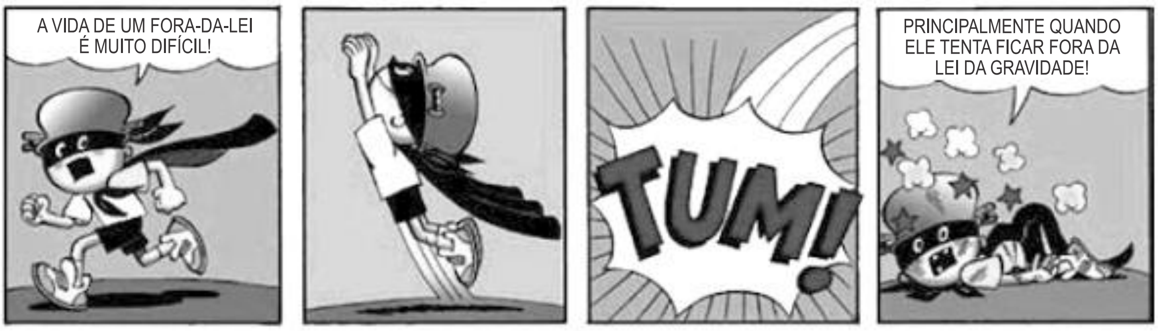
1. Leia a tirinha do personagem Menino Maluquinho criado pelo cartunista Ziraldo.



http://omeninomaluquinho.educacional.com.br

Com base nessa tirinha, um estudante formulou as seguintes conclusões:

I. A queda do Menino Maluquinho em direção à Terra deve-se ao mesmo motivo pelo qual a Lua descreve sua órbita em torno da Terra.
II. A Lei da Gravidade, citada pelo Menino Maluquinho, aplica-se somente ao movimento da Terra em torno do Sol.
III. A Lei da Gravidade aplica-se exclusivamente a objetos de grandes massas, como a Lua, a Terra e o Sol.

Está(ão) correta(s) apenas
a) I.
b) II.
c) III.
d) I e II.

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:
Recentemente, uma equipe internacional de cientistas detectou a explosão de uma estrela conhecida como SN2016aps, que teria sido a explosão de supernova mais brilhante já registrada.

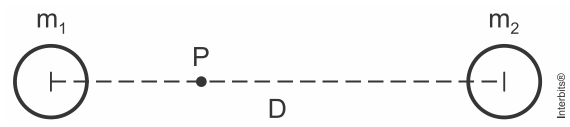
2. Os cientistas estimam que, no momento da explosão, a massa da supernova SN2016aps era 50 a 100 vezes maior que a massa do Sol. Se o Sol tivesse a massa dessa supernova, mantendo-se a sua distância da Terra,
a) a velocidade de translação da Terra em torno do Sol deveria aumentar e o período do ano terrestre diminuir.
b) a velocidade de translação da Terra em torno do Sol deveria diminuir e o período do ano terrestre aumentar.
c) a velocidade de translação da Terra em torno do Sol e o período do ano terrestre deveriam diminuir.
d) a velocidade de translação da Terra em torno do Sol e o período do ano terrestre deveriam aumentar.

3. Muitas estrelas, em sua fase final de existência, começam a colapsar e a diminuírem seu diâmetro, ainda que preservem sua massa. Imagine que fosse possível você viajar até uma estrela em sua fase final de existência, usando uma espaçonave preparada para isso.
Se na superfície de uma estrela nessas condições seu peso fosse P, o que ocorreria com ele à medida que ela colapsa?
a) Diminuiria, conforme a massa total da pessoa fosse contraindo.
b) Aumentaria, conforme o inverso de sua distância ao centro da estrela.
c) Diminuiria, conforme o volume da estrela fosse contraindo.
d) Aumentaria, conforme o quadrado do inverso de sua distância ao centro da estrela.

4. Considerando que na Terra a aceleração da gravidade é de 10 m/s^2, qual é a aceleração da gravidade g' em um planeta que possui a mesma massa e metade do diâmetro da Terra?

a) g' = 10 m/s^2
b) g' = 20 m/s^2
c) g' = 5 m/s^2
d) g' = 40 m/s^2
e) g' = 2,5 m/s^2

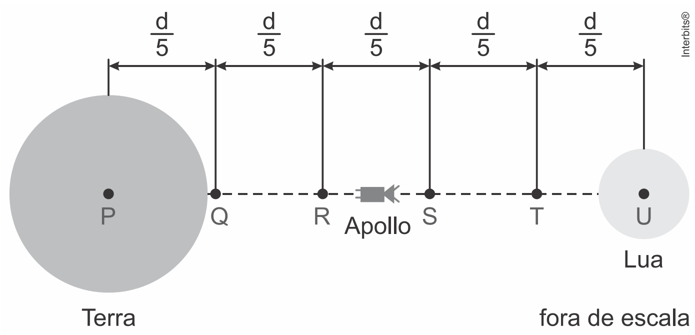
5. A figura abaixo representa dois planetas, de massas m_1 e m_2, cujos centros estão separados por uma distância D, muito maior que os raios dos planetas.



Sabendo que é nula a força gravitacional sobre uma terceira massa colocada no ponto P, a uma distância $D/3$ de m_1, a razão m_1/m_2 entre as massas dos planetas é

a) $1/4$.
b) $1/3$.
c) $1/2$.
d) $2/3$.
e) $3/2$.

6. No dia 10 de junho de 1969 foi lançada a nave espacial Apollo, que transportou os primeiros homens a pousarem na Lua.



Considere que a massa da Terra seja igual a 81 vezes a massa da Lua e que a distância entre os centros da Terra e da Lua seja d. Suponha ainda que a trajetória percorrida pela nave está representada na figura pela reta que une o centro dos dois corpos.

Com base na figura, as forças de atração da Lua sobre a nave e de atração da Terra sobre a nave se igualaram entre os pontos

a) P e Q.
b) Q e R.
c) R e S.
d) S e T.
e) T e U.

7. Dois corpos de massas m_1 e m_2 estão separados por uma distância d e interagem entre si com uma força gravitacional F. Se duplicarmos o valor de m_1 e reduzirmos a distância entre os corpos pela metade, a nova força de interação gravitacional entre eles, em função de F, será

a) $F/8$
b) $F/4$
c) $4F$
d) $8F$

8. Recentemente, a agência espacial americana anunciou a descoberta de um planeta a trinta e nove anos-luz da Terra, orbitando uma estrela anã vermelha que faz parte da constelação de Cetus. O novo planeta possui dimensões e massa pouco maiores do que as da Terra e se tornou um dos principais candidatos a abrigar vida fora do sistema solar.

Considere este novo planeta esférico com um raio igual a $R_P = 2R_T$ e massa $M_P = 8M_T$, em que R_T e M_T são o raio e a massa da Terra, respectivamente. Para planetas esféricos de massa M e raio R, a aceleração da gravidade na superfície do planeta é dada por $g = \frac{GM}{R^2}$, em que G é uma constante universal. Assim, considerando a Terra esférica e usando a aceleração da gravidade na sua superfície, o valor da aceleração da gravidade na superfície do novo planeta será de

a) $5\ m/s^2$.
b) $20\ m/s^2$.
c) $40\ m/s^2$.
d) $80\ m/s^2$.

9. A aceleração da gravidade ao nível do mar em nosso planeta vale aproximadamente $9{,}8\ m/s^2$. Na superfície de Plutão, cuja massa é $0{,}20\%$ da massa da Terra e seu raio 80% menor que o raio da Terra, a aceleração da gravidade, em m/s^2, será aproximadamente igual a:

a) 0,98
b) 0,61
c) 0,49
d) 0,28
e) 0,12

10. O valor da aceleração da gravidade num ponto X em torno da Terra, a uma altitude equivalente a 4 vezes o raio da Terra, acima da superfície, m/s^2, é igual a

Dado: $g_{Terra} = 10\ m/s^2$

a) 1,0.
b) 0,6.
c) 0,8.
d) 0,4.
e) 1,2.

11. Em 12 de agosto de 2018, a NASA lançou uma sonda espacial, a *Parker Solar Probe*, com objetivo de aprofundar estudos sobre o Sol e o vento solar (o fluxo contínuo de partículas emitidas pela coroa solar). A sonda deverá ser colocada em uma órbita tal que, em seu ponto de máxima aproximação do Sol, chegará a uma distância deste menor que $1/24$ da distância Sol-Terra.

Considere F_T o módulo da força gravitacional exercida pelo Sol sobre a sonda, quando esta se encontra na atmosfera terrestre, e considere F_S o módulo da força gravitacional exercida pelo Sol sobre a sonda, quando a distância desta ao Sol for igual a $1/24$ da distância Sol-Terra.

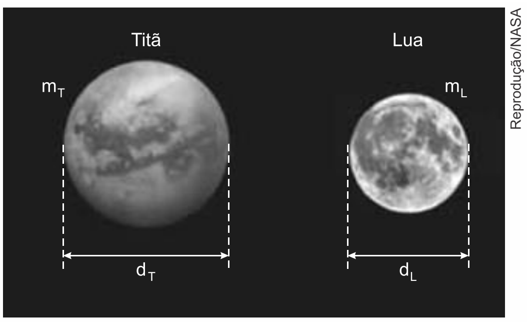
A razão F_S/F_T entre os módulos dessas forças sobre a sonda é igual a
a) 1.
b) 12.
c) 24.
d) 144.
e) 576.

12. Dois satélites de massas m_1 e m_2 descrevem, respectivamente, órbitas circulares, de raios r_1 e r_2, respectivamente, ao redor da Terra. Considerando que a força gravitacional exercida pela Terra sobre cada satélite tem o mesmo valor, e que as massas dos satélites obedecem à relação $m_2 = 1/4\, m_1$, é possível afirmar que a relação entre os raios das órbitas é dada por:
a) $r_2 = 4\, r_1$
b) $r_2 = 1/2\, r_1$
c) $r_2 = 2\, r_1$
d) $r_2 = 1/4\, r_1$
e) $r_2 = 6\, r_1$

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:
A NASA anunciou para 2026 o início de uma missão muito esperada para explorar Titã, a maior lua de Saturno: a missão *Dragonfly*. Titã é a única lua do Sistema Solar que possui uma atmosfera significativa, onde haveria condições teóricas de geração de formas rudimentares de vida. Essa missão será realizada por um drone porque a atmosfera de Titã é bastante densa, mais do que a da Terra, e a gravidade é muito baixa, menor do que a da nossa Lua.

(“NASA lançará drone para procurar sinais de vida na lua Titã”. www.inovacaotecnologica.com.br, 28.06.2019. Adaptado.)

13. Sejam m_T e m_L massas de Titã e da Lua, respectivamente, e d_T e d_L os diâmetros de Titã e da Lua, respectivamente.



fora de escala

Considere que $m_T \cong 1{,}8 \times m_L$, $d_T \cong 1{,}5 \times d_L$ e que esses dois satélites naturais sejam perfeitamente esféricos. Adotando-se a aceleração da gravidade na superfície da Lua igual a $1{,}6\ \mathrm{m/s^2}$, a aceleração da gravidade na superfície de Titã é, aproximadamente,

a) $0{,}3\ \mathrm{m/s^2}$.

b) $0{,}5\ \mathrm{m/s^2}$.

c) $1{,}3\ \mathrm{m/s^2}$.

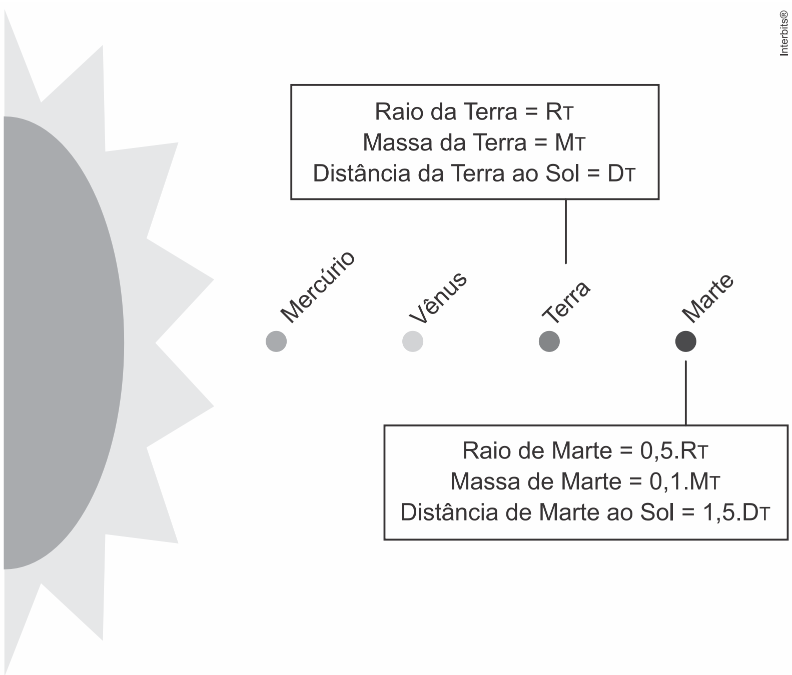
d) $0{,}8\ \mathrm{m/s^2}$.

e) $1{,}0\ \mathrm{m/s^2}$.

14. Um satélite geoestacionário é aquele que se encontra parado em relação a um ponto sobre a superfície da Terra. Se a Terra fosse perfeitamente esférica, com distribuição homogênea de massa, esses pontos só poderiam estar no plano que contém a Linha do Equador terrestre. Na realidade, os satélites geoestacionários encontram-se sobre pontos ligeiramente fora desse plano. Para colocar um satélite estacionário em órbita ao redor de outro astro, como a Lua ou Marte, considerando-os perfeitamente esféricos e com distribuição homogênea de massa, o raio da órbita do satélite dependerá apenas

a) do período de rotação do astro e da massa do satélite.
b) da massa e do raio do astro e da massa do satélite.
c) do raio e do período de rotação do astro e da massa do satélite.
d) da massa e do período de rotação do astro.
e) da massa e do raio do astro.

15. A Nasa planeja uma viagem ao planeta Marte em 2033. Esse é o título da matéria de vários sites, após a confirmação do administrador da Agência Espacial Norte americana, Jim Bridenstine. A ida até o planeta vermelho durará, aproximadamente, seis meses, mas a viagem terá uma duração de dois anos, já que a volta só é possível quando Marte estiver do mesmo lado do Sol que a Terra. No esquema abaixo têm-se alguns dados de Marte em comparação a Terra.



Com base no exposto, marque com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as falsas.

(   ) A gravidade de Marte é, aproximadamente, $0,4 \cdot g_{Terra}$.
(   ) A força gravitacional entre Marte e o Sol é, aproximadamente, $6,6 \cdot 10^{-2}$ da força gravitacional entre a Terra e o Sol.
(   ) O período de translação de Marte é maior que o período de translação da Terra.
(   ) A velocidade de translação de Marte é maior no periélio.
(   ) A órbita de Marte ao redor do Sol é circular.

A sequência **correta,** de cima para baixo, é**:**
a) V – F – V – F – F
b) F – F – V – V – F
c) F – V – V – F – F
d) V – F – V – V – F

Gabarito

Resposta da questão 1:
[A]

[I] **Verdadeira**. A Lua está sempre em queda para a terra, mas como sua velocidade tangencial tem um valor crítico para que sua órbita seja estável e se mantenha no movimento circular ao redor do planeta se efetivamente cair. O mesmo ocorre para lançamentos de satélites artificiais em que as órbitas se situam em altitudes onde não há resistência do ar promovendo uma trajetória curva, circular ou elíptica.
[II] **Falsa**. Aplica-se a qualquer corpo celeste como estrelas, planetas, satélites, cometas, asteroides etc.
[III] **Falsa**. Se essa afirmação fosse verdadeira então o menino não cairia no chão ao pular.

Resposta da questão 2:
[A]

A força gravitacional do Sol sobre a Terra age como resultante centrípeta. Sendo **M** a massa do Sol, **m** a massa da Terra e **r** a distância entre eles, tem-se:

$F_G = F_{cp} \Rightarrow \dfrac{GM\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \dfrac{\cancel{m}v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\dfrac{GM}{r}}.}$ Essa expressão mostra que se a massa aumenta, para uma mesma distância, a velocidade orbital também **aumenta**.

Calculando o período:

$v = \dfrac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow v = \dfrac{2\pi r}{T} \Rightarrow \boxed{T = \dfrac{2\pi r}{v}.}$ Na condição anterior, se a velocidade aumenta, se a velocidade aumenta, o período de translação (ano) **diminui**.

Resposta da questão 3:
[D]

De acordo com a Lei de Newton da Gravitação, a força gravitacional (ou peso), cuja expressão é dada por:
$Fg = G\dfrac{Mm}{d^2}$, à medida que a estrela colapsa, estando a espaçonave sempre na superfície da estrela, sua distância ao centro da estrela diminui, portanto como a força é inversamente proporcional ao quadrado dessa distância, ela aumenta com o inverso do quadrado da mesma. Assim se a distância reduzir pela metade, o peso aumenta quatro vezes.

Resposta da questão 4:
[D]

Resposta da questão 5:
[A]

A força exercida pelos dois planetas sobre o ponto P são iguais em módulo, portanto: $F_{13} = F_{23}$
Usando a lei da Gravitação de Newton:

$$F_{13} = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_3}{(D/3)^2} \ \text{ e } \ F_{23} = \frac{G \cdot m_2 \cdot m_3}{(2D/3)^2}$$

Igualando e simplificando:

$$\frac{\cancel{G}\cdot m_1\cdot \cancel{m_3}}{(D/3)^2}=\frac{\cancel{G}\cdot m_2\cdot \cancel{m_3}}{(2D/3)^2}\Rightarrow \frac{m_1}{\cancel{D^2/9}}=\frac{m_2}{4\cancel{D^2/9}}\therefore \frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{4}$$

Resposta da questão 6:
[E]

Sendo x a distância entre a Terra e a nave, e M_T, M_L e m, respectivamente, as massas da Terra, da Lua e da nave, temos que:

$$\frac{GM_Tm}{x^2}=\frac{GM_Lm}{(d-x)^2}\Rightarrow \frac{81}{x^2}=\frac{1}{(d-x)^2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{d-x}{x}\right)^2=\left(\frac{1}{9}\right)^2\Rightarrow x=9d-9x$$

$$\therefore x=0{,}9d$$

Ou seja, as forças de atração se igualam entre os pontos T e U.

Resposta da questão 7:
[D]

$$F=G\frac{m_1\cdot m_2}{d^2}$$

$$F_1=G\frac{2\cdot m_1\cdot m_2}{\left(\frac{d}{2}\right)^2}\Rightarrow F_1=G\frac{2\cdot m_1\cdot m_2}{\frac{d^2}{4}}\Rightarrow F_1=G\frac{8\cdot m_1\cdot m_2}{d^2}\Rightarrow F_1=8\cdot G\frac{m_1\cdot m_2}{d^2}\Rightarrow F_1=8F$$

Resposta da questão 8:
[B]

$$g=\frac{GM}{R^2}\begin{cases}\text{Terra}:\ g_T=\frac{GM_T}{R_T^2}=10\ m/s^2.\\ \text{Planeta}:\ g_P=\frac{G(8M_T)}{(2R_T)^2}=\frac{8GM_T}{4R_T^2}=2\frac{GM_T}{R_T^2}=2(10)\Rightarrow \boxed{g_P=20\ m/s^2.}\end{cases}$$

Resposta da questão 9:
[C]

A aceleração da gravidade é dada por:

$$P=F_g\Rightarrow mg=\frac{GMm}{R^2}\Rightarrow g=\frac{GM}{R^2}$$

Portanto:

$$\frac{g_P}{g_T} = \frac{\frac{GM_P}{R_P{}^2}}{\frac{GM_T}{R_T{}^2}} = \frac{\frac{0{,}002M_T}{(0{,}2R_T)^2}}{\frac{M_T}{R_T{}^2}} = \frac{0{,}002}{0{,}04} = \frac{1}{20}$$

$$g_P = \frac{9{,}8}{20}$$

$$\therefore g_P = 0{,}49\ m/s^2$$

Resposta da questão 10:
[D]

Usando a lei da Gravitação Universal de Newton, a força gravitacional é devido ao peso do corpo.

$$P = F_g$$

$$\cancel{m} \cdot g = G \cdot \frac{M \cdot \cancel{m}}{(R+h)^2}$$

Assim, temos a expressão que fornece o valor da aceleração da gravidade para qualquer altitude.

$$g = G \cdot \frac{M}{(R+h)^2}$$

onde
$g =$ aceleração da gravidade;
$G =$ constante da gravitação universal;
$M =$ massa da Terra;
$h =$ altitude;
$R =$ raio da Terra.

Assim, para um corpo na superfície da Terra:

$$g_{sT} = G \cdot \frac{M}{(R+0)^2} \therefore g_{sT} = G \cdot \frac{M}{R^2}$$

Para o corpo na altitude informada:

$$g_{out} = G \cdot \frac{M}{(R+4R)^2} = G \cdot \frac{M}{(5R)^2} \therefore g_{out} = G \cdot \frac{M}{25R^2}$$

Fazendo a razão entre os dois valores de aceleração da gravidade, obtemos:

$$\frac{g_{out}}{g_{sT}} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M}}{25\,\cancel{R^2}}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M}}{\cancel{R^2}}} \Rightarrow \frac{g_{out}}{g_{sT}} = \frac{1}{25} \Rightarrow g_{out} = \frac{g_{sT}}{25}$$

$$g_{out} = \frac{10\ m/s^2}{25} \therefore g_{out} = 0{,}4\ m/s^2$$

Resposta da questão 11:
[E]

Pela Lei da Gravitação Universal de Newton:

$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2}$, onde:

$F =$ Força gravitacional;
$G =$ Constante de gravitação;
$M =$ massa do Sol;
$m =$ massa da sonda espacial;
$d =$ distância Terra-Sol.

Assim, para a sonda na Terra, a expressão da força gravitacional exercida pelo Sol, fica:

$$F_T = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2}$$

E a força gravitacional na distância em que a sonda orbitará o Sol:

$$F_S = G \cdot \frac{M \cdot m}{\left(\frac{d}{24}\right)^2}$$

Logo, a razão F_S / F_T é:

$$\frac{F_S}{F_T} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M \cdot m}}{\left(\frac{\cancel{d}}{24}\right)^2}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M \cdot m}}{\cancel{d}^2}} = 24^2 \therefore \frac{F_S}{F_T} = 576$$

Resposta da questão 12:
[B]

Usando a lei da Gravitação de Newton para os dois satélites:

$$F_1 = G \cdot \frac{Mm_1}{r_1^2}$$

$$F_2 = G \cdot \frac{Mm_2}{r_2^2}$$

Como as forças gravitacionais sobre os dois são iguais:

$F_1 = F_2$

$$\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M}m_1}{r_1^2} = \cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M}m_2}{r_2^2} \Rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \frac{m_2}{m_1} \therefore r_2 = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \cdot r_1$$

Substituindo a relação entre as massas:

$$r_2 = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \cdot r_1 = \sqrt{\frac{\cancel{m_1} / 4}{\cancel{m_1}}} \cdot r_1 \therefore r_2 = \frac{1}{2} \cdot r_1$$

Resposta da questão 13:
[C]

Para um corpo na superfície de um astro, o peso (P) é a força gravitacional (F_g).

$$P = F_g$$

$$\cancel{m} \cdot g = G\frac{\cancel{m} \cdot M}{R^2}$$

Assim, temos a relação entre a aceleração gravitacional e a massa.

$$g = G\frac{M}{R^2}$$

Então, para Titã e Lua.

$$g_T = G\frac{M_T}{(R_T)^2}$$

$$g_L = G\frac{M_L}{(R_L)^2}$$

Dividindo as duas equações, obtemos uma relação entre as duas acelerações gravitacionais de Titã e da Lua.

$$\frac{g_T}{g_L} = \frac{\cancel{G}\frac{M_T}{(R_T)^2}}{\cancel{G}\frac{M_L}{(R_L)^2}} \Rightarrow \frac{g_T}{g_L} = \frac{M_T \cdot (R_L)^2}{M_L \cdot (R_T)^2}$$

Substituindo as relações de massas e raios de Titã e Lua.

$$\frac{g_T}{1{,}6\ m/s^2} = \frac{1{,}8 \cdot M_L \cdot (R_L)^2}{M_L \cdot (1{,}5 \cdot R_L)^2} \Rightarrow \frac{g_T}{1{,}6\ m/s^2} = \frac{1{,}8 \cdot \cancel{M_L} \cdot \cancel{(R_L)^2}}{\cancel{M_L} \cdot 2{,}25 \cdot \cancel{(R_L)^2}}$$

$$g_T = \frac{1{,}8 \cdot 1{,}6\ m/s^2}{2{,}25} \Rightarrow$$

$$\therefore g_T = 1{,}28\ m/s^2 \Rightarrow g_T \approx 1{,}30\ m/s^2$$

Resposta da questão 14:
[D]

Da Lei da Gravitação Universal de Newton, temos:

$$F_g = G\frac{M \cdot m}{r^2}$$

Porém, a força resultante gravitacional é a força centrípeta, dada por:

$$F_c = m \cdot a_c \Rightarrow F_c = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

Assim,

$$F_c = F_g$$

$$m \cdot \omega^2 \cdot r = G\frac{M \cdot m}{r^2}$$

$$r^3 = G\frac{M \cdot m}{m \cdot \omega^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{G\frac{M \cdot m}{m \cdot \omega^2}}$$

Usando a expressão para a velocidade angular $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ e substituindo acima, finalmente ficamos com uma expressão para determinar o raio da órbita geoestacionária.

$$r = \sqrt[3]{G\frac{M \cdot \cancel{m}}{\cancel{m} \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}} \therefore r = \sqrt[3]{G\frac{M \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

E, portanto, para as condições de idealidade, o raio da órbita depende apenas da massa do planeta e do seu período de rotação. Na realidade existem outros fatores que influenciam a estabilidade dessas órbitas como os ventos solares, a ação da Lua e a influência de asteroides que passem próximos.

Resposta da questão 15:
[D]

[I] Verdadeira. Gravidade de Marte:

$$g_M = \frac{GM_M}{D_M{}^2} = \frac{G \cdot 0{,}1M_T}{(1{,}5D_T)^2}$$

$$g_M = \frac{0{,}1GM_T}{2{,}25D_T{}^2} \cong \frac{0{,}4\,GM_T}{D_T{}^2}$$

$$\therefore g_M \cong 0{,}4 \cdot g_T$$

[II] Falsa. Força gravitacional entre Marte e o Sol:

$$F_M = \frac{GM_SM_M}{D_M{}^2} = \frac{GM_S \cdot 0{,}1M_T}{(1{,}5D_T)^2}$$

$$F_M = \frac{0{,}1GM_SM_T}{2{,}25D_T{}^2} \cong \frac{0{,}4\,GM_SM_T}{D_T{}^2}$$

$$\therefore F_M \cong 0{,}4 \cdot F_T$$

[III] Verdadeira. Pela 3ª lei de Kepler, temos:

$$\frac{T_M{}^2}{D_M{}^3} = \frac{T_T{}^2}{D_T{}^3} \Rightarrow \left(\frac{T_M}{T_T}\right)^2 = \left(\frac{D_M}{D_T}\right)^3$$

$$\left(\frac{T_M}{T_T}\right)^2 = \left(\frac{1{,}5D_T}{D_T}\right)^3 = 3{,}375$$

$$\frac{T_M}{T_T} \cong 1{,}8 \Rightarrow T_M \cong 1{,}8T_T$$

$$\therefore T_M > T_T$$

[IV] Verdadeira. A velocidade de translação é máxima no periélio e mínima no afélio.

[V] Falsa. De acordo com a 1ª lei de Kepler, as órbitas dos planetas ao redor do Sol são elípticas.