Funções pares e ímpares, funções periódicas; funções compostas;

MATEMÁTICA **EEAR**

MÓDULO 3

1. FUNÇÃO PAR

Qualquer que seja $x \in D$ ocorre $f(x) = f(-x)$; neste caso, dizemos que a função f é par, isto é, os números **x** e **– x** têm a mesma imagem.

Ex.:
A função $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definida por $f(x) = x^2$.

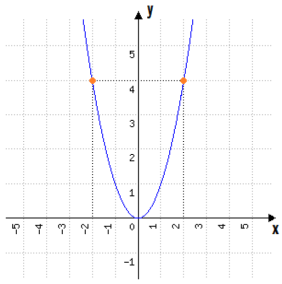
Vamos calcular:

$$\left.\begin{matrix} f(1) = (1)^2 = 1 \\ f(-1) = (-1)^2 = 1 \end{matrix}\right\} \text{1 e – 1 têm a mesma imagem (1).}$$

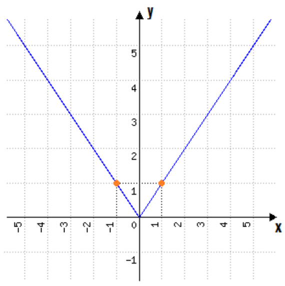
$$\left.\begin{matrix} f(3) = (3)^2 = 9 \\ f(-3) = (-3)^2 = 9 \end{matrix}\right\} \text{3 e – 3 têm a mesma imagem (9).}$$

f é par ⇔ f(-x) = f(x)
Gráfico simétrico em relação a Oy

$f(x) = x^2$



$f(x) = |x|$



Ex.: Função Periódica f(x) = cos x

2. FUNÇÃO ÍMPAR

Para todo $x \in D$ ocorre $f(x) = -f(-x)$; neste caso, dizemos que a função f é ímpar, isto é, os números **x** e **– x** têm imagens opostas.

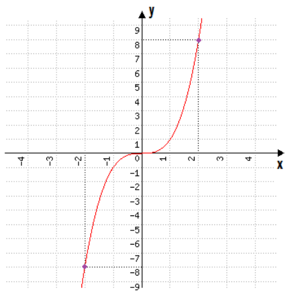
Ex.:
A função $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definida por $f(x) = 4x$.
Vamos calcular:

$$\left.\begin{matrix} f(1) = 4 \cdot (1) = 4 \\ f(-1) = 4 \cdot (-1) = -4 \end{matrix}\right\} \text{1 e – 1 têm imagens opostas.}$$

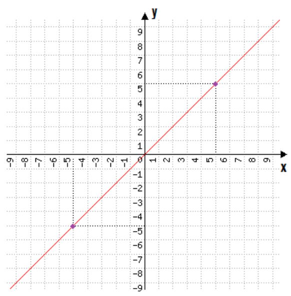
$$\left.\begin{matrix} f(3) = 4 \cdot (3) = 12 \\ f(-3) = 4 \cdot (-3) = -12 \end{matrix}\right\} \text{3 e -3 têm imagens opostas.}$$

f é ímpar ⇔ f(-x) = - f (x)
Gráfico simétrico em relação a origem

$f(x) = x^3$



$f(x) = x$



Ex.: Função Periódica f(x) = sen x e f(x) = tg x

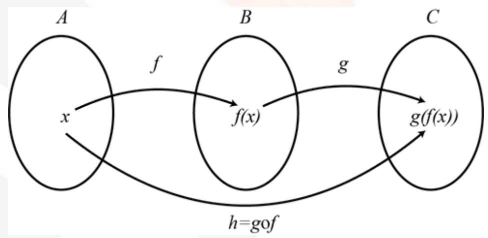
Obs.:
Se uma função não é nem par, nem ímpar dizemos que ela não possui paridade.

3. FUNÇÃO COMPOSTA

Sejam A, B e C três conjuntos e consideremos as funções $f: A \to B$ e $g: B \to C$.

Chama-se função composta de **g** com **f** à função $h: A \to C$ tal que $\mathbf{h(x) = g(f(x))}$.

A função $h: A \to C$, composta de g com f, é indicada por **gof** (composta de g com f).



Notação:
fog(x) = f(g(x))
gof (x) = g(f(x))
fof (x) = f(f(x))
hogof (x) = h(g(f(x))

Ex.:
Dadas as funções f(x) = 2x + 3 e g(x) = 5x .
Determinar gof(x) e fog(x).

a) gof(x) = g[f(x)] = g(2x + 3) = 5(2x + 3) = 10x + 15

b) fog(x) = f[g(x)] = f(5x) = 2(5x) + 3 = 10x + 3

4. EXERCÍCIOS

1) (ESA – 2020)
Sejam f e g funções de IR em IR , sendo IR o conjunto dos números reais. Sabendo que *g* (*x*) = - 5*x* + 3 e *g* (*f* (*x*)) = *x* - 1 , então *f* (- 1) é igual a:
a) -1
b) 0
c) 1
d) 2
e) 3

2) (ESA – 2017)
Sejam as funções reais dadas por $f(x) = 5x + 1$ e $g(x) = 3x - 2$. Se $m = f(n)$, então $g(m)$ vale:
a) 15n +1
b) 14n - 1
c) 3n - 2
d) 15n - 15
e) 14n - 2

3) (ESA – 2016)
Sejam f a função dada por $f(x) = 2x + 4$ e g a função dada por $g(x) = 3x - 2$. A função deve ser dada por:
a) $f(g(x)) = 6x$
b) $f(g(x)) = 6x + 4$
c) $f(g(x)) = 2x - 2$
d) $f(g(x)) = 3x + 4$
e) $f(g(x)) = 3x + 2$

4) (EEAR – 2016)
Na função $f(x) = mx - 2(m - n)$, m e $n \in \mathbb{R}$. Sabendo que $f(3) = 4$ e $f(2) = -2$, os valores de m e n são, respectivamente:
a) 1 e -1
b) -2 e 3
c) 6 e -1
d) 6 e 3

5) (EEAR – 2010)
Dada a função f(x) definida para todo n inteiro, e sabendo-se que $f(0) = 1$ e $f(n + 1) = f(n) + 2$, o valor de f(200) é:
a) 201
b) 401
c) $200^2 + 1$
d) 1.020.000

6) (EEAR – 2010)
Se f uma função definida no conjunto dos números naturais, tal que $f(x + 1) = 2f(x) + 3$. Se $f(0) = 0$, então f(2) é igual a:
a) 9
b) 10
c) 11
d) 12

7)
Se uma função obedece a relação **f(-x) = f(x)**
Podemos afirmar que é uma função:
a) Par
b) ímpar
c) Não tem paridade
d) Crescente

8)
Qual função abaixo é uma função par:
a) f(x) = sen x
b) f(x) = cos x
c) f(x) = tg x
d) f(x) = x

9)
Se uma função obedece a relação **f(-x) = - f(x)**
Podemos afirmar que é uma função:
a) Par
b) ímpar
c) Não tem paridade
d) Crescente

10)
Qual função abaixo é uma função ímpar:
a) f(x) = sen x
b) f(x) = lxl
c) f(x) = x^2
d) f(x) = cos x

5. GABARITO

1) C
2) A
3) A
4) C
5) B
6) A
7) A
8) B
9) B
10) A

6. ANOTAÇÕES