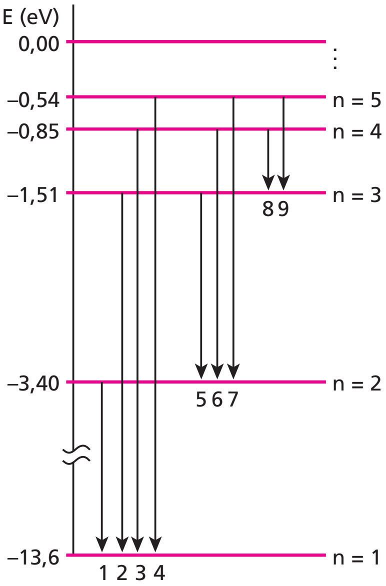
34. (UFJF-MG) Segundo o modelo de Bohr, as energias dos estados que o elétron pode ocupar no átomo de hidrogênio são dadas aproximadamente por $E_n = -\frac{K}{n^2}$, em que K = 13,6 eV e **n** é um número inteiro positivo (n = 1, 2, 3...). O eV (elétron-volt) é uma unidade de energia utilizada em Física atômica que corresponde à energia adquirida por um elétron quando acelerado por uma diferença de potencial de 1 volt.

Dados: h $= 4{,}13 \cdot 10^{-15}$ eV · s e
c $= 3{,}0 \cdot 10^{8}$ m/s.



a) Calcule a energia necessária (em eV) para o elétron passar do estado fundamental para o primeiro estado excitado no átomo de hidrogênio.
b) Calcule o comprimento de onda λ do fóton emitido, quando o elétron retorna ao estado fundamental.

35. (UFC-CE) Na figura abaixo, as flechas numeradas de 1 até 9 representam transições possíveis de ocorrer entre alguns níveis de energia do átomo de hidrogênio, de acordo com o modelo de Bohr. Para ocorrer uma transição, o átomo emite (ou absorve) um fóton cuja energia $\frac{hc}{\lambda}$ é igual a $|\Delta E|$ (**h** é a constante de Planck, **c** é a velocidade da luz no vácuo, **λ** é o comprimento de onda do fóton e ΔE é a diferença de energia entre os dois níveis envolvidos na transição).



Suponha que o átomo emite os fótons **X** e **Y**, cujos comprimentos de onda são, respectivamente, $\lambda_x = 1,03 \cdot 10^{-7}$ m e $\lambda_y = 4,85 \cdot 10^{-7}$ m. As transições corretamente associadas às emissões desses dois fótons são (use $h = 4,13 \cdot 10^{-15}$ eV · s e $c = 3,0 \cdot 10^{8}$ m/s):

a) 4 e 8.
b) 2 e 6.
c) 3 e 9.
d) 5 e 7.
e) 1 e 7.

36. (ITA-SP) A tabela abaixo mostra os níveis de energia de um átomo do elemento X que se encontra no estado gasoso.

E_0	0
E_1	7,0 eV
E_2	13,0 eV
E_3	17,4 eV
Ionização	21,4 eV

Dentro das possibilidades a seguir, a energia que poderia restar a um elétron com energia de 15,0 eV, após colidir com um átomo de **X**, seria de:

a) 0 eV.
b) 4,4 eV.
c) 16,0 eV.
d) 2,0 eV.
e) 14,0 eV.

37. (ITA-SP) Utilizando o modelo de Bohr para o átomo, calcule o número aproximado de revoluções efetuadas por um elétron no primeiro estado excitado do átomo de hidrogênio, se o tempo de vida do elétron, nesse estado excitado, é de 10^{-8} s. São dados: o raio da órbita do estado fundamental é de $5,3 \cdot 10^{-11}$ m e a velocidade do elétron nesta órbita é de $2,2 \cdot 10^{6}$ m/s.

a) $1 \cdot 10^{6}$ revoluções.
b) $4 \cdot 10^{7}$ revoluções.
c) $5 \cdot 10^{7}$ revoluções.
d) $8 \cdot 10^{6}$ revoluções.
e) $9 \cdot 10^{6}$ revoluções.

38. (UFC-CE) No modelo do **Universo em Expansão**, há um instante de tempo no passado em que toda a matéria e toda a radiação, que hoje constituem o Universo, estiveram espetacularmente concentradas, formando um estado termodinâmico de altíssima temperatura (**T** $\to \infty$), conhecido como *Big Bang*. De acordo com o físico russo G. Gamov, nesse estado inicial, a densidade de energia eletromagnética (radiação) teria sido muito superior à densidade de matéria. Em consequência disso, a temperatura média do Universo, $\langle T \rangle$, em um instante de tempo **t** após o *Big Bang* satisfaria a relação:

$$\langle T \rangle = \frac{2,1 \cdot 10^{9}}{\sqrt{t}}$$

sendo o tempo **t** medido em segundos (s) e a temperatura **T**, em kelvins (**K**). Um ano equivale a $3,2 \cdot 10^{7}$ segundos e atualmente a temperatura média do Universo é $\langle T \rangle = 3,0$ K. Assim, de acordo com Gamov, podemos afirmar corretamente que a idade aproximada do Universo é:

a) 700 bilhões de anos.
b) 210 bilhões de anos.
c) 15 bilhões de anos.
d) 1 bilhão de anos.
e) 350 bilhões de anos.

39. (Vunesp-SP) Leia o texto:

A radiação cósmica de fundo (RCF) é um sinal eletromagnético, de origem cosmológica, que pode ser observado hoje em dia em todo o céu. É uma espécie de ruído que permeia todo o Universo. Ela, portanto, atinge a Terra vinda de todas as direções e pode ser detectada, por exemplo, por um aparelho de TV: algo em torno de 3% do ruído eletromagnético recebido por um televisor deve-se a essa radiação.

(www.comciencia.com.br., 10.5.2003)

Radiação eletromagnética	Intervalo de frequências
Denominação	**Frequência (Hz)**
Baixas frequências	50/60
Rádio, radar e TV	10^{4} a 10^{11}
Micro-ondas	10^{9} a 10^{12}
Infravermelho	10^{11} a $4 \cdot 10^{14}$
Visível	$4 \cdot 10^{14}$ a $8 \cdot 10^{14}$
Ultravioleta	$8 \cdot 10^{14}$ a 10^{17}
Raios X	10^{15} a 10^{20}
Raios gama	10^{19} a 10^{24}

(módulo da velocidade da luz no vácuo $= 3 \cdot 10^{8}$ m/s)

A tabela mostra as denominações das radiações eletromagnéticas para cada intervalo de frequência. Sabendo-se que o comprimento de onda (λ) médio da radiação cósmica de fundo (RCF) é de 10^{-3} m, pode-se afirmar, quanto à detecção da RCF, que o texto:

a) está incorreto, porque a frequência da RCF está na faixa do ultravioleta e um aparelho de TV não capta esse intervalo de frequências.
b) está incorreto, porque a RCF está no intervalo de frequência dos raios X e não pode ser captada por um aparelho de TV.
c) está incorreto, porque o aparelho de TV não capta radiação na faixa do infravermelho, e a RCF está nessa faixa.
d) está correto, porque a RCF está na frequência das microondas e o aparelho de TV capta essas frequências.
e) está correto, porque a frequência da RCF está na faixa da luz visível, a qual é captada pelo aparelho de TV.

Tópico 2

Noções de Teoria da Relatividade

Bloco 1

1. Introdução

Como se estuda em Mecânica clássica, a velocidade, por exemplo, é uma grandeza **relativa**, isto é, uma grandeza que depende do referencial em relação ao qual é determinada. Consequentemente, também são relativas outras grandezas que dependem da velocidade, como a energia cinética e a quantidade de movimento.

A energia potencial de gravidade é outra grandeza cujo caráter relativo é evidente. De fato, o valor dessa energia (m g h) depende do nível de referência adotado para medir alturas.

As grandezas **comprimento**, **tempo** e **massa**, entretanto, sempre foram tratadas como **absolutas**, isto é, independentes do referencial em que são medidas.

Se alguém afirmar que o comprimento de uma ponte, o tempo de duração de uma aula e a massa de uma pessoa dependem do referencial, você certamente achará absurdas essas afirmações. Entretanto, como veremos nesta breve exposição, comprimento, massa e tempo, grandezas consideradas absolutas na Mecânica clássica, também são grandezas **relativas**! A relatividade dessas grandezas, porém, só fica evidenciada quando estudamos situações em que as velocidades são muito altas, isto é, não desprezíveis em comparação com a velocidade da luz no vácuo, que é de 300 000 km/s, aproximadamente.

O motivo da nossa perplexidade diante do caráter relativo do comprimento, do tempo e da massa é estarmos habituados a situações em que as velocidades são insignificantes em comparação com a da luz no vácuo. Mesmo a velocidade de 2 000 km/h de um avião supersônico e a velocidade de 30 km/s da Terra em seu movimento de translação ao redor do Sol são desprezíveis em comparação com 300 000 km/s.

2. O surgimento da Teoria da Relatividade

Entre o final do século XIX e o princípio do século XX, vários fatos importantes não estavam explicados. Como vimos, alguns foram esclarecidos pela Física quântica. Entretanto, outras questões continuavam sem respostas. Estas só foram dadas por outra teoria: a Teoria da Relatividade, de Einstein.

Essa teoria, que introduziu profundas transformações em conceitos básicos, é composta de duas partes.

Uma delas é a Teoria da Relatividade Restrita (ou Especial), publicada por Einstein em 1905, quando ele tinha 26 anos de idade. Nessa parte, todos os fenômenos são analisados em relação a referenciais necessariamente **inerciais**.

A outra parte é a Teoria da Relatividade Geral, publicada em 1915, que aborda fenômenos do ponto de vista de referenciais **não inerciais**.

Neste livro, só trataremos de alguns pontos da **Teoria da Relatividade Restrita**.

É importante destacar que a Teoria da Relatividade não destruiu a Mecânica newtoniana, que continua válida para velocidades muito pequenas em comparação com a velocidade da luz no vácuo.

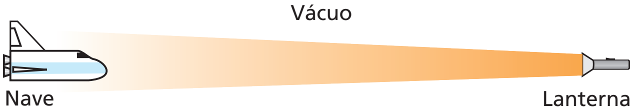
3. Os postulados de Einstein

Einstein construiu a Teoria da Relatividade Restrita a partir de dois postulados:

1º) As leis da Física são as mesmas, expressas por equações que têm a mesma forma, em qualquer referencial inercial. Não existe um referencial inercial privilegiado.

2º) A velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor **c** (c ≅ 300 000 km/s) em relação a qualquer referencial inercial.

Note que o segundo postulado contraria radicalmente a maneira newtoniana de compor velocidades. Para confirmar isso, considere uma nave em repouso em relação às estrelas e recebendo a luz emitida por uma lanterna, como ilustra a figura a seguir.



A velocidade da citada luz em relação à nave é de aproximadamente 300000 km/s.

Imagine, agora, que a nave entre em movimento retilíneo e uniforme para a direita, a 100000 km/s. Se a composição de velocidades da Mecânica clássica continuasse valendo, a velocidade da luz emitida pela lanterna seria, em relação à nave, de 400000 km/s. Entretanto, por mais absurdo que pareça, essa velocidade continua igual a 300 000 km/s!

Vale dizer que, na Teoria da Relatividade, nenhuma composição de velocidades poderá resultar em um valor superior a **c** ≅ 300 000 km/s, que é, pelos conhecimentos atuais, a maior velocidade possível no Universo.

É importante destacar também que, a partir de seus dois postulados, Einstein elaborou uma teoria que esclareceu muitas dúvidas e que, acima de tudo, foi constatada experimentalmente.

Notas:

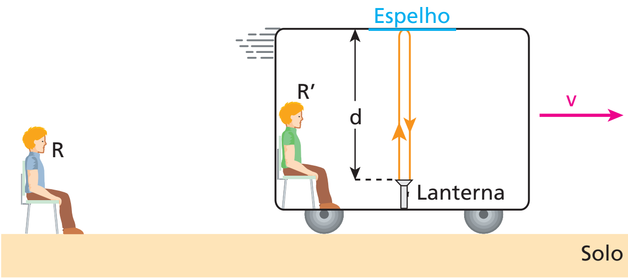
- Em virtude principalmente de seu movimento de rotação, a Terra não é um referencial inercial. Entretanto, para fenômenos de curta duração em relação a 24 horas, ela pode ser considerada um referencial inercial.
- É preciso destacar que, para elaborar a Teoria da Relatividade, Einstein contou não só com sua grande genialidade, mas também com trabalhos de outros físicos, como os americanos Albert A. **Michelson** (1852-1931) e E. W. **Morley** (1838-1923) e o holandês H. A. **Lorentz** (1853-1928).

4. A dilatação do tempo

Vamos agora estudar a relatividade do tempo.

Constataremos que o intervalo de tempo decorrido entre dois eventos, isto é, entre dois acontecimentos, depende do referencial que observa esses eventos.

Para isso, considere um vagão em movimento retilíneo e uniforme, com velocidade **v** em relação ao solo. Um espelho plano está colado no teto do vagão e uma lanterna está colada em seu piso, a uma distância **d** do espelho, como representa a figura a seguir.



A lanterna emite do piso um pulso de luz que vai até o espelho no teto e retorna à lanterna. Vamos definir dois eventos:

- **Primeiro evento:** a lanterna emitindo o pulso de luz.
- **Segundo evento:** o pulso de luz chegando de volta à lanterna.

Vamos analisar o intervalo de tempo, decorrido entre esses dois eventos, em relação a dois referenciais assim definidos:

- **R':** referencial em repouso **em relação ao local onde ocorreram os eventos**. Para esse referencial, o intervalo de tempo entre os eventos será representado por Δt'.
- **R:** referencial em movimento **em relação ao local onde ocorreram os eventos**. Para esse referencial, o intervalo de tempo entre os eventos será representado por Δt.

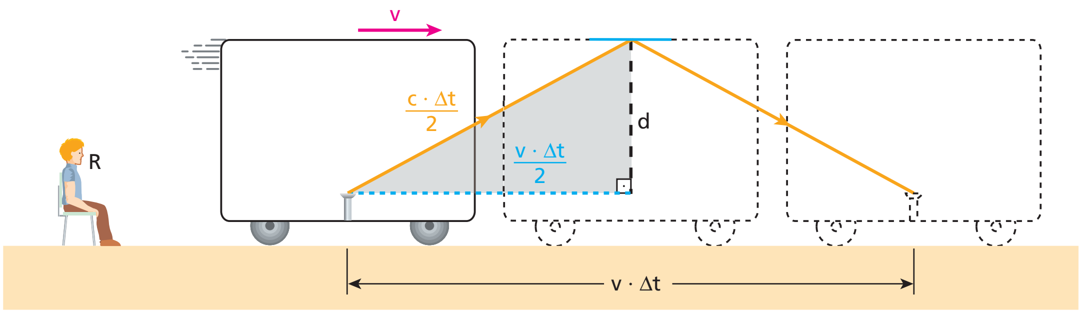
Observe que, na situação representada na figura acima, R' é um referencial no vagão e **R** é um referencial no solo.

Do ponto de vista do referencial R', a luz faz o trajeto indicado naquela figura, propagando-se com velocidade **c** e percorrendo a distância 2d durante o intervalo de tempo Δt'.

Então, lembrando que $v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$, em relação a **R'** podemos escrever:

$$c = \frac{2d}{\Delta t'} \Rightarrow \Delta t' = \frac{2d}{c}$$

Veja, agora, como foi o trajeto da luz, entre os dois eventos citados, em relação ao referencial **R**, estacionário no solo (mas **em movimento em relação ao local dos eventos**):



Do ponto de vista de R, nesse trajeto, a luz, também com velocidade **c** (não depende do referencial), percorreu durante um intervalo de tempo Δt a distância $c \cdot \Delta t$ ($\Delta s = v_{luz} \cdot \Delta t = c \cdot \Delta t$): $\frac{c \cdot \Delta t}{2}$ na ida e $\frac{c \cdot \Delta t}{2}$ na volta. Enquanto isso, **R** viu o vagão, com velocidade **v**, se deslocar $v \cdot \Delta t$.

No triângulo retângulo destacado na figura acima, podemos usar o Teorema de Pitágoras:

$$\left(\frac{c \cdot \Delta t}{2}\right)^2 = d^2 + \left(\frac{v \cdot \Delta t}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{c^2 \cdot \Delta t^2}{4} = d^2 + \frac{v^2 \cdot \Delta t^2}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c^2 \cdot \Delta t^2 = 4d^2 + v^2 \cdot \Delta t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (c^2 - v^2)\,\Delta t^2 = 4d^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t^2 = \frac{4d^2}{c^2 - v^2} = \frac{4d^2}{c^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{\overset{\Delta t'}{\boxed{2d / c}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Observando que $\frac{2d}{c}$ é $\Delta t'$, temos, finalmente:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Como a expressão $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ é menor que 1, concluímos que Δt é **maior** que $\Delta t'$.

Note que isso tinha de acontecer, pois, como a velocidade da luz é a mesma para os dois referenciais, o intervalo de tempo entre os dois eventos tem de ser maior para o referencial **R**, que vê a luz percorrer a maior distância.

Então:

Para um referencial **R**, que se move **em relação ao local onde ocorrem eventos**, o intervalo de tempo Δt entre os eventos é **maior** que o intervalo $\Delta t'$ medido pelo referencial **R'**, em repouso **em relação ao local dos eventos**. A isso se dá o nome de **dilatação do tempo**.

Exemplo:

Considerando a situação anterior, suponha que um relógio, no pulso de **R'**, registre, entre dois eventos quaisquer ocorridos dentro do vagão, um intervalo de tempo $\Delta t' = 12$ minutos e que a velocidade do vagão seja $v = 0{,}8\,c$ (80% da velocidade da luz no vácuo).

Vamos então calcular quanto tempo registra, entre esses eventos, um relógio no pulso de **R**:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{12}{\sqrt{1 - \frac{(0{,}8c)^2}{c^2}}} =$$

$$= \frac{12}{\sqrt{1 - 0{,}64}} = \frac{12}{0{,}6}$$

$$\Delta t = 20 \text{ minutos}$$

Note que, para **R'**, o tempo passa mais devagar. Qualquer processo físico, reação química ou processo biológico que ocorre dentro do vagão é mais lento para **R'** do que para **R**. Incluem-se nesse caso os batimentos cardíacos e a rapidez com que o mecanismo de um relógio opera.

Notas:

- Se **v** for desprezível em relação a **c**, $\frac{v^2}{c^2}$ será praticamente igual a zero e Δt será praticamente igual a $\Delta t'$. Por isso, podemos dizer que a Mecânica clássica, para a qual Δt é igual a $\Delta t'$, é um caso particular da Teoria da Relatividade em que as velocidades são muito baixas, impossibilitando a detecção dos efeitos relativísticos.

- Se, na situação analisada na exposição deste item, os eventos, em vez de ocorrerem no vagão, **ocorressem no solo** (lanterna e espelho fixos em relação ao solo), o referencial **R'** estaria no solo (referencial em repouso **em relação ao local dos eventos**) e **R** estaria no vagão (referencial em movimento **em relação ao local dos eventos**). O intervalo de tempo Δt, medido por **R**, continuaria **maior** que $\Delta t'$, medido por **R'**, e a expressão deduzida para Δt continuaria exatamente a mesma.

5. A contração do comprimento

Neste item, vamos estudar a relatividade do comprimento.

Constataremos que o comprimento de um corpo depende do referencial em que é medido.

Para isso, considere o mesmo vagão do item anterior, nas mesmas condições lá estabelecidas.

Vamos supor que o vagão vai passar por um túnel, como ilustra a figura abaixo. Apesar da desproporcionalidade dessa figura, despreze o comprimento do vagão em comparação com o do túnel.

A medida do comprimento do túnel será analisada em relação a dois referenciais assim definidos:

- **R:** referencial em repouso **em relação ao corpo cujo comprimento será medido** (no caso, o corpo é o túnel). Para esse referencial, o comprimento do túnel é ℓ.
- **R':** referencial móvel **em relação ao corpo (túnel) cujo comprimento será medido.** Para esse referencial, o comprimento do túnel é ℓ'.

Para o referencial **R**, o comprimento do túnel mede ℓ. Então, enquanto o vagão passa completamente pelo túnel, esse referencial **R** o vê percorrer uma distância ℓ durante um intervalo de tempo Δt, medido em um relógio em seu pulso. Assim, em relação a **R**, podemos escrever:

$$v = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \ell = v \cdot \Delta t$$

Para o referencial **R'**, o túnel tem comprimento igual a ℓ' e se move para a esquerda, com velocidade de módulo **v**, indicada em azul na figura abaixo.

Assim, **R'** vê o túnel passar completamente por ele, percorrendo uma distância ℓ' durante um intervalo de tempo $\Delta t'$, medido em um relógio em seu pulso. Então, em relação a **R'**, temos:

$$v = \frac{\ell'}{\Delta t} \Rightarrow \ell' = v \cdot \Delta t'$$

Como $\Delta t = \dfrac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$, podemos escrever:

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

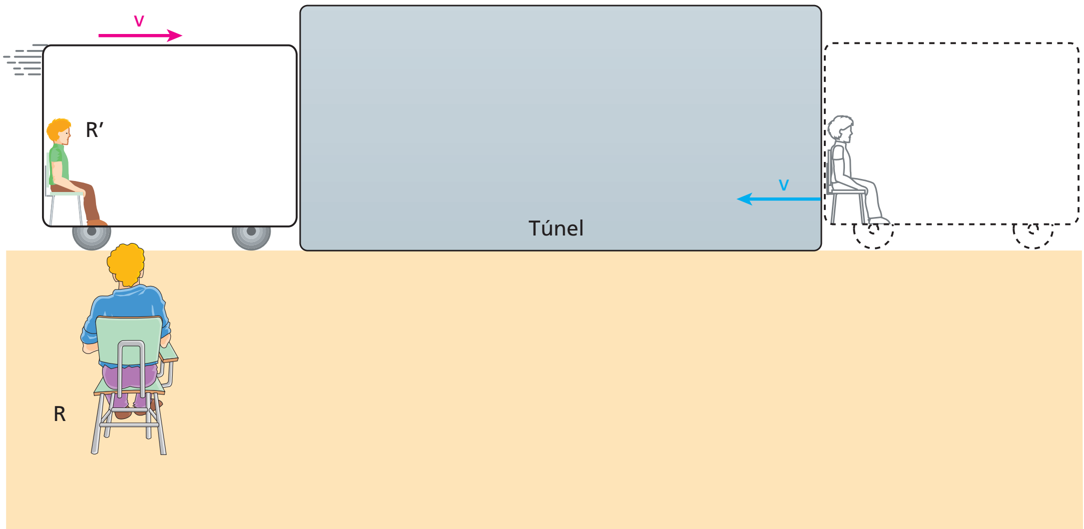
Substituindo $\Delta t'$ na expressão de ℓ', temos:

$$\ell' = v \cdot \Delta t' \Rightarrow \ell' = \overbrace{\boxed{v \cdot \Delta t}}^{\ell} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Como $v \cdot \Delta t$ é igual a ℓ, temos:

$$\boxed{\ell' = \ell \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Como $\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}$ é menor que 1, temos que ℓ' é menor que ℓ.



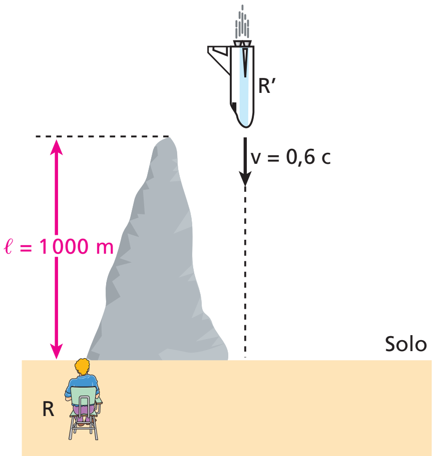
Então:

Para um referencial **R**, que está em repouso em relação a um corpo, esse corpo tem comprimento ℓ, e para um referencial **R'**, que se move em relação ao mesmo corpo, o comprimento desse corpo é ℓ', sendo ℓ' **menor** que ℓ. A isso se dá o nome de **contração do comprimento**.

É preciso destacar que essa contração só acontece **na direção do movimento**.

Exemplo:

Uma nave dirige-se verticalmente de encontro ao solo, com velocidade **v** igual a 0,6 c em relação a ele. Em certo instante, ela está começando a passar por um pico de 1 000 m de altura, medida por um observador fixo no solo. Vamos determinar a que altura a nave se encontra nesse mesmo instante, medida por um de seus tripulantes.



Como é **R'** que se move em relação ao pico (corpo em estudo), a altura do pico para **R'**, ℓ', tem de ser **menor** que a altura $\ell = 1\,000$ m medida por **R**, que está em repouso em relação ao pico.

De fato:

$$\ell' = \ell\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = 1\,000\sqrt{1-\frac{(0{,}6\,c)^2}{c^2}}$$

$$\ell' = 800 \text{ m}$$

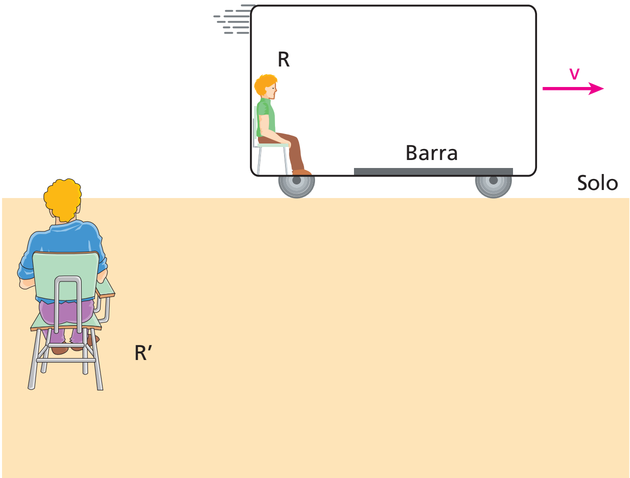
Notas:

- No caso de **v** ser desprezível em relação a **c**, teremos:

$$\frac{v^2}{c^2} \cong 0 \quad \Rightarrow \quad \ell' \cong \ell$$

  Lembre-se de que, na Mecânica clássica, ℓ' é igual a ℓ.
- Se o corpo em estudo estivesse dentro do vagão e fixado nele, o referencial **R**, em repouso em relação ao corpo, estaria no vagão. O referencial **R'**, por sua vez, em movimento em relação ao corpo, estaria no solo. Nessa situação, a contração do comprimento do corpo ocorreria para **R'**.

  Veja o exemplo a seguir, em que uma barra foi fixada no piso do vagão, alinhada na direção de seu movimento.



O comprimento ℓ' que a barra tem em relação a **R'** é **menor** que o comprimento ℓ que ela tem em relação a **R**:

$$\ell' = \ell\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \quad \Rightarrow \quad \ell' < \ell$$

Leitura

Um dos fatos que confirmam a Teoria da Relatividade Restrita

Raios cósmicos incidentes na alta atmosfera produzem partículas instáveis, denominadas mésons μ (ou múons). Sabe-se que a vida média de um méson μ, **medida em um referencial em repouso em relação a ele**, é de 2,2 μs, aproximadamente. Após esse curtíssimo intervalo de tempo, o méson μ desintegra-se, dando origem a outras partículas (um elétron, um antineutrino do elétron e um neutrino do múon).

Muitos múons produzidos na alta atmosfera movem-se a uma velocidade igual a 0,998 c, aproximadamente.

Vamos calcular a distância que poderiam percorrer antes de se desintegrarem:

$$\Delta s = vt = (0{,}998 \cdot 3 \cdot 10^8) \cdot (2{,}2 \cdot 10^{-6})$$

$$\Delta s \cong 660 \text{ m}$$

Como a altitude da região em que são produzidas é muito maior que 660 m, essas partículas não deveriam chegar à superfície da Terra. No entanto, chegam em abundância.

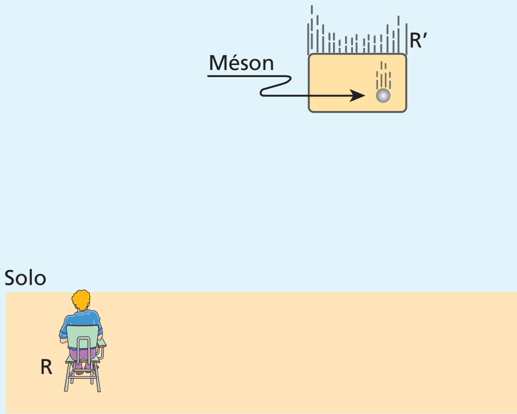
Note que estamos diante de um problema concreto.

Como a velocidade dos mésons é muito alta, os efeitos relativísticos não podem ser ignorados, e o problema deve ser resolvido pela Teoria da Relatividade.

Veja as maneiras pelas quais podemos elucidar a questão.

Primeira maneira (considerando a dilatação do tempo)

A vida média do méson é o intervalo de tempo decorrido entre dois eventos: seu "nascimento" e sua desintegração.



Esse intervalo será medido por dois referenciais estabelecidos exatamente como fizemos no estudo da dilatação do tempo, que é conveniente rever.

O referencial **R'**, viajando junto com o méson e, portanto, em repouso **em relação ao local dos eventos**, mede $\Delta t' = 2{,}2\ \mu s$.

O referencial **R**, por sua vez, em movimento **em relação ao local dos eventos**, mede Δt (dilatado em relação a $\Delta t'$), dado por:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2{,}2}{\sqrt{1 - \frac{(0{,}998\,c)^2}{c^2}}} \Rightarrow \Delta t \cong 35\ \mu s$$

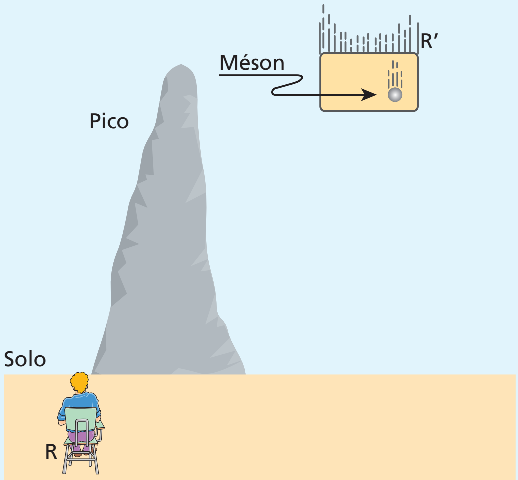
Então, em relação a **R**, o méson, ainda "vivo", é capaz de percorrer uma distância ℓ dada por:

$$\ell = v \cdot \Delta t = (0{,}998 \cdot 3 \cdot 10^8)\,(35 \cdot 10^{-6}) \Rightarrow \ell \cong 10\,500\ m$$

Dessa forma, fica explicado por que os mésons conseguem chegar à superfície da Terra.

Segunda maneira (considerando a contração do comprimento)

A altura em que o méson é gerado será medida por dois referenciais, também estabelecidos exatamente como fizemos no estudo da contração do comprimento, que é conveniente rever. Para facilitar, imagine que o méson seja gerado ao lado do topo de um pico.



Para o referencial **R**, em repouso **em relação ao pico**, a altura do pico é $\ell = 10\,500$ m.

Para o referencial R', móvel **em relação ao pico** e viajando junto com o méson, a vida média do méson é $\Delta t' = 2{,}2\ \mu s$, mas a altura do pico é ℓ' (contraída em relação a ℓ), dada por:

$$\ell' = \ell\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 10500\sqrt{1 - 0{,}998^2}$$

$$\ell' \cong 660\ m$$

Então, para o méson, a distância a ser percorrida é de 660 m e não de 10 500 m, o que também esclarece a questão.

O brasileiro que o Nobel esqueceu

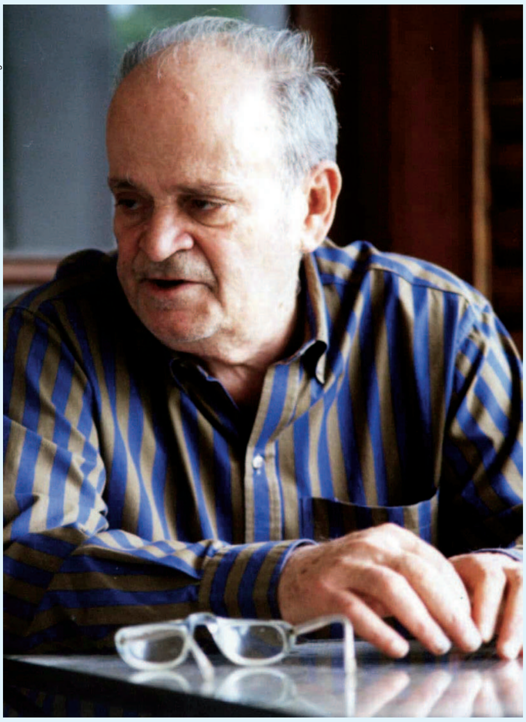
A aventura de Cesar Lattes, que revolucionou nossa visão do mundo subatômico.

Por José Tadeu Arantes

A Real Academia Sueca já incorreu em mais de um deslize na outorga do Prêmio Nobel. Mas poucos tão infelizes quanto o cometido em relação ao físico brasileiro Cesar Lattes. A omissão de seu nome na premiação que celebrou a descoberta do méson pi até hoje espanta os historiadores da ciência. Lattes é um dos grandes responsáveis pelo desbravamento do mundo subatômico, demonstrando experimentalmente que a matéria não se resume a simples arranjos de prótons, elétrons e nêutrons.

Neto e filho de banqueiros italianos, Cesare Mansueto Giulio Lattes nasceu em Curitiba, Paraná, em 11 de julho de 1924. Iniciou o curso primário em Porto Alegre, Rio Grande do Sul, e concluiu o secundário no Colégio Dante Alighieri, em São Paulo. Aos 16 anos, pelas mãos do pai, encontrou-se com o físico ucraniano (naturalizado italiano) Gleb Wataghin, introdutor da física moderna no Brasil. Wataghin o aconselhou a aproveitar uma portaria governamental, pular os anos que faltavam e ingressar imediatamente na então Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo (USP). Com 19 anos, idade na qual muitos estudantes ainda estão se preparando para entrar na Universidade, Lattes ganhava seu primeiro salário como professor-assistente da USP. "Nunca mais fiz curso algum. Daí para frente, o que eu aprendi, aprendi fazendo", orgulha-se.

Marcello Damy de Souza Santos, que foi seu professor de física geral e experimental, registrou a notável intuição de Lattes para os fenômenos físicos e sua habilidade como experimentador. Tanta que, ainda aluno, Wataghin e o italiano Giuseppe Occhialini o convidaram a participar de pesquisas teóricas e experimentais. "Meu primeiro trabalho foi com Wataghin", recorda-se. "Construímos o modelo teórico de um gás com temperatura da ordem de trilhões de graus e pressão 10 milhões de vezes maior que a da água. Nesse meio hipotético, semelhante ao que deve ter existido numa fase inicial da vida do universo, verificamos que a abundância na formação de núcleos atômicos correspondia à sequência real dos elementos situados entre o carbono e o argônio na tabela periódica. Supõe-se que os elementos mais leves tenham sido formados antes, em pressões e temperaturas ainda maiores, e os elementos mais pesados, depois."



Ari Vicentini/Agência Estado

Cesar Lattes: descobridor do méson pi.

- Nascido em Curitiba, Paraná, em 1924; casado com Martha Siqueira Neto Lattes, pai de quatro filhas, avô de nove netos.
- Sua descoberta, realizada aos 22 anos, abriu caminho para a nova física de partículas, mostrando que há muito mais coisas nas entranhas do átomo do que prótons, elétrons e nêutrons.
- "Não gosto dos *quarks*. Eles jamais foram detectados. São pura idealização. A gente aprende o que é natureza experimentando, não idealizando."

O trabalho seguinte, Lattes realizou sob a orientação do grande físico brasileiro Mário Schenberg. "Era um modelo teórico do elétron, supondo uma partícula puntiforme dotada de momento angular", relata. "Uma 'calculeira' infernal! A equação do movimento tinha várias dezenas de termos. Depois que consegui acabar, nunca mais me dediquei à física teórica. Decidi virar experimentador." Em 1946, apenas três anos depois de formado, o jovem partia para a Inglaterra, unindo-se ao grupo de pesquisadores liderados por Cecil Powell, na Universidade de Bristol. [...]

O inglês vinha estudando os traços produzidos por partículas subatômicas em certas chapas especiais, espessas e sensíveis, chamadas "emulsões fotográficas". Pela análise dos rastros deixados por essas partículas era possível determinar sua massa, energia e outras propriedades físicas. O trabalho se arrastava há 10 anos, sem resultados importantes. A entrada de Occhialini e Lattes reoxigenou o grupo. [...]

A descoberta do méson pi rendeu o Nobel a Cecil Powell. Lattes e Occhialini, seus verdadeiros autores, ficaram a ver navios

Folhapress

De volta ao Brasil: o regresso de Lattes, no auge da fama proporcionada pela descoberta do méson pi.

Lattes tinha apenas 22 anos quando comunicou, na edição de 25 de maio de 1947 da revista *Nature*, a descoberta de Pic du Midi. E 23 quando divulgou, em outubro de 1948, os achados de Chacaltaya. A façanha rendeu a Powell o Prêmio Nobel de Física de 1950. Lattes e Occhialini, seus verdadeiros autores, ficaram a ver navios. "Powell ganhou o Nobel por um trabalho assinado por Lattes, Occhialini e Powell. Eu fiz a experimentação e as medidas. Ele apenas ajudou a redigir, porque possuía maior domínio da língua inglesa. Mas o médico brasileiro Carlos Chagas foi ainda mais injustiçado. Ele merecia ter ganho não um, mas quatro nobéis!", consola-se hoje o físico. Na época, porém, no auge de sua produtividade científica, ele só estava interessado em tocar as pesquisas para frente. Quando soube que havia sido construído um poderoso acelerador cíclotron em Berkeley, na Califórnia, decidiu deixar Bristol e ir para lá. Não sem antes passar pelo Brasil, onde se casou com sua inseparável companheira, Martha Siqueira Neto Lattes, com quem tem quatro filhas e nove netos.

Em apenas duas semanas de Califórnia, conseguiu produzir mésons pi em laboratório. Poderia ter feito uma brilhante e muito bem remunerada carreira nos EUA. Preferiu voltar ao Brasil para dar sua contribuição ao desenvolvimento científico do país. Graças a seus esforços, surgiram o Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF) e o Conselho Nacional de Pesquisas (CNPq). Mais tarde, teve também importante participação na implantação da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp-SP), uma das mais importantes instituições de ensino e pesquisa do Brasil.

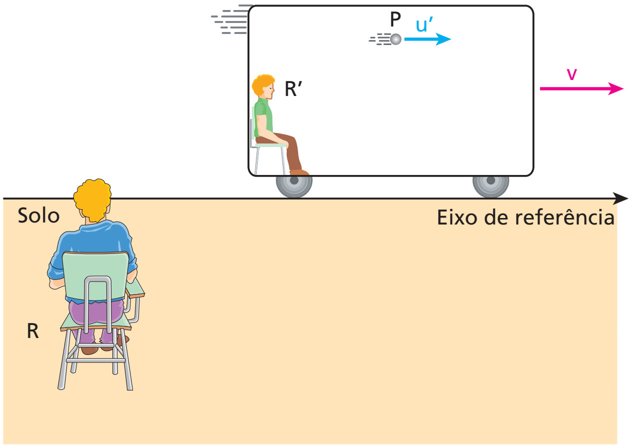
As difíceis condições de trabalho num país subdesenvolvido e as severas crises de depressão que passaram a açoitá-lo desde 1955 não o afastaram da física. Sua descoberta do méson pi abriu uma página nova no conhecimento da natureza. Pode-se dizer que o atual modelo-padrão de partículas, baseado na teoria dos *quarks*, é seu herdeiro direto. Mas, para um experimentalista empedernido como Lattes, trata-se de um herdeiro indesejado: "Não acredito no Modelo Padrão", diz. "Ele é completamente *ad hoc*. O pessoal está descobrindo o que prevê. O importante é descobrir o que não está previsto."

Scientific American Brasil, n. 1, jun. 2002, págs. 30-32.
Cesar Lattes faleceu em Campinas, São Paulo, em 8 de março de 2005.

6. Composição de velocidades

Como já dissemos, a maneira de compor velocidades na Teoria da Relatividade é bem diferente do que se faz na Mecânica newtoniana.

Retomando o vagão dos itens anteriores, vamos considerar a seguinte situação particular, em que as velocidades têm a mesma direção:



O vagão move-se com velocidade **v** em relação ao solo, e um objeto **P** move-se com velocidade u' em relação ao vagão.

Pode-se demonstrar que a velocidade **u** do objeto **P** em relação ao solo é dada por:

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{vu'}{c^2}}$$

Ao usar essa expressão, cada velocidade terá um valor algébrico: positivo, quando tem o mesmo sentido do eixo de referência (ver figura anterior), e negativo, quando tem sentido oposto ao desse eixo.

Nota:

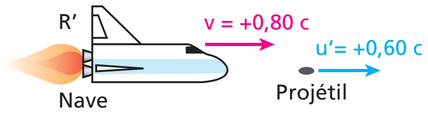
- Se **v** e **u'** forem desprezíveis em relação a **c**, cairemos mais uma vez na Mecânica clássica:

$$\frac{vu'}{c^2} \cong 0 \quad \Rightarrow \quad u \cong u' + v$$

De fato, na Mecânica clássica, **u** é igual a u' + v.

Exemplo:

Uma nave move-se com velocidade 0,80 c em relação ao solo quando lança um projétil com velocidade 0,60 c em relação a ela, como ilustra a figura.



Observe que as duas velocidades têm valor algébrico positivo porque estão no mesmo sentido do eixo de referência.

Vamos calcular, então, a velocidade **u** do projétil em relação ao solo:

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{vu'}{c^2}} = \frac{0{,}60\,c + 0{,}80\,c}{1 + \frac{0{,}80\,c \cdot 0{,}60\,c}{c^2}} = \frac{1{,}40\,c}{1{,}48}$$

$$u = 0{,}95\ c$$

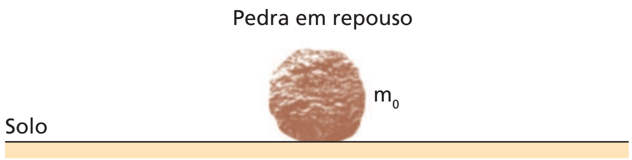
Imagine, agora, que fosse possível termos v = c e u' = c; vamos calcular o novo valor de **u**:

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{vu'}{c^2}} = \frac{c + c}{1 + \frac{c\,c}{c^2}} = \frac{2c}{1 + 1} \Rightarrow u = c$$

Note que jamais obteremos uma velocidade superior a **c**, que é o valor-limite.

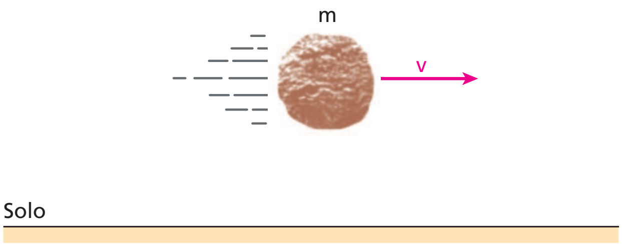
7. Massa relativística

Considere, por exemplo, uma pedra em repouso em relação ao solo:



Vamos simbolizar por m_0 a massa da pedra medida nessa situação (m_0 chama-se **massa de repouso**).

Suponha, agora, que essa mesma pedra esteja em movimento em relação ao solo, com velocidade **v**:



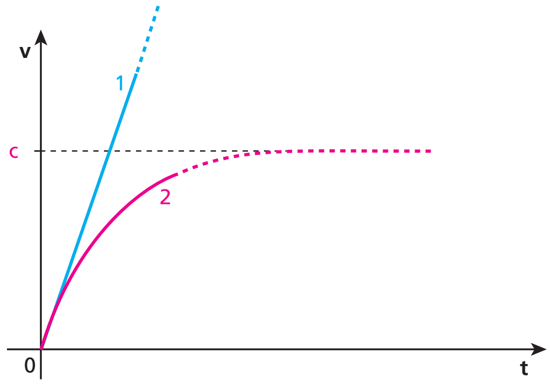
Pode-se demonstrar que, nessa nova situação, a massa da pedra passa a ser **m**, dada pela expressão:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

em que **m** se chama **massa relativística**.

Note que, sendo $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ menor que 1, **m** é **maior** que m_0, ou seja, a massa da pedra em movimento é maior que sua massa de repouso. Note também que, quanto maior for **v**, maior será a massa **m**.

Evidentemente esse aumento de massa não significa um aumento da quantidade de partículas que constituem a pedra, mas um aumento da sua **inércia**. Por exemplo, se a pedra estiver em movimento retilíneo acelerado, sob ação de uma força resultante **constante**, sua aceleração **não será constante**, mas diminuirá à medida que sua velocidade aumentar, conforme ilustra a figura seguinte:



O gráfico **1** representa a previsão da Mecânica clássica: a aceleração da pedra é constante e sua velocidade cresce **indefinidamente**.
O gráfico 2 representa a previsão relativística: a aceleração da pedra diminui com o tempo, em virtude do aumento de sua inércia, e sua velocidade é limitada pelo valor **c**.

Exemplo:

Vamos calcular a massa que teria uma pessoa se pudesse se mover com velocidade 0,8 c, considerando sua massa de repouso igual a 60 kg.

Temos que:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{60}{\sqrt{1 - 0{,}64}} \Rightarrow \boxed{m = 100 \text{ kg}}$$

Notas:

- Quando **v** tende a **c**, $\frac{v^2}{c^2}$ tende a 1. Assim, $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ tende a zero e **m** tende a infinito.
  Como nenhum corpo pode ter massa infinita, sua velocidade sempre será menor que **c**.
- Se **v** for muito menor que **c**, teremos:
  $$\frac{v^2}{c^2} \cong 0 \Rightarrow m \cong m_0$$
  Como sabemos, na Mecânica clássica, em que as velocidades são muito menores que a da luz no vácuo, **m** é igual a m_0.
- Nos aceleradores de partículas, em que elétrons, por exemplo, atingem velocidades próximas de **c**, a variação da massa com a velocidade é plenamente comprovada.

8. Equivalência entre massa e energia

Considere, novamente, uma pedra em repouso em relação ao solo.

Sendo m_0 sua massa de repouso, pode-se demonstrar que essa massa equivale a uma energia intrínseca E_0, dada por:

$$E_0 = m_0c^2$$

Por exemplo, se fosse possível aniquilar uma pedra de massa de repouso igual a 1 g, transformando-a totalmente em energia, obteríamos:

$$E_0 = m_0c^2 = (1 \cdot 10^{-3}) \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \Rightarrow E_0 = 9 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

Essa energia seria suficiente para manter acesas 1 000 lâmpadas de 100 W por quase 30 anos! Portanto, uma pequeníssima massa equivale a uma enorme quantidade de energia.

Todas as reações que liberam energia, inclusive as reações químicas exotérmicas, fazem-no devido a uma perda de massa, que se transforma em energia.

A energia solar, por exemplo, provém de uma reação nuclear denominada **fusão nuclear**. Nessa reação, núcleos de hidrogênio se unem produzindo um núcleo de hélio. A massa do núcleo de hélio, porém, é ligeiramente menor que a soma das massas dos núcleos de hidrogênio, e essa perda de massa corresponde à energia liberada. Nesse processo, o Sol perde cerca de 4 milhões de toneladas de massa a cada segundo! A fusão nuclear também ocorre na explosão de uma bomba de hidrogênio.

Do exposto, concluímos que massa é uma forma de energia.

Se um corpo estiver em movimento em relação a um referencial no qual ele possui uma massa de repouso igual a m_0, sua energia total **E** será dada por:

$$E = m\,c^2$$

em que **m** é a massa relativística do corpo.

Essa energia total **E** é a soma da energia de repouso do corpo, E_0, com sua energia cinética E_c:

$$E = E_0 + E_c$$

Exemplos curiosos

Nos três exemplos seguintes, faça os cálculos e confira as variações de massa.

1. Quando você aquece 1 kg de água, de 0 °C a 100 °C, a água absorve cerca de $4 \cdot 10^5$ J de energia. Com isso, sua massa de repouso sofre um acréscimo de $4 \cdot 10^{-12}$ kg, aproximadamente.
2. Se você deformar uma mola, armazenando nela 180 J de energia potencial elástica, sua massa aumentará de $2 \cdot 10^{-15}$ kg.
3. A reação do hidrogênio com o oxigênio, para formar água, é exotérmica, ou seja, libera energia térmica. Para cada mol de água formada, é liberada uma energia de 68 kcal, o que equivale a uma perda de massa dos reagentes aproximadamente igual a $3 \cdot 10^{-9}$ g.

9. Relação entre a energia e a quantidade de movimento de um corpo

Considere um corpo movendo-se com velocidade **v** em relação a um determinado referencial.

A energia total **E** desse corpo, isto é, a soma de sua energia de repouso com sua energia cinética, é dada por:

$$E = m\,c^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2 \quad \text{(I)}$$

A intensidade **Q** da quantidade de movimento (momento linear ou *momentum*) do corpo é dada pela expressão a seguir:

$$Q = m\,v = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot v \quad \text{(II)}$$

É oportuno constatar que um corpo com massa de repouso $m_0 \neq 0$ **não** pode atingir a velocidade da luz no vácuo (**c**). De fato, se fizermos **v** tender a **c**, nas expressões (I) e (II), **E** e **Q** tenderão a infinito, o que é absurdo.

Se elevarmos ao quadrado as expressões (I) e (II), isolarmos v^2 em uma das novas expressões obtidas e substituirmos v^2 na outra, obteremos, após algum trabalho algébrico, o seguinte resultado, que relaciona **E** com **Q**:

$$E^2 = Q^2c^2 + (m_0c^2)^2$$

Se a massa de repouso for nula ($m_0 = 0$), teremos:

$$E^2 = Q^2\,c^2 + 0 \;\Rightarrow\; E = Q\,c \quad \text{(III)}$$

Fazendo $m = \frac{E}{c^2}$ na expressão $Q = m\,v$, obtemos:

$$Q = \frac{E}{c^2}\,v \Rightarrow v = \frac{Qc^2}{E} \quad \text{(IV)}$$

Substituindo (III) em (IV), vem:

$$v = \frac{Qc^2}{Qc} \quad \Rightarrow \quad v = c$$

Portanto uma partícula com massa de repouso igual a **zero** move-se com velocidade igual a **c**. É o que acontece com os **fótons**.

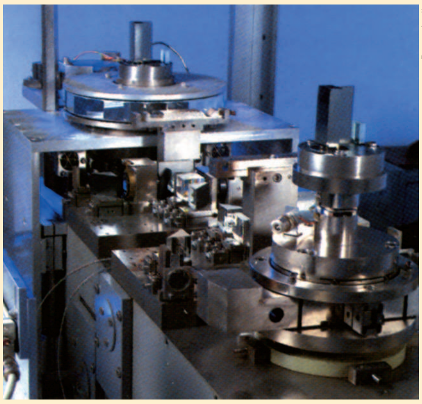
Na realidade, dizer que os fótons têm “massa de repouso nula” equivale a dizer que não existem fótons em repouso.

É importante destacar que a quantidade de movimento dos fótons **não é nula** e pode ser calculada a partir da expressão (III):

$$E = Qc$$

E = mc² estava certo (de novo)

A pequena e elegante sequência de símbolos que inicia o título desta nota é, certamente, a fórmula mais famosa da ciência. Ela foi idealizada pelo físico de origem alemã Albert Einstein (1879-1955) em 1905, como consequência de sua Teoria da Relatividade Especial. Ela significa que uma gigantesca quantidade de energia (**E**) pode ser obtida a partir de uma insignificante porção de massa (**m**), pois esta última vem multiplicada pelo quadrado de um número (**c**) muito grande (no caso, a velocidade da luz no vácuo, ou seja, 300 000 km/s). Para se ter uma ideia, um quilograma de massa (um saco de feijão, por exemplo), se pudesse ser transformado integralmente em energia, sustentaria o consumo elétrico do Brasil por cerca de oito meses. Essa fórmula, que guarda o princípio de funcionamento da bomba atômica, foi comprovada muitas vezes. Agora, no limiar do ano passado, ela ganhou sua comprovação mais precisa até hoje, 55 vezes superior à anterior. Isso foi feito medindo-se propriedades da partícula de luz (fóton) emitida pelos núcleos de silício e enxofre depois que eles capturam um nêutron. Esses resultados, com precisão até a sétima casa depois da vírgula decimal, fecharam com chave de ouro o Ano Mundial da Física, que comemorou os 100 anos dos cinco artigos publicados por Einstein em 1905. (*Nature*, 22/12/05.)



Equipamento do Instituto Laue Langevin, em Grenoble (França), que participou do novo (e mais preciso até agora) teste da fórmula de Einstein.

Ciência Hoje, n. 223, vol. 38, jan.-fev. 2006, p. 17.

Descubra mais

1. Outro fenômeno que só pode ser explicado pelo modelo quântico da radiação eletromagnética é o efeito Compton. O que é o efeito Compton?

2. Existe uma técnica de diagnóstico médico por imagem denominada **tomografia por emissão de pósitron** e conhecida por PET (*positron emission tomography*).
Como a imagem é obtida por esse processo?

Exercícios

nível 1

1. (UFPE) Um astronauta é colocado a bordo de uma espaçonave e enviado para uma estação espacial a uma velocidade constante v = 0,8 c, em que **c** é a velocidade da luz no vácuo. No referencial da espaçonave, o tempo transcorrido entre o lançamento e a chegada na estação espacial foi de **12 meses**. Qual o tempo transcorrido no referencial da Terra, em **meses**?

2. (Unesp-SP) Instituído pela Organização das Nações Unidas, 2005 foi o Ano Mundial da Física, em que se comemorou o centenário dos trabalhos revolucionários publicados por Albert Einstein, o mais importante cientista do século XX (segundo a revista norte-americana *Time*). Na Teoria da Relatividade Especial, de Einstein, objetos que se movem com velocidade **v** em relação a um referencial inercial têm o tempo dilatado por um fator γ, para um observador em repouso nesse referencial. A tabela mostra valores de γ para diversos módulos da velocidade **v**, representados em múltiplos da velocidade da luz, **c** (ou $3,0 \cdot 10^8$ m/s).

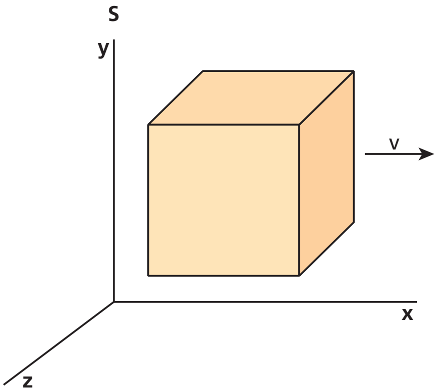
v	γ
0,000 c	1,000
0,100 c	1,005
0,200 c	1,021
0,400 c	1,091
0,600 c	1,250
0,800 c	1,667
0,900 c	2,294
0,998 c	15,82
0,999 c	22,37
c	∞

Segundo este modelo, pede-se:

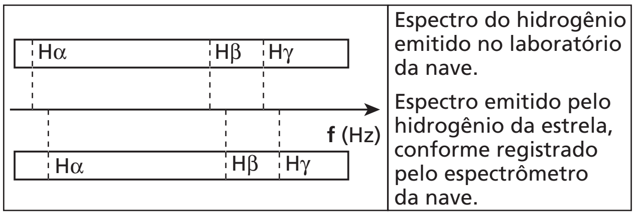
a) qual a velocidade, em m/s, que deve ser atingida pelo objeto para que a dilatação do tempo seja de apenas 0,5%? Comente como esse resultado explica por que as pessoas não percebem os efeitos da dilatação do tempo no seu dia a dia.

b) se para o objeto passaram-se 10 minutos, quantos minutos se passaram para um observador no referencial inercial que vê o objeto se movimentando à velocidade de 0,600 c?

3. (UFC-CE) A figura abaixo mostra uma nave espacial em forma de cubo que se move no referencial **S**, ao longo do eixo **x**, com velocidade v = 0,8 c (**c** é a velocidade da luz no vácuo). O volume da nave, medido por um astronauta em repouso dentro dela, é $\mathbf{V_0}$. Calcule o volume da nave medido por um observador em repouso no referencial **S**.



4. (UFRN) Enquanto a nave *Enterprise* viajava pelo espaço interestelar, foi danificado o sistema de determinação automática da sua velocidade. O capitão Picard decidiu estimar tal velocidade em relação à estrela Vega, da constelação de Lira, por meio de medidas do espectro do hidrogênio emitido pela estrela. Abaixo, estão reproduzidas duas séries de frequências registradas pelo espectrômetro da nave: as emitidas por átomos de hidrogênio no laboratório da nave e aquelas emitidas pelas mesmas transições atômicas do hidrogênio na superfície da estrela.



O princípio físico que fundamenta essa determinação da velocidade é:

a) o Efeito Doppler da luz, que mostra que a *Enterprise* está aproximando-se de Vega.

b) o efeito de dispersão da luz, que mostra que a *Enterprise* está afastando-se de Vega.

c) o Efeito Doppler da luz, que mostra a *Enterprise* afastando-se de Vega.

d) o efeito de dispersão da luz, que mostra que a *Enterprise* está aproximando-se de Vega.

5. (ITA-SP) Einstein propôs que a energia da luz é transportada por pacotes de energia h f, em que **h** é a constante de Planck e **f** é a frequência da luz, num referencial na qual a fonte está em repouso. Explicou, assim, a existência de uma frequência mínima $\mathbf{f_0}$ para arrancar elétrons de um material, no chamado efeito fotoelétrico. Suponha que a fonte emissora de luz está em movimento em relação ao material. Assinale a alternativa correta.

a) Se $f = f_0$, é possível que haja emissão de elétrons desde que a fonte esteja se afastando do material.

b) Se $f < f_0$, é possível que elétrons sejam emitidos, desde que a fonte esteja se afastando do material.

c) Se $f < f_0$, não há emissão de elétrons, qualquer que seja a velocidade da fonte.

d) Se $f > f_0$, é sempre possível que elétrons sejam emitidos pelo material, desde que a fonte esteja se afastando do material.

e) Se $f < f_0$, é possível que elétrons sejam emitidos, desde que a fonte esteja se aproximando do material.

6. (UFC-CE) Um acelerador de partículas Síncroton é usado para fazer uma partícula atingir uma velocidade **v**, próxima de **c**. Em um experimento foram medidas a energia relativística total **E** e a energia de repouso $\mathbf{E_0}$. Determine o valor da razão $\frac{v}{c}$ em função de **E** e $\mathbf{E_0}$.

7. (PUC-RS) A energia de um fóton é diretamente proporcional a sua frequência, com a constante de Planck, **h**, sendo o fator de proporcionalidade. Por outro lado, pode-se associar massa a um fóton, uma vez que ele apresenta energia ($E = mc^2$) e quantidade de movimento.

Assim, o módulo da quantidade de movimento de um fóton de frequência **f** propagando-se com velocidade de módulo **c** se expressa como:

a) $\frac{c^2}{hf}$

b) $\frac{hf}{c^2}$

c) $\frac{hf}{c}$

d) $\frac{c}{hf}$

e) $\frac{cf}{h}$

8. (Fuvest-SP) O ano de 2005 foi declarado o Ano Internacional da Física, em comemoração aos 100 anos da Teoria da Relatividade, cujos resultados incluem a famosa relação $E = \Delta m \cdot c^2$. Num reator nuclear, a energia provém da fissão do urânio. Cada núcleo de urânio, ao sofrer fissão, divide-se em núcleos mais leves, e uma pequena parte, Δm, de sua massa inicial transforma-se em energia. A Usina de Angra II tem uma potência elétrica de cerca de 1350 MW, que é obtida a partir da fissão de urânio-235. Para produzir tal potência, devem ser gerados 4 000 MW na forma de calor **Q**. Em relação à Usina de Angra II, estime:

a) quantidade de calor **Q**, em joules, produzida em um dia;

b) quantidade de massa Δm que se transforma em energia na forma de calor, a cada dia;

c) massa M_U de urânio-235, em kg, que sofre fissão em um dia, supondo que a massa Δm, que se transforma em energia, seja aproximadamente 0,0008 ($8 \cdot 10^{-4}$) da massa M_U.

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

Essa relação indica que massa e energia podem se transformar uma na outra. A quantidade de energia **E** que se obtém está relacionada à quantidade de massa Δm, que "desaparece", por meio do produto dela pelo quadrado da velocidade da luz (**c**).

Note e adote:
Em um dia, há cerca de $9 \cdot 10^4$ s
1 MW = 10^6 W
$c = 3 \cdot 10^8$ m/s

9. (UFRN) Em alguns programas de televisão apresentam-se pessoas que dizem se alimentar apenas de luz. Para muitos, a palavra alimento está associada a uma boa porção de massa e a palavra luz, ao conceito de energia. Os conceitos de massa e energia dentro da Física Moderna estão relacionados a duas constantes fundamentais: **h**, constante introduzida por Planck (em seu trabalho sobre radiação de corpo negro), e **c**, que é a velocidade da luz no vácuo.
O quadro abaixo exemplifica, com duas equações, a presença dessas constantes, tanto na Teoria Quântica como na Teoria da Relatividade de Einstein.

Teoria Quântica (modelo corpuscular da luz)	**Teoria da Relatividade**
$E = hf$ **E**: energia de um fóton associado a uma radiação de frequência **f**; $h \cong 6 \cdot 10^{-34}$ unidades do Sistema Internacional (SI).	$E = mc^2$ **E**: é o equivalente em energia da massa **m** de um objeto; $c \cong 3 \cdot 10^8$ m/s (velocidade da luz no vácuo).

Tendo como referência as informações acima e considerando uma radiação de frequência $6 \cdot 10^{14}$ hertz, obtenha:

a) a quantidade de fótons, **N**, que produziria um equivalente energético de uma massa igual a 0,4 kg;
b) a unidade para a constante de Planck, **h**, a partir de uma análise dimensional, representada em função das grandezas: massa (kg), comprimento (m) e tempo (s).

10. (Olimpíada Paulista de Física) Calcule o momento linear de um fóton de comprimento de onda 780 nm, típico de diodos *laser* empregados na leitura de CDs.

Dado: constante de Planck (h) = $6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js.

a) $2{,}5 \cdot 10^{-27}$ J · s/m
b) $3{,}5 \cdot 10^{-28}$ J · s/m
c) $4{,}5 \cdot 10^{-26}$ J · s/m
d) $8{,}5 \cdot 10^{-28}$ J · s/m
e) $9{,}5 \cdot 10^{-29}$ J · s/m

11. (ITA-SP) No modelo proposto por Einstein, a luz se comporta como se sua energia estivesse concentrada em pacotes discretos, chamados de *quanta* de luz, e atualmente conhecidos por fótons. Estes possuem momento **p** e energia **E** relacionados pela equação $E = pc$, em que **c** é a velocidade da luz no vácuo. Cada fóton carrega uma energia $E = h\,f$, em que **h** é a constante de Planck e **f** é a frequência da luz. Um evento raro, porém possível, é a fusão de dois fótons, produzindo um par elétron-pósitron, sendo a massa do pósitron igual à massa do elétron. A relação de Einstein associa a energia da partícula à massa do elétron ou pósitron, isto é, $E = m_e c^2$. Assinale a frequência mínima de cada fóton, para que dois fótons, com momentos opostos e de módulos iguais, produzam um par elétron-pósitron após a colisão:

a) $f = \dfrac{(4m_e c^2)}{h}$

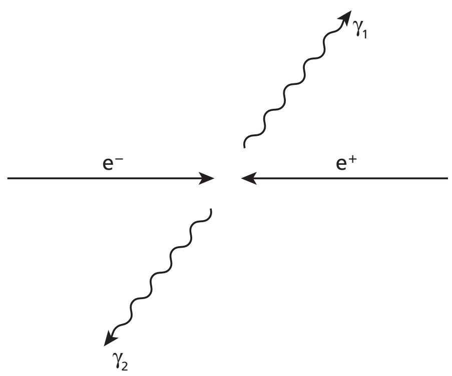
b) $f = \dfrac{(m_e c^2)}{h}$

c) $f = \dfrac{(2m_e c^2)}{h}$

d) $f = \dfrac{(m_e c^2)}{2h}$

e) $f = \dfrac{(m_e c^2)}{4h}$

12. (ITA-SP) Um elétron e um pósitron, de massa $m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg, cada qual com energia cinética de 1,20 MeV e mesma quantidade de movimento, colidem entre si em sentidos opostos. Neste processo colisional as partículas aniquilam-se, produzindo dois fótons γ_1 e γ_2. Sendo dados: constante de Planck $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s; velocidade da luz $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s; 1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J; 1 femtometro = 1 fm = $= 1 \cdot 10^{-15}$ m, indique os respectivos valores de energia **E** e do comprimento de onda dos fótons.



a) $E = 1{,}20$ MeV; $\lambda = 2435$ fm
b) $E = 1{,}20$ MeV; $\lambda = 1035$ fm
c) $E = 1{,}71$ MeV; $\lambda = 726$ fm
d) $E = 1{,}46$ MeV; $\lambda = 0{,}28 \cdot 10^{-2}$ fm
e) $E = 1{,}71$ MeV; $\lambda = 559$ fm

Comportamento ondulatório da matéria

Já estudamos a dualidade onda-partícula para as radiações eletromagnéticas, como a luz. Em alguns fenômenos, essas radiações comportam-se como ondas e, em outros, como partículas, o que implica a necessidade da adoção de dois modelos: o ondulatório e o corpuscular (quântico).

O físico francês Louis **de Broglie** (1892-1987) propôs, em 1924, que essa dualidade também poderia ser válida para entidades normalmente tratadas como corpos, ou seja, como porções de matéria (elétrons, prótons, partículas α, bolas de bilhar etc).

SPL/Latinstock

Louis-Victor de Broglie. Físico francês, Prêmio Nobel de Física em 1929.

Veja bem: De Broglie estava propondo que haveria uma **onda** associada, por exemplo, a um elétron.

Ele embasava sua suspeita em fortes questionamentos, como:

- A energia de uma partícula de radiação eletromagnética (fóton) é $E = h\,f$. Como encaixar, num modelo puramente corpuscular, a grandeza **frequência**, que é típica do modelo ondulatório?
- No modelo atômico de Bohr apareceram **números inteiros** ($n = 1, 2, 3, ...$) associados aos níveis de energia permitidos a um elétron. Por que isso acontecia com elétrons se, até então, números inteiros eram típicos de fenômenos ondulatórios, como a interferência e os modos de vibração (de uma corda de violão, por exemplo)?

Como vimos no último item da Teoria da Relatividade, a energia **E** de um fóton relaciona-se com a intensidade **Q** de sua quantidade de movimento por meio da expressão:

$$E = Q\,c$$

Então, usando $E = h\,f$ e $c = \lambda\,f$, temos:

$$Q = \frac{E}{c} = \frac{h\,f}{c} = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{Q}$$

Note que a dualidade onda-partícula está presente nessa expressão: a quantidade de movimento, uma grandeza típica de partículas, está relacionada com um comprimento de onda, que é uma grandeza típica de ondas.

Assim, a cada comprimento de onda de um fóton está associada uma intensidade de sua quantidade de movimento.

Baseado meramente na intuição, De Broglie acreditou que isso também valesse para qualquer corpo de massa relativística **m** e velocidade **v**. Propôs, então, que para qualquer corpo em movimento existe um comprimento de onda $\boldsymbol{\lambda}$ associado, ou seja, qualquer corpo em movimento pode comportar-se como uma onda.

Usou, então, a expressão $\lambda = \frac{h}{Q}$ para esse corpo e obteve:

$$\lambda = \frac{h}{m\,v}$$

que é o **comprimento de onda de De Broglie** para o corpo em questão.

Em 1927, a teoria de De Broglie foi confirmada pela primeira vez, em um experimento no qual se determinou o comprimento de onda de elétrons que sofreram difração. Assim, elétrons, que até então se acreditava terem comportamento exclusivamente corpuscular, revelaram um comportamento ondulatório (dualidade onda-partícula).

Como exemplo de aplicação dessa teoria, podemos citar o microscópio eletrônico, cujo poder de resolução é muito maior que o do microscópio óptico e que tem como princípio de funcionamento o comportamento ondulatório dos elétrons.

Anos depois, a teoria também foi confirmada para átomos de sódio, de hidrogênio e de hélio, e para nêutrons.

Brincando com De Broglie

A respeito da dualidade onda-partícula do elétron, o físico australiano William Lawrence **Bragg** (1890-1971), Prêmio Nobel de Física em 1915 juntamente com seu pai, afirmou: "Os elétrons se comportam como partículas às segundas, quartas e sextas e como ondas às terças, quintas e sábados" (citado por: Nussenzveig, Herch Moysés, *Curso de Física básica*. São Paulo: Edgard Blücher/Edusp, 2004. vol. 4).

A respeito dessa afirmação, Herch Moysés Nussenzveig, professor emérito do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro, acrescentou: "Aos domingos, presumivelmente, os físicos descansariam do esforço de tentar compatibilizar os dois comportamentos" (ibid, p. 283).

Notas:

- Sendo m_0 a massa de repouso de um corpo com velocidade **v** e **m** a sua massa relativística, seu comprimento de onda de De Broglie pode ser expresso assim:

$$\lambda = \frac{h}{m\,v} = \frac{h}{\dfrac{m_0 v}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}}$$

Para $v \ll c$, $\dfrac{v^2}{c^2} \cong 0$, e temos a situação não relativística.

Nesse caso:

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{m_0\,v}}$$

- De Broglie também estendeu à matéria a relação $E = h\,f$, de Einstein.

De Broglie e o modelo de Bohr

De Broglie justificava as órbitas permitidas no modelo de Bohr, considerando que o elétron, em cada uma dessas órbitas, tinha um comprimento de onda tal que formava uma onda estacionária, lembrando, por exemplo, os modos de vibração de uma corda de violão.

O perímetro de cada órbita deveria conter um número inteiro de comprimentos de onda: 1 na primeira órbita (n = 1), 2 na segunda (n = 2) e assim por diante.

Vamos ver como De Broglie pôde concluir isso:

Na quantização do momento angular orbital do elétron, Bohr usou a seguinte expressão (ver "Demonstração da expressão de r_n", na página 348):

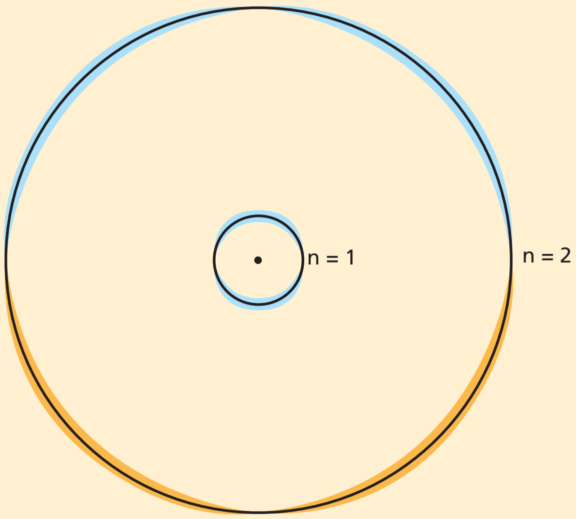
$$m\,v_n\,r_n = n\,\frac{h}{2\pi}$$

A partir dela, temos que:

$$2\pi\,r_n = n\,\frac{h}{m\,v_n} \quad \text{ou} \quad \boxed{2\pi\,r_n = n\,\lambda_n} \quad (n = 1, 2, 3, ...)$$

Portanto, em cada órbita permitida, o perímetro $2\pi\,r_n$ é, de fato, igual a um número inteiro de comprimentos de onda ($n\,\lambda_n$).

Na figura a seguir, em que a bolinha central representa o núcleo do átomo, estão simbolizadas as ondas estacionárias correspondentes às duas primeiras órbitas permitidas (n = 1 e n = 2):



Para n = 1 e n = 2, temos, respectivamente, $2\pi\,r_1 = 1\,\lambda_1$ e $2\pi\,r_2 = 2\,\lambda_2$.

Cálculo do comprimento de onda de De Broglie para um elétron e para uma pessoa

Sendo $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js a constante de Planck, vamos calcular o comprimento de onda de De Broglie para um elétron que se move com velocidade $v = 3{,}0 \cdot 10^6$ m/s. Essa velocidade é baixa o suficiente para podermos considerar a massa relativística **m** do elétron praticamente igual à sua massa de repouso $\mathbf{m_0}$ ($m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg). Dizemos, por isso, que esse elétron é um elétron não relativístico.

Temos, então:

$$\lambda = \frac{h}{m\,v} = \frac{h}{m_0\,v} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{(9{,}1 \cdot 10^{-31}) \cdot (3{,}0 \cdot 10^6)} \Rightarrow$$

$$\boxed{\lambda = 2{,}4 \cdot 10^{-10}\ \text{m}}$$

Os sólidos cristalinos são formados por átomos distribuídos em planos regularmente espaçados (redes cristalinas). A distância entre planos adjacentes é da ordem de grandeza do comprimento de onda que obtivemos para o elétron. Assim, essas redes possibilitam uma acentuada difração de elétrons que incidem nelas.

Vamos determinar agora o comprimento de onda de De Broglie para uma pessoa com massa igual a 60 kg, correndo a 10 m/s:

$$\lambda = \frac{h}{m\,v} = \frac{h}{m_0\,v} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{60 \cdot 10} \Rightarrow$$

$$\boxed{\lambda = 1{,}1 \cdot 10^{-36}\ \text{m}}$$

Para essa pessoa difratar, como acontece com elétrons e outras partículas atômicas e subatômicas, ela teria de passar por frestas da ordem de 10^{-36} m, o que, obviamente, é um absurdo.

Mesmo que isso pudesse ocorrer, não teríamos tecnologia capaz de propiciar a medição de um comprimento de onda tão pequeno.

Portanto, não é possível observar o comportamento ondulatório de corpos macroscópicos.

Exercícios

nível 1

1. (Uepa) A quantidade de movimento linear do fóton, no vácuo, é tanto maior, quanto menor:

a) a sua massa.
b) a sua aceleração.
c) a sua frequência.
d) o seu comprimento de onda.
e) a sua energia.

2. (UFPI) O comprimento de onda de De Broglie para uma partícula $\boldsymbol{\alpha}$ com velocidade $v_\alpha = 6{,}0 \cdot 10^6$ m/s é dado aproximadamente por:

(massa do próton $= 1{,}6 \cdot 10^{-27}$ kg; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js)

a) $6{,}8 \cdot 10^{-14}$ m
b) $3{,}4 \cdot 10^{-14}$ m
c) $1{,}7 \cdot 10^{-14}$ m
d) $8{,}0 \cdot 10^{-15}$ m
e) $4{,}0 \cdot 10^{-15}$ m

3. (UFRN) Em um aparelho de televisão, existem três funções básicas (cor, brilho e contraste), que podem ser controladas continuamente, para se obter uma boa imagem. Ajustar uma dessas funções depende essencialmente do controle da diferença de potencial que acelera os elétrons emitidos pelo tubo de raios catódicos e que incidirão na tela fluorescente. Assim, no tubo de imagem do televisor, os elétrons podem ter qualquer valor de energia, dependendo da diferença de potencial aplicada a esses elétrons.

A Física quântica, quando aplicada ao estudo de átomos isolados, constata que a energia dos elétrons nesses átomos é uma grandeza **discreta** ao invés de **contínua**, como estabelecido pela Física clássica.

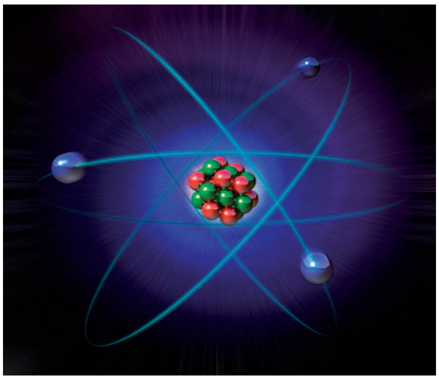
Essas afirmações, valores contínuos de energia para os elétrons emitidos pelo tubo e energias discretas para os elétrons do átomo, não são contraditórias, porque os elétrons emitidos pelo tubo de raios catódicos:

a) são livres e os elétrons que estão nos átomos são confinados.
b) são em grande quantidade, diferentemente dos elétrons que estão nos átomos.
c) perdem a carga elétrica, transformando-se em fótons, e os elétrons que estão nos átomos permanecem carregados.
d) têm comprimento de onda de De Broglie associado igual ao dos elétrons que estão nos átomos.

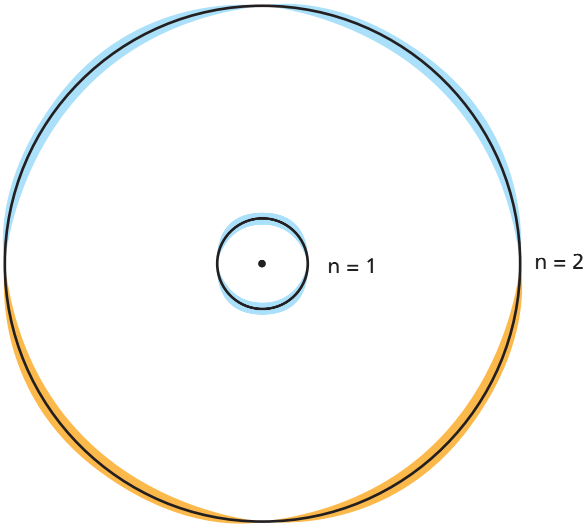
4. (UFPE) Um microscópio eletrônico pode ser usado para determinar o tamanho de um vírus que pode variar entre 0,01 μm a 0,3 μm. Isto é possível porque o comprimento de onda de *De Broglie*, λ, associado aos elétrons é controlado variando-se a diferença de potencial que permite acelerar o feixe eletrônico.
Considerando que os elétrons são acelerados a partir do repouso sujeitos à diferença de potencial $V = 12{,}5 \cdot 10^3$ volts, determine o valor de λ quando os elétrons atingem a placa coletora onde é colocado o vírus. Expresse a resposta em unidades de 10^{-12} m.
Dados:
Carga do elétron $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
Massa do elétron $= 9 \cdot 10^{-31}$ kg
Constante de Planck $= 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Js

5. (UFPE) No modelo planetário do átomo, o núcleo tem carga positiva e pequena dimensão, e os elétrons circulam em volta dele. De acordo com a Mecânica clássica de Newton, o equilíbrio da órbita depende de que a força de atração entre núcleo e elétron faça o papel de força centrípeta. Desse modo, os raios das órbitas atômicas poderiam ter qualquer valor. Na prática, observa-se que só algumas órbitas são permitidas. Conforme a Teoria Eletromagnética, de Maxwell, cargas elétricas aceleradas irradiam. O elétron girando, tem aceleração centrípeta e, como carga acelerada, perde energia. Assim, o modelo atômico de Bohr seria inviável. Entretanto, várias evidências apoiam esse modelo. Para preservar a concepção do átomo, propôs-se que, em determinadas órbitas, o elétron não irradiaria energia, contrariando o eletromagnetismo. Essas órbitas especiais atenderiam à condição de quantização da quantidade de movimento angular ou, equivalentemente, do perímetro de cada órbita eletrônica.

SPL/Latinstock



Modelo planetário: o equilíbrio da órbita ocorre quando a força centrípeta é a atração elétrica entre o núcleo e o elétron.



Modelo quântico: elétrons têm comprimento de onda associado. Quando o perímetro da órbita contém um número inteiro de comprimentos de onda, ela é estável.

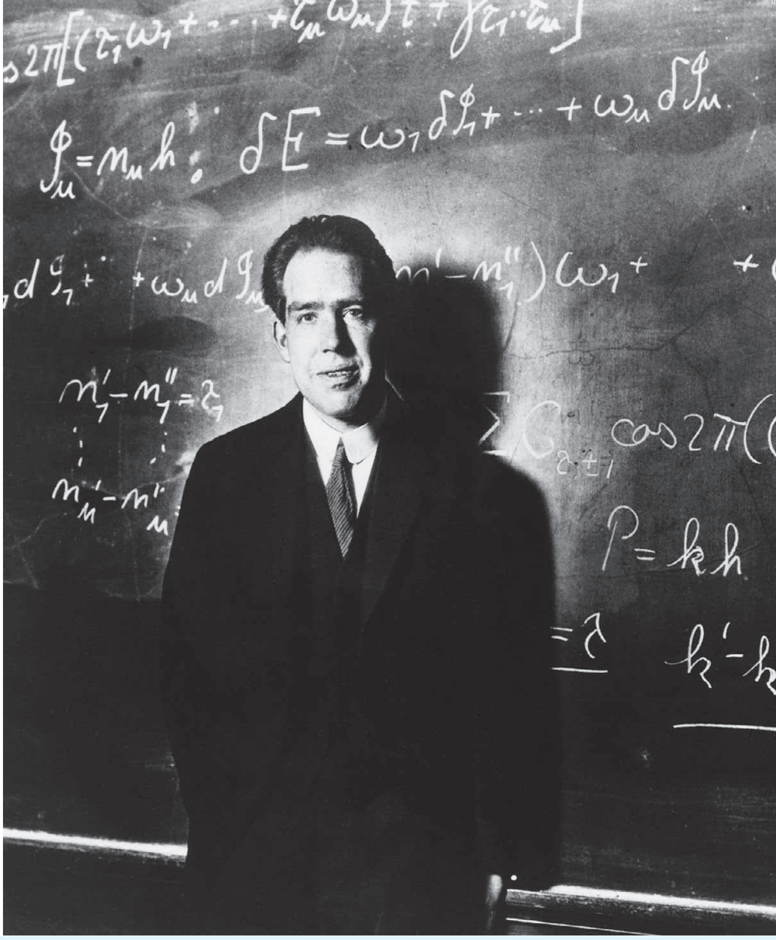
Sejam:
Z = número atômico;
m = massa do elétron;
e = carga do elétron;
K = constante elétrica;
r = raio da órbita;
h = constante de Planck;
v = módulo da velocidade do elétron na órbita;
n = 0, 1, 2, 3, ...
Quais das seguintes proposições são verdadeiras?
(1) A condição clássica para estabilidade da órbita é $m\,v^2\,r = K\,Z\,e^2$.
(2) A condição quântica para estabilidade da órbita é $2\pi\,r\,m\,v = n\,h$.
(3) A condição quântica para estabilidade da órbita é $2\pi\,n\,r = m\,v\,h$.
(4) A condição clássica para estabilidade da órbita é $m\,\omega^2\,r^3 = K\,Z\,e^2$.
(5) A condição quântica para estabilidade da órbita é $m\,v\,r = K\,Z\,e^2$.

6. (ITA-SP) Um elétron é acelerado a partir do repouso por meio de uma diferença de potencial **U**, adquirindo uma quantidade de movimento **p**. Sabe-se que, quando o elétron está em movimento, sua energia relativística é dada por $E = \left[(m_0\,c^2)^2 + p^2\,c^2\right]^{\frac{1}{2}}$, em que $\mathbf{m_0}$ é a massa de repouso do elétron e **c** é a velocidade da luz no vácuo. Obtenha o comprimento de onda de De Broglie do elétron em função de **U** e das constantes fundamentais pertinentes.

7. (ITA-SP) Obtenha uma expressão para as energias das órbitas do modelo de Bohr do átomo de Hidrogênio usando a condição de que o comprimento da circunferência de uma órbita do elétron ao redor do próton seja igual a um número inteiro de comprimentos de onda de De Broglie do elétron.

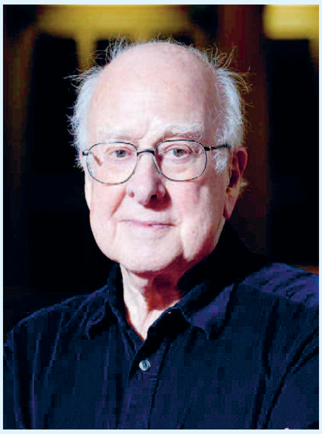
Parte V

SPL/Latinstock



Niels Bohr (1885-1962)

Análise dimensional



Xinhua/eyevine/Latinstock

Peter Higgs (1929-)

Análise dimensional

A análise dimensional é uma ferramenta de grande valia no estudo da Física, prestando-se para identificar grandezas, obter suas respectivas unidades de medida, verificar a homogeneidade de equações e prever expressões matemáticas a partir de conclusões experimentais.

1. Grandezas físicas fundamentais e derivadas

São denominadas **fundamentais** (ou de base) as grandezas físicas cuja conceituação independe de outras grandezas. É o caso das três grandezas mecânicas: **comprimento**, **massa** e **tempo**.

Quando dizemos, por exemplo, que a distância de São Paulo ao Rio de Janeiro é de 420 quilômetros aproximadamente, não é necessário recorrer a outras grandezas físicas para que ocorra a compreensão do comprimento da estrada que liga as duas cidades. A massa de 1 quilograma de um pacote de açúcar também independe da citação de outras grandezas físicas para ser perfeitamente entendida. Se a duração de determinado fenômeno for de 1 hora, não haverá o que acrescentar a essa informação, já que a noção clássica de tempo é desvinculada de outros conceitos.

Atribuiremos à massa, ao comprimento e ao tempo, respectivamente, os símbolos dimensionais **M**, **L** e **T**.

A grandeza térmica fundamental é a **temperatura** – símbolo dimensional θ – e a grandeza elétrica fundamental é a **intensidade de corrente elétrica** – símbolo dimensional **I**. Seria mais natural considerar a carga elétrica como grandeza fundamental da Eletricidade, mas, por conveniência, adotou-se a intensidade de corrente elétrica.

São denominadas **derivadas** as grandezas físicas cuja conceituação depende de outras grandezas. É o caso da velocidade e da aceleração, por exemplo, que decorrem dos conceitos de comprimento e tempo.

2. Expressões dimensionais

Qualquer grandeza física pode ser escrita na forma de um produto de potências de bases **M**, **L**, **T**, $\boldsymbol{\theta}$ e **I**; o que varia de um caso para outro são os expoentes dessas potências.

Ao citado produto, que serve para identificar cada grandeza física, dá-se o nome de **expressão** (ou equação) **dimensional**.

Sendo **A** uma grandeza mecânica, **B** uma grandeza térmica e **C** uma grandeza elétrica, suas fórmulas dimensionais são expressas genericamente na forma:

$$[A] = M^a\, L^b\, T^c$$
$$[B] = M^d\, L^e\, T^f\, \theta^g$$
$$[C] = M^h\, L^i\, T^j\, I^k$$

em que os expoentes **a**, **b**, **c**, ... e **k** são números reais.

É interessante observar que, sendo **A** uma grandeza mecânica, em sua expressão dimensional não comparece a potência de base θ nem a potência de base **I**. Da mesma forma, sendo **B** uma grandeza térmica, em sua expressão dimensional não comparece a potência de base **I**.

Se uma grandeza qualquer for independente da massa, por exemplo, teremos em sua expressão dimensional a potência $\mathbf{M^0}$, que não precisa ser incluída, já que $M^0 = 1$ e 1 é o elemento neutro na multiplicação.

Para obtermos a expressão dimensional de uma grandeza, partimos da relação física que a define e colocamos todos os fatores que dela participam em função das grandezas fundamentais.

Nos exemplos a seguir, podemos observar esse procedimento:

1. **Velocidade** $\left(v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}\right)$

   Como $[\Delta s] = L$ e $[\Delta t] = T$, temos:

$$[v] = \frac{L}{T} \Rightarrow \boxed{[v] = L\,T^{-1}}$$

2. Aceleração $\left(a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}\right)$

Como $[\Delta v] = L\,T^{-1}$ e $[\Delta t] = T$, temos:

$$[a] = \frac{L\,T^{-1}}{T} \Rightarrow \boxed{[a] = L\,T^{-2}}$$

3. Força $(F = m\,a)$

Como $[m] = M$ e $[a] = L\,T^{-2}$, temos:

$$\boxed{[F] = M\,L\,T^{-2}}$$

4. Trabalho $(\tau = F\,d\cos\theta)$

Como $[F] = M\,L\,T^{-2}$, $[d] = L$ e $\cos\theta$ é adimensional (não tem dimensão física), temos:

$$[\tau] = M\,L\,T^{-2}\,L \Rightarrow \boxed{[\tau] = M\,L^2\,T^{-2}}$$

5. Energia cinética $\left(E_c = \dfrac{mv^2}{2}\right)$

Como $[m] = M$, $[v] = L\,T^{-1}$ e 2 é adimensional, temos:

$$[E_c] = M\,(L\,T^{-1})^2 \Rightarrow \boxed{[E_c] = M\,L^2\,T^{-2}}$$

Obtivemos a expressão dimensional da energia cinética, porém o resultado encontrado aplica-se a qualquer outra modalidade de energia, por exemplo, calor (**Q**):

$$\boxed{[Q] = M\,L^2\,T^{-2}}$$

Energia e trabalho são grandezas físicas de mesma natureza (a segunda traduz uma variação da primeira). Por isso têm a mesma expressão dimensional, sendo-lhes atribuídas as mesmas unidades de medida.

6. Potência $\left(Pot = \dfrac{\tau}{\Delta t}\right)$

Como $[\tau] = M\,L^2\,T^{-2}$ e $[\Delta t] = T$, temos:

$$[Pot] = \frac{M\,L^2\,T^{-1}}{T} \Rightarrow \boxed{[Pot] = M\,L^2\,T^{-3}}$$

7. Impulso $(I = F\,\Delta t)$

Como $[F] = M\,L\,T^{-2}$ e $[\Delta t] = T$, temos:

$$[I] = M\,L\,T^{-2}\,T \Rightarrow \boxed{[I] = M\,L\,T^{-1}}$$

8. Quantidade de movimento $(Q = m\,v)$

Como $[m] = M$ e $[v] = L\,T^{-1}$, temos:

$$\boxed{[Q] = M\,L\,T^{-1}}$$

Quantidade de movimento e impulso também são grandezas físicas de mesma natureza (a segunda traduz uma variação da primeira). Por isso também têm a mesma expressão dimensional, sendo-lhes atribuídas as mesmas unidades de medida.

9. Densidade $\left(\mu = \dfrac{m}{v}\right)$

Como $[m] = M$ e $[V] = L^3$, temos:

$$[\mu] = \frac{M}{L^3} \Rightarrow \boxed{[\mu] = M\,L^{-3}}$$

10. Pressão $\left(p = \dfrac{F}{A}\right)$

Como $[F] = M\,L\,T^{-2}$ e $[A] = L^2$, temos:

$$[p] = \frac{M\,L\,T^{-2}}{L^2} \Rightarrow \boxed{[p] = M\,L^{-1}\,T^{-2}}$$

11. Calor específico sensível $\left(c = \dfrac{Q}{m\,\Delta\theta}\right)$

Como $[Q] = M\,L^2\,T^{-2}$, $[m] = M$ e $[\Delta\theta] = \theta$, temos:

$$[c] = \frac{M\,L^2\,T^{-2}}{M\theta} \Rightarrow \boxed{[c] = L^2\,T^{-2}\,\theta^{-1}}$$

12. Capacidade térmica $\left(C = \dfrac{Q}{\Delta\theta}\right)$

Como $[Q] = M\,L^2\,T^{-2}$ e $[\Delta\theta] = \theta$, temos:

$$[C] = \frac{M\,L^2\,T^{-2}}{\theta} \Rightarrow \boxed{[C] = M\,L^2\,T^{-2}\,\theta^{-1}}$$

13. Carga elétrica $\left(i = \dfrac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = i\,\Delta t\right)$

Como $[i] = I$ e $[\Delta t] = T$, temos:

$$\boxed{[Q] = I\,T}$$

14. Potencial elétrico $\left(\nu = \dfrac{E_p}{q}\right)$

Como $[E_p] = M\,L^2\,T^{-2}$ e $[q] = I\,T$, temos:

$$[\nu] = \frac{M\,L^2\,T^{-2}}{I\,T} \Rightarrow \boxed{[\nu] = M\,L^2\,T^{-3}\,I^{-1}}$$

15. Resistência elétrica $\left(U = Ri \Rightarrow R = \dfrac{U}{i}\right)$

Como $[U] = [\nu] = M\,L^2\,T^{-3}\,I^{-1}$ e $[i] = I$, temos:

$$[R] = \frac{M\,L^2\,T^{-3}\,I^{-1}}{I} \Rightarrow \boxed{[R] = M\,L^2\,T^{-3}\,I^{-2}}$$

Do mesmo modo, podemos obter a expressão dimensional de qualquer outra grandeza física.

Por outro lado, conhecida a expressão dimensional de uma dada grandeza física, podemos determinar facilmente sua unidade de medida em termos das unidades de medida das grandezas fundamentais.

Lembrando que no SI a unidade de comprimento é o **metro** (**m**), a de massa é o **quilograma** (**kg**), a de tempo é o **segundo** (**s**), a de temperatura termodinâmica é o **kelvin** (**K**) e a de intensidade de corrente elétrica é o **ampère** (**A**), temos, por exemplo:

- **Para a força**: $[F] = M\,L\,T^{-2}$
  unidade do SI (F): $kg\,m\,s^{-2}$ = newton (N)
- **Para a pressão**: $[p] = M\,L^{-1}\,T^{-2}$
  unidade do SI (p): $kg\,m^{-1}\,s^{-2}$ = pascal (Pa)
- **Para a energia**: $[E] = M\,L^2\,T^{-2}$
  unidade do SI (E): $kg\,m^2\,s^{-2}$ = joule (J)
- **Para a capacidade térmica**: $[C] = M\,L^2\,T^{-2}\,\theta^{-1}$
  unidade do SI (C): $kg\,m^2\,s^{-2}\,K^{-1} = J\,K^{-1}$
- **Para a resistência elétrica**: $[R] = M\,L^2\,T^{-3}\,I^{-2}$
  unidade do SI (R): $kg\,m^2\,s^{-3}\,A^{-2}$ = ohm (**Ω**)

3. Homogeneidade dimensional

Seria correta uma igualdade do tipo
$500\ m^3 = 500\ \Omega$?

É claro que não! Afinal, m^3 é unidade de volume e **Ω** é unidade de resistência elétrica.

> Uma equação física verdadeira deve ser **dimensionalmente homogênea**, isto é, deve ter em ambos os membros a mesma expressão dimensional e, portanto, a mesma unidade de medida.

Considere, por exemplo, as equações I e II abaixo, em que **A**, **B**, **C**, **D**, **E** e **F** são grandezas físicas e [A], [B], [C], [D], [E] e [F] são suas respectivas expressões dimensionais:

I. $A = B + C$
II. $D = E \cdot F$

Para que haja homogeneidade dimensional, deve ocorrer:

Em I: $[A] = [B] = [C]$
Em II: $[D] = [E] \cdot [F]$

Vamos admitir, por exemplo, uma equação física do tipo $p = \mu\,A\,h$, em que **p** representa a pressão, μ a densidade e **h** a altura. Qual deve ser a expressão dimensional da grandeza **A** para que a equação seja dimensionalmente homogênea?

Recordemos, inicialmente, que:
$[p] = M\,L^{-1}\,T^{-2}$, $[\mu] = M\,L^{-3}$ e $[h] = L$
Temos, então:
$[p] = [\mu] \cdot [A] \cdot [h] \Rightarrow M\,L^{-1}\,T^{-2} = M\,L^{-3}\,[A]\,L$
Da qual:

$$[A] = L\,T^{-2}$$

Note que a expressão dimensional obtida para **A** nos permite concluir que essa grandeza é uma **aceleração**.

4. Previsão de expressões físicas

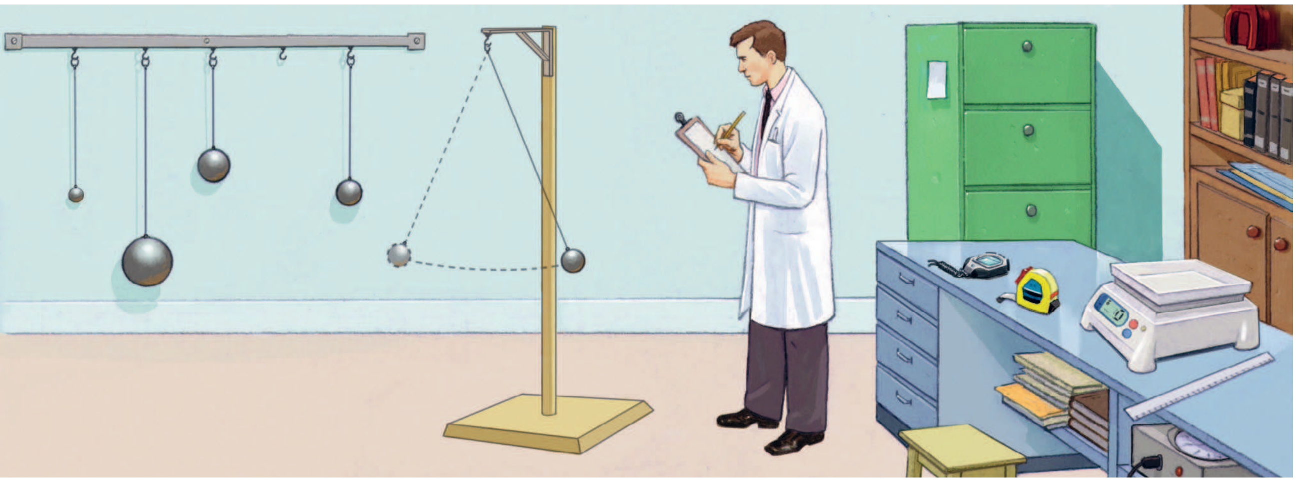
Admita que um pesquisador, fazendo experimentos com pêndulos simples, como ilustra a figura abaixo, conclua que o período (**P**) de oscilação de um desses dispositivos depende da massa da esfera pendular (**m**), do comprimento do fio (**C**) e da intensidade da aceleração da gravidade (**g**).

Como poderia esse pesquisador, utilizando a análise dimensional, obter uma expressão física para o período de oscilação de um pêndulo simples?

Primeiro, ele reúne suas conclusões experimentais em uma proporcionalidade do tipo:

$$P = k\,m^x\,C^y\,g^z$$

em que **k** é uma constante de proporcionalidade adimensional.



Em seguida, implementa a expressão anterior em termos das respectivas expressões dimensionais das grandezas envolvidas, **P**, **m**, **C** e **g**.

Lembrando que:

$[P] = T$, $[m] = M$, $[C] = L$ e $[g] = L\,T^{-2}$,

ele escreve:

$$T = M^x\,L^y\,(L\,T^{-2})^z \Rightarrow T = M^x\,L^y\,L^z\,T^{-2z}$$

Daí:

$$M^{0}\,L^{0}\,T^{1} = M^{x}\,L^{y+z}\,T^{-2z}$$

Observando que a equação deve ser dimensionalmente homogênea, ele estabelece a identidade entre os expoentes das potências de mesma base do primeiro e do segundo membro, isto é, impõe:

$$\begin{aligned} x &= 0 && \text{(I)} \\ y + z &= 0 && \text{(II)} \\ -2z &= 1 && \text{(III)} \end{aligned}$$

Resolvendo o sistema constituído pelas equações (I), (II) e (III), ele obtém $x = 0$, $y = \frac{1}{2}$ e $z = -\frac{1}{2}$ e escreve:

$$P = k\,m^0\,C^{\frac{1}{2}}\,g^{-\frac{1}{2}}$$

Da qual:

$$\boxed{P = k\sqrt{\frac{C}{g}}}$$

O valor da constante adimensional **k**, que sabemos ser igual a 2π ($\cong 6{,}28$), não ficou determinado pelo método praticado pelo pesquisador. Entretanto ele pode voltar ao laboratório, fazer medições de **P**, **C** e **g**, substituir os valores obtidos na expressão de *P* e encontrar um bom valor para a constante **k**. É importante salientar que há casos em que essa é a única maneira de se conseguir uma expressão física completa.

O período de oscilação do pêndulo simples independe da massa da esfera pendular. Portanto o pesquisador cometeu um engano ao supor que **P** dependia de **m**. No entanto esse engano foi retificado pela análise dimensional, que estabeleceu para **M** o expoente $x = 0$.

Veja agora outro exemplo.

Quando um corpo se move através de um fluido, ele sofre a ação de uma força de arrasto no sentido oposto ao de seu movimento. É o que acontece com um carro que, ao se deslocar no ar, se submete à força de resistência $\vec{F}_r$ exercida por esse meio. Essa força, indicada na fotografia abaixo, resulta das colisões das moléculas de ar contra a carroceria do veículo.

Andy Sacks/Stone/Getty Images

Teste de um carro em túnel de vento.

Admita que um projetista de automóveis verifique, mediante uma série de experimentos, que a intensidade da força de resistência do ar ($\mathbf{F_r}$) exercida sobre um carro depende da densidade do ar (μ), da área da maior seção do veículo perpendicular à direção do movimento (**A**) e da intensidade de sua velocidade (**v**). Sendo **k** uma constante de proporcionalidade adimensional, que expressão matemática o projetista poderá obter, por análise dimensional, para $\mathbf{F_r}$?

Primeiro, ele reúne suas conclusões experimentais em uma proporcionalidade do tipo:

$$F_r = k\,\mu^x\,A^y\,v^z$$

Em seguida, ele implementa a expressão anterior em termos das respectivas expressões dimensionais das grandezas envolvidas $\mathbf{F_r}$, μ, **A** e **v**.

Sabendo que $[F_r] = M\,L\,T^{-2}$, $[\mu] = M\,L^{-3}$, $[A] = L^2$ e $[v] = L\,T^{-1}$, escreve:

$$M\,L\,T^{-2} = (M\,L^{-3})^x\,(L^2)^y\,(L\,T^{-1})^z$$

Daí chega a:

$$M^{1}\,L^{1}\,T^{-2} = M^{x}\,L^{-3x+2y+z}\,T^{-z}$$

Lembrando que a equação deve ser dimensionalmente homogênea, ele estabelece a identidade entre os expoentes das potências de mesma base do primeiro e do segundo membro, isto é, impõe:

$$\begin{aligned} x &= 1 && \text{(I)} \\ -3x + 2y + z &= 1 && \text{(II)} \\ -z &= -2 && \text{(III)} \end{aligned}$$

Resolvendo o sistema constituído pelas equações (I), (II) e (III), o projetista obtém $x = 1$, $y = 1$ e $z = 2$, e escreve:

$$\boxed{F_r = k\,\mu\,A\,v^2}$$

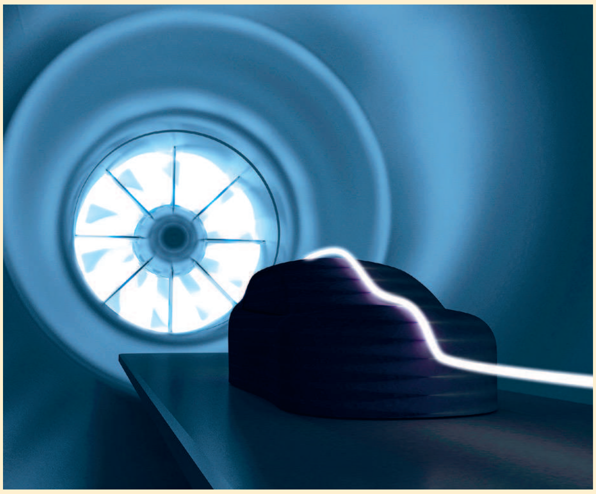
O valor numérico da constante **k** depende do formato aerodinâmico ("desenho") do carro.

O coeficiente aerodinâmico C_x

As forças de resistência do ar afetam sobremaneira o desempenho, o consumo e a estabilidade de veículos automotores, como automóveis e aviões. Por esse motivo, um bom projeto deve almejar um coeficiente aerodinâmico (ou coeficiente de arrasto) $\mathbf{C_x}$ adequado, com valor próximo ao de uma gota de água em queda vertical ($C_x \cong 0{,}05$), cuja aerodinâmica é considerada perfeita. A maioria dos automóveis comerciais tem coeficiente aerodinâmico entre 0,3 e 0,5. No caso de ônibus e caminhões, esse valor pode chegar a 0,9. O coeficiente aerodinâmico é um número adimensional obtido dividindo-se o dobro da intensidade da força de resistência do ar exercida no veículo ($\mathbf{F_r}$) pela densidade do ar (μ), pela área da maior seção transversal do veículo perpendicular à direção do movimento (**A**) e pelo quadrado da intensidade da velocidade (**v**), conforme a expressão:

$$\boxed{C_x = \frac{2\,F_r}{\mu\,A\,v^2}}$$

Comportamentos aerodinâmicos são otimizados mediante ensaios em túneis de vento, como o que aparece na representação gráfica abaixo. Esses túneis são câmaras especiais dotadas de ventiladores muito potentes que provocam deslocamentos de ar capazes de mostrar como o fluido se desloca pela carroceria de um veículo.



Thinkstock/Getty Images

Representação gráfica do efeito dos ventos produzidos por um túnel de vento em um carro.

Leitura

Aceleradores de partículas

Há pouco mais de um século, o elétron era um total desconhecido. A tecnologia disponível era precária e nem de longe colocava a serviço das pessoas os recursos de hoje.

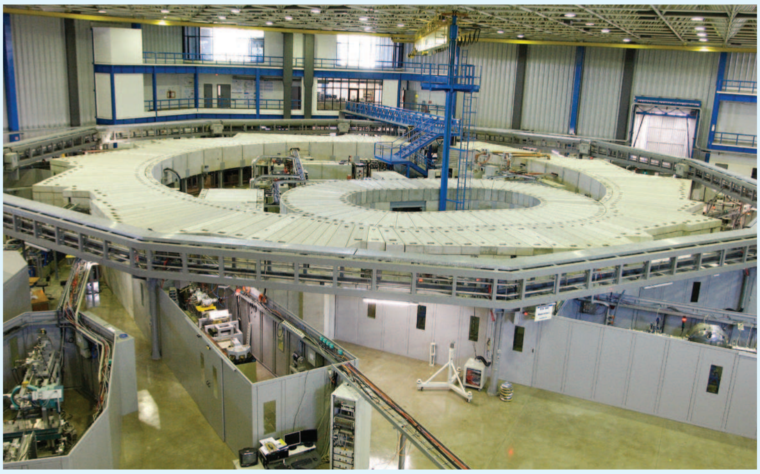
A descoberta do elétron e outras partículas elementares impulsionou sobremaneira a eletrônica, setor da eletricidade que elabora equipamentos de baixa tensão, que vão de telefones celulares a televisores; de computadores a tomógrafos PET (*positron emission tomography*).

A construção dos principais utensílios da moderna tecnologia passa, porém, pelos sofisticados aceleradores de partículas. Esses aparelhos são capazes de produzir feixes de moléculas, íons, átomos e elétrons, ou mesmo partículas mais exóticas, como antiprótons, pósitrons ou mésons, com altíssimas velocidades, normalmente superiores a um milésimo da velocidade da luz no vácuo: $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s. Para que sejam atingidas essas velocidades, que em alguns casos podem chegar a mais de 95% de c, as partículas sofrem a ação de forças eletromagnéticas exercidas por meio de arranjos que diferem bastante entre os diversos tipos de equipamentos.

A microeletrônica não existiria sem os aceleradores de partículas chamados “implantadores”, que colocam átomos geralmente de boro ou fósforo dentro de cristais de silício. A partir desses materiais “dopados” são confeccionados microcircuitos, como os existentes em *chips* que fazem operar computadores de todo tipo, aparelhos de GPS (*global positioning system*), transmissores, *videogames*, equipamentos fotográficos etc.

Um caso simples de acelerador de partículas é o do tubo de raios catódicos, usado ainda hoje na maioria dos aparelhos de TV. Elétrons se desprendem de seus átomos por aquecimento (efeito Édison) e, a partir de um cátodo, pela ação de campos elétricos, tornam-se livres para ganhar velocidade e altas energias. Depois de sofrerem deflexões controladas produzidas por campos magnéticos gerados em bobinas existentes dentro do tubo, eles bombardeiam a face interna da tela do televisor, provocando o brilho que origina a imagem. Essa tecnologia, porém, vem sendo gradualmente substituída pela do plasma, LCD (*liquid crystal display*) e LED (*light emitting diode*), mais eficientes e econômicas.

Os aceleradores de partículas começaram a ser construídos em 1927, quando os físicos ingleses J. D. Cockcroft e E. T. S. Walton, da Universidade de Cambridge, conseguiram realizar a primeira reação nuclear induzida, o que lhes valeu o Prêmio Nobel de Física em 1951. Hoje, esses dispositivos estão espalhados pelo mundo todo, presentes em universidades, indústrias e hospitais. Observe que um aparelho de raios X é um acelerador de partículas em que elétrons são disparados contra um alvo e, ao serem desacelerados no ato da colisão, emitem radiação. No Brasil, há aceleradores de médio e grande porte que podem ser encontrados, por exemplo, na Universidade de São Paulo (USP), nas universidades federais do Rio de Janeiro (UFRJ), Rio Grande do Sul (UFRGS), São Carlos (Ufscar), além de outras. Na Universidade de Campinas (Unicamp) há um grande acelerador, do tipo síncroton, em que elétrons são acelerados, percorrendo trajetórias curvas com energias da ordem de 1,4 GeV (gigaelétron-volt). Há emissões de luz síncroton, caracterizada por seu alto brilho, alta intensidade, alto grau de polarização e colimação, sendo emitida em uma faixa de frequências que se estende do infravermelho aos raios X duros.

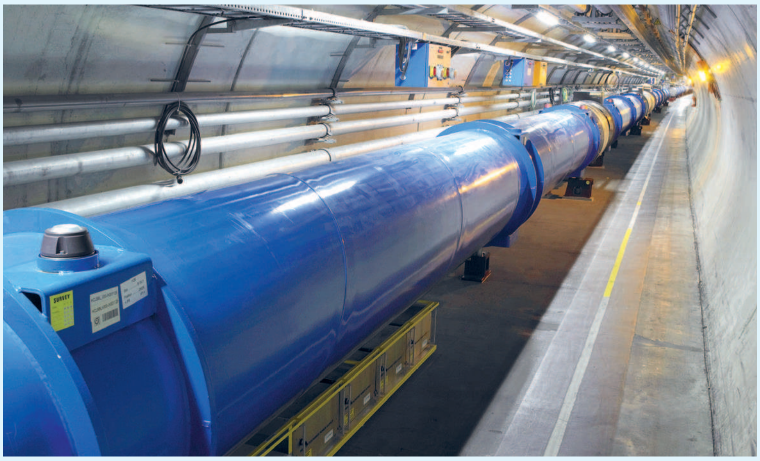

Gustavo Tílio/LNLS

Panorâmica do Laboratório Nacional de Luz Síncroton (LNLS), mantido pelo Ministério da Ciência e Tecnologia, em Campinas, estado de São Paulo.

Aceleradores de partículas capazes de produzir níveis de energia ainda mais altos, da ordem de TeV (teraelétron-volt), podem ser encontrados no Fermilab, nos Estados Unidos, e no Cern, Centro Europeu de Pesquisas Nucleares. Nesses equipamentos são provocadas colisões espetaculares entre feixes de partículas minúsculas com a finalidade de pesquisar a estrutura íntima da matéria e a origem do Universo.

Mas nada se compara ao LHC *(Large Hadron Collider)*, inaugurado em 2008 e instalado em uma região da fronteira entre a França e a Suíça.

O LHC tem forma circular e comprimento próximo de 27 km, encontrando-se no subsolo, a uma profundidade média de 100 m. Em suas tubulações, feixes de *hádrons* (prótons), movimentando-se em sentidos opostos, são acelerados por intensos campos elétricos e magnéticos até atingirem 99,9% da velocidade da luz, sofrendo então espetaculares colisões. Surge daí partículas ainda mais elementares, que remeterão os cientistas e pesquisadores a épocas muito remotas em que essas partículas existiam naturalmente em um universo quente, em plena formação. Almeja-se detectar, dentre outras coisas, o *bóson* de Higgs, partícula exótica, prevista nas teorias do fisico inglês Peter Higgs. A detecção experimental dessa partícula poderá dar grande sustentação às teorias do *Big Bang* e do Universo em expansão.


SPL/Latinstock

Interior do acelerador de partículas LHC – nesse tubo de 27 km de extensão, partículas subatômicas são aceleradas a 99,9% da velocidade da luz.

Exercícios

nível 1

1. Uma das principais equações da mecânica quântica permite calcular a energia **E** associada a um fóton de luz em função da frequência **f** da respectiva onda eletromagnética:

$$E = hf$$

Nessa equação, **h** é a constante de Planck. Adotando como fundamentais as grandezas **M** (massa), **L** (comprimento) e **T** (tempo), determine a expressão dimensional de **h**.

2. Conforme as teorias de Newton, dois astros de massas respectivamente iguais a **M** e **m**, com centros de massa separados por uma distância **d**, atraem-se gravitacionalmente trocando forças de intensidade **F**, dada por:

$$F = G\frac{Mm}{d^2}$$

em que **G** é a constante da gravitação. Em relação às dimensões mecânicas fundamentais – comprimento (**L**), massa (**M**) e tempo (**T**) –, determine a equação dimensional, bem como a unidade SI de **G**.

3. A pressão **p** de um número de mols **n** de gás perfeito que ocupa um volume **V** a uma temperatura absoluta τ pode ser calculada pela Equação de Clapeyron:

$$pV = nR\tau$$

em que **R** é uma constante, denominada constante universal dos gases perfeitos. Adotando como fundamentais as grandezas **F** (força), **L** (comprimento), **T** (tempo) e θ (temperatura), determine a expressão dimensional de **R**.

4. (ITA-SP) Sabe-se que o momento angular de uma massa pontual é dado pelo produto vetorial do vetor posição dessa massa pelo seu momento linear. Então, em termos das dimensões de comprimento (**L**), de massa (**M**) e de tempo (**T**), um momento angular qualquer tem sua dimensão dada por

a) $L^0 M T^{-1}$.
b) $L M^0 T^{-1}$.
c) $L M T^{-1}$.
d) $L^2 M T^{-1}$.
e) $L^2 M T^{-2}$.

5. "Na Física, a tensão superficial é um efeito que ocorre na camada superficial de um líquido que leva a sua superfície a se comportar como uma membrana elástica. As moléculas situadas no interior de um líquido são atraídas em todas as direções pelas moléculas vizinhas e, por isso, a resultante das forças que atuam sobre cada molécula é praticamente nula. As moléculas da superfície do líquido, entretanto, sofrem apenas atração lateral e inferior. Essas forças para o lado e para baixo criam a tensão na superfície, que faz com que ela se comporte como uma película elástica. A tensão superficial está presente em situações interessantes:

(I) Colocando-se cuidadosamente uma pequena agulha sobre a superfície da água, observa-se que ela pode permanecer sobre a película superficial sem afundar no líquido, apesar de ser muito mais densa que a água.

(II) A gota de água que se forma em uma torneira mantém sua forma devido à elasticidade na superfície da gota. (...)"

Disponível em: <http://www.wikipedia.org>. Acesso em: 16 dez. 2009.

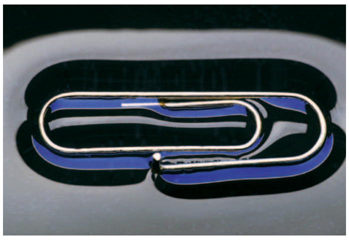


Photo Researchers/DIOMEDIA

Embora mais denso que a água, o clipe para papéis observado na imagem não afunda, já que as forças de contato que ele exerce na superfície líquida não são suficientes para romper a película superficial de moléculas de H_2O. Fenômeno semelhante ocorre quando pequenos animais, como alguns insetos, caminham sobre a água sem submergir. A explicação é que forças com intensidade comparável à do seu peso não conseguem vencer as forças decorrentes da tensão superficial.

Considere uma cuba de ondas cilíndrica, de diâmetro igual a **d**, contendo um líquido de densidade absoluta ρ. Observa-se que vibrações mecânicas provocadas na borda da cuba produzem ondas harmônicas de determinada frequência que se propagam na superfície líquida com velocidade de intensidade **v** e comprimento de onda λ. Para o caso de λ pequeno em comparação com **d**, verifica-se que a velocidade de propagação **v** pode ser obtida pela expressão abaixo, em que σ é a tensão superficial estabelecida na superfície do líquido.

$$v = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}}$$

Considerando essas informações, determine:

a) a equação dimensional da tensão superficial em relação à massa **M**, ao comprimento **L** e ao tempo **T**;
b) as unidades da tensão superficial no Sistema Internacional (SI).

6. (Ufla-MG) No estudo de fluidodinâmica, a intensidade da força viscosa pode ser dada pela equação $F = \eta\, d\, v$, sendo η o coeficiente de viscosidade, **d** a distância percorrida pelo fluido e **v** o módulo da sua velocidade de deslocamento. Considerando-se o Sistema Internacional, SI, o coeficiente de viscosidade η é dado pelas unidades:

a) $kg \cdot m \cdot s^{-1}$
b) $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
c) $kg \cdot m^{-1} \cdot s$
d) $kg \cdot m \cdot s$
e) $(kg)^{-1} \cdot m \cdot s^{-1}$

7. No Sistema Internacional (SI), as sete unidades de base são o **metro** (m), o **quilograma** (kg), o **segundo** (s), o **kelvin** (K), o **ampère** (A), a **candela** (cd) e o **mol** (mol). A Lei de Coulomb da Eletrostática permite calcular a intensidade (**F**) da força de interação (atração ou repulsão) trocada entre duas cargas puntiformes, Q_1 e Q_2, separadas por uma distância **d**, por meio de uma expressão do tipo:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|Q_1||Q_2|}{r^2}$$

em que ε_0 é uma constante fundamental da Física. Em relação a ε_0, é **correto** afirmar que:

a) é uma grandeza adimensional.
b) no SI, é medida em $m^{-2}\, s^2\, A^2$.
c) no SI, é medida em $m^{-3}\, kg^{-1}\, A^2$.
d) no SI, é medida em $m^{-3}\, kg^{-1}\, s^4\, A^2$.
e) no SI, é medida em $m^{-3}\, s^4\, A^2$.

8. Adotando como fundamentais as grandezas **M** (massa), **L** (comprimento), **T** (tempo) e **I** (intensidade de corrente elétrica), determine as expressões dimensionais e as respectivas unidades SI das seguintes grandezas físicas:

a) carga elétrica;
b) capacitância eletrostática.

9. (Mack-SP) Na equação dimensionalmente homogênea: $x = at^2 - bt^3$, em que **x** tem dimensão de comprimento (**L**) e **t** tem dimensão de tempo (**T**), as dimensões de **a** e **b** são, respectivamente:

a) $L\,T$ e $L\,T^{-1}$
b) $L^2\,T^3$ e $L^{-2}\,T^{-3}$
c) $L\,T^{-2}$ e $L\,T^{-3}$
d) $L^{-2}\,T$ e T^{-3}
e) $L^2\,T^3$ e $L\,T^{-3}$

10. (ITA-SP) Os valores de **x**, **y** e **z** para que a equação: $(\text{força})^x\ (\text{massa})^y = (\text{volume})\ (\text{energia})^z$ seja dimensionalmente correta são, respectivamente:

a) $(-3, 0, 3)$.
b) $(-3, 0, -3)$.
c) $(3, -1, -3)$.
d) $(1, 2, -1)$.
e) $(1, 0, 1)$.

11. (Mack-SP) Considerando as grandezas físicas **A** e **B** de dimensões respectivamente iguais a $M\,L\,T^{-2}$ e L^2, onde **M** é dimensão de massa, **L** é dimensão de comprimento e **T** é dimensão de tempo, a grandeza definida por $A \cdot B^{-1}$ tem dimensão de:

a) potência.
b) energia.
c) força.
d) quantidade de movimento.
e) pressão.

12. (Fuvest-SP) Um estudante está prestando vestibular e não se lembra da fórmula correta que relaciona o módulo **V** da velocidade de propagação do som com a pressão **P** e a massa específica ρ (kg/m^3), em um gás. No entanto, ele se recorda de que a fórmula é do tipo $v^\alpha = C\,\dfrac{P^\beta}{\rho}$, em que **C** é uma constante adimensional. Analisando as dimensões (unidades) das diferentes grandezas físicas, ele conclui que os valores corretos dos expoentes α e β são:

a) $\alpha = 1$, $\beta = 2$.
b) $\alpha = 1$, $\beta = 1$.
c) $\alpha = 2$, $\beta = 1$.
d) $\alpha = 2$, $\beta = 2$.
e) $\alpha = 3$, $\beta = 2$.

13. (ITA-SP) Durante a apresentação do projeto de um sistema acústico, um jovem aluno do ITA esqueceu-se da expressão da intensidade de uma onda sonora. Porém, usando da intuição, ele concluiu que a intensidade média (**I**) é uma função da amplitude do movimento do ar (**A**), da frequência (**f**), da densidade do ar (ρ) e da velocidade do som (**c**), chegando à expressão $I = A^x\,f^y\,\rho^z\,c$. Considerando-se as grandezas fundamentais **massa**, **comprimento** e **tempo**, indique a opção correta que representa os respectivos valores dos expoentes **x**, **y** e **z**.

a) $-1, 2, 2$
b) $2, -1, 2$
c) $2, 2, -1$
d) $2, 2, 1$
e) $2, 2, 2$

14. (IME-RJ) Suponha que o módulo da velocidade de propagação **V** de uma onda sonora dependa somente da pressão **p** e da massa específica do meio μ, de acordo com a expressão:

$$V = p^x\,\mu^y$$

Use a análise dimensional para determinar a expressão do módulo da velocidade do som, sabendo-se que a constante adimensional vale 1.

15. (ITA-SP) O módulo da velocidade de uma onda transversal, em uma corda tensa, depende da intensidade da força tensora **F** a que está sujeita a corda, de sua massa **m** e de seu comprimento **d**. Fazendo uma análise dimensional, concluímos que o módulo da velocidade é proporcional a:

a) $\dfrac{F}{m\,d}$

b) $\left(\dfrac{F\,m}{d}\right)^2$

c) $\left(\dfrac{F\,m}{d}\right)^{\frac{1}{2}}$

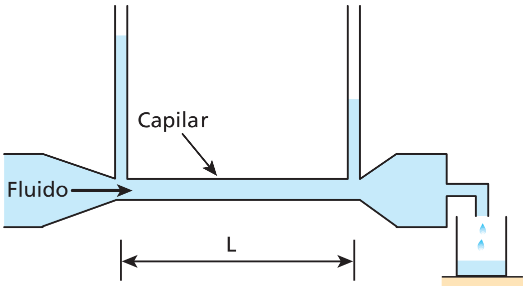
d) $\left(\dfrac{F\,d}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$

e) $\left(\dfrac{m\,d}{F}\right)^2$

16. No meio rural, todas as fontes energéticas são importantes. Uma das fontes é o vento, do qual se pode obter potência por meio de um cata-vento.
A potência do cata-vento depende, por meio de uma relação monomial, da densidade do ar μ, da área projetada do rotor **A** e do módulo da velocidade do ar **V**. Sendo **k** uma constante adimensional, determine a expressão da potência do vento **P**.

17. Verifica-se experimentalmente que o fluxo de calor (ϕ) – energia por unidade de tempo – através de uma parede que separa dois ambientes mantidos em temperaturas constantes e diferentes depende da área (**A**) da parede, da diferença entre as temperaturas ($\Delta\theta$) nos dois ambientes e do coeficiente de condutibilidade térmica (**C**) do material pelo qual o calor é conduzido, sendo, ainda, inversamente proporcional à espessura (**e**) da parede. Adotando uma constante adimensional (**k**), determine, por análise dimensional, a expressão de ϕ em função de **C**, **A**, $\Delta\theta$ e **e**.
É dada a expressão dimensional do coeficiente de condutibilidade térmica: $[C] = M\,L\,T^{-3}\,\theta^{-1}$, em que **M** é massa, **L** é comprimento, **T** é tempo e θ é temperatura.

18. (ITA-SP) A figura abaixo representa um sistema experimental utilizado para determinar o volume de um líquido por unidade de tempo que escoa através de um tubo capilar de comprimento **L** e seção transversal de área **A**. Os resultados mostram que a quantidade desse fluxo depende da variação da pressão ao longo do comprimento **L** do tubo por unidade de comprimento ($\Delta P/L$), do raio do tubo (**a**) e da viscosidade do fluido (η) na temperatura do experimento. Sabe-se que o coeficiente de viscosidade (η) de um fluido tem a mesma dimensão do produto de uma tensão (força por unidade de área) por um comprimento dividido por uma velocidade.



Recorrendo à análise dimensional, podemos concluir que o volume de fluido coletado por unidade de tempo é proporcional a:

a) $\frac{A}{\eta}\frac{\Delta P}{L}$.

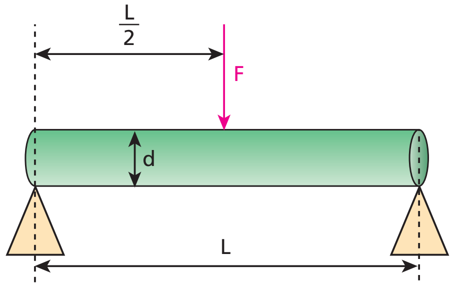
b) $\frac{\Delta P}{L}\frac{a^4}{\eta}$.

c) $\frac{L}{\Delta P}\frac{\eta}{a^4}$.

d) $\frac{\Delta P}{L}\frac{\eta}{A}$.

e) $\frac{L}{\Delta P}a^4\,\eta$.

19. (Unicamp-SP) Além de suas contribuições fundamentais à Física, Galileu é considerado também o pai da Resistência dos Materiais, ciência muito usada em engenharia, que estuda o comportamento de materiais sob esforço. Galileu propôs empiricamente que uma viga cilíndrica de diâmetro **d** e comprimento (vão livre) **L**, apoiada nas extremidades, como na figura a seguir, rompe-se ao ser submetida a uma força vertical **F**, aplicada em seu centro, dada por $F = \sigma\frac{d^3}{L}$, em que $\boldsymbol{\sigma}$ é a tensão de ruptura característica do material do qual a viga é feita. Seja $\boldsymbol{\gamma}$ o peso específico (peso por unidade de volume) do material da viga.



a) Quais são as unidades de $\boldsymbol{\sigma}$ no Sistema Internacional de Unidades?

b) Encontre a expressão para o peso total da viga em termos de $\boldsymbol{\gamma}$, **d** e **L**.

c) Suponha que uma viga de diâmetro d_1 se rompa sob a ação do próprio peso para um comprimento maior que L_1. Qual deve ser o diâmetro mínimo de uma viga feita do mesmo material com comprimento $2L_1$ para que ela não se rompa pela ação de seu próprio peso?

Para raciocinar um pouco mais

20. Quando um corpo se move através de um fluido, a intensidade de sua velocidade, **V**, varia de acordo com a expressão:

$$V = \frac{F}{A}\left(1 - e^{\frac{A}{B}t}\right)$$

Em que **F** é a intensidade de uma força, **t** é o tempo, **e** é a base dos logaritmos neperianos e **A** e **B** são constantes desconhecidas. Adotando como fundamentais massa (**M**), comprimento (**L**) e tempo (**T**), determine a equação dimensional do produto AB.

21. A força de interação eletrostática (atração ou repulsão) entre duas partículas eletrizadas com cargas q_1 e q_2, separadas, no vácuo, por uma distância **d**, tem intensidade **F** dada por:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{|q_1||q_2|}{d^2}$$

Em que ε_0 é a constante dielétrica do vácuo.
Por outro lado, considere dois condutores retilíneos muito longos, paralelos e percorridos por correntes elétricas contínuas, de intensidades constantes i_1 e i_2, separados por uma distância **d**, no vácuo. A força de interação eletromagnética (atração ou repulsão) que um dos condutores exerce em um trecho de comprimento ℓ do outro tem intensidade **F** dada por:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi}\,\frac{i_1 i_2}{d}\,\ell$$

Em que $\boldsymbol{\mu_0}$ é a permeabilidade magnética do vácuo.
O fisico-teórico escocês James Clerk Maxwell (1831-1879) apresentou em seus estudos a equação abaixo em que estão relacionadas as grandezas $\boldsymbol{\varepsilon_0}$ e $\boldsymbol{\mu_0}$.

$$G = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0\,\mu_0}}$$

Pede-se determinar em função de **M** (massa), **L** (comprimento) e **T** (tempo) a fórmula dimensional da grandeza **G** que aparece na equação de Maxwell, bem como sua unidade no SI.

22. Aviões monomotores de pequeno porte são bastante utilizados na agricultura para pulverização de defensivos químicos em lavouras e plantações, e também em transporte de passageiros entre pequenas localidades, além de cidades e propriedades rurais.

Thinkstock/Getty Images

Verificou-se que a potência **P** da hélice de um determinado modelo de avião monomotor depende exclusivamente do seu raio, **R**, de sua velocidade angular, $\boldsymbol{\omega}$, e da densidade do ar, ρ. A constante adimensional na expressão de **P** em função de **R**, ω e ρ é representada por **k**. Pede-se obter, por análise dimensional, a expressão da potência da hélice do avião em função das grandezas citadas.

Respostas

Parte I
Eletrostática

Tópico 1
Cargas elétricas

2. $+8 \cdot 10^{-6}$ C

3. a) Sinais opostos
b) Negativa

4. d, e, g

5. Aluna D

6. e

7. $+2q$

8. c

9. c

10. e

11. e

12. c

13. a) $+3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C
b) $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

14. d

15. e

17. d

18. b

19. b

20. 54 mC

21. a

22. d

23. c

24. a

25. b

27. d

28. 0,54 N

29. d

30. 5,0 cm

31. Repulsiva, de módulo $\frac{F}{3}$

32. c

33. d

34. b

35. d

36. e

37. $F_e' = 2\,F_e$

39. $q = -\frac{Q}{4}$

40. a) $\frac{d}{3}$
b) $\frac{4|q_1|}{9}$

41. e

42. a) $5 \cdot 10^{-8}$ N; atrativa
b) $6{,}25 \cdot 10^{-9}$ N; repulsiva

44. c

45. b

46. 1 μC

47. 80 N

48. c

49. $\frac{1}{2}$

50. $\left(\frac{2\sqrt{2}+1}{4}\right) \cdot |q|$

51. 0,40

52. 59 cm

53. a) 1,2 N
b) $\frac{1}{3}$ m; do lado direito

54. e

55. a

56. a) Sinais opostos
b) $\sqrt{\frac{40}{27}}$ μC

57. $2{,}7 \cdot 10^2$ N/m

58. d

59. a) Perda de cargas elétricas para o ar. Os ângulos permanecem iguais.
b) $\pm 2{,}16 \cdot 10^{-7}$ C

60. a) $\left(\frac{2\sqrt{2}-1}{2}\right)\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}\right)$; direção radial
b) $\frac{q}{4}\sqrt{\frac{(4-\sqrt{2})}{m\,a\,\pi\,\epsilon_0}}$

61. a) $5{,}0 \cdot 10^{-8}$ C
b) 25 cm

62. 0,40 N

63. 16 mm

64. a) $2{,}3 \cdot 10^{-8}$ N
b) $1{,}6 \cdot 10^6$ m/s
c) $2{,}3 \cdot 10^{-8}$ N
d) $1{,}6 \cdot 10^6$ m/s

Tópico 2
Campo elétrico

1. c

2. a

3. a

4. $Q > 0$, $q < 0$ e $q' > 0$

5. $8 \cdot 10^{-3}$ N

7. a) $+8$ μC
b) $8 \cdot 10^5$ N/C

8. d

10. $\vec{E}_5$

11. Intensidade: $5{,}4 \cdot 10^6$ N/C
Direção: Q_2Q_1
Sentido: de Q_2 para Q_1

12. d

13. d

14. a) q_1 (positiva); q_2 (negativa)
b) Não; atração

15. b

16. a) Mesmo módulo, mesma direção e sentidos opostos.
b) Próton – mesma direção e mesmo sentido.
Elétron – mesma direção e sentido oposto.
c) A aceleração no elétron (1 836 vezes maior do que no próton).

17. b

18. a

19. e

20. a) $4{,}5 \cdot 10^3$ N/C
b) $9{,}0 \cdot 10^3$ N
c) 12 cm de Q_1 e 8,0 cm de Q_2

21. 20 m/s^2

23. 6 cm

24. e

25. c

26. a) $1{,}0 \cdot 10^4$ N/C
b) $2{,}0 \cdot 10^{-2}$ N

27. a) A direção é a mesma da reta AB.
b) 1,4 N/C

28. e

30. $-15{,}7$ μC

31. $3{,}0 \cdot 10^{13}$ elétrons

32. b

33. $+12{,}5 \frac{\mu C}{m^2}$

34. 4Q

35. 0,80 m

36. e

37. a

38. e

39. d

40. d

41. Todas

42. b

43. $3{,}6 \cdot 10^{-2}$ N

45. $1{,}0 \cdot 10^{12}$ elétrons

46. a) Zero; b) 1

47. c

48. a

49. a) $-5{,}0 \cdot 10^{-3}$ C

b) Devido ao poder das pontas. O campo elétrico é mais intenso nas regiões pontiagudas do condutor, o que facilita as descargas elétricas por esses pontos.

50. e

51. d

52. 2,0 g

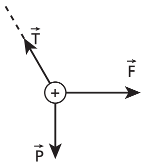
53. c

54. $4{,}5 \cdot 10^2$ N/C

56. $4{,}4\ \dfrac{\mu C}{m^2}$

57. c

58. a)



b) $\sqrt{3} \cdot 10^{-2}$ N

c) $2\sqrt{3} \cdot 10^3$ N/C

59. e

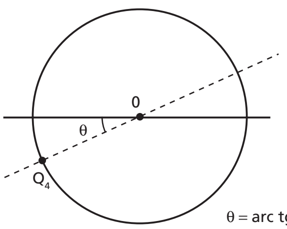
60. c

61. a

62. a) $1{,}8 \cdot 10^3$ N

b) $3{,}2 \cdot 10^{-13}$ N

63. $\sqrt{5}Q$



$\theta = \text{arc tg } \dfrac{1}{2}$

64. 10

65. a

66. 14 km/s

67. 0,75 s

68. c

69. a) 2

b) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

70. b

71. 20 meV

72. a) $\dfrac{2mg}{E}$

b) $\dfrac{4\ km^2\ g^2}{a^2\ E^2} + mg$

73. a) 2,0 s

b) 1,5 s

74. $2{,}5 \cdot 10^9$ N/C; vertical; de baixo para cima

75. 0,12 m

76. a) 225 N/C

b) 1 800 N/C

c) 800 N/C

77. $\sqrt{12g}$

78. b

79. $Q = \ell \text{ sen } \theta \sqrt{\dfrac{\sqrt{3}\ P \text{ tg } \theta}{K}}$

80. $\dfrac{m_1{}^2\ \sqrt{3}}{(m_1 + m_2)\ E\ Q}$

81. $\dfrac{m}{q}\left(\dfrac{v^2}{L} + g\right)$

82. a) $2{,}0 \cdot 10^8$ N/C

b) $\sqrt{2{,}0} \cdot 10^3$ m/s

83. a) 4 N

b) $\dfrac{1}{2}$

c) 6 horas da tarde

84. b

85. c

86. $200 \dfrac{Nm^2}{C}$, $200 \dfrac{Nm^2}{C}$ e zero.

87. a) $2{,}5 \cdot 10^5\ \dfrac{Nm^2}{C}$

b) $2{,}5 \cdot 10^5\ \dfrac{Nm^2}{C}$

c) $2{,}5 \cdot 10^5\ \dfrac{Nm^2}{C}$

88. Demonstração (ver resolução).

89. e

90. a

91. b

92. a

93. $2{,}5 \cdot 10^4$ N/C

Tópico 3
Potencial elétrico

1. b

3. c

4. a

5. $1{,}5 \cdot 10^4$ V

6. 2,5 μC

7. d

8. a) (2) e (4)

b) (4) e (5)

9. a

10. a) $-7{,}2 \cdot 10^{-2}$ J

b) $6{,}0 \cdot 10^3$ V

c) 12 J

11. 3,0 m

100 nC

12. 41 cm

13. +3,0 nC

−5,0 nC

14. 18 μC

8,0 μC

16. a) $5{,}0 \cdot 10^3$ N/C

b) $-3{,}0 \cdot 10^3$ V

17. a

18. 7,2 V

19. d

21. Zero, porque a força elétrica é perpendicular à equipotencial.

22. a

23. a) +5,0 nC

b) 180 V/m

c) $2{,}0 \cdot 10^{-8}$ J

24. d

25. b

26. e

27. $1{,}5 \cdot 10^3$ V/m

28. b

29. 25 V

30. a

32. a) 63 V

b) 0,63 J

33. a

34. $3{,}0 \cdot 10^{-1}$ J

35. 5 cm

36. $1{,}6 \cdot 10^{-13}$ J

37. a) Linhas equipotenciais

b) Maior

c) **P** para **S**. Diminuirá.

d) **P** para **R**. Diminuirá.

38. 50

39. a) 4500 N/C

b) Zero

40. e

41. a

43. a

44. 14

45. 7,5 g

46. e

47. a) $1{,}25 \cdot 10^5$ V/m

b) $2{,}4 \cdot 10^{-15}$ J

48. a

50. d

51. b

52. 50

54. −8,0 μC

55. Zero

$1{,}8 \cdot 10^5$ V

56. a) 720 V

b) 60 V

c) 720 V

57. e

58. c

59. c

61. d

62. c

63. a = $6{,}0 \cdot 10^4$ V

b = 60 cm

Q = 2,0 μC

64. a) $\nu_P = 9\pi R$ b) $E_M = E$

65. c

66. b

67. d

69. a) 0,6 nF

b) 5,4 m

70. 711 μF

71. d

72. I e IV

73. a) De **B** para **A**

b) 1 μC

c) 1 μC

d) $\nu'_A = \nu'_B$

75. e

76. 2,0 mC

77. 8,0 nF

78. e

80. a

81. a) 40 nF e 20 nF

b) 350 V

c) 14 μC e 7,0 μC

82. a) 360 V

b) 120 V

83. e

84. b

85. b

86. e

87. a

88. c

89. b

90. a

91. Ver resolução.

92. e

93. d

94. I) V; II) F; III) F; IV) V

96. a) $9{,}0 \cdot 10^4$ N/C

b) Zero

c) $2{,}8 \cdot 10^4$ N/C

97. c

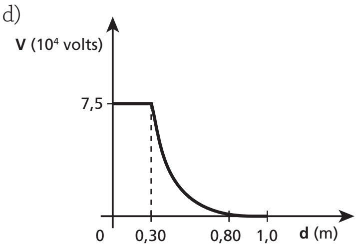
99. c

100. a) $7{,}5 \cdot 10^4$ V

b) Zero

c) $2{,}7 \cdot 10^4$ V

d)



101. Gráficos II e IV

102. $7{,}1 \cdot 10^{-14}$ m

103. 30 cm

104. c

105. b

106. b

107. a) $2{,}4 \cdot 10^3$ V

b) $4{,}8 \cdot 10^{-12}$ kg

108. b

109. a) $2 \cdot 10^6$ V/m

b) 2 eV

110. 58

111. a) Eletrização; repulsão

b) $\alpha_2 > \alpha_1$

112. 31

113. 2

114. d

115. 42

117. 0,9 kg/m³

116. a) Zero

b) 2,7 V

c) 1,62 V

118. b

119. a) $\nu_A = \sqrt{\dfrac{K\,Q\,q}{3\,M\,d}}$

$\nu_B = 2\sqrt{\dfrac{K\,Q\,q}{3\,M\,d}}$

b) $\nu_B = \sqrt{\dfrac{2\,K\,Q\,q}{3\,M\,d}}$

120. d

121. c

122. a) $\dfrac{v_0}{4}$

b) $\dfrac{4q^2}{3\pi\epsilon_0\, m v_0{}^2}$

123. a

124. a) 30°; 90°

b) $1{,}2 \cdot 10^{-3}$ J

125. a) $4{,}5 \cdot 10^{-16}$ kg

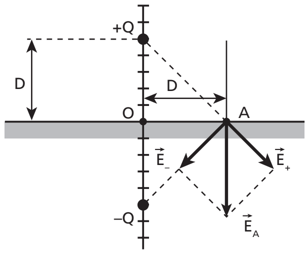
b) 0,5 s

c) Sim, a gotícula é retida no coletor.

127. a) $2{,}0 \cdot 10^{-6}$ N

b) $1{,}35 \cdot 10^3$ V/m

c)



d) $3{,}8 \cdot 10^3$ V/m

126. a) $\dfrac{Q\,E}{M}$

b) $\dfrac{Q\,E\,L_0}{M V_{0_y}}$

c) $\dfrac{Q\,E\,L_0\,H}{M\,V_{0_y}^2}$

Parte II
Eletrodinâmica

Tópico 1
Corrente elétrica e resistores

1. Elétrons de condução (ou elétrons livres)

2. Os elétrons livres se movem de **A** para **B** e o sentido convencional da corrente é de **B** para **A**.

4. $1{,}6 \cdot 10^{-10}$ A

5. a) 10 C

b) $6{,}25 \cdot 10^{19}$

6. $i_1 = 18$ A; $i_2 = 12$ A

7. e

8. c

10. $\omega r \lambda$

11. 8 mA

12. a

14. e

15. a) 18 A

b) 1,8 kWh

16. a) 924 W

b) 8,4 A

17. d

18. b

19. e

20. 750 mL

21. 0,5 kWh

22. c

23. a) 250 W

b) Inversamente proporcionais

24. a) 50 A

b) 15 kWh

c) R$ 54,00

25. b

26. d

27. a) 0,7 V

b) $R_1 = 0{,}2\ \Omega$

$R_2 = 0{,}14\ \Omega$

28. d

29. d

31. a) 620 Ω
b) 205 mA
c) 7,8 kJ
32. 10 mA
33. 3,0 cal/s
34. a) 8,8 Ω
b) 40 °C
c) 25 g
35. 5 J
36. 2 000 A
37. a) 19,8 kWh
b) 39,3 L
39. 182 m
40. a) 100 m
b) Não
41. $2 \cdot 10^{-5}$ Ω
43. c
44. d
45. c
46. $2,6 \cdot 10^{-4}$ mm^2
47. 4 R
48. c
49. b
50. Quando a lâmpada é ligada em 110 V, o filamento apresenta temperatura bem mais alta. Então a resistividade do tungstênio também é bem maior, o mesmo ocorrendo com a resistência elétrica do filamento.
51. a) 60 Ω
b) 0,60 m
52. a) $2,5 \cdot 10^9$ V
b) $2,0 \cdot 10^3$ A
c) $2,0 \cdot 10^2$ C
53. c
54. 1 200 J
55. 50 V
57. c
56. a) 20 V/m
b) −2,4 V
58. 70 °C
59. a) 4
b) 0,6 s
c) 0,5
60. i = N A v e
61. 566 Ω

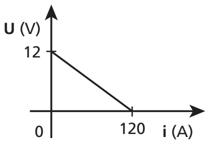
Tópico 2
Associação de resistores e medidas elétricas

1. a) Em série
b) Em paralelo
2. a) 10 Ω
b) 0,9 Ω
c) 5 Ω
4. d
5. a) R = 50 Ω
U' = 40 V
7. a) 6
b) 1,25 Ω
9. d
10. a) i = 8 A e R = 500 Ω
b) i = 12 A e R = 10 Ω
11. $i_1 = 2$ A; $i_2 = 6$ A
12. i = 8 A; $i_1 = 6$ A
$i_2 = 1,2$ A; $i_3 = 0,8$ A
$i_4 = 8$ A; $i_5 = 4$ A
$i_6 = 4$ A
13. d
14. d
15. **A**: inverno
B: desligado
C: verão
17. a) 14 A
b) 5,6 kWh
18. b
19. d
21. e
22. a) 4 Ω
b) 14 Ω
c) 3 Ω
23. a) 8 V
b) 0,15 A
24. 7,2 Ω
26. a) 171 V
b) 90 V
27. Aumenta e diminui, respectivamente.
28. d
29. F_2 e F_3
31. b
32. **A** e **B** respectivamente
33. a) **A**
b) **B**
34. a) Cada lâmpada: 121 Ω
Circuito **A**: 121 Ω
Circuito **B**: 484 Ω
b) Circuito **A**: 100 W
Circuito **B**: 25 W
Melhor iluminação: circuito **A**
36. 12 Ω
38. d
40. a) 160 Ω
b) 80 Ω
c) Diminui
42. a) 200 Ω
b) 4,8 Ω
c) Zero
43. d
44. d
45. b
46. 0,4 m
47. $\frac{R}{2}$
48. a) 10 Ω
b) 100 Ω
49. 2,0 A
50. e
52. 4 Ω
53. V_1: 6,0 V
V_2: 1,0 V
V_3 : 5,0 V
54. A_1: 2,7 A
A_2: 1,5 A
A_3: 1,2 A
56. **C** e **D**
57. 2 Ω
59. 0,02 Ω, em paralelo com o medidor
61. 19 MΩ, em série com o voltímetro
62. a) 1,0 A
b) 3,0 V
c) 9,0 W
63. d
64. $\frac{9}{4}$
65. 4 Ω
66. 1,1 kΩ
67. b
68. 10 kΩ, em série
69. a) 0,05 A/divisão
b) 0,6 Ω, em paralelo com o amperímetro
c) 0,2 A/divisão
70. a) 5 kΩ
b) 20 mW
71. $R_1 = \frac{R_0\sqrt{3}}{3}$
72. 200 Ω
73. 1,5 A
74. a) 10 Ω
b) Zero
c) Zero
d) 16 Ω
e) 6,25 W
75. a) 38 A e 42 A, respectivamente
b) Não
c) 5
76. a
77. $i_1 = 0,3$ A
$i_2 = 0,4$ A
78. e
79. Entre dois vértices que dividam o polígono em dois ramos:
- com $\frac{N}{2}$ resistores cada um, se **N** for par;
- com $\frac{N+1}{2}$ resistores em um e $\frac{N-1}{2}$ no outro, se **N** for ímpar.

80. $\frac{R}{2}$
81. $\frac{5R}{6}$
82. 5,5 Ω
83. $R(1 + \sqrt{3})$
84. a) $i = \frac{S}{L(\rho_1 + \rho_2)} V_{AB}$
b) $Q = \frac{\varepsilon_0 S}{L}\left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2}\right) V_{AB}$

Tópico 3
Circuitos elétricos

2. a)



b) 6,0 A

3. a) 2,0 A

b) 11 V

4. a) 6 V

b) 6 V

5. 1,2 V

6. a) 68 W

b) 4 W

c) 94%

8. 35 V

10. Apenas as afirmações 1 e 2 estão corretas.

11. a

13. a) 6 A, 4 A e 2 A, respectivamente

b) 360 J

14. E = 60 V

r = 2,0 Ω

Pot_t = 600 W

15. 8 A, 6 A e 2 A, respectivamente

16. 6 000 Ω

17. 0,18 Ω

19. 1 A

21. a) A lâmpada **A** apaga.

b) O brilho de **A** aumenta.

22. 14

23. 0,12 Ω

24. 2 A, de **A** para **B**

25. a) Diminui, porque aumenta a perda (r i) nos fios.

b) Consegue-se transmitir a mesma potência (U i) com correntes mais baixas, reduzindo-se assim a potência dissipada nos fios ($r\ i^2$).

26. b

27. a) 20 V; 2 Ω; 2 Ω

b) 50 W

c) 50%

28. 16 minutos

29. a

30. a) 50 J

b) 1,0 °C

31. Lâmpada **A**

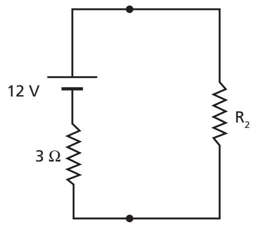
32. Demonstração

33. a

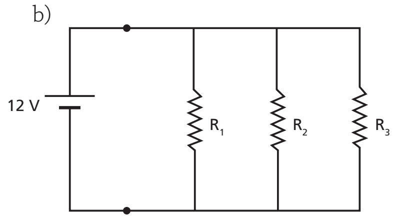
34. São iguais.

35. b

36. a)



b)



37. I) 36 Ω

II) 4 Ω

39. 15 Ω

40. a) Quando a lâmina se curva para a direita, a parte de metal **A** torna-se mais longa que a de metal **B**, ou seja, a parte de metal **A** dilata-se mais que a outra.

b) A potência dissipada em **R**, com o cursor na posição 3, é $\frac{1}{9}$ da dissipada com o cursor na posição 1.

41. c

42. a) 1 V

b) 2 Ω

c) 10 V

43. a) 6 Ω

b) 1,28 W

44. a) 22 Ω

b) 1 A

45. a) 20 A

b) 1,25 kWh

c) Só o ventilador

46. a) 2,0 A

b) 0,80 W

c) 8,0 V

48. a) 12 V e 8 V, respectivamente

b) 3 Ω

50. 2,5 mA e 25 V

51. 20 Ω

52. a) 5 mA

b) 2,5 V

54. 4,5 V

55. a) 10 V

b) 5,0 Ω

c) $2{,}0 \cdot 10^2$ N/C

56. a

58. a) 30 V e 6 Ω

b) 50%

59. 2 A; de **A** para **B**

60. a) $R_1 = 2\ \Omega$; $R_2 = 2\ \Omega$; $R_3 = 1\ \Omega$

b) 75% e 67%, respectivamente

61. 0,5 Ω; 10 V

62. a) 100 W

b) 125 W

c) 5 A

63. 14,4 kW

64. 50 A

66. a) 4,5 V e 0,9 Ω

b) 1,5 V e 0,1 Ω

67. a) 1,5 V

b) Zero

c) 3 V

d) 6 V

69. 2 A

70. **A:** receptor; **B:** resistor; **C:** gerador

71. c

72. S_1 e S_2: $i_A = i_B = 6$ A, $i_C = 0$

S_1 e S_3: $i_A = i_C = 1{,}6$ A, $i_B = 0$

S_2 e S_3: $i_B = i_C = 2{,}5$ A, $i_A = 0$

73. 6 V e 0,05 Ω

74. 5

75. 2 A

77. 6 A

78. 1 Ω

79. a) 7,8 kWh

b) 1,25 Ah

81. 6 V ou 24 V

83. a) 5 V

b) 16 W

84. 3 V

85. a) 21 V

b) 24 V

86. Em R_1: 2 A, de **B** para **A**

Em R_2: 6 A, de **B** para **C**

Em R_3: 3 A, de **A** para **C**

87. e

88. a) As três lâmpadas estão apagadas.

b) L_3

89. 0,2 Ω

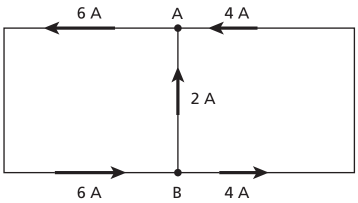
90. $i_A = 0{,}1$ A; $i_B = 1$ A; $i_{MN} = 0$

91. a) 0,55 A

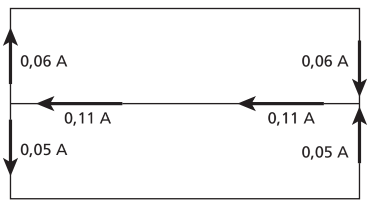
b) 55 C

c) 14 s

93.



94.



95. 13 V

96. e

97. a) $4 \cdot 10^4$ N/m² (com estimativa de 1 N para F)

b) 2 V

98. 5 V

99. a) $2 \cdot 10^{-4}$ A

b) $7{,}8 \cdot 10^6$ m/s

c) 10^{-14} N

100. 300 V

101. c

102. 18 V

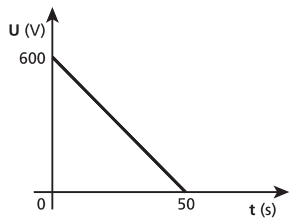
103. 1,12 A e 0,62 A, respectivamente

104. a) 1,5 A

b) 1 Ω

105. a) 2 A

b)



106. Todas em paralelo

107. $8{,}1 \cdot 10^{-8}$ N

108. 12,2 minutos

109. 5 A

110. 2 Ω

111. a) Zero

b) 0,06 A

112. a) R < 27 Ω

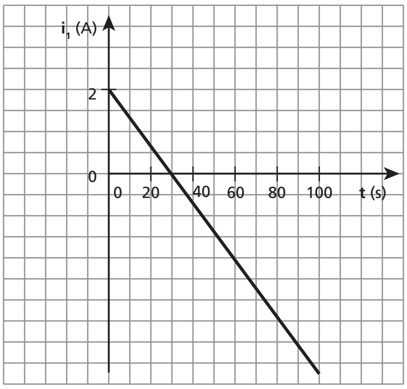
b) R > 27 Ω

c) R = 27 Ω

113. a) 2 A

b) 30 s

c)



d) 48 W, recebida pela bateria

114. a) 4 A

b) 8 A

c) $\frac{1}{3}\,\Omega$

Tópico 4
Capacitores

2. a) 30 μC

b) 45 μJ

3. 9 V e 0,1 Ω

5. b

6. d

7. e

8. c

9. b

10. 0,88 nF

11. c

13. a) 12 μC

b) 0,4 W

14. a) 12 μC

b) 1 Ω

15. $5 \cdot 10^{-2}$ J

16. a) 120 nC e 720 nJ

b) 6 V

c) 360 nJ

d) 2 V

17. a) Menor

b) $F = \frac{F_0}{\epsilon_r}$

18. b

20. a) $Q_1 = Q_2 = 54$ μC

b) $U_1 = 3$ V

21. 3,2 μC e 8,0 μC, nos capacitores de capacitâncias C_1 e C_2, respectivamente

23. a) 3 μF

b) 120 nF

c) 6 μF

24. 48 V

25. a) 10 nF

b) 10 μF

c) 24 μF

27. $Q_A = Q_B = 5$ μC

28. $U_1 = 12$ V e $U_2 = 6$ V

29. $Q_1 = 160$ μC e $U_1 = 32$ V

$Q_2 = 160$ μC e $U_2 = 8$ V

$Q_3 = 80$ μC e $U_3 = 40$ V

$Q_4 = 240$ μC e $U_4 = 20$ V

30. a) $C_2 > C_1$

b) $U_1 = U_2$

c) $Q_2 > Q_1$

d) $E_1 = E_2$

31. I. V; II. F; III. F

33. 12 μC, 4 μC e 2 μC em **A**, **B** e **C**, respectivamente.

34. Demonstração

35. a) 20 μC e 20 μC

b) 30 μC e 7,5 μC, respectivamente

36. c

37. $\frac{\sigma^2 v}{2\epsilon_0}$

38. c

39. Demonstração

40. $7{,}6 \cdot 10^{-2}$ F e $1{,}4 \cdot 10^{12}$ J, respectivamente

41. $\frac{\epsilon A U^2}{2d^2}$

42. a) 180 μC

b) Q = 180 − 1,8 ℓ, com ℓ em metros e **Q** em microcoulombs

43. d

44. Demonstração

45. $\frac{2k}{k + 1}$

46. $(n - 1)\frac{\epsilon_0 A}{d}$

47. Demonstração

48. a) Os tempos são iguais.

b) Imediatamente após o fechamento da chave Ch − A; 75 μC

c) 1 mJ

49. 10 V

50. $\frac{\epsilon_0 A \epsilon v}{d^2}$

51. 69

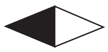
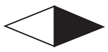
52. a) P_1

b) 0,8 m

Parte III
Eletromagnetismo

Tópico 1
O campo magnético e sua influência sobre cargas elétricas

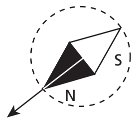
1. VI, VII e VIII

2.  ou 

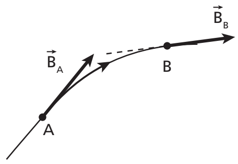
3. e

4. a

5.



6. a)



b) Em **A**, porque nessa região as linhas de indução estão mais concentradas.

7. a) Norte magnético

b) Sul magnético

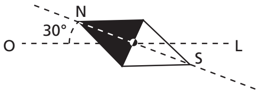
c) Norte magnético

8. Caso **C**

9. d

10. I, III e IV

12.

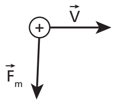


13. d

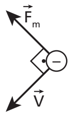
15. Apenas na situação **I**

16. O campo magnético do ímã altera a direção do movimento dos elétrons, que passam a bombardear a tela em outras posições.

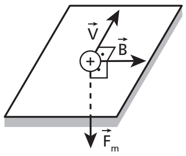
18. a)



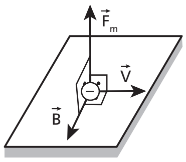
b)



c)



d)



19. a) Região I

b) Região II

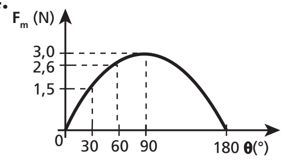
20. a) $4 \cdot 10^{-15}$ N b) 12 N

21. Positivo, negativo e positivo

22. a

23. O campo **B** é magnético, **A** é elétrico e a carga é negativa.

24.



26. $5 \cdot 10^{-3}$ T

27. a) $\vec{B}_1$: "saindo"

$\vec{B}_2$: "entrando"

b) $\vec{B}_1$

c) $\Delta t_{ST} < \Delta t_{MN}$

28. $6{,}4 \cdot 10^{-16}$ N e $9{,}1 \cdot 10^{-30}$ N, respectivamente

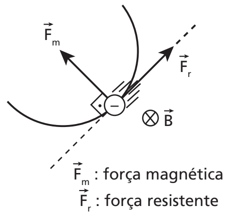
A força magnética é $7{,}0 \cdot 10^{13}$ vezes mais intensa que a força gravitacional.

29. **A**, **B** e **C**.

30. a) $9{,}4 \cdot 10^6$ m/s

b) $3{,}3 \cdot 10^{-8}$ s

31. 1.



2. Perpendicular à região sombreada, entrando nela.

33. a) $\Delta t = \dfrac{\pi m}{qB}$

b) Zero

34. $3{,}2 \cdot 10^{-26}$ kg

35. e

36. $2{,}0 \cdot 10^{-5}$ V/m; $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ m/s

37. c

38. 40

39. a) $v = \sqrt{\dfrac{2\,q\,V}{m}}$

b) $m = \dfrac{q\,B^2\,R^2}{2V}$

c) 1º pico: 1u (hidrogênio)

2º pico: 2u (deutério)

40. a) 1

b) $\Delta t = \dfrac{m\theta}{qB}$, com θ em rad

41. $v = \dfrac{2 \cdot 10^6}{\text{sen}\ \theta}$ m/s

42. a) $3{,}0 \cdot 10^{-6}$ s

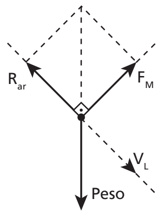
b) 1,5 m

c) $2{,}0 \cdot 10^{-2}$ T

43. c

44. a) $k = \dfrac{mg}{v_0}$

b)



c) $v_L = mg\,(Q^2B^2 + k^2)^{-\frac{1}{2}}$

45. Não

46. 0,40 m

47. $\dfrac{2\,m\,v\,d}{q(h^2 + d^2)} \leqslant B \leqslant \dfrac{2\,m\,v}{q\,d}$

48. a) $\dfrac{-3\,m\,v_0^2}{8\,q}$

b) $\dfrac{8\,E_0}{3\,v_0}$

49. a) $H = \dfrac{m^2\,g}{2q^2B^2}$

b) Intensidade: $E = \dfrac{mg}{|q|}$

Orientação: vertical, para cima.

50. $L = \dfrac{2m^2\,g}{q^2\,B_0^2}$

51. a) $1{,}47 \cdot 10^{-3}$ cm/s

b) 2,94 μV

Tópico 2
A origem do campo magnético

1. e

2. Em **A**: 2; em **B**: 8

3. I. Para a direita (→)

II. Para baixo (↓)

III. Entrando no papel (×)

IV. Saindo do papel (•)

4. a) De **B** para **A**

b) De **A** para **B**

5. b

7. $1{,}8 \cdot 10^{-5}$ T

9. a) Zero

b) $4{,}0 \cdot 10^{-4}$ T

10. b

11. 20

12. e

13. a

14. a) $1{,}6 \cdot 10^{-16}$ N

b) $1{,}6 \cdot 10^{-16}$ N

c) Zero

15. $8{,}0 \cdot 10^{-5}$ T

17. $1{,}6 \cdot 10^{-4}$ T

18. a) $6{,}0 \cdot 10^{-5}$ T

b) $2{,}0 \cdot 10^{-5}$ T

19. Perpendicular ao plano da espira, com seu polo norte magnético apontando para a direita.

20. Perpendicular ao plano do papel, entrando nele, de intensidade igual a $5{,}0 \cdot 10^{-5}$ T.

21. Perpendicular ao plano da circunferência, entrando nesse plano.

22. e

23. a) $2{,}0 \cdot 10^{-5}$ T

b) Repulsiva

25. $3{,}5\pi \cdot 10^{-5}$ T

26. 5

27. Zero

28. $2 \cdot 10^{-2}$ T

29. c

30. a

31. Norte: **U**, **V** e **Y**

Sul: **T**, **X** e **Z**

33. 0,19 T

34. c

35. d

36. a

37. Demonstração

38. a

39. $2{,}02 \cdot 10^{-5}$ T

40. c

41. c

42. e

43. Na mesma posição em que se estabilizou a agulha da bússola **a**.

44. Sul

45. c

46. a

47. e

48. $4{,}0 \cdot 10^{-6}$ T

49. $\dfrac{\mu_0 i}{2}\sqrt{\dfrac{1}{R^2} + \dfrac{1}{\pi^2 r^2}}$

50. a) $2\pi \cdot 10^{-3}$ T

b) Polo sul magnético

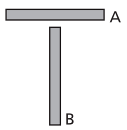
51. a) 1 A, 3 A

b) Zero

52. a) Se forem notadas forças de campo entre as barras, pelo menos uma estará imantada.

b) Se as forças de campo entre uma extremidade de uma barra e uma extremidade da outra forem sempre de atração, apenas uma barra estará imantada. Se as forças forem de atração ou repulsão, as duas estarão imantadas.

c) As barras deverão ser dispostas como na figura a seguir:



Se houver atração, a barra **B** estará imantada.

Se não houver atração, a barra **A** estará imantada.

53. a

54. $\dfrac{\mu_0\ Q\ \omega}{2\ \pi\ R}$

55. a) Demonstração

b) Demonstração

56. $\dfrac{\mu_0\ i\ \alpha}{4\ \pi}\left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right)$

57. a) 1. Hélice cilíndrica

2. $\dfrac{N\ 2\pi\ m\ v \cos\theta}{\mu_0\ n\ q}$

b) $\theta < \text{arc tg}\ \dfrac{2\pi\ N\ R_s}{L}$

Tópico 3
Força magnética sobre correntes elétricas

2. a) Para dentro

b) Para fora

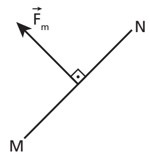
3. $5 \cdot 10^{-2}$ N

4. b

5. Intensidade: 0,75 N

Direção: perpendicular a $\vec{B}$ e ao fio

Sentido:



7. a) De **C** para **D**

b) 20 A

8. $F_{AB} = 0$; $F_{DC} = 0$;

$F_{AD} = F_{BC} = 5 \cdot 10^{-2}$ N

9. b

10. b

11. b

12. d

14. Em **A**: atração; em **B**: repulsão

15. I, III e IV

16. a

17. Deve diminuir.

18. 3

19. $6{,}4 \cdot 10^{-4}$ N

20. c

21. 0,25 T

22. 4 A

23. $4 \cdot 10^{2}$ V

24. a

25. 0,294 T

26. a) B i d, nos três fios

b) B i d

27. a) $\tau = B\ i\ S$

b) $\tau = \dfrac{Bi\ p^2}{4\pi}$

Tópico 4
Indução eletromagnética

2. a) 0,16 Wb

b) Zero

3. a) $\phi_1 = \phi_2$

b) $B_1 > B_2$

4. a) Não existe corrente induzida.

b) Anti-horário

c) Horário

5. d

7. a) Horário

b) Não há corrente induzida.

c) Anti-horário

8. a) Anti-horário

b) Horário

c) Não há corrente induzida.

9. c

10. c

11. e

12. a) Zero

b) 6,0 Wb

c) 3,6 Wb

13. a) Sentido do eixo **x**

b) Sentido oposto ao do eixo **x**

c) A força magnética é nula.

14. a) De **A** para **B**

b) Não há corrente em **R**.

c) De **B** para **A**

15. t_2 é maior que t_1.

16. c

17. a) 50 V

b) **M**: negativa

N: positiva

18. 100 mV

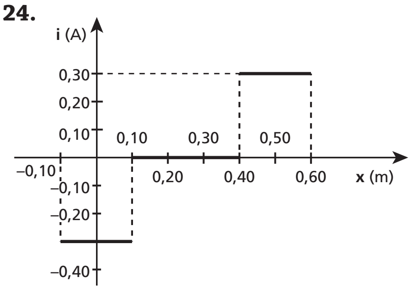
20. a) 60 V

b) A força eletromotriz induzida surge para gerar fluxo induzido "**a favor** do indutor": fem é **positiva**.

21. e

23. b

24.



26. a) $2{,}0 \cdot 10^{-3}$ Wb e $1{,}4 \cdot 10^{-2}$ Wb, respectivamente

b) $-6{,}0$ mV

c) Da direita para a esquerda

d) 3,0 A

27. a) $3{,}2 \cdot 10^{-5}$ Wb

b) $3{,}2 \cdot 10^{-4}$ V

28. 2,5 V

29. a) $1{,}2 \cdot 10^{-5}$ V

b) $1{,}5 \cdot 10^{-2}$ A

30. d

32. a) 20 V

b) De **N** para **M**

c) 20 A

d) 40 N, da esquerda para a direita

e) 40 N

f) $4{,}0 \cdot 10^{2}$ W

g) $4{,}0 \cdot 10^{2}$ W

34. a) 2 A

b) 6 A

35. Zero

36. c

37. $U_2 = 27{,}5$ V

$U_3 = 5{,}5$ V

$U_4 = 2{,}2$ V

38. Passará a aumentar.

39. I e IV

41. 13 mH

42. 5

43. 25 V

44. c

45. No ponto 1

46. a) 0,05 T

b) $8 \cdot 10^{-5}$ Wb

47. a) Anti-horário

b) Horário

48. d

49. d

50. a) 0,05 V

b) De **M** para **A**

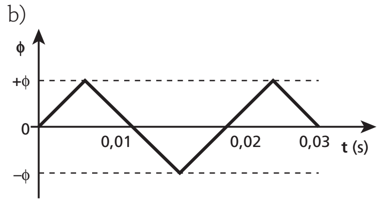
51. b

52. Em **A**: zero

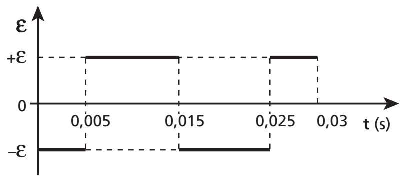
Em **B**: 0,1 V

53. a) 50 Hz

b)



c)



54. Demonstração

55. B L v sen θ

56. a

57. $\dfrac{m\ g\ R\ \text{sen}\ \theta}{B^2\ \ell^2}$

58. d

59. a) 0,40 V

b) 40 V

c) **X**: positiva

Y: negativa

60. a) L_2 brilha mais que L_1.

b) Os brilhos são iguais.

c) Os brilhos são iguais e diminuem até que as lâmpadas se apaguem.

61. b

62. 1,5 V

63. a) $\dfrac{F}{m + B^2\ \ell^2\ C}$

b) $m\ a\ d + B^2\ \ell^2\ C\ a\ d$ = energia cinética fornecida à haste + energia potencial elétrica armazenada no capacitor.

Parte IV
Física moderna

Tópico 1
Noções de Física Quântica

1. Quando atingem o alvo, os elétrons sofrem grande desaceleração. Com isso, perdem energia cinética e emitem ondas eletromagnéticas, no caso, raios X.

2. a

3. $v_P \leq 2{,}26 \cdot 10^8$ m/s; $\theta \cong 60°$

4. a) $I_c = \dfrac{I_{LNP}}{2}$

b) $I_c = 0{,}28\ I_{LNP}$

5. a) $\cong 56°$

b) $\cong 53°$

6. e

7. c

8. 20%

9. $2{,}7 \cdot 10^3$ K

10. a) $1{,}7 \cdot 10^{-5}$ m

b) $\cong 2\ m^2$; $\cong 1{,}2 \cdot 10^7$ J

11. $3{,}2 \cdot 10^{13}$ Hz

12. e

13. a

14. 31

16. 41

17. a) $5{,}1 \cdot 10^{-19}$ J

b) $3{,}3 \cdot 10^{-12}$ J

18. a

19. e

20. 2,1 eV; $2{,}5 \cdot 10^{19}$ fótons

21. a

22. 3,2 s

23. c

24. $h = 6{,}4 \cdot 10^{-34}$ Js

$\tau = 2{,}9 \cdot 10^{-19}$ J

25. a) 0,1 eV

b) 0,90 V

26. a) $1{,}04 \cdot 10^{15}$ Hz

b) $6{,}5 \cdot 10^{-2}$ W/m²

27. c

29. f_1 e f_2

30. c

31. 1. Transições eletrônicas de E_2 para E_1, de E_3 para E_1 e de E_3 para E_2.

2. $\dfrac{h\ c}{E_3 - E_1}$

32. a

33. 2,1 eV

34. a) 10,2 eV

b) $1{,}2 \cdot 10^{-7}$ m

35. b

36. d

37. d

38. c

39. d

Tópico 2
Noções de Teoria da Relatividade

1. 20 meses

2. a) $3{,}0 \cdot 10^7$ m/s; no dia a dia as pessoas lidam com corpos de velocidades desprezíveis em relação a esse valor.

b) 12,5 min

3. $0{,}6\ V_0$

4. a

5. e

6. $\dfrac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\dfrac{E_0}{E}\right)^2}$

7. c

8. a) $3{,}6 \cdot 10^{14}$ J

b) $4 \cdot 10^{-3}$ kg

c) 5 kg

9. a) 10^{35}

b) kg m² s⁻¹

10. d

11. b

12. c

Tópico 3
Comportamento ondulatório da matéria

1. d

2. c

3. a

4. 11

5. 1, 2 e 4

6. $h\left[\left(\dfrac{e\ U}{c}\right)^2 + 2\ e\ U\ m_0\right]^{-\frac{1}{2}}$

7. $-\dfrac{e^2}{n 4 \epsilon_0 \lambda_n}$ ou $-\dfrac{n^2 h^2}{8\pi^2 m\, r_n^{\,2}}$ (n = 1, 2,...)

Parte V
Análise dimensional

1. $M\,L^2\,T^{-1}$

2. $[G] = M^{-1}\,L^3\,T^{-2}$; $kg^{-1}\,m^3\,s^{-2}$

3. $[R] = F\,L\,\theta^{-1}$

4. a

5. a) $[\sigma] = M\,L^0\,T^{-2}$
b) kg/s^2

6. b

7. d

8. a) IT; As = coulomb (C)
b) $M^{-1}\,L^{-2}\,T^4\,I^2$;
$kg^{-1}\,m^{-2}\,s^4\,A^2$ = farad (F)

9. c

10. b

11. e

12. c

13. d

14. $V = \sqrt{\dfrac{p}{\mu}}$

15. d

16. $P = k\,\mu\,A\,V^3$

17. $\phi = k\,C\,\dfrac{A\,\Delta\theta}{e}$

18. b

19. a) $kg\,m^{-1}\,s^{-2}$
b) $\dfrac{\gamma\pi d^2 L}{4}$
c) $4\,d_1$

20. $M^2\,T^{-1}$

21. LT^{-1}; m/s

22. $P = k \cdot R^5 \cdot \omega^3 \cdot \rho$

Siglas

Acafe-SC	Associação Catarinense das Fundações Educacionais
Aman-RJ	Academia Militar de Agulhas Negras
Cefet-MG	Centro Federal de Educação Tecnológica
Cefet-PR	Centro Federal de Educação Tecnológica
Cesgranrio-RJ	Centro de Seleção de Candidatos ao Ensino Superior do Grande Rio
Cesubra-DF	Centro de Ensino Superior de Brasília
EEM-SP	Escola de Engenharia Mauá
Enem	Exame Nacional de Ensino Médio
Esam-RN	Escola Superior de Agricultura de Mossoró
Faap-SP	Fundação Armando Álvares Penteado
Fameca-SP	Faculdade de Medicina de Catanduva
Fatec-SP	Faculdade de Tecnologia de São Paulo
Fazu-MG	Faculdades Associadas de Uberaba – MG
FCC-SP	Fundação Carlos Chagas

FCMSC-SP	Faculdade de Ciências Médicas da Santa Casa
FEI-SP	Faculdade de Engenharia Industrial
FGV-SP	Fundação Getulio Vargas
FICE	Faculdade Internacional de Ciências Empresariais
FMIt-MG	Faculdade de Medicina de Itajubá
FMTM-MG	Faculdade de Medicina do Triângulo Mineiro
FMU/Fiam/Faam-SP	Faculdades Metropolitanas Unidas, Faculdades Integradas Alcântara Machado, Faculdade Alcântara Machado
Furg-RS	Fundação Universidade Federal do Rio Grande
Fuvest-SP	Fundação Universitária para o Vestibular
IME-RJ	Instituto Militar de Engenharia
IMS-SP	Instituto Moreira Salles
IPE	Instituto de Pesquisas Ecológicas
ITA-SP	Instituto Tecnológico de Aeronáutica
Mack-SP	Universidade Mackenzie
Puccamp-SP	Pontifícia Universidade Católica de Campinas
PUC-MG	Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
PUC-SP	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
UCDB-MT	Universidade Católica Dom Bosco
UCSAL-BA	Universidade Católica de Salvador
Udesc-SC	Universidade do Estado de Santa Catarina
Uece	Universidade Estadual do Ceará
UEL-PR	Universidade Estadual de Londrina

UEM-PR	Universidade Estadual de Maringá
Uepa	Universidade Estadual do Pará
UEPB	Universidade Estadual da Paraíba
Uerj	Universidade Estadual do Rio de Janeiro
Uespi	Universidade Estadual do Piauí
Ufac	Universidade Federal do Acre
Ufal	Universidade Federal de Alagoas
Ufam	Universidade Federal do Amazonas
UFBA	Universidade Federal da Bahia
UFC-CE	Universidade Federal do Ceará
Ufes	Universidade Federal do Espírito Santo
UFF-RJ	Universidade Federal Fluminense
UFG-GO	Universidade Federal de Goiás
Ufla-MG	Universidade Federal de Lavras
UFMA	Universidade Federal do Maranhão
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais
UFMS	Universidade Federal do Mato Grosso do Sul
UFMT	Universidade Federal do Mato Grosso
Ufop-MG	Universidade Federal de Ouro Preto
UFPA	Universidade Federal do Pará
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco
UFPel-RS	Universidade Federal de Pelotas

UFPI	Universidade Federal do Piauí
UFPR	Universidade Federal do Paraná
UFRGS-RS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro
UFRN	Universidade Federal do Rio Grande do Norte
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina
UFSCar-SP	Universidade Federal de São Carlos
UFSE	Universidade Federal de Sergipe
UFSM-RS	Universidade Federal de Santa Maria
UFTM-MG	Universidade Federal do Triângulo Mineiro
UFU-MG	Universidade Federal de Uberlândia
UFV-MG	Universidade Federal de Viçosa
Unaerp-SP	Universidade de Ribeirão Preto
Unama-AM	Universidade da Amazônia
UnB-DF	Universidade de Brasília
Uneb-BA	Universidade do Estado da Bahia
Unesp-SP	Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Unicamp-SP	Universidade Estadual de Campinas
Unicap-PE	Universidade Católica de Pernambuco
UnicenP-PR	Centro Universitário Positivo – PR
Unicentro-PR	Universidade Estadual do Centro-Oeste
Unifei-MG	Universidade Federal de Itajubá

Unifesp-SP	Universidade Federal de São Paulo
Unifor-CE	Universidade de Fortaleza
Unimep-SP	Universidade Metodista de Piracicaba
Unip-SP	Universidade Paulista
Unirio-RJ	Universidade do Rio de Janeiro
Unisa-SP	Universidade de Santo Amaro
Unitau-SP	Universidade de Taubaté
Univali-SC	Universidade do Vale do Itajaí
Univest-SP	Faculdades Integradas Univest
USF-SP	Universidade São Francisco
Vunesp-SP	Fundação para o Vestibular da Unesp