MOVIMENTO CIRCULAR

EXERCÍCIOS APROFUNDADOS 2020 - 2022

MOVIMENTO CIRCULAR

Veja como descrever um movimento circular através das principais grandezas associadas a ele e a analisar as forças presentes, cuja resultante é chamada de força centrípeta.

Esta subárea é composta pelos módulos:

1. Exercícios Aprofundados: Cinemática do Movimento Circular
2. Exercícios Aprofundados: Dinâmica do Movimento Circular

CINEMÁTICA DO MOVIMENTO CIRCULAR

1. De férias em Macapá, cidade brasileira situada na linha do equador e a 51° de longitude oeste, Maria faz um selfie em frente ao monumento do marco zero do equador. Ela envia a foto a seu namorado, que trabalha em um navio ancorado próximo à costa da Groenlândia, a 60° de latitude norte e no mesmo meridiano em que ela está. Considerando apenas os efeitos da rotação da Terra em torno de seu eixo, determine, para essa situação,

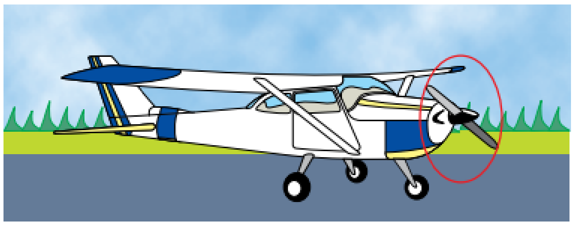
a. a velocidade escalar V_M de Maria;
b. o módulo a_M da aceleração de Maria;
c. a velocidade escalar V_n do namorado de Maria;
d. a medida do ângulo α entre as direções das acelerações de Maria e de seu namorado.

Note e adote:

Maria e seu namorado estão parados em relação à
superfície da Terra.
As velocidades e acelerações devem ser determinadas em relação ao centro da Terra.
Considere a Terra uma esfera com raio 6×10^6 m.
Duração do dia ≈ 80.000 s $\pi = 3$
Ignore os efeitos da translação da Terra em torno do Sol.
$\text{sen}30° = \cos60° = 0{,}5$
$\text{sen}60° = \cos30° \approx 0{,}9$

____
____
____
____
____

2. (UNIFESP 2017) Um avião, logo após a aterrissagem, está em movimento retilíneo sobre a pista horizontal, com sua hélice girando com uma frequência constante de 4 Hz.



Considere que em um determinado intervalo de tempo a velocidade escalar desse avião em relação ao solo é constante e igual a 2 m/s, que cada pá da hélice tem 1m de comprimento e que $\pi = 3$. Calcule:

a. a distância, em metros, percorrida pelo avião enquanto sua hélice dá 12 voltas completas.
b. o módulo da velocidade vetorial instantânea, em m/s de um ponto da extremidade de uma das pás da hélice do avião, em relação ao solo, em determinado instante desse intervalo.

____
____
____
____
____

3. (UERJ 2017) Para um teste, um piloto de caça é colocado em um dispositivo giratório. A partir de determinado instante, o dispositivo descreve um movimento circular e uniforme, com velocidade constante de 64,8 km/h.

Admitindo que o raio da trajetória corresponde a 6 m, calcule, em m/s^2, o módulo da aceleração a que está submetido o piloto.

4. (FUVEST 2016) Em janeiro de 2006, a nave espacial New Horizons foi lançada da Terra com destino a Plutão, astro descoberto em 1930. Em julho de 2015, após uma jornada de aproximadamente 9,5 anos e 5 bilhões de km, a nave atinge a distância de 12,5 mil km da superfície de Plutão, a mais próxima do astro, e começa a enviar informações para a Terra, por ondas de rádio. Determine

a. a velocidade média v da nave durante a viagem;
b. o intervalo de tempo Δt que as informações enviadas pela nave, a 5 bilhões de km da Terra, na menor distância de aproximação entre a nave e Plutão, levaram para chegar em nosso planeta;
c. o ano em que Plutão completará uma volta em torno do Sol, a partir de quando foi descoberto.

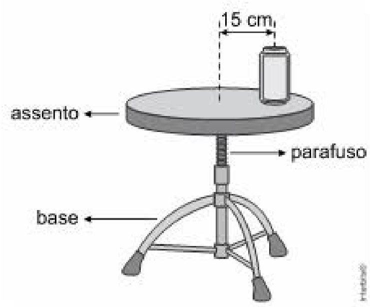
Note e adote:

Velocidade da luz= 3×10^8 m/s;
Velocidade média de Plutão= 4,7 km/s.
Perímetro da órbita elíptica de Plutão = $35,4 \times 10^9$ km
1 ano= 3×10^7 s

5.(UFJF 2016) Maria brinca em um carrossel, que gira com velocidade constante. A distância entre Maria e o centro do carrossel é de 4,0 m. Sua mãe está do lado de fora do brinquedo e contou 20 voltas nos 10 min em que Maria esteve no carrossel. Considerando essas informações, CALCULE:

a. A distância total percorrida por Maria.
b. A velocidade angular de Maria, em rad/s.
c. O módulo de aceleração centrípeta de Maria.

6.(UNESP 2015) O assento horizontal de uma banqueta tem sua altura ajustada pelo giro de um parafuso que o liga à base da banqueta. Se girar em determinado sentido, o assento sobe 3 cm na vertical a cada volta completa e, no sentido oposto, desce 3 cm. Uma pessoa apoia sobre o assento uma lata de refrigerante de 360 g a uma distância de 15 cm de seu eixo de rotação e o fará girar com velocidade angular constante de 2 rad/s.



Se a pessoa girar o assento da banqueta por 12 s, sempre no mesmo sentido, e adotando g = 10 m/s^2 e π = 3, calcule o módulo da força de atrito, em newtons, que atua sobre a lata enquanto o assento gira com velocidade angular constante, e o módulo da variação de energia potencial gravitacional da lata, em joules.

7.(FUVEST 2015) Uma criança com uma bola nas mãos está sentada em um "gira-gira" que roda com velocidade angular constante e frequência f = 0,25 Hz.

a. Considerando que a distância da bola ao centro do "gira-gira" é 2 m, determine os módulos da velocidade V_T e da aceleração **a** da bola, em relação ao chão.

Num certo instante, a criança arremessa a bola horizontalmente em direção ao centro do "gira-gira", com velocidade V_R de módulo 4 m/s, em relação a si.

b. Determine, para um instante imediatamente após o lançamento, o módulo da velocidade U da bola em relação ao chão;

c. e o ângulo θ entre as direções das velocidades U e V_R da bola.

Note e adote: $\pi = 3$

8. (UFTM 2012) Um caminhão de carga tem rodasdianteiras de raio R_d = 50 cm e rodas traseiras de raio R_t = 80 cm. Em determinado trecho do trajeto plano e retilíneo, percorrido sem deslizar e com velocidade escalar constante, a frequência da roda dianteira é igual a 10 Hz e efetua 6,75 voltas a mais que a traseira.

Considerando $\pi \cong 3$, determine:

a. A velocidade escalar média do caminhão, em km/h.

b. A distância percorrida por ele nesse trecho do trajeto.

9.(UERJ 2012) Uma pequena pedra amarrada a uma das extremidades de um fio inextensível de 1 m de comprimento, preso a um galho de árvore pela outra extremidade, oscila sob ação do vento entre dois pontos equidistantes e próximos à vertical. Durante 10 s, observou-se que a pedra foi de um extremo ao outro, retornando ao ponto de partida, 20 vezes.

Calcule a frequência de oscilação desse pêndulo.

10.(EBMSP 2018) A centrifugação de um tubo de ensaio, contendo uma amostra de sangue é um processo utilizado nos laboratórios de análises clínicas para separar plasma e soro de hemácias, sedimento de líquidos biológicos, entre outros. A etapa de centrifugação das amostras é muito importante na fase pré-analítica e deve ser conduzida com a frequência de rotação recomendada, no tempo certo, para reduzir riscos de falhas que podem levar à perda de amostras, gerando novas coletas, elevando o custo e causando impacto negativo sobre a satisfação do cliente.

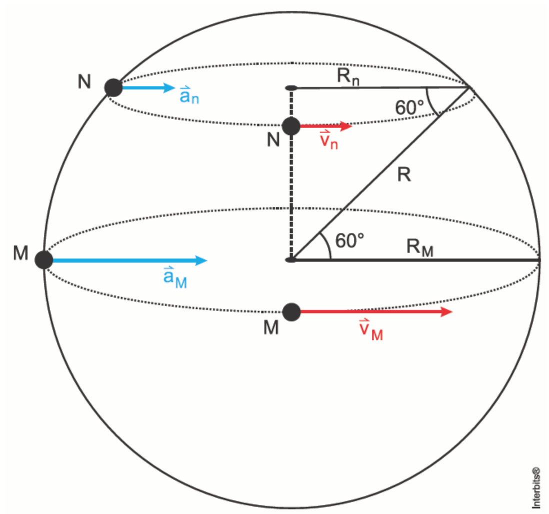
Considere um tubo de ensaio, contendo uma amostra de sangue, que se encontra a 15,0 cm do eixo central de uma centrífuga, girando com velocidade linear de 42,0 m/s, e determine

a. O ângulo formado entre a direção do vetor velocidade linear e a direção do vetor aceleração da amostra;

b. A frequência de rotação da amostra em rpm – rotações por minuto.

GABARITO

1. A figura ilustra a situação, mostrando Maria (M) e seu namorado (N) em duas posições diferentes, sobre o mesmo meridiano.



a. O raio da trajetória de Maria é igual ao raio da Terra: R_M = R= 6×10^6 m.

Como o movimento de Maria é circular uniforme:

$$v_M = \frac{\Delta S_M}{\Delta t} = \frac{2\pi R_M}{T} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 6 \times 10^6}{80.000} \Rightarrow \boxed{v_M = 450\,m/s.}$$

b. No movimento circular uniforme, a aceleração é centrípeta.

$$a_M = \frac{v_M^2}{R_M} = \frac{450^2}{6 \times 10^6} = \frac{202.500}{6 \times 10^6} \Rightarrow \boxed{a_M = 0{,}034\,m/s^2.}$$

c. O movimento do namorado de Maria também é circular uniforme, de raio R_n.

$$\cos 60° = \frac{R_n}{R} \Rightarrow R_n = R\cos 60°$$

$$v_n = \frac{\Delta S_n}{\Delta t} = \frac{2\pi R_n}{T} = \frac{2\pi R\cos 60°}{T} = \frac{2\pi R}{T}\cos 60° = v_M \cos 60° = 450\frac{1}{2} \Rightarrow v_M = 225\,m/s.$$

d. Como mostra a figura, as acelerações de Maria e de seu namorado, a_M e a_n são paralelas entre si, logo: $\alpha = 0°$.

2. Dados: f_{hel} = 4 Hz; v_{av} = 2 m/s; l_{hel} = 1m; π = 3.

a. O tempo gasto pela hélice para realizar 12 voltas completas corresponde a:

$$\Delta t = 12T = 12\frac{1}{f_{hel}}$$

sendo $T = \frac{1}{f_{hel}}$ o período de cada ciclo da hélice.

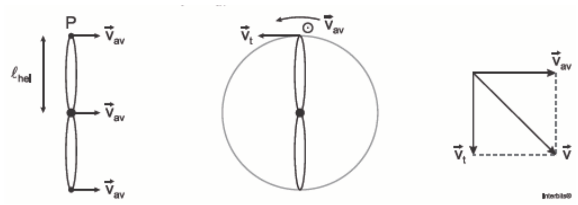
Substituindo na equação os valores de parâmetros conhecidos, tem-se que:

$$\Delta t = \frac{12}{f_{hel}} = \frac{12}{4} = 3\,s$$

A distância percorrida pelo avião no intervalo de tempo Δt= 3 s, é:

$$\Delta S = v_{av} \cdot \Delta t = 2 \times 3 = 6\,m$$

b. A velocidade vetorial instantânea da extremidade de uma das hélices será uma composição da velocidade da extremidade da hélice relativa ao avião, v_t e a velocidade do avião em relação ao solo, v_{av}:



lembrando que o símbolo ⊙ na segunda figura representa um vetor perpendicular ao plano do papel, "saindo" do mesmo.

Da composição vetorial, conclui-se que

$$v^2 = v_t^2 + v_{av}^2 \Rightarrow v = \sqrt{v_t^2 + v_{av}^2}$$

A velocidade v_{av} do avião possui módulo conhecido e igual a 2m/s.

A velocidade v_t, ou melhor, o seu módulo, é obtido da seguinte forma:

$$\vec{v}t = \omega\, \ell_{hel} = 2\,\pi\, f_{hel}\, \ell_{hel} = 2 \times 3 \times 4 \times 1 = 24\,m/s$$

Substituindo-se os parâmetros conhecidos na equação do módulo da velocidade total, obtém-se:

$$v = \sqrt{24^2 + 2^2} \cong \sqrt{24^2} = 24\,m/s$$

3. v = 18 m/s

R = 6 m

$$a_c = \frac{V^2}{R}$$

$$a_c = \frac{18^2}{6} \Rightarrow a_c = 54\,m/s^2$$

4. Dados: 1 ano = 3×10^7 s; Δt = 9,5 anos = $9{,}5 \times 3 \times 10^7 = 2{,}85 \times 10^8$ s; $\Delta S = 5 \times 10^{12}$ m.

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{5 \times 10^{12}}{2{,}85 \times 10^8} \Rightarrow \boxed{v = 1{,}75 \times 10^4\,m/s.}$$

b. Dado: $c = 3 \times 10^8$ m/s

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{c} = \frac{5\times 10^{12}}{3\times 10^{8}}\ m/s \Rightarrow \boxed{\Delta t = 1{,}7\times 10^{4}\ s.}$$

c. Teremos:

$$\text{Plutão}\begin{cases}\text{Velocidade média: } v = 4{,}7\ km/s\\ \text{Perímetro da órbita: } d = 35{,}4\times 10^{9}\ km\\ \text{Período da órbita: } T\end{cases}$$

$$T = \frac{d}{v} = \frac{7{,}5\times 10^{9}}{4{,}7} = 7{,}53\times 10^{9}\ s = \frac{7{,}5\times 10^{9}}{3\times 10^{7}} = 251\ \text{anos}.$$

Como esse planeta foi descoberto em 1930, ele completará uma volta em torno do Sol no ano t:
t= 1930 + 251 ⇒ t = 2181

5. a. A distância percorrida é igual ao número de voltas (n) vezes o comprimento de cada volta.

$$d = n2\pi R = 20\times 2\pi\times 4 \Rightarrow \boxed{d = 160\pi\ m}.$$

b. $$\omega = \frac{n2\pi}{\Delta t} = \frac{20\times 2\pi}{10\times 60} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{\pi}{15}\ rad/s.}$$

c. $$a_c = \omega^2 R = \left(\frac{\pi}{15}\right)^2 4 = \frac{4\pi^2}{225} \Rightarrow \boxed{a_c = 0{,}018\,\pi^2\ m/s^2.}$$

6. Dados: m = 360 g; ω = 2 rad/s; r = 15 cm = 0,15 m; g = 10 m/s²; π = 3.
a. Na situação descrita, a força de atrito age como resultante centrípeta.

$$F_{at} = R_{cent} = m\,\omega^2 r = 0{,}36\times 4\times 0{,}15 \Rightarrow \boxed{F_{at} = 0{,}216\ N.}$$

b. O ângulo descrito em 12 s é:

$$\Delta\theta = \omega\,\Delta t = 2\times 12 = 24\ rad.$$

Por proporção direta:

$$\begin{Bmatrix}1\text{ volta} \rightarrow 2\pi\text{ rad}\\ n\text{ voltas} \rightarrow 24\text{ rad}\end{Bmatrix} \Rightarrow n = \frac{24}{2\pi} = \frac{12}{3} \Rightarrow n = 4\ \text{voltas}.$$

Calculando a variação da altura.

$$\begin{Bmatrix}1\text{ volta} \rightarrow 3\text{ cm}\\ 4\text{ voltas} \rightarrow \Delta h\end{Bmatrix} \Rightarrow \Delta h = 12\ cm = 0{,}12\ m.$$

A variação da energia potencial é:

$$\Delta E_p = m\,g\,\Delta h = 0{,}36\times 10\times 0{,}12 \Rightarrow \boxed{\Delta E_p = 0{,}432\ J.}$$

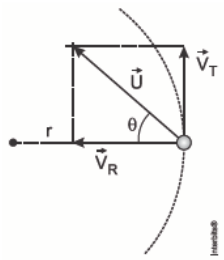
7. Dados: $f = 0{,}25$ Hz; $r = 2$ m; $|\vec{V}_R| = 4$ m/s; $\pi = 3$.

a. Como se trata de movimento circular uniforme, somente há a componente centrípeta da aceleração.

$$|\vec{V}_T| = 2\,\pi\,f\,r = 2\cdot 3\cdot 0{,}25\cdot 2 \Rightarrow \boxed{|\vec{V}_T| = 3\ m/s.}$$

$$|\vec{a}| = \frac{|\vec{V}_T|^2}{r} = \frac{3^2}{2} \Rightarrow \boxed{|\vec{a}| = 4{,}5\ m/s^2.}$$

b. A figura mostra a velocidade resultante (U) da bola num ponto qualquer da trajetória.



$$U^2 = V_T^2 + V_R^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow \boxed{U = 5\ m/s.}$$

c. $$\cos\theta = \frac{V_R}{U} = \frac{4}{5} = 0{,}8 \Rightarrow \boxed{\theta = \arccos 0{,}8.}$$

8. a. v = 2πRf, para a roda dianteira, temos: v = 2.3.0,5.10 = 30m/s , convertendo para km/h (multiplicando por 3,6), ∴ v = 108km / h
b. Como podemos perceber, o enunciado não fornece o tempo para a roda dianteira efetuar 6,75 voltas a mais que a traseira, porém, sabemos que o deslocamento das rodas são iguais, assim temos:

$$\Delta S_T = \Delta S_D$$
$$n.2\pi.R_T = (n + 6{,}75).2\pi.R_D$$

em que "n" representa do número de rotações da roda traseira.
Logo:

$$n.0{,}8 = (n + 6{,}75).0{,}5$$
$$0{,}8n = 0{,}5n + 3{,}375$$
$$0{,}3n = 3{,}375$$
$$n = \frac{3375}{300} = 11{,}25$$

Logo:

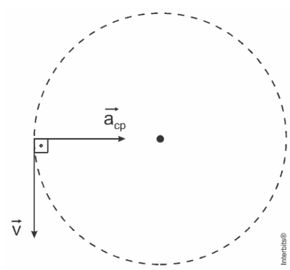
$$\Delta S_T = n.2\pi.R_T$$
$$\Delta S_T = 11{,}25.2.3.0{,}8$$

$$\therefore \boxed{\Delta S_T = 54m}$$

9. O período é dado por:

$$T = \frac{\Delta t}{n} = \frac{10}{20} = 0{,}5s$$
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}5} \Rightarrow \boxed{f = 2Hz}$$

10. Vista superior da trajetória da amostra:



a. Assumindo que o movimento seja circular uniforme, temos que o ângulo entre as direções da velocidade linear e da aceleração centrípeta é de 90°

b. $v = 2\pi Rf$

$42 = 2\pi . 0,15 . f$

$f = 140/\pi$ Hz

$f = 140/\pi$ Hz $= 8400/\pi$ rpm

ANOTAÇÕES